UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES

ACATLÁN

EL NÚMERO DE ORO EN EL DISEÑO GRÁFICO PARALELISMOS Y RESONANCIAS CON CIENCIAS Y ARTES MAYORES

TESIS QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN DISEÑO GRÁFICO PRESENTA

SOFÍA BAUTISTA MARTÍNEZ

ASESOR LIC. GERARDO ESTEBAN CERVANTES GARCÍA

ENERO 2005

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Repasando con la memoria la información que hasta nosotros* llega de las diferentes civilizaciones que han poblado esta Tierra, encontramos que son dos las actividades más significativas que, independientemente de la cultura a la que nos refiramos, aparecen siempre; éstas son las actividades artísticas y las actividades científicas. Esto sin duda obedece a la fuente espiritual de la cual emergen, a lo más delicado que posee el hombre, su sensibilidad y su pensamiento.

Con la lectura de algunas partes de las obras de cuatro pensadores contemporáneos que publicaron a principios del siglo XX nos encontramos con que cada uno de ellos enunció y defendió la tesis de que existe un parecido íntimo y nada casual entre las ideas científicas y las ideas artísticas, que se desarrollan en las diferentes civilizaciones.

Apoyándonos en esa tesis surge la siguiente proposición: si existen elementos suficientes que permitan dar por cierto que el Número de Oro está presentándose espontáneamente y con relativa notoriedad en la ciencia contemporánea, entonces cabría la posibilidad de esperar su manifestación también en algún lugar del arte actual.

*En la presente Introducción al igual que en todo el trabajo de investigación, por razones de carácter didáctico y de consideración al otro, haremos uso en la redacción del trabajo de la primera persona del plural, a fin de garantizar la inclusión de toda persona que leyera esta tesis.

Considerando seriamente esta proposición, el presente trabajo tiene como objetivo mostrar la primera de sus partes; esto es, que la investigación que aquí se reporta, exhibe pruebas que dejan sentado como un hecho de nuestro tiempo el que dentro de la ciencia contemporánea (principalmente en la Matemática y en la Física) está ocurriendo un resurgimiento relativamente importante del Número de Oro. Su demostración, lejos de agotar el tema marca el arranque de una investigación interesante y ofrece sus resultados, a quien así los requiriera, para continuar con lo concerniente al segundo punto de la proposición.

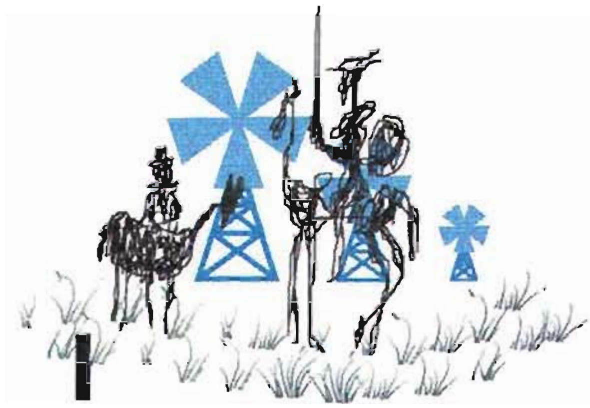
Sin duda el tema es demasiado apasionante, no sólo para los científicos, sino también para los artistas y para toda persona, que como ellos esté atenta y dispuesta a valorar las dinámicas del espíritu y sus repercusiones. Tal es el caso del Diseñador Gráfico que contrario a lo que pudiera pensarse, no limita sus capacidades a la satisfacción de necesidades específicas de comunicación visual. Prueba de ello es la realización y aceptación de este trabajo teórico que no tiene más pretensión que plantear una investigación reflexiva que por su naturaleza y para su comprensión, nos invitará a adentrarnos en las exposiciones filosóficas de diferentes pensadores que han tratado el tema del paralelismo del desarrollo de las ideas científicas y artísticas.

Nos queda claro también que será necesario acceder con cierta formalidad a aspectos históricos, teóricos y prácticos del Número de Oro, condición que en algún momento tornará su tinte autoritario a un goce de información y de descubrimientos; sobre todo en lo que concierne a las implicaciones con temas novedosos como la fractalidad, donde al igual que en el capítulo dos, se presentan objetos inéditos que surgieron como consecuencia de la investigación, no sólo documental, sino mental cuyos resultados se han debido a haber trabajado por días y días con los ritmos de la Sección Áurea en el compás.

Haber optado por el Número de Oro como eje central de esta investigación, obedece al hecho de que a lo largo de los siglos, la aplicación de la Sección Áurea en las artes y el diseño ha demostrado ser un recurso afortunado, aunque no determinante, pues también se le ha considerado como un precepto estético delicado que debe ser usado con inteligencia y aunado a las habilidades del artista.

En la parte última de los capítulos dos al cinco, se muestran algunas aplicaciones prácticas de los temas tratados, los trabajos marcados con un asterico forman parte de la carpeta pesonal de la autora.

Sin duda las personas que gentilmente lean este trabajo, en especial los diseñadores gráficos, hallarán en sus páginas, información concreta, accesible y actual (por lo menos hasta la fecha de su impresión) en relación al Número de Oro y sus nuevos impactos a la razón y a la sensibilidad.



CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS DEL PARALELISMO ENTRE CIENCIAS Y ARTES

Sabemos que las artes y las ciencias son las actividades más finas de la sensibilidad y del pensamiento humano. Sabemos así mismo que el desarrollo de estas dos actividades varían según las culturas y los tiempos. Pero sólo estudios muy profundos, realizados por diferentes pensadores, han podido demostrar que tanto las expresiones artísticas, como las científicas, tienen como fuerza generadora, la energía vital que fluye y emana de los integrantes de las diferentes culturas. De una actitud ante la vida, de una visión particular de ella. A continuación veremos lo que al respecto apuntan algunos filósofos que se han ocupado del tema.

1.1 El significado de los números

Empezaremos con el alemán Oswald Spengler de cuyo libro titulado *La decadencia de occidente* tomaremos el artículo *El significado del los números.*

En el escrito de este filósofo vemos con claridad la analogía que hace entre el desarrollo de las civilizaciones y el de los seres vivos; así pues, los primeros están sujetos, al igual que los segundos, a procesos de nacimiento desarrollo y muerte. También está en su pensamiento que cada cultura es una entidad única e irrepetible.

Para iniciar su análisis, este filósofo parte de la observación de que tanto la palabra como el número (entendido éste como abstracción y representación de la realidad), son las estructuras capitales sobre las cuales se erigen las diferentes culturas. Pues tanto la palabra como el número, son los recursos que nacen del hombre para asimilar, comprender y transformar su entorno. Pasando a la realidad por los filtros de la palabra y el número, ésta puede ser representada, comunicada, manipulada y organizada, incluso bajo un orden estético.

Así pues, para Spengler, la matemática rebasa en algún momento los guarismos, las fórmulas, las figuras y se hace presente en la Arquitectura, la Pintura, la Escultura y la Música de las diferentes civilizaciones existentes.

El hecho de que estas manifestaciones artísticas hagan acto de presencia en diferentes culturas, es porque en todas ellas se ha manifestado el número. Ahora, las diferentes formas en que estas artes han sido expresadas, se deben, y esto es muy importante, a las diferentes formas de concebir el número; esta diferencia de concepción no tiene otra explicación más que la de haberse manifestado en entidades diferentes, es decir, en las diferentes culturas.

Por ello es que Spengler dice que hay tantos mundos numéricos, como culturas. Y a ninguna, en ningún momento se le puede atribuir el comparativo de mejor, pues cada pensamiento es único. Lo que sí puede existir en ellas es el grado máximo de madurez o lo que podríamos llamar su desarrollo pleno que sólo dependerá de los hombres que integran esas culturas. Por otra parte, lo que no está sujeto a modificación alguna es el estilo de la matemática a desarrollar, pues cada civilización y cada época tiene un estilo propio, un pensamiento particular que le es característico, como pasa con las personas.

Por eso es que la Historia de la Matemática no es la historia de un sólo proceso en desarrollo, sino la suma de pluralidades de las diferentes matemáticas desarrolladas por cada civilización. La Historia de la Matemática es la acumulación de múltiples entidades únicas que pasan por los procesos de nacimiento, desarrollo y muerte; por lo que tampoco es posible insertar en sociedades diferentes, los conocimientos adquiridos durante este proceso en cada una de ellas, pues éstos, ni se incorporan de manera íntima, porque simplemente no le pertenecen, ni perduran largo tiempo, pues no son necesarios para su desarrollo particular.

Las capacidades de representación, comunicación y organización que se mencionaron en un principio, son inherentes a todo ser humano, por lo tanto a artistas y científicos; y aunque lo representado por cada uno sea en apariencia diferente, según las diversas culturas, el factor común es pertenecer a un determinado grupo humano, en un determinado tiempo; eso ya es razón suficiente para mostrar actitudes propias y singulares; es decir, todos los hombres de todas las épocas han tenido su particular forma de ver, sentir y vivir la vida. Observando atentamente el análisis que realiza Spengler, esta idea se aclara; vemos cómo las mismas inquietudes que animan a los artistas, motivan a los científicos haciéndolas palpables en los conceptos plasmados en sus respectivas obras.

Pensemos por ejemplo en los griegos de la antigüedad, en los científicos griegos que tanto se interesaron por el conocimiento y se adentraron en el estudio de muchas cosas; sus observaciones los llevaron a la conclusión de que lo que se encuentra detrás de todo lo que percibimos con nuestros sentidos, es el número; esta expresión nos lleva a darnos cuenta de la gran necesidad intrínseca que tenían de orden, de armonía, de que fueran principios exactos e inalterables los que rigieran todo, en vez del voluntarioso caos.

Esta idea la vemos expresada concretamente en el estilo de matemática que desarrollaron. Una matemática cuya esencia es la medida de lo próximo el límite de las formas y las figuras; de ahí que fueran excelentes geómetras de lo inmediato "toda la Antigüedad concibió los números como unidades de medida, magnitudes, distancias y superficies"[1].

Por su parte, los artistas de esa civilización plasman ese mismo sentir al proponer y emplear sus cánones estéticos de proporción (por ejemplo en la escultura se fijó que la longitud de la figura del hombre debía equivaler a siete veces la longitud de la cabeza), al buscar el ajuste geométrico de formas y espacios arquitectónicos de unidades tangibles y limitadas "la piedra labrada no es una cosa sino en cuanto posee límites bien calculados"[2].

---

[1] Spengler Oswald, *La decadencia de Occidente* Ed. Espasa Calpe. Colección Austral. Madrid España 1921

[2] Op. cit.

Todas sus representaciones eran concretas y definidas, en un terreno así, el arte abstracto simplemente no pudo haberse dado. Incluso comprendieron que la música no era sino la relación armoniosa de sonidos perfectamente mesurables.

Con estas breves líneas podemos entender un poco ese paralelismo que existe entre las ideas artísticas y las ideas científicas, y cómo éstas son, hablando de civilizaciones pasadas, el testimonio visible que resiste el paso del tiempo para llegar hasta nosotros, en este caso la Grecia antigua.

Pero no debemos olvidar que los hombres de esta cultura en particular, al igual que todos los hombres civilizados, también caminaron por esta tierra y trabajaron, amaron, eran religiosos y hacían política. Mencionamos esto, porque si bien es cierto, como decíamos, que artistas y científicos son los censores que captan y materializan el sentir de un pueblo; este sentir es colectivo, es lo que distingue y hace al hombre de una determinada civilización. Y el hombre griego era un hombre que vivía en pequeñas *polis* independientes y bien organizadas; vemos cómo aquí se refleja la idea de proximidad, de considerar lo inmediato; el Estado griego no existía como tal. Los griegos no trabajaron más que con los números naturales positivos y sus cocientes, pensar en algún número irracional era un atentado contra el orden divino pues alteraban un orden genético que daba nacimiento a todo; esto lo entendemos cuando nos enteramos que para la Hermandad Pitagórica el número uno representaba el principio femenino, "el símbolo del seno materno, del origen de la vida: El dos primer *número propiamente tal*, que duplicaba el uno, entró por ello en relación con el principio viril. El sagrado tres designaba el acto de la unión del varón con la hembra, el acto de la generación"[3]. Por ello, simplemente los números irracionales no tenían espacio en esta particular forma de ver la vida. Y qué decir del cero, al que simplemente no conocieron, pues éste habría representado, ante sus ojos, la aniquilación de todo lo perceptible por los sentidos; elemento que por el contrario, no sólo tuvo cabida, sino que fue concebido en el pensamiento indio, tanto el de Asia Central, como del lejano occidente mesoamericano.

[3] Op. cit.

Así se comprende por qué los antiguos nunca se aventuraron a la exploración del Mediterráneo, actividad que sí realizaron Fenicios y Babilonios quienes concibieron otra idea de número.

Incluso, hablar de la *Hermandad Pitagórica* es hacer referencia a un sentimiento religioso de devoción al orden perfecto, que tal vez quede bien expresado al citar una de sus ideas: *el número es la esencia de todas las cosas*, es decir, el universo comprendido como la totalidad de las relaciones numéricas de los objetos materiales mesurables.

De tal forma vemos que este sentir numérico, se extiende más allá de su comprensión y de su concepción científica, haciéndose extensivo en las formas de vida, cada una de ellas con su propio pensamiento matemático que es el reflejo de un alma única que en algún momento habrá de dar paso a su sucesora.

El nacimiento de un nuevo estilo matemático, algunas veces y sólo en apariencia, es la continuidad del que le precede; no obstante, esta continuidad en algún momento se transforma en una verdadera negación que no amplía el estilo anterior, sino que simplemente marca su decadencia. Ahora bien, para que este nuevo estilo sea comprendido, tiene que darse una trasmutación de fondo , incluso en el lenguaje; es decir, que se debe recurrir a nuevos términos que designen las nuevas ideas.

En su ensayo Oswald Spengler recurre a la comparación, sólo con fines analíticos, entre la cultura de la antigüedad y la que él llama cultura de occidente; nos demuestra cómo en ésta nuestra cultura, se ha gestado ya otro estilo de matemática; el hombre de occidente vive su momento guiado por ideas diferentes; su concepto de número es otro, precisamente el de él, y difiere del antiguo por ejemplo en la idea de infinito, imposible para el antiguo pero bastante claro para el contemporáneo. Pensemos tan sólo en un segmento de recta cuyos extremos son uno y dos; para nosotros resulta claro que el espacio que separa a estos extremos está saturado por una cantidad infinita de números, para el antiguo no. Incluso ahora un niño sabe que más allá de ese cielo estrellado que captan sus ojos, hay muchas cosas, aunque no sepa con precisión cuáles son; para los antiguos más allá no había nada, era la mentalidad de lo inmediato, hablar de espacios, de longitudes, de áreas infinitas no era posible; así mismo, para nosotros es "natural" hablar de una cuarta dimensión (incluso se menciona la dimensión *n*), o referirnos a las coordenadas (*a* , *b*, *c*) con la certeza de que estas tres letras representan un lugar sea sobre la Tierra o en el espacio. Incluso esta idea misma del espacio, afirma Spengler, no tenía cabida en el lenguaje griego, porque simplemente no lo concebían; e aquí cómo el sentido vital está presente en el número y la palabra.

Más aún, la geometría y la aritmética antiguas, que ocupaban un lugar de suma importancia, pues era el lenguaje con el que se establecía el orden, es para nosotros una herramienta que usamos de manera práctica en la vida cotidiana, para el hombre de occidente ese lugar de suma importancia es ocupado por abstracciones tan desvinculadas de lo tangible que ha abierto las puertas y liberado a la imaginación.

En relación a esto, pero pasando por un momento al terreno artístico, sabemos que el artista antiguo plasma en sus planos y contornos la medida y el orden; sin embargo el artista occidental da rienda suelta a su visión interna con la que evoca lo inexistente. Esto lo podemos apreciar, por ejemplo, en el arte abstracto, en cuyas representaciones ya no identificamos formas concretas, sino formas que estimulan otras capacidades sensoriales. El número para el hombre de occidente es un lenguaje simbólico con el que nombra realidades que a sus ojos son invisibles.

En opinión de Spengler la matemática de Occidente ya alcanzó su punto máximo y lo que resta ahora, como en otra época, es la conservación y el refinamiento de la misma, para así, aspirar a una afortunada conclusión en su período de vida.

Con lo antes dicho tenemos ya un panorama general que nos permite entender eso del comportamiento paralelo entre las actividades científicas y artísticas, pero también empieza a tomar color aquello de que son ciertos fundamentos espirituales, particularidades en el sentir de los hombres de cada civilización, lo que provoca ese paralelismo.

Pasemos ahora al análisis realizado por el filósofo y científico francés Gaston Bachelard; tomaremos su ensayo titulado *Superracionalismo*, (cualquier semejanza con el Surrealismo no es mera coincidencia).

1.2 El Superracionalismo

El análisis que realiza este filósofo y científico, se centra concretamente en el siglo XIX, y el tema abordado es la dialéctica del pensamiento racionalista, es decir, la confrontación de la razón con ella misma y sus consecuencias. Como empezamos a ver, este análisis tiene tintes filosóficos y por ahí es por donde se adentra a hacer un análisis científico, muy interesante e ilustrativo.

Como es necesario para comprender un tema, Bachelard marca algunos antecedentes, en este caso relativos al pensamiento racionalista que, como bien sabemos empezó a tener gran influencia en la vida a partir del siglo XVII. En opinión de este filósofo, la razón había funcionado hasta entonces no ya como una capacidad generadora, sino como una herramienta empleada sólo para recordar lo aprendido, como un dogma; en este sentido Bachelard reclama la castración hecha a la razón al limitar sus capacidades, pues nos recuerda que esta capacidad del ser humano, posee una función turbulenta y creativa, contrario a lo que se le convirtió. Atribuye al matemático ruso Nicolás Lobachevsky la revitalidad de la razón en el aspecto científico pero, ¿cuál fue el trabajo concreto que realizó este matemático para despertar de su letargo a la razón?

Imaginemos por un momento que se lleva ya largo, largo tiempo repitiendo las mismas acciones, una y otra vez lo mismo; al principio puede ser cómodo pero, seguir en lo mismo nos lleva a la monotonía; esa era más o menos el estado del pensamiento científico, se enseñaba y se aprendía lo mismo que ya se había enseñado y aprendido hasta que una mente brillante lanzó la chispa que habría de reactivarlo todo. Esa chispa fue un simple cuestionamiento, un poner en duda lo hasta entonces incuestionable, las nociones fundamentales a las que se había accedido sólo a través del pensamiento, dejando de lado la experiencia. Tal es el caso de la noción de las paralelas.

Hasta entonces toda la Física y la Matemática de aquella época se había erigido sobre el postulado que todos conocemos en su versión simple: dada una recta y un punto exterior a ella, por él pasa una y sólo una recta paralela a la primera. Este fue el principio que en1830 confrontó Lobachevsky, con lo cual dice Bachelard, reactivó el espíritu humano, y lo despertó de su anquilosado letargo, lo movilizó a revitalizar su razón.

Pero, ¿cómo una simple confrontación pudo cimbrar de tal manera el clásico edificio científico?; para hacernos una idea general, hemos de decir que Lobachevsky descubrió que dada una recta y un punto exterior a ella, por ese punto pasan ¡¡infinidad de rectas paralelas a la primera!! Aquí vemos de manera concreta, un ejemplo puntual de esa negación e innovación de las que hablaba Spengler, que marcan respectivamente el fin y el nacimiento de las civilizaciones; y de la trasmutación a fondo que tiene que darse para poder comprender los nuevos pensamientos, en este caso las nuevas geometrías; pues al dialectizar el pensamiento Lobachevsky dio el primer paso para el nacimiento de otras geometrías diferentes a la hasta entonces manejada, Geometría Euclidiana. Incluso el mismo Bachelar en su ensayo, manifestando gran coincidencia con el pensamiento de Spengler, nos dice que para avanzar es necesario deshacerse de lo adquirido y declara como sospechoso todo estado de conformismo y pasividad.

Pero, volviendo al panorama que empezó a constituirse a partir de la aportación de Lobachevsky, apunta Bachelard que fue como una brisa de aire fresco, que sin embargo, no fue aceptada de buena manera y, al contrario, se hizo todo lo posible por aniquilarla. Bajo esas circunstancias es que Bachelard elaboró sus propuestas visionarias; aquí empieza algo muy importante que sin duda prueba el pensamiento de Spengler, pues Bachelard propone un nuevo término para designar una nueva actitud: el *Superracionalismo*.

Este Superracionalismo al que se refiere, consiste en una necesidad de "devolver a la razón humana su función turbulenta y agresiva que multiplicará las ocasiones de pensar. Enseñando una revolución de la razón, se multiplicarían las razones para realizar revoluciones espirituales"[4] por ello es que celebra tanto el pensamiento de Lobachevsky, pues lo considera como un parte aguas.

Pero Bachelard fue más allá en su visión, pues no sólo se limitó a hablar de la razón humana, sino que involucró también a la sensibilidad, que ésta al compartir terrenos con el Superracionalismo, llegaría a un, según llamó: Superrealismo, sabemos ahora que de lo que hablaba Bachelard, llegó a concretarse con el nombre de Surrealismo.

La esencia de este nuevo pensamiento, de este racionalismo abierto, podría explicarse como la necesidad de descubrir nuevas ideas, de confrontar a la razón con ella misma, de lanzarse a nuevas experiencias olvidando la comodidad de la tradición; "si en una experiencia uno no juega su razón, esta experiencia no vale la pena de ser intentada"[5] La recompensa a esta aventura es el cambio total. Y, en efecto, actualmente sabemos, en cuanto a ciencia se refiere, que la Euclidiana no es la única geometría.

Todo esto representa para Bachelard una revolución psíquica, y no debe resultarnos extraño que hiciera apelación a la psique, igual que hicieron, por su parte, los surrealistas.

Mientras las ideas anteriores eran desarrolladas por un hombre de ciencia, el artista contemporáneo a él, también trabajaba en las propias. Así es como encontramos a dos franceses observando su tiempo según sus circunstancias.

1.3 Crisis del objeto

André Bretón, considerado como el padre del *Surrealismo*, escribe entre los años 1931 – 1939 su ensayo *Crisis del objeto*, que estudiaremos, para comprobar cómo estas dos entidades, artistas y científicos, realizan investigación paralela y coinciden en su tema de estudio, pero además para presentar el aspecto artístico que complementa el apartado anterior, y conocer así los dos aspectos *Superracionalismo – Surrealismo*.

André Breton inicia su ensayo expresando un lamento por no contar con un estudio de historia comparada en

[4] Bachelard, Gaston *Antología* Comunicación interna N°1 Dpto. de Matemáticas Facultad de Ciencias UNAM 1979

[5] Op. cit.

el que se pudiera apreciar el desarrollo paralelo de las ideas científicas y artísticas, sin saber tal vez, que ya Spengler había iniciado dicho estudio y que él junto con Bachelard expresaban ideas concretas que apoyaban las ideas del alemán.

Para mostrar algunos casos de este desarrollo paralelo Breton se centra en acontecimientos del siglo XIX y cita algunos ejemplos. Sabemos ahora que durante ese siglo aparecieron nuevas geometrías que al darlas a conocer alteraron terriblemente la lógica de aquel tiempo; y nos referimos a las geometrías, en plural, porque como dato anexo tenemos que hacia 1854 otro matemático, Bernhard Riemann, demostró que, dada una recta y un punto exterior a ella, por él ¡¡*no* pasa ni una sola recta paralela a la primera!!; generando desconcierto pero abriendo otra etapa de las geometrías no euclidianas cuya comprensión sólo fue posible años posteriores.

Volviendo al detonante trabajo de Lobachevsky, Breton observa que esta ruptura que liberaba a la geometría, coincide con el movimiento romántico, que sabemos, fue también un movimiento de ruptura, en este caso con la tradición estética heredada, un movimiento de cuestionamientos y rebeldía, de búsqueda e innovación. Para sorprendernos un poco con esas extrañas coincidencias hemos de decir, que justo en 1830, año en el que se considera que el Romanticismo alcanzó su esplendor, se presenta en Francia la pieza teatral de Víctor Hugo *Hernani* que rompió con los esquemas del teatro clásico en todos los sentidos (personajes, decoración, vestuario, lenguaje...) además, qué más prueba de la confrontación entre decadencia y novedad que la batalla que tuvo lugar en el teatro entre clásicos y románticos, el mismo día de la presentación de la obra.

Las nacientes ideas científicas y artísticas tuvieron que vivir la experiencia de rechazo, no obstante, ahora entendemos que era la señal de que algo nuevo estaba por venir.

En arte lo que vino décadas después nos dice Breton, fue la poesía de Arthur Rimbaud, que a grandes rasgos se caracteriza por la exploración a nuevos terrenos de la sensibilidad y el lenguaje; la poesía de Rimbaud dice más de lo que en ella se lee, busca la sonoridad y melodía de las palabras, ejercicio que practicaban los simbolistas buscando en lo inmediato el mensaje del cual todos y todo es signo. Estos artistas sin duda ejercieron gran influencia en los surrealistas.

Breton nos menciona que anteriormente otro poeta francés ya había iniciado este trastorno de la sensibilidad, el Conde de Lautrémont, cuyo trabajo, se caracteriza por la negación de lo comúnmente aceptado, su exploración es rebelde, agresiva y por lo mismo escandalosa, difícil de aceptar. Este poeta buscaba la belleza donde nadie la imaginaría a pesar de formar parte del entorno, en el mal.

Basándose, entre otras cosas, en el conocimiento del trabajo poético de estos escritores, Breton nos dice que a finales de siglo XIX el ambiente artístico era definitivamente de innovación, de la ruptura definitiva que se venía gestando a principios del mismo siglo, por ello es que menciona una conciliación entre los pioneros de esa ruptura y sus hábiles seguidores, una conciliación entre la negación primera que busca lo extraordinario y la comprensión de que lo extraordinario radica en ver con inteligencia lo ordinario; recordemos que Lobachevsky ya lo había logrado.

Semejante conciliación encuentra Breton cuando se da cuenta que en el aspecto científico, concretamente en matemáticas, a finales también del siglo XIX empezaba a concretarse lo que podríamos llamar la síntesis de las áreas tratadas por los matemáticos, es decir, un intento por encontrar generalidades que abarcaran por ejemplo, en una Geometría Generalizada todas las geometrías euclidianas y no. Indudablemente todos estos acontecimientos que se gestan en silencio en unas cuantas mentes pero que provocan el escándalo de multitudes, suelen generar acontecimientos aún mayores, tal es el caso de que ahora se hable de temas matemáticos cuyo objeto de estudio rebasa nuestras capacidades de comprensión e imaginación y sin embargo hay noticias de ellos, o que de pronto el objeto de estudio de la matemática sea la matemática misma, que además, tiene mucho que decir de ella.

Igual sucede con los objetos que nos rodean vistos con ojos surrealistas (*o superracionalistas*); esto encuentra su causa, según Breton en una voluntad sin precedentes de *objetivación*, es decir, que tanto los objetos matemáticos como los objetos artísticos pierden sus cualidades prácticas y se vuelven un medio para acceder a terrenos inexplorados en los ámbitos del pensamiento y la sensibilidad. Esto sucede gracias a que convivimos con objetos *evocadores* (aquellos que estimulan nuestra sensibilidad) y objetos *prácticos* (cualquier objeto que tiene ya asignada una función de utilidad) éstos últimos, dada su continua presencia, pierden valor emotivo y, por esa misma razón, realzan la presencia, cuando ésta se llega a dar, de los objetos evocadores. No obstante, si un objeto práctico es sacado de su entorno habitual y lo hallamos en otro escenario totalmente diferente donde no represente utilidad alguna, ese objeto se vuelve un objeto evocador. Pensemos por ejemplo en una estufa en medio del desierto, rodeada del silencio y las dunas; hallarla en ese espacio no sólo sería una sorpresa, sino que inmediatamente repararíamos en ella, en sus formas y detalles;despertaría nuestra sensibilidad.

Concretamente en el aspecto artístico Breton nos habla de la "objetivación de la actividad del sueño, su paso a la realidad"[6] este proceso cosiste en tomar los objetos aparecidos en los sueños y materializarlos, para establecer contacto con ellos y desencadenar los poderes de invención, seguro de que esto provocaría una devaluación de los objetos a los que más por costumbre que por necesidad se han tornado útiles.

Sin duda esto representaba, no ya el indicio de un nuevo camino a explorar, sino la necesidad de encontrar métodos que permitieran poner en contacto la realidad inmediata con sus otras partes hasta entonces desconocidas.

Esta necesidad, tanto por parte de los científicos como por parte de los artistas, la hace sentir Breton cuando nos dice que, arte y ciencia se elevan por encima de la limitante vida manifiesta del objeto y exploran en esos objetos las posibilidades en ellos contenidas, convirtiéndose así en objetos de representación que

[6] Breton, André *Antología* 1913-1966 Ed. Siglo XXI, México 1989
[7] Op. cit.

Hasta aquí un ejemplo concreto y desarrollado, del paralelismo entre ideas científicas e ideas artísticas (Superracionalismo y Surrealismo), con antecedentes y posibles repercusiones, expuestas por sus creadores.

Pasemos ahora a el análisis realizado por otro pensador que se ocupó de otro ejemplo puntual del paralelismo mencionado. Nos referimos al español José Ortega y Gasset y su ensayo *Sentido histórico de la Teoría de Einstein.*

1.4 El sentido histórico de la Teoría de Einstein

En este escrito José Ortega y Gasset, nos explica que la Teoría de Einstein es el resultado palpable de ciertas tendencias específicas que con su desarrollo nutrieron el terreno que permitió su gestación. Nos indica, como ya sabemos, que estas tendencias no sólo estaban en el terreno de la Física sino en toda la vida de la sociedad; en su opinión tales tendencias son: absolutismo, perspectivismo, antirracionalismo y finitismo.

El conocimiento de las tendencias espirituales, de cualquier época, permiten no sólo conocer las razones que provocan determinados movimientos artísticos y científicos, sino que además nos permite hacer suposiciones más o menos acertadas del futuro.

Algunas de las tendencias a las que hace referencia Ortega y Gasset, ya se vivían, lo que marca la diferencia, es la visión revolucionaria con la que se les empezó a vivir, algo así como la otra cara de la moneda.

El absolutismo ya estaba presente en la mente de Galileo y de Newton, sólo que era un absolutismo en relación a la realidad, es decir, para ellos existía una realidad única, absoluta a la que sólo se accedía de manera relativa, sabiendo que jamás se la podría abarcar completamente; una nueva visón de este panorama, aquella que se establece con el pensamiento de Einstein, señala que sí es posible tener conocimiento absoluto de la realidad, porque si bien ésta puede ser muy grande, la parte que de ella nos es permitido observar, según nuestra posición, sí la podemos conocer completamente; en este sentido el absolutismo está en relación al conocimiento del observador y no a la realidad misma; esto no lleva de manera inmediata al perspectivismo.

El perspectivismo, según el nuevo enfoque es darse cuenta que el lugar de observación que se ocupa determinará la apreciación de la realidad. Entendamos esto: con respecto a la realidad Einstein nos muestra que accedemos a ella según el radio que alcanza nuestra visón científica y nuestra perspectiva, en la que juegan un papel determinante el espacio y el tiempo, y que varía según el punto de vista; lo cual no implica que nuestra visión sea errónea, sino que simplemente varía según la posición que ocupemos y, atención porque esta idea tampoco implica que la realidad cambie según el observador, la realidad es, y se aparece independiente al sujeto que la observa.

Precisamente esa cualidad de la realidad de aparecerse, y esa posición del observador, nos lleva a pensar en la pluralidad de pensamientos de las diferentes culturas;recordemos que al respecto Spengler nos advierte que no caben comparativos porque simplemente hablamos de diferentes puntos de vista de una misma realidad. Por su parte, Ortega nos sugiere que en lugar de tomar como bárbaras a culturas diferentes a la propia, se les respete y se les reconozca; así mismo nos dice que si esta idea de perspectiva la ampliamos a la moral y a lo estético se tendrá una nueva manera de sentir la historia y la vida.

Fue el Cubismo el que evidenció, en el aspecto estético, la pluralidad de perspectivas.

Al referirse al antirracionalismo. Ortega nos deja ver que éste es el antagónico del racionalismo que ya veníamos comentando en apartados anteriores; en opinión de Ortega la tendencia racionalista, condujo al hombre a una sobrevaloración de su razón que en ocasiones lo colocó en una postura caprichosa de querer ajustar a la realidad a sus ideas, resistiéndose a aceptar que la realidad es independiente y aún recibiendo señalamientos de su error por parte de la realidad misma, el racionalista se resistía, recurriendo incluso como tabla de salvación a lo infinito del tiempo, diciendo que tal vez por el momento sus ideas no puedan ser demostradas, pero que llegará un momento, después de mucho tiempo en que serán probadas. Lo que definitivamente no es admisible, porque, concretamente en el caso de las ciencias, los problemas han de resolverse en el instante; y si los métodos con los que se cuentan para resolver los problemas a los cuales se enfrenta el hombre no son funcionales, lo que se necesita hacer es actuar, cambiar los métodos, ajustarlos a la realidad según se le vaya presentando, y no empeñarse a que ella se ajuste a sus ideas, no es válido consolarse con el devenir del tiempo; ésto es lo que comprendió Einstein y el método que propuso consistió en tomar a la razón pero también a la experiencia, entendida ésta como un compuesto de observación y organización. Esto es lo que sugiere la Teoría de Einstein, un nuevo sistema de ordenación para explicar la realidad; aquí vemos una especie de conciliación como las mencionadas por Bachelard ahora entre la razón, como instrumento de propuesta y la observación que permite elegir la propuesta más adecuada; es decir, conciliación entre las ideas y los hechos.

"Este es uno de los rasgos que más importa subrayar en el pensamiento de Einstein, porque en él se inicia toda una nueva actitud ante la vida. Deja la cultura de ser, como una norma imperativa a la que nuestra existencia ha de amoldarse"[8]

Recordemos por un momento las tendencias espirituales de los antiguos griegos, y cómo éstas se manifestaban en sus temores por los números irracionales o las aventuras en el mar, en concreto, su temor por aquello que aparentaba no tener límites, por el infinito. Sabemos que el hombre que le sucedió, experimentó todo lo contrario, una gran emoción por lo ilimitado, el infinito del tiempo y del espacio, pero, la física de Einstein puso de manifiesto la curvatura del espacio, si el espacio mostraba curvatura eso implicaba que tenía límites, que ... es finito, sí, el hombre se topa otra vez con lo finito pero a diferencia de los antiguos, éste hombre nuevo tiene que superar la experiencia de haber experimentado alguna vez el infinito.

Estas son, las tendencias espirituales que animaban el espíritu colectivo del hombre permitiendo concretar la Teoría de Einstein. Si bien es cierto que eventos históricos como esta teoría u otras, o las diferentes manifestaciones artísticas, son puestas a la luz sólo por unos cuantos, esos cuantos forman parte de un sentir colectivo, el de su tiempo y espacio, pero gracias a que han desarrollado su capacidad receptiva, por el lado sensible o del pensamiento,

[8] Ortega y Gasset, José *El tema de nuestro tiempo* Ed. Espasa Calpe Colección Austral 1938

son capaces de darle forma a ese sentir, de materializar la personalidad de una cultura, darle forma a sus ideas, sus temores, su apreciación de lo bello y plasmarlo en objetos científicos y artísticos.

Nombrar las tendencias que animaron el espíritu de las civilizaciones que nos antecedieron, tal vez resulte más fácil, pues son ciclos que han concluido y que no sufrirán modificación alguna; por el contrario, saber a ciencia cierta la visión de vida del hombre del siglo XXI, y más aún, los efectos en todos los ámbitos de esa visión, ya representa algo de dificultad; en primera instancia porque estamos inmersos en ella, en segunda porque aún se está desarrollando; sin embargo, iniciarse en la búsqueda de este conocimiento representa un ejercicio de autoconocimiento y hasta de presagio. Sabemos ahora que son dos los caminos que podemos seguir para lograr este conocimiento, Ciencias y Artes. Las ramificaciones que cada una de estas disciplinas tiene son vastísimas; los siguientes capítulos representan sólo una de ellas. Para fortuna nuestra existe un tema que tiene que ver tanto con Ciencias como con Artes, hablamos del *Número de Oro*; tema que lejos de ser concluído, adquiere nuevos bríos y se hace presente en el pensamiento del hombre del siglo XXI.

CAPÍTULO 2

LA SECCIÓN ÁUREA COMO CANON DE BELLEZA

2.1 La Sección Áurea, más que una tradición.

Si imaginamos que caminamos por la costa de una isla que creemos deshabitada, y de pronto encontramos en la arena, hecho a base de pequeñas conchas o de cualquier otro material, el trazo de una espiral, de un círculo u otra figura, o simplemente vemos montones organizados de este material, nuestro pensamiento primero, el más inmediato es: hombre; posteriormente vendrá la alegría o el temor[1]. Y es porque sólo el hombre, como ser pensante, es la única criatura capaz de ver, reconocer y reproducir, según su entendimiento, aquello que lo rodea de manera inmediata. Porque figuras, como las mencionadas, también las encontramos reiteradamente en diversas formas de vida y de objetos naturales.

Es necesidad del ser humano organizar su entorno, imprimirle su humanidad, para que de esta forma no le resulte ajeno y, por el contrario, se vuelva suyo. Pero el hombre no sólo organiza, sino que además crea; es un ser creativo que transforma drásticamente su entorno natural. En las creaciones del ser humano, igual que en las de la naturaleza, entre las cuales está él mismo, encontramos la presencia de la proporción, de la armonía, *la relación entre sí de las partes, y de éstas con el todo.*

---

[1] Galeno cuenta que Aristipo, arrojado tras un naufragio a una playa de Sicilis, recobró el ánimo al ver sobre la arena trazos de una figura geométrica: no se encontraba entre bárbaros sino entre gente libre e instruida.

Esto de buscar relacionar al todo con sus partes, podrá parecernos, a quienes nos dedicamos a la representación gráfica, lógico y razonable; sin embargo, para los primeros en darse cuenta de ello (Tales, Pitágoras) fue una revelación, algo tan perfecto y bello que se vinculó con cuestiones místicas del conocimiento, por ello decían: "no puede existir conocimiento de las cosas del Universo, si éstas no nos vienen dadas a través de la proporción".

Tal vez en sus mentes estaba el conocimiento de la única proporción que logra la armonía de las diferencias, la *Proporción Áurea*; bajo ella es posible que en un todo dividido en mayor y menor se establezca la igualdad de *menor* a *mayor* como de *mayor* a *todo*.

Posteriormente, para referirse a la teoría de proporción Paccioli hablará incluso de la "secretísima scienza", maravillado seguramente por la exactitud y los ritmos de la *Proporción Divina* a la que dedicó todo un libro ilustrado por Leonardo Davinci.

El tema de la llamada Proporción Áurea o Sección Áurea como patrón estético en la realización de diseños, es uno de los contenidos obligatorios para quienes nos iniciamos en carreras abrigadas bajo el nombre de Bellas Artes. Se nos enseñan las técnicas y los procedimientos geométricos para su realización y su uso, e incluso recibimos alguna información de su presencia en los edificios de la Grecia Antigua o en las grandes obras del Renacimiento; pero sin duda, lo más atractivo, dados los intereses del estudiante de Diseño Gráfico, es la efectividad de recurrir a este canon de proporción en la elaboración de trabajos de diseño.

Como prueba de esa efectividad podemos citar algunas imágenes corporativas, donde es evidente el soporte de la Sección Áurea.

Algunas de ellas son clásicas por venir representando a través de generaciones a poderosas empresas; tal es el caso de Chrysler. En otros, viejas e importantes compañías se hacen representar por imágenes diseñadas según este canon; este es el caso por ejemplo, del Banco Nacional de México. Igualmente, varias empresas jóvenes que en sus diferentes giros están ganando presencia, emplean este mismo canon; así tenemos a Walt Mart, Estrella Blanca y Cinépolis.

Según parece, la presencia de la Sección Áurea en trabajos de diseño asegura su aceptación, pero, ¿cómo explicarse este logro?

Un modo de hacerlo es con el argumento de la "tradición". Podría pensarse: «puesto que la presencia de la llamada Proporción Áurea ha sido permanente en la Pintura y en la Escultura desde el Renacimiento hasta por lo menos todo el siglo XIX, y puesto que su procedencia está en la cuna misma de la civilización, es justo hablar de ella como de una "tradición"». Cayó en desuso durante dos siglos, pero Zeysing la "redescubrió" hacia 1850.

Sin embargo, nada hay tan ajeno a la naturaleza del arte como la supuesta conservación de una tradición; hace tiempo se habría roto con ella. Podría defenderse este punto pretendiendo que esta ruptura ha tardado pero que finalmente se ha producido con el nacimiento del arte contemporáneo.

A este respecto se puede responder, que tal ruptura no ha podido suceder, no sólo por no existir esta supuesta tradición, sino porque aún en los trabajos artísticos contemporáneos se conservan las armonías y los ritmos propios de la Sección Áurea.

Habría que añadir también el dato de que este canon no ha sido exclusivo de la Civilización Occidental. Un pasaje de Herodoto revela que la igualdad entre las razones de altura e inclinación, e inclinación y área de las caras, en la pirámide de Keops (2733 a. de C.) da la Proporción Áurea. Por otra parte, Jámblico atribuye el descubrimiento de la Sección Áurea a los Babilonios, y su introducción a Grecia (hacia el siglo VI a. de C.) a Pitágoras. Además, estudios llevados a cabo por la arqueóloga mexicana Beatriz de la Fuente han puesto en evidencia la presencia de esta Proporción en la escultura Mesoamericana a partir del Horizonte Clásico Temprano, lo cual nos sitúa con los Olmecas que habitaban las costas del Golfo de México en los mismos años en que vivió Pitágoras.

ϕ

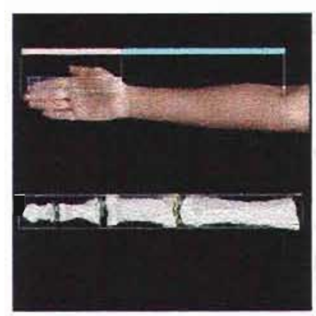
Estos indicios dejan entrever que la inclinación del ser humano por esta proporcionalidad en sus obras de arte, obedece a causas más profundas que las que impondría una supuesta tradición cultural.

Quizá una explicación encaminada a mostrar que esta inclinación del hombre se produce en acuerdo con la Naturaleza, no se halla tan apartada de lo cierto.

Es un hecho que en muchos organismos vivos está presente esta proporcionalidad. Es común citar el ejemplo de la concha del nautilus durante su desarrollo o las espirales que despliegan los estróbilos y en su flor el girasol, o la distribución de las coyunturas en las extremidades de los primates, la relación entre los ejes de muchos huevos, así como la forma pentagonal que exhiben algunos cactus y equinodermos.

Hacia el siglo VI a. de C., la armonía era más que la condición para producir objetos con resultados estéticos; la armonía era una doctrina vinculada a la matemática esotérica y a la mística del número, cuyo concepto matemático regente es la proporción geométrica.

Según refiere el filósofo neoplatónico Jámblico en su obra *La vida de Pitágoras*, fue en Crotona donde el Maestro pronunció un célebre discurso que dio nacimiento a la Orden que él mismo iba a encabezar; entre las frases de ese discurso encontramos esta promesa del Maestro a sus discípulos: ¡Conocerás, tanto como le es permitido a un mortal, que la naturaleza es semejante a sí misma desde todos los puntos de vista!



Veintiséis siglos después, Einstein postulará en su Física la Homogeneidad del Universo. Cien años antes Goethe confronta mente humana con Universo y conjetura que "lo que está dentro de ella también está fuera de ella", opinión apoyada por la Física Matemática actual.

Igualmente para el pensamiento filosófico contemporáneo, en su corriente biologisista, resulta natural que las estructuras concebidas en la mente humana casen con el comportamiento de los fenómenos.

Gustav Fechner, precursor de la Psicología física, realizó *estadísticos estéticos*, pidiendo a varias personas que eligieran, de entre diferentes rectángulos, aquel que les resultara más agradable, siendo el llamado Rectángulo Áureo el que tuvo mayor aceptación.

De estos acontecimientos se han percatado científicos y artistas, de ahí que en relación a la Sección Áurea, Kepler, que detecta su importancia en la Botánica, halla dicho que es "una joya preciosa: uno de los dos tesoros de la Geometría"[2].

El fraile franciscano y matemático renacentista Lucca Paccioli en su libro *De Divina Proportione* dice: "De sus dimensiones, explicadas en dicho lugar, siempre se podrá extraer, además de la utilidad, un gran deleite, según la índole de cada espíritu"[3]. Además, nos hace saber que las propiedades de la Proporción Divina son de una gran vastedad.

Zeysing en 1855 hace notar que: "Para que un todo, dividido en partes desiguales, parezca hermoso desde el punto de vista de la forma, debe haber entre la parte menor y la mayor la misma razón que entre la mayor y el todo"[4].

En una carta que Durero dirige a su amigo Pirkheimer nos aclara: "Porque esta Doctrina de las Proporciones, si es correctamente entendida, servirá no sólo a los pintores, sino también a los escultores en madera y piedra, a los orfebres, los fundidores y a los alfareros que amoldan objetos del barro, así como a todos aquellos que desean fabricar figuras"[5]. En el siglo XV aún no existía el término Diseñador Gráfico, pero la alusión es más que clara.

Dan Pedoe en *La geometría en el arte* enfatiza la revelación: "El secreto de las proporciones no parece residir en las formas en sí, sino en la relación que existe entre ellas"[6]

[2] Pedoe, Dan *La geometría en el arte* Ed. Gustavo Gili Colección Punto y línea. Barcelona, España 1982 p.63
[3] Pacioli, Luca *Divina Proporción* Ed. Akal Madrid, España 1991
[4] Ghyka, Matila C. *Estética de las proporciones* Bousquet, Buenos Aires, Ed. Poseidón 1968.
[5] Pedoe, Dan Op. cit. pag. 40
[6] Pedoe, Dan Op. cit.

Leyendo estas citas podemos hacernos una idea del impacto que causó, en quienes las elaboraron, el descubrimiento y exitosa aplicación de la Sección Áurea.

Algo interesante de trabajar con la Sección Áurea es descubrir los ritmos que ella guarda; es un quehacer agradable que siempre nos ofrece nuevas posibilidades, con resultados que estimulan el placer estético. Dispongámonos ahora a percibir el comportamiento de algunas figuras en las que está implicada la Sección Áurea, que más adelante conoceremos a profundidad.

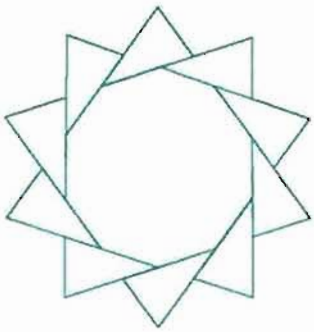
Cierto es que en la bibliografía consultada no se encontraron las figuras que ahora se presentan como entidades particulares, no obstante, éstas están contenidas en el pentágono regular y basta iniciar la unión ordenada de puntos y líneas dentro de él, para ir descubriéndolas. En varias ocasiones veremos que los nombres de estas figuras son el resultado de las sensaciones, ideas u objetos que evocan.

Ante los ojos de un diseñador gráfico tan acostumbrado a juegos de luces y sombras, colores brillantes, disposiciones atractivas de imágenes y formas, estas figuras geométricas podrán parecer poco interesantes; sin embargo, nada más alejado de la simpleza y sí muy próximo a la estética como estas figuras que de manera práctica pueden ser tomadas como estructuras básicas de diseños cuyos resultados serán nada despreciables.

2.2 Algunos Ritmos de la Sección Áurea

PENTACICLO

En esta primera figura vemos claramente la presencia de dos pentágonos regulares, uno invertido con relación al otro, que se originan a partir de la traslación de los cinco triángulos isósceles en los que la base de cada uno de ellos asienta en uno de los lados del que le precede.

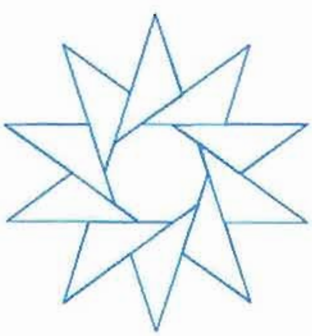


ACOPLAMIENTO

En esta figura, la ilusión óptica que se produce es: el entretejido de los triángulos, que con este movimiento dan origen a un decágono regular que genera un ritmo más pausado; la fuerza que aquí se acentúa es la centrífuga. Dependiendo de la óptica personal, produce la sensación de abertura o cierre, tal vez como el diafragma de un lente fotográfico.

SOLIS

A pesar de que también en esta figura se hace uso de triángulos isósceles del mismo tipo que en las anteriores, notemos que aquí se da una superposición entre ellos, lo que provoca la sensación de movimiento, sólo que más dinámico, si se le compara al producido por las otras.



VÓRTICE

Lo agradable de esta figura radica en el ritmo armónico y periódico con el cual se desplaza el módulo usado, es decir, el triángulo isósceles; su desplazamiento gradual y uniforme genera además, no sólo deleite visual sino que produce sensaciones de movimiento, sólo que aquí más marcado dado el número y la disposición de los triángulos; nótese entonces la presencia de una fuerza centrífuga y de una fuerza centrípeta que en torno a su punto de atracción genera la figura de un decágono regular.

MISERICORDIAS

Esta figura es muy agradable, parece ser la síntesis de las anteriores, el módulo base sigue siendo un triángulo isósceles, su base es mayor en relación a sus otros lados, el ritmo radial y más continuo produce la sensación de movimiento, y el que los módulos se superpongan uno a otro, produce además, la ilusión óptica de aumentar su dimensión, como si el decágono al centro, ejerciera una fuerza tal de atracción que levantara a partir de su parte media a los triángulos.

HAROS

Esta figura está formada por diez triángulos isósceles. Observemos la naturalidad con la que los vértices del decágono interior quedan posicionados en puntos de las bases de los triángulos que las dividen, provocando una sensación envolvente.

TRENZA

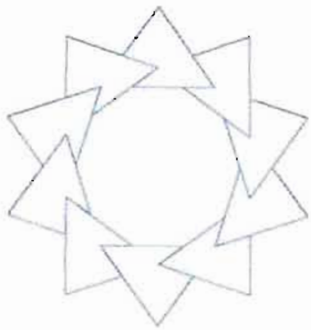
Aquí vemos entretejidas dos bandas pentagonales, formadas a partir de diez trapecios irregulares, que debido a su disposición dan origen a un decágono regular situado al centro.

TUERCAS

En esta figura, sin relleno, podemos observar más claramente la presencia de dos pentágonos invertidos que se sobreponen, de cuyos puntos de intersección se derivan triángulos isósceles que se suceden de tal forma que dan origen a un decágono interno; las bases de los otros diez triángulos más pequeños, asientan exactamente sobre los lados de los triángulos anteriores y forman además un decágono mayor.

DIAFRAGMA

Ahora vemos una figura formada, también, a partir de triángulos isósceles pero diferentes a los antes trabajados, sus ángulos internos son de 54°,54° y 72°; el decágono formado al centro es más pequeño por lo que da la impresión de ser una figura más "cerrada"; comprenderemos más adelante que aunque estos triángulos sean diferentes, está presente en ellos, y en su disposición la Sección Áurea.

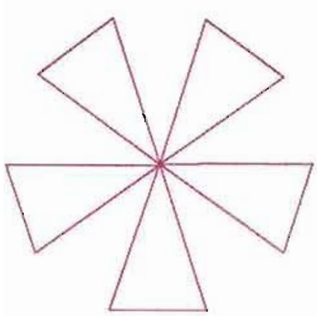


HELIOS

Nuevamente están presentes en esta figura los triángulos antes mencionados, sólo que de menor dimensión, su movimiento giratorio es hacia la derecha y el punto donde asienta un vértice de cada triángulo, se sitúa al interior del triángulo siguiente. Como resultado de esta organización, se forma al interior un decágono.

DECACICLO

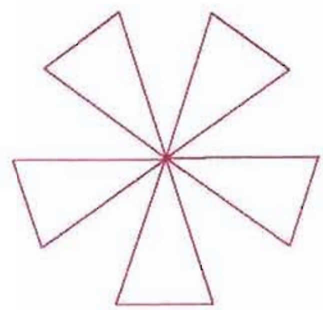
Nuevamente la presencia de dos bandas pentagonales, sólo que en esta ocasión las vemos formadas a partir de triángulos isósceles que se sobreponen entre sí; la base de cada uno caería sobre un lado del otro si no fuera porque se interpone un tercero, que pertenece al otro pentágono. En sí, lo que vemos es la fusión de dos *pentaciclos* entrelazados.



MOLINO

A pesar de su sencillez, esta figura es igualmente agradable a los ojos; está formada a partir de cinco triángulos isósceles que giran en torno a un eje común donde se reúnen los vértices del ángulo menor de cada triángulo; aunque el movimiento es evidente, la dirección en la cual se efectúa no está definida. Eso la hace más interesante.

Para concluir este apartado, se muestran sólo a manera de ejemplos, algunas aplicaciones prácticas, en cartel e imágenes corporativas, de las figuras antes analizadas. Al lado de cada trabajo presentamos la figura que se empleó para su realización.



MOLINO es la figura que se trabajó en este diseño; en ella ya percibíamos la sensación de movimiento, pero al curvear sus lados, este sentir incrementa. Los conceptos bases para este trabajo eran vitalidad y energía, y nada más próximos a ellos que el movimiento.

Para esta imagen de una fotomecánica se empleó la figura llamada HAROS, que por su efecto envolvente unidireccional semeja al diafragma de un lente forográfico. Se optó por una presentación en negativo para lograr la unión entre concepto e imagen; por otra parte, con este tratamiento, podemos observar la evidente presencia de un triángulo iscósceles que más adelante conoceremos a detalle.

En esta imagen que identifica una línea de ropa, vemos claramente el empleo de la figura TUERCAS; la estrella que se forma al centro, no es más que la consecuencia de unir puntos dentro de la misma figura.

*

La figura empleada para este cartel es SOLIS trabajada de manera entretejida; en este trabajo en particular la figura funciona como geometrización del sol, dado que es un cartel que anuncia actividades a desarrollarse al aire libre durante el verano.

Luego de observar estas figuras podemos comprender que la idea de armonía consiste en una afluencia de elementos y en una simultaneidad entre unos y otros que da como resultado un estado que es expresión del todo. La armonía es la oportuna y auténtica presencia de elementos que al unísono conforman la belleza.

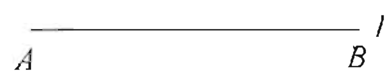
Para profundizar en la armonía que vemos en estas figuras, es indispensable, como ya se ha dicho, analizar cuidadosamente los triángulos modulares que observamos en la mayoría de ellas. Para esto es necesario sujetarnos a las definiciones precisas de los conceptos involucrados cuya presentación veremos en seguida, no sin antes hacer la petición de que el desánimo no nos toque, pues aunque las cuestiones y términos que iremos viendo parezcan ajenos a nuestro quehacer, en realidad no lo son tanto y, por el contrario, el conocerlos nos ayudará a servirnos al máximo de la Sección Áurea. Además, de los únicos conocimientos que precisamos es de aquellos obtenidos durante nuestro bachillerato.

2.3 ¿Qué es el Número de Oro?

El *Número de Oro* es la representación numérica de la Sección Áurea; gracias a él es posible la división de un segmento en dos partes desiguales, de tal manera que entre la parte menor del segmento y la mayor exista la misma proporción que entre la parte mayor y todo el segmento.

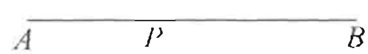
El Número de Oro surge de la igualdad entre las *razones media y extrema* en que un punto divide a un segmento. A fin de recordar qué razones son éstas, es necesario precisar algunas ideas.

Empecemos por suponer que en una recta l fijamos dos puntos cualesquiera A y B.



La porción de l que queda intermedia entre A y B es un segmento de recta, cuya longitud denotaremos como $\overline{AB}$.

Sobre el segmento se pueden seleccionar infinidad de puntos al azar; siempre que escojamos uno, digamos P, el segmento quedará dividido en dos subsegmentos AP y PB.



Y es en función de las dos longitudes $\overline{AP}$ y $\overline{PB}$ de los subsegmentos, y de la longitud total del segmento $\overline{AB}$, que se definen las razones media y extrema. Así, *la razón media, r, en la que el punto P divide al segmento AB se obtiene dividiendo a $\overline{AP}$ entre $\overline{PB}$*; es decir,

$$r = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$$

La razón extrema, R, en la que P divide al segmento AB, es el cociente que se obtiene al dividir $\overline{PB}$ entre $\overline{AB}$; es decir,

$$R = \frac{\overline{PB}}{\overline{AB}}$$

Decimos que el segmento AB *está divinamente proporcionado por el punto P* cuando las razones media y extrema coinciden; es decir, cuando se cumple la igualdad

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{AB}} \ldots (1)$$

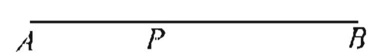
En tal caso daremos a r (o a R) el nombre de *Razón Áurea, Proporción Divina o Número de Oro,* nombres que en adelante emplearemos de modo indistinto.

2.3.1 Determinación numérica del Número de Oro

De acuerdo con lo anterior tenemos que, al suceder la igualdad (1), el Número de Oro es cualquiera de los cocientes que aparecen en ella o, lo que es lo mismo, cualquiera de las razones r o R.

Observemos que en la definición del Número de Oro se encuentra contenido el hecho de que al ocurrir dicha igualdad queda fija una constante; esta constante es precisamente el Número de Oro. Es importante notar que esto ocurre siempre, independientemente del valor asignado a AB, dándose la igualdad (1); el número buscado está fijo y es el Número de Oro.

A fin de facilitarnos las cosas en el cálculo de esta constante, hagamos $\overline{AB} = 1$ en la siguiente figura.



y supongamos que P proporciona divinamente a AB. Si observamos el trazo, no hay duda de que:

$$\overline{AP} = \overline{AB} - \overline{PB} = 1 - \overline{PB}$$

Con esta información podemos reescribir en este caso la igualdad (1) como

$$\frac{1 - \overline{PB}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PB}}{1}$$

lo que simplificado es

$$1 - \overline{PB} = \overline{PB}^2$$

y haciendo algunos movimientos tenemos que

$$\overline{PB}^2 + \overline{PB} - 1 = 0$$

donde vemos la clara presencia de una ecuación de segundo grado de la forma

$$x^2 + x - 1 = 0$$

cuya incógnita es $x = \overline{PB}$. Para resolverla, apliquemos la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

con valores *a=1*, *b=1* y *c= -1* con lo cual obtenemos:

$$\overline{PB} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

De los dos valores para $\overline{PB}$ que nos ofrece la fórmula, descartaremos el que se obtiene de la raíz cuadrada con signo menos, puesto que da lugar a un número negativo, situación no aceptable ya que $\overline{PB}$ representa una longitud. Por lo tanto

$$\overline{PB} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

y la Razón Áurea viene a ser

$$\frac{\overline{PB}}{\overline{AB}} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

De aquí en adelante emplearemos la letra griega ϕ (phi minúscula) para referirnos a esta expresión numérica, cuyo valor es un número irracional, infinito, no períodico que empieza con las siguientes cifras 0.6180...

Podemos decir en conclusión que: *Cuando un punto proporciona divinamente a un segmento, la razón en que lo divide (la Razón Dorada) es*

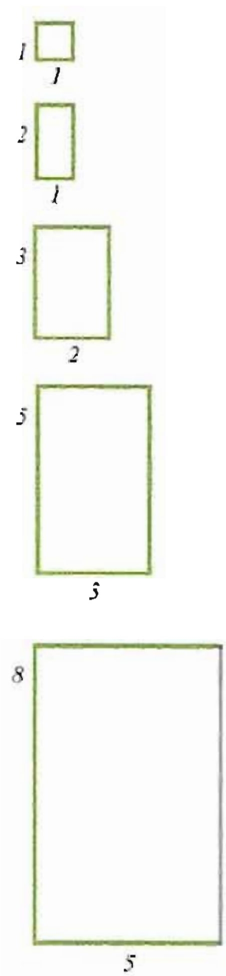
$$\phi = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

Teniendo presentes los conceptos anteriores tenemos las condiciones que permiten la inspección geométrica de los Triángulos de Oro Alfa y Beta que conoceremos en el apartado 2.3.3

2.3.2 Sucesión de Fibonacci

La Sucesión de Fibonacci (sobrenombre de Leonardo de Pisa) es una serie de números naturales cuyos primeros términos son el 0 y el 1; la particularidad de esta serie reside en el hecho de que cada uno de los términos sucesivos, se obtiene sumando los dos anteriores.

0, 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 , 89 ,144...



Si establecemos la razón de dos números consecutivos de la Sucesión de Fibonacci, la constante que tiende a establecerse es el Número de Oro.

$$\frac{0}{1},\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{5},\frac{5}{8},\frac{8}{13},\frac{13}{21},\frac{21}{34},\frac{34}{55},\frac{55}{89},\frac{89}{144}\rightarrow\phi$$

La representación gráfica de esta sucesión la hallamos en la figura del rectángulo, al establecer éstas razones mencionadas entre su largo y ancho. Lo mismo que la sucesión de cocintes tiende a *phi*, la sucesión de rectángulos aquí representados tiende al Rectángulo Áureo.

Para finalizar este apartado cabe mencionar que si miramos con atención el centro de un girasol, y contamos minuciosamente las espirales que siguen la dirección de las manecillas del reloj, es seguro que el resultado de la cuenta sea un número de la sucesión de Fibonacci, lo mismo ocurrirá con aquellas que giran en sentido contrario; por lo que si se dividen estos dos números, lo que se obtiene es una aproximación al Número de Oro. Esa es la razón por la cual, anteriormente se hizo mención del girasol y de otros organismos en los que en su desarrollo está presente la Sección Áurea.

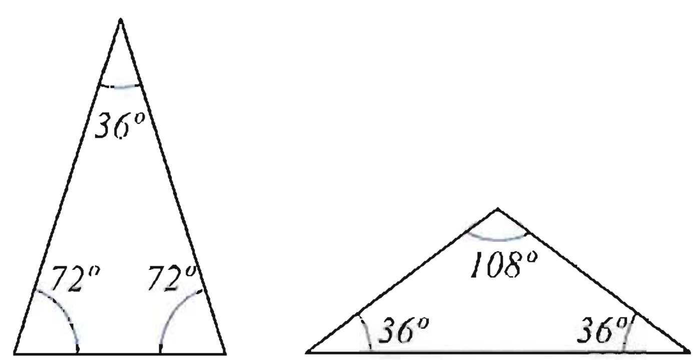
2.3.3 Triángulos de Oro Alfa y Beta

Alfa y Beta son dos triángulos especiales que llamamos de Oro porque en ellos, la razón que existe entre sus respectivos lados y bases es la Razón Áurea. El nombre de Alfa obedece a la semejanza de forma que existe entre este triángulo y la primera letra del alfabeto griego Alfa; siguiendo este orden alfabético la segunda letra es Beta , por ello llamaremos así a nuestro segundo triángulo a pesar de no guardar semejanza con la letra Beta. En el capítulo cinco conoceremos al Triángulo de Plata Gama, nombre de la tercera letra del alfabeto griego.

El Triángulo de Oro Alfa es un triángulo isósceles en el cual cada uno de sus ángulos iguales mide el doble de lo que mide el ángulo distinto.

Puesto que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°, esta definición implica que el ángulo de medida distinta es de 36° y, por consecuencia, cada uno de los otros dos mide 72°.

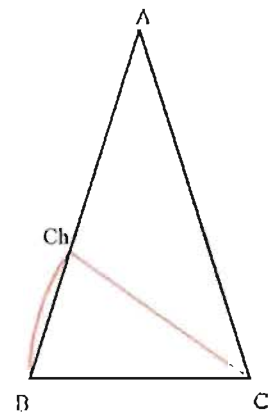
El Triángulo de Oro Beta es un triángulo isósceles cuyo ángulo distinto mide el triple de lo que mide cualquiera de los ángulos iguales.Esta definición permite inferir que los ángulos iguales son de 36° y que el ángulo distinto mide 108°.



Alfa *Beta*

Como veremos a continuación, el trazo adecuado de un segmento de recta dentro de cada triángulo, descubre dentro de éstos la presencia de otros dos, un Alfa y un Beta.

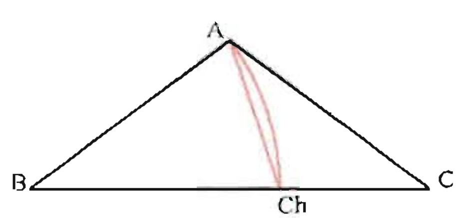
Pensemos que A, B y C son los vértices de un triángulo de oro Alfa, siendo A el vértice del ángulo de 36°. Si apoyamos el compás en C y lo giramos a partir de B hacia el lado AB del triángulo, ubicaremos sobre este lado un punto que llamaremos *Ch*. Uniendo *C* con *Ch* obtenemos la siguiente figura.



Su trazo implica que el triángulo *BCCh* también es isósceles. Entonces, los ángulos en su base son iguales, de modo que se tiene el ángulo *BChC* igual al ángulo *ChBC* y ambos miden 72° y el ángulo *BCCh* es igual a 36°: es decir, también *BCCh* es un triángulo de Oro Alfa.

Observemos ahora que la medida del ángulo *ACCh* se obtiene restando de los 72° que mide el ángulo *ACB* los 36° que mide el *BCCh*, lo cual deja otros 36°; puesto que también hay 36° en el vértice *A* del triángulo Alfa, podemos concluir que el triángulo *ACCh*, al tener sus dos ángulos agudos iguales , es isósceles y más todavía: es un triángulo de Oro Beta, pues a su tercer ángulo (el obtuso *AChC*) no le queda mas remedio que ajustarse a la medida de 108°, con lo cual queda satisfecha la definición del Triángulo de Oro Beta.

Supongamos ahora que *A*, *B* y *C* los vértices de un triángulo de Oro Beta, siendo *A* el vértice del ángulo de 108°. Si apoyamos el compás en *B* y giramos a partir de *A* hacia el lado *BC*, ubicamos un punto sobre este lado, mismo que designaremos con la letra *Ch*. Así tenemos la figura

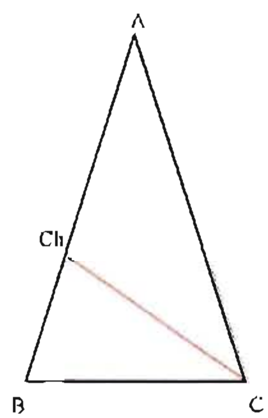


en la cual el triángulo $ABCh$ es isósceles; puesto que su ángulo $ABCh$ es de 36°, sus dos ángulos iguales quedan obligados a medir 72° cada uno, con lo cual queda satisfecha la definición del Triángulo de Oro Alfa.

Consecuentemente, el triángulo $ACCh$ es otro Triángulo de Oro Beta.

Con todo esto en cuenta, propongámonos hallar cuál es la razón que guardan los lados menores con los mayores en los Triángulos de Oro.

Retomemos para empezar, la primera de las figuras anteriores.



Como ya vimos, tanto ABC como $BCCh$ son Triángulos de Oro Alfa. Al ser semejantes estos triángulos también son proporcionales y, por lo tanto, al dividir la base de alguno de ellos por cada uno de sus lados iguales se obtendrá el mismo valor numérico que si esta operación se realiza en el otro triángulo. En símbolos esto queda expresado en la siguiente igualdad.

$$\frac{\overline{BCh}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \ldots (*)$$

Por otra parte, es claro que

$$\overline{AB} = \overline{ACh} + \overline{ChB}$$

además

$$\overline{ACh} = \overline{ChC} = \overline{BC}$$

por ser las longitudes de los lados iguales de los triángulos isósceles *ACCh* y *BCCh*. Como consecuencia de ambos datos se puede escribir

$$\overline{AB} = \overline{BC} + \overline{ChB}$$

lo cual permite replantear la igualdad (*) como

$$\frac{\overline{BCh}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BC} + \overline{ChB}}$$

de donde resulta la ecuación

$$\overline{BCh}^2 + \overline{BC} \cdot \overline{BCh} - \overline{BC}^2 = 0$$

misma que puede mirarse como una ecuación de segundo grado en la incógnita $x = \overline{BCh}$ y valores $a=1$, $b=1$ y $c=-1$

Resolviéndola mediante la aplicación de la fórmula general, se obtiene

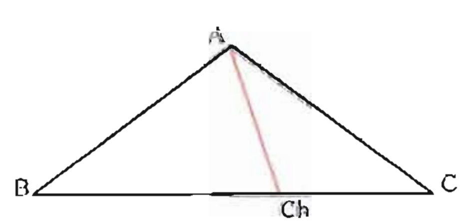
$$\overline{BCh} = \frac{-\overline{BC} + \sqrt{\overline{BC}^2 + 4\overline{BC}^2}}{2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\overline{BC} = \phi\overline{BC}$$

Por lo tanto

$$\phi = \frac{\overline{BCh}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

lo cual significa que la base y los lados iguales del Triángulo de Oro Alfa están en Proporción Áurea.

Para hacer la indagación correspondiente al Triángulo de Oro Beta, reconsideremos su figura con el trazo del segmento que lo triangula en un Alfa y un Beta.



Queremos saber cuánto se obtiene al dividir cualquiera de sus lados iguales por su base. Puesto que también $ACCh$ es un triángulo de Oro Beta, da lo mismo efectuar esta operación en ABC que en $ACCh$, ya que ambos triángulos son proporcionales. Esto es lo que expresa la igualdad

$$\frac{\overline{ACh}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

Obsérvese que ACh es la base del triángulo de oro Alfa $ABCh$. Debido al resultado que acabamos de obtener, tenemos que

$$\frac{\overline{ACh}}{\overline{AB}} = \phi$$

Pero $\overline{AB} = \overline{AC}$; por lo tanto

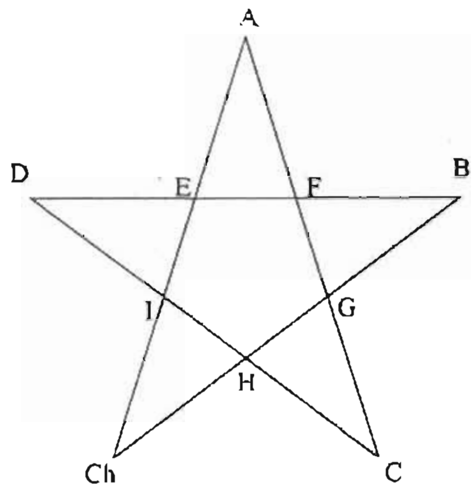
$$\frac{\overline{ACh}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \phi$$

lo cual significa que los lados iguales y la base de un triángulo de oro Beta están en Proporción Áurea.

2.3.4 Empleo de los Triángulos de Oro

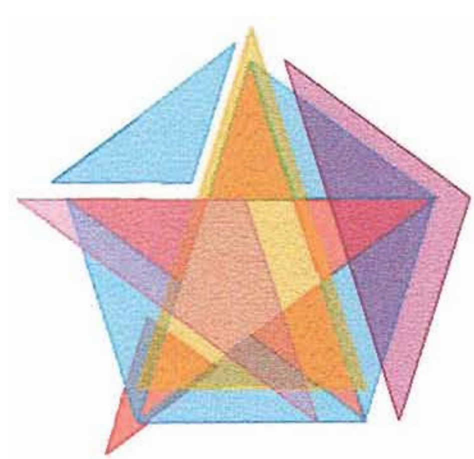
Con todo esto en mente, sería interesante volver a las figuras comentadas en el apartado 2.2. Advertiremos ahora la facilidad con que se reconocen en ellas los segmentos en Proporción Áurea que forman los elementos geométricos compositivos. Para empezar observemos la presencia de los triángulos Alfa y Beta en los estrellamientos básicos del pentágono y del decágono regulares.

Una vez que se ubican sobre la circunferencia los vértices de un pentágono regular, si en lugar de unirlos consecutivamente se los une alternadamente, se obtiene una estrella que es, por esto, "estrellamiento del pentágono regular", el "pentágono regular estrellado", "pentagrama místico" o "pentalfa", que fue emblema del pitagorismo. Para facilitar esta observación, se han designado con letras a los vértices y puntos de intersección de una pentalfa.



Pentalfa

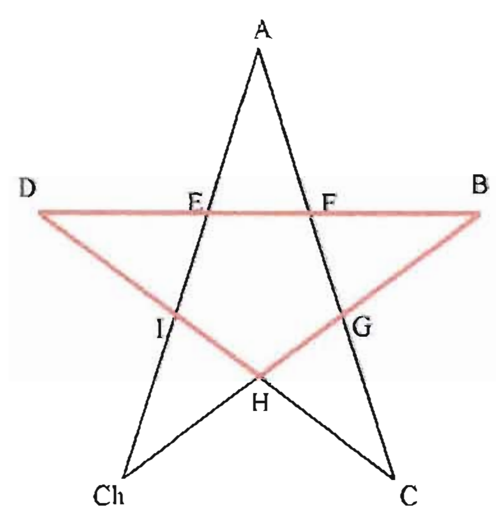
La presencia de los Triángulos de Oro Alfa y Beta es evidente; identificarlos dentro del pentágono regular y su estrellamiento Pentalfa, es sin duda un ejercicio muy agradable.



Hagamos ahora algunas observaciones:

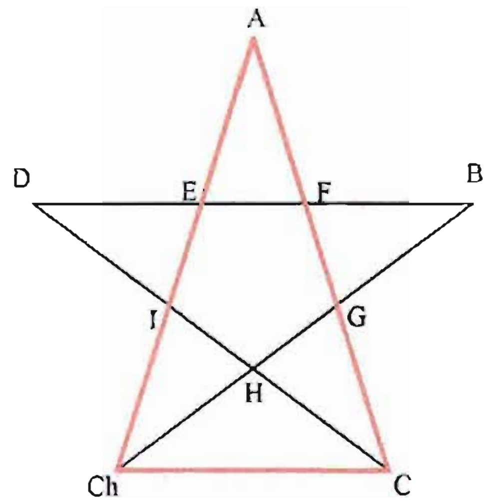
1ª En primera instancia, se observan cinco triángulos Alfa situados cada uno en cada lado del pentágono central, formando las crestas de la estrella. Consecuentemente con lo que para este triángulo acaba de ser visto, el lado de este pentágono central es a cada lado de cada cresta, según la Proporción Áurea.

2ª Si fijamos la atención en cualquier par de estos triángulos que no sean adyacentes y prolongamos los lados de sus crestas hasta intersectarse, advertimos la presencia de triángulos Beta, tal como el formado por los puntos DBH; entonces, segmentos como, el DH o el HB están en Proporción Áurea con los lados de la estrella.



Pentalfa con Triángulo Beta

3ª También, si atendemos un sólo triángulo Alfa y prolongamos sus lados iguales hasta llegar a las puntas de las dos crestas adyacentes que tienen enfrente y si cerramos el lado del pentágono regular determinado por estas puntas, obtenemos otro triángulo Alfa, tal como el $ChAC$. En vista de lo anterior, puede asegurarse que la Razón Áurea va del lado de un pentágono regular al lado de su estrellamiento.



Pentalfa con Triángulo Alfa

4ª Finalmente, observemos que cuando se cierra alguno de los lados del pentágono, tal como el CCh, queda formado también un pequeño triángulo Beta, como el $CChH$. Esto implica que la razón que guarda el lado de cada cresta del estrellamiento con el lado del pentágono es la Razón Áurea.

Estas observaciones permiten entender cómo se da la distribución de puntos sobre cada lado del pentágono estrellado. Tomemos, por ejemplo, el lado BD y denotemos por $\overline{BD}$ a la longitud del mismo. En vista de la primera observación y empleando el simbolismo matemático, se tiene que

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{FB}} = \phi$$

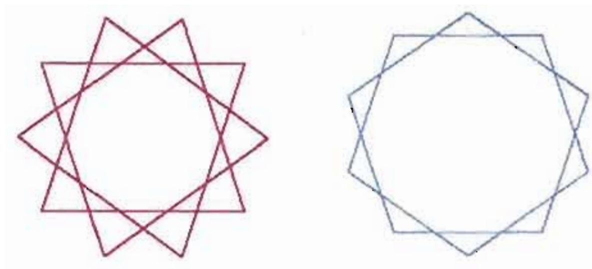
La última observación, por su parte, permite asegurar que

$$\frac{\overline{FB}}{\overline{BE}} = \phi$$

en tanto que la segunda observación afirma que

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{BD}} = \phi$$

De manera similar se pueden analizar los estrellamientos que sufre el decágono regular, dos de los cuales se muestran a continuación:



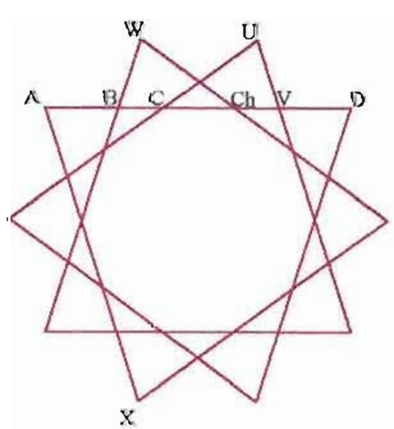
Estrellamientos del decágono

Debido a esta similitud no es necesario justificar exhaustivamente por qué los segmentos que se indican a continuación guardan entre sí la Proporción Áurea. Para ello basta mirar con atención las figuras y esperar a que el ojo se acostumbre a detectar ambos tipos de triángulo en ellas.

Así, sobre cada lado del estrellamiento que se muestra a continuación ocurren las relaciones indicadas para el lado marcado con algunas letras que, al azar, ha sido seleccionado:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{CCh}} = \frac{\overline{CCh}}{\overline{BCh}} = \frac{\overline{BCh}}{\overline{ACh}} = \frac{\overline{ACh}}{\overline{AD}} = \phi$$

Se justificarán solamente dos de estas razones, para dar una idea de cómo justificar las demás.



Decágono Estrellado

Veamos, entonces, por qué

$$\frac{\overline{CCh}}{\overline{BCh}} = \phi$$

El triángulo $CChU$ es un triángulo Beta, por lo que se tiene:

$$\frac{\overline{CCh}}{\overline{CU}} = \phi$$

Ahora bien, CU es uno de los lado iguales del triángulo Alfa CUV, que es idéntico al triángulo $BWCh$, del cual BCh es uno de los lados iguales; entonces, $\overline{BCh} = \overline{CU}$, y de aquí que se tenga la igualdad que se está justificando.

Ahora, por qué

$$\frac{\overline{ACh}}{\overline{AD}} = \phi$$

Obsérvese que el triángulo $AChX$ es un triángulo Alfa, del cual ACh es su base; consecuentemente, se tiene que

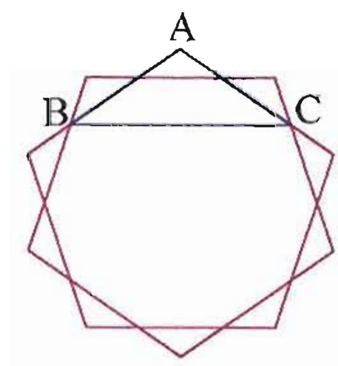
$$\frac{\overline{ACh}}{\overline{AX}} = \phi$$

y claramente, $\overline{AX} = \overline{AD}$, porque AX y AD son los lados del estrellamiento que se analiza; con lo que la igualdad queda justificada.

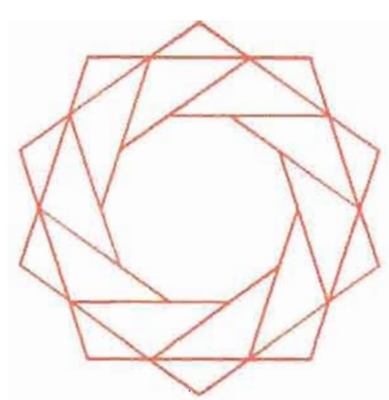
Estas observaciones pueden parecer fastidiosas y hasta ociosas, por lo que es oportuno decir que la mayoría de la figuras mostradas casi al principio del capítulo 2, han surgido de los estrellamientos del decágono, y que las relaciones que entre sí guardan sus partes son las que aquí estamos observando. Cuando estas figuras son empleadas en la realización de un diseño, es conveniente tener en cuenta dónde están ubicados los puntos de oro de sus distintos segmentos a fin de distribuir los elementos compositivos con relación a ellos.

Para mostrar cómo se pueden obtener, a partir de estos estrellamientos, algunas figuras, entre ellas las mostradas en el apartado 2.2, retomemos una vez más el estrellamiento antes analizado. Nótese que el decágono central que se aprecia en él, se obtiene con la intersección de los lados de dos pentágonos congruentes, uno de los cuales está ligeramente rotado con relación al otro.

Quedémonos con el estrellamiento que estos dos pentágonos inducen, Observemos que cada lado de un pentágono intersecta a dos del otro. Si desde un vértice seguimos por ambos lados hasta detenernos en la segunda intersección, queda determinado un triángulo Beta como el que tiene por vértices A, B, C en la figura que se muestra.

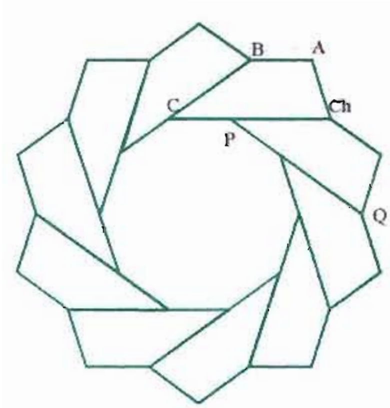


Es claro que sobre la figura quedan determinados diez de estos triángulos. Si se recorren los vértices del decágono en sentido contrario al de las manecillas del reloj yendo en cada paso de un pentágono al otro pentágono, y si al estar situados en cada vértice se dibuja de derecha a izquierda la base del triángulo Beta correspondiente deteniendo el trazo justo en la intersección con la base del triángulo que sigue en este recorrido, se obtiene la figura denominada "tuercas"



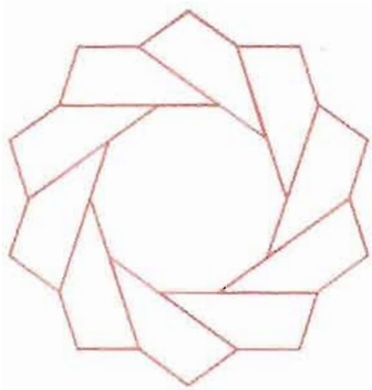
Tuercas

Finalmente, si se borran los segmentos centrales de los lados de los pentágonos, queda configurada una trenza.



Trenza

Es claro que si el recorrido anterior se efectua en sentido de las manecillas del reloj, se obtiene una trenza simétrica a la que quedó dibujada.



Trenza Simétrica

Ahora resulta fácil corroborar que los diez trapecios que fungen como módulo de la figura guardan, entre sí mismos y entre sí, la Proporción Áurea. Para el que ha sido seleccionado en la figura se tiene:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CCh}} = \phi$$

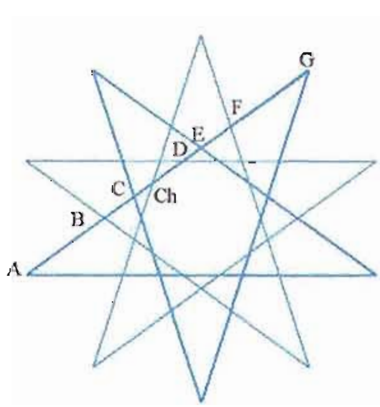
la clave de esto la da justamente el segmento BCh que acaba de ser borrado. El trazo de este segmento pone en evidencia la presencia de los dos triángulos Beta: El $ABCh$ y el $BCCh$, de cuyas razones resulta la proporción establecida. Además, puede asegurarse que la incidencia del lado de longitud intermedia de cada trapecio sobre la base del que sigue, se ajusta a esta proporción. De acuerdo con la figura que se analiza, esto quiere decir que

$$\frac{\overline{PCh}}{\overline{CCh}} = \phi$$

Para justificar esto basta considerar el trazo del segmento ChQ que deja al descubierto al triángulo $PChQ$, idéntico al $BCCh$.

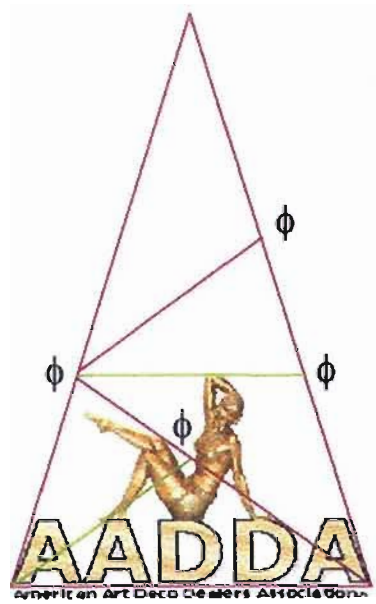
Para finalizar esta parte, se exhibe el estrellamiento del decágono, que se obtiene uniendo de cuatro en cuatro sus vértices, llamado también "estrella flamígera". Se anotan a continuación algunas razones que sobre sus lados dan ϕ, que no se justifican para no hacer más extenso y repetitivo el trabajo.

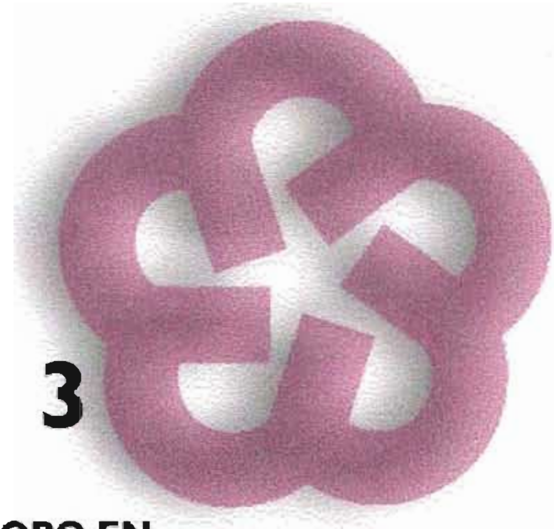
$$\frac{\overline{CCh}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BCh}} = \frac{\overline{BCh}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{ACh}} = \frac{\overline{ACh}}{\overline{AF}} = \phi$$



Estrella Flamigera

A continuacón presentamos dos imágenes corporativas en cuyo trabajo de diseño se empleó, en una, el Triángulo de Oro Alfa y en otra, la Estrella Flamígera contenida en el decágono regular.



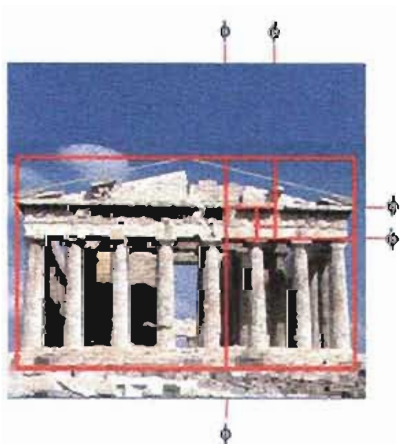


CAPÍTULO 3

EL NÚMERO DE ORO EN EL ARTE Y EL DISEÑO GRÁFICO

La presencia de la Sección Áurea o Proporción Divina, ha sido una constante en el entorno, el pensamiento y la creación del hombre. El empleo continuo que de ella se hace, obedece al hecho de obtener resultados no sólo gratos a la vista por las sensaciones de armonía que produce, sino también porque las posibilidades se multiplican indefinidamente, es decir, existe una *continuidad infinita* sin alterar nunca la relación existente entre las partes y de estas con la totalidad de la obra; para confirmar lo anterior, realicemos un recorrido visual por algunas de las expresiones artísticas que han empleado este canon de belleza en sus obras.

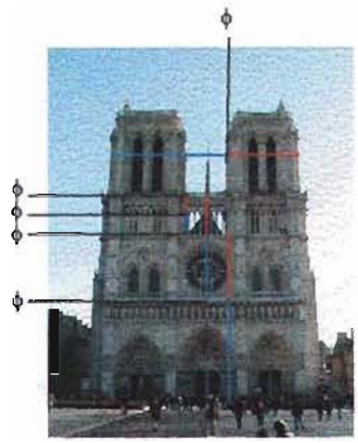
3.1 El Número de Oro en Arquitectura



El primer ejemplo lo tomamos de la Grecia Antigua, en la fachada del *Partenón;* delimitándola con un rectángulo, podemos observar que la relación que existe entre la altura del edificio y su base es tal, que el rectángulo mencionado es el conocido con el nombre de Rectángulo Áureo[1]; pero eso no es todo, los puntos donde asientan las columnas centrales, están marcados por los puntos áureos de la longitud de la base; la altura del cornisamento del edificio está en relación con la altura del mismo, igual sucede con respecto al friso y el arquitrabe; e incluso la constante entre las dimensiones y los espacios que adornan el friso es: el Número de Oro. Nótese también la presencia de un triángulo Beta en el frontón del edificio.

[1] Para la construcción del Rectángulo Áureo consultar el Anexo 1.

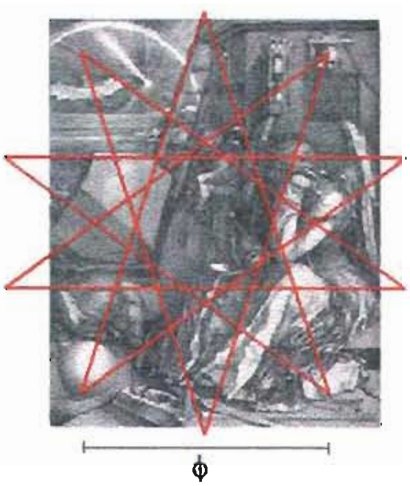
En la fachada de la *Catedral de Notre Dame*, formada por varias secciones, observamos claramente un crecimiento o decrecimiento, siempre armónico y proporcional entre ellas. Con ayuda de los trazos marcados, vemos que a partir del Punto de Oro de cada segmento, empezando por el mayor, las dimensiones de los cuerpos de la Catedral se hayan determinados por la Proporción Áurea.



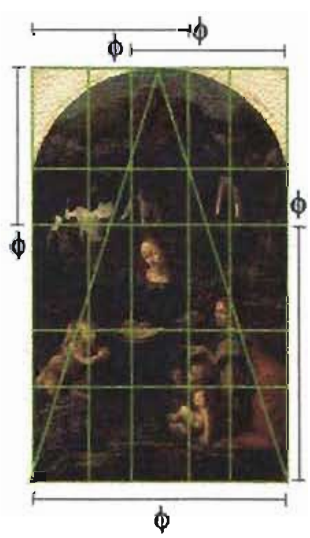
He aquí dos ejemplos de Arquitectura de dos estilos diferentes y que sin embargo comparten un elemento en común, lo cual nos invita a ser más observadores y disfrutar el ejercicio de constatar la presencia o no de la Sección Áurea; tal ejercicio se puede aplicar sin ir muy lejos, sobre la fachada del Palacio de Minería, ubicado en la calle de Tacuba en esta Ciudad de México.

3.2 El Número de Oro en Pintura

Fue durante el Renacimiento y en especial en los trabajos del alemán Alberto Durero y de Leonardo Da Vinci, donde se hizo muy patente el trabajo minucioso con la Sección Áurea; de hecho, fue el maestro Leonardo quien ilustro el libro de Luca Paccioli, y fue este último quien enseñó a Durero mucho con respecto al tema. Veamos y analicemos algunas de sus obras.
Para empezar tenemos *Melancolía* de Durero; durante el Renacimiento, solía creerse que el estado melancólico guardaba identidad con el carácter creativo del artista.



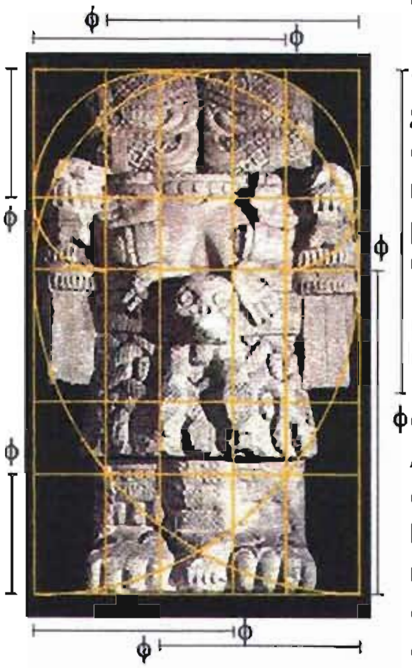
Si suponemos que esta estrella, guarda gran semejanza con las figuras que analizamos en el apartado 2.2 del capítulo 2, no erramos en lo mínimo, de hecho muchas de ellas surgieron a partir de este trazo, sobra entonces la explicación y basta sólo con observar y comprobar, cómo concuerdan imágenes y trazos geométricos.



En esta pintura de Leonardo Da Vinci, *La Virgen de las rocas*, podemos constatar que la razón que existe entre la altura del rectángulo envolvente, y la base del mismo, da el Número de Oro; lo cual induce la presencia de puntos áureos donde se sitúan elementos importantes de la obra; en uno de ellos se ubica el ojo del niño y en otro, el hombro del ángel; por otra parte, también observamos la presencia de un triángulo de los que llamamos Alfa, y sin sorpresa pero con agrado vemos cómo, sobre todo en la figura del ángel, los trazos se ajustan a uno de los lado del triángulo; y si sobre esta pintura, se trazara una estrella flamígera, veríamos cosas igualmente interesantes.

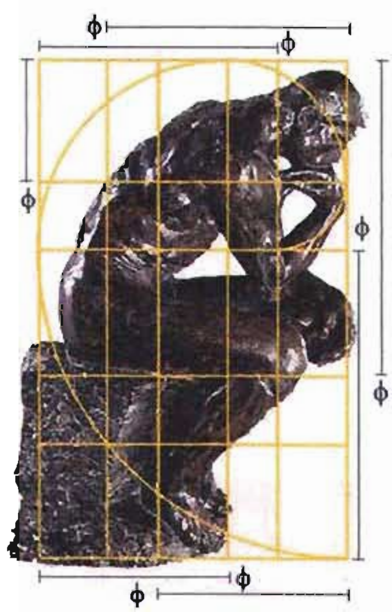
3.3 El Número de Oro en Escultura

Pasemos ahora a la Escultura. Aquí, como en Arquitectura, el trabajo es tridimensional, pero a diferencia de aquella que nos ofrece planos precisos de magnitudes y por lo tanto de proporciones externas e internas, la Escultura, al ser de menor magnitud, ofrece muchas más perspectivas y si bien es cierto que el escultor también se vale de trazos previos, los diferentes puntos de observación de la obra pueden hacer variar las proporciones; sin embargo, para difusión de este tipo de trabajos, se emplea la fotografía, y es sobre ella donde más concretamente haremos el análisis.



En primer lugar tenemos la presencia de una escultura de gran belleza, acerca de la cual se ha dicho y escrito gran cantidad de cosas, dada la cosmogonía en ella planteada; nos referimos afortunadamente a un trabajo de origen prehispánico, concretamente azteca: "la mal llamada Coatlicue"[1], para emplear las palabras del investigador Rubén Bonifaz Nuño.

En esta escultura monumental podemos apreciar con gran emoción que el rectángulo envolvente es un Rectángulo Áureo y que varios de los puntos y líneas claves, efectivamente señalan partes importantes de la escultura, lo más conmovedor es ver cómo la espiral, cuyo trazo nos enseñan en geometría y diseño, y que deriva de apoyar el compás en los puntos áureos, delimita con precisión la disposición de las dos cabezas de serpientes.



La pieza que ahora nos ocupa es de manufactura francesa del siglo XIX, su realizador fue Augusto Rodin, nuevamente tenemos como trazo envolvente al rectángulo áureo, que con la proyección de sus punto de oro de base y altura, nos permite apreciar la proporción de la escultura.

La figura de *El Pensador*, desde el pie derecho, hasta su brazo izquierdo parece envolverse con la espiral del rectángulo que dirige la curvatura de la espalda, también vemos que las coyunturas son tocadas por los puntos áureos del mismo.

Las obras de arte aquí presentadas, no son más que un pequeño ejemplo de análisis, a propósito del tema que nos ocupa; podríamos seguirnos y descubrir aún con asombro, cosas interesantes.

---

[1] Bonifaz Nuño, Rubén *Escultura Azteca en el museo de Antropologia* Ed. Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F. 1989

Hemos visto con agrado que la Sección Áurea no es pues, una cuestión de cultura o temporalidad, o de una disciplina en especial. Esta proporción está presente en la naturaleza, y lo que ha hecho el hombre sólo ha sido descubrirla, estudiarla y usarla en sus creaciones para comunicarse de una forma más agradable; como si la Naturaleza, experta creadora, compartiera con su criatura pensante, uno de los secretos de la belleza.

Hasta ahora sólo hemos marcado la presencia de la Sección Áurea en tres de las Bellas Artes. No obstante, tenemos que hacer notar que esta proporción ha sido encontrada y estudiada en otras manifestaciones artísticas.

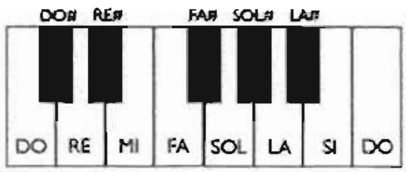
3.4 El Número de Oro en Cine

Pasemos ahora a la pantalla grande, el Cine. Si pensamos en una película como una sucesión de imágenes fijas, podríamos decir que basta con implicar al Número de Oro en la distribución de los elementos que aparecen en cada una de ellas para hablar de la presencia de la Sección Áurea en el Cine; vemos que esa es una posibilidad, sin embargo, Serguei Eisenstein, el director de *La Huelga* y *El Acorazado Potemkin* fue más allá, justo en esta película, donde nos plantea el amotinamiento de los marinos del Acorazado, el cineasta ruso no sólo secciona en cinco *actos* su obra, a manera de las tragedias clásicas, sino que además, muy próximos a los que podríamos llamar los puntos *áureo-temporales* de cada una de las partes, se desarrollan las escenas más intensas de ese film, como aquella ya clásica de las gradas de Odesa.

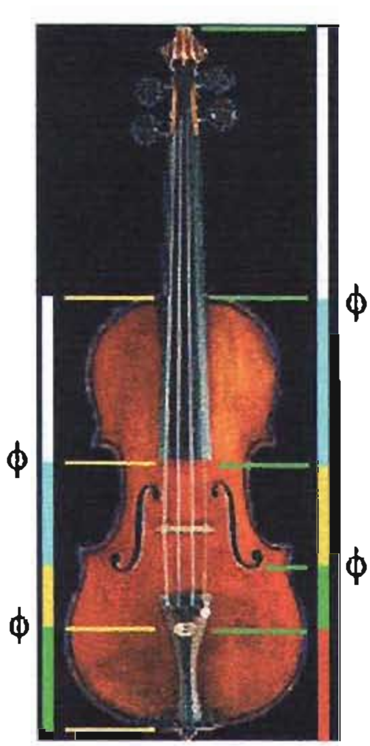
3.5 El Número de Oro en Danza

Por lo que a la Danza se refiere, el coréografo Rudolf von Laban, observó que el despliegue de movimientos realizados por un bailarín, genera desplazamientos de 72°, medida angular que no nos resulta ajena pues sabemos que corresponde a uno de los ángulos del triángulo de Oro Alfa y al ángulo central del pentágono; por lo que podemos deducir que de alguna manera, se hace presente la Sección Áurea.

3.6 El Número de Oro en Música



En cuanto a la Música concierne, encontramos referencias que nos indican el estudio que ya realizaba en torno al tema, Pitágoras; quien descubrió que la armonía de los sonidos, producida por las vibraciones de las cuerdas de una lira, viene dada por la relación de proporción entre las longitudes de éstas; como resultado de tal observación surgió la *escala pitagórica diatónica* (do, re, mi, fa, sol, la si), cuya nota *sol*, corresponde a una longitud 2:3 lo que se aproxima a ϕ.



Según cálculos realizados, el Número de Oro está presente en la obra *Sensemayá* del compositor mexicano Silvestre Revueltas[3]. Se sabe además, que en varios sonetos para piano de Mozart, la proporción que existe entre el desarrollo temático y la introducción del mismo es cercano a la Proporción Áurea; es decir, que esta proporción no sólo puede ser vista, sino oída.

Continuando con el Número de Oro en Música, hemos de mencionar que también se hace presente en la fisonomía de los instrumentos que la generan, en la relación que guardan sus partes componentes. Incluso, si prestamos atención al teclado de un piano, veremos cómo tanto las teclas negras como las blancas se encuentran agrupadas en series de 2, 3, 5, y 8, lo que nos remite a la sucesión de Fibonacci y por lo tanto al Número de Oro.

[3] Cuen, López Ana Leticia La proporción áurea en la música del siglo XX, análisis estructural de obras musicales. ENM, UNAMMéxico D.F. 2000.

3.7 El Número de Oro en el Diseño Gráfico

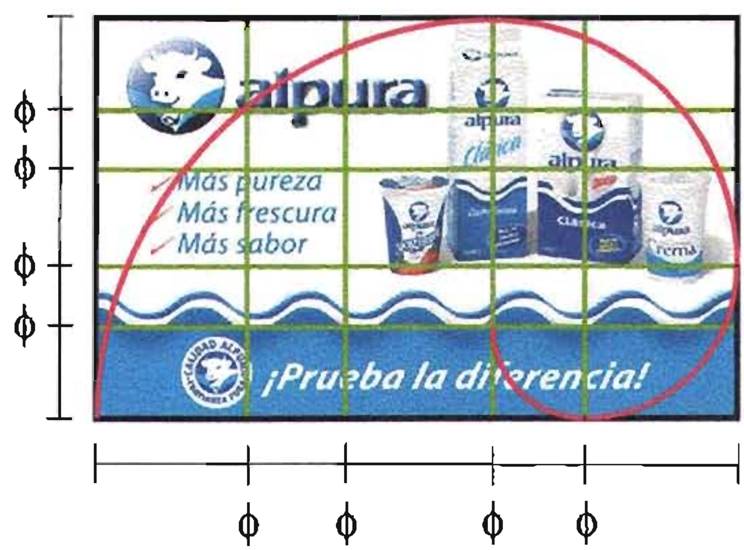
Emplear la Sección Áurea como soporte de trabajos de creación gráfica (carteles, fotografías, imágenes corporativas, ilustraciones, etcétera) es un recurso que se nos ofrece durante nuestra formación como diseñadores pero, según hemos visto, no sólo es una posibilidad, sino que además parece ser la más idónea.

Basta mostrar cómo la Sección Áurea desciende de los nobles niveles de producción artística, para hacerse presente también en objetos más prácticos. Pasemos entonces, por un momento, de lo teórico, pero necesario (y hasta interesante) a lo común, colorido y funcional.

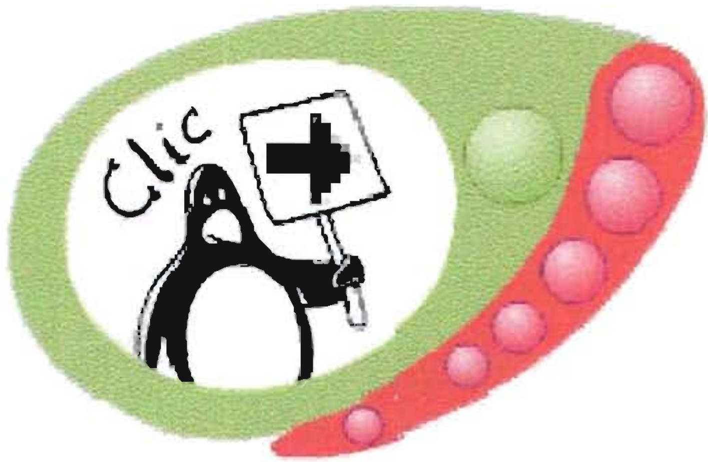
Sabemos que uno de los soportes más socorridos por los Diseñadores Gráficos es el *rectángulo áureo*, es decir, aquél rectángulo cuyo ancho es sección áurea de su largo o, dicho de otra forma, aquél rectángulo en el que la razón que va de su largo a su ancho da como resultado el Número de Oro. Esta elección sin duda obedece a las múltiples posibilidades de ritmo y proporción que son posibles generar en su interior. Es por ello que lo encontramos lo mismo en empaques de cereales, que sirviendo de diagramación en el diseño editorial de algunos libros. Sabemos también que los ritmos y proporciones referidos los podemos lograr con ayuda de trazos auxiliares que ponen en relación a los puntos áureos que se generan tanto en el perímetro del rectángulo como en su interior.

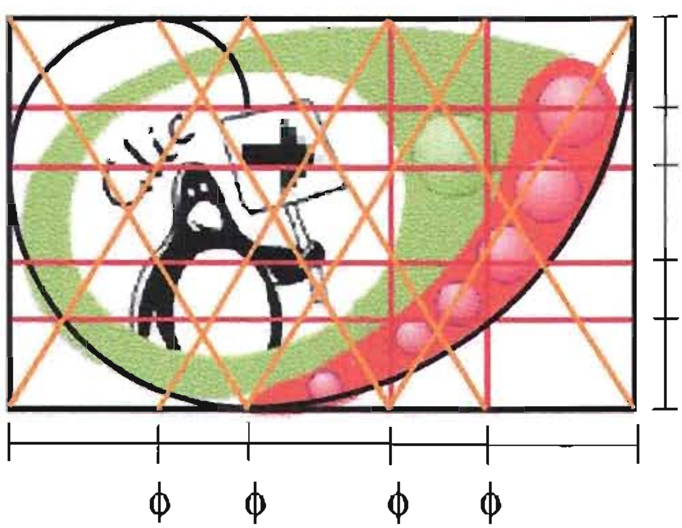
Ajustar la distribución de los elementos compositivos de un diseño a los espacios así obtenidos, ofrece sin duda buenas posibilidades de éxito del trabajo, no obstante, estamos conscientes que en la elaboración de trabajos gráficos existen otros factores que contribuyen a que se establezca la comunicación deseada.

A continuación se muestran algunos ejemplos de trazos generados al interior del rectángulo áureo y sus respectivas aplicaciones en trabajos de diseño, que lo mismo van de una imagen corporativa a tarjetas telefónicas y hasta páginas en internet.

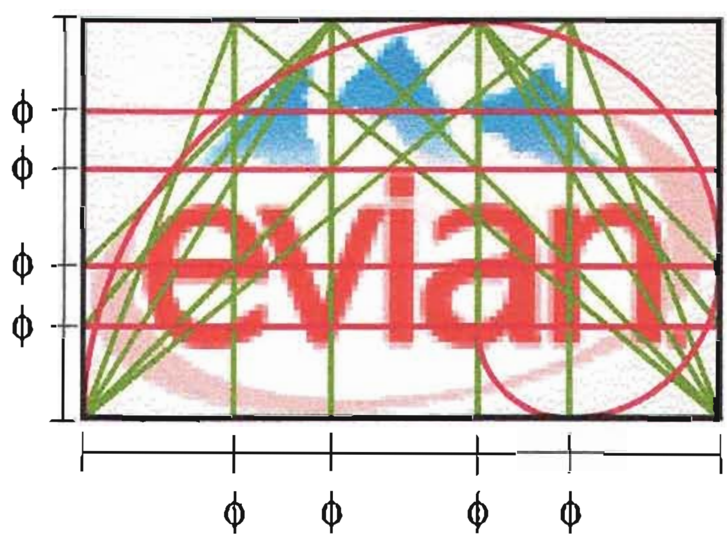


Observemos esta página diseñada para aparecer en internet; vemos que los elementos compositivos tanto gráficos como fotográficos están contenidos y organizados según trazos derivados del rectángulo áureo. Tanto el nombre de la marca como las ondas inferiores asientan, cada una, en trazos auxiliares. La disposición de los productos sigue la guía de la espiral áurea; el enlistado que destaca sus características y el límite superior de dos envases, están justificados por otro trazo auxiliar.

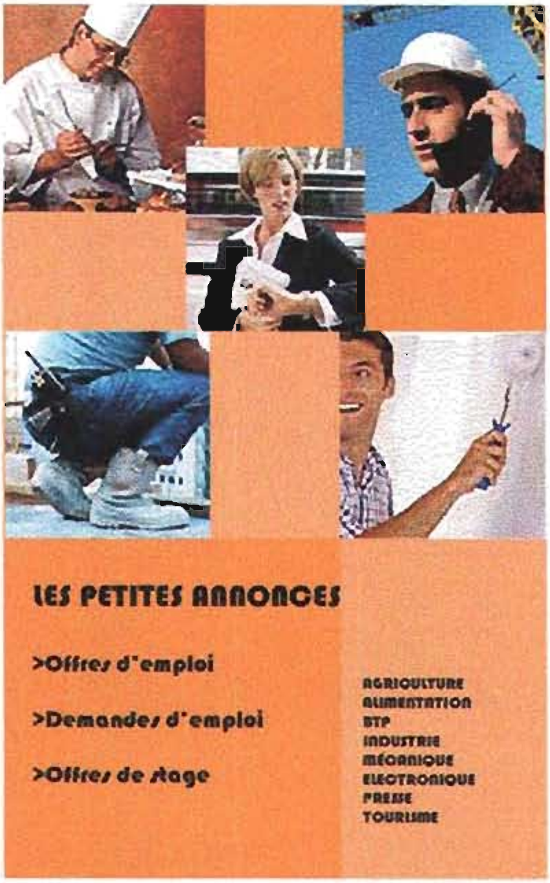




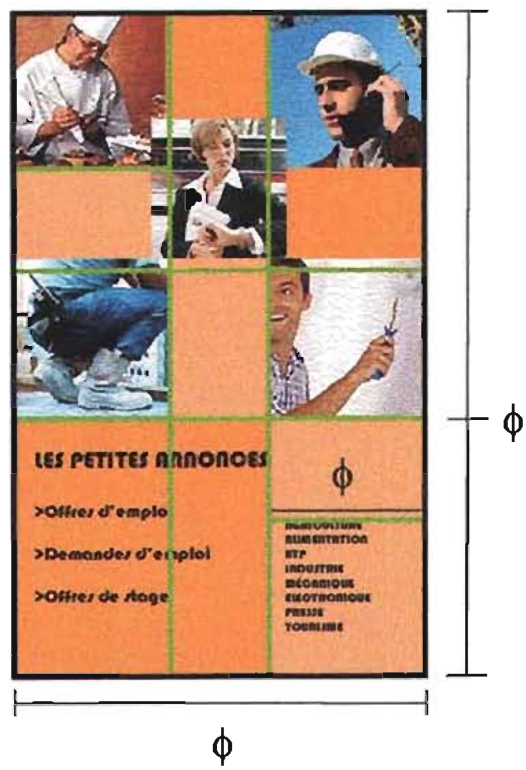
La imagen que ahora nos ocupa es una viñeta para un periódico de niños; en apariencia es sencilla pero basta observarla con atención para descubrir que en su elaboración se recurrió al empleo de la sección áurea, lo más notorio es la presencia de la espiral a la que se ajusta la imagen; la colocación de elementos como los pequeños círculos o la palabra "clic" está justificada según los trazos auxiliares.



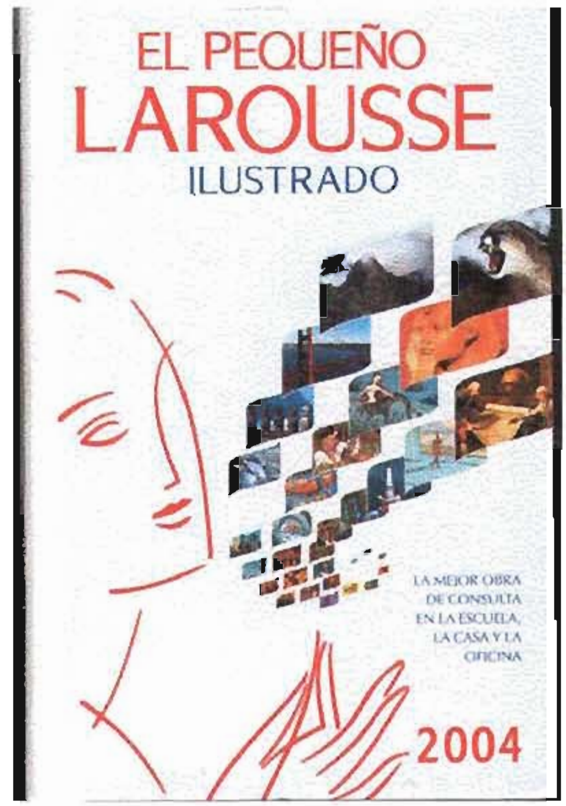
Para el análisis de esta imagen, se realizó en el rectángulo áureo además de la espiral, trazos que van de los vértices inferiores a los puntos áureos del lado superior; este procedimiento nos permite ver con claridad los espacios envolvente de las imágenes empleadas; por otra parte, los trazos horizontales marcan el límite superior del texto y la intersección de éstos con los trazos verticales y diagonales evidencian puntos de convergencia en las montañas dibujadas.

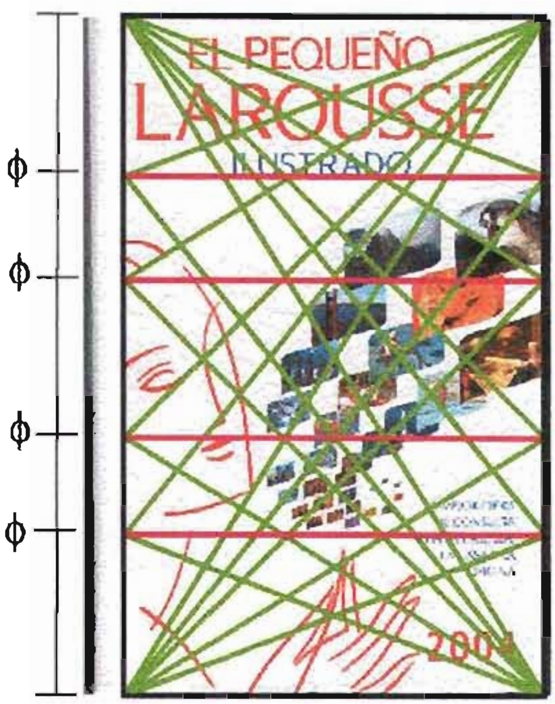


*



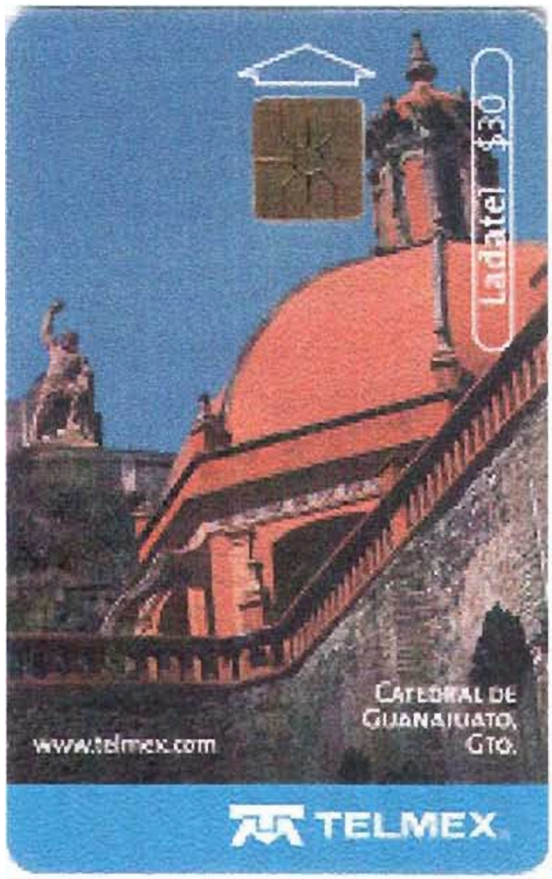
La sencillez y el ritmo es lo que caracteriza a este diseño; las cuatro fotografías que se encuentran en los extremos superiores forman parte de los rectángulos áureos, semejantes al formato del cartel mismo; podemos observar también la presencia de otro rectángulo áureo, áquel en el aparece la información, en su parte cuadrada (situada a la izquierda) vemos el texto de mayor puntaje, en su parte complemetaria, con tipografía más pequeña, se encuentra la información detallada, pero además, esta información está contenida en la parte cuadrada de otro rectángulo áureo semejante y congruente a aquellos de las fotografías.

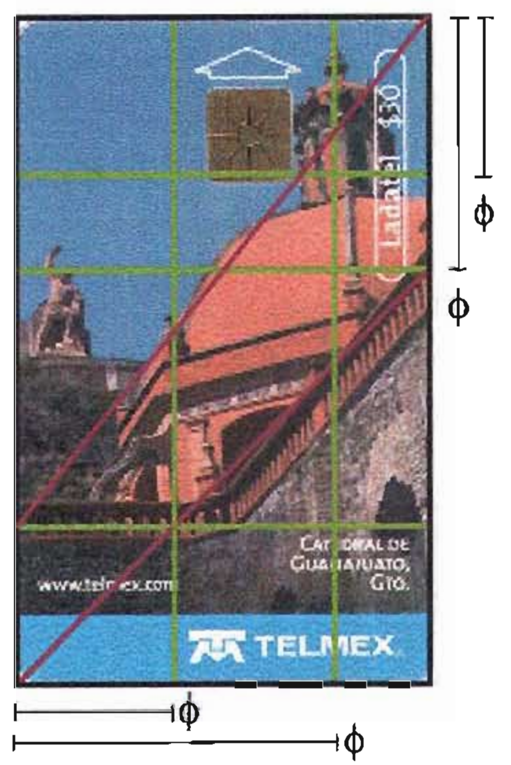




En este caso tenemos la portada de un libro, los trazos auxiliares del rectángulo envolvente nos permite ver con claridad cómo los elementos compositivos, tipografía, viñeta y fotografías fueron colocados según la Razón Áurea. Así vemos que el título del libro está enmarcado por un rectángulo resultado de los trazos auxiliares, mismos que también fungieron como guías diagonales para la colocación de las fotos. Además, observando con detalle vemos que partes del rosotro dibujado coinciden con algunos de los trazos o con los cruces de ellos.

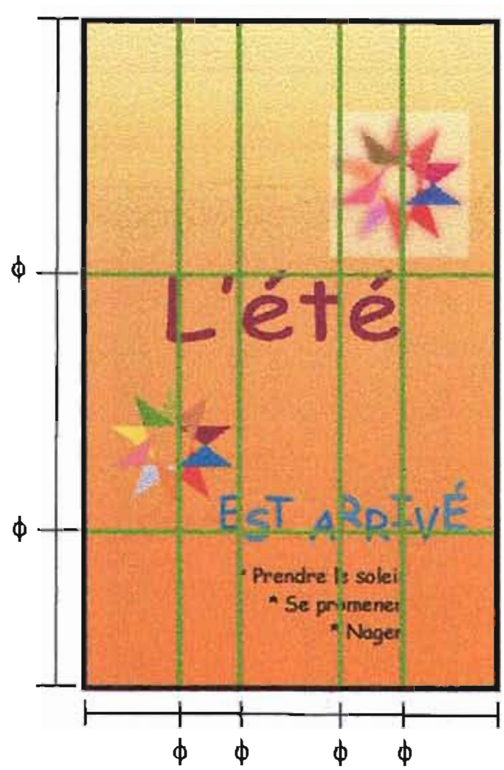
A propósito de diseño editorial, uno de los libros consultados para esta investigación, el de Pablo Tosto, cuya bibliografía aparece al final del trabajo, está diseñado según el rectángulo áureo y sus trazos auxiliares.





Tenemos ahora una tarjeta telefónica , que al igual que la mayoría de las tarjetas bancarias ,credenciales de elector, credenciales escolares, gafetes, etc. tiene las dimensiones de un rectángulo áureo. En este caso el elemento principal es la fotografía, que con agrado vemos fue colocada según la guía de algunos trazos auxiliraes que surgen de la unión de los puntos áureos de los lados, así como de algunos de éstos con dos vértices del rectángulo envolvente.

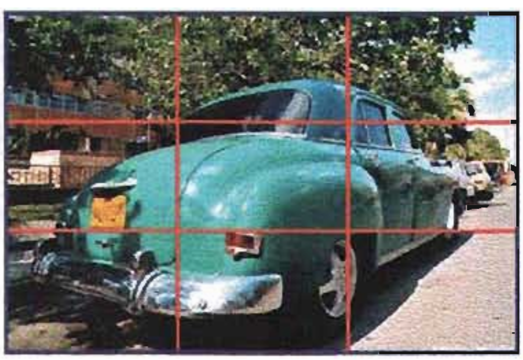
Los análisis de los trabajos gráficos que hasta ahora se han mostrado, no son más que un ejemplo mínimo de las múltiples posibilidades rítmicas con las cuales podemos contar a partir del empleo del Rectángulo Áureo.

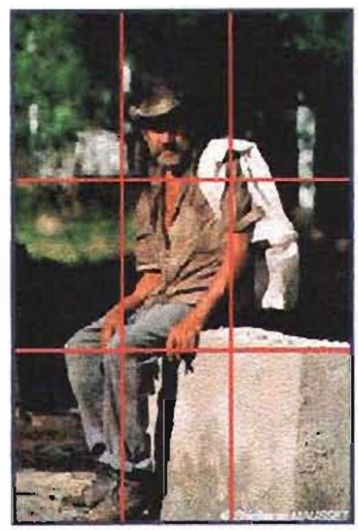


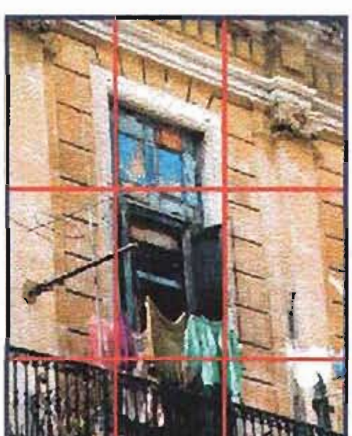
En el cartel que ahora vemos, la proporción áurea se hace presente, no sólo en la forma del mismo, sino también en dos figuras que en él aparecen, nos referimos a Solis en la que, según vimos en el capítulo anterior, está contenida la Sección Áurea. La distribución y justificación de la tipografía es conforme a algunos trazos auxiliares, verticales y horizontales, que van de los puntos áureos del costado izquierdo a los del costado derecho y de los puntos áureos del lado superior a los del lado inferior.

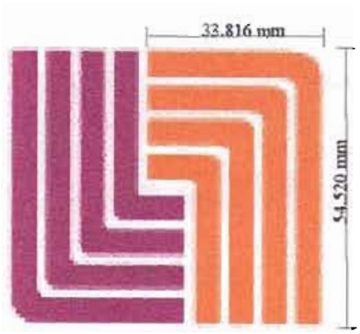
En fotografía, que es otro de los quehaceres del diseñador gráfico, también es posible seccionar de manera armónica el espacio a capturar, es cierto que aquí no se tiene tanto control como cuando se hace uso de instrumental de precisión sobre un soporte, pero a base de un entrenamiento del ojo, es posible seccionar el área rectangular delimitada por el visor de la cámara en tres tercios de manera horizontal y vertical, cuyas intersecciones generan cuatro puntos que se aproximan a los puntos áureos.

Situar en esos puntos los elementos claves de la fotografía o el manejo de esos espacios según la intención y sensibilidad del fotógrafo más, claro está, el manejo de luces, sombras y otros elementos, arroja como resultado, fotografías agradables como las que aquí se muestran.









33.816 ÷ 54.520 = 0.6202494 y la aproximación respecto a phi es 0.6180339

Sabemos que al dividir un segmento de recta en dos partes por un punto áureo, la proporción que se establece entre las partes y el todo es la Proporción Áurea. Veamos, a manera de ejemplo, cómo estos conocimientos fueron aplicados en la realización de dos imágenes corporativas.

En primer lugar tenemos la imagen de Liverpool, omitiendo la tipografía, y atendiendo sólo la imagen, es posible darnos cuenta, casi de manera inmediata, de la relación que existe entre la parte menor de la *ele* exterior y su parte mayor, efectivamente, es la Sección Áurea; en este análisis concretamente puede ser que la exactitud se pierda debido a la impresión. No obstante, si el margen de error se ubica en el rango de un milímetro más o menos, no debemos dudar de la presencia de la Sección Áurea.

Tenemos ahora la imagen de otra cadena comercial, Walt Mart México: el trazo de una envolvente rectangular de esta imagen nos permite observar que la palabra Walt cubre perfectamente la sección áurea de su longitud y la pleca que divide los textos Walt Mart y México va de extremo a extremo a los puntos áureos del ancho de la imagen; es por demás hacer notoria la presencia del estrellamiento del pentágono regular en el que sabemos está presente la Sección Áurea.

Hasta el momento, en la mayoría de nuestros análisis hemos marcado la presencia del Rectángulo Áureo como soporte de trabajos gráficos y en estos últimos diseños, la razón de dos segmentos; pero recordemos también que existen el pentágono y el decágono regular, y sus respectivos estrellamientos. Ya en el capítulo anterior empezamos a detectar estas figuras en algunos diseños, vimos en ellas la presencia del Número de Oro, entendimos entonces la razón por la que son empleadas como base para la elaboración de trabajos gráficos.

A continuación presentamos otras imágenes en las que fácilmente podremos identificar algunas de las figuras estudiadas en el capítulo dos.

La armonía y el placer estético, resultado de la Proporción Áurea es tal que incluso muchas naciones emplean también la estrella pitagórica como parte de sus banderas.

CONVERSE

THE FIBONACCI ASSOCIATION

STAR ALLIANCE

TEXACO

FONATUR

WorldCat

Bandera de todas las naciones

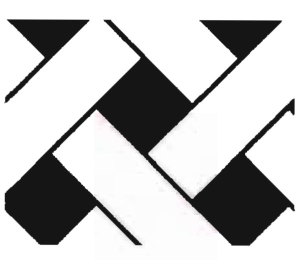
CAPÍTULO 4

TESELACIÓN

4.1 Teselas y Teselaciones. A partir de aquí intentaremos concretar, con base en los contenidos anteriores, los nuevos temas de investigación cuyas primeras manifestaciones se están dejando sentir.

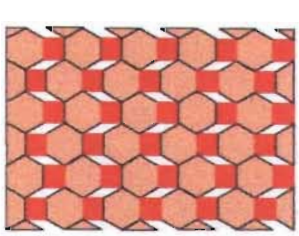
teselación monohédrica

Desde principios del siglo XX hasta ahora, se han publicado, en los institutos de investigación de todo el mundo, reportes de los hallazgos referentes a la posibilidad, por ejemplo, de poder armar un inmenso rompecabezas, literalmente infinito, pero que pueda constar de una sola pieza, que se repite infinitas veces. Este rompecabezas abarca una infinita extensión plana; si consta de una sola pieza (en cuyo caso se llama *monohédrico*), se puede afirmar que copias infinitas de esa pieza cubren el plano sin encimarse ni dejar espacios. A una figura con estas características, los matemáticos la llaman *tesela*, y a la superficie cubierta, es decir al rompecabezas armado, se le llama *teselación*.



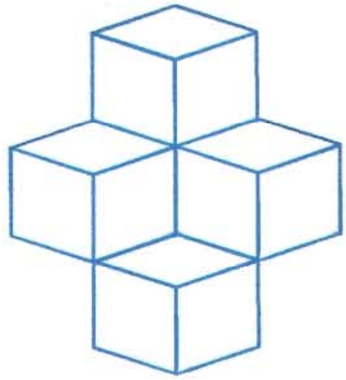
teselación dihédrica

Además de las *monohédricas* existen teseselaciones *dihédricas* del plano o sea, un rompecabezas infinitoconstruido a partir de dos piezas que se repiten infinitamente cada una. También pueden ser *trihédricas*, *tetrahédricas*,... *poliédricas* (de cualquier número de piezas), inclusive de infinitas piezas (sin que por ello cada pieza figure necesariamente una sola vez). Pero, además de las teselaciones del plano, existen teselaciones del espacio



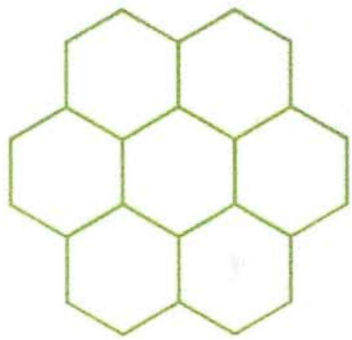
teselación trihédrica

de tres dimensiones: piénsese, por ejemplo, en un cubo, del cual se tienen infinitas réplicas; imagínese que s es un punto en el espacio, acomodando de manera adecuada estos cubos en torno a s se puede llenar el espacio en todas direcciones. Con este procedimiento queda formada una tesela espacial.

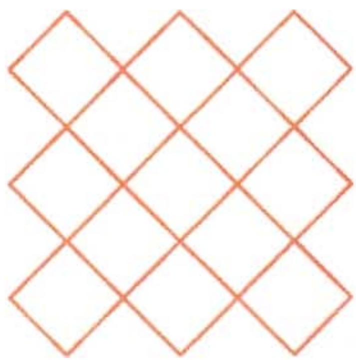


En este trabajo se tratará solamente una teselación dihédrica del plano, con características especiales. Para comprender a qué se debe su particularidad, es necesario hablar un poco de teselaciones monohédricas.

Casi todos hemos visto alguna vez cómo dejan construidos por dentro, avispas y abejas, sus panales: los muros interiores son nichos hexagonales de cera en que el insecto almacena su miel; el hombre, desde que es hombre, siempre ha proyectado dentro de su mente esta imagen que le ofrece la Naturaleza, y ha visto la teselación hexagonal de una superficie.



Otro ejemplo de tesela es una malla ciclónica, en la cual el plano es teselado por cuadrados. El triángulo equilátero es otra figura con la que se pude teselar el plano. Contrario a lo que podría pensarse, no son muchas las figuras geométricas conocidas con las que puede teselarse el plano. Sin embargo, se han ideado métodos para trabajar sobre cada uno de estos rígidos patrones geométricos y poder obtener una variedad tan rica de teselas como rica sea la imaginación del diseñador.



Para hacerse una idea de lo variados que pueden ser los diseños de teselas, conviene remitirse a las teselaciones realizadas por el dibujante holandés Moritz Cornelius Escher; la gran variedad de ellas contrasta con el modesto repertorio de patrones geométricos sobre los cuales fueron proyectadas.

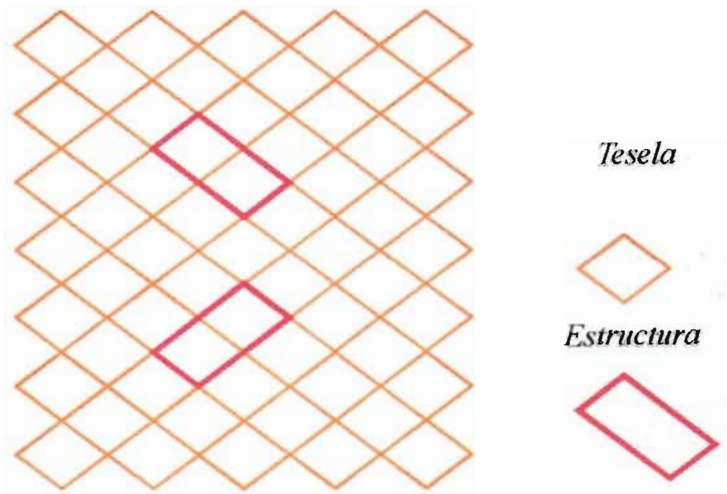
Hacer ahora la descripción de algún método que permita modificar adecuadamente estas figuras para obtener diseños interesantes de teselas, desviaría del objetivo que se persigue, consistente en mostrar la extraña singularidad que posee cierta teselación dihédrica del plano.

Cielo y Agua 1

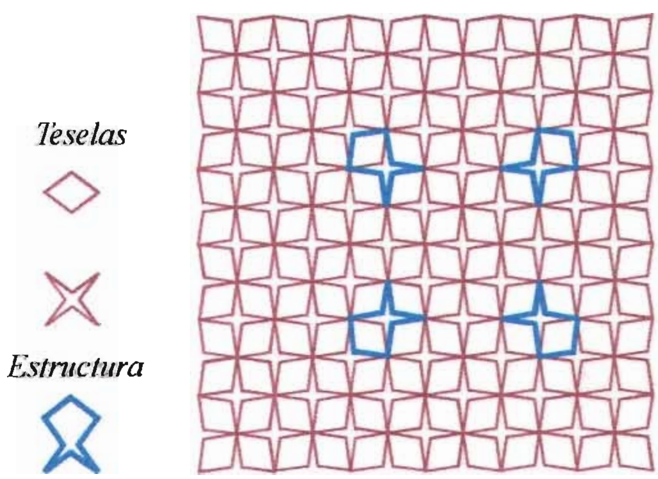
4.2 Teselaciones periódicas y aperiódicas

Se dice que una teselación es *periódica* cuando es posible hallar una estructura (formada a partir de las teselas con las que se trabaja) que embone con un fragmento de la teselación y que mediante traslaciones o reflexiones se le pueda hacer coincidir una y otra vez con fragmentos similares hasta reproducir la teselación totalmete.

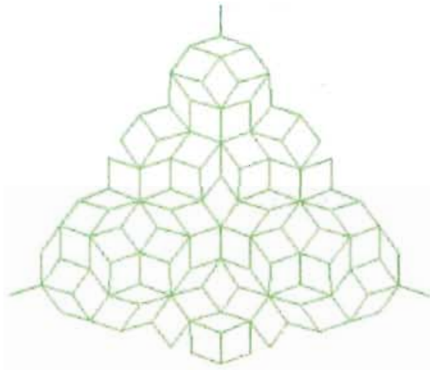
Cuando la teselación es monohédrica, tal estructura es la tesela misma, como ocurre en el siguiente ejemplo



Si una teselación periódica se construye a partir de varias teselas, entonces suele ser posible ensamblar con ellas la estructura que constituye su periodicidad; tal es el siguiente caso.

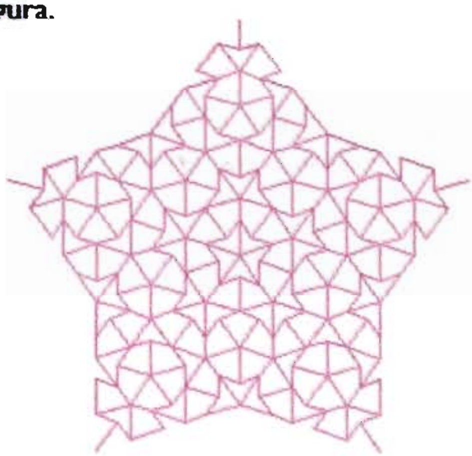


También es posible teselar una superficie sin guardar ninguna periodicidad, como se muestra a continuación.



Rossetta

Si una teselación carece de periodicidad se dice que es *apreriódica*. Lo que hasta el momento hemos visto de todo esto podría inducir la idea errónea de que si una teselación es aperiódica entonces su dibujo no exhibe ninguna regularidad. A propósito de esto obsérvese la siguiente figura.



Citlali

Cualquiera diría que es una teselación periódica. Sin embargo, es aperiódica.

4.3 Teselaciones de Penrose

La figura anterior es una de las teselaciones que durante la década de 1970 dio a conocer el inglés Roger Penrose. En el presente trabajo sólo se hablará de las teselaciones planas, si bien es cierto que Penrose también es autor de teselaciones espaciales que guardan mucho en común con sus teselaciones del plano, no sólo por ser dihédricas, sino porque ambas están relacionadas con el Número de Oro.

El deseo y el trabajo para poder formar teselas que estuvieran vinculadas con el pentágono regular, tiene una larga historia de veintiséis siglos que sólo hasta estos tiempos empieza a rendir frutos.

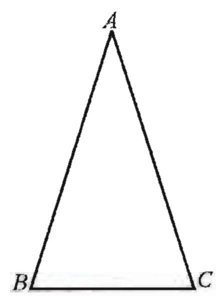
Veamos ahora, cómo teselar un plano según el método encontrado por Penrose.

Como ya se mencionó, sus teselaciones son dihédricas, por lo que lo primero es saber cómo se obtiene ese par de teselas generadoras. Esto se hará considerando dos casos diferentes.

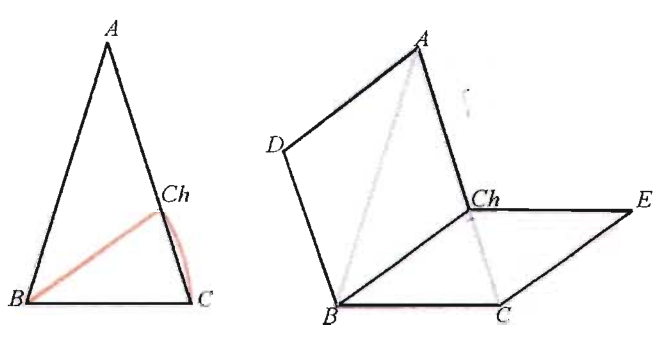
a) Primer caso: Teselas rómbicas
b) Segundo caso: Papalote y Daga.

4.3.1 Teselas rómbicas

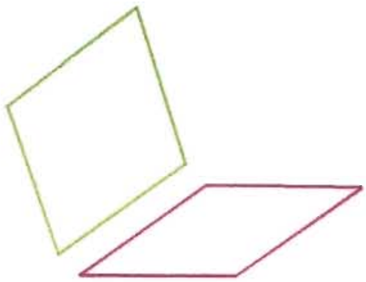
Se parte de un triángulo de oro Alfa ABC, cuyas características ya se presentaron en el capítulo dos.



Se apoya el compás en cualquiera de los dos vértices de su base, digamos B, se abre según la longitud de la base y se gira hasta intersectar el lado AC en un punto que denominaremos Ch; al unir Ch con el punto B, el triángulo inicial, queda dividido en los dos triángulos menores $ABCh$ y $BCCh$. El paso siguiente es reflejar estos triángulos con respecto a sus bases, con lo que se obtienen dos rombos: el $ADBCh$ (*rombo Beta*) y el $ECBCh$ (*rombo Alfa*).

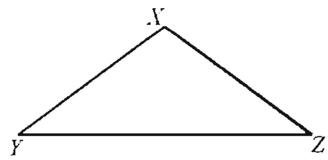


Ambas figuras son las teselas que para este primer caso había que construir. *Rossetta*, una de las teselaciones de Penrose mostrada anteriormente, está basada en este par de teselas rómbicas.

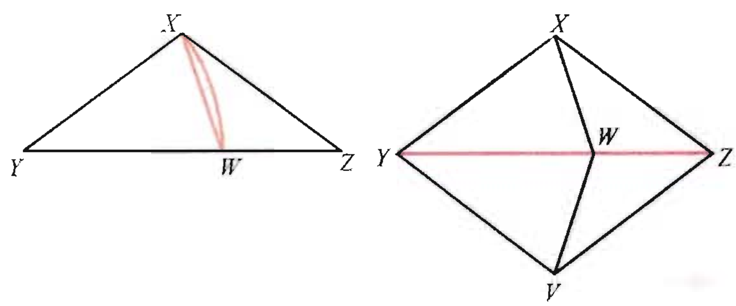


4.3.2 Papalote y Daga

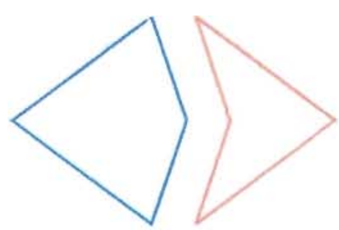
En este caso se parte de un triángulo de oro Beta XYZ, cuyas características también se vieron en el capítulo dos.



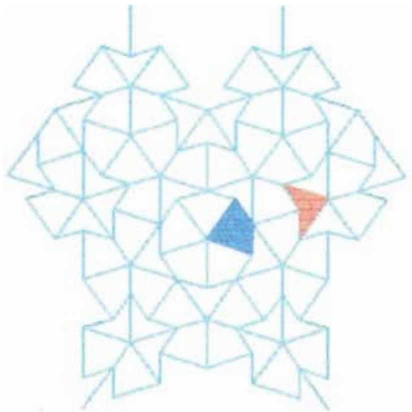
Apoyando el compás en cualquiera de los dos vértices de su base (digamos Y) y abriéndolo según el largo de sus lados iguales, se gira de tal modo que permita ubicar un punto W sobre la base; la unión de este punto W con X divide al triángulo original en dos triángulos isósceles menores: el WXY y el WXZ. Igual que se hizo en el primer caso, el paso siguiente es reflejar estos triángulos sólo que ahora será con respecto a sus lados.



De tal forma se obtienen el par de teselas buscado que debido a sus formas se les denomina como: *Papalote* a la $VWXY$, y *Daga* a la $VWXZ$.



Estas son las teselas que se usaron para cubrir el siguiente plano y el llamado *Citlali*.



Coraza

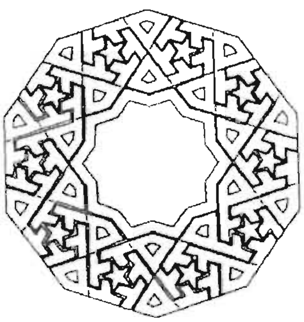
Después del análisis realizado en el capítulo dos de los triángulos de oro Alfa y Beta, es por demás insistir en la relación que existe entre estas teselaciones y la Sección Áurea, pero cabe añadir, como dato adicional, que el cociente que se obtiene al dividir entre sí tanto las áreas de las teselas rómbicas como las del Papalote y la Daga es, en ambos casos, el Número de Oro.

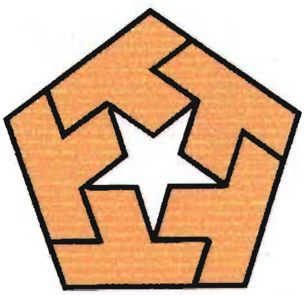
Las siguientes imágenes son aplicaciones prácticas de teselas que implican a la Sección Áurea.

Vite*

El nombre dado a daga obedece precisamente a su forma angulosa, igualmente podría evocarnos una punta de flecha, de qualquier forma la idea contenida es la de algo que se mueve de manera rápida y directa; esa es la razón por la cual se empleó para formar parte de esta imagen corporativa de una empresa de mensajería cuyo nombre es Vite (rápido en francés). La posición de la tesela se integra con la letra inicial de la compañía; se empleó de manera repetida para usar los colores requeridos.

El mosaico decorativo que ahora vemos, fue realizado con las teselas antes descritas; se encuentra en el Museo Universum, ubicado en Ciudad Universitaria, y fue realizado especialmente para la sala de Matemáticas.

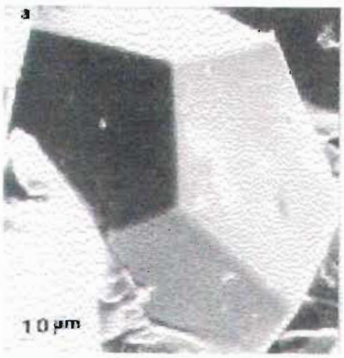




Esta teselación que ahora nos ocupa es una muestra del antigüo arte árabe, en ella podemos observar cómo se hace presente la tesela papalote. Tomemos este trabajo como prueba de que una vez establecido el contacto con el fantástico tema del Número de Oro, las formas, los ritmos, las estructuras, están sujetas al descubrimiento de quien inicie este estudio, por ello es que en ocasiones encontramos las mismas formas tanto en trabajos que datan de varios siglos como en trabajos contemporáneos.

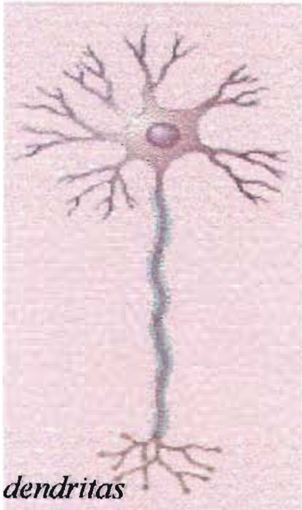
4.4 Conexión entre teselas Fisiología cerebral y conciencia.

Sin duda las teselaciones obtenidas a partir de los rombos Alfa y Beta, de las Dagas y los Papalotes son muy agradables a la vista, pero no sólo eso: bajo la perspectiva gráfica, estos espacios cubiertos por teselas, pueden convertirse en tapices mágicos donde sólo es necesaria la clarividencia del diseñador para detectar "objetos" que aislados pueden funcionar como imágenes corporativas, empaques novedosos o simplemente como elementos decorativos para carteles, revistas, folletos, fotografías, etc. con la certeza de que en ellos está comprendida la Sección Áurea. Como si cada teselación fuera un árbol cuyos frutos maduros se ofrecen, y sólo fuera necesario encontrarlos, tomarlos y disfrutarlos.



estructura cuasicristalina pentagonal

Sólo que estos espacios así texturizados, rebasan las curiosidades gráficas para convertirse en representaciones y manifestaciones del mundo físico. Hace más o menos veinte años atrás a partir de la fecha de este escrito, se dieron a conocer resultados de algunos trabajos de Física que venían desarrollándose con anterioridad; en estos resultados se reportaba: el descubrimiento de sustancias cuasicristalinas[1] cuyas redes cristalinas guardan analogía con las teselaciones de Penrose. Una vez más las ideas matemáticas hallan su correspondiente parte física, la intuición se confirma. Pero, unido al regocijo que esta confirmación produce, llega la inquietud de encontrarle sentido a esta, nada gratuita, manifestación.



neurona humana

Aún muy endebles, y más bien especulativas, Roger Penrose lanza sus hipótesis: "creo que algunas de estas sustancias cuasicristalinas realmente están fuertemente organizadas, y sus disposiciones atómicas tienen una estructura muy próxima a las estructuras teselantes que he venido considerando"[2], y se aventura al llevar estas especulaciones a lo relacionado con el funcionamiento del cerebro - y sus manifestaciones – pues éste está cambiando constantemente y estos cambios pueden darse en apariencia por el crecimiento o la contracción de la espinas dendríticas[3] que " podría estar gobernado por algo

---

[1] Sólidos de forma geométrica definida, ángulos fijos y bordes definidos; un cuasicristal es una sustancia que tiende a semejarse a un cristal.

[2] Penrose, Roger *La mente nueva del emperador* Ed Fondo de Cultura Económica México D.F. 1996

[3] Puntas de las células nerviosas.

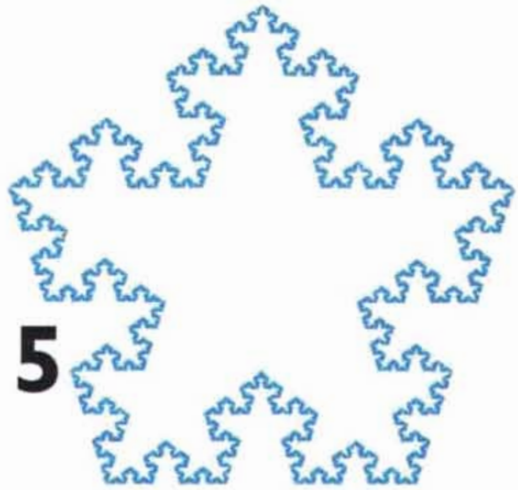
semejante al proceso que interviene en el crecimiento de los cuasicristales"[4]

Actualmente este trabajo de Roger Penrose es atacado debido a la debilidad con que sustenta sus especulaciones, incluso se cuestiona el objetivo mismo de su estudio. No obstante, su inquietud puede representar la insinuación de un nuevo camino – como tantas veces ha paso en la historia de las ciencias y de las artes – de longitud desconocida, que conduce a parajes por ahora innombrables.

Es así como este astrofísico, que defiende la idea de " la identificación de las matemáticas y la mente humana con el mundo físico de una manera connatural"[5], manifiesta su inquietud: "La conciencia parece ser un fenómeno tan diferente de otros fenómenos perceptibles en el mundo físico que debe ser algo muy especial. En cuanto a su organización física, puedo discernir con claridad que se trata de las ideas tradicionales de la Física organizadas en sistemas más complejos. Pero tiene que haber algo más, algo cuya naturaleza sea completamente diferente de las otras cosas que son importantes en la forma en la que funciona el mundo. Algo que aunque se use sólo ocasionalmente, tenga una organización tan refinada que se aproveche de la reducción de estados y la canalice con el objetivo de hacernos funcionar, pero muy raramente se aproveche en los fenómenos físicos de manera útil".[6]

[4] Ob. cit.
[5]http://usuarios.lycos.es/canalciencia/Articulos/MatematicasHerramienta/MatematicasHerramienta.html
[6] http://www.lateral-ed.es/revista/articulos/penrose.html

Capítulo 5



FRACTALIDAD

5.1 Definición de Fractal

El hombre siempre se ha acercado a la naturaleza, a él mismo como parte de ella, unas veces para utilizarla otras para conocerla y describirla; el afán de conocer sus secretos, lo ha colocado donde ahora está, propiciando el estudio de la organización, interacción y evolución de las formas naturales a fin de conocer el origen y futuro del Universo.

Desde finales del siglo XIX se tuvieron noticias de objetos matemáticos cuyas particularidades no se ajustaban a la geometría euclidiana; así por ejemplo, se "observaron " objetos cuya dimensión no era uno, como la de la recta, ni dos como la del cuadrado, ni tres como la de un cubo, sino que presentaban dimensión fraccional, por ejemplo de 1.2619 A este conjunto de formas, por la década de los setentas, se les empezó a conocer como *fractales* (del latín fractus, irregular, fracción).

Una observación general al conjunto de formas naturales que integran nuestro entorno (líneas costeras, montañas, plantas ...), podría conducirnos a la creencia de que formas tan irregulares, variadas y complejas, distan mucho de encuadrar en un orden lógico; pero una observación más detallada nos sorprende, porque en el aparente desorden, encontramos que hay formas minúsculas y ordenadas, que funcionan como patrones, y que se repiten continuamente dando origen, con esta repetición, a las grandes formas que captan nuestros ojos. Un ejemplo muy claro lo podemos observar en las ramas de los brócolis o de las coliflores, o en las ramificaciones de un gran río. Como si el todo fuera expresión y copia de sus partes; a partir de esta idea es que podemos empezar a familiarizarnos con los objetos fractales.

Un *fractal* es un objeto matemático semejante a sí mismo a diferentes escalas. Su construcción se puede realizar a partir de una estructura inicial dada sometida a un proceso repetitivo llamado *iteración*.

Para hacerlo más próximo a nosotros, supongamos que estamos frente a un árbol; observamos el ramaje, miramos surgir del tronco las ramas más gruesas, siguiendo una de éstas, vemos que de ella salen ramas más chicas, de cada una de las cuales surgen otras más pequeñas. De las más chicas nacen luego los tallos de las hojas; observando cada hoja, apreciamos cómo del tallo que la penetra se derivan pequeñas nervaduras que a su vez dan origen a otras y otras; lo mismo acontece con el perfil de una montaña, tan similar a la mínima roca que la compone; o con el perfil de las nubes. La *autosimilaridad*, es una característica de los fractales. Según estudios realizados, estas formas fractales también se observan en las fluctuaciones de precios en el mercado, en el crecimiento de los alvéolos pulmonares e incluso en la frecuencia con que aparecen las palabras en un texto. Pero no todos los fractales existentes son conocidos, es posible el descubrimiento la creación de nuevos, a partir de procedimientos geométricos, físicos y químicos.

Estos objetos son de por sí interesantes y atractivos, pero estas características se incrementan de gran manera, sobre todo en su aspecto visual, con la asistencia de los artistas gráficos, pues a partir de estas formas es posible, por ejemplo, crear y recrear paisajes naturales o escenarios hasta ahora jamás vistos, mismos que son empleados como escenografías en películas de ficción, entre otras cosas.

5.2 Curva de Koch

Justamente, dentro de la matemática contemporánea, en el ámbito de la Geometría Fractal, es donde se está dando la sorpresiva reaparición del Número de Oro. Aunque son varios los fractales en los que ha sido reportada su presencia, los límites de esta tesis impiden tratar, ni siquiera *grosso modo*, tal presencia en objetos más complejos.

No obstante estos impedimentos, es posible, sin embargo, ocuparnos aquí de objetos de esta Geometría que, si bien son más sencillos, no por ello son menos importantes, como que han inspirado la investigación que ha llevado al descubrimiento de aquéllos más complicados. Tal es el caso de una curva reportada en 1904 por el matemático sueco Helge von Koch.

El procedimiento que se describe a continuación induce una construcción teórica de la curva de Koch.

Consideremos un triángulo isósceles en el que sus dos ángulos iguales miden 30°; consecuentemente su tercer ángulo mide 120°.

Desde el vértice del ángulo de 120° realizaremos una operación sobre este triángulo. El procedimiento consiste en dividir al ángulo de 120° en tres partes de 30°, 60° y 30° mediante el trazo de dos segmentos tirados desde el vértice, tal como se muestra en la figura.

Según vemos, el triángulo original ha quedado dividido en tres triángulos, dos laterales que son isósceles (semejantes a él) y un equilátero situado al centro. La operación termina cuando se elimina de la figura obtenida este triángulo central.

Como vemos, la figura que se obtiene tras este paso consta de dos triángulos de 30°, 120° y 30°. Sobre los ángulos de 120° de cada triángulo hay que repetir el procedimiento descrito.

La figura que ahora obtenemos, costa de cuatro triángulos isósceles semejantes al primero; sobre ellos es que hay que repetir el mismo procedimiento

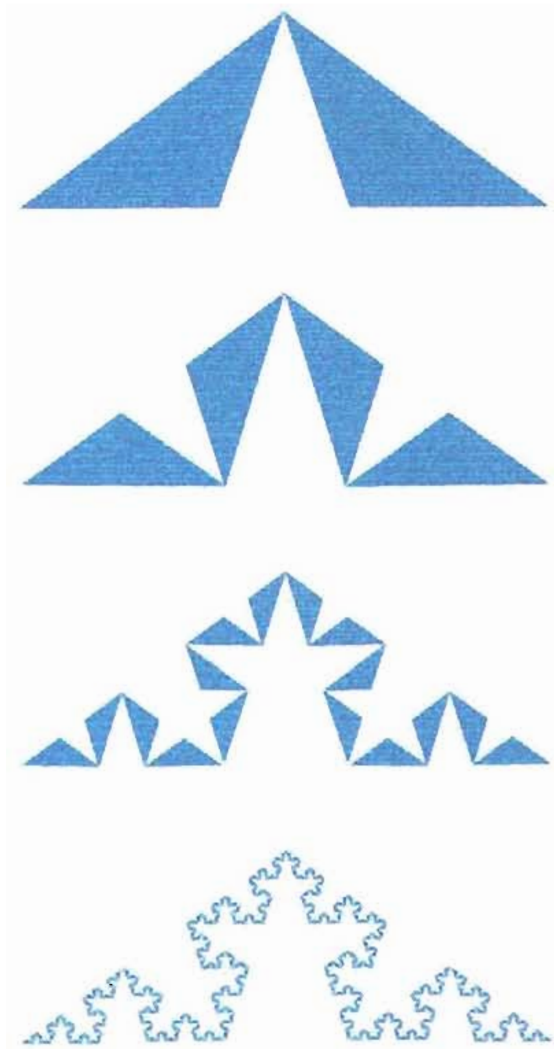
Al cabo de infinitas reiteraciones de este procedimiento, es que se llega a la Curva de Koch, objeto que por sus características hoy se reconoce como un fractal.

5.3 Angelus

Casos particulares del fractal anterior se obtienen haciendo variaciones en los ángulos del triángulo original. Para mostrar la relación que esto tiene con el Número de Oro partamos de nuestro ya conocido Triángulo de Oro Beta ○

Como sabemos los ángulos internos de este triángulo son de 36°, 108° y 36°. El procedimiento inicia dividiendo el ángulo de 108° en 36°, 36° y 36°. Esto induce la partición del triángulo en tres triángulo: dos Beta laterales y un Alfa central. El proceso exige la eliminación de éste último.

Sobre los Beta laterales hay que reiterar este procedimiento, lo que nos dejará cuatro triángulos Beta, y el proceso continúa indefinidamente.



La curva obtenida al cabo de la repetición infinita de este proceso es ***Ángelus*** (un caso particular de la Curva de Koch). Por partir del Triángulo de Oro Beta, es obvia la presencia del Número de Oro en la construcción de este fractal.

5.4 Propiedades de estas curvas

a) Autosimilaridad.

Para introducir el tema de los fractales, se citó el ejemplo de un árbol, y cómo dentro de éste se reproducía él mismo gran número de veces. No obstante la gran semejanza que guarda una rama con el árbol, sabemos que no es otro árbol, tanto es así que la denominamos *rama*; si este mismo árbol lo trasladamos a la geometría fractal , veríamos con fascinación que las *ramas* en verdad no son tales, pues cada una sería igual al árbol completo. Una imagen semejante a la que nos provoca las *matrioshkas* (muñecas rusas), que cada una contiene a otra igual a la anterior, sólo que en este caso de manera infinita.

Esta propiedad de ser similar a sí mismo en todas partes y a cada instante, es algo propio de algunos fractales como la Curva de Koch y su caso particular Ángelus.

Al darse cuenta de esta propiedad E. Cesàro, colega de Koch, con entusiasmo y sorpresa escribió lo siguiente:

"Si ella (la Curva de Koch) estuviera dotada de vida, sería imposible destruirla si no es desde el principio, pues renacería sin cesar de las profundidades de sus triángulos, como la vida en el Universo"[1].

A la propiedad aludida en este comentario se le denomina actualmente *autosimilaridad*.

b) Dimensión.

Otro aspecto sobresaliente de los fractales está relacionado con el concepto de *dimensión*.

Desde la Grecia Clásica y durante muchos años se creyó que las únicas dimensiones relacionadas con los objetos geométricos eran 0 (para los puntos), 1 (para las curvas), 2 (para las superficies) y 3 (para los sólidos).

A mediados del siglo XIX apareció de manera formal dentro de la Matemática la fascinante idea de una cuarta dimensión. Cincuenta años más tarde surge una teoría que admite como un hecho que el espacio físico en que

---

[1]E. Cesàro, *Remarques sur la curbe de von Koch, Tai della*, R Acad.. Sc. Fis. Mat. Napoli 12 (1950) 1-12

vivimos tiene por lo menos cuatro dimensiones. Nos referimos a la Teoría de la Relatividad de Einstein. Desde entonces las ideas relacionadas con la multidimensionalidad se extendieron rápidamente a otras áreas del conocimiento.

A pesar de esto , durante los primeros tres cuartos del siglo XX, la consideración de *n* dimensiones en problemas científicos y tecnológicos, daba por supuesto que n era un número entero, por ejemplo 3,4,5,o 6. A nadie se le hubiera ocurrido considerar la posibilidad de que este número pudiera ser fraccionario.

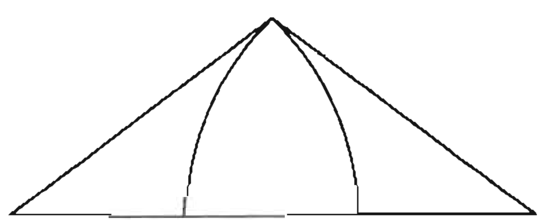
Pero desde el último cuarto del siglo XX con la presencia de los fractales en los fenómenos naturales, esta posibilidad quedó abierta.

c) *Longitud infinita.*

Para tratar la parte que sigue es necesario referir cuál es el procedimiento geométrico que hay que seguir para pasar de una etapa en la construcción de Agelus a su etapa siguiente.

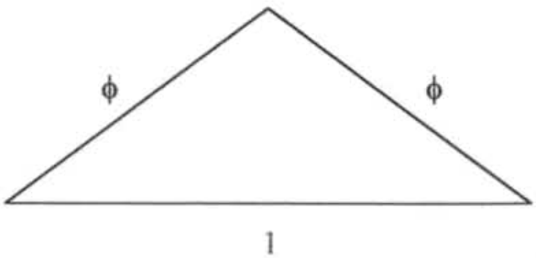
Según se ha dicho, este paso consiste en someter a todos los triángulos Beta que hasta entonces se tengan, a la operación que deja dividido a cada uno en dos triángulos Beta más chicos (a sus costados) y en un triángulo Alfa (al centro) que ha de sustraerse de la figura.

Para obtener esto hay que apoyar el compás en los vértices de los ángulos de 36° del triángulo Beta que se está operando, para desde ahí abatir sobre su base los lados iguales; haciéndolo así, dejamos correctamente ubicados los vértices de la base del triángulo Alfa, y ya sólo hay que trazar hacia estos vértices, desde el vértice del ángulo de 108° del triángulo Beta que se está operando, los segmentos que harán de los lados iguales en los triángulos Beta laterales que así resultan.

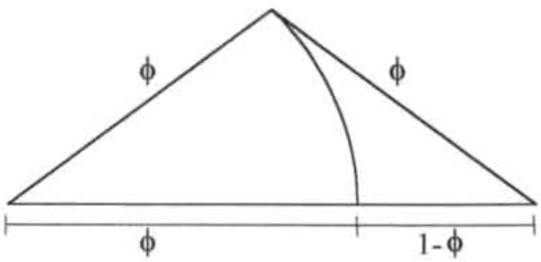


Ahora nos interesa evidenciar que el perímetro del triángulo Beta operado es menor que la suma de los perímetros de los triángulos Beta laterales que resultan al cabo de la operación, Basta mostrar que esta relación la guarda el triángulo Beta original con respecto al primer par de triángulos Beta laterales, ya que de ser así, debido a la semejanza, esta relación habrá de conservarse a cualquier escala.

Según sabemos, si la base del triángulo Beta del que partimos es de longitud 1, entonces la longitud de sus lados es igual a ϕ.



En consecuencia, al abatir uno de estos lados sobre la base, esta queda dividida en dos segmentos: uno de longitud ϕ y otro de longitud $1-\phi$.



Recordemos, por otro lado, que ϕ surge como solución de la ecuación

$$x^2 + x - 1 = 0$$

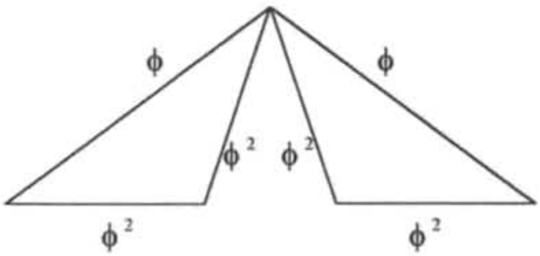
Esto significa que al sustituir x por ϕ, esta ecuación queda convertida en una identidad; o sea que

$$\phi^2 + \phi - 1 = 0$$

de lo cual resultan, tras simples despejes, las identidades numéricas

(a) $\phi^2 = 1 - \phi$ y **(b)** $1 = \phi^2 + \phi$

Por **(a)** tenemos que las medidas de los lados de los triángulos laterales que resultan de la operación son: ϕ para sus bases, y ϕ^2 para sus lados iguales.



Por lo tanto, el perímetro de la figura que consta de ambos es

$$4\phi^2 + 2\phi$$

en tanto que el perímetro del triángulo Beta del cual se partió es

$$2\phi + 1$$

Podríamos comprobar que el primero de estos números es mayor que el segundo comparando las cifras que arroja la introducción de ambos en una calculadora, pero también podemos hacerlo (y lo haremos) de otro modo.

Según sabemos, la expansión decimal del Número de Oro comprende en sus primera parte seiscientas dieciocho milésimas partes de la unidad que se considere, y aunque es una expansión decimal infinita, no tiene ninguna esperanza de alcanzar el .7; menos aún el .75 que representa exactamente tres cuartas partes de la unidad. Por consiguiente, podemos consignar como un hecho que

$$\phi < \frac{3}{4}$$

Por lo aprendido en el bachillerato, se sabe que el sentido de una desigualdad no se altera si se multiplican sus dos miembros por un número positivo; ésta, por consiguiente, mantiene su sentido si multiplicamos sus miembros por 4; haciéndolo así obtenemos que

$$4\phi < 3$$

lo cual se puede rescribir en la forma

$$2\phi + 2\phi < 4\text{-}1$$

de donde, con un intercambio de términos resulta

$$2\phi + 1 < 4 - 2\phi$$

obsérvese que en el primer miembro de esta desigualdad ya tenemos al perímetro del triángulo Beta del que partimos. Y qué con el segundo miembro, veamos:

$$4-2\phi=2+2(1-\phi)$$

Debido a la identidad numérica **(a)** establecida anteriormente,

$$2+2(1-\phi)=2+2\phi^2$$

Factorizando,

$$2+2\phi^2=2(1+\phi^2)$$

Empleando la entidad numérica **(b)**

$$2(1+\phi^2)=2[(\phi^2+\phi)+\phi^2]$$

$$=2(2\phi^2+\phi)$$

$$=4\phi^2+2\phi$$

que es el perímetro de la figura que resulta de la operación. Por lo tanto

$$2\phi+1<4\phi^2+2\phi$$

como se quería demostrar.

Una vez iniciado el proceso de construcción de Ángelus, podemos definir la longitud de la figura obtenida en cada etapa como la suma de los perímetros de los triángulos Beta de que tal figura conste. El resultado anterior permite darnos cuenta de que la longitud de la figura obtenida durante cierta etapa del proceso siempre es mayor que la longitud de la figura obtenida en la etapa anterior, y esto no tendría mayores consecuencias si no fuera que el proceso constructivo se aplica infinitas veces; al ser así, el incremento en la longitud crece infinitamente, siendo, al cabo, Ángelus una curva de longitud infinita.

Una consecuencia paradójica de todo esto es la siguiente: Si tomamos diez copias de Ángelus y las unimos extremo con extremo sobre los bordes de una estrella regular de cinco puntas, el resultado es la *Isla Phi*, que tiene una superficie finita pero, que su línea costera es infinitamente larga. La imagen de esta figura es la que ilustra la primera página de este capítulo.

d) *Carencia de tangentes.*

El problema de la determinación de las tangentes en curvas, es algo que ha ocupado, por diferentes razones, a los investigadores de diferentes tiempos; desde sus inicios, se percataron que había curvas que en algunos de sus puntos no admitían una tangente, es decir, una *única* recta que en las inmediaciones del punto toca a la curva sólo en ese punto; esa anomalía podía deberse a que en tal punto la curva presentaba un pico que dejaba ambigua la existencia de una única recta con tales características. En la siguiente figura se ilustra esta situación.

Mientras que en el dibujo de la izquierda es posible determinar una única tangente que pase por el punto indicado, en la gráfica de la derecha es imposible hacer esto de manera única, puesto que son muchas las rectas que tocan a la curva sólo en ese punto.

Durante mucho tiempo se creyó que una curva que presentase tales anomalías solamente podía tenerlas en puntos suyos que podían quedarse aislados, fuera de los cuales era posible definirle tangentes con toda precisión.

Justamente lo que Helge von Koch se propuso al construir la curva que ahora lleva su nombre fue proporcionar un ejemplo sencillo que mostrara la falsedad de esa creencia. Y en efecto lo logró, pues en la curva de Koch, así como en Ángelus, se encuentra tan densamente corrugada la línea, que muestra picos por todas partes, lo que vuelve imposible la definición de una tangente en cualquiera de sus puntos.

Como se mencionó anteriormente, el estudio de las tangentes, ha estado desde la antigüedad en la mente de muchos investigadores, sin embargo, no fue sino hasta el siglo XVII cuando esta cuestión adquirió una connotación práctica. Durante el *seicento*, Newton y Leibniz hallaron que el problema de determinar tangentes era enteramente equivalente al del cálculo de velocidades y aceleraciones de cuerpos en movimiento. Los métodos analíticos ideados por ambos para la resolución de estos problemas constituyen los fundamentos del Cálculo Diferencial.

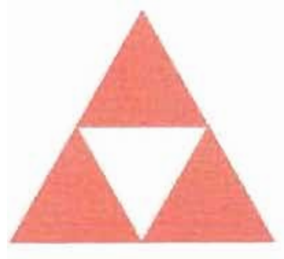
Debido a la equivalencia entre la determinación de las tangentes y el cálculo de velocidades, la curva concebida por Koch advertía la existencia hipotética de un cuerpo en movimiento que aunque se sepa dónde se encuentra en cada instante, no es posible saber a qué velocidad se mueve en cada instante. Con el paso de los años, la investigación científica ha revelado la existencia física de tal cuerpo; es el electrón que, de acuerdo con el Principio de Incertidumbre de Heisemberg, siempre que se conozca su posición en cada instante de tiempo se desconocerá la velocidad a que se mueve en ese mismo instante. He aquí cómo objetos geométricos como la Curva de Koch o Ángelus, tienen vinculación estrecha con la Física contemporánea.

5.5 Triángulo de Sierpinski

Ángelus es un fractal que ha sido construido a partir del Triángulo de Oro Beta. Mostraremos que también es posible construir un fractal partiendo del Triángulo de Oro Alfa.

Las formas geométricas que se van sucediendo a lo largo de su proceso de construcción, según veremos, nos hace pensar en aquellas carpetas tejidas que se solían usar para decorar algunos muebles de las casas. Debido a este parecido, a estos fractales se les llama *carpetas, carpetas de Sierpinski,* esto último por haber sido el matemático polaco Waclack Sierpinski quien mostró la primera de ellas (su famoso triángulo) en 1915, cuya construcción se lleva a cabo a partir de un triángulo equilátero. Veámos en qué consiste.

Se parte, como ya se dijo, de un triángulo equilátero; se marcan los puntos medios de sus lados, se unen y se sustrae el triángulo interior.



Se repite el proceso en cada uno de los tres triángulos restantes que se formaron y así sucesivamente en cada triángulo que se vaya formando.

Los teóricos de la geometría fractal han demostrado que con esta sustracción infinita de área se consigue reducir la dimensión del triángulo original, y que el objeto que resulta en el límite es una curva de longitud infinita, cuya dimensión fluctúa entre 1 y 2, y que cualquier fragmento suyo es una réplica de sí misma (a cierta escala), esto es, que es autosimilar.

No nos detendremos a justificar estas afirmaciones matemáticas ni demostraremos (pese a ser cierto) que estas propiedades las posee también el fractal que será construido a continuación, a partir de triángulo de Oro Alfa.

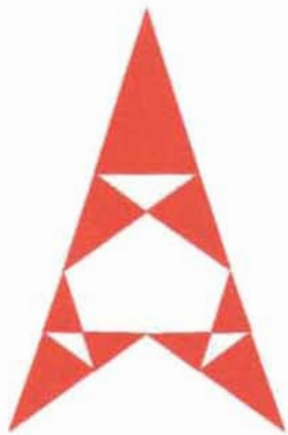
5.6 Pandemónium

Se parte de un triángulo de Oro Alfa; al apoyar el compás en cada vértice de la base del triángulo y llevar la otra punta hasta el lado opuesto al vértice que sirve de apoyo, se localiza un punto sobre cada uno de los lados iguales del triángulo, mismos que al ser unidos con los vértices que sirvieron de apoyo para su ubicación dan lugar a la figura que se muestra a continuación.

Observemos que si además de los trazos realizados, unimos los puntos que localizamos con el compás, entonces obtenemos una triangulación que consta de tres Alfa y dos Beta.

Estos trazos serán parte del primer paso del proceso, así como la omisión de la base del Triángulo Alfa de que hemos partido, con lo cual se sustrae de la figura el área del triángulo Beta que quedó flanqueado por los dos Alfa. Y la omisión del Triángulo Beta determinado por las bases de los tres Alfa.

En el segundo paso se someten a la operación anterior los tres triángulos Alfa que quedaron configurados; de ello resultan nueve triángulos Alfa que, en el tercer paso habrán de sufrir la misma operación.



La curva a que se llega cuando este proceso alcanza su límite, al cabo de infinitos pasos, es ***Pandemónium*** y tiene, como ya se dijo, dimensión fraccionaria, longitud infinita y autosimilaridad en todas sus partes. Es importante mencionar que, lo mismo que en el caso de Ángelus, también la dimensión fractal de Pandemónium involucra al Número de Oro. Incluso, calculos realizados por el Dr. Santiago López de Medrano del Instituto de Matemáticas de la UNAM, nos llevan a la consclusión de que ambos fractales tienen exactamente la misma dimensión. Y aún más, *Ángelus* y *Pandemónium* no son los únicos fractales que involucran al Número de Oro.

Actualmente, en el Laboratorio de Análisis Fractal del Instituto de Geología de la UNAM, se realizan estudios relacionados con el análisis fractal de los sistemas naturales . Objetos fractales como las carpetas de Sierpinski están siendo usados como modelos de estructuras de algunos geosistemas, lo cual ha permitido entre otras cosa el diseño de dos nuevos softwares: MAFRES (Mapeo Fractal de la Percepción Remota) y MAFRY (Mapeo Fractal de los Yacimientos), este último se emplea en la graficación fractal de yacimientos petroleros.

En lo concerniente a las Bellas Artes, concretamente en Arquitectura, se ha observado que modernos enclaves urbanos observan entre otras características una distribución jerárquica de asentamientos cuya representación gráfica implica a las carpetas de Sierpinski.

5.7 Aggelios

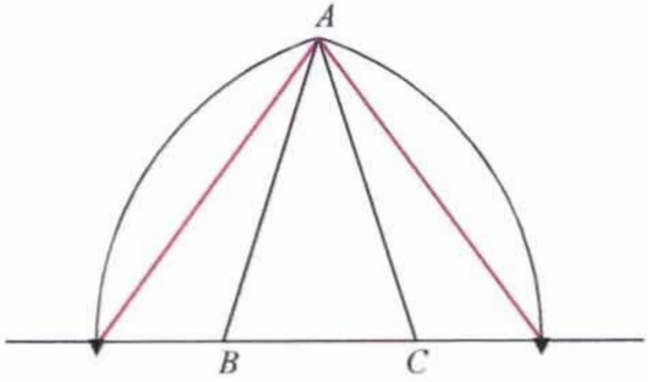
Antes de finalizar este capítulo, cabe hacer algunos comentarios referentes a la construcción de *Pandemónium.*

Observando que Ángelus surge del trazo reiterado en ambas direcciones (derecha e izquierda) de dos segmentos que triangulan un Beta en un Alfa central y en dos Bata laterales, se buscaron trazos análogos, al interior de un Alfa, que lo triangularan en un Beta central y en dos Alfa laterales.

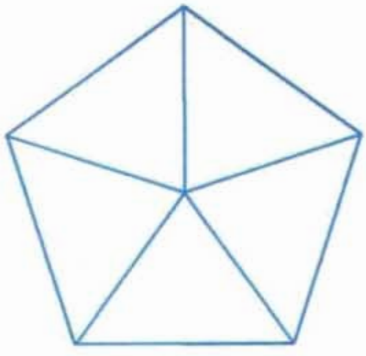
Aunque dentro de un Alfa el trazo de los segmentos que ya conocemos induce, efectivamente, una triangulación así, observamos que el triángulo de que se parte no queda con esto totalmente triangulado, pues le sobra una parte que sólo con un tercer segmento trazado se acopla a la figura dando lugar a que aparezcan dos triángulos más, un Alfa y un Beta. Eliminando los Beta de la configuración y reiterando el procedimiento sobre los Alfa surgidos, tuvo lugar el hallazgo de *Pandemónium.*

Por esta búsqueda de analogías para la construcción de este fractal a partir de la observación en la construcción de *Ángelus*, se dice que *Pandemónium* es un objeto dual a *Ángelus.*

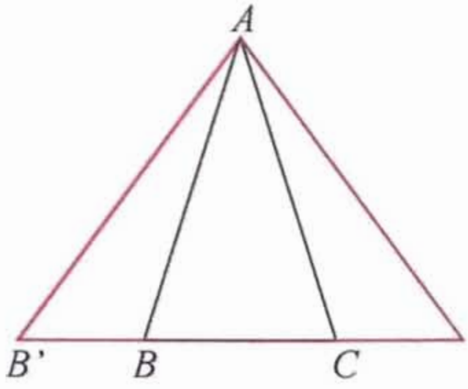
Pero hay que observar que las analogías que se persiguieron no son las únicas. Recordemos, por ejemplo, que *Ángelus* arranca con el abatimiento de los lados iguales de un Triángulo Beta sobre su base. Intentemos lo análogo; es decir, abatir sobre su base los lados iguales de un Triángulo Alfa. Basta imaginarlo para caer en la cuenta de que tales abatimientos no quedan dentro de la base del triángulo; pero considerando una extensión de ésta, podemos ubicar dos puntos, uno a cada costado del triángulo, mismos que al ser unidos al vértice abatido, ponen al descubierto una figura ya conocida por nosotros



Se trata de aquel triángulo con el que, en el Capítulo 2; quedaron formadas las figuras Helios y Diafragma; el mismo, por cierto, que aparece en la imagen corporativa de Chrysler. Es el Triángulo *Gama*; sus medidas angulares, como ya se había mencionado, son 54°, 72° y 54°. Pero, ¿Gama será un Triángulo de Oro?; recordemos que ese atributo lo otorgamos a los triángulos cuya relación entre sus bases y sus lados da el Número de Oro; como es evidente a simple vista Gama no es de ellos; sin embargo, ¡sí guarda relación con *phi*! lo que ya lo hace interesante; por lo tanto, lo llamaremos *Triángulo de Plata Gama*.



Para deducir el procedimiento que induzca la construcción del fractal derivado de él, observamos atentamente la figura obtenida tras los abatimientos y trazos descritos:



En vista de los abatimientos realizados, tenemos

$$\overline{AB} = \overline{BC'} \quad \text{y} \quad \overline{AC} = \overline{B'C}$$

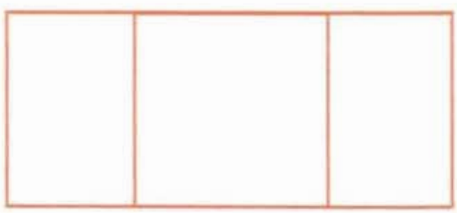
Por otra parte sabemos que la base y los lados iguales de un Triángulo de Oro Alfa están en Proporción Áurea; en consecuencia se tiene que

$$\phi = \frac{\overline{BC'}}{\overline{BC'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C}}$$

Esto implica que también

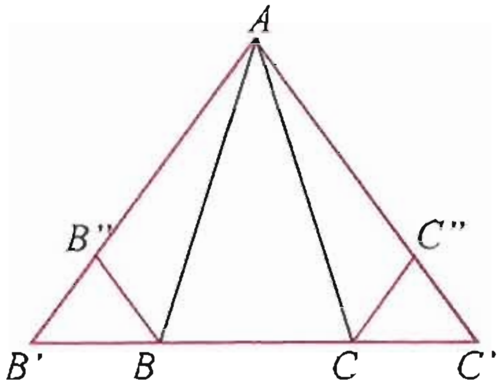
$$\frac{\overline{B'B}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'C}}{BC} = \phi$$

Esta trisección simétrica que se ha producido en la base del Triángulo de Plata Gama es la misma que observamos en algunos equipos modulares de sonido, en los que el cerebro del equipo queda enmarcado en un cuadrado al centro, y a sus costados, dos bocinas enmarcadas, cada una en rectángulos áureos.



Retomemos lo que se venía diciendo. Observemos los triángulos que han quedado a los lados del Triángulo de Oro Alfa. Son semejantes y claramente escalenos. Puesto que los ángulos de la base del Triángulo de Oro Alfa miden

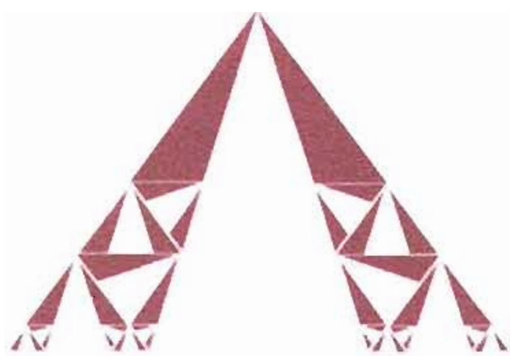
72°, los ángulos ABB' y ACC' deben medir 108°, lo doble de lo que miden los ángulos $AB'C'$ y $AC'B'$ de la base del Triángulo de Plata Gama. Esto sugiere la idea de bisectarlos, a fin de reproducir dentro de estos triángulos escalenos el Triángulo de Plata Gama.



Nótese que haciéndolo asi no sólo conseguimos esto sino también las imágenes reducidas de los escalenos laterales. En efecto, en la figura que ahora se muestra, ya están trazadas la bisectrices BB'' y CC''; los triángulos $AB''B$ y $AC''C$ son escalenos del mismo tipo que los triángulos ABB' y ACC' que flanquean al Alfa. En particular, sus ángulos $AB''B$ y $AC''C$ miden 108°, de modo que pueden ser bisectados y el proceso puede repetirse.

Para que la fractalidad sea completa, dentro de cada Triángulo de Plata Gama que vaya apareciendo hay que centrar un Alfa, a fin de poder dar continuidad al proceso. Al cabo de cada etapa debe suprimirse el área del Alfa central correspondiente pero sin suprimir en ningún momento sus contornos.

El fractal que así se construye es ***Aggelios***. La siguiente figura muestra la forma que toma la quinta etapa de su construcción.



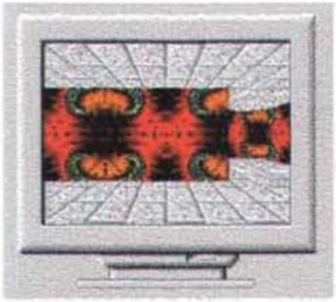
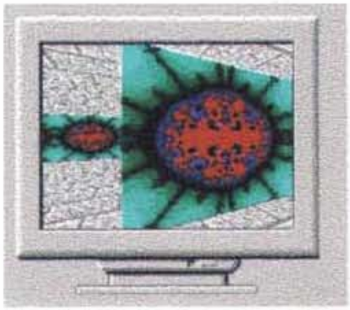
5.8 Aplicaciones gráficas de fractales

Este tema de los fractales como ya se mencionó anteriormente es muy nuevo y además muy basto. Su desarrollo está vinculado con el de la tecnología, ya que sólo con ayuda de ella ha sido posible visualizar, aunque sea de manera aproximada, lo que son los fractales. Pues recordemos que una vez iniciado el proceso para la creación de uno, éste continua de manera infinita. Es decir, que podríamos insertar en la computadora una expresión algebraica simple, para que ella la repitiera hasta formar un fractal, y podríamos ausentarnos unos 1618 años y al volver veríamos que aún no está terminado. Por eso es que las imágenes que hasta ahora se conocen, son sólo *prefractales*, pues aunque se intuyen, hasta ahora ningún ojo humano ha visto en su totalidad un fractal. Y no obstante trabajar con imágenes prefractales, éstas resultan muy atractivas, tanto es así que estudiosos de diferentes ámbitos se han sentido atraídas por ellas.

Incluso se habla ya de música fractal, cuyo trabajo está aún en sus etapas iniciales pero la investigación continúa.

Y qué decir del aspecto visual de los fractales, que sin duda alguna están generando nuevas formas de expresión gráfica. Actualmente existen programas de diseño que contienen filtros de efectos especiales entre los que aparecen algunos fractales; más aún, estas imágenes también las podemos observar como protectores de pantalla.

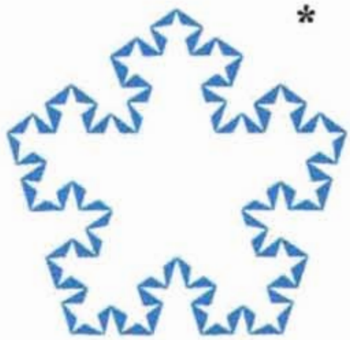


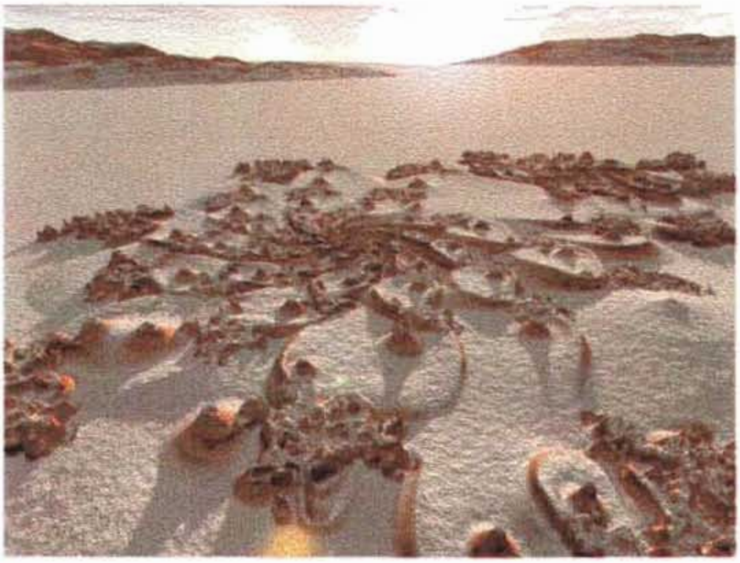
En España, la Universidad Politécnica de Madrid, en su Facultad de Informática, convoca a sus estudiantes a presentar trabajos gráficos realizados con frcatales, entre los requisitos solicitados está la estética de los mismos. Y es que una vez generado un fractal, éste es, en manos de un artista gráfico, materia prima con múltiples posibilidades, que bajo los efectos de luz, perspectiva, tamaño, color y demás tratamientos conocidos por los artistas plásticos, genera objetos visuales muy impactantes, que igual sirven para portadas de discos, que para carteles, juegos de video, ilustraciones, efectos especiales, animaciones, páginas de internet, *back grounds* de fotografías y videos, entre otras aplicaciones.

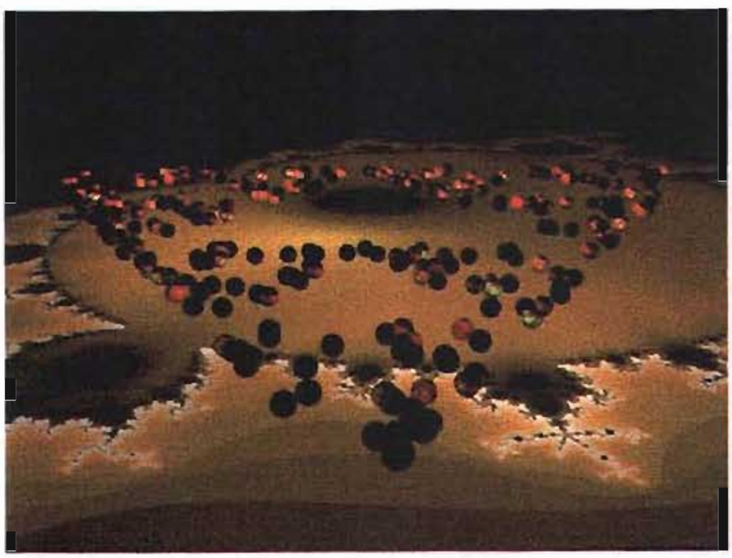
Lo que ahora vemos es la contraportada del dico Best of World Music 3, las imágenes negras que apreciamos en los bordes forman parte de un fractal llamado Conjunto de Julia. *Sin duda la elección de insertar la presencia de fractales en este diseño obedece al deseo de marcar una nueva era, de presentar nuevas propuestas como lo son también las piezas musicales contenidas en el CD.*

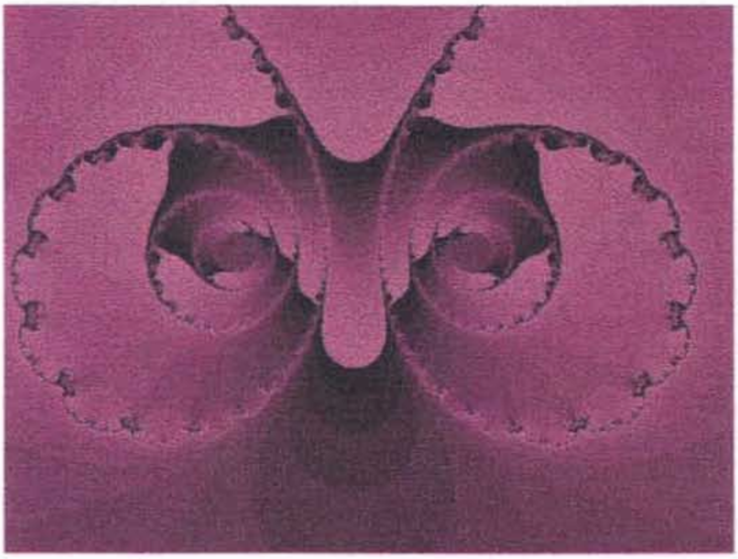
Esta figura es el resultado de trabajar los primeros paso de Ángelus y repetirlos en cada uno de los lados de la Pentalfa. Después de conocer todo lo que esta figura encierra , nuestra percepción de ella es especial; por sus propiedades de armonía y ritmo , pero además por ser un objeto propio de la Geometría fractal, es que se le eligió como propuesta de logo para el 11° Congreso Internacional de Matemática Educativa

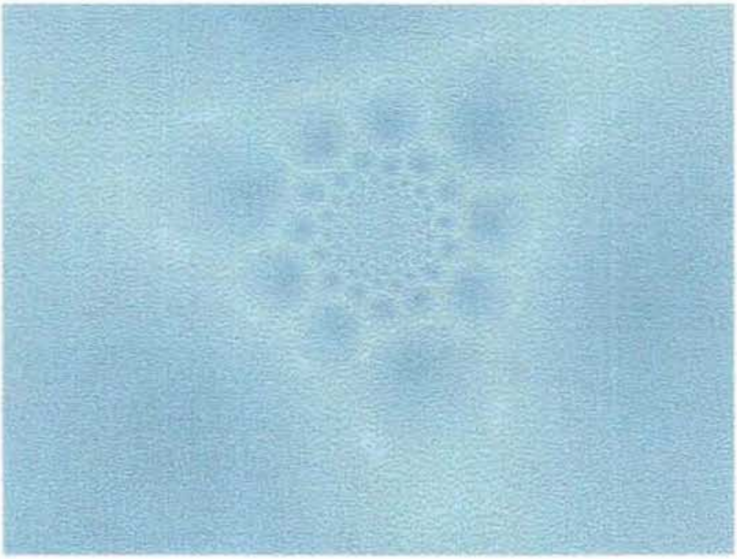


Veamos otras propuestas gráficas realizadas a partir de imágenes fractales. En estos ejemplos la única intención de sus autores es el goce creativo, por ello es que veces las podremos encontrar solamente formando parte de una galería de internet.









Como vemos las posibilidades son infinitas, todo está en función de la creatividad del artista gráfico, quien al concluir la lectura de este trabajo, podrá darse cuenta de lo fantástico que es descubrir aspectos nuevos de un tema milenario, además de apreciar lo enriquecedor que es para su desempeño profesional establecer contacto con otrasdisciplinas.

CONCLUSIONES

Puesto que el primer hilo conductor de la presente investigación es de carácter histórico y filosófico, las conclusiones iniciales a las que se llegan tienen tintes de verdades intemporales; siendo la primera de ellas la de que artistas y científicos son los individuos, que en cada civilización logran plasmar en sus obras la esencia de su tiempo. Sin duda esto obedece a que son seres que han agudizado de tal manera sus capacidades que pueden captar, mejor que otros, el sentir de su época y traducirlo en artes y en ciencias; razón por la cual en estas dos grandes disciplinas se dan desarrollos paralelos, porque ambos espíritus, cada uno desde su particular posición, percibe las manifestaciones de un preciso tiempo histórico, su tiempo.

Esa es la razón por la cual detectamos también que al observar con atención las expresiones artísticas y científicas de un tiempo determinado, conocemos los humores que habitaban en los hombres de ese tiempo. A través de un estudio de las artes y las ciencias podemos saber de sus temperamentos, creencias, temores y hasta de su visión del futuro. Por todo esto es que a nadie viene mal estar al tanto de esas disciplinas.

Estudiar el pasado resulta más fácil pues es algo ya concluido; sabemos que los nombres que se han asignado a movimientos artísticos y científicos fueron posteriores, cuando ya se habían consolidado o incluso hasta habían concluido.

Sin duda un ensayo por definir nuestro tiempo sólo se logra con una investigación de lo que en él acontece, con el autoconocimiento.

Lo cierto es que ya sea en el pasado o en el presente podemos percibir la presencia de algo inherente al hombre, algo que se ha mantenido constante a través de los tiempos; esa particularidad ha permitido que en cualquier civilización que se analice, encontremos hombres inquietos haciendo arte y ciencia, y a otros más siguiendo con atención los pasos de éstos.

El presente trabajo es una modesta investigación emanada de esa inquietud por saber de los quehaceres contemporáneos. Podemos decir ahora, que el Número de Oro, sólo es un caso particular de las manifestaciones propias de nuestro tiempo que sin duda están continuamente brotando y atrayendo la atención de las mentes más sensibles, ya sea por la información científica que de él se pueda deducir o por el aspecto visual en el que se está materializando.

Durante la investigación realizada pudimos observar también que el desarrollo tecnológico está provocando, de manera aún muy general, el intercambio de información entre las diferentes actividades del ser humano, lo que genera un impacto específico en cada una de ellas.

Concretamente en el terreno del Diseño Gráfico, el acceso a nuevas formas visuales, emanadas de la ciencia, en alusión a las teselas y los fractales, sin duda está generando un gran abanico de recursos de expresión; el empleo de estos recursos como elementos de comunicación está dando resultados gratos y favorables, pues la intuición del hombre contemporáneo, aún sin conocer el origen de esas formas, las identifica como únicas y propias de su tiempo.

Finalmente, y felizmente, los resultados obtenidos por esta investigación fueron positivos y lograron demostrar la primera parte de una proposición específica; sabemos ahora que en verdad existen elementos que permiten dar por cierto que el Número de Oro está presentándose en la ciencia contemporánea. Con esto se cumple también un deseo: el de dejar marcada una línea de investigación, porque ahora tenemos fundamentos para esperar manifestaciones del Número de Oro en el arte actual, si no como tal, sí algo que esté al parejo, una idea paralela a lo que está siendo actualmente en ciencias. Es obvio que el recorrido por detectar los pulsos actuales es largo, tal vez ahora lo sea un paso menos.

ANEXOS

ANEXO 1

Trazos geométricos

ANEXO 2

Biografías

ANEXO I

Trazos geométricos

A continuación se describirán los procedimientos geométricos necesarios para la realización de algunos trazos y figuras claves en este trabajo.

PUNTO DE ORO DE UN SEGMENTO

El primer paso es trazar un segmento de recta, al cual seccionaremos en *Proporción Áurea* a través de un *Punto de Oro*; asignémosle las letras AB.

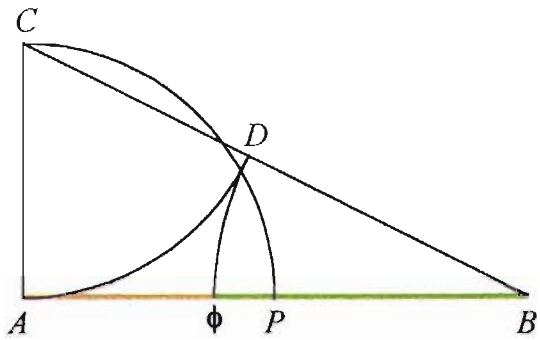
☆ Se levanta una perpendicular sobre A de longitud $\overline{AP}$ (P es el punto medio del segmento) con este movimiento ubicamos el punto C.

☆ Se unen los puntos C y B, segmento sobre el cual se harán los siguientes movimientos.

☆ Apoyando el compás en C y con abertura $\overline{AC}$ se gira para marcar el punto D sobre el segmento CB.

☆ Con abertura BD y apoyando el compás en B se gira hacia AB para ubicar en éste, nuestro segmento original, el Punto de Oro ϕ.

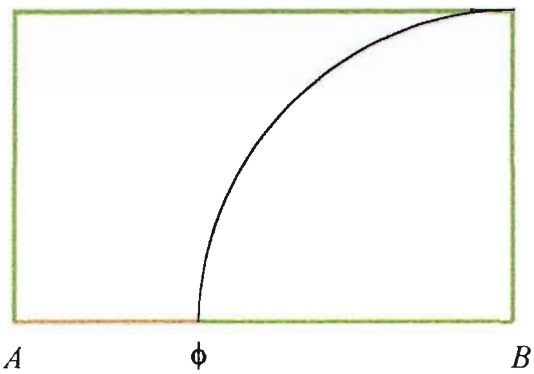
Se puede realizar el mismo procedimiento, con la única variante de levantar la perpendicular sobre el punto B, para obtener otro *Punto de Oro* del mismo segmento.



RECTÁNGULO ÁUREO

☆ Partimos de un segmento al cual hemos dividido según la Sección Áurea. Este es el segmento AB cuyo Punto de Oro es ϕ.

☆ Levantamos una perpendicular sobre B cuya longitud es $\overline{\phi B}$, con esto queda determinado el largo y ancho del Rectángulo Áureo a construir.



ESPIRAL EN RECTÁNGULO ÁUREO

Esta espiral, es en su conjunto una serie de arcos circulares, cuyos centro se ubican en los *Punto Áureos* que se van detectando dentro de un *Rectángulo Áureo*.

☆ Partimos de un Rectángulo Áureo en cuya base ubicamos el Punto de Oro al que asignaremos la letra A; en este punto trazamos una perpendicular que llegue al lado opuesto.

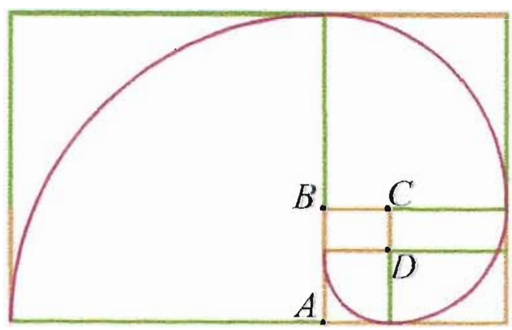
☆ Observemos que nuestro rectángulo quedó dividido en un cuadrado y un rectángulo menor (también áureo) sobre el largo del cual ubicamos su Punto de Oro al que asignamos la letra B, trazamos una perpendicular que va de este punto al lado puesto del nuevo rectángulo.

☆ Con este trazo, nuestro nuevo rectángulo, también queda dividido en un cuadrado y un rectángulo sobre el que se procederá igual que en el paso anterior. C será el Punto de Oro.

☆ Observamos la formación de otro rectángulo áureo menor; realizamos en él el mismo procedimiento; asignamos la letra D al nuevo punto áureo.

☆ Los pasos anteriores nos permitieron situar los puntos áureos que nos servirán de apoyo para el trazo de la espiral.

☆ Lo siguiente es trazar cuartos de circunferencia, cuyos centros serán los puntos marcados y las aberturas, según vaya siendo el trazo, los lados de los cuadrados que se van formando.



PENTÁGONO REGULAR

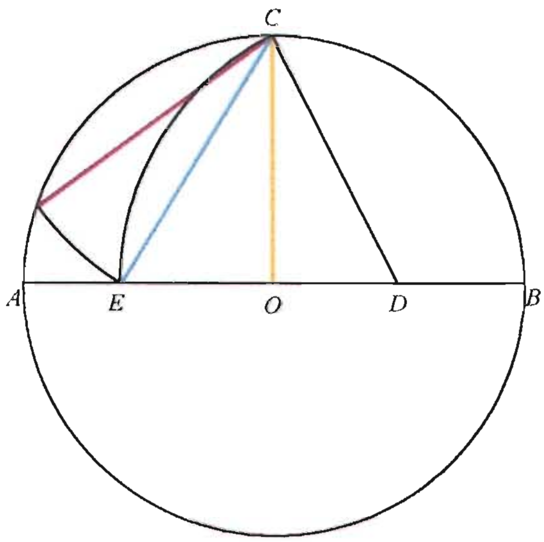
☆ Trazamos una circunferencia cuyo centro es el punto O.

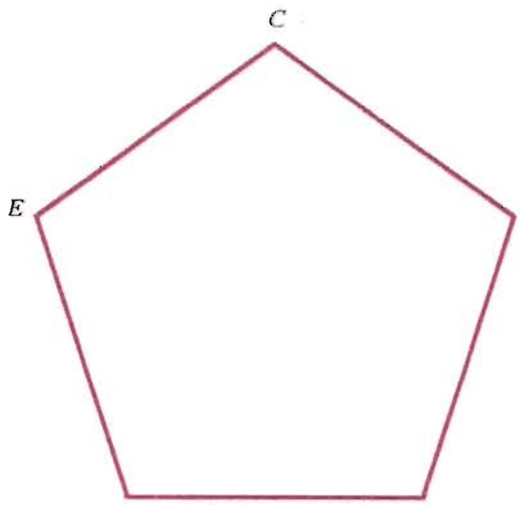
☆ Marcamos en ella el diámetro cuyos extremos son los punto A y B.

☆ Sobre O levantamos una perpendicular, es decir un radio de la circunferencia, cuyo punto de intersección con ella denominamos como C.

☆ Se saca el punto medio del segmento OB, al cual asignamos la letra D.

☆ Apoyando el compás en D y con abertura DC, se abate el segmento hacia AB por el lado de A, con lo que se ubica el punto E. El segmento CE es un lado del pentágono inscrito en la circunferencia.





ANEXO 2

Biografías

ARISTIPO
Cirene, 435-360 a.C. Filósofo griego. Funda la escuela cirenaica. Afirma que el placer es el supremo bien y el dolor el mayor mal.

BACHELARD, GASTON
Bar-sur-Aube, 1884 París 1962 Filósofo, crítico literato y matemático francés. Parte de la idea de que "la ciencia actual no tiene la filosofía que merece" y su trabajo se encamina en ese sentido. Propone reactivar a la Filosofía y sacarla de su sueño dogmático.

BONIFAZ NUÑO, RUBÉN
Investigador, poeta y escritor mexicano, sus estudios arqueológicos, basados en vestigios escultóricos, lo han llevado a la conclusión de que todas las culturas Mesoamericanas, compartían una misma cosmogonía en la que la fusión de la dualidad es el detonante creador, concepto que sin duda queda plasmado en la escultura "la mal llamada Coatlicue", analizada en esta tesis.

BRETON, ANDRÉ
Tinchebray, 1896 París, 1966 Poeta y novelista francés, considerado como el padre del Surrealismo, movimiento que se afirmó en 1924 con su *Manifiesto Surrealista.* Este movimiento artístico, se alzó contra toda forma de orden y de convención lógica, moral y social, frente a la que opuso los valores del sueño, del instinto, del deseo y de la rebelión.

CESÀRO, ERNESTO
Nápoles 1859 Torre Annunziat 1906. Matemático italiano, su principal contribución está relacionada con la geometría intrínseca. Autor de la monografía *Lezione di geometria intrinseca* donde describe las curvas que llevan su nombre. Más tarde expandió su método a las curvas diseñadas por Koch.

DA VINCI, LEONARDO
Vinci 1452 Amboise 1519 Pintor, escultor y científico italiano. Representa al verdadero hombre del Renacimiento por su empeño en conocer y dominar todas las artes y las técnicas. Realizó dibujos de geometría para ilustrar el libro de Luca Paccioli *De divina Proportione*, es autor, entre otras obras, de *La Virgen de las rocas.*

DE LA FUENTE, BEATRIZ
Ciudad de México. Doctora en historia egresada de la UNAM. Su investigación se ha centrado desde 1990, en el proyecto *La pintura mural prehispánica en México.* Ha sido profesora en la Universidad Iberoamericana, en la ENAH y en la Facultad de Filosofía y Letras a nivel licenciatura y posgrado.

DUCASSE, ISSIDORE (Conde de Lautrémont)
Poeta francés. Admirado por los suoerrealistas, su poesía posee un tono mesiánico admirado ante fuerzas abismales y destructivas. Su casi única obra son los seis cantos que componen *Los cantos de de Maldoror* (1869).

DÜRER, ALBRECHT (DURERO)
Nuremberg 1471-1528 pintor, grabador y escritor alemán. Catalogado como uno de los más grandes dibujantes en la historia del arte. Escribe dos tratados, uno sobre geometría descriptiva y otro, que comprendía cuatro libros sobre proporciones humanas; es autor de la pintura titulada *Meditación.*

EINSTEIN, ALBERT
Ulm 1879 Princeton 1955 Físico alemán. Autor de las Teorías de la Relatividad (Relatividad Restringida, 1905 y Relatividad General, 1916) en las que revisó en profundidad las nociones físicas de espacio y tiempo, y estableció la equivalencia entre la masa y la energía.

ESCHER, MAURITIS CORNELIUS
Leeuwarden 1898 Baarn 1972 Estudió en la Escuela de Arquitectura y Diseño Ornamental de Haarlem. Quizá su exposición más importante se organizó en 1954 en la Whyte Gallery de Washington. Actualmente una colección importante de sus obras pertenece al ingeniero Cornelius van Roosevelt, nieto del presidente Theodore Roosevelt.

FECHNER, GUSTAV THEODOR
Gross-Särchen, Lusacia 1801 Leipzig 1887 Fisiólogo y filósofo alemán. Uno de los fundadores de la psicofísica, formuló la llamada ley de Weber-Fechner, según la cual "la sensación corresponde al logaritmo del estímulo".

FIBONACCI, LEONARDO
Pisa 1175 – 1240 Matemático italiano. En su *Liber abbaci* (1202), que difundió en Occidente la ciencia matemática de los árabes y los griegos, utiliza la numeración arábiga con el cero e introduce la serie en la que cada término es igual a la suma de los dos anteriores.

GALENO
Pérgamo 130-190 Médico griego. Centra su interés en la investigación fisiológica. Con su obra sobre la anatomía, compuesta por el *Perí ton anatomikón enkheireseón* (Técnica anatómica) y el *Perí Khréias moríon* (Anatomía funcional), Galeno elaboró uno de los mayores aportes científicos de su tiempo.

GALILEO (llamado Galileo Galilei)
Pisa 1564 Arcetri 1642 Científico y escritor italiano. Al introducir el empleo del anteojo en astronomía (1609) revolucionó la observación del universo. Es también uno de los fundadores de la mecánica moderna; descubrió la ley de la caída de los cuerpos en el vacío y emitió una primera formulación del principio de la relatividad.

GOETHE, JOHANN WOLFGANG VON
Francfort 1749 Weimar 1832 Poeta, dramaturgo, novelista y crítico alemán. La obra cumbre de Goethe es *Fausto* (1774) de carácter autobiográfico y que refleja las inquietudes y la lucha del hombre con su propio yo, la búsqueda permanente de lo desconocido, de lo imposible. Registra la lucha moral del hombre de la época contra sus instintos y su ser material.

HEISEMBERG, WERNER KARL
Duisburg 1901 Munich 1976 Físico alemán cuyo principal desarrollo es el llamado *Principio de Indeterminación*. Según este, no es posible determinar la posición exacta y el momento de las partículas subatómicas. Es posible en cambio conocer el producto de sus indeterminaciones. Su descubrimiento implica cambios a nivel filosófico, con un aumento en la incertidumbre frente al comportamiento real de las partículas elementales y su relación frente al sujeto investigador.

JÁMBLICO
Calcis, Celesiria, 250-330 Filósofo griego. Trató de convertir el neoplatonismo, enriquecido por el recurso al fondo esotérico, sobre todo pitagórico, en una religión racional capaz de oponerse al cristianismo.

KEPLER, JOHANNES
Weil der Stadt 1517 Ratisbona 1630 Astrónomo alemán, formula revolucionarias leyes astronómicas; sostiene que las órbitas de los planetas no son circulares sino elípticas. Por otro lado, Kepler es el principal precursor de la óptica moderna; llega a describir , con un alto nivel de aproximación, el funcionamiento del ojo.

KOCH, HELGE VON
Estocolmo 1870 – 1924 Matemático suizo conocido principalmente por su trabajo en la teoría de sistemas infinitos de ecuaciones lineales. Diseñó curvas, que a pesar de ser continuas, no tenían tangente en ningún punto.

LABAN, RUDOLF VON
1879 – 1958. Coreógrafo austriaco de origen húngaro. Sus concepciones gestuales fueron la base del ballet expresionista. Creación de un método de notación (cinematográfico).

LOBACHEVSKY, NICOLAI IVANOVICH
Nizhni Nóvgorod 1792 Kazán 1856 Matemático ruso. Como J. Bolyai, elaboró una nueva geometría, no euclidiana, llamada *Hiperbólica*.

LÓPEZ DE MEDRANO, SANTIAGO
Ciudad de México octubre de 1942. Doctor en matemáticas. Ha realizado estudios de Teoría de catástrofes, Sistemas dinámicos y Topología diferencial.

Desarrolló los primeros programas de matemáticas para los Colegios de Ciencias y Humanidades. Se dedica a la investigación y a la docencia en la Facultad de Ciencias de la UNAM.

MOZART, WOLFGANG AMADEUS
Salzburgo 1756 Viena 1791 Compositor austriaco. Maestro de la melodía, buscó la pureza y la elegancia y alcanzó celebridad por la sencillez y gracia de sus obras. Es autor de *Las bodas de Fígaro, Così fan tutte,* sonatas, 27 conciertos para piano, música de cámara y música religiosa.

NEWTON, ISAAC
Woolsthorpe 1642 Londres 1727 Físico, matemático y astrónomo inglés. Alcanza especial notoriedad indagando sobre la luz, explorando en el cálculo matemático, pero, especialmente, enunciando la teoría de la gravitación.

ORTEGA Y GASSET, JOSÉ
Madrid 1883-1955 Filósofo, ensayista, político y pensador español. Se le considera el creador de la filosofía de la *razón vital* y del *perspectivismo.* Su frase "yo soy yo y mis circunstancias" define los básicos de su interés: el hombre y la vida. Entre sus ensayos destacan *España invertebrada* (1921) *El tema de nuestro tiempo* (1923), entre otros, de donde se tomó, para este trabajo, el artículo *El sentido histórico de la teoría de Einstein.*

PACCIOLI, LUCA
(1445-1517) Matemático italiano. Ideó el método de contabilidad por partida doble, expuesto en su libro *Summa de Aritmética* (1494). Estudió la construcción de figuras geométricas en la *Divina Proporción.*

PENROSE, ROGER
Colchester 1931 matemático y físico británico. Sus investigaciones se han centrado en la teoría de los hoyos negros, en cosmología y en el desarrollo formal del embaldosado no periódico del plano, con aplicaciones en geometría y en cristalografía.

PIRKHEIMER, WILIBALDO
Eichstaedt 1470 Nurember 1530 Las ciencias todas tuvieron en Pirkheimer un notable cultivador particularmente las matemáticas, astrología, teología, historia, numismática y las ciencias políticas; se distinguió también como humanista.

PITÁGORAS

SVI a.C. Filósofo y matemático griego quien posiblemente adquiere sus primeros conocimientos de Tales de Mileto. Su pensamiento filosófico ubica al número como principio constituyente de todas las cosas. Enuncia también una teoría musical fundada en las matemáticas, que describe la relación de las proporciones armónicas con la escala.

RODIN, AUGUST

París 1840 Meudon 1917 Escultor francés. Mezcló realismo y romanticismo en sus figuras y monumentos con un lirismo sensual *El beso*. Cabe destacar también *El pensador* (una de las obras destinadas a la Puerta del infierno, obra inacabada).

RIMBAUD, ARTHUR

Charleville 1854 Marsella 1891 poeta francés. En 1869 escribió sus primeros poemas. Con sólo veinte años abandonó la literatura y llevó una vida errante por Europa y África. Su obra rebelde y aureolada de leyenda, fue reivindicada por el surrealismo y ejerció una profunda influencia en la poesía moderna.

SIERPINSKI, WACLACK

Varsovia 1882-1969 Matemático polaco. Principal representante de la escuela matemática polaca moderna, contribuyó al progreso de la *Teoría de los conjuntos*, de la Topología y de los fundamentos lógicos de las Matemáticas.

SPENGLER OSWALD

Blanckenburg, Harz 1880 Munich 1936. Filósofo e historiador alemán. En *La decadencia de occidente* (1918-1922), de donde se tomó, para esta tesis, el artículo titulado *El significado de los números*, critica el mito del progreso comparando a las civilizaciones con los seres vivos, que están sometidos al crecimiento, la madurez y la decadencia.

TALES

Mileto 625-547 a.C. Científico y filósofo griego de la escuela jónica, uno de los siete sabios de Grecia. Se supone que importó de Egipto y Babilonia los elementos de la geometría y del álgebra. Se le atribuye la primera medida exacta del tiempo con el *gnomon* y algunos conocimientos sobre las relaciones de los ángulos con los triángulos a los que pertenecen, así como sobre el cálculo de las proporciones.

VÍCTOR HUGO

Besançon 1802 París 1885, Escritor francés. Se inició como poeta clásico (*Odas*, 1822), pero ya en el prefacio de su drama histórico *Cromwell* (1827) expuso una serie de principios románticos, consolidados en *Hernani*. En los años siguientes escribió poesía y novelas *Los miserables*.

ZEYSING

Ballenstedt 1810 Munich 1876 Filósofo y estético alemán. Lo bello para él es una de las tres formas de la Idea: la que se desarrolla en el objeto y en el sujeto o en otros términos la idea concebida intuitivamente por el espíritu.

GLOSARIO

ACOPLAMIENTO: Acción de acoplar, ajustar, unir. Dispositivo que permite unir dos o más elementos de un mecanismo.

ALFA: Nombre de la primera letra del alfabeto griego (α, A), que corresponde a la ***a*** española.

ÁNGELUS: Oración cristiana en memoria del misterio de la Encarnación, que se reza o canta por la mañana, al medio día y al atardecer. Nombre que se asignó a uno de los fractales analizados en esta tesis dadas las formas que se observan en los primeros pasos de su elaboración.

ARQUITRABE: En los ordenes jónicos y corintio, parte inferior del entablamento que descansa sobre las columnas; por extensión, marco moldurado que circunda una puerta, ventana o arco.

BETA: Nombre de la segunda letra del alfabeto griego (β, B) que corresponde a la ***b*** española.

CORNISA: En los edificios clásico, parte sobresaliente superior del entablamento. En general, cuerpo compuesto de molduras que sirve de remate a otro.

COSMOGONÍA: Concepción sobre el origen del mundo.

CUBISMO: Estilo artístico, surgido a principios del siglo XX (1908-1920) que se caracteriza por la descomposición de la realidad en figuras geométricas; sustituyó los tipos de representación procedentes del Renacimiento por nuevos y más autónomos de construcción plástica.

DENDRITA: Prolongación ramificada del citoplasma de una célula nerviosa.

DENDRÍTICA: Que tiene forma de dendrita.

DIALÉCTICA: Arte de discutir o argumentar. Razonamiento que, al igual que un diálogo contiene oposiciones y diversidad de pensamientos y se encamina hacia una síntesis.

DIATÓNICA: Que procede por la alternancia de tonos y semitonos.

DÓRICO: El más antiguo de los órdenes de arquitectura griega.

ENTABLAMENTO: Conjunto de molduras que coronan la parte superior de un edificio. En la arquitectura clásica parte superior de un orden, formado por arquitrabe (parte inferior), friso (parte intermedia) y cornisa (parte superior). Sinónimo: cornisamento.

EQUINODERMO: Relativo a un tipo de animales marinos invertebrados que presentan simetría axial pentámeda, como el erizo y la estrella de mar.

ESTRÓBILOS: Fruto en forma de cono.

FLAMÍGERA: Que arroja o despide llamas o imita su figura.

FRISO: En la arquitectura clásica, franja horizontal plana en el entablamento del orden jónico, comprendida entre la arquitrabe y la cornisa adornado con esculturas en bajo relieve.

FRONTÓN: En origen remate triangular sobre el entablamento de los templos griegos y romanos, limitados por la cornisa horizontal del entablamento y por dos cornisas inclinadas que siguen las pendientes de los faldones de la cubierta.

GAMMA: Nombre de la tercera letra del alfabeto griego (γ, G) que corresponde a la **g** española.

GÓTICO: Relativo al arte europeo que se desarrolló desde el s. XII hasta el Renacimiento, sucediendo al Románico.

GUARISMO: Signo o cifra arábigos que expresan una cantidad.

ITERACIÓN: Acción y efecto de iterar. Sinónimo, repetición.

MÓDULO: Unidad de medida para regular la proporción de una composición.

PANDEMÓNIUM: Lugar donde hay mucho ruido, griterío y confusión. Capital imaginaria del reino infernal.

POLIS: Comunidad política que se administraba por sí misma, constituida generalmente por una agrupación urbana y el territorio circundante.

PROPORCIÓN: Relación comparativa, peculiar o armónica de una parte con otras, o de una parte con el conjunto, en lo referente a magnitud, cantidad o grado.

RACIONALISMO: Corriente especial de la teoría del conocimiento (gnoseología) opuesta al empirismo. Los racionalistas exageran desmesuradamente el papel de la razón en el conocimiento, y la separan de la experiencia.

RETÍCULA: Marco estructural ordenado que permite al diseñar, situar, ajustar y manipular los elementos de diseño, tipografía, plecas, fotos, ilustraciones para lograr lógica, orden, equilibrio y unidad.

SENDOS: Se dice de aquellas cosas de las que corresponde una para cada una de otras dos o más personas o cosas.

SURREALISMO: Movimiento literario y artístico, surgido después de la primera guerra mundial, que se alzó contra toda forma de orden y de convención lógica, moral y social, frente a las que, con la expresión de "funcionamiento real del pensamiento" opuso los valores del sueño, del instinto, del deseo y de la rebelión.

130 **VÓRTICE:** Torbellino hueco que puede originarse en un fluido en movimiento. Centro de un ciclón.

BIBLIOGRAFÍA

1. Acuña Soto, Claudia Margarita *Revista del seminario de enseñanza y titulación* ¿Qué es una teselación? Vol.V I I Num. 67 Facultad de Ciencias Universidad Nacional Autónoma de México 1992.

2. Bachelard, Gastón *Antología*, Comunicación interna N° I Dpto. de Matemáticas, Facultad de Ciencias Universidad Nacional Autónoma de México 1979.

3. Bonifaz Nuño, Rubén *Escultura azteca en el museo de Antropología* Ed. UNAM México D.F. 1989.

4. Breton, Adré; *Antología (1913-1966)*, Ed. Siglo XXI México 1989.

5. Campbell, Alatrair *Manual del Diseño Gráfico*, Ed. Tellus S.A. Madrid, España 1989.

6. Carter, David *Logos of American's largest companies* Art Direction Book C. Japon 1988.

7. Cesàro, Ernesto *Remarques sur la curbe de von Koch, Tai della*, R Acad. Sc. Fis. Mat. Napoli 12 (1950) 1-12

8. Cuen, López Ana Leticia *La proporción Áurea en la Música del siglo XX* ENM. UNAM, México D.F. 2000.

9. Diccionario de Biografías. Ediciones Nauta S.A. Colombia 1997.

10. Diccionario Enciclopédico. Ed. Grijalbo. Colombia 1996.

11. Diccionario de Química Colección Llave de la ciencia Ed Norma Bogotá, Colombia 1985.

12. Diccionario de Física Colección Llave de la ciencia Ed Norma Bogotá, Colombia 1982.

13. Dictionary of Scientific Biography, Charles Coulston Gillispie Princeton University Vol. III y VII New York, E.U.A.

14. Doczi, György *El poder de los límites* (proporciones armónicas en la naturaleza, el arte y la arquitectura) Ed. Troquel Buenos Aires, Argentina 1996.

15. Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo Americana Ed. Espasa Calpe Medrid España 1991.

16. D. K. Ching, Francis Diccionario visual de Arquitectura Ed. Gustavo Gili, México D.F. 1997.

17. Ghyka, Matila C. *El Número de Oro, ritos y ritmos pitagóricos en el desarrollo de la civilización occidental* Traduc. J. Boche Bousquet, Buenos Aires, Ed. Poseidón 1968.

18. Ghyka, Matila C. *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes* Traduc. J. Boche Bousquet, Buenos Aires, Ed. Poseidón 1968.

19. M. Roth, Leland *Entender la Arquitectura, sus elementos historia y significado*. Ed. Gustavo Gili Barcelona, España 1999.

20. Martínez del Sobral, Margarita *Geometría Mesoamericana* Ed. Fondo de Cultura Económica México D.F 2000

21. Ortega y Gasset, José *El tema de nuestro tiempo*, Ed. Espasa-Calpe, Colección Austral 1938.

22. Paccioli, Luca *La divina proporción* Ed. Akal Madrid, España 1991.

23. Pedoe, Dan *La geometría en el arte* Ed. Gustavo Gili Colección Punto y Línea Barcelona, España 1982.

24. Pequeño Larousse. Ediciones Larousse. Colombia 2004.

25. Penrose, Roger *La nueva mente del emperador* Ed. Fondo de Cultura Económica, México D.F. 1996.

26. Spengler, Oswald *La decadencia de Occidente* Ed. Espasa-Calpe Colección Austral, Madrid 1921.

27. Tosto, Pablo *La composición áurea en las artes plásticas.* Ed. Hachette Buenos Aires, Argentina 1969.

Discografía y filmografía

Olfield, Mike, Kitaro, Liebert Ottmar, et al *Best of World Music* vol. 3 Sony Music México 2002

Eisenstein, Serguei *El Acorazado Potemkim*, 1925 B/N duración 75 min. Distribuida por Cine Memoria, México D.F.

Sitios de Internet

http://www.anarkasis.com/pitagoras/201menu.htm
http://www.alpura.com
http://www.chateau-debrou.fr
http://www.danone.fr
http://www.dma.fi.upm.es/concurso03/presentados03.html
http://www.ee.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fib.html
http://www.estrellablanca.com.mx
http://www.eureka.ya.com/jcjp
http://www.interactivo.matem.unam.mx/matechavos/sabias/material/html/arteymate.html
http://www.kellogs.com
http://www.lateral-ed.es/revista/articulos/penrose.html
http://www.liverpool.com.mx
http://www.masquefotos.com/formación/lenguajecomp3.asp
http://www.perso.club-internet.fr/dreamp/
http://www.photos-voyages.com
http://www.posterclassic.com
http://www.recre-action.net/index.php3
http://www.red-mat.unam.mx
http://www.usuarios.lycos.es/canalciencia/Articulos/MatematicasHerramienta/MatematicasHerramienta.html