

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"MODELACION ESTRUCTURAL DE SISTEMAS DE PISO
EN EDIFICACION"

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A:
LEOBARDO DE LA ROSA SANCHEZ

ASESOR: M. I. OCTAVIO GARCIA DOMINGUEZ



MEXICO, D. F.

2005

m. 341063



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
FING/DCTG/SEAC/UTTT/078/04

Señor
LEOBARDO DE LA ROSA SÁNCHEZ
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"MODELACIÓN ESTRUCTURAL DE SISTEMAS DE PISO EN EDIFICACIÓN"

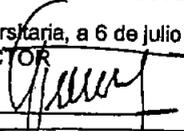
- INTRODUCCIÓN
- I. CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS DE PISO MÁS COMUNES
- II. MODELACIÓN Y ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE SISTEMAS DE PISO
- III. ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ DE SISTEMAS DE PISO
- IV. DISEÑO DE SISTEMAS DE PISO
- V. RECOMENDACIONES
- VI. CONCLUSIONES
- BIBLIOGRAFÍA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

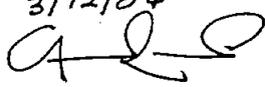
Cd. Universidad, a 6 de julio de 2004.
EL DIRECTOR

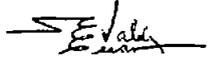

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFBB/AJP/crc.

Vo. Bo.
6/01/04


Vo Bo
26/11/04

A. Deméneghi

Vo Bo
3/12/04


Vo. Bo 24-NOV-04






UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
FING/DCTG/SEAC/UTIT/078/04

Señor
LEOBARDO DE LA ROSA SÁNCHEZ
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"MODELACIÓN ESTRUCTURAL DE SISTEMAS DE PISO EN EDIFICACIÓN"

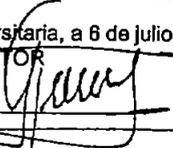
- INTRODUCCIÓN
- I. CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS DE PISO MÁS COMUNES
- II. MODELACIÓN Y ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE SISTEMAS DE PISO
- III. ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ DE SISTEMAS DE PISO
- IV. DISEÑO DE SISTEMAS DE PISO
- V. RECOMENDACIONES
- VI. CONCLUSIONES
- BIBLIOGRAFÍA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Cd. Universitaria, a 8 de julio de 2004.
EL DIRECTOR


M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFB/AJP/crc.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo profesional.
NOMBRE: LEOBARDO DE LA ROSA SÁNCHEZ
FECHA: 16 FEBRERO 2005
FIRMA: 



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
FING/DCTG/SEAC/UTIT/078/04

M.I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ
Presente

El señor **LEOBARDO DE LA ROSA SÁNCHEZ** de la carrera de **INGENIERO CIVIL**, me ha solicitado designar al profesor que le señale Tema de Tesis para su **Examen Profesional**.

En atención a esa solicitud ruego a usted se sirva formular el Tema solicitado y enviarlo a esta Dirección para comunicarlo oficialmente al interesado.

Doy a usted de antemano las más cumplidas gracias por su atención y le reitero las seguridades de mi consideración más distinguida.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 3 de Julio 2004.
EL DIRECTOR

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Gerardo Ferrando Bravo', written over a horizontal line.

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB/AJP*cre.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por permitirme la oportunidad de vivir rodeado de gente querida que me apoya.

A mis padres, por darme todo su cariño, amor, apoyo y la confianza para poder cumplir con mis objetivos.

A mis hermanos, por todo el cariño que me han dado, su comprensión, así como su apoyo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por darme la oportunidad de ser parte de ella.

A la Facultad de Ingeniería, por ser formadora de profesionistas y darme las herramientas para ser uno de ellos.

Al M. I. Octavio García Domínguez, por su valioso apoyo, su tiempo y sus consejos siempre encaminados a la superación personal.

A los profesores de la Facultad de Ingeniería, por transmitirme sus conocimientos durante mi formación como ingeniero.

A todos mis amigos, por compartir aquellos buenos momentos, en que me han brindado su amistad.

	Página
INTRODUCCION	1
1. CARACTERISTICAS DE LOS SISTEMAS DE PISO MAS COMUNES	3
1.1. LOSAS MACIZAS APOYADAS PERIMETRALMENTE	3
1.2. LOSAS PLANAS	5
1.3. LOSAS RETICULARES O ALIGERADAS	7
1.4. VIGUETA Y BOVEDILLA	8
1.5. LOSACERO	9
1.6. LOSAS CON ARMADURAS O TRIDILOSAS	11
2. MODELACION ESTRUCTURAL DE SISTEMAS DE PISO	13
2.1. MODELO DE DIAFRAGMA RIGIDO	13
2.1.1. MODELOS ANALITICOS PARA EVALUAR LA RIGIDEZ EN SU PLANO DE SISTEMAS DE PISO	15
2.2. MODELO DE DIAFRAGMA FLEXIBLE	16
2.2.1. HIPOTESIS PARA EL MODELADO DE UN DIAFRAGMA DE PISO FLEXIBLE	17
2.3. EJEMPLO DE APLICACIÓN	20
3. ESTIMACION DE LA RIGIDEZ DE SISTEMAS DE PISO	31
3.1. RESISTENCIA EN SU PLANO DE SISTEMAS DE PISO	31
3.2. EVALUACION DE LA RIGIDEZ DIAGONAL DE SISTEMAS DE PISO	32
3.2.1. MODELACION CON LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD	32
3.3. EVALUACION DE LA RIGIDEZ LATERAL DE SISTEMAS DE PISO ...	38
3.3.1. RELACION ENTRE LA RIGIDEZ LATERAL ($k_{lateral}$) Y LA RIGIDEZ DIAGONAL ($k_{diagonal}$)	38
3.4. EVALUACION DE LA RIGIDEZ LATERAL MEDIANTE LA ANALOGIA DEL MURO	39
4. DISEÑO DE SISTEMAS DE PISO	43
4.1 DISEÑO DE LOSAS EN UNA DIRECCION	43

4.1.1. MOMENTOS FLEXIONANTES	44
4.1.2. ACERO DE REFUERZO	45
4.1.3. REVISION POR CORTANTE	47
4.2 DISEÑO DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE	47
4.2.1. COMPORTAMIENTO DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE	48
4.2.2. ANALISIS DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE	50
4.2.3. DIMENSIONAMIENTO DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE	53
4.2.3.1. Coeficientes de Momentos	53
4.2.3.2. Limitaciones de este Método	55
4.2.3.3. Revisión de Peralte Mínimo	55
4.2.3.4. Acero Mínimo	55
4.2.3.5. Fuerza Cortante	56
4.2.3.6. Cargas Lineales y Concentradas	56
4.2.3.7. Cargas en las Vigas de Apoyo	57
4.3 DISEÑO DE LOSAS PLANAS	58
4.3.1. METODO DIRECTO	58
4.3.1.1. Determinación del Momento Estático Total	60
4.3.1.2. Distribución del Momento Estático Total en Momentos Negativo y Positivo	61
4.3.1.3. Distribución de los Momentos a lo Ancho de la Franja	63
4.3.1.4. Determinación de la Fuerza Cortante en Vigas y Losas	65
4.3.1.5. Determinación de la Fuerza Cortante en las Losas	66
4.3.1.6. Determinación de los Momentos en las Columnas	66
4.3.1.7. Cálculo de Parámetros Relacionados con las Rigideces de los Elementos	67
4.3.2. METODO DE LA ESTRUCTURA EQUIVALENTE	69

4.3.2.1. Idealización de la Estructura	69
4.3.2.2. Determinación de las Rigideces de los Elementos	70
4.3.2.3. Análisis Estructural de los Marcos	75
4.3.2.4. Distribución de Momentos Flexionantes y Fuerzas Cortantes	76
4.4. ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN SISTEMA DE VIGUETA Y BOVEDILLA .	76
4.4.1. DETERMINACION DE LAS CARGAS ACTUANTES	76
4.4.2. SELECCIÓN DEL PERALTE TOTAL DEL SISTEMA	77
4.4.3. SELECCIÓN DEL PERALTE DE LA VIGUETA A USAR EN EL SISTEMA	77
4.4.4. PROCEDIMIENTO PARA EVALUAR SI SE REQUIERE QUE EL SISTEMA SE APUNTALE ANTES Y DURANTE EL COLADO DEL FIRME, LOSA DE COMPRESION	77
4.4.5. OBTENCION DEL PERALTE DE LA LOSA DE COMPRESION Y DETERMINACION DEL TIPO DE MALLA ELECTROSOLDADA QUE DEBE COLOCARSE	78
4.4.6. ANALISIS FINAL	78
4.5. ANÁLISIS MEDIANTE LA TEORÍA DE LAS LINEAS DE FLUENCIA ...	79
4.5.1. METODO DE EQUILIBRIO DE SEGMENTOS	82
4.5.2. METODO DE TRABAJO VIRTUAL	83
4.5.3. REFUERZO ORTOTROPICO Y LINEAS OBLICUAS DE FLUENCIA	86
4.6. DISEÑO DE LOSAS COMPUESTAS REFORZADAS CON TABLERO DE ACERO (LOSACERO)	89
4.6.1. CARGAS Y ESFUERZOS EN EL ESTADO I	89
4.6.2. BASES DEL DISEÑO POR RESISTENCIA	90
4.6.3. RESISTENCIA DE ADHERENCIA A CORTANTE	91
4.6.4. EFECTO DE LAS CIMBRAS	94
4.6.5. RESISTENCIA A LA FLEXION	95
4.6.6. DEFLEXIONES, REFUERZO DE RETRACCION DE	

FRAGUADO Y CONTINUIDAD	98
4.7. AYUDAS DE DISEÑO PARA LOSAS	99
5. RECOMENDACIONES	105
6. CONCLUSIONES	107
BIBLIOGRAFÍA	

INTRODUCCION

Generalmente en las construcciones y principalmente en los edificios, se pueden identificar dos subsistemas estructurales de los cuales pueden tomarse algunas decisiones en forma independiente. Estos subsistemas son el horizontal o de sistema de piso, y el vertical o de elementos de soporte. Aunque se han denotado como dos subsistemas, es importante aclarar que ambos forman un solo sistema estructural y su interacción no es nada despreciable.

En el presente trabajo se hace especial énfasis sobre el estudio del subsistema horizontal, es decir, el del sistema de piso.

Es importante saber que un sistema de piso es un arreglo de elementos estructurales, que tienen por finalidad conseguir una superficie horizontal que brinde un espacio destinado a cualquier uso previamente definido, con la capacidad suficiente para resistir las acciones a que esté sometido, así como transmitir estas acciones a los elementos verticales de una estructura y de ahí a la cimentación.

Los elementos estructurales de un sistema de piso típico son primordialmente las losas y las trabes. Las losas son elementos en donde las dimensiones en planta son muy grandes en comparación con su peralte, por tanto se considera como un elemento bidimensional; en zonas no sísmicas, las acciones que predominan en este elemento son las que actúan perpendicularmente a su plano, aclarando que esto no quiere decir que no puedan existir fuerzas en su mismo plano. Las trabes tienen como función principal repartir y transportar las cargas a las columnas, formando con ello marcos rígidos; fundamentalmente están sometidas a flexión bajo la acción de cargas perpendiculares a su eje axial; es importante aclarar que este elemento no existe en el caso de losas planas. Sin embargo, en regiones de moderada a alta sismicidad, como es el caso de la Ciudad de México, las principales acciones sobre las losas o sistemas de piso de un edificio, son las cargas laterales que simulan la acción del sismo. Al respecto, uno de los modelos utilizados tradicionalmente para modelar los diafragmas de piso de un edificio es el modelo de cuerpo rígido, en el cuál se tiene como hipótesis principal que no existan deformaciones en su plano bajo la acción de cargas laterales.

Afortunadamente, en la mayoría de los edificios sujetos a sismo, el sistema de piso que emplean puede considerarse razonablemente como un modelo de cuerpo rígido, es decir, posee las características geométricas, de rigidez y resistencia adecuadas para cumplir con un comportamiento similar al que experimentaría un cuerpo rígido. Sin embargo, en otros casos menos frecuentes, las características geométricas y el tipo de sistema constructivo pueden propiciar la presencia de deformaciones en los niveles de un edificio sujeto a fuerzas sísmicas.

En el capítulo 1, se mencionan las principales características de los sistemas de piso más usados comúnmente en la construcción de edificaciones, así como algunas de las ventajas y desventajas de su uso.

En el capítulo 2, se mencionan las condiciones que se deben de tener en cuenta, para llevar a cabo la modelación de estos elementos, ya sea como un modelo de diafragma rígido o como un modelo de diafragma flexible, así como un ejemplo de aplicación para su mejor comprensión.

En el capítulo 3, se proponen varios métodos para estimar la rigidez lateral y diagonal de los sistemas de piso, basándose en experimentaciones, así como la relación entre estas dos rigideces.

En el capítulo 4, se detallan distintos métodos usados para el diseño de algunos sistemas de piso, en donde se tienen en cuenta las posibilidades de aplicación de estos métodos de acuerdo a las características de cada sistema de piso que se desee diseñar.

En resumen, este trabajo tiene como objetivo, hacer una revisión detallada de las características que presentan algunos de los sistemas de piso comúnmente utilizados en edificios, y evaluar si su comportamiento estructural puede ser representado mediante un diafragma de piso rígido, en el cuál sólo tendrían que considerarse tres grados de libertad por piso para llevar a cabo el análisis de edificios sujetos a fuerzas sísmicas; ya que en caso de no cumplirse se tendrían que considerar un mayor número de grados de libertad, lo cuál, conduce a un modelo más elaborado que implica considerar efectos de flexibilidad de piso.

CAPITULO 1. CARACTERISTICAS DE LOS SISTEMAS DE PISO MAS COMUNES

1.1. LOSAS MACIZAS APOYADAS PERIMETRALMENTE

La *losa maciza* es el sistema de piso más sencillo constructivamente y se denomina así porque el concreto reforzado ocupa todo el espesor de la losa. Comúnmente se encuentra apoyada en dos o más bordes, como se muestra en la fig. 1.1.

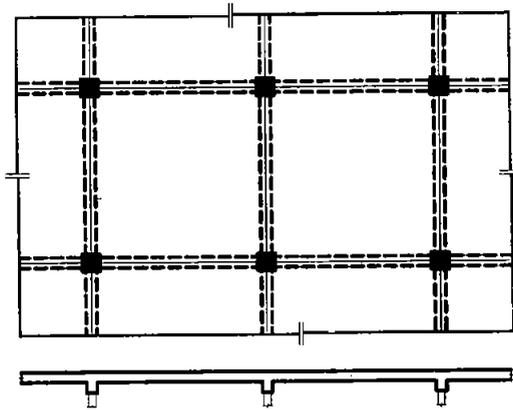


Figura 1.1. Losa maciza.

Cuando la geometría de la losa y el tipo de apoyo existente, establecen que la magnitud de los esfuerzos en una dirección es predominante sobre los esfuerzos en la dirección perpendicular, se consideran como *losas en una dirección* (fig. 1.2).

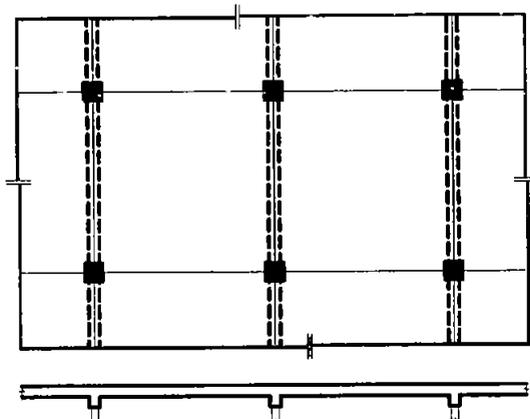


Figura 1.2. Losa armada en una dirección.

Si los esfuerzos en las dos direcciones ortogonales son semejantes en cuanto a magnitud, se denominan *losas en dos direcciones o bidireccionales* (fig. 1.3).

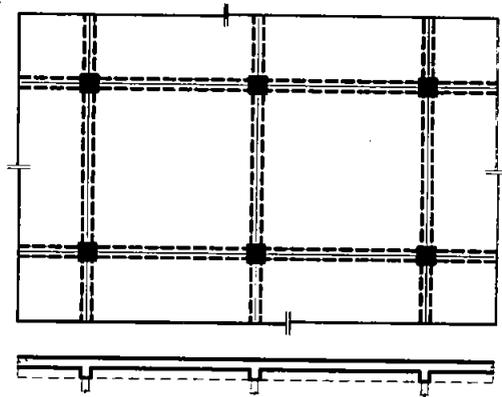


Figura 1.3. Losa armada en dos direcciones.

El comportamiento estructural de una losa considerada como armada en una dirección puede visualizarse en términos de la deformada en la superficie que está cargada. La fig. 1.4 muestra una losa rectangular simplemente apoyada a lo largo de sus dos bordes mayores opuestos y sin ningún tipo de soporte en los dos bordes cortos.

Cuando a este tipo de losa se le aplica una carga distribuida uniformemente en la superficie, la deformada será del tipo como la que indican las líneas sólidas. Las curvaturas y, en consecuencia, los momentos flexionantes son los mismos en todas las franjas que se extienden en la dirección corta entre los bordes apoyados, mientras no haya curvatura y, por consiguiente, no existan momentos flexionantes para las franjas largas paralelas a dichos bordes. La superficie que se forma es cilíndrica.

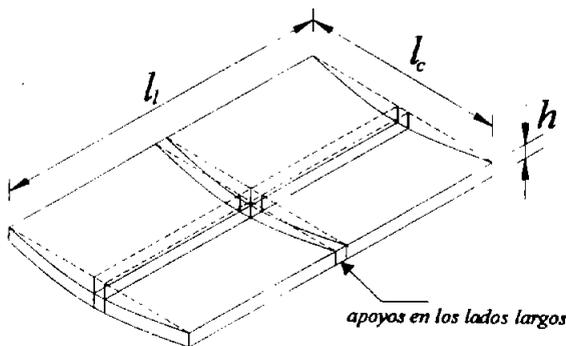


Figura 1.4. Deformada de una losa apoyada en una dirección, con carga uniforme.

Este tipo de losas presentan las siguientes ventajas:

- Permite una mayor rapidez en el colado, minimizando tiempos y costos en el proceso constructivo.
- Al ser losas apoyadas en traves, ofrecen una rigidez adecuada.
- La cimbra que se utiliza tiene relativa continuidad, teniendo así poco desperdicio de madera.
- Se pueden salvar claros más grandes que con las losas planas.

Algunas de sus desventajas son:

- Se utilizan mayores cantidades de concreto, lo que generalmente incrementa el costo de construcción.
- Son elementos estructurales muy pesados, con lo cual, el peso de la estructura en general se incrementa.

1.2. LOSAS PLANAS

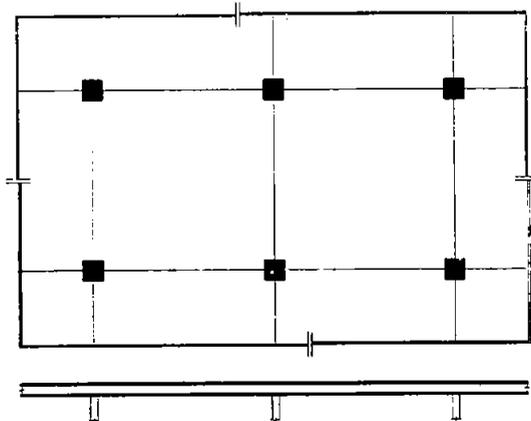


Figura 1.5. Losa plana.

Este tipo de losas se apoyan directamente sobre las columnas, por su forma y disposición no son recomendables para las zonas con un alto riesgo sísmico como las existentes en nuestro país, ya que no rigurosamente forman con las columnas un sistema estructural que proporcione una adecuada rigidez lateral, y por otro lado no disponen de capacidad resistente suficiente para entrar dentro del rango inelástico de comportamiento de los materiales, con esto se limita considerablemente su ductilidad. Para lograr una mejor capacidad en este sentido,

pueden utilizarse capiteles y ábacos para mejorar la unión entre las losas planas y las columnas al mismo tiempo de que se pueden evitar problemas de falla por punzonamiento, como se ilustra en las figs. 1.5 a 1.7.

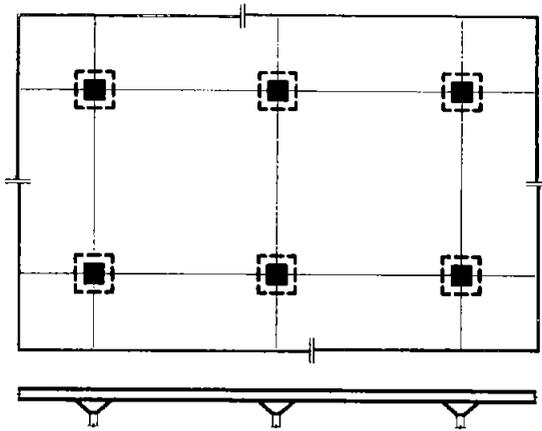


Figura 1.6. Losa plana con capiteles.

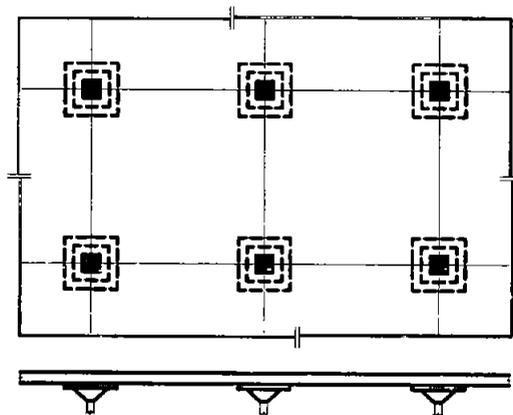


Figura 1.7. Losa plana con capiteles y ábaco.

Algunas de las ventajas que presentan este tipo de losas con respecto a otras, son:

- El proceso constructivo se simplifica notoriamente, ya que la cimbra se coloca de manera continua, y esto conduce a un menor desperdicio de madera usada en la misma.
- Se reduce la altura total del edificio, debido a que el espesor de este tipo de losa es menor que cuando se utilizan traveses de apoyo.

Entre las desventajas más importantes se pueden mencionar las siguientes:

- Los claros que se pueden salvar son más pequeños con respecto a los de otros sistemas de piso.
- Este sistema de piso es menos rígido que cuando se usan traveses para su apoyo, ya que rigurosamente no forma un marco con las columnas.
- Bajo cargas verticales importantes, combinadas con cargas laterales, se pueden presentar problemas de falla por penetración de las columnas en la losa.
- Pueden presentar deformaciones de consideración si se usan en claros grandes.

1.3. LOSAS RETICULARES O ALIGERADAS

La *losa aligerada* es un sistema de piso en el cual, no todo el espesor de la losa es ocupado por el concreto reforzado, ya que pueden existir materiales más livianos o espacios vacíos que ocupan el lugar del concreto. Se puede caracterizar a la losa reticular como una variante de la losa maciza, como un grupo de viguetas que se cruzan con espaciamientos cortos en relación con el claro; estas viguetas sirven de apoyo a una delgada losa superior (capa de compresión). Los huecos o depresiones de la losa, la que se cuele por lo regular con cimbras removibles; disminuyen notablemente el peso de la losa y permiten tener en consecuencia un peralte efectivo grande, sin la carga muerta correspondiente. Teniendo este gran peralte se obtiene una estructura rígida. Este tipo de losas se usan por lo regular cuando se tienen que salvar claros grandes (fig. 1.8).

Estas losas pueden diseñarse ya sea como losas planas o como losas reforzadas en dos direcciones, dependiendo de cuales son los huecos o depresiones que se omiten para dar mayores áreas sólidas. Las áreas sólidas cerca de una columna en la distribución de placa plana son comparables con un tablero reducido o un capitel de columna, al proporcionar un camino para la transferencia del cortante y un área extra de compresión en las regiones altamente esforzadas de momento negativo que rodean las columnas.

Entre otras, presentan las siguientes ventajas:

- Son losas relativamente de poco peso, comparadas con las losas planas; lo que significa un peso menor en toda la estructura.
- Se pueden usar para salvar claros grandes.
- Se usan menores cantidades de concreto, lo que reduce considerablemente los costos.

- Ofrece una mayor rigidez a la flexión vertical, pues el peralte es relativamente grande.

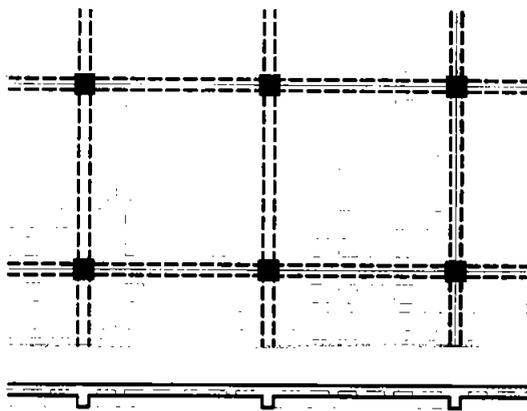


Figura 1.8. Losa reticular o aligerada.

Algunas de las desventajas que presenta este tipo de losa son:

- Los espesores de este tipo de losas son grandes con respecto a los otros sistemas de piso, por lo tanto se incrementa la altura de entrepisos y por ende el de la estructura en general.
- El proceso de construcción es más complicado con respecto a otros sistemas de piso.

1.4. VIGUETA Y BOVEDILLA

El sistema de piso denominado *Vigueta y Bovedilla* está formado por elementos portantes (vigüeta de concreto pretensada), bovedilla de cemento-arena y una losa de compresión hecha de concreto, con espesor mínimo de 4 cm. La losa generalmente está armada con una malla electrosoldada y rodeada perimetralmente con una cadena o trabe armada en la que la vigüeta penetra por lo menos 5 cm. La fig. 1.9 muestra un detalle general de su sistema constructivo. Este sistema se usa actualmente en casas y edificios de 1 a 5 niveles, básicamente en los proyectos de interés social que ejecutan los organismos oficiales y particulares. El sistema de vigüeta y bovedilla ha sido satisfactorio en edificaciones habitacionales de pocos niveles pero su uso no está restringido solamente a estas edificaciones.

Este tipo de piso requiere de un apuntalamiento previo que se retira 7 días después de haber sido colada la capa de compresión, posteriormente se montan las vigüetas de tal modo que se logren alinear las bovedillas, después se coloca la malla

electrosoldada sujetándola a la varilla superior de la vigueta y finalmente se procede al colado de la capa de compresión.

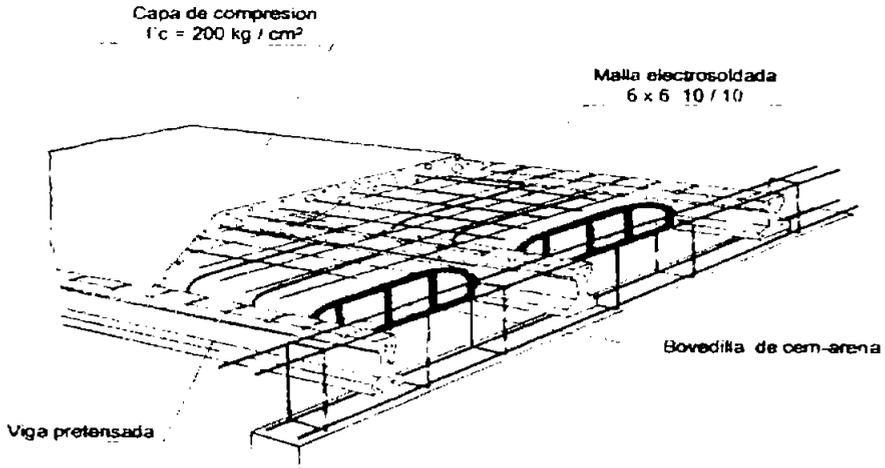


Figura 1.9. Detalle general del sistema de vigueta y bovedilla.

Algunas de las ventajas que presenta el uso de Vigueta y Bovedilla son:

- El proceso constructivo es sencillo, ya que es técnicamente el mismo.
- No se usa cimbra, lo que representa un ahorro en el costo de la construcción, así como disminución de tiempos de ejecución.
- La losa es relativamente ligera.

Tiene desventajas como:

- Las dimensiones de las viguetas y bovedillas utilizadas limitan la disposición de las losas.
- No ofrecen rigidez suficiente, por tanto solo se usan en pequeñas estructuras.
- Los claros que se pueden salvar son pequeños y se limitan a las especificaciones de la vigueta.

1.5. LOSACERO

Es un sistema formado por una placa o losa de concreto colada sobre un perfil estructural tipo lámina acanalada, la cual hace la función del acero de refuerzo

comúnmente utilizado en losas macizas para resistir momentos positivos. La interacción del perfil metálico con el concreto, se logra por medio de protuberancias que tiene el propio perfil. Parte del espesor de concreto se convierte en el patín de compresión, mientras que el acero como ya se mencionó, resiste los esfuerzos de tensión. El sistema posee además una malla electrosoldada la cual se coloca en el lecho superior de la losa para resistir los esfuerzos ocasionados por los cambios de temperatura en el concreto. La *losacero* fue diseñada para usarse como losa compuesta (Ver fig. 1.10).

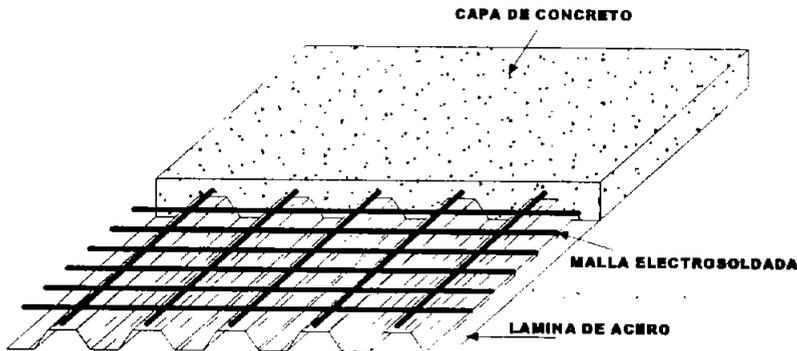


Figura 1.10. Detalle general del sistema de losacero.

Esporádicamente, si la magnitud de los momentos en los bordes donde se apoya la losa es alta, se pueden colocar bayonetas o bastones para lograr la resistencia requerida.

El sistema losacero, cumple simultáneamente con la función del acero de refuerzo positivo, y de la cimbra de un entre piso, por lo que es muy recomendable su uso sobre todo en edificios de estructura metálica, pero además en donde se quiera reducir el tiempo de construcción.

Estas losas compuestas tienen una serie de ventajas:

- El tablero de acero, que se coloca fácil y rápidamente sobre las vigas de acero del piso, sirve como plataforma de trabajo para soportar la actividad de la construcción y para sostener el concreto recién vaciado. Esto elimina la necesidad del andamiaje temporal y de las formaletas.
- El tablero de acero, dando una atención especial a los detalles, puede servir como refuerzo principal a tensión para la losa.
- Si parte o todos los paneles del tablero se forman en celdas cerradas, como en la fig. 1.10, estas celdas pueden servir de conductos para cables eléctricos o de comunicación o para calefacción o aire acondicionado.

-Sencillez y economía en su instalación al disminuir considerablemente la mano de obra requerida.

- Permite el colado simultáneo en diferentes niveles, incrementando de esta manera el rendimiento.

Como desventaja tiene:

- Su superficie inferior quedará expuesta a algunos agentes externos que pueden ser nocivos, como es el caso del fuego, por lo cual se recomienda un tratamiento especial que la proteja.

1.6. LOSAS CON ARMADURAS O TRIDILOSAS

Este tipo de losas corresponde al sistema de piso llamado Tridilosa, el cual es una estructura tridimensional en donde los elementos en compresión de la parte superior se ahogan en un firme de concreto para trabajar como un patín de compresión, mientras que los elementos que trabajan a tensión en la parte inferior son de acero colocados en forma de "piñas", este sistema fue creado por el ingeniero civil mexicano Heberto Castillo, quien caracterizó este sistema por su ligereza y resistencia.

La Tridilosa logra, a diferencia de las estructuras tradicionales en las que solo el 33% del concreto trabaja a la compresión, una eficiencia de hasta el 90% de este material. Lo anterior permite la construcción de estructuras mucho más ligeras, resistentes y económicas en tiempos mucho menores que los sistemas convencionales. Esta característica permite su utilización para soluciones especiales tales como puentes; hangares para aviación, tiendas departamentales, edificios de oficinas, hoteles, entre otros.

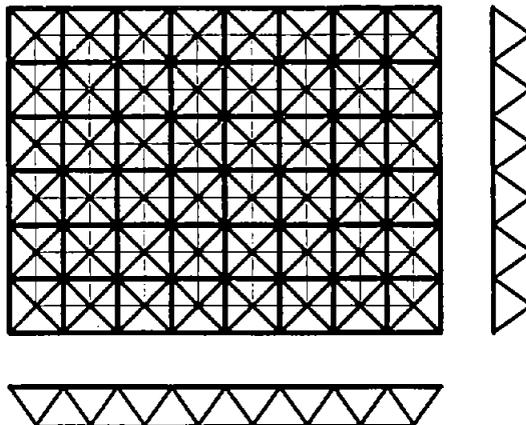


Figura 1.11. Ejemplo de una losa con armadura (Tridilosa).

Algunas de las ventajas de este sistema de piso son las siguientes:

- Es un elemento estructural muy ligero con respecto a otros sistemas de piso.
- Los tiempos de construcción son menores en comparación de sistemas convencionales.
- Los claros en los que se puede utilizar este sistema son muy grandes.
- Presenta alta resistencia y resulta relativamente económica.

También presenta desventajas tales como:

- El espesor es muy grande con respecto a otros sistemas de piso, lo que incrementa la altura de la estructura.
- Se requiere una supervisión más especializada que en otros sistemas, tanto en su construcción como en su montaje.
- Cuando ha sido utilizada en puentes se ha observado que posee baja rigidez torsional.

CAPITULO 2. MODELACION Y ANALISIS ESTRUCTURAL DE SISTEMAS DE PISO

La investigación que se ha hecho en cuanto a la evaluación del comportamiento de las losas como diafragma rígido es muy poca, si se compara con la que se ha logrado hacer para en análisis y diseño de otros elementos estructurales, no obstante su gran importancia para el diseño sísmico de estructuras. En cuanto al estudio del comportamiento como diafragma de los sistemas de piso, apenas y se mencionan en las referencias algunas recomendaciones prácticas para su consideración, las cuales surgen a partir del estudio de los muros estructurales o de meras suposiciones teóricas que no han sido verificadas mediante pruebas o experimentos.

Las definiciones que se dan para diafragmas rígidos y flexibles se caracterizan, en general, por establecer parámetros cualitativos y no cuantitativos; en algunos trabajos se hace referencia solamente a la necesidad de calcular la rigidez en su plano de los sistemas de piso con métodos elásticos, aunque sin especificar claramente cuáles; y los menos proponen alguna expresión matemática para este fin, sin embargo, aún estas recomendaciones carecen de sustento experimental.

Una de las recomendaciones al respecto, se refiere a considerar de la deflexión máxima permitida en un diafragma y se enuncia enseguida: "La deflexión en su plano de un diafragma, determinada por medio de un análisis ingenieril, no debe exceder la deflexión admisible de los elementos de soporte. Dicha deflexión será aquella que permita a los elementos de soporte mantener su integridad estructural como elementos individuales y que a su vez les permita continuar soportando las cargas prescritas sobre la estructura sin poner en peligro a los ocupantes del edificio", Naeim Fazard, 1989.

Otra definición en donde se involucra la deflexión máxima con la flexibilidad del diafragma, es: "Un diafragma flexible es aquel en el que la máxima deformación lateral es mayor a dos veces el promedio de las deformaciones de entrepiso en el nivel en estudio", Kong F. K., 1994.

A continuación se presenta una descripción detallada de las características asociadas a sistemas de piso rígidos y flexibles utilizados en la modelación de edificios.

2.1. MODELO DE DIAFRAGMA RIGIDO

Las estructuras que componen los edificios son tridimensionales y su análisis se puede realizar sin problema alguno con el método de elementos finitos. Sin embargo, con base en algunas características estructurales se puede hacer el

análisis de estas estructuras haciendo algunas simplificaciones que permiten disminuir los grados de libertad a considerar en el modelo, si la magnitud de las deformaciones que se pueden presentar es pequeña comparada con la de otros elementos estructurales tales como vigas y columnas, lo cual reduce en gran medida el esfuerzo computacional a realizarse; a su vez, al manejar menor cantidad de datos es menos probable cometer errores y en su caso localizarlos fácilmente.

Acorde a estas ideas, en la mayoría de los casos es aceptable suponer que un edificio está formado por marcos y/o muros como el que se muestra en la fig. 2.1, ligados entre sí por sistemas de piso, los que se consideran indeformables en el plano en donde están contenidos; estos sistemas de piso se pueden estudiar, por tanto, como un modelo de diafragma rígido.

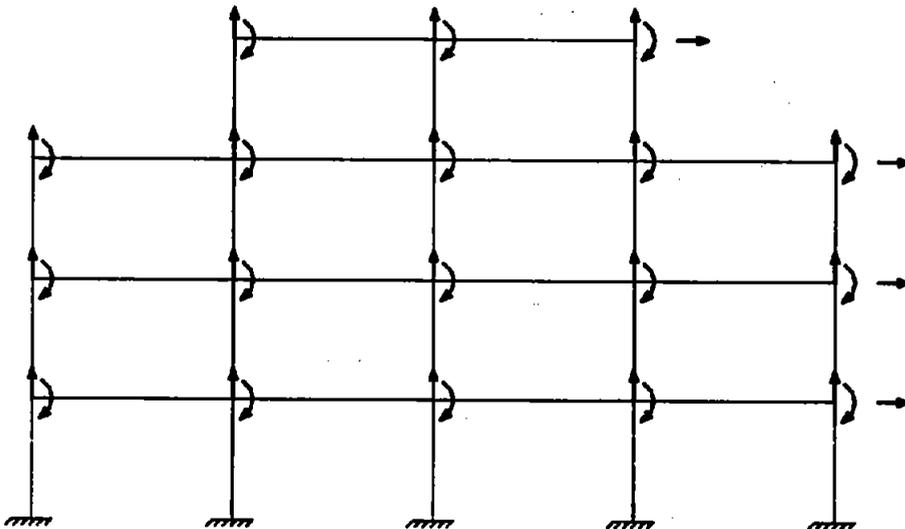


Figura 2.1. Marco de un edificio.

Un diafragma rígido es aquel que puede distribuir las fuerzas horizontales a los elementos verticales de manera proporcional a las rigideces relativas entre estos últimos; en este caso el diafragma se comporta como una viga continua y su deflexión será despreciable en comparación con la de los elementos verticales. Esta idealización implica que los desplazamientos laterales de cualquier punto contenido en los sistemas de piso se puedan expresar en función de dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical, de este modo, cuando las cargas laterales estén aplicadas en los pisos, el problema se puede reducir a uno en donde sólo existirán tres grados de libertad por cada nivel, esto se muestra en la fig. 2.2.

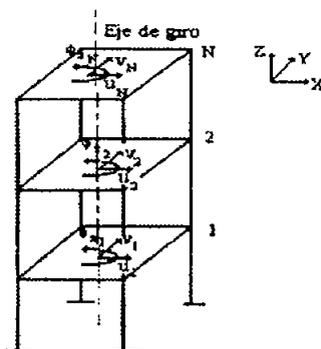


Figura 2.2. Idealización de un sistema de piso con tres grados de libertad.

2.1.1. MODELOS ANALITICOS PARA EVALUAR LA RIGIDEZ EN SU PLANO DE SISTEMAS DE PISO

Se considera que para estimar el comportamiento como diafragma de sistemas de piso rígidos, es conveniente idealizarlos como vigas horizontales, cuyos apoyos son los elementos verticales resistentes, las cuales se someten a una carga uniformemente distribuida que representa a las fuerzas inducidas por un sismo.

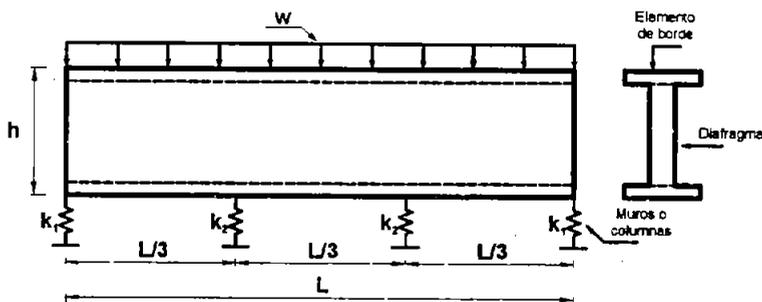


Figura 2.3. Modelación analítica de un sistema de piso.

Algunos autores, Naeim Fazard, 1989, Kong F. K., 1994, consideran la contribución de los elementos de borde que rodean a la losa para resistir en conjunto con ésta a las fuerzas inducidas por el sismo, por lo tanto, idealizan a la losa como una viga I en la que la losa trabaja como el alma que resiste a los esfuerzos cortantes, en tanto que los elementos de borde resisten a los esfuerzos de flexión; otros autores (R. M. Schuster) no consideran la contribución de los elementos de borde y toman en cuenta únicamente la contribución de la losa. Estas consideraciones se pueden ver en la fig. 2.3.

2.2. MODELO DE DIAFRAGMA FLEXIBLE

Se considera como flexible a un diafragma, si la distribución de las fuerzas horizontales entre los elementos verticales es independiente de sus rigideces relativas; si esto es así, el diafragma se comporta como una serie de vigas simplemente apoyadas cuyo claro es aquella distancia que se encuentra entre los elementos verticales y sus deflexiones ya no pueden ser consideradas como despreciables.

En aquellas configuraciones estructurales muy irregulares, en las que las relaciones de lado largo a lado corto es mayor que tres o en las que existen huecos interiores, se procede a realizar el análisis estructural mediante un modelo tridimensional en el que se representan las losas como paneles con cierta rigidez a cortante en su plano establecida a partir de la Teoría de la Elasticidad, es decir, no pueden ser modelados como diafragmas rígidos (ver fig. 2.4).

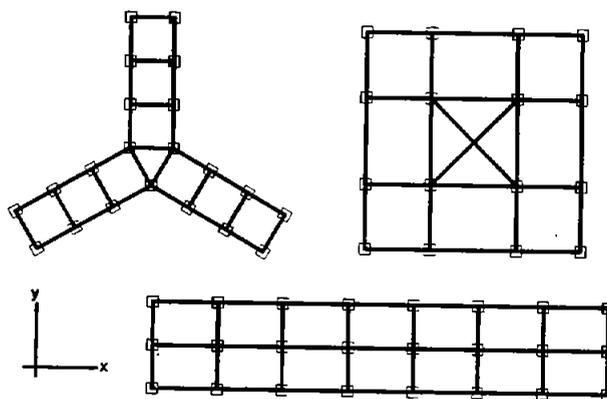


Figura 2.4. Configuraciones geométricas que invalidan la hipótesis de diafragma rígido.

Para el caso de las losas compuestas de concreto-acero de sección transversal variable, tales como las losas de concreto vaciadas con encofrado constituidas por una lámina de acero doblada (losacero), la flexibilidad en su propio plano puede dar lugar a una distribución de fuerzas sísmicas sobre los planos resistentes del edificio distinta a la predicha por el modelo clásico del diafragma con rigidez infinita. Basándose en la teoría de vigas y mediante estudios paramétricos se han desarrollado expresiones analíticas para determinar el espesor de una losa maciza equivalente de concreto cuya flexibilidad en el plano es similar a la de una losa de sección transversal variable de dos materiales. Por ejemplo, para una losa compuesta convencional de 10 cm de altura, se ha encontrado que el espesor equivalente varía generalmente entre 8.3 y 8.5 cm. Esta aproximación permite adoptar un modelo simplificado de elementos finitos planos de espesor constante para modelar la flexibilidad de la losa compuesta en el análisis sísmico de edificios.

Otro aspecto de interés a considerar en un sistema de piso de un edificio es su resistencia, ya que además de poseer una geometría regular y una rigidez satisfactoria, se requiere una resistencia adecuada para transmitir las fuerzas principalmente laterales a los elementos verticales del entrepiso que soportan a la losa. Si alguna de estas tres características no se cumple, el sistema de piso no debe ser modelado como rígido y tendría que emplearse un modelo que considere cierta flexibilidad inducida al diafragma basada en las características particulares correspondientes a la sección transversal del sistema de piso en estudio.

2.2.1. HIPOTESIS PARA EL MODELADO DE UN DIAFRAGMA DE PISO FLEXIBLE

Se deben de asumir ciertas hipótesis fundamentales, para hacer el modelado y análisis de un edificio cuyos niveles presentan flexibilidad de piso, mismas que serán descritas con la ayuda del modelo estructural utilizado por el programa COMBAT. La fig. 2.5 muestra las características de un diafragma de piso flexible modelado con el programa COMBAT.

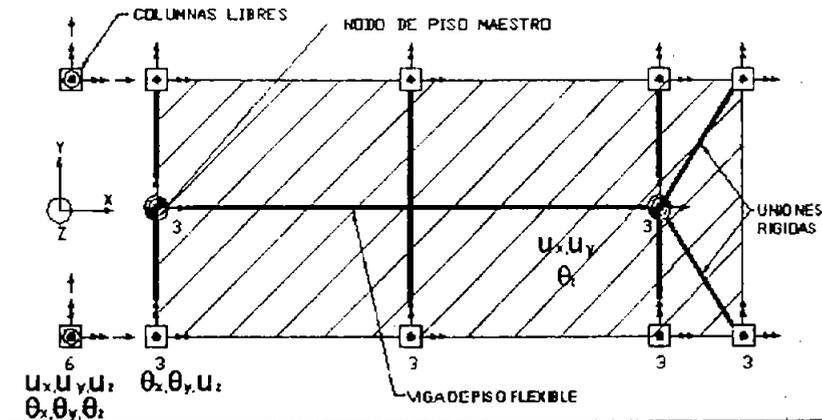


Figura 2.5. Representación de un diafragma de piso flexible.

Es necesario definir el concepto de grado de libertad, el cual significa la posibilidad de que se presenten desplazamientos lineales o angulares en diferentes direcciones en un nudo, o en una parte de un sistema estructural.

De acuerdo con el modelado que se propone y se estudiará, se va a considerar que solamente existen tres tipos de nudos, los cuales se describen enseguida y se muestran en la fig. 2.5.

Nudo libre. Es el perteneciente a una columna, y que no está conectada con el sistema de piso, como por ejemplo un piso de mezanine. Este nudo tiene 6 grados de libertad locales (3 desplazamientos lineales y 3 desplazamientos angulares).

Nudo restringido. Es el perteneciente a una columna que está conectada al diafragma de piso. Este nudo está restringido a 3 grados de libertad locales (traslación vertical y rotación con respecto a 2 ejes ortogonales horizontales). En este caso se pueden tener dos posibilidades: a) Caso de un diafragma rígido, y b) Un diafragma flexible.

Nudo maestro de piso. Este nudo es fijado por el usuario, se emplea para representar el comportamiento lateral de la estructura. Tiene 3 grados de libertad (2 de traslación horizontal ortogonales y 1 de rotación con respecto al eje vertical).

Para el caso de diafragma rígido, los grados de libertad de los nudos están rigidamente esclavizados al nudo maestro de piso (ver fig. 2.6).

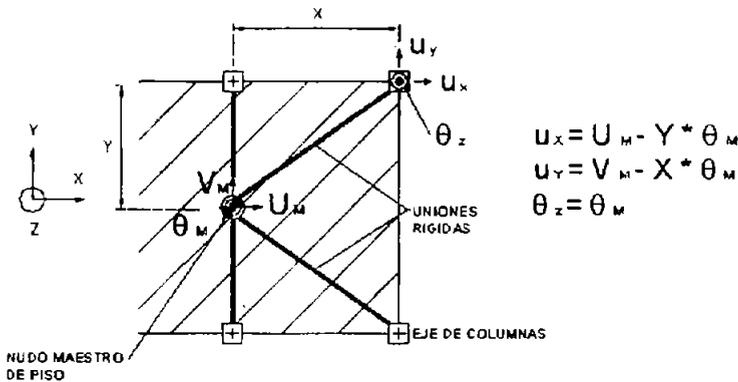


Figura 2.6. Esclavización de los nudos del nivel de un nudo maestro.

En el caso de la modelación mediante un diafragma rígido, una columna se esclaviza directamente al nudo maestro de piso. En el otro caso la modelación se hace como diafragma flexible, introduciendo el concepto de viga de piso, con el cual es posible considerar las deformaciones en el plano que lo contiene, como se muestra en las figs. 2.7 y 2.8.

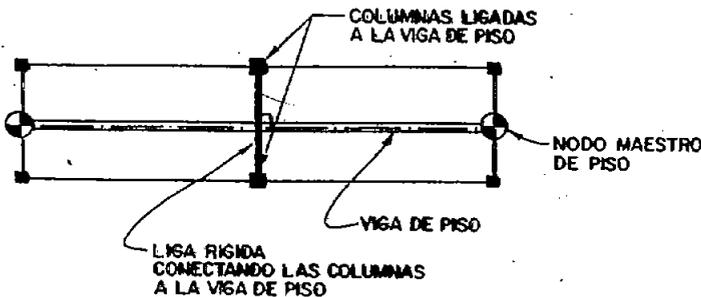


Figura 2.7. Esclavización de los nudos del nivel a nodos maestros o a vigas de piso.

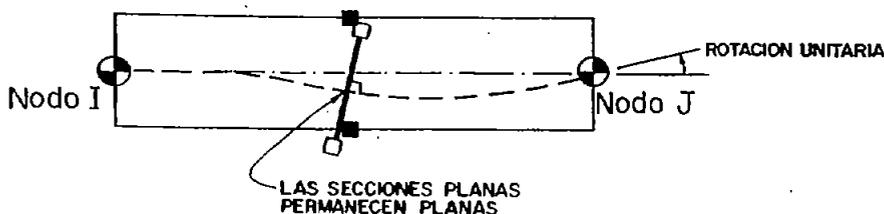


Figura 2.8. Rotación de un nodo maestro del nivel y flexión de la viga de piso.

Cuando se considera la flexibilidad de piso, una columna se puede esclavizar a una viga de piso conectándola a cualquiera de los nudos maestros de piso. La viga de piso tiene las propiedades del diafragma de piso en el plano. Es válido suponer que las secciones planas permanecen planas para poder calcular la posición en el plano, de la columna así esclavizada, en función de los movimientos laterales de los nudos maestros de piso.

Para determinar los desplazamientos del eje de la viga de piso, se usan las funciones de interpolación cúbica estándar de la viga, para una traslación unitaria y una extensión unitaria (ver figs. 2.9 y 2.10), estas funciones están parcialmente representadas por las siguientes ecuaciones, respectivamente:

Traslación unitaria

$$u(x) = x - 3 \frac{x^2}{L^2} + 2 \frac{x^3}{L^3}$$

$$v(x) = 0$$

$$\theta(x) = -6 \frac{x}{L^2} \left(1 - \frac{x}{L} \right)$$

Extensión unitaria

$$u(x) = 0$$

$$v(x) = 1 - \frac{x}{L}$$

$$\theta(x) = 0$$

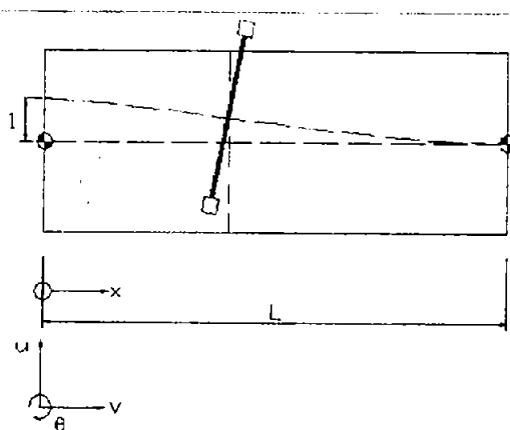


Figura 2.9. Interpolación para una traslación unitaria en uno de los nodos maestros.

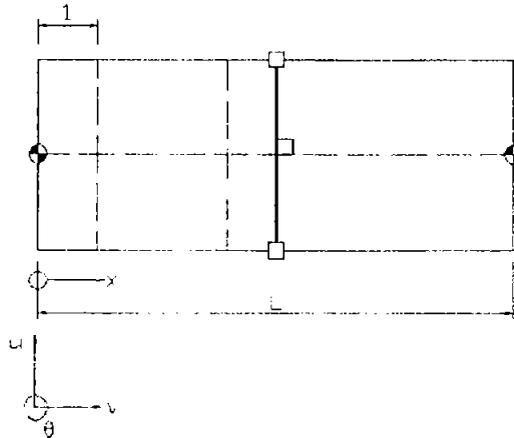


Figura 2.10. Interpolación para una extensión unitaria en uno de los nodos maestros.

Las transformaciones de piso relacionan los desplazamientos horizontales y la rotación sobre el eje vertical en una columna en particular con los correspondientes grados de libertad de uno o más nudos maestros de piso. Estas transformaciones habilitan los elementos de rigidez para ser expresados en términos de desplazamientos globales, listos para ser ensamblados por el método directo de rigideces.

2.3. EJEMPLO DE APLICACION

A continuación se presenta un ejemplo en donde se modela con la ayuda del programa COMBAT, en primera instancia, un diafragma de piso considerando que se comporta como un diafragma flexible y aplicándole en total 3000 lb, repartiendo esta fuerza en tres partes iguales y aplicando estas fuerzas en cada uno de los tres nudos maestros previamente definidos (nudos I, II y III). En el segundo caso se modela el diafragma como un elemento rígido y se le aplica la fuerza de 3000 lb únicamente en el centro de masa (nudo I, nudo maestro único). Se ha planteado de esta forma con la intención de comparar los desplazamientos que se tienen en uno y otro caso; estos resultados se han remarcado en los datos de salida que arroja el programa COMBAT. La geometría del edificio de ejemplo se muestra en la fig. 2.11.

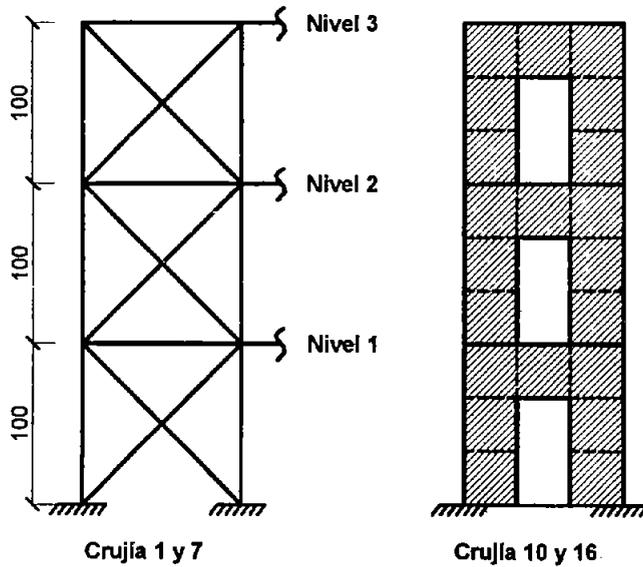
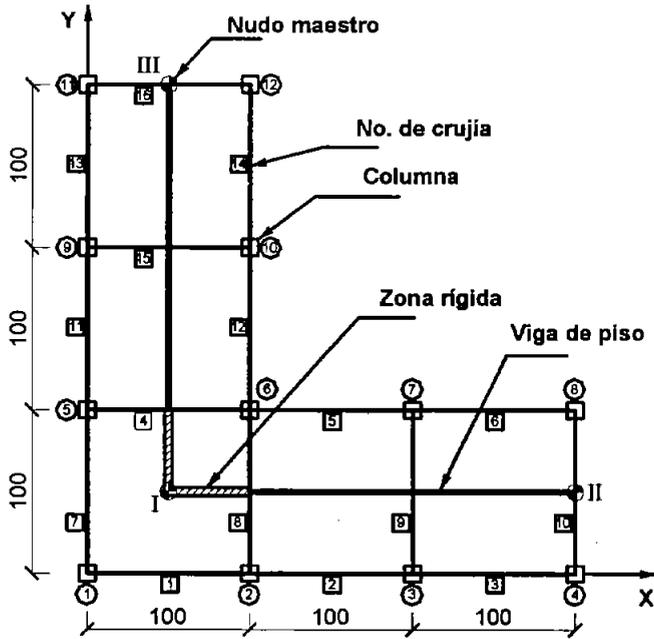


Figura 2.11. Planta y elevación del edificio de ejemplo.

Los resultados obtenidos considerando al sistema de piso como diafragma flexible, son los siguientes:

PC-COMBAT ~~DIAGRAMA FLEXIBLE MODELADO CON COMBAT~~ : EDIFICIO EN "L" SIN MUROS

 ** S T R U C T U R E D E F I N I T I O N **

 MATERIAL INPUT

MATERIAL TYPE	ELASTIC MODULUS	SHEAR MODULUS
1	29000.00	12000.00
2	3000.00	1150.00

**** COLUMN LOCATIONS AS GENERATED ****

COLUMN ID	COORDINATES		ANGLE (RADIANS)
	X	Y	
1	.000	.000	.000
2	100.000	.000	.000
3	200.000	.000	.000
4	300.000	.000	.000
5	.000	100.000	.000
6	100.000	100.000	.000
7	200.000	100.000	.000
8	300.000	100.000	.000
9	.000	200.000	.000
10	100.000	200.000	.000
11	.000	300.000	.000
12	100.000	300.000	.000

**** BAY GEOMETRY AS GENERATED ****

ID	COLUMN I	COLUMN J	BAY LENGTH
1	1	2	100.00
2	2	3	100.00
3	3	4	100.00
4	5	6	100.00
5	6	7	100.00
6	7	8	100.00
7	1	5	100.00
8	2	6	100.00
9	3	7	100.00
10	4	8	100.00
11	5	9	100.00
12	6	10	100.00
13	9	11	100.00
14	10	12	100.00
15	9	10	100.00
16	11	12	100.00

**** STORY GEOMETRY AS GENERATED ****

ID	HEIGHT
1	100.00
2	100.00
3	100.00

Capítulo 2. Modelación y Análisis Estructural de Sistemas de Piso

 MEMBER TYPE INPUT

**** COLUMN DATA ****

COLUMN TYPE	MATL TYPE	MAJOR INERTIA	MINOR INERTIA	TORSION INERTIA	AXIAL AREA	MAJOR SHEAR AREA	MINOR SHEAR AREA	RIGID TOP	RIGID BOTTOM
1	1	.100E+04	.100E+04	.100E+02	.200E+02	.200E+02	.200E+02	.000	.000

**** BEAM DATA ****

BEAM TYPE	MATL TYPE	MAJOR INERTIA	MINOR INERTIA	TORSION INERTIA	AXIAL AREA	MAJOR SHEAR AREA	MINOR SHEAR AREA	RIGID END I	RIGID END J
1	1	.100E+04	.250E+03	.100E+02	.200E+02	.150E+02	.500E+01	2.000	2.000

COEFFICIENTS
 K-II K-JJ K-IJ
 4.0 4.0 2.0

**** FLOOR BEAM DATA ****

BEAM TYPE	MATERIAL TYPE	FLEXURAL INERTIA	AXIAL AREA	SHEAR AREA	RIGID END I	RIGID END J	COEFFICIENTS K-II K-JJ K-IJ
1	2	.1000E+05	.5000E+03	.4000E+03	.5000E+02	.0000E+00	4.0 4.0 2.0

**** DIAGONAL DATA ****

DIAGONAL TYPE	MATERIAL TYPE	AXIAL AREA
1	1	.1000E+02

**** FLOOR TYPE DATA ****

 F L O O R T Y P E 1

----- FLOOR NODE DATA -----					
NODE NUMBER	X COORD	Y COORD	TRANSLATIONAL MASS	ROTATIONAL MASS	
1	50.000	50.000	.0000	.0000	
2	300.000	50.000	.0000	.0000	
3	50.000	300.000	.0000	.0000	

----- FLOOR MEMBER DATA -----			
MEMBER NUMBER	NODE I	NODE J	PROPERTY NUMBER
1	1	2	1
2	1	3	1

```

----- FLOOR SLAVING DATA -----
      NODE      BEAM      LIST OF SLAVED COLUMNS
      MASTER    MASTER
      1          0          1  2
      1          0          5  6
      0          1          3  4
      0          1          7  8
      0          2          9 10 11 12
    
```

 F L O O R T Y P E 2

```

----- FLOOR NODE DATA -----
      NODE      X      Y      TRANSLATIONAL      ROTATIONAL
      NUMBER    COORD  COORD  MASS              MASS
      1          50.000  50.000  .0000             .0000
    
```

RIGID FLOOR DIAPHRAGM

**** COLUMN DEFINITIONS AS GENERATED ****

```

COLUMN  -----STORY LEVELS-----
      ID      1  2  3
      1      1  1  1
      2      1  1  1
      3      1  1  1
      4      1  1  1
      5      1  1  1
      6      1  1  1
      7      1  1  1
      8      1  1  1
      9      1  1  1
      10     1  1  1
      11     1  1  1
      12     1  1  1
    
```

**** BEAM DEFINITIONS AS GENERATED ****

BAY ID	-----STORY LEVELS-----		
	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
6	1	1	1
7	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	1
10	1	1	1
11	1	1	1
12	1	1	1
13	1	1	1
14	1	1	1
15	1	1	1
16	1	1	1

**** DIAGONAL DEFINITIONS AS GENERATED ****

(SPANNING DIAGONALS GO FROM POSITIVE TYPE TO LAST NEGATIVE TYPE OF THE SAME NUMBER)

BAY ID	DIR	-----STORY LEVELS-----		
		1	2	3
1	A-B	1	1	1
	B-A	1	1	1
7	A-B	1	1	1
	B-A	1	1	1

**** FLOOR DEFINITIONS AS GENERATED ****

STORY	FLOOR TYPE
1	1
2	1
3	1

 ** LOAD DEFINITION **

**** STORY LATERAL LOADS AS GENERATED ****

STORY NUMBER	NODE NUMBER	COMPONENT	----- LATERAL LOAD CASE -----		
			1	2	3
1	1	FX	.000		
		FY	.000		
		MZ	.000		
1	2	FX	.000		
		FY	.000		
		MZ	.000		
1	3	FX	.000		
		FY	.000		

		MZ	.000
2	1	FX	.000
		FY	.000
		MZ	.000
2	2	FX	.000
		FY	.000
		MZ	.000
2	3	FX	.000
		FY	.000
		MZ	.000
3	1	FX	1000.000
		FY	.000
		MZ	.000
3	2	FX	1000.000
		FY	.000
		MZ	.000
3	3	FX	1000.000
		FY	.000
		MZ	.000

**** L A T E R A L S O L U T I O N ****

STATIC DISPLACEMENTS

----- LOAD CASE NUMBERS -----

STORY NODE DIR 1

3	1	X	3.5529
		Y	.4301
		ROT	-.0128
	2	X	3.5850
		Y	-2.5734
		ROT	-.0114
	3	X	6.3955
		Y	.4232
		ROT	-.0146
2	1	X	2.1952
		Y	.6304
		ROT	-.0022
	2	X	2.2927
		Y	-1.7289
		ROT	-.0077
	3	X	4.3120
		Y	.3512
		ROT	-.0036
1	1	X	.0621
		Y	.0890
		ROT	-.0012
	2	X	.0442
		Y	-.0749
		ROT	-.0031
	3	X	1.6549
		Y	.0899
		ROT	-.0032

Los resultados obtenidos considerando al sistema de piso como diafragma rígido, son:

 PC-COMBAT ~~DIAPHRAGMA RIGIDO MODELADO CON COMBAT~~ : EDIFICIO EN "L" SIN MUROS

 ** STRUCTURE DEFINITION **

 MATERIAL INPUT

MATERIAL TYPE	ELASTIC MODULUS	SHEAR MODULUS
1	29000.00	12000.00
2	3000.00	1150.00

 GEOMETRY INPUT

**** COLUMN LOCATIONS AS GENERATED ****

COLUMN ID	----- COORDINATES -----		ANGLE (RADIANS)
	X	Y	
1	.000	.000	.000
2	100.000	.000	.000
3	200.000	.000	.000
4	300.000	.000	.000
5	.000	100.000	.000
6	100.000	100.000	.000
7	200.000	100.000	.000
8	300.000	100.000	.000
9	.000	200.000	.000
10	100.000	200.000	.000
11	.000	300.000	.000
12	100.000	300.000	.000

**** BAY GEOMETRY AS GENERATED ****

ID	COLUMN I	COLUMN J	BAY LENGTH
1	1	2	100.00
2	2	3	100.00
3	3	4	100.00
4	5	6	100.00
5	6	7	100.00
6	7	8	100.00
7	1	5	100.00
8	2	6	100.00
9	3	7	100.00
10	4	8	100.00
11	5	9	100.00
12	6	10	100.00
13	9	11	100.00
14	10	12	100.00
15	9	10	100.00
16	11	12	100.00

**** STORY GEOMETRY AS GENERATED ****

ID	HEIGHT
1	100.00
2	100.00
3	100.00

MEMBER TYPE INPUT

**** COLUMN DATA ****

COLUMN	MATL	MAJOR	MINOR	TORSION	AXIAL	MAJOR	MINOR	RIGID	RIGID
TYPE	TYPE	INERTIA	INERTIA	INERTIA	AREA	SHEAR AREA	SHEAR AREA	TOP	BOTTOM
1	1	.100E+04	.100E+04	.100E+02	.200E+02	.200E+02	.200E+02	.000	.000

**** BEAM DATA ****

BEAM	MATL	MAJOR	MINOR	TORSION	AXIAL	MAJOR	MINOR	RIGID	RIGID
TYPE	TYPE	INERTIA	INERTIA	INERTIA	AREA	SHEAR AREA	SHEAR AREA	END I	END J
1	1	.100E+04	.250E+03	.100E+02	.200E+02	.150E+02	.500E+01	2.000	2.000

COEFFICIENTS
K-II K-JJ K-IJ
4.0 4.0 2.0

**** DIAGONAL DATA ****

DIAGONAL	MATERIAL	AXIAL
TYPE	TYPE	AREA
1	1	.1000E+02

**** FLOOR TYPE DATA ****

F L O O R T Y P E 1

----- FLOOR NODE DATA -----					
NODE	X	Y	TRANSLATIONAL	ROTATIONAL	
NUMBER	COORD	COORD	MASS	MASS	
1	50.000	50.000	.0000	.0000	

RIGID FLOOR DIAPHRAGM

MEMBER DEFINITION INPUT

**** COLUMN DEFINITIONS AS GENERATED ****

COLUMN	-----STORY LEVELS-----		
ID	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1

```

5      1  1  1
6      1  1  1
7      1  1  1
8      1  1  1
9      1  1  1
10     1  1  1
11     1  1  1
12     1  1  1
    
```

**** BEAM DEFINITIONS AS GENERATED ****

```

BAY      -----STORY LEVELS-----
ID       1  2  3

1        1  1  1
2        1  1  1
3        1  1  1
4        1  1  1
5        1  1  1
6        1  1  1
7        1  1  1
8        1  1  1
9        1  1  1
10       1  1  1
11       1  1  1
12       1  1  1
13       1  1  1
14       1  1  1
15       1  1  1
16       1  1  1
    
```

**** DIAGONAL DEFINITIONS AS GENERATED ****

(SPANNING DIAGONALS GO FROM POSITIVE TYPE TO LAST NEGATIVE TYPE OF THE SAME NUMBER)

```

BAY      DIR      -----STORY LEVELS-----
ID       1  2  3

1      A-B  1  1  1
        B-A  1  1  1
7      A-B  1  1  1
        B-A  1  1  1
    
```

**** FLOOR DEFINITIONS AS GENERATED ****

```

STORY      FLOOR
           TYPE

1          1
2          1
3          1
    
```

** LOAD DEFINITION **

**** STORY LATERAL LOADS AS GENERATED ****

```

STORY      NODE      ----- LATERAL LOAD CASE -----
NUMBER     NUMBER    COMPONENT          1          2          3

1          1          FX                .000
    
```

		FY	.000
		MZ	.000
2	1	FX	.000
		FY	.000
		MZ	.000
3	1	FX	3000.000
		FY	.000
		MZ	.000

**** L A T E R A L S O L U T I O N ****

STATIC DISPLACEMENTS

				LOAD CASE NUMBERS
STORY	MODE	DIR		
3	1	X	1.7289	
		Y	.3204	
		ROT	.0017	
2	1	X	2.2882	
		Y	.1797	
		ROT	.0019	
1	1	X	.8060	
		Y	.0476	
		ROT	.0005	

De este ejemplo se obtiene que los resultados calculados considerando el modelo de diafragma flexible son del orden del doble de los que se obtienen al considerar el modelo de diafragma rígido, lo cual hace evidente que este tipo de geometrías irregulares no deben ser modeladas como diafragma de piso rígido, ya que los resultados obtenidos están lejos del comportamiento real de la estructura.

CAPITULO 3. ESTIMACION DE LA RIGIDEZ DE SISTEMAS DE PISO

En los diferentes reglamentos de construcciones, tales como el RCDF-2004, UBC-94 y el ACI 318-95, se hace la consideración de la rigidez de los sistemas de piso solamente por medio de recomendaciones de espesores mínimos que garanticen su comportamiento rígido, esto es principalmente para losas macizas y firmes colados *in situ* sobre los elementos de concreto prefabricados o sobre sistemas metálicos. Estos espesores recomendados, se muestran en la tabla 3.1.

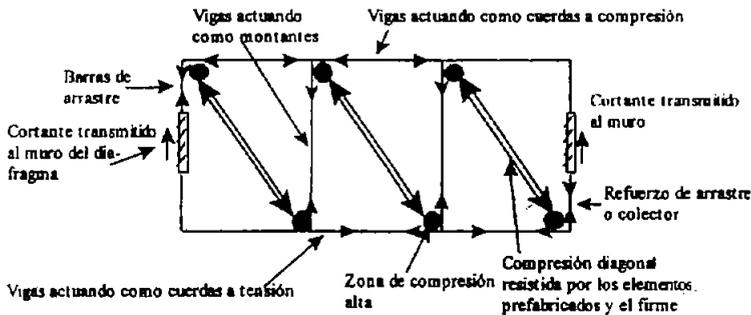
Tabla 3.1. Espesores mínimos recomendados para firmes y losas de sistemas de piso.

Referencia	Espesor mínimo (cm)	Tipo de elemento
RCDF-2004	3.0	Losas macizas y firmes colados <i>in situ</i>
	6.0	Firmes colados <i>in situ</i> para claros mayores de 6.0 m
UBC-94	5.1	Losas macizas
	6.4	Firmes colados <i>in situ</i>
ACI 318-95	5.1	Losas macizas y firmes colados <i>in situ</i>

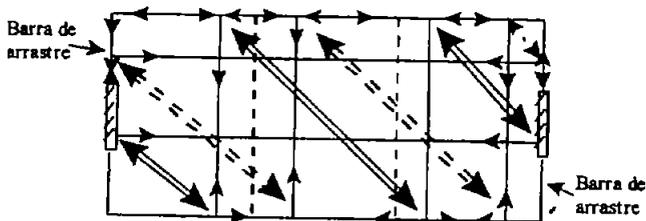
3.1. RESISTENCIA EN SU PLANO DE SISTEMAS DE PISO

Al hacer un análisis de los diafragmas de piso, algunos métodos establecen una distribución de fuerzas sísmicas entre la losa y sus elementos de borde, lo que permite llegar a un diseño del sistema de piso en su conjunto. Se recurre a idealizar los sistemas de piso como vigas horizontales con apoyos en los elementos verticales. Es importante hacer notar que los tableros de losa en estudio quedan sometidos a una carga diagonal de compresión, como se puede ver en la fig. 3.1.

Una disposición encaminada principalmente a definir la rigidez del diafragma es la que se mencionó anteriormente, esto es, la sugerencia de considerar que los diafragmas tengan que cumplir con espesores mínimos que varían entre 3.00 y 6.40 cm.



a) Distribución de fuerzas en sistemas de piso con elementos prefabricados.



b) Distribución de fuerzas en una losa maciza sin elementos perimetrales.

Figura 3.1 Método de análisis en su plano de sistemas de piso.

En el caso de sistemas de piso construidos con elementos prefabricados de concreto, en general se hace la suposición de que, la función de diafragma la hará el firme de compresión colado sobre ellos y será éste el que resista las fuerzas cortantes inducidas a los pisos. Desde el punto de vista estructural, esto representa una desventaja ya que, en estos casos, los espesores utilizados en la práctica son pequeños respecto de los espesores de las losas macizas o reticulares, sin embargo, no hay estudios experimentales que permitan establecer la efectividad como diafragma rígido de los sistemas de piso compuestos en relación con los sistemas tradicionales. Para hacer la evaluación de la resistencia a cortante de los diafragmas de piso, se hace la idealización como si fueran muros sometidos a cargas en su plano.

3.2. EVALUACION DE LA RIGIDEZ DIAGONAL DE SISTEMAS DE PISO

3.2.1. MODELACION CON LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD

Para poder hacer la evaluación de la rigidez diagonal de una losa de piso, se supone que se puede analizar un tablero como si estuviera sometido a la aplicación de una carga P en dos de sus esquinas opuestas, es decir, diagonalmente, y esto puede reproducirse matemáticamente utilizando la solución de la Teoría de la Elasticidad, como un problema de una cuña de espesor unitario a la que se aplica la carga P por unidad de espesor, en uno de sus vértices, como se muestra en la fig. 3.2.

Las componentes de los esfuerzos toman los siguientes valores, cuando se toman en cuenta las condiciones de frontera a lo largo de las caras de la cuña, es decir, cuando $\theta = \pm\alpha$:

$$\sigma_r = -\frac{k P \cos \theta}{r} \quad (3.1); \quad \sigma_\theta = 0 \quad (3.2); \quad \tau_{r,\theta} = 0 \quad (3.3)$$

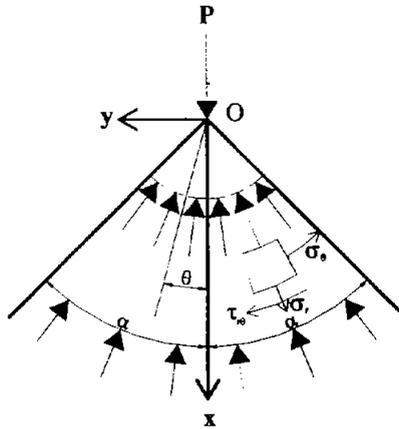


Figura 3.2. Cuña con carga en su vértice.

En la ecuación (3.1), la constante k se ajusta de tal modo que se satisfagan las condiciones de equilibrio en el punto O . Para esto, es necesario que la resultante de esfuerzos que actúa sobre una superficie cilíndrica, como la indicada por la línea punteada en la figura anterior, esté en equilibrio con la fuerza P . Esto es, sumando las componentes en el eje x que actúa sobre cada elemento $r d\theta$ de la superficie: $\sigma_r r d\theta \cos\theta$. Entonces, por equilibrio se llega entonces a lo siguiente:

$$P + 2 \int_0^{\alpha} \sigma_r r \cos\theta \, d\theta = 0 \quad (3.4)$$

sustituyendo el valor de σ_r , en la ecuación anterior:

$$P - 2 \int_0^{\alpha} \frac{k P \cos^2 \theta}{r} r \, d\theta = 0 \quad (3.5)$$

al resolver la integral y despejar, se obtiene el valor de k :

$$P - k P \left(\alpha + \frac{1}{2} \text{sen} 2\alpha \right) = 0 \quad (3.6); \quad k = \frac{1}{\alpha + \frac{1}{2} \text{sen} 2\alpha} \quad (3.7)$$

finalmente, al sustituir en la ecuación (3.1), el esfuerzo radial queda definido por la siguiente expresión:

$$\sigma_r = - \frac{P \cos\theta}{r \left(\alpha + \frac{1}{2} \text{sen} 2\alpha \right)} \quad (3.8)$$

en este caso interesa valuar los esfuerzos para $\alpha = \pi/4$, que es la dirección de la línea diagonal del tablero, entonces las ecuaciones anteriores se reducen a:

$$\sigma_r = -\frac{P \cos \theta}{r \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \quad (3.9); \quad \sigma_\theta = 0 \quad (3.2); \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad (3.3)$$

Con estas componentes de esfuerzos se pueden obtener las deformaciones correspondientes aplicando las siguientes expresiones:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (3.10); \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta} \quad (3.11); \quad \gamma_{r\theta} = \frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \quad (3.12)$$

Las deformaciones también se pueden definir a partir de la Ley de Hooke, ya que se trata de un estado plano de esfuerzos, de la siguiente manera:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu \sigma_\theta) \quad (3.13); \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \mu \sigma_r) \quad (3.14); \quad \gamma_{r\theta} = \frac{1}{G} \tau_{r\theta} \quad (3.15)$$

Sustituyendo los esfuerzos (ecuaciones (3.9), (3.2), (3.3)), en las expresiones de las deformaciones (ecuaciones (3.13), (3.14), (3.15)), respectivamente e igualándolas con las expresiones (3.10), (3.11) y (3.12), se llega a lo siguiente:

$$\varepsilon_r = -\frac{P \cos \theta}{Er \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\mu P \cos \theta}{Er \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta} \quad (3.17)$$

$$\gamma_{r\theta} = 0 = \frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \quad (3.18)$$

Haciendo la integración de la ecuación (3.16) con respecto a r se tiene:

$$u = \int -\frac{P \cos \theta}{Er \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} dr = -\frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \int \frac{dr}{r} = -\frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r + f(\theta) \quad (3.19)$$

donde $f(\theta)$ es una función que depende únicamente de θ .

Sustituyendo u en la ecuación (3.17) e integrándola con respecto a θ se obtiene:

$$\frac{\mu P \cos \theta}{Er \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{1}{r} \left(- \frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r + f(\theta) \right) + \frac{\partial v}{r \partial \theta}$$

$$\frac{\mu P \cos \theta}{Er \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} = - \frac{P \cos \theta}{Er \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r + \frac{f(\theta)}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta}$$

$$v = \int \left(\frac{\mu P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + \frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r - f(\theta) \right) d\theta$$

$$v = \frac{\mu P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + \frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r - \int f(\theta) d\theta + f(r) \quad (3.20)$$

donde $f(r)$ es una función que depende únicamente de r .

Sustituyendo u y v en la ecuación (3.18), se tiene que:

$$\frac{\partial}{r \partial \theta} \left(- \frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r + f(\theta) \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu P \sin \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + \frac{P \sin \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r - \int f(\theta) d\theta + f(r) \right)$$

$$- \frac{1}{r} \left(\frac{\mu P \sin \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + \frac{P \sin \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r - \int f(\theta) d\theta + f(r) \right) = 0 \quad \text{y como,}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(- \frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r + f(\theta) \right) = - \frac{P \sin \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r + f'(\theta)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu P \text{sen} \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + \frac{P \text{sen} \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r - \int f(\theta) d\theta + f(r) \right) = \frac{1}{r} \frac{P \text{sen} \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + f'(r)$$

al final, la ecuación (3.18) queda como:

$$\frac{f'(\theta)}{r} + \frac{P \text{sen} \theta}{E r \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + f'(r) - \frac{\mu P \text{sen} \theta}{E r \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + \frac{1}{r} \int f(\theta) d\theta - \frac{f(r)}{r} = 0 \quad (3.21)$$

si se adoptan los siguientes valores,

$$f(\theta) = -\frac{(1-\mu)P}{2E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \theta \text{sen} \theta + A \text{sen} \theta + B \cos \theta \quad (3.22); \quad f(r) = Cr$$

donde las constantes A, B y C son constantes de integración que se pueden determinar a partir de las condiciones de apoyo, entonces la ecuación (3.22) queda como:

$$-\frac{(1-\mu)P}{2E r \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \text{sen} \theta + \frac{P \text{sen} \theta}{E r \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} - \frac{\mu P \text{sen} \theta}{E r \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} - \frac{(1-\mu)P}{2E r \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \text{sen} \theta = 0 \quad (3.23)$$

Finalmente, las expresiones para los desplazamientos son:

$$u = -\frac{P \cos \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r - \frac{(1-\mu)P}{2E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \text{sen} \theta + A \text{sen} \theta + B \cos \theta \quad (3.24)$$

$$v = \frac{\mu P \text{sen} \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + \frac{P \text{sen} \theta}{E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \ln r - \frac{(1-\mu)P \theta}{2E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} \cos \theta + \frac{(1-\mu)P \text{sen} \theta}{2E \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)} + A \cos \theta - B \text{sen} \theta + Cr \quad (3.25)$$

Suponiendo que los puntos sobre el eje x no tienen desplazamientos laterales (fig. 3.2), se tiene que $v=0$ para $\theta=0$ y se cumple que $\partial v / \partial r = 0$ para $\theta=0$. Sustituyendo estas condiciones en las ecuaciones (3.24) y (3.25), se obtiene que $A=C=0$.

Con estos valores, el desplazamiento de los puntos sobre el eje x es:

$$(u)_{\theta=0} = -\frac{P}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln r + B \quad (3.26)$$

El valor de B, se obtiene asumiendo que un punto a una distancia "D" del origen, que en este caso es la mitad de la diagonal de un tablero, no se mueve en dirección x, entonces:

$$B = \frac{P}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln D \quad (3.27)$$

Las expresiones para calcular los desplazamientos en la cuña finalmente son:

$$u = -\frac{P \cos \theta}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln r - \frac{(1-\mu)P}{2E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \text{sen} \theta + \frac{P \cos \theta}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln D \quad (3.28)$$

$$v = \frac{\mu P \text{sen} \theta}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} + \frac{P \text{sen} \theta}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln r - \frac{(1-\mu)P \theta}{2E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \cos \theta + \frac{(1-\nu)P \text{sen} \theta}{2E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} - \frac{P \text{sen} \theta}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln D \quad (3.29)$$

cuando $\theta = 0$, sobre el eje x, estas ecuaciones se pueden expresar como:

$$u = -\frac{P}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln r + \frac{P}{E\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)} \ln D \quad (3.30), \quad v = 0 \quad (3.31)$$

en el origen ($r=0$), la ecuación (3.30) da desplazamientos infinitos. Esta singularidad se puede evitar suponiendo, como se hizo en un principio, que una sección del material alrededor del punto de aplicación de la carga, es cortada por una superficie cilíndrica de radio pequeño, por tanto, al estar cerca del origen el primer término de la ecuación (3.30) se puede despreciar.

En base a estos resultados, se puede proponer una ecuación que permita calcular la rigidez teórica en el plano en dirección de la carga aplicada a la cuña, dividiendo la carga total aplicada P_t entre el desplazamiento u . Además como esta modelación simula únicamente a la mitad de un tablero, la rigidez en realidad es el doble al simular el tablero completo, por lo tanto, la ecuación que permite evaluar teóricamente a la rigidez diagonal en el plano del tablero es la siguiente:

$$k_{\text{diagonal}} = \frac{Et(\pi + 2)}{8 \ln D} \quad (3.32)$$

3.3. EVALUACION DE LA RIGIDEZ LATERAL DE SISTEMAS DE PISO

En la modelación de un sistema de piso, es importante verificar el comportamiento como diafragma rígido de un tablero, y este comportamiento depende en gran medida de la rigidez lateral del sistema de piso. Algunos estudios experimentales (Referencia 3), reportan ensayos hechos mediante una condición de carga que permite determinar la rigidez lateral de los tableros. A continuación se presenta la derivación de la rigidez lateral $k_{lateral}$ a partir de la rigidez diagonal $k_{diagonal}$.

3.3.1. RELACION ENTRE LA RIGIDEZ LATERAL ($k_{lateral}$) Y LA RIGIDEZ DIAGONAL ($k_{diagonal}$).

Esta relación se puede obtener a través del análisis geométrico de un tablero cuadrado cargado diagonalmente, esta condición se muestra en la fig. 3.3.

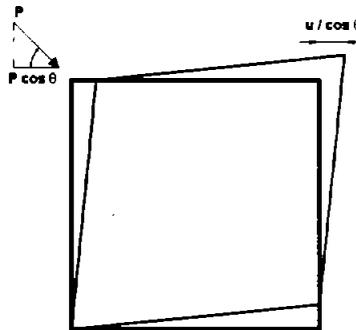


Figura 3.3. Tablero cargado diagonalmente y su deformada.

Se puede ver que para valores pequeños de la deformación se cumple lo siguiente:

$$k_{lateral} = \frac{P \cos \theta}{\frac{u}{\cos \theta}} = \frac{P}{u} \cos^2 \theta \tag{3.33}$$

$$k_{diagonal} = \frac{P}{u} \tag{3.34}$$

por lo tanto:

$$k_{lateral} = k_{diagonal} \cos^2 \theta \tag{3.35}$$

en la condición $\theta = 45^\circ$:

$$k_{lateral} = \frac{1}{2} k_{diagonal} \tag{3.36}$$

De acuerdo con la teoría de la elasticidad, y sabiendo que $k_{diagonal} = \frac{Et(\pi + 2)}{8 \ln D}$, se tiene finalmente que:

$$k_{lateral} = \frac{Et(\pi + 2)}{16 \ln D} \quad (3.37)$$

3.4. EVALUACION DE LA RIGIDEZ LATERAL MEDIANTE LA ANALOGIA DEL MURO

Se puede obtener la rigidez lateral ($k_{lateral}$) de un modo distinto al visto en la sección anterior, esto se logra siguiendo un procedimiento usado en la práctica conocido como "Analogía del Muro", en el cual se hace la suposición de que un sistema de piso se comporta como un muro empotrado en su base al que se le aplica una carga horizontal P_h .

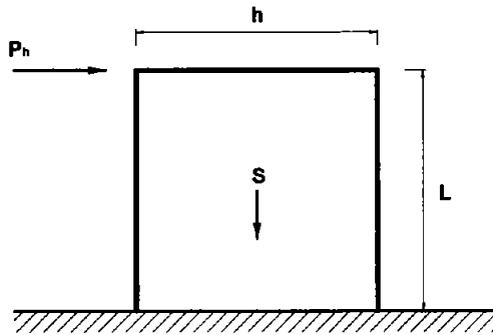


Figura 3.4. Muro empotrado con carga horizontal aplicada en uno de sus vértices.

Para obtener la ecuación que permite calcular la rigidez del elemento mostrado en la fig. 3.4 se parte de la Teoría básica del análisis estructural, haciendo la consideración de que el trabajo por deformación W del elemento analizado puede ser calculado a partir de la siguiente ecuación:

$$W = \int_0^L k \frac{V(s)^2}{2GA} ds + \int_0^L \frac{M(s)^2}{2EI} ds \quad (3.38)$$

donde:

- A : Área
- I : Momento de inercia (respecto de un eje perpendicular al elemento)
- K : factor de forma de la sección transversal
- $V(s)$: fuerza cortante y
- $M(s)$: momento flexionante a lo largo del elemento

En este caso $V(s) = P_h$ y $M(s) = P_h s$.

Al sustituir los valores de $V(s)$ y $M(s)$ en la ecuación (3.38) se llega a la siguiente expresión:

$$W = \frac{kP_h^2 L}{2GA} + \frac{P_h^2 L^3}{6EI} \quad (3.39)$$

se busca obtener la deformación del elemento en la dirección de la fuerza, para lograr esto se aplica el primer teorema de Castigliano, en el cual se establece que:

$$\delta = \frac{\partial W}{\partial P_h} \quad (3.40)$$

sustituyendo la ecuación (3.39) en la ecuación (3.40):

$$\delta = \frac{\partial}{\partial P_h} \left(\frac{kP_h^2 L}{2GA} + \frac{P_h^2 L^3}{6EI} \right) \quad (3.41)$$

por lo tanto la deformación será:

$$\delta = \frac{kP_h L}{GA} + \frac{P_h L^3}{3EI} \quad (3.42)$$

Se puede obtener la rigidez lateral considerando únicamente el primer término de la ecuación (3.42), esto es, para despreciar las deformaciones por flexión y con esto se estudia un elemento, semejante a un muro, trabajando exclusivamente a cortante, de esta forma, una primera aproximación de la rigidez lateral, sería la siguiente:

$$k_{lateral\text{cortante}} = \frac{GA}{kL} \quad (3.43)$$

sabemos de este caso de estudio que:

$$A = ht \quad h = L \quad G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

además se sabe que el factor de forma para una sección transversal rectangular es $k = 1.2$. Sustituyendo todos estos valores se llega a la ecuación (3.44), con la que se puede valuar la rigidez lateral a cortante de un elemento:

$$k_{lateral\text{cortante}} = \frac{Et}{2.4(1 + \mu)} \quad (3.44)$$

Si se considera completa la deformación del elemento en dirección de la fuerza, es decir, tomando en cuenta el efecto de flexión y cortante, es posible seguir trabajando con ambos términos de la ecuación (3.42).

En este caso el momento de inercia queda definido como:

$$I = \frac{tL^3}{12} \quad (3.45)$$

al sustituir este y los valores considerados anteriormente en la ecuación (3.42) se obtiene lo siguiente:

$$\delta = \frac{1.2P_h L}{GLt} + \frac{4P_h L^3}{EtL^3} \quad (3.46); \quad \delta = \frac{2.4P_h(1+\mu)}{Et} + \frac{4P_h}{Et} \quad (3.47);$$

finalmente se obtiene:

$$\delta = P_h \left[\frac{2.4(1+\mu) + 4}{Et} \right] \quad (3.48)$$

De la ecuación (3.48) es posible obtener la rigidez lateral de un elemento considerando tanto las deformaciones de cortante como las de flexión, simplemente despejando este valor. La expresión para evaluar la rigidez lateral finalmente queda de la siguiente forma:

$$k_{lateral} = \frac{Et}{2.4(1+\mu) + 4} \quad (3.49)$$

CAPITULO 4. DISEÑO DE SISTEMAS DE PISO

4.1. DISEÑO DE LOSAS EN UNA DIRECCION

Para poder realizar el análisis y diseño de una losa en una dirección, se selecciona una franja de ancho unitario perpendicular con respecto a las vigas de apoyo, como se ve en la fig. 4.1. Esta franja de losa puede considerarse como una viga rectangular con una altura h igual al espesor de la losa y un claro l_c igual a la distancia entre los bordes apoyados, la cual puede analizarse mediante los métodos tradicionales utilizados para vigas rectangulares. Para ello se calculan los momentos flexionantes para la franja unitaria. La carga por unidad de área sobre la losa se convierte en la carga por unidad de longitud sobre la franja de losa. Puesto que todas las cargas sobre la losa deben transmitirse a las dos vigas de soporte, se concluye que todo el refuerzo debe colocarse formando ángulos rectos con estas vigas, con excepción de algunas barras que deben colocarse en la otra dirección para controlar el agrietamiento por retracción de fraguado y temperatura. Una losa armada en una dirección puede considerarse entonces como un conjunto de vigas rectangulares, colocadas paralelamente.

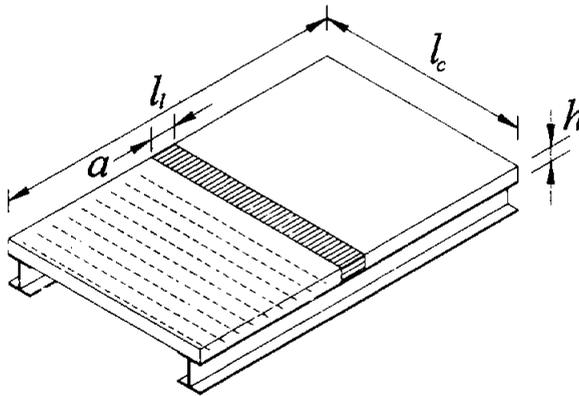


Figura 4.1. Franja unitaria para el diseño por flexión.

El análisis propuesto es en realidad una simplificación, en donde se supone una relación de Poisson igual a cero, situación que es ligeramente conservadora. La realidad es que la compresión por flexión en el concreto en la dirección de l_c generará una expansión lateral en la dirección de l_l , a menos que se restrinja el concreto a compresión. Para este tipo de losas, esta expansión lateral es resistida por las franjas adyacentes de la losa, que también tienden a expandirse. El resultado de este fenómeno, es un ligero fortalecimiento y rigidización en la dirección del claro, que permite contar con una reserva de capacidad.

4.1.1. MOMENTOS FLEXIONANTES

El diseño de estas losas como ya se había dicho, es similar al de las vigas, con algunas características que se señalan enseguida. Se recomienda iniciar el diseño fijando un valor del peralte tal que garantice que no ocurran deflexiones excesivas, ya que esto es el factor que por lo general rige en el diseño. Para ello, puede usarse la tabla 4.1, tomada del Reglamento ACI 318-95, la cual proporciona espesores de losa con los que no se exceden las deflexiones permisibles.

Tabla 4.1. Peraltes totales mínimos de vigas y losas que trabajan en una dirección cuando no se calculan las deflexiones y cuando las deformaciones de dichos elementos no perjudican a elementos no estructurales.

Elemento	Peralte mínimo			
	Libremente apoyada	Un extremo continuo	Ambos extremos continuos	Voladizo
Lozas Macizas	L/20	L/24	L/28	L/10
Vigas y losas nervaduras	L/16	L/18.5	L/21	L/8

Ya que se ha determinado el espesor total de la losa, el siguiente paso es calcular el peralte efectivo, y esto se hace restando el recubrimiento del espesor. El Reglamento ACI 318-95 recomienda un recubrimiento libre de 2 cm para losas no expuestas a la intemperie o no coladas contra el suelo, como por ejemplo, las zapatas de cimentación. Para este mismo caso las NTC-2004 recomiendan 1.5 cm. o el diámetro de la barra, el valor elegido será el que sea mayor.

El cálculo de los momentos flexionantes y de las fuerzas cortantes puede realizarse después, bajo la hipótesis de que la losa es una viga continua de un ancho unitario. Puede usarse cualquier método de análisis elástico, o bien los coeficientes de momentos que se presentan en los manuales de diseño. En la tabla 1 de la sección 4.7 de este capítulo se muestran los coeficientes aproximados del Reglamento ACI 318-95. Las condiciones que deben cumplirse para poder aplicar estos coeficientes son las siguientes:

- a) La viga o losa tiene por lo menos dos claros continuos.
- b) Los claros son aproximadamente iguales, de tal manera que el mayor de los dos claros adyacentes no exceda al menor en más del 20%.
- c) Las cargas están uniformemente distribuidas.
- d) La carga viva por metro cuadrado no es mayor que tres veces la carga muerta.
- e) Los miembros son de sección transversal constante.

Es importante hacer notar que el método para calcular los momentos flexionantes y fuerzas cortantes, considerando franjas de losa de un ancho unitario, es de alguna manera conservador, ya que como la losa no puede por lo general deformarse libremente en dirección perpendicular a las franjas, se desarrollan esfuerzos de compresión normales a las franjas que aumentan ligeramente la resistencia en la dirección considerada.

4.1.2. ACERO DE REFUERZO

Una vez que se ha determinado el peralte efectivo de la losa d y los momentos flexionantes, se calcula el refuerzo necesario con las ecuaciones de flexión de vigas, que son las siguientes:

$$M_n = bd^2 f''c q(1 - 0.5q) \quad (4.1)$$

$$M_n = bd^2 f'c \omega(1 - 0.59\omega) \quad (4.2)$$

o inclusive con la gráfica 1 mostrada en la sección 4.7 de este capítulo.

Por lo general, las losas son elementos subreforzados, por lo que se pueden aplicar las ecuaciones correspondientes a este tipo de elementos revisando previamente que las relaciones de refuerzo ρ , resulten menores que la relación balanceada ρ_b . El refuerzo que se obtiene con estas ecuaciones, se coloca en dirección paralela a las franjas. En la dirección ortogonal es necesario colocar también refuerzo para poder resistir los esfuerzos producidos por contracción del concreto y por cambios de temperatura, inclusive por falta de uniformidad de la carga. Como la losa no puede acortarse libremente en dirección perpendicular al claro, se presentarían grietas si no se colocara este último refuerzo. Todo el acero de refuerzo, tanto el refuerzo por flexión como el de contracción y cambios de temperatura, deben satisfacer ciertos requisitos de cuantía y separación que se mencionan a continuación.

En el Reglamento ACI 318-95 aparecen los requisitos para el refuerzo de flexión y para el refuerzo de contracción y temperatura. Las relaciones ρ , de estos refuerzos, deben ser por lo menos iguales a los valores señalados en la tabla 4.2 y la separación entre barras no debe exceder de 45 cm ni de tres veces el espesor de la losa, para el refuerzo de flexión, ni de cinco veces dicho espesor, para el refuerzo por contracción y temperatura.

En las NTC-2004 se especifica que el refuerzo por flexión sea el mínimo recomendado para vigas, o sea:

$$A_{s,min} = \frac{0.7\sqrt{f'c}}{f_y} bd \quad (4.3)$$

o en Sistema Internacional:

$$A_{s,min} = \frac{0.22\sqrt{f'c}}{f_y} bd \quad (4.4)$$

Tabla 4.2. Relaciones de refuerzo ρ .

Tipos de acero	ρ_{\min}
Barras corrugadas con f_y igual a 2800 o 3500 kg/cm^2	0.0020
Barras corrugadas o malla de alambre soldado corrugado o liso con f_y igual a 4200 kg/cm^2	0.0018
Barras con f_y mayor de 4200 kg/cm^2	$0.0018 \times 4200 / f_y$
<i>En ningún caso ρ debe ser menor de 0.0014</i>	

El ancho b para este caso se considera de 1 m. La separación del refuerzo no debe ser superior a la especificada para el refuerzo por contracción y temperatura. Para este refuerzo las NTC-2004 recomiendan la misma área mínima que para otros elementos estructurales que tengan una longitud mínima de 1.50 m. La ecuación correspondiente para una franja de un metro de ancho es la siguiente:

$$A_{scontr} = \frac{66000h}{f_y(h+100)} \quad (4.5)$$

o en Sistema Internacional:

$$A_{scontr} = \frac{6470h}{f_y(h+1000)} \quad (4.6)$$

donde:

- h es el espesor de la losa.

El valor del área de acero de refuerzo que se obtiene con la ecuación anterior es también la necesaria para una franja de un metro de ancho y es aplicable a losas no expuestas directamente a la intemperie. Si no se cumple con esta condición, el valor calculado con la primera de estas dos ecuaciones se debe multiplicar por 1.5. La separación entre barras no debe exceder de 50 cm ni de 3.5 veces el espesor de la losa.

De acuerdo con las NTC-2004, se permite calcular el refuerzo por contracción y temperatura en forma simplificada usando simplemente una relación de refuerzo ρ , de 0.002 para losas no expuestas a la intemperie y de 0.003 para el caso de que sí lo estén.

El procedimiento más común que se realiza en el dimensionamiento de losas es:

- Calcular primero el área de acero por metro de ancho de losa.
- Elegir el diámetro de la barra.
- Calcular la separación entre barras. Este último cálculo puede hacerse en forma rápida con la siguiente ecuación:

$$s = \frac{100A_b}{A_x} \quad (4.7)$$

donde:

- s es la separación entre barras
- A_b , el área de cada barra, y
- A_x el área por metro de ancho de losa

La disposición del acero de refuerzo por flexión debe realizarse de tal modo que se satisfaga la demanda de acero en las secciones tanto de momento negativo como positivo, así como verificar que se cumplan los requisitos de longitud de desarrollo. En la mayoría de los casos resulta difícil ajustarse a las necesidades teóricas de refuerzo en las diferentes secciones de una losa. Ya en la práctica, se busca que las separaciones sean lo más parecidas posibles a los valores teóricos, y al mismo tiempo conviene disponer las barras de tal forma que se obtengan armados regulares y sencillos que simplifiquen tanto la construcción como la supervisión.

En la figura 2 de la sección 4.7 de este capítulo, se muestran algunas recomendaciones típicas para la colocación del acero de refuerzo por flexión. Es importante aclarar que estas recomendaciones son válidas cuando los claros y las condiciones de carga en cada claro son semejantes, en caso contrario, los dobleces y cortes de barras deben hacerse basándose en el diagrama de momentos. El acero por contracción y temperatura, no mostrado en la figura, se coloca en forma de barras rectas en el lecho inferior de la losa por encima del refuerzo por flexión.

4.1.3. REVISION POR CORTANTE

En la mayoría de los casos, la fuerza cortante no es un factor predominante. Sin embargo, es conveniente hacer la revisión, en el caso de que la sección de concreto no pueda resistir la fuerza cortante, debe aumentarse dicha sección, ya que por razones constructivas no es posible usar refuerzo por cortante en estas losas.

4.2. DISEÑO DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE

Se puede visualizar la diferencia entre las losas que trabajan en una dirección y aquellas apoyadas perimetralmente si se observa la forma que adquieren las mismas cuando se deforman, y se someten a cargas perpendiculares al plano en que están contenidas; las primeras se deforman en curvatura simple mientras que las segundas lo hacen en curvatura doble.

Es importante mencionar que la rigidez a flexión de los apoyos de estas losas debe ser mucho mayor que la rigidez a flexión de la propia losa, característica primordial para poder aplicar los métodos de diseño estudiados en este capítulo.

Un ejemplo de ello es el caso de losas apoyadas en muros. En algunas ocasiones las losas se apoyan sobre vigas de poco peralte que tienen una rigidez flexionante relativamente pequeña, en este caso el método no es recomendable.

4.2.1. COMPORTAMIENTO DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE

Por lo general, las losas apoyadas perimetralmente forman parte de sistemas estructurales conformados por columnas, vigas y muros. Esto conduce a no poder realizar un estudio de su comportamiento de forma aislada sino que debe analizarse todo el sistema, ya que las características de cada elemento influyen en el comportamiento de los otros.

Por simplicidad, los métodos de diseño de losas consideran que esta se encuentra aislada y adecuadamente apoyada.

En la fig. 4.2 se presenta una gráfica de carga contra deflexión medida en el centro del claro de una losa apoyada perimetralmente, la cual se ensaya hasta llevarla a la falla. En esta gráfica se distinguen las siguientes etapas:

a) Una etapa lineal O-A, en la que el agrietamiento del concreto en la zona de esfuerzos de tensión es despreciable. El agrietamiento del concreto por tensión, representado por el punto A, ocurre bajo cargas relativamente altas. Las cargas de servicio de losas se encuentran generalmente cerca de la carga correspondiente al punto A.

b) La etapa A-B, en la que existe agrietamiento del concreto en la zona de tensión y los esfuerzos en el acero de refuerzo son menores que el límite de fluencia. La transición de la etapa O-A a la etapa A-B es gradual, puesto que el agrietamiento del concreto se desarrolla paulatinamente desde las zonas de momentos flexionantes máximos hacia las zonas de momentos flexionantes menores. Por la misma razón, la pendiente de la gráfica carga-deflexión en el tramo A-B, disminuye poco a poco.

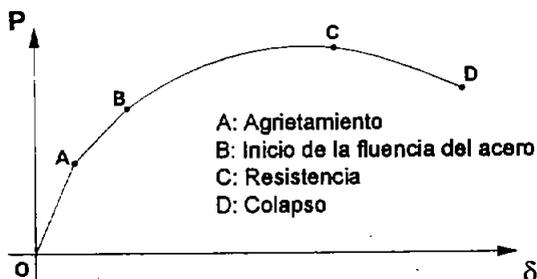


Figura 4.2. Gráfica carga - deflexión de una losa.

c) La etapa B-C, en la que los esfuerzos en el acero de refuerzo sobrepasan el límite de fluencia. Al igual que el agrietamiento del concreto, la fluencia del

refuerzo empieza en las zonas de momentos flexionantes máximos y se propaga paulatinamente hacia las zonas de momentos menores.

d) Por último, la rama descendente C-O, cuya amplitud depende, como en el caso de las vigas, de la rigidez del sistema de aplicación de cargas.

En la fig. 4.3 se ilustran las distintas etapas de carga, así como las configuraciones de agrietamiento en la cara inferior de una losa cuadrada simplemente apoyada sujeta a carga uniformemente repartida en su cara superior, para distintos valores de la carga aplicada. Se puede notar que el agrietamiento empieza en el centro de la losa, que es la zona de momentos flexionantes máximos, y se empieza a transmitir hacia las esquinas en forma diagonal, los análisis elásticos de este tipo de losas indican que los momentos principales se presentan precisamente en las diagonales.

Cuando la losa está en etapas cercanas a la falla, se forman grietas muy anchas a lo largo de las diagonales, esto es un indicativo de que el acero de refuerzo ha fluido y ha alcanzado grandes deformaciones. Las deformaciones por flexión de la losa se concentran en estas líneas que reciben el nombre de líneas de fluencia, mientras que las deformaciones en las zonas comprendidas entre las líneas de fluencia son, en comparación, muy pequeñas.

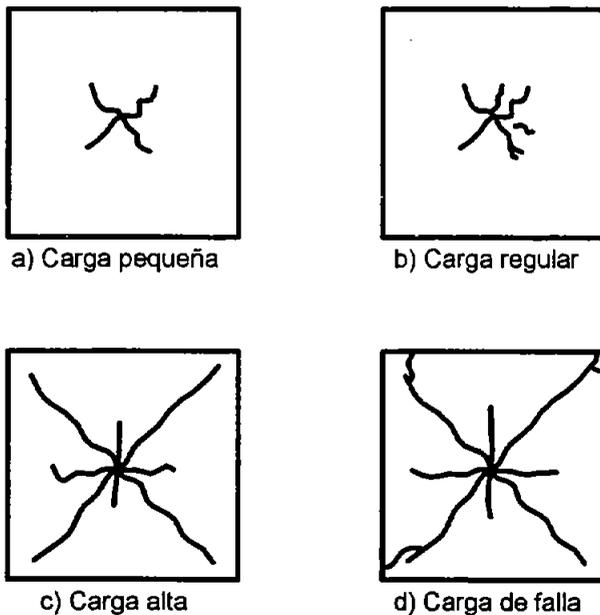


Figura 4.3. Configuraciones de agrietamiento para distintos valores de la carga aplicada.

4.2.2. ANALISIS DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE

Pretende determinar las acciones internas en una losa dada cuando se conoce la carga aplicada. Esta determinación resulta más complicada que en el caso de vigas, ya que las losas son elementos altamente hiperestáticos. El análisis de losas puede efectuarse aplicando los métodos de la Teoría de la Elasticidad; los resultados así obtenidos sólo son válidos en la etapa de comportamiento lineal, o sea, para cargas cuya magnitud es del orden de la correspondiente al punto A de la fig. 4.2. Los resultados son sólo aproximados para estas cargas, debido a que el concreto reforzado no cumple con las características ideales de los materiales lineales, homogéneos y elásticos.

Si se plantean las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones del elemento diferencial de la losa mostrado en la fig. 4.4, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = \frac{w}{N} \tag{4.8}$$

donde:

- z = deflexiones de la losa en dirección perpendicular a su plano
- x, y = coordenadas en el plano de la losa
- w = carga aplicada
- N = rigidez de la losa, expresada por la ecuación

$$N = \frac{Eh^3}{12(1-2\mu)} \tag{4.9}$$

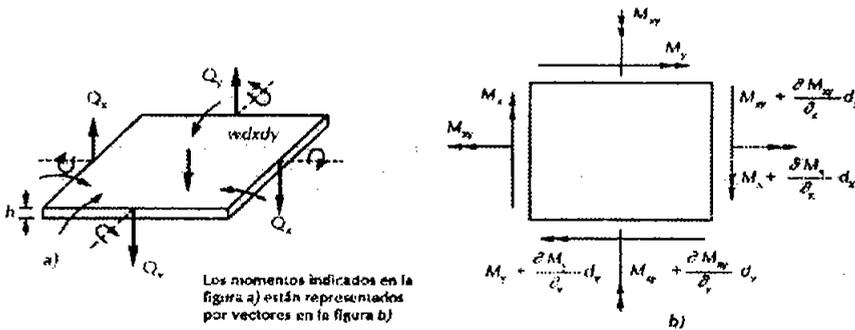


Figura 4.4. Elemento diferencial de losa.

Al mismo tiempo de cumplir con las condiciones de equilibrio y continuidad expresadas por la ecuación anterior, deben cumplirse las condiciones de frontera o condiciones de borde de la losa. Por ejemplo, si un borde es empotrado, la deflexión y la rotación deben ser nulas en dicho borde. Estas condiciones de frontera se satisfacen ajustando las constantes de integración que aparecen al resolver la ecuación diferencial.

Para fines prácticos, determinar las acciones internas por este procedimiento es demasiado laborioso, además de que tiene las limitaciones indicadas anteriormente. No obstante, en casos comunes se han obtenido soluciones, las cuales, con algunas modificaciones, se han utilizado para obtener coeficientes de diseño. Por ejemplo, en la fig. 4.5 se muestra la distribución de momentos flexionantes en una losa cuadrada libremente apoyada sujeta a carga uniformemente distribuida. En esta losa los momentos máximos se presentan a lo largo de las diagonales, lo cual explica la forma de su mecanismo de colapso, ya que el acero de refuerzo fluye siguiendo los ejes de momentos máximos.

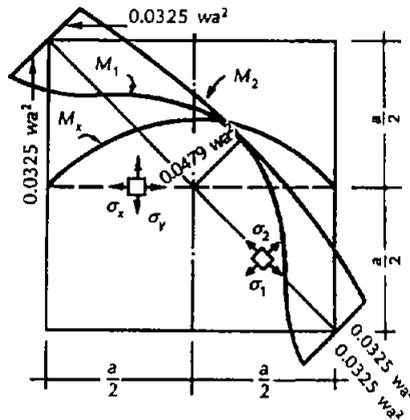


Figura 4.5. Distribución de momentos en una losa cuadrada.

La integración de la ecuación (4.8) se hace por lo general mediante series, lo cual tiene la limitación de ser aplicable únicamente a ciertas formas sencillas de placas y de condiciones de apoyo. Existen dos métodos que salvan esta limitación, pero llevan a grandes sistemas de ecuaciones lineales, situación que los vuelve un tanto tediosos. Estos métodos son el de diferencias finitas y el de elementos finitos, métodos que están fuera del alcance de este trabajo y que requieren el uso de computadoras, aunque ciertamente permiten el análisis de losas de forma no necesariamente regular, con cualquier tipo de carga y con discontinuidades de carga o geometría.

Uno de los métodos aproximados que existen para el análisis de losas, es el de Marcus o método de las rigideces relativas, que permite visualizar el comportamiento de losas apoyadas perimetralmente.

Si se consideran dos franjas centrales paralelas al lado corto y al lado largo de una losa, con carga uniformemente distribuida w , se puede obtener la deflexión en el punto medio de cada franja como si fueran vigas simplemente apoyadas, es decir:

$$\frac{5w_a l_a^4}{384 EI} = \frac{5w_b l_b^4}{384 EI} \quad (4.10)$$

donde w_a y w_b son las fracciones de la carga w que corresponden a las franjas C_1 y L_1 respectivamente. Simplificando esta ecuación se obtiene:

$$\frac{w_a}{w_b} = \frac{l_b^4}{l_a^4} \quad (4.11)$$

Ahora bien, por condiciones de equilibrio, la suma de las cargas w_a y w_b debe ser la carga total w :

$$w_a + w_b = w \quad (4.12)$$

Resolviendo a partir de las ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$w_a = \frac{l_b^4}{l_a^4 + l_b^4} w \quad (4.13)$$

$$w_b = \frac{l_a^4}{l_a^4 + l_b^4} w \quad (4.14)$$

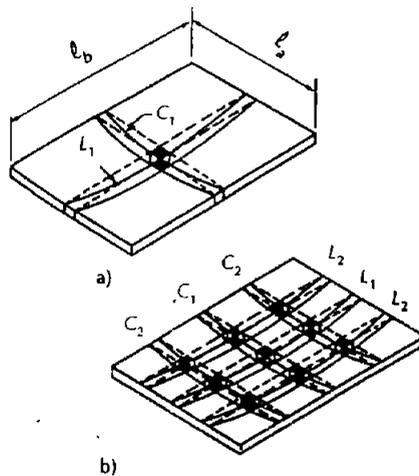


Figura 4.6. Franjas en el método de Marcus.

Ahora, estas ecuaciones permiten obtener las cargas con las que se diseñan las franjas C y L como si fuesen vigas aisladas. Este método permite obtener coeficientes para distintas relaciones entre l_a y l_b , y permite también, siguiendo el mismo razonamiento, analizar losas con distintas condiciones de apoyo. Las ecuaciones indican también que la carga se reparte en forma inversamente proporcional a la cuarta potencia de los claros, es decir, la losa trabaja más en dirección del claro corto que en la del claro largo.

Los resultados que proporciona este método son aproximados, porque no se toma en cuenta que las franjas de losa paralelas no pueden deformarse en forma

independiente entre sí. En efecto, si se considera la intersección de las franjas C_2 y L_2 en la fig. 4.6, se puede ver que sus cuatro vértices tienen deflexiones diferentes por estar localizados a diferentes distancias de los apoyos de la losa. Por lo tanto, el elemento que tiene a la losa horizontal y a la losa deformada como caras superior e inferior, respectivamente, adquiere la forma de un cubo deformado, lo cual se debe a la existencia de esfuerzos y momentos torsionantes que se presentan en todos los elementos de intersección, excepto el central. Por lo tanto, la carga total en la losa es resistida no únicamente por momentos flexionantes, sino también por momentos torsionantes. Esto hace que el método resulte muy conservador. Por ejemplo, en una losa cuadrada simplemente apoyada, el valor exacto del momento máximo al centro del claro de acuerdo con la Teoría de la Elasticidad, indica un valor de $0.0479wl^2$, mientras que el valor calculado con este método sería:

$$\frac{(w/2)l^2}{8} = 0.0625wl^2 \quad (4.15)$$

es decir, 30% superior al valor exacto.

Comúnmente se hace el análisis de losas a través del uso de tablas de coeficientes de momentos, estos coeficientes han sido obtenidos mediante alguno de los métodos vistos antes. La determinación de los momentos apoyándose de estos coeficientes, resulta ser relativamente sencilla, pero hay que tener en cuenta que sólo se pueden analizar losas de forma regular y con carga uniforme. En la sección 4.7 se incluye la tabla 2, que contiene los coeficientes propuestos por en las NTC-2004 del Reglamento del Distrito Federal.

4.2.3. DIMENSIONAMIENTO DE LOSAS APOYADAS PERIMETRALMENTE

4.2.3.1. Coeficientes de Momentos

Hasta 1971, en el Reglamento del ACI se habían manejado tablas de coeficientes de momentos para el diseño de losas apoyadas perimetralmente. A partir de ese año, el Reglamento ACI incluyó un método general para el diseño de sistemas de piso con vigas cuya rigidez puede ir desde infinito hasta cero. En el caso de que se tenga rigidez muy grande, se consideran como losas apoyadas perimetralmente y si es cero, se tiene el caso de losas o placas planas.

En el método que aparece en las NTC-2004, se obtienen los momentos flexionantes utilizando los coeficientes que se presentan en la tabla 2 de la sección 4.7 de este capítulo. Los momentos que se obtienen son momentos por unidad de ancho. Lo que sigue es, calcular el peralte y el porcentaje de acero de refuerzo utilizando las fórmulas de flexión, como si se tratara de vigas de ancho unitario.

El método de las NTC-2004 está basado en uno desarrollado originalmente por Sless y Newmark. Se han incluido coeficientes para losas construidas tanto

monolíticas y para losas no monolíticas. Es importante tener en cuenta esta diferencia por que: en el primer caso, las vigas proporcionan de alguna manera cierta restricción a la losa contra giro, mientras que en el segundo caso, la losa puede girar libremente.

Existe la posibilidad de que los momentos en un borde común a dos tableros adyacentes resulten distintos en cada tablero. En estos casos, las NTC-2004 especifican que se distribuyan las dos terceras partes del momento de desequilibrio entre los tableros adyacentes, si éstos son monolíticos con sus apoyos, o la totalidad si no lo son. Para la distribución debe suponerse que la rigidez del tablero es proporcional a d^3 / a_1 .

Es recomendable que las losas que se diseñen con los coeficientes de la tabla 2 de la sección 4.7 de este capítulo se consideren como si estuvieran divididas en cada dirección, en dos franjas de borde y una central, como se puede ver en la fig. 4.7. Para poder establecer las dimensiones de estas franjas se procede de la siguiente manera.

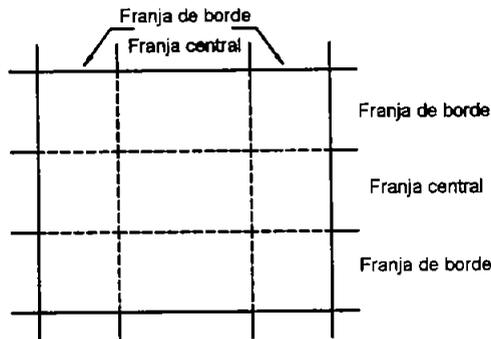


Figura 4.7. División de una losa en franjas centrales y franjas de borde.

Para relaciones de claro corto a claro largo mayores que 0.5, las franjas centrales tienen un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema tiene un ancho igual a la cuarta parte del mismo. Para relaciones menores que 0.5, la franja central perpendicular aliado largo tiene un ancho igual a $a_2 - a_1$ y cada franja extrema, igual a $a_1 / 2$, donde a_1 es el claro corto y a_2 es el claro largo. Los momentos determinados con los coeficientes de la tabla 4.1 corresponden a las franjas centrales. Los coeficientes de las franjas extremas son iguales a los de la tabla multiplicados por 0.60.

En cuanto a dobleces de las barras y para tomar en cuenta los requisitos de adherencia y anclaje de acero de momento positivo, se considera que las líneas de inflexión están localizadas a una distancia igual a la sexta parte del claro corto a partir de los bordes del tablero. Para el caso de momento negativo, se suponen localizadas las líneas de inflexión a una quinta parte del claro corto, a partir de los bordes del tablero.

4.2.3.2. Limitaciones de este Método

- a) Los tableros son aproximadamente rectangulares.
- b) La distribución de las cargas que actúan sobre la losa es aproximadamente uniforme en cada tablero.
- c) Los momentos negativos en el apoyo común de dos tableros adyacentes no difieren entre sí en más del 50 por ciento del menor de ellos.
- d) La relación de carga viva a carga muerta no es mayor que 2.5 para losas monolíticas con sus apoyos, ni mayor que 1.5 en otros casos.

Una nota importante es que, cuando se diseña por el método de las NTC-2004, los coeficientes de momento positivo pueden aumentarse y los de momento negativo reducirse en igual cantidad o viceversa, pero ningún coeficiente puede reducirse en más del 33 por ciento del valor establecido en la tabla 4.1.

4.2.3.3. Revisión de Peralte Mínimo

En las NTC-2004 se hacen recomendaciones de revisión del peralte mínimo permitido para cierto tipo de losa. Se indica que el cálculo de deflexiones puede ser omitido, siempre y cuando el peralte efectivo de la losa sea cuando menos igual al perímetro del tablero dividido entre 300. Haciendo la aclaración que para la determinación de este perímetro, los lados discontinuos se deben incrementar en 50% si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella, y 25%, si lo son.

Las disposiciones arriba indicadas pueden aplicarse a losas en que se tiene:

$$f_s \leq 2000 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{y} \quad W \leq 380 \text{ kg/m}^2$$

donde

- f_s es el esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, en kg/cm^2 (puede suponerse igual a $0.6 f_y$), y
- W es la carga en condiciones de servicio, en kg/m^2

En el caso de tener otras combinaciones de f_s y W , el peralte efectivo mínimo se obtendrá multiplicando por $0.034\sqrt{f_s W}$ el valor obtenido con la formula ya mencionada. Cuando no se satisfacen estos requisitos, es necesario calcular la deflexión para compararla con la que se considere admisible.

4.2.3.4. Acero Mínimo

En cuanto a la revisión del acero mínimo, se usa la misma ecuación que para el caso de losas en una dirección

$$A_s = \frac{66000h}{f_y(h+100)} \quad (4.16)$$

donde A_s es el área mínima por metro de ancho de la losa. Esta área debe multiplicarse por 1.5 si la losa está expuesta a la intemperie ó en su defecto, en lugar de la ecuación anterior se puede considerar por simplicidad, una relación mínima ρ_{\min} de 0.002 en losas protegidas de la intemperie y de 0.003 en losas expuestas a ella.

Es importante mencionar, que la separación entre barras no debe ser mayor de 50 cm ni de 3.5 veces el peralte total de la losa; cuando se tengan cargas concentradas mayores a una tonelada, la separación máxima será de 2.5 veces el peralte efectivo de la losa.

4.2.3.5. Fuerza Cortante

Resulta necesario revisar la seguridad contra fuerza cortante, aún sabiendo que por lo general, el dimensionamiento del tipo de losas en cuestión queda regido por flexión. Para ello, se puede determinar que la fuerza cortante que actúa en un ancho unitario es:

$$V_u = (a_1/2 - d)w \left[1 + \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^6 \right] \quad (4.17)$$

Cuando en un tablero existan tanto bordes continuos como bordes discontinuos, el valor de V_u obtenido con la ecuación anterior debe incrementarse en 15%. La resistencia de la losa a fuerza cortante se supondrá igual a $0.5F_Rbd\sqrt{f_c^*}$, es decir, igual a la de una viga sin refuerzo en el alma.

4.2.3.6. Cargas Lineales y Concentradas

Las losas apoyadas perimetralmente comúnmente soportan tanto cargas distribuidas, como se ha supuesto hasta el momento, como cargas lineales y concentradas, por ejemplo, las generadas por la presencia de maquinaria, un muro, o por vehículos en el caso de losas de puente.

En el caso de carga lineal, las NTC-2004 recomiendan sustituir esta carga por una carga uniformemente distribuida, este valor se obtiene dividiendo el peso total de la carga lineal entre el área del tablero y multiplicando el resultado por los factores de la tabla 4.3. Este método es válido, siempre que la carga lineal no sea mayor que el 50% de la carga total.

Tabla 4.3. Factores para transformar cargas lineales en cargas distribuidas equivalentes.

Relación de lados $m = a_1 / a_2$	0.5	0.8	1.0
Muro paralelo al lado corto	1.3	1.5	1.6
Muro paralelo al lado largo	1.8	1.7	1.6

En cuanto a las cargas concentradas, las NTC-2004 recomiendan el mismo procedimiento que para losas en una dirección. Este procedimiento consiste en incrementar la suma de los momentos resistentes por unidad de ancho positivo y negativo, en cada dirección y en todos los puntos de la losa, el incremento será:

$$\frac{P}{2\pi} \left(1 - \frac{2r}{3R} \right) \quad (4.18)$$

donde:

- r es el radio del círculo de igual área a la de aplicación de la carga y
- R la distancia del centro de la carga al borde más próximo a ella.

Este procedimiento se puede aplicar sólo si carga concentrada está aplicada en la zona donde se intersecan las franjas centrales de la losa. Además es recomendable revisar, cuando se tienen cargas concentradas, la posible falla en cortante por penetración, alrededor de la carga.

4.2.3.7. Cargas en las Vigas de Apoyo

Las vigas de apoyo de losas perimetralmente apoyadas, soportan cargas que para su análisis se consideran como uniformemente distribuidas. Para poder determinar las magnitudes de estas cargas, las NTC-2004 recomiendan estimarlas en función de áreas tributarias sobre cada viga. Por ejemplo, si se considera una losa como la de la fig. 4.8, la viga del eje 1 soportará la carga que corresponde al trapecio asciurado; y la viga del eje A, la que corresponde al triángulo asciurado. Para determinar estas áreas tributarias se trazan líneas a 45° desde los vértices del tablero, las cuales definen los triángulos y trapecios indicados.

Una vez que se ha obtenido el área tributaria que corresponde a cada viga, se multiplica por el valor de la carga distribuida y el resultado proporciona la carga total en la viga, por último se divide entre el claro de la viga en cuestión y se obtiene una carga uniformemente distribuida actuando sobre la misma.

El momento flexionante en la viga que se obtiene de este modo es menor que el que se obtendría considerando la distribución real. Sin embargo, se ha comprobado en la práctica, que la losa y la viga trabajando en conjunto tienen una resistencia mayor que la que se obtiene con el método de diseño descrito, por lo resulta válido este procedimiento en donde se tiende a reducir los momentos flexionantes de diseño de las vigas.

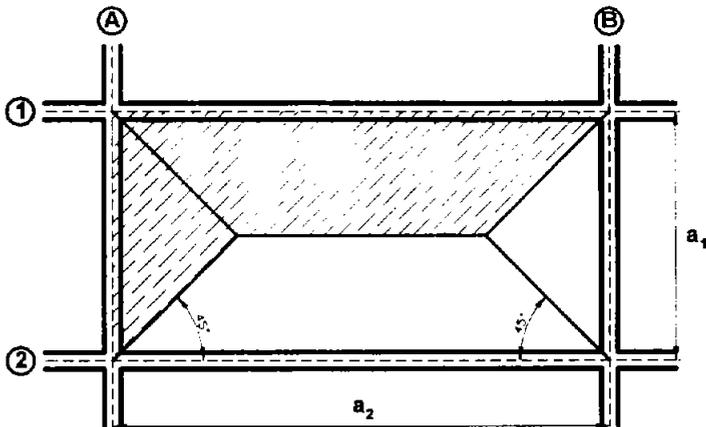


Figura 4.8. Áreas tributarias para el diseño de vigas.

4.3. DISEÑO DE LOSAS PLANAS

4.3.1. METODO DIRECTO

Los momentos en losas armadas en dos direcciones pueden determinarse utilizando un método de diseño directo, semiempírico, con las siguientes restricciones:

1. Debe haber un mínimo de tres claros continuos en cada dirección.
2. Los tableros deben ser rectangulares con una relación de los claros largos a los cortos no mayor que dos.
3. Las longitudes de los claros sucesivos en cada dirección no deben diferir en más de un tercio del claro más largo.
4. Las columnas pueden estar fuera de cualquier eje de columnas sucesivas un máximo del 10% del claro respectivo en la dirección del desplazamiento.
5. Las cargas las genera únicamente la gravedad y debe estar distribuida uniformemente en cada tablero, además la carga viva no debe exceder tres veces la carga muerta.
6. Si se utilizan vigas en los ejes de columnas, la rigidez relativa de las vigas en las dos direcciones perpendiculares, determinada por la relación $\alpha_1 l_2^2 / \alpha_2 l_1^2$, debe estar entre 0.2 y 5.0.

donde:

- l_1 es el claro en la dirección en que se determinan los momentos, medido centro a centro de los apoyos
- l_2 es el claro en dirección perpendicular, también medido centro a centro de los apoyos,
- los términos α son iguales a la relación entre la rigidez a flexión de la viga y la rigidez a flexión de la franja de losa comprendida entre los ejes centrales de los tableros situados a cada lado de la viga, es decir, con referencia a la fig. 4.9, es la relación entre la rigidez de la viga localizada sobre el eje B , y la rigidez de la franja de losa comprendida entre los ejes A' y B' ; α_1 es el valor de α en dirección del claro l_1 y α_2 en dirección del claro l_2 .

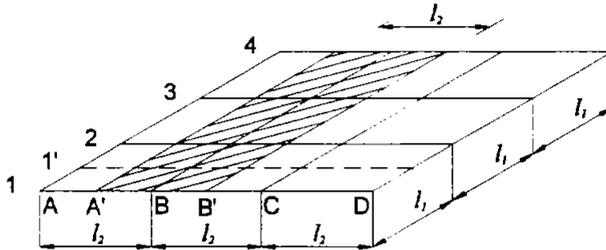


Figura 4.9. Franja de una losa en la cual se determinan los momentos flexionantes.

En resumen, el método consiste en los siguientes pasos:

- Determinación del momento estático total en los claros de una viga ancha limitada por los ejes centrales de dos tableros contiguos, como la mostrada en la fig. 4.9.
- Distribución del momento estático total en momentos negativo y positivo. Por ejemplo, con referencia a la fig. 4.10 y al claro 2-3 de esta figura, se determinan en este paso los valores de M_{neg2} , M_{neg3} , M_{pos} .
- Distribución de los momentos negativo y positivo determinados en la etapa anterior a lo ancho de la franja de losa, entre la franja de columnas y la franja central, ya que, esta distribución no es uniforme, sino que los momentos son mayores en el eje de columnas y menores en los ejes centrales de los tableros.
- En el caso de que la estructura tenga vigas, distribución del momento en la franja de columnas entre la losa y la viga.
- Diseño por flexión y revisión por cortante.

A continuación se describen con detalle de cada uno de los pasos mencionados anteriormente.

4.3.1.1. Determinación del Momento Estático Total

Para poder determinar el momento estático total, se consideran franjas de losa como las mostradas en la fig. 4.10. Si es una franja interior, como la del eje 2 de esta figura, se hace la consideración de que está limitada por los ejes centrales de los tableros adyacentes al eje, por lo tanto el ancho de la franja es el promedio de los claros transversales de dichos tableros. Así, para la franja del eje 2 se tiene un ancho de

$$l_1 = \frac{l_b + l_c}{2} \tag{4.19}$$

Si es una franja de borde, como la del eje 1, estará limitada de un lado por el borde, y del otro por el eje central del tablero. En el caso de esta franja, su ancho será por consiguiente

$$l_2 = l_a + \frac{l_b}{2} \tag{4.20}$$

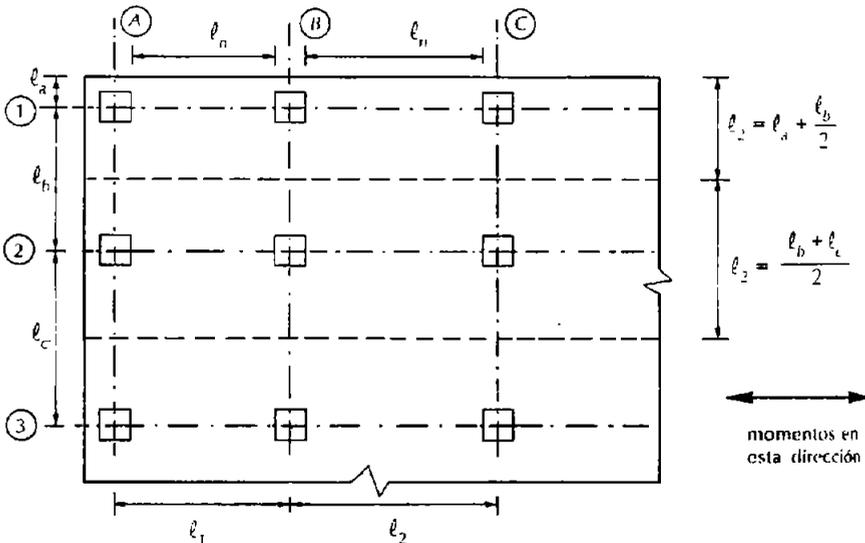


Figura 4.10. Valores de l_2 y l_1 en la determinación del momento estático total.

Se ha supuesto que los apoyos de la losa son puntuales, cosa que está fuera de la realidad. Para tomar en cuenta lo anterior, en el Reglamento ACI 318-95 se considera que el claro, l_n debe medirse entre las caras interiores de las columnas, capiteles o muros en que se apoye la losa, como se muestra en la fig. 4.10, pero que en ningún caso debe ser menor de $0.65l_1$. Cuando la estructura tenga columnas circulares o en forma de polígono regular, pueden transformarse en columnas cuadradas de área igual para estos fines. Con estas consideraciones

sobre el ancho l_2 y el claro l_n de las franjas de losa, el momento estático total se calcula con la ecuación:

$$M_o = \frac{w_u l_2 l_n^2}{8} \quad (4.21)$$

para cada claro y para todas las franjas en las dos direcciones.

4.3.1.2. Distribución del Momento Estático Total en Momentos Negativo y Positivo

Es importante para hacer la distribución del momento estático total, distinguir los claros interiores de los claros extremos. Por ejemplo, con referencia a la franja del eje 2 de la fig. 4.10, el claro comprendido entre los ejes B y C es un claro interior, mientras que el comprendido entre los ejes A y B un claro extremo.

En los claros interiores el momento estático total se distribuye de la siguiente forma:

- Momentos negativos = $0.65 M_o$
- Momentos positivos = $0.35 M_o$

La fig. 4.11 corresponde a una vista lateral de la estructura de la fig. 4.10, en la que se ilustra la distribución de momentos. Obsérvese que el valor de los momentos negativos está marcado en el paño de las columnas, y no en el eje, ya que la sección crítica por flexión está en dicho paño.

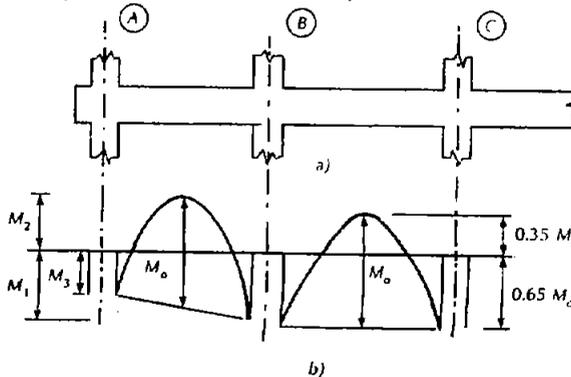


Figura 4.11. Distribución del momento estático total.

En claros extremos, como el A-B es distinto; en este caso la distribución de momentos depende del grado de restricción o de empotramiento que proporcionen las columnas al sistema de piso, grado de restricción que depende a su vez de las características del sistema, especialmente de si existen o no vigas de apoyo. En la tabla 4.4 se presentan los coeficientes por los que debe multiplicarse el momento estático total M_o , para obtener los momentos M_1, M_2 y M_3 de la fig. 4.11, según el Reglamento ACI 318-95.

Tabla 4.4. Coeficientes del momento estático total, M_o en claros extremos.

	(a)	(b)	(c)		(d)	(e)
	Borde exterior sin restricción	Losas con vigas entre todos los apoyos	Losas sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido	
			Sin viga de borde	Con viga de borde		
Momento negativo interior	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65	
Momento positivo	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35	
Momento negativo exterior	0.00	0.16	0.26	0.30	0.65	

Estos coeficientes son tales que el promedio de los que corresponden a momentos negativos sumados al que corresponde a momento positivo es siempre igual a uno, para que se conserve el momento estático total. Han sido obtenidos mediante el análisis de distintas estructuras, que cumplan con las limitaciones del método directo, por medio del método de la estructura equivalente que se explica más adelante. Los valores obtenidos se ajustaron de tal manera que los coeficientes para momento positivo y negativo interior se incrementen ligeramente, y el coeficiente de momento negativo exterior se disminuya ligeramente. Esto se hizo así porque en este último momento rige con frecuencia la disposición del Reglamento sobre refuerzo mínimo.

Los valores de los momentos que se hayan calculado con la tabla 4.4 son al mismo tiempo los que actúan en los paños de las columnas, como se ve en la fig. 4.11. Cuando los momentos en ambas caras de una columna no son iguales, como suele suceder en la primera columna interior, se recomienda diseñar con el momento mayor.

Cuando en la estructura existen vigas de borde perpendiculares a la dirección en que se hace el análisis, los momentos negativos exteriores en la losa, se transfieren como momentos torsionantes a dichas vigas, lo cual debe ser considerado en su diseño. Cuando no existen dichas vigas, se debe considerar que una franja de losa que actúa como viga de borde resiste el momento torsionante correspondiente.

En las columnas de borde hay una fuerte transferencia de momento flexionante entre losa y columna. El Reglamento ACI 318-95 especifica que el momento que se transfiere en este caso, debe ser igual al momento resistente de la franja de columnas, como se muestra en la fig. 4.12.

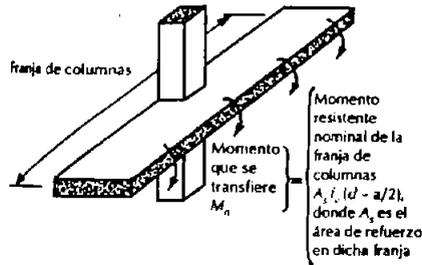


Figura 4.12. Momento que se transfiere de la losa a la columna.

De este momento, una fracción dada por la ecuación

$$\gamma_i = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \frac{c_1 + d}{c_2 + d}} \quad (4.22)$$

debe transferirse por flexión entre la losa y columna, considerando para estos efectos un ancho de losa igual al ancho de la columna en dirección perpendicular a la del momento c_2 , más una vez y media el espesor de la losa, a cada lado del paño de columna. La fracción restante del momento debe transferirse por excentricidad de la fuerza cortante.

4.3.1.3. Distribución de los Momentos a lo Ancho de la Franja

Resulta necesario distribuir los momentos calculados que actúan en todo el ancho de la franja l_2 en este paso, ya que como se había mencionado, su distribución no es uniforme. Entonces, para lograr esto, las franjas de losa se dividen en una franja de columnas y una franja central, como se muestra en la fig. 4.13, la franja de columnas puede incluir a una viga en el caso más general. El ancho de la franja de columnas se limita al menor de los valores de $l_1/4$ o $l_2/4$ a cada lado del eje de columnas, para que en el caso de tableros alargados en dirección de l_2 la franja de columnas no sea demasiado ancha. Las dos medias franjas centrales abarcan desde el borde de cada franja de columnas hasta el eje central del tablero correspondiente. La distribución se hace de tal modo que el momento total en la franja completa se divide primero entre la franja de columnas y la franja central, y después se divide el momento de la franja de columnas entre la losa y la viga. A continuación se presentan los porcentajes de distribución:

a) Franja de columnas. Los porcentajes de momento en la franja completa que corresponden a la franja de columnas se presentan en la tabla 4.5.

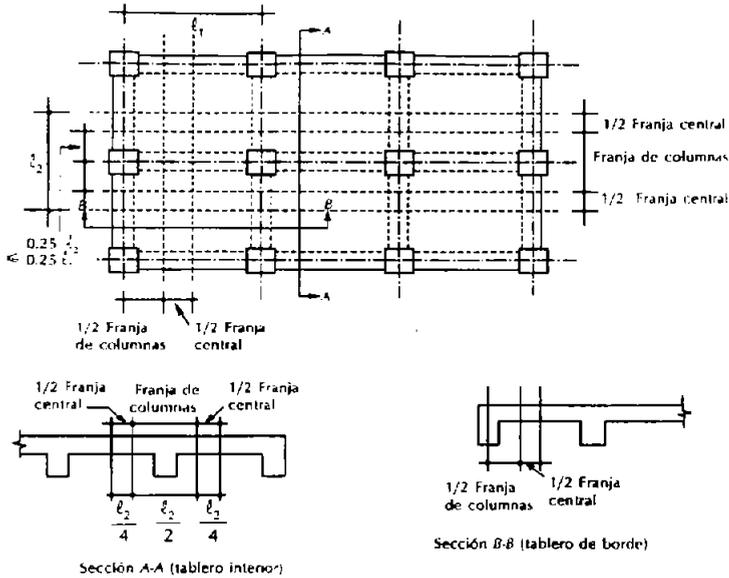


Figura 4.13. Franjas de columnas y central para la distribución de momentos a lo ancho de la franja.

b) Distribución en franjas centrales. La diferencia entre 100 por ciento y el porcentaje asignado a las franjas de columnas.

c) Distribución entre viga y losa en la franja de columnas. A las vigas se les asignará el 85 por ciento del momento en la franja de columnas si $(\alpha_1 l_2 / l_1)$ es igual o mayor que 1.0. Si este parámetro está comprendido entre 0.0 y 1.0, el porcentaje de momento asignado a las vigas se calculará por interpolación lineal entre 0 y 85%.

d) Interpolaciones entre los valores de la tabla. En todos los casos se pueden hacer interpolaciones lineales entre los valores mostrados si los calculados no coinciden con ellos. Si las vigas tienen cargas aplicadas directamente, los momentos producidos por estas cargas se sumarán a los anteriores.

e) Modificaciones en los momentos. Los momentos calculados con los porcentajes anteriores pueden modificarse hasta en 10 por ciento, siempre que se conserve el valor del momento estático total.

Por lo tanto se nota que la distribución de los momentos a lo ancho de la franja de losa está en función de la relación de claros l_2 / l_1 , del parámetro α_1 , cuyo significado se planteó anteriormente, y en el caso de los momentos negativos exteriores, del parámetro β_1 , que es una medida de la relación entre la rigidez a torsión de la viga de borde y la rigidez a flexión de una franja de losa perpendicular a la viga de borde. La obtención de este parámetro se explica más adelante.

Tabla 4.5. Porcentaje de los momentos totales que se asignan a las franjas de las columnas.

Relación de rigideces			Valores de l_2/l_1		
			0.5	1.0	2.0
Momentos negativos en apoyos interiores	$(\alpha_1 l_2 / l_1) = 0$		75	75	75
	$(\alpha_1 l_2 / l_1) \geq 1.0$		90	75	45
Momentos negativos en apoyos exteriores	$(\alpha_1 l_2 / l_1) = 0$	$\beta_i = 0$	100	100	100
		$\beta_i \geq 25$	75	75	75
	$(\alpha_1 l_2 / l_1) \geq 1.0$	$\beta_i = 0$	100	100	100
		$\beta_i \geq 2.5$	90	75	45
Momentos positivos	$(\alpha_1 l_2 / l_1) = 0$		60	60	60
	$(\alpha_1 l_2 / l_1) \geq 1.0$		90	75	45

4.3.1.4. Determinación de la Fuerza Cortante en Vigas y Losas

Se ha visto como obtener los momentos flexionantes en las vigas de la estructura, pero el método directo no permite obtener las fuerzas cortantes. En el Reglamento ACI 318-89 se considera la distribución de cargas mediante áreas tributarias que son definidas por líneas trazadas a 45° a partir de los vértices de los tableros, como se muestra en la fig. 4.14, esto siempre que el parámetro $(\alpha_1 l_2 / l_1)$ sea igual o mayor que uno. Esto asume que las vigas son suficientemente rígidas; a partir de esta carga sobre las vigas, puede calcularse la fuerza cortante en las mismas para fines de diseño o revisión.

Cuando se tienen vigas flexibles ($\alpha_1 l_2 / l_1 < 1.0$), la fuerza cortante se puede obtener realizando una interpolación entre el caso estudiado anteriormente y el caso en que las vigas no soportan ninguna carga que corresponde a $\alpha_1 = 0$.

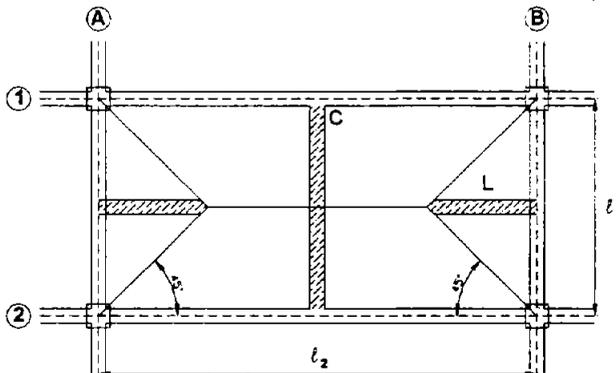


Figura 4.14. Áreas tributarias para determinar la fuerza cortante en vigas.

4.3.1.5 Determinación de la Fuerza Cortante en las Losas

Para esto se distinguen tres casos. Si las vigas son rígidas ($\alpha_1 l_2 / l_1 \geq 1.0$), la carga se transmite de las losas a las vigas como se muestra en la fig. 4.14. Se puede considerar que la losa se divide en franjas de ancho unitario, como las franjas *C* y *L* de la fig. 4.14 y revisar cada franja como si fuese una viga. La fuerza cortante en el extremo de una franja, *C*, que es la más desfavorable, sería $w_u l_1 / 2$. Cuando se tenga el caso de que no existan vigas (losas planas), debe revisarse la losa por penetración. El tercer caso es el de vigas flexibles en las que la revisión debe hacerse teniendo en cuenta que las vigas transmiten a las columnas únicamente una parte de la carga total, y que la diferencia de carga produce esfuerzos de cortante por penetración alrededor de la columna como si se tratara de una losa plana.

4.3.1.6. Determinación de los Momentos en Columnas

Para la determinación de los momentos flexionantes en las columnas, se distinguirá entre columnas exteriores o de borde y columnas interiores.

Si se considera la franja del eje 2 de la fig. 4.10, la columna localizada en el eje *A* es una columna exterior. En el nudo formado por la intersección de la losa con esta columna (fig. 4.11), existe un momento de desequilibrio que es el momento M_3 , o sea, el momento negativo exterior en la losa. Este momento de desequilibrio debe distribuirse entre la columna superior y la columna inferior que concurren al nudo en proporción a sus rigideces.

En las columnas interiores, como las del eje *B* en las figs. 4.10 y 4.11, también pueden presentarse momentos de desequilibrio, por ejemplo, cuando los claros adyacentes son de diferente longitud o cuando la carga viva está actuando en uno solo de los dos claros. Cuando ocurre cualquiera de estas dos situaciones, los momentos negativos interiores son diferentes. En el Reglamento ACI 318-95 se especifica la siguiente ecuación para calcular el momento de desequilibrio que debe distribuirse entre las columnas superior e inferior

$$M = 0.07 \left[(w_d + 0.5w_l) l_2 l_n^2 - w_l^i l_2 (l_n^i)^2 \right] \quad (4.23)$$

donde:

- w_d y w_l son las cargas muerta y viva, respectivamente, y
- w_l^i, l_2^i y l_n^i se refieren al claro más corto de los dos adyacentes.

La ecuación anterior expresa la diferencia entre los momentos de empotramiento perfecto de los dos claros adyacentes, suponiendo que el más largo está cargado con la carga muerta y el 50% de la carga viva, y que el más corto está cargado únicamente con carga muerta. El término 0.07 es una aproximación del coeficiente 1/12, que corresponde a momentos de empotramiento perfecto, reducido para

tomar en cuenta que el empotramiento es imperfecto.

4.3.1.7. Cálculo de Parámetros Relacionados con las Rigideces de los Elementos

En el método directo, descrito anteriormente, intervienen algunos parámetros relacionados con las rigideces de los elementos. La explicación detallada se ha pospuesto para esta sección con el fin de no interrumpir la descripción secuencial del método. A continuación se explica la manera de calcular estos parámetros.

a) Cálculo del parámetro α

Este parámetro representa la relación entre la rigidez a flexión de una viga ubicada en el eje de columnas y la rigidez a flexión de la franja de losa limitada por los ejes centrales de los tableros adyacentes. Se expresa, pues, con la ecuación (4.24):

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{ca} I_s} \quad (4.24)$$

donde:

- E_{cb} y E_{ca} son los módulos de elasticidad del concreto de la viga y de la losa, respectivamente
- I_b es el momento de inercia de la viga, e
- I_s es el momento de inercia de la franja de la losa

En el caso de que la construcción sea monolítica, la viga incluye un tramo de losa, este tramo es igual a su proyección por abajo o por arriba de la losa, la que sea mayor, pero no mayor que cuatro veces el espesor de la losa. Por lo tanto, el momento de inercia I_b es el de la sección L o el de la sección I, dependiendo de si la viga es de borde o viga interior, respectivamente.

En el método directo aparecen los parámetros α_1 y α_2 que corresponden a los valores de a en dirección de los claros l_1 y l_2 respectivamente (ver fig. 4.9).

b) Cálculo del parámetro β_1

Este parámetro se define como la relación entre la rigidez a torsión de una viga de borde y la rigidez a flexión de una franja de losa cuyo ancho es igual al claro de la viga de borde medido centro a centro de los apoyos. Se expresa por medio de la ecuación:

$$\beta_1 = \frac{E_{cb} C}{2E_{ca} I_s} \quad (4.25)$$

donde:

- E_{cb} y E_{ca} son los módulos de elasticidad del concreto de la viga y de la losa, respectivamente

- I_x es el momento de inercia de la franja de losa mencionada, y
- C es una constante que define la rigidez a torsión de la viga de borde, en forma semejante a como el momento de inercia define la rigidez a flexión.

El cálculo de esta constante C requiere algunas consideraciones que se presentan enseguida.

La primera se refiere a la definición de viga de borde. Cuando existe una viga de borde, se considera que un ancho de patín igual a la proyección de la viga por debajo o por encima de la losa, pero sin exceder de $4t$, forma parte integral de la viga. Cuando no existe viga de borde, como en el caso de losas planas, se asume que la viga queda definida por una franja de losa cuyo ancho es igual al de la columna o capitel, en dirección perpendicular a la viga.

Una vez definida la viga, se divide en rectángulos y en cada uno de ellos se llama x al lado menor y y al lado mayor. Una vez hecho esto, se calcula C con la ecuación (4.26):

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \quad (4.26)$$

En la ecuación (4.26) la sumatoria se refiere a todos los rectángulos en que se haya dividido la viga.

c) Cálculo del parámetro α_c

El parámetro α_c se define como la relación entre la suma de las rigideces de las columnas situadas encima y debajo de la losa, y la suma de las rigideces de las vigas y de las losas que concurren a un nudo. Estas últimas rigideces se calculan en la dirección en que se analizan los momentos (figura 19.6). Por lo tanto, el valor de α_c se calcula con la ecuación (4.27):

$$\alpha_c = \frac{\sum K_c}{\sum (K_x + K_y)} \quad (4.27)$$

donde:

- K_c es la rigidez de cada columna
- K_x es la rigidez de la franja de losa de ancho I_x y peralte h , y
- K_y es la rigidez de la viga definida en el inciso a) de esta sección.

Los valores de las rigideces K se calculan con la ecuación usual

$$K = \frac{\psi EI}{l} \quad (4.28)$$

donde:

- ψ es un factor que depende de las condiciones de apoyo en los extremos del miembro, y
- l es su longitud.

4.3.2. METODO DE LA ESTRUCTURA EQUIVALENTE

Este método consiste en los pasos que se mencionan a continuación en forma resumida y que se describen con detalle más adelante.

- a) Idealización de la estructura tridimensional en marcos bidimensionales constituidos por columnas y vigas.
- b) Determinación de las rigideces de los elementos que forman los marcos.
- c) Análisis estructural de los marcos.
- d) Distribución de los momentos flexionantes y fuerzas cortantes obtenidos en el análisis, entre los elementos que forman la estructura tridimensional.
- e) Dimensionamiento de los elementos de la estructura.

4.3.2.1. Idealización de la Estructura

Se hace una simplificación que consiste en idealizar la estructura por una serie de marcos en dos direcciones, como los que se muestran en las áreas rayadas de la fig. 4.15.

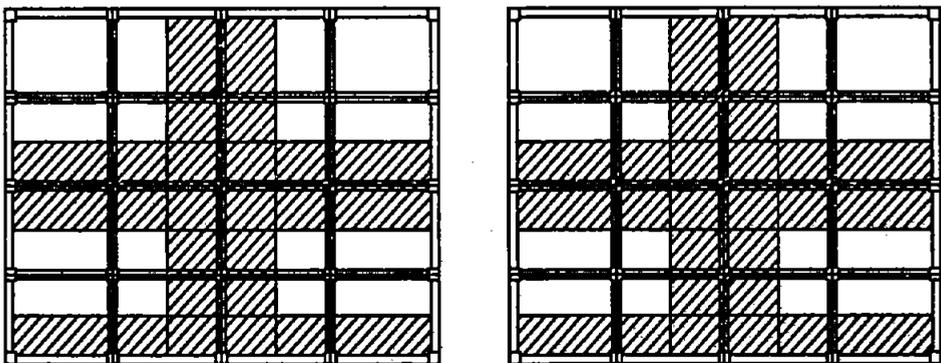


Figura 4.15. Idealización de la estructura.

Las columnas de la estructura se modifican de tal manera que, además de la columna propiamente dicha, incluyen la viga perpendicular a la dirección del marco equivalente, como se ve en la fig. 4.16. Esta modificación es para tomar en cuenta el efecto de restricción por torsión que ejercen las vigas sobre la losa.

En el caso de losas planas se supone una viga cuyo peralte es igual al de la losa y cuyo ancho es igual al de la columna o capitel en la dirección del marco equivalente. En sistemas de piso con vigas se supone que las vigas transversales son vigas T o L, cuyo ancho de patín es igual a la proyección de la viga encima o debajo de la losa, rigiendo la mayor, pero sin exceder cuatro veces el espesor de la losa. En la fig. 4.17 se ilustra la aplicación de estas reglas para distintos casos, que, como se ve, son iguales a las del método directo.

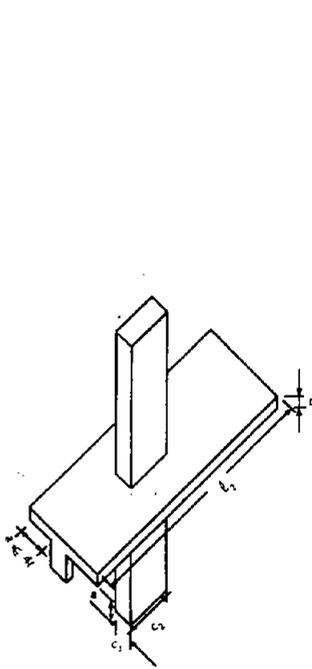


Figura 4.16. Columna modificada equivalente.

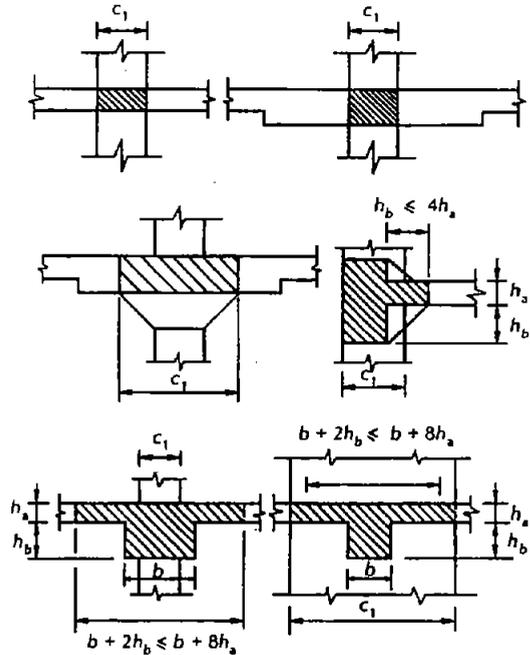


Figura 4.17. Definición de la viga transversal que trabaja a torsión.

En losas apoyadas sobre vigas, las vigas de los marcos equivalentes están formadas por las vigas de la estructura y los tramos de losa comprendidos entre los ejes centrales de los tableros. Las vigas y la losa en conjunto constituyen una viga equivalente cuyas características se definen como se indica en la sección 4.3.2.2. En losas apoyadas sobre columnas, las vigas de los marcos están formadas por los tramos de losa comprendidos entre los ejes centrales de los tableros. La manera de transformar los tramos de losa en vigas equivalentes se indica también en la siguiente sección.

4.3.2.2. Determinación de las Rigideces de los Elementos

Para poder calcular las rigideces de los elementos, se consideran únicamente secciones gruesas de concreto sin agrietar y sin tomar en cuenta el acero de refuerzo. A continuación, se presentan por separado los métodos de cálculo de

rigideces de vigas y columnas, en sistemas de piso con y sin vigas. Es importante mencionar que se presenta únicamente la forma de calcular los valores de $1/EI$, ya que a partir de estos valores pueden calcularse las rigideces tomando en cuenta las longitudes de los claros y las condiciones de restricción en los extremos de columnas y vigas. En todos los casos, el valor de E es el del módulo de elasticidad del concreto E_c .

a) Vigas del marco equivalente en sistemas de piso sin vigas.

El caso más general de estos sistemas se muestra en la fig. 4.18a, la cual representa un sistema que incluye losas, ábaco y capitel.

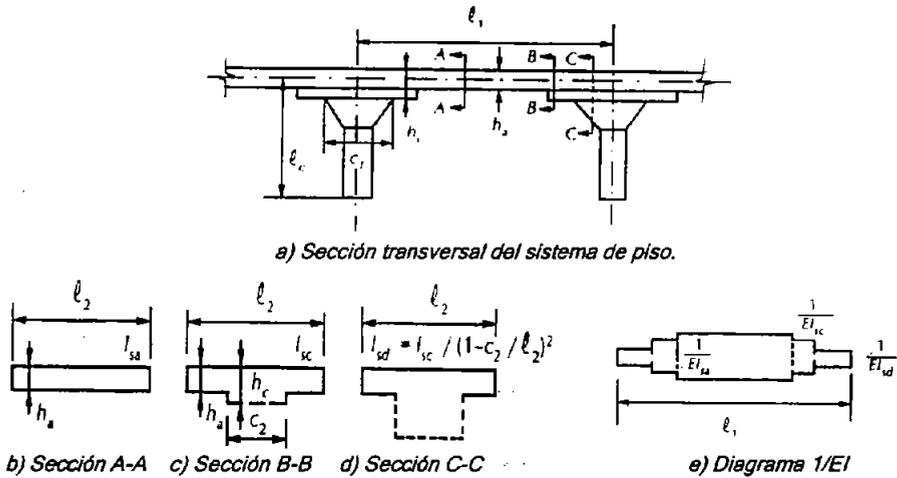


Figura 4.18. Cálculo de rigideces de vigas equivalentes en sistemas de piso sin vigas.

El momento de inercia de la sección A-A es el de una sección rectangular (fig. 4.18b).

El de la sección B-B, que corresponde al ábaco, se calcula como el de la sección T mostrada en fig. 4.18c.

La sección C-C mostrada en la fig. 4.18d es de peralte variable; sin embargo, por simplicidad se supone que el momento de inercia, del eje de la columna al extremo del capitel, o a la cara de la columna si no hay capitel, es constante e igual al momento de inercia en la sección del ábaco, dividido entre el factor $(1 - C_2 / \ell_2)^2$, donde C_2 y ℓ_2 son las dimensiones del capitel o de la columna y del claro, respectivamente, en dirección transversal a la del marco equivalente considerado. El factor de reducción es el mismo para capiteles redondos o cuadrados. La distribución de valores $1/EI$ a lo largo del claro se muestra en la fig. 4.18e.

b) Vigas del marco equivalente en sistemas de piso con vigas.

En la fig. 4.19 se ilustra como se calcula el valor de I en las distintas secciones. En la zona interior del claro $A-A$, el momento de inercia es el de una sección T con ancho de patín igual al claro transversal ℓ_2 . Entre los ejes de columnas y los paños de columnas o capiteles $B-B$, se usa el valor del momento de inercia en la sección $A-A$, dividido entre el factor $(1 - c_2/\ell_2)^2$. Las secciones $C-C$ y $D-D$ de la fig. 4.19, muestran la manera de tratar el caso en que la viga transversal es más ancha que la columna.

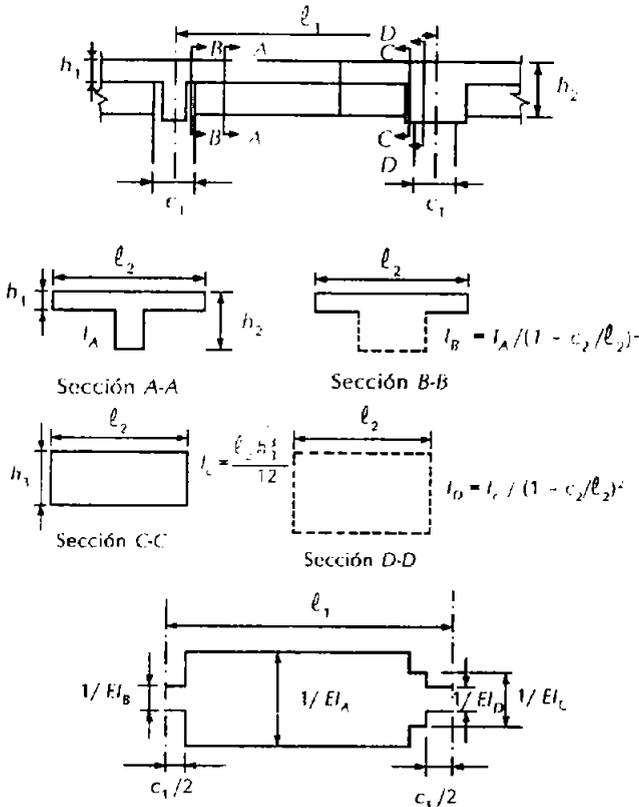


Figura 4.19. Cálculo de la rigidez de la viga equivalente en sistemas de piso con vigas.

c) Columnas de marco equivalente.

Como se mencionó antes, la columna equivalente está formada por la columna y una viga que trabaja a torsión, restringiendo a la losa, fig. 4.16. Es necesario calcular la rigidez de este elemento compuesto, y para ello se parte de la hipótesis de que su flexibilidad, es decir, el recíproco de su rigidez, es igual a la suma de las flexibilidades a flexión de los tramos de columna encima y debajo del nivel de piso y de la flexibilidad a torsión de la viga. Esta consideración, puede expresarse

mediante la siguiente ecuación

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{K_t} \quad (4.29)$$

donde:

- K_{ec} : rigidez de la columna equivalente, en momento por unidad de rotación
- $\sum K_c$: suma de las rigideces a flexión de los tramos de columna, comprendidos entre el nivel de piso considerado y los niveles superior e inferior
- K_t : rigidez a torsión de la viga

Para calcular la rigidez K_c de cada columna, se supone que el valor de I es constante e igual al de la sección gruesa de cada columna entre la cara superior de la losa y la base del capitel del nivel superior, además que I es infinito en el espesor de la losa, y que varía linealmente entre los dos valores anteriores en el peralte del capitel. La variación de los valores de $1/EI$ de una columna se pueden ver en la fig. 4.20a, considerando lo que se ha explicado anteriormente. En sistemas con vigas, el tramo de rigidez infinita se toma como es el comprendido entre el lecho superior de la losa y el lecho inferior de la viga que tenga mayor peralte, como de nota en la fig. 4.20b. Por último se considera que la altura de las columnas se mide centro a centro de las losas como se muestra en la fig. 4.20a y 4.20b.

La rigidez a torsión, K_t , de la trabe unida a la columna, puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$K_t = \frac{9E_c C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} \quad (4.30)$$

donde:

- E_c = módulo de elasticidad del concreto de la losa

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3} \quad (4.31)$$

donde:

- x : dimensión total menor de una sección transversal rectangular
- y : dimensión total mayor de una sección transversal rectangular.

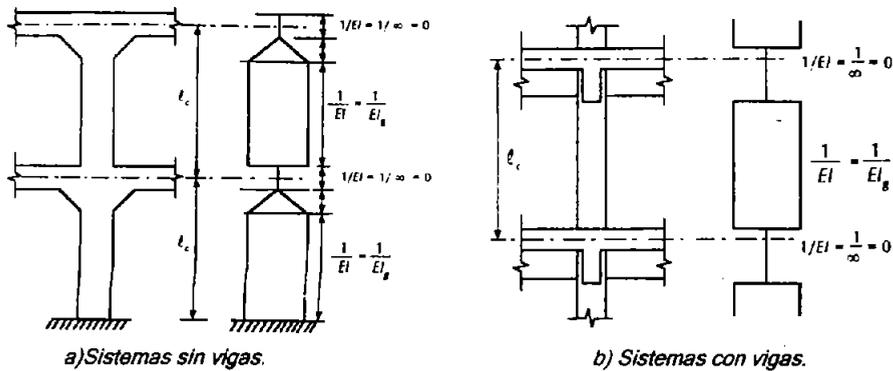


Figura 4.20. Cálculo de las rigideces a flexión de las columnas equivalentes.

Los dos términos de la resta que aparecen en la ecuación anterior se refieren a los rectángulos en que puede descomponerse la sección T o L de la viga de la fig.4.16. La manera de hacer esta descomposición en rectángulos se muestra en la fig. 4.21; se debe de usar el mayor valor de C que se pueda obtener. A partir de los valores de K_c y K_t se calcula la rigidez de la columna equivalente K_{ec} .

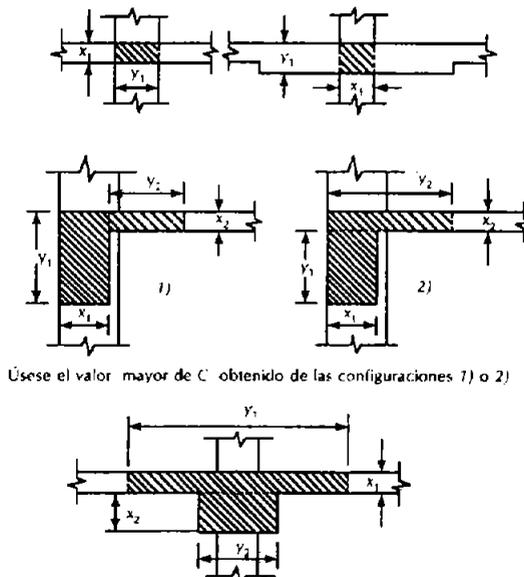


Figura 4.21. Secciones transversales para determinar el parámetro C de la viga sujeta a torsión.

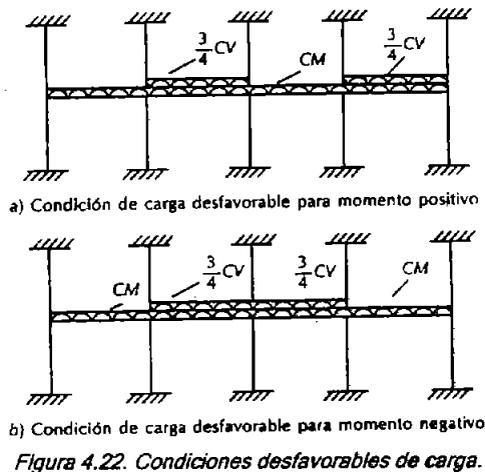
El cálculo de la rigidez a torsión de la viga K_t se basa en suponer una distribución triangular de momentos torsionantes en la viga perpendicular al marco que se está considerando. Cuando el tablero tiene una viga paralela a la dirección en que

actúa el momento flexionante, la hipótesis ya no es válida. Se recomienda en este caso multiplicar el valor de K , calculado por el factor I_A/I_s , donde I_s es el momento de inercia de un ancho de losa igual al ancho del tablero l_2 , excluyendo la parte del alma de la viga que se proyecta arriba y abajo de la losa, y el término I_A es el momento de inercia de la misma losa, incluyendo la parte de la viga que se proyecta arriba y abajo de la losa. Por lo tanto, I_s es el momento de inercia de un rectángulo con base l_2 y altura igual al espesor de la losa, e I_A es el momento de inercia de una sección T o L, dependiendo si se trata de un tablero central o de borde, respectivamente. La rigidez a torsión modificada por la presencia de la viga paralela es

$$K_w = K_t \frac{I_A}{I_s} \quad (4.32)$$

4.3.2.3. Análisis Estructural de los Marcos

El siguiente paso es realizar el análisis estructural por los procedimientos comúnmente usados para marcos bidimensionales. El análisis por carga vertical se puede realizar aislando cada uno de los pisos y suponiendo que las columnas superior e inferior están empotradas en sus extremos opuestos. En el análisis por carga horizontal (viento o sismo) deben analizarse los marcos completos.



En el caso de que no se conozca la distribución de la carga viva y esta no exceda de las tres cuartas partes de la carga muerta, o cuando no es muy probable que la carga viva varíe notoriamente de uno a otro tablero, el análisis estructural se lleva a cabo suponiendo que todos los claros del marco están cargados. Otra posibilidad es, que cuando no se cumplen estas condiciones, el momento positivo máximo en un claro dado se calcula suponiendo que el claro está cargado con las tres cuartas

partes de la carga viva y con la carga muerta total, y que los claros adyacentes están cargados únicamente con la carga muerta. El momento negativo máximo en un nudo dado, se calcula suponiendo que los dos claros adyacentes al nudo están cargados con las tres cuartas partes de la carga viva total, y los claros siguientes están descargados. En la fig. 4.22 se ilustran las condiciones de carga que se han explicado y la simplificación de la estructura que puede hacerse para efectos de cálculo por carga vertical. En ningún caso debe diseñarse para momentos flexionantes menores que los obtenidos con carga viva total en todos los claros.

La sección crítica en nudos interiores por momento negativo se encuentra en las caras de las columnas, pero a una distancia no mayor de $0.175l$, del centro de la columna.

4.3.2.4. Distribución de Momentos Flexionantes y Fuerzas Cortantes

Los elementos mecánicos, tanto momentos flexionantes como las fuerzas cortantes obtenidas en el análisis anterior, corresponden en realidad a las vigas y columnas del marco equivalente, por lo tanto resulta necesario distribuir estos momentos y fuerzas cortantes entre los elementos del propio sistema de piso. Dado que las trabes del marco equivalente representan a las franjas del sistema de piso mostradas en la fig. 4.15, los momentos y fuerzas cortantes deben distribuirse entre los elementos comprendidos en dichas franjas. Para hacer esta distribución, la franja de piso se divide en una franja de columnas y una o dos medias franjas centrales, al igual que en el método directo. La franja de columnas incluye las vigas, en el caso de que existieran.

Ya que se ha hecho la división en franjas, se distribuyen los momentos entre la franja central, la franja de columnas y las vigas, de la misma manera que en el método directo, es decir, siempre que el valor de $\alpha_1 l_2^2 / \alpha_2 l_1^2$ esté entre 0.2 y 5.0. El Reglamento ACI 318-95 no indica algún procedimiento alternativo para hacer la distribución de los momentos flexionantes cuando no se cumple esta condición.

Tanto el diseño de los elementos por flexión, la revisión por fuerza cortante de la losa y de vigas, así como las disposiciones acerca de peralte mínimo de la losa y detalles constructivos del acero de refuerzo, son idénticos a los vistos para el método directo.

4.4. ANALISIS Y DISEÑO DE UN SISTEMA DE VIGUETA Y BOVEDILLA

4.4.1. DETERMINACION DE LAS CARGAS ACTUANTES

Para la determinación de las cargas actuantes es importante identificar claramente su naturaleza. La carga muerta estará compuesta por:

a) El peso propio, el cual es función del peralte total del sistema y el tipo de bovedilla a usar, por ejemplo, de cemento-arena, pómez, poliestireno o sin bovedillas utilizando módulos recuperables.

b) Acabados e instalaciones. Adicionalmente, se tiene que definir el tipo de acabado que se va a emplear, así como las instalaciones que se incluirán, ya que se deben de considerar como carga actuante en el sistema de piso.

c) La carga viva estará definida por especificaciones reglamentarias, dependiendo del uso de la estructura.

4.4.2. SELECCION DEL PERALTE TOTAL DEL SISTEMA

La Norma Oficial Mexicana de Vigueta y Bovedilla NOM-000-SCFI-1995 estipula que el peralte total h del sistema debe ser mínimo el claro dividido entre 25, entendiéndose por claro, la longitud de la vigueta.

4.4.3. SELECCION DEL PERALTE DE LA VIGUETA A USAR EN EL SISTEMA

La capacidad de carga gravitacional del sistema está dada por dos variables:

a) La cantidad y fuerza de tensado del acero de presfuerzo de las viguetas.

b) La distancia que hay del centroide del acero de presfuerzo a la fibra superior en compresión (lecho alto de la losa o capa de compresión).

4.4.4. PROCEDIMIENTO PARA EVALUAR SI SE REQUIERE QUE EL SISTEMA SE APUNTALE ANTES Y DURANTE EL COLADO DEL FIRME, LOSA DE COMPRESION

Las cargas que van a actuar durante el proceso de construcción de un sistema de vigueta y bovedilla son:

a) Peso propio de la vigueta y bovedilla (dado por el fabricante de los elementos)

b) Peso propio del concreto de la losa de compresión ($2,200 \text{ kg/m}^3$)

c) Carga viva de los trabajadores (se consideran 100 kg/m^2)

Con la suma de estas tres cargas se consulta el manual del fabricante para seleccionar el peralte y tipo de viga que se recomienda para cada claro. Se debe tener en cuenta que la distancia del centroide del acero a la fibra superior en compresión corresponde a la de la vigueta como elemento aislado.

La solución más económica será cuando coincida la vigueta que se requiere durante el proceso constructivo, con la vigueta que se requiere para las cargas finales a que va a estar sometido el sistema. Si la viga requerida durante el

procedimiento de construcción tiene que ser de mayor peralte y tener más acero que la viga requerida para el sistema, se recomienda usar la viga seleccionada para el sistema y apuntalarla durante el proceso de construcción.

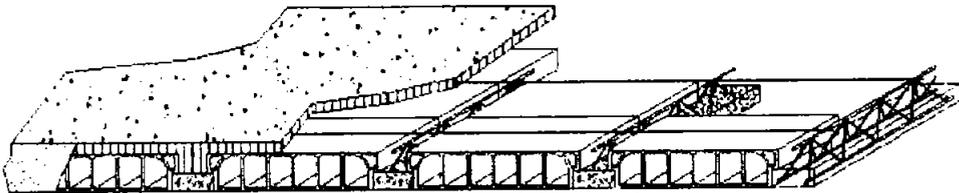


Figura 4.23. Sistema de Piso de Vigueta y bovedilla.

La distancia del apuntalamiento está dada por:

$$l = \frac{8 * M}{w} \quad (4.33)$$

donde:

- l = Distancia entre puntales
- M = Momento de la viga que usará el sistema sin factor de reducción o aumento
- w = Carga uniforme actuante durante el apuntalamiento obtenida por el peso de viguetas, bovedillas, concreto y trabajadores.

4.4.5. OBTENCION DEL PERALTE DE LA LOSA DE COMPRESION Y DETERMINACION DEL TIPO DE MALLA ELECTROSOLDADA QUE DEBE COLOCARSE

Se efectúa el análisis de una franja de losa apoyada sobre las viguetas pretensadas (por ejemplo 70 ó 75 cm). Se analiza con las cargas a las cuales va a estar sujeta esta losa de acuerdo a su uso (carga muerta + carga viva). Se diseña como si fuera una losa de concreto reforzado calculando el refuerzo por la teoría plástica y revisado por cortante y por deflexiones.

La recomendación en losas para uso habitacional es que la losa de compresión deberá tener un peralte mínimo de 4 cm sobre la bovedilla armada con malla 6x6-10/10 y concreto de $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$. Para otros usos el peralte y armado deberá determinarse con el método descrito anteriormente, pero no será menor que 5 cm de peralte. El concreto deberá ser de al menos 200 kg/cm² de resistencia y el refuerzo no debe ser menor que una malla electrosoldada de 6x6-10/10.

4.4.6. ANALISIS FINAL

Una vez determinados los puntos 4.4.1 a 4.4.5 se procede a efectuar el análisis final de la losa. Para ello se identifican dos tipos de tableros:

a) Tableros Aislados.

El análisis es relativamente sencillo. Se calculan los elementos mecánicos (momento flexionante y fuerza cortante) más desfavorables y se selecciona de la tabla de los fabricantes el tipo de vigueta que satisfaga estas condiciones, por ejemplo, para una franja de ancho unitario.

b) Tableros Continuos.

Para tableros continuos de varios claros, lo que se recomienda es que se distribuya la vigueta de forma tal que sean colineales para entonces analizar una franja de ancho unitario y aplicar cualquier método de distribución de momentos.

Del diagrama de momento flexionante se determina el máximo negativo del tablero y tomando el ancho de la vigueta como bloque de compresión, se calculan los bastones que deberán colocarse encima de la vigueta en los apoyos. Para momento positivo se busca en los manuales de los fabricantes el tipo de vigueta a usarse como si fuera tablero aislado.

4.5. ANALISIS MEDIANTE LA TEORIA DE LAS LINEAS DE FLUENCIA

Otro método propuesto para el análisis y diseño de losas, es el basado en la teoría de las líneas de fluencia. Cabe aclarar que una línea de fluencia es aquella contenida en un eje de rotación para un segmento de losa sometido a un patrón de cargas. Para el empleo de este método se sigue el siguiente procedimiento:

Se determina la orientación y ubicación de las líneas de fluencia de la losa simplemente apoyada de la fig. 4.24, así como las de la losa estáticamente indeterminada, armada en una dirección, de la fig. 4.25. En casos más complejos es útil tener un conjunto de guías para dibujar las líneas de fluencia y localizar los ejes de rotación.

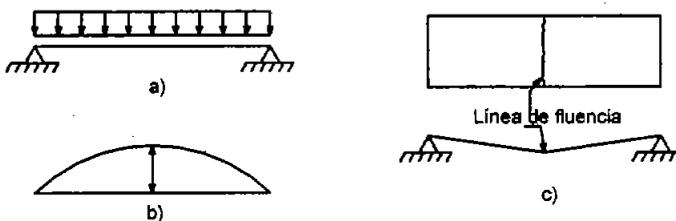


Figura 4.24. Losa armada en una dirección, simplemente apoyada y cargada uniformemente.

Cuando una losa está a punto de colapsar porque hay una cantidad suficiente de articulaciones reales o plásticas para formar un mecanismo, los ejes de rotación se ubicarán a lo largo de las líneas de apoyo o sobre puntos de apoyo como

columnas. Es válido hacer la consideración de que los segmentos de losa rotan como si fueran cuerpos muy rígidos en el espacio, alrededor de estos ejes. La línea de fluencia entre cualquiera de los dos segmentos de losa adyacentes se idealiza como una línea recta, puesto que se trata de la intersección de dos superficies esencialmente planas. Si se tiene en cuenta que teóricamente la línea de fluencia contiene todos los puntos comunes a estos dos planos, el punto de intersección de los dos ejes de rotación también debe estar sobre la línea de fluencia ya que este punto también es común para los dos planos.

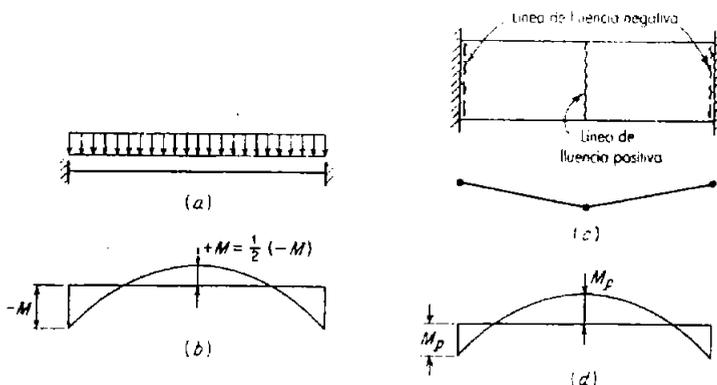


Figura 4.25. Losa armada en una dirección, empotrada en los extremos y cargada uniformemente.

Los términos de línea de fluencia positiva y línea de fluencia negativa, establecen la diferencia entre aquéllas asociadas con tensión en la parte inferior y tensión en la superior de la losa, respectivamente. Las consideraciones que se hacen para determinar los ejes de rotación y las líneas de fluencia se resumen a continuación:

1. Las líneas de fluencia son líneas rectas puesto que representan la intersección de dos planos.
2. Las líneas de fluencia representan ejes de rotación.
3. Los bordes apoyados de la losa también establecen ejes de rotación. Si el borde está empotrado, se puede formar una línea de fluencia negativa que hace a la losa más resistente a la rotación. Si el borde está simplemente apoyado, el eje de rotación proporciona restricción nula.
4. Un eje de rotación pasará por encima de cualquier columna de apoyo. Su orientación dependerá de otras consideraciones.
5. Debajo de las cargas concentradas se forman líneas de fluencia que salen en forma radial a partir del punto de aplicación de la carga.
6. Una línea de fluencia entre dos segmentos de losa debe pasar por el punto de intersección de los ejes de rotación de los segmentos adyacentes de losa.

En la fig. 4.26, que ilustra una losa simplemente apoyada a lo largo de sus cuatro lados, la rotación de los segmentos de losa A y B ocurre alrededor de ab y cd , respectivamente. La línea de fluencia ef entre estos dos segmentos es una línea recta que pasa por f , que corresponde al punto de intersección de los ejes de rotación.

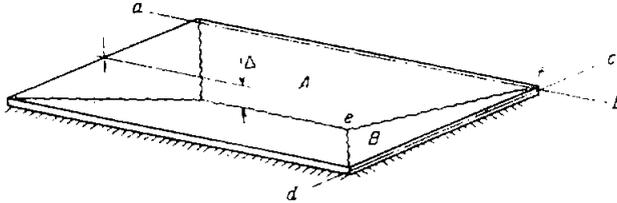


Figura 4.26. Losa armada en dos direcciones, con bordes simplemente apoyados.

A continuación se presentan ilustraciones que ayudan a determinar la ubicación de las líneas de fluencia y los mecanismos de falla para determinada cantidad de losas con diferentes condiciones de apoyo (fig. 4.27).

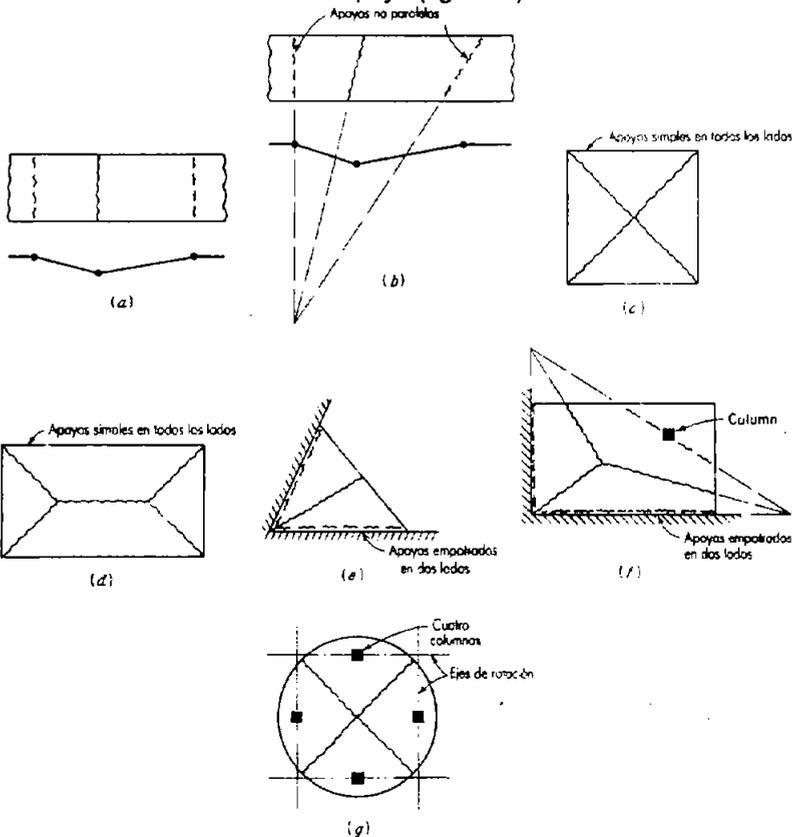


Figura 4.27. Patrones comunes de líneas de fluencia.

En la parte (a) de la fig. 4.27 se indica una losa continua sobre apoyos paralelos. Los ejes de rotación se ubican a lo largo de los apoyos (líneas de fluencia negativas) y cerca del centro del claro también en dirección paralela (líneas de fluencia positivas). La ubicación particular de las líneas de fluencia positiva y negativa, en este caso, depende de la distribución de las cargas y del refuerzo de la losa. Para la losa continua sobre apoyos no paralelos que se expone en la parte (b), la línea de fluencia en el centro del claro debe pasar por la intersección de los ejes de rotación sobre los apoyos. En la parte (c) hay ejes de rotación sobre los cuatro apoyos simples; a lo largo de las líneas de intersección de los segmentos rotantes de la losa se forman líneas de fluencia positiva. En la parte (d) se ilustra una losa rectangular armada en dos direcciones y sobre apoyos simples; las líneas diagonales de fluencia deben pasar por las esquinas, mientras que la línea central de fluencia es paralela a los dos lados largos.

Ya que se ha establecido el patrón general de fluencia y rotación tomando en cuenta las consideraciones anteriores, puede determinarse la ubicación y orientación específicas de los ejes de rotación y la carga de falla de la losa con cualquiera de los dos métodos siguientes:

- a) Método de equilibrio de segmentos.
- b) Método de trabajo virtual

4.5.1. METODO DE EQUILIBRIO DE SEGMENTOS

Este considera el equilibrio de los segmentos individuales de losa que forman el mecanismo de falla; además genera un conjunto de ecuaciones simultáneas que permiten encontrar los parámetros geométricos desconocidos y la relación entre capacidad de carga y momentos resistentes.

Una vez que se establece el comportamiento de fluencia y rotación, puede determinarse la localización y orientación de los ejes de rotación y la carga de falla para la losa con base en el equilibrio de sus diferentes segmentos. Cada segmento, considerado como un cuerpo libre y rígido, debe estar en equilibrio bajo la acción de las cargas aplicadas, los momentos a lo largo de las líneas de fluencia y las reacciones o cortantes a lo largo de las líneas de apoyo. Puesto que los momentos de fluencia son momentos principales, los momentos torsionantes son nulos a lo largo de las líneas de fluencia y por lo general, las fuerzas cortantes también son iguales a cero. Sólo se considera el momento unitario m al enunciar las ecuaciones de equilibrio.

Cuando una losa es reforzada de manera idéntica en sus dos direcciones ortogonales, el momento resistente último es el mismo en estas dos direcciones, y es lo mismo a lo largo de cualquier otra línea independientemente de su dirección. Se dice que esta losa, está reforzada isotrópicamente. En cambio, si el momento resistente último es diferente en dos direcciones perpendiculares, se dice que la losa es ortogonalmente anisotrópica o simplemente ortotrópica. Es conveniente para poder realizar este análisis representar los momentos con vectores. Se sigue

generalmente la convención estándar, mediante la cual los momentos actúan en dirección de las agujas del reloj.

4.5.2. METODO DE TRABAJO VIRTUAL

Este método se basa en igualar el trabajo interno realizado en las articulaciones plásticas con el trabajo externo que efectúan las cargas al someter el mecanismo predefinido de falla a un desplazamiento virtual pequeño.

Cuando se forma el patrón de líneas de fluencia, los momentos y las cargas están en equilibrio y un aumento infinitesimal en la carga producirá una deflexión adicional de la estructura. A medida que la losa rota alrededor de las líneas de fluencia para permitir esta deflexión, el trabajo externo realizado por las cargas para producir una deflexión virtual arbitrariamente pequeña debe ser igual al trabajo interno. Teniendo en cuenta esto, se da a la losa un desplazamiento virtual unitario y de este modo pueden calcularse las rotaciones correspondientes en las diversas líneas de fluencia. Al igualar el trabajo interno con el externo, se obtiene la relación entre las cargas aplicadas y los momentos últimos resistentes de la losa. Es aceptable despreciar las rotaciones y deflexiones elásticas, ya que son muy pequeñas si se comparan con las deformaciones plásticas.

Se presenta a continuación el procedimiento empleado por el método:

1. Determinación del trabajo externo realizado por las cargas

Al imponer un desplazamiento virtual pequeño, una carga externa que actúa sobre un segmento de losa, realiza un trabajo igual al producto de su magnitud constante por la distancia a lo largo de la cual se mueve el punto de aplicación de la carga. En caso de que la carga esté distribuida sobre una longitud o sobre un área, el trabajo puede calcularse como el producto de la carga total por el desplazamiento del punto de aplicación de su resultante. En la fig. 4.28 se pueden ver las bases para el cálculo del trabajo externo para diversos tipos de cargas.

Si a una losa cuadrada que soporta una carga concentrada única en su centro se le da un desplazamiento virtual definido por un valor unitario bajo la carga, el trabajo externo es:

$$W_e = P X 1 \quad (4.34)$$

Si la losa del inciso b de la fig. 4.28, apoyada a lo largo de tres lados y libre en el cuarto, se somete a una carga lineal w por unidad de longitud a lo largo de su borde libre, y si a este borde se le da un desplazamiento virtual con un valor unitario a lo largo de la parte central, el trabajo externo es:

$$W_e = (2wa)X \frac{1}{2} + wb = w(a+b) \quad (4.35)$$

En el caso de que una carga distribuida w por unidad de área actúe sobre un

segmento triangular definido por una articulación lineal y por líneas de fluencia, como en la fig. 4.28c, el trabajo externo será:

$$W_c = \frac{wab}{2} X \frac{1}{3} = \frac{wab}{6} \quad (4.36)$$

Mientras que para el segmento de losa rectangular del último inciso de la misma figura, que sostiene una carga distribuida w por unidad de área, el trabajo externo es:

$$W_c = \frac{wab}{2} \quad (4.37)$$

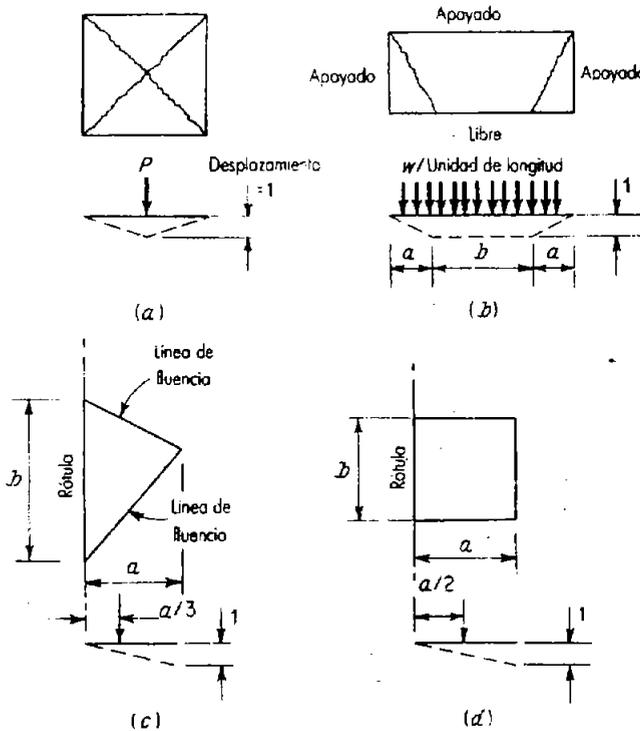


Figura 4.28. Bases para el cálculo del trabajo externo hecho por diversos tipos de cargas.

En el caso de tener formas más complejas, como trapezoidales, es válido hacer una subdivisión en componentes triangulares y rectangulares, y analizarla por separado. Una vez que se conoce el trabajo externo de cada parte, el trabajo externo total se calcula sumando todos estos valores, con todos los desplazamientos que se refieren a un valor unitario asignado en cualquier parte del sistema.

2. Determinación del trabajo interno realizado por los momentos resistentes

Para valuar el trabajo interno realizado durante la aplicación de un desplazamiento virtual, se suman los productos de los momentos de fluencia m por unidad de longitud y por las rotaciones plásticas θ en las respectivas líneas de fluencia, en dirección del desplazamiento virtual. Si el momento resistente m es constante a lo largo de la línea de fluencia de longitud l , y si se experimenta una rotación θ , el trabajo interno es:

$$W_i = ml\theta \tag{4.38}$$

En caso de que el momento resistente no sea constante, debido por ejemplo a que el espaciamiento entre barras no es constante a lo largo de la línea de fluencia, se recomienda dividir la línea de fluencia en n segmentos dentro de cada uno de los cuales el momento es constante. Por lo tanto, el trabajo interno sería:

$$W_i = (m_1l_1 + m_2l_2 + \dots + m_nl_n)\theta \tag{4.39}$$

El trabajo interno total del sistema, es la suma de las contribuciones de todas las líneas de fluencia. Es importante hacer notar que en todos los casos la contribución del trabajo interno es positiva, independientemente del signo de m , porque la rotación ocurre en la misma dirección que el momento. El trabajo externo, por otro lado, puede ser positivo o negativo según la dirección del desplazamiento del punto de aplicación de la resultante de fuerzas.

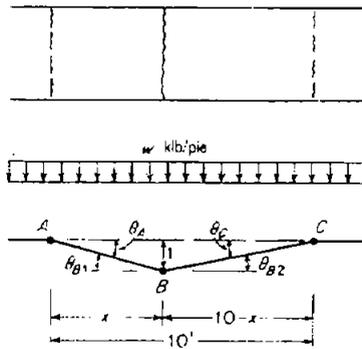


Figura 4.29. Análisis de una losa, armada en una dirección, mediante el método del trabajo virtual.

En cualquier método la solución tiene dos partes esenciales:

- a) Establecer el patrón de falla correcto y
- b) Encontrar los parámetros geométricos que definen la ubicación y orientación exactas de las líneas de fluencia y obtener la relación entre la carga aplicada y los momentos resistentes.

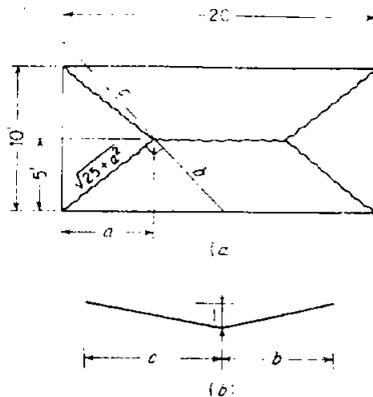


Figura 4.30. Análisis de losas rectangulares armadas en dos direcciones mediante el método de trabajo virtual.

Por ejemplo, la losa rectangular de la fig. 4.31, apoyada en tres de sus lados y libre un lado largo, puede fallar por cualquiera de los dos mecanismos expuestos. Un análisis basado en el patrón de fluencia *a* puede indicar una capacidad de la losa mayor que uno basado en el patrón *b*, o viceversa. Es necesario investigar todos los posibles mecanismos y seleccionar el que proporcione la menor carga.

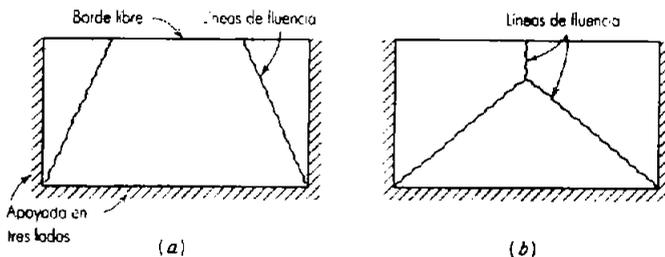


Figura 4.31. Mecanismos alternos para una losa apoyada en tres lados.

4.5.3. REFUERZO ORTOTRÓPICO Y LINEAS OBLICUAS DE FLUENCIA

Por lo general, el refuerzo de la losa se coloca ortogonalmente, es decir, en dos direcciones perpendiculares. El mismo refuerzo puede proporcionarse en cada dirección, pero en muchos casos prácticos se logra un diseño más económico utilizando refuerzo con diferentes áreas de barras o diversos espaciamientos en cada una de las direcciones. En estos casos, se dice que el refuerzo es ortogonalmente anisotrópico o simplemente ortotrópico.

Con frecuencia, las líneas de fluencia se desarrollan formando un ángulo con las direcciones establecidas por el refuerzo. Para el estudio de líneas de fluencia, es necesario calcular el momento resistente por unidad de longitud a lo largo de estas líneas oblicuas de fluencia. Esto requiere el cálculo de las contribuciones a la

resistencia de cada conjunto de barras.

La fig. 4.32a presenta una malla ortogonal de refuerzo, que forma un ángulo α entre la línea de fluencia y las barras en la dirección X. Las barras en la dirección X están colocadas con un espaciamiento v y tienen un momento resistente m_x por unidad de longitud con respecto al eje Y, mientras que las barras en la dirección Y tienen un espaciamiento u y un momento resistente m_y por unidad de longitud con respecto al eje X. Los momentos resistentes por unidad de longitud para las barras en las direcciones X y Y se determinarán por separado, con referencia a las figs. 4.32b y 4.32c, respectivamente.

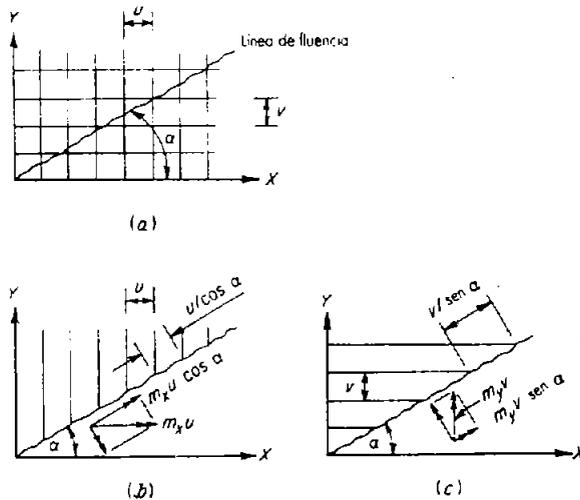


Figura 4.32. Línea de fluencia oblicua con refuerzo ortotrópico: (a) malla ortogonal y línea de fluencia; (b) barras en la dirección Y; (c) barras en la dirección X.

Para las barras en la dirección Y, el momento resistente por barra con respecto al eje X es $m_x u$ y la componente de esta resistencia alrededor del eje α es $m_x u \cos \alpha$. El momento resistente por unidad de longitud a lo largo del eje α suministrado por las barras en la dirección Y es por consiguiente:

$$m_{cy} = \frac{m_x u \cos \alpha}{u / \cos \alpha} = m_x \cos^2 \alpha \quad (4.40)$$

Para las barras en la dirección X, el momento resistente por barra con respecto al eje Y es $m_y v$ y la componente de esa resistencia con respecto al eje α es $m_y v \sin \alpha$. Así que, el momento resistente por unidad de longitud a lo largo del eje α que proveen las barras en la dirección X es:

$$m_{\alpha} = \frac{m_x v \operatorname{sen} \alpha}{v / \operatorname{sen} \alpha} = m_x \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (4.41)$$

Así que, para los conjuntos de barras en combinación, el momento resistente por unidad de longitud medido a lo largo del eje α , lo da la suma de las resistencias determinadas por las ecuaciones anteriores, y queda como:

$$m_{\alpha} = m_x \cos^2 \alpha + m_y \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (4.42)$$

Es importante notar que, para el caso especial en que $m_x = m_y = m$, con el mismo refuerzo proporcionado en las dos direcciones:

$$m_{\alpha} = m(\cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha) = m \quad (4.43)$$

En este caso, se dice que la losa está reforzada isotrópicamente, con la misma resistencia por unidad de longitud, independientemente de la orientación de la línea de fluencia.

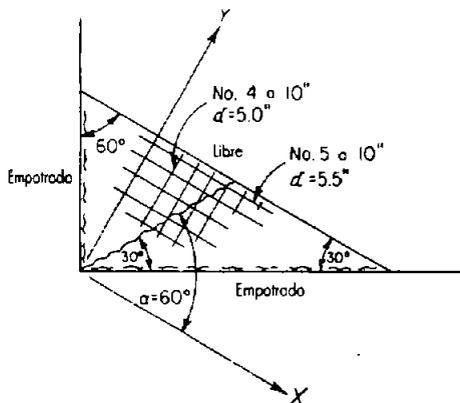


Figura 4.33. Ejemplo de línea de fluencia oblicua.

El análisis que se acaba de presentar ignora cualquier consideración relacionada con la compatibilidad de deformaciones a lo largo de la línea de fluencia y supone que los desplazamientos al nivel del acero durante la fluencia, que esencialmente son perpendiculares a la línea de fluencia, son suficientes para producir la fluencia en los dos conjuntos de barras. Esto es razonable de acuerdo con los datos de ensayos, excepto para valores de α cercanos a 0° o a 90° . Para estos casos, sería conservador no tener en cuenta la contribución de las barras casi paralelas a la línea de fluencia.

Se ha demostrado que el análisis de una losa ortotrópica puede simplificarse asimilándolo al de una losa isotrópica equivalente, llamada losa afín, siempre y

cuando la relación entre las áreas de refuerzo negativa y positiva sea la misma en las dos direcciones. Las dimensiones horizontales y las cargas sobre la losa deben modificarse para permitir esta transformación.

4.6. DISEÑO DE LOSAS COMPUESTAS REFORZADAS CON TABLERO DE ACERO (LOSACERO)

La mayor parte de los fabricantes de paneles para este tipo de losas, han desarrollado sus propias formas de sección transversal y sus detalles particulares. El espesor de la lámina de acero a partir de la cual se fabrican los paneles varía aproximadamente de 0.024 pulg a 0.060 pulg.

El diseñador debe considerar dos estados para el diseño. Antes de que el concreto endurezca, los tableros de acero deben soportar su propio peso más las cargas de construcción y el peso del concreto fresco. Después de que se endurezca el concreto, el de acero y el concreto actúan en forma compuesta para resistir las cargas muertas y las cargas vivas; se acostumbra llamar a estas dos etapas Estado I y Estado II, respectivamente. En el primer estado, se acostumbra verificar los esfuerzos y deflexiones con los valores admisibles de la lámina y en el segundo se aplica el criterio de resistencia para la sección compuesta.

4.6.1. CARGAS Y ESFUERZOS EN EL ESTADO I

Al diseñar para el Estado I, las cargas que deben soportarse incluyen:

1. El propio peso del tablero
2. El peso del concreto fresco
3. La más severa de las siguientes condiciones de carga:
 - a) Una carga uniformemente distribuida de 20 lb/pie^2 , actuando sobre la superficie, o
 - b) Una carga concentrada de 150 lb que actúe sobre una sección del tablero de ancho unitario.

El esfuerzo de tensión por flexión que aparece en el tablero no debe exceder el 60% del esfuerzo de fluencia o 36 klb/pulg^2 , cualquiera que sea menor. Los esfuerzos admisibles a compresión dependen de la geometría de la sección transversal al igual que de las propiedades del acero. Las propiedades de la sección transversal efectiva, que incluyen área, módulos de sección y momento de inercia, dependen de la intensidad del esfuerzo al igual que de la geometría de la sección para la construcción; en las tablas 3, 4 y 5 de la sección 4.7 de este capítulo, se encuentran a manera de ejemplo, disposiciones específicas para un

tipo de lámina. En la práctica, los fabricantes de los paneles de tableros suministran ayudas de diseño que especifican las propiedades de la sección y las cargas admisibles; esto facilita la verificación del comportamiento para el estado no compuesto (Estado I).

En caso de que los esfuerzos y las deflexiones pudieran exceder los límites admisibles, se puede utilizar cimbras temporales para soportar los paneles de acero durante la construcción que se colocan, por lo general, en el centro o en los tercios del claro. Esto puede repercutir como un ahorro económico, puesto que permite la utilización de secciones más livianas del tablero.

Las deflexiones en el Estado I no deben de exceder a 1/180 veces la longitud del claro o 1.905 cm., la que sea menor.

4.6.2. BASES DEL DISEÑO POR RESISTENCIA

Aun sabiendo que deben satisfacerse los límites definidos para los esfuerzos y las deflexiones que se presentan en el Estado I, lo más importante para el diseño de losas compuestas es que se suministre la resistencia adecuada para resistir sobrecargas a las que estará sometida durante su vida útil. Las cargas de servicio se factorizan, aplicando coeficientes de sobrecarga y las resistencias de diseño se estiman multiplicando las resistencias nominales por coeficientes de reducción de resistencia ϕ . Específicamente, para el diseño de losas compuestas se debe cumplir que:

$$V_u \leq \phi V_n \quad (4.44) \quad M_u \leq \phi M_n \quad (4.45)$$

donde:

- V_u : Cortante último actuante
- M_u : Momento último actuante
- ϕ : Coeficiente de reducción de resistencia
- V_n : Cortante nominal resistente
- M_n : Momento nominal resistente

El ASCE recomienda obtener V_u y M_u , a partir de una carga por unidad de área dada por la ecuación 4.41:

$$W_u = 1.4(W_1 + W_3) + 1.7LL \quad (4.46)$$

donde

- W_1 : peso del tablero de acero y del concreto, lb/ pie²
- W_3 : carga muerta adicional sin incluir W_1 , lb/ pie²
- LL : carga viva de servicio, lb/ pie²

Los valores de los coeficientes ϕ que deben aplicarse a las resistencias nominales V_n y M_n para determinar las resistencias de diseño varían según el tipo de resistencia que se esté calculando, de acuerdo con la especificación de la ASCE, de igual forma que para el caso de construcciones en concreto reforzado. En las siguientes secciones se darán valores específicos.

4.6.3. RESISTENCIA DE ADHERENCIA A CORTANTE

En este tipo de losas compuestas, los esfuerzos de adherencia a flexión a lo largo de la superficie de contacto entre el acero y el concreto no deben permitir deslizamiento entre ambos. La adherencia natural entre la lámina y el concreto por lo general no es suficiente, es por ello que se utiliza una variedad de dispositivos o conectores para transferencia de cortante. En la mayoría de los casos, éstos consisten en realces poco espaciados, como los que se ilustran en la fig. 4.34, huecos y alambres transversales, entre otros.

Bajo carga, una losa compuesta puede fallar en una forma que combina falla a cortante y de adherencia, de ahí que se le llame falla por adherencia a cortante, con ciertas características peculiares para este tipo de construcción.

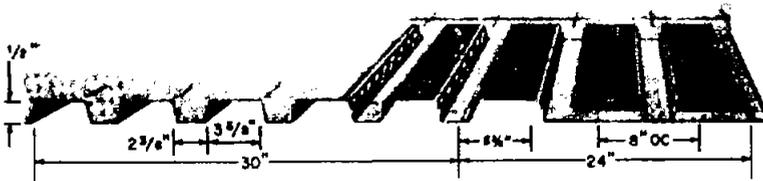


Figura 4.34. Losa compuesta de tablero de acero y concreto.

En la fig. 4.35a se muestra una falla por adherencia a cortante como ocurre en un ensayo de laboratorio bajo dos cargas puntuales. Una grieta importante de cortante diagonal se desarrolla cerca de una de las cargas. Esto produce la pérdida de adherencia en la vecindad inmediata de la grieta y ésta se propaga por lo general casi hasta el extremo de la losa, produciendo una falla por adherencia sobre toda la longitud l . Esto genera un deslizamiento entre el concreto y el acero, que se puede observar por el deslizamiento indicado en el extremo. A partir de ahí, se observa que la falla por adherencia a cortante se relaciona con el agrietamiento diagonal a cortante y esto se refleja en el método de diseño para adherencia a cortante.

Teniendo como base cientos de ensayos realizados (referencias 8, 9 y 12), se encuentra que la resistencia de adherencia a cortante de losas compuestas puede expresarse en términos de una ecuación similar a la (4.42):

$$V_n = \left(1.9 f'c + 2500 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d \quad (4.47)$$

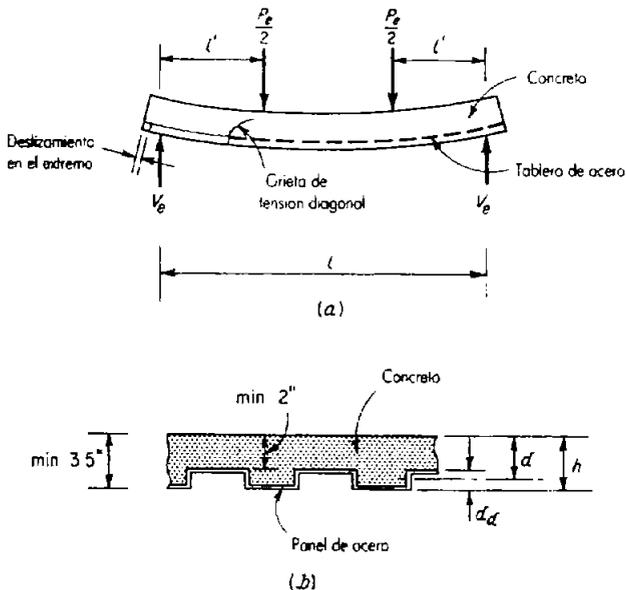


Figura 4.35. Falla por adherencia a cortante de una losa compuesta.

Las constantes 1.9 y 2,500 son aplicables para vigas y losas reforzadas con barras. Para losas compuestas, los valores de estas constantes dependerán de las características del tablero que se va a utilizar, es decir, de la forma de la sección transversal, del espaciamiento y profundidad de las nervaduras, del espesor de la lámina, de la forma, del espaciamiento y de la localización de los dispositivos de transferencia de cortante, etc. Como consecuencia de la variedad de tableros que se producen por diferentes fabricantes, es necesario determinar los valores de estas constantes mediante ensayos.

Estos ensayos deben ser controlados y se llevan a cabo sobre especímenes de losa a escala real, sometidos a flexión mediante dos cargas puntuales; es decir, para un claro de ensayo l se aplican dos cargas iguales, cada una a una distancia l' desde el apoyo más cercano, como se indica en la fig. 4.35a. Así que, en la ecuación anterior para V_n , se tiene que $M_u/V_u = l'$, es el claro de corte. Al identificar las constantes desconocidas mediante k y m , la ecuación para la resistencia de adherencia a cortante puede determinarse como:

$$V_n = \left(k \overline{f'c} + m \frac{\rho d}{l'} \right) b d \quad (4.48)$$

donde

- d : espesor efectivo de la losa, es decir, distancia de la parte superior del concreto al centroide de la sección Transversal del tablero de acero (véase la fig. 4.35)
- b : ancho unitario
- l' : claro de corte
- $\rho = A_s/bd$: es la cuantía de refuerzo, donde A_s es igual al área de la sección transversal del tablero de acero por unidad de ancho
- V_n : resistencia nominal de adherencia a cortante por unidad de ancho
- k, m : constantes que deben determinarse para cada tipo de tablero mediante un procedimiento controlado de ensayo y evaluación

Para propósitos de evaluación del ensayo, es conveniente reformular la ecuación (4.43) de la siguiente manera:

$$\frac{V_c}{bd f'c} = k + m \frac{\rho d}{l' f'c} \quad (4.49)$$

En estos términos, la ecuación representa una línea recta, de manera que cuando $V_c/(bd f'c)$ se dibuja contra $\rho d/(l' f'c)$, k representa la intersección con el eje $V_c/(bd f'c)$ y m es la pendiente de la línea. En este caso V_c es la reacción en el extremo medida en el ensayo en el momento de la falla.

Para propósitos de diseño, la resistencia de adherencia a cortante se toma conservadoramente un 15% menor que el valor estimado por la línea de regresión con mejor ajuste. Así que, con respecto a la fig. 4.36, si la intersección y la pendiente de la línea de mejor ajuste son k_1 y m_1 respectivamente, se utilizan los valores de k y m correspondientes a una línea un 15% por debajo de la línea de mejor ajuste.

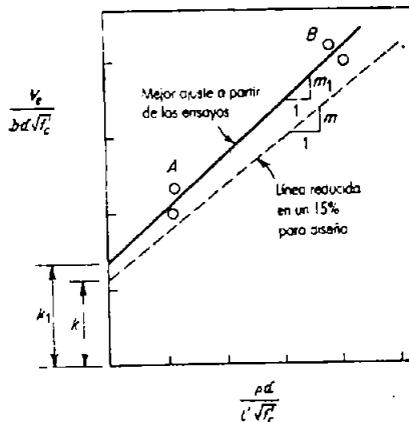


Figura 4.36. Resultados de ensayos que fallaron por adherencia a cortante.

Cada fabricante de tableros debe establecer su propia resistencia de adherencia a cortante mediante ensayos realizados de la manera descrita. Éstos deben cubrir el intervalo completo de espesores de losa h y de claros l para los cuales el tablero determinado se va a utilizar.

4.6.4. EFECTO DE LAS CIMBRAS

Como ya se había mencionado, mientras que el concreto colocado sobre un tablero de acero sin cimbras no haya fraguado, todo el peso W_1 , que incluye el tablero y el concreto fresco, lo soporta el solo tablero. Únicamente las cargas muertas adicionales W_3 más las cargas vivas LL , aplicadas después de que el concreto se endurezca, producen esfuerzos de adherencia. Por otro lado, si el tablero estuviese temporalmente soportado hasta que el concreto se endureciera para luego retirar las cimbras, todas las cargas W_1 , W_3 y LL producirían esfuerzos de adherencia. Esta diferencia debe tenerse en cuenta tanto en la evaluación de los resultados de los ensayos como en el diseño de la estructura real.

Si el tablero para el ensayo lo sostenían sólo sus extremos durante el vaciado del concreto, como se muestra en la fig. 4.37a, entonces W_1 , el peso del tablero más el concreto, no produce esfuerzos de adherencia a cortante. De ahí que es únicamente la carga que aplica la máquina de ensayos, P_e la que es resistida por los esfuerzos de adherencia a cortante, y en la ecuación (4.44), $V_e = P_e / 2$, lo cual resulta claro a partir de la fig. 4.35a. Sin embargo, si el tablero se apoya continuamente durante el vaciado del concreto, por ejemplo sobre el piso del laboratorio, como en la fig. 4.37b, y se coloca luego sobre los apoyos del ensayo después de que el concreto se endurece, la carga total de la losa W_1 y la carga de ensayo P_e producirán esfuerzos de adherencia a cortante. En este caso $V_e = P_e / 2 + W_1 l / 2$. Si se utiliza una sola cimbra en el centro del claro, como en la figura 4.37c, entonces el efecto al retirar esta cimbra es idéntico al de introducir una carga concentrada hacia abajo de $2(5/8)(W_1 l / 2)$ en el centro del claro, que generará una reacción en cada extremo igual a la mitad de esta cantidad. Para cimbras en los tercios del claro, se lleva a cabo un análisis similar.

Así que, para el ensayo:

$$V_e = \frac{P_e}{2} + \frac{\gamma W_1 l}{2} \quad (4.50)$$

donde

- $\gamma = 1.0$ cuando hay apoyo completo durante el vaciado
- $\gamma = 0$ cuando no hay cimbras durante el vaciado
- $\gamma = 0.63$ cuando hay cimbras a lo largo de una línea en el centro del

claro.

- $\gamma = 0.73$ cuando hay cimbras en los tercios de la luz

El diseñador utiliza entonces las constantes k y m para estimar la resistencia de adherencia a cortante de los paneles, como se usan en la estructura particular, según la ecuación (4.43) con los valores correspondientes de $f'c$, ρ , b , d y l' .

Al estimar las cargas máximas en la estructura real, que se utilizan para calcular V_u con el fin de verificar la resistencia de adherencia a cortante, la influencia de las cimbras puede tenerse en cuenta utilizando una forma modificada de la ecuación (4.41) de la siguiente manera:

$$W_u = 1.4(\gamma W_1 + W_3) + 1.7LL \quad (4.51)$$

donde los valores de γ son los mismos que se determinaron previamente para las diferentes condiciones de apuntalamiento. De acuerdo con la especificación ASCE $V_u \leq \phi V_n$ se verifica con $\phi = 0.80$ para resistencia de adherencia a cortante.

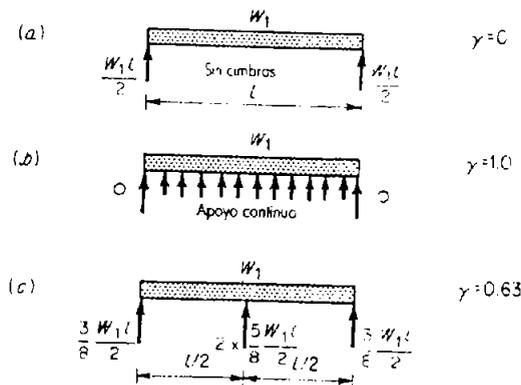


Figura 4.37. Efecto de las cimbras en los cortantes.

4.6.5. RESISTENCIA A LA FLEXION

Para tableros de relativamente poca profundidad en el canal de la lámina y losas gruesas, es decir, cuando el espesor de la losa h es sustancialmente mayor que la altura d_d del tablero de acero (véase la fig. 4.35b), es probable que la fluencia se propague sobre toda la altura d_d antes de que la deformación a compresión del concreto alcance el valor límite $\epsilon_u = 0.003$. Entonces, la fuerza de tensión en el acero actúa en el centroide de la sección del tablero de acero. En este caso, la losa se encuentra subreforzada y se aplica la ecuación usual para la resistencia nominal a la flexión:

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (4.52)$$

donde

- $a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$
- d : altura efectiva de la parte superior de la losa al centroide del acero (véase la fig. 4.35b)
- b : ancho de una franja unitaria
- A_s : área de la sección transversal de acero

La resistencia de diseño es ϕM_n calculada con $\phi = 0.90$ para falla a flexión subreforzada.

En la ecuación (4.48) se presenta una expresión para la cuantía de acero balanceada con base en que, para el caso balanceado, la deformación de tensión en la superficie superior del panel del tablero de acero alcanza la deformación de fluencia exactamente en el mismo instante de aplicación de carga cuando la superficie superior del concreto logra la deformación límite $\epsilon_u = 0.003$.

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} \frac{h - d_d}{d} \quad (4.53)$$

Tomando los valores de $\epsilon_u = 0.003$ y $E_s = 29.5 \times 10^6 \text{ lb/pulg}^2$ (valor ligeramente mayor para tableros de acero formados en frío que para las barras de refuerzo), la ecuación anterior se puede expresar como:

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{88,500}{88,500 + f_y} \frac{h - d_d}{d} \quad (4.54)$$

Las losas compuestas con una cuantía de acero menor que ρ_b están subreforzadas, mientras que aquéllas con una cuantía de acero por encima de este límite se encuentran sobrerreforzadas con un esfuerzo en el acero menor que f_y cuando el concreto alcanza su deformación límite.

El cálculo de la resistencia a flexión de losas sobrerreforzadas es complicado por el hecho de que las deformaciones en la sección del tablero metálico varían con la altura, según el historial de las cargas, es decir, dependen de si el tablero de acero se cargó en el Estado I, de si se colocaron cimbras o no y en caso afirmativo de cómo se colocaron, etc. Para el caso cuando se proporcionan cimbras continuas en la estructura, como se indica en la fig. 4.37b y con la aproximación de que el

esfuerzo en el acero en toda la altura del tablero es igual a su valor en el centroide, un análisis de compatibilidad de deformaciones permite desarrollar el siguiente planteamiento, tomando como base la sección transversal de losa compuesta que se muestra en la fig. 4.38a, con deformaciones en la falla a flexión como se ilustran en el inciso b de la misma figura, se tiene:

$$\epsilon_s = \epsilon_u \frac{d - k_u d}{k_u d} \quad (4.55)$$

$$f_s = \epsilon_u E_s \frac{1 - k_u}{k_u} \quad (4.56)$$

Al sumar fuerzas en la dirección X en la fig. 4.38c y hacer esta suma equivalente a cero se obtiene:

$$\rho b d \epsilon_u E_s \frac{1 - k_u}{k_u} = 0.85 \beta_1 f'_c b k_u d \quad (4.57)$$

Definiendo el parámetro del material:

$$\lambda = \frac{\epsilon_u E_s}{0.85 \beta_1 f'_c} \quad (4.58)$$

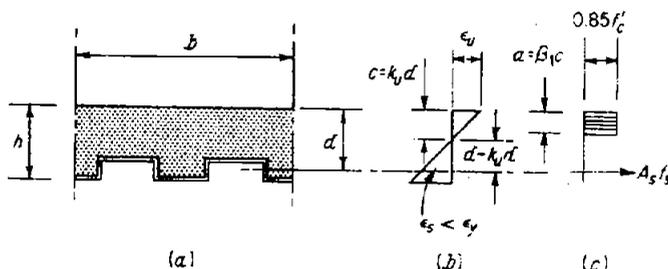


Figura 4.38. Compatibilidad de deformaciones a flexión, de una losa compuesta.

La ecuación (4.52) puede formularse como una ecuación cuadrática en k_u de la siguiente manera:

$$k_u^2 + \rho \lambda k_u - \rho \lambda = 0 \quad (4.59)$$

a partir de la cual:

$$k_u = \sqrt{\rho \lambda + \left(\frac{\rho \lambda}{2}\right)^2} - \frac{\rho \lambda}{2} \quad (4.60)$$

Entonces $c = k_u d$ y $a = \beta_1 c$ como de costumbre. Así que, la resistencia a flexión nominal puede encontrarse a partir de la siguiente ecuación:

$$M_n = 0.85 f'_c ab \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (4.61)$$

y la resistencia de diseño ϕM_n se encuentra aplicando el coeficiente de reducción de resistencia $\phi = 0.75$ para el caso sobrerreforzado, según la especificación ASCE.

Para losas compuestas sobrerreforzadas, la especificación ASCE exige en todos los casos la realización de ensayos para confirmar la capacidad calculada.

4.6.6. DEFLEXIONES, REFUERZO DE RETRACCIÓN DE FRAGUADO Y CONTINUIDAD

Las disposiciones del Código ACI para el cálculo de las deflexiones y sus limitaciones, pueden aplicarse a las losas compuestas reforzadas con tableros de acero. La única diferencia indicada en la especificación ASCE se refiere al momento de inercia efectivo utilizado en el cálculo de las deflexiones. Los ensayos demuestran (referencia 8) que un valor satisfactorio para el momento de inercia efectivo es el siguiente:

$$I_e = \frac{I_c + I_u}{2} \quad (4.62)$$

donde

- I_c = momento de inercia de la sección transformada con fisura, cm^4
- I_u = momento de inercia de la sección transformada sin fisuras, cm^4

Debido a la posible aparición de fisuras debidas a la retracción de fraguado o la temperatura, se debe proporcionar refuerzo transversal a las losas compuestas, al igual que a otros tipos de losas armadas en una dirección. Se sugiere que la cantidad de este tipo de refuerzo puede reducirse aproximadamente en un 60% del que exige el Código ACI para losas comunes puesto que el tablero mismo, suministrará algún grado de restricción contra los efectos transversales de la retracción de fraguado y la temperatura.

4.7. AYUDAS DE DISEÑO PARA LOSAS

Tabla 1. Coeficientes de momentos flexionantes y fuerzas cortantes del Reglamento ACI 318-95.

Momento positivo	
<i>Claros extremos</i>	
<i>Extremo discontinuo sin restricción</i>	$w_u l_n^2 / 11$
<i>Extremo discontinuo con restricción</i>	$w_u l_n^2 / 14$
<i>Claros interiores</i>	$w_u l_n^2 / 16$
Momentos negativos en el paño exterior del primer apoyo interior	
<i>Dos claros</i>	$w_u l_n^2 / 9$
<i>Más de dos claros</i>	$w_u l_n^2 / 10$
Momento negativo en los otros paños de apoyos interiores	$w_u l_n^2 / 11$
Momento negativo en los paños de todos los apoyos para losas con claros menores que 3.05 m y para vigas cuando la relación entre la suma de las rigideces de las columnas y las rigideces de las vigas es mayor que ocho en ambos extremos del claro	$w_u l_n^2 / 12$
Momento negativo en la cara interior del apoyo exterior del apoyo exterior de miembros monolíticos con los apoyos	
<i>Cuando el apoyo es una viga de fachada</i>	$w_u l_n^2 / 24$
<i>Cuando el apoyo es una columna</i>	$w_u l_n^2 / 16$
Fuerza cortante en claros extremos en el paño del primer apoyo interior	$1.15 w_u l_n / 2$
Fuerza cortante en los demás apoyos	$w_u l_n / 2$
<i>Notas:</i>	
l_n : es el claro libre para momento positivo y fuerza cortante y el promedio de los claros libres adyacentes para momento negativo.	
w_u : es la carga uniforme última total.	

Tabla 2. Coeficientes de momentos α , para tableros rectangulares.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1 / a_2$															
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0			
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II		
<u>Interior</u> Todos los bordes continuos	Neg. en	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292		
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292		
	interiores	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130		
	Positivo	largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130		
<u>De borde</u> Un lado corto discontinuo	Neg. en	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	316	346		
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311		
	interiores	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
	Neg. en	corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144		
	bordes	corto	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	136	129	135		
	discontinuos	Positivo																
<u>De borde</u> Un lado largo discontinuo	Neg. en	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311		
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346		
	interiores	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0		
	Neg. en	corto	761	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135		
	bord disc	largo	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144		
	discontinuos	Positivo																
<u>De esquina</u> Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364		
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364		
	interiores	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0		
	Neg. en	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
	bordes	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153		
	discontinuos	largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153		
<u>Aislado</u> Cuatro lados discontinuos	Neg. en	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0		
		largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0		
	discontinuos	corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	670	950	500	830		
	discontinuos	largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830		

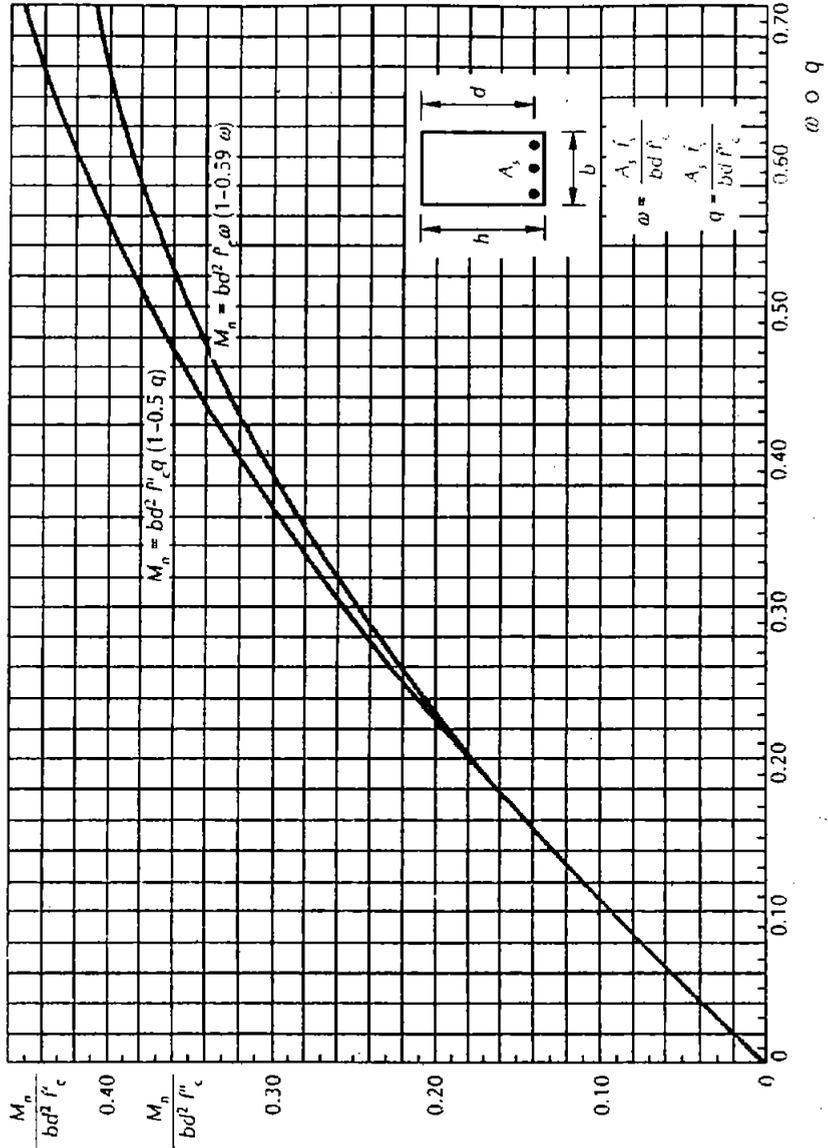
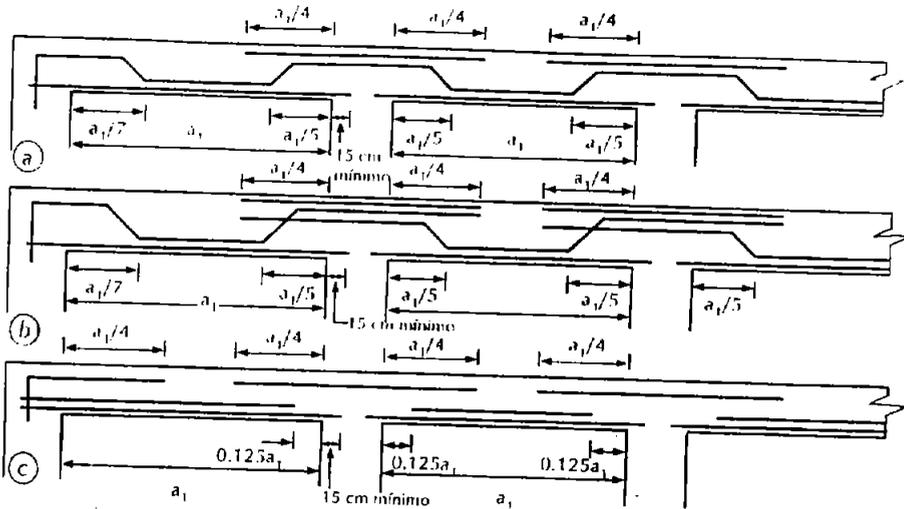


Figura 1. Gráfica para el diseño por flexión.



Notas: a) Los dobleces son a 45°. b) En losas perimetralmente apoyadas los cortes y dobleces se hacen en función del claro corto para el refuerzo en ambas direcciones. c) En el apoyo extremo debe proporcionarse un anclaje adecuado a partir del paño del apoyo.

Figura 2. Detalles típicos del refuerzo de losas.

Tabla 3. Propiedades de Losacero Sección 36/15.

CALIBRE	PESO (kg/m^2)	I+ (cm^4/m)	I- (cm^4/m)	S+ (cm^3/m)	S- (cm^3/m)
24	5.70	61.48	56.79	15.02	15.34
22	8.00	79.74	73.65	19.87	20.58
20	9.54	94.74	90.83	24.85	26.23
18	12.59	124.88	123.14	34.29	37.57

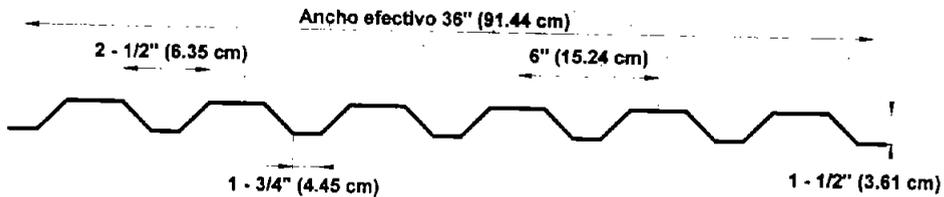


Figura 3. Losacero, Sección 36/15.

Tabla 4. Sobrecarga admisible (kg/m^2) de Losacero Sección 36/15, separación entre apoyos (m).

Cal.	espes. con cm.	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3	3.2
24	5	2000	2000	1644	1155	820	580	402	267				
	6	2000	2000	1900	1311	907	618	404	242				
	8	2000	2000	2000	1553	1008	617	329					
	10	2000	2000	2000	1696	1003	508						
	12	2000	2000	2000	1728	885	283						
22	5	2000	2000	2000	1537	1131	841	626	463	335	235		
	6	2000	2000	2000	1780	1291	942	683	486	333	211		
	8	2000	2000	2000	2000	1554	1081	731	464	257			
	10	2000	2000	2000	2000	1730	1129	683	345				
	12	2000	2000	2000	2000	1890	1076	534	121				
20	5	2000	2000	2000	1943	1461	1115	859	666	514	394	297	218
	6	2000	2000	2000	2000	1697	1280	972	738	556	411	294	199
	8	2000	2000	2000	2000	2000	1562	1145	827	580	384	226	
	10	2000	2000	2000	2000	2000	1770	1238	834	519	270		
	12	2000	2000	2000	2000	2000	1892	1243	750	366			
18	5	2000	2000	2000	1657	1850	1407	1253	1004	809	656	531	430
	6	2000	2000	2000	1803	2000	1613	1457	1157	923	737	587	464
	8	2000	2000	2000	2000	2000	2000	1834	1425	1107	855	651	485
	10	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	1633	1227	905	645	432
	12	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	1768	1272	878	560	300

Tabla 5. Claros máximos sin apuntalamiento de Losacero Sección 36/15.

CALIBRE	APOYO	5 cm.	6 cm.	8 cm.	10 cm.	12 cm.
24		1.24	1.19	1.11	1.04	0.99
		1.63	1.57	1.47	1.39	1.32
		1.65	1.59	1.49	1.41	1.34
22		1.53	1.47	1.36	1.28	1.21
		2.04	1.96	1.82	1.72	1.63
		2.06	1.98	1.84	1.74	1.65
20		1.86	1.78	1.64	1.53	1.45
		2.49	2.38	2.21	2.07	1.96
		2.52	2.41	2.23	2.09	1.98
18		2.43	2.31	1.98	1.98	1.86
		2.95	2.83	2.45	2.45	2.31
		3.05	2.92	2.35	2.35	2.39

CAPITULO 5. RECOMENDACIONES

Se deben de tener en cuenta varios aspectos en el diseño de sistemas de piso, tales como la esbeltez, un espesor adecuado, y el trabajo en conjunto de los elementos que forman el diafragma para evitar problemas de fallas de servicio como el pandeo.

Para fines de análisis sísmico, la elección del sistema de piso a utilizar en una estructura se debe de hacer teniendo en cuenta la zonificación que propone el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, es decir, se debe tomar en cuenta la actividad sísmica, el tipo de suelo en que se cimentará la estructura, el uso a que estará destinada la misma, entre otros aspectos.

El uso de vigas secundarias en sistemas de piso a base de losas incrementa notablemente su rigidez a flexión vertical, lo cual disminuye las deflexiones inducidas por la carga gravitacional, y por tanto, es posible incrementar su capacidad ante este tipo de cargas; por otro lado, para efectos de acciones sísmicas, el empleo de vigas secundarias mejora el comportamiento del diafragma de piso, modelado comúnmente como rígido.

Se debe poner especial atención al modelar los sistemas de piso como diafragmas, ya que en el mercado existen diversos sistemas de piso que no son capaces de transmitir adecuadamente las fuerzas laterales a los elementos verticales. Por ejemplo, algunos sistemas prefabricados cuyo trabajo conjunto con el firme de compresión es cuestionable. Para este tipo de sistemas de piso se debe aplicar lo dispuesto en la sección 6.6 de las NTC-2004. El firme estructural que se menciona en dicha sección, puede estar reforzado con malla o barras de acero colocadas al menos en la dirección perpendicular al eje de las piezas prefabricadas. Cuando se tengan dudas para garantizar el comportamiento como diafragma rígido del sistema de piso prefabricado, se deben proveer conectores mecánicos a lo largo de los lados de las piezas adyacentes, según se requiera para transmitir las fuerzas cortantes en el plano, la tensión por cambio de temperatura y los efectos por contracción.

En relación a la estimación de la rigidez en el plano de diafragmas de piso, se considera recomendable contar con un número elevado de ensayos, para que se pueda tener información suficiente acerca del comportamiento de un sistema de piso en particular, y así poder calibrar algunas expresiones analíticas que tienen este objetivo.

CAPITULO 6. CONCLUSIONES

Es común que en una estructura se pueda modelar su sistema de piso como un diafragma rígido, capaz de transmitir las fuerzas laterales ocasionadas principalmente por sismo a los elementos verticales del entrepiso. Sin embargo, esta simplificación será válida siempre y cuando el sistema de piso cumpla ciertas características como rigidez, resistencia y una geometría regular en planta. Además se deben de considerar otro tipo de aspectos, tales como las condiciones de apoyo de las losas, las cargas a que estarán sometidas las mismas y el uso de la estructura.

Siendo el concreto reforzado, el material de construcción por excelencia en las edificaciones, el cual posee características adecuadas de resistencia y rigidez (para espesores mínimos definidos en las normas), el aspecto más relevante que definirá, en la mayoría de los casos, si el diafragma de piso puede modelarse como cuerpo rígido, será su geometría en planta.

Una forma relativamente confiable de estimar la rigidez de los sistemas de piso, es sin duda el llevar a cabo estudios experimentales con prototipos a escala, ya que la mayoría de los modelos teóricos tienden a sobreestimar la rigidez de los diafragmas de piso. La desventaja de los métodos experimentales, es que son costosos y se tienen que realizar para cada tipo de sistema de piso que se desee estudiar.

Sin duda, el uso de sistemas de piso prefabricados se ha extendido de manera importante, debido a la facilidad constructiva y al menor tiempo requerido para su construcción, lo cual impacta favorablemente en la disminución de los costos comparados con los sistemas tradicionales. Sin embargo, bajo efectos sísmicos será necesario garantizar que su trabajo sea conjunto, para lo cual, este tipo de sistemas deberá poseer el confinamiento adecuado en su perímetro, mediante vigas de borde suficientemente robustas.

En términos generales, el modelado de los sistemas de piso queda a juicio del ingeniero estructurista, sin embargo, aun cuando en la mayoría de las estructuras es válido hacer la consideración de diafragma rígido y gran parte de los programas comerciales de análisis estructural lo consideran así, es importante difundir y hacer énfasis en que hoy en día estos mismos programas, también pueden modelar efectos de flexibilidad en el diafragma, que reproducen, de una manera mas cercana, el comportamiento del edificio.

BIBLIOGRAFIA

1. Bazán, ENRIQUE, Meli ROBERTO, "Diseño Sísmico de Edificios", México D.F., año 2000, Editorial Limusa.
2. Gómez Gallardo, WILFRANO, Miranda Cruz, GILBERTO, "Comportamiento Sísmico de un Edificio con Problemas de Flexibilidad de Piso", México D.F., año 2001.
3. Gómez González, BERNARDO, "Estudio Experimental para la Comparación de la Rigidez y Resistencia en su Plano de Sistemas de Piso Compuestos", México D.F., año 2001.
4. H. Nilson, ARTHUR, Winter, GEORGE, "Diseño de Estructuras de Concreto", 11ª. Edición, Santa fe de Bogotá, Colombia 1994, Editorial Mc Graw Hill.
5. Instituto de Ingeniería, UNAM, "Manual de Diseño de Estructuras Prefabricadas y Presforzadas", México D.F.
6. Kong, F. K. "Concrete Structures in Earthquake Regions: Design and Analysis", Great Britain, Longman Scientific & Technical, año 1994.
7. Meli Piralla, ROBERTO, "Diseño Estructural", 2ª. Edición, México D.F., año 2000, Editorial Limusa.
8. M. L. Porter and C. E. Ekberg, "Design Recommendations for Steel Deck Floor Slabs", J. Struct. Div. ASCE, vol. 102, No. ST11, 1976.
9. M. L. Porter, C. E. Ekberg, L. F. Greimann and H. A. Elleby, "Shear-Bond Analysis of Steel Deck Reinforced Slabs", J. Struct. Div. ASCE, vol. 102, No. ST12, 1976.
10. Naeim, FAZARD, "The Seismic Design Handbook", Structural Engineering Series, New York, Van Nostrand Reinhold, año 1989.
11. Park, R. "Losas de Concreto Reforzado", 1ª. Edición, México D.F., año 1987, Editorial Limusa.
12. R. M. Schuster, "Composite Steel Deck Concrete Floor Systems", J. Struct. Div. ASCE, vol. 102, No. ST5, 1976.
13. Z. S. Makowski, "Estructuras Espaciales de Acero", 2ª. Edición, Barcelona España, Editorial Gustavo Gili, S. A.
14. RCDF - 2004. Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, 2004.

15. NTC-2004. Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, 2004.
16. American Concrete Institute, 1995.
17. COMBAT (Comprehensive Building Analysis Tool), 1983, Computech Engineering Services, Inc., Berkeley, California, U. S. A.