UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"EL SEGURO EDUCACIONAL: UNA APLICACIÓN AL SEGURO DE VIDA"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I A

P R E S E N T A :

NAHIELY CANSECO RODRÍGUEZ

DIRECTOR DE TESIS: ACT. MAXIMINO GÓMEZ MENDOZA

2004

VNIVERSDAD NACIONAL AVTONOMA DE MEXICO

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"El Seguro Educacional: una aplicación al Seguro de Vida"

realizado por Canseco Rodríguez Nahiely

con número de cuenta 09433073-7 , quien cubrió los créditos de la carrera de:
Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	Act. Maximino Gómez Mendoza	Gómez
Propietario	Dra. María Cristina Gutiérrez Delgado	
Propietario	Act. Pedro Aguilar Beltrán	
Suplente	Act. María Gloria Castilleja Leyva	Castilleja
Suplente	Act. Felipe Zamora Ramos	

Consejo Departamental de Matemáticas

Act. Jaime Vázquez Alamilla

FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL
DE
MATEMATICAS

En la vida no es importante ser, tener ni parecer;
lo importante es hacer, construir y desarrollar.

-Adolpho Bloch-

Agradecimientos

Un agradecimiento especial:

A Jorge Avendaño, por ser una persona excepcional y sencilla que siempre me motivó a ser mejor, por toda tu paciencia, confianza y por el tiempo dedicado a contribuir enormemente al desarrollo de este trabajo. ¡Mil Gracias!

A mis padres y a mi hermano por todo el apoyo incondicional que me han brindado durante todos estos años

A mi director de tesis y a los miembros del jurado que revisaron este trabajo, gracias por su tiempo y por sus contribuciones.

A todos los profesores de la facultad por contribuir a mi desarrollo profesional.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por ser mi segunda casa durante todos estos años.

A todos mis amigos y compañeros que siempre me apoyaron y creyeron en mi.

Gracias a todas las personas que ayudaron a la realización de este trabajo.

Dedicatorias

A MI FAMILIA:

A mi mamá:

Por ser ese ser tan maravilloso y divino que me enseñó que con amor, entrega, esfuerzo y sacrificio, los sueños se cumplen y que nada es imposible.
Por desvivirte cada día, por las noches de desvelo y por hacer de mi un ser humano de bien.
TE ADORO

A mi papá:

Por enseñarme a valerme por mi misma, por tus consejos y por todo tu apoyo

A mi hermano Raúl:

Por ser parte fundamental en mi vida, y por haber compartido una infancia tan maravillosa

A mis abuelos:

Por darme a los padres tan geniales que tengo

LOS AMO

A Jorge Avendaño:

Por todos tus consejos que me han ayudado a crecer y a creer.Eres único.

A Rosa Eugenia Martínez y a Rosa Ma. Casas:

Por todo el apoyo incondicional y por sus sabios consejos.
Las quiero mucho.

A todos mis amigos:

> *Aurora, Martha, Tere, Karina, Nasheli, Paty, Monce, Elda, Alberto, Emilio, José, Paco, Israel, Víctor, Manolo y Jorge.*

Por todos esos momentos tan especiales y mágicos que hemos vivido juntos.Por estar ahí, siempre, en todo momento, por ayudarme a levantar en los momentos más difíciles, por sus consejos, por creer en mi, pero sobre todo por su MARAVILLOSA AMISTAD los quiero muchísimo.

Índice

Introducción

Las grandes empresas e instituciones en México contratan cada vez con mayor frecuencia, coberturas contra posibles riesgos que pueden convertirse en una merma de ingresos tanto a nivel empresarial como institucional.

A este mercado se han unido las familias. Los Seguros de Vida que cubren el fallecimiento del contribuyente al gasto familiar, son contratados sólo por protección, ya que no se espera su fallecimiento inmediato. Sin embargo, muchos de estos seguros no se adquieren debido a que son costosos.

El costo del Seguro de Vida depende, en cada caso, de dos factores. Por un lado, el factor inherente al sistema que la aseguradora considere necesario emplear para cubrir el riesgo propuesto. Por otro lado, el factor vinculado con el nivel de necesidad, interés y posibilidad financiera de la familia interesada en contratar el seguro que cubra el riesgo propuesto.

Coberturas relativamente nuevas, han dado origen a nuevos segmentos de mercados para el sector asegurador.

Surge así, entre otros, el Seguro Educacional, una opción para la familia ante el riesgo de la cesación o menoscabo del ingreso familiar. Con este seguro se garantiza a un hijo la educación a nivel superior, cuyo costo puede ser elevado.

En este tipo de seguro se contrata una suma asegurada que sea suficiente para cubrir el monto total de las colegiaturas requeridas para una universidad privada. Por ejemplo, si un padre de familia quisiera que su hijo cursara una carrera universitaria con duración de cinco años en el Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), cuyo costo esta aproximadamente en 51,591 pesos el semestre [1], entonces, el monto total que el padre tendría que pagar es de 515,910 pesos. Para este ejemplo la suma asegurada sería por esta cantidad y si el padre quisiera que, aparte de cubrir las colegiaturas también el hijo tenga ayuda para libros, la suma asegurada aumentaría. Nótese que para efectos de este trabajo la suma asegurada se manejará en dólares americanos (USD) para garantizar que ésta no pierda su valor adquisitivo con el transcurso del tiempo. Este hecho hace que el pago de primas sea en USD o su equivalente en pesos y, por consiguiente, aumente o disminuya según el tipo de cambio.

Además, si el padre tiene que realizar pagos anuales o mensuales durante un período en el que puede llegar a fallecer o sufrir algún accidente que le impida seguir trabajando y deje de percibir un salario, entonces éste ya no podría continuar pagando el seguro. Con el pago de una prima adicional, el seguro puede exentar al padre de los pagos faltantes cuando ocurra el fallecimiento o la invalidez.

También puede el padre de familia contratar otras coberturas, como ayuda de manutención a la familia para garantizar la tranquilidad de ésta y que el hijo pueda llegar a la universidad, pero esto implicaría un gasto mayor. Para fines de este trabajo, sólo se manejarán las coberturas del pago de suma asegurada y exención de pago de primas por fallecimiento o invalidez total y permanente, con lo cual se cubre el objetivo principal del Seguro Educacional.

[1] Fuente: Encuesta del periódico Reforma en su emisión del 30 de mayo del 2004

Regresando al ejemplo anterior, si el padre contratara el seguro en cuestión con un plazo de 8 años y una suma asegurada de 60,000 USD, entonces el costo del seguro sería de 595 USD mensuales o, lo que sería su equivalente en pesos de 6,792 aproximadamente, tomando el tipo de cambio a 11.40 pesos. Además existiría un pago único de 405 USD. ó 4,617 pesos que garantice el pago de las primas restantes en caso de muerte o invalidez total y permanente del padre. Dichos pagos garantizarían que al final del plazo, la compañía aseguradora proporcione la suma asegurada al menor en la forma de pago especificada en las cláusulas del contrato de acuerdo a lo solicitado por el padre.

Para profundizar en el tema, este trabajo presenta, en tres capítulos, los detalles relacionados con el Seguro Educacional, el cual resulta ser un ejemplo práctico de aplicación de las matemática actuariales, ya que el resultado de los cálculos requiere de un proceso actuarial teórico-práctico.

En el Capítulo I se da una breve historia acerca de la educación en México. Se define lo que es un Seguro Educacional, un Fideicomiso y un Financiamiento Educativo, esto con la finalidad de conocer las distintas alternativas que existen para garantizar la educación de un hijo, sin olvidar que el tema principal de este trabajo es presentar la aplicación de las matemáticas actuariales, tomando como ejemplo el Seguro Educacional.

En el Capítulo II se presentan los conceptos básicos y se dan las herramientas que son utilizadas para la elaboración del Seguro Educacional. Se expone el hecho que en éste tipo de seguro se puede aplicar una gran parte de los conocimientos actuariales, comenzando por lo relacionado con la tabla de mortalidad, la que por cuestiones legales se inicia a partir de edad 12. Para este tipo de seguros es necesario utilizar edades menores a 12, y tomando en consideración lo que la ley estipula para Seguros de Vida en menores de edad, se hace una interpolación de la tabla de mortalidad y se elabora una tabla de valores conmutados que, utilizados de manera adecuada, pueden facilitar mucho los cálculos de un seguro. Otras aplicaciones importantes que se presentan son el concepto de probabilidades conjuntas y la aplicación de modelos de decrementos múltiples que indican la probabilidad de salida de una persona en un grupo por distintos motivos como pueden ser: muerte, invalidez, enfermedad o jubilación, entre otras.

Es vital mencionar que esta tesis no propone un nuevo tipo de seguro. Además el método de cálculo presentado para éste seguro no es único, ya que existen distintas maneras y distintos enfoques para realizarlo. Por ejemplo, en este trabajo se muestra un seguro con cobertura básica que incluye la exención de pago de primas en caso de que el padre fallezca antes de cumplirse el plazo del seguro. Dicha exención, que podría ser una cobertura adicional para una compañía, para fines de este trabajo se integró a los cálculos básicos del seguro.

Además, en este trabajo el plan se plantea en USD para poder hacer que sea congruente con los cambios inflacionarios del país y asegurar de alguna forma el rendimiento del capital invertido. Sin embargo, bien se pudo haber elegido otra alternativa como anexar el seguro a la inflación o manejarlo en UDIS.

Finalmente, en el Capítulo III, se presenta la elaboración de la Nota Técnica del Seguro Educacional. La Nota Técnica esta hecha con conceptos y herramientas actuariales, como es el uso de un Asset Share, dividendos, valores garantizados, caducidad y gastos, que son importantes para medir la rentabilidad de una compañía de seguros.

De esta manera se trata de mostrar un enfoque amplio de todo lo que se puede aplicar con las matemáticas actuariales del seguro. Al mismo tiempo, se da a conocer un tipo de seguro que poco a poco comienza a manejarse en el mercado asegurador mexicano pero que muchas personas, ajenas a la materia, no saben que existe y que puede ser de mucha utilidad para garantizar la educación universitaria de un hijo.

Objetivo

Los estudiosos de la Actuaría han aplicado con precisión, para el desarrollo de los seguros, la definición de Actuario. Dicha definición especifica que un Actuario es: "El profesional que analiza riesgos y cuantifica las consecuencias financieras, sociales, económicas y políticas de un evento a través de la construcción y aplicación de modelos, empleando sus conocimientos fundamentales de matemáticas, probabilidad, estadística y finanzas". [2]

Con base en ello, el objetivo de este estudio es presentar un caso práctico del uso de las probabilidades y estadísticas, así como la aplicación de la técnica actuarial que es parte de la formación profesional de un Actuario.

Se ha tomado como base, para estos efectos, el Seguro Educacional, el cual es un tipo de seguro que ha ido ganando participación en el sector asegurador mexicano debido al interés de los padres por asegurar a sus hijos una carrera universitaria y cuya demanda se ha incrementado por el rápido crecimiento poblacional de jóvenes en el país, y proporcionarles, con base en el Seguro Educacional, una mejor preparación para su futuro. Por otra parte, en muchas ocasiones, la educación se cursa en instituciones privadas, cuyos costos son elevados y ello hace que los padres quieran asegurar un patrimonio a sus hijos que les haga posible la continuidad de su educación, que de otra manera se vería amenazada ante una situación económica difícil.

[2] Definición elaborada por el comite técnico Actuarial del CENEVAL.2000

Al mismo tiempo, se presentan los cálculos de primas, reservas, valores garantizados y una Nota Técnica. Estos cálculos muestran como las matemáticas actuariales pueden ser aplicadas a fenómenos financieros, sociales, económicos y políticos para resolver problemas que se presenten, como es el de este caso donde se plantea la necesidad de poder alcanzar una educación superior y tener de esta manera una mejor preparación para el desarrollo profesional de los hijos.

Capítulo 1

Antecedentes

1.1 Introducción

El objetivo de este capítulo es proporcionar al lector una idea básica del desarrollo de la educación en México y cómo ésta ha ido interesando a las compañías aseguradoras, las cuales han buscado la manera de relacionar a la educación con los seguros de vida para crear así un producto nuevo conocido como: "Seguro Educacional". En este capítulo se darán tanto las definiciones de Seguro Educacional, Fideicomiso y Fondo Educativo para tener una idea más general de cómo es que se pueden aplicar las matemáticas actuariales del Seguro de Vida para satisfacer las necesidades de la población, que en este caso se resumen en garantizar una educación superior al menor asegurado.

1.2 Breve historia de la educación en México

La educación en México[1] se ha desarrollado a lo largo de diferentes etapas históricas del país. Por ejemplo, en el tiempo de los aztecas, la educación dependía de la clase social. Había dos tipos de escuelas, el Calmecac y el Tepochcalli. En el Calmecac asistían sacerdotes y nobles quienes es-

[1] http://jvseguros.tripod.com

tudiaban religión historia y lo necesario para gobernar [2]. En cambio, el Tepochcalli era para el pueblo y ahí se aprendían artes y oficios.

En la época de la Colonia, el clero era el encargado de la educación y en el año de 1553 se fundó la Real y Pontificia Universidad de la Nueva España, la cual fue abierta con maestros ilustres como fray Pedro de la Peña, los doctores Melgarejo, Cervantes, Salazar y Bustamante. A esta institución sólo tenían acceso los criollos y los mestizos.

Sin embargo, en 1833 la enseñanza se independiza del clero para quedar a cargo del Estado, es así como la Pontificia Universidad de México es suprimida y en su lugar se crearon distintos lugares de enseñanza superior.

Treinta y cuatro años después, en 1864, el presidente Benito Juárez promulgó la ley en la que la enseñanza se unificaba, es declarada gratuita y obligatoria aunque sólo a nivel básico. Es así como se inicia en México la construcción de un sistema educativo, en el cual, todo mexicano tiene derecho a la educación primaria y, junto con ello, la oportunidad de aprender a leer y a escribir sin importar la clase social o la religión a la que pertenezca. Años mas tarde, nace el concepto de educación media superior y es cuando se funda la Escuela Nacional Preparatoria (ENP), la cual marcó el gran avance de la educación en México. Sin embargo, este tipo de educación, por no ser obligatoria, y por surgir con el objetivo de formar a quienes pretendieran continuar con sus estudios para ser profesionistas, e ingresar de esta forma a la educación superior, quedó limitada a una pequeña parte de la población.

Por otro lado, para los que no tenían la intención de ser profesionistas, no se consideró necesaria más educación que la primaria y, en algunos casos, la adquisición de un oficio. Es por este motivo que se dieron importantes debates, ya que en la educación media superior se centraron muchas de las acciones culturales y se concentró una parte importante de la intelectualidad,

[2]Daily life of the Aztecs, (2002),Soustelle Jacques, Phoenix Press, U.K.

quizá por la ausencia de una universidad o en sustitución de ella. Por ello, en abril de 1910 se reestablece la Universidad Nacional de México, cuando el maestro Justo Sierra presenta la ley Constitutiva de la Escuela Nacional de Altos Estudios. Tiempo después, la Escuela Nacional formaría parte de la Universidad Nacional, la cual, a su vez obtendría su autonomía en 1933 y se consolida así como la Universidad Nacional Autónoma de México.

Pero, al ser fundada la ENP y la Universidad Nacional de México, surgió la duda respecto a lo que la educación media superior significaba. Se buscaba ampliar los beneficios de la educación a todos, y no sólo en el sentido del individuo que recibe educación, sino también orientarla para que redundase en un beneficio social general. De ahí nace la idea de que se requería alguna forma de educación media básica, posterior a la primaria, que no estuviera orientada a la preparación para los estudios profesionales, sino más bien como una continuación de la preparación general de la primaria y una introducción al aprendizaje de algún oficio. Para cristalizar dicha idea se fundó en 1925 la escuela secundaria, que aunque no se pensó en hacerla obligatoria; estaba diseñada para las clases medias. Aún antes de fundado el sistema de enseñanza media básica basado en la secundaria, se entró en fuertes controversias con la enseñanza media superior y lo que ella representaba, al grado de que en varias ocasiones se intentó separarla de la educación profesional para reorientarla en el sentido dado a la secundaria, pero prevaleció la educación media superior estrictamente ligada a la profesional.

En cuanto a la educación superior, el concepto de escuela profesional relacionada a los gremios continuó. Sin embargo, hubo grandes polémicas sobre la orientación de este nivel educativo y sobre la misión de la educación superior pública. Las polémicas se centraron entre las tendencias enfocadas en el ejercicio profesional liberal del individuo y las tendencias a ver en la educación superior una acción consciente y orgánica para la transformación de la sociedad, así como para la atención a requerimientos específicos de la producción y los servicios.

Esta polémica se dio en torno a las posiciones de los gobiernos post-revolucionarios ante la educación superior y la forma como ésta reaccionó frente a las tendencias educativas de la post-revolución. La discusión llevó a la fundación del Instituto Politécnico Nacional (IPN) el 21 de Mayo de 1936 bajo la dirección del Profesor Roberto Medellín Ostos. Es importante señalar que al fundarse el IPN no se pensó en partir de la enseñanza media básica, esto es en la secundaria, por lo que se creó un sistema de enseñanza media superior, parecido al de la ENP. Este nuevo sistema dio origen a las escuelas vocacionales, en las cuales se da la opción de tener una educación que prepare a los alumnos a su ingreso a la educación superior, al mismo tiempo se puede aprender una carrera técnica.

Es así como en la modernidad, la educación es presentada como el derecho que tiene cualquier persona, independientemente de su estatus social, a obtener las herramientas indispensables para forjarse un porvenir, adquirir conocimientos y promover iguales condiciones para competir en la vida laboral y cotidiana.

En los últimos cincuenta años se ha consolidado el sistema educativo, pero también un gran abandono de la educación como eje del desarrollo nacional y una doble tendencia hacia la burocratización de la escuela y la estratificación social en ella.

En la educación básica el reto de llegar a dar educación a todos los niños, establecido por Juárez, se tradujo en una política de alcances más cuantitativos que cualitativos. Se abandonó la educación como motor del cambio social y se llegó a un cumplimiento burocrático de la tarea de impartir educación primaria para todos. Esto, aunado al rápido crecimiento de la población, a la falta de interés y de apoyo, produjo el nacimiento de la privatización del sistema educativo, así como una fuerte pérdida de calidad en la escuela pública, la cual dejó de ser el centro de referencia social y político que había alcanzado en las décadas de 1930 y 1940.

La expansión de la educación en instituciones privadas, ha sido significativa y hoy es notorio que los hijos de las clases medias evitan la educación pública, provocando así un fenómeno de clase. La educación pública es un sinónimo de educación para pobres, ya que quien tiene la posibilidad económica, prefiere la educación en instituciones privadas, cuyo costo es alto. Por otro lado, la escuela secundaria pública está sufriendo un fenómeno similar al de la primaria: se burocratiza y pierde calidad, lo que provoca que se establezcan un gran número de escuelas secundarias privadas. Lo mismo está sucediendo con la educación media superior y superior, ya que en estos tiempos de modernidad, cambio y globalización, se requiere de gente preparada, pero el número de escuelas públicas de enseñanza media superior y superior no es suficiente para la gente que demanda este tipo de estudios. La falta de espacio en las instituciones públicas provoca que los interesados en continuar con una carrera profesional busquen otras alternativas como las brindadas en instituciones privadas.

Es innegable que hoy en día el costo de la educación superior es elevado, aún tratándose de la educación impartida en instituciones públicas. Este hecho se debe a que los gastos de manutención y estudio de un universitario que decide dedicarse exclusivamente a su carrera, pueden ser altos. Además tratándose de universidades privadas, los gastos son mayores. De ahí nace la idea de buscar alternativas para poder acceder a una educación superior, surgiendo así los Seguros Educacionales. Estos seguros son una buena opción para solucionar el problema financiero, permitiendo que los profesionistas de las próximas generaciones tengan una buena formación para que en un futuro cercano la sociedad mexicana participe como igual en un mundo globalizado.

1.3 Seguro Educacional.

Para proporcionar a los hijos educación superior en instituciones privadas muchas familias pagan las colegiaturas únicamente de los ingresos mensuales familiares[3].Este hecho podría resultar costoso y hasta provocar un desequilibrio económico familiar insostenible. Dicho gasto expondría a las familias a optar contra su voluntad, por cesar el pago de colegiaturas y, en consecuencia, descontinuar la educación de sus hijos en instituciones privadas.

Afortunadamente existen alternativas para minimizar el riesgo de que ocurra la situación anterior. Una alternativa es el contrato de un fideicomiso o conseguir un financiamiento, el cual, esta condicionado a que el aspirante este respaldado por un aval que sea dueño de un bien inmueble o, cuando el monto del crédito lo permita, de un automóvil. Sin embargo, la mejor opción sería prevenir con anticipación la acumulación de un fondo para la educación de cada hijo. Es decir, desde que el hijo o hijos son pequeños, destinar una parte del salario que no afecte la economía de la familia, para crear una cantidad, la cual invertida de una manera adecuada, sea suficiente para hacer frente a los pagos de las colegiaturas de la universidad llegado el momento. De esta manera, el gasto sería menos pesado y afectaría menos la situación económica de la familia. Además, es importante considerar que existe la posibilidad de que los padres pudieran fallecer o quedar imposibilitados para trabajar, impidiendo así que los hijos puedan seguir con su educación.

Por anterior, las instituciones de seguros desde hace 14 años, promocionaron en el mercado los Seguros Educacionales, los cuales, no requieren de tantas condiciones y comisiones altas como en un fedeicomiso o financiamiento. Por sus características, los Seguros Educacionales ofrecen una mejor alternativa para garantizar una educación superior, como se expondrá a continuación.

[3]Revista Proteja,num.**,vol.**,año **

¿Qué es un seguro educacional?

Hoy en día, las compañías aseguradoras mexicanas se han preocupado por crear nuevos productos que satisfagan las necesidades de la sociedad. Entre éstos nuevos productos existe uno que garantiza la tranquilidad de todo padre de familia respecto a darle educación a sus hijos. Este producto, llamado Seguro Educacional, tiene dos modalidades:

Seguro Educacional Colectivo.

Esta modalidad es ofrecida por muchos colegios particulares con el objetivo de que el alumno pueda terminar sus estudios en la misma institución si fallece el principal sostén de la familia [4].

Seguro Educacional Individual.

En esta modalidad, el objetivo principal es solventar los costos de la educación a futuro de un hijo. Los Seguros Educacionales son generalmente contratados en una compañía aseguradora por el padre, abuelo o familiar cercano del niño cuya educación quiere garantizarse. Este tipo de seguro permite constituir un fondo para hacer frente al tipo de educación que se desee, ya sea universidad pública o privada, estipulando un monto suficiente para solventar los gastos relacionados con la educación como son: colegiaturas, libros, estadía en el exterior, material necesario, etc. Generalmente, este tipo de seguro está compuesto por dos planes a contratar: un Seguro Dotal y un Seguro Temporal. El Seguro Dotal cubre al menor por supervivencia y garantiza el pago de la suma asegurada acordada al momento de que éste llegue a sus estudios universitarios. El Seguro Dotal también puede cubrir al menor por muerte apegándose a la Ley Sobre el Contrato del Seguro en su artículo 157 [5]. El Seguro Temporal, cubre al padre o

[4] Este tipo de seguro no se desarrollará en el presente trabajo.

[5] Art. 157 de la LSCS:" El contrato de seguro para el caso de muerte sobre la persona de un menor de edad que no haya cumplido los doce años, o sobre de una sujeta a

tutor en caso de fallecimiento y deja protegido al menor. La mayoría de las compañías aseguradoras ofrecen la cobertura adicional de Exención de Pago de Primas por Muerte o Invalidez Total y Permanente (BEFI) del padre o tutor, la cual garantiza que el menor podrá recibir la suma asegurada estipulada en el contrato sin más pago de primas, esto con un costo adicional. Sin embargo, para efectos del presente trabajo, dicha cobertura formará parte de la cobertura básica del contrato, para cumplir con el objetivo deseado que es garantizar la educación del menor asegurado.

Cabe recalcar que los seguros educacionales permiten hacer un gran número de combinaciones al contratar distintos tipos de coberturas adicionales. Sin embargo, el presente trabajo sólo se enfocará al objetivo principal.

Finalmente, es importante resaltar que el seguro educacional fomenta lo siguiente:

1. *Ahorro.* Es lo que debe de dejar de gastar la familia para el logro de una meta (en este caso para el pago de las primas destinadas al seguro)

2. *Seguro.* Es la parte que reduce el riesgo de que no se cumpla dicha meta. Cubre los eventos que impedirían que los padres reúnan los fondos necesarios, en este caso el fallecimiento o la invalidez total y permanente.

3. *Inversión.* El fondo que se va acumulando debe estar bien invertido para que con el paso del tiempo se incremente y no pierda su valor adquisitivo.

---

interdicción, es nulo. La empresa aseguradora estará obligada a restituir las primas, pero tendrá derecho a los gastos si procedió de buena fe.En los seguros de supervivencia sobre las personas a las que se refiere este artículo, podrá pactarse la devolución de las primas para el caso de muerte"

El Seguro Educacional constituye el compromiso de la aseguradora de ofrecer un rendimiento anual fijo desde el momento de su contratación. Por lo anterior es crucial seleccionar el monto, la moneda, así como los ajustes de sumas aseguradas y primas del seguro. Dicha selección siempre debe considerar que una suma asegurada fija en pesos suficiente hoy para pagar el costo de la universidad deseada, será insuficiente dentro de 10 o 15 años, debido a que tradicionalmente la educación ha incrementado sus costos. Es por eso que una buena alternativa sería contratar un seguro educacional con suma asegurada en pesos, la cual se ajuste a la inflación, en UDIS o en USD. El inconveniente de dicho ajuste es que las primas crecerán de acuerdo a la inflación o al tipo de cambio.

1.4 Fideicomiso

De acuerdo con el Derecho Romano, que da origen el fideicomiso,[6] algunas personas, tales como las mujeres, no tenían la facultad de poder heredar bienes. Desde aquella época se desarrolló una figura legal, con el fin de que el testador pudiera llevar a cabo su voluntad. Esta figura es el Fideicommisum, en el cual se podía establecer que una vez cumplidos los fines para los que fue establecido, puedan ser entregados los bienes al beneficiario. Un aspecto muy relevante en el caso de los fideicomisos es la confianza, ya que en sus inicios, la persona que adquiría los derechos de administrador por esta vía, podía usar los bienes para su propio provecho e incluso enajenarlos. Este tipo de fideicomiso se caracterizaba porque la transmisión de bienes se hacía una vez que su propietario había muerto, por lo que viene a constituirse en un fideicomiso testamentario. Posteriormente, apareció la transmisión de bienes entre vivos.

La palabra Fideicomiso se deriva de dos palabras latinas "*fides*" que significa fe y "*comissum*", con el sentido de comisión o encargo. Etimológicamente quiere decir un encargo o encomienda que se le hace a

[6] www.notariaocho.com

alguien, porque le tenemos confianza. Por lo que el fideicomiso puede definirse como el negocio jurídico en virtud del cual una persona llamada "fideicomitente" transfiere a título de confianza, a otra persona denominada "fiduciario", uno o más bienes para que al vencimiento de un plazo o al cumplimiento de una condición, éste transmita la finalidad o el resultado establecido por el primero, a su favor o a favor de un tercero llamado "beneficiario o fideicomisario".

Los tres elementos básicos y fundamentales que intervienen en un fideicomiso son:

- Fideicomitente
- Fideicomisario
- Fiduciario

Y la manera en que funciona es la siguiente:

- **Fuente**. Puede ser constituido por contrato o testamento.
- **Plazo o condición.** El plazo no puede ser superior a 30 años, salvo que el beneficiario estuviese incapacitado, en cuyo caso puede durar hasta su muerte o hasta la cesación de su incapacidad.
- **Fiduciante o Fideicomitente.** Es quien constituye el fideicomiso, transmitiendo la propiedad del bien o de los bienes al fiduciario, para que cumpla la finalidad específica del fideicomiso.
- **Fiduciario.**En general pueden ser personas físicas o jurídicas, públicas o privadas, nacionales o extranjeras, cuyo fin es administrar los bienes y de esta manera alcanzar los fines que persiguió el fideicomitente al realizar el contrato de fideicomiso.
- **Fideicomisario.**Conocido también como beneficiario, es quien recibe los bienes fideicomitidos una vez extinguido el fideicomiso por cumplimiento del plazo o la condición. Puede ser una persona física o

jurídica diferente al Fideicomitente o puede ser el mismo. Es normal que el fideicomisario exista en el momento de realizarse el contrato. Pero por lo general, lo que se hace es que se condiciona a que dichas personas estén al menos concebidas en el momento en que se realiza el contrato. En el contrato de fideicomiso no necesariamente deben de participar tres personas, ya que podría realizarse solamente con dos. Un caso es cuando el Fideicomitente y el fiduciario sean la misma persona o bien podría presentarse cuando el fideicomisario aún no haya nacido.

- **Patrimonio separado.**Esta es una de las características más salientes de la ley del fideicomiso. Los bienes objeto del fideicomiso forman un patrimonio separado, tanto del patrimonio del fiduciante, del fiduciario e inclusive de la otra parte (fideicomisario). Esta regla tiene importantísimos efectos porque protege a los bienes fideicomitidos de la eventual acción de los acreedores de fideicomitente, fiduciario u otras partes, incluso en caso de quiebra, o incapacidad de ellos. Los bienes fideicomitidos sólo responderán por las deudas contraídas por el fiduciario dentro de sus facultades y por las cargas propias de tales bienes.

- **Facultades del fiduciario.**El fiduciario tendrá los derechos de administración, disposición y gravamen de los bienes fideicomitidos, con las limitaciones que surjan del contrato o testamento.

Objeto del contrato de Fideicomiso

- Pueden ser objeto de fideicomiso todos los bienes y derecho, excepto aquellos que no son sujeto de enajenación.

- El fideicomiso debe crearse con el fin de cumplir con un fin específico.

- Los bienes fideicomitidos, una vez establecido el contrato, pasan a ser un patrimonio autónomo a nombre del fideicomiso, es decir, deben de mantenerse separados tanto de los bienes del fiduciario como de los bienes de otros fideicomisos. Esto opera tanto en la parte física como en la parte contable. Por ejemplo, si el fiduciario fuera un intermediario financiero, y el bien entregado fuera una cartera de crédito, el fiduciario está obligado a mantener separadas y fácilmente identificables las garantías de esa cartera recibida que de la suya propia. También debe mantener una contabilidad aparte para el fideicomiso, así como cuentas corrientes por separado. Así que en caso de que existiera quiebra, administración por intervención judicial o intervención de la entidad fiduciaria, los bienes fideicomitidos no son considerados como parte de los bienes del fiduciario. Por lo anterior, si llegara a existir incapacidad de la entidad para seguir administrando esos bienes, lo que procedería sería sustituir al fiduciario, pero no disponer de los bienes. Además cuando el fideicomitente traslada sus bienes a un fideicomiso, estos dejan de ser de su propiedad para formar un patrimonio autónomo. Por tanto, no podrán ser perseguidos por sus acreedores, excepto los de aquellos fideicomisos que fueron creados en fraude de acreedores.

- El fiduciario debe guardar las precauciones del caso, buscando obtener las condiciones más seguras de inversión y rendimiento de los recursos fideicomitidos.

Modalidades del Fideicomiso

Entre las modalidades más importantes en el ámbito empresarial, financiero y de negocios, se encuentran los siguientes tipos de fideicomisos:

- Fideicomisos de Administración. Los bienes son entregados a una institución fiduciaria, encargándole que los administre y los entregue posteriormente.

- Fideicomiso Testamentario. El fideicomitente instruye a la fiduciaria, normalmente a un banco, que a su muerte entregue dichos bienes a sus hijos o cualquier otro pariente designado como fideicomisario.

- Fideicomiso de Garantía. El fiduciario recibe alguna mercancía, la cual debe conservar, como garantía de que el fideicomitente le pagará un préstamo a algún acreedor que tenga. El fideicomitente, en este contrato, le encomendará, al fiduciario que, en caso de que no pague en cierto tiempo, el fiduciario venda la mercancía y le pague a dicho acreedor. En esta situación el fideicomisario es el acreedor.

- Fideicomiso de Inversión. Se da cuando un grupo de inversionistas aportan dinero a una institución para que después dicha institución se encargue de invertirlo y hacerlo crecer.

- Fideicomiso Financiero. Es aquel contrato de fideicomiso en el cual el fiduciario es una entidad financiera o una sociedad especialmente autorizada por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores para actuar como fiduciario financiero. Es importante mencionar que las únicas instituciones que pueden ser fiduciarias en los contratos de fideicomiso son las instituciones de crédito, de seguros [7], de fianzas, casas de bolsa, las sociedades financieras de objeto limitado, los almacenes generales de depósito sólo tratándose de fideicomiso de garantía y el Patronato del Ahorro Nacional.

Importancia del Fideicomiso

Actualmente existen en México una gran cantidad de fideicomisos privados, dirigidos a aquellas personas cuyo fin sea constituir, a través de un ahorro sistemático mensual, un fondo que les ayude a cubrir parcial o totalmente los costos de la educación de sus hijos. Dichos fondos son invertidos en dólares, UDIS o en una cartera de inversión especialmente estructurada para poder combatir la inflación educativa y disminuir de esta manera el costo a largo plazo. Es por eso que un fedeicomiso puede ser una alternativa para apoyar a los menores que deseen continuar sus estudios universitarios,

[7] La facultad de las instituciones de seguros para fungir como fiduciaria se encuentra establecida en los Artículos 34 fracción IV y 35 fracción XVI bis de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros.

pero que al igual que en el seguro educacional, es necesario fomentar el ahorro.

1.5 Financiamiento Educativo

Los financiamientos educativos [8] nacieron a raíz del rápido crecimiento poblacional y la demanda de estudiantes por continuar sus estudios universitarios. Los financiamientos están enfocados a cubrir el costo de la educación profesional de todos aquellos aspirantes que, habiendo sido aceptados por alguna universidad, carecieran de los recursos necesarios para cubrir el monto de las cuotas requeridas. Los financiamientos ofrecen un crédito, con el cual, las cuotas sean cubiertas para poder cursar y concluir su carrera de licenciatura. Un financiamiento educativo es un préstamo, que se paga en el tiempo estipulado por la universidad quien lo otorga una vez que el estudiante concluye sus estudios superiores. El egresado deberá pagar mensualmente una parte del capital y los intereses originados en el mes. Este nuevo tipo de financiamientos es de gran utilidad para aquel sector de la población que desea seguir con sus estudios pero que no cuenta con los recursos económicos en ese momento. Sin embargo, esta alternativa condiciona al alumno a contar con algún aval que tenga alguna propiedad, y no se da para cualquier carrera universitaria, tan sólo para aquellas en las que hay mayor mercado de trabajo, esto con el fin de garantizar el pago del crédito.

[8] www.ctera.org

1.6 Seguro Educacional, Fideicomiso y Financiamiento Educativo

En estos tiempos de cambio y globalización en que se buscan nuevas alternativas para poder alcanzar una educación profesional, han surgido diferentes modalidades para lograr este objetivo. Las modalidade mas importantes son los seguros educacionales, los fideicomisos y los financiamientos educativos, mencionados anteriormente. Sin embargo, la mejor opción, desde un punto de vista actuarial, son los seguros educacionales, ya que estos, al igual que los fideicomisos, fomentan el ahorro y a la inversión, cosa que no sucede con un financiamiento. Además, toman en cuenta la probabilidad de que el padre o tutor fallezca o se invalide antes de poder juntar la cantidad deseada para cubrir los costos de la universidad, y solucionan este problema con un seguro temporal, garantizando así el monto deseado al final del período. Otra ventaja de contratar un seguro educacional es que no se tienen que pagar comisiones tan altas para invertir adecuadamente el dinero destinado a la educación y garantizar así el valor adquisitivo del dinero invertido para el futuro, cosa que si sucede con un fideicomiso. Por otro lado, en un seguro educacional, las compañías pueden brindar dividendos a sus asegurados o crear fondos que pueden ser entregados al final del período aparte del monto contratado. Finalmente, a diferencia de los financiamientos educativos, el seguro educacional no condiciona el tipo de carrera que el menor decida estudiar, no pide avales, ni cobra intereses. Pero siempre es bueno tener varias alternativas y escoger la que mas se adecue a las necesidades del interesado.

Capítulo 2

Bases Teóricas

2.1 Introducción

Al adquirir un Seguro Educacional, el comprador está principalmente interesado en la cantidad que va a pagar y lo que la compañía aseguradora ofrece a cambio. En ambos casos, se depende de lo indicado en la póliza contratada. Sin embargo, para poder hacer el cálculo del costo del seguro, es necesario elaborar una Nota Técnica y tener conocimiento de las definiciones más comúnmente usadas en el Seguro de Vida. Por tal motivo, este capítulo esta enfocado en dar las herramientas básicas necesarias para crear el Seguro Educacional, desde las distintas modalidades de Seguros de Vida hasta la construcción de la prima de riesgo que cubre la exención de pago de primas por muerte o invalidez total y permanente del contratante.

2.2 Seguros de Vida a Prima Única

Las compañías de seguros, al ofrecer un producto de esta naturaleza, cobran una "única" cantidad suficiente para poder hacer frente a las obligaciones, los gastos administrativos y de adquisición del contrato emitido, así como para generar ganancias sin cobrar más primas en los años subsecuentes. Dicha cantidad se denomina como Prima Única. Sin embargo, el pago de esta prima es demasiado alto y debido a que el asegurador pretende ampliar su mercado, es necesario que busque la manera de facilitarle al asegurado el pago de esta única cantidad. Es por eso que el asegurador amortiza el pago de la prima y da al asegurado la opción de pagar en varias cesiones, ofreciendo así, al asegurado otros tipos de seguros.

2.3 Tipos de Seguros

En la actualidad existen distintos tipos de seguros, pero sólo se enunciarán los tres más básicos con los cuales se pueden hacer una gran combinación de seguros.

Seguros de Vida Entera o Vitalicios

Estos seguros proporcionan protección al asegurado para toda la vida y la póliza vence para su pago sólo en caso de que la persona asegurada fallezca. Dentro de los seguros de vida entera se encuentran los Planes Ordinarios de Vida y los Vida Pagos Limitados.

Seguro Ordinario de Vida. Las primas son constantes y se pagan mientras el asegurado esté con vida. Es como un tipo de ahorro donde el contratante puede pedir prestado sobre su póliza o retirarse del contrato cobrando el valor de rescate.

Seguro de Vida Pagos Limitados. Se estipula el pago de primas solamente durante un número específico de años. En este caso el pago de cada una de las primas es mayor que las pagadas en un Seguro Ordinario de Vida.

Seguros Temporales

En este tipo de planes la suma asegurada es pagadera sólo si la persona asegurada muere dentro del período establecido (Por lo común el plazo es de 1, 5, 10,15 ó 20 años), es decir, si el asegurado sobrevive al período no recibe nada ya que únicamente paga por la protección durante el plazo convenido. Sin embargo, esta forma de pago resulta muy cómoda para el sector de la población que necesite mayor protección a un menor costo, aun cuando dicha protección sea sólo temporal. Los planes de seguros temporales pueden ser: renovables a un año o a n años.

*Seguro Temporal Renovable a un año.*Es el que se emite por un período de un año y se renueva automáticamente

*Seguro Temporal Renovable a n años.*Se emite comúnmente por un período de 5, 10 ó 20 años y a edad alcanzada 55, 60 ó 65 y el pago de primas es constante durante el tiempo estipulado.

Seguros Dotales

Existen dos modalidades:

Seguro Dotal Puro. La compañía aseguradora promete el pago al asegurado en caso de supervivencia al término del tiempo contratado.

Seguro Dotal. Es un dotal puro, pero además, el asegurador se compromete a pagar también en caso de fallecimiento durante el período determinado, es por esta razón por lo que la póliza de un Seguro Dotal es más cara que el de los seguros anteriores.

De estos 4 tipos de seguros se pueden hacer una gran combinación de planes, como son los Seguros Educacionales.

2.4 Tablas de Mortalidad

Una parte esencial para la determinación de las primas de riesgo, de tarifa y de constitución de reservas matemáticas, son las Tablas de Mortalidad. Éstas son creadas por la experiencia estadística que muestra las probabilidades de supervivencia y fallecimiento, así como el número de personas que viven y mueren a cada edad, desde el nacimiento hasta su deceso. El rádix o edad inicial es normalmente cero, aunque en México por cuestiones legales, las Tablas de Mortalidad empleadas para los seguros antes mencionados inicia en edad 12. La edad terminal es aquélla en que la última persona de la población observada se supone que fallece.

Debido a que las Tablas de Mortalidad son un elemento indispensable de muchos modelos de la ciencia actuarial, es importante que el actuario de la compañía elija la tabla adecuada para el núcleo de personas que pretende asegurar.

Funciones elementales que forman la Tabla de Mortalidad

Rádix Es el número de personas que inician la experiencia estadística, por lo general, el rádix es de 10,000,000

l_x Número de personas que alcanzan exactamente una determinada edad indicada por el subíndice respectivo.Es importante notar que l_x es una función no creciente, ya que con el transcurso del tiempo, el grupo disminuye debido a las muertes acontecidas.

d_x Número de personas del grupo que mueren después de cumplir la edad x y antes de cumplir la edad $x+1$, es decir,

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

p_x Probabilidad que tiene una persona que acaba de cumplir la edad x, de vivir un año más, es decir, de llegar a la edad $x+1$.

q_x Probabilidad que tiene una persona que acaba de cumplir la edad x, de no vivir un año más, es decir, de no llegar a la edad $x+1$.

Las probabilidades de muerte y supervivencia pueden ser obtenidas directamente de las columnas l_x y de d_x en la tabla. Observe además que las siguientes relaciones están basadas en los conceptos elementales de probabilidad.

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad \Rightarrow \quad l_{x+1} = p_x * l_x$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

$$\therefore \qquad q_x = 1 - p_x$$

También se puede deducir que:

$$d_x = q_x * l_x$$

${}_n p_x$ Es la probabilidad de que una persona de edad x viva n años más.

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

${}_n q_x$ Es la probabilidad de que una persona de edad x no alcance la edad $x+n$.

$${}_n q_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

Nota: Cuando n = 1 entonces ${}_n p_x ={}_1 p_x = p_x$, es decir, el subíndice no se escribe. De igual forma para ${}_n q_x ={}_1 q_x = q_x$

2.5 Probabilidades de vida y muerte referentes a dos personas

Hasta el momento se han presentado las 4 funciones básicas que determinan las cuatro columnas elementales de una Tabla de Mortalidad. Sin embargo, sólo se ha referido a una persona. Ahora se definirán las probabilidades para dos personas. Estas probabilidades constituyen una aplicación muy útil para el desarrollo del seguro en sus diferentes tipos de modalidades.

Cuando se tienen seguros en los que se involucran a 2 o más personas, es importante analizar la probabilidad de que el grupo subsista íntegramente, es decir, que vivan todas las personas que lo componen.

Sea ${}_np_{x:\,y}$ la probabilidad de que dos personas de edad x y y, respectivamente, vivan al cabo de n años. Entonces se define lo siguiente:

$${}_np_{x:\,y} = {}_np_x * {}_np_y$$

Obsérvese que en este caso, el complemento de ${}_np_{x:\,y}$ es ${}_nq_{x:\,y}$, el cual denota la probabilidad de que al menos x o y no alcancen la edad $x+n$ o $y+n$, entonces:

$${}_nq_{x:\,y} = (1 - {}_np_x)\,{}_np_y +_n p_x\,(1 - {}_np_y) + (1 - {}_np_x)(1 - {}_np_y)$$

$$= {}_np_y - {}_np_{x:\,y} +_n p_x - {}_np_{x:\,y} + 1 - {}_np_y - {}_np_x +_n p_{x:\,y}$$

$$\therefore \quad {}_nq_{x:\,y} = 1 - {}_np_{x:\,y}$$

Definamos a ${}_nq_{\overline{xy}}$ como la probabilidad de que ni x ni y vivan o alcancen la edad $x+n$ y $y+n$ respectivamente. Por lo que tenemos:

$$ {}_nq_{\overline{xy}} = (1 - {}_np_x)(1 - {}_np_y) = 1 - ({}_np_x +_n p_y -_n p_{x:\,y}) $$

donde se entiende que ${}_nq_{\overline{xy}}$ es el complemento de ${}_np_{\overline{xy}}$ la cual es conocida como la probabilidad del *último sobreviviente del grupo.* En este caso, lo esencial es que por lo menos viva uno de sus componentes.

$$ {}_np_{\overline{xy}} = {}_np_x +_n p_y - {}_np_{x:\,y} $$

2.6 Valores Conmutados

Los valores conmutados facilitan el cálculo numérico de muchas funciones actuariales. Sin embargo, con la aparición de la tecnología de cómputo y el avance de la ciencia actuarial, los valores conmutados son cada día menos utilizados. No obstante, hoy en día , los valores conmutados siguen siendo usados por algunas compañías. En el desarrollo de este trabajo se utilizan para simplificar el cálculo de un seguro dotal.

Los valores conmutados referentes a la parte de sobrevivencia son los siguientes:

$$ D_x = V^x * l_x $$
$$ N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \ldots = \sum_{i=x}^{w-x} D_i $$
$$ S_x = N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \ldots = \sum_{i=x}^{w-x} N_i $$

donde $v = \dfrac{1}{(1+i)}$ es el factor de descuento del modelo clásico financiero.

Y los valores conmutados relacionados con la mortalidad son:

$$C_x = V^{x+1} * d_x$$

$$M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots = \sum_{i=x}^{w-x} C_i$$

$$R_x = M_x + M_{x+1} + M_{x+2} + \ldots = \sum_{i=x}^{w-x} M_i$$

2.7 Anualidades

Para que un seguro pueda ser adquirido, es necesario pagar una cierta cantidad de dinero, ya sea en una sola exhibición o en una serie de pagos iguales efectuados en intervalos de tiempo iguales. Dichos pagos se harán mientras el contratante esté con vida (recuerde que el contratante puede ser el mismo beneficiario o no).

Si tomamos en consideración que ${}_np_x$ es la probabilidad de que una persona de edad x sobreviva n-años y k es el pago que recibirá dentro de esos n-años si sigue vivo, entonces el valor presente de dicho pago esta dado por: $k * V^n *_n p_x$ donde V^n es el factor de interés descrito anteriormente. Ahora supongamos que el pago es de una unidad monetaria, es decir $k = 1$, esto con el fin de facilitar los cálculos y ${}_nE_x$ representa el valor presente del pago de las primas puras, entonces denotamos a:

$${}_nE_x = V^n * \frac{l_{x+n}}{l_x} = V^n *_n p_x$$

Este cálculo puede hacerse a partir de las Tablas de Mortalidad. Sin embargo, esta expresión puede ser reducida si multiplicamos por un término conveniente que equivalga a uno para utilizar los valores conmutados, por lo que nos queda:

$$ {}_nE_x = V^n * \frac{l_{x+n}}{l_x} * \frac{V^x}{V^x} = \frac{V^{x+n} * l_{x+n}}{V^x * l_x} = \frac{D_{x+n}}{D_x} $$

ya que

$$ D_x = V^x * l_x $$

2.7.1 Anualidad Vitalicia Vencida

Es una renta de $k = 1$ peso (para facilitar los cálculos), pagadera al final de cada año mientras viva el asegurado. La denotaremos como a_x, la cual puede ser expresada como la suma del valor presente de una serie de pagos de primas puras por $w - x$ años. w normalmente se utiliza para expresar la edad al final de la Tabla de Mortalidad. En términos actuariales tenemos:

$$ a_x = {}_1E_x + {}_2E_x + {}_3E_x + \ldots = \sum_{t=1}^{w-x} {}_tE_x $$

$$ = \sum_{t=1}^{w-x} V^t \, {}_tp_x = \sum_{t=1}^{w-x} \frac{V^t \, l_{x+t}}{l_x} = \sum_{t=1}^{w-x} \frac{V \, l_{x+1} + V^2 \, l_{x+2} + V^3 \, l_{x+3} + \ldots}{l_x} $$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$ a_x = \frac{V^{x+1} \, l_{x+1} + V^{x+2} \, l_{x+2} + V^{x+3} \, l_{x+3} + \ldots}{V^x \, l_x} = \frac{\sum_{t=1}^{w-x} V^{x+t} \, l_{x+t}}{V^x \, l_x} = \frac{\sum_{t=1}^{w-x} D_{x+t}}{D_x} $$

$$ \therefore \quad a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} $$

2.7.2 Anualidad Vitalicia Anticipada

Es una renta de 1 peso pagadera al principio de cada año, mientras el asegurado esté con vida, denotada como $\ddot{a}_x$

$$\ddot{a}_x \; ={}_0 E_x +{}_1 E_x +{}_2 E_x + \ldots = \sum_{t=0}^{w-x} {}_tE_x = \sum_{t=0}^{w-x} V^t \; {}_tp_x$$

$$= \sum_{t=0}^{w-x} \frac{V^t \, l_{x+t}}{l_x} = \frac{V^0 \, l_x + V^1 \, l_{x+1} + V^2 \, l_{x+2} + \ldots}{l_x}$$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$\ddot{a}_x \; = \frac{V^x \, l_x + V^{x+1} \, l_{x+1} + V^{x+2} \, l_{x+2} + \ldots}{V^x \, l_x} = \frac{\sum_{t=0}^{w-x} V^{x+t} \, l_{x+t}}{V^x \, l_x} = \frac{\sum_{t=0}^{w-x} D_{x+t}}{D_x}$$

$$\therefore \quad \ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

2.7.3 Anualidad Temporal Vencida

Es una renta de 1 peso pagadera al final de cada año durante n años.Ésta será denotada como $a_{x:\,\overline{n}|}$ y su expresión es la siguiente:

$$a_{x:\,\overline{n}} =_1 E_x +_2 E_x + \ldots +_n E_x = \sum_{t=1}^{n} {}_tE_x = \sum_{t=1}^{n} V^t \; {}_tp_x$$

$$= \sum_{t=1}^{n} \frac{V^t \, l_{x+t}}{l_x} = \frac{V \, l_{x+1} + V^2 \, l_{x+2} + V^3 \, l_{x+3} + \ldots + V^n \, l_{x+n}}{l_x}$$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$a_{x:\,\overline{n}} = \frac{V^{x+1} \, l_{x+1} + V^{x+2} \, l_{x+2} + \ldots + V^{x+n} \, l_{x+n}}{V^x \, l_x}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{n} V^{x+t} \, l_{x+t}}{V^x \, l_x} = \frac{\sum_{t=1}^{n} D_{x+t}}{D_x}$$

$$\therefore \quad a_{x:\,\overline{n}} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

2.7.4 Anualidad Temporal Anticipada

Es una renta de 1 peso pagadero al principio de cada año durante n-años, su expresión es la siguiente:

$$\ddot{a}_{x:\,\overline{n}} =_0 E_x +_1 E_x + \ldots +_n E_x = \sum_{t=0}^{n-1} {}_tE_x = \sum_{t=0}^{n-1} V^t \; {}_tp_x$$

$$= \sum_{t=0}^{n-1} \frac{V^t \, l_{x+t}}{l_x} = \frac{V^0 \, l_x + V^1 \, l_{x+1} + V^2 \, l_{x+2} + \ldots + V^{n-1} \, l_{x+n-1}}{l_x}$$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$\ddot{a}_{x:\,\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} \frac{V^{x+t} \, l_{x+t}}{V^x \, l_x} = \sum_{t=0}^{n-1} \frac{D_{x+t}}{D_x} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Cabe mencionar que la diferencia entre una anualidad anticipada y una vencida, es que, en la anticipada, el primer pago se hace al contratar el seguro, mientras que el segundo pago coincide con el primero de la primera anualidad vencida y así sucesivamente. Es importante notar la diferencia en los subíndices correspondientes en las sumas, los cuales hacen la diferencia a la hora de utilizar las D_x, es decir:

$$a_{x:\,\overline{n}|} = \frac{\sum_{t=1}^{n} D_{x+t}}{D_x} \neq \frac{\sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t}}{D_x} = \ddot{a}_{x:\,\overline{n}|}$$

2.8 Seguros en caso de muerte

Las funciones vistas anteriormente están relacionadas con las obligaciones que le corresponden al asegurado, es decir a los pagos efectuados por éste mientras se encuentre con vida. Ahora consideremos otras funciones, la cuales están relacionadas con los pagos hechos por el asegurador al beneficiario en caso de muerte del asegurado, estas funciones son conocidas como Seguros de Vida en caso de muerte.

2.8.1 Seguro de Vida Entera

Este tipo de seguro cubre el riesgo de muerte del asegurado en cualquier momento en que ocurra el fallecimiento. Sean ${}_nq_x$ la probabilidad de que una persona de edad x no llegue a la edad $x+n$ y $k=1$ peso el pago que recibirá su beneficiario al final del año al fallecimiento de x, entonces el valor presente de dicho pago esta dado como $k *_n q_x * V^n$. En términos actuariales tenemos la siguiente expresión.

$$A_x = Vq_x + V^2 q_{x+1}\, p_x + V^3 q_{x+2}\, {}_2p_x + \dots$$

$$= \frac{Vd_x}{l_x} + \frac{V^2 d_{x+1}}{l_{x+1}} \frac{l_{x+1}}{l_x} + \frac{V^3 d_{x+2}}{l_{x+2}} \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots$$

$$= \frac{Vd_x + V^2 d_{x+1} + V^3 d_{x+2} + \dots}{l_x} = \frac{\sum_{t=0}^{w-x} V^{t+1}\, d_{x+t}}{l_x}$$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$A_x = \frac{\sum_{t=0}^{w-x} V^{x+t+1}\, d_{x+t}}{V^x l_x} = \frac{\sum_{t=0}^{w-x} C_{x+t}}{D_x} = \frac{M_x}{D_x}$$

2.8.2 Seguro Diferido por n años

Este tipo de seguro sólo es válido si el asegurado fallece después de transcurridos los primeros n años, es decir, el compromiso del asegurador comienza a partir del año $n+1$. Este seguro esta denotado por:

$$ {}_nA_x = V^{n+1}\, q_{x+n}\ {}_np_x + V^{n+2}\, q_{x+n+1}\ {}_{n+1}p_x + \ldots $$

$$ = V^{n+1}\,\frac{d_{x+n}}{l_{x+n}}\frac{l_{x+n}}{l_x} + V^{n+2}\,\frac{d_{x+n+1}}{l_{x+n+1}}\frac{l_{x+n+1}}{l_x} + \ldots $$

$$ = \frac{V^{n+1}\ d_{x+n} + V^{n+2}\ d_{x+n+1} + \ldots}{l_x} = \frac{\sum_{t=n}^{w-x} V^{t+1}\, d_{x+t}}{l_x} $$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$ {}_nA_x = \frac{\sum_{t=n}^{w-x} V^{x+t+1}\, d_{x+t}}{V^x\, l_x} = \frac{\sum_{t=n}^{w-x} C_{x+t}}{D_x} = \frac{M_{x+t}}{D_x} $$

2.8.3 Seguro Temporal por n años

Este seguro sólo es pagadero si la muerte del asegurado ocurre dentro de los primeros n años. Su cálculo es el siguiente:

$$ A_{x:n} = Vq_x + V^2\ q_{x+1}\ p_x + V^3\ q_{x+2}\ {}_2p_x + \ldots + V^n\ q_{x+n-1}\ {}_{n-1}p_x $$

$$ = V\ \frac{d_x}{l_x} + V^2\ \frac{d_{x+1}}{l_{x+1}}\ \frac{l_{x+1}}{l_x} + V^3\ \frac{d_{x+2}}{l_{x+2}}\ \frac{l_{x+2}}{l_x} + \ldots + V^n\ \frac{d_{x+n-1}}{l_{x+n-1}}\ \frac{l_{x+n-1}}{l_x} $$

$$= \frac{V d_x + V^2 \; d_{x+1} + V^3 \; d_{x+2} + \ldots + V^n \; d_{x+n-1}}{l_x}$$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$A_{x:\,n} = \frac{V^{x+1} \, d_x + V^{x+2} \, d_{x+1} + V^{x+3} \, d_{x+2} + \ldots + V^n \, d_{x+n-1}}{l_x}$$

$$= \frac{C_x + C_{x+1} + \ldots + C_{x+n-1}}{D_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

Nótese que:

$$\begin{aligned} M_x - M_x + n = & \; (C_x + C_{x+1} + \ldots + C_{x+n-1} + C_{x+n} + C_{x+n+1} + \ldots) \\ & - (C_{x+n} + C_{x+n+1} + \ldots) \end{aligned}$$

2.8.4 Seguro Dotal

Este seguro cubre el riesgo de muerte con un seguro temporal a n años y el riesgo de supervivencia con un seguro diferido por el mismo tiempo. Es decir, si el asegurado muere dentro de los n primeros años, la compañía aseguradora pagará la suma asegurada a los beneficiarios. Pero si el asegurado no muere dentro de ese período, entonces la compañía también pagará lo estipulado por el contrato ya que en este caso el asegurado está protegido por supervivencia. Es por eso que este tipo de seguros resulta muy caro. Sin embargo, una aplicación muy útil del seguro dotal puede ser la creación de los Seguros Educacionales.

Su cálculo es el siguiente:

$$A_{x:\,\overline{n}} = V q_x + V^2\, q_{x+1}\, p_x + \ldots + V^n\, q_{x+n-1}\; {}_{n-1}p_x + V^n\; {}_np_x$$

$$= V\frac{d_x}{l_x} + V^2\; \frac{d_{x+1}}{l_{x+1}}\; \frac{l_{x+1}}{l_x} + \ldots + V^n\, \frac{d_{x+n-1}}{l_{x+n-1}}\; \frac{l_{x+n-1}}{l_x} + V^{n+1}\; \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

$$= \frac{V d_x + V^2 d_{x+1} + \ldots + V^n d_{x+n-1} + V^{n+1}\, l_{x+n}}{l_x}$$

multiplicando por $\frac{V^x}{V^x}$

$$A_{x:\,n} = \frac{V^{x+1} d_x + V^{x+2} d_{x+1} + \ldots + V^{x+n} d_{x+n-1} + V^{x+n+1}\, l_{x+n}}{V^x\, l_x}$$

$$= \frac{C_x + C_{x+1} + \ldots + C_{x+n-1} + D_{x+n}}{D_x} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

2.9 Primas

Como ya se comentó al inicio de este capítulo, el asegurado está interesado en saber la cantidad que deberá pagar a la aseguradora para cubrirse ante un determinado riesgo. A dicha cantidad se le llama Prima la cual está compuesta principalmente por tres elementos:

1. Mortalidad
2. Interés
3. Cargos

Los primeros dos elementos son utilizados para determinar la Prima Neta, también llamada Prima de Riesgo o Prima Pura, la que mide sólo el costo del siniestro, si éste se llega a dar, pero sin los gastos que la compañía aseguradora pueda tener. La Prima de Tarifa, que es lo que el asegurado está obligado a pagar al adquirir un seguro, debe estar especificada en el contrato. El estudio de la Prima de Tarifa se verá más adelante.

2.9.1 Primas Anuales

En la sección 2.7 se tomaron en cuenta solamente Primas Puras únicas pagaderas al momento de la contratación de los distintos tipos de seguros. En otras palabras, lo que se debe pagar de contado. Sin embargo, este procedimiento implica un gasto muy fuerte para el asegurado. Es por eso que el asegurador considera distribuir el pago de la prima pura única en un tiempo menor o igual al que dura el contrato, esto con la finalidad de hacer más accesible la adquisición de un seguro. A esta distribución de pagos se le conoce como Prima Anual.

La cantidad de la prima anual requerida para un seguro dado puede ser determinada a partir del principio actuarial de equivalencia, el cual establece: " El valor presente de las primas netas debe ser igual al valor presente del seguro". En otras palabras: "las obligaciones del asegurado deben ser igual a las obligaciones del asegurador".

Por lo que tenemos:

$$P\ddot{a}_x = A_x \quad \Rightarrow \quad P = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$$

donde P es la prima anual de un seguro cuyos pagos se hacen durante el tiempo establecido por el contrato. La fórmula anterior se deduce al tomar las primas anuales futuras de una renta P calculada sobre la vida del asegurado, si la renta es de 1 peso, entonces dicha renta vale $\ddot{a}$ y una renta de P vale $P\ddot{a}_x$.

Podemos ver que se utilizan rentas anticipadas ya que en la práctica las primas de los seguros se pagan al principio del año. Una vez hecho este razonamiento, se puede calcular una gran combinación de seguros, por ejemplo:

Seguro Ordinario de Vida. Es un seguro de Vida entera pagadero durante toda la vida del asegurado.

$$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{\frac{M_x}{D_x}}{\frac{N_x}{D_x}} = \frac{M_x}{N_x}$$

Seguro de Vida con Pagos Limitados. Es un seguro de Vida entera pagadero en n-años.

$$_mP_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\,n}} = \frac{\frac{M_x}{D_x}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

Seguro Temporal a n-años con pago de primas anuales a n-años.

$$P_{x:\,n} = \frac{\dfrac{M_x - M_{x+n}}{D_x}}{\dfrac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

Por otro lado si el seguro es Dotal por n-años con pago de primas a n-años.

$$P_{x:\,n} = \frac{\dfrac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}}{\dfrac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

Ahora que si se desea un Seguro Dotal por n-años con pago de primas por m-años donde $m < n$ tenemos:

$$P_{x:\,n} = \frac{A_{x:\,\bar{n}}}{\ddot{a}_{x:\,n}} = \frac{\dfrac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}}{\dfrac{N_x - N_{x+m}}{D_x}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}$$

Hasta ahora, se ha llegado a expresiones muy fáciles de calcular con los valores conmutados, pero su uso no siempre nos facilitará los cálculos. Ejemplos en donde el uso de conmutados no facilita el cálculo, son los seguros referentes a dos o más personas, en donde, no sólo utilizan una tabla de mortalidad, sino que también usan tablas de invalidez o combinadas. Las tablas de invalidez o combinadas serán vistas más adelante.

2.9.2 Primas de Tarifa.

El cálculo de primas en un seguro de vida involucra ciertos elementos que todavía no se han considerado. La prima de riesgo recargada por una tasa de interés, no sólo debe de cubrir los gastos ocasionados al momento de contraer el contrato sino también cubrir los gastos administrativos futuros y permitir un margen de utilidad para la empresa. Nótese que una parte considerable del total de gastos en una póliza se verifica cuando ésta es emitida. Los gastos iniciales incluyen el costo de emisión del contrato, el cual puede incluir honorarios médicos y gastos administrativos. Después de que las operaciones referentes a la póliza son anotadas en los libros contables, surgen otros gastos de administración constantes. Además de todos los gastos anteriores mencionados, existen también pagos por comisiones e impuestos sobre prima que deben ser tomados en cuenta. Usualmente, el porcentaje de comisión es más alto en el primer año que en los años de renovación del contrato. Todo esto hace que los gastos iniciales sean más fuertes en el primer año. La prima neta recargada tomando en cuenta todos estos desembolsos es llamada Prima de Tarifa y la cantidad que excede a la prima de riesgo asumida se le llama recargo.

En el cálculo de las Primas de Tarifa, las compañías hacen un estudio detallado de los costos. En este estudio comúnmente, cada egreso es expresado como un porcentaje de la prima o como una pequeña cantidad por cada $1,000 de suma asegurada o por póliza. Los gastos pueden ser incluidos de manera sencilla en la fórmula de la prima pura anual. Una vez que el porcentaje de gastos está dado, el cálculo de la Prima de Tarifa se establece bajo el principio de que el valor presente de las primas recibidas debe ser igual al valor presente de los beneficios ofrecidos más los gastos.

Asset Share. Es un estudio muy completo realizado por las compañías de seguros con la finalidad de constituir una prima de tarifa lo más adecuada posible a los gastos que la aseguradora pueda tener. Por lo tanto su cálculo puede llegar a ser muy complicado ya que está basado en una proyección de flujos. Dichos flujos consideran supuestos referentes a mortalidad, inversiones, dividendos, gastos de todo tipo y, dependiendo de la compañía, otro tipo de componentes que ésta considere como necesarios.

2.10 Reservas

En el cálculo de la prima neta nivelada de un seguro de vida a largo plazo, el asegurado paga una cantidad mayor a la que realmente corresponde a la probabilidad de fallecimiento durante los primeros años de vigencia del seguro, esto debido a que generalmente la mortalidad se incrementa con la edad. Esta cantidad es invertida adecuadamente por la aseguradora, para que, en el momento en que la prima sea menor a la que realmente se necesita para cubrir las probabilidades de muerte, la compañía pueda hacer uso de dicha cantidad y así hacer frente a sus obligaciones. Esta cantidad se le conoce con el nombre de Reserva Matemática.

Para ilustrar lo anterior, supongamos que una persona de edad x adquiere un Seguro de Vida Entera. Sin embargo, en lugar de pagar el seguro a prima única o a prima anual constante, decide renovar su contrato todos los años y pagar así, año con año, la prima correspondiente a su edad. Entonces, si la suma asegurada es de 1 peso, la prima que pagará es simplemente . A esta prima se le conoce como prima natural y es proporcional a la probabilidad de muerte. Esta prima crece con la edad y para edades altas su valor es muy elevado. En consecuencia las compañías de seguros prefieren cobrar primas constantes.

Durante los primeros años del seguro, las primas constantes son mayores a la prima natural, originando de esta manera un excedente que está destinado a cubrir los déficits que seguramente se producirán cuando, después de algunos años, la prima constante llegue a ser menor a la prima natural. En consecuencia es necesario guardar esos excedentes, también conocidos como Reserva Matemática, y capitalizarlos a una tasa de interés adecuada. Cabe recalcar que la Reserva Matemática constituye un pasivo para la aseguradora.

El modelo actuarial clásico establece un modelo de reserva a prima neta nivelada basado en una tabla de mortalidad a una tasa de interés, cuyas probabilidades de muerte se incrementan a edades mayores. Partiendo del hecho de que las obligaciones de la compañía de seguros deben ser iguales a las obligaciones del asegurado, tenemos la siguiente ecuación:

$$A = P_x\, \ddot{a}_x \quad \Rightarrow \quad A - P_x\, \ddot{a}_x = 0$$

lo que nos indica que en el momento inicial la diferencia entre los compromisos de la compañía de seguros y el asegurado es igual a cero. Sin embargo, al momento de que empieza a correr el tiempo, es decir, después de t - años, dicha diferencia deja de ser cero, es decir:

$$A_{x+t} \neq P_x\, \ddot{a}_{x+t}$$

Esto puede ser demostrado con base en el siguiente razonamiento:

La prima anual para un mismo tipo de seguro, crece al incrementarse la edad por lo que se tiene:

$P_{x+t} > P_x$ *multiplicando ambos lados por* $\ddot{a}_{x+t}$ *tenemos* :

$\ddot{a}_{x+t} * P_{x+t} > P_x * \ddot{a}_{x+t}$ *pero* $A_{x+t} = P_{x+t} * \ddot{a}_{x+t} \quad \Rightarrow \quad A_{x+t} > P_x * \ddot{a}_{x+t}$

La reserva matemática puede definirse como la diferencia entre el valor actual de los beneficios que ofrece la compañía y el valor actual de las primas futuras. Para calcularla se pueden utilizar diferentes métodos, que a continuación se presentan:

2.10.1 Método Prospectivo

Este método es la diferencia entre el valor presente de las primas futuras y el valor presente de los beneficios futuros. En consecuencia, la expresión para la reserva al final de t - años de un seguro ordinario de vida para una persona de edad x con suma asegurada igual a 1 peso es:

$${}_tV_x = A_{x+t} - P_x \quad \ddot{a}_{x+t}$$

Cabe mencionar que para un seguro de vida pagos limitados, la reserva al final de t - años es obtenida con las siguientes fórmulas.

$$_tV_{x:\,n} = A_{x+t} - P_x\, \ddot{a}_{x+t:\,n-t} \quad t < n$$

$$_tV_{x:\,n} = A_{x+t} \qquad\qquad t \geq n$$

donde n denota el número de años en que se paga el seguro.
Para un seguro temporal la expresión es la siguiente:

$$_tV_{x:\,n} = A_{x+t:\,\overline{n-t}} - P_{x:\,n} * \ddot{a}_{x+t:\,\overline{n-t}}$$

2.10.2 Método Retrospectivo

Toma en cuenta los compromisos ya cumplidos, es decir, es la resta del costo acumulado de beneficios anteriores y la acumulación del pago de primas anteriores, tomando en cuenta los intereses devengados por ambas partes.

Calculando la reserva individual en el año t de un seguro ordinario de vida contratado simultáneamente por l_x personas. Se tiene que al final del año t quedan l_{x+t} asegurados con vida, para los cuales, la aseguradora debe de tener constituida una reserva $_tV_x$, donde dicha reserva será la diferencia buscada. Por tanto, los pagos que el asegurado hace son:

En el primer año cada l_x paga una prima P_x y capitalizando a una tasa i durante t años se tiene:

$$P_x\, l_x\, (1+i)^t$$

En el segundo año cada l_{x+t} paga la prima P_x capitalizada durante t-1 años, e.d.

$$P_x\, l_{x+1}\, (1+i)^{t-1}$$

Para el t-ésimo año dada l_{x+t-1} paga una prima de P_x durante 1 año.

$$P_x \, l_{x+t-1} \, (1+i)$$

Por otra parte, el pago de siniestros por suma asegurada de 1 peso que la compañía hace al final de cada año serán:

Para el primer año, una suma asegurada d_x capitalizada por t-1 años

$$d_x \, (1+i)^{t-1}$$

Para el segundo año:

$$d_{x+1} \, (1+i)^{t-2}$$

Para el t-ésimo año tenemos una suma de d_{x+t-1} sin intereses ya que se supone que se paga a fin de año.

Tomando ambos compromisos tenemos:

$$l_{x+t} \, {}_tV_x = d_x \, (1+i)^{t-1} + d_{x+1} \, (1+i)^{t-2} + \ldots + d_{x+t-1}$$
$$-P_x \, l_x \, (1+i)^t - P_x \, l_{x+1} \, (1+i)^{t-1} - \ldots - P_x \, l_{x+t-1} \, (1+i)$$

Multiplicando ambos lados por V^{x+t} y factorizando P_x llegamos a:

$$V^{x+t} \, l_{x+t} \, {}_tV_x = [d_x \, V^{x+1} + d_{x+1} \, V^{x+2} + \ldots + d_{x+t-1} \, V^{x+t}]$$
$$-P_x[V^x \, l_x + V^{x+1} \, l_{x+1} + \ldots + V_{x+t-1} \, l_{x+t-1}]$$

Lo que en valores conmutados nos da:

$$D_{x+t}\,{}_tV_x = [M_x - M_{x+t}] - P_x[N_x - N_{x+t}]$$

$$\therefore \quad {}_tV_x = \frac{[M_x - M_{x+t}] - P_x\,[N_x - N_{x+t}]}{D_{x+t}} = A_{x+t} - P_x\,\ddot{a}_{x+t}$$

Es importante notar que las reservas calculadas tanto por el método prospectivo y retrospectivo son equivalentes.

2.10.3 Método de Recurrencia

Este método calcula la reserva al final del año t tomando como base la reserva del año anterior, es por eso que se le llama de recurrencia. Este método es muy útil para constituir reservas cuyas primas requieren de un cálculo demasiado laborioso. El razonamiento es el siguiente: Al inicio del año t, la compañía tiene la reserva de cada asegurado del año t-1, es decir ${}_{t-1}V_x$, pero además cobra la prima P_x correspondiente, por lo que tiene en total ${}_{t-1}V_x + P_x$ por cada asegurado y entonces la cantidad que debe de tener en total para los l_{x+t-1} asegurados que quedan con vida es $l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + P_x)$, pero además tomando en cuenta los intereses devengados se tiene $l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + P_x)(1+i)$.

Para constituir la reserva final ${}_tV_x$ de cada uno de los l_{x+t} asegurados que se encuentran con vida, se deben abonar los seguros de personas fallecidas d_{x+t-1} cuyos decesos ocurren en el año y se pagan a final de éste, por lo que se tiene:

$$l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + P_x)(1+i) = d_{x+t-1} + l_{x+t}({}_tV_x)$$

$$\Rightarrow \quad {}_tV_x = \frac{l_{x+t-1}({}_{t-1}V_x + P_x)(1+i) - d_{x+t-1}}{l_{x+t}}$$

Para el primer año, cuando $t = 1$ se tiene que ${}_{t-1}V_x = {}_0 V_x = 0$

$$Ahora\ si\ multiplicamos\ por\ \frac{1}{l_{x+t-1}}\ llegamos\ al\ siguiente\ resultado:$$

$$ {}_tV_x = \frac{\frac{l_{x+t-1}}{l_{x+t-1}}({}_{t-1}V_x + P_x)(1+i)\frac{d_{x+t-1}}{l_{x+t-1}}}{\frac{l_{x+t}}{l_{x+t-1}}} $$

Este desarrollo fue hecho por el Actuario Norteamericano David Parks Fackler y es por eso que se le conoce como el Método de Fackler.

2.10.4 Sistema Modificado de Reservas

Con el rápido desarrollo que ha tenido el seguro de vida y la gran competencia que ha surgido en el sector asegurador, las compañías aseguradoras comenzaron a ofrecer planes a largo plazo con primas niveladas.

Hoy en día, dichas compañías están preocupadas por atraer al mayor número de clientes, lo que ha traído como consecuencia un aumento en las comisiones para los primeros años, en particular para el primero. Sin embargo, el uso de este tipo de comisiones, las cuales son decrecientes, puede ocasionar que las aseguradoras sufran un desequilibrio en los primeros años al calcular sus reservas de manera tradicional. Este desequilibrio dió origen a un sistema modificado de reservas, que permite solventar esta situación. En contraste con las reservas a prima neta nivelada, el sistema modificado de reservas está basado en las primas netas que no están niveladas por duración o que no son un porcentaje de la prima de tarifa. De ahí que casi todos los sistemas modificados de reservas intentan acumular menos reserva en los primeros años en comparación con el del método a prima neta nivelada. Dicho de otra forma, las reservas se determinan mediante un sistema de primas escalonadas, de tal mánera que en el primer año se tenga una prima inferior a la prima nivelada, destinando la diferencia a cubrir gastos del primer año. De esta manera, los sistemas modificados de reservas permiten a las compañías de seguros reducir sus pasivos (reservas) tomando en cuenta los altos costos del primer año y asegurando una provisión adecuada para enfrentar las reclamaciones por siniestros.

Con la aparición de este nuevo sistema, surge la pregunta de cuánto se debe de reducir la prima en el primer año, y por consiguiente, la cantidad máxima que puede deducirse como préstamo de la prima del primer año para hacer frente a los altos costos de éste. En respuesta a lo anterior, dicha cantidad, debe estar en el intervalo $[0, P_1 - CS_1]$, donde P_1 y CS_1 representan la prima y el costo de siniestralidad del primer año, respectivamente. En el caso extremo de que se tome como préstamo la cantidad $P_1 - CS_1$ se tiene el método conocido como *Año Temporal Preliminar Completo* (ATPC).

En términos matemáticos, la idea de un sistema modificado de reservas se resume a calcular la reserva matemática, no con el conjunto de primas con el que originalmente se han determinado las obligaciones del asegurado, P_1, $P_2 \ldots$, P_m, sino con un conjunto de primas modificadas, P_1^{mod}, P_2^{mod}. Este último conjunto de primas debe calcularse de manera que se cumpla la condición de que el valor presente actuarial de las primas $P_1, P_2 \ldots, P_m$, sea igual al valor presente actuarial de las primas P_1^{mod}, P_2^{mod}.

De esta manera, una vez que se ha definido la cantidad que se debe deducir el primer año de la prima correspondiente en calidad de préstamo, se calcula el valor de P_1^{mod}. A partir de este cálculo se establece la relación

$$P_1^{mod} + \sum_{t=1}^{m-1} P_2^{mod} \ V^t \ {}_tp_x = \sum_{t=0}^{m-1} P_{t+1} \ V^t \ {}_tp_x$$

de donde se infiere el valor de P_2^{mod}.

Al igual que en la prima neta nivelada el sistema modificado de reservas puede ser calculado mediante el método prospectivo, retrospectivo o de Fackler donde el procedimiento es el mismo, lo único que cambia es que para el primer año se toma la prima de primer año y para los años subsecuentes se toma la prima de renovación.

2.10.5 Año Temporal Preliminar

Como se ha mencionado, el caso extremo de un sistema modificado de reservas está representado por el denominado *Año Temporal Preliminar Completo.* En algunos casos, la aplicación de este método puede resultar excesivo. Por ejemplo, la prima de primer año para un plan temporal a 5 años resultaría igual a la de un dotal al mismo plazo si se utilizase ATPC para modificar las reservas. En este último caso, la cantidad que se tendría disponible para afrontar gastos de primer año sería exagerada, quizás sin necesidad. Para evitar esto, las distintas regulaciones han establecido parámetros para diferenciar los planes para los cuales resulta apropiado el método ATPC, de aquellos para los cuales el método les concede un préstamo en demasía. El sistema conocido en México como "Año Temporal Preliminar" tiene como discriminante la prima de un seguro dotal a 20 años, de tal manera que la prima de primer año queda definida como

$$P_1 = vq_x + max\{0, PNN - P_{x:\overline{20}}\}$$

con la prima de primer año generalmente enunciada como:P_1 donde PNN es la prima neta nivelada del plan asegurado y $P_{x:\,20}$ es la prima neta nivelada de un dotal a 20 años. Este método es el sistema utilizado en México y es conocido como el sistema ATP.

2.10.6 Reserva Mínima

Derivado de los recientes cambios a la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (LGISMS), las compañías de seguros deben proponer sus esquemas para calcular la reserva de riesgos en curso. Para el caso de los seguros de vida de largo plazo, se indica que la reserva que constituya una compañía de seguros no podrá ser inferior a la que se obtenga de aplicar el método actuarial de *reserva mínima*.

La *reserva mínima* consiste en un sistema modificado que se define en los siguientes términos (Circular S-10.1.7.1):

1. A la reserva matemática terminal del plan de que se trate se le restará la anualidad de amortización de la pérdida del primer año de vigencia del plan, siempre y cuando dichas pérdidas se deriven de la aplicación de sistemas de pago de comisiones y costos de adquisición que en el primer año sean superiores a las comisiones niveladas y demás costos de adquisición nivelados incluidos en la prima de tarifa.

2. La pérdida del primer año con que se determinará la anualidad de amortización se calcula como la diferencia entre el costo de adquisición que la compañía estima pagar conforme a su nota técnica, en el primer año de vigencia del plan de que se trate ($Cadq_{NT}$) y la porción de prima de tarifa (α) del primer año, correspondiente al recargo por concepto de gastos de adquisición:

$$PE_1 = CAdq_{NT} - PT_1 * \alpha$$

Aquí,

PE_1 pérdida delprimer año.

PT_1 prima de tarifa correspondiente al primer año.

Se determina la pérdida amortizable de cada póliza conforme al siguiente procedimiento:

i) Se calculará la prima de ahorro del primer año (PAH_1) como la diferencia entre la prima neta nivelada (PN_1) y la prima natural (el costo esperado de siniestralidad del primer año). Esto es:

$$PAH_1 = PN_1 - CS_1$$

Donde:

CS_1 valor presente del costo esperado de siniestralidad del primer año.

ii) Una vez determinada la pérdida esperada del primer año y la prima de ahorro, se deberá determinar la pérdida amortizable (PA_1) como:

$$PA_1 = min(PE_1, PAH_1)$$

3. Se determinará la anualidad de amortización (AM_t) en cada año de vigencia del plan como sigue:

$$AM_t = (PA_1) * F_x * \frac{\ddot{a}_{x+t:\, m-t}}{\ddot{a}_{x+1:\, m-t}}$$

Donde:

$F_x = \frac{(1+i)}{p_x}$

m plazo de pago de primas del plan que se trate.

La reserva mínima exacta en el primer año de vigencia de la póliza, se determinará como la parte no devengada de la prima natural de la cobertura de muerte (el costo de siniestralidad del primer año), más la diferencia entre la prima de ahorro y la pérdida amortizable, capitalizada mensualmente a una tasa de interés técnica , siempre que dicha diferencia sea positiva. Es decir:

$${}_tV_x^{min} = \frac{\frac{q_x}{(1+i)} * FD + (PAH_1 - PA_1)(1+i)^{T/365}}{p_x}$$

Donde:

$$FD = \frac{365 - T}{365}$$

T número de días transcurridos desde el inicio de vigencia de la póliza, hasta la fecha de valuación de la reserva.

4. La reserva mínima terminal a partir del segundo año de vigencia de la póliza, se determinará como la diferencia entre la reserva terminal de prima nivelada ${}_tV_x$ y la anualidad de amortización:

$$ {}_tV_x^{min} = {}_t V_x - AM_t $$

Ya que la cantidad que se puede tomar como préstamo en el primer año para afrontar gastos de adquisición es PA_1, entonces la prima de valuación del primer año, P_1, es:

$$ P_1 = PN_1 - PA_1 = PN_1 - min\{PE_1, PAH_1\} $$

en tanto que la de renovación, P_R se calculará mediante la ecuación

$$ P_1 + P_R\, a_{x:\,\overline{m-1}|} = \sum_{j=0}^{m-1} PN_{j+1}\, V^j\, {}_jp_x $$

Una vez calculadas las primas de valuación de primer año y de renovación, se calcula la reserva mínima mediante cualquiera de los algoritmos que se estudian en la literatura actuarial (prospectivo, retrospectivo, recursivo, etc.).

2.10.7 Reservas Medias

Hasta ahora se han considerado las reservas finales, que se calculan al final de cada año. Sin embargo una compañía de seguros emite pólizas en cualquier día del año. En consecuencia, al efectuar el balance no es suficiente el calcular las reservas finales debido a que sólo una mínima parte de las pólizas tendrían reserva exacta al final del año. Es por eso que se determina la reserva de una póliza en un momento cualquiera y para ello se utiliza un método de aproximación. Sabemos que al principio del año t, una vez cobrada la prima, la reserva que la aseguradora tiene es de ${}_{t-1}V_x + P_x$ y al final de ese año la reserva será ${}_tV_x$. Después durante el año, el incremento es de:

$${}_tV_x - ({}_{t-1}V_x + P_x)$$

Si interpolamos linealmente, en un tiempo k,con $0 \leq k \leq 1$ se tiene el incremento

$$k * [V_x - ({}_{t-1}V_x + P_x)]$$

Sumando esta cantidad a la que el asegurado tendría en su poder al principio del año el valor de la reserva en ese momento es:

$$V_{t-1+k} = ({}_{t-1}V_x + P_x) + k * [{}_tV_x - ({}_{t-1}V_x + P_x)] = k *_t V_x + (1-k)({}_{t-1}V_x + P_x)$$

En otras palabras, se obtiene una fracción de la reserva final igual al tiempo corrido, más una fracción de la reserva inicial incluso la prima cobrada, igual al tiempo por correr.

Ahora que si en lugar de calcular por este procedimiento, se asigna a todas las pólizas una misma fecha de vencimiento, precisamente, al promediar el ejercicio se tiene que $k = 1 - k = \frac{1}{2}$ lo que nos daría la siguiente expresión:

$$V_{t-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} * ({}_{t-1}V_x +_t V_x + P_x)$$

2.11 Valores Garantizados

Al contratar un seguro de vida el asegurado tiene derecho a elegir entre un conjunto de beneficios, que se presentan como opciones en caso de que por alguna razón éste no pueda seguir con el pago de primas del seguro y, entonces, se le permita recuperar las anualidades que ya ha pagado, descontándole los gastos que la emisión del seguro ha producido. A estos beneficios se les conoce con el nombre de valores garantizados, los cuales comúnmente se otorgan a partir del tercer año de vigencia. El asegurado, en caso de cancelar el seguro, puede disponer de un porcentaje, llamado valor en efectivo, de la reserva que ha constituido, dicho porcentaje se encuentra estipulado en las condiciones generales de la póliza y se puede otorgar de distintas maneras, las cuales se enuncian a continuación:

Préstamo. Mantiene la póliza en vigor y permite que el asegurado pueda pedir un préstamo.

Valor de Rescate. Cuando el asegurado desee cancelar el seguro, de acuerdo con la LGISMS[1], tiene derecho a la devolución de una parte de la reserva neta. Dicha porción se calcula como:

$$VR =_t V_{x:\,n} * \delta$$

donde δ es el factor de rescate, es decir, es un porcentaje de la reserva que se recibirá.

Seguro Saldado. Si el asegurado por alguna razón no puede seguir pagando las primas correspondientes a su seguro, pero desea seguir con éste, entonces tiene la opción de notificar a la compañía aseguradora su decisión de optar por un seguro saldado. La aseguradora, haciendo uso del valor en efectivo constituido hasta ese momento, cubrirá con el pago de una prima única un seguro con características similares al original pero ajustando el monto de la suma asegurada. La forma de calcular este tipo de seguro es la siguiente:

$$VR = A_{x+m:\,\overline{n-m}} * SAA$$

donde SAA denota la suma asegurada ajustada, así que si la despejamos tenemos:

$$SAA = \frac{VR}{A_{x+m:\,\overline{n-m}}}$$

[1]Art. 182. "El asegurado que haya cubierto tres anualidades consecutivas, tendrá derecho al reembolso inmediato de una parte de la reserva matemática, de acuerdo también con las normas técnicas establecidas para el caso, las cuales deberán figurar en la póliza"

Cuyo razonamiento nos dice que si una prima única de A_{x+m} asegura un capital de uno una prima de sólo asegurará un capital, SAA, reducido proporcionalmente.

Seguro Prorrogado. Cuando el asegurado, no puede seguir pagando el seguro y desea continuar con éste, solicita a la compañía que con el valor en efectivo constituido en ese momento, se contrate un seguro a prima única con las características similares al plan original respetándole la suma asegurada pero ajustando el plazo del seguro. De esta manera, el contratante mantiene el seguro contratado por la misma suma asegurada pero por un tiempo menor al estipulado inicialmente. En la realización de este trabajo no se otorga el seguro prorrogado debido a que no se garantiza que al momento de que el asegurado no pueda seguir pagando el seguro, el valor en efectivo constituido hasta ese momento sea suficiente para cubrir el seguro deseado.

2.12 Dividendos

Cuando las primas y reservas han sido calculadas, la compañía aseguradora constituye un mecanismo para el reparto de utilidades que ésta pueda tener debido a una buena experiencia en la mortalidad o por las buenas tasas de interés ganadas en su cartera de seguros. Usualmente, este mecanismo provee dividendos anuales que el asegurador puede recibir, ya sea en efectivo, dejarlos que se inviertan para generar así más intereses, como parte de pago de las primas de su seguro o simplemente para contratar un plan adicional con las mismas características al plan original o contratar un seguro temporal a un año el cual puede tener diferentes características al plan original. Los dividendos pueden calcularse ya sea por buena mortalidad, buena tasa de interés, disminución de gastos o una combinación de los tres.

Factor de Interés. El objetivo del Factor i es regresar como dividendo aquellos elementos de ganancias de excedentes que están relacionados para invertir las rentas. Se calcula de la siguiente forma:

$$(i' - i) * (P +_{t-1} V_x)$$

donde:

i Tasa de interés usado para calcular las reservas.

i' Representa la ganancia real en inversiones (usualmente mas alta que i).

$(P +_{t-1} V_x)$ Reserva inicial para la póliza del año t

Factor de Mortalidad. Regresa aquellas partes de la ganancia que dependen de la mortalidad. Se calcula de la siguiente manera:

$$(q_{x+t} - q'_{x+t}) * (1000 -_t V_x)$$

con:

q_{x+t} Tasa basada en la tabla de mortalidad usada para establecer reservas.

q'_{x+t} Tasa de mortalidad basada en la experiencia de la compañía. Por lo general, es más baja que q_{x+t}.

$1000 -_t V_x$ Cantidad neta en riesgo que la compañía establece como pérdida si el asegurado muere, calculada como la diferencia entre la reserva y la cantidad del seguro pagable al momento de la muerte. El factor de dividendos usualmente es calculado por cada 1000 de suma asegurada.

Factor de Gastos. Pretende regresar cualquier exceso de cargo en la prima de tarifa sobre los gastos requeridos por emisión de póliza. Su cálculo es el siguiente:

$$(1+i') * [G * (1-r_t) - P - E_t]$$

G Prima de Tarifa

P Prima Neta de Valuación.

r_t Porcentaje de gastos de prima al tiempo t.

E_t Gastos por cada 1000 de suma asegurada al tiempo t.

Fórmula de contribución (Método de los tres Factores) Fue diseñada para calcular dividendos, basada en los tres factores anteriores. Cada uno de los tres términos compara la experiencia de la compañía con los supuestos usados en establecer las primas de tarifa y las reservas. Estos términos son:

- Tasa de interés ganada i
- Factor de mortalidad m
- Factor de gastos e

Entonces la fórmula de contribución de dividendos es de la forma:

$$(1-a) * [Factor \quad i + Factor \quad m + Factor \quad e] - b$$

donde a y b son constantes para ajustar la fórmula.

2.13 Prima de Riesgo BEFI

En la práctica es común que el beneficio de exención de pago de primas por muerte o invalidez total y permanente forme parte de la cobertura adicional de un seguro de vida, no obstante como ya se mencionó en el capítulo I , este beneficio forma parte de la cobertura básica para fines de este trabajo.

Para el cálculo de la prima de riesgo para este beneficio es necesario contar con una tabla combinada, la que esta formada por una tabla de mortalidad y una tabla de invalidez.

2.13.1 Tablas de Invalidez

En la sección 2.3 se presentó la importancia que tienen las Tablas de Mortalidad. Sin embargo también existen otros tipos de tablas, que influyen de manera importante en el cálculo de un seguro de vida, dichas tablas son las llamadas Tablas de Invalidez.

En estas tablas se reflejan las probabilidades de que una persona de edad x no se invalide entre el período $[x, x+1]$ y se denota como P_x^{inv}. La expresión utilizada para denotar la probabilidad de que una persona de edad x se invalide es q_x^{inv}.

En México la tabla de invalidez que se utiliza es la "Ordinary Disability Benefits"[2] de Manuel Cueto. Este tipo de tablas se usan principalmente para el cálculo de Seguros de Pensiones. También se emplean para determinar beneficios adicionales en el Seguro de Vida, así como para estimar el beneficio de exención del pago de primas por invalidez total y permanente.

2.13.2 Beneficio BEFI

Este último beneficio por lo general es una cobertura adicional, pero para fines de este trabajo forma parte de la cobertura básica. Este beneficio exime del pago de primas al asegurado a partir de que éste quede inválido total y permanentemente. Los requisitos indispensables para hacer efectivo el beneficio son dos. Por un lado la invalidez debe declararse dentro del plazo del seguro y durante el período de pago de primas. Por otro lado, el asegurado debe estar al corriente en el pago de primas.

[2]Es interesante mencionar que la "Ordinary Disability Benefits" fue desarrollada en la década de 1960. Desde entonces se han realizado nulos esfuerzos para actualizarla o ajustarla de acuerdo con la experiencia del mercado asegurador mexicano.

2.13.3 Invalidez Total y Permanente

Se entiende como invalidez total y permanente:

a) La invalidez total y permanente que sufra el asegurado a causa de enfermedad o accidente, que le impida el desempeño de su trabajo habitual o de cualquier otro compatible con sus conocimientos, aptitudes y posición social.

b) La pérdida irreparable de la vista en ambos ojos, la pérdida de las dos manos o de los dos pies, de una mano y un pie, o una mano o un pie conjuntamente con la vista de un ojo.

Para los efectos de este beneficio se entiende por pérdida de las manos, su separación a nivel de la articulación o arriba de ella, y por pérdida de los pies, su separación de la articulación o arriba de ella.

Una vez definidos los conceptos de Tabla de Mortalidad y de Tabla de Invalidez Total y Permanente, se puede hacer una Tabla Combinada, es decir, una tabla que involucre tanto a la mortalidad como a la invalidez total y permanente. Este tipo de tabla se utiliza, por lo general, para cubrir el beneficio de Exención de Pago de Primas por Invalidez Total y Permanente o Muerte, en el cual la compañía exime al asegurado de pagar las primas restantes por saldar en caso de que éste se invalide total y permanentemente o muera, donde:

p_x^τ Probabilidad de que una persona de edad x no se invalide ni muera.

q_x^τ Probabilidad de que una persona de edad x se invalide o muera.

Para denotar a q_x^τ y p_x^τ se utilizan las siguientes expresiones, basadas en el cálculo de probabilidades básicas.

$$q_x^\tau = q_x^f + q_x^{inv} - (q_x^f * q_x^{inv})$$

$$p_x^\tau = 1 - q_x^\tau$$

donde p_x^f y q_x^f se refieren a las probabilidades de supervivencia y muerte respectivamente.

2.13.4 Período de espera

Una vez establecido el seguro de invalidez, es importante fijarse en el período de espera entre el siniestro y el pago de las prestaciones. Es decir, al momento de ocurrir el evento cubierto, el asegurado está sujeto a una serie de estudios médicos, los que servirán para poder determinar el grado de invalidez del asegurado. Podemos hablar de períodos de espera largos o cortos. Los primeros permiten un juicio más exacto sobre el estado de salud del asegurado, impidiendo así que se incapacite por daños relativamente insignificativos o que la invalidez no sea permanente (en el caso de asegurarse por invalidez total y permanente). En cambio, los períodos de espera cortos, requieren de un estudio de siniestros más cuidadoso debido al gran número de reclamaciones que generen. Estas reclamaciones representan gastos elevados para la compañía por concepto de ajuste de siniestros. La necesidad de estudios más cuidadosos está basado en la existencia de estadísticas que muestran duraciones de invalidez con distintos períodos de espera. En estas estadísticas se puede ver claramente la gran frecuencia de duraciones cortas de invalidez. Es importante mencionar que en México se tiene un período de espera de 2 años antes de declarar la invalidez total y permanente.

Algunas aseguradoras dan al asegurado la posibilidad de escoger entre varios períodos de espera para que puedan adaptar lo mejor posible la protección del seguro a su situación personal, es decir, al plazo durante el cual continuaría recibiendo su sueldo en caso de invalidez. Por lo anterior, es importante aclarar durante cuánto tiempo el patrón o el seguro de enfermedad seguiría pagando el sueldo del solicitante ya que lo más adecuado sería aceptar períodos de espera que duren por lo menos tanto tiempo como el pago de sueldo.

2.13.5 Edad Final

El riesgo de invalidez puede ser influido por la fijación de la posible edad máxima para la protección del seguro. En la práctica, la edad final no excede la edad usual de jubilación ya que después de la jubilación no se puede recomendar al asegurado un cambio de actividad; además es más factible sufrir una enfermedad o accidente que genere invalidez total y permanente debido al envejecimiento.

2.13.6 Cálculo de la Prima de Riesgo BEFI

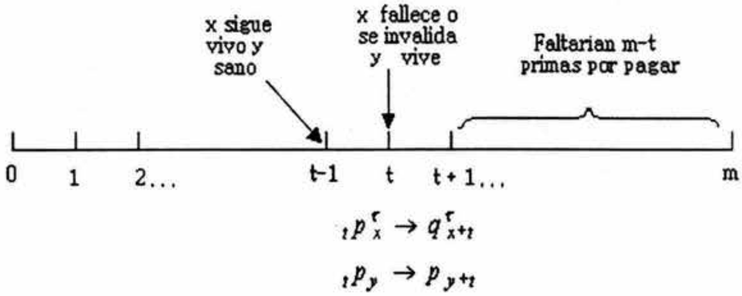
Supongamos que se adquiere un seguro que involucra a 2 personas de edades x y y respectivamente, con suma asegurada denotada como SA. Este seguro proporcionará el pago de la suma asegurada a y al momento de cumplir la edad $y+n$. Además, en caso de que x fallezca antes del tiempo estipulado, la compañía aseguradora se compromete a cubrir las primas restantes por pagar para que el menor pueda tener derecho al pago acordado en el contrato.

Podemos ver que el seguro está compuesto en dos partes. Una parte es la prima de riesgo que se debe calcular para el dote de y, esta prima puede determinarse mediante un seguro dotal mixto, cuyo cálculo no tiene mayor complicación como ya se vio en la sección 2.8.4, debido a que sólo se refiere a una persona.

La otra parte está compuesta por el cálculo de una prima de riesgo, que involucra a las dos personas. Esta prima cubrirá lo que es la parte de exención de pago de primas y el razonamiento es el siguiente:

Si el contratante llega con vida al año t pero fallece o se invalida al siguiente año, y además, el hijo sigue con vida para el año t y llega con vida al año siguiente, faltarían $m - t$ primas por pagar para cubrir a y por la suma asegurada acordada, entonces llegamos al enunciado siguiente:

$$P_{NNT} = \sum_{t=0}^{m-2} V^{t+1} * {}_tp_y * p_{y+t} * q_{x+t}^{(\tau)} * {}_tp_x^{(\tau)}$$



$$P_{NNT} = \sum_{t=0}^{m-2} V^{t+1} * {}_tp_y * p_{y+t} * q_{x+t}^{(\tau)} * {}_tp_x^{(\tau)}$$

Hasta aquí sólo se han considerado las probabilidades respectivas de las personas involucradas en el seguro junto con el valor presente del pago de primas en caso de que la suma asegurada fuera igual a 1 peso. Sin embargo, para poder garantizar los pagos restantes, cuyo número es variable ya que el siniestro puede ocurrir en cualquier momento y la cantidad por pagar no será la misma, la suma asegurada será la prima de tarifa del seguro contratado para y multiplicada por una anualidad anticipada con respecto a éste por un período m-t que es el número de pagos que faltarían por hacer en caso de siniestro.

Por lo tanto el pago de la Prima Única es:

$$P_{NNT} = \sum_{t=0}^{m-2} V^{t+1} * {}_tp_y * p_{y+t} * q_{x+t}^{(\tau)} * {}_tp_x^{(\tau)} * \ddot{a}_{y+t+1:\, m-t-1} * PT_D$$

Para calcular la prima neta anual lo único que nos falta es dividir entre las rentas anuales que en este caso es una anualidad conjunta, ya que de considerar que tanto al padre de edad x y al hijo de edad y deben de estar vivos para seguir haciendo el pago.

$$P_{NNT} = \frac{\sum_{t=0}^{m-2} V^{t+1} * {}_tp_y * p_{y+t} * q_{x+t}^{(\tau)} * {}_tp_x^{(\tau)} * \ddot{a}_{y+t+1:\, m-t-1} * PT_D}{\ddot{a}_{xy:m}}$$

donde:

PT_D Es la prima de tarifa relacionada al hijo, denotado por y.

$\ddot{a}_{y+t+1:\, m-t-1} \ldots (1)$ Es la anualidad correspondiente al seguro contratado para y.

$$\ddot{a}_{xy:\, m} = \sum_{t=0}^{m-1} V^t * {}_tp_{x:\, y} \ldots (2) \quad \text{con:}$$

$${}_tp_{x:\, y} = {}_t p_x^{(\tau)} * {}_tp_y$$

$${}_tp_x^{(\tau)} = \prod_{k=0}^{t-1} p_{x+k}^{(\tau)} \qquad \text{y } m \leq n$$

Para el cálculo de (1) se pueden usar valores conmutados ya que sólo se involucra a una persona. En cambio, en (2) el uso de valores conmutados ya no es tan simple, debido a que se hace referencia a dos personas ya que para que se sigan haciendo los pagos por parte del asegurado es necesario que tanto x como y estén con vida. Por lo anterior, conviene más expresar la anualidad en términos de probabilidad. Por otra parte, cabe mencionar que el cálculo de la prima pura correspondiente al seguro del beneficiario y depende del tipo de plan que se trate.

Capítulo 3

Ejemplo de una Nota Técnica para un Seguro Educacional

3.1 Introducción

En este capítulo se presenta la elaboración de una nota técnica que todo actuario debe de saber hacer. La Nota Técnica tiene la finalidad de dar una aplicación a lo visto en los capítulos anteriores: comenzando con la definición de lo que es una Nota Técnica y terminando con la construcción de ésta.

3.2 Definición de Nota Técnica

Una Nota Técnica es el documento en el cual se describen de manera clara los cálculos actuariales que van a dar origen a la determinación de primas y reservas de un plan de seguro. Su elaboración es exclusiva del actuario, ésta deberá ser aprobada por la CNSF.

"La Nota Técnica deberá contener los siguientes datos:[1]

1. Denominación de la institución o sociedad mutualista de que se trate.

[1] Circular S-8.1 Cláusula Décima Segunda; CNSF.

2. Características del plan, donde se detalle lo siguiente:
   - Nombre comercial del plan.
   - Descripción de la cobertura básica.
   - Descripción de las coberturas adicionales (en su caso)
   - Temporalidad del plan.
3. Hipótesis demográficas y financieras:
   - Hipótesis demográficas: Se indicarán las tablas de mortalidad, de sobrevivencia o de morbilidad que se utilizarán, atendiendo a la normativa vigente.
   - Hipótesis financieras: Se indicará la tasa de interés técnico que se utilice para la determinación de la prima y de la reserva, atendiendo a la normativa vigente. Asimismo, se indicará el supuesto inflacionario utilizado en caso de que las tarifas de los productos sean actualizadas por ese concepto, así como la fuente de donde obtiene dicho porcentaje.
   - Otras hipótesis demográficas: Se definirán y anexarán cualquier otro tipo de hipótesis demográficas que se hayan utilizado en la elaboración del plan, tales como tablas de mortalidad para inválidos, invalidez, incapacidad, rotación del personal etc.

4. Procedimientos técnicos:

   - Primas de riesgo, de tarifa y extraprimas: Indicar el procedimiento para su determinación, demostrando con métodos actuariales basados en la aplicación de estándares generalmente aceptados, que éstas son suficientes para garantizar el interés de los asegurados, así como la solvencia de la institución o sociedad mutualista de seguros.
   - Reservas Técnicas: En forma detallada se indicarán los procedimientos para su cálculo y constitución de acuerdo a métodos actuariales basados en la aplicación de estándares generalmente aceptados, apegándose a las disposiciones aplicables. En el caso de la Reserva de Siniestros Ocurridos pero No Reportados y la Reserva para Obligaciones Pendientes de Cumplir, deberá indicar el número y la fecha con que registró el método actuarial que se empleará para calcular el saldo de estas reservas.[2]
   - Valores garantizados: En su caso, detallar el cálculo y forma en que se otorgarán
   - Gastos de administración: Indicar el valor de los recargos por este concepto.
   - Gastos de adquisición: Indicar el valor de los recargo por este concepto.
   - Indicar el valor de la participación del asegurado en el pago de siniestros a través de deducibles, coaseguros, copagos y franquicias. Dividendos y bonificaciones: En caso de otorgarlos, detallar el procedimiento con el que se calcularán, en el entendido de que dichos procedimientos deberán satisfacer los principios técnicos y actuariales, así como las normas legales vigentes.

[2]El desarrollo de la nota técnica para valorar las reservas de siniestros ocurridos pero no reportados así como la reserva para obligaciones pendientes de cumplir no se desarrollaron en este trabajo.

- Fondos en administración: Definir los conceptos por los que se generarán los procedimientos técnicos, así como la forma en que se administrarán.
- Otros elementos técnicos: Cualquier otro concepto o procedimiento técnico que a juicio del actuario que firma la nota técnica sea necesario para la adecuada instrumentación del producto de que se trate."

Es importante tomar en cuenta que en el desarrollo y contenido de una nota técnica, no se podrán hacer referencias a procedimientos o parámetros establecidos en textos, publicaciones o en notas técnicas registradas previamente, por lo que todos los procedimientos y parámetros que resulte necesarios, deberán aparecer expresamente en la nota técnica que se someta a registro."[3]

A continuación se presenta la propuesta de una Nota Técnica para un Seguro Educacional.

[3]Circular S-8.1 Cláusula Décima Tercera; CNSF.

3.3 Nota Técnica

PLAN DE SEGURO EDUCATIVO A EDAD ALCANZADA 18
" PROFESIONAL EDUCATIVO "

CONTENIDO

I. CARACTÉRISTICAS GENERALES DEL PLAN

1.1 Nombre Comercial del Plan

"Profesional Educativo DLS."

1.2 Descripción del Plan

"Profesional Educativo DLS." es un seguro que garantiza la educación universitaria del beneficiario y cubre el pago de las primas restantes por saldar en caso de fallecimiento o invalidez total del contratante si éste ocurre antes de que el asegurado llegue a edad 18, edad promedio en la que el asegurado inicia sus estudios universitarios.

1.2.1 Cobertura

Este seguro ofrece las coberturas mencionadas anteriormente en caso de:

a) *Supervivencia.* Una vez cumplido el plazo del plan, el beneficiario recibe el pago estipulado en el contrato.

b) *Fallecimiento.* El contratante estará cubierto por una Suma Asegurada en caso de fallecimiento o invalidez total, la que cubrirá el pago de primas restantes del seguro de supervivencia en caso de que el evento ocurra dentro del plazo del seguro.

c) *Cubre al menor en caso de muerte*, siempre y cuando, el fallecimiento de éste no ocurra antes de los 12 años,[4] en dicho caso la cobertura por fallecimiento se iniciará cuando el asegurado cumpla los 12 años, entrando en vigor las cláusulas de indisputabilidad y de suicidio.[5]

1.2.2 Suma Asegurada

La suma asegurada depende de las necesidades del contratante y ésta será estipulada en dólares. Es importante aclarar que la suma asegurada para el seguro del padre será variable y equivale al valor presente de primas por cubrir.

1.2.3 Edades de Aceptación

Para el seguro del contratante las edades de contratación serán desde los 18 y hasta los 75 años. Para el seguro del menor las edades de contratación serán desde los 0 hasta los 14 años para evitar que el costo del seguro sea muy elevado.

[4]Art. 157 de la Ley Sobre el Contrato del Seguro, el cual establece: El contrato de seguro para el caso de muerte sobre la persona de un menor de edad que no haya cumplido los doce años, o sobre de una sujeta a interdicción, es nulo. La empresa aseguradora estará obligada a restituir las primas, pero tendrá derecho a los gastos si procedió de buena fe. En los seguros de supervivencia sobre las personas a las que se refiere este artículo, podrá pactarse la devolución de las primas para el caso de muerte.

[5]Condiciones Generales de la Póliza, Protección por fallecimiento y protección por educación, la cual establecen: En caso de muerte por suicidio, ocurrido dentro de los dos primeros años contados a partir de la fecha de vigencia o de la rehabilitación de este Contrato, cualquiera que haya sido su causa y el estado mental o físico del Asegurado, el pago único y total que hará la compañía, será el importe de la reserva matemática que corresponda a este Contrato, en la fecha en que ocurra el fallecimiento, así como el fondo de inversión, si lo hubiera, a la misma fecha.

1.3 Temporalidad del Plan

1.3.1 *Plazo del seguro*

El plazo se obtiene del tiempo que resta para que el menor asegurado llegue a edad 18, es decir:

$$\text{Plazo} = 18 \text{ años menos la edad del asegurado}$$

1.3.2 *Número de pagos*

- Para el Seguro Dotal o del menor asegurado, el número de pagos es igual al plazo del seguro.
- Para la parte Temporal o del contratante, el número de pagos debe ser a prima única, esto con el fin de evitar tener una reserva negativa.

1.4 Operación en que se registrará

El seguro se maneja en la operación de Vida Individual.

1.5 Objetivo del Plan

- Formar un patrimonio para el menor cuando llegue a la edad de ingresar a la universidad que garantice el pago de lo estudios universitarios.
- Garantizar el pago de primas pendientes por cubrir en caso de fallecimiento o invalidez total y permanente del contratante.

1.6 Mercado

Este seguro está dirigido al sector de la población de clase media alta y alta preocupada por las eventualidades que pudieran ocurrir en un futuro y que quiere garantizar el el financiamiento educativo universitario.

1.7 Canales de Distribución (Comercialización)

La comercialización del plan se hará a través de agentes, y corredores.

II. BASES TÉCNICAS

2.1 Hipótesis actuariales

Tabla de Invalidez: Monetary Values for Ordinary Disability Benefits Manuel R. Cueto, Beneficio 5, Período 2 Meses de espera 6.

Tabla de Mortalidad: CNSF 2000 Modificada (ver Anexo I)

Tasa de Interés Técnico: Se consideraron k escenarios de tasas basadas en los T-BILLS de E.U. para garantizar un criterio prudencial el cual permita tener un grado razonable de confiabilidad. El cálculo de estos escenarios de tasas de interés se dará más detalladamente en el Anexo II de la Nota Técnica.

2.2 Simbología

x	Edad del contratante
y	Edad del menor
n	Plazo del seguro
m	Número de pagos del Seguro Dotal a realizar
mT	Número de pagos del Seguro Temporal a efectuar
i	Tasa de interés utilizada en tablas
i'	Tasa de interés que representa la ganancia en inversiones
PNN_D	Prima Neta Nivelada del Seguro Dotal
PNN_T	Prima Neta Nivelada del Seguro Temporal
PT_D	Prima de Tarifa del Seguro Dotal
PT_T	Prima de Tarifa del Seguro Temporal
${}_tV_{y:\,n}$	Reserva del Seguro Dotal
${}_tV_{x:\,n}$	Reserva del Seguro Temporal
${}_tV_{y:\,n}^{min}$	Reserva mínima del Seguro Dotal

$_{1/2}V_{y:n}$	Reserva Media del Seguro Dotal
$_{1/2}V_{x:n}$	Reserva Media del Seguro Temporal
δ	Factor de rescate
VR	Valor de Rescate
SA	Suma Asegurada
SS	Seguro Saldado
DIV	Dividendos
P	Prima Neta de Valuación
λ	Comisiones Niveladas
ϕ	Gastos de Administración

2.3 Primas Netas

2.3.1 *Prima Neta Nivelada del seguro del menor (Dotal)*

La Prima Neta Nivelada es la de un Plan Dotal a 18 años menos la edad del asegurado, tomando la tabla de valores conmutados afectados por los k escenarios de tasas de interés con sus respectivas probabilidades de ocurrencia, cuya construcción se da más detalladamente en el ANEXO II de esta Nota Técnica. Es importante mencionar que para un ejemplo ilustrativo se tomaron 3 escenarios de tasas de interés, e.d. k=3.

$$PNN_D=\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(I_{(y)}\,(M_y^i-M_{12}^i)+M_{12}^i-M_{y+n}^i+D_{y+n}^i\right)P[E_i]}{D_y^i}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{k}\frac{(N_y^i-N_{y+m}^i)\,P[E_i]}{D_y^i}}*1000$$

de donde:

$$I_{(y)}{}^{6} = \begin{cases} 1, & si \quad y \geq 12 \\ \\ 0, & si \quad y < 12 \end{cases}$$

$P[E_i]$ Probabilidad de ocurrencia del escenario i

2.3.2 *Prima Neta Nivelada del seguro del contratante. (Temporal)*

La Prima Neta Nivelada tiene como plazo 18 años menos la edad del asegurado.Si el contratante fallece o se invalida totalmente en el año t, faltarían $n-t$ primas por pagar para cubrir al menor por la suma asegurada acordada. En consecuencia la siguiente expresión cubre esas primas restantes por saldar, garantizando así el pago de la suma asegurada estipulada. La expresión utiliza las tablas de valores conmutados con los k escenarios de tasas de interés y sus probabilidades de ocurrencia.

$$P_{NNT} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \Big(\sum_{t=0}^{m-2} {}_iV^{t+1} \; {}_tp_y \; p_{y+t} \; q_{x+t}^{(\tau)} \; {}_tp_x^{(\tau)} \; {}_i\ddot{a}_{y+t+1:\, m-t-1} \Big) P[E_i]}{\sum_{i=1}^{k} \Big({}_i\ddot{a}_{xy:m} * P[E_i] \Big)} PT_D$$

[6]Se utiliza esta función indicadora, ya que si el asegurado muere antes de los 12 años no hay pago de Suma Asegurada, sólo se regresan las primas pagadas. Art. 157 de la Ley Sobre el Contrato del Seguro.

donde:

$${}_{i}\ddot{a}_{y+t+1:\,m-t-1} = \frac{N^i_{y+t+1} - N^i_{y+m}}{D^i_{y+t+1}}$$

$$\ddot{a}_{xy:m} = \sum_{t=0}^{n-1} {}_{i}V^t \; {}_{t}p_{x:y}$$

$${}_{t}p_{x:y} = {}_{t}\, p_x^{(\tau)} \; {}_{t}p_y$$

$$q_x^{(\tau)} = q_x^f + q_x^{inv} - (q_x^f \; q_x^{inv})$$

$$p_x^{(\tau)} = \prod_{k=0}^{t-1} p_{x+k}^{(\tau)}$$

$$t \leq m \leq n$$

2.4 Reservas Técnicas

2.4.1 Reservas Terminales

- **Reserva Terminal del Plan Dotal**

  Se utilizó el Método Prospectivo para el cálculo de Reservas

$${}_{t}V_{y:\,n} = A_{y+t:\,n-t} \; - \; PNN_D \; {}_{t}\ddot{a}_{y+:\,m-1}$$

donde:

$$A_{y+t:\, n-t} = \sum_{i=0}^{k} \left(\frac{M^i_{y+t} - M^i_{y+n} + D^i_{y+n}}{D^i_{y+t}} \right) P[E_i]$$

$$\ddot{a}_{y+:\, m-1} = \sum_{i=0}^{k} \left(\frac{N^i_{y+t} - N^i_{y+m}}{D^i_{y+t}} \right) P[E_i]$$

- **Reserva Terminal del Seguro del Contratante**

Se utilizó el Método Prospectivo para el cálculo de Reservas

$${}_tV_{x:\, n} = {}_tA \; - \; PNN_T \; {}_t\ddot{a}$$

donde:

$$A_t = \sum_{i=1}^{k} \Big(\sum_{t=0}^{m-2-j} {}_iV^{t+1} * \; {}_tp_{y+j} * \; p_{y+t+j} * \; q^{(\tau)}_{x+t+j} * \; {}_tp^{(\tau)}_{x+j}$$
$$* \, {}_i\ddot{a}_{y+t+1:\, m-t-j-1} \Big) * P[E_i]$$

$$\ddot{a}_t = \sum_{i=1}^{k} \Big({}_i\ddot{a}_{x+j:\, y+j:\, m-j} \; P[E_i] \Big)$$

$${}_i\ddot{a}_{y+t+j+1:\, m-t-j-1} = \frac{N^i_{y+t+j+1} - N^i_{y+m}}{D^i_{y+t+j+1}}$$

$${}_i\ddot{a}_{x+j:\, y+j:\, m-j} = \sum_{t=0}^{n-j-1} {}_iV^t \; {}_tp_{x+j:\, y+j}$$

$${}_tp_{x+j:\, y+j} = {}_t\, p^{(\tau)}_{x+j} \; {}_tp_{y+j}$$

$$q_{x+j}^{(\tau)} = q_{x+j}^{f} + q_{x+j}^{inv} - (q_{x+j}^{f}\, q_{x+j}^{inv})$$

$$p_{x+j}^{(\tau)} = \prod_{k=0}^{t-j-1} p_{x+j+k}^{(\tau)}$$

y $mT \leq m \leq n$

2.4.2 Reservas Medias

- Reserva Media del Plan Dotal

  Para efectos de valuación se utilizará el procedimiento de reserva media, determinada mediante el siguiente procedimiento:

$$_{t-\frac{1}{2}}V_{y:\,n} = \frac{_{t-1}V_{y:\,n} + PNN_D +_t V_{y:\,n}}{2}, \qquad t > 1$$

- Reserva Media del Contratante

  Se calcula bajo la siguiente expresión.

$$_{t-\frac{1}{2}}V_{x:\,n} = \frac{_{t-1}V_{x:\,n} + PNN_T +_t V_{x:\,n}}{2}, \qquad t > 1$$

2.4.3 Reserva Mínima

Para el caso de la reserva mínima se utiliza un sistema modificado, el cual se define de la siguiente manera[7]: tomando una tasa de interés del 4% y la Tabla de Mortalidad CNSF2000-I Modificada.

La reserva mínima para el primer año se calculará de la siguiente manera:

$$_tV_y^{min} = \frac{I_{(y)} * \frac{q_y}{(1+i)} * FD + (PAH_1 - PA_1)(1+i)^{T/365}}{p_y}$$

donde:

$$I_{(y)} = \begin{cases} 1, & si \quad y \geq 12 \\ 0, & si \quad y < 12 \end{cases}$$

$$FD = \frac{365 - T}{365}$$

T número de días transcurridos desde el inicio de vigencia de la póliza, hasta la fecha de valuación de la reserva.

[7] Circular S-10.1.7.1

$PAH_1 = PN_D - CS_1$

$CS_1 = 1000 * \frac{I_{(y)} * q_y}{(1+i)}$

$PA_1 = min(PE_1, PAH_1)$

$PE_1 = CAdq_{NT} * \alpha$

$CAdq_{NT}$ Costo de adquisición en el primer año de vigencia del plan.

α Porción de prima de tarifa del primer año, correspondiente al recargo por concepto de gastos de adquisición. Este procedimiento se dará más detalladamente en el Anexo IV.

El cálculo de la reserva mínima para los siguientes t años se hará de la siguiente forma:

$${}_tV_y^{min} = {}_tV_y - AM_t$$

donde:

$AM_t = (PA_1) * F_y * \frac{\ddot{a}_{y+t:m-t}}{\ddot{a}_{y+1:m-1}}$

$F_y = \frac{(1+i)}{p_y}$

$m =$ plazo de pago de primas del plan dotal

$$_{\frac{1}{2}t}V_y^{min} = \begin{cases} \dfrac{{}_{t-1}V_y^{min} + PNN_D + \frac{PA_1}{\ddot{a}_{y+t:m-1}}F_y + {}_tV_y^{min}}{2}, & t \leq m \\ \\ \dfrac{{}_{t-1}V_y^{min} + {}_tV_y^{min}}{2}, & t > m \end{cases}$$

donde:

${}_{\frac{1}{2}t}V_y^{min}$	reserva media,
${}_tV_y^{min}$	reserva terminal al final del año póliza t
${}_{t-1}V_y^{min}$	reserva terminal al final del año póliza t-1 y
PNN_D	prima neta nivelada del dotal

2.5 Provisión de Gastos de Administración para el seguro temporal

De acuerdo a lo establecido en la Circular S-10.1.7.1, la provisión para gastos, denotada como RG, por devengar en años futuros, en un determinado año de vigencia t de la póliza, se calcula de la siguiente manera:

$$RG_t = \begin{cases} \frac{(RG_{t-1} + GA^{(mT)_t} - GA_t^{(n)}) * (1+i)}{p_{x+t-1}^{(\tau)}\ p_{y+t-1}}, & \forall\ t < mT \leq n \\ \\ \frac{(RG_{t-1} - GA_t^{(n)}) * (1+i)}{p_{x+t-1}^{(\tau)}\ p_{y+t-1}}, & \forall\ mT < t \leq n \end{cases}$$

donde:

$$GA_{t+1}^{(n)} = \frac{\sum_{t=0}^{mT-1} V^t * GA_t^{(mT)} * {}_tp_x^{(\tau)} * {}_tp_y}{\sum_{t=0}^{n-1} V^t\ {}_tp_x^{\tau} * {}_tp_y}, \quad \forall\ \ mT < t \leq n$$

2.6 Valores Garantizados

Se otorgarán a partir del 3er. año sobre la cobertura dotal.[8]

a) *Valor de Rescate*

Se calculó mediante la siguiente expresión:

$$VR =_t V_{y:\, n} * \delta$$

donde δ es el factor de rescate, cuyo cálculo se especifica en el Anexo V.

b) *Seguro Saldado*

Se dedujo de la siguiente fórmula:

$$VR = A_{y+t:\, n-t} \; * \; SA$$

[8] Art. 182 Ley General de Instituciones Mutualistas de Seguros: El asegurado que haya cubierto tres anualidades consecutivas, tendrá derecho al reembolso inmediato de una parte de la reserva matemática, de acuerdo también con las normas técnicas establecidas para el caso, las cuales deberán figurar en la póliza. Art. 183 Ley General de Instituciones Mutualistas de Seguros: Las pólizas reducidas conferirán asimismo los derechos al rescate de que trate el artículo anterior.

despejando SA tenemos:

$$SA = \frac{VR}{A_{y+t:\,n-t}} \quad \therefore \quad SS = \frac{VR}{A_{y+t:\,n-t}}$$

donde

$$A_{y+t:\,n-t} = \sum_{i=1}^{k} \frac{M^i_{y+t} - M^i_{y+n} + D^i_{y+n}}{D^i_{y+t}} * P[E_i]$$

Nota: Este plan no tendrá Seguro Prorrogado.

2.7 Otros parámetros

Se supone un interés ganado por la compañía del 6%

Caducidad

Se utilizó la tabla de Caducidad 1960 U.S. Moorhead R Lapse

Mortalidad

Para el cálculo de la Reserva y Primas Netas Niveladas: Tabla CNSF 2000-Individual Modificada[9] con un escenario de tasas del 2%, 4% y 6%.

[9]La Modificación se efectuó al momento de sacar los valores para edades menores a 12 años y el procedimiento está señalado en el Anexo I.

Para el cálculo de la PT_D : Tabla CNSF 2000-Indiv. Modif. aplicando los factores de selección mencionados en el Anexo I.

Para el cálculo de la PT_T :Tabla de Invalidez Monetary Values for Ordinary Disability Benefits de Manuel R. Cueto, Beneficio 5, Período 2, Meses de espera 6.

Recargo Fijo

Se cobrará el recargo fijo que se encuentre en vigor al momento de emitir la póliza, para este ejercicio se considera de 31 dólares.

Gastos de Administración

4% por póliza *Gastos de Adquisición*

Serán los enunciados en el anexo IV.

2.8 Dividendos

Serán calculados en base al seguro del menor por el método del factor de interés y son otorgados en caso de que la compañía obtenga tasas de interés mayores a la utilizada, esto con la finalidad de no poner en riesgo la suficiencia de las tarifas.

donde:

DIV_t = Dividendo financiero otorgado al inicio del período t.

i' = Tasa de interés que representa la ganancia actual en inversiones.

i_j = Tasa de interés j utilizada para el cálculo de reservas.

Φ = Porcentaje de los dividendos que la compañía otorga al asegurado (en este caso 50%).

P = Prima Neta de Valuación ($\alpha y \beta$).

${}_{t-1}V$ = El dividendo financiero otorgado a final del año póliza es:

$$DIV_t = max \begin{cases} 0, \\ \\ \sum_{j=3}^{k} (i' - i_j) * P[E_j] * (P +_{t-1} V) * \Phi \end{cases}$$

En caso de que el asegurado prefiera formar un fondo , entonces los dividendos se calcularán de forma acumulada.

$$FONDO_t = FONDO_{t-1} * (1 + i') + DIV_t$$

La prima de tarifa para el plan dotal se determinó usando una tasa de interés del 5.5%. Se utiliza el método de Asset -Share, en el cual se proyectaron los ingresos y egresos del plan llegando a la siguiente expresión.

2.9 Primas de Tarifa

La prima de tarifa para el *plan dotal* se determinó usando una tasa de interés del 5.5%. Se utiliza el método de Asset -Share, en el cual se proyectaron los ingresos y egresos del plan llegando a la siguiente expresión.

$$PT_D = \frac{\sum_{t=0}^{n} (\, {}_tP_y^{BE/M} \, * \, {}_tF_y \, - \, {}_{t-1}P_y^{BE/M} \, * \, {}_{t-1}F_y \,) \, * \, \frac{(1+i)^t}{(1+j_t)^t}}{\sum_{t=0}^{n} {}_tf_y \, * \, \left(\frac{1+i}{1+j_t}\right)^t}$$

Nota: El método se encuentra más detalladamente en el Anexo III.

La prima de tarifa del *plan temporal* se calculó mediante la siguiente expresión:

$$PT_T = \frac{PNN_T}{1 - \lambda - \varphi - \gamma}$$

donde:

$\lambda =$ comisiones niveladas
$\varphi =$ gastos de administración
$\gamma =$ margen de utilidad, en este caso es del 5%

Para obtener las comisiones niveladas se hizo el siguiente cálculo:

$$\lambda = \frac{\displaystyle\sum_{t=0}^{m-1} V^t \; * \; {}_tp_{x:\,y} \; * \; C_{t+1}}{\displaystyle\sum_{t=0}^{m-1} V^t \; * \; {}_tp_{x:\,y}}$$

donde:

C_{t+1} = Comisión del año $t + 1$

III. ANEXOS

ANEXO I

OBTENCIÓN DE LA TABLA DE MORTALIDAD CNSF 2000 MODIFICADA MEDIANTE PONDERACIÓN DE TASAS

Para poder obtener los factores de $q'_x s$ para las edades de 0 a 11 años de la Tabla de Mortalidad CNSF 2000 Modificada se realizó el siguiente procedimiento:

Se tomó la Tabla de Mortalidad de la AMIS, la cual está desglozada según el sexo, pero que contiene las $q'_x s$ de edades a partir de cero años en adelante para un rádix de 1´000,000. Sin embargo, queremos obtener una Tabla Mixta, la que suponemos debe estar entre las tasas de hombres y mujeres, necesitamos ver la población total de muertes del país desglosada por hombres y mujeres para poder encontrar así la tasa ponderada deseada. Por tanto usamos las Tablas de Población del país emitidas por el INEGI y aplicamos la siguiente fórmula:

Para obtener la tasa ponderada de hombres tenemos:

$$T_{PH} = \Big(\frac{Pob.Hombres}{Pob.Total}\Big) * Tasa\ Hombres\ (AMIS)$$

y para la tasa ponderada de mujeres consideramos:

$$T_{PM} = \Big(\frac{Pob.Mujeres}{Pob.Total}\Big) * Tasa\ Mujeres\ (AMIS)$$

donde: T_{PH} y T_{PM} indican las tasas ponderadas de hombres y mujeres respectivamente y la $Pob.\ Total = Hombres + Pob.\ Mujeres.$

Una vez obtenidas las tasas ponderadas de hombres y mujeres, basta con que las sumemos y obtenemos así la tasa mixta ponderada deseada, la cual cumple con nuestro supuesto de estar entre la tasa de hombres y mujeres de la AMIS.

$$\boxed{T_{PMixta} = T_{PH} + T_{PM}}$$

Por ejemplo, si tomamos la edad cero tenemos lo siguiente:

Probabilidad de muerte por sexos (AMIS)			Población Total del país por sexos (INEGI)		
Edad	Hombres	Mujeres	Edad	Hombres	Mujeres
0	11.32	7.831	0	1,049,375	1,012,056

$$T_{PH} = \left(\frac{1,049,375}{1,049,375 + 1,012,056}\right) * 11.327$$

$$= \left(\frac{1,049,375}{2,061,431}\right) * 11.327 = 5.77$$

$$T_{PM} = \left(\frac{1,012,056}{1,049,375 + 1,012,056}\right) * 7.831$$

$$= \left(\frac{1,012,056}{2,061,431}\right) * 7.831 = 3.84$$

Esta tasa se encuentra entre 11.327 y 7.831. Este procedimiento se realiza para cada edad hasta llegar a 11, ya que a partir de edad 12 tomamos los factores de $q_x's$ de la Tabla de Mortalidad CNSF 2000. Este procedimiento también es válido si se toma la población de algún Estado, por ejemplo el D.F. En las siguientes tablas se puede ver que las tasas son prácticamente iguales.

ANEXO I
TABLA DE POBLACION TOTAL DEL PAÍS Y PROBABILIDADES DE MUERTE POR SEXO

POBLACIÓN TOTAL DEL PAÍS, EDAD DESPLEGADA Y SU DISTRIBUCIÓN SEGÚN SEXO			PROBABILIDADES DE MUERTE POR SEXO (AMIS)	
ESTADOS UNIDOS MEXICANOS	POBLACIÓN HOMBRES	POBLACIÓN MUJERES	HOMBRES	MUJERES
EDAD				
0	1,049,375	1,012,056	11.33	7.83
1	1,032,353	993,964	0.60	0.33
2	1,066,929	1,035,241	0.54	0.33
3	1,096,664	1,072,635	0.50	0.33
4	1,155,985	1,119,955	0.46	0.34
5	1,141,835	1,109,051	0.43	0.34
6	1,127,877	1,107,852	0.41	0.34
7	1,136,250	1,099,025	0.40	0.34
8	1,148,153	1,122,486	0.39	0.35
9	1,123,596	1,099,198	0.38	0.35
10	1,148,443	1,108,401	0.37	0.36
11	1,059,986	1,027,248	0.37	0.36
12	1,113,464	1,072,227	0.35	0.37
13	1,061,041	1,043,183	0.43	0.37
14	1,052,803	1,049,697	0.52	0.38
15	1,043,559	1,046,475	0.60	0.39
16	983,663	1,006,418	0.67	0.39
17	1,008,292	1,035,397	0.73	0.40
18	1,025,513	1,062,712	0.75	0.41
19	848,621	931,485	0.76	0.42
20	913,756	1,012,610	0.76	0.43
21	763,563	850,264	0.77	0.45
22	910,954	996,707	0.82	0.46
23	864,660	962,939	0.76	0.48
24	850,667	945,014	0.74	0.50
25	853,213	954,136	0.73	0.52
26	765,000	858,304	0.72	0.54
27	773,031	855,005	0.68	0.57
28	762,754	845,851	0.76	0.60
29	707,484	782,965	0.82	0.63
30	862,502	948,155	0.86	0.66
31	549,960	608,567	0.94	0.70
32	716,655	804,248	1.07	0.75
33	639,214	706,172	1.08	0.80
34	615,025	685,989	1.10	0.85
35	666,545	734,155	1.11	0.91
36	616,696	689,444	1.13	0.98
37	541,580	591,355	1.14	1.05
38	630,821	691,697	1.33	1.14
39	567,686	622,559	0.15	1.23
40	676,287	750,778	1.69	1.33
41	375,372	403,080	1.89	1.45
42	585,327	610,978	2.12	1.57
43	442,495	483,386	2.26	1.72
44	415,290	451,840	2.38	1.87
45	496,056	528,611	2.54	2.05
46	362,005	395,305	2.78	2.25
47	342,981	368,375	3.12	2.46

ANEXO I
TABLA DE POBLACION TOTAL DEL PAÍS Y PROBABILIDADES DE MUERTE POR SEXO

POBLACION TOTAL DEL PAIS. EDAD DESPLEGADA Y SU DISTRIBUCIÓN SEGUN SEXO			PROBABILIDADES DE MUERTE POR SEXO (AMIS)	
EDAD	POBLACIÓN HOMBRES	POBLACION MUJERES	HOMBRES	MUJERES
ESTADOS UNIDOS MEXICANOS				
48	392.432	132.498	3.18	2.71
49	363.703	390.125	3.26	2.98
50	468.085	508.349	3.45	3.28
51	236.555	246.905	3.87	3.61
52	346.541	359.444	4.53	4.01
53	283.089	300.526	5.09	4.39
54	289.763	318.696	5.83	4.80
55	294.814	319.732	6.70	5.21
56	265.559	275.849	7.63	5.63
57	215.714	228.194	8.59	6.00
58	239.241	266.375	10.51	6.46
59	218.744	235.009	12.38	6.93
60	333.656	372.315	14.21	7.40
61	1,333.907	144.040	15.98	7.89
62	195.866	214.409	17.70	8.37
63	200.547	219.341	18.85	9.45
64	181.428	202.637	20.43	10.56
65	219.354	252.571	21.96	11.71
66	148.157	161.754	22.91	12.95
67	143.923	155.647	24.67	13.90
68	148.499	175.338	26.02	16.21
69	119.733	135.809	27.34	18.70
70	205.361	233.085	28.72	21.13
71	70.926	75.872	30.27	23.47
72	120.086	131.281	32.08	25.80
73	96.663	108.443	37.10	28.68
74	96.070	107.887	11.71	31.77
75	120.497	139.290	45.66	34.75
76	83.501	89.212	50.11	37.84
77	67.481	70.666	55.12	42.01
78	82.061	91.082	60.74	47.50
79	57.657	63.823	67.05	52.92
80	87.392	109.895	74.13	59.01
81	28.284	31.712	82.06	65.21
82	39.714	47.814	90.93	72.85
83	31.262	38.244	100.86	83.97
84	30.678	38.881	111.95	93.83
85	37.504	51.957	124.30	104.50
86	26.762	34.427	138.06	116.04
87	22.691	29.455	153.34	128.32
88	19.728	25.147	170.27	141.00
89	18.356	24.024	189.00	155.55
90	23.953	33.740	209.65	169.83
91	6.657	8.558	232.35	184.99
92	8.103	11.683	257.20	201.45
93	6.506	9.249	284.32	220.10
94	5.624	7.933	313.76	241.21
95	6.950	10.952	345.57	268.57
96	4.941	7.329	379.74	305.42
97	3.533	5.202	416.20	363.28
98	4.522	6.675	454.82	466.23
99	5.795	6.993	495.38	650.74
100	8.029	11.728	1000.00	1000.00

ANEXO I
TABLA DE PROBABILIDADES DE MUERTE PONDERADAS

	PROBABILIDADES DE MUERTE PONDERADAS POR SEXO		PROBABILIDAD DE MUERTE DE HOMBRES Y MUJERES			
			AMIS PONDERADA			
EDAD	HOMBRES	MUJERES	MEXICO	DF	CNSF	COMBINADA
0	5.77	3.84	9.61	9.62		9.62
1	0.31	0.16	0.47	0.47		0.47
2	0.27	0.16	0.44	0.44		0.44
3	0.25	0.17	0.42	0.42		0.42
4	0.23	0.17	0.40	0.40		0.40
5	0.22	0.17	0.38	0.38		0.38
6	0.21	0.17	0.38	0.38		0.38
7	0.20	0.17	0.37	0.37		0.37
8	0.20	0.17	0.37	0.37		0.37
9	0.19	0.17	0.37	0.37		0.37
10	0.19	0.17	0.36	0.36		0.36
11	0.19	0.18	0.37	0.37		0.37
12	0.18	0.18	0.36	0.36	0.40	0.40
13	0.22	0.18	0.40	0.40	0.43	0.43
14	0.26	0.19	0.45	0.45	0.46	0.46
15	0.30	0.20	0.49	0.49	0.50	0.50
16	0.33	0.20	0.53	0.53	0.53	0.53
17	0.36	0.20	0.56	0.56	0.58	0.58
18	0.37	0.21	0.58	0.58	0.62	0.62
19	0.36	0.22	0.58	0.58	0.67	0.67
20	0.36	0.23	0.59	0.59	0.72	0.72
21	0.36	0.24	0.60	0.60	0.77	0.77
22	0.39	0.24	0.63	0.63	0.83	0.83
23	0.36	0.25	0.61	0.61	0.90	0.90
24	0.35	0.26	0.61	0.61	0.97	0.97
25	0.34	0.27	0.62	0.62	1.04	1.04
26	0.34	0.29	0.62	0.63	1.12	1.12
27	0.32	0.30	0.62	0.62	1.21	1.21
28	0.36	0.32	0.68	0.68	1.30	1.30
29	0.39	0.33	0.72	0.72	1.40	1.40
30	0.41	0.35	0.76	0.76	1.51	1.51
31	0.45	0.37	0.81	0.81	1.62	1.62
32	0.50	0.40	0.90	0.90	1.75	1.75
33	0.52	0.42	0.93	0.93	1.88	1.88
34	0.52	0.45	0.97	0.97	2.03	2.03
35	0.53	0.48	1.01	1.00	2.19	2.19
36	0.53	0.52	1.05	1.06	2.35	2.35
37	0.54	0.55	1.09	1.09	2.54	2.54
38	0.63	0.60	1.23	1.23	2.73	2.73
39	0.07	0.64	0.71	0.72	2.94	2.94
40	0.80	0.70	1.50	1.50	3.17	3.17
41	0.91	0.75	1.66	1.66	3.41	3.41
42	1.04	0.80	1.84	1.83	3.67	3.67
43	1.08	0.90	1.98	1.97	3.95	3.95
44	1.14	0.97	2.11	2.11	4.26	4.26
45	1.23	1.06	2.29	2.28	4.59	4.59
46	1.33	1.17	2.50	2.49	4.94	4.94
47	1.50	1.27	2.78	2.77	5.32	5.32

ANEXO I
TABLA DE PROBABILIDADES DE MUERTE PONDERADAS

	PROBABILIDADES DE MUERTE PONDERADAS POR SEXO		PROBABILIDAD DE MUERTE DE HOMBRES Y MUJERES			
			AMIS PONDERADA			
EDAD	HOMBRES	MUJERES	MEXICO	DF	CNSF	COMBINADA
48	1.51	1.42	2.93	2.92	5.73	5.73
49	1.57	1.54	3.12	3.11	6.16	6.16
50	1.65	1.71	3.36	3.36	6.64	6.64
51	1.89	1.84	3.74	3.73	7.15	7.15
52	2.22	2.04	4.27	4.25	7.69	7.69
53	2.47	2.26	4.73	4.71	8.28	8.28
54	2.78	2.51	5.29	5.26	8.92	8.92
55	3.21	2.71	5.92	5.89	9.60	9.60
56	3.74	2.87	6.61	6.55	10.33	10.33
57	4.17	3.08	7.26	7.18	11.12	11.12
58	4.97	3.40	8.38	8.28	11.97	11.97
59	5.97	3.59	9.56	9.39	12.88	12.88
60	6.72	3.90	10.62	10.36	13.86	13.86
61	14.42	0.77	15.19	11.45	14.91	14.91
62	8.45	4.37	12.82	12.48	16.05	16.05
63	9.00	4.94	13.94	13.56	17.27	17.27
64	9.65	5.57	15.22	14.83	18.57	18.57
65	10.21	6.27	16.47	16.07	19.98	19.98
66	10.95	6.76	17.71	17.18	21.49	21.49
67	11.85	7.22	19.07	18.53	23.11	23.11
68	11.93	8.78	20.71	20.28	24.85	24.85
69	12.81	9.94	22.75	22.29	26.72	26.72
70	13.45	11.23	24.69	24.19	28.72	28.72
71	14.63	12.13	26.76	26.35	30.87	30.87
72	15.33	13.47	28.80	28.40	33.18	33.18
73	17.48	15.16	32.65	32.16	35.65	35.65
74	19.65	16.81	36.45	35.77	38.30	38.30
75	21.18	18.63	39.81	39.10	41.14	41.14
76	24.23	19.55	43.77	43.04	44.17	44.17
77	26.92	21.49	48.41	47.38	47.42	17.42
78	28.79	24.99	53.78	52.85	50.90	50.90
79	31.82	27.80	59.63	58.63	54.62	54.62
80	32.84	32.87	65.71	64.58	58.59	58.59
81	38.69	34.47	73.15	71.77	62.83	62.83
82	41.26	39.80	81.05	79.83	67.36	67.36
83	45.36	46.20	91.57	90.34	72.19	72.19
84	49.37	52.45	101.82	100.36	77.34	77.34
85	52.11	60.69	112.80	111.20	82.82	82.82
86	60.38	65.29	125.67	123.77	88.65	88.65
87	66.72	72.48	139.21	137.26	94.85	94.85
88	74.85	79.01	153.87	151.38	101.44	101.44
89	81.86	88.18	170.04	166.87	108.42	108.42
90	87.04	99.32	186.36	182.68	115.83	115.83
91	101.66	104.05	205.71	201.50	123.68	123.68
92	105.33	118.95	224.28	219.30	131.97	131.97
93	117.41	129.21	246.62	240.67	140.74	140.74
94	130.16	141.15	271.31	263.83	149.98	149.98
95	134.16	164.30	298.46	291.48	159.72	159.72
96	152.92	182.43	335.35	326.68	169.97	169.97
97	168.34	216.35	384.68	380.03	180.73	180.73
98	183.68	277.94	461.62	462.61	192.02	192.02
99	224.49	355.85	580.34	595.81	203.84	203.84
100	406.39	593.61	1000.00	1000.00	1000.00	1000.00

ANEXO II

OBTENCIÓN DE LOS ESCENARIOS PARA LA TASA DE INTERÉS TÉCNICO Y LA ELABORACIÓN DE LA TABLA DE CONMUTADOS ESPECIAL

De acuerdo a la circular S-10.1.7 es necesario utilizar una tasa de interés técnico, que garantice un grado de confiabilidad razonable para el cálculo de primas y reservas. El procedimiento utilizado fue suponer ciertos escenarios para dicha tasa de interés.

Cada escenario consiste en tomar un conjunto de tasas deterministas que se aplicarán año con año, dicho conjunto de tasas se consideró tomando en cuenta las tasas diarias T-BILLS de E.U. (Treasury) con un período del 15/09/99 al 21/06/2004 , ya que esto da un mejor panorama de inversión. Además, el seguro está establecido en dólares, para tener de esta forma una mejor aproximación a cambios inflacionarios futuros que pueda sufrir el país. El componente aleatorio se ve reflejado en la asignación de la probabilidad a cada escenario. La asignación está basada en las expectativas macroeconómicas. Para efectos de esta Nota Técnica, se consideraron el número de tasas que se encontraran en un intervalo definido y se dividió entre el número total de tasas que en este caso es de 1205.Por ejemplo, para la tasa del escenario 1, equivalente al 3.5%, el intervalo utilizado fue de [3 , 4); para el escenario 2, con una tasa del 4.5%, el intervalo que se consideró fue de [4 , 5.5); y para el escenario 3, con 6.5%, el intervalo fue de [5.5 , 6.8]. De esta manera las probabilidades correspondientes a cada escenario son las siguientes:

$$P[E_1] = \frac{315}{1205} = .2614$$

$$P[E_2] = \frac{727}{1205} = .6033$$

$$P[E_3] = \frac{163}{1205} = .1353$$

donde:

$E_1 = 3.5\%$
$E_2 = 4.5\%$
$E_3 = 6.5\%$

El conjunto de escenarios deseado se puede representar como una matriz A de zxe, donde z es el número de años, que en este caso debe coincidir con la cobertura del plan del seguro y e denota el número de escenarios.

$$\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1e} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2e} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{z1} & \lambda_{z2} & \dots & \lambda_{ze} \end{bmatrix}$$

La entrada λ_{ij} representa la fuerza de interés aplicable en el año i, bajo el escenario j. Cada escenario tiene asignada una probabilidad de realización, es decir, $\pi_j = P[E_j]$ donde E es la variable aleatoria discreta, la cual indica el escenario utilizado. Por ejemplo, para el cálculo de esta nota técnica y a manera ilustrativa se tomaron tres escenarios.

$E_1 =$ Primer escenario a una tasa baja $i_1 = 3.5\%$
$E_2 =$ Segundo escenario a una tasa media $i_2 = 4.5\%$
$E_3 =$ Tercer escenario a una tasa alta $i_3 = 6.5\%$

Por lo que la matriz Δ queda de la siguiente forma:

$$\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} & i_{13} \\ i_{21} & i_{22} & i_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ i_{z1} & i_{z2} & i_{ze} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.5\% & 4.5\% & 6.5\% \\ 3.5\% & 4.5\% & 6.5\% \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 3.5\% & 4.5\% & 6.5\% \end{bmatrix}$$

Es importante mencionar que para cada año z, la tasa de interés se consideró como la misma para cada escenario, esto con el fin de simplificar los cálculos, además de que en este caso, el plazo del seguro no es muy grande. Entonces, para calcular el conjunto del primer valor conmutado a cada tasa i (D_x^i) hacemos lo siguiente:

$$D_x^1 = [(1+i_1)^{-x} * l_x] * P[E_1] = [{}_1V^x * l_x] * P[E_1]$$

$$D_x^2 = [(1+i_2)^{-x} * l_x] * P[E_2] = [{}_2V^x * l_x] * P[E_2]$$

$$D_x^3 = [(1+i_3)^{-x} * l_x] * P[E_3] = [{}_3V^x * l_x] * P[E_3]$$

Nótese que:

$$_iV = \Big(\Big[\,_1V * P[E_1]\Big] + \Big[\,_2V * P[E_2]\Big] + \Big[\,_3V * P[E_3]\Big]\Big)$$

$$= \Big(\Big[\,(1+i_1) * P[E_1]\Big] + \Big[\,(1+i_2) * P[E_2]\Big] + \Big[\,(1+i_3) * P[E_3]\Big]\Big)$$

Análogamente se hace el cálculo para las C_x^i

$$C_x^1 = [(1+i_1)^{-x-1} \; * \; d_x] \; * \; P[E_1] = [_1V^{x+1} \; * \; d_x] \; * \; P[E_1]$$

$$C_x^2 = [(1+i_2)^{-x-2} \; * \; d_x] \; * \; P[E_2] = [_2V^{x+2} \; * \; d_x] \; * \; P[E_2]$$

$$C_x^3 = [(1+i_3)^{-x-3} \; * \; d_x] \; * \; P[E_3] = [_3V^{x+3} \; * \; d_x] \; * \; P[E_3]$$

y el cálculo de los otros valores conmutados es el siguiente:

$$N_x^i = D_x^i + D_{x+1}^i + D_{x+2}^i + \ldots = \sum_{j=x}^{w-x} D_j^i$$

$$M_x^i = C_x^i + C_{x+1}^i + C_{x+2}^i + \ldots = \sum_{j=x}^{w-x} C_j^i$$

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de los T-BILLS

ANEXO III

ASSET SHARE

q^{d}_{x-t-1} = Tasa de mortalidad en el año t.

$f^{sel.}_{t}$ = Factores de selección.

$Q^{d}_{x-t-1} = q^{d}_{x-t-1} * f^{sel.}_{t}$

q^{w}_{x-t-1} = Tasa de caducidad en el año t.

$q^{T}_{x+t-1} = min(1, Q^{d}_{x-t-1} + q^{w}_{x-t-1})$

$p^{T}_{x-t-1} = 1 - q^{T}_{x+t-1}$

Prob. de que la póliza emitida continué vigente al final del año t.

$${}_{t}p^{T}_{x} = \prod_{i=1}^{t} p^{T}_{x+i-1}$$

Probabilidad de que la póliza emitida permanezca vigente al menos t años.

$i_{\tau} = 5.5\%$

Tasa de interés neto ganado o invertido en el activo del año t.

$$(1 + i_{\tau})^{t} = \prod_{i=1}^{t} (1 + i_{\tau})^{t}$$

$V^t = \dfrac{1}{(1+i)^t}$

${}_tE_x^T = V^t * {}_tp_x^T$

C_t = Comisión total en la póliza del año t (en % de la prima).

g_t = Gastos de administración (en % de la prima).

U_t = Margen de utilidad

Π_t = Prima de Tarifa nivelada por cada mil de suma asegurada.

${}_tf_x = {}_{t-1}E_x^T * [1 - g_t - C_t - U_t]$

${}_tF_x = \sum_{i=1}^{t} {}_if_x$

j_t = Rango de beneficio requerido en la póliza del año t en el excedente invertido en nuevos negocios. En este caso 6%

${}_NA_t$ = Suma asegurada promedio estimado. En este caso 35.

${}_tA$ = Suma asegurada promedio sobre los primeros t-años de póliza

e_t = Gastos por cada \$1,000 de suma asegurada en el año t.

e'_t = Gastos por póliza en el año t,incluyendo gastos de pagos de rescates, beneficio de muerte y vencimiento, en este ejercicio los gastos son de \$20 para el primer año y \$10 para los años subsecuentes.

${}_tV_{y:\,n}$ = Reserva terminal del año t.

${}_tCV_y = {}_tV_{y:\,n}$ * Factor de Rescate del año t.

$r_{y+t-1} = 75\% * (q^d_{y+t-1})$

Prima de reaseguro por cada 1,000 de Suma Asegurada. (Temporal a un año renovable)

$Pv_t =$ Prima de valuación del año t.

$\ddot{a}_{x-t-1} =$ Valor presente al inicio de la póliza en el año t de una anualidad de \$1 por el resto del pago de la prima con el períodode la base de valuación. ($a'x$ es definida como cero)

$$^{A}R_{x-t-1} = \left(\frac{1000 -_t V_x}{1000}\right) * \left[(r_{x-t-1} - 1000 \ * \ V^{1/2} \ * \ Q^d_{x-t-1})\right]$$

$$- \left(V_t \ * \ r * \ (r_{x-t-1} - 1000 \ * \ V^{1/2} \ * \ Q^d_{x-t-1)}\right)$$

$S_t =$ Beneficio de supervivencia por cada 1,000 de suma asegurada para aquellas pólizas con beneficio de supervivencia en el año t. Definido como igual a cero. (sólo en este caso).

$${}_th_x = \left[e_t + \frac{e'_t}{A_t} + 1000 * V^{1/2} * Q^d_{x+t-1} + V^t * q^w_{x+t-1} *_t CV_x\right]$$

$$+ max\left\{0, \frac{A_t - k}{A_t} * ({}^{A}R'_{x+t-1} + V^t) + p^t_{x+t-1} * S_t * V^t\right\} *_{t-1} E^T_x$$

$$ {}_tH_x = \sum_{t}^{t=1} {}_ih_x $$

$$ {}_tP_x^{BE} =_t H_x + \left(\frac{{}_tE_x^T \ * \ {}_tV_x}{{}_tF_x} \right) $$

$$ {}_tP_x^{BE/M} = \ {}_tH_x \ + \ \left(\frac{{}_tE_x^T \ * \ {}_tV_x}{{}_tF_x} \right) \ - \ \frac{RF}{A_t} $$

ANEXO IV

TABLA DE GASTOS DE ADQUISICIÓN Y FACTORES DE SELECCIÓN

TABLA DE GASTOS DE ADQUISICIÓN

Plazo de pago

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	8.0%	12.0%	12.0%	12.0%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	15.6%	18.7%	18.7%	18.7%	18.7%	18.7%	21.5%	21.5%	21.5%	21.5%
2		5.4%	5.4%	5.4%	7.0%	7.0%	7.0%	7.0%	7.0%	8.4%	8.4%	8.4%	8.4%	8.4%	9.2%	9.2%	9.2%	9.2%
3			3.9%	3.9%	5.1%	5.1%	5.1%	5.1%	5.1%	6.1%	6.1%	6.1%	6.1%	6.1%	6.7%	6.7%	6.7%	6.7%
4				1.8%	2.3%	2.3%	2.3%	2.3%	2.3%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	3.1%	3.1%	3.1%	3.1%
5					1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
6						1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
7							1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
8								1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
9									1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
10										1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
11											1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
12												1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
13													1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
14														1.8%	1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
15															1.8%	1.8%	1.8%	1.8%
16																1.8%	1.8%	1.8%
17																	1.8%	1.8%
18																		1.8%

TABLA DE FACTORES DE SELECCIÓN

"1994 U.S. Reg 830 Selection Factors, Male Smoker"

Edad

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.88	0.83
2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.89	0.84
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.89	0.84
4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.90	0.85
5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.90	0.86
6	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.91	0.87
7	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.91	0.87
8	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.91	0.86
9	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.91	0.86
10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.91	0.86
11	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.91	0.86
12	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.90	0.86
13	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.90	0.86
14	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.90	0.86
15	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.91	0.86

ANEXO IV

TABLA DE GASTOS DE ADQUISICIÓN Y FACTORES DE SELECCIÓN

TABLA DE FACTORES DE SELECCIÓN
"1994 U.S. Reg 830 Selection Factors, Male Smoker"

Año	Edad 18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
1	0.77	0.71	0.65	0.63	0.61	0.60	0.58	0.56	0.55	0.53	0.52	0.50	0.49	0.47	0.45	0.43
2	0.78	0.73	0.67	0.65	0.63	0.61	0.59	0.57	0.56	0.55	0.53	0.52	0.51	0.50	0.48	0.47
3	0.79	0.73	0.68	0.66	0.64	0.62	0.60	0.58	0.58	0.57	0.57	0.56	0.56	0.55	0.55	0.54
4	0.80	0.75	0.70	0.68	0.66	0.64	0.62	0.60	0.60	0.59	0.59	0.58	0.58	0.58	0.57	0.57
5	0.81	0.76	0.71	0.69	0.66	0.64	0.61	0.59	0.59	0.59	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58
6	0.82	0.78	0.73	0.70	0.68	0.65	0.63	0.60	0.60	0.60	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.58
7	0.82	0.78	0.73	0.70	0.68	0.65	0.63	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.59	0.59
8	0.81	0.77	0.72	0.69	0.67	0.64	0.62	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59
9	0.81	0.77	0.72	0.70	0.67	0.65	0.62	0.60	0.60	0.60	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.60
10	0.81	0.77	0.72	0.70	0.68	0.65	0.63	0.61	0.61	0.60	0.60	0.59	0.59	0.59	0.60	0.60
11	0.81	0.77	0.72	0.70	0.68	0.65	0.63	0.61	0.61	0.60	0.60	0.59	0.59	0.60	0.60	0.61
12	0.81	0.76	0.71	0.69	0.67	0.65	0.63	0.61	0.61	0.61	0.60	0.60	0.60	0.61	0.62	0.62
13	0.81	0.76	0.71	0.69	0.67	0.65	0.63	0.61	0.61	0.61	0.62	0.62	0.62	0.63	0.64	0.64
14	0.81	0.76	0.71	0.69	0.67	0.66	0.64	0.62	0.62	0.62	0.62	0.62	0.62	0.63	0.64	0.66
15	0.81	0.77	0.72	0.70	0.68	0.67	0.65	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.64	0.66	0.67

Año	Edad 34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0.41	0.39	0.38	0.36	0.35	0.33	0.32	0.31	0.31	0.30	0.30	0.29	0.29	0.28	0.28	0.27	0.27
2	0.45	0.44	0.43	0.42	0.40	0.39	0.38	0.38	0.38	0.39	0.39	0.39	0.38	0.37	0.37	0.36	0.35
3	0.54	0.53	0.52	0.51	0.51	0.50	0.19	0.49	0.48	0.48	0.47	0.47	0.16	0.14	0.13	0.41	0.10
4	0.56	0.56	0.55	0.55	0.54	0.54	0.53	0.53	0.53	0.52	0.52	0.52	0.50	0.49	0.47	0.46	0.44
5	0.58	0.58	0.57	0.57	0.56	0.56	0.55	0.55	0.55	0.54	0.54	0.54	0.52	0.51	0.49	0.48	0.46
6	0.58	0.58	0.58	0.57	0.57	0.56	0.56	0.56	0.56	0.55	0.55	0.55	0.54	0.52	0.51	0.49	0.48
7	0.58	0.58	0.58	0.58	0.57	0.57	0.57	0.57	0.56	0.56	0.55	0.55	0.54	0.53	0.52	0.51	0.50
8	0.59	0.59	0.59	0.59	0.58	0.58	0.58	0.57	0.57	0.56	0.56	0.55	0.51	0.53	0.53	0.52	0.51
9	0.60	0.60	0.60	0.60	0.59	0.59	0.59	0.58	0.57	0.57	0.56	0.55	0.55	0.51	0.51	0.53	0.53
10	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.60	0.59	0.58	0.57	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56
11	0.61	0.62	0.62	0.62	0.63	0.63	0.63	0.62	0.61	0.60	0.59	0.58	0.59	0.59	0.60	0.60	0.61
12	0.63	0.64	0.64	0.64	0.65	0.65	0.65	0.64	0.63	0.63	0.62	0.61	0.62	0.63	0.63	0.64	0.65
13	0.65	0.66	0.66	0.67	0.67	0.68	0.68	0.67	0.67	0.66	0.66	0.65	0.65	0.66	0.66	0.67	0.67
14	0.67	0.68	0.68	0.69	0.69	0.70	0.70	0.70	0.69	0.69	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68
15	0.69	0.70	0.70	0.70	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.70	0.70	0.69	0.69	0.68

ANEXO V

MÉTODO PARA OBTENER LOS FACTORES DE RESCATE DE AMBOS PLANES

Se utilizó la siguiente fórmula, tomando en consideración los factores de rescate de un plan a 20 años.

$$F_t = \begin{cases} 0, & si\ t < AVG \\ F_0, & si\ t = AVG \\ K_t + (1 - Km'), & si\ t < min\ \{20, \mu\} \end{cases}$$

de donde:

$$\mu = \begin{cases} m, & si\ el\ plan\ es\ dotal \\ mT, & si\ el\ plan\ es\ temporal \end{cases}$$

m' = Número de pagos para un plan a 20 años.

$m = \min\{20, \mu\}$

F_0 = Factor de rescate otorgado para un plan a 20 años.

$r = 1 - F_0$

AVG = Año apartir del cual se otorga rescate.

$k = \frac{r}{m - AVG}$, Pendiente del crecimiento lineal.

$t =$ Plazo de pago de primas del seguro.

$F_t =$ Factor de rescate del seguro contratado.

FACTORES Ft PARA OBTENER EL RESCATE TEMPORALES, VITALICIOS Y DOTALES					PLAZO DE PAGO DE PRIMAS =====>			Dotal 8	Temporal 1	
m'	Fo	r	AVG	K	t	Ft_D	m	8	1	Ft_T
1	1.000	1.000	1	0.000	1	0.00	Fo	0.80	1.00	1.00
2	0.950	0.050	1	0.050	2	0.00	r	0.20	0.00	1.00
3	0.900	0.100	1	0.050	3	0.80	AVG	3.00	1.00	1.00
4	0.850	0.150	1	0.050	4	0.84	K	0.04	0.00	1.00
5	0.825	0.175	3	0.088	5	0.88				1.00
6	0.825	0.175	3	0.058	6	0.92				1.00
7	0.825	0.175	3	0.044	7	0.96				1.00
8	0.800	0.200	3	0.040	8	1.00				1.00
9	0.800	0.200	3	0.033	9	1.00				1.00
10	0.800	0.200	3	0.029	10	1.00				1.00
11	0.750	0.250	3	0.031	11	1.00				1.00
12	0.750	0.250	3	0.028	12	1.00				1.00
13	0.750	0.250	3	0.025	13	1.00				1.00
14	0.750	0.250	3	0.023	14	1.00				1.00
15	0.750	0.250	3	0.021	15	1.00				1.00
16	0.750	0.250	3	0.019	16	1.00				1.00
17	0.750	0.250	3	0.018	17	1.00				1.00
18	0.750	0.250	3	0.017	18	1.00				1.00
19	0.750	0.250	3	0.016	19	1.00				1.00
20	0.750	0.250	3	0.015	20	1.00				1.00

ANEXO VI

TABLAS DE CADUCIDAD

Tabla 1	**1960 Moorhead R Lapse**
Tabla 2	1960 Moorhead S Lapse
Tabla 3	1960 Moorhead T Lapse
Tabla 4	US LIMRA Permanent

DURACION	Tabla 1	Tabla 2	Tabla 3	Tabla 4
1	0.0700	0.1250	0.2000	0.1840
2	0.0500	0.1000	0.2000	0.1180
3	0.0350	0.0450	0.0700	0.0890
4	0.0300	0.0350	0.0450	0.0770
5	0.0275	0.0300	0.0400	0.0650
6	0.0250	0.0275	0.0350	0.0530
7	0.0225	0.0260	0.0300	0.0470
8	0.0200	0.0250	0.0300	0.0450
9	0.0180	0.0245	0.0300	0.0430
10	0.0170	0.0240	0.0300	0.0410
11	0.0160	0.0235	0.0300	0.0390
12	0.0155	0.0230	0.0300	0.0370
13	0.0150	0.0225	0.0300	0.0350
14	0.0145	0.0220	0.0300	0.0330
15	0.0140	0.0215	0.0300	0.0310
16	0.0135	0.0210	0.0300	0.0290
17	0.0130	0.0205	0.0300	0.0270
18	0.0125	0.0200	0.0300	
19	0.0120	0.0190	0.0300	
20	0.0115	0.0180	0.0300	
21	0.0110	0.0170	0.0300	
22	0.0105	0.0160	0.0300	
23	0.0100	0.0150	0.0300	
24	0.0100	0.0150	0.0300	
25	0.0100	0.0150	0.0300	
26	0.0100	0.0154	0.0304	
27	0.0106	0.0174	0.0324	
28	0.0111	0.0193	0.0343	
29	0.0116	0.0212	0.0362	
30	0.0121	0.0230	0.0384	

ANEXO VII

TABLA DE PRIMAS DE TARIFA DEL PLAN TEMPORAL

EDAD									MENOR								
PADRE	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18	11.95	11.10	10.42	9.76	9.03	8.38	7.74	7.09	6.49	5.75	5.08	4.42	3.72	3.00	2.68	1.87	0.97
19	12.40	11.51	10.90	10.11	9.35	8.67	8.00	7.33	6.70	5.94	5.25	4.56	3.84	3.09	2.76	1.93	1.00
20	12.88	11.95	11.21	10.48	9.69	8.99	8.28	7.58	6.93	6.14	5.42	4.71	3.97	3.19	2.85	1.99	1.03
21	13.41	12.43	11.66	10.89	10.06	9.32	8.59	7.86	7.16	6.36	5.61	4.87	4.10	3.30	2.96	2.05	1.07
22	13.98	12.95	12.14	11.34	10.47	9.69	8.92	8.16	7.45	6.59	5.82	5.05	4.25	3.41	3.06	2.12	1.10
23	14.60	13.52	12.66	11.82	10.90	10.09	9.28	8.48	7.74	6.86	6.04	5.24	4.40	3.53	3.16	2.20	1.14
24	15.28	14.13	13.23	12.34	11.38	10.52	9.67	8.83	8.05	7.12	6.27	5.44	4.57	3.67	3.28	2.28	1.18
25	16.01	14.80	13.84	12.91	11.89	10.99	10.10	9.21	8.39	7.42	6.53	5.66	4.75	3.81	3.40	2.37	1.23
26	16.81	15.53	14.52	13.52	12.45	11.50	10.56	9.63	8.77	7.74	6.81	5.90	4.95	3.97	3.54	2.46	1.28
27	17.68	16.33	15.25	14.20	13.07	12.06	11.06	10.08	9.17	8.09	7.12	6.15	5.16	4.14	3.69	2.56	1.33
28	18.63	17.20	16.05	14.93	13.74	12.67	11.62	10.58	9.62	8.48	7.45	6.44	5.40	4.32	3.86	2.67	1.38
29	19.67	18.14	16.92	15.74	14.47	13.33	12.22	11.12	10.11	8.91	7.82	6.76	5.66	4.52	4.03	2.79	1.44
30	20.83	19.16	17.88	16.62	15.27	14.06	12.88	11.72	10.65	9.38	8.23	7.10	5.95	4.75	4.23	2.93	1.52
31	22.10	20.33	18.93	17.58	16.14	14.86	13.60	12.37	11.23	9.88	8.67	7.48	6.26	5.00	4.44	3.07	1.59
32	23.50	21.60	20.08	18.62	17.09	15.72	14.39	13.07	11.86	10.44	9.15	7.89	6.60	5.27	4.68	3.24	1.67
33	25.06	23.00	21.36	19.78	18.13	16.67	15.24	13.84	12.55	11.04	9.68	8.34	6.97	5.56	4.94	3.42	1.77
34	26.83	24.57	22.78	21.06	19.27	17.70	16.17	14.67	13.30	11.69	10.24	8.82	7.37	5.88	5.22	3.61	1.86
35	28.80	26.33	24.36	22.49	20.54	18.83	17.18	15.58	14.12	12.40	10.86	9.35	7.80	6.22	5.52	3.82	1.97
36	31.02	28.31	26.14	24.09	21.97	20.10	18.31	16.58	15.01	13.17	11.53	9.92	8.26	6.60	5.85	4.04	2.08
37	33.54	30.56	28.16	25.90	23.58	21.54	19.58	17.70	15.99	14.02	12.26	10.55	8.79	7.00	6.21	4.29	2.21
38	36.39	33.09	30.46	27.96	25.40	23.15	21.01	18.96	17.09	14.96	13.08	11.23	9.36	7.45	6.60	4.56	2.36
39	39.64	35.99	33.07	30.30	27.48	25.00	22.64	20.37	18.33	16.02	13.96	11.98	9.96	7.94	7.03	4.85	2.50
40	43.34	39.30	36.05	32.98	29.85	27.11	24.50	22.00	19.76	17.22	14.97	12.82	10.67	8.48	7.50	5.17	2.66
41	47.55	43.07	39.46	36.05	32.58	29.53	26.64	23.88	21.39	18.60	16.13	13.78	11.43	9.07	8.02	5.53	2.84
42	52.34	47.37	43.36	39.57	35.71	32.32	29.11	26.04	23.29	20.20	17.48	14.89	12.31	9.74	8.59	5.91	3.04
43	57.78	52.28	47.83	43.61	39.32	35.55	31.97	28.56	25.50	22.08	19.06	16.20	13.36	10.53	9.24	6.34	3.26
44	63.69	57.88	52.95	48.27	43.49	39.29	35.30	31.51	28.09	24.29	20.95	17.77	14.62	11.49	10.06	6.86	3.50
45	70.67	64.17	58.79	53.60	48.30	43.63	39.18	34.95	31.14	26.91	23.18	19.65	16.16	12.60	11.09	7.56	3.86
46	78.01	71.05	55.27	59.61	53.73	48.54	43.59	38.87	34.62	29.90	25.74	21.81	17.92	14.06	12.28	8.36	4.25
47	85.86	78.47	72.31	66.24	59.82	54.06	48.56	43.30	38.56	33.29	28.65	24.25	19.92	15.62	13.64	9.26	4.72
48	94.20	86.39	79.90	73.45	66.54	60.27	54.16	48.31	43.02	37.14	31.95	27.04	22.19	17.40	15.18	10.32	5.24
49	102.98	94.77	87.98	81.18	73.83	67.10	60.45	53.96	48.07	41.50	35.71	30.21	24.79	19.43	16.94	11.51	5.85
50	111.73	103.54	96.48	89.37	81.61	74.48	67.36	60.29	53.76	46.44	39.96	33.81	27.74	21.73	18.94	12.87	6.53
51	120.39	112.21	105.32	97.95	89.81	82.33	74.79	67.23	60.14	52.00	44.78	37.90	31.10	24.37	21.24	14.42	7.31
52	128.86	120.68	113.96	106.81	98.34	90.54	82.65	74.66	67.11	58.25	50.21	42.54	34.92	27.37	23.86	16.20	8.22
53	137.03	128.83	122.26	115.31	107.06	98.99	90.78	82.43	74.49	65.01	56.29	47.74	39.24	30.77	26.84	18.23	9.25
54	144.75	136.52	130.06	123.30	115.24	107.52	99.04	90.37	82.12	72.10	62.81	53.56	44.08	34.61	30.21	20.53	10.42
55	151.87	143.56	137.22	130.61	122.72	115.30	107.24	98.30	89.79	79.30	69.55	59.73	49.47	38.90	34.00	23.14	11.75
56	158.21	149.84	143.53	137.03	129.27	122.11	114.42	105.99	97.26	86.36	76.23	65.96	55.09	43.67	38.24	26.05	13.25
57	163.54	155.06	148.76	142.33	134.64	127.69	120.31	112.32	104.26	93.00	82.54	71.69	60.55	48.50	42.93	29.31	14.93
58	167.63	159.01	152.88	146.22	138.57	131.75	124.60	116.96	109.47	98.68	88.12	77.16	65.43	52.88	47.39	32.89	16.79
59	170.19	161.39	154.93	148.41	140.72	133.95	126.93	119.54	112.47	102.45	92.58	81.31	69.22	56.27	50.86	35.81	18.83
60	170.93	161.90	156.24	148.56	140.75	133.91	128.90	119.63	112.80	103.22	94.04	83.65	71.39	58.03	52.45	36.93	19.42
61	171.35	162.04	155.12	146.20	140.20	133.21	126.11	118.83	112.12	102.81	94.15	84.80	73.69	58.90	54.14	38.12	20.04
62	171.45	161.79	154.55	147.32	139.04	131.81	124.51	117.11	110.35	101.17	92.80	84.04	73.98	61.90	55.98	39.39	20.71
63	171.17	161.12	153.48	145.87	137.23	129.65	122.04	114.37	107.40	98.17	89.86	81.42	72.02	61.24	57.90	40.78	21.43
64	170.48	159.99	151.86	143.80	134.70	126.66	118.62	110.54	103.18	93.72	85.26	78.79	67.68	57.06	55.53	42.23	22.20
65	169.33	158.33	149.58	141.03	131.40	122.78	114.18	105.52	97.57	87.68	78.78	69.97	60.72	50.92	48.43	37.20	23.03
66	167.66	156.08	146.80	137.51	127.22	117.91	108.58	99.20	90.45	79.90	70.29	60.76	50.91	40.70	36.18	25.04	12.94
67	177.89	166.79	156.10	146.37	135.56	125.75	115.90	105.99	96.73	85.51	75.28	65.13	54.61	43.09	38.88	26.91	13.91
68	188.57	175.94	165.84	155.67	144.32	134.02	123.65	113.18	103.36	91.47	80.60	69.79	58.55	46.86	41.73	28.82	14.96
69	199.69	186.54	176.04	165.43	153.53	142.73	131.82	120.78	110.43	97.80	86.25	74.75	62.77	50.30	44.81	31.07	16.09
70	211.24	197.57	186.68	175.64	163.20	151.69	140.43	128.81	117.69	104.51	92.26	80.03	67.26	53.94	48.09	33.38	17.29

TABLA DE PRIMAS DE TARIFA DEL PLAN DOTAL

EDAD HIJO	PRIMA DE TARIFA
0	60.54
1	61.79
2	64.82
3	68.32
4	71.84
5	76.56
6	82.14
7	88.84
8	97.69
9	106.5
10	118.9
11	135.4
12	156.9
13	186
14	272.4
15	372.8
16	571.4
17	1098

ANEXO VIII

EJEMPLO PARTICULAR DONDE SE MUESTRAN PRIMAS NETAS, RESERVAS, VALORES GARANTIZADOS Y DIVIDENDOS

	PADRE	HIJO
EDAD	25	10
PLAZO	8	
PAGOS	8	
TASADiv	6%	
PAGOS TEM.	1	

ESCENARIO 1		ESCENARIO 2		ESCENARIO 3	
Prob. del Evento	.9.261	Prob. del Evento	.Ω.603	Prob. del Evento	0.1352
Interés	3.5%	Interés	4.5%	Interés	6.5%

PRIMAS NETAS NIVELADAS		PRIMAS DE TARIFA		S.A.	TOTAL
DOTAL	TEMPORAL	DOTAL	TEMPORAL		
102.36	5.89	118.92	6.53	1	125.45

RESERVAS VALORES GARANTIZADOS Y DIVIDENDOS

AÑO t	DOTAL BENEFICIARIO	Res. Min. DOTAL BENEFICIARIO	TEMPORAL CONTRATANTE	Res. Gastos Temporal	Reserva tot. Temp
1	106.41	95.27	3.99	0.04	4.03
2	217.65	209.71	3.01	0.03	3.04
3	333.93	328.75	2.12	0.03	2.15
4	455.49	452.58	1.35	0.02	1.37
5	582.61	581.40	0.71	0.02	0.73
6	715.53	715.43	0.25	0.01	0.26
7	854.56	854.89	0.00	0.01	0.01
8	1000.00	1000.00	0.00	0.00	0.00
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					

AÑO t	Val. Rescate DOTAL	Val. Rescate TEMPORAL	SEGURO SALDADO	* Dividendos	Fondo
1	0.00	3.99	5.42	0.93	0.93
2	0.00	3.01	3.91	1.76	2.74
3	267.14	2.12	2.64	2.62	5.52
4	382.62	1.35	1.60	3.53	9.39
5	512.69	0.71	0.81	4.48	14.42
6	658.29	0.25	0.28	5.47	20.76
7	820.38	0.00	0.00	6.50	28.50
8	1000.00	0.00	0.00	7.59	37.80
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					

*Los dividendos se caluclaron suponiendo que se obtiene un 6% de rendimiento sobre la inversión de las reservas. Por lo que la columna de dividendos y fondo es una simple ilustración para el procedimiento hecho

3.4 Observaciones a la Nota Técnica

En esta sección se hacen algunas observaciones a la Nota Técnica, la cual, por ser un documento en el que sólo debe de ir el procedimiento realizado para su creación, no se muestran ni se explican otras alternativas o soluciones a problemas que se encontraron durante la elaboración de la misma.

Un ejemplo muy claro a lo anterior, es la opción de utilizar una tabla de "conmutados especial" que simplifique los cálculos en el caso que los escenarios de tasas y sus respectivas probabilidades no tengan cambios tan bruscos.

Una vez establecidas las probabilidades y las tasas, por medio de una simulación, se puede construir la tabla de conmutados especial comenzando con el primer valor conmutado especial D_x^E cuya construcción es la siguiente:

$$D_x^1 = [(1+i_1)^{-x} \; * \; l_x] \; * \; P[E_1] = [{}_1V^x \; * \; l_x] \; * \; P[E_1]$$

$$D_x^2 = [(1+i_2)^{-x} \; * \; l_x] \; * \; P[E_2] = [{}_2V^x \; * \; l_x] \; * \; P[E_2]$$

$$D_x^3 = [(1+i_3)^{-x} \; * \; l_x] \; * \; P[E_3] = [{}_3V^x \; * \; l_x] \; * \; P[E_3]$$

$$\Rightarrow \quad sea \;\; D_x^E = D_x^1 + D_x^2 + D_x^3$$

$$= [\,{}_1V^x \; * \; l_x] \; * \; P[E_1] + [\,{}_2V^x \; * \; l_x] \; * \; P[E_2] + [\,{}_3V^x \; * \; l_x] \; * \; P[E_3]$$

$$= \Big(\Big[\,{}_1V^x \; * \; P[E_1]\Big] + \Big[\,{}_2V^x \; * \; P[E_2]\Big] + \Big[\,{}_3V^x \; * \; P[E_3]\Big]\Big) * l_x$$

$$\Rightarrow \quad D_x^E = {}_EV^x \; * \; l_x$$

Nótese que:

$$_EV = \Big(\Big[\,_1V \,*\, P[E_1]\Big] + \Big[\,_2V \,*\, P[E_2]\Big] + \Big[\,_3V \,*\, P[E_3]\Big]\Big)$$

$$= \Big(\Big[(1+i_1)*P[E_1]\Big] + \Big[(1+i_2)*P[E_2]\Big] + \Big[(1+i_3)*P[E_3]\Big]\Big)$$

$$= \Big[P[E_1] + \Big(i_1 * P[E_1]\Big) + P[E_2] + \Big(i_2 * P[E_2]\Big) + P[E_3] + \Big(i_3 * P[E_3]\Big)\Big]$$

$$= 1 + \Big[\Big(i_1 * P[E_1]\Big) + \Big(i_2 * P[E_2]\Big) + \Big(i_3 * P[E_3]\Big)\Big] = (1 + i_E)$$

Análogamente se hace el cálculo para las C_x^E

$$C_x^1 = [(1+i_1)^{-x-1} * d_x] * P[E_1] = [{}_1V^{x+1} * d_x] * P[E_1]$$

$$C_x^2 = [(1+i_2)^{-x-1} * d_x] * P[E_2] = [{}_2V^{x+1} * d_x] * P[E_2]$$

$$C_x^3 = [(1+i_3)^{-x-1} * d_x] * P[E_3] = [{}_3V^{x+1} * d_x] * P[E_3]$$

$$\Rightarrow \quad sea \;\; C_x^E = C_x^1 + C_x^2 + C_x^3$$

$$= [\,{}_1V^{x+1} * d_x] * P[E_1] + [\,{}_2V^{x+1} * d_x] * P[E_2] + [\,{}_3V^{x+1} * d_x] * P[E_3]$$

$$= \left(\Big[\,{}_1V^{x+1} * P[E_1]\Big] + \Big[\,{}_2V^{x+1} * P[E_2]\Big] + \Big[\,{}_3V^{x+1} * P[E_3]\Big]\right) * d_x$$

$$\Rightarrow \quad C_x^E = {}_EV^{x+1} * d_x$$

y el cálculo de los otros valores conmutados es el siguiente:

$$N_x^E = D_x^E + D_{x+1}^E + D_{x+2}^E + \ldots = \sum_{i=x}^{w-x} D_i^E$$

$$M_x^E = C_x^E + C_{x+1}^E + C_{x+2}^E + \ldots = \sum_{i=x}^{w-x} C_i^E$$

En la siguiente tabla se muestra un comparativo de las primas y reservas del seguro hecho con los tres escenarios tomando en cuenta los valores conmutados por separado, como se aplicó en la Nota Técnica y con la tabla de conmutados especial, considerando el mismo ejemplo de la Nota Técnica. Se puede ver que no hay una gran diferencia en los datos siempre y cuando las tasas y probabilidades no estén muy disparadas.

	PADRE	HIJO
EDAD	25	10
PLAZO	8	

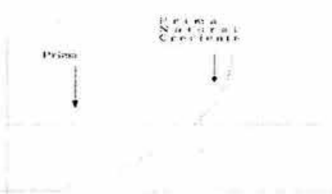
ESCENARIO 1		ESCENARIO 2		ESCENARIO 3	
Prob. del Evento	0.261	Prob. del Evento	0.603	Prob. del Evento	0.135
Interés	3.5%	Interés	4.5%	Interés	6.5%

PRIMAS NETAS NIVELADAS NOTA TECNICA		PRIMAS NETAS NIVELADAS CONM. ESP.	
DOTAL	TEMPORAL	DOTAL	TEMPORAL
102.36	5.89	102.68	5.94

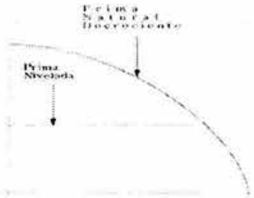
RESERVAS

AÑO t	DOTAL NOTA TEC.	DOTAL TABLA ESP.	TEMPORAL NOTA TEC.	TEMPORAL TABLA ESP.
1	106.41	106.90	3.99	3.96
2	217.65	218.56	3.01	2.99
3	333.93	335.17	2.12	2.11
4	455.49	456.92	1.35	1.34
5	582.61	584.04	0.71	0.71
6	715.53	716.76	0.25	0.25
7	854.56	855.33	0.00	0.00
8	1000.00	1000.00	0.00	0.00

Otro punto importante a considerar, es la manera en que se calculó la reserva para la parte temporal o BEFI del plan. Dicha reserva se hace negativa si el número de pagos es mayor a uno. El hecho se debe a que se tiene una suma asegurada variable y decreciente ya que a mayor tiempo transcurrido se requiere de menos pagos para saldar este seguro. Observemos las siguientes gráficas:



Gráfica 1



Gráfica 2

La gráfica 1 muestra un comportamiento normal de reservas, es decir, la línea constante representa a la prima nivelada y la línea creciente a la prima natural. Se puede ver que al principio la prima nivelada es mayor a la prima natural, lo que explica que una compañía aseguradora, al inicio del seguro, recibe dinero de más. Este excedente deberá invertirse adecuadamente para que al momento en el que la prima nivelada se haga menor a la natural, la compañía pueda contar con los excendentes y efectuar el pago de la suma asegurada acordada. En cambio, en la gráfica 2 se puede ver que al inicio del seguro, la compañía tiene gastos muy fuertes y además sufre de un déficit, ya que la prima natural es mayor a la nivelada al inicio del período. Esta situación hace muy arriesgado el pagar todos esos gastos ya que en el momento en que la prima natural se vuelve menor a la prima nivelada, el asegurador podría no recuperar los faltantes iniciales y ocasionar a la aseguradora una pérdida.

Por tal motivo, la parte temporal del seguro se hizo a prima única, considerando que su costo no es muy elevado, para poder de esta forma, constituir una reserva adecuada.

Por último, es importante mencionar que en la práctica, las tasas de interés se deben considerar con base a criterios prudenciales y que para poder reflejar datos más seguros, es necesario hacer por lo menos 5,000 simulaciones de tasas. Entre mayor sea el número de simulaciones se tendrá una mejor proyección de tasas, permitiendo modelar una función de probabilidad que se adecue más a dichas proyecciones. Lo anterior, puede realizarse en un trabajo posterior. Tal trabajo deberá considerar las expectativas de desarrollo, políticas de administración, así como la experiencia de las compañías y del actuario, ya que para efectos de este trabajo, tan sólo se manejaron 3 escenarios de tasas tomadas de los T-BILLS a modo de ejemplo.

Conclusiones

Con base al objetivo principal de este trabajo, se presenta al Seguro Educacional como ejemplo teórico-práctico del uso de las herramientas vistas en las materias de Cálculo Actuarial, Probabilidad, Estadística y Matemáticas Financieras ya que el resultado de los cálculos efectuados en este trabajo requieren de un proceso actuarial en el que se utilizan dichas herramientas como lo son: construcción de tablas de valores conmutados, interpolación de tasas de mortalidad, modelos de decrementos múltiples, uso de asset share, dividendos, valores garantizados, caducidad, gastos, primas y reservas.

Se muestra la manera en que el Seguro Educacional surge como una opción para la familia ante el riesgo de la cesación o menoscabo del ingreso familiar, el cual parte de los conceptos básicos del Seguro de Vida, formando así un producto que sirve para resolver problemas de tipo social, como es en este caso proporcionar educación a un hijo de familia, económico-financiero, que es el crear un fondo suficiente y necesario para dicha educación y político como el tema de la educación en México.

La parte teórica del trabajo se elabora con la definición del Seguro Educacional y los conceptos vistos en las materias de Cálculo Actuarial para después enfocarse en la parte práctica, lo que hace una de las principales aportaciones de este trabajo de tesis, que es la elaboración detallada de una Nota Técnica que por ser un trabajo que se realiza a nivel Gerencial o Dirección, no es de fácil acceso para su consulta, lo que hace difícil que un estudiante de la carrera de Actuaría pueda ver la aplicación de los conocimientos vistos durante su estancia en la carrera y la manera de solucionar problemas que pueda llegar a enfrentar en un futuro durante su desarrollo profesional.

De esta forma se pretende proporcionar al alumno de la carrera de Actuaría un material de apoyo a través de un ejercicio teórico-práctico en el área de seguros que le puede ser de utilidad durante su estancia en la carrera.

A

Elaboración de un Portafolio de Inversión aplicando el VAR

Algunas de las entidades financieras más grandes del mundo han perdido miles de millones de dólares en los mercados financieros. En la mayoría de los casos, los altos directivos de éstas se preocuparon muy poco por la exposición a los riesgos de mercado. Para enfocar este problema, los bancos y empresas financieras líderes a nivel mundial están utilizando el Valor en Riesgo (VAR). El VAR es un método para cuantificar el riesgo, el cual utiliza técnicas estadísticas para medir la peor pérdida esperada en un intervalo de tiempo determinado bajo condiciones normales del mercado ante un nivel de confianza dado. Con sólidas bases científicas, el VAR proporciona a los usuarios una medida resumida del riesgo de mercado.

Por ejemplo, una compañía aseguradora podría decir que el VAR diario de su portafolio[10] operativo es de \$35 millones con un nivel de confianza del 99%. En otras palabras, sólo hay una posibilidad en 100 bajo condiciones

[10] Un portafolio puede caracterizarse por posiciones sobre un cierto número de factores de riesgo. Una vez que se determina la descomposición, el rendimiento del portafolio es una combinación lineal de los rendimientos de los activos subyacentes, donde las ponderaciones se determinan por los montos relativos invertidas al inicio del período.

normales del mercado, de que ocurra una pérdida mayor a $35 millones. Esta cifra sólo resume la exposición de la compañía aseguradora al riesgo de mercado, así como la probabilidad de un riesgo adverso. Entonces los accionistas y administradores de la empresa pueden decidir si se sienten cómodos con este nivel de riesgo para poder garantizar el pago futuro de las sumas aseguradas contratadas en su cartera de seguros.

En este caso, el VAR es de mucha utilidad para la aseguradora, la cual requiere un flujo estable de ingresos para invertir su capital[11] y analizar el flujo de efectivo en riesgo para establecer la probabilidad de que la compañía enfrente una caída crítica en sus fondos y por consiguiente el incumplimiento del pago a sus asegurados. .

Características de la Medida VAR

- El VAR ofrece una medida resumen de la totalidad del riesgo debido a que toma en cuenta todas las fuentes posibles del riesgo de mercado.
- El VAR proporciona una medida de riesgo que está relacionada a la pérdida máxima que podría incurrir en una posición dado un nivel de confianza y que fácilmente se puede traducir en un requerimiento de capital de garantía.
- El VAR permite a los administradores de riesgo detectar la posición con mayor riesgo a la cual la institución financiera está más expuesta.

[11] Para este caso teórico se supone que se invierten las primas pero es importante mencionar que en la práctica lo que una compañía aseguradora invierte son las reservas cuyas reglas de inversión se apegan a la circular S-11.2 de Reglas de Inversión de las Reservas Técnicas, en conjunto con las circulares S-11.1, S-11.2.1,S-11.2.2, S-11.2.3 y S-11.2.5, emitidas por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, por lo que este ejemplo es sólo ilustrativo para la aplicación del VAR.

Metodologías para estimar el VAR

El VAR se pude calcular mediante dos métodos:

1. *Paramétricos.*Tienen como característica suponer que los rendimientos del activo en cuestión se distribuyen de acuerdo con una curva de densidad de probabilidad normal. Dentro de este método se encuentran los siguientes modelos:
   - Delta-Normal
   - Gamma-Normal
   - Garch
   - EWMA
2. *No paramétricos.*Utilizan series históricas de precios de la posición de riesgo para construir una serie de tiempo de precios o rendimientos simulados o hipotéticos, con el supuesto de que se ha conservado el portafolios durante el período de tiempo de la serie histórica. Los modelos utilizados por este método son:
   - Simulación Histórica
   - Simulación de Montecarlo

Para efectos de este trabajo se utilizará el Método Delta-Normal, también conocido como el método de Varianza-Covarianza, el cual usa factores de riesgo lineales como son:

- Divisas
- Tasas de interés
- Precios de títulos de capital
- Futuros

- Forwards
- Swaps

Este método consiste en tomar una matriz de Varianza-Covarianza cuya diagonal esta compuesta por las volatilidades (desviación estándar) de cada activo del portafolios y los elementos fuera de la diagonal sean ceros, es decir:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix}$$

La matriz de varianza-covarianza denotada por Σ será aquella que se obtiene de multiplicar las siguientes matrices:

$$\Sigma = \sigma C \sigma$$

donde C es la matriz de correlación denotada por:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & 1 \end{bmatrix}$$

donde:

$$\rho_{ij} = \frac{cov(r_i, r_j)}{\sigma_i \sigma_j}$$

Por lo que la matriz de varianza-covarianza queda de la siguiente forma:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \rho_{13}\sigma_1\sigma_3 & \rho_{14}\sigma_1\sigma_4 \\ \rho_{21}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 & \rho_{23}\sigma_2\sigma_3 & \rho_{24}\sigma_2\sigma_4 \\ \rho_{31}\sigma_1\sigma_3 & \rho_{32}\sigma_2\sigma_3 & \sigma_3^2 & \rho_{34}\sigma_3\sigma_4 \\ \rho_{41}\sigma_1\sigma_4 & \rho_{42}\sigma_2\sigma_4 & \rho_{43}\sigma_3\sigma_4 & \sigma_4^2 \end{bmatrix}$$

Entonces para determinar el VAR de un portafolios es necesario considerar los efectos de la diversificación con las correlaciones entre los rendimientos de los activo que conforman el portafolios. La metodología que se sigue es la siguiente:

$$VAR_p = F * S * \sigma_p * \sqrt{t}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\delta^T * \Sigma * \delta}$$

$$\Sigma = \sigma * C * \sigma$$

donde:

$F =$ Nivel de confianza
$t =$ Horizonte de tiempo en que se desea ajustar el VAR
$\delta =$ Vector de pesos de las posiciones del portafolios $(nx1)$
$\delta^T =$ Vector transpuesto de pesos de las posiciones del portafolios $(1xn)$
$C =$ Matriz de correlaciones de los rendimientos de los activos del portafolios
$S =$ Valor del portafolios
$\sigma_p =$ Volatilidad del portafolios $(1x1)$

A continuación se muestra un ejemplo numérico considerando un portafolios con 5 instrumentos financieros, en el entendido de que la matriz de varianza-covarianza está representada por todas las posibles combinaciones que se pueden hacer con dichos instrumentos. En este ejemplo se desea conocer el valor en riesgo de 8 años equivalente a 2,880 días con tres niveles de confianza: 90%, 95% y 99% con un valor del portafolio de$ 2,500,000 por cada instrumento.

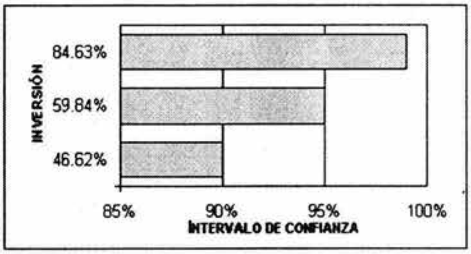
MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA Σ					
INSTRUMENTOS	CETES	CBILL	TBILL	CAMX	USMX
CETES	8.096648	-0.246374	-0.230505	-0.204568	-0.235621
CBILL	-0.246374	0.905188	0.287473	0.013279	0.004108
TBILL	-0.230505	0.287473	2.730631	-0.031921	-0.010226
CAMX	-0.204568	0.013279	-0.031921	0.338775	0.238811
USMX	-0.235621	0.004108	-0.010226	0.238811	0.249255

POSICIÓN δ^T =	2,500,000	2,500,000	2,500,000	2,500,000	2,500,000

	8.096648	-0.246374	-0.230505	-0.204568	-0.235621
	-0.246374	0.905188	0.287473	0.013279	0.004108
MATRIZ DE Σ =	-0.230505	0.287473	2.730631	-0.031921	-0.010226
	-0.204568	0.013279	-0.031921	0.338775	0.238811
	-0.235621	0.004108	-0.010226	0.238811	0.249255

	17,948,949.03
	2,409,185.29
$\Sigma\,\delta$ =	6,863,630.30
	885,940.75
	615,815.17

$\delta^T\,\Sigma\,\delta$ =	71,808,801,355,322.50
$(\delta^T\,\Sigma\,\delta)^{1/2}$ =	8,474,007.40



Intervalo de Confianza =F	90%	95%	99%
	-1.28155079437419	-1.64485300047090	-2.32634192798286

$VaR = F\sqrt{\delta'\Sigma\delta}\sqrt{t} =$	5,828,018.30	7,480,182.16	10,579,341.36

dias= 2880

% Rendimiento=	46.62%	59.84%	84.63%

Como se puede observar, si la compañía aseguradora invirtiera $ 2,500,000 por cada instrumento, entonces con un intervalo del 90% la compañía a lo más que perdería sería el 46.62% del monto total de la inversión con una probabilidad del 10%. Con un intervalo del 95% perdería a lo más el 59.84% con una probabilidad del 5% de que sucediese y con un intervalo del 99% lo mas que podría perder es el 84.63% de su capital con una probabilidad del 1%. Entonces con estos datos la compañía puede decidir que riesgo tomar y cuales son sus posibilidades de que ocurra algún desastre para poder así cubrirse ante el riesgo de sufrir una pérdida que sobrepase sus expectativas económicas. Cabe mencionar que de igual forma puede llegar a ganar esos porcentajes de su inversión por lo que a mayor riesgo mayor ganancia, pero siempre es mejor mantenerse en un punto medio y evitar de esta manera caer en un desastre financiero.

B

Simulación de tasas de interés

Una vez calculado el VAR, una compañía puede cubrirse ante un riesgo financiero. Sin embargo, para poder calcular el VAR con cualquier intervalo de confianza, es necesario tomar en cuenta todas las posibles tasas de interés que puedan presentarse en un período de tiempo futuro.

Para esto, es muy útil construir el mayor número de simulaciones de tasas futuras, es decir, hacer el mayor número de proyecciones de cómo una tasa puede comportarse durante un lapso de tiempo. Para efectos de este trabajo y como un ejemplo práctico, se elaboraron 50 simulaciones de posibles comportamientos de tasas de interés de los T-BILLS para un período de 8 años, esto debido a que las tasas estadounidenses no tienen cambios tan bruscos como las mexicanas. Los pasos a seguir fueron los siguientes:

1. Con base a los T-BILLS con fecha inicial del 15/09/99 y fecha final del 21/06/2004, se toman 2880 números aleatorios cuyos valores se encuentran entre 0 y 1. Esto debido a que no sabemos cómo se pueden comportar las tasas de interés diarias en ese tiempo.

2. Se aplica la función de distribución Normal-Inversa a los números aleatorios para normalizar los datos.

3. Se aplica la siguiente fórmula, para calcular las posibles tasas diarias que pueden presentarse en 8 años o lo que es lo mismo en 2880 días, se copian los valores para dejarlos fijos y así se obtiene la primera simulación de tasas.

$$t_i = t_{i-1} * exp\Big((\mu - 0.5\sigma^2) * \frac{1}{tiempo} + \sigma * AN * \sqrt{\frac{1}{tiempo}}\ \Big)$$

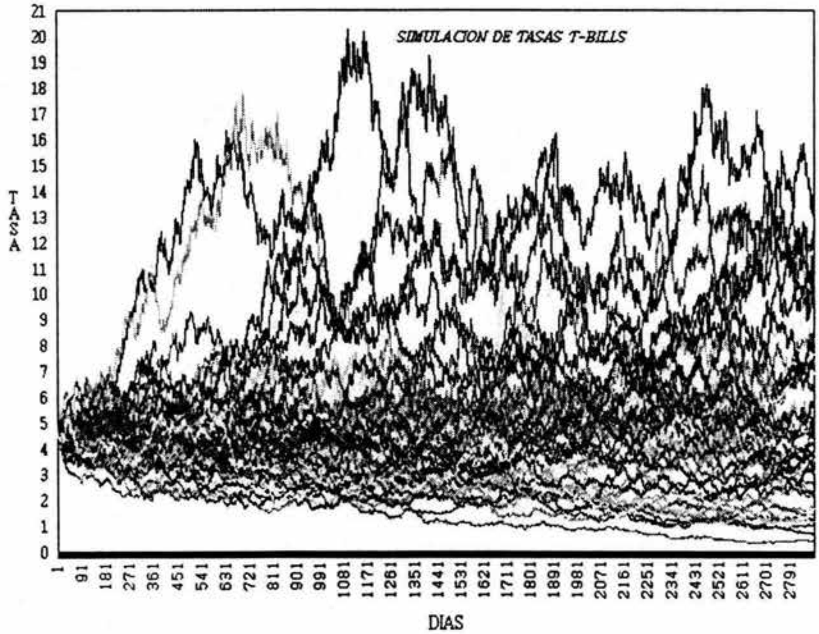
donde:

t_{i-1}	Tasa anterior
μ	Tasa media = 4.91%
σ	Volatilidad o desviación estándar = .86
AN	Distribución Normal Inversa aplicada al número aleatorio i

4. Se sacan los rendimientos con la siguiente fórmula:

$$Rendimiento = \frac{t_i - 1}{t}$$

5. Se repite el mismo procedimiento 50 veces y se obtiene la siguiente gráfica de tasas:



De esta forma, la compañía puede cubrirse de una mejor forma ante un riesgo ya que toma el mayor número de posibles comportamientos de tasas a futuro y de esta manera puede calcular el VAR para un intervalo de confianza aleatorio. Por ejemplo, supongamos que la compañía aseguradora necesita saber cual es el monto de sus inversiones a perder correspondiente a un 50% de probabilidad de ocurrencia. Para esto multiplica 2880 * .5 = 1440 el cual nos indica que se debe de ir a la tasa del día 1440 y tomar el rendimiento asociado a esa tasa el cual es de .000321 y lo multiplicamos por el monto de la inversión que en este caso se supone es de 2,500,000. El resultado obtenido es de 807.79, lo que nos indica que con un 50% de probabilidad la compañía podría perder $807.79 de los $2,500,000.

Cabe mencionar que al hacerse este tipo de estudio puede considerar como sus tres escenarios de tasas vistos en la Nota Técnica de esta tesis, la tasa más alta, la mas baja y la media y calcular sus probabilidades de ocurrencia para poder garantizar que dichos escenarios cubren todos los casos posibles de comportamientos de tasas cuyo valor mayor es del 20.2% el medio del 4.91% y el más bajo del .40%. Este procedimiento de simulación de tasas proyectadas puede llegar a ser de gran utilidad ya que con esto, una compañía aseguradora puede garantizar a sus asegurados que el pago de las sumas aseguradas no perderán su valor adquisitivo.

Bibliografía

[1] Hooker P.F. and Longley-Cook L.N. (1953). "Life and Other Contingencies". Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries. Itask,Illinois.

[2] Gerber Hans U. (1986). "Life Insurance Mathematics". Springer (Swiss Association of Actuaries Zürich).Berlin,Alemania.

[3] De Vylder Etienne F. (1997) "Life Insurance Theory,Actuarial Perspectives". Klower Academic Publishers. Dortrecht.

[4] Chester Wallace Jordan Jr. (1967). "Life Contingencies". The Society of Actuaries.Chicago Illinois.

[5] Atkinson M.E. and Dickson D.C.M. (2000). "An Introduction to Actuarial Studies". Edward Elgar.U.K.

[6] Maclean Joseph B. (1962) "Life Insurance". Mc Graw-Hill. New York.

[7] Black Kenneth Jr. and Skipper Harold D.Jr. (1994). "Life Insurance". Prentice Hall. USA.

[8] Easton Albert E.and Harrison Timothy F.(1999). Actuarial Aspects of Individual Life Insurance and Annuity Contracts. Actex Publications,Inc. Winsted.

[9] García Villalón Julio (1992). "Operaciones de Seguros Clásicas y Modernas". Ediciones Pirámide.Madrid.

[10] González Galé José (1968). "Elementos de Cálculo Actuarial". Ediciones Macchi. Buenos Aires Argentina.

[11] Hooker P.F. and Longley-Cook L.N.(1953). "Life and Other Contingencies". Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.

[12] Philippe Jorion. (2002) "Valor en Riesgo". Limusa.ISBN 968-18-6111-6

[13] de Lara Haro Alfonso (2002). "Medición y Control de Riesgos Financieros". Limusa.

[14] Stein Mel. (1959). "A direct Conprehensive Approach to the Calculation of Gross Nonparticipatin Premiums". Transactions on the Society Vol.***. The Society of Actuaries.

[15] Anderson James C.H. (1959). "Gross Premium Calculations And Profit Measurement For Nonparticipating Insurance". Transactions on the Society Vol.***. The Society of Actuaries.

[16] Pfeffer Irving and Clock R. David (1974). "Perspectivas del Seguro". Mapfre.Madrid.