

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

## FACULTAD DE INGENIERÍA

“Resistencia al flujo con tirantes pequeños. Estudio  
experimental”

### T E S I S

Como requisito para obtener el título de

Ingeniero Civil

Presenta

PATRICIA WONG MUÑOZ

DIRECTOR DE TESIS

Dr. MOISÉS BEREZOWSKY VERDUZCO



MÉXICO, D. F.

SEPTIEMBRE 2004

*Patricia Wong Muñoz*



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Patricia Wong Muñoz

FECHA: 05/10/04

FIRMA:

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCIÓN  
FING/DCTG/SEAC/UTIT/084/04

Señorita  
PATRICIA WONG MUÑOZ  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. MOISÉS BEREZOWSKY VERDUZCO, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"RESISTENCIA AL FLUJO CON TIRANTES PEQUEÑOS. ESTUDIO EXPERIMENTAL"**

- INTRODUCCIÓN
- I. RESISTENCIA AL FLUJO
- II. REVISIÓN DE MÉTODOS
- III. EXPERIMENTOS
- IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES
- V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Cd. Universitaria, a 6 de julio 2004.  
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/AJP/crc.

---

## **AGRADECIMIENTOS**

**A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO.** Gracias por dejarme ser parte de esta MÁXIMA CASA DE ESTUDIOS de la cuál me siento orgullosa.

**A LA FACULTAD DE INGENIERIA.** Gracias por darme las herramientas para poder llegar a ejercer bien mi profesión de Ingeniera Civil y por esas inolvidables practicas de campo, donde uno observa como se va construyendo todo lo que conforma nuestra carrera.

**A MIS INOLVIDABLES AMIGOS DE LA FACULTAD DE INGENIERIA:**

Nallely Blanco, Mario Castellanos, Moisés Cortes, Miguel Guadarrama, Carlos Rico, Juan Elizalde, David Caballero, Javier Salazar, Adrián Castillo, Francisco Tapia, Bardomiano Soria Por todos los momentos gloriosos que vivimos y porque siempre han estado conmigo en las buenas y en las malas.

**A MIS AMIGOS DEL INSTITUTO:** Homero Contreras, Iván Sámano. Por su buen sentido del humor, por poner su granito de arena en esta tesis y porque son buenas personas. Rafael Durand por su amable disposición al enseñarme a digitalizar y por su amistad.

**A MI DIRECTOR DE TESIS MOISÉS BEREZOWSKY.** Gracias por su paciencia, por su sinceridad, por hacerme ver que no tengo que preocuparme tanto por los problemas, por sus consejos, por sus platicas de política, de arte, sus recomendaciones de leer cuentos para mejorar mi redacción, por su amistad y por dirigirme la tesis.

**AL INGENIERO VICTOR FRANCO.** Gracias por hacerme ver que no importa la edad, usted sin pensarlo me dio el apoyo, la confianza y me siento muy honrada al haber encontrado un verdadero amigo.

INTRODUCCIÓN	1
I RESISTENCIA AL FLUJO	2
I.1 Aspectos teóricos	5
I.2 Métodos de Manning y Chezy	10
I.3 Efecto de pared	12
II REVISIÓN DE MÉTODOS	18
Método de Cruickshank y	
II.1 Maza	19
II.2 Método de Karim y Kennedy. Formulación IIA	23
II.3 Método de Karim y Kennedy. Formulación IVB	26
II.4 Método de Engelund	27
II.5 Método de Van Rijn	31
III EXPERIMENTOS	38
III.1 Dispositivo experimental	38
III.2 Medición y Procesamiento de datos	40
IV ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES	46
IV.1 Método de Cruickshank y Maza	52
IV.2 Método de Karim y Kennedy. IIA	55
IV.3 Método de Karim y Kennedy. IVB	58
IV.4 Método de Engelund	59
IV.5 Método de Van Rijn	62
V DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	65
VI REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA	67
VII APENDICE A	69

# I N T R O D U C C I Ó N

Uno de los problemas que se presentan en canales y cauces naturales es el de estimar la resistencia al flujo. Por tradición, para ello se emplea el método de Manning, que es un método muy sencillo y da buenos resultados; sin embargo, este método no considera explícitamente la variación de la rugosidad debida a las formas de fondo que se tiene en cauces o canales con fondo arenoso.

En esta tesis se hicieron experimentos en un canal de fondo arenoso y en cada prueba se propuso un tirante pequeño (de 1cm a 4 cm), con el fin de poder saber si los métodos de resistencia al flujo, se pueden utilizar para tirantes pequeños

En el capítulo 1 se discute la resistencia al flujo y las formas de fondo; en el capítulo 2 se explican brevemente cinco métodos de resistencia al flujo; en el capítulo 3 se describe el dispositivo experimental y la medición y procesamiento de datos; en el capítulo 4 se presentan los cálculos para las pruebas realizadas con los métodos de resistencia al flujo; en el capítulo 5 se hace una discusión de resultados y se presentan las conclusiones.

## I. RESISTENCIA AL FLUJO

Los primeros estudios que se hicieron para estimar la pérdida por fricción en un escurrimiento consideraban el efecto de la rugosidad en las paredes del conducto. El método de Darcy-Weisbach determina las pérdidas de fricción con la siguiente ecuación:

$$h_f = f \frac{L U^2}{D 2g} \quad (1.1)$$

donde

- $h_f$  pérdida de carga entre dos secciones separadas una distancia  $L$
- $D$  diámetro del conducto
- $g$  aceleración debida a la gravedad
- $U$  velocidad media en el conducto
- $f$  coeficiente de Darcy-Weisbach

El coeficiente de Darcy-Weisbach es función del número de Reynolds, del escurrimiento y de la rugosidad relativa del conducto  $k_s/D$ , donde  $k_s$  es la magnitud de las rugosidades en la pared; si se pudiera medir no se necesitarían experimentos. Conocido su valor, el coeficiente  $f$  se calcula con la ecuación empírica de Coolebrook-White.

$$\frac{1}{f} = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{2.51}{R_E \sqrt{f}} \right)$$

Si el número de Reynolds, es grande el coeficiente  $f$  depende únicamente de la rugosidad relativa. Los coeficientes de Darcy-Weisbach, Chezy,  $C$ , Manning,  $n$  se relacionan con:

$$\overline{8 \frac{g}{f}} = \frac{R^{16}}{n} = C \quad (1.2)$$

donde  $R$  es el radio hidráulico. El coeficiente  $C$ , y por tanto la  $f$  o la  $n$  puede determinarse con la ecuación de Coolebrook-White, válida para flujos hidrodinámicamente rugosos, si se conoce la rugosidad de la pared

$$C = 18 \log \left( \frac{12.2R}{k_s} \right) \quad (1.3)$$

La resistencia al flujo es de importancia fundamental en las corrientes naturales para conocer o estimar variables hidráulicas. Los aspectos relevantes en la resistencia al flujo son:

Características de los sedimentos

- Distribución de tamaños o granulometría
- Densidad
- Propiedades individuales de las partículas
- Configuración del fondo

Características del flujo

- Viscosidad del fluido
- Velocidad
- Tirante
- Pendiente de la línea de la energía
- Densidad del fluido

La rugosidad también es importante; hay que considerar que existen dos tipos de comportamiento hidráulico, según la magnitud de la rugosidad  $k_s$  en las fronteras y el espesor de la subcapa laminar.

- *Pared hidráulicamente lisa.* Los elementos de la rugosidad quedan por completo cubiertos por la subcapa laminar y la pared tiene un comportamiento idéntico al de pared lisa.
- *Pared hidráulicamente rugosa.* Los elementos de rugosidad se extienden fuera de la subcapa laminar y dominan el comportamiento del flujo, por lo que la resistencia al flujo es por completo dependiente de la rugosidad.

En este caso, el tipo de comportamiento que se da en las pruebas es la de pared hidráulicamente rugosa por que el flujo es totalmente turbulento.

Para ejemplificar la importancia de la rugosidad, mencionaré un poco de lo que hizo Nikuradse. Él realizó experimentos en conductos a presión adhiriendo granos de arena de tamaño uniforme a sus paredes, de modo que la altura de las asperezas la tomó como el diámetro medio de los granos. Consideró como rugosidad de la pared a ese diámetro.

Las paredes de conductos comerciales de acero, fierro, concreto, etc., no poseen rugosidad uniforme y se ha comprobado que el efecto que producen no solo depende de la altura de las asperezas, sino también de su separación.

Para simplificar este problema se considera que la rugosidad de dichas paredes es equivalente a la de granos de arena, es decir, se utiliza la rugosidad equivalente designada por  $k_s$ . Con ello se indica el diámetro de partículas uniformes de arena que causan la misma rugosidad que la pared considerada y por lo tanto tienen la misma pérdida de fricción.

Por otro lado, en el caso de corrientes aluviales, además del efecto de la rugosidad debida a los granos se tiene el efecto de la llamada formas de fondo. En este sentido Alam y Kennedy (1969) señalan la complejidad y a la vez lo interesante del fenómeno de la resistencia al flujo en corrientes aluviales:

"Los rizos, dunas, barras, antidunas, etc. son el resultado de una interacción entre el material erosionable del fondo y el flujo sobre éste, una interacción que aún no es completamente entendida ni formulada".

## I.1 ASPECTOS TEÓRICOS

*Forma de fondo.* Un término genérico utilizado para referir irregularidades de cualquier geometría producida sobre el fondo de un río por el flujo de agua y sedimento.

*Transición.* Categoría para flujos con formas de fondo correspondientes entre régimen inferior y régimen superior.

*Fondo plano sin transporte de sedimentos.* En una corriente aluvial el fondo plano sin transporte, ocurre para gastos menores a los del inicio del movimiento de las partículas. Deben conocerse, las condiciones cuando se inicia este movimiento. Antes del inicio de movimiento la resistencia al flujo se trata como un problema de fondo fijo y por tanto la rugosidad se debe únicamente al tamaño de los granos.

*Rizos.* Si el diámetro de los sedimentos es mayor que 0.6mm no se forman rizos. Los rizos son pequeños elementos de arena, triangulares, con pendientes suave en la parte de aguas arriba de la cresta. Si la profundidad se incrementa, la resistencia al flujo

debida a la rugosidad decrece; hay un efecto de rugosidad relativa producida por los rizados.

*Dunas.* Al incrementarse gradualmente el esfuerzo cortante o la potencia de la corriente por encima de la que requiere la formación de rizados, o cuando el material del fondo es mayor de 0.6 mm, se tiene transporte de material de fondo y una situación de turbulencia tal que se forman ondas de arena llamadas dunas, las cuáles son las de mayor importancia práctica en la ingeniería de ríos.

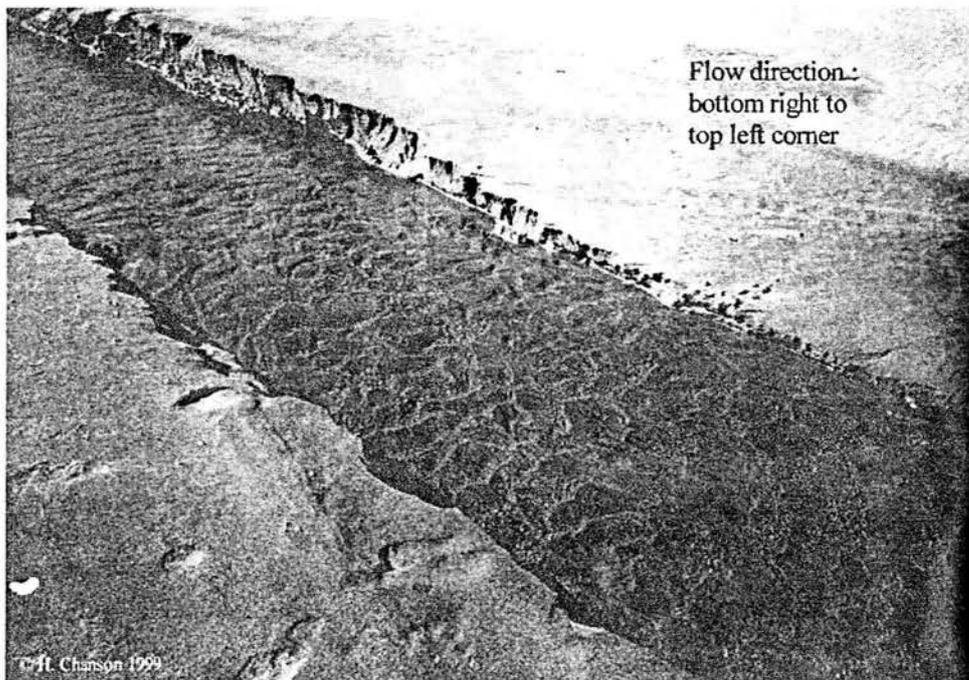


Foto 1.1 Dunas, Según Chanson (1999)

El perfil longitudinal de una duna es triangular, asimétrico, con una superficie suave y ligeramente curva aguas arriba; la pendiente de aguas abajo es más pronunciada, aproximadamente igual al ángulo de reposo del material. Una característica de este régimen de flujo es la presencia de una zona de separación del flujo aguas abajo de la cresta, lo cuál provoca fuertes movimientos de pequeños vórtices o remolinos, ver foto 1.1.

*Antidunas.* Las antidunas constituyen una serie de ondas en el fondo que coinciden, o están en fase, con las ondas de la superficie libre del agua; su perfil longitudinal es simétrico. La altura y la longitud de las ondas dependen de la escala del sistema y del material del fondo

Las antidunas se forman gradualmente de un fondo plano con una superficie libre del agua también plana. Crecen en una altura hasta hacerse inestables y rompen en forma semejante a las olas del mar. El término antidunas, significa que el movimiento aparente del perfil longitudinal de estas formas sucede en el sentido aguas arriba al contrario de las dunas. Este movimiento es más notorio justo antes de que rompan, ver foto 1.2.

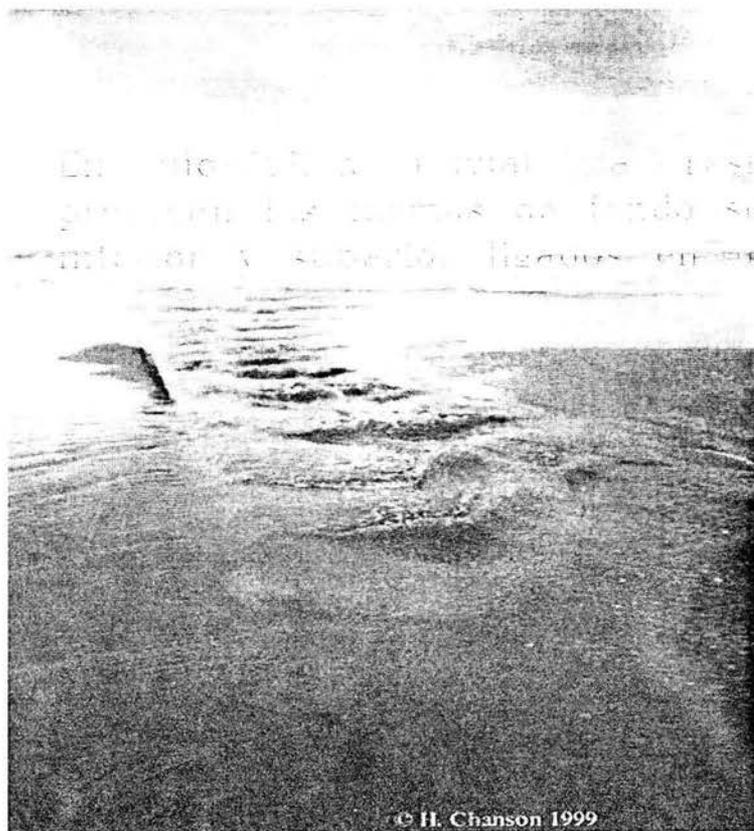


Foto 1.2 Antidunas, según Chanson (1999)

## REGÍMENES DE FLUJO.

La clasificación de los regímenes de flujo se basa, en la configuración del fondo y de la superficie libre del agua.

El equilibrio, referido al régimen de flujo, se define como la condición estadísticamente uniforme de velocidad, tirante y concentración de sedimentos. Un requerimiento clave para el equilibrio del sistema consiste en que, en promedio, la pendiente de la superficie del fondo en la dirección del flujo sea paralela a la de la superficie libre del agua.

Con base en experimentos de laboratorio y en observaciones en corrientes naturales, se ha deducido que la resistencia al flujo y el transporte de sedimentos estén relacionados con la rugosidad aportada por las formas de fondo.

En hidráulica fluvial, la resistencia al flujo que provocan las formas de fondo se asocia con regímenes inferior y superior ligados en una zona de transición. Esta clasificación se basa en la configuración del fondo, la resistencia al flujo y el transporte de sedimentos.

En régimen inferior:

- Fondo plano, sin movimiento de sedimentos
- Rizos
- Dunas con rizos superpuestos
- Dunas
- Transición

En régimen superior

- Fondo plano con movimiento de sedimentos
- Antidunas

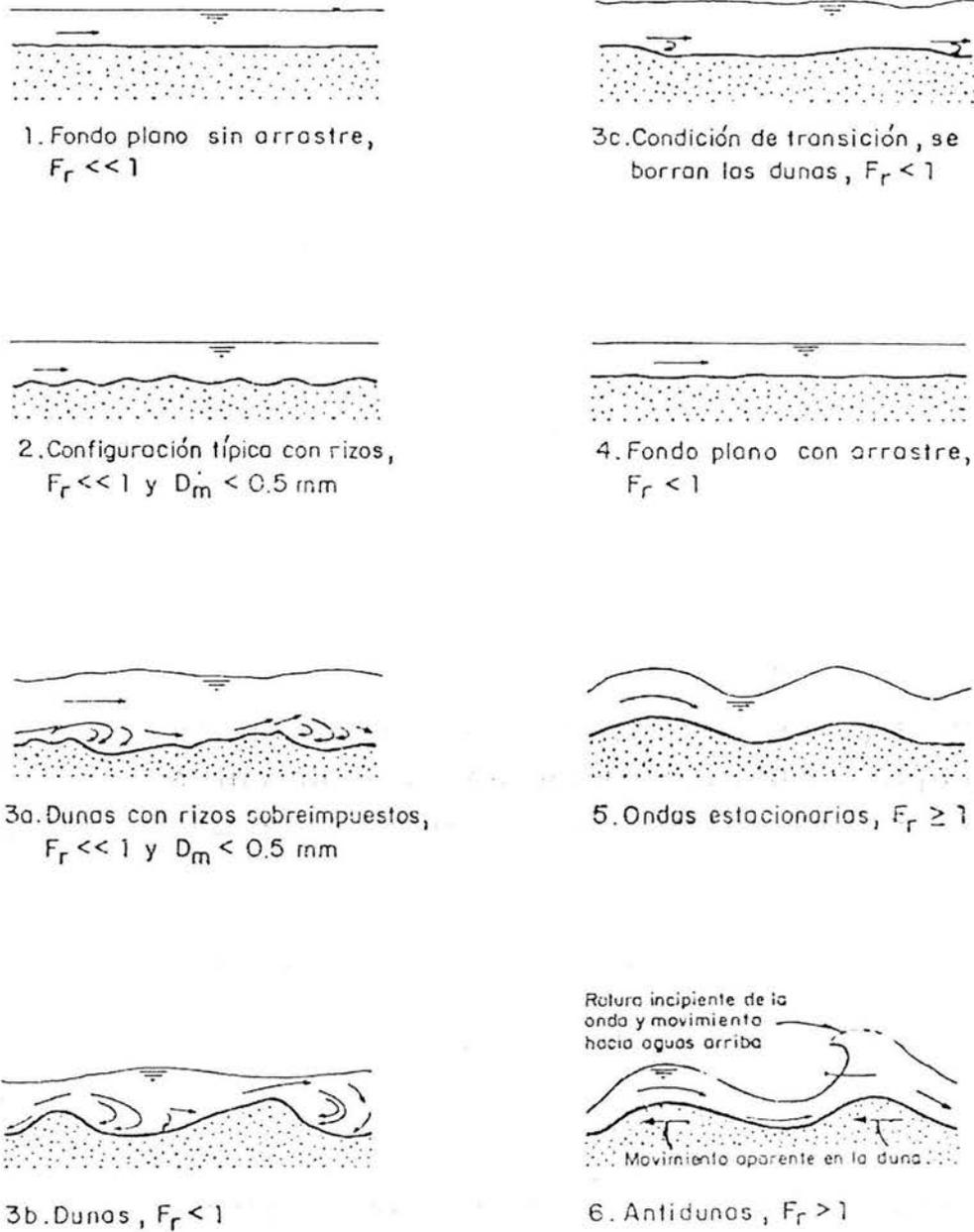


Fig. 1.1 Configuraciones de fondo en cauces arenosos

## I.2 MÉTODOS DE MANNING Y CHEZY

El uso de la ecuación de Chezy en canales tiene la dificultad de tener que hacer una estimación adecuada del factor de fricción.

La mayor parte de los problemas de canales que se presentan en la práctica están dentro de la región hidráulicamente rugosa del flujo turbulento. Para esta condición se han obtenido de manera experimental una buena cantidad de ecuaciones que permiten obtener el coeficiente  $C$ , como puede verse en Sotelo (2002), tablas 2.2, 2.4 y 2.5.

Strickler y Manning obtuvieron una ecuación de carácter empírico, con la que se valúa el coeficiente de Chezy en la forma

$$C = \frac{Rh^{1/6}}{n}$$

donde  $n$  es el coeficiente de Manning, que por ser aplicable a canales rugosos, depende solo de la rugosidad de la frontera y es independiente del número de Reynolds. En Sotelo (2002), tabla 2.5, puede verse que existen diferentes tipos de materiales, y dependiendo del material se obtiene el valor de  $n$ . Para estos resultados no se ha considerado la influencia de la geometría de la sección.

Sotelo (2002) dice que la  $n$  de Manning tiene algunas limitaciones que han sido observadas en las aplicaciones entre ellas:

- No considera la influencia de la viscosidad y por ello es válida sólo para números de Reynolds grandes ( $Re > 10000$ )

- No considera la influencia del transporte de sedimentos y de la forma variable de un lecho móvil
- No considera la influencia de distintas rugosidades en la misma sección

Dado que Chezy y Manning no consideran la resistencia y rugosidad de los granos y formas de fondo, existen otros métodos que han analizado con más detalle la fricción que existe entre granos, formas de fondo y el agua.

Cuando un flujo escurre sobre un fondo plano constituido por material arenoso y que no tiene capacidad para mover el sedimento, la resistencia al flujo se debe únicamente a los granos. En este caso, con el fin de calcular la pérdida de fricción se han propuesto algunas expresiones: la idea es estimar el coeficiente de rugosidad en función de un tamaño característico del sedimento; por ejemplo, para un canal cuyo fondo está constituido por arena uniforme, Strickler propuso calcular el coeficiente de rugosidad de Manning con una expresión del tipo:

$$n = \frac{D^\alpha}{\beta}$$

donde  $\alpha = 1/6$ ,  $\beta = 21.1$  y  $D$  es el diámetro de los granos de arena, en m. Otros autores han propuesto expresiones similares cuando el material es no uniforme, en función de un tamaño característico de los granos. Por ejemplo Meyer-Peter propusieron:

$$n = \frac{D_{90}^{1/6}}{26}$$

donde  $D_i$  (en m) es el diámetro del material por debajo del cual queda el  $i$  por ciento del peso de la muestra de suelo. El coeficiente de Chezy se obtiene

para fondo plano con la ec 1.3 haciendo por ejemplo  $k_s = 2D_{65}$ .

Relacionando las ecs 1.1 y 1.2 y tomando en cuenta que  $R=D/4$ , se obtienen las ecuaciones de Manning y de Chezy respectivamente.

$$U = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (1.4)$$

y

$$U = C \sqrt{RS} \quad (1.5)$$

donde  $U$  es la velocidad media en el canal y las demás variables ya fueron definidas. Las formas de fondo cambian según las condiciones del flujo, lo que implica que cambien dicho coeficiente  $C$ ; por tanto, únicamente puede considerarse un coeficiente de Manning constante en cierto rango de gastos.

### I.3 EFECTO DE PARED.

Cuando en los laboratorios hidráulicos se experimenta en canales rectangulares de fondo móvil para estudiar las interacciones entre flujos y sedimentos como, por ejemplo, resistencia al flujo, inicio de movimiento de partículas, etc., se presenta la dificultad de trabajar con dos fronteras muy diferentes, una móvil y una rígida.

La móvil es el lecho del canal, que puede ser plano o con ondulaciones y que esta constituido por material granular. La frontera rígida la componen las paredes del canal, las cuales suelen ser de vidrio.

En todos los experimentos efectuados en canales de laboratorio se requiere restar el efecto de las paredes,

con lo que los resultados obtenidos se pueden aplicar a canales muy anchos.

Al calcular la resistencia al flujo que ofrece un lecho constituido por material granular a partir del tirante y velocidad media medidos, se obtiene un valor mayor de la resistencia si a ésta no se le resta la influencia de las paredes. Aunque las paredes normales tienen un comportamiento hidráulico más liso que el lecho, no por ello dejan de influir en el comportamiento del conjunto.

Según discuten García y Maza (1986), destacan dos criterios para estos casos y son los siguientes:

#### METODO 1

Einstein y Barbarossa consideraron que el área hidráulica total,  $A$ , podía expresarse como

$$A = A_w + A_b \quad (1.6)$$

donde  $A_w$  y  $A_b$  son las áreas asociadas a la pared y al lecho, respectivamente. En función del radio hidráulico y del perímetro mojado ( $R = A/P$ ), la ec 1.6 se escribe

$$PR = P_w R_b + P_b R_b \quad (1.7)$$

donde

$P_w$ ,  $R_w$  perímetro y radio hidráulico que competen a las paredes, respectivamente.

$P_b$ ,  $R_b$  perímetro y radio hidráulico que atañen al lecho, respectivamente.

Así, para un canal rectangular de ancho  $B$  y tirante  $y$ , se tiene que

$$P = B + 2y \quad (1.8)$$

$$P_w = 2y \quad (1.9)$$

$$P_b = B \quad (1.10)$$

De ahí que, para el caso de sección rectangular, la ec 1.7 se escribe

$$(B+2y)R = 2yR_w + B R_b \quad (1.11)$$

de donde

$$R_b = \left(1 + \frac{2y}{B}\right)R - \frac{2y}{B}R_w \quad (1.12)$$

Por último, Einstein y Barbarossa emplearon la ecuación de Manning para estimar el valor del radio hidráulico que corresponde a las márgenes,  $R_w$ , aceptando que la velocidad media del flujo está uniformemente distribuida en toda la sección transversal y suponiendo además un valor para el coeficiente de Manning de las márgenes,  $n_w$ ; esto es

$$R_w = \left(\frac{Un_w}{S^{1/2}}\right)^{3/2} \quad (1.13)$$

Siendo  $V$  y  $S$  la velocidad media del flujo y la pendiente, respectivamente.

## METODO 2

Para Corregir el efecto de pared cuando se experimenta en canales rectangulares de laboratorio, se consideró lo siguiente:

Que se acepta la subdivisión de áreas formuladas por Einstein ec 1.6

$$A = A_w + A_b$$

$$U_w = U \quad (1.14)$$

por tanto

$$U = U_w = U_b \quad (1.15)$$

con lo que al multiplicar la ec 1.6 por U, se cumple

$$Q = Q_w + Q_b \quad (1.16)$$

Lo anterior condujo a Maza y García a considerar que el perímetro mojado asociado a cada área debe ser total, P; por tanto al dividir la ec 1.6 entre P se obtiene

$$R = R_w + R_b \quad (1.17)$$

donde

$$R_w = \frac{A_w}{P} \quad (1.18)$$

$$R_b = \frac{A_b}{P} = \frac{A - A_w}{P} \quad (1.19)$$

y puesto que  $A_w$  está formada por el efecto de dos paredes, se llega finalmente a

$$A_w = \frac{B^2}{2} \left\{ \frac{2y}{B} - \log_e \left( 1 + \frac{2y}{B} \right) \right\} \quad (1.20)$$

Por consiguiente, si este último resultado se toma en cuenta en la ec 1.19, al agrupar convenientemente se tiene que

$$R_b = \frac{y}{1 + \frac{2y}{B}} - \frac{B}{2 \left( 1 + \frac{2y}{B} \right)} \left( \frac{2y}{B} - \log_e \left( 1 + \frac{2y}{B} \right) \right) \quad (1.21)$$

Por tanto, el radio hidráulico que corresponde al lecho,  $R_b$ , es independiente del tipo de rugosidad de las paredes y del fondo. Así, lo observado en un canal experimental para ese  $R_b$  es similar a lo que ocurre en un canal muy ancho, donde  $R$  tiende a ser igual que el tirante.

Por último, las rugosidades o coeficientes de fricción, tanto en su valor total como en los tocantes a las paredes y al fondo se calculan mediante una de las ecuaciones de resistencia al flujo que se han establecido, ya que se conocen los parámetros geométricos y la velocidad media del flujo. Así, sí se usa la ecuación de Manning

$$n = \frac{R^{2/3} S^{1/2}}{U} \quad (1.22)$$

$$n_w = \frac{R_w^{2/3} S^{1/2}}{U} \quad (1.23)$$

$$n_b = \frac{R_b^{2/3} S^{1/2}}{U} \quad (1.24)$$

se verifica la igualdad

$$n^{3/2} = n_w^{3/2} + n_b^{3/2} \quad (1.25)$$

Todo lo anterior rige si el flujo es uniforme.

## II REVISION DE METODOS

Es conveniente disponer de estimación de la resistencia al flujo a partir de los parámetros hidráulicos y del material del fondo.

Simons y Richardson (1961) hicieron una descripción de las configuraciones con base en observaciones hechas en canales de laboratorio. Durante los experimentos, se partía de una condición en que el flujo no podía mover el sedimento, y se iba aumentando el gasto; al aumentar el esfuerzo cortante del flujo, se van formando las configuraciones antes mencionadas, Estos autores propusieron la siguiente clasificación.

Régimen inferior o lento,  $Fr < 1$

1. Fondo plano y sin arrastre
2. Rizos
3. Dunas con rizos sobreimpuestos
4. Dunas
5. Transición de dunas a fondo plano

Régimen superior o rápido,  $Fr > 1$

1. Fondo plano con arrastre
2. Ondas estacionarias simétricas
3. Antidunas

Los métodos para la determinación de la resistencia al flujo son, en general, de dos tipos:

- Los que consideran la resistencia al escurrimiento de manera global, es decir, que no separan la resistencia de los granos y de las formas de fondo

$$\Delta = (\rho_s - \rho) g$$

(sumergido)

- Los que dividen la resistencia en dos partes: una que se debe a la rugosidad de los granos y otra a las formas de fondo

Hay decenas de métodos para calcular la resistencia al flujo, como puede verse por ejemplo en Manual de CFE (1981). García (1982) presenta un análisis crítico de varios métodos de resistencia al flujo.

De todos estos métodos en esta tesis se utilizan los siguientes: Los métodos de Cruickshank - Maza y Karim - Kennedy no separan la resistencia de los granos y de las formas de fondo y lo consideran de manera global. Mientras que los métodos de Engelund y Van Rijn si dividen la resistencia en dos partes: una que se debe a la rugosidad de los granos y otra a las formas de fondo.

Estos métodos se comparan en el capítulo 3 con experimentos realizados en esta tesis. Se aclara que esta comparación podría extenderse a otros métodos. A continuación se presentan dichos métodos.

## II.1 METODO DE CRUICKSHANK Y MAZA

Para determinar la velocidad media de un flujo turbulento sobre lecho móviles, Cruickshank y Maza (1973) relacionaron los tres parámetros adimensionales siguientes:

$$\frac{y}{D_{84}}, \quad \frac{yS}{\Delta D_{84}}, \quad \frac{US}{\Delta \omega_{50}}$$

donde

$y$  tirante

$\Delta = (\rho_s - \rho) / \rho$  densidad relativa del sedimento

(sumergido)

- $\rho_s$  densidad del material del cauce  
 $\rho$  densidad del agua  
 $\omega_{50}$  velocidad de caída de las partículas con diámetro  $D_{50}$   
 $S$  pendiente del fondo  
 $U$  velocidad media en el canal

El primer parámetro, de similitud geométrica, es una medida de la escala de turbulencia en relación con el diámetro representativo de las partículas del fondo; el segundo considera los esfuerzos relativos. El último, mide la intensidad relativa de la turbulencia necesaria para mantener el sedimento en suspensión y representa la relación del trabajo realizado por el flujo, por unidad de volumen y por unidad de tiempo, necesario para mantener en suspensión a una unidad de volumen de material con velocidad de caída  $\omega_{50}$ . Se hace notar que estos autores caracterizan el material en suspensión con el  $D_{50}$  y el material del lecho con el  $D_{84}$ .

La velocidad de caída de las partículas que viajan en suspensión puede calcularse con la ecuación de Rubey.

$$\omega_{50} = F_1 \sqrt{\Delta g D_{50}} \quad (2.1)$$

donde

$$F_1 = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36\nu^2}{\Delta g D_{50}^3}} - \sqrt{\frac{36\nu^2}{\Delta g D_{50}^3}}$$

- $\nu$  viscosidad cinemática del agua  
 $g$  aceleración debida a la gravedad

En la fig. 2.1 se muestra el diagrama de resistencia al flujo propuesto por Cruickshank y Maza; en la parte izquierda se encuentra la zona de régimen inferior (que corresponde a rizos y dunas), y en la derecha se representa la de régimen superior (que corresponde a antidunas); la parte central corresponde a la transición.

Con base en datos de campo y laboratorio, los autores obtuvieron por regresión las siguientes expresiones; para rizos y dunas.

$$\frac{U}{\omega_{50}} = 7.58 \left( \frac{y}{D_{84}} \right)^{0.634} \left( \frac{S}{\Delta} \right)^{0.456} \quad (2.2)$$

que es válida sí

$$\frac{1}{S} \geq 83.5 \left( \frac{y}{\Delta D_{84}} \right)^{0.350} \quad (2.3)$$

Para antidunas

$$\frac{U}{\omega_{50}} = 6.50 \left( \frac{y}{D_{84}} \right)^{0.644} \left( \frac{S}{\Delta} \right)^{0.352} \quad (2.4)$$

que es válida sí

$$\frac{1}{S} \leq 66.5 \left( \frac{y}{\Delta D_{84}} \right)^{0.382} \quad (2.5)$$

Nótese la semejanza de la ecuación 2.2 con la ecuación de Manning.

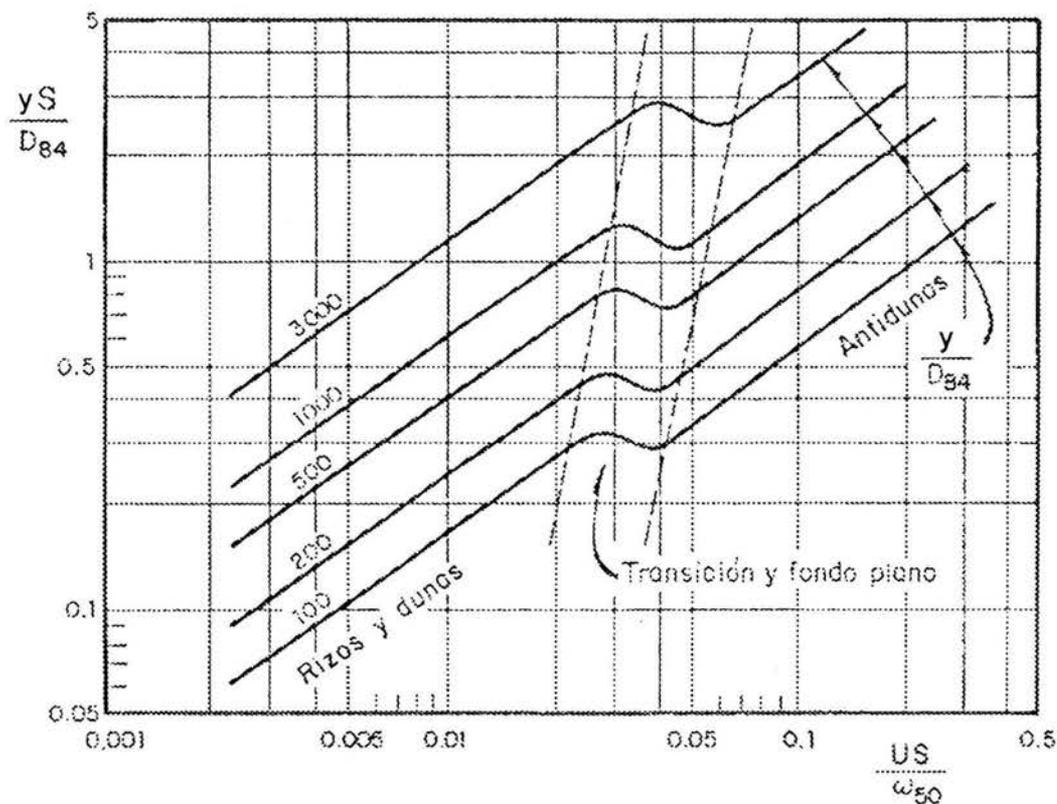


Fig. 2.1 Diagrama para obtener la resistencia al flujo en cauces arenosos, según Cruickshank y Maza.

### II.1.1 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

Conocidos  $D_{50}$ ,  $D_{84}$ ,  $\Delta$ , la pendiente  $S$  y para un tirante  $y$  dado, la velocidad media  $U$  se obtiene como sigue:

1. Se calcula  $y/D_{84}$  y  $1/S$  para definir el tipo de régimen con las ecs 2.3 ó 2.5
2. Con la ec 2.1 se obtiene  $\omega_{50}$
3. Se calcula la velocidad media con las ecs 2.1 ó 2.3, según sea el caso.

## II.2 MÉTODO DE KARIM Y KENNEDY. FORMULACIÓN IIA

*Relaciones acopladas para velocidad media y gasto sólido.* Las fórmulas de estos autores están basadas en el análisis dimensional y su ecuación de regresión valoradas estadísticamente. El gasto sólido se calcula con la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned} \log(X_4) = & -2.279 + 2.972\log(X_1) + 0.299\log(X_2)\log(X_3) \\ & + 1.060\log(X_1)\log(X_3) \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde

$$X_1 = \left[ \frac{U}{(g\Delta D_{50})^{0.5}} \right] \quad (2.7a)$$

$$X_2 = \left[ \frac{y}{D_{50}} \right] \quad (2.7b)$$

$$X_3 = \left[ \frac{U_* - U_{*cr}}{(g\Delta D_{50})^{0.5}} \right] \quad (2.7c)$$

$$X_4 = \left[ \frac{q_t}{(g\Delta D_{50}^3)^{0.5}} \right] \quad (2.7d)$$

donde

Para la velocidad media encontraron la ecuación

$$X_1 = 5.370X_2^{0.194} S^{0.137} X_3^{-0.163} X_4^{0.197} \quad (2.8)$$

Las ecs 2.6 y 2.8 forman un sistema de ecuaciones no lineal con el que se calculan el gasto sólido y la velocidad media. Este sistema se resuelve por iteraciones: se supone una velocidad media y se calcula el gasto sólido con la ec 2.6; se sustituye este valor en la 2.8 y se encuentra una nueva velocidad media, que utilizan para la iteración siguiente.

En Berezowsky y Jiménez (1993) proponen una ecuación con el fin de evitar las iteraciones; primero se calcula el logaritmo de la ec 2.8 y luego se sustituye  $\log X_4$  de la ec 2.6, de donde se obtiene

$$\log(X_1) = \frac{fn}{(0.415 - 0.209 \log X_3)} \quad (2.9)$$

donde

$$fn = 0.281 + [0.194 + 0.059 \log(X_3)] \log(X_2) + 0.137 \log(S) - 0.163 \log(X_3) \quad (2.10)$$

tomando en cuenta la definición de la velocidad de fricción o velocidad asociada al esfuerzo cortante total del fondo  $U_*$ .

$$U_* = \sqrt{gRS} \quad (2.11)$$

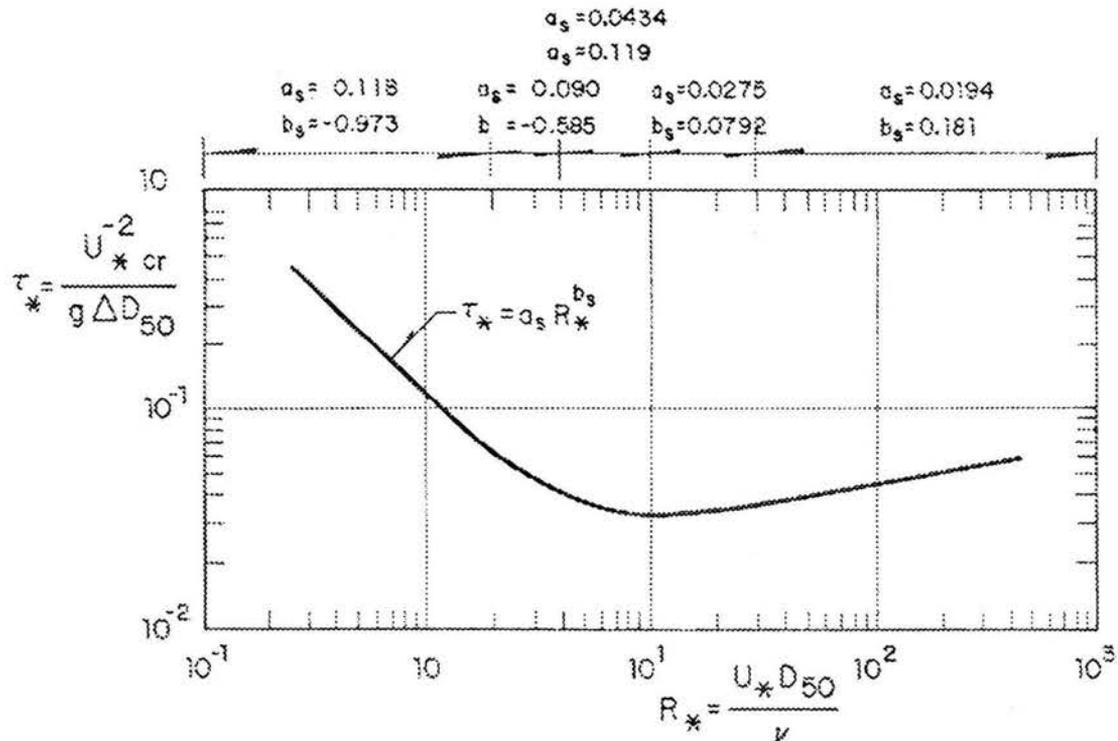


Fig. 2.2 Curva de Shields, usada por Karim y Kennedy

## II.2.1 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

Conocidos  $D_{50}$ ,  $\Delta$ ,  $\nu$ , la pendiente  $S$  y para un tirante y dado, la velocidad media  $U$  se obtiene como sigue:

1. Se calcula el valor de  $U$ , con la ec 2.11
2. Con ayuda del diagrama de Shields (fig. 2.2), y con  $R_* \equiv U_* D_{50} / \nu$  se obtiene el valor de  $U_{*cr}$
3. Se calculan las variables  $X_2$  Y  $X_3$  con las ecs 2.7b y c
4. Sustituyendo valores, se obtiene  $\log(X_1)$  con la ec 2.9, de donde a su vez se obtiene la velocidad media con la ec 2.7a
5. Si se desea calcular el gasto sólido, se emplea la ec 2.6

## II.3 MÉTODO DE KARIM Y KENNEDY. FORMULACIÓN IVB

*Relaciones acopladas entre velocidad y formas de fondo.* En este caso, no se incluye el efecto del gasto sólido. La ecuación de regresión que obtuvieron es

$$X_1 = 6.683 X_2^{0.626} S^{0.503} fr^{-0.465} \quad (2.12)$$

donde  $fr = f/fo$

Proponen obtener este parámetro con la siguiente relación obtenida al ajustar una ecuación a los datos obtenidos de Allen (1978):

Sí  $\theta < 1.5$

$$fr = 1.2 + 8.92 \{0.080 + T3[2.24 + T3(-18.13 + T3(70.90 - 88.33T3))]\} \quad (2.13a)$$

y sí  $\theta > 1.5$  
$$fr = 1.2 \quad (2.13b)$$

donde  $T3 = \theta/3$ ,  $\theta$  se obtiene con la ec 2.16, pero en lugar del  $D_{35}$  se emplea ahora el  $D_{50}$ .

Se hace notar la semejanza de la ec 2.12 con las ecuaciones de Cruickshank y Maza, y por supuesto con la de Manning. Karim y Kennedy proponen calcular el coeficiente de Manning con

$$n = 0.037 D_{50}^{0.126} fr^{0.465} \quad (2.14)$$

### II.3.1 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

Conocidos  $D_{50}$ ,  $\Delta$ ,  $v$ , la pendiente y para un tirante y dado, la velocidad media  $U$  se obtiene como sigue:

1. Se calcula  $\theta$  con el  $D_{50}$ .
2. Se obtiene  $fr$  con las ecs 2.13a o b, según sea el caso.
3. Sustituyendo valores, se calcula  $X_1$  con la ec 2.12, de donde se obtiene la velocidad media con la ec 2.7a
4. Si se desea calcular el gasto sólido, se emplea la ec 2.6

### II.4 METODO DE ENGELUND Y HANSEN (1967)

Los autores consideran que la pendiente de la línea de energía  $S$  se divide en dos partes.

$$S = S' + S''$$

donde  $S'$  es la pendiente que incluye la resistencia de superficie y  $S''$  es la pendiente debida a la resistencia de forma. Los esfuerzos cortantes asociados a la resistencia de superficie y forma resultan

$$\tau'_0 = \rho R S' \quad (2.15a)$$

$$\tau''_0 = \rho R S'' \quad (2.15b)$$

Para estimar la resistencia de las formas de fondo, estos autores consideraron las pérdidas debidas a la separación aguas abajo de las dunas; para ello emplearon la fórmula de pérdidas por expansión de Carnot. Las pérdidas por fricción asociadas a la rugosidad total del cauce y la de los granos, la calcularon con la ecuación de Darcy-Weisbach,

En un fondo que presenta ondulaciones y solo una parte del esfuerzo cortante total  $\tau_0$  está relacionada con la formación de las dunas y el transporte de sedimentos, si  $\tau'_0$  es el componente efectivo del cortante que actúa en un lecho cubierto con dunas, este debería quedar incluido en las relaciones que describen el transporte de sedimento. En forma adimensional los parámetros son

$$\theta = \frac{RS}{\Delta D_{35}} \quad (2.16)$$

$$\theta' = \frac{R'S}{\Delta D_{35}} \quad (2.17)$$

donde

$\theta$  Esfuerzo cortante adimensional total

$\theta'$  Esfuerzo cortante adimensional que toma en cuenta la resistencia de los granos

Engelund concluyó que debía existir una relación tal que

$$\theta' = \theta'(\theta) \quad (2.18)$$

En la fig. 2.3, se muestran la relación propuesta por Engelund con base en datos experimentales. La gráfica muestra dos curvas y en la parte central una zona de transición; la curva de la parte de abajo corresponde a régimen inferior y está asociada a dunas (ya que no incluyeron los rizos en los datos) y la de la parte de arriba corresponde al régimen superior, es decir, fondo plano y antidunas. Para la zona de régimen inferior propusieron la ecuación

$$\theta' = 0.06 + 0.40\theta^2 \quad (2.19)$$

En el intervalo de la transición ( $0.4 \leq \theta \leq 1.533$ ), en la figura 2.2 se obtienen dos valores de la función, uno para régimen inferior y otro para el superior, por lo que deben estudiarse con cuidado las condiciones del río para saber cuál de los dos valores ha de considerarse. En caso de que el fondo sea plano en régimen superior

$$\theta' = \theta \quad (2.20)$$

y en caso de tener antidunas, Engelund propone obtener los valores directamente de la fig. 2.3. Para obtener la velocidad media Engelund y Hansen proponen emplear una ley de potencia de la forma

$$\frac{U}{U_*'} = 9.45 \left( \frac{R'}{2D_{65}} \right)^{1/8} \quad (2.21)$$

En la fig. 2.4 se muestra una gráfica, propuesta por Engelund, útil para clasificar el régimen en el que se encuentra el flujo.



Fig. 2.4 Criterio de Engelund y Hansen para definir tipos de configuración del fondo

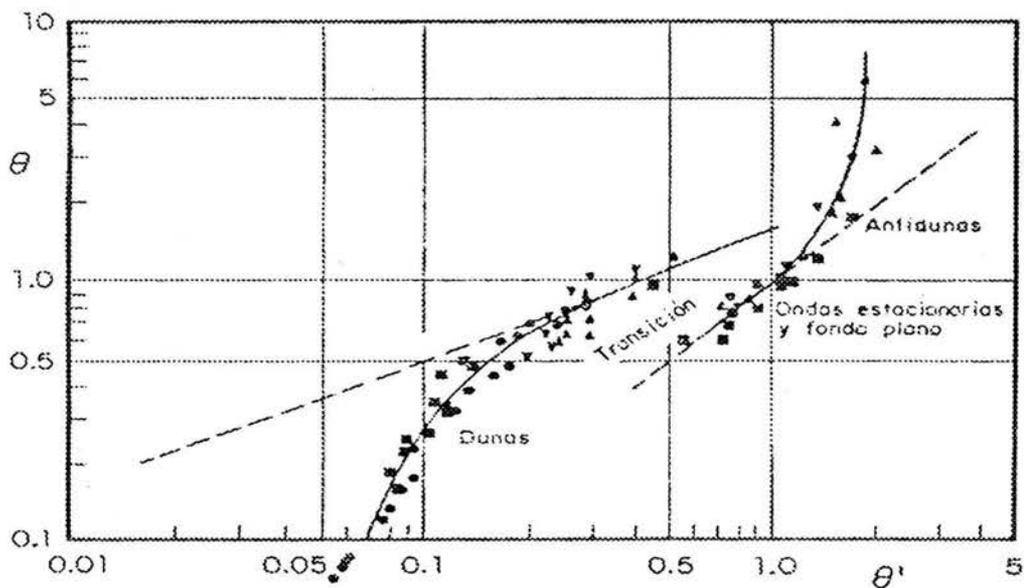


Fig. 2.3 Relación entre  $\theta$  y  $\theta'$ , según Engelund

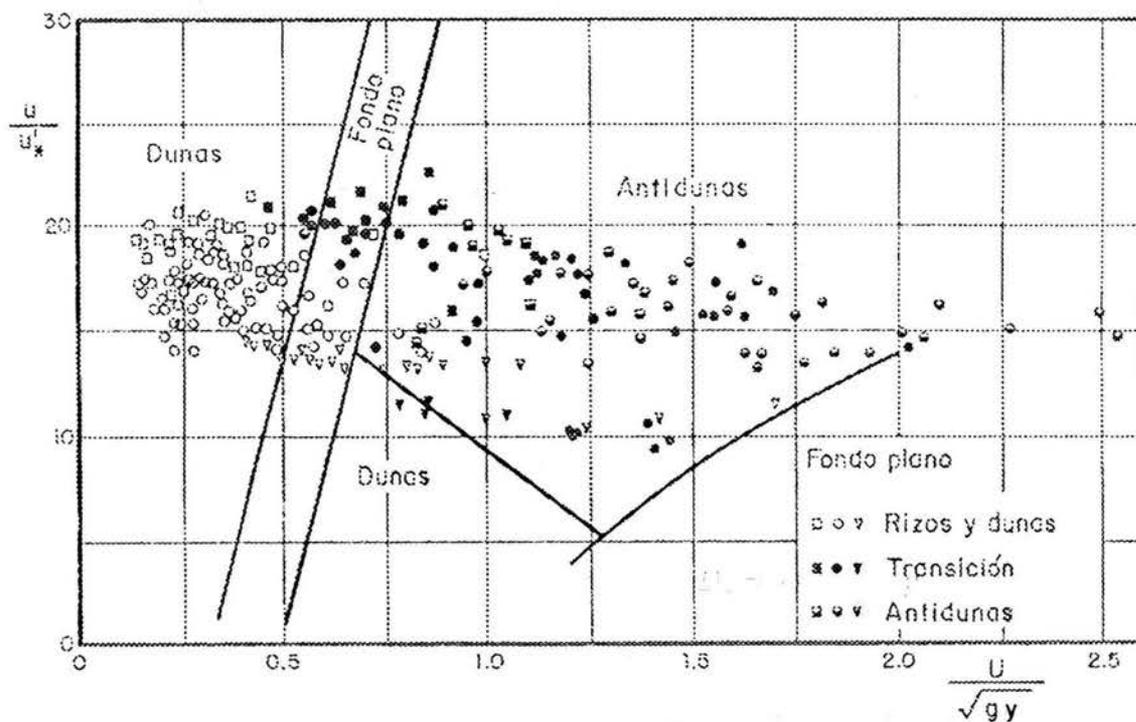


Fig. 2.4 Criterio de Engelund y Hansen para definir el tipo de configuración del fondo

### II.4.1 PROCEDIMIENTO DEL CALCULO

Conocidos  $D_{35}$ ,  $D_{65}$ ,  $\Delta$ , la pendiente  $S$  y para un tirante y dado, la velocidad media  $U$  se obtiene como sigue

1. Se calcula  $\theta$  con la ec 2.16
2. Si  $0.4 \leq \theta \leq 1.533$  se supone el tipo de régimen.
3. Se estima el valor de  $\theta'$  con la fig. 2.3, o bien con las ecs 2.19 ó 2.20
4. Se obtiene  $R'$  con la ec 2.17
5. Se obtiene  $U'_*$  con la ec 2.24
6. Se determina la velocidad media con la ec 2.21
7. Se verifica el régimen con la fig. 2.4
8. Si el régimen coincide con el supuesto, esta será la velocidad media
9. Si no coincide, se reinicia el cálculo en el paso 2

### II.5 METODO DE VAN RIJN (1982)

El autor divide las pérdidas en dos partes: una debida a la rugosidad de los granos y otra a las formas de fondo. Supone que las dimensiones de las formas dependen principalmente del transporte del sedimento del fondo en suspensión. Van Rijn introduce dos parámetros: el primero considera las características de las partículas del sedimento,  $D_*$ , y el segundo el transporte de sedimentos,  $T$ ; dichos parámetros están definidos como

$$D_* = D_{s0} \left( \frac{\Delta}{\nu^2 g} \right)^{1/3} \quad (2.22)$$

$$T = \frac{(U'_*)^2 - (U_{*cr})^2}{(U_{*cr})} \quad (2.23)$$

donde  $U_{*cr}$  es la velocidad asociada al esfuerzo cortante crítico y se calcula con el criterio de Shields. La fig. 2.5 presenta una gráfica de  $D^*$  contra  $T$ , en la que se anotan las distintas configuraciones del fondo encontradas por Van Rijn. Su método es aplicable si  $T$  es menor que 25, es decir no se incluyen antidunas.

$$U_*' = \sqrt{gR'S} \quad (2.24)$$

En la fig. 2.6 se muestra el diagrama de Shields modificado que permite calcular directamente el esfuerzo cortante crítico adimensional como función de  $D_*$ ; dicho esfuerzo cortante crítico adimensional se define como

$$\theta_{*cr} = \frac{(U_{*cr})^2}{\Delta g D_{50}} \quad (2.25)$$

de donde se despeja  $U_{*cr}$ . Si se combinan la ecuación de Chezy, ec 1.5 y la 2.15, se encuentra la siguiente relación entre  $U_*'$  y la velocidad media.

$$U_*' = \left( \frac{\sqrt{g}}{C'} \right) U \quad (2.26)$$

de donde  $C'$  es el coeficiente de Chezy; que toma en cuenta únicamente la resistencia al flujo de los granos; Van Rijn sugiere calcularlo como

$$C' = 18 \log \left( \frac{12 R}{3 D_{90}} \right) \quad (2.27)$$

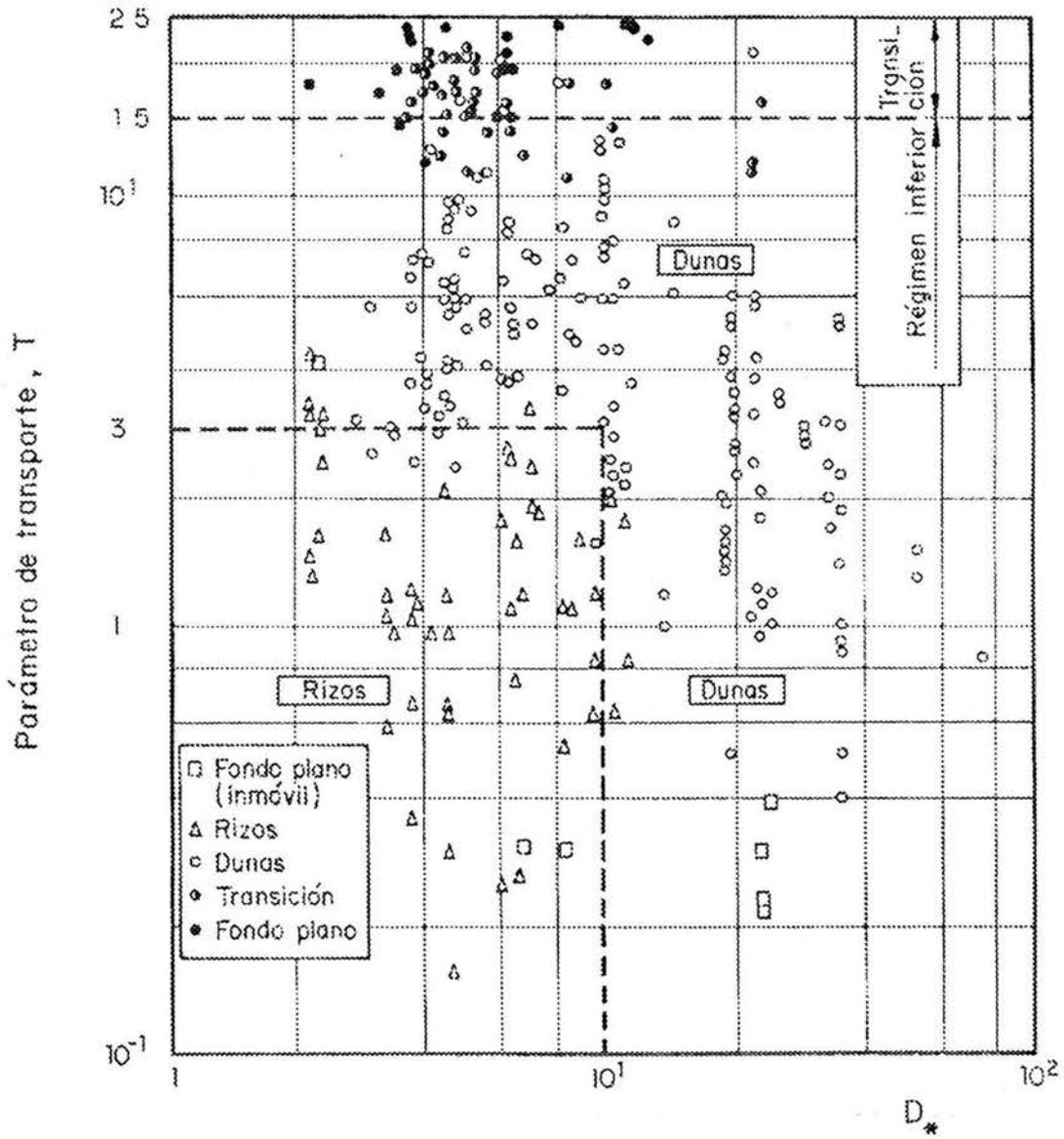


Fig. 2.5 Clasificación de formas de fondo, según Van Rijn

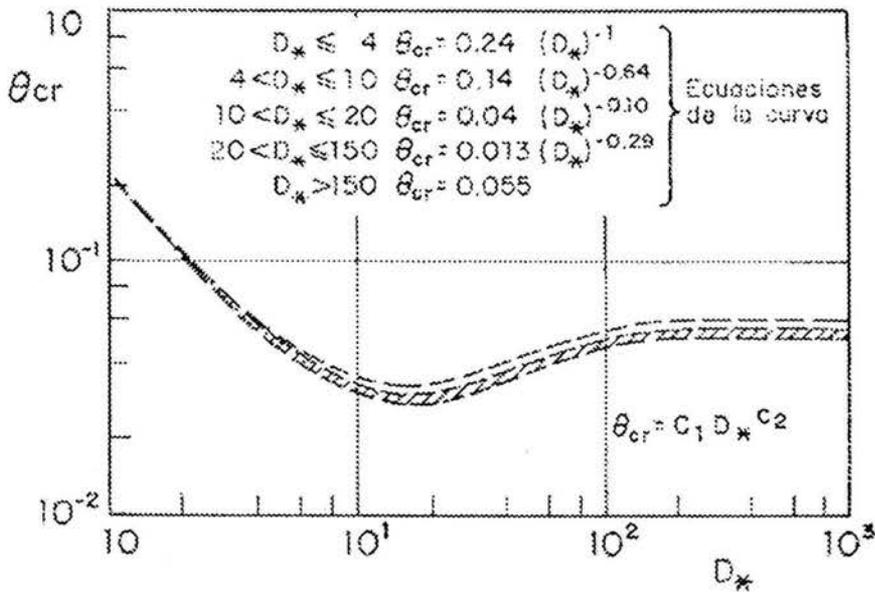


Fig. 2.6 Inicio del movimiento de las partículas.  
Diagrama de Shields modificado.

Este autor realizó un extenso trabajo experimental en el que midió las dimensiones de dunas para un amplio rango de flujos; encontró la correlación entre las dimensiones de las dunas y el transporte de sedimentos; las dimensiones de las dunas resultan ser función del diámetro  $D_{50}$ , del tirante,  $y$ , del parámetro de transporte  $T$ , En las figs 2.7 y 2.8 se muestran sus resultados; propuso las siguientes expresiones.

$$\frac{H}{y} = 0.11 \left( \frac{D_{50}}{y} \right)^{0.30} (1 - e^{-0.50T})(25 - T) \quad (2.28)$$

$$\frac{H}{\lambda} = 0.015 \left( \frac{D_{50}}{y} \right)^{0.30} (1 - e^{-0.50T})(25 - T) \quad (2.29)$$

donde

H altura de las dunas  
 $\lambda$  longitud de las dunas

Para determinar la rugosidad equivalente de un fondo móvil propuso calcular la rugosidad de grano  $k_{sg}$  y la de las formas  $k_{sf}$ . La de grano se asocia al  $D_{90}$  como lo indica la ec 2.27, esto es  $k_{sg} = 3D_{90}$ ; Van Rijn propone obtener la rugosidad de las formas de fondo con

$$k_{sf} = 1.1H(1 - e^{-25\Psi}) \tag{2.30}$$

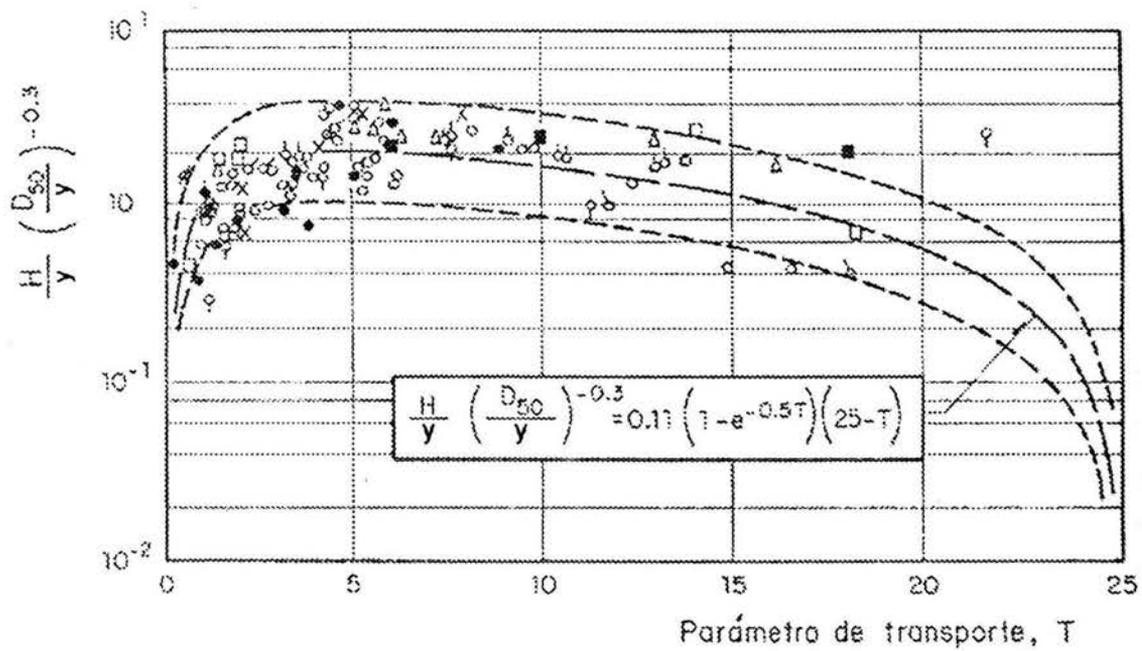


Fig. 2.7 Altura relativa de dunas, según Van Rijn

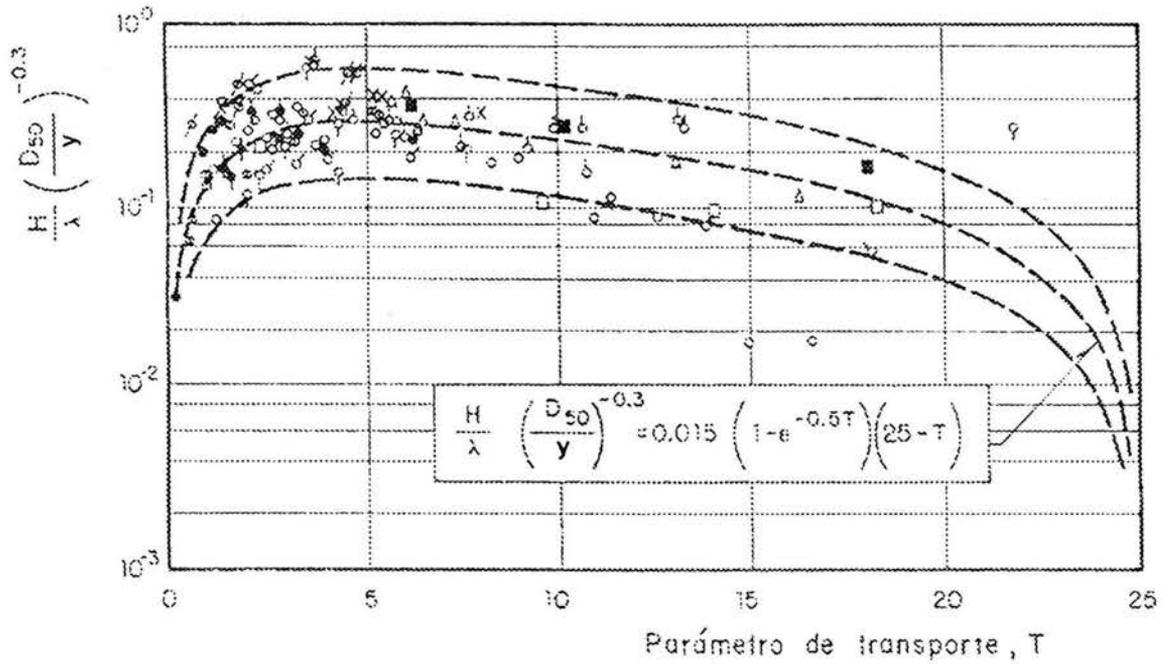


Fig. 2.8 Relación altura/longitud de dunas, según Van Rijn

donde  $\Psi = H\lambda$  es la relación de esbeltez de las dunas. La rugosidad total es la suma de los dos valores, o sea

$$k_s = 3D_{90} + 1.1H(1 - e^{-25\Psi}) \tag{2.31}$$

El coeficiente de Chezy global será entonces

$$C = 18 \log \left( \frac{12 R}{k_s} \right) \tag{2.32}$$

la velocidad media se obtiene con la ecuación 1.5

### II.5.1 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

Conocidos  $D_{50}$ ,  $D_{90}$ ,  $\Delta$ ,  $v$ , la pendiente  $S$  y para un tirante y dado, la velocidad media  $U$  se obtiene como sigue:

1. Se calcula el parámetro  $D_c$  con la ec 2.22
2. Con la fig. 2.6 se obtiene  $\theta_{cr}$  y con la ec 2.25,  $U_{*cr}$
3. Se calcula la velocidad media  $U=Q/A$  y se obtiene  $U'$  con la ec 2.26
4. Se calcula el parámetro  $T$  con la ec 2.23
5. La altura  $H$  con la ec 2.28 y  $\lambda$  con la 2.29
6. Se calcula la rugosidad total  $k_s$  con la ec 2.31
7. Se calcula el coeficiente de Chezy con la ec 2.32
8. Se calcula la velocidad media con la ec 1.5. Si la velocidad calculada no coincide con la supuesta, se regresa al punto 3.

### III EXPERIMENTOS

Los experimentos tienen varios objetivos; primero, visualizar el fenómeno con la finalidad de comprender la resistencia al flujo; el segundo, obtener datos para revisar los métodos de resistencia al flujo.

#### III.1 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

##### Dispositivo

Las pruebas se realizaron en un canal rectangular de pendiente variable de 3 metros de largo, 0.1 m de ancho y 0.3 m de alto, el canal tiene fondo de lámina y paredes de vidrio. Se localiza en el laboratorio de hidráulica del Instituto de Ingeniería.

El canal se colocó horizontalmente con ayuda de un nivel, con el fin de que el piso del canal fuera el plano de referencia. El canal tiene dos tanques de 1.20 x 0.70 m y uno de ellos tiene una malla a 0.20 m con rocas para que funcione de amortiguador.

El flujo entra al canal alimentado por una bomba. Al final del mismo, el flujo sale por un tubo, hacia el tanque; después de una zona de amortiguamiento el agua pasa por un vertedor triangular de 90°, y cae al otro tanque de donde el agua es succionada por la bomba, ver foto3.1.

Para controlar el gasto se cuenta con una válvula. En el primer tanque se tiene un limnómetro, con el que se toma la altura del agua sobre el vertedor y así calcular el gasto.

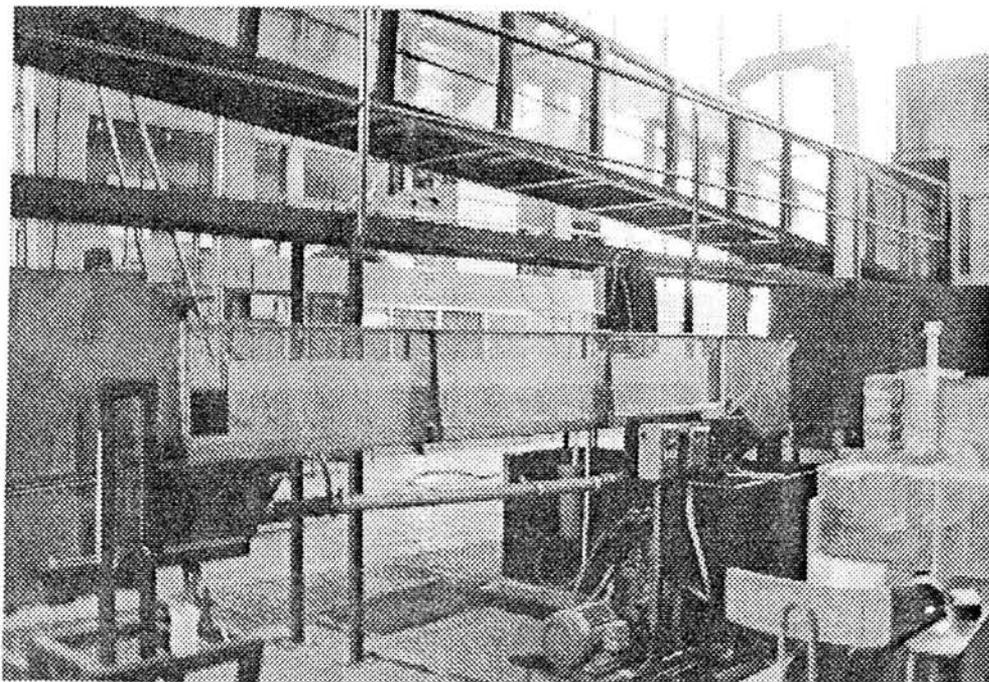


FOTO 3.1 Dispositivo experimental.

Para el lecho móvil se trabajó con arena negra; para colocar la arena en el dispositivo experimental se utilizaron 3 acrílicos verticales. El primero se colocó al principio del canal, el segundo a 2.8 m y el tercero al final del canal, a los 3 m. Los 3 acrílicos tienen una altura 10 cm. El tramo de 2.80 m se relleno de arena negra en una capa de 0.1 m de espesor; el tramo de 0.20 m restante se usó como trampa de arena. Antes de empezar una prueba, con una tarraja se enrasa la arena para que el fondo quede plano con una altura de 10 cm, ver fig. 3.1.

Al principio del canal hay un efecto por la entrada del flujo, lo que causaba que se formara un hoyo, para evitar eso se colocó un acrílico de 9 x 10 cm, horizontalmente hacia aguas arriba de manera que el agua entrara al canal ya con un tirante.

Aguas arriba del Canal  
del Canal

Aguas abajo

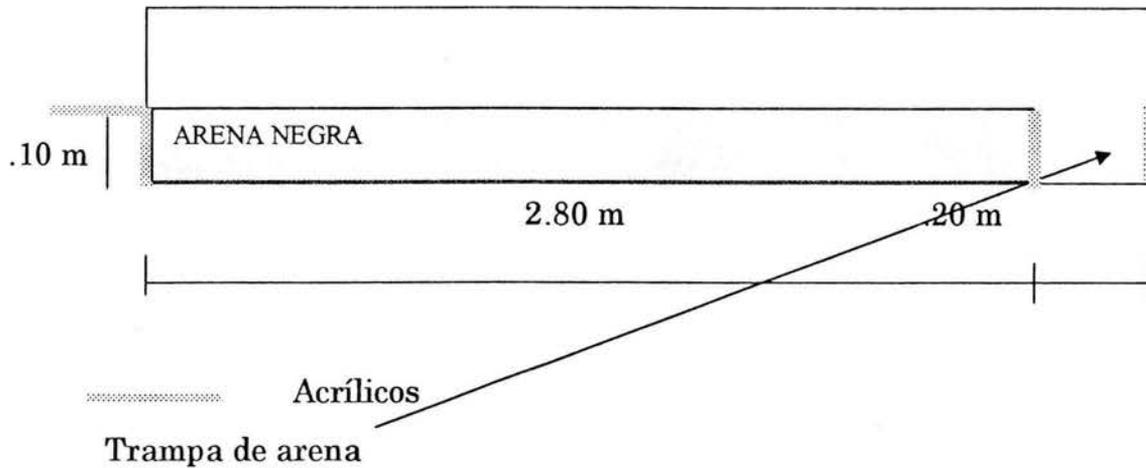


Fig. 3.1 Perfil del canal de pendiente variable.

### III.2 MEDICIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS

#### DESARROLLO DE LAS PRUEBAS

En cada prueba se coloca papel albanene en la ventana derecha del canal, con el objetivo de poder dibujar los perfiles de las dunas. Para el flujo nulo, la tara del vertedor fue  $h_{tara} = 30.21$  cm. Para cada prueba se estableció un tirante sobre el acrílico a los 2.80 m. En cada prueba se toma la lectura,  $h$ , del limnómetro. Al dibujar las dunas se utilizaron diferentes colores para cada perfil, de esta manera es más fácil diferenciarlas por tiempo de medición.

Dependiendo de que tirante se quería para cada prueba, se abría más o menos la válvula y se dejaba un tiempo para que se estabilizará el flujo y para que se fueran formando las dunas. Una vez que se tuvieran dunas en todo el canal se iban dibujando los perfiles del fondo. En

la foto 3.2 puede verse el perfil de las dunas en una de las pruebas.

Para tirantes grandes (de 3 a 5 cm) aproximadamente se requería 1 hora para que se formaran las dunas en todo el canal; como las dunas avanzaban relativamente rápido, las pruebas eran cortas, por lo que se dibujaban perfiles cada media hora; en cambio, para tirantes pequeños (de 2.5 a 1.1) las pruebas duraban días; en estas, se dibujaba el perfil cada 3 o 4 horas.

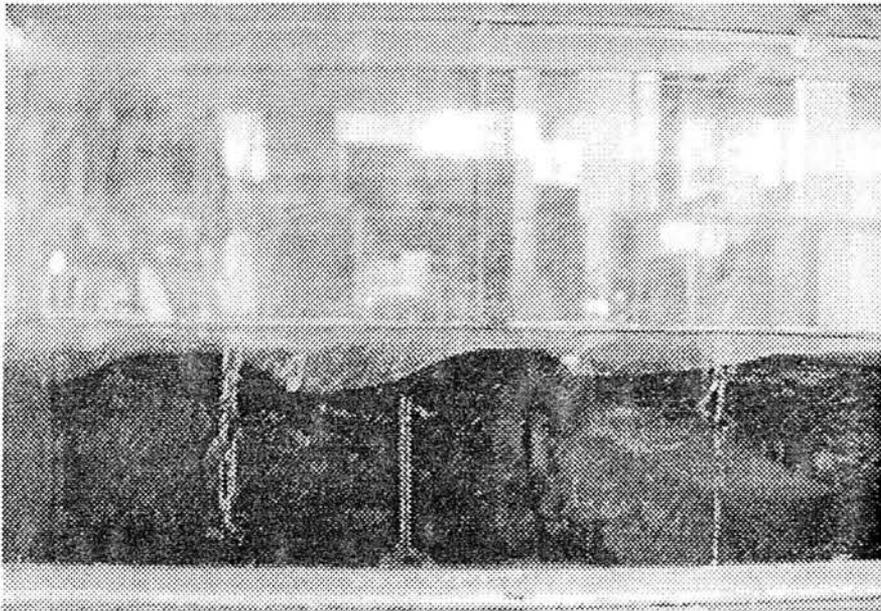


FOTO 3.2 Dunas en una de las pruebas

### PROCESAMIENTO DE DATOS

Una vez dibujados los perfiles, se digitalizaron con ayuda del programa ILWIS. Para digitalizar se cuenta con una mesa digitalizadora y un transductor (que es el aparato con el cuál se traducen los datos analógicos a datos digitales), ver foto 3.3.

Antes de empezar se tienen que definir 4 puntos de coordenadas, las cuales sirven para escalar los perfiles

en un rango. Teniendo ya estas coordenadas, se captura el perfil de la duna.

El transductor tiene 5 números que se utilizan al capturar los datos; el 0 es para marcar los puntos. El 2 es para finalizar y el 3 es para borrar los puntos en donde uno se equivoca. Una vez que se termina de digitalizar un perfil, se le da un color a cada perfil para diferenciarlos.

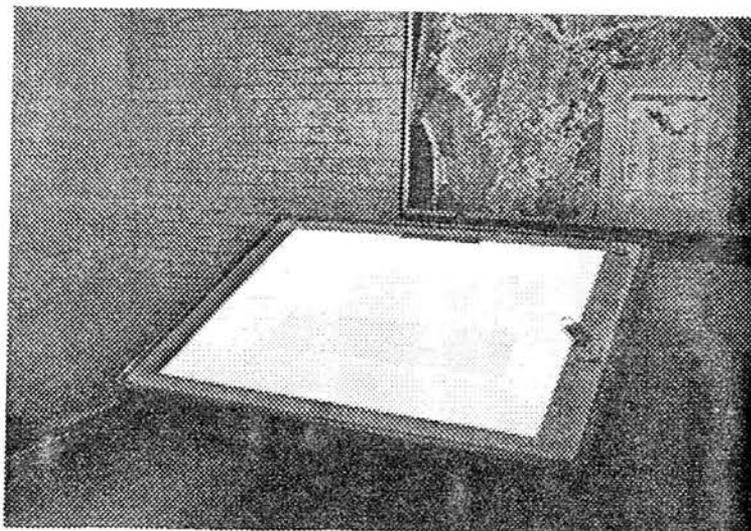


FOTO 3.3 MESA DIGITALIZADORA.

También se digitaliza el perfil del agua. Así, el programa permite obtener directamente las distancias (desde el principio del canal), la altura de la arena en cualquier punto y la del agua. Se pueden juntar todos los perfiles para observar como se van moviendo las dunas.

De igual manera, se determina la distancia y la altura de todo el perfil, ya que nos permite saber cuánto mide cada duna. En la fig. 3.2 se puede observar uno de los perfiles capturados con el programa ILWIS.

La frecuencia de captura de datos a lo largo del perfil es arbitraria, ya que se trataba de digitalizar los puntos significativos del perfil; por ejemplo, el perfil de la fig 3.2 tiene 260 puntos. En este caso se toma la lectura a cada 2 cm aproximadamente.

Se ha elaborado un CD con los archivos de coordenadas de todas las pruebas y todos los perfiles, en el apéndice A se incluyen los perfiles de las 8 pruebas en la última hora de medición. Para cada prueba se utilizó el último perfil, es decir, el perfil dibujado en la última hora.



Fig. 3.2 Digitalización del perfil de una duna.

Una vez obtenidos los archivos con los datos de las cotas de superficie libre y las cotas del fondo, estas pueden manejarse con distintos programas, como por ejemplo Excel; esto permite obtener por regresión lineal, la ordenada al origen, la desviación estándar y su coeficiente de correlación, Tabla 3.2. Se muestra un perfil de la prueba 4 en la fig. 3.3 en la que se incluye la pendiente del fondo, así como la pendiente del agua.

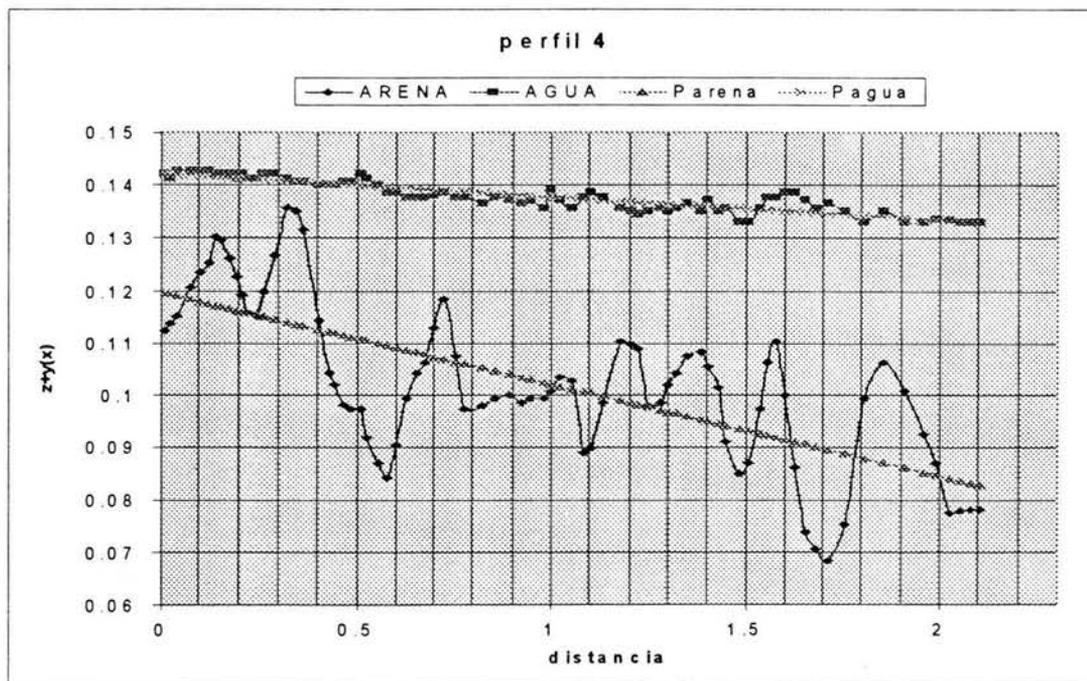


Fig.3.3 Gráfica del perfil de la arena y del agua con sus respectivas pendientes

DATOS DE LAS PRUEBAS

Prueba	Q, m <sup>3</sup> /s	y <sub>final</sub> , cm	Perfiles medidos en los siguientes tiempos, horas
1	0.000546	3.5	1:00, 3:00, 5:00 p.m.
2	0.00024	1.5	1:00, 4:00, 7:00 p.m.
3	0.00026	2	2:00, 4:00, 6:00 p.m.
4	0.00176	4	2:00, 3:00, 4:00 p.m.
5	0.00017	1.5	1:00, 2:00, 4:00, 8:30 p.m.
6	0.00061	1.9	12:00, 2:00, 5:00, 7:00 p.m.
7	0.00043	1.7	3:00, 4:00 p.m. - 6:00 p.m.
8	0.00007	1.1	3:00, 4:30, 6:30 p.m. - 11:30 a.m.

TABLA 3.1 Valores de Q, y<sub>final</sub> para cada prueba

En la tercer columna de la tabla 3.1, el y<sub>final</sub>, es el tirante en el acrílico a 2.80 m.

Con los datos de las elevaciones del fondo y de la arena, se obtiene la desviación estándar, varianza, coeficiente de correlación, y para obtener la ecuación de la recta de fondo y de la superficie libre del agua, se calcula la ordenada al origen,  $b$  y la pendiente,  $m$ , ver tabla 3.2

Prueba	Ec. de la recta de fondo				Ec. de la recta de S.L.		
	$m$	$b$	$\sigma$	$\sigma^2$	$r^2$	$m$	$b$
1	-0.000260	0.1016	0.00514	2.64E-05	0.831	-3.20E-03	0.1411
2	0.000935	0.0980	0.00075	5.71E-07	0.907	-3.30E-03	0.1256
3	-0.017600	0.1198	0.01541	0.00023	0.810	-4.30E-03	0.1421
4	-0.007110	0.1006	0.01183	0.00014	0.900	-9.40E-03	0.1613
5	-0.007050	0.1130	0.00853	7.28E-05	0.919	-4.70E-03	0.1331
6	-0.002630	0.1058	0.00746	5.56E-05	0.828	-4.30E-03	0.1363
7	-0.002870	0.1002	0.00785	6.17E-05	0.859	-4.09E-03	0.7817
8	-0.0098400	0.1230	0.01121	0.000125	0.989	-1.10E-02	0.1426

TABLA 3.2 Valores de la ecuación de la recta de fondo, y de la Superficie Libre.

## IV ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES

Se dispone de la granulometría de la arena negra que se emplea en los experimentos, ver fig. 4.1. A partir de ella se obtienen los diámetros  $D_{35}$ ,  $D_{50}$ ,  $D_{65}$ ,  $D_{85}$ ,  $D_{90}$ , los cuáles se utilizan en los métodos de resistencia al flujo en este capítulo; son respectivamente los siguientes (en mm):

$D_{35}$	0.17
$D_{50}$	0.21
$D_{65}$	0.28
$D_{85}$	0.42
$D_{90}$	0.55

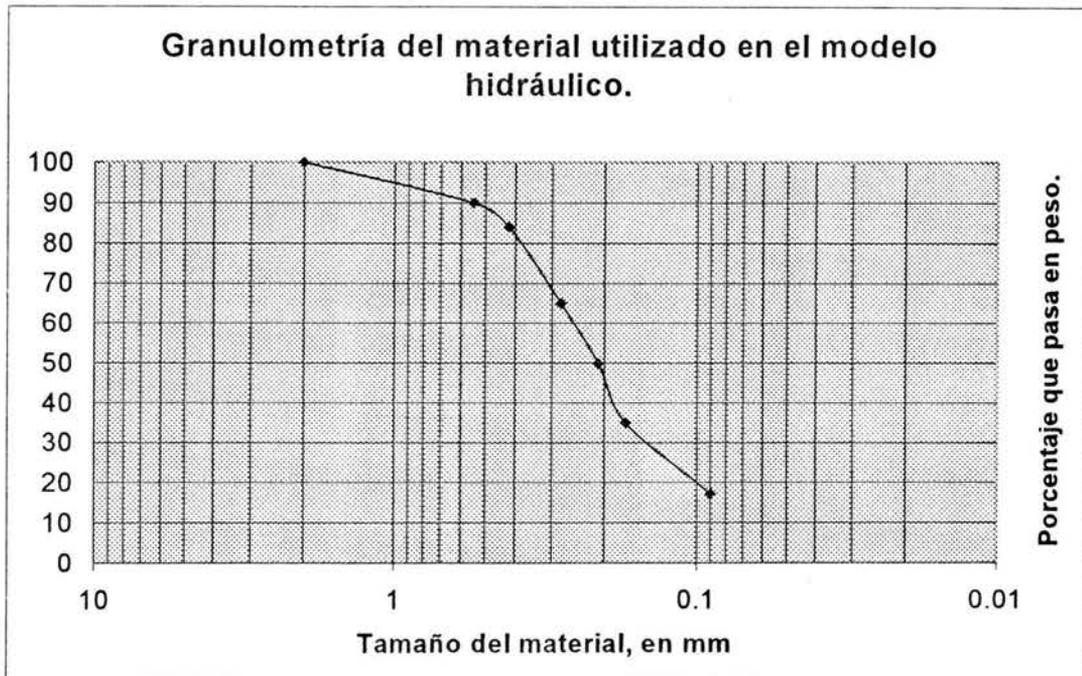


Fig. 4.1 Gráfica de la granulometría de la arena negra.

Para obtener la pendiente de fricción media se utiliza la ecuación de Bernoulli. Se consideran dos secciones, una a 0.50 m y otra a 1.50 m, ya que al inicio y al final del canal puede haber un efecto de erosión local. Para estas distancias, por medio del programa ILWIS, se obtienen las cotas del fondo y de la superficie libre del agua.

Sea la ecuación

$$E_1 = y + \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.1)$$

se igualan las ecs de energía de las secciones 1 y 2.

$$y_1 + E_1 = E_2 + Z_2 + S_{fm} \quad (4.2)$$

Como se conocen todos los valores de la ecuación de la energía de las dos secciones, entonces se despeja la  $S_{fm}$  media de la ecuación 4.2; los resultados para todas las pruebas se presentan en la tabla 4.1.

Prueba	Q(m <sup>3</sup> /s)	y <sub>1</sub> (m)	y <sub>2</sub> (m)	z <sub>1</sub> (m)	z <sub>2</sub> (m)	S <sub>fm</sub>	y medio
1	0.00054	0.0380	0.0351	0.1015	0.1013	0.0030	0.028
2	0.00024	0.0250	0.0202	0.0988	0.0999	0.0038	0.019
3	0.00026	0.0291	0.0424	0.1108	0.0932	0.0045	0.026
4	0.00176	0.0595	0.0572	0.0970	0.0899	0.0090	0.041
5	0.00017	0.0214	0.0237	0.1094	0.1024	0.0047	0.019
6	0.00061	0.0297	0.0280	0.1045	0.1018	0.0040	0.024
7	0.00043	0.0344	0.0306	0.1001	0.0998	0.0038	0.026
8	0.00007	0.0190	0.0178	0.1180	0.1082	0.0110	0.015

Tabla 4.1 Obtención de  $S_{fm}$

En todos los fondos la  $S_{fm}$  es cercana a la pendiente de la superficie libre (ver tabla 3.2). Por definición la pendiente media es

$$Sf_m = \frac{Sf_1 + Sf_2}{2} \quad (4.3)$$

De la ecuación de Manning, ec 1.4 se tiene

$$Sf_i = \frac{Qn^2}{A_i^2 R h_i^{4/3}} \quad (4.4)$$

Al sustituir la ecuación 4.3 en la 4.4, puede obtenerse el coeficiente de rugosidad  $n$ . Como para cada sección, se tiene el área, el perímetro mojado y el radio hidráulico, se sustituyen los valores. Este valor se presenta como  $n_c$  en la tabla 4.2

Prueba	$n_c$
1	0.028
2	0.035
3	0.063
4	0.028
5	0.056
6	0.021
7	0.034
8	0.151

Tabla 4.2

Mediante los valores de la pendiente de fricción media y la  $n_c$  se sustituye en la ec 4.4 y se obtiene el tirante medio que se reporta en la octava columna de la tabla 4.1.

En el capítulo 1 se discutió el efecto de pared y se presentan las ecuaciones para obtener la  $n$  corregida por ser un canal angosto.

Para el primer método se requiere el perímetro y el radio hidráulico de las paredes, ecs 1.9 y 1.13, respectivamente. El perímetro y el radio hidráulico que corresponde al lecho se obtienen con las ecs 1.10 y 1.12, respectivamente.

El coeficiente  $n$  se obtiene con la ecuación 1.22, los coeficientes de fricción de las paredes  $n_w$ , y del lecho  $n_b$  respectivamente, se calculan con la ecuación 1.23 y 1.24. Estos valores deben cumplir con la ecuación 1.25.

En la tabla 4.3 se presentan estos cálculos. La rugosidad neta del fondo es  $n_b$

Prueba	Pw	Pb	Rb1	Rw	$n_{b1}$	$n_w$	$n$
1	0.056	0.1	0.0237	0.0077	0.023	0.011	0.019
2	0.038	0.1	0.0177	0.0034	0.033	0.011	0.028
3	0.052	0.1	0.0249	0.0021	0.056	0.011	0.044
4	0.082	0.1	0.0319	0.0111	0.022	0.011	0.018
5	0.038	0.1	0.018	0.0020	0.052	0.011	0.044
6	0.048	0.1	0.019	0.0093	0.014	0.011	0.016
7	0.052	0.1	0.023	0.0050	0.031	0.011	0.025
8	0.030	0.1	0.015	0.0004	0.132	0.011	0.110

Tabla 4.3

En la tabla 4.4 se puede ver si se cumple con la igualdad de la ecuación 1.25, es decir, que la suma de la columna 2 con la 3, es la columna 4. La columna 1 debe ser igual a la columna 4.

Prueba	$n^{3/2}$	$n_w^{3/2}$	$n_{b1}^{3/2}$	suma
1	0.0027	0.0012	0.0035	0.0047
2	0.0046	0.0012	0.0060	0.0071
3	0.0093	0.0015	0.0135	0.0145
4	0.0023	0.0012	0.0033	0.0045
5	0.0091	0.0012	0.0121	0.0132
6	0.0020	0.0012	0.0024	0.0036
7	0.0039	0.0012	0.0053	0.0065
8	0.0370	0.0010	0.0480	0.0490

Tabla 4.4

Como la igualdad no se cumple, y el radio hidráulico es más alto que el radio hidráulico obtenido con el tirante medio, se decide que no se ocupan los datos de este método.

Con el segundo método, en vez de usar los perímetros se utilizan las áreas de las paredes y lecho, que se calculan con las ecuaciones 1.20 y 1.19, respectivamente. El radio hidráulico para las paredes y lecho se calculan con las ecuaciones 1.18 y 1.21. En la tabla 4.5 se muestran estos cálculos.

Prueba	Aw	Ab	Rb	Rw	$n_{b2}$	$n_w$	$n$
1	0.0006	0.0022	0.0143	0.0037	0.017	0.007	0.019
2	0.0003	0.0016	0.0117	0.0021	0.025	0.008	0.028
3	0.0005	0.0021	0.0138	0.0033	0.038	0.015	0.044
4	0.0011	0.0030	0.0165	0.0061	0.014	0.007	0.018
5	0.0003	0.0016	0.0117	0.0021	0.039	0.012	0.044
6	0.0004	0.0020	0.0132	0.0030	0.014	0.005	0.016
7	0.0005	0.0021	0.0138	0.0033	0.021	0.008	0.025
8	0.0002	0.0013	0.0101	0.0014	0.102	0.028	0.110

Tabla 4.5

En la tabla 4.6 se puede ver que en este caso sí se cumple con la igualdad de la ecuación 1.25, es decir, la suma de la columna 2 con la 3, resulta la columna 4. La columna 1 debe ser igual a la columna 4.

Prueba	$n^{3/2}$	$n_w^{3/2}$	$n_{b2}^{3/2}$	suma
1	0.0027	0.0006	0.0021	0.0027
2	0.0046	0.0007	0.0039	0.0046
3	0.0093	0.0018	0.0075	0.0093
4	0.0023	0.0006	0.0017	0.0023
5	0.0091	0.0014	0.0077	0.0091
6	0.0020	0.0004	0.0016	0.0020
7	0.0039	0.0008	0.0031	0.0039
8	0.0370	0.0050	0.0330	0.0370

Tabla 4.6

El segundo criterio de resistencia al flujo descrito en el capítulo 1, si cumple con la igualdad. En la tabla 4.7 se resumen los valores del coeficiente de Manning para su fácil comparación. Se incluye la relación siguiente para fin de comparación:

$$relación = \frac{n_c}{n_{b2}} \quad (4.6)$$

Prueba	$n_c$	$nb_2$	relación
1	0.028	0.017	1.65
2	0.035	0.025	1.40
3	0.063	0.038	1.66
4	0.028	0.014	2.00
5	0.056	0.039	1.44
6	0.021	0.014	1.50
7	0.034	0.021	1.62
8	0.151	0.102	1.48

Tabla 4.7 Comparación del coeficiente de fricción.

La  $nb_2$  con corrección de efecto de pared, resulta menor que la calculada. Esto es debido a que en un canal angosto los efectos de la rugosidad de la pared son importantes en la rugosidad global. Como aquí interesa la rugosidad de las dunas, es necesario quitar el efecto de pared para lo que en este caso el segundo método es adecuado.

Para cada uno de los métodos de resistencia al flujo que se presentaron en el capítulo 2 se utilizan los siguientes datos:

El ancho del canal (rectangular),  $b = 0.1$  m, el gasto y las pendientes para cada prueba son los obtenidos en la tabla 4.1, el peso específico relativo del sedimento,  $\gamma = 1.65$ , la aceleración de la gravedad,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>, la viscosidad cinemática del agua es  $\nu = 1 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s.

Prueba	y med m	R m	Rb m	Q m <sup>3</sup> /s	S <sub>fm</sub>
1	0.028	0.0179	0.0143	0.000546	0.0030
2	0.019	0.0138	0.0117	0.000242	0.0038
3	0.026	0.0171	0.0138	0.000262	0.0045
4	0.041	0.0225	0.0165	0.001760	0.0090
5	0.019	0.0138	0.0117	0.000172	0.0047
6	0.024	0.0162	0.0132	0.000611	0.0040
7	0.026	0.0171	0.0138	0.000429	0.0038
8	0.015	0.0115	0.0101	0.000072	0.0110

Tabla 4.8 Datos de cada experimento

Se realizaron los cálculos con el radio hidráulico, el tirante y el radio hidráulico corregido que se presentan en la tabla 4.8 columnas 3, 2 y 4, respectivamente. El gasto y la pendiente están en la misma tabla. Las formulas para cada método se describieron en el capítulo 2.

#### IV.1. MÉTODO DE CRUICKSHANK Y MAZA

En las tablas siguientes se calcula la velocidad media calculada ( $U_{cal}$ ) y se compara con la velocidad media por continuidad ( $U_{con}$ ), que se calcula con  $V=Q/A$ . La velocidad de caída para el  $D_{50}$  es .02697m/s.

Con este método para obtener la velocidad media se supone que se está en régimen inferior (y por ello se utiliza la ecuación 2.2). los resultados están en la tabla 4.9. La condición de validez de régimen inferior se ve con la ec. 2.3, es decir si la columna 5 es mayor que la columna 4.

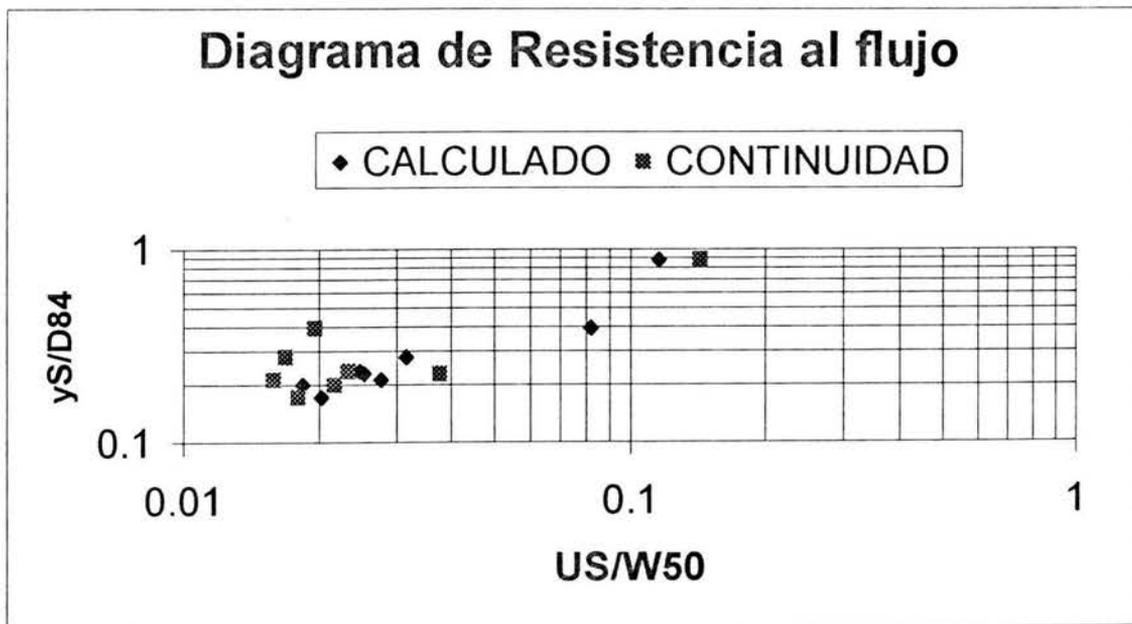
Prueba	y med m	U <sub>cal</sub>	Condición<	1/S	<condición
1	0.028	0.165	304.64	333.33	273.096
2	0.019	0.144	265.98	263.16	235.497
3	0.026	0.189	296.84	222.22	265.473
4	0.041	0.346	348.14	111.11	315.925
5	0.019	0.158	265.98	212.77	235.497
6	0.024	0.170	288.64	250.00	257.479
7	0.026	0.175	296.84	263.16	265.473
8	0.015	0.201	244.86	90.910	215.163

Tabla 4.9

En la tabla 4.10 se muestran los parámetros adimensionales  $y^*S/D84$  y  $U^*S/W50$  que utilizan estos autores y se comparan los valores obtenidos por continuidad con los calculados con el método. Los valores gráficos se muestran en la figura 4.1

Prueba	CALCULADO		CONTINUIDAD
	$y^*S/D84$	$U^*S/W50$	$U^*S/W50$
1	0.2000	0.0183	0.0217
2	0.1719	0.0202	0.0179
3	0.2786	0.0316	0.0168
4	0.8786	0.1156	0.1433
5	0.2126	0.0276	0.0158
6	0.2286	0.0253	0.0378
7	0.2352	0.0247	0.0232
8	0.3929	0.0819	0.0196

Tabla 4.10



Gráfica 4.1

Al analizar la gráfica 4.1, se observa que la velocidad en el canal es más pequeña que la velocidad calculada. En la tabla 4.11 se considera el tirante corregido por efecto de pared, es decir, de los valores de  $R_b$  se despeja el  $y_b$ . Se utilizan las mismas

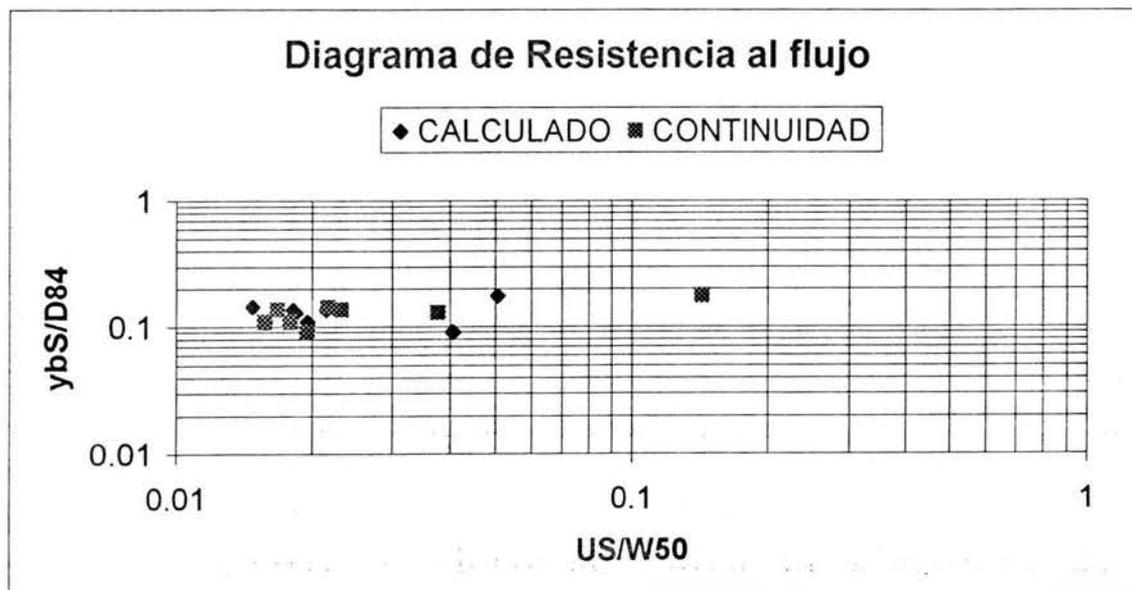
ecuaciones y los parámetros gráficos se muestran en la gráfica 4.2.

Prueba	$y_b$	Ucal	condición	1/S	condición
1	0.0200	0.133	270.93	333.33	240.285
2	0.0153	0.125	246.42	263.16	216.657
3	0.0191	0.155	266.28	222.22	235.784
4	0.0246	0.251	291.26	111.11	260.027
5	0.0153	0.138	246.42	212.77	216.657
6	0.0179	0.142	260.66	250.00	230.363
7	0.0191	0.144	266.28	263.16	235.784
8	0.0127	0.180	230.72	90.910	201.645

Tabla 4.11

Prueba	CALCULADA		CONTINUIDAD
	$y_b \cdot S / D_{84}$	$U \cdot S / W_{50}$	$U \cdot S / W_{50}$
1	0.1431	0.0148	0.0217
2	0.1382	0.0176	0.0179
3	0.2042	0.0259	0.0168
4	0.5277	0.0837	0.1433
5	0.1709	0.0240	0.0158
6	0.1708	0.0210	0.0378
7	0.1725	0.0203	0.0232
8	0.3315	0.0735	0.0196

Tabla 4.12



Gráfica 4.2

Se incluye la relación siguiente para fin de comparación

$$relación = \frac{U_{cal}}{U_{con}} \quad (4.5)$$

Prueba	Ucon	Ucal <sub>1</sub>	relación	Ucal <sub>2</sub>	relación
1	0.1950	0.165	0.845	0.133	0.684
2	0.1274	0.144	1.127	0.112	0.881
3	0.1008	0.189	1.878	0.129	1.282
4	0.4293	0.346	0.807	0.152	0.354
5	0.0905	0.158	1.748	0.112	1.240
6	0.2546	0.170	0.670	0.124	0.488
7	0.1650	0.175	1.062	0.129	0.783
8	0.0480	0.201	4.181	0.100	2.076

Tabla 4.13

Cuando se toma en cuenta el efecto de pared, como puede verse en la gráfica 4.2, los valores medidos de la velocidad están cerca de los valores calculados; las pruebas 1, 2, 4, 6, 7, dan mejor resultado si se utiliza el tirante medio y las pruebas 3 y 4 se puede concluir que los cálculos con corrección de pared, dan mejores resultados. Para la última prueba el resultado no es muy bueno ya que la rugosidad y la pendiente es muy alta y el tirante es muy pequeño la condición ya casi se acerca a transición o antidunas.

#### IV.2. MÉTODO DE KARIM Y KENNEDY. IIA

Con este método se consideró calcular la velocidad media para tres casos. El primero considera el radio hidráulico (columna 2 en la tabla 4.13); se obtiene la velocidad asociada al esfuerzo cortante total del fondo con la ecuación 2.11, y los resultados están en esta misma tabla en la tercer columna, con la columna cuatro y cinco se entra al Diagrama de Shields (fig. 2.2) con el que se obtiene el valor de la velocidad asociada al esfuerzo cortante crítico, columna 6.

Prueba	Rh	U*	R*	$\tau^*$	U* <sub>cr</sub>
1	0.0179	0.0230	4.8265	0.0523	0.0133
2	0.0138	0.0227	4.7575	0.0523	0.0133
3	0.0171	0.0275	5.7707	0.0316	0.0104
4	0.0225	0.0446	9.3655	0.0566	0.0139
5	0.0138	0.0252	5.2910	0.0314	0.0103
6	0.0162	0.0252	5.2973	0.0314	0.0103
7	0.0171	0.0253	5.3029	0.0314	0.0103
8	0.0115	0.0353	7.4101	0.0322	0.0105

Tabla 4.13

Con los valores calculados en la tabla 4.13, se procede a calcular las variables  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_1$ , de las ecuaciones 2.7b,c,a respectivamente. Con la ecuación 2.6 se obtiene la velocidad media, columna 5 de la tabla 4.14.

Prueba	$X_2$	$X_3$	fn	log( $X_1$ )	$X_1$	Ucal(1)
1	133.33	0.165	0.377	0.65	4.49	0.2616
2	90.48	0.160	0.367	0.63	4.28	0.2493
3	123.81	0.294	0.387	0.73	5.43	0.3164
4	195.24	0.527	0.453	0.96	9.06	0.5282
5	90.48	0.255	0.370	0.69	4.85	0.2831
6	114.29	0.256	0.376	0.70	4.99	0.2912
7	123.81	0.256	0.379	0.70	5.05	0.2944
8	71.43	0.426	0.392	0.80	6.26	0.3648

Tabla 4.14

En el segundo caso se utiliza el tirante en lugar del radio hidráulico y se cumplen las ecuaciones ya citadas para obtener la velocidad media.

Prueba	y	U*	R*	$\tau^*$	U* <sub>cr</sub>
1	0.028	0.0287	6.0283	0.0537	0.01352
2	0.019	0.0266	5.5888	0.0533	0.01346
3	0.026	0.0339	7.1145	0.0321	0.01045
4	0.041	0.0602	12.634	0.0587	0.01412
5	0.019	0.0296	6.2155	0.0318	0.01039
6	0.024	0.0307	6.4445	0.0319	0.01041
7	0.026	0.0311	6.5378	0.0319	0.01041
8	0.015	0.0402	8.4488	0.0326	0.01052

Tabla 4.15

Con los valores calculados en la tabla 4.15, se procede a calcular las variables  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_1$ , con las ecuaciones 2.7b,c,a respectivamente. Con la ecuación 2.6 se obtiene la velocidad media. Como se muestra en la tabla 4.16.

Prueba	$X_2$	$X_3$	$f_n$	$\log(X_1)$	$X_1$	$U_{cal}(2)$
1	133.33	0.261	0.370	0.69	4.88	0.2843
2	90.480	0.226	0.360	0.65	4.51	0.2628
3	123.81	0.402	0.381	0.77	5.83	0.3399
4	195.24	0.790	0.448	1.03	10.63	0.6196
5	90.480	0.329	0.365	0.71	5.09	0.2968
6	114.29	0.348	0.371	0.73	5.32	0.3101
7	123.81	0.355	0.373	0.73	5.41	0.3155
8	71.430	0.510	0.388	0.81	6.53	0.3807

Tabla 4.16

Para el tercer caso se utiliza el radio hidráulico corregido por efectos de pared.

Prueba	$R_b$	$U^*$	$R^*$	$\tau^*$	$U^*_{cr}$
1	0.0143	0.0205	4.3081	0.0516	0.01325
2	0.0117	0.0209	4.3857	0.0517	0.01326
3	0.0138	0.0247	5.1832	0.0313	0.01032
4	0.0165	0.0382	8.0152	0.0556	0.01375
5	0.0117	0.0232	4.8775	0.0312	0.01029
6	0.0132	0.0228	4.7794	0.0311	0.01029
7	0.0138	0.0227	4.7630	0.0311	0.01028
8	0.0101	0.0330	6.9328	0.0321	0.01044

Tabla 4.17

Prueba	$X_2$	$X_3$	$f_n$	$\log(X_1)$	$X_1$	$U_{cal}(3)$
1	176.19	0.125	0.399	0.66	4.57	0.2665
2	104.76	0.131	0.380	0.63	4.30	0.2509
3	166.67	0.246	0.410	0.76	5.70	0.3325
4	257.14	0.419	0.476	0.96	9.20	0.5365
5	119.05	0.222	0.391	0.71	5.12	0.2985
6	147.62	0.214	0.397	0.71	5.19	0.3024
7	161.90	0.213	0.400	0.72	5.25	0.3060
8	90.48	0.387	0.412	0.82	6.63	0.3868

Tabla 4.18

Prueba	Ucal(1)	relación	Ucal(2)	relación	Ucal(3)	relación	Ucon
1	0.2616	1.34	0.2843	1.46	0.2665	1.37	0.1476
2	0.2493	1.96	0.2628	2.06	0.2509	1.97	0.1100
3	0.3164	3.14	0.3399	3.37	0.3325	3.30	0.0749
4	0.5282	1.23	0.6196	1.44	0.5365	1.25	0.3259
5	0.2831	3.13	0.2968	3.28	0.2985	3.30	0.0688
6	0.2912	1.14	0.3101	1.22	0.3024	1.19	0.1971
7	0.2944	1.78	0.3155	1.91	0.3060	1.85	0.1262
8	0.3648	7.60	0.3807	7.93	0.3868	8.06	0.0379

Tabla 4.19

En la tabla 4.19 se comparan estas velocidades con la velocidad media (última columna).

Para el segundo caso en que se utiliza el tirante, la velocidad es muy grande con respecto a la media, por lo tanto no es muy aconsejable que se utilice el tirante. (Ver columna tres con la última columna de esa misma tabla).

En general, en este caso las velocidades calculadas dan bastante mayores que las medias.

#### IV.3.MÉTODO DE KARIM Y KENNEDY. IVB

Como en el método pasado se proponen 3 casos, para ver cual da mejor resultado. En el primer caso se utiliza el radio hidráulico y se obtiene  $\theta$  con la ecuación 2.16 (que es el esfuerzo cortante adimensional) y los cálculos se pueden ver en la tabla 4.20. Después se obtiene  $f_r$  con la ecuación 2.13a ó 1.13b según sea el caso, los cálculos se pueden ver en la misma tabla en la columna cinco. Con estos datos se obtiene  $X_2$  con la ecuación 2.7b, y  $X_1$  con la ecuación 2.12 de donde se obtiene la velocidad con la ecuación 2.6.

Prueba	R <sub>hb</sub>	$\theta$	T <sub>3</sub>	fr	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	U <sub>cal</sub>
1	0.0143	0.1238	0.0413	2.505	133.333	5.020	0.293
2	0.0117	0.1283	0.0428	2.519	90.476	4.424	0.258
3	0.0138	0.1792	0.0597	2.655	123.810	5.720	0.334
4	0.0165	0.4286	0.1429	2.983	195.238	10.212	0.595
5	0.0117	0.1587	0.0529	2.605	90.476	4.847	0.283
6	0.0132	0.1524	0.0508	2.589	114.286	5.188	0.302
7	0.0138	0.1513	0.0504	2.586	123.810	5.318	0.310
8	0.0101	0.3206	0.1069	2.871	71.429	6.128	0.357

Tabla 4.20

Prueba	U <sub>cal</sub>	relación	U <sub>cal</sub>	relación	U <sub>cal</sub>	relación	U <sub>med</sub>
1	0.288	1.476	0.279	1.432	0.293	1.501	0.1950
2	0.255	2.001	0.249	1.956	0.258	2.025	0.1274
3	0.329	3.262	0.321	3.182	0.334	3.310	0.1008
4	0.575	1.340	0.497	1.157	0.595	1.387	0.4293
5	0.279	3.085	0.274	3.021	0.283	3.121	0.0905
6	0.298	1.171	0.291	1.142	0.302	1.188	0.2546
7	0.305	1.851	0.297	1.802	0.310	1.879	0.1650
8	0.355	7.387	0.348	7.248	0.357	7.443	0.0480

Tabla 4.21

Se resumen los cálculos en la tabla 4.21; con este método en todos los casos las velocidades calculadas resultan mucho mayores que las obtenidas a partir de las medidas por lo que este método no es recomendable para la condición de los experimentos aquí descritos.

#### IV.4.MÉTODO DE ENGELUND

También se probaron tres casos, en el primero se utiliza el radio hidráulico y se obtiene  $\theta$  y  $\theta'$  con las ecuaciones 2.16 y 2.19 o 2.20 (según sea el caso), los cálculos se pueden ver en la tabla 4.22 columnas 3 y 4. Después se obtiene  $R_0$  con la ecuación 2.17 que es el radio hidráulico debido a la resistencia de los granos.

Se obtiene la velocidad de fricción asociada a la rugosidad de los granos con la ecuación 2.24 como vemos en la columna seis. y al final se determina la velocidad con la ecuación 2.21. En la tabla 4.22 se observan los valores de la velocidad media calculada.

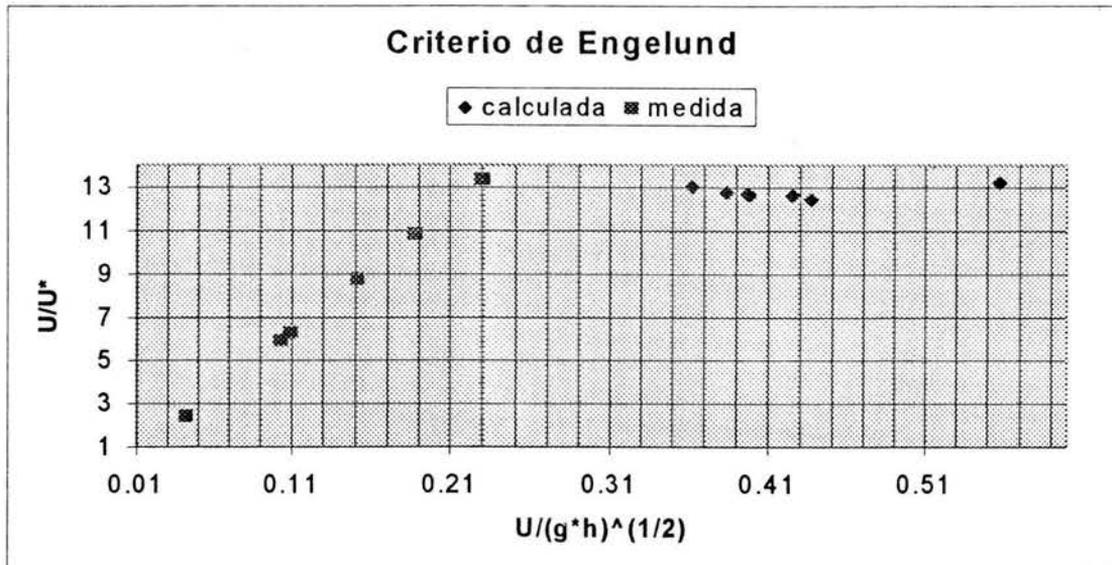
Prueba	RH	$\theta$	$\theta'$	$R'$	$U^*$	Ucal	Ucon
1	0.0179	0.1811	0.0731	0.0072	0.0146	0.1901	0.1950
2	0.0138	0.1760	0.0724	0.0057	0.0145	0.1834	0.1274
3	0.0171	0.2589	0.0868	0.0057	0.0159	0.2011	0.1008
4	0.0225	0.6820	0.2460	0.0081	0.0268	0.3537	0.4293
5	0.0138	0.2177	0.0790	0.0050	0.0152	0.1885	0.0905
6	0.0162	0.2182	0.0790	0.0059	0.0152	0.1925	0.2546
7	0.0171	0.2186	0.0791	0.0062	0.0152	0.1938	0.1650
8	0.0115	0.4269	0.1329	0.0036	0.0197	0.2347	0.0480

Tabla 4.22

En la tabla 4.23 se muestran los parámetros  $U/(g^*y)^{(1/2)}$  y  $U/U^*$  y se comparan medidos y calculados. Se gráfico la columna dos con la uno de la tabla 4.2 y la columna cinco con la cuatro de esa misma tabla. Los valores se muestran en la gráfica 4.3; El régimen es dunas y rizos.

$U/U^*$	$U/(g^*y)^{(1/2)}$	régimen	$U/U^*$	$U/(g^*y)^{(1/2)}$
13.0143	0.3626	dunas y rizos	13.353	0.2302
12.6195	0.4247	dunas y rizos	8.7660	0.1511
12.6395	0.3982	dunas y rizos	6.3329	0.1092
13.2024	0.5576	dunas y rizos	16.025	0.2763
12.4226	0.4366	dunas y rizos	5.9658	0.1029
12.6774	0.3967	dunas y rizos	16.7678	0.2891
12.7606	0.3838	dunas y rizos	10.8621	0.1873
11.9214	0.6119	dunas y rizos	2.4380	0.0420

Tabla 4.23



Gráfica 4.3

Para el segundo caso se utiliza el tirante (columna dos de la tabla 4.24), en lugar del radio hidráulico y se hacen los mismos pasos.

Prueba	y	$\theta$	$\theta'$	$R'$	$U^*$	Ucal	Ucon
1	0.028	0.2826	0.0919	0.0091	0.0164	0.2193	0.1950
2	0.019	0.2429	0.0836	0.0065	0.0156	0.2006	0.1274
3	0.026	0.3936	0.1220	0.0081	0.0189	0.2487	0.1008
4	0.041	1.2412	0.6763	0.0223	0.0444	0.6653	0.4293
5	0.019	0.3004	0.0961	0.0061	0.0167	0.2131	0.0905
6	0.024	0.3229	0.1017	0.0076	0.0172	0.2253	0.2546
7	0.026	0.3323	0.1042	0.0082	0.0174	0.2302	0.1650
8	0.015	0.5550	0.1832	0.0050	0.0231	0.2869	0.0480

Tabla 4.24

En el tercer caso se utiliza el radio hidráulico corregido, (columna dos de la tabla 4.25).

Prueba	$R_{hb}$	$\theta$	$\theta'$	$R'$	$U^*$	Ucal	Ucon
1	0.0143	0.1443	0.0683	0.0068	0.0141	0.1822	0.1950
2	0.0117	0.1496	0.0689	0.0054	0.0142	0.1779	0.1274
3	0.0138	0.2089	0.0775	0.0051	0.0150	0.1873	0.1008
4	0.0165	0.4995	0.1598	0.0053	0.0216	0.2701	0.4293
5	0.0117	0.1850	0.0737	0.0047	0.0147	0.1805	0.0905
6	0.0132	0.1776	0.0726	0.0054	0.0146	0.1825	0.2546
7	0.0138	0.1764	0.0724	0.0057	0.0145	0.1834	0.1650
8	0.0101	0.3737	0.1159	0.0031	0.0184	0.2154	0.0480

Tabla 4.25

Prueba	Ucon	Ucal(1)	relación	Ucal(2)	relación	Ucal(3)	relación
1	0.1950	0.1901	1.03	0.2193	0.89	0.1822	1.07
2	0.1274	0.1834	0.69	0.2006	0.63	0.1779	0.72
3	0.1008	0.2011	0.50	0.2487	0.41	0.1873	0.54
4	0.4293	0.3537	1.21	0.6653	0.65	0.2701	1.59
5	0.0905	0.1885	0.48	0.2131	0.42	0.1805	0.50
6	0.2546	0.1925	1.32	0.2253	1.13	0.1825	1.39
7	0.1650	0.1938	0.85	0.2302	0.72	0.1834	0.90
8	0.0480	0.2347	0.20	0.2869	0.17	0.2154	0.22

Tabla 4.26

Para esta tesis el método de Engelund en el caso 1 y 3 (la corrección de pared) da buenos resultados. Para la última prueba no da buen resultado, es decir la velocidad es mas alta que la medida por continuidad. Tabla 4.26

#### IV.5.MÉTODO DE VAN RIJN

En este método también se hizo el cálculo de la velocidad media para dos casos, en el primero se considera el radio hidráulico y en el segundo se, utiliza el radio hidráulico por corrección de pared. Se obtiene  $D_c$  con las características de las partículas del sedimento, ecuación 2.22; el diámetro de las partículas es  $D_c = 5.312$ , el esfuerzo cortante crítico es de 0.04808 y la velocidad asociada al esfuerzo cortante crítico es de .00016 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>. En la primera iteración se parte de la velocidad media  $U=Q/A$ , después se obtiene el coeficiente de Chezy  $C'$ , ecuación 2.27; se calcula la velocidad de fricción asociada a los granos  $U_c'$  con la ecuación 2.26. Se calcula  $T$  con la ecuación 2.23.

Para obtener la altura de la duna se emplea la ecuación 2.28 donde  $\lambda$  se obtiene con la ecuación 2.29; después se calcula el coeficiente de Chezy con la ecuación 2.32 y al final se calcula la velocidad media con la ecuación 1.5; si esta velocidad no coincide con la supuesta, se vuelve a suponer una velocidad, y se

hacen los mismos pasos. Las tablas 4.27 y 4.28 se presentan el resultado de la última iteración.

Prueba	y	A	P	RH	U	C'	U*	T	H
1	0.028	0.0028	0.156	0.0179	0.2100	38.08	0.0173	0.825	0.0058
2	0.019	0.0019	0.138	0.0138	0.2100	36.01	0.0183	1.041	0.0053
3	0.026	0.0026	0.152	0.0171	0.2000	37.70	0.0166	0.688	0.0048
4	0.041	0.0041	0.182	0.0225	0.2800	39.85	0.0220	1.962	0.0133
5	0.019	0.0019	0.138	0.0138	0.1570	36.01	0.0137	0.141	0.0009
6	0.024	0.0024	0.148	0.0162	0.1101	37.28	0.0092	-0.479	-
7	0.026	0.0026	0.152	0.0171	0.1679	37.70	0.0139	0.196	0.0015
8	0.015	0.0015	0.130	0.0115	0.1950	34.62	0.0176	0.904	0.0040

Tabla 4.27

En la tabla 4.27 se muestra el cálculo la velocidad media para todas las pruebas excepto para la prueba 6 pues en esta resulta que T es negativo, es decir, no habría transporte de sedimentos.

Prueba	L	&	Ks	C	Ucal1
1	0.205	0.028	0.0049	29.60	0.217
2	0.139	0.038	0.0035	30.05	0.217
3	0.191	0.025	0.0114	22.57	0.198
4	0.301	0.044	0.0212	19.88	0.283
5	0.139	0.007	0.0137	19.49	0.157
6	-	-	-	-	-
7	0.191	0.008	0.0144	20.77	0.167
8	0.110	0.037	0.0146	17.56	0.198

Tabla 4.27 continuación

En la tabla 4.28 se utiliza el radio hidráulico corregido por efecto de pared.

Prueba	y <sub>b</sub>	A	P	RH	U	C'	U*	T	H
1	0.0200	0.0020	0.1401	0.0143	0.1940	36.30	0.0167	0.713	0.0041
2	0.0153	0.0015	0.1305	0.0117	0.2005	34.73	0.0181	0.999	0.0044
3	0.0191	0.0019	0.1381	0.0138	0.1730	36.02	0.0150	0.384	0.0023
4	0.0246	0.0025	0.1493	0.0165	0.2350	37.42	0.0197	1.366	0.0076
5	0.0153	0.0015	0.1305	0.0117	0.1420	34.73	0.0128	0.003	0.0000
6	0.0179	0.0018	0.1359	0.0132	0.0810	35.68	0.0071	-0.697	-
7	0.0191	0.0019	0.1381	0.0138	0.1480	36.02	0.0129	0.019	0.0001
8	0.0127	0.0013	0.1253	0.0101	0.1790	33.58	0.0167	0.708	0.0029

Tabla 4.28

De nuevo, en la prueba 6 se tiene T negativo.

Prueba	L	&	Ks	C	Ucal2
1	0.147	0.028	0.0039	29.57	0.194
2	0.112	0.039	0.0030	30.04	0.200
3	0.140	0.017	0.0099	22.04	0.174
4	0.181	0.042	0.0168	19.27	0.235
5	0.112	0.000	0.0135	18.31	0.136
6	-	-	-	-	-
7	0.140	0.001	0.0141	19.26	0.139
8	0.093	0.032	0.0138	17.00	0.179

Tabla 4.28 continuación

Prueba	Ucon	Ucal1	relación	Ucal2	relación
1	0.1950	0.217	1.114	0.194	0.993
2	0.1274	0.217	1.707	0.200	1.573
3	0.1008	0.198	1.965	0.174	1.724
4	0.4293	0.283	0.660	0.235	0.547
5	0.0905	0.157	1.732	0.136	1.500
6	0.2550	-	-	-	-
7	0.1650	0.167	1.015	0.139	0.845
8	0.0480	0.198	4.122	0.179	3.734

Tabla 4.29

En la tabla 4.29 se compara las velocidades calculadas con las obtenidas por continuidad en algunos casos la velocidad calculada es semejante; en otros hay grandes diferencias.

## V DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Existen muchos procedimientos para calcular la velocidad media en canales y en cauces arenosos. Aquí se emplean cinco de ellos: Cruickshank y Maza, Karim y Kennedy, Engelund y Van Rijn. Estos métodos se describen en Berezowsky - Jiménez (1993). El estudio de la resistencia al flujo continúa desarrollándose para buscar una presentación cada vez más real de la relación tirante - velocidad en ríos. Los métodos que consideran las formas de fondo como parte de la resistencia al flujo han marcado una diferencia con los que calculan solo las pérdidas en función de la rugosidad del material del fondo, ya que se obtienen muy buenos resultados, sin ser complicados. Para obtener resultados confiables en el cálculo de la elevación de la superficie libre del agua, no solo es necesario seleccionar el método de resistencia al flujo, sino también se requiere información del canal o río, se recalca que en todos los métodos, la rugosidad depende de ciertos diámetros significativos del material del lecho; por lo tanto, es muy importante la determinación de la granulometría. Si se dispone de estos datos, los métodos de resistencia al flujo predicen de manera consistente el cambio de rugosidad con el flujo, por lo que la calibración es más fácil.

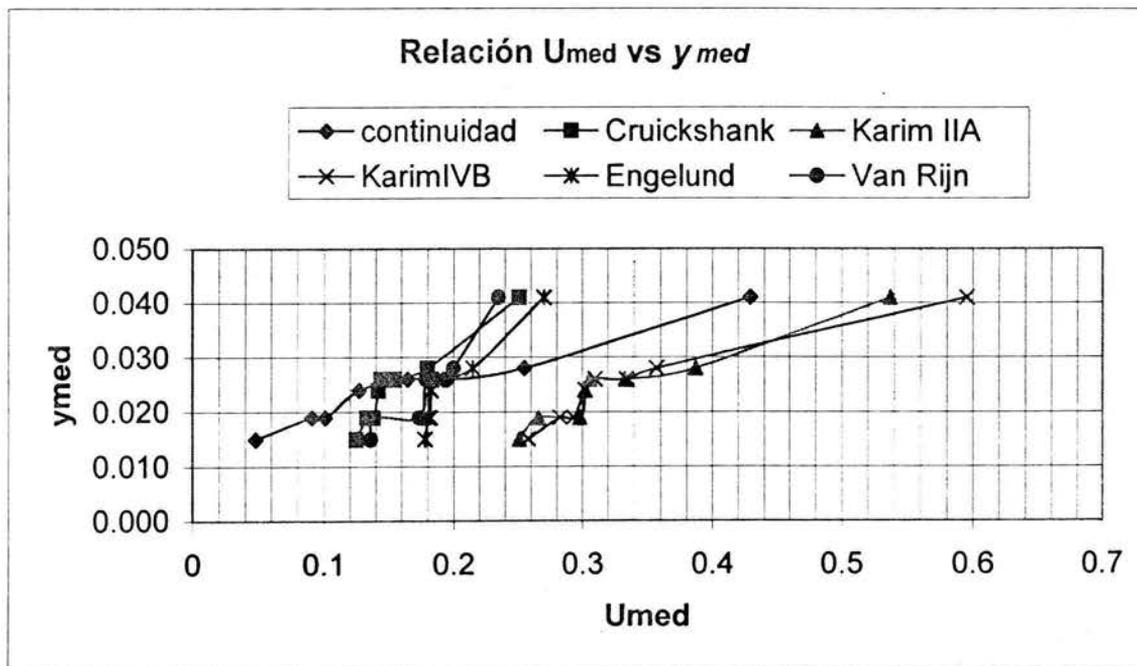
En esta tesis se hicieron experimentos con tirantes pequeños; en la tabla 5.1 se resumen los resultados de las velocidades calculadas para el caso de corrección de pared que es necesario aplicar aquí dada la magnitud del dispositivo experimental. En esta misma tabla se incluyen la relación de las velocidades calculadas y de las medidas.

En la fig. 5.1 se ha gráficado parejas  $y - U$  para todos los métodos. Cruickshank, Engelund y Van Rijn tienen en promedio buen comportamiento, incluso para tirantes aproximadamente de 0.025; los resultados son casi iguales a la de continuidad.

Los métodos de Karim y Kennedy tienen hasta la misma forma de la curva obtenida a partir de las mediciones pero con velocidades mayores.

Prueba	y	continuidad	Cruickshank	Karim IIA	Karim IVB	Engelund	Van Rijn
		Ucon	Ucal	Ucal	Ucal	Ucal	Ucal
1	0.028	0.195	0.133	0.266	0.293	0.182	0.194
2	0.019	0.127	0.125	0.251	0.258	0.178	0.200
3	0.026	0.101	0.155	0.333	0.334	0.187	0.174
4	0.041	0.429	0.251	0.537	0.595	0.270	0.235
5	0.019	0.091	0.138	0.298	0.283	0.181	0.136
6	0.024	0.255	0.142	0.302	0.302	0.183	-
7	0.026	0.165	0.144	0.306	0.310	0.183	0.139
8	0.015	0.048	0.180	0.387	0.357	0.215	0.179

Tabla 5.1



Gráfica 5.1

## VI. BIBLIOGRAFIA

Berezowsky, M y Jiménez, A (1993), Cálculo de perfiles en ríos de fondo arenoso con métodos de resistencia al flujo de hidráulica fluvial, México, D.F

Berezowsky, M y Vilchis, R (2000), Protección y control de cauces, CNA - IMTA México, D.F

García, M y Maza, J (1986), Resistencia al flujo en el fondo y corrección de pared en canales estrechos, Congreso Nacional de Hidráulica, UNAM, México, D.F.

Maza, J, (1969), Modelos Fluviales, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F

Murray, R (1996), Estadística, segunda edición. México, D.F.

Sotelo, G (2002), Hidráulica de canales, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F.

## REFERENCIAS

Engelund, F y Hansen, E (1967), A monograph on sediment transport in alluvial streams, Teknisk Vorlag, Copenhagen, Dinamarca

García, M (1982), Fricción en cauces arenosos. Estado del arte, tesis de maestría, DEPFI, UNAM, México, D.F

Karim, F y Kennedy, J (1989), A Tale Of Two Subjects: Modern Phisycs And River Mechanics, Proc Of International Simposium In Sediment Transport Modeling, ASCE, Nueva Orleans, EUA

Maza, J y Cruickshank, C (1973), Stable channels in alluvium, Proc International Symposium on River Mechanics, Bangkok, Tailandia

Maza, J, Camargo, J y Franco, V(1981), Hidráulica Fluvial, Cap A.2.11, CFE, Manual de diseño de obras civiles, México, D.F

Simons, D B y Richardson, E V (1961), Forms of bed roughness in alluvial channels, Proc ASCE, 87, HY3, EUA, 87-105

Van Rijn, L (1982), Bed forms and alluvial roughness, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, partes I y III, EUA

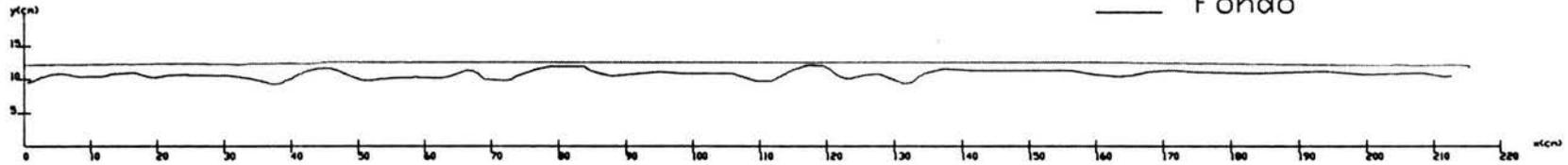
Chanson, 1999:

<http://www.eq.edu.au/~e2hchans/>

Prueba 1

$Q=0.000546\text{m}^3/\text{s}$ ,  $y_{\text{final}}=3.5\text{ cm}$ , última medición 5:00 p.m.

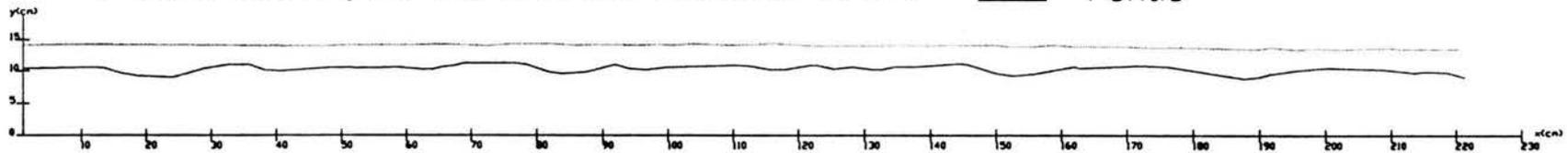
— Superficie libre del agua  
— Fondo



Prueba 2

$Q=0.00024\text{m}^3/\text{s}$ ,  $y_{\text{final}}=1.5\text{ cm}$ , última medición 7:00 p.m.

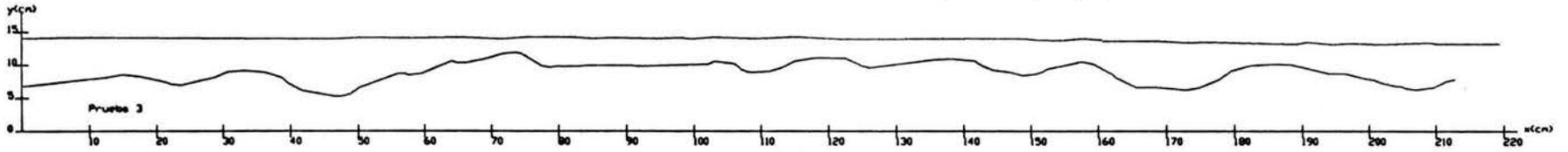
— Superficie libre del agua  
— Fondo



Patricia Wong Murray

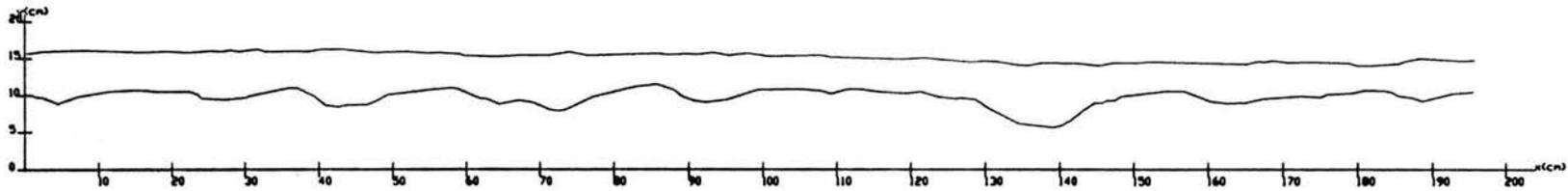
ESTA TESIS NO SALE  
CA

Prueba 3  
 $Q=0.00026\text{m}^3/\text{s}$ ,  $y_{\text{final}}=2\text{cm}$ , medición final 6:00 p.m. — Superficie libre del agua  
 — Fondo



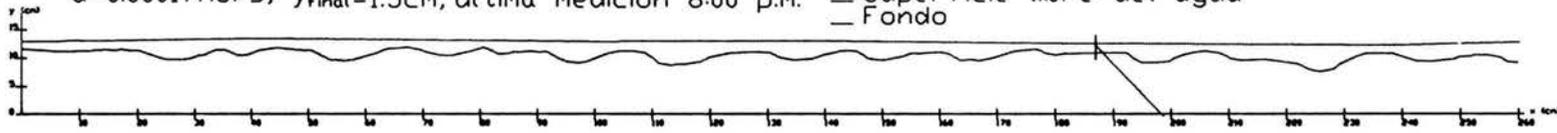
Patricia Wong Muñoz

Prueba 4  
 $Q=0.00176\text{m}^3/\text{s}$ ,  $y_{\text{final}}=4\text{cm}$ , última medición 4:00 p.m. — Superficie libre del agua  
 — Fondo



Prueba 5

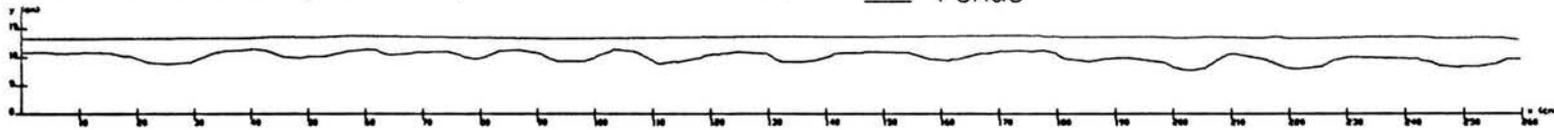
$Q=0.00017\text{m}^3/\text{s}$ ,  $y_{\text{final}}=1.5\text{cm}$ , última medición 8:00 p.m. — Superficie libre del agua  
 — Fondo

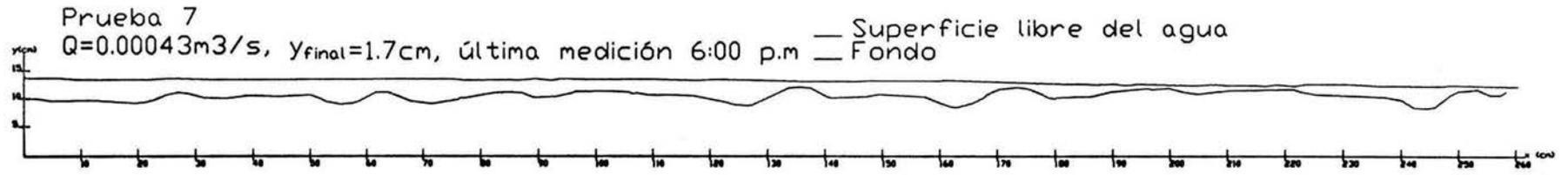


Patricia Wong Muñoz

Prueba 6

$Q=0.00061\text{m}^3/\text{s}$ ,  $y_{\text{final}}=1.9\text{cm}$ , última medición 7:00 p.m. — Superficie libre del agua  
 — Fondo





Gabriela Wong Murray

