



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES.

CAMPUS ARAGÓN

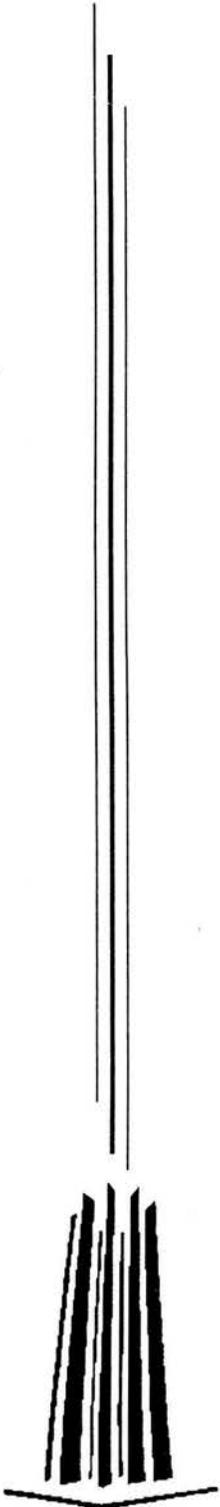
DISEÑO DE LOSAS DE CONCRETO REFORZADO
PARA CASA-HABITACIÓN DE ACUERDO AL
REGLAMENTO DE CONSTRUCCIÓN Y SUS
NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A :
HERNÁNDEZ ARRIOLA MARIO ARTURO

ASESOR:
M. EN I. VELAZQUEZ VAZQUEZ DANIEL

JULIO 2004





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ARAGÓN
DIRECCIÓN

MARIO ARTURO HERNANDEZ ARRIOLA
Presente

Con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobado su tema de tesis y asesor.

TÍTULO:
DISEÑO DE LOSAS DE CONCRETO REFORZADO PARA CASA-HABITACION DE ACUERDO AL REGLAMENTO DE CONSTRUCCION Y SUS NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS.

ASESOR: M. EN I. DANIEL VELAZQUEZ VAZQUEZ

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
San Juan de Aragón, México, 29 de enero de 2004.

LA DIRECTORA

ARQ. LILIA TURCOTT GONZÁLEZ



C p Secretaria Académica
C p Jefatura de Carrera de Ingeniería Civil
C p Asesor de Tesis

LTG/AIR/agm

SEGUIMIENTO DE REGISTRO DE TESIS

FECHA	CVE.	DESCRIPCIÓN DEL TRÁMITE	AUTORIZACIÓN Y SELLO
11/05/2004	IMP	"DISEÑO DE LOSAS DE CONCRETO REFORZADO PARA CASA-HABITACIÓN DE ACUERDO AL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIÓN Y SUS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS"	 Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS SECRETARIO ACADÉMICO
			Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS SECRETARIO ACADÉMICO
			Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS SECRETARIO ACADÉMICO
			Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS SECRETARIO ACADÉMICO
			Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS SECRETARIO ACADÉMICO
			Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS SECRETARIO ACADÉMICO

TRÁMITE	CLAVE
PRÓRROGA	PR
CAM. TÍTULO	C T
CAM. ASESOR	C A
CAM. SEM.	C S
VIGENCIA	VIG.
IMPRESIÓN	IMP.

Agradezco :

A la institución
que creyó en mí y me otorgo
una misión para la vida...

Universidad Nacional Autónoma de México

A mi asesor:

Como un reconocimiento especial al
M. en I. Velásquez Vázquez Daniel
por su tiempo dedicado y revisión
del presente trabajo... mil gracias...

A mis padres y hermanas :

Sabiendo que jamás existirá una forma
de agradecer una vida de lucha,
sacrificio y esfuerzo constantes, solo deseo
que comprendan que el logro mío es suyo,
que mi esfuerzo es inspirado en ustedes
y que son mi único ideal...

Con respeto y cariño.

A mis abuelos; Luvia , Esperanza,
Petrona y German , un agradecimiento
póstumo a quienes siempre quisieron
lo mejor para mí ...

A Zoila y Mariano, por
todo el apoyo para superarme
y alcanzar esta meta...

A mis tíos, primos, sobrinos,
amigos y todas las personas
que han dejado huella en mi
corazón y pensamiento...

Gracias...

ÍNDICE

	Página.
INTRODUCCIÓN.	1
CÁP. I MARCO TEÓRICO.	4
1.1 Tipos de construcción de losas de concreto reforzado.	4
1.1.1 Comportamiento y falla de losas de concreto reforzado.	8
1.1.2 Análisis de la teoría elástica.	11
1.1.3 Análisis al límite.	13
1.2 Diseño de losas apoyadas perimetralmente.	12
1.2.1 Coeficientes de momentos.	12
1.2.2 Peralte mínimo.	20
1.2.3 Acero mínimo.	20
1.2.4 Fuerza cortante.	21
1.3 Acero de refuerzo.	21
1.3.1 Colocación de acero.	23
1.4 Hipótesis para la obtención de los estados límites de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias de 1987.	24
1.4.1 Flexión.	25
1.4.1.1 Refuerzo mínimo.	25
1.4.1.2 Refuerzo máximo.	26
1.4.1.3 Fórmulas para calcular resistencias.	27
1.4.1.4 Fuerza cortante.	27
1.4.1.5 Elementos anchos.	27
1.5 Concreto.	28
1.5.1 Agregados inertes.	29
1.5.2 Cemento.	29
1.5.3 Agua.	29
1.6 Cargas de las estructuras.	30
1.6.1 Artículos que se consideraron del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal.	30
CÁP. II DESARROLLO.	38
2.1 Consideraciones para el diseño de una losa apoyada perimetralmente de 4 metros de largo por 3 metros de ancho.	41
2.2 Constantes de cálculo.	43
2.3 Solución por el método de la gráfica para diseño por flexión.	46
2.3.1 Caso aislado-cuatro lados discontinuos-.	46
2.3.2 Caso interior-cuatro lados continuos-.	50
2.3.3 Caso de borde-un lado corto discontinuo-.	54
2.3.4 Caso de borde-un lado largo discontinuo-.	58
2.3.5 Caso de esquina-un lado largo y un lado corto discontinuos.	62

2.4	Solución por el método de fórmulas para la obtención de los momentos resistentes a flexión.	66
2.4.1	Caso aislado-cuatro lados discontinuos.	66
2.4.2	Caso interior-cuatro lados continuos.	70
2.4.3	Caso de borde- un lado corto discontinuo.	74
2.4.4	Caso de borde- un lado largo discontinuo.	78
2.4.5	Caso de esquina-un lado largo y un lado corto discontinuos.	82
CÁP. III RESULTADOS.		86
3.1	Caso aislado-cuatro lados discontinuos.	86
3.2	Caso interior-cuatro lados continuos.	87
3.3	Caso de borde- un lado corto discontinuo.	88
3.4	Caso de borde- un lado largo discontinuo.	89
3.5	Caso de esquina-un lado largo y un lado corto discontinuos.	90
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.		91
BIBLIOGRAFÍA.		92
ANEXO - GRÁFICA PARA DISEÑO POR FLEXIÓN.		93

INTRODUCCIÓN

Problemática.

El problema demográfico del Valle de México y los estados con los que limita, se debe a que en esta cuenca se ubican grandes industrias, empresas importantes tanto nacionales como internacionales que se han establecido con sus complejos industriales, porque la Ciudad de México es un mercado comercial muy grande y les reporta grandes ganancias, al mismo tiempo que genera una cantidad importante de empleos e inversiones, incrementando su desarrollo.

Desafortunadamente no se ha encontrado un equilibrio, entre el desarrollo industrial y el social. El concepto de desarrollo sustentable cada vez se encuentra más lejos de ser una realidad ya que han ido aumentando los asentamientos irregulares, aparecen nuevas colonias, con nuevas y complejas problemáticas, originando un mercado para la industria de la construcción informal con grandes riesgos.

Las poblaciones emigran en busca de una calidad de vida que le permita a estas, así como a sus generaciones futuras, una superación digna y acorde a un bienestar humano y se dirigen hacia el centro del país, o los países vecinos del norte. Los que se establecen en el centro del país, se localizan en áreas de alto riesgo: quebradas, a las faldas de los cerros, reservas ecológicas y lugares inaccesibles. De estas zonas pocas cuentan con los servicios básicos. Construyen casas de laminas, troncos, plásticos y, en un índice muy bajo de concreto. La mano de obra que construye con concreto para estas personas, en un alto porcentaje, no es calificada. Son personas que han tenido, por su misma condición, que aprender el oficio de maestro albañil.

Generalmente se contrata mano de obra la cual, para su ejecución, se basan en un dibujo o en una explicación verbal, sin embargo, se podrá encontrar un maestro albañil con la experiencia necesaria para corregir en el proceso de ejecución algunos detalles, gracias a sus conocimientos obtenidos por el paso de los años.

Esto se puede explicar dado que los servicios profesionales son costosos y no se cuenta con el hábito de recurrir a ellos, ocasionando la necesidad de recurrir a los servicios de personas recomendadas, que trabajaron en algunas otras edificaciones, lo cual no garantiza que harán lo mismo para la edificación que pudiera encomendársele.

En este riesgo interviene lógicamente el económico, el desconocer aspectos técnicos de construcción generalmente produce construcciones más costosas e inseguras. En cuanto a la economía, esto es cierto porque al ejecutar las cimentaciones, los muros, las columnas, las trabes o castillos y losas, entre otros elementos constructivos, se tiene excedentes de materiales ya que no se calcularon las cantidades, que las personas facultadas, recomiendan. También son inseguras ya que los materiales no son colocados donde deberían. Si no son las cantidades adecuadas en el lugar indicado, el riesgo de un colapso existe, teniendo consecuencia económicas tanto en la sustitución parcial o total de la estructura.

En México los materiales mas empleados para la construcción, es en gran medida, el concreto reforzado, hasta en los mas altos estatus sociales del país, la construcción de viviendas, residencias, grandes edificios, centros de entretenimiento, estadios entre otros tipos de edificaciones.

Las personas con un alto nivel de ingresos económicos, seguramente podrán contar con la ayuda de profesionales que le garantizan la edificación de una casa habitación económica, segura y funcional. Esto no ocurre con las personas de escasos recursos económicos. Para estos, los únicos servicios profesionales con que contará son los de los maestros albañiles.

Por lo anterior, el problema es la falta de ayuda ingeniería a las personas de menos recursos económicos. A ellos es a quienes debemos dirigir los esfuerzos en las Universidades, sobre todo las públicas. Esta ayuda, en el campo de la Ingeniería Civil, puede consistir en orientación para construir su vivienda con los requerimientos económicos, de seguridad y funcionalidad.

Objetivos generales.

La presente investigación pretendió determinar una serie de recomendaciones para la construcción de losas de diferentes dimensiones para casas habitación. Éstas permiten establecer el adecuado manejo de los conceptos para la elaboración de losas de concreto reforzado; con la firme intención que el lector de la misma, recurra y aplique adecuadamente todos las recomendaciones aquí establecidas; teniendo en cuenta que se elaboraron con base en las normas establecidas en el Reglamento de Construcción y sus Normas Técnicas Complementarias de 1987.

Debe tenerse presente que las losas son elementos estructurales costosos y sofisticados en sus ejecución. Descansamos en que e Reglamento de Construcción permite un análisis adecuado al límite para el proyectista. Los investigadores e investigaciones establecen un manejo sofisticado, recomendando por facilidad el tener que emplear análisis en métodos aproximados, basándose en la teoría elástica y siendo la mas recomendada la de límite de fluencia. Conceptos que están fuera del alcance o entendimiento común.

A pesar de esto, las losas de concreto reforzado son elementos que, en la mayoría de los casos, se ejecutan más por costumbre que por el conocimiento adecuado de las partes que lo conforman y sin tomar en cuenta que un procedimiento constructivo inadecuado puede crear un sobrecosto en su ejecución. Si a esto le agregamos los malos diseños que consisten básicamente en la mala colocación del acero de refuerzo, el resultado final es, una pérdida de dinero y un riesgo para los usuarios.

Al mismo tiempo, el desconocimiento de las diferentes condiciones de apoyos, las cargas a las que deberá someterse, los recubrimientos, las separaciones del acero, entre otros aspectos de importancia, también ocasionan perdidas económicas e inseguridad.

Objetivos específicos.

En primer lugar definiremos los diferentes tipos de losas conocidas, su uso en específico y características. Estableciendo en segundo lugar, las teorías conocidas, la complejidad de pretender conocer un desarrollo exacto y sus inconvenientes; así como métodos, los cuales han permitido establecer los diseños lo más cercano a las condiciones de los elementos mecánicos de las losas, recurriendo desde las normas americanas como a las nacionales; en el caso de las nacionales, rigen las elaboradas a raíz de los sismos de 1985, y publicadas en la gaceta del D. F., el 26 de noviembre de 1987 y para las americanas las de ACI, las cuales, son actualizadas cada 2 años.

Describiremos los diferentes métodos de diseño, cálculo y procedimientos constructivos, las consideraciones a tomar con respecto a las cargas establecidas por el Reglamento de Construcción de D.F.; así mismo, las especificaciones y recomendaciones de las Normas Técnicas Complementarias para los diseños, considerando sus comportamientos mecánicos que aquí se establecen.

Proseguiremos con el cálculo y diseño de una losa de cuatro metros de largo y tres metros de corto, estableciendo sus condiciones de trabajo. Realizando una comparativa, encontrar diferencias y establecer una relación que permita descartar o aprobar el mas indicado.

Resultados esperados.

Ya establecido el criterio a seguir, se presenta una tabla por cada condición de apoyo que marcan en las NTC-87, en losas de dimensiones de uno por uno, incrementando un metro a la vez en cada lado hasta un máximo en su cotas de seis por seis, teniendo como resultado, recomendaciones de diseño y la distribución de acero mas favorables para cada caso.

CÁPITULO I

MARCO TEORICO

Las losas de concreto reforzadas se encuentran entre los elementos estructurales mas corrientes; sin embargo, del gran numero de losas que se han diseñado y construido, el detalle del comportamiento elástico y plástico no siempre se comprenden ni se utilizan de manera apropiada. Esto se debe , cuando menos en parte, a las complejidades matemáticas al tratar con las ecuaciones elásticas de las placas, especialmente para las condiciones de apoyo, que se aproximan de un modo realista las de las losas en las construcciones de los pisos de paneles múltiples.

Debido a que el análisis teórico de losa y placa se conoce y practica mucho menos que el análisis de otros elementos , como las vigas, los códigos de construcción especifican generalmente los criterios de diseño a seguir, así como los métodos de análisis de las losas, mientras que sólo proporcionan criterios de diseño para la mayoría de los elementos. Por ejemplo, el capítulo 13 de la edición de 1977 de los American Concrete Institute (ACI) Building Code Requirements for Reinforced Concrete (Especificaciones de construcción del American Concrete Institute para el concreto reforzado), uno de los códigos mas usados para el diseño de concreto, se dedica a la mayor parte a la determinación de momentos en las losas. Una vez que se determinan los momentos flexionantes, fuerzas cortantes y momentos a torsión, se proporcionan las secciones para resistirlos utilizando los criterios especificados en otras secciones del mismo código.

A pesar de que el enfoque del código ACI para diseño de losas, es básicamente uno de los métodos que usan la distribución elástica de momentos, es posible diseñarlas usando análisis plástico(análisis límite) para proporcionar los momentos requeridos.

No importa cual es el método de diseño utilizado, la losa resultante debe resistir el nivel de la carga de trabajo, mientras que las deflexiones y los agrietamientos se mantengan en los límites aceptables. Los métodos para el diseño de losas tratan principalmente de la flexión, pero los esfuerzos cortantes constituyen un factor importante.

1.1 Tipos de construcción de las losas de concreto reforzado

Desde sus inicios, los pisos de losas de concreto reforzado han adoptado diferentes formas. Algunas eran obviamente imitaciones de los primeros pisos fabricados en sus totalidad de madera o de madera soportada en vigas de acero o hierro. Otras fueron inventadas, sin antepasados conocidos, para acomodarse a las propiedades de los materiales, es decir, varillas de acero o concreto.

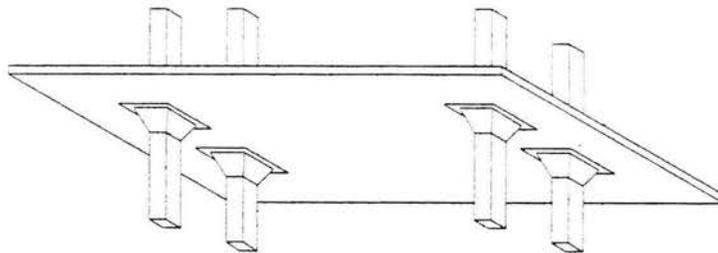
La economía y desarrollo de los métodos de construcción, la conveniencia de ciertas losas para conjuntos particulares de requisitos y los avances en los métodos de análisis de las losa han contribuido a conformar la práctica usual, y estos factores, con toda seguridad, seguirán cambiando los tipos de las losas que se construyan.

Las losas se pueden dividir en dos categorías generales: losas sin vigas y losas apoyadas en vigas situadas a los lados de cada panel. Se conocen muchas variantes híbridas, muchas losas que no deberían tener vigas, las tienen en los bordes u orillas de la estructura y alrededor de grandes aberturas, como las que se preparan para elevadores y las escaleras.

Las losas sin vigas, quedan descritas por los términos genéricos de placas y losas planas.

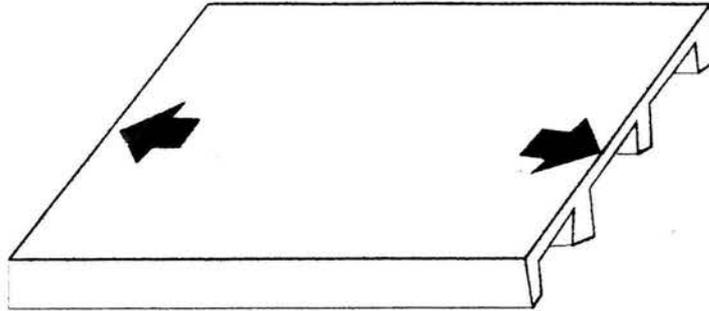
La placa plana es una estructura extremadamente simple en concepto y en construcción, que consiste de una losa de espesor uniforme apoyada directamente sobre columnas.

La placa plana es un desarrollo de origen directo de la primitiva estructura de la losa plana, que se caracteriza por la presencia de capiteles en el tope de la columna y, también por lo general, por tableros deprimidos, o áreas engrosadas alrededor de cada columna. La selección entre el uso de losa o placas planas depende en gran medida de la magnitud de las cargas de diseño y de los claros. La resistencia de la estructura de la placa plana está limitada a menudo por la resistencia a la fuerza cortante de penetración en las secciones al rededor de la columna, y se utilizan, por consiguiente, con cargas ligeras como las que se encuentran en las construcciones residenciales y algunos tipos de oficinas, con claros relativamente cortos.



Losa plana

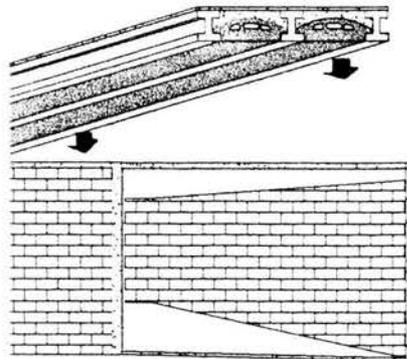
Es el tipo de losa mas sencilla; esta apoyada sobre vigas o muros paralelos quedando libres en los otros dos. Se conocen con el nombre de losas en una dirección, por que trabajan únicamente en la dirección perpendicular a los apoyos. Estos apoyos pueden ser las vigas principales de un marco, vigas secundarias que se apoyan en vigas principales o en muros, o muros de mampostería que soportan la losa directamente.



Las cargas en la losa se distribuyen en una dirección

Un sistema de piso usado frecuentemente como los marcos de un edificio forman tableros de losa de dimensiones relativamente grandes. Se suele en estos casos colocar vigas secundarias en la dirección corta del tablero, de tal manera que se forman varios tableros de losas mas pequeños. Cuando la relación entre el lado largo y el lado corto de estos tableros es mayor que dos, las losas se pueden diseñar como losas en una dirección aunque estén apoyadas en realidad en otros lados.

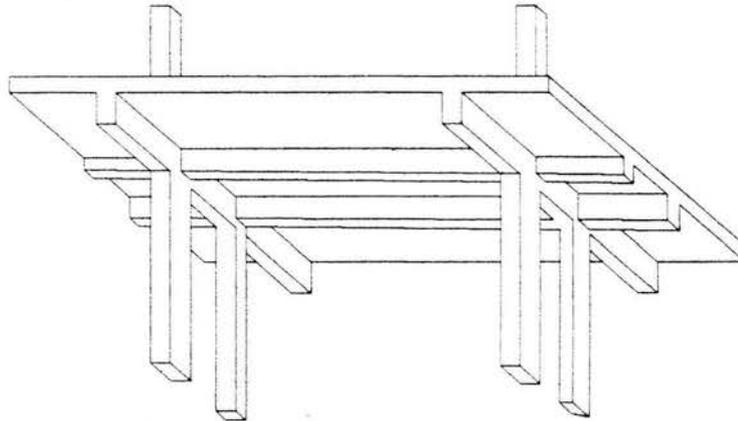
Las losas en una dirección se comportan esencialmente como vigas, puede considerarse que la losa es una viga cuyo ancho es la longitud de apoyo, o bien, como se hace generalmente, puede suponerse que la losa esta formada por una serie de vigas paralelas e independientes de un metro de ancho, que se flexionan uniformemente.



Losa de vigas y bovedilla

Se puede visualizar la losa reticular, que es una variante de la losa sólida, como en conjunto de viguetas que se cruzan, con espaciamientos cortos en relación con el claro; estas viguetas sirven de apoyo a una delgada superior. Los nichos o depresiones de la losa, la que se cuele a menudo con cimbras removibles o desechables, disminuyen el peso de la losa y permiten el uso de peralte efectivo grande, sin la carga muerta correspondiente. Con este gran peralte se obtiene una estructura rígida. Las losas reticulares se usan en general cuando se demanda claros mayores de 10 metros.

Las losas apoyadas en vigas en todos los lados en cada panel se conoce generalmente como losas reforzadas en dos direcciones, el sistema se desarrolla a partir de los sistemas de viga y trabe; resulta muy fácil visualizar el camino a seguir del punto de carga a la columna, como si fuera de la losa a la viga, a la trabe y luego a la columna, y basándose en esta visualización, calcular los momentos y esfuerzos cortantes realistas para el diseño de los elementos. La mayor parte de las losas anchas, proyectadas como losas reforzadas en una dirección, se construyen monolíticamente, con trabes que van a lo largo de sus bordes y pueden proyectarse mas lógicamente como losas especiales de lasa losas reforzadas en dos direcciones.



Losa reforzada en dos direcciones

La losa usual reforzada en dos direcciones cubre tableros cuadrados o rectangulares, y éste es el único caso que se menciona en el reglamento del ACI. Se supone que los apoyos de todos los lados son relativamente rígidos, con flechas muy pequeñas comparadas con las de la losa. Las sistemas reforzados en dos direcciones implican que las losas deberán llevar el acero correspondiente a los momentos calculados en dos direcciones.

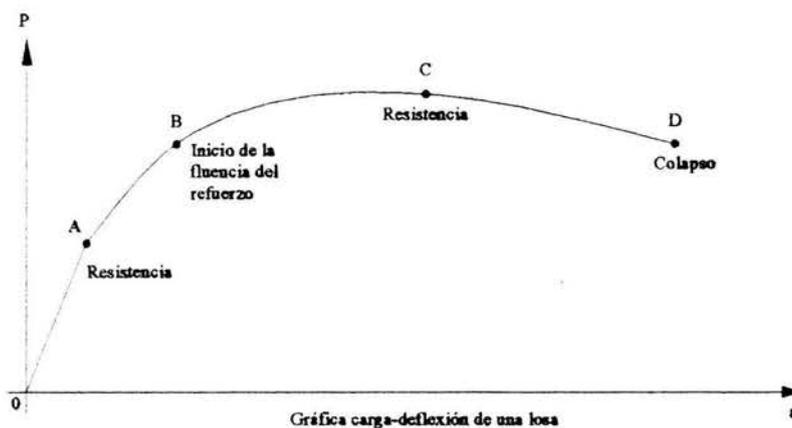
Las losas triangulares y las apoyadas en dos bordes adyacentes, son generalmente losas reforzadas en dos direcciones, pero estas no las menciona el reglamento.

No esta bien documentada la transición de las construcciones de vigas y trabes a las construcciones con losas reforzadas en dos direcciones , sin embargo, la estructura de ensayo de un solo panel, construida y probada por carga en San Luis en el año de 1911 constituyo indudablemente, una de las primeras losas reforzadas en dos direcciones. Westergaard y Slater informaron sobre las distribuciones de momentos tomados de las

soluciones de teoría de placas; además Westergaard propuso en 1926 un método de diseño para losas reforzadas en dos direcciones.

1.1.1 Comportamiento y modo de falla.

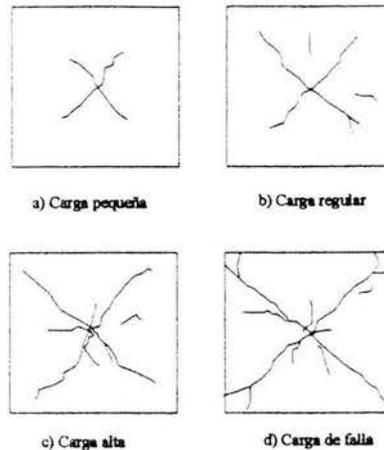
Las losas apoyadas perimetralmente forman parte, comúnmente, de sistemas estructurales integrados por columnas, vigas y losas. El comportamiento de éstas no pueden estudiarse rigurosamente en forma aislada sino que se debe analizar todo el sistema, ya que las características de cada elemento influye en el comportamiento de los otros; por simplicidad se consideran las losas aisladas. Esto permitirá el planteamientos de métodos de diseños suficientemente precisos para fines prácticos, siempre que se cumpla la hipótesis mencionada de que los apoyos tengan una rigidez a flexión mucho mayor que el de las losas.



La gráfica de carga –deflexión en el centro del claro de una losa apoyada perimetralmente, ensayada hasta la falla, tiene la forma mostrada y en la que se distinguen las siguientes etapas.

- Una etapa lineal O-A, en la que el agrietamiento de concreto en la zona de esfuerzo de tensión es despreciable. El agrietamiento del concreto por tensión, representado por el punto A, ocurre bajo cargas relativamente altas. Las cargas de servicio de losas se encuentran generalmente cerca de la carga correspondiente en el punto A.
- La etapa A-B, en la que existe agrietamiento del concreto de la zona de tensión y los esfuerzo en el acero de refuerzo son menores que el límite de fluencia. La transición de la etapa O-A a la etapa A-B es gradual, puesto que el agrietamiento del concreto se desarrolla paulatinamente desde las zonas de momentos flexionantes máximos hacia las zonas de momentos flexionantes menores. Por la misma razón, la pendiente de la gráfica carga-deflexión en el tramo A-B, disminuye poco a poco.

- c. La etapa B-C, en la que los esfuerzos en el acero de refuerzo sobrepasan el límite de fluencia. Al igual que el agrietamiento del concreto, la fluencia del refuerzo empieza en las zonas del momento flexionantes máximos y se propaga paulatinamente hacia la zona de momentos menores.
- d. Por último, la rama descendente C-D, cuya amplitud depende, como en el caso de las vigas, de la rigidez del sistema de aplicación de cargas.

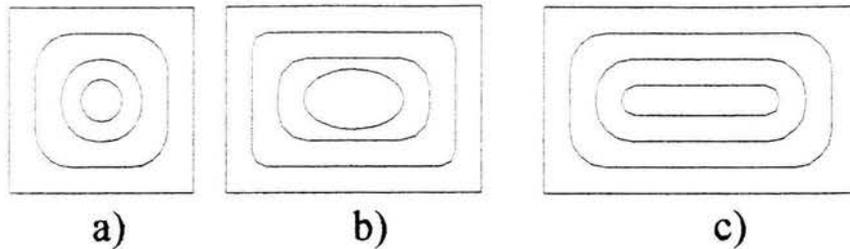


Para ilustrar el avance del agrietamiento y de la fluencia del refuerzo en distintas etapas de carga, se presentan en la figuras las configuraciones de agrietamiento en la cara inferior de una losa cuadrada simplemente apoyada sujeta a carga uniformemente repartida en su cara superior, para distintos valores de la carga aplicada. Puede verse en esta figura que el agrietamiento empieza en el centro de la losa, que es la zona de momentos máximos, y avanza hacia las esquinas a lo largo de las diagonales. Los análisis elásticos de las losas indican que los momentos principales en una losa de este tipo se presentan precisamente en las diagonales. En etapas cercanas a la falla, se forman grietas muy anchas a lo largo de las diagonales, que indican que el acero de refuerzo ha fluido y ha alcanzado grandes deformaciones. Las deformaciones por flexión de las losas se concentran en estas líneas que reciben el nombre de líneas de fluencia, mientras que las deformaciones en las zonas comprendidas entre las líneas de fluencia son, en comparación, muy pequeñas.

La amplitud de las zonas de comportamiento inelástico dependen del porcentaje de refuerzo de flexión. Generalmente, este porcentaje es pequeño en losas, por lo que tales elementos resultan sobreforzadas y las zonas inelásticas son amplias.

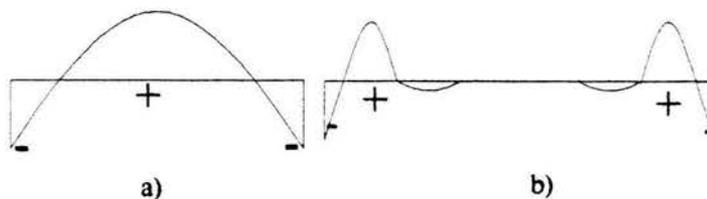
Es conveniente que se tenga una visión clara del funcionamiento mecánico se la losa. Con un poco de imaginación debe ser capaz de visualizar en forma general flexionada que toma una losa uniformemente cargada, Una losa cuadrada , simplemente apoyada,

flexionara tomando una forma de platillo y, a menos que se sostenga de una esquina, éstas se elevaran en un mínimo separándose de sus apoyos. Un losa angosta muy larga tomará la forma de un canal, excepto cerca de los extremos. Cuando los bordes están empotrados, habrá una zona de transición cerca de los bordes, en la que la pendiente se inclina gradualmente hacia abajo con respecto a las tangentes horizontales de los bordes si se trazan las líneas aproximadamente, como en la figura, en losas simplemente apoyadas, dan mas que meras indicaciones sobre la distribución de momentos.



Curvas de nivel aproximadas en losas simplemente apoyadas, en dos direcciones. a) Losa cuadrada, b) Losa oblonga, c) Losa rectangular larga.

En la losa cuadrada, simplemente apoyada, una franja que pase por el centro corta el mayor número de líneas de nivel, tiene la mayor curvatura y el mayor momento. En una losa larga y angosta, solamente las franjas cortas tienen una curvatura apreciable y momento en la mayor parte de la longitud del tablero. La franja larga central es sencillamente plana y sin momento, excepto cerca de los extremos. En las losas continuas, todas las franjas de losa en todas direcciones tienen momentos negativos cerca de los apoyos y positivos cerca de la mitad del claro, como se muestra en la figura.



Diagramas de momentos típicos para losas continuas. a) franja del claro corto, b) Una franja muy larga, digamos, cuya longitud es tres veces la anchura.

La franja central larga en una losa angosta y larga es una excepción, o un caso especial en que su momento positivo ocurre no solamente al centro, sino en el punto donde comienza a curvarse hacia el centro, sino en el punto donde la franja a lo largo de la mitad del claro es pequeño o cero (de la figura, inciso b) y la franja central corta actúa exactamente como las losas reforzadas en una dirección.

En la práctica se usa separación uniforme del acero en la franja central (que tiene la mitad de la anchura del tableo en uno cuadrado) y se reduce el acero hacia los bordes del tablero.

El análisis matemático demuestra que el momento negativo en franja larga es aproximadamente el mismo, cualquier que sea la longitud del claro. Es casi el mismo de un tablero cuadrado que tuviera las dimensiones del claro corto. Así, el método del ACI considera mas conveniente expresar todos los momentos de la losa en función de coeficientes que se aplican a wS^2 , siendo S en claro corto.

1.1.2 Análisis de la teoría elástica

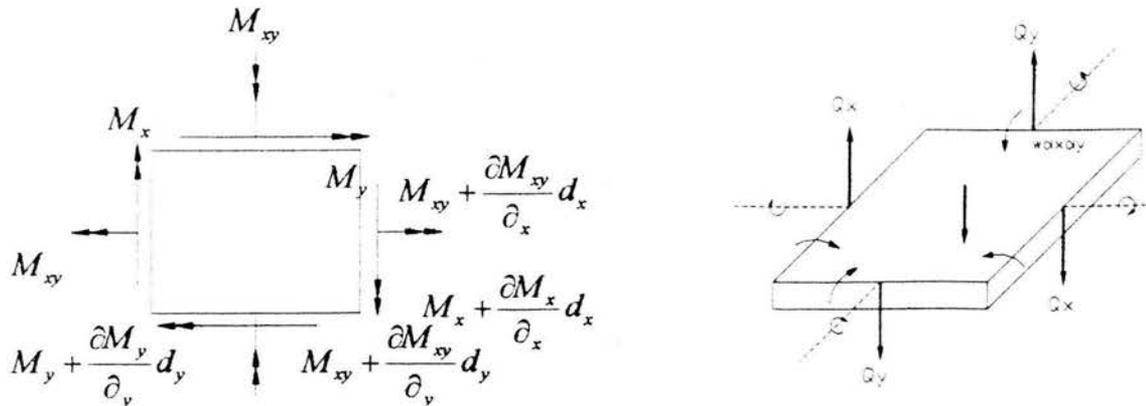
El análisis clásico de la teoría elástica se aplica a losas isotrópicas que sean lo suficientemente delgadas para que la deformación por cortante sea considerable y que sean tan gruesas como para que las fuerzas en su plano carezcan de importancia. La mayor parte de las losas caen dentro del rango en el que es aplicable la teoría elástica clásica. La distribución de momentos y cortantes hallados por la teoría elástica es tal que:

1. Las condiciones de equilibrio se satisfacen en cada punto de la losa.
2. Se cumple las condiciones de borde.
3. El esfuerzo es proporcional a la deformación; esto es, los momentos flexionantes son proporcionales a la curvatura.

La ecuación que rige es una ecuación diferencial de cuarto orden en términos de la deflexión de la losa en el punto general (x,y) de ésta, la carga sobre la losa y la rigidez a la flexión de la sección de la losa. Esta ecuación es difícil de resolver en muchos casos reales, en especial cuando se toman en cuenta los efectos de las deformaciones del sistema de apoyo. Sin embargo, se han desarrollado muchas técnicas analíticas a fin de tener soluciones, como el método de diferencias finitas o bien el método del elemento finito, permiten soluciones por la teoría elástica, bajo condiciones cualquier condición de carga o de borde.

Se entiende análisis de losas la determinación de las acciones internas en una losa dada cuando se conoce la carga aplicada. Esta determinación es mas difícil que en el caso de las vigas, debido a que las losas son elementos altamente hiperestáticos. El análisis de losas puede efectuarse aplicando los métodos de la Elasticidad; los resultados así obtenidos son válidos en la etapa de comportamiento lineal, o sea, cuya cargas cuya magnitud son del orden de la correspondencia del punto A de la gráfica. Los resultados son solo aproximados aun para estas cargas, debido a que el concreto reforzado no cumple con las características ideales de los materiales lineales, homogéneos y elásticos.

Si se plantean las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones del elemento diferencial de las losas mostrado en la figura;

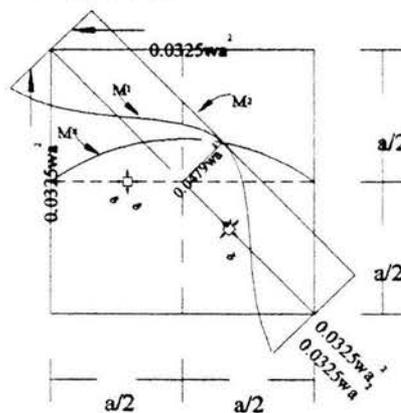


se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = \frac{w}{N}$$

Además de las condiciones de equilibrio y continuidad expresada en la ecuación, deben de cumplirse las condiciones de frontera o condiciones de borde de la losa. Por ejemplo, si un borde es empotrado, la deflexión y la rotación deben ser nulas en dicho borde. Estas condiciones de fronteras se satisfacen ajustando las constantes de integración que aparecen al resolver la ecuación diferencial. Una vez resulta la ecuación, las acciones internas pueden determinarse con las ecuaciones que se deducen en la misma.

La determinación de las acciones internas por el procedimiento descrito es demasiado laborioso para fines prácticos, además que tiene las limitaciones indicadas anteriormente. Sin embargo, sean obtenidos soluciones, las cuales, con algunas modificaciones, se han utilizado para obtener coeficientes de diseño. Por ejemplo en la figura se muestra la distribución de momentos flexionantes en una losa cuadrada libremente apoyada sujeta a una carga uniformemente distribuida.



Distribución de momentos en una

En esta losa los momentos máximos se presentan a lo largo de las diagonales, lo cual explica la forma de su mecanismo de colapso, ya que el acero de refuerzo fluye siguiendo los ejes de momentos máximos.

La ecuación se integra generalmente mediante series, los cuales tiene la limitación de ser aplicable únicamente a ciertas formas sencillas de placas y de condiciones de apoyo. Existen dos métodos que salvan esta limitación, si bien conducen a sistemas de ecuaciones lineales de número muy elevado. Estos métodos son el de diferencia finitas y el de elementos finitos. El primero es un método de integración numérica y el segundo la discretización de la estructura por medio de sustitución por otra formada por elementos de forma cuadrangular o triangular. Estos métodos requieren el uso de computadoras para resolver sistemas de ecuaciones resultantes, pero permiten el análisis de losas de forma irregular, con cualquier tipo de carga y con discontinuidades de carga o geometría.

1.1.3 Análisis al límite

El análisis al límite admite que, debido a la plasticidad, puede ocurrir la redistribución de momentos y cortantes a partir de la distribución dada por la teoría elástica, antes de que alcance la carga máxima. Esta nueva distribución de los momentos tiene lugar debido a que, para secciones típicas de concreto reforzado, habrá poco cambio en el momento con la curvatura una vez que el acero a tensión haya alcanzado la resistencia de fluencia. El análisis al límite calcula la carga máxima de la losa y distribución de momentos y cortantes bajo ella, suponiendo que las secciones de la losa son suficientemente dúctiles para permitir esta nueva distribución de los momentos flexionantes. Para determinar la carga máxima, la distribución de momentos y cortantes para dicha carga, en un sistema de losas se puede usar o bien el método de límite inferior o el método de límite superior.

El método de límite inferior postula una distribución de momentos en el sistema de la losa bajo carga máxima de tal modo que:

1. Las condiciones de equilibrio se satisfacen en todos los puntos del sistema de la losa.
2. El criterio de la fluencia que define la resistencia de las secciones de la losa no deben exceder en ninguna parte de la losa.
3. Se deben cumplir las condiciones de borde.

La carga máxima se calcula a partir de ecuaciones de equilibrio y de la distribución postulada de los momentos. Para un sistema de losas dado, el método del límite inferior da una carga máxima que es o correcta o demasiado baja; es decir, nunca se sobre estima la carga máxima.

El método del límite superior postula un mecanismo de colapso para el sistema de losas bajo carga máxima de modo tal que:

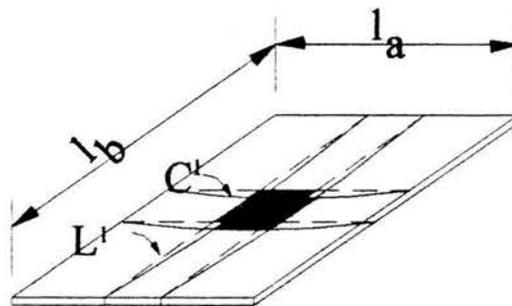
1. Los momentos en las articulaciones plásticas no son mayores que los momentos máximos de resistencia de las secciones.
2. El mecanismo de colapso es compatible con las condiciones de borde.

Un mecanismo de colapso se compone de secciones de la losa separadas por líneas de articulación plástica, y la carga máxima se calcula basándose en el mecanismo de colapso postulado. Para un sistema de losas dado, el método del límite superior da una carga máxima de colapso que es correcta o demasiado alta, pero si se analizan todos los posibles mecanismos de colapso para el sistema de losas, el mecanismo de la carga máxima mas baja, será correcta.

Las especificaciones del ACI establecen que un sistema de losa se puede diseñar por cualquier procedimiento que cumpla con las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, si se muestra que la resistencia de diseño en todas las secciones es cuando menos igual a la resistencia requerida..., y que se cumpla todas las condiciones de servicio, incluyendo los límites especificados para las deflexiones.

Las especificaciones ACI contiene procedimientos para el diseño de losas de concreto reforzado uniformemente cargadas. Los métodos se basan en estudios analíticos de la distribución de momentos usando la teoría elástica y resistencia usando la teoría de la línea de fluencia. Se presentan dos enfoques detallados, el método directo de diseño y el método del marco equivalente.

Existen también métodos aproximados para el análisis de losas. Uno de ellos es el de Marcus o método de las rigiezes relativas que permite visualizar el comportamiento de losas apoyadas perimetralmente y que se usó para fines de diseño durante algún tiempo.



Supóngase una losa rectangular libremente apoyada en todo su perímetro en la que se han señalado las dos franjas centrales C_1 y L_1 que corresponden al claro corto y al claro largo respectivamente. Supóngase que la losa tiene también una carga uniformemente distribuida w . El punto central de la losa forma parte de las franjas C_1 y L_1 simultáneamente, por lo que

se puede igualar las deflexiones en el punto medio de cada franja, como si fuesen vigas simplemente apoyadas, de la siguiente manera:

$$\frac{5w_a l_a^4}{384EI} = \frac{5w_b l_b^4}{384EI}$$

donde w_a y w_b son las fracciones de la carga w que corresponden a las franjas C_1 y L_1 respectivamente. Simplificando esta ecuación se obtiene:

$$\frac{w_a}{w_b} = \frac{l_b^4}{l_a^4}$$

ahora bien, por condiciones de equilibrio, la suma de las cargas w_a y w_b debe ser la carga total w :

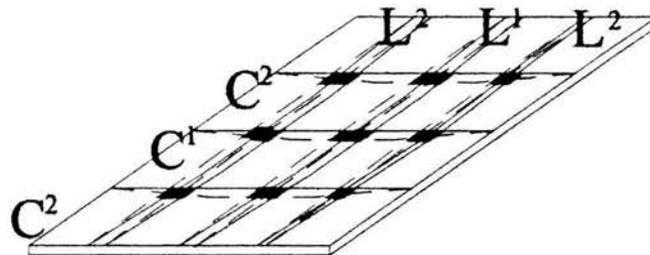
$$w_a + w_b = w$$

resolviendo el sistema de ecuaciones

$$w_a = \frac{l_b^4}{l_a^4 + l_b^4} w$$

$$w_b = \frac{l_a^4}{l_a^4 + l_b^4} w$$

las ecuaciones anteriores permiten obtener las cargas con las que se diseñan las franjas C y L como si fueran vigas aisladas. Este método permite obtener coeficientes para diferentes relaciones entre l_a y l_b y permiten también, siguiendo el mismo razonamiento, analizar las losa con distintas condiciones de apoyo. Las ecuaciones indican también que la carga se reparte en forma inversamente proporcional a la cuarta potencia de los claros, o sea, que la losa trabaja más en dirección del claro corto que en la del claro largo.



El método es aproximado porque o toma en cuenta que las franjas en losa paralela no pueden deformarse en forma independiente entre sí. En efecto, si se considera la intersección de las franjas C_2 y L_2 en la figura se puede ver que los cuatro vértices tienen deflexiones diferentes por estar localizados a diferentes distancias de los apoyos de la losa. Por lo tanto, el elemento que tiene a la losa horizontal y a la losa deflexionada como cara superior y cara inferior, adquiere la forma de un cubo deformado, lo cual se debe a la existencia de esfuerzos y momentos torsionantes que se presentan en todos los elementos de intersección, excepto el central. Por lo tanto, la carga total en la losa es resistida no únicamente por momentos flexionantes, sino también por momentos torsionantes, como lo indica el análisis por Teoría de la Elasticidad. Esto hace que el método resulte muy conservador. Por ejemplo, en una losa cuadrada simplemente apoyada, el momento máximo al centro del claro calculado con este método sería

$$\frac{\left(\frac{w}{2}\right)^2}{8} = 0.0625wl^2$$

mientras que el análisis exacto por teoría de la Elasticidad, indica un valor de $0.0479wl^2$.

El método de análisis de losas más empleado en la práctica consiste en el uso de tablas de coeficientes de momentos, obtenidos mediante algunos de los métodos más refinados mencionados antes. La determinación de momentos por medio de estos coeficientes resulta expedita pero desde luego solo se puede analizar losas de forma regular y con carga uniforme.

Al establecer estas tablas de coeficientes de momentos, se modifican los resultados de análisis elásticos para tomar en cuenta las diferencias más importantes entre las losas ideales y las losas de concreto reforzado. Algunas diferencias son las siguientes:

- a) Las distribuciones de momentos en las losas de concreto reforzadas son diferentes de las distribuciones elásticas, debido a la influencia del agrietamiento.
- b) Las condiciones de apoyos de las losas de estructuras reales no corresponden a las condiciones ideales de las losas analizadas elásticamente. Por ejemplo las losas reales suelen apoyarse sobre vigas que tienen una rigidez infinita, o sea, que tienen cierta flexibilidad, mientras que las losas ideales están sobre apoyos infinitamente rígidos. También las vigas de estructuras reales trabajan como vigas T con un ancho de patín difícil de definir, lo que implica incertidumbre en su rigidez. Esto no se toma en cuenta en análisis elásticos comunes.
- c) De acuerdo con las distribuciones teóricas de momentos, estos varían a lo largo de los ejes de la losa, debido a que no resulta práctico distribuir el acero de refuerzo siguiendo las distribuciones teóricas, es usual considerarse dos o tres zonas de momentos constantes. Por ejemplo, la distribución teórica a lo largo del eje central. De esta forma, se logran separaciones uniformes de acero de refuerzo en zonas amplias de la losa. Obsérvese que no es necesario que en la distribución idealizada

de momentos, el momento de diseño sea igual al momento máximo, se puede diseñar para un momento menor que el máximo.

1.2 Diseño de la losas apoyadas perimetralmente

1.2.1 Coeficientes de momentos

El reglamento de American Concrete Institute había incluido, hasta antes de su edición de 1971, tablas de coeficientes de momentos para el diseño para losas apoyadas perimetralmente. A partir de 1971, el reglamento ACI incluye un método general para el diseño de sistemas de piso con vigas, cuya rigidez puede variar desde infinito hasta cero, se esté en el caso de losas o placas planas. Aunque el método que se presenta ahora en el ACI (versión 1989) es más general y toma en cuenta las variables más importantes que influye en el comportamiento de sistemas de pisos, resulta más complicado desde el punto de vista operacional que el uso de tablas de coeficientes de momentos como las incluidas en versiones anteriores y otros reglamentos de construcción.

Para dimensionar losas por este método, se obtiene los momentos flexionantes utilizando los coeficientes de dicha tabla. Los momentos así obtenidos son momentos por unidad de ancho, por ejemplo: Kg.-m/m. Después se calcula el peralte y el porcentaje de acero de refuerzo utilizando las formulas de flexión, como si se tratara de vigas de ancho unitario. Por ejemplo si los momentos están en unidades Kg.-m/m, se considera que la losa esta formada por vigas de 1 m de ancho sujetas a los momentos flexionantes determinados a partir de los coeficientes de las tablas.

TABLA 4.1 COEFICIENTES DE MOMENTOS DE TABLEROS RECTANGULARES, FRANJAS CENTRALES.

Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0.60

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados cortos a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
<u>Interior</u> Todos los Bordes continuos	Neg. en bordes Interiores	Corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	Positivo	Corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
<u>De borde</u> Un lado Corto discontinuo	Neg. en bordes Interiores	Corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Neg. bordes dis	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
		Corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144
Positivo	Corto	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	136	129	135	
	largo															
<u>De borde</u> Un lado Largo discontinuo	Neg. en bordes Interiores	Corto	1060	1143	583	624	514	548	553	481	397	420	346	364	297	311
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
	Neg. bordes dis	Corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
		Corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
Positivo	Corto	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144	
	largo															
<u>De esquina</u> Dos lados Adyacentes discontinuos	Neg. en bordes Interiores	Corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	413	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. bordes dis	Corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
Positivo	Corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153	
	largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153	
<u>Aislado</u> Cuatro Lados dis- Continuos.	Neg. en bordes Disc.	Corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0
		largo	330	0	3300	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0
	Positivo	Corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830
		largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830

Caso I. losa colada monolíticamente con sus apoyos.

Caso II. Losa no colada monolíticamente con sus apoyos.

Los coeficientes multiplicados por $10^{-4} w a_1^2$, dan momentos por unidad de ancho.

Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de viga; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes pero sin exceder del claro libre mas dos veces el espesor de la losa.

El método de las Normas Técnicas Complementarias del año de 1987 (NTC-87) está basado en uno desarrollado originalmente por Siess y Newmark. Obsérvese que se incluyen coeficientes para las losas construidas monolíticamente con las vigas de apoyo y para losas apoyadas sobre vigas de acero. Esto se debe a que, en el primer caso, las vigas proporcionan cierta restricción a la losa contra el giro, mientras que en el segundo caso la losa puede girar libremente.

Existe la posibilidad de que los momentos en un borde común a dos tableros adyacentes resulten distintos en cada tablero. En estos casos, las NTC-87 especifican que se distribuyen las dos terceras partes del momento de desequilibrio entre los tableros adyacentes, si estos son monolíticos con sus apoyos, o la totalidad si no lo son. Para la distribución debe suponerse que la rigidez del tablero es proporcional a d^3/a_1 .

Las losas que se dimensionen con los coeficientes de la tabla deben considerarse divididas, en cada dirección, en dos franjas de borde y una central, como se muestra en la figura. La determinación de los anchos de las franjas se hacen de la siguiente manera. Para relaciones de claro corto a largo mayores que 0.5, las franjas centrales tiene un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema un ancho igual a la cuarta parte del mismo. Para relaciones menores que 0.5, la franja central perpendicular al lado largo tiene un ancho igual a $a_2 - a_1$ y cada franja extrema, igual a $a_1/2$, donde a_1 es el claro corto y a_2 es el claro largo. Los momentos determinados con la tabla 4.1 del NTC-87 corresponden a las franjas centrales. Los coeficientes de las franjas extremas son iguales a las de la tabla multiplicados por 0.60.

Para doblar barras y aplicar los requisitos de adherencia y anclaje de acero de momento positivo, se supone que las líneas de inflexión están localizadas a una distancia de un sexto del claro corto a partir de los bordes del tablero. Para los mismos requisitos del acero de momento negativo, se supone localizadas las líneas de inflexión a un quinto del claro corto, a partir de los bordes del tablero.

El método descrito puede aplicarse únicamente si se satisfacen las siguientes limitaciones:

- a) Los tableros son aproximadamente rectangulares
- b) La distribución de cargas que actúan sobre la losa es aproximadamente uniforme en cada tablero.
- c) Los momentos negativos en el apoyo común de dos tableros adyacentes no difieran entre sí en mas del 50 % del menor de ellos.
- d) La relación de carga viva y carga muerta no es mayor que el 2.5 para losas monolíticas con sus apoyos, ni mayor que 1.5 en otros casos.

Cuando las losas no cumplen estas limitaciones, es necesario aplicar otros procedimientos como, la solución elástica. Si las losas son muy irregulares, están sujetas a cargas no

uniformes, tiene agujeros o condiciones de apoyo poco usuales, es recomendable ir a otro tipo de soluciones.

Cuando se diseña por el método de las NTC-87, los coeficientes de momentos positivos pueden incrementarse y los negativos disminuirse en igual cantidad, o viceversa, pero ningún coeficiente puede reducirse en más del 33% del valor consignado de la tabla 4.1.

1.2.2 Peralte mínimo

Las NTC-87 incluyen también disposiciones sobre peralte mínimo y sobre relaciones mínimas de refuerzo. Respecto al peralte, señalan que el cálculo de deflexiones puede omitirse si el peralte efectivo de la losa es por lo menos igual al perímetro del tablero dividido entre 300. Para calcular este perímetro, los lados discontinuos deben incrementarse en 50 por ciento si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella, y 25 por ciento, si lo son. En losas largadas no es necesario tomar un peralte mayor que el que corresponde a un tablero con $a_2=2 a_1$. Estas disposiciones son solo aplicables a losas en que $f_s \leq 2\,000 \text{ kg/cm}^2$ y $w \leq 380 \text{ kg/m}^2$; para otras combinaciones de f_s y w , el peralte efectivo mínimo se obtendrá multiplicando por $0.034\sqrt{f_s \times w}$ el valor obtenido en la fórmula anterior. (La misma ecuación se aplica si f_s se expresa en Mpa y w en N/m^2 .) En esta expresión, f_s es el esfuerzo del acero en condiciones de servicio, en Kg./cm^2 . Cuando no se satisfacen estos requisitos, es necesario calcular la deflexión para compararla con la que se considera admisible.

En este método se utilizan coeficientes que son función de las propiedades de la sección transversal, de módulos de elasticidad, del flujo elástico, del flujo plástico y de la edad del concreto.

En la práctica, al igual que en las losas de una dirección, conviene iniciar el diseño fijando el peralte con reglas como las mencionadas y calcular después el área necesaria de refuerzo.

1.2.3 Acero mínimo

Respecto al acero mínimo, se utiliza la misma ecuación que para losas en una sola dirección

$$A_s = \frac{66000h}{f_y(h+100)}$$

donde A_s es el área mínima por metro de ancho de la losa. Esta área debe multiplicarse por 1.5 si la losa está expuesta a la intemperie. Una vez de la ecuación anterior puede proporcionar, por simplicidad, una relación mínima $\rho_{\text{mín}}$ de 0.002 en losas protegidas de la intemperie y de 0.003 en losas expuestas a ellas.

La separación en las barras no debe exceder de 50 cm ni de $5.3h$, excepto en la proximidad de las cargas concentradas superiores a una tonelada en donde la separación máxima será de $2.5h$.

1.2.4 Fuerza cortante

En la gran mayoría de los casos, el dimensionamiento de las losas apoyadas perimetralmente queda regida por flexión. Si embargo, es necesario revisar la seguridad contra fuerza cortante. Para estos fines, la fuerza cortante que actúa por la unidad de ancho puede calcularse con la expresión

$$V_u = \frac{(a_1/2 - d)w}{\left[1 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^6\right]}$$

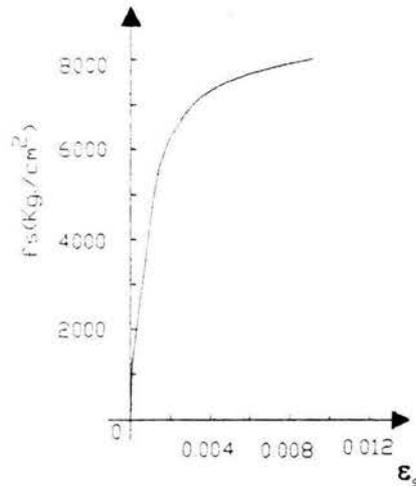
se puede ver que el numerador del segundo miembro proporciona la fuerza cortante de un paño del apoyo, sección crítica, sin considerar la condición la acción de la losa en dos direcciones, y en el denominador es una corrección para tomar en cuenta esta acción. Cuando en el tablero existe bordes continuos y bordes discontinuos, el valor de V_u obtenido de la ecuación anterior debe incrementarse en un 15 por ciento. La resistencia de la losa a la fuerza cortante se supondrá igual a $0.5F_R b d \sqrt{f_c^*}$ es decir, igual a la de una viga de refuerzo sin refuerzo en el alma.

1.3 Acero de refuerzo

El acero para reforzar el concreto se utiliza en distintas formas. La mas común es la barra o varilla que se fabrica tanto en acero laminado en caliente como de acero trabajado en frío. Los diámetros usuales en México varían de ¼ de pulgada a 1 ½ de pulgada. Todas las barras excepto el alambón de ¼ pulg. Que generalmente es liso, tiene corrugaciones en la superficie para mejorar la adherencia de al concreto.

Generalmente el tipo de acero se caracteriza por el límite o esfuerzo de fluencia. Este límite se aprecia claramente en la gráfica esfuerzo-deformación de la barra laminada en caliente. El acero trabajado en frío no tiene un límite de fluencia bien definido.

En México se cuenta con una variedad relativamente grande de aceros de refuerzo. Las barras laminadas en caliente se pueden obtener con límites de fluencia desde 2300 Kg./cm² hasta 4200 Kg./cm². El acero trabajado en frío alcanzan límites de fluencia de 4000 a 6000 Kg./cm².



Gráfica esfuerzo-deformación de un acero de alta resistencia, sin límite de fluencia definido, de fabricación nacional.

Una propiedad importante que deben tenerse en cuenta en refuerzos con detalles soldados es la soldabilidad. Otra propiedad importante es la facilidad de doblado, que es una medida indirecta de la ductilidad y un índice de su trabajabilidad.

El módulo de elasticidad de los distintos tipos de acero cambia muy poco. De la comparación de las curvas de l acero y concreto, se puede inferir que si ambos trabajan en un elemento de concreto reforzado sujeto a compresión axial, el colapso del conjunto esta regido por la deformación del concreto que , bajo cargas de larga duración, puede ser de 0.010 o 0.012. Para esta deformación, el acero tendría apenas una deformación del orden correspondiente a su límite de fluencia. El Reglamento para el modulo de elasticidad especifica:

Para todos los aceros de refuerzo ordinario, el modulo de elasticidad se supondrá igual a

$$E_s = 2\,000\,000 \text{ Kg./cm}^2 = 2 \times 10^6 \text{ Kg./cm}^2.$$

Y para torones de preesfuerzo se supondrá igual a

$$E_s = 1\,900\,000 \text{ Kg./cm}^2 = 1.9 \times 10^6 \text{ Kg./cm}^2.$$

Al acero definimos como el producto siderúrgico en el que hierro está combinado con pequeñas cantidades de carbono. En efecto, el acero debe contener menos del 1.7% de carbono. Actualmente es común el uso de electrómalla para refuerzo de losas, cascarones, muros, etc.

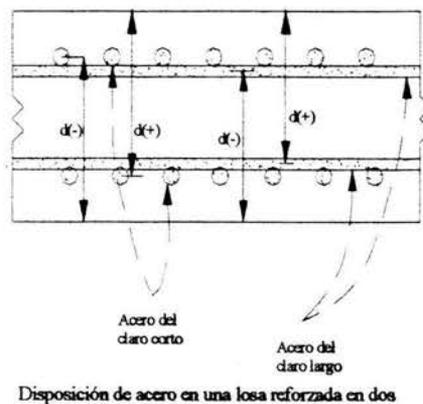
1.3.1 Colocación del acero

La teoría de la línea de fluencia permiten escoger distribuciones del refuerzo que conduzcan a un detallado simple. Son embargo no se puede poner mayor énfasis sobre el hecho que las distribuciones del refuerzo seleccionadas deben ser tales que la distribución resultante de momentos últimos de resistencia en las varias secciones dentro de la losa no se diferencien mucho de la distribución de momentos dados por la teoría elástica. Si existen grandes diferencias entre las distribuciones de momentos últimos resistentes y los momentos elásticos, esto podría significar que el agrietamiento bajo la carga de servicio será excesivo debido a que las bajas relaciones del acero en las secciones altamente esforzadas podrían producir altos esfuerzos en el acero y por consiguiente grietas anchas.

Estas regiones con un alto esfuerzo de acero bajo cargas de servicio, podrían dar como resultado grandes deflexiones. Por tanto, es importante que se observen cuidadosamente la distribución elástica de momentos de flexión.

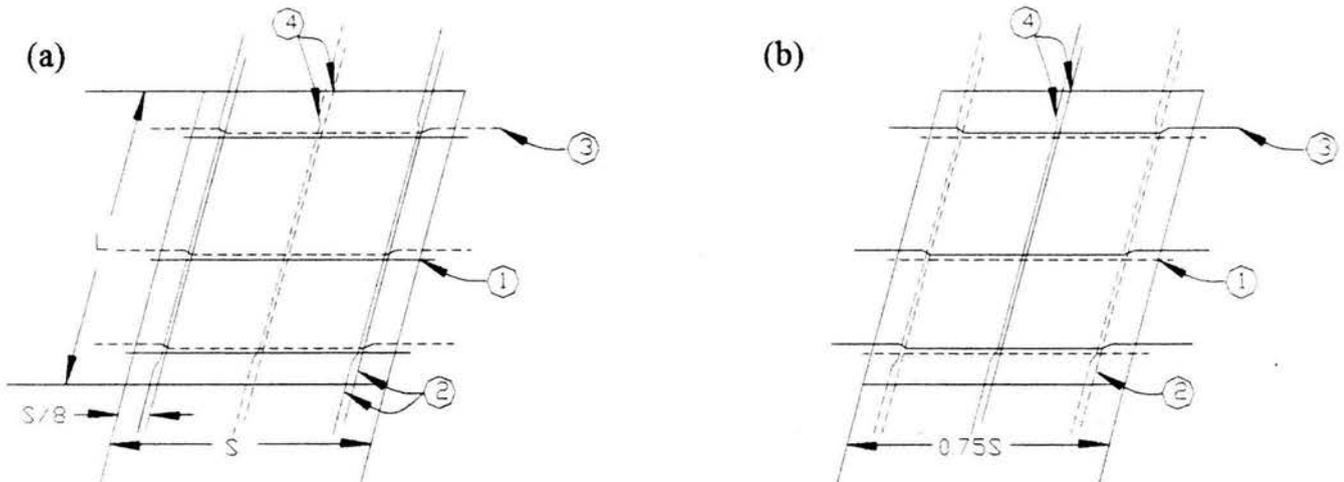
La costumbre actual tiende hacia el uso de varillas rectas o mallas de varillas soldadas, pero aun estas requieren de una secuencia específica para su colocación. Esta secuencia debe estudiarse cuidadosamente cuando se usan varillas dobladas.

En todos los casos, las varillas del claro corto, tanto como para los momentos positivos como negativos, se les dará la colocación de preferencia cerca de la superficie de la losa, con el objeto de tener el mayor peralte posible para este acero.



Las varillas que se cruzan entre sí pueden colocarse en contacto, como se muestra. Una secuencia que se puede usar para la colocación de las varillas en las losa reforzadas en dos direcciones es la que sigue:

1. Colóquese todas las varillas rectas inferiores del tramo corto.
2. Colóquese todas las varillas del claro largo en las octavas partes del claro corto. (las varillas del claro corto se doblan usualmente hacia arriba, aproximadamente en los puntos que marcan la octava parte del claro.)
3. Colóquese todas las varillas dobladas del claro corto acompañados de las varillas rectas superiores. (las varillas dobladas se acomodan entre las varillas rectas, colocadas en el paso 1 y siguen sobre las varillas del paso 2).
4. Colóquese todo el acero del claro largo en las tres partes centrales del claro corto.



1.4 Hipótesis para la obtención de los estados límites

La determinación de resistencias de secciones de cualquier forma, sujetas a flexión, carga axial o una combinación de ambas, se efectuara a partir de las condiciones de equilibrio y las siguientes hipótesis:

- a) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal es plana,
- b) Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente;
- c) El concreto no resiste esfuerzos de tensión;

- d) La deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza la resistencia de la sección es 0.003, y
- e) La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto cuando alcanza la resistencia es uniforme en una zona cuya profundidad es 0.8 veces la del eje neutro, definido este de acuerdo con las hipótesis anteriores. El esfuerzo unitario se tomara igual a $0.85 f_c^*$ si

$$f_c^* \leq 250 \text{Kg./cm}^2$$

e igual a

$$\left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^* \quad \text{si } f_c^* > 250 \text{Kg./cm}^2$$

el diagrama esfuerzo-deformación unitaria del acero de refuerzo ordinario, aunque sea torcido en frío, puede idealizarse por medio de una recta que pasa por el origen, con pendiente igual a E_s y una recta horizontal que pasa por la ordenada correspondiente al esfuerzo de fluencia del acero, f_y . En aceros que no presenten fluencias bien definida, la recta horizontal pasará por el esfuerzo convencional de fluencia. El esfuerzo convencional de fluencia se define por la intersección del diagrama esfuerzo-deformación unitaria con una recta paralela al tramo elástico, cuya abscisa de origen es de 0.002, o como lo indica la norma en las mencionadas 1.4.2(NTC-87). Pueden usarse otras idealizaciones razonables, o bien la gráfica del acero empleado obtenido experimentalmente. En cálculos de elementos de concreto presforzado deben de usarse los diagramas esfuerzo-deformación unitaria del acero utilizado, obtenidos experimentalmente.

La resistencia determinada son estas hipótesis, multiplicadas por el factor F_R correspondiente, da la resistencia de diseño.

1.4.1 Flexión

1.4.1.1 Refuerzo mínimo

El refuerzo mínimo de tensión en secciones de concreto reforzado, excepto en las losas perimetralmente apoyadas, será el requerido para que el momento resistente de la sección sea por lo menos 1.5 veces el momento de agrietamiento de la sección transformada no agrietada. Para evaluar el refuerzo mínimo, el momento de agrietamiento se obtendrá con el modulo de ruptura no reducido, f_p , definido en 1.4.1. NTC-87.

El área mínima de refuerzo de secciones rectangulares de concreto reforzado de peso normal, puede calcularse con la siguiente expresión aproximada

$$A_{s \min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c}}{f_y} bd$$

donde b y d son respectivamente el ancho y peralte efectivo, no reducidos de la sección.

Sin embargo, no es necesario que el refuerzo mínimo sea mayor que 1.33 veces el requerido por el análisis.

1.4.1.2 Refuerzo máximo

El área máxima de acero de tensión en secciones de concreto reforzado que no deben resistir fuerzas sísmicas será la que corresponda a la falla balanceada de la sección considerada. La falla balanceada ocurre cuando simultáneamente el acero llega a su esfuerzo de fluencia y el concreto alcanza la deformación máxima de 0.003 en la compresión. Este criterio es general y se aplica en las secciones de cualquier forma sin acero de compresión o con él. En elementos a flexión que forman parte del sistema que debe resistir fuerzas sísmicas, el área máxima de refuerzo de acero será de 75 por ciento correspondiente a la falla balanceada. Este último límite rige también zonas afectadas por articulaciones plásticas.

Las secciones rectangulares sin acero de compresión tienen falla balanceada cuando su área de acero es igual a

$$\frac{f_c''}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} bd$$

donde

$$f_c'' = 0.85 f_c^* \text{ si } f_c^* \leq 250 \text{ Kg./cm}^2$$

$$f_c'' = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250} \right) f_c^* \text{ si } f_c^* > 250 \text{ Kg./cm}^2$$

b y d son el ancho y peralte efectivo de la sección, reducidos de acuerdo con 1.5. El peralte efectivo, d , de una sección es la distancia del centroide del acero de tensión a la fibra extrema de compresión.

En otras secciones, para determinar el área de acero que corresponda a la falla balanceada, se aplicarán las condiciones de equilibrio y las hipótesis 2.1.1. (NTC-87)

1.4.1.3 Formulas para calcular resistencias por flexión

Las condiciones de equilibrio y las hipótesis generales de 2.1.1.(NTC-87) conducen a las siguientes expresiones para resistencia a flexión, M_R . En dichas expresiones $F_R = 0.9$.

Secciones rectangulares sin acero de compresión

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.50q)$$

o bien

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.5q)$$

donde b es el ancho de la sección y d peralte efectivo

$$f_c'' = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250} \right) f_c^* \leq 0.85 f_c^*$$
$$q = \frac{p f_y}{f_c''}$$
$$p = \frac{A_s}{b d}$$

A_s área de refuerzo a tensión.

1.4.1.4 Fuerza cortante

Fuerza cortante que tome el concreto, V_{cR}

Las expresiones para V_{cR} que se presentan en seguida para distintos elementos son aplicables cuando la dimensión transversal, h , del elemento, paralela a l esfuerzo cortante, no es mayor que 70 cm y, además, la relación h/b no exceda de 6. Por cada una de las dos condiciones anteriores que no se cumplan se reducirá V_{cR} dado por dichas expresiones en 30 por ciento. Para evaluar h/b en vigas T o I se usará el ancho del alma, b' .

1.4.1.5 Elementos anchos

En elementos anchos como losas, zapatas y muros, en los que el ancho, b , sea menor que cuatro veces el peralte efectivo, d , el espesor no sea mayor de 60 cm y la relación

$$\frac{M}{Vd}$$

no exceda de 2.0, la fuerza resistente, V_{cR} puede tomarse igual a

$$0.5F_R bd \sqrt{f_c^*}$$

independientemente de la cuantía de refuerzo. Se hace hincapié en que el refuerzo para flexión debe cumplir con los requisitos de 3.1., es decir, debe estar adecuadamente anclado a ambos lados de los puntos en que cruce a toda posible grieta inclinada causada por la fuerza cortante; en zapatas de sección constante para lograr este anclaje basta, entre otras formas, suministrar en los extremos de las barras dobleces a 90 grados seguidos de tramos rectos de longitud no menor de 12 diámetros de la barra.

Si el espesor es mayor de 60 cm, o la relación M/Vd excede de 2.0, la resistencia a fuerza cortante se valorará con el criterio que se aplica en vigas (apartado I). El esfuerzo para la flexión debe estar anclado como se indica en el párrafo anterior.

1.5 Concreto

El concreto es un material artificial compuesto de arena, grava o piedra triturada, cemento agua. A los componentes que lo forman se les llama agregados y se clasifican en activos o inactivos. Son activos el agua y el cemento e inertes la arena (agregado fino) y la grava (agregado grueso). Los materiales activos al mezclarse se (lechada de cemento-arena) produce una reacción química que va endureciendo y a la unión de los agregados inertes se forma entre ambos, una masa que al fraguar (tanto en el agua como en el aire) adquiere gran solidez.

Para la obtención de un buen concreto, los agregados, finos y gruesos, deben tener una graduación y un contenido de humedad uniforme mediante especificaciones adecuadas y efectivas inspecciones en la medición y selección y medición de todos sus componentes.

El reglamento especifica que el concreto como material de construcción y para fines estructurales puede ser de dos clases:

Clase 1. Con peso volumétrico en estado fresco superior a 2.2 ton/m³. Su resistencia específica, f_c' , será igual o mayor que 250 Kg./cm². El modulo de elasticidad se supondrá igual a :

$$E_c = 14000 \sqrt{f_c'} \text{ en Kg./cm}^2$$

Clase 2. Con peso volumétrico en estado fresco comprendido entre 1.9 y 2.2 ton/m³. su resistencia especificada, f_c' , será inferior de 250 Kg./cm².

$$E_c = 8000 \sqrt{f_c'} \text{ , en Kg./cm}^2.$$

El concreto presenta buena resistencia a los esfuerzos de compresión y corte, pero es débil para resistir esfuerzos de tensión, y para ello requiere de un refuerzo de acero.

La baja y alta resistencia del concreto dependerá de las cualidades y característica de los agregados, así como de su uniformidad y mezclado.

1.5.1 Agregados inertes

Los agregados finos y gruesos deben tener una graduación y contenido de humedad adecuadas. Para que el agregado sea útil en la fabricación del concreto, deberá estar compuesto por partículas de roca durables de forma redondeada, siendo los fragmentos limpios, resistentes y densos.

El reglamento dice que el tamaño máximo del agregado no será superior a:

- a) $\frac{1}{3}$ del espesor de la losa.
- b) $\frac{1}{5}$ de la separación menor de los lados de la cimbra.
- c) $\frac{2}{2}$ del espaciamiento mínimo libre varillas individuales de refuerzo.

1.5.2 Cemento

Es el elemento principal en la elaboración de concreto. El Pórtland es el mas usado en la fabricación de todo el concreto y se puede definir como:

El producto obtenido de la pulverización fina por calcinación a función incipiente de materiales arcillosos y calizos que contengan óxidos de calcio, aluminio, silicio y fierro, en cantidades adecuadamente calculadas, sin mas adición posterior a ala calcinación que yeso natural.

Al variar la calidad y dosificación de las materias crudas en la fabricación del cemento, se pueden obtener cemento especiales, cada uno, con características diversas.

1.5.3 Agua

En la elaboración de todo concreto deberá utilizarse agua limpia y exenta de materiales nocivos a los agregados o al acero de refuerzo, como aceites, materiales orgánicos, álcalis, ácidos y sales.

El reglamento indica que debe evitarse el empleo de agua con un contenido de sal común de 50% o mayor, y nunca utilizar agua de mar en la fabricación de un concreto.

1.6 Cargas en las Estructuras

El problema del diseño será determinar en el diseño los momentos (últimos) de resistencia por ancho unitario que se requieren para una losa de dimensiones conocidas, condiciones de frontera y carga factorizada es igual a las cargas requeridas de servicio, multiplicadas por los factores de carga.

Para las cargas de gravedad según las especificaciones del ACI la carga factorizada última es

$$U = 1.4D + 1.7L$$

donde D es la carga muerta de servicio y L la carga viva de servicio.

Esta previsto el refuerzo para los momentos de diseño. Si el momento último de resistencia por ancho unitario en una dirección en particular debe ser m_u , entonces, la ecuación de diseño para el acero en dicha dirección será

$$m_u = \phi A_s f_y \left(d - 0.59 A_s \frac{f_y}{f_c} \right)$$

donde Φ es el factor de reducción de resistencia, tomada por las especificaciones ACI como 0.9; A_s es el área del acero a tensión por ancho unitario; f_y es la resistencia del acero a tensión y f_c la resistencia de compresión del cilindro de concreto; d es la profundidad efectiva del acero a tensión. El efecto del acero a compresión sobre la resistencia a flexión es despreciable y se puede ignorar.

En el análisis de todos los miembros de una estructura éstos deberán diseñarse para resistir los efectos máximos de todas las cargas aplicables, para lo cual debe tenerse en cuenta las especificaciones y los reglamentos de construcción, donde se prescribe la naturaleza y magnitud de las cargas a que estará sometida la estructura. Si embargo, no se debe olvidar que para estudiar cada una de ellas es también necesario una clasificación según sus características específicas.

1.6.1 Artículos que se consideraron del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal.

Art. 174. Para efectos del Reglamento de Construcción del Distrito Federal las construcciones se clasifican en los siguientes grupos:

I Grupo A. Edificaciones cuya falla estructural podría causar la pérdida de un número elevado de vidas o pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas, o que constituyan un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas, así como edificaciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana, como. Hospitales, escuelas, terminales de transporte, estaciones de bomberos, centrales eléctricas y telecomunicaciones; estadios, depósitos de sustancias inflamables o tóxicas; museos y

edificios que alojen archivos y registros públicos de particular importancia a juicio del departamento; y

II Grupo B. Edificaciones comunes destinadas a vivienda, oficinas y locales comerciales e industrias no incluidas en el Grupo A, las que se dividen en:

- a) Subgrupo B1. Edificaciones de mas de 30 m de altura o mas de 6000 m² de área total de construcción, ubicadas en zona I y II a la que se alude en el artículo 175 del RC, y construcciones de mas de 15 m . de altura o 3000 m² de área total construida, en zona III; en ambos casos las áreas se refieren a un solo cuerpo de edificio que cuenta con medios propios de desalojo, (acceso y escaleras), incluyen las áreas anexas , como pueden ser los propios cuerpos de escaleras. El área de un cuerpo que no cuenten con medios propios de desalojo se adicionara a la que aquel otro a través del cual se desaloje. Además templos, salas de espectáculos y edificios que tengan salas de reunión que puedan alojar mas de 200 personas, y
- b) Subgrupo B2. Las demás de este grupo.

Art. 175. Para fines de estas disposiciones, el Distrito Federal se considera dividido en las zonas I a III, dependiendo el tipo de suelo.

Las características de cada zona y los procedimientos, para definir la zona que corresponde a cada predio se fijan en el capítulo VIII de este Título.

Asimismo, en el diseño de toda estructura se debe aplicar el concepto de factor de seguridad de las estructuras, además de tener en cuenta que todo miembro estructural, la resistencia esperada se expresa como un esfuerzo de tensión, dividido por un factor de seguridad para obtener un esfuerzo permisible de trabajo. Esto obliga a diseñar el elemento estructural de tal forma que el esfuerzo provocado por la carga esperada de servicio, sea siempre igual o menor al permisible. Este procedimiento se le conoce como Diseño por esfuerzos permisibles o de trabajo, mas comúnmente diseño elástico.

En todo miembro estructural, la resistencia esperada será igual o mayor que la carga de servicio especificada, proporcionándole una resistencia adecuada mediante la aplicación de los factores de carga (F_c) y el factor de reducción (F_R) especificados en el Reglamento. En este procedimiento el análisis de fuerzas tiene en cuenta los efectos del comportamiento inelástico. Este procedimiento se conoce como diseño plástico.

La resistencia en toda la estructura y en cualquiera de sus elementos, debe ser siempre mayor que la fuerza actuante en ella. Para esto es necesario que se tenga en cuenta todos los efectos especificados en el Reglamento y son:

Art. 186. Se consideran tres categorías de acciones, de acuerdo con la duración en que obran sobre la estructura con su intensidad máxima:

- I. Las acciones permanentes son las que obran en forma continua sobre la estructura y cuya intensidad varía poco con el tiempo. Las principales acciones que pertenecen a esta categoría son : la carga muerta; empuje estático de tierras y de líquidos y las deformaciones y desplazamientos impuestos a la estructura que varían poco con el tiempo como los debidos por los preesfuerzos o a movimientos diferenciales permanentes a los apoyos.
- II. Las acciones variables son las que obran sobre la estructura con una intensidad que varían significativamente con el tiempo. Las principales acciones que entran en esta categoría son: la carga viva, los efectos de temperatura; las deformaciones impuestas y hundimientos diferenciales que tengan una intensidad variable con el tiempo, y las acciones debidas al funcionamiento de maquinaria y equipo, incluyendo los efectos dinámicos que puedan presentarse debido a vibraciones, impacto o frenaje, y
- III. Las acciones accidentales son las que no se deben al funcionamiento normal de la edificación y que puedan alcanzar intensidades significativas solo durante lapsos breves. Pertenecen a esta categoría: las acciones sísmicas; los efectos del viento; los efectos de explosiones, incendios y otros fenómenos que puedan presentarse en casos extraordinarios. Será necesario tomar precauciones en las estructuras, en su cimentación y en los detalles constructivos, para evitar un comportamiento catastrófico de la estructura para el caso que ocurran estas acciones.

Art. 187. Cuando deba diseñar en el diseños el efecto de acciones cuya intensidades no estén especificadas en este Reglamento ni en sus Normas Técnicas Complementarias, estas intensidades deberán establecerse siguiendo procedimientos aprobados por el Departamento y con bases en los criterios siguientes:

- I. Para acciones permanentes se tomará en cuenta la variabilidad de las dimensiones de los elementos, de los pesos volumétricos y de las otras propiedades relevantes de los materiales, para tomar un valor máximo probable de la intensidad. Cuando el efecto de la acción permanente sea favorable a la estabilidad de la estructura, se determinará un valor mínimo de la intensidad.
- II. Para acciones variables se determinará las intensidades siguientes que corresponden las combinaciones de acciones para las que debe revisarse la estructura:
 - a) La intensidad máxima se determinará con el valor máximo probable durante la vida esperada de la edificación. Se empleará para combinación de efectos de acciones permanentes.
 - b) La intensidad instantánea se determinará como el valor máximo probable en un lapso en el que pueda representarse una acción accidental, como el sismo, y se empleará para combinaciones que incluyan acciones accidentales o mas de una acción variable;
 - c) La intensidad media se estimará como el valor medio que pueda tomar la acción en un lapso de varios años y se empleará para estimar efectos a largo plazo, y

- d) La intensidad mínima se empleará cuando el efecto de la acción sea favorable a la estabilidad de la estructura y se tomará, en general, igual a cero.

III. Para acciones accidentales se considerará una intensidad de diseño el valor correspondiente a un periodo de recurrencia de cincuenta años.

Las intensidades supuestas para las acciones no especificadas deberán justificarse en la memoria de cálculo y consignarse en los planos estructurales.

Art. 188. La seguridad de una estructura deberá verificarse para el efecto combinado de todas las acciones que tengan una probabilidad no despreciable de ocurrir simultáneamente, considerándose dos categorías de combinaciones:

- I. Para las combinaciones que incluyan acciones permanentes y acciones variables, se considerarán todas las acciones permanentes que actúen sobre la estructura y las distintas acciones variables, de las cuales las más desfavorables se tomarán con su intensidad máxima y el resto con su intensidad instantánea, o bien todas ellas con su intensidad media cuando se trate de evaluar efectos a largo plazo. Para la combinación de carga muerta más carga viva, se empleará la intensidad máxima de la carga viva del artículo 199 de este Reglamento, considerando uniformemente repartida sobre toda el área. Cuando se tomen en cuenta distribuciones de la carga viva más desfavorables que la uniformemente repartida, deberán tomarse los valores de intensidad instantánea especificado en el mencionado artículo, y
- II. Para las combinaciones que incluyen acciones permanentes, variables y accidentales, se considerará todas las acciones permanentes, las acciones variables con sus valores instantáneos y únicamente una acción accidental en cada combinación.

En ambos tipos de combinaciones los efectos de todas las acciones deberán multiplicarse por los factores de carga apropiados de acuerdo con el artículo 194 del R.C.

Art. 194. El factor de carga se determinará de acuerdo con las reglas siguientes:

- I. Para combinaciones de acciones clasificadas en la fracción I del artículo 188, se aplicará un factor de carga de 1.4. Cuando se trate de edificaciones del Grupo A, el factor de carga para este tipo de combinación se tomará igual a 1.5;
- II. Para combinaciones de acciones clasificadas en la fracción II del Art. 188, se considerará un factor de carga de 1.1 aplicado a los efectos de todas las acciones que intervengan en la combinación;
- III. Para acciones o fuerzas internas cuyo efecto sea favorable a la resistencia o estabilidad de la estructura, el factor de carga será igual a 0.9; además se tomará como intensidad de la acción el valor mínimo probable de acuerdo con el artículo 187 de este reglamento.
- IV. Para la revisión de estados límite de servicio se tomará en todos los casos un factor de carga unitaria.

Art. 196. se considerarán como las cargas muertas los pesos de todos los elementos constructivos, de los acabados y todos los elementos que ocupen una posición permanente y tiene un peso que no cambien sustancialmente.

Para la evaluación de las cargas muertas se emplearán las dimensiones especificadas de los elementos constructivos y los pesos unitarios de los materiales. Para estos últimos se utilizarán valores mínimos probables cuando sea más desfavorable la estabilidad de la estructura considerar una carga muerta menor, como en el caso de volteo, flotación, lastre succión producida por viento. En otros casos se emplearán valores máximos probables.

Art. 197. El peso muerto calculado de losa de concreto de peso normal coladas en el lugar se incrementará en 20 Kg./m^2 . Cuando una losa colada en el lugar o precolada, se coloque una capa de mortero de peso normal, el peso calculado de esta capa se incrementará también en 20 Kg./m^2 , de manera que el incremento será de 40 Kg./m^2 . Tratándose de losas y morteros que poseen pesos volumétricos diferentes del normal, estos valores se modificarán en proporción a los pesos volumétricos.

Estos efectos no se aplicarán cuando el efecto de carga muerta sea favorable a la estabilidad de la estructura.

Art. 198. Se considera cargas vivas las fuerzas que se producen por el uso y ocupación de las edificaciones y que no tienen carácter permanente. A menos que se justifiquen racionalmente otros valores, estas cargas se tomarán iguales a las especificadas en el artículo 199.

Las cargas especificadas no incluyen el peso de muros divisorios de mampostería, ni el de muebles, equipos u objetos de peso fuera de lo común, como cajas fuertes de gran tamaño, archivos importantes, libreros pesados o cortinajes en salas de espectáculos. Cuando se prevean tales cargas deberán cuantificarse y tomarse en cuenta en el diseño en forma independiente de la carga viva especificada. Los valores adoptados deberán justificarse en la memoria de cálculo e indicarse en los planos estructurales.

Art. 199. Para la aplicación de las cargas vivas unitarias se deberán tomar en consideración las siguientes disposiciones:

- I. La carga máxima W_m se deberá emplear para diseño estructural por fuerza gravitacional y para calcular asentamientos inmediatos en suelos, así como en el diseño de cimientos ante cargas gravitacionales.
- II. La carga instantánea W_a se deberá usar para el diseño sísmico y por viento y cuando se revisen las acciones de carga más desfavorables que las uniformemente repartidas sobre toda el área;
- III. La carga media W se deberá emplear en el cálculo de asentamientos diferidos y para el cálculo de flechas diferidas;
- IV. Cuando el efecto la carga viva sea favorable para la estabilidad de la estructura, como en el caso de problemas de flotación, volteo y de succión por viento, su

- intensidad se considerará nula sobre toda el área, a menos que pueda justificarse otro valor acorde con la definición del artículo 187 de este Reglamento, y
- V. Las cargas uniformes de la tabla siguiente se considerarán distribuidas sobre el área tributaria de cada elemento

TABLA DE CARGAS VIVAS UNITARIAS, EN Kg./m².

Destino de piso o cubierta	w	wa	w _m	observación
a) Habitacional (casa-habitación, departamentos, viviendas, dormitorios, cuartos de hotel, internados de escuela, cuarteles, cárceles, correcciones, hospitales y similares)	70	90	170	(1)
b) Oficinas, despachos y laboratorios.	100	180	250	(2)
c) Comunicación para peatones (pasillos, escaleras, rampas, vestíbulos y pasajes de acceso libre.)	40	150	350	(3),(4)
d) Estadios y lugares de reunión sin asientos individuales.	40	350	450	(5)
e) Otros lugares de reunión (templos, cines, teatros, gimnasios, salones de baile, restaurantes, bibliotecas, aulas, salas de juegos y similares)	40	250	350	(5)
f) Comercios, fábricas y bodegas.	0.8W _m	0.9W _m	W _m	(6)
g) Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5%	15	70	100	(4),(7)
h) Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 5%	5	20	40	(4),(7),(8)
i) Volados en vía pública (marquesinas, balcones y similares.)	15	70	300	
j) Garages y estacionamientos (para automóviles exclusivamente.)	40	100	250	(9)

Observaciones a la tabla de cargas vivas unitarias.

1. Para elementos con área tributaria mayor de 36 m². W_m podrá reducirse tomándola igual a $100 + 420A^{(-1/2)}$ (A es el área tributaria en m²). Cuando sea más desfavorable se considerará en lugar de W_m, una carga de 500 Kg. Aplicada sobre un área de 50x50 cm en la posición más crítica. Para sistemas de pisos ligeros con cubierta rigidizante, se considerará en lugar de W_m, cuando sea más desfavorable, una carga concentrada de 250 Kg. para el diseño de los elementos de soporte y de 100 Kg. para el diseño de la cubierta, en ambos casos ubicados en la posición más desfavorables. Se considerarán sistemas de pisos ligeros aquellos formados por tres o más miembros aproximadamente paralelos y separados entre sí no más de 80 cm y

unidos en una cubierta de madera contrachapada, de duelas de madera bien clavadas u otro material que proporcione una rigidez equivalente.

2. Para elementos con área tributaria mayor de 36 m^2 . W_m podrá reducirse, tomándolo igual a $180 + 420A^{(-1/2)}$ (A es el área tributaria, en m^2). Cuando sea mas desfavorable se considerará una W_m igual a 1000 Kg. aplicada sobre un área de 50 x 50 cm en la posición mas critica. Para sistemas de pisos ligeros con cubierta rigidizante, definidos como en la nota (1), se considerará en lugar de W_m , cuando sea mas desfavorable, una carga concentrada de 500 Kg. para el diseño de los elementos de soporte de 150 Kg. para el diseño de la cubierta, ubicadas en la posición mas desfavorables.
3. En áreas de comunicación de casas de habitación y edificios de departamentos se considerará la misma carga viva que en el caso a) de la tabla.
4. Para el diseño de los perfiles y barandales en escaleras, rampas, pasillos y balcones se debe fijar una carga por metro lineal no menor de 100 Kg./ml actuándola nivel del pasamanos y en la dirección mas desfavorable.
5. En estos casos deberá presentarse particular atención a la revisión de los estados de limite de servicio relativos a vibraciones.
6. Atendiendo el destino del piso se determinará con los criterios del articulo 187, carga unitaria , W_m , que no será inferior a 350 Kg./m^2 . y deberá especificarse en los planos estructurales y en placas colocadas en lugares fácilmente visibles en la edificación.
7. Las carga vivas especificadas para cubiertas y azoteas no incluyen las cargas producidas por tinacos y anuncios, ni las que se deben a equipos u objetos pesados que puedan apoyarse en o colgarse del techo. Estas cargas deben preverse por separado y especificarse en los planos estructurales. Adicionalmente, los elementos de las cubiertas y azoteas deberán revisarse con una carga concentrada de 100 Kg. en la posición mas critica.
8. Además, en el fondo de los valles de techos inclinados se considerará una carga , debida a granizo, de 30 Kg. por cada metro de proyección horizontal el techo que desagüe hacia el valle. Esta carga se considerará como una acción accidental para fines de revisión de la seguridad y se le aplicarán los factores de carga correspondiente según el articulo 194.
9. Mas una carga concentración de 1500 Kg. en el lugar mas desfavorable del miembro estructural de que se trate.

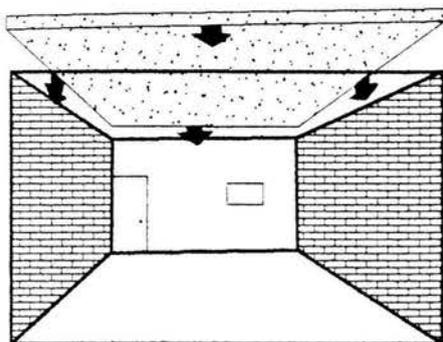
El método del marco equivalente permite considerar un conjunto mas amplio de sistemas de losas. Se considera la estructura como formada de marcos equivalentes sobre las líneas de columnas tomadas longitudinalmente y transversal en toda la construcción. Se supone que cada viga equivalente consiste de la viga (si la hubiera) y la losa dentro los ejes de los paneles a cada lado de la línea de columnas: se supone que cada columna equivalente consiste de la columna real mas los miembros a torsión fijos en cada nivel de piso y extendiéndose transversalmente a los ejes del panel, a cada lado de la columna. Los momentos de flexión en el marco equivalente, debido a la carga de proyecto, se hallan por el análisis estructural elástico lineal, y se distribuyen entre las columnas y las franjas medias, incluyendo las vigas (si las hubiera), según las reglas usadas en el método directo.

Al estudiar cualquiera de estos métodos se notará que se le da la mayor importancia a las losas que tiene relaciones de longitud-anchura de 2 o menos. Cuando la longitud es doble de la anchura, o mas, la franja en el claro corto del centro funciona esencialmente como losa reforzada en una dirección. Se dice algunas veces que el proyecto de las losas reforzadas en dos direcciones es solo para aquellas que tengan una relación longitud-anchura de 2 o menos. Sería mas correcto decir que las losas con relaciones mayores pueden proyectarse como losas reforzadas en una dirección, siempre que tomen en cuenta a los momentos negativos en las vigas cortantes de los extremos.

CÁPITULO II

DESARROLLO

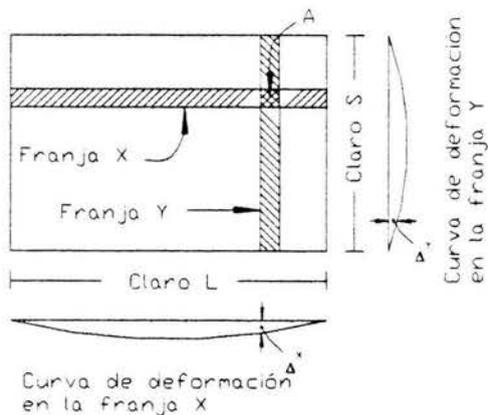
Se considera que una losa es perimetral si ésta se encuentra apoyada en sus cuatro lados, tres (losa en porche), y aun en dos lados contiguos (losas en esquina). Para su diseño, el claro largo (a_2) será como máximo el doble del claro menor (a_1); cuando la relación del claro mayor a menor sea mayor de dos, el sentido largo, prácticamente, no recibe carga.



Ejemplo de una losa de concreto reforzado donde todos los bordes reciben carga.

El cálculo de losas perimetrales resulta difícil por su alto grado de indeterminación y los procedimientos aproximados del cálculo han demostrado resultados bastante rudimentarios.

En efecto, si analizáramos en la intersección de dos franjas perpendiculares de una losa cuadrada, su deformación (δ), deberá ser la misma, siendo la rigidez relativa un factor importante en la repartición de la carga para cada sentido.



Si a continuación analizáramos una losa de forma rectangular, las cargas que actúan en ambas en franjas no pueden ser iguales, ya que la franja de mayor longitud tiene mayor flexibilidad y en consecuencia soportará menor carga y menor momento.

H. M. Westergaard demostró en sus investigaciones, que el momento negativo que actúa en una franja muy larga de una losa rectangular, es independiente de su longitud y prácticamente igual al momento obtenido de una losa cuadrada de lado igual a la de una losa rectangular en el sentido corto. Basados en estos razonamientos los coeficientes para momentos dados por el reglamento están siempre en función de (wa^2_1) , siendo a_1 , como ya hemos visto, el claro corto de la losa.

Además, como ninguna franja de la losa puede trabajar independientemente de sus adyacentes, es fácil comprender que la franja central sufre una deformación mucho mayor que las franjas cercanas a los apoyos.

Por lo anteriormente expuesto, el reglamento determina la conveniencia de utilizar coeficientes para la obtención de momentos bajo diferentes condiciones de apoyo, continuidad, etc., siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- a) Los tableros deberán ser aproximadamente rectangulares.
- b) Las cargas serán uniformes en cada tablero.
- c) Los momentos negativos en el apoyo común de dos tableros adyacentes no difieran entre si una cantidad mayor del 50 %.
- d) Cuando se trate de losas monolíticas con sus apoyos, la relación entre carga viva y muerta no será mayor de 2.5, ni menor de 1.5 para otros casos.
- e) El refuerzo de la losa se colocará , en cada dirección, en una franja central y dos extremas.
Cuando la relación a_1/a_2 sea menor de 0.5, la franja central perpendicular al lado largo tendrá un ancho igual a $a_2 - a_1$, y cada franja extrema, igual a $a_1/2$.

Asimismo, el reglamento dice:

La sección crítica para el momento negativo se tomará en los bordes del tablero , y para positivo, en las líneas medias.

Los momentos de inflexión para momento positivo se supondrán a $a_1/6$ desde los bordes del tablero, y a $a_1/5$ para momento negativo.

En losas perimetrales se podrá omitir el cálculo de deflexiones cuando el peralte efectivo no sea menor que el perímetro entre 300. Es recomendable que el peralte efectivo no sea menor de 9cm. Cuando la losa tenga lados discontinuos, la longitud de los mismos se

incrementan un 50% cuando los apoyos de la losa no están coladas monolíticamente con ella, y 25% cuando lo estén.

La limitación anterior se aplicará a losas en que

$$f_s \leq 2000 \text{ kg/cm}^2 \text{ y } w \leq 380 \text{ kg/cm}^2$$

para otras condiciones de f_s y w , el peralte mínimo se obtendrá multiplicando el valor obtenido por

$$0.0344 \sqrt{f_s \times w}$$

f_s puede suponerse igual a $0.6 f_y$.

Por sencillez, se puede tomar el espesor de la losa con la especificación

$$d \geq \frac{\text{perimetro}}{270}$$

y dar un recubrimiento libre de 2 cm.

La sección crítica se localiza a un peralte efectivo, a partir del paño de apoyo.

La fuerza cortante se calculará con la expresión

$$V = \frac{(a_1/2 - d)w}{\left[1 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^6\right]}$$

En caso de falla, es aconsejable que el esfuerzo cortante quede limitado a

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

Cuando la losa tenga bordes continuos y discontinuos, el esfuerzo cortante (V) se incrementará un 15%.

2.1 Consideraciones para el diseño de una losa apoyada perimetralmente de 4 metros de largo por 3 metros de ancho.

El diseño de losa perimetralmente apoyada; se trata de un diseño independiente de tableros, de un sistema de pisos que continua en dos direcciones.

El diseño se inicia con la determinación del peralte mínimo para el que no es necesario calcular las deflexiones y que se usa como peralte tentativo. Para este calculo de determino el perímetro de los tableros, incrementando un 25 por ciento la longitud. Se reviso si cumplían las condiciones de $f_s \leq 2000 \text{ Kg./cm}^2$ y $w \leq 380 \text{ Kg./cm}^2$, encontrándose que no se cumple ninguna de las dos, por lo que el perímetro se corrigió multiplicado por el factor $0.0034\sqrt{f_s \times w}$. Para estimar el peso propio se supuso un espesor tentativo de 10 cm, así como, los peso de los diferentes cargas de materiales utilizando sus pesos volumétricos, recomendado por el Reglamento. Y encontrando en el Reglamento que valor corresponde a este tipo de construcción en su clasificación, perteneciendo al grupo B. Calculando la carga de diseño, multiplicando la carga en condiciones de servicio por el factor de 1.4

También se cálculo la relación entre claros a_1/a_2 y el factor $10^{-4}w_u\alpha_1^2$ que para la obtención de momentos conforme a la tabla 4.1 de las NTC-87, las vigas son coladas monolíticamente con la losa, por lo que se esta en el caso I de la misma tabla.

El cálculo de momentos se realizó con la carga ultima de servicio y los lados cortos respectivos de cada tablero, la obtención de los coeficientes se recurrió, a si fuera el caso, a la interpolación la cual esta permitida por el Reglamento para los valores que no estuvieran exactos marcados en dicha tabla.

Obsérvese que se realizaron dos formas diferentes para la obtención del acero; en el primero se obtuvieron valores con la expresión

$$Q = \frac{M_i}{F_R b d^2 f_c}$$

los cuales nos pudieran permitir entrar a la grafica del apéndice A; en donde en el divisor se utiliza dos valores diferentes, los cuales se refieren al peralte efectivo del momento negativo y positivo respectivamente. Esto se hizo así para tomar en cuenta la disposición de la NTC-87 que indican reducir el peralte efectivo en 2 cm para calcular el acero del lecho superior en losas de espesor menor o igual a 20 cm cuando no se tiene precauciones especiales en la construcción para evitar la variación de dicho peralte.

Con los valores anteriores entramos a la gráfica, proyectando desde la ordenada se intercepta el la curva correspondiente a la expresión $M_n = b d^2 f_c \omega (1 - 0.59\omega)$ y proyectando en las abscisas se encontraron valores. Para que estos valores se sustituyeron en la expresión

$$\rho = \frac{\omega f''_c}{f_y}$$

Algunos de los valores calculados resultaron ser menores que $\rho_{\min.}$. En todos estos casos se cálculo para una $\rho_{\min.} = 0.002$.

Para el segundo método de momento resistente a flexión, se nos permitió revisar el peralte y colaborar con el dado por la expresión del Reglamento en todos los casos siendo casi iguales. Esto despejando algebraicamente la ecuación descrita en la utilización de la curva referenciada en le método anterior.

Las NTC-87 nos otorgan una fórmula para la obtención de él acero en secciones rectangulares a flexión, la cual con el manejo adecuado algebraico se despejo A_s o área de acero,

$$M_R = F_R A_s F_y d (1 - 0.59\omega)$$

$$A_s = \frac{M_R}{F_R f_y d (1 - 0.59\omega)}$$

en donde también se tuvo dos variantes en sus componentes; otra vez originado por los momentos positivo y negativos, pero en este caso no se dejaron los dos centímetros; sino que aquí se le resto el diámetro del número de varilla (siendo la número 3) al peralte efectivo positivo (d), obteniendo el peralte efectivo negativo (d), para posteriormente compararlo con el acero mínimo;

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{f_c}}{f_y} b d$$

siendo menor en la mayoría de los casos y por ende empleando el acero mínimo dada por la expresión propuesta por las NTC-87 para secciones rectangulares sin acero de refuerzo a tensión.

Las separaciones, calculadas con la expresión $100 a_s / A_s$ en algunos casos excedieron a la máxima permisible por ,o que se utilizó la recomendación del Reglamento y sus Normas Técnicas Complementarias, en la expresión correspondiente.

Se reviso la posible falla por cortante, encontrándose que las resistencia de las secciones sin refuerzo excede ampliamente a la fuerza cortante calculada.

El número de varillas correspondiente por metro, se cálculo al dividir el área de la varilla correspondiente entre el área requerida, a_s / A_s .

Siendo a_s el acero de la varilla y A_s el área de acero requerida antes calculada.

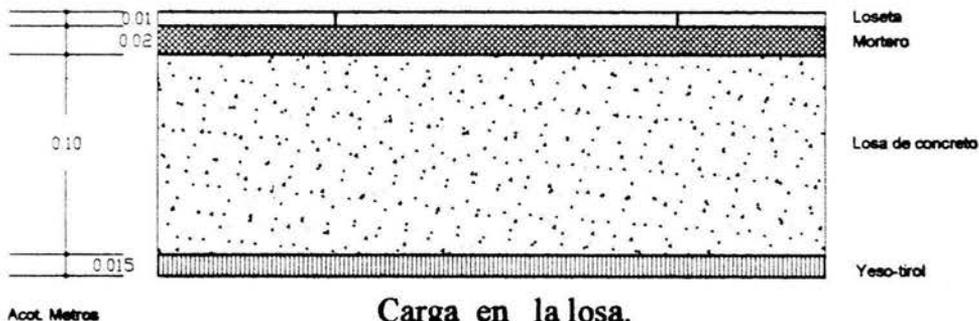
2.2 Constantes de cálculo

Se efectúa el diseño de losas perimetralmente apoyadas, conforme a las indicaciones y recomendaciones del Reglamento de Construcción y sus Normas Técnicas Complementarias del año 1987. Para una combinación de lado largo con 4.00 metros y lado corto 3.00 metros, en donde todos sus apoyos son monolíticos, el cual nos ubica en el caso I de la tabla 4.1; además para un límite de fluencia en el acero, f_y , igual a 4200 que es el comercial y un f'_c para el concreto, que es su resistencia a los 28 días de colado, igual a 200 Kg./cm². y se considera como clase 2. Un agregado grueso de 19 mm.

Obteniendo por principio todas las constantes empleadas, cargas, condiciones y recomendaciones.

Cabe Mencionar que se determinara las características de estas losas, en las cinco condiciones de apoyo marcadas en las NTC-87, así como; el cálculo para el área de acero se emplearán dos métodos diferentes recomendados en diferentes textos.

La carga muerta se determina para un espesor tentativo de 10 centímetros, así como, los elementos constructivos mostrados en la figura, son losas sin inclinación, para este tipo de losas con inclinación se recomienda una carga concentrada en el punto mas desfavorable de 100 Kg./m² adicional, pero esto esta fuera del alcancé de este texto. Obtenemos:



Loseta	$0.01 \times 1600 =$	16 kg/m^2
Mortero	$0.02 \times 1700 =$	34 kg/m^2
Losa	$0.10 \times 2400 =$	240 kg/m^2
Yeso-tirol	$0.015 \times 1500 =$	23 kg/m^2
Carga muerta		313 Kg./m²

A continuación se muestra el resumen de las cargas que actúan, más las indicadas por el Reglamento respecto a carga viva, además se considera que llevará una capa de mortero (20 Kg./m²) y una carga adicional de 20 Kg./m², así mismo, la carga última con el factor de 1.4 indicado para edificaciones del grupo B correspondiente:

$$\begin{aligned}
 \text{Carga viva} &= 170 \text{ Kg./m}^2 \\
 \text{Carga muerta} &= 313 \text{ Kg./m}^2 \\
 \text{Reglamento} &= \underline{40 \text{ Kg./m}^2} \\
 W &= 523 \text{ Kg./m}^2 \\
 W_u(1.4W) &= 732 \text{ Kg./m}^2
 \end{aligned}$$

Se presentan las constantes que no cambiarán durante la memoria de cálculo en este procedimiento:

$$\begin{aligned}
 -f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\
 -f'_c &= 200 \text{ kg/cm}^2 \\
 -f_s &= 0.6f_y = 0.6 \times 4200 = 2520 \text{ kg/cm}^2 \\
 -f^*c &= 0.8f'_c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ kg/cm}^2 \\
 -f''c &= 0.85f^*c = 0.85 \times 160 = 136 \text{ kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

Como ya hemos calculado el $f_s = 2520 \text{ Kg./cm}^2$ y el $w = 732 \text{ Kg.}$ y notamos que no se cumple la condición que nos marca el reglamento para $f_s > 2000 \text{ Kg./cm}^2$ y $w > 380 \text{ Kg.}$ tenemos que corregir el perímetro como se muestra:

Obtenemos el perímetro de las losas e incrementamos un 25 por ciento determinado por las NTC-87.

$$\text{Perímetro} = 2 \times 300 + 2 \times 400 = 1400 \text{ cm.}$$

$$1.25 \times 1400 = 1750 \text{ cm.}$$

En el cálculo del peralte mínimo se afectará con una corrección con la siguiente fórmula:

$$0.034^4 \sqrt{f_s \times w}$$

$$0.034^4 \sqrt{2520 \times 523} = 1.152$$

$$\text{Perímetro corregido} = 1.152 \times 1750 = 2016 \text{ cm.}$$

Las NTC-87 nos indican que para concreto clase 2 el cual tendrán una resistencia especificada menor de 250 Kg./cm^2 . Se utilizara la siguiente expresión:

$$d_{\min} = \frac{\textit{perimetro}}{270}$$

por lo tanto

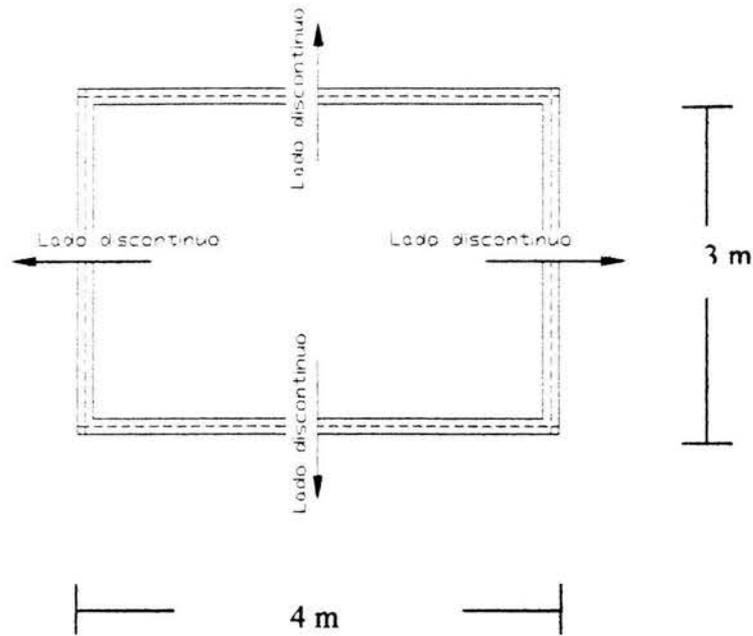
$$d_{\min} = \frac{2016}{270} = 7.47 \text{cm.}$$

Continuamos con el calculo respectivo para el grafico en donde nos apoyamos en la gráfica del apéndice A, y tomamos la recomendación en este método general un $\rho_{\min.}$ de 0.002 como condición.

Así tenemos relación $m = a_1/a_2$. que es igual a $\frac{3}{4} = 0.75$ e interpolando obtenemos los coeficientes de la tabla 4.1 de NTC. Y empezamos a desarrollar los diferentes casos de apoyos contemplados en las NTC-87.

2.3 Solución por el método de la gráfica para el diseño a flexión.

2.3.1 Caso aislado-cuatro lados discontinuos-



Coefficientes obtenidos de la interpolación en la tabla 4.1 para el valor de 0.75

Aislada Cuatro lados discontinuos	Coeficientes.	
	Cc	Cl
Neg. en bordes disc.	450	330
Positivo	680	500

Obtención del Momentos, tomando en cuenta que la carga es última (W_u) y el lado corto (a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 450 = 296.46 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 330 = 217.40 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 680 = 447.98 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 500 = 329.40 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

Aislada	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Cuatro lados discontinuos				
Neg. en bordes disc.	450	330	296.46	217.40
Positivo	680	500	447.98	329.40

*Las NTC- 87 nos indican que la ρ_{\min} es igual a 0.002 para losas no expuestas a la intemperie.

Además que al ser $d_{\min} = 7.47$ cm por recomendación se usa una $d_{\min} = 9$ cm. Para momento positivo y para momento negativo será $d_{\min} = 7$ cm. y el F_R igual a 0.9 de NTC- 87.

Empleamos esta formula con el objetivo de entrar en la gráfica del apéndice A, en donde obtuvimos los mismos valores ya que estos se ubicaron en la parte lineal de la misma.

$$Q = \frac{M_i}{F_R b d^2 f''c}$$

$$Q = \frac{29646}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.029$$

$$Q = \frac{21740}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.021$$

$$Q = \frac{44798}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.030$$

$$Q = \frac{32940}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.022$$

revisando la condición de $\rho_{\min} = 0.002$ con la expresión siguiente tenemos:

$$\rho = \frac{wf_c}{f_y}$$

$$\rho = \frac{0.029 \times 136}{4200} = 0.0013$$

$$\rho = \frac{0.021 \times 136}{4200} = 0.001$$

$$\rho = \frac{0.030 \times 136}{4200} = 0.0014$$

$$\rho = \frac{0.022 \times 136}{4200} = 0.001$$

por ultimo para esta losa en particular, el área de acero y separación va de acuerdo a lo especificado, y recordando que la separación tiene que ser 3.5h o 50 centímetros.

$$A_s = \rho b d$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 9 = 1.8 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 7 = 2.2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sep} = 100 a_s / A_s$$

$$S = \frac{71}{1.8} = 39.444 \approx 40 \text{ cm}$$

$$s = \frac{71}{2.2} = 32.2727 \approx 30 \text{ cm}$$

Presentamos una tabla en donde resumimos los valores obtenidos mediante el procedimiento anterior.

Mi (kg. cm)	$Q = \frac{Mi}{F_R b d^2 f'' c}$	ω	$\rho = \frac{\omega f''}{f_y}$	A_s (cm ² /m)	S(cm) (barras no. 3)
29646	0.029	0.029	0.0013*	1.8	40
21740	0.021	0.021	0.001*	1.8	40
44798	0.030	0.030	0.0014*	2.2	30
32940	0.022	0.022	0.001*	2.2	30

Revisando el Esfuerzo cortante ya que la deflexión se considera despreciable:

$$V = \frac{\left(\frac{a_1}{2} - d\right) w}{1 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^6}$$

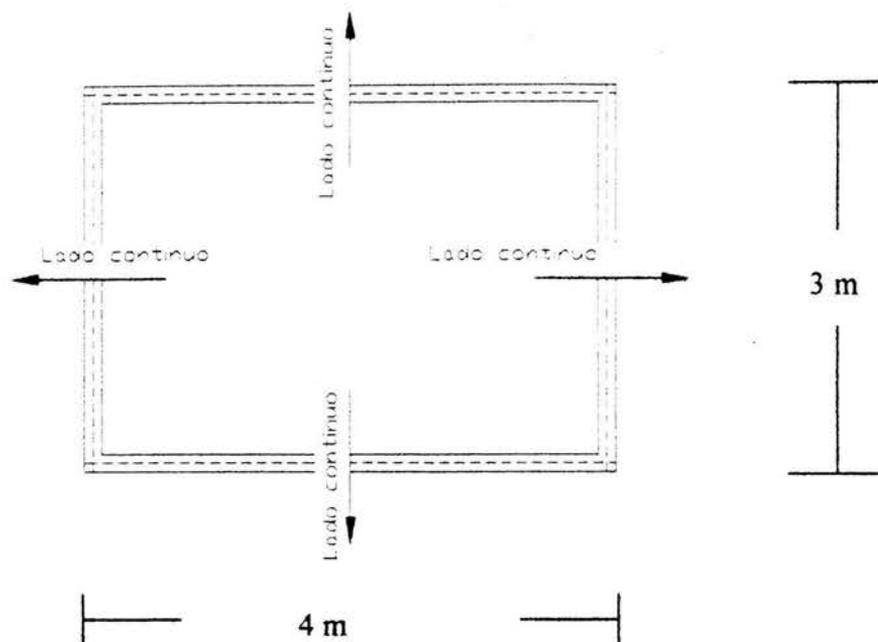
$$V = \frac{(1.5 - 0.9)732}{1 + (0.75)^6} = 292 \text{Kg.}$$

$$V_{cr} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

$$V_{cr} = 0.5 \times 0.8 \times 100 \times 9 \times \sqrt{160} = 4554 \text{Kg.}$$

por lo tanto $V < V_{cr}$ es correcto.

2.3.2 Caso interior-Cuatro lados continuos-



Coefficientes obtenidos de la interpolación en la tabla 4.1 para el valor de 0.75

Interior Todos los bordes continuos	Coeficientes.	
	Cc	Cl
Neg. en bordes interiores	406.5	359
Positivo	210	129

Obtención del Momentos, tomando en cuenta que la carga es última (W_u) y el lado corto (a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 406.5 = 267.80 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 359 = 236.50 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 210 = 138.35 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 129 = 84.99 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

Interior	Coef.		Momentos[Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Todos los bordes continuos				
Neg. en bordes interiores	406.5	359	267.80	236.50
Positivo	210	129	138.35	84.99

*Las NTC- 87 nos indican que la $\rho_{\min.}$ es igual a 0.002 para losas no expuestas a la intemperie.

Además que al ser $d_{\min.} = 7.47$ cm por recomendación se usa una $d_{\min.} = 9$ cm. Para momento positivo y para momento negativo será $d_{\min.} = 7$ cm. y el F_R igual a 0.9 de NTC- 87.

Empleamos esta fórmula con el objetivo de entrar en la gráfica del apéndice A, en donde obtuvimos los mismos valores ya que estos se ubicaron en la parte lineal de la misma.

$$Q = \frac{M_i}{F_R b d^2 f'' c}$$

$$Q = \frac{26780}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.027$$

$$Q = \frac{23650}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.024$$

$$Q = \frac{13835}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.009$$

$$Q = \frac{8489}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.005$$

por ultimo para esta losa en particular, el área de acero y separación de va acuerdo a lo especificado, y recordando que la separación tiene que ser 3.5h o 50 centímetros.

$$\rho = \frac{wf_c}{f_y}$$

$$\rho = \frac{0.027 \times 136}{4200} = 0.0012$$

$$\rho = \frac{0.024 \times 136}{4200} = 0.0012$$

$$\rho = \frac{0.009 \times 136}{4200} = 0.0004$$

$$\rho = \frac{0.005 \times 136}{4200} = 0.0002$$

$$A_s = \rho b d$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 9 = 1.8 \text{ cm}^2.$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 7 = 2.2 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Sep} = 100^{\frac{s}{S}} / A_s$$

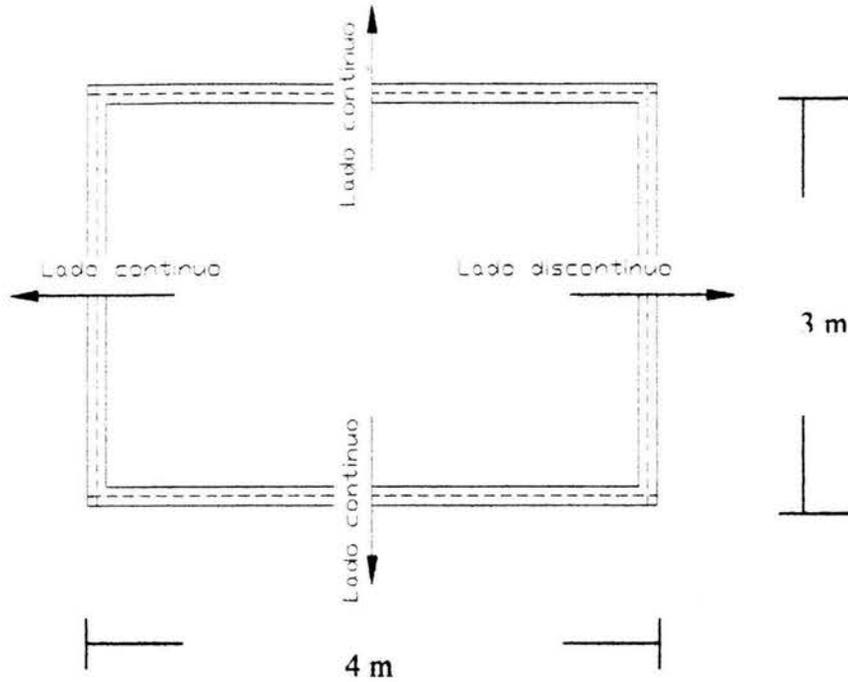
$$S = \frac{71}{1.8} = 39.444 \approx 40 \text{ cm}$$

$$s = \frac{71}{2.2} = 32.2727 \approx 30 \text{ cm}.$$

Presentamos una tabla en donde resumimos los valores obtenidos mediante el procedimiento anterior.

Mi (kg.cm)	$Q = \frac{Mi}{F_R b d^2 f''c}$	ω	$\rho = \frac{\omega f''c}{f_y}$	A_s (cm ² /m)	S(cm) (barras no. 3)
26780	0.027	0.027	0.0012*	1.8	40
23650	0.024	0.024	0.0012*	1.8	40
13835	0.009	0.009	0.0004*	2.2	30
8499	0.005	0.005	0.0002*	2.2	30

2.3.3 De borde-un lado corto discontinuo-



Coefficientes obtenidos de la interpolación en la tabla 4.1 para el valor de 0.75

De Borde	Coeficientes.	
	Cc	CI
Un lado corto discontinuo		
Neg. en bordes interiores	427	361
Neg. en borde discontinuo	0	229
Positivo	221	132

Obtención del Momentos, tomando en cuenta que la carga es última(W_u) y el lado corto(a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 427 = 281.31 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 361 = 237.83 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 229 = 150.87 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 221 = 145.59 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 132 = 86.96 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

De Borde	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Un lado corto discontinuo				
Neg. en bordes interiores	427	361	281.31	237.83
Neg. en borde discontinuo	0	229	0	150.87
Positivo	221	132	145.59	86.96

*Las NTC- 87 nos indican que la $\rho_{\min.}$ es igual a 0.002 para losas no expuestas a la intemperie.

Además que al ser $d_{\min.} = 7.47$ cm por recomendación se usa una $d_{\min.} = 9$ cm. Para momento positivo y para momento negativo será $d_{\min.} = 7$ cm. y el F_R igual a 0.9 de NTC- 87.

Empleamos esta formula con el objetivo de entrar en la gráfica del apéndice A, en donde obtuvimos los mismos valores ya que estos se ubicaron en la parte lineal de la misma.

$$Q = \frac{M_i}{F_R b d^2 f'' c}$$

$$Q = \frac{28131}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.046$$

$$Q = \frac{23783}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.039$$

$$Q = \frac{15087}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.025$$

$$Q = \frac{14559}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.009$$

$$Q = \frac{8696}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.005$$

por ultimo para esta losa en particular, el área de acero y separación va de acuerdo a lo especificado, y recordando que la separación tiene que ser 3.5h o 50 centímetros.

$$\rho = \frac{wf_c}{f_y}$$

$$\rho = \frac{0.046 \times 136}{4200} = 0.0021$$

$$\rho = \frac{0.039 \times 136}{4200} = 0.001$$

$$\rho = \frac{0.025 \times 136}{4200} = 0.001$$

$$\rho = \frac{0.009 \times 136}{4200} = 0.0004$$

$$\rho = \frac{0.005 \times 136}{4200} = 0.0002$$

$$A_s = \rho b d$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 9 = 1.8 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 7 = 1.4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sep} = 100^{\circ} / A_s$$

$$S = \frac{71}{1.8} = 39.444 \approx 40 \text{ cm}$$

$$s = \frac{71}{1.4} = 50.71 \approx 30 \text{ cm}$$

50cm

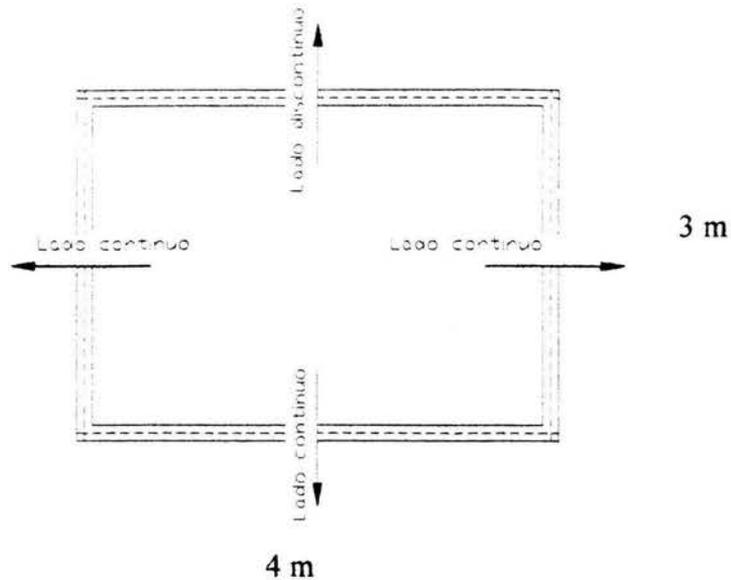
3.5h

$$11 \times 3.5 = 38.5 \text{ cm}$$

Presentamos una tabla en donde resumimos los valores obtenidos mediante el procedimiento anterior.

Mi (kg.cm)	$Q = \frac{Mi}{F_R b d^2 f''_c}$	ω	$\rho = \frac{\omega f''_c}{f_y}$	A_s (cm ² /m)	S(cm) (barras no. 3)
28131	0.046	0.046	0.0021*	1.8	40
23783	0.039	0.039	0.001*	1.8	40
15087	0.025	0.025	0.001*	1.8	40
14559	0.009	0.009	0.0004*	1.4	38.5
8696	0.005	0.005	0.0002*	1.4	38.5

De borde-un lado largo discontinuo-



Coefficientes obtenidos de la interpolación en la tabla 4.1 para el valor de 0.75

De Borde	Coeficientes.	
	Cc	Cl
Un lado largo discontinuo		
Neg. en bordes interiores	425	395
Neg. en borde discontinuo	266.5	0
Positivo	221.5	136.5

Obtención del Momentos, tomando en cuenta que la carga es última(W_u) y el lado corto(a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 425 = 279.99 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 395 = 260.23 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 266.5 = 175.57 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 221.5 = 145.92 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 136.5 = 89.93 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

De Borde	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Un lado largo discontinuo				
Neg. en bordes interiores	425	395	279.99	260.23
Neg. en borde discontinuo	266.5	0	175.57	0
Positivo	221.5	136.5	145.92	89.93

*Las NTC- 87 nos indican que la $\rho_{min.}$ es igual a 0.002 para losas no expuestas a la intemperie.

Además que al ser $d_{min.} = 7.47$ cm por recomendación se usa una $d_{min.} = 9$ cm. Para momento positivo y para momento negativo será $d_{min.} = 7$ cm. y el F_R igual a 0.9 de NTC-87.

Empleamos esta formula con el objetivo de entrar en la gráfica del apéndice A, en donde obtuvimos los mismos valores ya que estos se ubicaron en la parte lineal de la misma.

$$Q = \frac{Mi}{F_R b d^2 f''c}$$

$$Q = \frac{27999}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.046$$

$$Q = \frac{26023}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.043$$

$$Q = \frac{17557}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.029$$

$$Q = \frac{14592}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.014$$

$$Q = \frac{8993}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.009$$

por ultimo para esta losa en particular, el área de acero y separación va de acuerdo a lo especificado, y recordando que la separación tiene que ser 3.5h o 50 centímetros

$$\rho = \frac{w f_c}{f_y}$$

$$\rho = \frac{0.046 \times 136}{4200} = 0.0021$$

$$\rho = \frac{0.043 \times 136}{4200} = 0.002$$

$$\rho = \frac{0.029 \times 136}{4200} = 0.001$$

$$\rho = \frac{0.014 \times 136}{4200} = 0.0006$$

$$\rho = \frac{0.009 \times 136}{4200} = 0.0004$$

$$A_s = \rho b d$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 9 = 1.8 \text{ cm}^2.$$

$$A_s = 0.002 \times 100 \times 7 = 1.4 \text{ cm}^2.$$

$$Sep = 100^a / A_s$$

$$S = \frac{71}{1.8} = 39.444 \approx 40 \text{ cm}$$

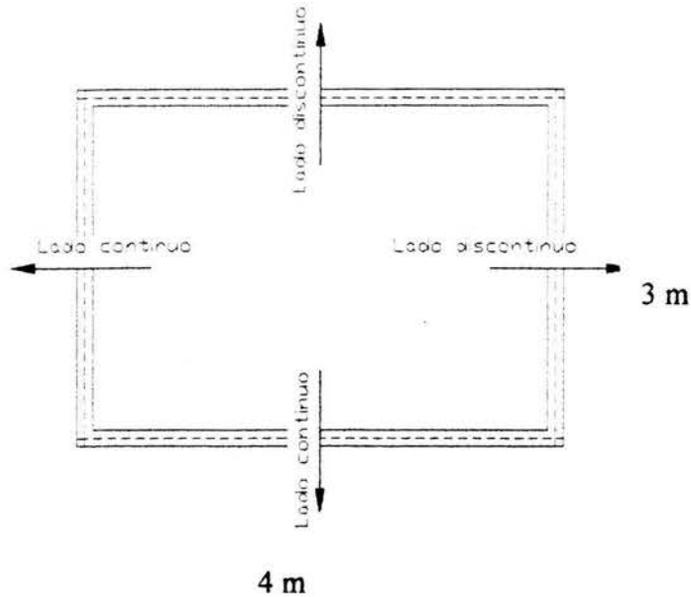
$$s = \frac{71}{1.4} = 50.71 \text{ cm}.$$

$$\circ \left\{ \begin{array}{l} 50 \text{ cm} \\ 3.5h \end{array} \right. \quad 11 \times 3.5 = 38.5 \text{ cm.} \quad \text{el menor por NTC.}$$

Presentamos una tabla en donde resumimos los valores obtenidos mediante el procedimiento anterior.

Mi (kg.cm)	$Q = \frac{Mi}{F_R b d^2 f''_c}$	ω	$\rho = \frac{\omega f''_c}{f_y}$	A_s (cm ² /m)	S(cm) (barras no. 3)
27999	0.046	0.046	0.0021*	1.8	40
26023	0.043	0.043	0.002	1.8	40
17557	0.029	0.029	0.001 *	1.8	40
14592	0.014	0.014	0.0006*	1.4	38.5
8993	0.009	0.009	0.0004*	1.4	38.5

De esquina-un lado largo y lado corto discontinuos-



Coefficientes obtenidos de la interpolación en la tabla 4.1 para el valor de 0.75

De Esquina Dos bordes adyacentes discontinuos	Coeficientes	
	Cc	Cl
Neg. en bordes interiores	445	411.5
Neg. en borde discontinuo	263.5	226
Positivo	237.5	141

Obtención del Momentos, tomando en cuenta que la carga es última(W_u) y el lado corto(a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 445 = 293.17 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 411.5 = 271.10 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 263.5 = 173.59 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 226 = 148.89 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 237.5 = 156.47 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 141 = 92.89 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

De Esquina	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Dos bordes adyacentes discontinuos				
Neg. en bordes interiores	445	411.5	293.17	271.10
Neg. en borde discontinuo	263.5	226	173.59	148.89
Positivo	237.5	141	156.47	92.89

*Las NTC- 87 nos indican que la $\rho_{\min.}$ es igual a 0.002 para losas no expuestas a la intemperie.

Además que al ser $d_{\min.} = 7.47$ cm por recomendación se usa una $d_{\min.} = 9$ cm. Para momento positivo y para momento negativo será $d_{\min.} = 7$ cm. y el F_R igual a 0.9 de NTC- 87.

Empleamos esta formula con el objetivo de entrar en la gráfica del apéndice A, en donde obtuvimos los mismos valores ya que estos se ubicaron en la parte lineal de la misma.

$$Q = \frac{M_i}{F_R b d^2 f'' c}$$

$$Q = \frac{29317}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.048$$

$$Q = \frac{27110}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.045$$

$$Q = \frac{17359}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.028$$

$$Q = \frac{14889}{0.9 \times 100 \times 7^2 \times 136} = 0.024$$

$$Q = \frac{15647}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.001$$

$$Q = \frac{9289}{0.9 \times 100 \times 9^2 \times 136} = 0.009$$

por ultimo para esta losa en particular, obtenemos por último, el área de acero, separación de acuerdo a lo especificado, y recordando que la separación tiene que ser 3.5h o 50 centímetros

$$\rho = \frac{wf_c}{f_y}$$

$$\rho = \frac{0.048 \times 136}{4200} = 0.002$$

$$\rho = \frac{0.045 \times 136}{4200} = 0.002$$

$$\rho = \frac{0.028 \times 136}{4200} = 0.001$$

$$\rho = \frac{0.024 \times 136}{4200} = 0.001$$

$$\rho = \frac{0.001 \times 136}{4200} = 0.0004$$

$$\rho = \frac{0.009 \times 136}{4200} = 0.0004$$

$$As = \rho b d$$

$$As = 0.002 \times 100 \times 9 = 1.8 \text{ cm}^2$$

$$As = 0.002 \times 100 \times 7 = 1.4 \text{ cm}^2$$

$$Sep = 100^{\#} / A_s$$

$$S = \frac{71}{1.8} = 39.444 \approx 40\text{cm}$$

$$s = \frac{71}{1.4} = 50.71\text{cm.}$$

$\left. \begin{array}{l} 50\text{cm} \\ 3.5h \end{array} \right\} 11 \times 3.5 = 38.5\text{cm.}$
 el menor por NTC.

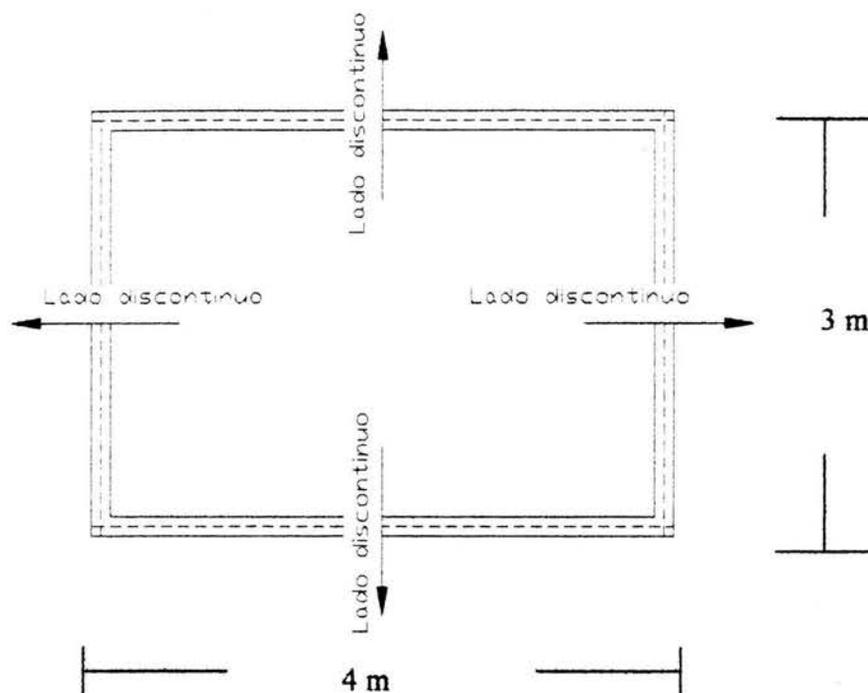
Presentamos una tabla en donde resumimos los valores obtenidos mediante el procedimiento anterior.

Mi (kg.cm)	$Q = \frac{Mi}{F_R b d^2 f''_c}$	ω	$\rho = \frac{\omega f''_c}{f_y}$	A_s (cm ² /m)	S(cm) (barras no. 3)
29317	0.048	0.048	0.002	1.8	40
2711n	0.045	0.045	0.002	1.8	40
17359	0.028	0.028	0.001 *	1.8	40
14889	0.024	0.024	0.001*	1.8	40
15647	0.001	0.001	0.00004*	1.4	38.5
9289	0.009	0.009	0.0004*	1.4	38.5

2.4 Solución por el método de fórmulas para la obtención del momento resistente a flexión.

A continuación presentamos el método de fórmulas para la obtención del momento resistente a flexión.; el cual se diferencia en él, el empleo total de fórmulas, para revisar peralte efectivo, área de acero de refuerzo, no acudimos a alguna gráfica en especial. Las constantes de cálculo son las misma que anteriormente se han utilizado, por lo tanto, no se enuncian.

2.4.1 Caso aislado-cuatro lados discontinuos-



relación $m = a_1/a_2$, que es igual a $3/4 = 0.75$ e interpolando obtenemos los coeficientes de la tabla 4.1 de NTC. Se presenta la siguiente tabla con los coeficientes respectivos:

Aislada	Coeficientes.	
	Cc	Cl
Cuatro lados discontinuos		
Neg. en bordes interiores	450	330
Positivo	680	500

Obtención del Momentos, tomando en cuenta que la carga es última(Wu) y el lado corto(a₁):

$$M = 10^{-4} Wu a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 450 = 296.46 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 330 = 217.40 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 680 = 447.98 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 500 = 329.40 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

Aislada	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Cuatro lados discontinuos				
Neg. en bordes disc.	450	330	296.46	217.40
Positivo	680	500	447.98	329.40

Revisando el peralte efectivo con la expresión siguiente:

$$d = \sqrt{\frac{M}{F_R b f_c' \gamma (1 - 0.59\gamma)}}$$

$$\gamma = \rho \frac{f_y}{f_c'}$$

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y}$$

entonces tenemos:

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.0024$$

$$\gamma = 0.0024 \frac{4200}{200} = 0.05$$

utilizando el momento mayor

$$d = \sqrt{\frac{44798}{0.9 \times 100 \times 200 \times 0.05(1 - 0.59 \times 0.05)}} = 7.16 \text{ cm}$$

como son parecidos 7.47 cm a 7.16 cm.

se calculará el acero de refuerzo con la siguiente expresión. Se utilizará acero del número 3 con un diámetro de 0.95 cm los cuales se le restan al peralte calculado y se emplea en el acero negativo.

$$d_{\text{pos}} = 7.47 \text{ cm.}$$

$$d_{\text{Neg}} = 7.47 - 0.95 = 6.52 \text{ cm.}$$

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.59\gamma)$$

tenemos:

$$A_s = \frac{29646}{0.9 \times 4200 \times 6.52(1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.08 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{44798}{0.9 \times 4200 \times 6.52(1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.87 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{21740}{0.9 \times 4200 \times 7.47(1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.79 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{32940}{0.9 \times 4200 \times 7.47(1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.38 \text{ cm}^2$$

como se nos indica que acero de refuerzo mínimo es:

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} bd$$

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} \times 100 \times 7.47 = 1.76 \text{ cm}^2.$$

Cuando el acero de refuerzo sea menor que el indicado por la expresión anterior se tomará el acero de refuerzo mínimo para la determinación de las varillas y separación de los mismos.

$$\# \text{ de varillas} = \frac{A_s}{a_s}$$

$$\text{var.} = \frac{1.87}{0.71} = 2.63 \cong 3$$

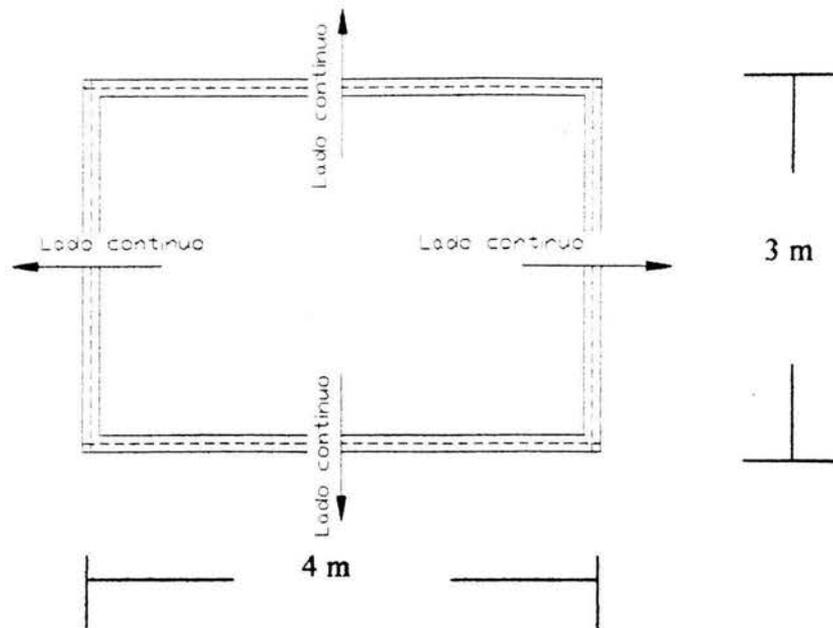
$$\text{Sep} = \frac{100 a_s}{A_s} \text{ y como } p_{\min}. \text{ Es igual a } 1.76 \text{ cm}^2 * \text{ tenemos que:}$$

$$\text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.87} = 37.5 \cong 38 \text{ cm. y } \text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.76} = 40.34 \cong 40 \text{ cm.}$$

Se presenta una tabla resumiendo los datos obtenidos:

Momento(kg-cm)	A_s (cm ²)	Var. # 3	Sep.(cm)
29646	1.08*	3	40
21740	0.79*	3	40
44798	1.87	3	40
32940	1.38*	3	40

2.4.2 Caso interior-cuatro lados continuos-



relación $m = a_1/a_2$, que es igual a $3/4 = 0.75$ e interpolando obtenemos los coeficientes de la tabla 4.1 de NTC. Se presenta la siguiente tabla con los coeficientes respectivos:

Interior	Coeficientes.	
	Cc	Cl
Todos los bordes continuos	406.5	359
Neg. en bordes interiores	210	129
Positivo		

Obtención de los Momentos, tomando en cuenta que la carga es última (W_u) y el lado corto (a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 406.5 = 267.80 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 359 = 236.50 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 210 = 138.35 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 129 = 84.99 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes:

Interior	Coef.		Momentos [Kg. m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Todos los bordes continuos				
Neg. en bordes interiores	406.5	359	267.80	236.50
Positivo	210	129	138.35	84.99

Revisando el peralte efectivo con la expresión siguiente:

$$d = \sqrt{\frac{M}{F_R b f_c' \gamma (1 - 0.59\gamma)}}$$

$$\gamma = \rho \frac{f_y}{f_c'}$$

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y}$$

entonces tenemos:

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.0024$$

$$\gamma = 0.0024 \frac{4200}{200} = 0.05$$

utilizando el momento mayor en [Kg.-cm] tenemos:

$$d = \sqrt{\frac{26780}{0.9 \times 100 \times 200 \times 0.05 (1 - 0.59 \times 0.05)}} = 5.54 \text{ cm}$$

Rige el peralte de 7.47 cm.

se calculará el acero de refuerzo con la siguiente expresión. Se utilizará acero del número 3 con un diámetro de 0.95 cm los cuales se le restan al peralte calculado y se emplea en el acero negativo.

$$d_{\text{Neg}} = 7.47 - 0.95 = 6.52 \text{ cm.}$$

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.59\gamma)$$

tenemos:

$$A_s = \frac{26780}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.11 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{23650}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.99 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{13835}{0.9 \times 4200 \times 7.47 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.50 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{8499}{0.9 \times 4200 \times 7.47 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.30 \text{ cm}^2$$

como se nos indica que acero de refuerzo mínimo es:

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{f_c}}{f_y} b d$$

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} \times 100 \times 7.47 = 1.76 \text{ cm}^2.$$

Cuando el acero de refuerzo sea menor que el indicado por la expresión anterior se tomará el acero de refuerzo mínimo para la determinación de las varillas y separación de los mismos.

$$\# \text{ de varillas} = \frac{A_s}{a_s}$$

$$\text{var.} = \frac{1.87}{0.71} = 2.63 \cong 3$$

$$\text{Sep} = \frac{100a_s}{A_s} \text{ y como } p_{\min}. \text{ Es igual a } 1.76 \text{ cm}^2 * \text{ tenemos que:}$$

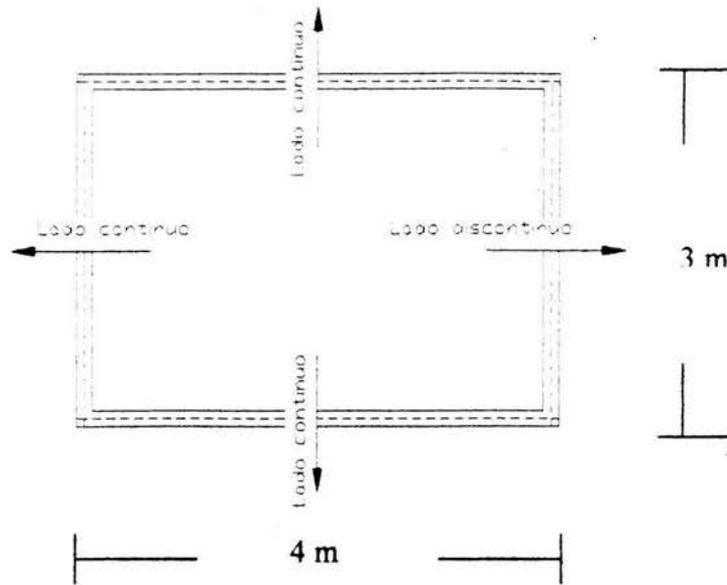
$$\text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.87} = 37.5 \cong 38 \text{ cm. y } \text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.76} = 40.34 \cong 40 \text{ cm.}$$

Se presenta una tabla resumiendo los datos obtenidos:

Momento(kg-cm)	A_s (cm ²)	Var. # 3	Sep.(cm)
26780	1.11*	3	40
23650	0.99*	3	40
13835	0.50*	3	40
8499	0.30 *	3	40

$$*A_{s\min.} = 1.76 \text{ cm}^2.$$

2.4.3 De borde-un lado corto discontinuo-



relación $m = a_1/a_2$, que es igual a $3/4 = 0.75$ e interpolando obtenemos los coeficientes de la tabla 4.1 de NTC. Se presenta la siguiente tabla con los coeficientes respectivos:

De Borde	Coeficientes.	
	Cc	Cl
Un lado corto discontinuo		
Neg. en bordes interiores	427	361
Neg. en borde discontinuo	0	229
Positivo	221	132

Obtención del Momentos, tomando en cuenta que la carga es última (W_u) y el lado corto (a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 427 = 281.31 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 361 = 237.83 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 229 = 150.87 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 221 = 145.59 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 132 = 86.96 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

De Borde	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Un lado corto discontinuo				
Neg. en bordes interiores	427	361	281.31	237.83
Neg. en borde discontinuo	0	229	0	150.87
Positivo	221	132	145.59	86.96

Revisando el peralte efectivo con la expresión siguiente:

$$d = \sqrt{\frac{M}{F_R b f_c' \gamma (1 - 0.59\gamma)}}$$

$$\gamma = \rho \frac{f_y}{f_c'}$$

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y}$$

entonces tenemos:

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.0024$$

$$\gamma = 0.0024 \frac{4200}{200} = 0.05$$

utilizando el momento mayor en [Kg.-cm] tenemos:

$$d = \sqrt{\frac{28131}{0.9 \times 100 \times 200 \times 0.05 (1 - 0.59 \times 0.05)}} = 5.68 \text{ cm.}$$

Rige 7.47 cm.

se calculará el acero de refuerzo con la siguiente expresión. Se utilizará acero del número 3 con un diámetro de 0.95 cm los cuales se le restan al peralte calculado y se emplea en el acero negativo.

$$d_{Neg} = 7.47 - 0.95 = 6.52 \text{ cm.}$$

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.59\gamma)$$

tenemos:

$$A_s = \frac{28131}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.17 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{23787}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.99 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{15087}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.63 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{14559}{0.9 \times 4200 \times 7.47 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.53 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{8696}{0.9 \times 4200 \times 7.47 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.32 \text{ cm}^2$$

como se nos indica que acero de refuerzo mínimo es:

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} bd$$

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} \times 100 \times 7.47 = 1.76 \text{ cm}^2.$$

Cuando el acero de refuerzo sea menor que el indicado por la expresión anterior se tomará el acero de refuerzo mínimo para la determinación de las varillas y separación de los mismos.

$$\# \text{ de varillas} = \frac{A_s}{a_s}$$

$$\text{var.} = \frac{1.87}{0.71} = 2.63 \cong 3$$

$Sep = \frac{100a_s}{A_s}$ y como p_{min} . Es igual a 1.76 cm^2 * tenemos que:

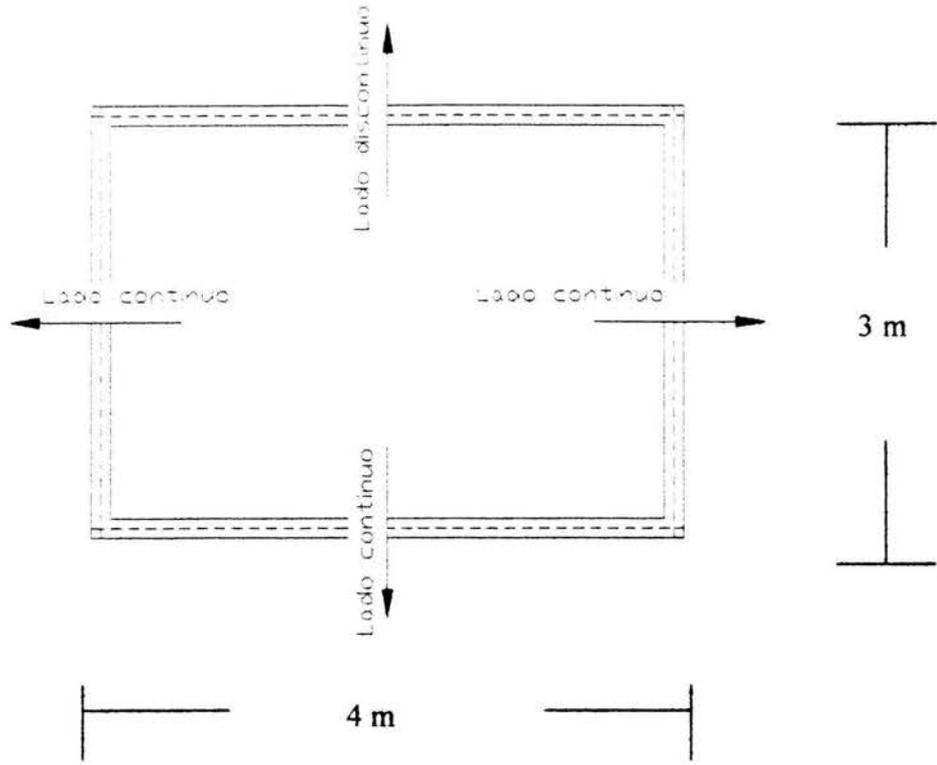
$$Sep = \frac{100 \times 0.71}{1.87} = 37.5 \cong 38 \text{ cm. y } Sep = \frac{100 \times 0.71}{1.76} = 40.34 \cong 40 \text{ cm.}$$

Se presenta una tabla resumiendo los datos obtenidos:

Momento(kg-cm)	A_s (cm^2)	Var. # 3	Sep.(cm)
28131	1.17*	3	40
23787	0.99*	3	40
15087	0.63*	3	40
14559	0.53 *	3	40
8696	0.32*	3	40

* $A_{smin.} = 1.76 \text{ cm}^2$

2.4.4 De borde-un lado largo discontinuo-



relación $m = a_1/a_2$. que es igual a $3/4 = 0.75$ e interpolando obtenemos los coeficientes de la tabla 4.1 de NTC. Se presenta la siguiente tabla con los coeficientes respectivos:

De Borde	Coeficientes.	
	Cc	Cl
Un lado largo discontinuo	425	395
Neg. en bordes interiores	266.5	0
Neg. en borde discontinuo	221.5	136.5
Positivo		

Obtención de los Momentos, tomando en cuenta que la carga es última(Wu) y el lado corto(a₁):

$$M = 10^{-4} W u \alpha_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 425 = 279.99 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 395 = 260.23 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 266.5 = 175.57 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 221.5 = 145.92 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 136.5 = 89.93 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

De Borde	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Un lado largo discontinuo				
Neg. en bordes interiores	425	395	279.99	260.23
Neg. en borde discontinuo	266.5	0	175.57	0
Positivo	221.50	136.5	142.92	89.93

Revisando el peralte efectivo con la expresión siguiente:

$$d = \sqrt{\frac{M}{F_R b f_c' \gamma (1 - 0.59\gamma)}}$$

$$\gamma = \rho \frac{f_y}{f_c'}$$

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y}$$

entonces tenemos:

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.0024$$

$$\gamma = 0.0024 \frac{4200}{200} = 0.05$$

utilizando el momento mayor en [Kg.-cm] tenemos:

$$d = \frac{27999}{0.9 \times 100 \times 200 \times 0.05(1 - 0.59 \times 0.05)} = 5.66 \text{ cm}$$

Rige 7.47 cm.

se calculará el acero de refuerzo con la siguiente expresión. Se utilizará acero del número 3 con un diámetro de 0.95 cm los cuales se le restan al peralte calculado y se emplea en el acero negativo.

$$d_{\text{Neg}} = 7.47 - 0.95 = 6.52 \text{ cm.}$$

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.59 \gamma)$$

tenemos:

$$A_s = \frac{27999}{0.9 \times 4200 \times 6.52(1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.17 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{26023}{0.9 \times 4200 \times 6.52(1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.09 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{17557}{0.9 \times 4200 \times 6.52(1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.73 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{14592}{0.9 \times 4200 \times 7.47(1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.53 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{8993}{0.9 \times 4200 \times 7.47(1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.33 \text{ cm}^2$$

como se nos indica que acero de refuerzo mínimo es:

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{f_c}}{f_y} bd$$

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} \times 100 \times 7.47 = 1.76 \text{ cm}^2.$$

Cuando el acero de refuerzo sea menor que el indicado por la expresión anterior se tomará el acero de refuerzo mínimo para la determinación de las varillas y separación de los mismos.

$$\# \text{ de varillas} = \frac{A_s}{a_s}$$

$$\text{var.} = \frac{1.87}{0.71} = 2.63 \cong 3$$

$$\text{Sep} = \frac{100a_s}{A_s} \text{ y como } p_{\min}. \text{ Es igual a } 1.76 \text{ cm}^2 \text{ * tenemos que:}$$

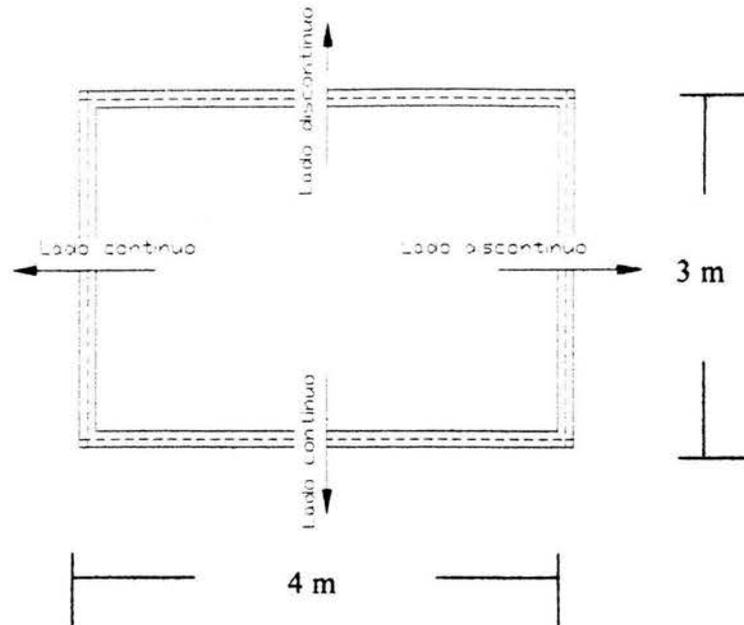
$$\text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.87} = 37.5 \cong 38 \text{ cm. y } \text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.76} = 40.34 \cong 40 \text{ cm.}$$

Se presenta la siguiente tabla con los coeficientes respectivos:

Momento(kg-cm)	A_s (cm ²)	Var. # 3	Sep.(cm)
27999	1.17*	3	40
16023	1.09*	3	40
17557	0.73*	3	40
14592	0.53 *	3	40
8993	0.33*	3	40

$$*A_{s\min.} = 1.76 \text{ cm}^2.$$

2.4.5 De esquina-un lado largo y un lado corto discontinuos-



relación $m = a_1/a_2$, que es igual a $3/4 = 0.75$ e interpolando obtenemos los coeficientes de la tabla 4.1 de NTC. Se presenta la siguiente tabla con los coeficientes respectivos:

De Esquina Dos bordes adyacentes discontinuos	Coeficientes	
	Cc	Cl
Neg. en bordes interiores	445	411.5
Neg. en borde discontinuo	263.5	226
Positivo	237.5	141

Obtención de los Momentos, tomando en cuenta que la carga es última (W_u) y el lado corto (a_1):

$$M = 10^{-4} W_u a_1^2 \times \text{Coeficientes.}$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 445 = 293.17 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 411.5 = 271.10 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 263.5 = 173.59 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 226 = 148.89 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 237.5 = 156.47 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

$$M = 10^{-4} \times 732 \times 3^2 \times 141 = 92.89 [\text{Kg} \cdot \text{m}]$$

Los momentos con sus respectivos coeficientes

De Esquina	Coef.		Momentos [Kg.m.]	
	Cc	Cl	Cc	Cl
Dos lados adyacentes discontinuos				
Neg. en bordes interiores	445	411.5	293.17	271.10
Neg. en borde discontinuo	263.5	226	173.59	148.89
Positivo	237.5	141	156.47	92.89

Revisando el peralte efectivo con la expresión siguiente:

$$d = \sqrt{\frac{M}{F_R b f_c' \gamma (1 - 0.59\gamma)}}$$

$$\gamma = \rho \frac{f_y}{f_c'}$$

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y}$$

entonces tenemos:

$$\rho = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.0024$$

$$\gamma = 0.0024 \frac{4200}{200} = 0.05$$

utilizando el momento mayor en [Kg.-cm] tenemos:

$$d = \sqrt{\frac{29317}{0.9 \times 100 \times 200 \times 0.05 (1 - 0.59 \times 0.05)}} = 5.79 \text{cm}$$

$$\text{rige } 7.47 \text{cm.}$$

se calculará el acero de refuerzo con la siguiente expresión. Se utilizará acero del número 3 con un diámetro de 0.95 cm los cuales se le restan al peralte calculado y se emplea en el acero negativo.

$$d_{\text{Neg}} = 7.47 - 0.95 = 6.52 \text{ cm.}$$

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.59\gamma)$$

tenemos:

$$A_s = \frac{29317}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.23 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{27110}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 1.13 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{17359}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.73 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{14889}{0.9 \times 4200 \times 6.52 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.62 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{15647}{0.9 \times 4200 \times 7.47 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.57 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{9289}{0.9 \times 4200 \times 7.47 (1 - 0.59 \times 0.05)} = 0.34 \text{ cm}^2$$

como se nos indica que acero de refuerzo mínimo es:

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{f_c}}{f_y} bd$$

$$A_s = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} \times 100 \times 7.47 = 1.76 \text{ cm}^2.$$

Cuando el acero de refuerzo sea menor que el indicado por la expresión anterior se tomará el acero de refuerzo mínimo para la determinación de las varillas y separación de los mismos.

$$\# \text{ de varillas} = \frac{A_s}{a_s}$$

$$\text{var.} = \frac{1.87}{0.71} = 2.63 \cong 3$$

$$\text{Sep} = \frac{100a_s}{A_s} \text{ y como } p_{\min}. \text{ Es igual a } 1.76 \text{ cm}^2 * \text{ tenemos que:}$$

$$\text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.87} = 37.5 \cong 38 \text{ cm. y } \text{Sep} = \frac{100 \times 0.71}{1.76} = 40.34 \cong 40 \text{ cm.}$$

Se presenta la siguiente tabla con los coeficientes respectivos:

Momento(kg-cm)	A_s (cm ²)	Var. # 3	Sep.(cm)
29317	1.23*	3	40
27110	1.13*	3	40
17359	0.73*	3	40
14889	0.62 *	3	40
15647	0.57*	3	40
9289	0.34*	3	40

$$*A_{s,\min.} = 1.76 \text{ cm}^2.$$

CÁPITULO III

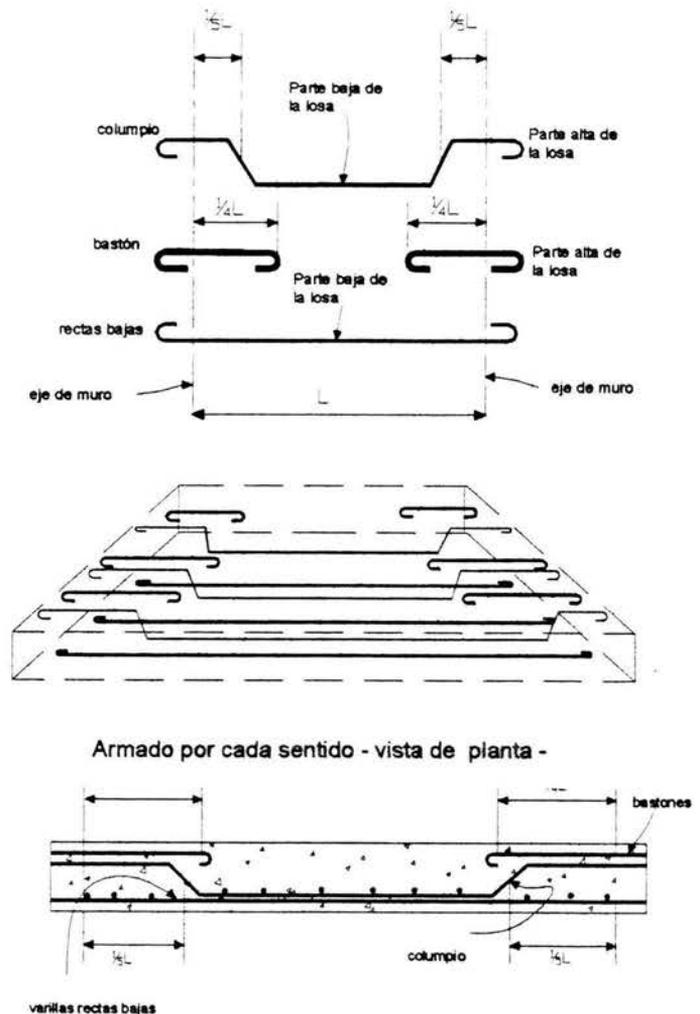
RESULTADOS

3.1 Caso aislado- cuatro lados discontinuos-

Para el doblado y habilitado del acero de refuerzo, es necesario tomar las siguientes consideraciones. Los puntos en los cuales se doblan las varillas son las cuartas partes de los lados de las losa. Hay distintas piezas de armados, las principales son: rectas bajas, varillas que corren en línea recta a todo lo largo de la losa; bastones, piezas cortas que se colocan generalmente de acuerdo con las dimensiones de los cuartos o fajas centrales de las losa; columpios, varillas que se doblan a la quinta parte de la longitud de la losa.

Todas las varillas se deben doblar en sus extremos en forma de gancho para evitar que se deslicen por el interior de la losa una vez que esta ya halla sido colocada y descimbrada.

Caso Aislado					
Dimensiones de losa		Positivo		Bordes Discontinuo	
Largo	Ancho	#Var	Sep.	#Var	Sep.
6	6	4	17	4	17
6	5	4	18	4	18
6	4	4	28	4	28
6	3	3	1	3	31
6	2	3	40	3	40
6	1	3	40	3	40
5	5	4	28	4	28
5	4	3	31	3	31
5	3	3	35	3	35
5	2	3	40	3	40
5	1	3	34	3	34
4	4	3	35	3	35
4	3	3	40	3	40
4	2	3	34	3	34
4	1	3	34	3	34
3	3	3	34	3	34
3	2	3	34	3	34
3	1	3	34	3	34
2	2	3	34	3	34
2	1	3	34	3	34
1	1	3	34	3	34



Las barras largas que se colocan primero son las que parten de los lados cortos de la losa.

3.2 Caso interior-cuatro lados continuos-

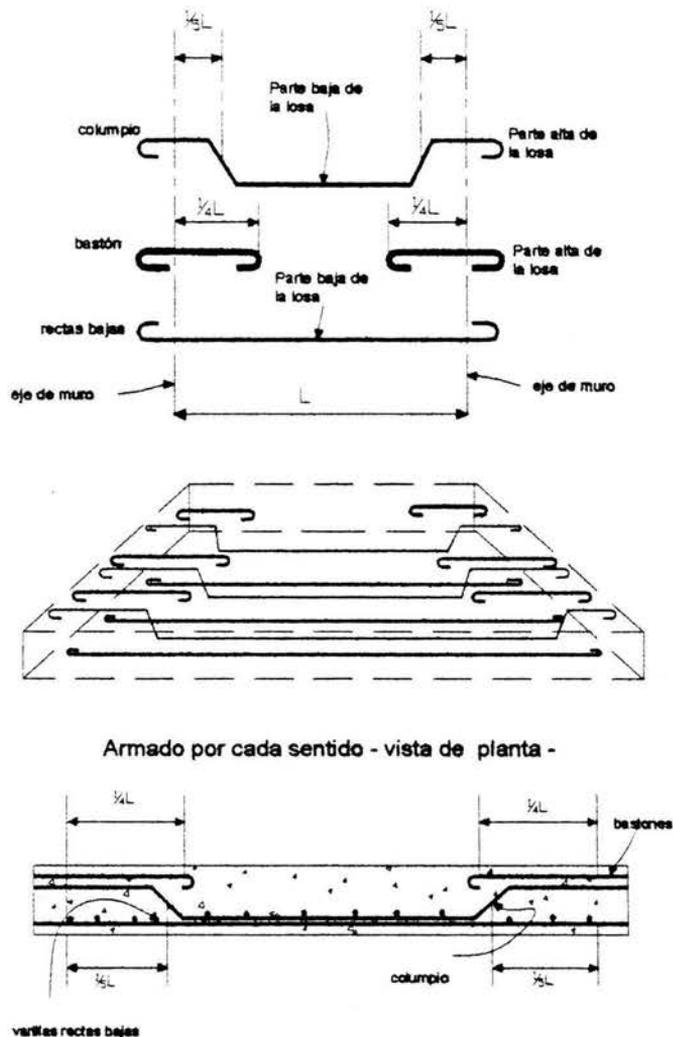
Para el doblado y habilitado del acero de refuerzo, es necesario tomar las siguientes consideraciones.

Los puntos en los cuales se doblan las varillas son las cuartas partes de los lados de las losa.

Hay distintas piezas de armados, las principales son: rectas bajas, varillas que corren en línea recta a todo lo largo de la losa; bastones, piezas cortas que se colocan generalmente de acuerdo con las dimensiones de los cuartos o fajas centrales de las losa; columpios, varillas que se doblan a la quinta parte de la longitud de la losa.

Todas las varillas se deben doblar en sus extremos en forma de gancho para evitar que se deslicen por el interior de la losa una vez que esta ya halla sido colocada y descimbrada.

Caso Interior					
Dimensiones de losa		Positivo		Bordes Interior	
Largo	Ancho	#Var	Sep.	#Var	Sep.
6	6	4	17	4	17
6	5	4	18	4	18
6	4	4	28	4	28
6	3	3	1	3	31
6	2	3	40	3	40
6	1	3	40	3	40
5	5	4	28	4	28
5	4	3	31	3	31
5	3	3	35	3	35
5	2	3	40	3	40
5	1	3	34	3	34
4	4	3	35	3	35
4	3	3	40	3	40
4	2	3	34	3	34
4	1	3	34	3	34
3	3	3	34	3	34
3	2	3	34	3	34
3	1	3	34	3	34
2	2	3	34	3	34
2	1	3	34	3	34
1	1	3	34	3	34



Las barras largas que se colocan primero son las que parten de los lados cortos de la losa.

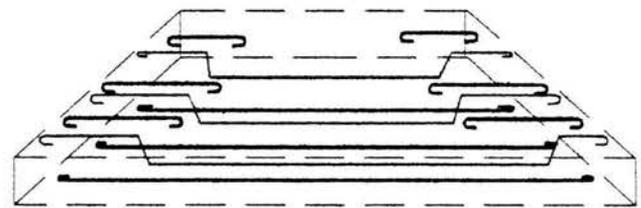
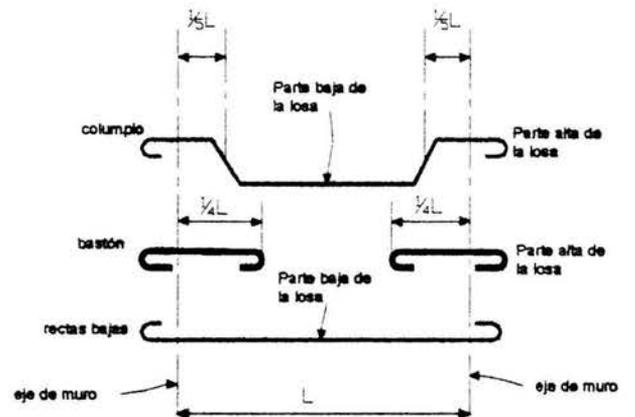
3.3 Caso de borde-un lado corto discontinuo-

Para el doblado y habilitado del acero de refuerzo, es necesario tomar las siguientes consideraciones. Los puntos en los cuales se doblan las varillas son las cuartas partes de los lados de las losa. Hay distintas piezas de armados, las principales son: rectas bajas, varillas que corren en línea recta a todo lo largo de la losa; bastones, piezas cortas que se colocan generalmente de acuerdo con las dimensiones de los cuartos o fajas centrales de las losa; columpios, varillas que se doblan a la quinta parte de la longitud de la losa.

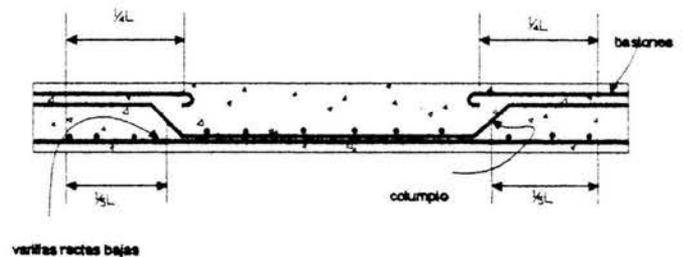
Todas las varillas se deben doblar en sus extremos en forma de gancho para evitar que se deslicen por el interior de la losa una vez que esta ya halla sido colocada y descimbrada.

De Borde-Un lado corto discontinuo-							
Dimensiones de losa		Positivo		Bordes			
				Interior		Discontinuo	
Largo	Ancho	#Var	Sep.	#Var	Sep.	#Var.	Sep
6	6	4	17	4	17	4	17
6	5	4	18	4	18	4	18
6	4	4	28	4	28	4	28
6	3	3	1	3	31	3	31
6	2	3	40	3	40	3	40
6	1	3	40	3	40	3	40
5	5	4	28	4	28	4	28
5	4	3	31	3	31	3	31
5	3	3	35	3	35	3	35
5	2	3	40	3	40	3	40
5	1	3	34	3	34	3	34
4	4	3	35	3	35	3	35
4	3	3	40	3	40	3	40
4	2	3	34	3	34	3	34
4	1	3	34	3	34	3	34
3	3	3	34	3	34	3	34
3	2	3	34	3	34	3	34
3	1	3	34	3	34	3	34
2	2	3	34	3	34	3	34
2	1	3	34	3	34	3	34
1	1	3	34	3	34	3	34

Las barras largas que se colocan primero son las que parten de los lados cortos de la losa.



Armado por cada sentido - vista de planta -



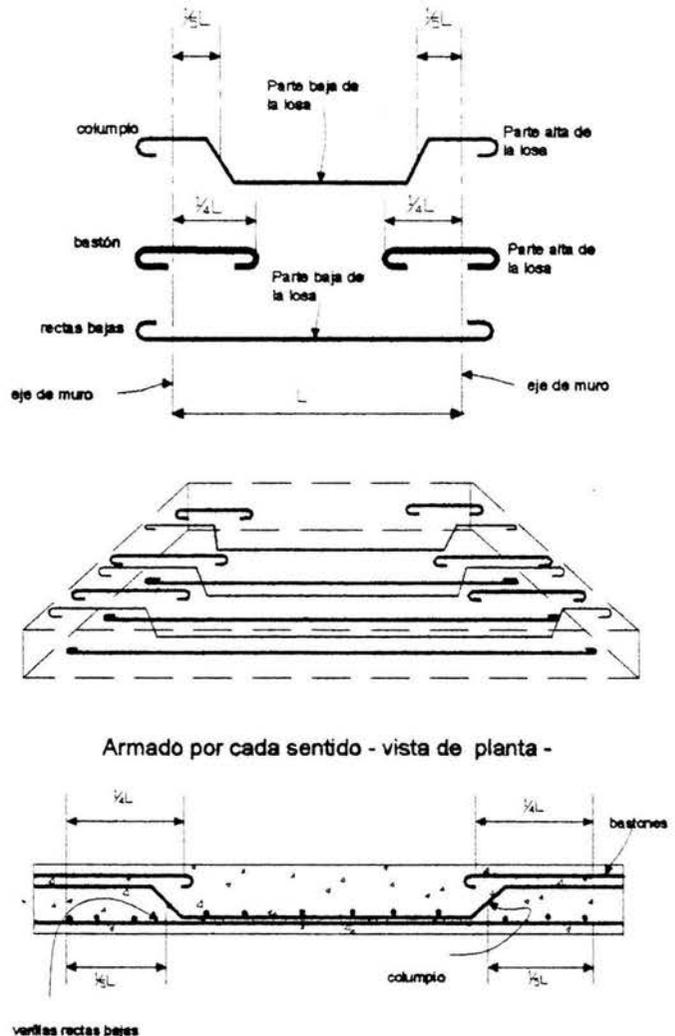
3.4 Caso de borde-un lado largo discontinuo

Para el doblado y habilitado del acero de refuerzo, es necesario tomar las siguientes consideraciones. Los puntos en los cuales se doblan las varillas son las cuartas partes de los lados de las losa. Hay distintas piezas de armados, las principales son: rectas bajas, varillas que corren en línea recta a todo lo largo de la losa; bastones, piezas cortas que se colocan generalmente de acuerdo con las dimensiones de los cuartos o fajas centrales de las losa; columpios, varillas que se doblan a la quinta parte de la longitud de la losa.

Todas las varillas se deben doblar en sus extremos en forma de gancho para evitar que se deslicen por el interior de la losa una vez que esta ya halla sido colocada y descimbrada.

De Borde-Un lado largo discontinuo-							
Dimensiones de losa		Positivo		Bordes			
Largo	Ancho	#Var	Sep.	#Var	Sep.	#Var.	Sep
6	6	4	17	4	17	4	17
6	5	4	18	4	18	4	18
6	4	4	28	4	28	4	28
6	3	3	1	3	31	3	31
6	2	3	40	3	40	3	40
6	1	3	40	3	40	3	40
5	5	4	28	4	28	4	28
5	4	3	31	3	31	3	31
5	3	3	35	3	35	3	35
5	2	3	40	3	40	3	40
5	1	3	34	3	34	3	34
4	4	3	35	3	35	3	35
4	3	3	40	3	40	3	40
4	2	3	34	3	34	3	34
4	1	3	34	3	34	3	34
3	3	3	34	3	34	3	34
3	2	3	34	3	34	3	34
3	1	3	34	3	34	3	34
2	2	3	34	3	34	3	34
2	1	3	34	3	34	3	34
1	1	3	34	3	34	3	34

Las barras largas que se colocan primero son las que parten de los lados cortos de la losa.



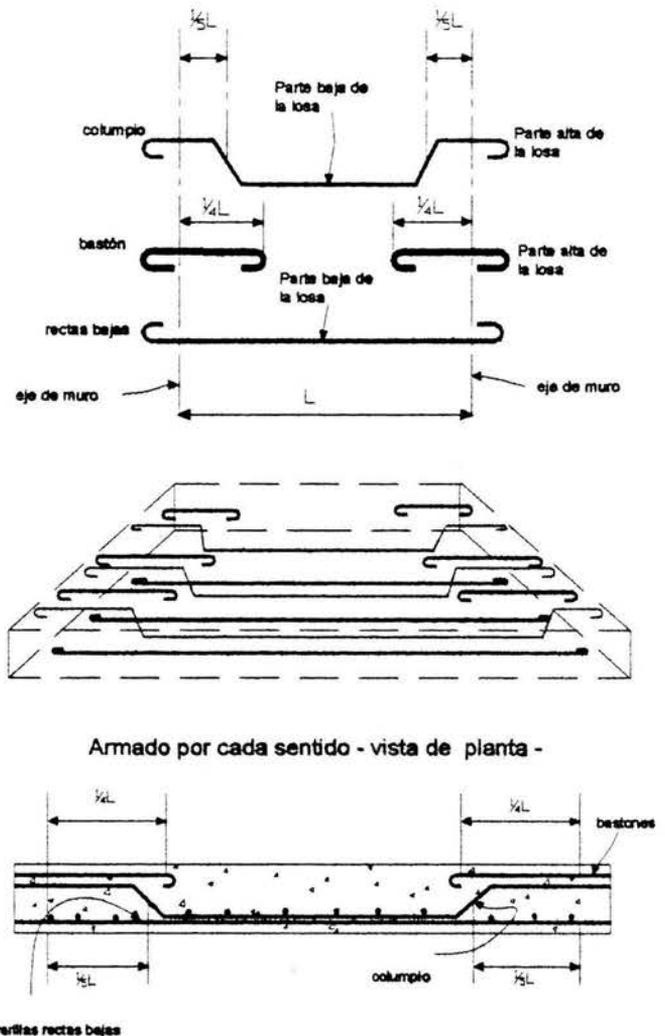
3.5 Caso de esquina- un lado corto y un lado largo discontinuo-

Para el doblado y habilitado del acero de refuerzo, es necesario tomar las siguientes consideraciones. Los puntos en los cuales se doblan las varillas son las cuartas partes de los lados de las losa. Hay distintas piezas de armados, las principales son: rectas bajas, varillas que corren en línea recta a todo lo largo de la losa; bastones, piezas cortas que se colocan generalmente de acuerdo con las dimensiones de los cuartos o fajas centrales de las losa; columpios, varillas que se doblan a la quinta parte de la longitud de la losa.

Todas las varillas se deben doblar en sus extremos en forma de gancho para evitar que se deslicen por el interior de la losa una vez que esta ya halla sido colocada y descimbrada.

Caso de Esquina							
Dimensiones de losa		Positivo		Bordes			
Largo	Ancho	#Var	Sep.	Interior		Discontinuo	
				#Var	Sep.	#Var.	Sep
6	6	4	17	4	17	4	1
6	5	4	18	4	18	4	18
6	4	4	28	4	28	4	28
6	3	3	1	3	31	3	31
6	2	3	40	3	40	3	40
6	1	3	40	3	40	3	40
5	5	4	28	4	28	4	28
5	4	3	31	3	31	3	31
5	3	3	35	3	35	3	35
5	2	3	40	3	40	3	40
5	1	3	34	3	34	3	34
4	4	3	35	3	35	3	35
4	3	3	40	3	40	3	40
4	2	3	34	3	34	3	34
4	1	3	34	3	34	3	34
3	3	3	34	3	34	3	34
3	2	3	34	3	34	3	34
3	1	3	34	3	34	3	34
2	2	3	34	3	34	3	34
2	1	3	34	3	34	3	34
1	1	3	34	3	34	3	34

Las barras largas que se colocan primero son las que parten de los lados cortos de la losa.



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se han determinado las tablas específicas para cada tipo de apoyo, contempladas en las NTC-87. Se obtuvo el número de varillas correspondiente en cada franja por metro de ancho, así como, las separaciones recomendadas en centímetros, para diferentes dimensiones de losas.

Esto se llevó a cabo por el método de las fórmulas de flexión para momentos resistentes, que permitieron ratificar el peralte efectivo, también evitar algún posible error de percepción.

Respecto al área de acero ambos métodos indican sus límites mínimos, que son especificados por el Reglamento, conforme a sus características. En la mayoría de los casos estas limitantes rigieron.

Cabe señalar que las dimensiones encontradas son muy diferentes a las que se aplican en la realidad; mientras que en las losas acostumbradas por los “maestros” albañiles, y no se les toma en cuenta alguna condición, las separaciones de acero por metro están en un margen de 20 centímetros sin diferenciar condición, longitud, espesor y tamaño de la losa; mientras que las propuestas en este documento, exponen distancias variables en separaciones del refuerzo de acero que oscilan de 18 a 44 centímetros, dependiendo esto de sus condiciones de apoyo, dimensiones y cargas consideradas.

Así mismo en el acero de refuerzo se denota una demasía del mismo y que por lo expuesto anteriormente es obvio que existe una mayor cantidad de acero en losas realizadas por albañiles, que las dispuestas aquí. Teniendo como una comparativa que mientras se recomiendan de tres a cuatro varillas por metro conforme a el diseño, en las losas construidas sin alguna consideración se encuentran de cinco a siete varillas por metro.

Lógico esto nos indica que hay acero que no trabaja o es mínimo su colaboración para el que fue dispuesto dentro de la losa, entrando al factor costo; nos queda demostrado que se construyen losas mas caras de lo que realmente se necesita ya que dentro del las estructuras constructivas las encontramos como uno de los elementos mas caros junto con las cimentaciones, esto hace que en la autoconstrucción produzca retrasos prolongados de tiempo, y afecta directamente a la economía.

Pero este es una cosa en particular, si consideramos que en las mayoría de la población no se asesora o recurre a personas calificadas ¿cuántos elementos constructivos que se realizan en la industrial informal de la construcción, se encontrarán en esta problemática de sobre costo y sobreesforzamiento en sus propiedades geométricas y mecánicas?. Esto, no solo es un problema de particulares, es un problema de economía a nivel nacional.

Bibliografía

Phil. M. Ferguson. (1982). Teoría Elemental del Concreto Reforzado. México. CIA. Editorial Continental S.A.

R. Park. (1987) Losas de Concreto Reforzado. México. Noriega Editores Limusa

Vicente Pérez Alamá.(1993) Diseño y Cálculo de Estructuras de Concreto Reforzado. México. Editoriales Trillas.

González Cuevas.(1993) Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado. México. Noriega Editoriales Limusa.

Berenice Ibáñez Brambila(1990) Manual para la Elaboración de Tesis. México. Editorial Trillas.

Carlos Rodríguez R. (1991) Manual de Auto-construcción. México. Alba

IMCYC.(1992). Diseño de Edificaciones de Concreto de Poca Altura. México. Gamo Impresores.

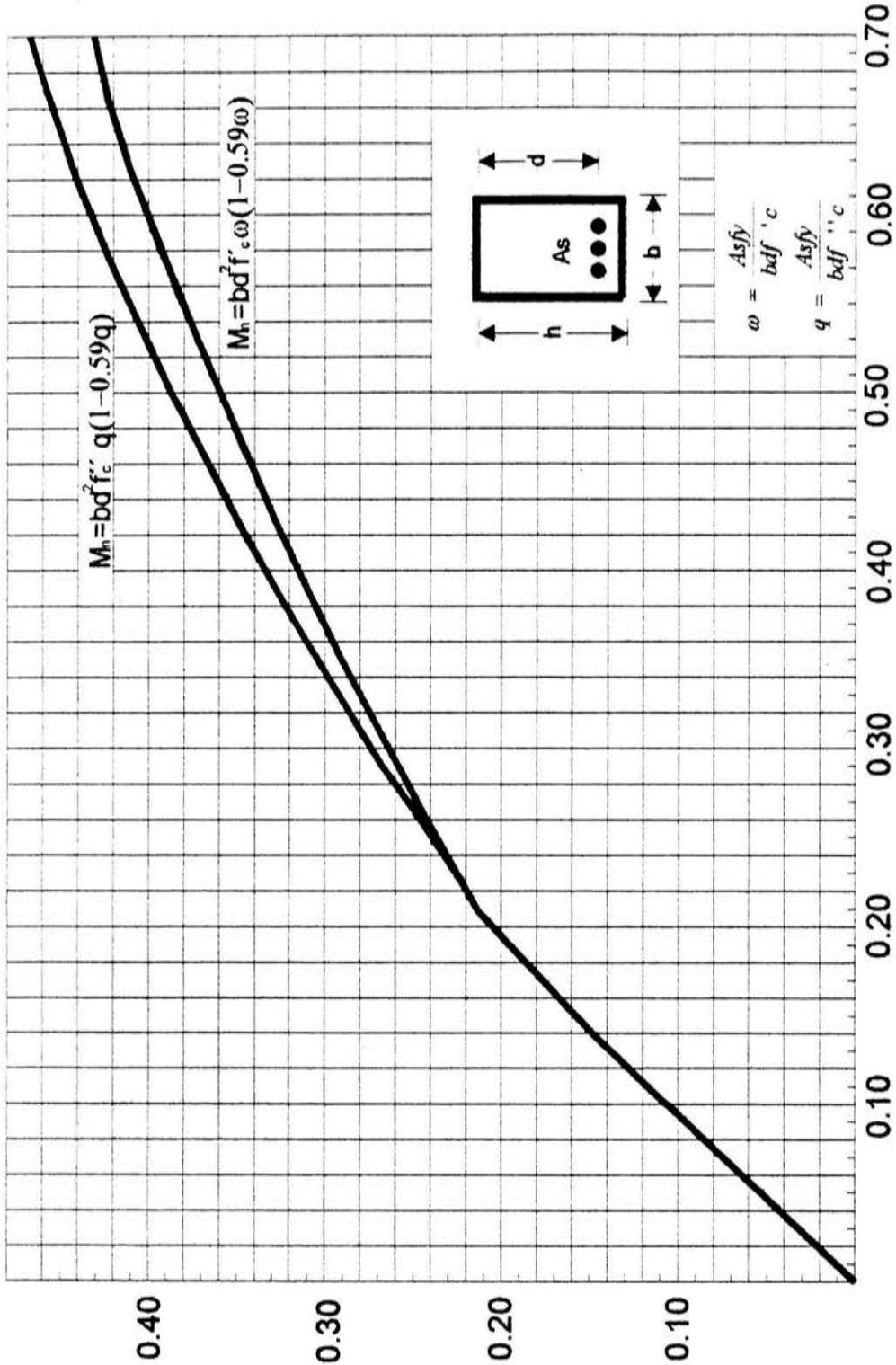
IMCYC.(1991) reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado .(ACI-89) y Complementarios (ACI318R-89).

Instituto de Ingeniería. (1987). Comentarios, Ayudas de Diseño y ejemplos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, DDF. México. UNAM

[www.imcyc.com/manosalaobra/\(7-Oct.-20003\)](http://www.imcyc.com/manosalaobra/(7-Oct.-20003))

ANEXO

Gráfica para diseño por flexión



Momentos resistentes nominales de secciones rectangulares para $\omega \leq \omega_b$, $q \leq q_b$