



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN  
DE AGUA POTABLE UTILIZANDO  
UN ALGORITMO GENÉTICO**

**T E S I S**

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN INGENIERÍA  
(HIDRÁULICA)**

PRESENTA

**MARTÍN RUBÉN JIMÉNEZ MAGAÑA**

**DIRECTOR DE TESIS**

DR. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES



MÉXICO D.F.

AGOSTO DE 2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

01162



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN  
DE AGUA POTABLE UTILIZANDO  
UN ALGORITMO GENÉTICO**

**T E S I S**

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**  
**(HIDRÁULICA)**

PRESENTA  
**MARTÍN RUBÉN JIMÉNEZ MAGAÑA**

**DIRECTOR DE TESIS**  
DR. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES



MÉXICO D.F.

AGOSTO DE 2004

*In memoriam...*



*Sofía Magaña Najera †*

---

## INDICE

Introducción	1
1 Conceptos generales de las redes de distribución de agua potable	4
1.1 Clasificación de las redes de distribución	5
1.1.1 Tipos de redes de abastecimiento según su uso	5
1.1.2 Tipos de redes de abastecimiento según su topología	6
1.1.3 Tipos de redes de abastecimiento según el sistema de alimentación	7
1.2 Elementos que constituyen una red de distribución	8
1.2.1 Tuberías	10
1.2.2 Válvulas	10
1.2.3 Elementos de medida y control	12
1.2.4 Otros elementos a instalar	14
1.3 Ecuaciones fundamentales	15
1.3.1 Ecuación de la energía	15
1.4 Caracterización de las pérdidas en conducciones	17
1.4.1 Pérdidas de carga por fricción	17
1.5 Modelos de análisis	19
1.5.1 Clasificación de los modelos de análisis	19
2 Estado del arte del diseño óptimo de redes de distribución de agua potable	23
2.1 Trabajos antecedentes	24
2.1.1 Sistemas funcionando a gravedad	24
2.1.2 Sistemas con bombeo, gasto fijo	25
2.1.3 Gasto variable	26
2.2 Algunos trabajos realizados en México y América Latina	27
2.2.1 Vázquez	27
2.2.2 Tzatchkov	28
2.2.3 Saldarriaga	30
2.2.4 Carrillo	32
2.2.5 Sanvicente	34
2.2.6 Rosales	36
2.2.7 Pimentel	37

2.3 Comentarios	37
3 Algoritmos genéticos, teoría y fundamentos	40
3.1 Breve reseña histórica	40
3.2 Algoritmos genéticos, teoría y fundamentos	43
3.3 El Algoritmo genético simple	45
3.3.1 Codificación	46
3.3.2 Operador de cruza	46
3.3.3 Operador de mutación	47
3.3.4 Convergencia	48
3.4 El teorema del esquema	48
3.4.1 Plantillas de similitud ("Esquemas")	48
3.4.2 Propiedades de los esquemas	49
3.4.2.1 Orden	49
3.4.2.2 Longitud de definición	49
3.4.3 Selección	50
3.4.4 Cruza	51
3.4.5 Mutación	53
3.4.6 Comentarios	54
3.5 Exploración y explotación	55
3.6 Epístasis, un problema con la interacción entre los genes	56
3.7 Ejemplo, una función algebraica	58
4 Implantación del algoritmo genético simple para el diseño óptimo de redes de distribución de agua potable	64
4.1 Codificación	64
4.2 Generación de la población inicial	66
4.3 Evaluación de la aptitud de cada uno de los individuos de la población	67
4.4 Selección proporcional	69
4.5 Cruza	71

4.6 Mutación	72
4.7 Ejemplos de aplicación	73
4.7.1 Red 1	74
4.7.2 Red 2	77
4.7.3 Red 3	80
4.7.4 Red 4	85
5 Conclusiones y futuras líneas de trabajo	90
Agradecimientos	92
Bibliografía	97
Anexo A	
Anexo B	

*Nunca consideres el estudio como una obligación,  
sino como una oportunidad para penetrar  
en el bello y maravilloso mundo del saber.  
Albert Einstein*

# | Introducción

Una red de distribución de agua potable es un sistema compuesto por tanques, tubos, bombas y válvulas de diferentes tipos, conectados entre sí con el objeto de llevar este recurso hasta los usuarios finales. Es un componente vital de la infraestructura urbana y requiere de una inversión económica significativa.

El diseño óptimo de redes de distribución tiene varios aspectos relevantes de tipo hidráulico, rentabilidad, disponibilidad de tuberías, calidad del agua y distribución de la demanda. Aunque cada uno de estos factores tiene su importancia en la planeación, diseño y operación del sistema, y a pesar de su dependencia inherente, es difícil llevar a cabo un análisis integral que contenga todos ellos.

El presente trabajo versa sobre la determinación de los diámetros óptimos de las tuberías de una red de distribución con un trazo predeterminado, de modo que cumpla con la presión y la demanda requerida en cada nodo; y, que además la red sea la más barata posible.

En el mundo se han construido sistemas de distribución de agua desde hace mucho tiempo y los usuarios finales esperan que al abrir la llave, el agua fluirá en la cantidad y presión adecuadas. Sin embargo, ninguno puede decir con certeza que la red de distribución existente corresponde al sistema más económico mediante el cual se puede realizar el 100% del suministro a los usuarios.

Con el desarrollo de las computadoras digitales de alta velocidad, y las técnicas de optimización en los años 50, parecía sólo cuestión de tiempo el que los ingenieros, con algunos datos importantes suministrados a la



computadora, determinaran la red de tuberías óptima (*óptimo, en el presente trabajo, se refiere a la minimización de los costos de inversión de la red de distribución*). En los años 80, el problema del diseño óptimo de las redes de distribución aún no estaba completamente resuelto. Y no es que los investigadores no hayan trabajado arduamente para resolver el problema. Docenas de artículos, presentando "soluciones" al problema de la optimización de redes, han sido desarrollados. Sin embargo aún prevalecen reglas de prueba y error como las herramientas primarias para los ingenieros proyectistas que trabajan en el diseño de redes de distribución de agua potable.

En los años 80, los programas de optimización de redes de distribución se encontraban en una posición similar a la que se encontraban en los años 60 los programas de simulación de flujo permanente. La cuestión matemática del problema ha sido tratada con cierta amplitud en artículos técnicos, y se han escrito algunos programas de cómputo para aplicarse a conducciones reales. Pero, la optimización de redes de distribución no se considera una herramienta estándar en la ingeniería y el uso de programas realmente amigables, apenas empieza.

Recientes investigaciones sobre modelos de distribución de agua se han enfocado en técnicas tales como: enumeración, es decir la evaluación de todas las posibles soluciones. Se ha probado que el método de enumeración es extremadamente caro y es una técnica que consume mucho tiempo de cálculo, salvo en los casos más sencillos. La enumeración selectiva toma menos tiempo; sin embargo, como el proceso de selección está basado en la experiencia del diseñador, no se garantiza llegar al óptimo global.

Uno de los métodos más prometedores que surgió en las investigaciones de la optimización de sistemas de distribución de agua ha sido la aplicación de los algoritmos genéticos. Estos algoritmos son procedimientos de búsqueda basados en la teoría de la selección natural y los mecanismos de población genética, y su eficiencia de búsqueda en espacios de solución complicados ha sido probada satisfactoriamente.

El presente trabajo tiene por objetivo el uso de un algoritmo genético, en un programa de cómputo que sea útil a los diseñadores y, en general a los técnicos que se dediquen al trabajo con las redes de distribución, pues si bien será un programa que en inicio funcionará sólo para el diseño, mediante algunas pequeñas modificaciones se podrá extender a la rehabilitación y calibración de extensas redes de distribución para mejorar su funcionamiento, así como también, podrá ser empleado, por ejemplo, en la detección de fugas en redes, que es, hasta el momento, un problema no completamente resuelto.

En el primer capítulo de este trabajo se hace una breve descripción de las redes de distribución de agua. Se mencionan los tipos de redes, los elementos más comunes que las componen, se hace referencia a las ecuaciones fundamentales que rigen el flujo de agua a presión. Se presentan varios modelos numéricos para la simulación del flujo en conductos a presión.

En el capítulo dos se describen algunos de los trabajos que se han realizado a lo largo de los años en el campo de la optimización de las redes de distribución. Se hace mención al trabajo de Camp (1939), que se considera uno de los primeros trabajos formales sobre el diseño óptimo de redes de distribución. Se menciona también el trabajo de Alperovits y Shamir, publicado en 1977 y que a la fecha sigue siendo uno de los artículos más citados en el área de la investigación sobre el diseño óptimo. También se presentan mejoras que el mismo Shamir ha realizado a su primer trabajo. Se incluyen, además de varios otros trabajos realizados en todo el mundo, cinco desarrollados en México. Uno de ellos, es una simplificación y modificación del método de Hardy Cross para que éste pueda ser empleado como método de diseño y no como un método de revisión. Otro criterio utiliza la regla de oro de Fibonacci para delimitar el espacio de búsqueda en cada iteración. Dos más, son métodos cuya característica principal es el análisis hidráulico consecutivo direccionado; y otro hace uso del algoritmo de recocido simulado.

En el capítulo tres se presenta una breve introducción sobre los algoritmos genéticos, cuáles son los operadores principales de esta técnica que se considera dentro del campo de la computación evolutiva, la teoría de los "esquemas", que es el fundamento matemático de los algoritmos genéticos y finalmente, se hace una comparación entre los algoritmos genéticos y algunas otras técnicas de optimización existentes como son: escalando la colina, descenso escalonado, recocido simulado, técnicas de gradiente, programación lineal y programación dinámica.

El capítulo cuatro versa sobre la implantación del algoritmo genético al problema del diseño óptimo de redes de distribución de agua potable, y se aplica a cuatro redes que se han presentado en la literatura, con el fin de comparar la eficiencia del método propuesto.

Por último, en el capítulo cinco se presentan las conclusiones, la discusión sobre los resultados y los temas en los cuales es posible aplicar la técnica de optimización de los algoritmos genéticos para resolver otros problemas de las redes de distribución que son difíciles de plantear y resolver con las técnicas convencionales.

*Aunque el ingenio humano puede lograr infinidad de inventos,  
nunca ideará ninguno mejor,  
más sencillo y directo que los que hace la naturaleza,  
ya que en sus inventos no falta nada y nada es superfluo.  
Leonardo Da Vinci*

# I

## **Conceptos generales de las redes de distribución de agua potable**

Se denomina red de distribución al conjunto de elementos encargados del transporte del agua desde los puntos de extracción o almacenamiento hasta los puntos de consumo: viviendas, comercios, industrias, sistemas de riego, sistemas contra incendio, etc.

Básicamente, la red está constituida por tuberías y elementos especiales: válvulas, accesorios, tomas contra incendio, elementos de unión, elementos de medición, etc. Las tuberías deben ser seleccionadas adecuadamente para suministrar los gastos demandados, para lo cual es necesario mantener en la red una presión entre una mínima y una máxima aceptables con el menor costo de adquisición posible. El resto de componentes del sistema de distribución (depósitos, estaciones de bombeo, tanques de regulación, etc.) condicionarán su diseño, por lo que no se puede tratar la red como un elemento aislado.

## 1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS REDES DE DISTRIBUCIÓN

### 1.1.1 Tipos de redes de abastecimiento según su uso

Según el uso al que vaya destinada el agua suministrada, las redes de abastecimiento pueden ser:

- ❖ Redes generales de suministro de agua en zonas urbanas: en estos casos es la misma red la encargada del suministro doméstico, industrial, riego, limpieza de calles, extinción de incendios, etc.
- ❖ Redes de abastecimiento para zonas residenciales (o de viviendas), donde puede llegar a existir una red para el agua potable y otra para el resto de usos y servicios del agua.
- ❖ Redes de servicio en parques industriales.
- ❖ Redes exclusivas de riego: cultivos y jardines.
- ❖ Redes para uso exclusivo en la extinción de incendios.

En las ciudades de nuestro país es frecuente encontrar una red única encargada de cubrir la totalidad de las necesidades. No obstante, existen algunos casos aislados, tales como redes de agua tratadas, para el riego de zonas verdes, que son independientes de la red de abastecimiento de agua potable, lo que permite aprovechar otras fuentes de suministro de inferior calidad de agua a las requeridas para el consumo humano y racionalizar la gestión de los recursos hídricos, en ocasiones tan escasos. La inversión necesaria para construir redes separadas hace que éstas no sean la mayoría. La implantación de estas redes separadas, normalmente va asociada a la presencia de fuentes alternativas de abastecimiento y en general de calidades diferentes.

No es habitual en México la existencia de redes para la extinción de incendios independientes de la red general. Las tomas contra incendio están conectadas a la red general y por ella deben circular los gastos necesarios para la extinción de incendios. Muchas de las redes de abastecimiento no pueden suministrar el gasto contra incendios demandado ya que las redes generales no suelen estar dimensionadas para ello. Asimismo, en pequeñas poblaciones, no suele disponerse de una reserva en depósitos suficiente para garantizar el gasto contra incendios durante un tiempo mínimo. Por eso, las redes contra incendios en industrias o en grandes centros comerciales, que deben ser independientes de las redes destinadas a otros usos, deben contar con depósitos de almacenamiento y equipos de bombeo propios. Las redes de uso exclusivo para extinción de incendios son frecuentes en algunos países por la seguridad que presentan. Asimismo, el agua para extinción de incendios presenta la ventaja de que no requiere potabilización, lo que permite utilizar fuentes de suministro alternativo.

### 1.1.2 Tipos de redes de abastecimiento según su topología

Según la manera en como están conectadas las tuberías entre sí, se pueden distinguir los siguientes tipos de redes:

- ❖ Abiertas
- ❖ Cerradas
- ❖ Mixtas

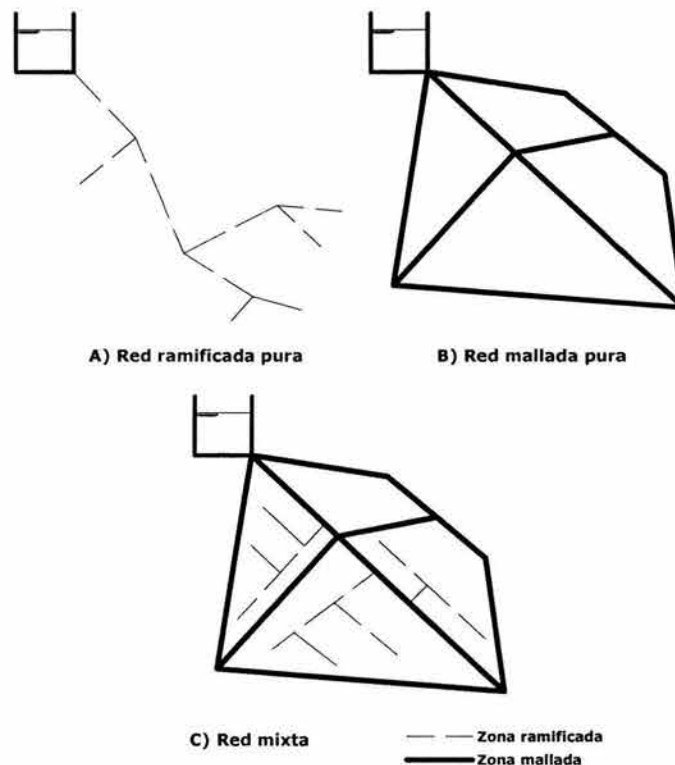
Desde el punto de vista topológico, una red abierta o ramificada es aquella que se compone de tuberías que se ramifican sin formar circuitos. Tiene una línea de alimentación principal que suministra el agua a todos los ramales que de ella se derivan.

En las redes cerradas o malladas, todas las tuberías están interconectadas y al menos forman un circuito. No necesariamente se tiene una línea de alimentación principal.

Las redes mixtas o combinadas son aquellas que tienen una parte cerrada y otra ramificada. (Figura 1.1).

En los sistemas ramificados el agua sólo puede seguir un camino para llegar a cada uno de los nodos del sistema, mientras que en las redes cerradas las posibilidades son múltiples: como mínimo es posible al menos seguir dos caminos diferentes. Ello se traduce en una mayor seguridad en el suministro, pues en caso de corte en una conducción, existen caminos alternativos para la alimentación de los nodos de la red que hayan quedado sin abastecimiento.

Esta es la principal razón por la que se utilizan redes cerradas en los sistemas de abastecimiento, sobre todo en las conducciones principales que abastecen a un gran número de usuarios. En otro tipo de redes, tales como las redes de riego, las redes de suministro interior en viviendas o las redes de servicio industrial, el valor de la garantía de suministro es menor y por ello con frecuencia suelen ser abiertas.



**Figura 1.1** Tipos de redes según la topología

En las redes cerradas, no sólo las líneas que “cierran” los circuitos son las que incrementan el costo de la red. Si partiendo de una red dimensionada como abierta, se desea crear circuitos, será necesario unir los extremos de las ramificaciones. No obstante esta red no cumplirá satisfactoriamente los requisitos de uso de una red cerrada ya que los caminos alternativos que se forman para el caso del corte de una conducción estarán subdimensionados. El diseño de la red abierta supone un gasto de diseño por línea que sólo contempla los consumos situados aguas abajo. En caso de avería los gastos deberán ser mayores, las pérdidas aumentarán y las presiones disminuirán. Esto supone la necesidad de dimensionar la red globalmente con diámetros mayores que los necesarios si fuese abierta, por lo que el costo de implantación es mayor.

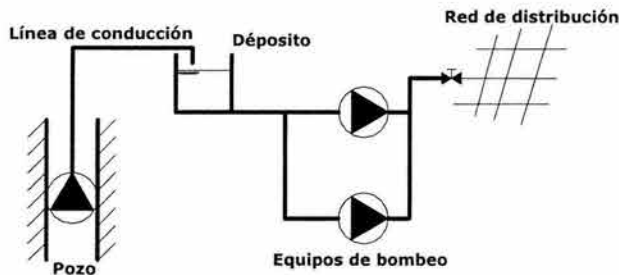
### 1.1.3 Tipos de redes de abastecimiento según el sistema de alimentación

Uno de los elementos más característicos de una red de distribución es la forma que adopta el sistema de alimentación. Así, de forma general las redes de abastecimiento pueden alimentarse desde:

- ❖ Depósitos a presión atmosférica, elevados o semienterrados

- ❖ Inyección directa a red mediante equipos de bombeo, Figura 1.2.

Además de las dos formas de abastecimientos descritas, pueden existir dentro de la red de distribución otros depósitos, estaciones de bombeo o rebombeo; ellas podrían regular y establecer un determinado funcionamiento del sistema.



**Figura 1.2** Inyección directa a la red

## 1.2 ELEMENTOS QUE CONSTITUYEN UNA RED DE DISTRIBUCION

Una parte importante de la red de distribución son los elementos físicos que constituyen la misma. Dichos elementos pueden clasificarse en dos grandes bloques, definidos por el tipo de instalación a la que pertenecen: instalaciones de producción e instalaciones de distribución, Figura 1.3.

Se consideran parte de las instalaciones de producción a todos los elementos relacionados con:

- ❖ La captación de agua (pozos, obras de toma, etc.).
- ❖ Las instalaciones de potabilización y los depósitos de regulación de las propias plantas de tratamiento.
- ❖ Las plantas de tratamiento.
- ❖ Los depósitos de regulación existentes al inicio de la red.
- ❖ Los sistemas de bombeo.

Por el contrario, forman parte de las instalaciones del sistema de distribución los elementos relacionados con:

- ❖ La red primaria de abastecimiento.
- ❖ La red de distribución con todos los elementos instalados en la misma.
- ❖ Los depósitos ubicados dentro de la red de distribución.
- ❖ Las estaciones de bombeo de la red de distribución.

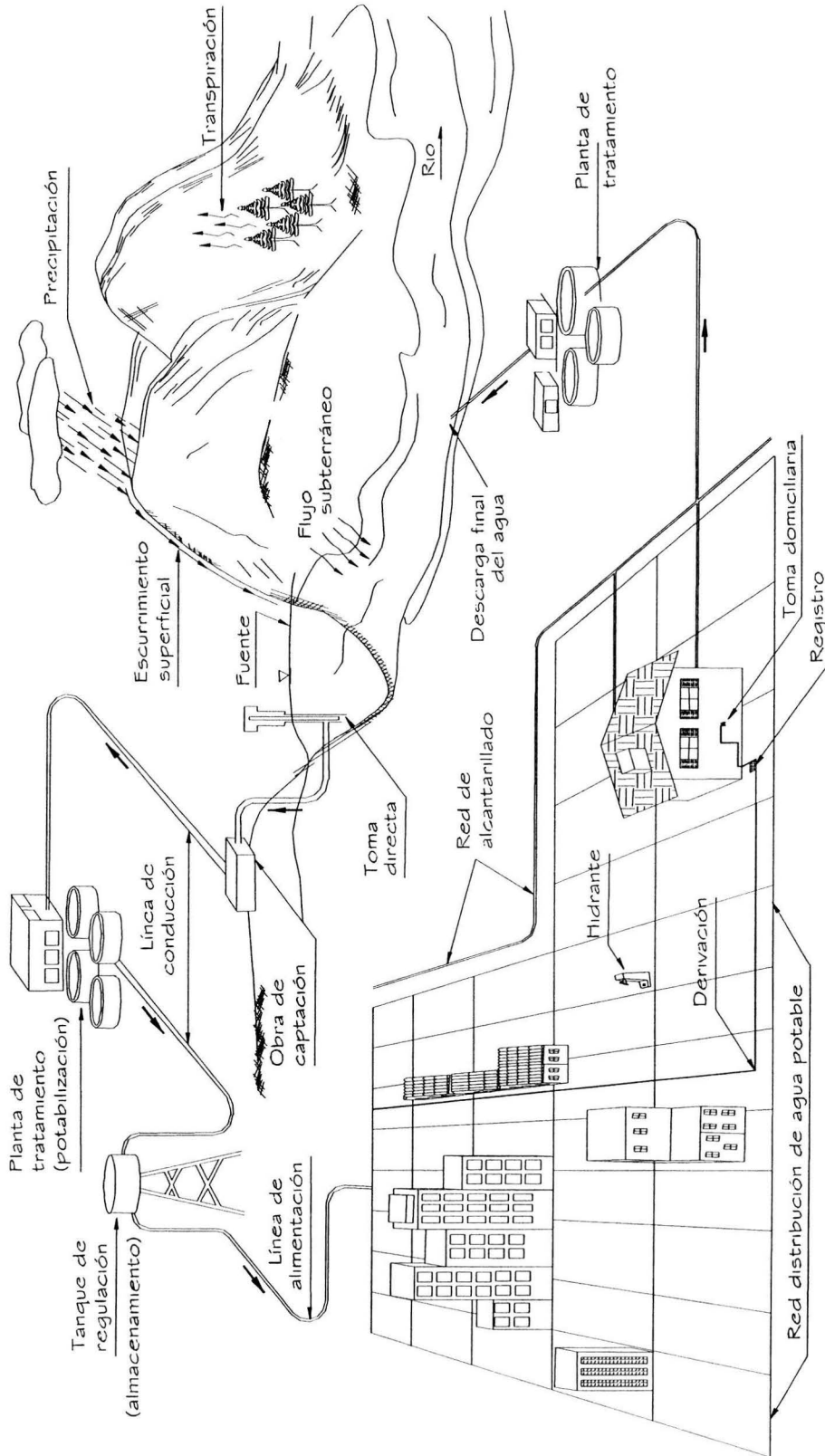


Figura 1.3 Esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable



### **1.2.1 Tuberías**

Sin duda, las tuberías constituyen los elementos principales de una red de distribución. El primer aspecto que es necesario definir de las tuberías de un sistema de abastecimiento son los tipos de conducciones que pueden encontrarse en él:

- ❖ Líneas de conducción: Son las encargadas del transporte de agua desde las fuentes de suministro hasta las plantas de tratamiento y hasta los depósitos de regulación o estaciones de bombeo en el caso de inyección directa.
- ❖ Red primaria: Son las tuberías de mayor diámetro, en la mayoría de los sistemas puede considerarse como diámetro mínimo de la red primaria: 4 pulgadas. Mediante esta red se alimenta a los conductos secundarios. En ellas no se deben realizar tomas directas para los usuarios.
- ❖ Red secundaria: De menor rango que las anteriores, en ellas se realizan la mayoría de las tomas hacia el usuario final.
- ❖ Toma domiciliaria: Conjunto de tuberías, válvulas, y accesorios que enlazan la red pública con las instalaciones interiores de los edificios, junto al muro de la fachada. Generalmente no se consideran parte de la red de distribución, pues se localizan conectadas a la red secundaria, pero sí forman parte del sistema de abastecimiento.

La anterior clasificación es subjetiva, ya que dependiendo del tamaño de la red, algunos tipos de conducción llegan a confundirse. Así, en redes pequeñas, se reducen a redes primarias y tomas domiciliarias, ya que desde la red primaria se realizan las tomas hacia el usuario.

Los materiales más utilizados son el hierro fundido, el polietileno, el PVC, el fibrocemento, el poliéster reforzado con fibra de vidrio y el acero. El asbesto ya está en desuso.

Cada material cuenta con varios sistemas de unión y con una amplia gama de elementos accesorios (reducciones, ampliaciones, codos, etc.). Asimismo, existe una gran variedad de piezas capaces de realizar la transición entre dos materiales diferentes o entre los diferentes materiales y los diversos elementos a instalar (válvulas, hidrantes, etc.).

### **1.2.2 Válvulas**

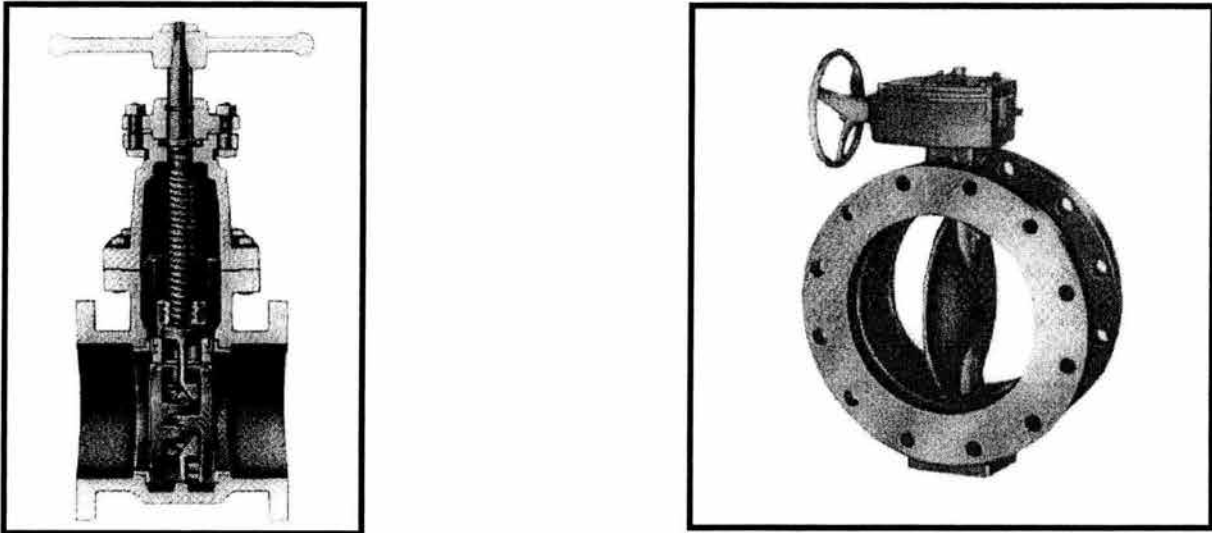
Las válvulas están presentes en un gran número en una red de distribución, realizando diversas funciones. La mayoría de ellas se utilizan como

elementos que permiten aislar tramos de la red de distribución para realizar operaciones de mantenimiento o sustituir los tramos dañados:

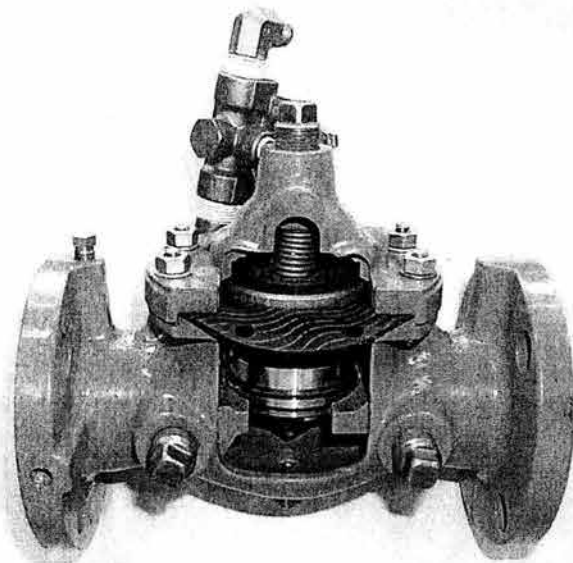
- ❖ Válvulas de seccionamiento: Son las que se utilizan para dividir la red en sectores, de forma que en un momento dado cualquiera de ellos pueda quedar fuera de servicio. Estas válvulas se colocan de tal manera que una avería en una conducción no implique el cierre de conducciones de diámetro mayor. (Figura 1.4).
- ❖ Válvulas de control: Principalmente, se utilizan para regular el gasto o la presión. (Figura 1.5).
- ❖ Válvulas de retención: Son aquellas que permiten el paso del agua en un solo sentido. Pueden disponer de regulación que amortigüe el cierre para que éste no sea brusco. Asimismo pueden estar equipadas con circuito "by-pass" que permita, siempre que se requiera, hacer circular el agua en sentido contrario al normal.
- ❖ Válvulas de regulación: Son válvulas automáticas de tipo hidráulico y funcionan como reductora de presión, sostenedora de presión, limitadora de caudal, etc. Se recomienda instalarlas con tomas fijas a ambos lados para insertar en ellas manómetros comprobadores de presión y se coloca, siempre que sea posible, un by-pass con su correspondiente juego de válvulas que permita aislarla de la red.
- ❖ Válvulas de admisión-expulsión: Son dispositivos automáticos que se instalan en los puntos altos y bajos, o en cambios de pendiente de las tuberías con el fin de facilitar la entrada o salida de aire al vaciar o llenar, respectivamente.
- ❖ Válvulas de protección: Son válvulas automáticas que se instalan en las conducciones y estaciones de bombeo como elementos de protección, generalmente contra transitorios como el golpe de ariete. Dentro de las más importantes pueden citarse las válvulas de alivio, que se instalan en derivación con descarga a la atmósfera para limitar los picos de presión que pudieran producirse durante un transitorio, y las válvulas de sobre velocidad, que cierran el paso de agua en el caso de que el consumo sea excesivo debido a una fuga muy importante o una rotura en la conducción, aguas abajo de su ubicación, evitando que se vacíen los depósitos de la red y que se produzcan vertidos a la vía pública.
- ❖ Válvulas de control de depósitos: Se utilizan para controlar el nivel de los depósitos existentes, tanto desde la entrada (control de llenado) como desde la salida (control de vaciado). Cuando la entrada y salida del agua se realiza por el mismo lugar, es posible utilizar una sola válvula.

### 1.2.3 Elementos de medida y control

Su finalidad es proporcionar un conocimiento de las principales variables físicas que nos indiquen el estado de la red. Aunque su utilización es siempre recomendable y en algunos casos resulta imprescindible (sobre todo en



**Figura 1.4** Válvulas de compuerta y mariposa



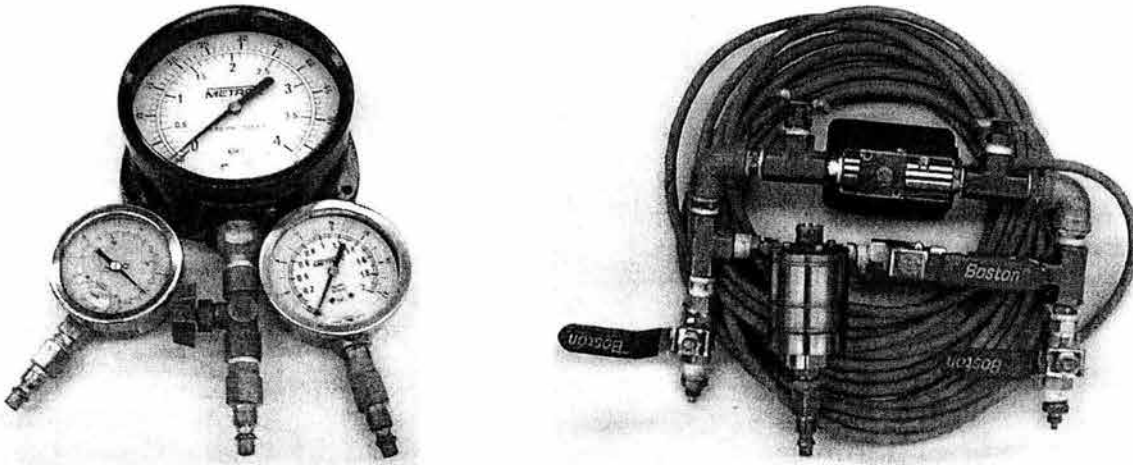
**Figura 1.5** Válvula reductora de presión

sistemas complejos y de grandes dimensiones), en la práctica su uso se ha limitado por cuestiones económicas.

Además de las variables que podríamos denominar hidráulicas (presión, nivel y caudal) existen una serie de variables adicionales que es preciso conocer, como son, por ejemplo, posición de válvulas, estado de bombas y velocidad de giro de las mismas. Asimismo, es necesario disponer de datos de variables de tipo eléctrico, tales como potencia, tensión, energía consumida, etc.

Los principales tipos de medidores que pueden encontrarse en una red de abastecimiento de agua son:

- ❖ Medidores de presión: Se utilizan manómetros metálicos (tipo Bourdon), manómetros diferenciales, y transductores de presión, tanto diferenciales como absolutos o manométricos. En este último caso la información puede ser leída directamente, almacenada en soporte magnético mediante registradores digitales, enviada a un centro de control de red para su almacenamiento y tratamiento o registrada en bandas de papel. (Figura 1.6).
- ❖ Medidores de nivel de carga: Las señales analógicas de nivel se obtienen generalmente de transductores de presión. Se utilizan también sondas ultrasónicas, que miden la distancia desde las mismas a la superficie libre del agua, calculando el tiempo que tarda el sonido en recorrer la distancia sonda-superficie libre-sonda.
- ❖ Medidores de caudal/volumen: Existen muchos tipos de medidores que permiten determinar tanto el caudal como el volumen circulante por una conducción. Podemos distinguir entre los que se basan en la medida de la velocidad del fluido (electromagnéticos, ultrasónicos), transformando estas señales en caudal instantáneo, e integrándolas para obtener volúmenes acumulados, de manera que es posible determinar el caudal medio dividiendo dicho volumen por el tiempo transcurrido para su consumo. O los basados en principios físicos, como la placa de orificio o el mismo efecto Venturi (Figura 1.7).
- ❖ Medidores de cloro: Se utilizan para determinar en continuo la concentración de cloro en diferentes puntos de la red o en depósitos. Es necesario realizar una calibración y limpieza de los mismos cada cierto tiempo.



**Figura 1.6** Manómetros tipo Bourdon y celdas de presión



**Figura 1.7** Medidores de gasto, mecánicos y ultrasónico

#### 1.2.4 Otros elementos a instalar

- ❖ Bocas de riego: Se instalan enterradas y pueden abastecerse directamente de la red de distribución o desde una conducción común para varias de ellas.
- ❖ Hidrantes: Los hidrantes de incendio, instalados en la vía pública o en edificios, son tomas de salida de agua normalizadas previstas para el uso de bomberos. Se conectan a la red mediante una conducción individual para cada boca, provista de una llave de paso. Se utilizan para abastecer a los grupos de presión de que disponen los bomberos, no para la conexión directa de mangueras para la extinción de incendios. Es por ello que durante su funcionamiento no es necesaria una alta presión en la toma, sino sólo la necesaria para suministrar el caudal adecuado, venciendo las pérdidas de carga en la manguera y el

pequeño desnivel entre el hidrante y la boca de carga del depósito de aspiración de los grupos hidropresores.

## 1.3 ECUACIONES FUNDAMENTALES

### 1.3.1 Ecuación de la energía

La ecuación fundamental para establecer el comportamiento de un sistema de abastecimiento de agua para flujo permanente (constante en el tiempo) es la ecuación de la energía. Se trata de la relación que se establece en términos de la energía específica del fluido. Dicha energía específica se representa como energía por unidad de peso en metros de columna del fluido que se está analizando. Así, en ausencia de aportes de energía, el fluido se desplaza desde posiciones con mayor energía específica hacia posiciones con menor nivel de energía.

Admitiendo que el fluido es incompresible, la energía específica puede expresarse como:

$$H_T = z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \quad (1.1)$$

donde

$z$  la cota geométrica del elemento fluido y representa la energía potencial que posee él mismo por el hecho de tener una cierta elevación sobre el nivel de referencia establecido. Se le denomina carga de posición.

$P/\rho g$  denominada altura o carga de presión del fluido. Se trata de la representación de la energía en forma elástica que posee el fluido, por el hecho de estar confinado a una determinada presión. Habitualmente se considera el valor de la presión manométrica, adoptando como referencia de presión nula, la presión atmosférica. La suma correspondiente a la cota geométrica y a la altura de presión es lo que se denomina la altura piezométrica  $H$ ; es decir:  $H = z + P/\rho g$

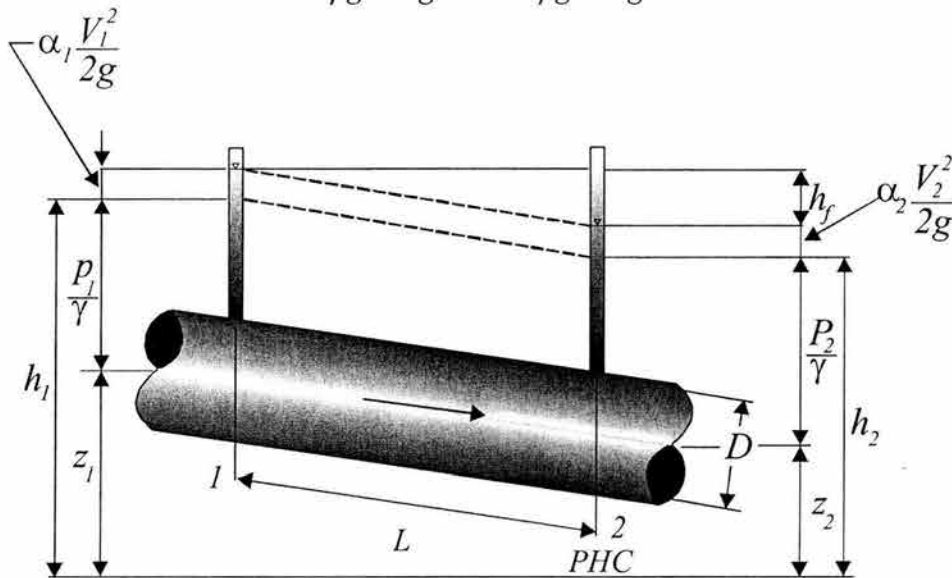
$v^2/2g$  energía cinética o carga de velocidad, correspondiente a la energía cinética específica del fluido en movimiento. El término de altura cinética suele ser pequeño, por lo que la altura piezométrica podría representar la totalidad de la energía disponible en el fluido

$\rho$  densidad del agua:  $101.93 \text{ kg/m}^3$

$g$  aceleración de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$

La ecuación de la energía establece la relación entre la energía disponible entre dos puntos de una misma línea de corriente. No obstante, puede generalizarse dicha afirmación, para los casos más frecuentes en redes de abastecimiento, a fin de hacerla extensiva a dos secciones cualesquiera 1 y 2 de una conducción, Figura 1.8. La ecuación de la energía se escribe entonces:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{12} \quad (1.2)$$



**Figura 1.8** Planteamiento de la ecuación de la energía entre dos secciones de tubería

donde  $h_{12}$  toma un valor positivo cuando representa una pérdida (si el fluido se desplaza desde el punto 1 al 2), y un valor negativo cuando resulta un aporte de energía.

Cuando el término  $h_{12}$  de la ecuación 1.2 se refiere a pérdidas de energía, éstas pueden ser de dos tipos:

- ❖ Pérdidas de carga continuas o pérdidas de fricción ( $h_f$ ). Representan las pérdidas derivadas del rozamiento viscoso de las diferentes capas del fluido entre sí y sobre todo por la fricción entre el fluido y la pared interior del conducto.
- ❖ Pérdidas localizadas ( $h_m$ ). Se trata de las pérdidas que se originan en discontinuidades localizadas en la conducción tales como estrechamientos, cambios de dirección, válvulas, etc., ellas se

presentan en un tramo de las tuberías donde se ubique la discontinuidad. En general el calificativo de “pérdidas menores” representa el hecho habitual de que en redes de distribución el valor de las pérdidas localizadas son claramente inferiores a las pérdidas de carga continuas.

Teniendo en cuenta los dos tipos de pérdidas definidos, la ecuación de la energía puede escribirse como:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{f12} + h_{m12} \quad (1.3)$$

Asimismo, si se tiene en cuenta la energía aportada por la bomba, representada mediante la altura manométrica  $H_{bomba}$ , la ecuación de la energía se escribe:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + H_{bomba} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{f12} + h_{m12} \quad (1.4)$$

## 1.4 CARACTERIZACIÓN DE LAS PÉRDIDAS EN LAS CONDUCCIONES

### 1.4.1 Pérdidas de carga por fricción

En flujo permanente, la pérdida de carga por fricción en una conducción está relacionada con varios parámetros:

- ❖ Geométricos: la pérdida de carga aumenta con la rugosidad de la tubería,  $\varepsilon$ , y disminuye con el aumento del diámetro interior de la misma,  $D$ . Lógicamente, si se habla de pérdidas de carga por fricción, éstas serán proporcionales a la longitud total de la conducción,  $L$ .
- ❖ Cinemáticos: a mayor velocidad de circulación del fluido,  $v$ , mayor será la pérdida de carga del sistema.
- ❖ Propiedades del fluido: la pérdida de carga también aumentará al hacerlo la viscosidad del fluido,  $\nu$ .

Existen diferentes expresiones alternativas para representar la pérdida de carga por fricción. Las más empleadas son las siguientes:

- ❖ Ecuación de Darcy-Weisbach, propuesta inicialmente por Weisbach en 1845, y posteriormente por Darcy en 1875.



$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (1.5)$$

- $f$  factor de fricción, adimensional
- $L$  longitud de la tubería,  $m$
- $V$  velocidad del flujo en la tubería,  $m/s$
- $D$  diámetro de la tubería,  $m$
- $G$  aceleración de la gravedad,  $m/s^2$

- ❖ La fórmula de Hazen-Williams, fechada en 1903, cuya expresión en unidades métricas esta dada por

❖

$$h_f = \frac{10.68}{C_H^{1.85}} \frac{Q^{1.85}}{D^{4.85}} L \quad (1.6)$$

- $C_H$  coeficiente de Hazen-Williams, adimensional
- $Q$  gasto que circula por la tubería,  $m^3/s$
- $D$  diámetro de la tubería,  $m$
- $L$  longitud de la tubería,  $m$

- ❖ La expresión de Manning Strickler Gaukler, más comúnmente conocida como fórmula de Manning (1890).

$$h_f = 10.29 n^2 \frac{Q^2}{D^{16/3}} L \quad (1.7)$$

- $n$  factor de rugosidad de Manning
- $Q$  gasto que circula por la tubería,  $m^3/s$
- $D$  diámetro de la tubería,  $m$
- $L$  longitud de la tubería,  $m$

De las expresiones anteriores, sin ninguna duda la más empleada en los análisis de tuberías es la de Darcy, a pesar de que en su manejo incluye determinar el valor del factor de fricción  $f$  que es función de dos parámetros adimensionales:

- ❖ El número de Reynolds, que expresa la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas. Matemáticamente se expresa como la relación entre la velocidad del fluido, el diámetro y la viscosidad cinemática ( $1.1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  para agua a  $20^\circ \text{ C}$ ).

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (1.8)$$

- ❖ La rugosidad relativa, relación entre la rugosidad del material y el diámetro del conducto:  $\varepsilon_r = \varepsilon/D$ .

Tradicionalmente, se ha calculado el factor de fricción mediante la ecuación de Colebrook y White, ecuación que dibujada, da como resultado el diagrama de Moody, Figura 1.9.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left( \frac{\varepsilon_r}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (1.9)$$

Esta ecuación se considera la más completa y exacta de todas las que existen para obtener el factor de fricción  $f$ . Sin embargo, la expresión tiene la desventaja de requerir un cálculo iterativo para determinar el valor de  $f$ , ya que ésta se encuentra de manera implícita en la ecuación. No obstante, existen fórmulas alternativas con las cuales puede obtenerse el factor de fricción de forma explícita, sin necesidad de iteraciones; la más popular de ellas es la de Swamee y Jain (1976),

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log \left( \frac{\varepsilon_r}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (1.10)$$

válida para  $10^{-6} < \varepsilon_r < 10^{-2}$  y  $10^3 < Re < 10^8$ , con un error relativo de  $\pm 1\%$ .

## 1.5 MODELOS DE ANÁLISIS

### 1.5.1 Clasificación de los modelos de análisis

Una de las características fundamentales de los modelos de análisis de redes hidráulicas a presión es la presencia de la variable temporal. Así, el objetivo de un modelo no es únicamente obtener los valores de las variables significativas (como las presiones en los nodos y los gastos en las tuberías) sino que se busca la obtención de la variación a lo largo del tiempo de éstas. De tal manera que, teniendo en cuenta la presencia o no de la variable temporal, los modelos de análisis se pueden clasificar en:

- ❖ Modelos de análisis estático: son modelos de análisis en régimen permanente y buscan la determinación de los valores de las variables del sistema para una situación dada, sin tener en cuenta las posibles

variaciones temporales que pueden sufrir los parámetros del mismo (consumos, niveles en los tanques de almacenamiento, etc.). Es como si se tomara una fotografía del sistema en un determinado instante en el que los parámetros y variables son fijos.

- ❖ Modelos de análisis dinámico: también denominados modelos de análisis en régimen transitorio. Son modelos en los que interviene la variación temporal de los parámetros del sistema que, lógicamente, induce también la variación temporal de las variables de la red. El análisis de este tipo de modelos suele ser en muchas ocasiones un análisis discreto, dado que es necesario resolver las ecuaciones del sistema para cada instante de tiempo.

Los modelos dinámicos, en los que interviene la variación a lo largo del tiempo tanto de los parámetros como de las variables, se pueden clasificar a su vez en:

- ❖ Modelos no inerciales
- ❖ Modelos inerciales que, a su vez, pueden clasificarse en rígidos y elásticos.

Los no inerciales son un tipo particular de modelos dinámicos en los que se desprecia la inercia del fluido en el sistema, de forma que la característica dinámica le viene conferida por el hecho de disponer de una serie de condiciones de frontera lentamente variables con el tiempo. El modelo de análisis para cada instante es un modelo estático. La variación entre un instante y el siguiente proviene de la actualización de parámetros tales como niveles en los tanques, demandas en los nodos, etc. entre un instante de cálculo y el siguiente.

Este tipo de modelos son los que comúnmente se denominan modelos cuasi-estáticos y cuya implantación es lo que se ha dado en llamar simulación de periodos extendidos. Son los más utilizados por los paquetes de simulación existentes en el mercado para el análisis del comportamiento de una red de distribución a lo largo del tiempo. Algunos autores no consideran que estos sean modelos dinámicos propiamente dichos, porque suponen una sucesión de estados estáticos, pero desde un punto de vista ingenieril ofrecen soluciones útiles a un problema de carácter dinámico.

Los modelos inerciales presentan como característica principal el considerar la inercia del fluido en su movimiento, es decir, la energía puesta en juego en los cambios de velocidad, motivados por variaciones temporales de las condiciones de frontera. Son necesarios cuando en el fenómeno analizado existen cambios bruscos en la velocidad del sistema; cambios derivados de

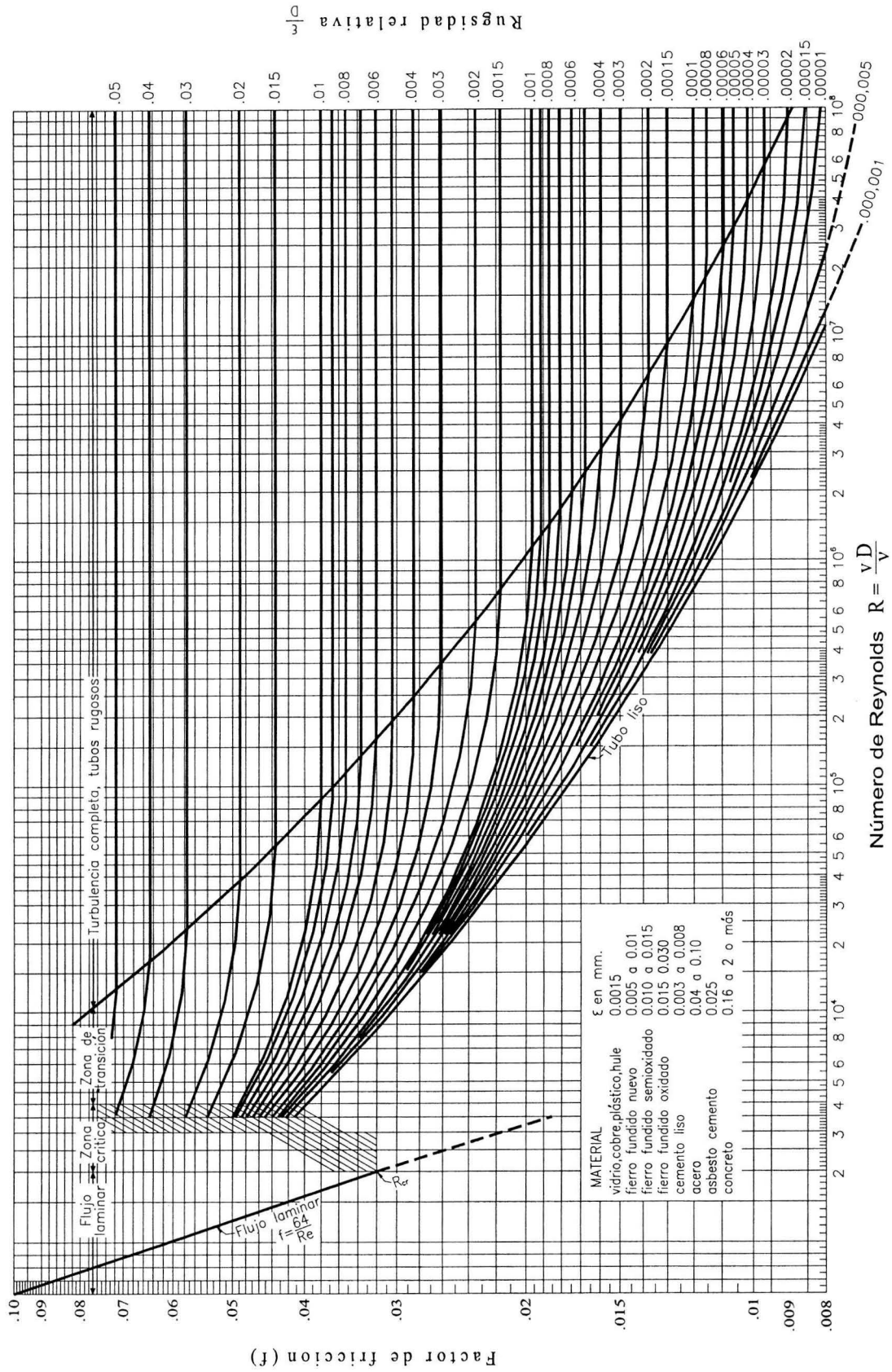


Figura 1.9 Diagrama de Moody

maniobras rápidas en los elementos de regulación, arranque y paro de los equipos de bombeo, roturas en las tuberías principales, etc.

El modelo inercial rígido, también llamado de oscilación en masa o de parámetros concentrados, a diferencia de los elásticos, no tiene en cuenta la elasticidad del fluido y de la conducción. Tiene como característica destacable la de ofrecer resultados suficientemente precisos cuando las variaciones de gasto y las maniobras en el sistema se realizan de manera suficientemente lenta.

El inercial elástico, también llamado de parámetros distribuidos o golpe de ariete, tiene la característica fundamental de considerar la elasticidad tanto del fluido como de la conducción. Se trata de un modelo que se puede aplicar en el caso de maniobras bruscas en el sistema, donde los fenómenos elásticos se ponen claramente de manifiesto.

*Cuanto más informados e iluminados estemos acerca de las obras de la Naturaleza, más inclinados estaremos a encontrarlas excelentes y totalmente conformes a cuanto se hubiera podido desear.  
Leibniz*

## II

# Estado del arte del diseño óptimo de redes de distribución de agua potable

Los problemas de optimización de redes de tuberías pueden clasificarse de varias maneras, pero existen dos grandes categorías que son:

- 1) La distribución de gastos se fija inicialmente (gasto fijo vs. gasto variable)
- 2) La energía del sistema se proporciona por gravedad o por bombeo (sistemas a gravedad vs. sistemas por bombeo)

Aquellos sistemas en los cuales la distribución del flujo se fija inicialmente y solamente existe un nodo de carga constante, son razonablemente fáciles de manejar porque la distribución de flujo no cambia cuando los diámetros cambian. Las redes abiertas y ramificadas, caen dentro de esta categoría.

Sin embargo, la mayoría de los sistemas de distribución de agua tienen circuitos y múltiples fuentes de abastecimiento, algunas de las cuales pueden tener nodos de carga constante, nodos con equipos de bombeo, o de otra clase.

Como resultado, el gasto en cualquiera de las tuberías está determinado por el diámetro de ese tubo y el diámetro de todos los otros tubos en la red. Resolver este tipo de problemas es mucho más difícil por la interacción que existe entre los diferentes diámetros.

## 2.1 TRABAJOS ANTECEDENTES

La forma tradicional utilizada por los diseñadores, en sistemas relativamente complejos, es, primero, construir y calibrar un modelo matemático del sistema. Las demandas futuras, así como las situaciones de emergencia se simulan utilizando dicho modelo. Esto permite al ingeniero identificar problemas en ciertas áreas del sistema. Para identificar soluciones factibles, se prueban tuberías, bombas, tanques y válvulas usando el modelo. Los costos para algunas de las mejores opciones se calculan para llegar a una solución recomendable.

En este proceso el diseñador posee, generalmente, algunas reglas aplicables para obtener una solución factible. Estas son:

- 1) Las velocidades deben ser menores a 3 m/s, para gasto máximo
- 2) Las velocidades deben ser del orden de 0.7 m/s, para gasto medio
- 3) Presiones entre 20 y 50 m, bajo condiciones normales de operación
- 4) Presiones, al menos de 15 m, en caso de incendios
- 5) Diámetros, al menos de 6 pulgadas, para sistemas que incluyan protección contra incendios
- 6) Diámetros, al menos de 2 pulgadas, para sistemas sin protección contra incendios
- 7) Sistemas de bombeo adecuados, de tal manera que el gasto de diseño pueda ser entregado con una bomba fuera de servicio
- 8) Evitar zonas de "puntos muertos" en la red

Si el diseñador toma en cuenta las recomendaciones anteriores y tiene un buen modelo de simulación hidráulica, será capaz de diseñar redes de distribución que funcionen adecuadamente y a un costo razonable.

### 2.1.1 Sistemas funcionando a gravedad

El primer trabajo sobre optimización de sistemas a gravedad, data de 1939 y fue publicado por Camp. Cowan (1971), Suamee et al. (1974), Deb (1973), Chiplunkar et al. (1983) y Walski (1984) presentaron métodos que caen dentro de las técnicas clásicas de optimización con restricciones; en particular, multiplicadores Lagrangianos. El programa MAPS (Methodology for Areawide Planning Studies) del Cuerpo de Ingenieros de la Armada de los Estados Unidos, y el programa MAINS (Maidment Network Optimization System), desarrollado por Koh y Maidement (1984), utilizan la técnica de prueba y error.

Cuando el problema se vuelve suficientemente complicado, como en el caso de sistemas con muchas ramificaciones, las técnicas clásicas de optimización, así como el método de prueba y error dejan de ser funcionales. En esos casos, la programación lineal es una buena opción para seleccionar los diámetros óptimos. Como el costo es una función lineal de la longitud, muchos autores han fijado el diámetro y optimizan la longitud. Karmeli et al. (1968), Lai y Schaake (1969), Gupta, Hassan y Cook (1969), Calhoun (1971), Robinson y Austin (1976), Bhave (1979), Alperovits y Shamir (1977), desarrollaron soluciones con programación lineal (LP) para sistemas funcionando a gravedad y con distribuciones de flujo conocidas.

Oron y Karmeli (1979) desarrollaron un método que combina programación geométrica y ramificación-delimitación para resolver el problema. Buras y Schweig (1969), Liang (1971), Sathaye y Hall (1976) y Kareliotis (1984) utilizaron programación dinámica para optimizar sistemas ramificados. Kettler y Goulter (1983) presentaron un método que toma en cuenta la rentabilidad de los sistemas cerrados (circuitos), pero ésta se basa en un patrón de flujo inicial. Mandl (1981) recopiló todas las técnicas disponibles para la optimización de sistemas ramificados.

### **2.1.2 Sistemas con bombeo, gasto fijo**

Cuando se requiere de bombeo en el sistema, la optimización de los diámetros de las tuberías puede verse como un balance entre la inversión inicial y los costos energéticos generados por los equipos de bombeo y sujetos a las restricciones de carga. Babbitt y Doland (1931), Camp (1939), Osborne y James (1973), el Comité de Planeación de Líneas de Conducción de la ASCE (1975), Dancs (1977), Deb (1978 y 1981) y Walski (1984) han desarrollado métodos manuales para encontrar los diámetros óptimos de las tuberías. Los programas PIPEOPT desarrollado por Ainsworth (1979), MAPS desarrollado por el Cuerpo de Ingenieros de la Armada de los Estados Unidos (1980) y el programa MAINS de Koh y Maidment (1984) utilizan la técnica de ensayo y error para llegar a un óptimo, pero no se garantiza que sea el óptimo global. Walski (1984) desarrollo nomogramas de los cuales es posible leer directamente el diámetro de la tubería dando un gasto promedio o un gasto pico, el gasto por consumo de energía y el costo de construcción. Pernold (1974) presenta un método para diseñar sistemas de irrigación por bombeo variando las demandas basado en reglas heurísticas. La aproximación de Chiplunkar y Khanna (1983) incluye costos de operación por bombeo en una formulación Lagrangiana. Nolte (1979) describe varias técnicas de optimización utilizadas en la industria química.



En general, los métodos que solamente hacen un balance entre la inversión inicial y el costo energético arrojan resultados con diámetros menores a los que normalmente son utilizados. Es importante que se revisen los diámetros de los tubos seleccionados por tales métodos para asegurar que funcionan hidráulicamente bien sin que se requieran cargas hidráulicas iniciales muy grandes.

### **2.1.3 Gasto variable**

En la mayoría de los sistemas reales, los gastos en los tubos no se fijan de antemano sino que varían con los diámetros de tubería seleccionados. La mayoría de los métodos utilizados para resolver problemas con flujo variable, inicialmente lo fijan y encuentran una solución óptima, después ajustan los gastos utilizando el método del gradiente. Rally (1971), Shamir (1974), Alperovits (1977), Quindry et al. (1979 y 1981), Mays (1984) han propuesto variaciones en este tipo de metodologías. Smith combina un muestreo aleatorio y programación lineal. Bhave y Kikacheishvilli (1984) también desarrollaron métodos incorporando programación lineal.

Otros investigadores han usado una combinación de programación no lineal y algoritmos heurísticos. Pitchai (1966) usó una técnica de muestreo aleatorio. Jacoby (1968) usó una aproximación aleatoria mezclada con una técnica de gradiente. Cembrowicz y Harrington (1973) propusieron utilizar una combinación gráfica y reglas heurísticas, mientras que Lam propuso un método que él llamó: "Gradiente de optimización discreta".

Deb y Sarkar (1971) propusieron un método para determinar el diámetro de las tuberías basado en "tubos equivalentes". Swamee y Khanna (1974) opinan que este método, en esencia, fija el gradiente hidráulico. Deb extendió la metodología de "tubos equivalentes" para la determinación de las cargas iniciales. Watanatada (1973) utilizó una técnica de programación no lineal secuencial. Rasmusen (1976) usó un método de búsqueda de gradiente basado en los nodos críticos del sistema.

Cenendese y Mele (1978) usaron un procedimiento heurístico para determinar los diámetros óptimos. Kher et al. (1979) utilizan programación no lineal en conjunto con un método iterativo para ajustar los diámetros.

Gessler (1982) y Walski (1984) usan una técnica de enumeración bastante eficiente para identificar no solamente el sistema óptimo, sino también, varios sistemas cercanos al óptimo, ellos también toman en cuenta la rehabilitación de tuberías. Featherstone y El-Jumaily (1983) suponen un gradiente hidráulico constante para optimizar una red. Conbere y Jeppson

(1984) utilizan una búsqueda lineal dentro de variables discretas. Stoner agregó una selección heurística de tuberías a un modelo de simulación hidráulica ya existente.

Morgan y Goulter (1982 y 1985) usaron programación lineal para determinar el trazo óptimo de una red, mientras que Bhave y Lam (1983) utilizaron "Arboles de Steiner" para identificar el trazo óptimo de sistemas ramificados.

## 2.2 ALGUNOS TRABAJOS REALIZADOS EN MÉXICO Y AMÉRICA LATINA

A continuación se describirán con más detalle algunos trabajos realizados por investigadores latinos y mexicanos.

**2.2.1 Vázquez** (1990) presenta una simplificación del método de Hardy Cross para que sea empleado como método de diseño y no de revisión. Con ella se logra el diseño económico de una red de abastecimiento de agua potable conociendo sólo las longitudes de los tramos y los gastos de demanda en los nudos, sin necesidad de proponer los diámetros de las tuberías. Esta simplificación se consigue al suponer que el producto del gasto por un factor que toma en cuenta el diámetro y el coeficiente de rugosidad, es constante en todos los tramos.

La metodología es la siguiente:

Se tiene la fórmula de corrección de gastos

$$\Delta Q = - \frac{\sum K|Q|L \cdot Q}{2 \sum K|Q|L} \tag{2.1}$$

Donde:

$\Delta Q$	corrección que se debe hacer al gasto del tramo
$\sum K Q L$	suma de pérdidas por fricción en el circuito
$Q$	gasto en el tramo, positivo en el sentido de las manecillas del reloj, negativo en contra
$L$	longitud del tramo
$ Q $	valor absoluto del gasto en el tramo
$K$	constante que incluye el coeficiente de pérdida por fricción

$$K = \frac{f}{12.1 D^5} \tag{2.2}$$

Vázquez en 1984 y Vázquez y Ojeda en 1989, demuestran que si la red se diseña conservando constante el producto  $KQ$  en cada tramo, entonces existe una opción económica.

Si  $K|Q|$ , es constante en cada tramo, entonces la ecuación (2.1) se puede escribir:

$$\Delta Q = -\frac{\sum L \cdot Q}{2 \sum L} \quad (2.3)$$

Por lo tanto, es posible aplicar el método de Hardy Cross para conocer los gastos en los tramos de la red, aún antes de conocer los diámetros de las tuberías. Una vez conocidos dichos gastos, se pueden determinar los diámetros de las tuberías si se agrega como dato la suma de pérdidas por fricción en el circuito. Se tiene entonces:

$$K|Q| = \frac{\sum h_e}{\sum LQ} = C \quad (2.4)$$

siendo  $K|Q|$  constante en cada tramo, se despeja  $K$  y de la ecuación (2.2) podemos obtener el diámetro

$$D = \left( \frac{f}{12.1 K} \right)^{1/5} \quad (2.5)$$

Finalmente, estos diámetros se aproximan a los diámetros comerciales.

**2.2.2 Tzatchkov y Alfonso** (1991) presentan un procedimiento para seleccionar los diámetros óptimos de una red de tuberías. La selección se efectúa entre un surtido de diámetros discretos y está sujeta a condiciones de velocidad máxima en los tramos, presión mínima en los nodos y costo mínimo de la red. La solución parte de suponer los diámetros de las tuberías, e iterativamente realizar el cálculo hidráulico de la misma, cambiando el diámetro de un tramo si no se cumplen las condiciones hidráulicas.

El cálculo hidráulico en cada etapa consiste en la solución de un sistema de ecuaciones no lineales con incógnitas en las cargas hidráulicas de los nudos, utilizando el método de Newton-Raphson.

La metodología es la siguiente:

1. Se asigna el diámetro mínimo a todos los tramos de la red

2. Se realiza el análisis hidráulico, obteniendo una distribución de gastos y presiones.
3. Se calcula la relación  $V/V_{m\acute{a}x}$  para cada uno de los tramos, siendo  $V$  la velocidad obtenida del análisis hidráulico y  $V_{m\acute{a}x}$ , la velocidad máxima permisible.
4. Se selecciona el tramo con la mayor relación  $V/V_{m\acute{a}x}$  y a éste se le asigna el diámetro inmediato superior.
5. Se repiten los pasos 2 a 4 hasta que en todos los tramos la relación  $V/V_{m\acute{a}x}$  sea menor que 1.

Una vez satisfecho el punto número 5, se tendrá una red donde se cumple con la condición de velocidad máxima y se procederá entonces a verificar la condición de presión mínima en los nodos.

6. Se calcula el déficit de presión ( $\Delta P_i$ ), teniendo en cuenta el valor de la presión mínima en los nodos ( $P_{min_i}$ ) y la presión obtenida del análisis hidráulico ( $P_i$ )

$$\Delta P_i = P_{min_i} - P_i \quad (2.6)$$

7. Se selecciona el nodo con mayor déficit de presión.
8. Se incrementa el diámetro de uno de los tramos de manera que se disminuya el déficit encontrado en el punto 7. Como seguramente llegarán al nodo varios tramos, se debe seleccionar aquel cuya influencia sea mayor en el nodo. Para determinar cuál es el tramo de mayor influencia Tzatchkov propone lo siguiente:
  - a. Incrementar artificialmente el consumo en el nodo con mayor déficit.
  - b. Hacer el análisis hidráulico de la red.
  - c. Con los resultados de este análisis hidráulico y los del último cálculo normal, se obtiene para cada uno de los tramos, la siguiente relación, donde  $\Delta h_{incr}$  y  $\Delta h$  representan la pérdida de carga en el tramo del análisis hidráulico con el incremento de consumo y la pérdida de carga en el mismo tramo del análisis hidráulico normal, respectivamente. Se considera como tramo de mayor influencia aquel que tenga el mayor valor de  $K$ .

$$K = \frac{\Delta h_{incr}}{\Delta h} \quad (2.7)$$

9. Se repiten los pasos 6 a 8 hasta eliminar el déficit en todos los tramos.

En esta etapa, puede considerarse concluida la selección de los diámetros, pero suele ocurrir que se tengan diámetros de tuberías innecesariamente grandes, entonces se recomienda revisar la velocidad mínima. Del último análisis hidráulico realizado, se selecciona el tramo con la velocidad más baja y a éste, se le cambia el diámetro por el inmediato inferior y se realiza nuevamente el análisis hidráulico para verificar que las otras condiciones se siguen cumpliendo, de no ser así, se señala el tramo como "no cambiarlo" y se repite la revisión de la velocidad mínima hasta reducir todos los tramos posibles. Entonces se da por concluido el diseño.

**2.2.3 Saldarriaga** (1994) presenta un programa para el diseño óptimo de redes de distribución. El programa utiliza el método del gradiente como método de análisis hidráulico. Para la optimización de los diámetros, Saldarriaga desarrolló cuatro algoritmos basado en los criterios de Wu, Featherstone y Fujiwara; uno de ellos es el de *cargas iniciales*, el cual aproxima las cargas a la función objetivo; *cargas ideales*, el cual establece la función objetivo; *cálculo de los diámetros*, el cual calcula el diámetro de cada uno de los tubos de la red; y *redondeo a diámetros comerciales*, el cual encuentra los diámetros definitivos de las tuberías utilizando diámetros del mercado.

El primer paso, antes de utilizar los cuatro algoritmos, es suponer que todas los tramos tiene un diámetro de 8 pulgadas y hacer un análisis hidráulico. Esto se hace siguiendo el criterio de Featherstone el cual establece que se debe escoger un diámetro relativamente grande para toda la red con el fin de minimizar las iteraciones del proceso de cálculo de ésta.

#### Cálculo de las cargas iniciales

1. Determinar los nodos de carga constante (localización en planta, carga y elevación topográfica).
2. Realizar tantos recorridos como nodos de carga constante existan y ubicar el nodo más lejano a cada uno de éstos. A dichos nodos se les asigna la carga mínima. Posteriormente se hace una ponderación de cargas con respecto a la distancia de cada uno de los tanques para todos los demás nodos de la red. Esto implica que cada nodo tendrá tantas cargas como nodos de carga constante existan en la red.
3. Se hace un promedio ponderado, para cada nodo de la red, con las cargas obtenidas para cada nodo en el punto anterior.
4. Si existe un nodo para el cual la carga calculada en los puntos 3 y 4 es menor a la mínima, entonces a este nodo se le asigna la carga mínima permitida.

5. Una vez realizado lo anterior, las cargas calculadas se guardan en un archivo, y se pasa al algoritmo de cargas ideales, el cual genera la función objetivo.

#### Cálculo de las cargas ideales

1. Para el cálculo de la función objetivo, se parte de las cargas iniciales obtenidas en el paso anterior.
2. Iniciando con el nodo 1 y siguiendo el orden de numeración de nodos dado por el usuario, se encuentran los nodos conectados al nodo en cuestión (nodos fuente). Dependiendo del número de nodos fuente correspondientes a cada nodo, las cargas iniciales empiezan a cambiarse en la siguiente forma:
  - a) Si solo hay un nodo fuente la nueva carga se supone como la mínima.
  - b) Si son dos nodos fuente se procede a revisar la dirección del flujo en los dos tubos que llegan al nodo en cuestión; si ambos gastos llegan al nodo, a éste se le asigna la carga mínima; si no, se hace una regresión lineal con las cargas totales de los dos nodos fuente con respecto a sus respectivas longitudes de separación con el nodo en cuestión.
  - c) Si existen tres o más nodos fuente, la carga en el nodo en cuestión se encuentra intersectando una línea vertical que pase por éste con el plano (o planos, para el caso de más de tres nodos fuentes) suscrito por las cabezas de los nodos fuente.
3. Una vez hallada la ecuación del plano para un nodo se evalúa la coordenada  $Y$  utilizando las coordenadas  $X$  y  $Z$  dadas por el usuario. Si la coordenada  $Y$  corregida es menor que la mínima posible, supuesta en el paso 1, la cual corresponde a la carga de posición más la carga mínima permitida (10 mca), entonces a la coordenada  $Y$  se le asigna este valor mínimo. Si este no es el caso, la coordenada  $Y$  asume el valor encontrado. Se repiten los pasos 2 y 3 para todos los nodos de la red.
4. Se comparan las coordenadas  $Y$  de todos los nodos con las correspondientes a la iteración anterior. Si en alguno de los nodos existe una diferencia superior a 1 cm. se realiza una nueva iteración. En caso contrario el proceso se detiene y las cargas ideales son las coordenadas  $Y$  encontradas en la última iteración.

#### Cálculo de los diámetros

Hay que recordar que en este momento ya se ha realizado un análisis hidráulico con los diámetros supuestos de 8 pulgadas. Entonces, se tiene un caudal para cada una de las tuberías de la red, en forma tal que se cumple la ecuación de continuidad en cada uno de los nodos. Con estos

gastos y la ecuación de Colebrook y White (Ecuación 1.9), se puede calcular el factor de fricción para cada uno de los tubos. Con este factor de fricción, el gasto y las cargas ideales, es posible calcular los nuevos diámetros para cada tubo utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach (ecuación 1.5). Si los diámetros actuales son iguales a los de la iteración anterior, se detiene el cálculo, si no se vuelve a realizar el análisis hidráulico de la red y se repiten los pasos anteriores hasta que la diferencia entre los diámetros de iteraciones consecutivas sea menor de 1 mm, entonces se detiene el cálculo.

#### Redondeo a diámetros comerciales

Los diámetros encontrados en la sección anterior son diámetros no comerciales, que deben ser aproximados a los diámetros existentes en el mercado. Por lo tanto es necesario redondear a los diámetros comerciales.

A cada tubería se le asigna el diámetro inmediatamente superior al calculado en la sección anterior; estos cambios aumentarán el costo de la red y modificarán, al menos un poco, el funcionamiento hidráulico. Para subsanar este detalle, Saldarriaga propone un último ajuste que consiste en lo siguiente:

1. Se escoge el primer tubo de la red, siguiendo la dirección general del flujo.
2. Se reduce el diámetro de dicha tubería al comercial inmediatamente menor y se vuelve a realizar el análisis hidráulico.
3. Se verifica que todas las cargas sean superiores a la carga mínima. En caso contrario, al tubo se le asigna el diámetro anterior.
4. El proceso se repite para todos los tubos de la red, hasta que los diámetros de dos iteraciones consecutivas sean iguales. Entonces ha concluido el diseño.

**2.2.4 Carrillo et al. (1998)** presentan un método de optimización de redes que no requiere una distribución inicial de los gastos en las tuberías de la red, como sí requieren muchos de los métodos ya descritos. Para el análisis hidráulico de la red, emplea un modelo estático y se trabaja el con diámetros comerciales por lo que al final del cálculo no se tienen que hacer redondeos.

El procedimiento es el siguiente:

1. Se asigna a todas los tubos que forman la red, el diámetro mínimo dentro del conjunto de diámetros disponibles, y se revisa el

funcionamiento hidráulico de la red. Difícilmente una red con tales diámetros cumplirá con las restricciones establecidas para las presiones en los nodos, por lo tanto se irán asignando, iterativamente, a todos los tubos, los diámetros comerciales inmediatos superiores hasta que se satisfagan las restricciones hidráulicas.

- Una vez logrado lo anterior, se calcularán los costos mínimos y máximos de la red. El costo mínimo,  $C_{min}$ , corresponde al costo de la red cuando a todos los tubos de ésta se le ha asignado el diámetro mínimo disponible,  $D_{min}$ . El costo máximo,  $C_{max}$  corresponde al costo cuando todas las tuberías tienen el último diámetro obtenido en el punto número 1,  $D_{max}$ . Los costos se calculan con la expresión:

$$C = \sum_{j=1}^N C_i L_j \quad (2.8)$$

donde:

- $L_j$  longitud de la  $j$ -ésima tubería
- $C_i$  costo por metro lineal de la tubería con diámetro comercial  $D_i$
- $N$  número de tuberías de la red

- Se propone un costo  $C_p$  para la red, este costo debe estar comprendido en el intervalo entre  $C_{min}$  y  $C_p$  y se asigna a cada tubería un diámetro, del conjunto de diámetros comerciales, de tal manera que el costo de la red, calculado con la ecuación (2.8) sea del orden de  $C_p$ . Entonces se forman varios conjuntos que constituyen, cada uno de ellos, una solución factible.
- Para cada una de las combinaciones factibles, obtenidas en el punto 3, se realiza el análisis hidráulico. Si varias combinaciones satisfacen las restricciones hidráulicas entonces se escoge la de costo mínimo, cercano a  $C_p$ . El método implica escoger el  $C_p$  más pequeño para el cual existe al menos una combinación que cumpla con las restricciones hidráulicas. Dicho costo puede ser encontrado utilizando técnicas de búsqueda secuencial como la de Fibonacci, que consiste en ir disminuyendo cada vez más el espacio de búsqueda, dentro de intervalos factibles de solución.
- Disminución del espacio de búsqueda. Se hace el análisis hidráulico de las redes cuyas combinaciones de diámetros tienen un costo dentro del intervalo, si al menos una de ellas cumple las restricciones hidráulicas, el costo de esta red se convierte en el  $C_{max}$ , si ocurre lo contrario, entonces  $C_p$  se convierte en  $C_{min}$  y así sucesivamente hasta que entre dos iteraciones consecutivas, el valor de  $C_p$  sea prácticamente el mismo. Aquí se detiene el cálculo y los diámetros serán aquellos para los cuales la red tiene un costo igual a  $C_p$ .



**2.2.5 Sanvicente** (2000) presenta un algoritmo heurístico denominado recocido simulado (RS) para realizar el diseño óptimo de una red de distribución.

El recocido simulado es un algoritmo de búsqueda estocástico basado en el concepto llamado recocido. El proceso de recocido consiste, primero en alcanzar la temperatura de un sólido a un punto donde los átomos puedan moverse libremente (i.e. aleatoriamente) y, después, bajar la temperatura, obligando a los átomos a acomodarse en un estado de energía más bajo (i.e. un estado de cristalización). Durante este proceso, la energía libre del sólido se minimiza (estado cristalino sólido), este es el estado de mínima energía del sistema. El proceso de enfriamiento es vital en esta técnica. Si el sólido es enfriado muy rápido, o si la temperatura inicial del sistema es muy baja, no será posible la cristalización y, en cambio el sólido llegará a un estado amorfo con alta energía. En este caso, el sistema alcanza un mínimo local (i.e. un estado de energía más alto) en lugar de un mínimo global (i.e. el estado de mínima energía). En conclusión, la función de variación de temperatura es crucial para el buen desempeño del algoritmo y por tanto su definición es sumamente importante. Este es un algoritmo probabilístico de búsqueda local.

En el modelado de una red, los puntos fuente y de consumo son representados por nodos, y las tuberías mediante tramos. Cada nodo tiene asociada una variable de carga o nivel piezométrico ( $H_i$ ) y otra de gasto o consumo ( $q_i$ ), y cada tramo una variable de gasto ( $Q_{ij}$ ) y una longitud ( $L_{ij}$ ). De esta forma la red es modelada para flujo permanente a través de la ecuación de continuidad en cada nodo y la pérdida de energía entre dos nodos. A partir de estas ecuaciones se obtiene un sistema no lineal que permite determinar los niveles piezométricos para una red donde se conoce al menos una carga, los gastos que entran y salen de la red, las longitudes de los tubos, y las propiedades del material del que están hechos.

$$\sum_{k=1}^n \phi_{ij(k)} (H_i - H_{j(k)})^{1/m} - q_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.9)$$

donde:

- $N$  número de nodos en la red
- $n$  número de tramos que se unen en el nodo  $i$
- $J(k)$  denota el nodo contrario a  $i$  en el tramo  $k$

$$\phi_{ij(k)} = \frac{1}{(K_{ij(k)})^{1/m}}$$

donde  $K_{ij(k)}$  y el exponente  $m$  dependen de la fórmula de pérdida por fricción empleada

El diseño hidráulico de la red restringe la determinación de los diámetros a aquellos que mantengan un nivel piezométrico mínimo ( $H_{\min}$ ) y máximo ( $H_{\max}$ ) en cada nodo. Y la optimización exige que el costo de construcción sea mínimo. Una función de costo simple es la suma del costo de construir cada tramo. El modelo de optimización es:

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= \sum_{ij}^{[T]} C_k L_{ij} \quad ij \in T \\ H_{\min_i} &\leq H_i \leq H_{\max_i} \quad \forall i \in N \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde:

- $T$  número de tramos en la red
- $N$  número de nodos de la red
- $L_{ij}$  longitud del tramo  $ij$
- $C_k$  es el costo por metro lineal
- $H_{\min_i}$  y  $H_{\max_i}$  niveles piezométrico mínimo y máximo

Sanvicente propone el siguiente planteamiento teórico, aunque no ofrece detalles sobre la ejecución del algoritmo.

1. Sea  $T$  el conjunto de tramos de la red,  $N$  el número de nodos y  $D_i = \{d_{ik}\}$  el arreglo de diámetros permitidos para el tramo  $i$ , donde  $i=1,2,\dots, |T|$  y  $k=1,2,\dots,K_i$ , siendo  $K_i$  el número de diámetros permitidos en el tramo  $i$ .
2. El espacio de soluciones,  $S = \{S_j\}$ , es representado por el conjunto de todas las combinaciones  $S_j = (\pi_j(d_{1k}), \pi_j(d_{2k}), \dots, \pi_j(d_{|T|k}))$ , donde  $\pi_j(d_{ik})$ , denota el diámetro  $k \in D_i$ . Por lo tanto,  $|S| = \prod_{i \in T} K_i$ .
3. La función de costo es  $Z(S_j) = \sum_{i \in T} C \pi_j(d_{ik}) L_i$ , donde  $C \pi_j(d_{ik})$  denota el costo del diámetro  $k \in D_i$  en la solución  $S_j$  evaluada y  $L_i$  es la longitud del tramo  $i$ .
4. Una nueva solución  $S_j$ , es generada a partir de una solución  $S_i$ , mediante la selección aleatoria de un tramo  $t$ , y la sustitución de su diámetro,  $\pi_i(d_{tn})$ , por otro,  $\pi_j(d_{tm})$ , obtenido aleatoriamente de su arreglo de diámetros  $D_t$ . Sin embargo, la solución es válida si  $H_{\min_k} \leq H_k(S_j) \leq H_{\max_k}$ , para  $k=1,2,\dots, |N|$ , donde  $H_{\min_k}$  y  $H_{\max_k}$  son los niveles piezométricos extremos en el nodo  $k$  y  $H_k(S_j)$  es el nivel piezométrico en el nodo  $k$  calculado con la ecuación (2.9) para la solución  $S_j$ .
5. El cuasi equilibrio térmico se alcanza después de iterar  $2|V|$  a  $3|V|$ , donde  $|V| = \sum_{i \in T} K_i$  es el tamaño de la vecindad de soluciones accesibles a partir de  $S_i$ .
6. La función de enfriamiento del sistema es  $c_{k+1} = \lambda c_{kt}$  donde  $\lambda$  es el coeficiente de decremento de temperatura y  $c_k$  el valor de ésta en la iteración  $k$  del proceso.

**2.2.6 Rosales et al. (2002)** presentan una variación de los modelos llamados "análisis consecutivos direccionados". El método propuesto utiliza un modelo estático para realizar los análisis hidráulicos consecutivos, además de que utiliza diámetros comerciales y no necesita que los gastos iniciales se fijen de antemano.

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

1. Se asigna el mismo diámetro a todas las tuberías, se hace el análisis hidráulico y se verifica que al menos el 20% de los nodos tengan cargas positivas, para poder iniciar el proceso de búsqueda, en caso contrario se asigna a todas las tuberías el diámetro comercial inmediatamente superior. Se determina para cada nodo, la carga disponible; para cada tubería se determina la velocidad, número de Reynolds, gastos y la relación

$$C_i = \frac{Re_i}{Re_{m\acute{a}x}}$$

donde:

$Re_i$  número de Reynolds de la  $i$ -ésima tubería

$Re_{m\acute{a}x}$  mayor número de Reynolds en la iteración actual

Se ordenan de mayor a menor en base al valor de  $C_i$ .

2. Aquella tubería para la cual el cociente  $C_i$  sea igual a 1, será la seleccionada para cambiar de diámetro; se le asignará el diámetro comercial inmediatamente superior. Y se procede a analizar hidráulicamente, así como también se realiza el cálculo del costo de inversión, pues al aumentar el diámetro, también se incrementará el costo. Se calcula la relación beneficio costo, mediante la siguiente ecuación

$$\text{beneficio / costo} = \frac{\Delta h_{min}}{c_i - c_c}$$

donde:

$\Delta h_{min}$  beneficio de la configuración actual, considerando el beneficio como el incremento de la carga de presión en el nodo con la menor carga del sistema

$c_i$  costo de inversión de la opción actual

$c_c$  costo de inversión de la combinación inicial

3. Como segunda opción (en la primera iteración) se toma aquella tubería con el valor de  $C_i$  inmediato inferior al de valor 1. A esta tubería se le asignara, ahora, el diámetro inmediato superior. Es importante destacar que en éste, como en los sucesivos casos a analizar, sólo se hará un cambio a la vez, es decir, todas las tuberías seguirán conservando el diámetro inicialmente propuesto, excepto, la tubería que se proponga cambiar en el caso de análisis.
4. En cada iteración se analizan tantos casos como número de tuberías se tengan en la red, y se seleccionará aquella opción que implique la mayor relación beneficio/costo.

**2.2.7 Pimentel y Marques (2002)** presentan un método de optimización de redes "ramificadas", utilizando técnicas de programación no lineal, de tal forma que permite encontrar los diámetros de las tuberías y las presiones en el sistema, de tal manera que la suma de los costos de inversión y operación del sistema de abastecimiento de agua sea el menor posible. El dimensionamiento económico fue hecho utilizando un algoritmo GRG2, basado en la técnica de gradientes reducidos generalizados.

La metodología empleada utiliza programación no lineal y se divide en dos etapas. En la primera etapa se hace un predimensionamiento del sistema, en el cual los diámetros, los gastos en los tramos y las cargas en los nodos, son variables a ser determinadas en el proceso de optimización. En seguida, con los resultados obtenidos en el predimensionamiento, se ejecuta una segunda etapa, en la que se realiza un ajuste de la solución inicial, ya que los valores de los diámetros obtenidos no coinciden con los diámetros comerciales. Este ajuste es hecho, sustituyendo en cada tramo, el diámetro calculado por el diámetro comercial más cercano.

## 2.3 COMENTARIOS

El punto en común de todos los modelos antes mencionados es que no están disponibles para los ingenieros. Solamente los programas de Gessler y Walski, Jeppson y Tzatchkov están disponibles, bien documentados y cuentan con un manual para el usuario, están, en pocas palabras, listos para ser usados por los ingenieros diseñadores. En el programa de Jeppson se realiza una optimización 'no formal', pero las tuberías y las bombas pueden dimensionarse especificando presiones mínimas y demandas en los nodos. Cabe preguntarse por qué mucha de esa sofisticada tecnología, arriba mencionada, no ha sido transferida a la ingeniería práctica.

El mayor problema es que la optimización de sistemas de distribución es un problema, sino imposible, al menos sí muy difícil de resolver por la cantidad de posibles soluciones que pueden tenerse. Ninguno de los métodos desarrollados hasta los 80, podían resolver problemas de optimización del mundo real.

“En mi opinión (Lischer, 1979), basada en la experiencia en el campo del abastecimiento de agua potable, el diseño óptimo para la mayoría de los sistemas nuevos, y para el mejoramiento de los sistemas existentes, no se puede alcanzar utilizando simplemente herramientas matemáticas y computacionales. Un juicio, basado en la experiencia, es necesario para seleccionar las mejores opciones ingenieriles, antes incluso, de utilizar técnicas computacionales”.

Para enfatizar la complicación del problema y no hacer mal uso de la inexperiencia, sobresimplificando el diseño, es apropiado listar aquí algunos de los parámetros que se involucran en el diseño de un sistema de abastecimiento de agua potable.

- 1) Demanda y uso del agua
  - a) Uso del agua, diferentes tipos de consumidores
  - b) Localización de los tipos de consumidores
  - c) Requerimientos de sistemas contra incendios
  - d) Demandas futuras, incremento de población
  
- 2) Consideraciones de almacenamiento
  - a) Volumen de reserva
  - b) Demanda pico
  - c) Almacenamientos elevados o superficiales con bombeo
  
- 3) Requerimientos de presión mínima
  - a) Zonas rurales, zonas urbanas
  - b) Zonas industriales
  
- 4) Topografía, para:
  - a) Formar distritos de presión
  - b) Ubicación y operación de válvulas reductoras de presión
  - c) Sitios disponibles para el almacenamiento
  
- 5) Consideraciones de confiabilidad
  - a) Circuitos
  - b) Subestaciones de energía para las operaciones de bombeo
  - c) Tamaño del sistema
  - d) Mantenimiento y confiabilidad de los controles automáticos

- e) Costo de almacenamiento
  
- 6) Opciones de bombeo
  - a) Al aire libre o en casa de máquinas
  - b) Bombas verticales, horizontales o sumergibles
  - c) Bombeo reforzado
  
- 7) Opciones de tubería
  - a) Material, costo, vida útil, depreciación
  - b) Capacidad de conducción
  - c) Propiedades estructurales
  - d) Confiabilidad
  - e) Facilidad de reparación, cómo afecta el costo de mantenimiento
  
- 8) Consideraciones económicas
  - a) Valor del dinero
  - b) Depreciación
  - c) Recuperación de capital
  - d) Efectos de inflación y deflación
  
- 9) Opciones de energía
  - a) Eléctrica
  - b) Otro tipo

Otros factores no mencionados por Lischer (1979) que contribuyen a la complejidad del problema, son por ejemplo que los diámetros comerciales son "discretos" y la mayoría de los métodos de optimización supone la existencia de los diámetros como una variable continua, que después de haber aplicado cierta técnica, es necesario redondear a los diámetros comerciales.

La mayoría de los modelos están orientados hacia la selección óptima de los diámetros, pero ésta es sólo una faceta de todo el problema de diseño de un sistema de abastecimiento. Los ingenieros también tienen que seleccionar los equipos de bombeo y decidir cómo van a ser operados, escoger los sitios para colocar accesorios especiales, como válvulas reductoras de presión, determinar las cargas y los volúmenes de almacenamiento de los tanques. Aunque todas estas decisiones están estrechamente ligadas con la determinación de los diámetros de las tuberías.

Todas las consideraciones anteriores hacen que el número de condiciones por analizar sea muy grande. El sobrediseño y la redundancia es una práctica común para minimizar la incertidumbre; he aquí la importancia de los métodos de optimización, pues con ellos es posible ahorrar mucho dinero reduciendo los problemas de sobrediseño y redundancia.

*En lugar de envidiar la eficacia  
de la evolución natural,  
debemos emularla.  
John Holland*

## III

# Algoritmos genéticos, teoría y fundamentos

### 3.1 BREVE RESEÑA HISTORICA

La idea de basarse en el principio de la evolución para desarrollar técnicas heurísticas no es tan nueva como pudiera pensarse. Desde los 30's, Cannon visualizó al proceso evolutivo como algo similar al aprendizaje por ensayo y error, y grandes figuras de la computación como Alan Mathison Turing intuyeron que debía haber una conexión "obvia" entre la evolución y el aprendizaje de máquina.

De acuerdo con el paradigma Darwiniano de la evolución, toda la vida en nuestro planeta puede ser explicada a través de un puñado de procesos estadísticos que actúan en y dentro de las poblaciones y especies: reproducción, mutación, competencia y selección.

El principio de supervivencia del más apto es el eje en torno al cual se desarrollaron técnicas heurísticas que responden al nombre genérico de "algoritmos evolutivos", los cuales simulan el proceso evolutivo en una computadora con la finalidad de resolver problemas de aprendizaje, búsqueda, clasificación u optimización. Los tres paradigmas evolutivos principales son: las **estrategias evolutivas**, la **programación evolutiva** y los **algoritmos genéticos (AG)**. Aunque cada uno de ellos fue concebido

con diferentes motivaciones y bajo principios distintos, hoy en día resulta difícil distinguir entre uno y otro y de ahí que suele hablarse de "algoritmos evolutivos" o "computación evolutiva" en sentido genérico para denotar cualquier variante de estos paradigmas.

En los años 50 y 60 muchos científicos estudiaron, independientemente, los sistemas evolutivos, con la idea de que la evolución podía ser utilizada como una herramienta de optimización en problemas de ingeniería. La idea de todos esos sistemas era la de "evolucionar" una población de posibles soluciones para un determinado problema, utilizando operadores inspirados en postulados genéticos y de selección natural.

En los años 60, Rechenberg (1965, 1973) introdujo las estrategias evolutivas, un método que utilizó para optimizar los parámetros del diseño de alerones de avión. Esta misma idea fue ampliamente desarrollada por Schwefel (1977). El campo de las estrategias evolutivas sigue siendo un área activa de investigación, independientemente desarrollada del campo de los AG, aunque recientemente las dos comunidades han comenzado a interactuar. Fogel, Owens y Walsh (1966) desarrollaron una técnica que se conoce como programación evolutiva, en la cual las posibles soluciones para determinados problemas, se representan como máquinas de estado finito, las cuales evolucionan mutando aleatoriamente sus diagramas de estado-transición y seleccionando el más apto. Los algoritmos genéticos junto con las estrategias evolutivas y la programación evolutiva forman el soporte principal del campo de la computación evolutiva.

Muchos otros en los 50 y 60 desarrollaron algoritmos para la optimización y el aprendizaje de máquina inspirados en la evolución natural. Box (1957), Friedman (1959), Bledsoe (1961), Bremermann (1962), Reed, Toombs, y Baricelli (1967) desarrollaron trabajos en esta área aunque su aportación y metodologías no tuvieron la relevancia que sí han tenido los AG, la programación evolutiva y las estrategias evolutivas. Además, un gran número de biólogos han utilizado las computadoras para simular procesos evolutivos y control de experimentos. (Por ejemplo, Baricelli 1957, 1962; Fraser 1957, Martin y Cockerman 1960).

Los AG fueron desarrollados por Holland (1975) y sus estudiantes y colegas en la Universidad de Michigan en los 60 y 70. En contraste con las estrategias evolutivas y la programación evolutiva, la meta original de Holland no era la de desarrollar algoritmos para resolver problemas específicos, sino estudiar formalmente el fenómeno de adaptación, tal como ocurre en la naturaleza, y desarrollar los medios para que los mecanismos de adaptación natural pudieran ser utilizados en sistemas computacionales. En el libro de Holland "*Adaptation in Natural and Artificial Systems*", publicado en



1975, se presenta a los AG como una abstracción de la evolución biológica y se da el marco teórico para su fundamentación. El AG de Holland es un método para "moverse" de una población de cromosomas (cadenas de caracteres de unos y ceros, Tabla 3.1) hacia una nueva población utilizando un tipo de selección natural junto con operadores (inspirados genéticamente) de cruce, mutación e inversión. Cada cromosoma está formado por genes (carácter, Tabla 3.1), a cada gen le corresponde una instancia en particular (alelo, cero o uno). El operador de selección escoge aquellos cromosomas de la población que son aptos para reproducirse y en promedio, los cromosomas más aptos producen más descendientes que los menos aptos. La cruce intercambia subpartes de 2 cromosomas, imitando la recombinación biológica entre dos organismos de origen haploide, es decir, de un solo cromosoma; la mutación cambia aleatoriamente los valores de los alelos de algunas localidades del cromosoma.

**Tabla 3.1** Términos biológicos y su analogía con el sistema artificial

<b>Naturaleza</b>	<b>Sistema Artificial</b>
Cromosoma	Cadena de caracteres
Gen	Característica, carácter
Alelo	Valor de la característica
Locus	Posición de la cadena
Genotipo	Estructura
Fenotipo	Conjunto de parámetros, solución alternativa, estructura decodificada

Las estrategias evolutivas de Rechenberg comenzaron con una población de 2 individuos, un padre y un hijo, siendo el hijo una versión mutada del padre; muchos de los conceptos de poblaciones con múltiples individuos y cruce, apenas están siendo incorporados. Mientras tanto, la programación evolutiva de Fogel, Owens y Walsh utiliza sólo el operador de mutación para generar diversidad. La introducción de Holland de un algoritmo basado en una población con cruce y mutación fue su mejor aportación e innovación. Más aún, Holland fue el primero en tratar de establecer los fundamentos teóricos (bien establecidos) para la computación evolutiva. Hasta la actualidad estos fundamentos teóricos, basados en la noción de los "esquemas", han sido el principio de casi todos los trabajos teóricos subsecuentes en el campo de los AG.

### **3.2 ALGORITMOS GENÉTICOS. TEORIA Y FUNDAMENTOS**

Los AG son métodos adaptativos (basados en analogías con el funcionamiento de la selección y evolución natural) que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización. Están basados en el proceso genético de los organismos vivos. A lo largo de muchas generaciones, las poblaciones evolucionan de acuerdo con los principios de la selección natural y la supervivencia del más apto, teorías claramente establecidas por Charles Darwin en su libro "El origen de las especies". Por imitación de este proceso, los AG son capaces de evolucionar (desarrollar) soluciones a problemas del mundo real, siempre que hayan sido codificados adecuadamente. Por ejemplo, los AG se pueden usar para diseñar estructuras de puentes, para determinar la máxima relación esfuerzo/carga, o para determinar los trazos óptimos en los cortes de prendas de vestir y tener el mínimo de desperdicio. También pueden usarse en el control del proceso de líneas de producción, como es el caso de una planta química, o el balance de cargas en un sistema multiproceso.

Los principios básicos de los AG fueron establecidos por Holland en 1975. Están bien descritos en muchos textos (Goldberg, Michalewicz, Mitchell, Coley, etc.). Los AG simulan aquellos procesos que en la naturaleza son esenciales para la evolución. Aunque decir exactamente cuáles procesos biológicos son esenciales para la evolución, y cuáles juegan o no un papel realmente importante, es aún tema de investigación, pero los fundamentos son claros.

En la naturaleza, los individuos de una población compiten entre sí por recursos tales como comida, agua y refugio. Incluso, los miembros de una misma especie compiten a menudo en la búsqueda de un compañero. Aquellos individuos que son más exitosos en atraer pareja y sobrevivir, tendrán, relativamente, mayor número de descendientes. Los individuos con un mal desempeño, tendrán pocos o ningún descendiente. Esto significa que los genes de los individuos mejor adaptados se propagarán en sucesivas generaciones hacia un número de individuos creciente en cada generación. La combinación de buenas características provenientes de diferentes ancestros puede, a veces, producir descendientes "súper individuos", cuya adaptación es mucho mayor que la de cualquiera de sus padres. De esta manera, las especies evolucionan logrando características mejor adaptadas a su medio ambiente.

Los AG usan una analogía directa con el comportamiento natural. Trabajan con una población de individuos, cada uno de los cuales representa una solución factible a un problema dado. A cada individuo se le asigna un valor o puntuación en función de que tan buena solución representan para el

problema dado. En la naturaleza, es equivalente a la efectividad de un organismo para competir por determinados recursos. Cuanto mayor sea la adaptación de un individuo al problema, mayor será la probabilidad de que él mismo sea seleccionado para reproducirse, cruzando su material genético con otro individuo seleccionado de igual forma. Este cruce producirá nuevos individuos (descendientes de los anteriores) los cuales comparten algunas de las características de sus padres. Cuanto menor sea la adaptación de un individuo, menor será la probabilidad de que dicho individuo sea seleccionado para la reproducción, y por lo tanto de que su material genético se propague en sucesivas generaciones, y entonces morirá.

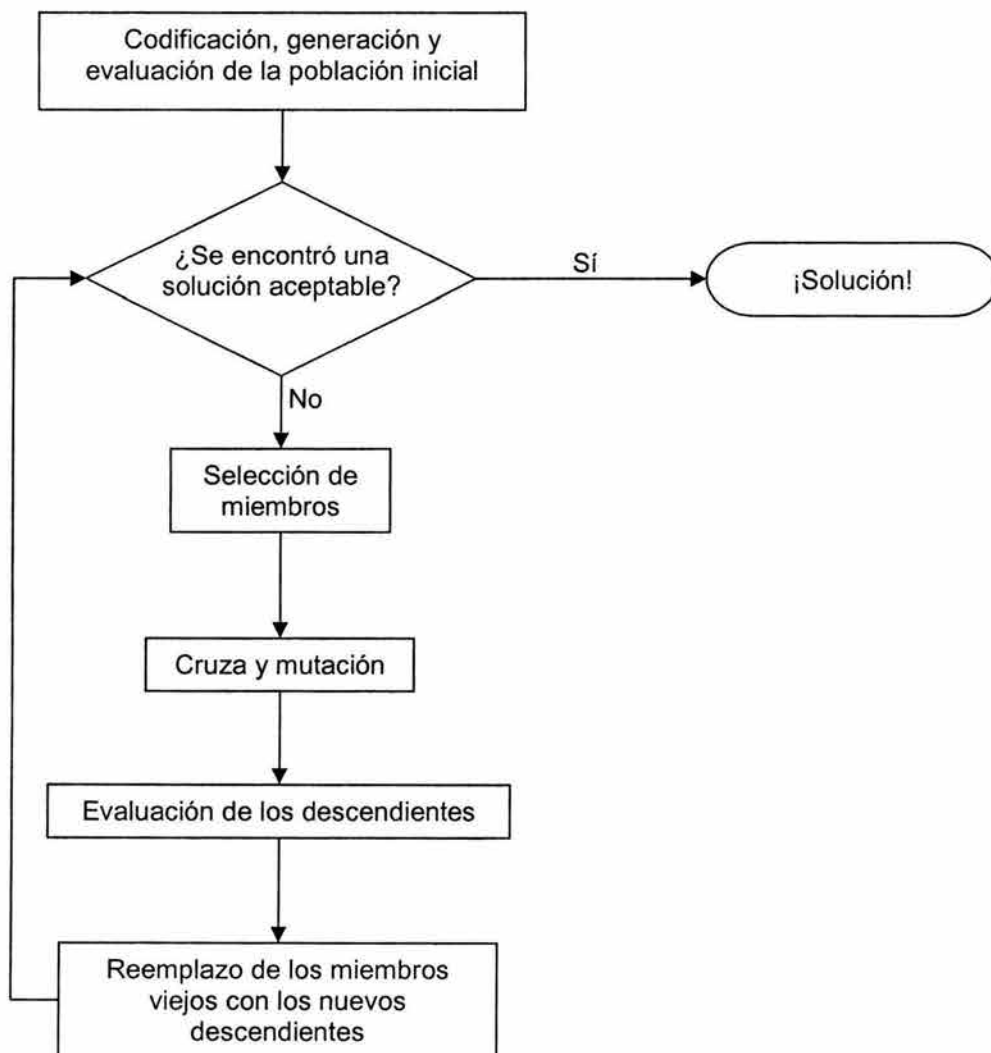
De esta manera se produce una nueva población de posibles soluciones, la cual reemplaza a la anterior y verifica la interesante propiedad de que contiene una mayor proporción de buenas características en comparación con la población anterior. Así, a lo largo de las generaciones las buenas características se propagan a través de la población. Favoreciendo el cruce de los individuos mejor adaptados, van siendo exploradas las áreas más prometedoras del espacio de búsqueda. Si el AG ha sido bien diseñado, la población convergerá hacia una solución óptima del problema.

Los AG no son los únicos algoritmos basados en una analogía con la naturaleza. Las redes neuronales están basadas en el comportamiento de las neuronas en el cerebro. Se pueden utilizar para una gran variedad de problemas de clasificación, como reconocimiento de patrones, aprendizaje de máquina, procesamiento de imágenes y sistemas expertos. Su área de aplicación se traslapa parcialmente con la de los AG. Actualmente se están usando los AG para el diseño de redes neuronales.

El poder de los AG proviene del hecho de que se trata de una técnica robusta, y pueden tratar con éxito una gran variedad de problemas provenientes de diferentes áreas, incluyendo aquellos en los que otros métodos encuentran dificultades. Si bien, es difícil garantizar que el AG encuentre la solución óptima del problema, existe evidencia empírica de que se encuentran soluciones de un nivel aceptable, en un tiempo competitivo con el resto de los algoritmos de optimización. El gran campo de aplicación de los AG se relaciona con aquellos problemas para los cuales no existen técnicas especializadas. Incluso en el caso de que dichas técnicas existan y funcionen bien, pueden efectuarse mejoras de las mismas hibridándolas con los AG.

### 3.3 ALGORITMO GENETICO SIMPLE (AGS)

También llamado Canónico, se representa en la Figura 3.1. Como se verá a continuación, se necesita una codificación o representación del problema, que resulte adecuada al mismo. Además se requiere de una función de evaluación de aptitud o adaptación al problema, la cual asigna un número real a cada posible solución codificada. Durante la ejecución del algoritmo, los padres deben ser seleccionados para la reproducción, a continuación, dichos padres seleccionados se cruzarán generando dos hijos, sobre cada uno de los cuales actuará un operador de mutación. El resultado de la combinación de las anteriores funciones será un conjunto de individuos (posibles soluciones al problema), los cuales en la evolución del AG formarán parte de la siguiente población.



**Figura 3.1** Diagrama de bloques del Algoritmo Genético Simple, también llamado Canónico

### 3.3.1 Codificación

Se supone que los individuos (posibles soluciones al problema), pueden representarse como un conjunto de parámetros, que denominaremos genes, los cuales agrupados forman un cadena de caracteres (denominada cromosoma). Si bien, el alfabeto utilizado para representar a los individuos no debe necesariamente estar constituido por  $\{0,1\}$ , buena parte de la teoría en la que se fundamentan los AG utiliza dicho alfabeto. En términos biológicos, el conjunto de parámetros representando un cromosoma particular se denomina fenotipo. El fenotipo contiene la información requerida para construir un organismo, el cual se refiere como genotipo.

Los mismos términos se utilizan en el campo de los AG (ver Tabla 3.1). La aptitud se infiere a través del fenotipo usando la función de evaluación. La función de aptitud o evaluación debe ser diseñada para cada problema de manera específica. Dado un cromosoma particular, la función de aptitud le asigna un número real, que se supone, indica el nivel de adaptación al problema del individuo representado por el cromosoma.

Durante la fase reproductiva se seleccionan los individuos de la población para cruzarse y producir descendientes, que constituirán, una vez mutados, la siguiente generación de individuos. La selección de padres se efectúa al azar usando un procedimiento que favorezca a los individuos más aptos, ya que a cada individuo se le asigna una probabilidad de ser seleccionado que es proporcional a su función de aptitud. Se dice que este procedimiento esta basado en la ruleta sesgada. Según dicho esquema, los individuos mejor adaptados se escogerán probablemente varias veces por generación, mientras que, los pobremente adaptados al problema, no se escogerán más que de vez en cuando o nunca.

Una vez seleccionadas dos partes, sus cromosomas se combinan, utilizando habitualmente los operadores de cruce y mutación. Las formas básicas de dichos operadores se describen a continuación.

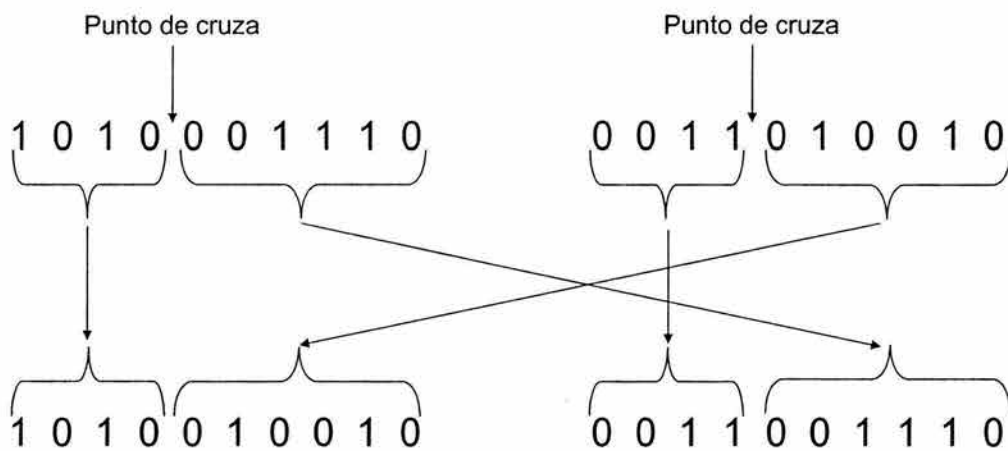
### 3.3.2 Operador de cruce

Se toman los dos padres seleccionados y se cortan las cadenas de caracteres en una posición escogida al azar, para así producir dos subcadenas iniciales y dos subcadenas finales. Después se intercambian las subcadenas finales, produciéndose dos nuevos cromosomas completos, de esta manera, ambos descendientes heredan genes de cada uno de los padres. Este operador se conoce como operador de cruce basado en un punto (Figura 3.2). Habitualmente, el operador de cruce no se aplica a todos los pares de

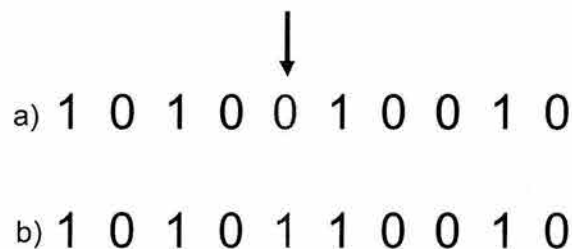
individuos seleccionados para reproducirse, sino que se aplica de manera aleatoria, normalmente con una probabilidad comprendida entre 0.6 y 1.0. En el caso en que el operador de cruce no se aplique, la descendencia se obtiene simplemente duplicando los padres.

### 3.3.3 Operador de mutación

El operador de mutación se aplica a cada hijo de manera individual, y consiste en la alteración aleatoria (normalmente con probabilidad pequeña) de cada gen componente del cromosoma (ver Figura 3.3). Si bien puede en principio pensarse que el operador de cruce es más importante que el operador de mutación, ya que proporciona una exploración rápida del espacio de búsqueda, éste último asegura que ningún punto del espacio de búsqueda tenga probabilidad cero de ser examinado, y es de capital importancia para asegurar la convergencia de los AG.



**Figura 3.2** Operador de cruce en un solo punto



**Figura 3.3** Operador de mutación, a) Descendiente, b) Descendiente mutado

### 3.3.4 Convergencia

Para criterios prácticos, es muy útil la definición de convergencia introducida en este campo por De Jong (1975) en su tesis doctoral. Si el AG ha sido implantado correctamente, la población evolucionará a lo largo de las generaciones sucesivas de tal manera que la adaptación media extendida a todos los individuos de la población, así como la adaptación del mejor individuo, se irán incrementando hacia el óptimo global. El concepto de convergencia está relacionado con la progresión hacia la uniformidad: un gen ha convergido, cuando al menos el 95% de los individuos de la población comparten el mismo valor para dicho gen. Se dice que la población converge cuando todos los genes han convergido. Se puede generalizar dicha definición al caso en que al menos algunos de los individuos de la población hayan convergido.

## 3.4 EL TEOREMA DEL ESQUEMA

Hasta la fecha, el modelo matemático más utilizado para describir el comportamiento de los AG está basado en el teorema del esquema. Éste fue planteado originalmente por Holland para el AGS, y se caracteriza por utilizar selección proporcional, cruza en un solo punto y mutación aleatoria.

Se comenzará por definir qué es un esquema.

### 3.4.1 Plantillas de similitud ("Esquemas")

Un esquema es una plantilla de similitud que representa un subconjunto de arreglos con correspondencias en ciertas posiciones.

Por ejemplo, para el alfabeto binario  $\{0,1\}$  si se agrega un tercer elemento  $*$  (no importa) se pueden crear arreglos (esquemas) sobre el alfabeto ternario  $\{0,1,*\}$ .

Un esquema puede verse como un mecanismo de correspondencia de patrones. Un cierto esquema corresponde a un patrón si los 1's y 0's en el patrón y el esquema corresponden para todas las posiciones. Por ejemplo, para un arreglo de longitud 5, el esquema:  $\{*0000\}$  corresponde a los dos arreglos:  $\{100000, 00000\}$ . El esquema  $\{*111*\}$  se relaciona con los arreglos:  $\{01110, 01111, 11110, 11111\}$ .

El  $*$  es un elemento de notación que permite representar todas las posibles similitudes entre arreglos de una cierta longitud y alfabeto.

El número total de esquemas posibles para arreglos de longitud  $l$  sobre un alfabeto de cardinalidad  $k$ , está dado por:

$$N_s = (k + 1)^l \quad (3.5)$$

Por ejemplo, para  $k=2$ ,  $l=5$ ;  $N_s=243$

Los esquemas permiten evaluar cuanta información se incorpora en el proceso de búsqueda (optimización), si se incluyen las similitudes entre los arreglos de una población.

Sea el arreglo de 5 bits:  $A_l:11111$ .

Este arreglo es uno de entre  $2^5$  esquemas, ya que cualquiera de las 5 posiciones puede ser ocupada por su valor o por un \*.

En general, un arreglo de longitud  $l$  contiene  $2^l$  esquemas, entonces una población de tamaño  $n$  contiene entre  $2^l$  y  $n2^l$  esquemas dependiendo de la variedad en la población.

### 3.4.2 Propiedades de los esquemas

**3.4.2.1 Orden.** Es el número de posiciones fijas en un esquema; por ejemplo, para:

$$H_1=011*1**$$

$$H_2=0*****$$

$$O(H_1) = 4; O(H_2) = 1$$

#### 3.4.2.2 Longitud de definición ( $\partial(H)$ ).

Es la distancia entre la primera y la última posición fija de un esquema, por ejemplo:

$$\partial(H_1) = 5-1 = 4$$

$$\partial(H_2) = 0$$

$\partial$  es una medida de la probabilidad de sobrevivencia de un esquema al aplicar el operador de cruza.

Se ha visto que aún poblaciones pequeñas contienen una gran cantidad de información sobre las correspondencias que existen entre los arreglos que forman la población.



Ahora, cabe preguntarse: de los  $2l$  a  $n2l$  esquemas en una población (binaria), ¿cuántos son procesados de manera útil por un AG?

- 1) La reproducción asigna un número creciente de evaluaciones a arreglos con alto desempeño.
- 2) La aplicación del operador de cruce crea nuevos arreglos. Manteniendo los subarreglos con menor longitud de definición.
- 3) Si la mutación es suficientemente baja, tampoco altera arreglos con longitud de definición corta.

Los esquemas con longitud de definición corta se conocen como bloques de construcción. Un AG asigna un número creciente de evaluaciones a los bloques de construcción asociados con un mejor desempeño.

Los esquemas y sus propiedades proporcionan los medios básicos para analizar el efecto neto de la reproducción y los operadores genéticos en los "bloques de construcción" de una población.

### 3.4.3 Selección

Supóngase que en la población de tamaño  $N$  de generación  $t$  de un AG existen  $k$  representantes del esquema  $H$  y que  $f_1, f_2, \dots, f_k$  son los valores de la función de adaptación para los  $k$  representantes. Si se selecciona aleatoriamente un miembro de la población usando el mecanismo de la ruleta, la probabilidad de que éste sea el  $i$ -ésimo representante del esquema  $H$  es:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (3.6)$$

Entonces, la probabilidad de seleccionar (suponiendo que cada selección es un evento independiente) algún representante del esquema  $H$  es:

$$p_H = \frac{f_1}{\sum_{j=1}^N f_j} + \frac{f_2}{\sum_{j=1}^N f_j} + \dots + \frac{f_k}{\sum_{j=1}^N f_j} = \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_k}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (3.7)$$

Sean  $\bar{f}(H)$  el valor de adaptación promedio de los representantes del esquema  $H$  y  $m(H,t)$  el "número de representantes" del esquema en la población de generación  $t$  (i.e.,  $m(H,t)=k$ ). Por definición:

$$\bar{f}(H) = \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_k}{m(H,t)} \quad (3.8)$$

de donde:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = \bar{f}(H)m(H,t) \quad (3.9)$$

sustituyendo en la ecuación 3.7:

$$p_H = m(H,t) \frac{\bar{f}(H)}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (3.10)$$

esto denota la probabilidad de seleccionar un representante del esquema  $H$  en la población de generación  $t$

$$\bar{f} = \frac{\sum_{j=1}^N f_j}{N} \quad (3.11)$$

entonces, si se seleccionan  $N$  individuos de la población de generación  $t$  para la generación  $t+1$ , el valor esperado de individuos seleccionados del esquema  $H$  es:

$$m(H,t+sel) = N m(H,t) \frac{\bar{f}(H)}{\sum_{j=1}^N f_j} = m(H,t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} \quad (3.12)$$

Hay que reiterar que las expresiones presentadas son válidas sólo para el tipo de selección proporcional o de ruleta.

#### 3.4.4 Cruza

Supóngase que se aplica el operador de cruce con cierta probabilidad  $p_c$  sobre los individuos previamente seleccionados. Considérese lo que ocurriría con aquellas cadenas pertenecientes a un cierto esquema  $H$ . Algunas de estas cadenas se cruzarían con otras, de forma tal que la cadena resultante ya no sería representante del esquema  $H$ , es decir, el esquema se rompería. Otras no serían seleccionadas para cruzarse y simplemente pasarían intactas a la siguiente generación y habría otras más que originalmente no eran representantes del esquema y que al cruzarse generarían cadenas de  $H$ . El valor esperado de cadenas representantes de  $H$  que han sido seleccionadas y a las que no se les aplica el operador de cruce es:

$$(1 - p_c)m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} \quad (3.13)$$

Sea  $p_r$  la probabilidad de ruptura del esquema  $H$ . El valor esperado del número de cadenas representantes de  $H$  que fueron seleccionadas y permanecen en el esquema después de aplicárseles el operador de cruce es:

$$p_c \left( m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} (1 - p_r) \right) \quad (3.14)$$

A la expresión 3.14 habría que hacerle una corrección para considerar aquellas cadenas que originalmente estaban fuera del esquema y que después de cruzarlas generaron representantes de él. Sea  $G$  el número de cadenas ganadas por el esquema  $H$  mediante el mecanismo descrito, reescribiendo 3.14 se tiene:

$$p_c \left( m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} (1 - p_r) + G \right) \quad (3.15)$$

Resumiendo 3.13 y 3.15, el valor esperado del número de representantes del esquema  $H$  tras haber efectuado selección y cruce es:

$$m(H, t + sel + cru) = (1 - p_c)m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} + p_c \left( m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} (1 - p_r) + G \right) \quad (3.16)$$

si se excluye  $G$ :

$$m(H, t + sel + cru) \geq (1 - p_c)m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} + p_c \left( m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} (1 - p_r) \right) \quad (3.17)$$

factorizando:

$$m(H, t + sel + cru) \geq m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} ((1 - p_c) + p_c(1 - p_r)) \quad (3.18)$$

es decir:

$$m(H, t + sel + cru) \geq m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} (1 - p_c p_r) \quad (3.19)$$

Si las cadenas se cortan en un solo punto, un esquema se romperá cuando la cadena que lo representa es cortada en algún punto entre los bits fijos del esquema, es decir, si se corta en algún lugar de los abarcados por  $\delta(H)$ .

En una cadena de longitud  $l$  existen  $l-1$  posibles puntos de corte, así que la probabilidad de romper el esquema  $H$  con un corte es:

$$p_r \leq \frac{\delta(H)}{l-1} \quad (3.20)$$

El símbolo  $\leq$  se debe a que puede ocurrir que al cruzarse dos instancias de un esquema se generen, nuevamente, instancias de dicho esquema.

### 3.4.5 Mutación

También hay que considerar el efecto de las mutaciones. Supóngase que la mutación se aplica con probabilidad  $p_m$  y que tiene el efecto de invertir un bit. Para que una cadena representante del esquema  $H$  permanezca en él tras una mutación, debe ocurrir que ninguno de los bits definidos del esquema sea invertido. La probabilidad de que un bit no sea invertido por una mutación es  $1-p_m$ , así que la probabilidad de que ninguno de los bits definidos sea invertido, suponiendo que el invertir cada bit es un evento independiente, es:

$$\mu(p_m) = (1-p_m)^{o(H)} \quad (3.20)$$

Añadiendo 3.20 a la expresión 3.19 se tiene:

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{\bar{f}} (1-p_c p_r) (1-p_m)^{o(H)} \quad (3.21)$$

A esta expresión se le conoce como el teorema del esquema, y existen diversas versiones de éste, todas ellas equivalentes. Goldberg[11], por ejemplo, prefiere desarrollar la expresión 3.20 en serie de MacLaurin para simplificar, dado que, en principio,  $p_m$  es un número muy cercano a cero:

$$\mu'(p_m) = \frac{d(1-p_m)^{o(H)}}{dp_m} = -o(H)(1-p_m)^{o(H)-1} \quad (3.22)$$

de donde:

$$\mu(0) = 1 \quad y \quad \mu'(0) = -o(H) \quad (3.23)$$

por lo tanto:

$$\mu(p_m) = (1 - p_m)^{o(H)} \approx 1 - o(H)p_m \quad (3.24)$$

Sumando 3.24 a 3.19

$$\begin{aligned} m(H, t+1) &\geq m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{f} (1 - p_c p_r) (1 - o(H)p_m) \\ &= m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{f} (1 - p_c p_r - o(H)p_m + o(H)p_m p_c p_r) \\ &\geq m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{f} (1 - p_c p_r - o(H)p_m) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Finalmente, Goldberg (1989) escribe:

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{f} (1 - p_c p_r - o(H)p_m) \quad (3.26)$$

En otras versiones se encuentra todo dividido por el tamaño de la población, de tal forma que todo queda expresado en términos de probabilidad:

$$p(H, t+1) \geq p(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{f} (1 - p_c p_r) (1 - p_m)^{o(H)} \quad (3.27)$$

o bien:

$$p(H, t+1) \geq p(H, t) \frac{\bar{f}(H)}{f} (1 - p_c p_r - o(H)p_m) \quad (3.28)$$

### 3.4.6 Comentarios

Se han hecho diversas observaciones al teorema de los esquemas, un panorama general sobre ellas puede encontrarse en Whitley(1993), pero las más importante son:

- 1) Sólo es una cota inferior, es decir, no es exacto
- 2) No es muy útil para predecir a largo plazo el comportamiento de un AG
- 3) Sólo considera los efectos destructivos de los operadores genéticos y no los efectos constructivos

- 4) Es particular. Está hecho para el AGS con selección proporcional, cruza de un punto y probabilidad de mutación uniforme

### **3.5 EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN**

Cualquier algoritmo de optimización que se diga eficiente debe utilizar al menos 2 técnicas para encontrar el óptimo global: exploración para descubrir áreas nuevas y desconocidas en el espacio de búsqueda, y explotación para hacer uso del conocimiento adquirido en puntos previamente visitados que ayuden a encontrar mejores puntos.

Estos dos requerimientos son contradictorios, y un buen algoritmo de búsqueda tiene que encontrar el balance, la mejor combinación entre los dos. Un método basado puramente en la búsqueda aleatoria es bueno explorando, pero no explotando, mientras que un método, como el escalando la colina, es bueno explotando pero hace muy poca exploración. Una combinación de estas 2 estrategias sería lo ideal, pero es difícil saber donde radica el balance (i.e. que tanta explotación debemos realizar antes de explorar otras zonas).

Holland (1975) demostró que los AG combinan ambos, exploración y explotación, al mismo tiempo y de una manera óptima. Goldberg (1989) hace una analogía con las máquinas tragamonedas utilizadas en los casinos, aunque en su analogía, las máquinas tienen dos brazos en lugar de uno. Sin embargo, aunque esto es teóricamente cierto para un AG, hay problemas inevitables en la práctica. Esto sucede porque Holland hace ciertas suposiciones para simplificar el problema, estas incluyen:

- 1) El tamaño de la población es infinito
- 2) La función de aptitud refleja con mucha precisión la utilidad de la solución, y
- 3) Los genes en un cromosoma no interactúan significativamente

La primera suposición nunca puede ser satisfecha en la práctica. Debido a esto el funcionamiento de un AG estará siempre sujeto a errores estadísticos.

Aún en ausencia de cualquier presión de selección (i.e. una función de aptitud constante), los miembros de una población seguirán convergiendo a algún punto en el espacio de solución. Esto sucede simplemente debido a la acumulación de errores estocásticos. Si, por otro lado un gen se vuelve dominante en la población, lo será más aún en la siguiente generación. Si el incremento en la dominancia se mantiene por muchas generaciones sucesivas, y la población es finita, entonces un gen puede regarse en todos

los miembros de la población. Una vez que un gen ha convergido de este modo, se fija y entonces la cruce no puede introducir nuevos valores.

Las suposiciones 2 y 3 pueden ser satisfechas en funciones de prueba suaves (sin saltos), pero son más difíciles de satisfacer en los problemas del mundo real.

### **3.6 EPÍSTASIS, UN PROBLEMA CON LA INTERACCIÓN ENTRE LOS GENES**

El enorme número de posibles estructuras genéticas (genotipos), para cada especie de vertebrado, es una contribución importante a la complejidad del sistema adaptativo natural. Sin embargo, la mayor parte de la complejidad de estos sistemas se debe a las interacciones que existen entre los genes.

Diferentes alelos de un mismo gen producen diferentes proteínas asociadas. Típicamente cada proteína o conjunto de ellas forman catalizadores biológicos llamados enzimas. De esta manera, los genes controlan las reacciones químicas que se dan en una célula.

La mayoría de las veces, los productos de una cierta reacción química se utilizan en muchas otras reacciones de la célula. Así, los efectos de modificar alguna enzima tienen una gran propagación, ocasionando cambios significativos en la forma y funcionamiento de la célula.

Los efectos de diferentes enzimas no son aditivos. Por ejemplo, si una secuencia de reacciones químicas depende de varias enzimas, la secuencia no se da hasta que están presentes todas las enzimas (fenómeno conocido como epístasis).

Esto es, el efecto de cada alelo depende fuertemente de que otros alelos estén presentes en el cromosoma.

El conjunto de características de un organismo (el fenotipo) depende en gran medida de procesos epistáticos. Por lo que no existe una manera sencilla de asignar crédito a cada alelo individual por el desempeño del fenotipo.

El proceso de adaptación consiste entonces, en la búsqueda de un conjunto de alelos coadaptados, esto es, alelos de diferentes genes, que juntos aumentan significativamente el desempeño (en un cierto ambiente) del fenotipo correspondiente.

La pregunta central para un sistema adaptativo natural es, entonces:

¿Cómo transformar estructuras inicialmente inapropiadas, en estructuras apropiadas a una variedad de nichos ambientales?, ¿cuál es la estrategia de adaptación o plan adaptativo más apropiado?.

En estudios de genética matemática, la acción del ambiente sobre el fenotipo se resume en una medida de desempeño llamada aptitud (fitness). Aproximadamente, la aptitud de un fenotipo es el número de sus descendientes que sobrevive para reproducirse.

Dentro de una población, la aptitud de un individuo está estrechamente relacionada con su influencia en el desarrollo futuro de la población cuando muchos descendientes de un individuo sobreviven para reproducirse, entonces muchos miembros de la población resultante (i.e. la siguiente generación) tendrán los alelos del individuo original.

La evaluación de los genotipos en una población puede verse como un proceso de muestreo. Donde el espacio de búsqueda es el conjunto de todos los posibles genotipos y el resultado de cada muestra es el desempeño del fenotipo correspondiente.

Se puede preguntar entonces:

¿Cómo afecta la aptitud de una muestra el plan de muestreo?

En un sistema genético la influencia de cada individuo es directamente proporcional a su aptitud. Esto no necesita ser así en general. Sin embargo, la reproducción en proporción al desempeño observado ha proporcionado buenos resultados en la implantación de planes de muestreo, llamados planes reproductivos, aplicables en cualquier problema de adaptación.

Al hacer el número de descendientes de un individuo proporcional a su desempeño, aseguramos que la mayoría de los conjuntos coadaptados de alelos de los individuos más aptos, pasen a la siguiente generación.

Después de varias generaciones, el material genético de la población consistirá, principalmente, de los conjuntos coadaptados de genes, que han demostrado mejor desempeño. De ésta manera, el plan reproductivo toma en cuenta la experiencia pasada. Esta experiencia queda almacenada en el material genético de cada generación.

La simple reproducción no genera nuevas estructuras para ser evaluadas en el ambiente. Esto se logra a través de operadores genéticos que preservan la mayoría de los conjuntos coadaptados de alelos de la generación actual pero al mismo tiempo producen nuevos conjuntos de alelos para su evaluación.



Las dos características principales de los operadores genéticos naturales son:

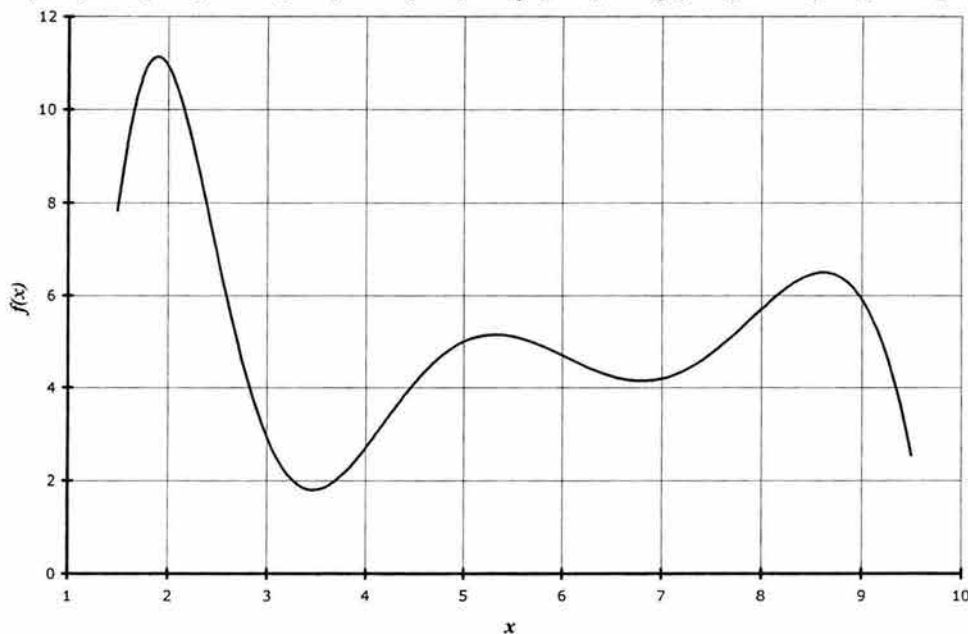
- 1) Los operadores no afectan el tamaño de la población (de esta forma no se afecta el proceso de reproducción)
- 2) Los operadores pocas veces separan alelos que se encuentran cercanos en un cromosoma. Es decir, los alelos coadaptados se mantienen juntos

Un algoritmo genético constituye la implantación de un plan de muestreo (adaptación) reproductivo, que utiliza como operadores principales la cruce y la mutación aleatoria con baja probabilidad.

### 3.7 EJEMPLO

A continuación se muestra un ejemplo de aplicación del algoritmo genético simple para optimizar una función algebraica que tiene varios mínimos, uno de ellos, el mínimo global. En la Figura 3.4 se presenta el dibujo de la función.

$$f(x) = a + b(\ln x) + c(\ln x)^2 + d(\ln x)^3 + e(\ln x)^4 + f(\ln x)^5 + g(\ln x)^6 + h(\ln x)^7 + i(\ln x)^8 + j(\ln x)^9$$



**Figura 3.4** Función algebraica con varios mínimos

De la Figura 3.4 es evidente que el mínimo global es 1.8, que corresponde a un valor de  $x=3.5$ . El ejercicio se resolvió con el AGS para mostrar de una manera sencilla su funcionamiento. En la Tabla 3.1 se presenta la población inicial de 20 individuos y que fue generada aleatoriamente, así como la decodificación o codificación real, la evaluación de la función y su aptitud.

Tabla 3.1 Población inicial

Ind	Codificación Binaria							Representación Decimal	Valor de la variable	Evaluación de la función	Aptitud
1	1	1	1	0	1	0	1	117	8.870	6.265	0.160
2	1	1	0	0	0	1	1	99	7.736	5.159	0.194
3	1	1	1	1	1	0	0	124	9.311	4.274	0.234
4	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547
5	0	0	0	1	1	0	0	12	2.256	9.255	0.108
6	0	1	1	1	1	1	0	62	5.406	5.139	0.195
7	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469
8	0	0	1	0	0	0	1	17	2.571	6.211	0.161
9	1	0	1	1	1	0	1	93	7.358	4.519	0.221
10	0	0	0	0	1	0	0	4	1.752	10.701	0.093
11	1	1	0	0	0	1	0	98	7.673	5.037	0.199
12	0	1	1	1	1	1	1	63	5.469	5.121	0.195
13	0	1	1	1	1	0	0	60	5.280	5.145	0.194
14	0	1	0	1	1	1	1	47	4.461	3.994	0.250
15	0	0	0	1	0	1	1	11	2.193	9.790	0.102
16	1	1	1	1	1	1	1	127	9.500	2.540	0.394
17	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205
18	0	0	1	0	1	1	1	23	2.949	3.226	0.310
19	0	1	1	1	0	0	1	57	5.091	5.068	0.197
20	1	1	1	0	1	0	1	117	8.870	6.265	0.160

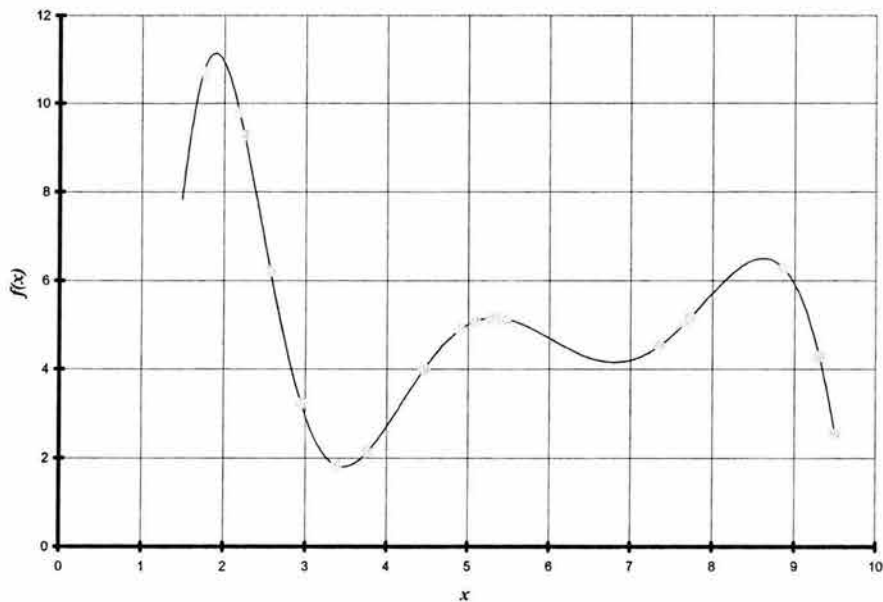
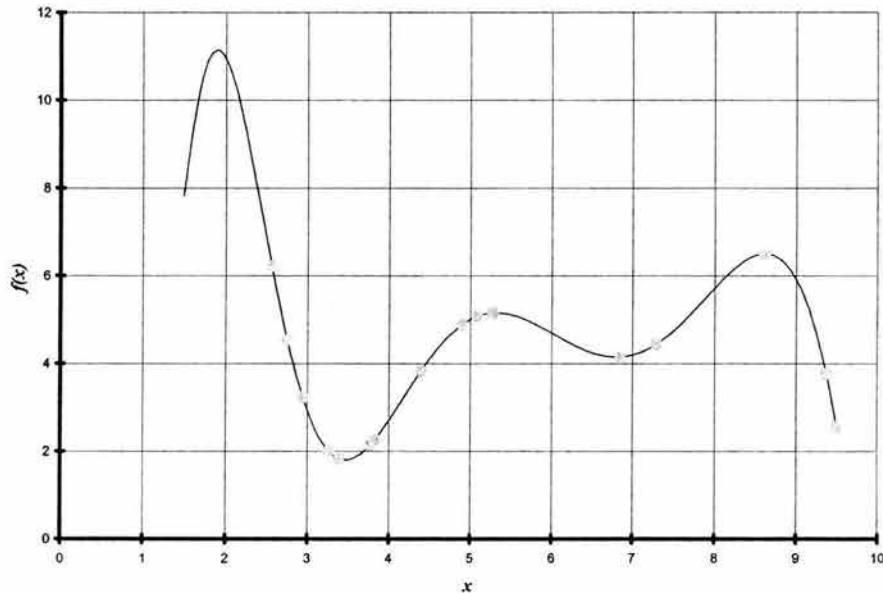


Figura 3.5 Puntos de la primera generación

Tabla 3.2 Cruza en la población inicial

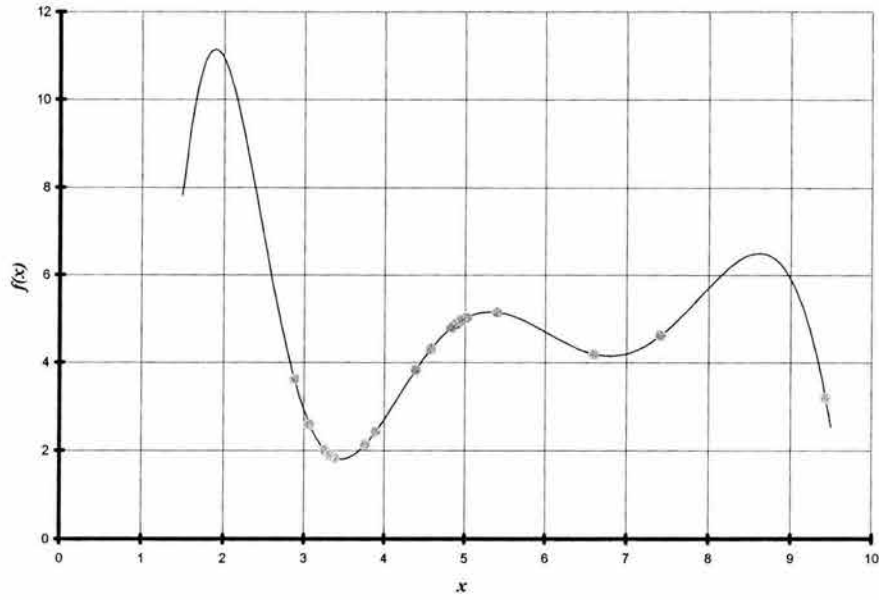
Hijo	1	2	3	4	5	6	7	Pc=0.7	Número aleatorio para seleccionar el punto de cruce	Punto de cruce
3	1	1	1	1	1	0	0	0.6109	0.5414	3
8	0	0	1	0	0	0	1			
	1	1	1	0	0	0	1			
	0	0	1	1	1	0	0			
7	0	1	0	0	1	0	0	0.0712	0.9423	6
4	0	0	1	1	1	1	0			
17	0	1	1	0	1	1	0	0.3143	0.3418	2
17	0	1	1	0	1	1	0			
9	1	0	1	1	1	0	1	0.6084	0.4018	2
20	1	1	1	0	1	0	1			
	1	0	1	0	1	0	1			
	1	1	1	1	1	0	1			
4	0	0	1	1	1	1	0	0.175	0.3077	2
18	0	0	1	0	1	1	1			
16	1	1	1	1	1	1	1	0.621	0.4116	2
8	0	0	1	0	0	0	1			
13	0	1	1	1	1	0	0	0.246	0.2859	2
19	0	1	1	1	0	0	1			
13	0	1	1	1	1	0	0	0.5874	0.3941	2
17	0	1	1	0	1	1	0			
7	0	1	0	0	1	0	0	0.5061	0.503	3
4	0	0	1	1	1	1	0			
	0	1	0	1	1	1	0			
	0	0	1	0	1	0	0			
9	1	0	1	1	1	0	1	0.4648	0.722	4
7	0	1	0	0	1	0	0			
	1	0	1	1	1	0	0			
	0	1	0	0	1	0	1			

En la Tabla 3.2 se muestran los detalles de la cruce de los individuos de la primera generación; los individuos a cruzarse han sido seleccionados utilizando el método de la ruleta, en función de la aptitud de cada uno de ellos. La probabilidad de cruce es  $P_c=0.7$ , la columna de la derecha es un número aleatorio que sirve para determinar el punto de cruce dentro de la longitud de la cadena. En la Figura 3.6 se puede ver la evolución de éstos con respecto a los de la primera generación.

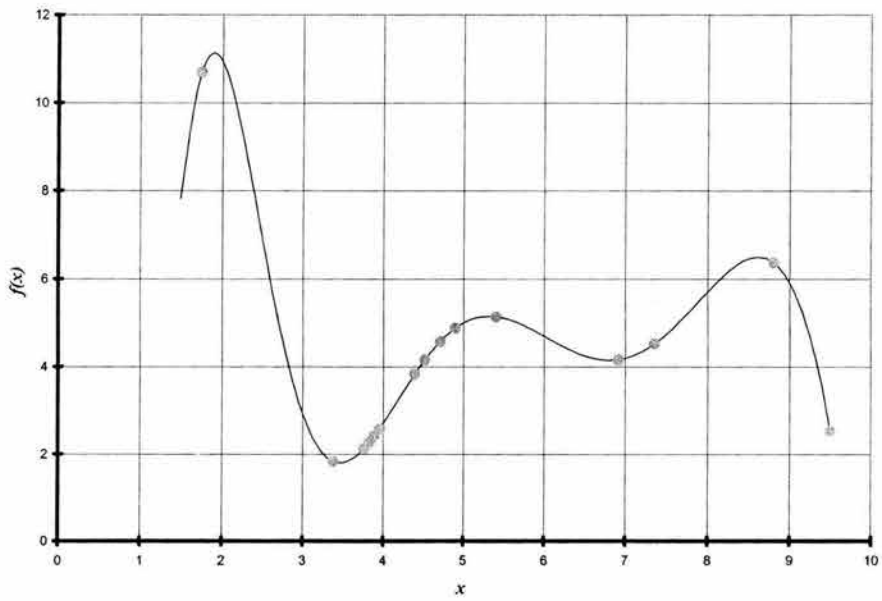


**Figura 3.6** Puntos de la segunda generación

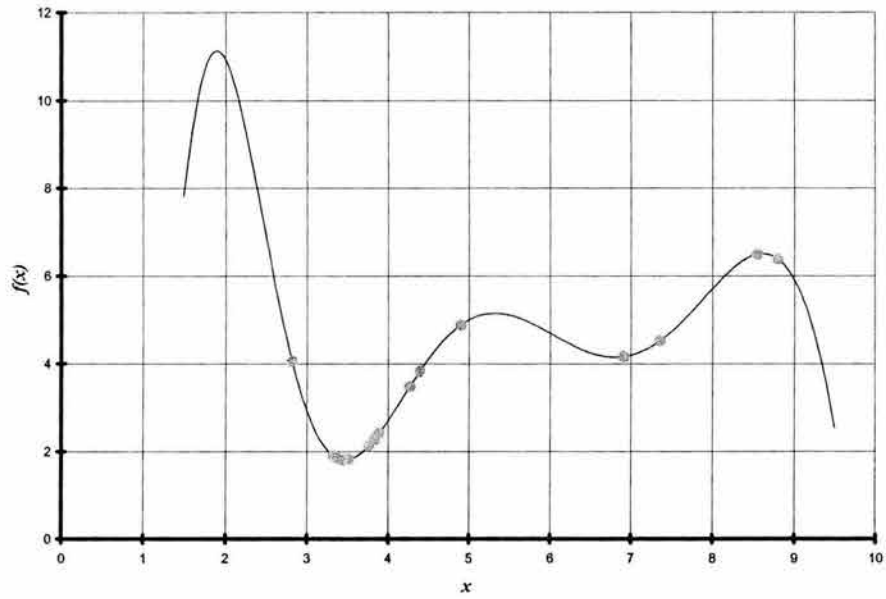
Las Figuras 3.7 a 3.10 muestran la evolución del AGS durante 6 generaciones, las Tablas con todos los detalles de selección, cruce y mutación se presentan en el Anexo B. De ellas y de las Figuras se observa que todos los puntos sobre la curva tienden al mínimo global, y cada generación, menos puntos quedan dispersos sobre la curva de la función.



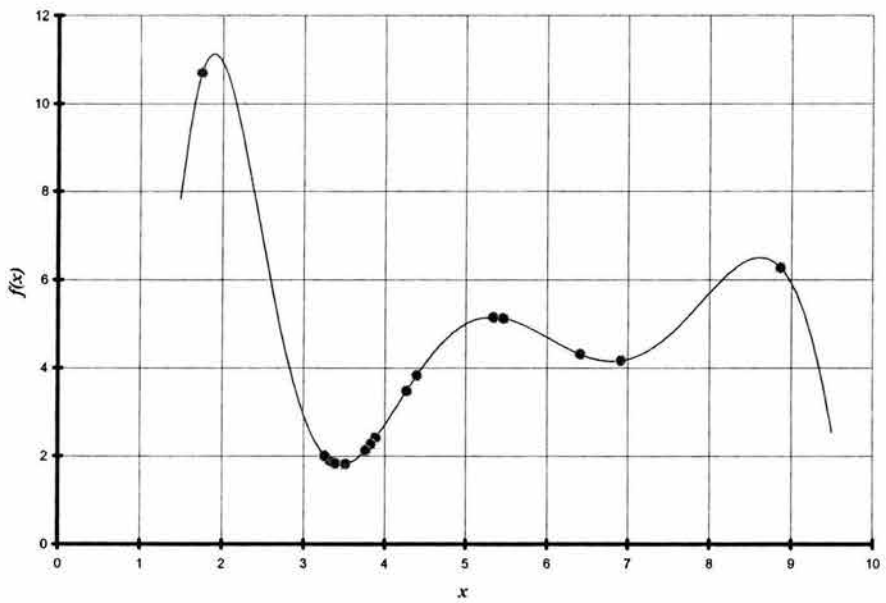
**Figura 3.7** Puntos de la tercera generación



**Figura 3.8** Puntos de la cuarta generación



**Figura 3.9** Puntos de la quinta generación



**Figura 3.10** Puntos de la sexta generación

*Tres billones de años de evolución  
no pueden estar equivocados.  
Es el algoritmo más poderoso que existe.  
David Goldberg*

## **IV**

# **Implantación del AGS para el diseño óptimo de redes de distribución de agua potable**

En este capítulo se describirá con detalle la manera en que se implementó cada una de las partes del diagrama de bloques que se presenta en la Figura 3.1, que es el paradigma principal del AG.

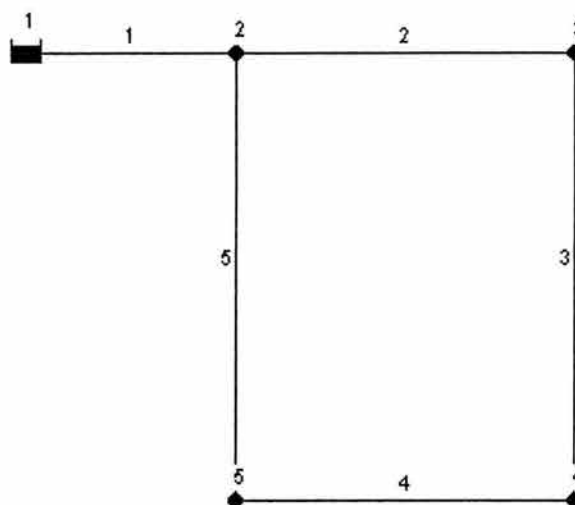
### **4.1 CODIFICACIÓN**

El diseño óptimo de una red de distribución de agua potable tiene por objetivo determinar los diámetros de cada uno de los tramos de ella, de tal manera que se satisfagan las restricciones de presión y demanda en los nodos, velocidad del fluido en las tuberías, y que además el conjunto de diámetros de las tuberías que sean seleccionados de como resultado la red más barata posible.

En este caso, el costo es una función exclusiva de los diámetros de las tuberías (ya que su longitud esta definida), por lo tanto el primer paso es codificar el conjunto de diámetros comerciales que pueden ser elegidos, de tal manera que después sea posible realizar los demás pasos del AGS.

La codificación de los diámetros se hizo en sistema binario porque fue el sistema para el cual fue propuesto el AGS de Holland (1975).

Supóngase que se desea realizar el diseño óptimo de una red con un trazo como el mostrado en la Figura 4.1.



**Figura 4.1** Trazo de la red utilizada como ejemplo

En la Tabla 4.1 se muestran todos los datos necesarios para realizar el diseño, estos son: carga en el tanque, longitud de los tramos, elevación del terreno donde se ubica el nodo y gasto de salida al exterior (demanda) en cada uno de los nodos.

**Tabla 4.1** Datos necesarios para el diseño  
(Las tuberías tienen una rugosidad de  $\epsilon=0.15$  mm)

Tramo	Longitud (m)	Nodo	Demanda (l/s)	Elevación (m)
1	100	2	15	70
2	200	3	30	70
3	800	4	60	70
4	200	5	15	70
5	800	1	Carga en el tanque: 100 m	

En la Tabla 4.2 se presenta el conjunto de diámetros comerciales disponibles para el presente diseño, y su correspondiente costo.



**Tabla 4.2** Codificación de diámetros comerciales

Costo (UM)	Diámetro (in)	Codificación Binaria	Codificación Real
40	8	000	0
50	10	001	1
60	12	010	2
70	14	011	3
80	16	100	4
90	18	101	5
80	16	110	6
90	18	111	7

En este caso se tienen 6 diámetros, por lo tanto se necesitan tres dígitos para representar cada uno de ellos en sistema binario ( $2^3=8$ ). Se puede notar que existen 2 combinaciones más de las necesarias, pues se generan 8 combinaciones posibles cuando se tienen tres dígitos de precisión y existen dos posibles valores para cada uno; sólo se necesitan 6 de esos 8, la solución a este detalle es duplicar dos de los diámetros, pueden ser los dos últimos o los dos primeros.

Durante la ejecución del AGS, en los 4 ejemplos que más adelante se verán, se utilizaron las 2 posibilidades y se demostró que cualquiera de ellas arroja los mismos resultados; dicho de otra manera, la elección de duplicar los dos primeros diámetros o los dos últimos, no cambia los resultados finales; el AGS converge de todas maneras. En la Tabla 4.2 también se muestra la correspondiente codificación en sistema binario y decimal para cada uno de los posibles diámetros.

## 4.2 GENERACIÓN DE LA POBLACIÓN INICIAL

Una vez que se han codificado los diámetros, se procede a generar, aleatoriamente, la población inicial. Para esto se requieren dos datos, uno es el número de individuos de la población inicial y el otro, la longitud del cromosoma.

El número de individuos de la población inicial es decisión de la persona que utilice el método. El hecho de que los AG sean tan versátiles hace un poco difícil la selección del número de individuos, pues el número que es adecuado para un problema en particular, resulta no ser tan bueno para otro. En el caso del Diseño Óptimo de Redes de Distribución de Agua Potable, y después de haber optimizado redes de diferente tamaño, se llegó a la conclusión de que el número de individuos de la población inicial, depende del tamaño de la red y la cantidad de diámetros comerciales disponibles; i.e., en general

resulta ser función del número de combinaciones totales para una red en particular.

Debido a los tamaños de red que se optimizaron en este trabajo, el tamaño de la población adecuado resulto ser de 60, 100 y 1000 individuos, según el caso.

La longitud del cromosoma es igual al número de tramos que tenga la red, multiplicado por la precisión. Precisión, en este caso, es el número de dígitos que se requieren para codificar el conjunto de diámetros comerciales disponibles en sistema binario. Para el ejemplo de la Figura 4.1 se tiene que:

$$l_c = NT * PRECI = 5 * 3 = 15$$

donde

$l_c$	longitud del cromosoma
$NT$	número de tuberías
$PRECI$	precisión

Por lo tanto se generarán tantos individuos, como se desee, y con una longitud de 15 bits cada uno.

### 4.3 EVALUACIÓN DE LA APTITUD DE CADA UNO DE LOS INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN

La función de aptitud se definió como

$$fa = \frac{1}{C_i + C_p} \quad (4.1)$$

donde

$fa$	valor de la función de aptitud.
$C_i$	costo de construcción de la red, que está en función del diámetro y la longitud de cada tramo, también puede incluir costos por instalación, accesorios, cruceros, etc.
$C_p$	costo de penalización, sólo para aquellas redes que presenten nodos con presiones por abajo de la mínima propuesta.

Para calcular el costo de penalización se realiza lo siguiente: una vez que se ha revisado el funcionamiento hidráulico de cada uno de los individuos, se calcula la diferencia entre la presión existente en cada uno de los nodos y la

presión mínima propuesta, siempre y cuando la presión en el nodo correspondiente esté por abajo de la mínima; el costo de penalización será entonces el producto de la mayor diferencia por una constante  $K$ .

Se ilustra lo anterior con un ejemplo, en la Tabla 4.3 se muestran las presiones correspondientes a dos redes (individuos) y el valor que tendría el costo de penalización,  $C_p$ , suponiendo  $P_{\min}$  de 29 m.

**Tabla 4.3** Cargas de presión disponible correspondientes a dos individuos (redes) diferentes

Tubo/Nodo	D (in)	Presión (m)	$\Delta p$ (m)	D (in)	Presión (m)	$\Delta p$ (m)	
1	14			18			
2	12	29.60	-	16	29.89	-	
3	10	29.06	-	12	29.78	-	
4	10	27.37	1.63	12	29.29	-	
5	10	27.57	1.43	14	29.41	-	
			$C_p=1.63*K$				$C_p=0*K$

Cuando además existe una presión mínima restringida, también y una máxima, el  $C_p$ , será la suma de un  $C_p$  para la presión mínima (calculado como se describió anteriormente), y uno para la presión máxima. El  $C_p$  de la presión máxima se obtiene de la misma manera que para la presión mínima.

El valor de  $K$  depende del posible costo de la red para un determinado conjunto de diámetros. Si, por ejemplo, el costo de la red fuese del orden de los miles, entonces, el  $K$  debe ser del mismo orden; sólo de esta manera realmente se penaliza aquellos individuos (redes) que no cumplan con las restricciones de presión.

Cabe hacer notar que si el costo de penalización es alto, el valor de  $f_a$  será bajo (Ecuación 4.1); por lo tanto, individuos con esas características desaparecerán en las siguientes generaciones; así mismo, se tendrán individuos (redes) muy aptos cuando  $C_p$  tenga valor de cero y el  $C_i$  sea pequeño. El  $C_i$  será pequeño si el conjunto de diámetros para la red en cuestión, tiene los diámetros más pequeños posibles que satisfagan las restricciones de presión y demanda.

Como se ha descrito en párrafos anteriores, para calcular el  $C_p$ , y en consecuencia la aptitud de cada individuo (red), es necesario hacer una revisión hidráulica para cada uno de los individuos que forman la población, para esto se utiliza un modelo de cálculo hidráulico de tipo estático y el método para resolver las ecuaciones, es el método del gradiente, presentado por Todini y Pilati en 1987[31]. En el Anexo A, se describen con detalle las ecuaciones planteadas y el algoritmo de solución. El método del gradiente se

codificó como una subrutina dentro del cuerpo principal del AG, los resultados que entrega son: cargas piezométricas, presiones disponibles y gastos en los nodos; velocidad, gasto, número de Reynolds y factor de fricción para cada uno de los tramos. En el método el factor de fricción de Darcy es ajustado a las condiciones de flujo. En la Tabla 4.4 se muestran los parámetros antes mencionados, tal como los entrega la subrutina para la red que se está tomando como ejemplo. Aunque de todos ellos, la subrutina sólo regresa al programa principal del AG el valor de la presión en todos los nodos, pues con base en ella se calcula el costo de penalización,  $C_p$ .

**Tabla 4.4** Salida de la subrutina de simulación hidráulica

Nodo	Elevación (m)	Demanda (l/s)	Carga Piezométrica (m)	Presión (m)
2	70	15	99.89	29.89
3	70	30	99.78	29.78
4	70	60	99.29	29.29
5	70	15	99.41	29.41
Tanque	70	-120	100	0

**Tabla 4.4** Continuación

Tubería	D (in)	Longitud (m)	Gasto (l/s)	Velocidad (m/s)	Re $1 \times 10^5$	Factor de fricción
1	18	100	120	0.75	3.375	0.017
2	16	200	60.2	0.48	1.92	0.018
3	12	800	30.2	0.43	1.29	0.02
4	12	200	-29.8	0.42	1.26	0.02
5	14	800	-44.8	0.47	1.645	0.019

El signo negativo en el gasto indica que el flujo va en sentido contrario al que se supuso en un principio.

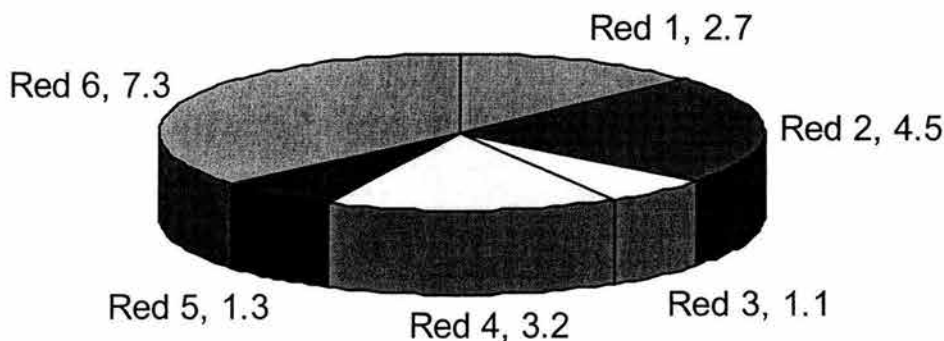
#### 4.4 SELECCIÓN PROPORCIONAL

Una vez que se ha evaluado la aptitud de cada individuo, se procede a seleccionar parejas para llevar a cabo la cruce. A diferencia de los seres humanos, hombres y mujeres, donde por cada pareja, generalmente, se tiene un descendiente, en los AG, por cada par de padres, se tendrá el mismo número de hijos. Esto mantendrá constante el número de individuos en todas las generaciones.

El método de selección utilizado es el de la ruleta o selección proporcional, dicho método asigna a cada individuo una parte, dentro de la ruleta, de tamaño proporcional a su aptitud.

Sea una población de seis individuos, cada uno de ellos con su correspondiente valor de aptitud asignado, que ha sido calculado de la manera descrita en el apartado anterior; entonces, se fabrica "un pastel" donde a cada individuo se le asigna una rebanada de tamaño proporcional a su aptitud (Figura 4.2). Se suman las aptitudes de todos los individuos y se procede a la selección de la siguiente manera: se generan tantos números aleatorios como individuos tenga la población, dichos números deben estar entre cero y el valor de la suma de las aptitudes. Para el caso que mostramos como ejemplo, la suma de las aptitudes es 20.1, lo anterior indica que se tendrán que generar números aleatorios entre 0 y 20.1 ( $2.7+4.5+1.1+3.2+1.3+7.3$ ). Por cada número generado, se van sumando una a una las aptitudes de los individuos y se seleccionará el último individuo cuya aptitud, al sumarse, dé como resultado un número mayor al generado aleatoriamente. Este tipo de selección permite que los individuos más aptos tengan mayor probabilidad de ser seleccionados que los menos aptos; es una de las razones por las que el AG siempre converge a un resultado, que si no es el óptimo global, sí es muy cercano a él.

Por ejemplo, para la Figura 4.2, se genera un número aleatorio, supóngase 9; sumando las aptitudes de los individuos 1, 2 y 3, se obtiene un valor de 8.3, al sumar la aptitud del 4º individuo, se tiene que la suma es mayor de 9, entonces el individuo seleccionado para cruzarse es el 4º.



**Figura 4.2** Ruleta para la selección proporcional, individuos con su correspondiente aptitud

## 4.5 CRUZA

Para una población de seis individuos, que no son los de la población inicial, sino los que han sido previamente evaluados y seleccionados.

Se ordenan por número de individuo, del 1 al 6, y se cruzan los números impares con los pares adyacentes. Si el número de individuos de la población es impar, el último individuo pasa tal cual a la siguiente generación, sin ser cruzado. Ver Tabla 4.5.

**Tabla 4.5** Formación de parejas para la cruce

No. de Individuo	No. de pareja
1	1
2	
3	2
4	
5	3
6	

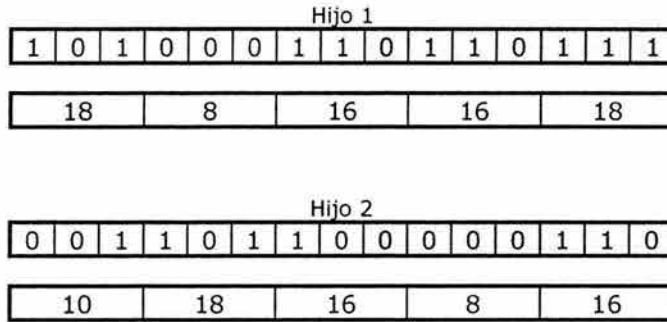
Generalmente las probabilidades de cruce ( $P_c$ ) están entre 0.6 y 1.0, el valor depende del problema que se esté optimizando, y de la cantidad de posibles soluciones que existan para él; en el caso de las redes que se mostrarán más adelante, se uso el valor de 0.7 como probabilidad de cruce. Esto es, para cada pareja se genera un número aleatorio entre cero y uno, si éste es menor o igual que 0.7 entonces se aplica el operador de cruce, de lo contrario los individuos pasan sin modificaciones a la siguiente generación.

Volviendo al ejemplo de la red mostrada en la Figura 4.1, se sabe que la longitud del cromosoma para los individuos que la representan es 15; supóngase que los individuos 1 y 2 son los que se muestran en la Figura 4.3. Para dicha pareja se genera un número aleatorio entre uno y  $lc-1$  (longitud del cromosoma menos 1). Para el ejemplo de la Figura 4.3, el número aleatorio debe ser entre 1 y 15, si el número aleatorio generado es 8, ese lugar en la cadena cromosómica se designa como el punto de cruce.



**Figura 4.3** Individuos de la pareja 1, el punto de cruce se señala con la línea más gruesa

La primera parte del cromosoma del primer hijo será aquella que se localice a la izquierda del punto de cruce del primer padre, la segunda, será la parte del cromosoma que esté a la derecha del punto de cruce en el segundo padre. Para el segundo hijo se tiene que la primera parte del cromosoma corresponde a la parte izquierda del punto de cruce del segundo padre, y la segunda parte será la que corresponde a la derecha del punto de cruce, pero del primer padre.



**Figura 4.4** Descendientes de la pareja 1

Todo lo descrito anteriormente se realiza para cada una de las parejas; en el caso del ejemplo, para las tres parejas. Al final de este proceso se tendrán los nuevos descendientes.

#### 4.6 MUTACIÓN

En general, las probabilidades de mutación ( $P_m$ ) para resolver problemas de ingeniería son muy bajas, 0.02, pero es importante que exista para mantener la diversidad en la población.

En el presente trabajo se utilizó una probabilidad de mutación de  $0.7/lc$ , es decir que varía dependiendo del tamaño de la red.

Para la red que se ha venido utilizando como ejemplo, se tiene

$$P_m = \frac{0.7}{15} = 0.046$$

Para cada uno de los descendientes, obtenidos mediante el operador de cruce de la sección anterior, se genera un número aleatorio entre cero y uno. Si el número generado es menor o igual que 0.046, se aplicará el operador de mutación al individuo, de lo contrario pasará intacto a la siguiente generación.

Si el individuo se ha seleccionado para mutarse, entonces se genera otro número aleatorio, esta vez entre 1 y 15 ( $lc$ ). El número generado será la posición en la cadena cromosómica que será mutada. Vease como ejemplo la Figura 4.5. Suponiendo que el número aleatorio generado para el primer descendiente de la población fue nueve.

Hijo 1														
1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1
18	8	16	16	18										
Hijo mutado														
1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
18	8	18	16	18										

**Figura 4.5** Descendiente mutado en el noveno gen

Una vez mutados los descendientes se comienza un nuevo ciclo, evaluando aptitudes, seleccionando, cruzando y mutando hasta que se llegue a cierto número de generaciones y se tenga el mejor individuo de todas ellas.

El número de generaciones es la manera más común de detener el algoritmo. En el caso del DORDAP, el número de generaciones depende, una vez más, del tamaño de la red, para los problemas que se presentarán en la siguiente sección, bastaron 80 y 100 generaciones.

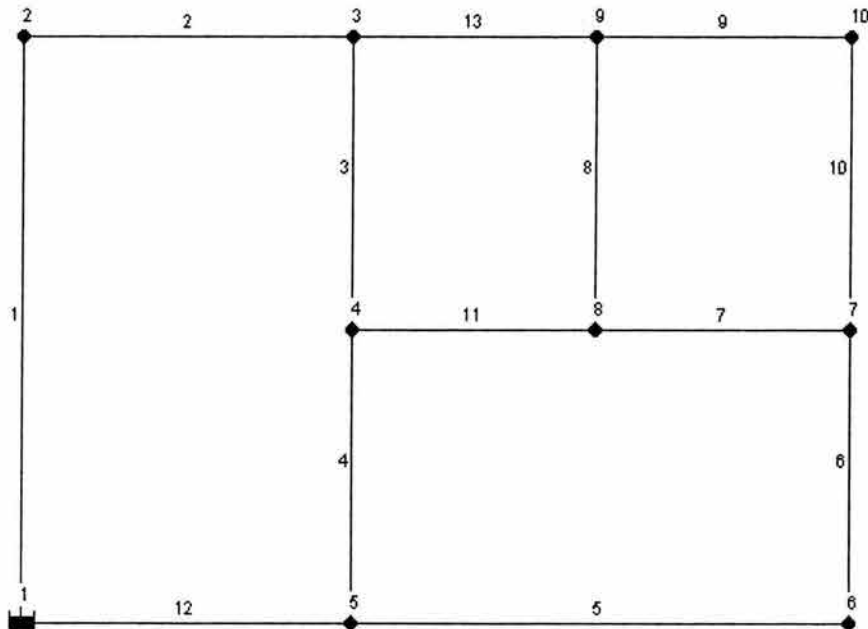
#### 4.7 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Se optimizaron 4 redes de diferente tamaño, las redes tienen como característica, el poseer un solo tanque de suministro. La razón de haber utilizado tales redes es que todas ellas han sido optimizadas por otros autores y con diferentes técnicas de optimización, lo que permitió comparar los resultados obtenidos con el método del AGS y así, evaluar su bondad en estos 4 casos particulares. Lo anterior no significa que el método no pueda ser aplicado a otro tipo de redes.

Para la optimización de las redes se hizo un programa, apoyándose en una caja de utilería de *MATLAB*, desarrollada en la Universidad de Sheffield, Inglaterra (Chipperfield et al. [7]). Todas las simulaciones se realizaron en una máquina con procesador Pentium 4 y 1.4 GHz de velocidad.



**4.7.1 Red 1** Propuesta por Vázquez en 1989. La Figura 4.6 muestra el trazo de la red y la Tabla 4.6, los datos necesarios para el diseño.



**Figura 4.6** Trazo de la red utilizada por Vázquez en 1989

**Tabla 4.6** Datos necesarios para el diseño (Elevación de todos los nodos: 70m)

D (in)	Costo (\$/m)	Tramo	Longitud (m)	Nodo	Demanda (l/s)
4	27	1	900	2	0
6	45	2	600	3	0
8	66	3	400	4	0
10	88	4	500	5	0
12	111	5	1000	6	20
14	136	6	500	7	0
16	161	7	500	8	30
18	188	8	400	9	0
20	216	9	500	10	50
Material: FoGo $\epsilon=0.15$ mm		10	400	1	Carga en el tanque: 100 m
		11	500		
		12	600		
		13	500		
					Pmín: 15 m

Como se ve en la Figura 4.6, la red consta de 14 tuberías y hay 9 posibles diámetros para cada una de ellas, teniéndose un total de  $2.28 \times 10^{13}$  posibles soluciones.

Se ejecutó el AGS por 50 generaciones con 100 individuos en la población, es decir, se realizaron 5000 evaluaciones de todas las posibilidades, lo que

representa el  $2.18 \times 10^{-9}$  % del total, el tiempo de cómputo fue de 182.7 segundos. En la Figura 4.7 se presenta la evolución del AGS, y los resultados de costo y funcionamiento hidráulico se muestran en la Tabla 4.7.

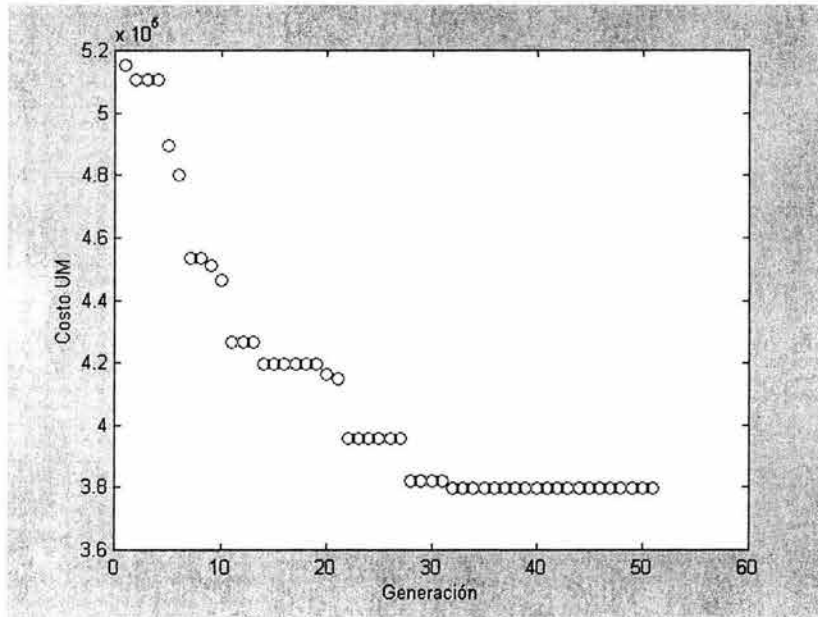


Figura 4.7 Evolución del AGS para la red propuesta por Vázquez

Tabla 4.7 Resultados para la red propuesta por Vázquez

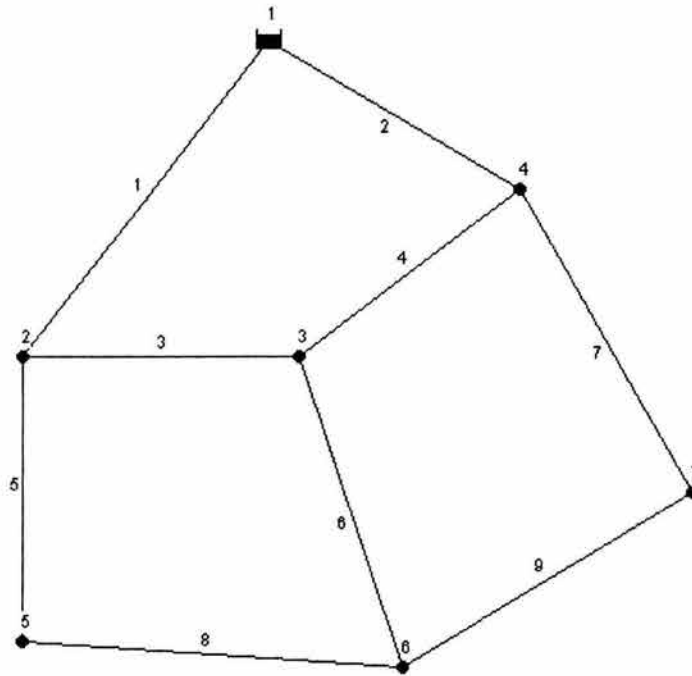
Tramo Nodo	D (in)	Gasto (l/s)	Velocidad (m/s)	Re 1 X 10 <sup>5</sup>	Factor de fricción	Carga de presión disponible (m)
1	4	5.17	0.63	0.648	0.0248	
2	4	5.17	0.63	0.648	0.0248	95.44
3	4	2.69	0.33	0.338	0.0268	92.40
4	10	73.85	1.45	3.702	0.0186	92.99
5	6	20.96	1.14	1.751	0.0213	96.96
6	4	0.96	0.11	0.120	0.0321	87.54
7	4	4.41	0.54	0.553	0.0252	87.43
8	8	36.74	1.13	2.302	0.0199	89.31
9	10	44.61	0.88	2.236	0.0192	86.74
10	4	5.38	0.66	0.674	0.0247	85.25
11	10	71.16	1.40	3.567	0.0186	
12	12	94.82	1.29	3.961	0.0180	
13	4	7.87	0.97	0.986	0.0239	
Costo de la red: \$ 372,600						

Vázquez, como ya se ha descrito en el capítulo 2, propuso un método de optimización basado en las ecuaciones de Hardy Cross. En la Tabla 4.8 se muestran los resultados obtenidos por él, también se muestran los resultados obtenidos mediante el método propuesto por Saldarriaga, que se menciona en el capítulo 2. La última columna muestra los resultados obtenidos con el AGS y aunque Saldarriaga obtiene una red que funciona bien hidráulicamente, es aproximadamente 13% más cara que la red obtenida con el AGS.

**Tabla 4.8** Comparación de resultados para la red propuesta por Vázquez

Autor	Vázquez et al. (1989)		Saldarriaga (2003)		Este trabajo	
	Tubo/Nodo	D (in)	P (m)	D (in)	P (m)	D (in)
1	12		6		4	
2	12	26.77	8	19.83	4	25.44
3	6	24.62	4	18.26	4	22.4
4	6	23.87	8	20.81	10	22.99
5	6	24.45	8	24.84	6	26.96
6	6	20.27	6	18.82	4	17.54
7	4	20.74	4	16.17	4	17.43
8	6	21.06	4	17.8	8	19.31
9	12	23.21	8	17.61	10	16.74
10	4	22.33	8	15.4	4	15.25
11	6		8		10	
12	6		10		12	
13	12		10		4	
Costo (\$)	477,300		425,900		372,600	
Evaluaciones					5,000	
Tiempo de cómputo					182.7 s	
Fracción del espacio total					2.18 e-11	

**4.7.2 Red 2** Propuesta por Carrillo et al. en 1998. La Figura 4.8 muestra el trazo y la Tabla 4.8 los datos necesarios para el diseño.



**Figura 4.8** Trazo de la red utilizada por Carrillo en 1998

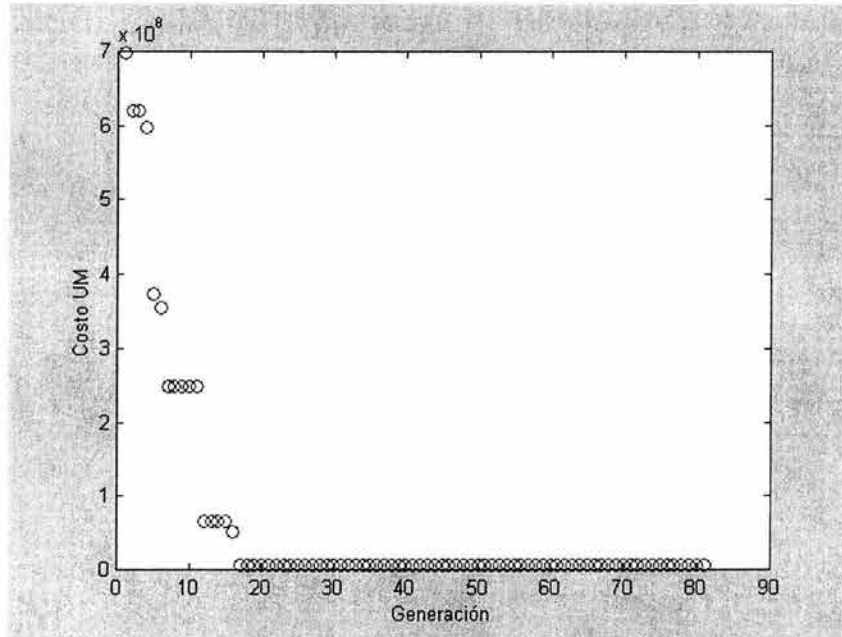
**Tabla 4.8** Datos necesarios para el diseño

D (in)	Costo (\$/m)	Tramo	Longitud (m)	Nodo	Demanda (l/s)	Elevación (m)
6	45.191	1	687	2	127.5	2254
8	65.686	2	291	3	79.5	2188
10	87.792	3	502	4	103.5	2239
12	111.273	4	385	5	127.5	2125
14	135.962	5	373	6	141	2167
16	161.737	6	611	7	118.5	2216
ε=0.15 mm		7	525	1	Carga en el tanque: 2300 m	
		8	682	Pmín: 10 m      Pmáx: 50 m		
		9	806			

La red consta de 9 tuberías y hay 6 posibles diámetros para cada una de ellas, teniéndose un total de  $1.0 \times 10^7$  posibles soluciones.

Se seleccionó una población de 60 individuos y el programa realizó 80 generaciones, con lo cual se hicieron 4800 análisis hidráulicos de todas las posibles soluciones, arriba mencionadas, esto representa el 0.047% del total. En la Figura 4.9 se presenta la evolución del AGS, y los resultados se

muestran en la Tabla 4.9. El tiempo de cómputo promedio es de 88 segundos.



**Figura 4.9** Evolución del AGS para la red propuesta por Carrillo

**Tabla 4.9** Resultados para la red propuesta por Carrillo

Tramo Nodo	Diámetro (in)	Gasto (l/s)	Velocidad (m/s)	Re $1 \times 10^6$	Factor de fricción	Carga de presión disponible (m)
1	12	312.73	4.28	1.306	0.0171	
2	12	384.76	5.27	1.607	0.0170	9.87
3	6	76.41	4.18	0.638	0.0201	16.51
4	6	96.64	5.29	0.807	0.0200	37.94
5	6	108.81	5.96	0.909	0.0200	50.11
6	8	93.56	2.88	0.586	0.0190	13.25
7	10	184.61	3.64	0.925	0.0179	35.88
8	6	-18.68	1.02	0.156	0.0215	
9	6	-66.11	3.62	0.552	0.0202	
Costo de la red: \$ 319,230						

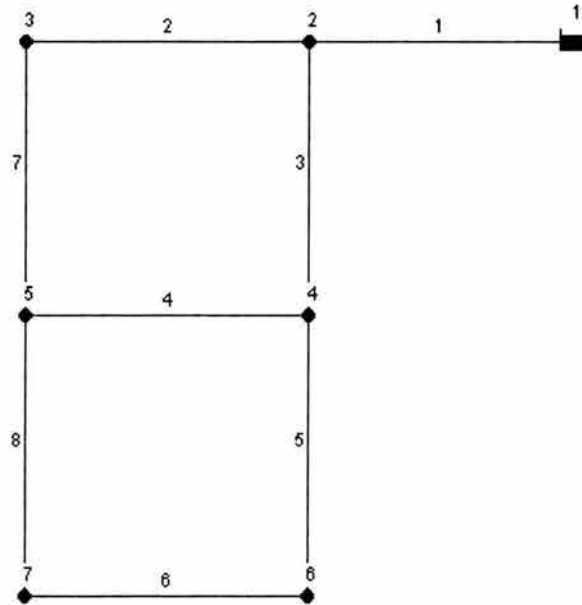
En la Tabla 4.10 se tienen los resultados para la red propuesta por Carrillo; Sanvicente et al, la resolvieron utilizando la técnica de recocido simulado, muchos de los nodos tienen presiones por encima de la máxima tanto en la red obtenida por Carrillo como en la red de Sanvicente; en el caso de la solución obtenida por Rosales, el nodo 4 está ligeramente por encima del mínimo, aunque el 6, sí tiene 18 metros más. En el caso de la solución obtenida con el AGS, los nodos 3 y 6 violan ligeramente las restricciones de presión establecidas, 10 metros como presión mínima y 50 como máxima.

**Tabla 4.10** Comparación de resultados para la red propuesta por Carrillo

Tubo/Nodo	Carrillo et al. (1998)		Sanvicente et al. (2000) RS		Rosales et al. (2003)		Este trabajo	
	D (in)	P (m)	D (in)	P (m)	D (in)	P (m)	D (in)	P (m)
1	16		12		12		12	
2	14	28.97	16	16.32	12	16.36	12	9.87
3	6	80.83	6	84.13	6	51.90	6	16.51
4	6	55.71	10	54.09	8	34.26	6	37.94
5	14	150.65	10	131.41	6	68.93	6	50.11
6	6	100.06	8	76.55	8	37.10	8	13.25
7	8	51.03	8	31.70	10	35.44	10	35.88
8	12		6		6		6	
9	16		6		6		6	
Costo (UM)	509,820		354,610		327,130		319,230	
Evaluaciones							4800	
Fracción del espacio total							0.00047	
Tiempo de cómputo							88 s	

ESTA TESIS PERTENECE AL INSTITUTO DE LA BIRIA

**4.7.3 Red 3** Propuesta por Alperovits et al. en 1977. La Figura 4.10 muestra el trazo y la Tabla 4.10 los datos necesarios para el diseño.



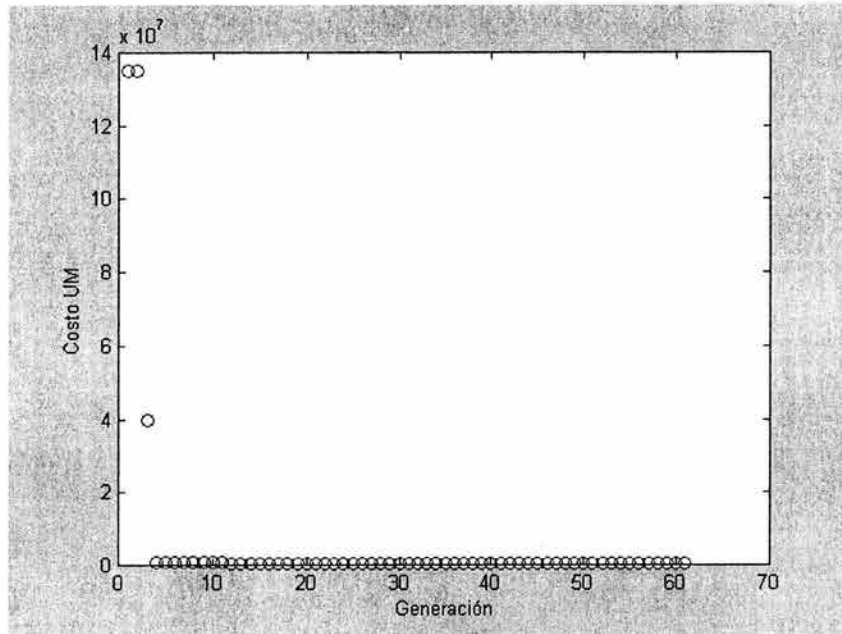
**Figura 4.10** Trazo de la red utilizada por Alperovits en 1977

**Tabla 4.10** Datos necesarios para el diseño

D (in)	Costo (\$/m)	Tramo	Longitud (m)	Nodo	Demanda (l/s)	Elevación (m)
1	2	1	1000	2	27.78	150
2	5	2	1000	3	27.78	160
3	8	3	1000	4	33.33	155
4	11	4	1000	5	75.00	150
6	16	5	1000	6	91.67	165
8	23	6	1000	7	55.56	160
10	32	7	1000	1	Carga en el tanque: 210 m	
12	50	8	1000			
14	60	$C_H: 130$		$P_{\min}: 30 \text{ m}$		
16	90					
18	130					
20	170					
22	300					
24	550					

La red consta de 8 tuberías y hay 14 posibles diámetros para cada una de ellas, teniéndose un total de  $1.47 \times 10^9$  posibles soluciones.

El programa realizó 60 generaciones con 80 individuos en la población, realizando 4800 evaluaciones hidráulicas, que representan el  $3.25 \times 10^{-4}\%$  de las totales existentes. En la Figura 4.11 se presenta la evolución del AGS, y los resultados se muestran en la Tabla 4.11. Tiempo promedio de cómputo, dos minutos.



**Figura 4.11** Evolución del AGS para la red propuesta por Alperovits

**Tabla 4.11** Resultados para la red propuesta por Alperovits

Tramo Nodo	Diámetro (in)	Gasto (l/s)	Velocidad (m/s)	Carga de presión disponible (m)
1	18	311.12	1.89	
2	10	93.52	1.84	53.26
3	16	189.81	1.46	30.66
4	4	9.09	1.12	43.48
5	16	147.38	1.13	34.09
6	10	55.71	1.09	30.49
7	10	65.74	1.29	30.66
8	1	0.15	0.31	
Costo de la red: \$ 419,000				



La Tabla 4.12 muestra las soluciones obtenidas por muchos autores para la red propuesta por Alperovits, el principal problema que presentan los cuatro primeros autores, es que consideran al diámetro como una función continua, siendo que no lo es; además, debido a la metodología que utilizan para optimizar, es necesario que inserten nuevos nodos en los ya establecidos en el trazo de la red, esto propicia que un tramo de tubería tenga un porcentaje de su longitud total con un diámetro y el resto con otro diámetro diferente. En el caso de la continuación de la Tabla 4.12, los autores Savic, Solamatine y Sanvicente, utilizan diámetros comerciales; Saldarriaga no utiliza diámetros comerciales, pero antes de dar por terminado el cálculo, su método incluye una subrutina para redondear los diámetros obtenidos a los comerciales más cercanos. En el caso de este trabajo, también se utilizan diámetros comerciales, por lo que no es necesario, al final de la optimización, hacer ningún ajuste en los diámetros. Las últimas dos columnas presentan los resultados obtenidos con el método propuesto en este trabajo, la columna rotulada con HW se refiere a que en los cálculos se utilizó la ecuación de Hazen Williams para evaluar las pérdidas por fricción, mientras que DW, indica que los cálculos se realizaron con la ecuación de Darcy Weisbach. Es sabido que la ecuación de Darcy "modela" mejor lo que en realidad ocurre debido al rozamiento entre el fluido, las paredes del conducto y las mismas capas de fluido, pero se empleó la ecuación de Hazen Williams porque todos los demás autores así lo hicieron; para comparar el método fue necesario utilizar las mismas condiciones.

Las soluciones para dicha red muestran diámetros que van desde una hasta 10 pulgadas, es evidente que se trata de una red de "escritorio", que como ejemplo es válido, pero, por reglamento de construcción y en opinión de Rosales, no es ingenierilmente factible tener una red primaria con tal variedad de diámetros. Tomando en cuenta lo anterior y las recomendaciones realizadas en el capítulo 2, se optimizó la misma red pero esta vez considerando que el conjunto de diámetros disponibles va desde 6 hasta 18 pulgadas, permitiendo incluso que algún tramo tuviera un diámetro de 4 pulgadas, los resultados obtenidos por Rosales y con el método propuesto en este trabajo, se muestran en la última parte de la Tabla 4.12. La columna que está rotulada con CE indica que para ese caso de estudio, el método utilizado para la optimización fue el de enumeración casi exhaustiva. Observando los resultados, podemos ver que el método propuesto es capaz de llegar al óptimo global revisando una fracción muy pequeña del espacio de búsqueda y además en muy poco tiempo.

**Tabla 4.12** Comparación de resultados para la red propuesta por Alperovits

Tubería	Alperovits & Shamir (1977)		Goulter et al. (1986)		Kessler & Shamir (1989)		Eiger et al. (1994)	
	L (m)	D (in)	L (m)	D (in)	L (m)	D (in)	L (m)	D (in)
1	256.00 744.00	20 18	383.00 617.00	20 18	1000.00	18	1000.00	18
2	996.38 3.62	8 6	1000.00	10	66.00 934.00	12 10	238.02 761.98	12 10
3	1000.00	18	1000.00	16	1000.00	16	1000.00	16
4	319.38 680.62	8 6	687.00 313.00	6 4	713.00 287.00	3 2	1000.00	1
5	1000.00	16	1000.00	16	836.00 164.00	16 14	628.86 371.14	16 14
6	784.94 215.06	12 10	98.00 902.00	12 10	109.00 891.00	12 10	989.05 10.95	10 8
7	1000.00	6	492.00 508.00	10 8	819.00 181.00	10 8	921.86 78.14	10 8
8	990.93 9.070	6 4	20.00 980.00	2 1	920.00 80.00	3 2	1000.00	1
Costo (UM)	479,525		435,015		417,500		402,352	

**Tabla 4.12** Continuación

	1	2	3	4	5	6	7	8
Tubo	D (in)	D (in)	D (in)	D (in)	D (in)	D (in)	D (in)	D (in)
1	18	18	18	18	18	18	18	18
2	10	10	14	16	14	12	10	10
3	16	16	14	14	16	18	16	16
4	4	4	1	2	3	8	4	6
5	16	16	14	14	14	12	16	16
6	10	10	1	1	8	1	10	10
7	10	10	14	14	12	12	10	8
8	1	2	12	10	8	12	1	1
Costo (UM)	419,000	422,000	424,000	439,000	444,000	485,000	419,000	415,000
Evaluaciones	1373						4800	4800
Tiempo de cómputo	10 min						112 s	124 s
Fración del espacio total	9.3 e-7	6.7 e-6	2.2 e-6	4.9 e-6			3.2 e-6	3.2 e-6

1 Savic & Walters (1997) AG

2 Solamatine et al. (1998) CRS2

3 Solamatine et al. (1998) AG

4 Solamatine et al. (1998) CRS4

5 Sanvicente & Frausto (2000) RS

6 Saldarriaga (2003)

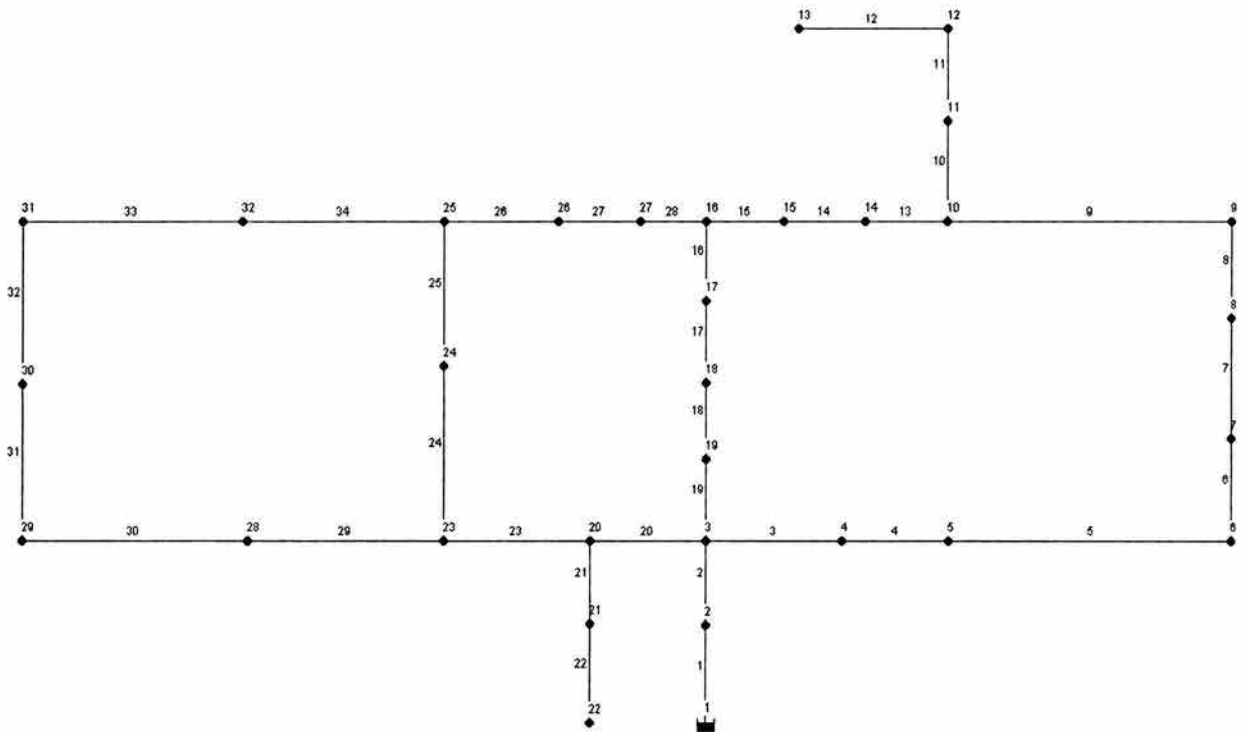
7 Este trabajo HW

8 Este trabajo DW

**Tabla 4.12** Continuación

Tubo/Nodo	Rosales et al. (2003) Método		Rosales et al. (2003) CE		Este trabajo	
	D (in)	P (m)	D (in)	P (m)	D (in)	P (m)
1	18		18		18	
2	12	53.55	14	53.55	14	53.55
3	16	38.86	14	39.50	14	39.26
4	8	43.95	8	42.44	6	42.72
5	14	42.99	14	44.00	14	43.34
6	8	30.09	4	30.03	6	29.88
7	10	30.23	12	30.20	12	30.70
8	8		10		10	
Costo (UM)	431,000		426,000		424,000	
Evaluaciones					8,000	
Tiempo de cómputo					143.5 s	
Fracción del espacio total					0.028	

**4.7.4 Red 4.** Propuesta por Fujiwara en 1990. La Figura 4.12 muestra el esquema de la red y la Tabla 4.12 los datos necesarios para el diseño.



**Figura 4.12** Esquema de la red utilizada por Fujiwara en 1990

La red consta de 34 tuberías y hay 6 posibles diámetros para cada una de ellas, teniéndose un total de  $2.8 \times 10^{26}$  posibles soluciones.

Se corrió el AGS por 100 generaciones con 1000 individuos en la población, con lo cual se evaluaron 100,000 posibles soluciones en un tiempo de dos horas; esas 100,000 evaluaciones representan  $3.57 \times 10^{-20}\%$  del total. En la Figura 4.13 se presenta la evolución del AGS, y los resultados tanto de costo como hidráulicos se muestran en la Tabla 4.13.

Los diámetros comerciales disponibles para esta red son seis: 12, 16, 20, 24, 30 y 40 pulgadas. El costo se evalúa con la siguiente expresión:

$$C_i = 1.1 * L_i * D_i^{1.5}$$

donde

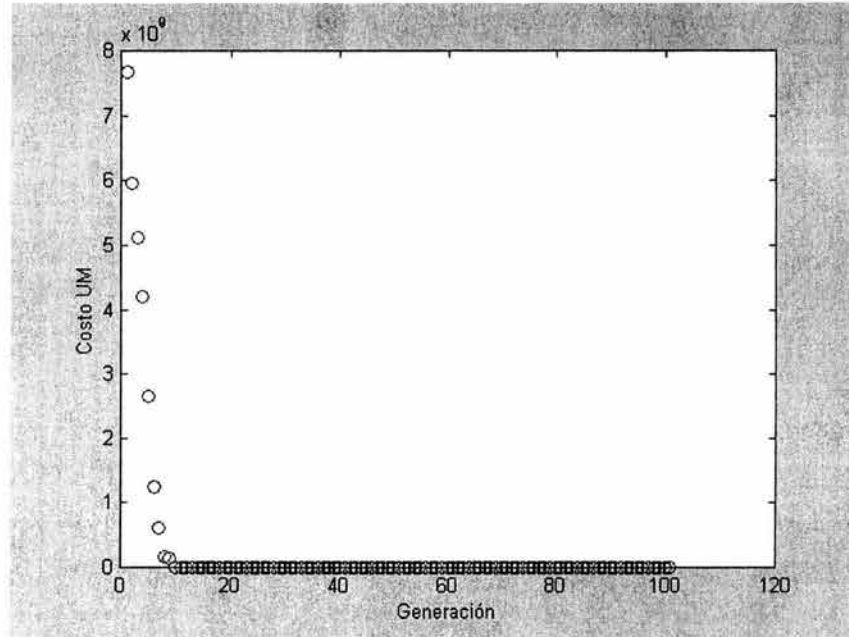
$C_i$  costo de la tubería, en unidades monetarias, \$ por ejemplo

$L_i$  longitud de la tubería, en m

$D_i$  diámetro de la tubería, en pulgadas

**Tabla 4.12** Datos necesarios para el diseño

<b>Tramo</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>Nodo</b>	<b>Demanda (l/s)</b>
1	100	2	247.22
2	1350	3	236.11
3	900	4	36.11
4	1150	5	201.39
5	1450	6	279.17
6	450	7	375
7	850	8	152.78
8	850	9	145.83
9	800	10	145.83
10	950	11	138.89
11	1200	12	155.56
12	3500	13	261.11
13	800	14	170.83
14	500	15	77.78
15	550	16	86.11
16	2730	17	240.28
17	1750	18	373.61
18	800	19	16.67
19	400	20	354.17
20	2200	21	258.33
21	1500	22	134.72
22	500	23	290.28
23	2650	24	227.78
24	1230	25	47.22
25	1300	26	250
26	850	27	102.78
27	300	28	80.56
28	750	29	100
29	1500	30	100
30	2000	31	29.17
31	1600	32	223.61
32	150	1	Carga en el tanque: 100 m
33	860		Pmín: 30 m
34	950		C <sub>H</sub> : 130



**Figura 4.13** Evolución del AGS para la red propuesta por Fujiwara

**Tabla 4.13** Resultados para la red propuesta por Fujiwara

<b>Tramo Nodo</b>	<b>Diámetro (in)</b>	<b>Gasto (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Carga de presión disponible (m)</b>
1	40	5.5389	6.8320	
2	40	5.2917	6.5270	97.1181
3	40	2.1924	2.7042	61.3642
4	40	2.1563	2.6597	56.6946
5	40	1.9549	2.4113	50.9084
6	40	1.6757	2.0669	44.8231
7	40	1.3007	1.6044	43.4030
8	40	1.1479	1.4159	41.7242
9	40	1.0021	1.2361	40.3919
10	30	0.5556	1.2182	39.4166
11	24	0.4167	1.4276	37.8471
12	24	0.2611	0.8946	34.4107
13	20	0.3007	1.4837	30.1889
14	12	0.1299	1.7801	36.3826
15	12	0.0521	0.7141	31.6034
16	12	0.0651	0.8915	30.6331
17	20	0.3053	1.5064	37.8941
18	20	0.6789	3.3498	44.7207
19	24	0.6956	2.3833	58.4079
20	40	2.1676	2.6736	50.1875
21	20	0.3931	1.9392	40.8516
22	12	0.1347	1.8463	35.7380
23	40	1.4204	1.7519	44.0283
24	30	0.9663	2.1188	38.3708
25	30	0.7385	1.6193	34.7343
26	20	0.3217	1.5874	31.0816
27	12	0.0717	0.9831	30.1255
28	12	0.0310	0.4255	38.5713
29	16	0.1638	1.2628	30.1765
30	12	0.0832	1.1410	30.5225
31	12	-0.0168	-0.2295	31.6997
32	12	0.1168	1.6001	32.5557
33	20	0.1459	0.7199	
34	24	0.3695	1.2661	
Costo de la red: \$ 6.1 X 10 <sup>6</sup>				

La Tabla 4.14 presenta los resultados para la red de Hanoi, propuesta por Fujiwara, los dos primeros resultados, obtenidos por el propio Fujiwara tienen la inconveniencia de, el primero considerar los diámetros como una función continua y el segundo, el de incluir nodos adicionales a los originalmente propuestos en el trazo de la tubería, dando como resultado que un tramo tenga dos diámetros diferentes en longitudes arbitrarias.

La red de Hanoi es una red que tiene una longitud de 39.5 kilómetros, dicha longitud representa el 30%, en tamaño de las redes de algunas ciudades de la republica mexicana, por ejemplo Colima y Los Cabos. A pesar de ello, el programa se puede utilizar sin ningún problema para optimizar redes reales.

**Tabla 4.14** Comparación con resultados obtenidos por otros autores para la red de Fujiwara

<b>Autor</b>	<b>Costo (Millones de \$)</b>	<b>Tiempo de cómputo</b>
Fujiwara & Kang (1990) continuous solution	5.3	
Fujiwara & Kang (1990) split-pipe solution	5.5	
Eiger et al. (1994) split-pipe solution	6.0	
Savic & Walters (1997) AG	6.1	10,000 Generaciones (3 hr)
Solamatine et al. (1998) AG	7.0	16,910 Evaluaciones (1 hr 15 min)
Solamatine et al. (1998) Adaptive Cluster Covering with Local Search	7.8	3,055 Evaluaciones (15 min)
Este trabajo	6.1	100 Generaciones, 100,000 Evaluaciones (2 hr) Fracción del espacio 3.5 e-22



*La naturaleza perpetúa aquello que resulta mejor.  
Johannes Goldschmidt*

V

## Conclusiones y futuras líneas de trabajo

La optimización de una red de tuberías para la distribución de agua potable es un problema común en la ingeniería civil. Obtener diseños que cumplan con los requisitos hidráulicos y además sean económicos permitiría atender un mayor número de aspectos ingenieriles con un menor presupuesto. Las técnicas de optimización pueden extenderse a redes construidas que requieren modificaciones con un mínimo de inversión.

La optimización con AG representa un avance significativo en el diseño de sistemas de distribución de agua potable. En este trabajo se describió un procedimiento para aplicar los AG al diseño óptimo de una red de distribución. Esta técnica es innovadora y efectiva. Una de las ventajas de la optimización con AG es que usa un modelo de simulación hidráulica dentro de la misma técnica, eso permite que toda la "sofisticación" del modelo de simulación hidráulica se pueda utilizar directamente. La optimización con AG es muy flexible y está limitada solamente por lo que el modelo de simulación hidráulica sea capaz de hacer. Las técnicas tradicionales de optimización han sido usadas muy poco porque son difíciles de aplicar y requieren de mucha experiencia por parte del usuario. Además, las técnicas tradicionales de optimización tienen dificultades para trabajar con variables discretas.

La optimización con AG utilizando los operadores de selección, cruce y mutación, basados en la analogía con la genética natural, es bastante efectiva encontrando soluciones óptimas. El proceso del AG genera un rango de diferentes soluciones, todas ellas de bajo costo. La optimización con AG ofrece un camino práctico para ser utilizado por todas aquellas empresas que estén relacionadas con el abastecimiento de agua potable. Su implementación permite al diseñador centrarse en seleccionar la mejor opción eliminando el uso de las técnicas de prueba y error.

Los resultados presentados en este trabajo muestran que la técnica del AG resultó efectiva en encontrar soluciones óptimas para determinados casos de estudio en relativamente pocas evaluaciones y, en consecuencia, en poco tiempo.

Los resultados obtenidos con el AG han sido comparados con otras técnicas de optimización. La enumeración completa se puede utilizar solamente cuando la red tiene muy pocas tuberías. La optimización no lineal es efectiva cuando se aplica a redes pequeñas; sin embargo, el problema del redondeo debido a la solución continua, debe ser resuelto de alguna manera. Los métodos de programación no lineal generan solamente una solución. La técnica del AG, como ya se mencionó, genera varias soluciones, todas ellas cercanas al óptimo global. Una de esas soluciones alternativas puede preferirse a la solución óptima basándose en datos no cuantificables. Este es uno de los grandes beneficios del AG. Podemos decir sin temor a equivocarnos que la técnica del AG está aun en la infancia, por lo que desarrollos posteriores mejorarán este método de búsqueda para resolver problemas reales.

Haciendo algunas modificaciones en el código del programa, se podrá utilizar como un método para rehabilitación de redes que es un problema que se presenta más frecuentemente que el de diseño. El mismo código se puede tomar como base para optimizar y rehabilitar redes que tengan inyección directa mediante equipos de bombeo. Otro problema en el que este método puede aplicarse con éxito, es en la calibración de redes existentes. Así mismo, y debido a lo robusto del método, podrá utilizarse para la ubicación óptima de válvulas reductoras de presión. Los AG podrán emplearse también para detectar fugas en redes de distribución.

El AGS, propuesto en este trabajo, obtuvo en todos los casos el mejor resultado, y algo muy importante, en muy poco tiempo.

*El mundo es para quien nace  
para conquistarlo y no para quien  
sueña que puede conquistarlo,  
aunque tenga razón.  
Fernando Pessoa*

# Agradecimientos

...tomo mi libreta y mi pluma, me siento y comienzo escribiendo lo que dice Ibargüengoitia: "A escribir se aprende escribiendo", yo no escribo porque sepa, sino porque quiero aprender.

Dicho lo anterior... muchos pensarán que esto es una locura, que no me tomo las cosas en serio, pensarán que los agradecimientos de una tesis no son para escribir esta clase de cosas, de modo que a todos aquellos no románticos de sentimientos, los invito a que si están interesados en la hidráulica y los AG, pasen a la introducción de este trabajo. Pero si usted, honorable lector, quiere saber un poco más (si es que ya sabe algo) de este mundano y prosaico aprendiz de ingeniero (por convicción), fotógrafo (por afición), trotador del mundo (por placer), y soñador y sentimentalista (por pura naturaleza), que no aspira en la vida más que a ser feliz, entonces le invito a que continúe con la lectura de estos agradecimientos, anécdotas y anexas.

Creo que si uno no aspira a ser un escritor rico y famoso (si es que los hay; famosos quizá, ricos, lo dudo), no es necesario escribir de una forma sublime, profunda y poética, basta tan sólo, como hacia José Alfredo Jiménez en sus canciones, con plasmar los sentimientos, no importa que sea con un lenguaje prosaico y sencillo.

Este humilde trabajo y estos agradecimientos, están dedicados a todos aquellos y aquellas que de una u otra forma han colaborado para que "El Martincillo" sea lo que es.

En primer lugar, agradezco a la Naturaleza que me permitió tener como padres a la "Chopis" y al "Chamaco Toyoyingo", gracias a ellos soy mucho de lo que soy. Gracias por enseñarme a querer a la gente por sobre todas las cosas; gracias por enseñarme a ser honesto antes de hábil. Son ustedes los mejores maestros que he tenido en mi vida.

Chamaco, siempre me dijiste que era con la lectura, y no con la televisión, con lo que podía hacer crecer mi alma y minar la soledad, siempre dijiste que los libros serían mis mejores compañeros; ¿sabes?, no estabas equivocado.

Gracias también por enseñarme que mis manos no sólo sirven para sostener un libro o abrazar tiernamente a mi pareja, sirven para dignificarte, porque eso es lo que hace el trabajo: dignifica. Con profesión o sin ella, tan sólo con tus manos puedes moldear una figura de barro, construir un Alcázar, forjar ilusiones, hacer realidad tus sueños... mover al mundo.

A mis hermanas, Jaqueline y Sac-nicte, que siempre, algunas veces muy a su pesar, me han consentido; me han permitido hacer lo que me plazca para poder llegar a este escalón; un poco más cerca de la tierra, pero con la esperanza de algún día besar las nubes y tocar el cielo. Las quiero mucho.

A mis sobrinos, el "Goldo" y la "Mamá Chaparra", esos pequeños diablillos que con sus travesuras y comentarios insolentes, hacen que el tiempo sea algo maravilloso, que te olvides de todo y disfrutes de la vida. Gracias Raúl por permitirme estar tan cerca de ellos. Los quiero, no se imaginan cuánto.

A mi tía Chuy, porque toda la vida se ha preocupado por mí, y de una u otra forma siempre me ha apoyado para que yo siga por el camino que elegí. Gracias tía por el tiempo que hiciste a un lado en tu vida para dedicarlo a mi mamá, y así, yo tuviera el tiempo libre para hacer, algunas veces, cosas que ni la pena valían.

Abuelos, yo no creo en la vida después de la muerte, pero los quise mucho.

A mi abuelo Leoncio Magaña López, por ese eterno romanticismo y rectitud con que vivió la vida, y me contagio de algo, no sé de qué, pero de algo.

A mi abuela Poli, no sabes como añoro esos tamales de alverjón, de pensar en ellos hasta hambre me da. Fuiste ruda muchas veces, pero la vida no es color de rosa.

Para aquellos que jamás dicen "no" y han estado conmigo en las buenas y en las malas. A mis mejores amigos: Ismene Rosales, Felipe Hernández (Don Miao), Ricardo Vera, Felipe Alfredo (Pipón), Juan Cruz (Kuino, dicho sea con todo respeto, futuro compadre), Gustavo Olivares, Jenaro Nosedal, Enrique Hernández (TTK), Ricardo Toledo (Richardín), Romeo Juárez (Romo), Javier Contreras (Rambo), Esther Monsalvo, Adriana Rodríguez (Ata), Ricardo Marcelín (El Inge), Umberto Jiménez (Bebeto), Gabriel Marcelín (El Otro Inge).

A Ismene, la de los bellos ojos y tiernas manos. Gracias por el cariño, la amistad, las enseñanzas, los regaños. Casi todo te lo he dicho o escrito, pero hay algo que una vez te dije que jamás dejaría de repetirte: "bien sabes que te quiero y mucho".

A Felipe, mi amigo y hermano de toda la vida. Don Miao, hemos hecho y deshecho tantas locuras, que el mismo diablo se espantaría.

A Gustavo, ¡hasta el Canadá!; Tavo: un día dijiste que yo era el culpable de que tú hayas hecho la master en la UNAM, hoy yo te digo: "Vos sois el culpable de que le haya tomado tanto cariño a los AG". Eternas gracias, tú sabes que estamos.

A Jenaro, por las comidas lechuceras, por las eternas charlas en el lab, la amistad, el cariño y el financiamiento.

A Ata, gracias por estar conmigo en uno de los momentos que más lo necesite, por romper las ataduras de un falso amor y por escucharme siempre, siempre. Te quiero.

A la UAM-AZC, mi otra casa, una casa abierta al tiempo, donde estuve tan cerca de Newton y aprendí que un ingeniero mecánico, es, a duras penas, un físico-newtoniano.

Al Profesor Rubén Dorantes, un excelente director de tesis, una excelente persona y un gran amigo.

Hago un paréntesis para contar mi primera anécdota: "Un día en el laboratorio de Energía Solar, en Temixco, sentados a la mesa, el Profesor Dorantes nos pregunta a Don Miao y a mí cómo sabíamos cuando estábamos enamorados de alguien, no recuerdo la razón, pero

estábamos hablando de amores, mujeres y la vida. Le dimos nuestras razones y tuve el atrevimiento de preguntarle: "y usted, cómo lo sabe", y dijo con la serenidad que le caracteriza: *"todas las mañanas cuando me levanto y veo a mi esposa dormida, me es imposible decirme: qué linda es; le doy un beso y me voy al trabajo"*, eso es estar enamorado".

A mi "Pata", el Profesor Manuel Gordón, gracias a él estuve enamorado del sol. Gracias por aquellas largas charlas sobre el termosifón, los fluidos, los concentradores solares, el "heat transfer" de Holman, la vida estudiantil y nuestros mecánicos sueños. Siempre pensó que yo era mejor de lo que en realidad soy. Eso sirve mucho en los tiempos de "depre".

Al Profesor Morales, no sé porque razón le gustaba que le hiciera al "vate"; (otra anécdota) un día llegó a mi cubículo, me dio unos versos y me dijo:

- Para que los diga en la próxima fiesta. Levanté los ojos y contesté:
- Cuente con ello.

Un par de días después, cuando ya había memorizado el poema, me lo encontré en el pasillo del "P", era una tarde fría, con el viento de este a oeste, que nos regalaba el aroma a pan "Bimbo", él caminaba delante de mí, y entonces comencé a decir en voz alta:

- Los dos enamorados contemplan tristemente,  
de infortunada virgen, la solitaria fosa...

Él volteó, y con ese característico canturreo que sólo tienen los yucatecos, dijo:

- "Jesús". Y siguió su camino.

Un par de semanas después me lo encontré en el mismo pasillo, esta vez no había viento, tampoco hacía frío. Mientras levantábamos la mano en actitud de saludo, y él pasaba a mi lado, sin detenerse me dijo:

- Jiménez, usted es como yo.

Me detuve, giré, y como él seguía caminando, tuve que gritarle:

- ¿Ateo?
- No, ¡Libre pensador! Dijo sin pararse y levantando el dedo, amenazador.

Después tuvimos una larga plática sobre eso, la mecánica de fluidos y otras cosas más.

Al Profesor Carrillo, uno de los mejores que he tenido en mi formación profesional. Sigo augurando para usted una excelente vida como profesor de Hidráulica. Gracias por traerme al II y a la UNAM...

A la UNAM, mi alma mater, por brindarme la oportunidad de hacer uno más de mis sueños realidad.

Nido noble y señorial  
donde iniciaron sus vuelos  
infinidad de polluelos  
de la casta intelectual.

Siento que empieza un destino  
en el umbral de tus aulas,  
que aquí nacerán mis alas  
para surcar mi destino.

Y cuando esté en las alturas  
de mis azules ensueños,  
no olvidaré que bebí  
en la fuente de ternuras  
de mentores halagüeños  
que son la luz que hay en ti.

A la Dra. Katya Rodríguez Vázquez, una profesional en toda la extensión de la palabra. Sin su ayuda este trabajo no habría sido posible. Gracias por el tiempo, las ganas y el apoyo desinteresado. Es difícil encontrarse gente como usted, me siento muy afortunado de haberla conocido.

Al Ing. Víctor Franco, por la mutua confianza que ha hecho de nosotros, algo más que Investigador y Becario: unos grandes amigos, no necesito decirle más, no alcanzan las palabras.

Al Dr. Óscar A. Fuentes Mariles, a quien considero una persona muy inteligente, quien siempre me brindó grandes oportunidades. Gracias por la enorme paciencia que me ha tenido, pues varias veces me fui y siempre me recibió, no sé si con los brazos abiertos, pero estoy seguro de que a pesar de los pesares, en el 5 siempre ha habido una ventana abierta para mi y es la que él me ha brindado.

Al Dr. Ramón Domínguez Mora, por la humildad y sabiduría con que vive y comparte su vida profesional. Por los excelentes comentarios que hizo sobre este trabajo.

Al Dr. Rafael Carmona Paredes, por la invitación que un día me hizo para hacer mi tesis, por sus enseñanzas en la DEPMI sobre los acueductos y por los cortos pero buenos momentos que hemos compartido.

Al Dr. Moisés Berezowsky Verduzco, por la rudeza y realce de sus comentarios, eso ayuda a mejorar.

A mi prima Rosita y su esposo Damian que dejando de hacer sus cosas, fueron a las bibliotecas y librerías Texanas para comprarme mis libros y buscarme artículos sobre los AG.

Un agradecimiento especial a Faustino, quien tuvo a bien revisar la versión "0.0" de este trabajo, a pesar de tener un pie, más bien la nariz, en el hospital; mil gracias por eso Faus.

A Elena Taboada, quien en los primeros y difíciles días de mi vida en el II, me hizo sentirme como en la UAM, en casa.

A Verónica González, la de ojos verdes y profundos, quien violando la ley de conservación de la materia, le dio continuidad a un sentimiento, y seguí estando en casa.

A Caroline Puzenat, porque a pesar de la distancia, hay cariño. Por esos inolvidables fines de semana en Querétaro, Hidalgo, Morelos, etc., por esa romántica caminata al lado del Saone y por ser ese resorte mágico que de un brinco me llevo a Europa.

A mis amigos y compañeros del II, Enedino Mendoza (El Dr.), Gerón (El Cura), Edith Vega (La Morenita), Angélica Quiroz (La eterna Angie), Raquel Montes (La tierna Raquelín), Pablo Amaro (El Chavito), Carlos Basaldud (El otro Dr.), Gregorio Posada (Don Goyo), Dulce y Alberto, Gustavo Bautista (El Príncipe de los Océanos), Abraham Ávila (El Marigco), Alicia Ravelo (Alice), Paola Arroyo (Paolilla), Susana Mena (La inolvidable Susi), Eugenio Morales (Ungenio), José Luis (Luciano), German Santacruz (Si Zapata viviera...). Por las comidas en la Cascada, por las noches cerveceras en la Tarahumara, por las interminables tardes pozoleras, y por Garibaldi (*Ita vivam utscio*). Porque en poco tiempo han demostrado que saben estar en las buenas y en las malas, gracias por soportarme, por la compañía, por los bellos momentos que hemos compartido, por brindarme su cariño, por no dejarme morir de hambre y compartir un poco de lluvia en nuestras espaldas.

A mi ma' Margarita, por las largas charlas sobre los romances y el "ezeta". Por las correcciones de estilo a mis textos. Si me gusto escribir, a pesar de no saber, fue tu culpa. No necesito decirte más. Eres especial y por eso te quiero.

A los trabajadores del II, a Rosevelia Ruenes, Rosita Dávila y Marce, porque olvidándose de sus problemas, siempre me reciben con una sonrisa en los labios; al Sr. David Ramírez por la amistad y el aprecio que siempre me ha manifestado; al Sr. Alejandro Maya, por los "trucos" que me ha enseñado en el torno; al Sr. Alejandro Pérez Vargas, por dejarme estar en el taller mecánico, y hacer y deshacer como si estuviera en mi casa; al Sr. Ángel Ramírez, que siempre tiene una herramienta a la mano para mi; al Ing. Fuentes por las frías e historiadoras tardes cerveceras en las bombas; al Sr. Mario Lince, porque siempre, siempre, me invita; al Sr. Amador Samano por sus "instrumentales" enseñanzas; al Sr. Damián y Doña Elenita por los eufóricos y cariñosos saludos que siempre me brindan; a Don Goyo, Don Alejandro y Don Armando, los chóferes del II que me han consentido, incluso un choque de camioneta; a Don Silvestre por las atenciones brindadas cuando he necesitado de la encuadernación; a Roció Matías, porque siempre me entrega el cheque con una agradable sonrisa, ojala que estés ahí por mucho, mucho tiempo.

A Paulina, mi compañera de departamento, por la ternura y tranquilidad que posee, que refleja, y que me ha contagiado. Por la vida que le ha puesto al 15 de Medicina 41.

A ti, Pequeña, por la amistad, el cariño, la sinceridad, la compañía, los momentos, la inspiración que se había ido y que me has devuelto, no importa que sea efímera; porque me has ayudado a conocerme un poco más. Por las noches "Freudianas" y las "Fridas" mañanas. ¿Y luego?...

Aquí dejamos a la ciudad y su entorno y nos vamos...

¡Hasta las montañas del sureste mexicano!, para agradecer a la Eva, al Beto, al Alfredo y a todos los niños zapatistas. La esperanza del mañana.

A los niños zapatistas, con la esperanza de que algún día ellos sean ingenieros, médicos, abogados, dentistas, contadores o lo que ellos quieran, incluso campesinos, pero por convicción, nunca más por necesidad o sometimiento.

A los sin rostro, los que de noche andan, los que irónicamente tuvieron que callar para ser escuchados, tuvieron que cubrirse para ser vistos, los que el color de la tierra son, los que mueren para que otros vivan.

A los zapatistas por el aparente absurdo: ¡Para todos todo, nada para nosotros!, para que algún día gritemos: Vini, vidi, vicci.

Y a todos aquellos que por falta de espacio o de memoria (mía), no están pero ellos saben que sí están.

¡Abur!

Martín Rubén

P.D. "...y miren lo que son las cosas que para que nos vieran nos tapamos el rostro; para que nos nombraran nos negamos el nombre; apostamos el presente para tener futuro; y para vivir... morimos"

*Subcomandante Insurgente Marcos*

---

*Para la ciencia no existen carreteras,  
sólo pueden tener probabilidades de alcanzar  
sus cumbres luminosas aquéllos que no rehuyen  
el esfuerzo de encaramarse por sus abruptos senderos.*  
K. Marx

## Bibliografía

1. Alperovits, E., and Shamir, U. (1977). "Design of optimal water distribution systems". Water Resources Research, Vol. 13, No. 6, pp. 885-900.
2. Boulou, P.F., Moore, M., Hsiung, P., and Thomas, D. (2001). "Optimal pump operation of water distribution system using genetic algorithms".
3. Carrillo, J., Islas, U., Gómez, H., Vega, E. (1998). "Selección de las tuberías de una red de distribución de agua potable para que sea eficiente y económica". XVIII Congreso latinoamericano de hidráulica, Oaxaca, México.
4. Castillo, L., and González, A. (1995). "Un sistema de apoyo a la decisión en el diseño de redes de distribución". Workshop Transferencia Tecnológica de Inteligencia Artificial a Industria, Medicina y Aplicaciones Sociales, pp. 107-116.
5. Castillo, L., and González, A. (1998). "Distribution network optimization: Finding the most economic solution by using genetic algorithms". European Journal of Operational Research, Vol. 108, pp. 527-537.
6. Castillo, L., González, A. (1995). "Optimizing the final cost in distribution networks under fuzzy restrictions". Proceedings of the sixth Fuzzy Systems Association World Congress, Vol.2, pp.81-84.
7. Chipperfield, A., Fleming, P., Pohlheim, H., Fonseca C. (2002). "Genetic Algorithm Tool Box". Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield, England.



8. Coello Coello Carlos, Van Veldhuizen David, Lamont Gary. (2002). *"Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems"*. Kluwer Academic Publishers.
9. Coley, D.A, (1999). *"An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers"*. World Scientific.
10. Dandy, G.C., Simpson, A.R., and Murphy, L.J. (1996). *"An improved genetic algorithm for pipe network optimization"*. Water Resources Research, Vol. 32, No.2, pp. 449-458.
11. Fuertes, V.S. et al. (2002). *"Modelación y diseño de redes de abastecimiento de agua"*. Grupo Mecánica de Fluidos, Univesidad Politécnica de Valencia.
12. Glover, F. y M. Laguna, (1997) *"Tabu Search"*, Kluwer Academic Publishing.
13. Goldberg, D.A., (1989). *"Genetic Algorithm in Search, Optimisation and Machine Learning"*. Addison Wesley.
14. Goldberg, D.E., and Hsiung, Ch. (1987). *"Genetic algorithms in pipeline optimization"*. Journal of Computing in Civil Engineering, Vol. 1, No. 2, pp. 128-141.
15. Holland, J.H, (1975). *"Adaptation in Natural and Artificial Systems"*, University of Michigan Press.
16. Kirkpatrick, S., C. Gelatt y M. Vecchi, (1983). *"Optimization by Simulated Annealing"*, Science, No. 220, pp. 671-679.
17. Lansey, K., Mays, L., Cullinane, J. (1992). *"Optimization-availability-based design of water distribution networks"*. Journal of hydraulic engineering, Vol. 118, No. 3, Pages. 420-441.
18. Lischer, V.C. (1979). *"Discussion of optimal design of water distribution networks"*. Journal of hydraulics, ASCE. Vol. 105. Pages. 113.
19. Matías, A. (2002). *"Aplicación de los algoritmos genéticos al diseño de redes de distribución de agua"*. Seminario hispano-brasileño sobre planificación, proyecto y operación de redes de abastecimiento de agua". Valencia, España.
20. Melanie Mitchell (2001). *"An introduction to genetic algorithms"*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
21. Michalewicz, Z. (1994). *"Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs"*, 2<sup>nd</sup> edition, Springer-Verlag, Heidelberg.
22. Montesinos P., García-Guzman, A., and Ayuso, J.L. (1999). *"Water distribution network optimization using a modified genetic algortihm"*. Water Resources Research, Vol. 35, No. 11, pp. 3467-3473.
23. Pimentel, H., Marques, S. (2002). *"Dimensionamento econômico de redes de abastecimento urbano de água"*. Seminario hispano-brasileño sobre planificación, proyecto y operación de redes de abastecimiento de agua". Valencia, España.
24. Rodriguez, A., (2002). *"Cálculo de tuberías y consideraciones sobre los sitios donde egresan los gastos de demanda"*. Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.

25. Rosales, I., De Luna, F., Vega, E., Fuentes, O. (2002). "*Método para diseño óptimo de redes de distribución de agua potable*". Seminario hispano-brasileño sobre planificación, proyecto y operación de redes de abastecimiento de agua". Valencia, España.
26. Saldarriaga, J. (1994). "*Programa para el diseño optimizado de redes de distribución de agua*". XVI Congreso latinoamericano de hidráulica, Santiago, Chile.
27. Sanvicente, H., Frausto, J. (2000). "*Implementación del algoritmo de recocido simulado en la determinación óptima de los diámetros de las tuberías de una red de agua*". XVI Congreso nacional de hidráulica, Págs. 241-246, Michoacán, México.
28. Savic, D.A., and Walters, G.A. (1997). "*Genetic algorithms for least-cost design of water distribution networks*". Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 123, No. 2, pp. 67-77.
29. Sherali, H., Totlani, R., Loganathan, G. (1998). "*Enhanced lower bounds for the global optimization of water distribution networks*". Water Resources Research, Vol. 34, No. 7, Pages. 1831-1841.
30. Simonnard, M. (1972). "*Programacion lineal*", Paraninfo, Madrid.
31. Simpson, A.R. (2000). "*Optimization of design of water distribution systems using genetic algorithms*". Slovenian Society of Hydraulic Research, Seminar Series, Vol. 1, 10 pp. (Paper accepted for publication).
32. Simpson, A.R., Dandy, G.C., and Murphy, L.J. (1994). "*Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization*". Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 120, No. 4, pp. 423-443.
33. Todini, E, and Pilati, S. (1987). "*A gradient method for the analysis of pipe networks*". International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester Polytechnic, UK.
34. Tzatchkov, V., Alfonso, M. (1991). "*Diseño óptimo de redes hidráulicas mediante análisis consecutivos direccionados*". Seminario internacional sobre uso eficiente del agua. México, D.F., Págs. 635-342.
35. Tzatchkov, V., Izurieta, J. (1996). "*Sistema de cómputo para el análisis y diseño óptimo de redes de distribución de agua potable*". Ingeniería hidráulica en México, Vol. XI, Núm. 2, Págs. 55-63.
36. Vázquez, E. (1990). "*Método de Hardy Cross en el diseño económico de redes de distribución de agua potable*". Ingeniería hidráulica en México.
37. Vega, E. (2001). "*Métodos para el diseño óptimo de redes de agua potable*". Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
38. Walski, T. M. (1985). "*State of the Art Pipe Network Optimization*". Computer Applications in Water Resources". Journal ASCE, Buffalo, N.Y. (Referencias completas a las citas presentadas en el Capítulo 2.)

*Estudien mucho así aprenderán la técnica que permite dominar a la naturaleza.  
Nadie trabaja solo, deben tener fe en sus convicciones y sobre todo tienen que ser capaces de responder a las injusticias  
que se cometan contra cualquiera y en cualquier parte del mundo.  
Esta es la más hermosa cualidad de un revolucionario.  
Ernesto Guevara de la Serna*

# Anexo A

## A.1 Método del gradiente

### Formulación del problema para el análisis de redes de distribución de agua potable, flujo permanente

Dada la topología de una red de distribución, sus características físicas y las demandas que se consumen en los nodos de la misma, el problema del análisis clásico de la red se centra en encontrar los caudales que circulan por las tuberías y las alturas piezométricas en cada uno de los nodos. Para realizar este análisis de la red de distribución es necesario, y además común, plantear una serie de hipótesis simplificadoras como las siguientes:

- 1) Las cargas de velocidad (que corresponden al componente de velocidad de la altura energética total en un punto) son mucho menores que las pérdidas de carga que pueden experimentarse en los conductos, por lo que se desprecian sin que esto origine un gran error en la precisión de los métodos de análisis
- 2) Las pérdidas de carga en las uniones de las conducciones, accesorios, etc. son mucho menores que las pérdidas de carga distribuidas, debidas al rozamiento viscoso de las capas de fluido entre sí y a las pérdidas entre el fluido y las paredes del conducto. Por este motivo las pérdidas menores se desprecian en la mayoría de los métodos de análisis

- 3) Se admite que los consumos realizados por los usuarios del sistema se encuentran concentrados en los nodos del sistema y no a lo largo de las conducciones como ocurre en la realidad. Esta suposición es común y simplifica notablemente los cálculos encaminados a la solución de las ecuaciones de la red. Aunque ya existen trabajos formales de investigación sobre el efecto de considerar las extracciones a lo largo de las tuberías, Rodríguez et al. (2002). Estas demandas en los nodos se consideran constantes y no cambian con las variaciones de presión. Entonces, para un instante de tiempo determinado, las demandas consideradas en los nodos son aquellas que se denominan "demandas instantáneas".

Debe notarse, de acuerdo a las hipótesis anteriores, que la distribución de gastos por las tuberías no depende de los niveles topográficos que tenga el terreno sobre el que está trazada la red de distribución. Las únicas que resultan afectadas por la topografía de la red son las presiones. Por ello, y para evitar malentendidos, el modelo trabaja en términos de las alturas piezométricas en los nodos del sistema, en lugar de hacerlo con las presiones en los mismos. El hecho de emplear las alturas piezométricas en los nodos, presenta la ventaja de que el gasto que circula por una tubería en régimen permanente siempre fluye del punto con mayor altura piezométrica hacia el punto con menor altura piezométrica. Esto mismo, si se habla en términos de presión, no es cierto, por cuanto interviene la cota topográfica.

## A.2 Ecuaciones fundamentales

Son dos las ecuaciones fundamentales a tener en cuenta, la ecuación de continuidad y la ecuación de pérdida de energía.

- a) En todos los nodos se debe cumplir que:

$$\sum Q_{\pi} + Q_i = 0 \quad (\text{A.1})$$

donde

- $Q_{\pi}$  gasto que circula por los tubos que se unen en el nodo  $i$ ; negativo si el gasto ingresa al nodo y positivo si sale de él  
 $Q_i$  gasto que sale o entra al nodo  $i$ ; con la misma convención de signos

b) Ecuación de pérdida. La pérdida por fricción en cada tramo está dada por la fórmula de fricción correspondiente, donde al sustituir la velocidad expresada por la ecuación

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} \quad (\text{A.2})$$

resulta:

$$h = \frac{8fL}{\pi^2 g D^5} Q^2 = \alpha Q^2 \quad (\text{A.3})$$

Entonces se tendrán tantas ecuaciones de continuidad como nodos tenga la red y también tantas ecuaciones de pérdida como tuberías existan en la red.

### A.3 Algoritmo iterativo

El método del gradiente para resolver el sistema de ecuaciones consiste básicamente en considerar como incógnitas simultáneamente los gastos en las tuberías y las cargas en los nodos, asumiendo que los gastos son una función de las cargas. En otras palabras, la condición de continuidad de los gastos en cada nodo es una función vectorial de los gastos en las tuberías, pero a su vez los gastos dependen de las cargas en los nodos. Se tiene entonces la siguiente función vectorial:

$$F(Q(H)) = 0 \quad (\text{A.4})$$

y

$$F = F_0 + (dF / dQ)dQ \quad (\text{A.5})$$

La primera derivada en la ecuación A.5 con respecto a  $H$ , usando la regla de las derivadas de una función compuesta  $Q=Q(H)$ , proporciona un sistema de ecuaciones con respecto al vector de las cargas  $H$ . De esta manera el sistema de ecuaciones no incluye los gastos  $Q$ , pero se garantiza la continuidad de los gastos en los nodos, algo que no es garantizado si  $F$  se considera una función de las cargas  $H$  directamente.

Para poder aplicar el método del gradiente se hacen las siguientes definiciones adicionales:

$NT$	número de tuberías de la red
$NN$	número de nodos con carga piezométrica desconocida
$[A12]$	matriz de conectividad asociada a cada uno de los nodos de la red. Su dimensión es $NT \times NN$ con sólo dos elementos diferentes de cero en la $i$ -ésima fila -1 en la columna correspondiente al nodo inicial del tramo $i$ 1 en la columna correspondiente al nodo final del tramo $i$
$NS$	número de nodos de carga piezométrica conocida
$[A10]$	matriz topológica tramo a nodo para los $NS$ nodos de carga piezométrica fija. Su dimensión es $NT \times NS$ con un valor igual a -1 en las filas correspondientes a los tramos conectados a nodos de carga fija

Teniendo en cuenta lo anterior, la pérdida de carga en cada tramo de tubería que conecte dos nodos de la red es:

$$[A11][Q] + [A12][H] = -[A10][H_o] \quad (A.6)$$

donde

$[A11]$  matriz diagonal de  $NT \times NT$  definida como sigue

$$[A11] = \begin{bmatrix} \alpha_1 Q_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 Q_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 Q_3^2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{NT} Q_{NT}^2 \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

$[Q]$  vector de gastos con dimensión  $NT \times 1$

$[H]$  vector de cargas piezométricas desconocidas con dimensión  $NN \times 1$

$[H_o]$  vector de cargas piezométricas fijas con dimensión  $NS \times 1$

La ecuación de continuidad para todos los nodos de la red es:

$$[A21][Q] = [q] \quad (A.8)$$

donde

$[A21]$  matriz transpuesta de  $[A12]$

$[q]$  vector de consumo en cada nodo de la red, con dimensión  $NN \times 1$

En forma compacta, las ecuaciones A.6 y A.8 se pueden escribir como

$$\begin{bmatrix} [A11] & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[A10][H_o] \\ [q] \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

En la ecuación A.9, la parte superior corresponde a la relación  $Q$  vs  $H$  y la parte inferior corresponde a la conservación de la masa en cada uno de los nodos. Dado que la parte superior es no lineal, la ecuación A.9 no se puede resolver de manera directa. Es necesario utilizar un algoritmo iterativo. El método del gradiente consiste en hacer una expansión truncada de Taylor. Al operar simultáneamente sobre el campo  $([Q], [H])$  y aplicar el operador gradiente se obtiene:

$$\begin{bmatrix} [N][A11]' & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [dQ] \\ [dH] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [dE] \\ [dq] \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

donde

$[N]$  matriz diagonal con dimensión  $NT \times NT$   
 $[A11]'$  matriz con dimensión  $NT \times NT$ , en el caso del análisis de redes, donde no se toman en cuenta los accesorios y no existen bombas, resulta ser igual que la matriz  $[A11]$

En cualquier iteración  $i$ ,  $[dE]$  representa el desbalance de energía por unidad de peso en cada tubo y  $[dq]$  representa el desbalance de gasto en cada nodo. Estos desbalances están dados por las siguientes ecuaciones:

$$[dE] = [A11][Q_i] + [A12][H_i] + [A10][H_o] \quad (\text{A.11})$$

y

$$[dq] = [A21][Q_i] - [q] \quad (\text{A.12})$$

El objetivo del método del gradiente es solucionar el sistema descrito mediante la ecuación A.10, teniendo en cuenta que para cada iteración

$$[dQ] = [Q_{i+1}] - [Q_i] \quad (\text{A.13})$$

y

$$[dH] = [H_{i+1}] - [H_i] \quad (\text{A.14})$$

La solución puede calcularse resolviendo el siguiente sistema

$$\begin{bmatrix} [dQ] \\ [dH] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N][A11]' & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [dE] \\ [dQ] \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Recurriendo al álgebra matricial es posible calcular en forma explícita la matriz inversa del sistema representado por la ecuación A.15, introduciendo además las ecuaciones A.11 a A.14 es posible encontrar la solución de la ecuación A.14 con las siguientes dos ecuaciones:

$$[H_{i+1}] = -\{[A21]([N][A11]')^{-1}[A12]\}^{-1} \{[A21]([N][A11]')^{-1}([A11][Q_i] + [A10][H_o]) - ([A21][Q] - [q])\}$$

$$[Q_{i+1}] = \{[I] - ([N][A11]') - [A11]\} [Q_i] - \{([N][A11]')^{-1}([A12][H_{i+1}] + [A10][H_o])\}$$

donde

$[I]$  matriz identidad de dimensión  $NT \times NT$

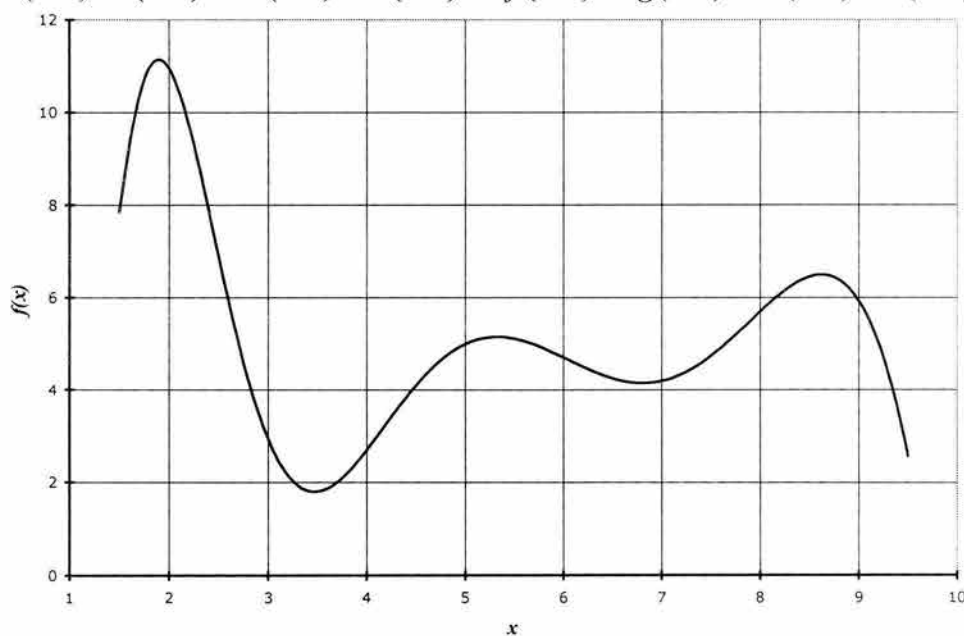


*Por la fortuna de hacerme  
acompañar por ti.  
Lourdes Palma*

## Anexo B

### B.1 Ejemplo de una función algebraica que tiene varios mínimos, uno de ellos el mínimo global.

$$f(x) = a + b(\ln x) + c(\ln x)^2 + d(\ln x)^3 + e(\ln x)^4 + f(\ln x)^5 + g(\ln x)^6 + h(\ln x)^7 + i(\ln x)^8 + j(\ln x)^9$$



**Figura B.1** Función algebraica con varios mínimos ( $a=1.10$ ,  $b=11.39$ ,  $c=-51.48$ ,  $d=349.60$ ,  $e=-510.81$ ,  $f=-109.89$ ,  $g=750.48$ ,  $h=-619.65$ ,  $i=210.77$ ,  $j=-26.55$ )

Tabla B.1 Población inicial

Ind								1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	0	1	0	1	117	8.870	6.265	0.160	0.035	0.035	0.092	3
2	1	1	0	0	0	1	1	99	7.736	5.159	0.194	0.042	0.077	0.425	8
3	1	1	1	1	1	0	0	124	9.311	4.274	0.234	0.051	0.128	0.376	7
4	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.119	0.247	0.166	4
5	0	0	0	1	1	0	0	12	2.256	9.255	0.108	0.024	0.271	0.833	17
6	0	1	1	1	1	1	0	62	5.406	5.139	0.195	0.042	0.313	0.839	17
7	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.102	0.415	0.452	9
8	0	0	1	0	0	0	1	17	2.571	6.211	0.161	0.035	0.451	0.957	20
9	1	0	1	1	1	0	1	93	7.358	4.519	0.221	0.048	0.499	0.147	4
10	0	0	0	0	1	0	0	4	1.752	10.701	0.093	0.020	0.519	0.870	18
11	1	1	0	0	0	1	0	98	7.673	5.037	0.199	0.043	0.562	0.769	16
12	0	1	1	1	1	1	1	63	5.469	5.121	0.195	0.043	0.605	0.444	8
13	0	1	1	1	1	0	0	60	5.280	5.145	0.194	0.042	0.647	0.621	13
14	0	1	0	1	1	1	1	47	4.461	3.994	0.250	0.055	0.702	0.952	19
15	0	0	0	1	0	1	1	11	2.193	9.790	0.102	0.022	0.724	0.640	13
16	1	1	1	1	1	1	1	127	9.500	2.540	0.394	0.086	0.810	0.247	17
17	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.045	0.855	0.353	7
18	0	0	1	0	1	1	1	23	2.949	3.226	0.310	0.068	0.922	0.188	4
19	0	1	1	1	0	0	1	57	5.091	5.068	0.197	0.043	0.965	0.491	9
20	1	1	1	0	1	0	1	117	8.870	6.265	0.160	0.035	1.000	0.409	7

Ind: Individuo

Columna 1: Codificación real de la cadena de caracteres

Columna 2: Valor de la variable  $x$ , en función del valor de la columna 1

Columna 3: Evaluación de la función,  $f(x)$

Columna 4: Aptitud

Columna 5: Porcentaje del valor de aptitud respecto a la suma de todas las aptitudes

Columna 6: Suma de aptitudes para realizar selección utilizando la técnica de la ruleta

Columna 7: Número aleatorio para seleccionar el individuo a cruzar

Columna 8: Indica el número de individuo seleccionado

Para determinar los valores de la columna 2, se realizan los siguientes pasos:

- 1) Rango, en este caso, la variable ( $x$ ) que se desea representar va de 1.5 hasta 9.5, por lo tanto el rango es 8
- 2) Se requiere una precisión de 1 decimal, entonces  $8(10)=80$
- 3)  $2^6=64<80<2^7=128$ , por lo tanto se requiere de 7 bits para representar el rango de la variable  $x$
- 4)  $x = 1.5 + y \frac{8}{2^7 - 1}$ , donde 1.5: límite inferior; 8: rango;  $y$ : codificación real de la cadena de caracteres

Tabla B.2 Cruza en la población inicial

Hijo	1	2	3	4	5	6	7	Pc=0.7	Número aleatorio para seleccionar el punto de cruce	Punto de cruce
3	1	1	1	1	1	0	0	0.6109	0.5414	3
8	0	0	1	0	0	0	1			
	1	1	1	0	0	0	1			
	0	0	1	1	1	0	0			
7	0	1	0	0	1	0	0	0.0712	0.9423	6
4	0	0	1	1	1	1	0			
17	0	1	1	0	1	1	0	0.3143	0.3418	2
17	0	1	1	0	1	1	0			
9	1	0	1	1	1	0	1	0.6084	0.4018	2
20	1	1	1	0	1	0	1			
	1	0	1	0	1	0	1			
	1	1	1	1	1	0	1			
4	0	0	1	1	1	1	0	0.175	0.3077	2
18	0	0	1	0	1	1	1			
16	1	1	1	1	1	1	1	0.621	0.4116	2
8	0	0	1	0	0	0	1			
13	0	1	1	1	1	0	0	0.246	0.2859	2
19	0	1	1	1	0	0	1			
13	0	1	1	1	1	0	0	0.5874	0.3941	2
17	0	1	1	0	1	1	0			
7	0	1	0	0	1	0	0	0.5061	0.503	3
4	0	0	1	1	1	1	0			
	0	1	0	1	1	1	0			
	0	0	1	0	1	0	0			
9	1	0	1	1	1	0	1	0.4648	0.722	4
7	0	1	0	0	1	0	0			
	1	0	1	1	1	0	0			
	0	1	0	0	1	0	1			

**Tabla B.3** Selección, segunda generación

Ind								1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	0	0	0	1	113	8.618	6.495	0.154	0.026	0.026	0.306	5
2	0	0	1	1	1	0	0	28	3.264	2.000	0.500	0.084	0.110	0.112	3
3	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.079	0.189	0.443	9
4	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.092	0.281	0.467	9
5	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.035	0.316	0.015	1
6	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.035	0.350	0.664	12
7	1	0	1	0	1	0	1	85	6.854	4.148	0.241	0.041	0.391	0.724	14
8	1	1	1	1	1	0	1	125	9.374	3.766	0.266	0.045	0.436	0.282	5
9	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.092	0.528	0.262	4
10	0	0	1	0	1	1	1	23	2.949	3.226	0.310	0.052	0.580	0.709	14
11	1	1	1	1	1	1	1	127	9.500	2.540	0.394	0.066	0.646	0.784	16
12	0	0	1	0	0	0	1	17	2.571	6.211	0.161	0.027	0.673	0.986	20
13	0	1	1	1	1	0	0	60	5.280	5.145	0.194	0.033	0.706	0.473	9
14	0	1	1	1	0	0	1	57	5.091	5.068	0.197	0.033	0.739	0.903	19
15	0	1	1	1	1	0	0	60	5.280	5.145	0.194	0.033	0.772	0.451	9
16	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.035	0.807	0.805	16
17	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.044	0.851	0.829	17
18	0	0	1	0	1	0	0	20	2.760	4.538	0.220	0.037	0.888	0.166	3
19	1	0	1	1	1	0	0	92	7.295	4.439	0.225	0.038	0.926	0.394	8
20	0	1	0	0	1	0	1	37	3.831	2.265	0.441	0.074	1.000	0.521	9

Ind: Individuo

Columna 1: Codificación real de la cadena de caracteres

Columna 2: Valor de la variable  $x$ , en función del valor de la columna 1

Columna 3: Evaluación de la función

Columna 4: Aptitud

Columna 5: Porcentaje del valor de aptitud respecto a la suma de todas las aptitudes

Columna 6: Suma de aptitudes, para realizar selección, utilizando la técnica de la ruleta

Columna 7: Número aleatorio para seleccionar el individuo a cruzar

Columna 8: Indica el número de individuo seleccionado

Tabla B.4 Cruza, segunda generación

Hijo	1	2	3	4	5	6	7	Pc=0.7	Número aleatorio para seleccionar el punto de cruce	Punto de cruce
5	0	1	1	0	1	1	0	0.7134	0.2512	2
3	0	1	0	0	1	0	0			
9	0	0	1	1	1	1	0	0.2280	0.9327	6
9	0	0	1	1	1	1	0			
1	1	1	1	0	0	0	1	0.4496	0.131	1
12	0	0	1	0	0	0	1			
	0	1	1	0	0	0	1			
	1	0	1	0	0	0	1			
14	0	1	1	1	0	0	1	0.1722	0.9408	6
5	0	1	1	0	1	1	0			
	0	1	1	1	0	0	0			
	0	1	1	0	1	1	1			
4	0	0	1	1	1	1	0	0.9688	0.7019	4
14	0	1	1	1	0	0	1			
	0	0	1	1	0	0	1			
	0	1	1	1	1	1	0			
16	0	1	1	0	1	1	0	0.3557	0.8477	5
20	0	1	0	0	1	0	1			
	0	1	1	0	1	0	1			
	0	1	0	0	1	1	0			
9	0	0	1	1	1	1	0	0.0490	0.2093	1
19	1	0	1	1	1	0	0			
	1	0	1	1	1	1	0			
	0	0	1	1	1	0	0			
9	0	0	1	1	1	1	0	0.7553	0.4551	3
16	0	1	1	0	1	1	0			
	0	0	1	0	1	1	0			
	0	1	1	1	1	1	0			
17	0	1	0	1	1	1	0	0.8948	0.0811	0
3	0	1	0	0	1	0	0			
8	1	1	1	1	1	0	1	0.2861	0.8511	5
9	0	0	1	1	1	1	0			

	1	1	1	1	1	1	0			
	0	0	1	1	1	0	1			

**Tabla B.5** Selección, tercera generación

Ind								1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.031	0.031	0.562	12
2	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.071	0.102	0.319	6
3	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.083	0.185	0.375	8
4	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.083	0.268	0.868	18
5	0	1	1	0	0	0	1	49	4.587	4.302	0.232	0.035	0.303	0.372	8
6	1	0	1	0	0	0	1	81	6.602	4.192	0.239	0.036	0.339	0.074	2
7	0	1	1	1	0	0	0	56	5.028	5.017	0.199	0.030	0.369	0.200	4
8	0	1	1	0	1	1	1	55	4.965	4.954	0.202	0.031	0.400	0.050	2
9	0	0	1	1	0	0	1	25	3.075	2.591	0.386	0.058	0.458	0.567	12
10	0	1	1	1	1	1	0	62	5.406	5.139	0.195	0.029	0.488	0.122	3
11	0	1	1	0	1	0	1	53	4.839	4.787	0.209	0.032	0.519	0.522	12
12	0	1	0	0	1	1	0	38	3.894	2.416	0.414	0.063	0.582	0.117	3
13	1	0	1	1	1	1	0	94	7.421	4.608	0.217	0.033	0.615	0.770	17
14	0	0	1	1	1	0	0	28	3.264	2.000	0.500	0.076	0.691	0.375	8
15	0	0	1	0	1	1	0	22	2.886	3.617	0.276	0.042	0.732	0.823	18
16	0	1	1	1	1	1	0	62	5.406	5.139	0.195	0.029	0.762	0.047	2
17	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.040	0.801	0.598	13
18	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.071	0.873	0.949	20
19	1	1	1	1	1	1	0	126	9.437	3.189	0.314	0.047	0.920	0.289	5
20	0	0	1	1	1	0	1	29	3.327	1.893	0.528	0.080	1.000	0.889	19

Ind: Individuo

Columna 1: Codificación real de la cadena de caracteres

Columna 2: Valor de la variable  $x_i$ , en función del valor de la columna 1

Columna 3: Evaluación de la función

Columna 4: Aptitud

Columna 5: Porcentaje del valor de aptitud respecto a la suma de todas las aptitudes

Columna 6: Suma de aptitudes, para realizar selección, utilizando la técnica de la ruleta

Columna 7: Número aleatorio para seleccionar el individuo a cruzar

Columna 8: Indica el número de individuo seleccionado

Tabla B.6 Cruza, tercera generación

Hijo	1	2	3	4	5	6	7	Pc=0.7	Número aleatorio para seleccionar el punto de cruce	Punto de cruce
12	0	1	0	0	1	1	0	0.1016	0.6728	4
6	1	0	1	0	0	0	1			
	0	1	0	0	0	0	1			
	1	0	1	0	1	1	0			
8	0	1	1	0	1	1	1	0.0653	0.958	6
18	0	1	0	0	1	0	0			
	0	1	1	0	1	1	0			
	0	1	0	0	1	0	1			
8	0	1	1	0	1	1	1	0.2343	0.7666	5
2	0	1	0	0	1	0	0			
	0	1	1	0	1	0	0			
	0	1	0	0	1	1	1			
4	0	0	1	1	1	1	0	0.9331	0.6661	4
2	0	1	0	0	1	0	0			
12	0	1	0	0	1	1	0	0.0631	0.1309	1
3	0	0	1	1	1	1	0			
12	0	1	0	0	1	1	0	0.2642	0.0954	1
3	0	0	1	1	1	1	0			
17	0	1	0	1	1	1	0	0.9995	0.0149	0
8	0	1	1	0	1	1	1			
18	0	1	0	0	1	0	0	0.2120	0.2882	2
2	0	1	0	0	1	0	0			
13	1	0	1	1	1	1	0	0.4984	0.8167	5
20	0	0	1	1	1	0	1			
	1	0	1	1	1	0	1			
	0	0	1	1	1	1	0			
5	0	1	1	0	0	0	1	0.2905	0.9855	6
19	1	1	1	1	1	1	0			
	0	1	1	0	0	0	0			
	1	1	1	1	1	1	1			

**Tabla B.7** Mutación en la tercera generación

Hijo								1	2	3
1	0	1	0	0	1	0	1	0.0174	0.8768	5
2	1	0	1	0	1	1	0	0.8194		
3	0	1	1	0	1	1	0	0.6211		
4	0	1	0	0	1	0	1	0.5602		
5	1	1	1	0	1	0	0	0.2440	0.0129	0
6	0	1	0	0	1	1	1	0.8220		
7	0	0	1	1	1	1	0	0.2632		
8	0	1	0	0	1	0	0	0.7536		
9	0	1	0	0	1	1	0	0.6596		
10	0	1	1	1	1	1	0	0.2141	0.3104	2
11	0	1	0	0	1	1	0	0.6021		
12	0	0	1	1	1	1	0	0.6049		
13	0	1	0	1	1	1	0	0.6595		
14	0	1	1	0	0	1	1	0.1834	0.7791	5
15	0	1	0	0	1	0	0	0.6365		
16	0	0	0	0	1	0	0	0.1703	0.3073	2
17	1	0	1	1	1	0	1	0.5396		
18	0	0	1	1	1	1	0	0.6234		
19	0	1	1	0	0	0	0	0.6859		
20	1	1	1	1	1	1	1	0.6773		

Columna 1: Número aleatorio para seleccionar el individuo que será mutado, con una probabilidad,  $P_m=0.25$

Columna 2: Número aleatorio para seleccionar el gen a mutar

Columna 3: Indica el gen a mutar



Tabla B.8 Selección, cuarta generación

Ind								1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	0	1	0	1	37	3.831	2.265	0.441	0.064	0.064	0.828	17
2	1	0	1	0	1	1	0	86	6.917	4.160	0.240	0.035	0.099	0.918	19
3	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.030	0.128	0.113	3
4	0	1	0	0	1	0	1	37	3.831	2.265	0.441	0.064	0.192	0.812	17
5	1	1	1	0	1	0	0	116	8.807	6.371	0.157	0.023	0.215	0.908	18
6	0	1	0	0	1	1	1	39	3.957	2.578	0.388	0.056	0.271	0.156	4
7	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.079	0.350	0.122	3
8	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.068	0.418	0.763	15
9	0	1	0	0	1	1	0	38	3.894	2.416	0.414	0.060	0.478	0.722	15
10	0	1	1	1	1	1	0	62	5.406	5.139	0.195	0.028	0.507	0.652	13
11	0	1	0	0	1	1	0	38	3.894	2.416	0.414	0.060	0.567	0.754	15
12	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.079	0.646	0.663	13
13	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.038	0.684	0.884	18
14	0	1	1	0	0	1	1	51	4.713	4.569	0.219	0.032	0.715	0.272	7
15	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.068	0.783	0.419	9
16	0	0	0	0	1	0	0	4	1.752	10.701	0.093	0.014	0.797	0.213	5
17	1	0	1	1	1	0	1	93	7.358	4.519	0.221	0.032	0.829	0.036	1
18	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.079	0.908	0.081	2
19	0	1	1	0	0	0	0	48	4.524	4.153	0.241	0.035	0.943	0.851	18
20	1	1	1	1	1	1	1	127	9.500	2.540	0.394	0.057	1.000	0.340	7

Ind: Individuo

Columna 1: Codificación real de la cadena de caracteres

Columna 2: Valor de la variable  $x$ , en función del valor de la columna 1

Columna 3: Evaluación de la función

Columna 4: Aptitud

Columna 5: Porcentaje del valor de aptitud respecto a la suma de todas las aptitudes

Columna 6: Suma de aptitudes, para realizar selección, utilizando la técnica de la ruleta

Columna 7: Número aleatorio para seleccionar el individuo a cruzar

Columna 8: Indica el número de individuo seleccionado

Tabla B.9 Cruza, cuarta generación

Hijo	1	2	3	4	5	6	7	Pc=0.7	Número aleatorio para seleccionar el punto de cruce	Punto de cruce
17	1	0	1	1	1	0	1	0.4662	0.1813	1
19	0	1	1	0	0	0	0			
	0	0	1	1	1	0	1			
	1	1	1	0	0	0	0			
3	0	1	1	0	1	1	0	0.9138	0.5019	3
17	1	0	1	1	1	0	1			
18	0	0	1	1	1	1	0	0.2286	0.4222	3
4	0	1	0	0	1	0	1			
	0	0	1	0	1	0	1			
	0	1	0	1	1	1	0			
3	0	1	1	0	1	1	0	0.8620	0.6604	4
15	0	1	0	0	1	0	0			
15	0	1	0	0	1	0	0	0.6566	0.6737	4
13	0	1	0	1	1	1	0			
	0	1	0	0	1	1	0			
	0	1	0	1	1	0	0			
15	0	1	0	0	1	0	0	0.8912	0.9573	6
13	0	1	0	1	1	1	0			
18	0	0	1	1	1	1	0	0.4881	0.1919	1
7	0	0	1	1	1	1	0			
9	0	1	0	0	1	1	0	0.9926	0.1112	1
5	1	1	1	0	1	0	0			
1	0	1	0	0	1	0	1	0.3733	0.5651	3
2	1	0	1	0	1	1	0			
18	0	0	1	1	1	1	0	0.5314	0.9692	6
7	0	0	1	1	1	1	0			

**Tabla B.10** Mutación, cuarta generación

Hijo								1	2	3
1	0	0	1	1	1	0	1	0.0237	0.3584	2
2	1	1	1	0	0	0	0	0.8702		
3	0	1	1	0	1	1	0	0.0269	0.2853	2
4	1	0	1	1	1	0	1	0.5195		
5	0	0	1	0	1	0	1	0.1923	0.8686	5
6	0	1	0	1	1	1	0	0.7157		
7	0	1	1	0	1	1	0	0.2507		
8	0	1	0	0	0	0	0	0.1000	0.8765	5
9	0	1	0	0	1	1	0	0.1372	0.6264	4
10	0	1	0	1	1	0	0	0.5216		
11	0	1	0	0	1	0	0	0.8952		
12	0	1	0	1	1	1	0	0.9424		
13	0	0	1	1	1	1	0	0.3351		
14	0	0	1	1	1	1	0	0.4374		
15	0	1	0	0	1	1	0	0.4712		
16	1	1	1	0	1	0	0	0.1493	0.2412	1
17	0	1	0	0	1	0	1	0.1359	0.9781	6
18	1	0	1	0	1	1	0	0.5325		
19	0	0	1	1	1	1	0	0.7258		
20	0	0	1	1	1	1	1	0.1521	0.987	7

Columna 1: Número aleatorio para seleccionar el individuo que será mutado, con una probabilidad,  $P_m=0.25$

Columna 2: Número aleatorio para seleccionar el gen a mutar

Columna 3: Indica el gen a mutar

**Tabla B.11** Selección, quinta generación

Ind								1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	1	1	1	0	1	29	3.327	1.893	0.528	0.073	0.073	0.058	1
2	1	1	1	0	0	0	0	112	8.555	6.482	0.154	0.021	0.094	0.353	9
3	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.028	0.122	0.813	17
4	1	0	1	1	1	0	1	93	7.358	4.519	0.221	0.030	0.153	0.010	1
5	0	0	1	0	1	0	1	21	2.823	4.055	0.247	0.034	0.187	0.139	4
6	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.036	0.223	0.203	6
7	0	1	1	0	1	1	0	54	4.902	4.877	0.205	0.028	0.251	0.199	6
8	0	1	0	0	0	0	0	32	3.516	1.810	0.553	0.076	0.327	0.604	14
9	0	1	0	0	1	1	0	38	3.894	2.416	0.414	0.057	0.384	0.272	8
10	0	1	0	1	1	0	0	44	4.272	3.475	0.288	0.040	0.424	0.199	6
11	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.065	0.489	0.015	1
12	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.036	0.525	0.747	16
13	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.075	0.600	0.445	11
14	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.075	0.675	0.932	20
15	0	1	0	0	1	1	0	38	3.894	2.416	0.414	0.057	0.732	0.466	11
16	1	1	1	0	1	0	0	116	8.807	6.371	0.157	0.022	0.754	0.419	10
17	0	1	0	0	1	0	1	37	3.831	2.265	0.441	0.061	0.815	0.846	18
18	1	0	1	0	1	1	0	86	6.917	4.160	0.240	0.033	0.848	0.525	13
19	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.075	0.923	0.203	6
20	0	0	1	1	1	1	1	31	3.453	1.801	0.555	0.077	1.000	0.672	14

Ind: Individuo

Columna 1: Codificación real de la cadena de caracteres

Columna 2: Valor de la variable  $x$ , en función del valor de la columna 1

Columna 3: Evaluación de la función

Columna 4: Aptitud

Columna 5: Porcentaje del valor de aptitud respecto a la suma de todas las aptitudes

Columna 6: Suma de aptitudes, para realizar selección, utilizando la técnica de la ruleta

Columna 7: Número aleatorio para seleccionar el individuo a cruzar

Columna 8: Indica el número de individuo seleccionado

Tabla B.12 Cruza, quinta generación

Hijo	1	2	3	4	5	6	7	Pc=0.7	Número aleatorio para seleccionar el punto de cruce	Punto de cruce
1	0	0	1	1	1	0	1	0.8381	0.1934	1
9	0	1	0	0	1	1	0			
17	0	1	0	0	1	0	1	0.0196	0.6822	4
1	0	0	1	1	1	0	1			
	0	1	0	0	1	0	1			
	0	0	1	1	1	0	1			
4	1	0	1	1	1	0	1	0.6813	0.3028	2
6	0	1	0	1	1	1	0			
	1	0	0	1	1	1	0			
	0	1	1	1	1	0	1			
6	0	1	0	1	1	1	0	0.3795	0.5417	3
14	0	0	1	1	1	1	0			
	0	1	0	1	1	1	0			
	0	0	1	1	1	1	0			
8	0	1	0	0	0	0	0	0.8318	0.1509	1
6	0	1	0	1	1	1	0			
1	0	0	1	1	1	0	1	0.5028	0.6979	4
16	1	1	1	0	1	0	0			
	0	0	1	1	1	0	0			
	1	1	1	0	1	0	1			
11	0	1	0	0	1	0	0	0.7095	0.3784	2
20	0	0	1	1	1	1	1			
	0	1	1	1	1	1	1			
	0	0	0	0	1	0	0			
11	0	1	0	0	1	0	0	0.4289	0.86	5
10	0	1	0	1	1	0	0			
18	1	0	1	0	1	1	0	0.3046	0.8537	5
13	0	0	1	1	1	1	0			
6	0	1	0	1	1	1	0	0.1897	0.5936	4
14	0	0	1	1	1	1	0			

**Tabla B.13** Mutación, quinta generación

Hijo								1	2	3
1	0	0	1	1	1	0	1	0.4966		0
2	0	1	0	0	1	1	0	0.8998		0
3	0	1	0	0	1	0	1	0.8216		0
4	0	0	1	1	1	0	1	0.6449		0
5	1	0	0	1	1	1	0	0.8180		0
6	0	1	1	1	1	0	1	0.6602		0
7	0	1	0	1	1	1	0	0.3420		0
8	0	0	1	1	1	1	0	0.2897		0
9	0	1	0	0	0	0	0	0.3412		0
10	0	1	0	1	1	1	0	0.5341		0
11	0	0	1	1	1	0	0	0.7271		0
12	1	1	1	0	1	0	1	0.3093		0
13	0	1	1	1	1	1	1	0.8385		0
14	0	0	0	0	1	0	0	0.5681		0
15	0	1	0	0	1	0	0	0.3704		0
16	0	1	0	1	1	0	0	0.7027		0
17	1	0	1	0	1	1	0	0.5466		0
18	0	0	1	1	1	1	0	0.4449		0
19	0	1	0	1	1	1	0	0.6946		0
20	0	0	1	1	1	1	0	0.6213		0

Columna 1: Número aleatorio para seleccionar el individuo que será mutado, con una probabilidad,  $P_m=0.25$

Columna 2: Número aleatorio para seleccionar el gen a mutar

Columna 3: Indica el gen a mutar

**Tabla B.14** Selección, sexta generación

Ind								1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	1	1	1	0	1	29	3.327	1.893	0.528	0.073	0.073	0.795	17
2	0	1	0	0	1	1	0	38	3.894	2.416	0.414	0.057	0.130	0.957	20
3	0	1	0	0	1	0	1	37	3.831	2.265	0.441	0.061	0.191	0.523	10
4	0	0	1	1	1	0	1	29	3.327	1.893	0.528	0.073	0.263	0.880	18
5	1	0	0	1	1	1	0	78	6.413	4.307	0.232	0.032	0.295	0.173	3
6	0	1	1	1	1	0	1	61	5.343	5.147	0.194	0.027	0.322	0.980	20
7	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.036	0.358	0.271	5
8	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.075	0.433	0.252	4
9	0	1	0	0	0	0	0	32	3.516	1.810	0.553	0.076	0.509	0.876	18
10	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.036	0.545	0.737	15
11	0	0	1	1	1	0	0	28	3.264	2.000	0.500	0.069	0.614	0.137	3
12	1	1	1	0	1	0	1	117	8.870	6.265	0.160	0.022	0.636	0.012	1
13	0	1	1	1	1	1	1	63	5.469	5.121	0.195	0.027	0.663	0.894	19
14	0	0	0	0	1	0	0	4	1.752	10.701	0.093	0.013	0.676	0.199	4
15	0	1	0	0	1	0	0	36	3.768	2.130	0.469	0.065	0.741	0.299	6
16	0	1	0	1	1	0	0	44	4.272	3.475	0.288	0.040	0.780	0.661	13
17	1	0	1	0	1	1	0	86	6.917	4.160	0.240	0.033	0.813	0.284	5
18	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.075	0.889	0.469	9
19	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.036	0.925	0.065	1
20	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.075	1.000	0.988	20

Ind: Individuo

Columna 1: Codificación real de la cadena de caracteres

Columna 2: Valor de la variable  $x$ , en función del valor de la columna 1

Columna 3: Evaluación de la función

Columna 4: Aptitud

Columna 5: Porcentaje del valor de aptitud respecto a la suma de todas las aptitudes

Columna 6: Suma de aptitudes, para realizar selección, utilizando la técnica de la ruleta

Columna 7: Número aleatorio para seleccionar el individuo a cruzar

Columna 8: Indica el número de individuo seleccionado

Tabla B.15 Cruza, sexta generación

Hijo	1	2	3	4	5	6	7	Pc=0.7	Número aleatorio para seleccionar el punto de cruce	Punto de cruce
17	1	0	1	0	1	1	0	0.7165	0.1146	1
20	0	0	1	1	1	1	0			
10	0	1	0	1	1	1	0	0.5113	0.6649	4
18	0	0	1	1	1	1	0			
3	0	1	0	0	1	0	1	0.7764	0.3654	2
20	0	0	1	1	1	1	0			
	0	1	1	1	1	1	0			
	0	0	0	0	1	0	1			
5	1	0	0	1	1	1	0	0.4893	0.14	1
4	0	0	1	1	1	0	1			
	0	0	0	1	1	1	0			
	1	0	1	1	1	0	1			
18	0	0	1	1	1	1	0	0.1859	0.5668	3
15	0	1	0	0	1	0	0			
	0	0	1	0	1	0	0			
	0	1	0	1	1	1	0			
3	0	1	0	0	1	0	1	0.7006	0.823	5
1	0	0	1	1	1	0	1			
19	0	1	0	1	1	1	0	0.9827	0.6739	4
4	0	0	1	1	1	0	1			
6	0	1	1	1	1	0	1	0.8066	0.9994	6
13	0	1	1	1	1	1	1			
5	1	0	0	1	1	1	0	0.7036	0.9616	6
9	0	1	0	0	0	0	0			
1	0	0	1	1	1	0	1	0.4850	0.0589	0
20	0	0	1	1	1	1	0			



**Tabla B.16** Mutación, sexta generación

Hijo								1	2	3
1	1	0	1	0	1	1	0	0.3603		0
2	0	0	1	1	1	1	0	0.5485		0
3	0	1	0	1	1	1	0	0.2618		0
4	0	0	1	1	1	1	0	0.5973		0
5	0	1	0	1	1	1	0	0.0493	0.5534	3
6	0	0	0	0	1	0	1	0.5711		0
7	0	0	0	1	1	1	0	0.7009		0
8	1	0	1	1	1	0	1	0.9623		0
9	0	0	1	0	1	0	0	0.7505		0
10	0	1	0	1	1	1	0	0.7400		0
11	0	1	0	0	1	0	1	0.4319		0
12	0	0	1	1	1	0	1	0.6343		0
13	0	1	0	1	1	1	0	0.8030		0
14	0	0	0	1	1	0	1	0.0839	0.5625	3
15	0	1	1	1	1	0	1	0.9455		0
16	0	1	1	1	1	1	1	0.9159		0
17	1	0	0	1	1	1	0	0.6020		0
18	0	1	0	0	0	0	0	0.2536		0
19	0	0	1	1	1	0	1	0.8735		0
20	0	0	1	1	1	1	0	0.5134		0

Columna 1: Número aleatorio para seleccionar el individuo que será mutado, con una probabilidad,  $P_m=0.25$

Columna 2: Número aleatorio para seleccionar el gen a mutar

Columna 3: Indica el gen a mutar

**Tabla B.17** Conclusión, séptima generación

Ind								1	2	3	4	5
1	1	0	1	0	1	1	0	86	6.917	4.160	0.240	0.038
2	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.086
3	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.041
4	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.086
5	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.041
6	0	0	0	0	1	0	1	5	1.815	10.999	0.091	0.014
7	0	0	0	1	1	1	0	14	2.382	8.066	0.124	0.019
8	1	0	1	1	1	0	1	93	7.358	4.519	0.221	0.035
9	0	0	1	0	1	0	0	20	2.760	4.538	0.220	0.035
10	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.041
11	0	1	0	0	1	0	1	37	3.831	2.265	0.441	0.069
12	0	0	1	1	1	0	1	29	3.327	1.893	0.528	0.083
13	0	1	0	1	1	1	0	46	4.398	3.827	0.261	0.041
14	0	0	0	1	1	0	1	13	2.319	8.675	0.115	0.018
15	0	1	1	1	1	0	1	61	5.343	5.147	0.194	0.030
16	0	1	1	1	1	1	1	63	5.469	5.121	0.195	0.031
17	1	0	0	1	1	1	0	78	6.413	4.307	0.232	0.036
18	0	1	0	0	0	0	0	32	3.516	1.810	0.553	0.087
19	0	0	1	1	1	0	1	29	3.327	1.893	0.528	0.083
20	0	0	1	1	1	1	0	30	3.390	1.828	0.547	0.086

Ind: Individuo

Columna 1: Codificación real de la cadena de caracteres

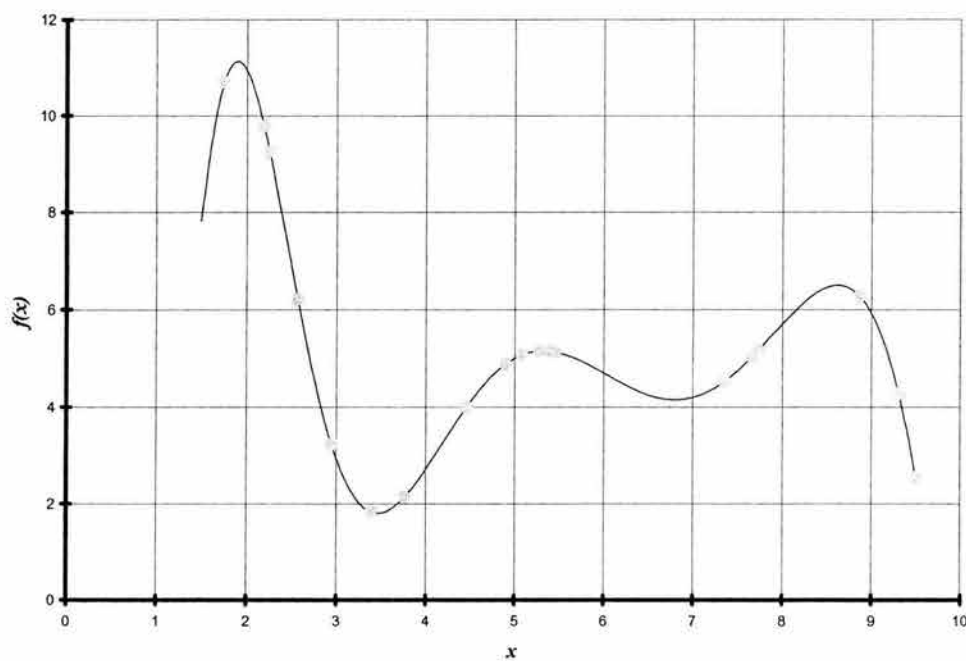
Columna 2: Valor de la variable  $x$ , en función del valor de la columna 1

Columna 3: Evaluación de la función

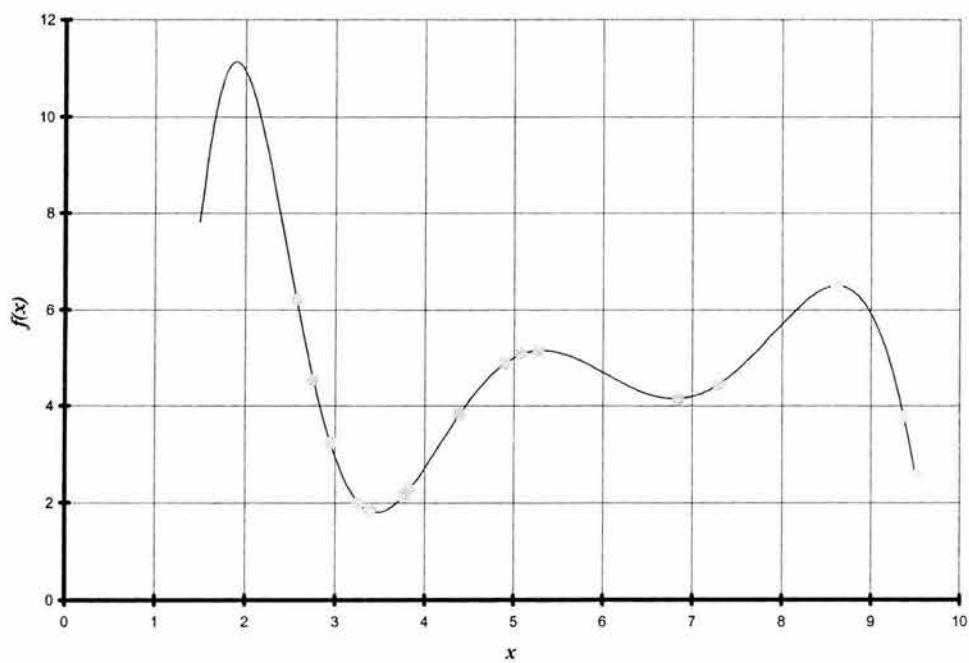
Columna 4: Aptitud

Columna 5: Porcentaje del valor de aptitud respecto a la suma de todas las aptitudes

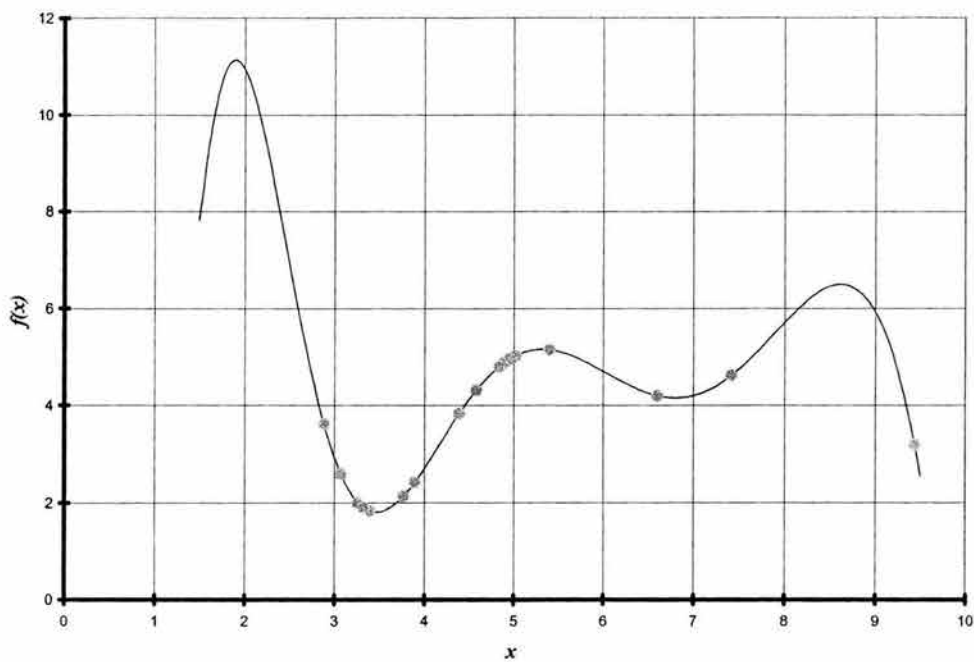
En las siguientes gráficas se muestra la evolución del AGS en las 6 generaciones, de ellas se puede apreciar la convergencia del método.



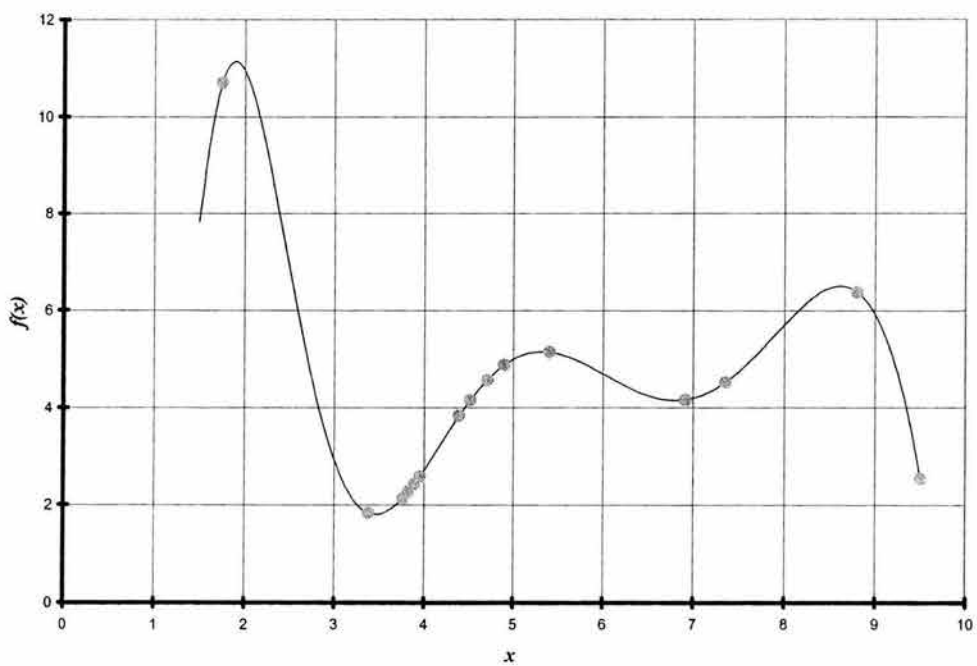
**Figura B.2** Población inicial



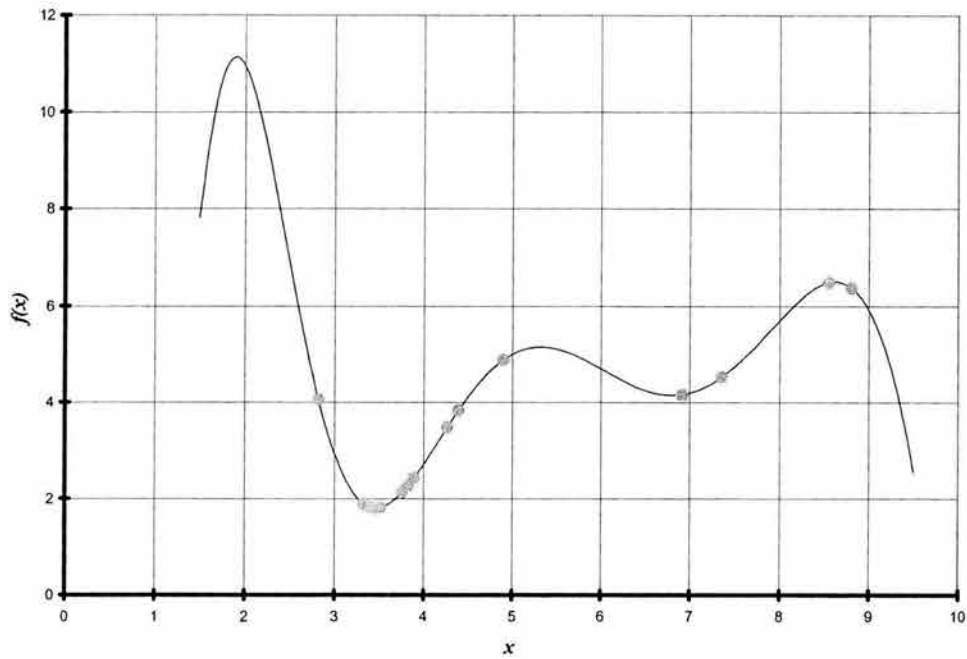
**Figura B.3** Evolución del AG, segunda generación



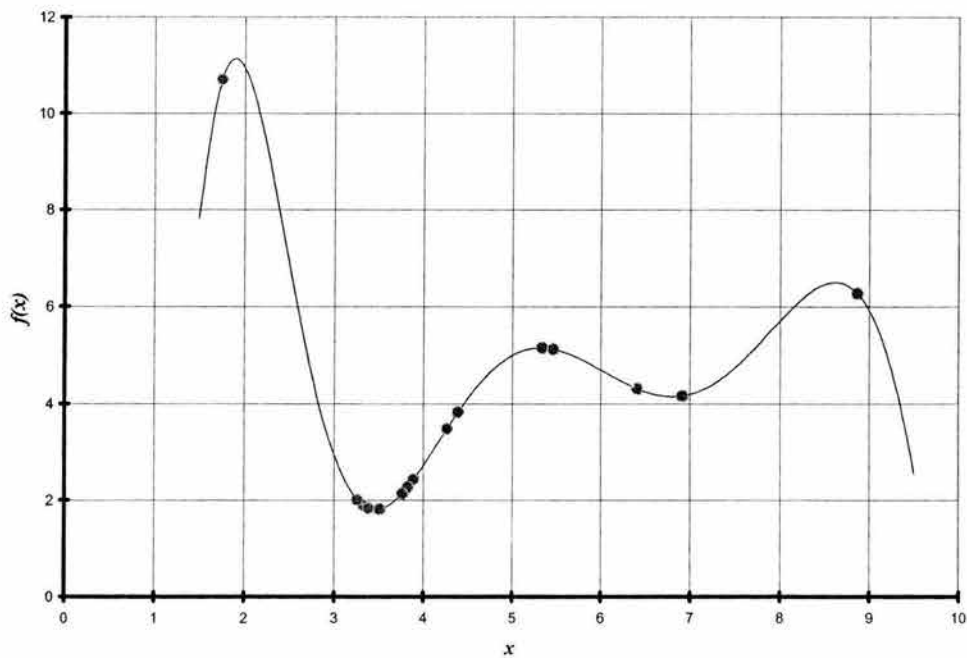
**Figura B.4** Evolución del AG, tercera generación



**Figura B.5** Evolución del AG, cuarta generación



**Figura B.6** Evolución del AG, quinta generación



**Figura B.7** Evolución del AG, sexta generación