



01170

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO  
EN INGENIERÍA**

**TESIS**

**DETECCIÓN DE FUGAS EN TUBERÍAS CON TRANSFERENCIA DE  
CALOR**

**PRESENTADA POR**

**SANDRA PASCUAL VÁZQUEZ**

**PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN INGENIERÍA  
( ELÉCTRICA )**

**DIRIGIDA POR:**

**DR. MA. CRISTINA VERDE RODARTE**

**Ciudad Universitaria, Agosto de 2004**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

A mi esposo, Jose Alberto a quien amo profundamente.

A mis padres, Enriqueta y Marcelino, quienes han estado conmigo a pesar del tiempo y la distancia.

A mis hermanos, Carlos, Selene y Jacobo.

A mi sobrino Jesus, a quien deseo muchos triunfos.

Vida, dame serenidad para aceptar lo que no puedo cambiar,  
voluntad para cambiar lo que si se puede  
y sabiduría para discernir la diferencia.

Quiero agradecer profundamente a las siguientes personas por su apreciable ayuda en tiempos difíciles: Mari Carmen Arambula, Clara Dimas, Baltasar Mena, Enrique Martínez.

Agradezco el apoyo de mi directora de tesis Dra. Ma. Cristina Verde Rodarte, a mi jefe Victor Casasola Varela y a Nancy Visairo Cruz.

Agradezco la compañía de todos mis amigos a lo largo de este trabajo: Rocio, Sandra Cecilia, Rafel, Noemi, Tere, Paola, Edmundo, Cecilia, Nancy, Oscar, Rene, Laurita, Violeta, Eren, Panchito, Leon, Gil, Manuel, Daniel, Miguel, Felipe, Paulo, Itzel, Victor, Dr. Pulos, Roberto y Juan.

# Índice

Índice	IV
Índice de Figuras	V
Nomenclatura	VI
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2. MODELO DEL FLUIDO EN UNA TUBERÍA CON TRANSFERENCIA DE CALOR</b>	<b>5</b>
2.1. ECUACIONES FUNDAMENTALES . . . . .	5
2.2. COEFICIENTE DE FRICCIÓN . . . . .	7
2.3. EFECTOS DE UNA FUGA . . . . .	8
2.4. EFECTOS TÉRMICOS EN EL MODELO . . . . .	8
2.5. MODELO DISCRETIZADO DEL FLUIDO . . . . .	11
2.6. VALIDACIÓN DEL MODELO . . . . .	14
<b>3. GENERADOR DE RESIDUOS PARA UNA FUGA</b>	<b>20</b>
3.1. DESACOPAMIENTO DE FUGAS . . . . .	21
3.2. DISEÑO DEL OBSERVADOR . . . . .	26
<b>4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN</b>	<b>31</b>
4.1. SIMULACIÓN 1 . . . . .	31
4.2. SIMULACIÓN 2 . . . . .	33
4.3. SIMULACIÓN 3 . . . . .	34
4.4. SIMULACIÓN 4 . . . . .	35
<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>37</b>

Apéndices	38
<b>A. PROPIEDADES DEL PROPANO</b>	<b>39</b>
<b>B. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN INDEPENDIENTES DE LA TEMPERATURA</b>	<b>42</b>
<b>C. ANÁLISIS UTILIZANDO UN MODELO QUE CONSIDERA LA INCLINACIÓN DE LA TUBERÍA</b>	<b>45</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>50</b>

# Índice de figuras

2.1. Definición de variables. . . . .	9
2.2. Temperatura ambiente discretizada. . . . .	16
3.1. Sistema detector de fugas. . . . .	21
4.1. Programa Principal . . . . .	32
4.2. Fuga $\lambda_1$ en el nodo 2 de la tubería. . . . .	32
4.3. Fuga $\lambda_2$ en el nodo 3 de la tubería. . . . .	33
4.4. Fuga $\lambda_1$ en el nodo 2 de la tubería. . . . .	33
4.5. Fuga $\lambda_2$ en el nodo 3 de la tubería. . . . .	34
4.6. Fuga $\lambda_1$ en el nodo 2 de la tubería. . . . .	34
4.7. Fuga $\lambda_2$ en el nodo 3 de la tubería. . . . .	35
4.8. Fuga $\lambda_1$ en el nodo 2 de la tubería. . . . .	35
4.9. Fuga $\lambda_2$ en el nodo 3 de la tubería. . . . .	36
A.1. Diagrama de fase del propano. . . . .	39
A.2. Densidad del Propano . . . . .	40
A.3. Viscosidad del Propano . . . . .	41
C.1. Ángulo de inclinación. . . . .	46
C.2. Residuos sin fugas. . . . .	47
C.3. Residuos sensibles a la fuga 1 e insensibles a la fuga 2. . . . .	47
C.4. Residuos sensibles a la fuga 2 e insensibles a la fuga 1. . . . .	48
C.5. Residuos para tubería con inclinación de un grado. . . . .	50

# Nomeclatura

$A$	Área de la sección transversal de la tubería ( $m^2$ )
$c$	Velocidad ( $\frac{m}{s}$ )
$c_p$	Calor específico a presión constante ( $\frac{J}{Kg K}$ )
$D$	Diámetro ( $m$ )
$\partial z$	Longitud de la sección ( $m$ )
$f$	Coefficiente de fricción de Fanning (adimensional )
$f_o$	Coefficiente de fricción de Fanning constante (adimensional)
$\phi$	Flujo de calor por unidad de longitud ( $\frac{W}{m}$ )
$h$	Entalpía específica ( $\frac{J}{Kg}$ )
$k$	Módulo de elasticidad de bulto ( $Pa$ )
$k_{exf}$	Coefficiente de transferencia de calor entre el fluido y el exterior( $\frac{W}{m^2K}$ )
$k_o$	Módulo de elasticidad de bulto constante( $Pa$ )
$\lambda_i$	Coefficiente de fuga de la fuga $i$ (adimensional )
$\mu$	Viscosidad ( $Pa \cdot s$ )
$P$	Presión del fluido ( $Pa$ )
$P_{ex}$	Presión exterior ( $Pa$ )
$P_{f_i}$	Presión en el punto de fuga $i$ ( $Pa$ )
$P_i$	Presión del fluido en el nodo $i$
$Q$	Flujo volumétrico ( $\frac{m^3}{s}$ )
$Q_{f_i}$	Flujo volumétrico en la fuga $i$ ( $\frac{m^3}{s}$ )
$Q_i$	Flujo volumétrico de fuga en la sección $i$ ( $\frac{m^3}{s}$ )
Re	Número de Reynolds (adimensional )

$\rho$	Densidad ( $\frac{Kg}{m^3}$ )
$\rho_o$	Densidad constante ( $\frac{Kg}{m^3}$ )
$T_{ex}$	Temperatura exterior (K)
$T_{ex_i}$	Temperatura exterior en la sección $i$
$T_i$	Temperatura del fluido en el nodo $i$
$u$	Energía interna específica ( $\frac{J}{Kg}$ )
$W$	Flujo másico del fluido ( $\frac{Kg}{s}$ )
$W_i$	Flujo másico en la sección $i$
$W_{f_i}$	Flujo másico en el punto de fuga ( $\frac{kg}{s}$ )
$x$	Posición (m)

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

La detección de fugas en tuberías es un problema de vital interés para la industria del transporte de fluidos. La presencia de una fuga puede ocasionar pérdidas económicas, ecológicas y humanas que podrían prevenirse de contar con sistemas eficientes de detección automática de fugas.

Estudios hechos en países desarrollados muestran que las fallas en tuberías se deben principalmente a fugas en las mismas [1] debidas en su mayor parte (50 % de los casos) a la corrosión de las líneas de distribución. Debido a que la infraestructura de distribución de hidrocarburos en México cuenta con varios años de antigüedad, las fallas producidas por fugas representan un porcentaje elevado por lo que la búsqueda de métodos económicos de detección automática de las mismas es prioritario.

El riesgo de una explosión producida por fugas en instalaciones de gas está presente (por ejemplo el accidente de fuga de gas en Guadalajara 1992 [3]). Cuando se origina una fuga en una tubería que transporta gas licuado se presenta el fenómeno de evaporación instantánea del líquido que produce un congelamiento de la tubería, esto hace imposible la manipulación de válvulas cercanas a la fuga para cortar el suministro de gas. Debido a que este fenómeno de congelamiento es instantáneo se tiene un tiempo muy corto para cerrar válvulas. Se sugiere que se cierren válvulas localizadas a más de 20 metros aguas arriba y abajo desde el punto donde se produjo la fuga para evitar un problema mayor por lo que sólo un sistema automático permitiría evitar una explosión [2].

El impacto ambiental que una fuga de hidrocarburo produce es irreparable por lo que se hace necesario identificar la presencia de la fuga tan pronto como sea posible para tomar las medidas pertinentes en forma inmediata.

Los métodos tradicionales de detección son costosos e imprecisos y en la mayoría de los casos requieren del uso de sensores de precio elevado [4], se aplican fuera de línea o sacan de operación la sección donde se presenta la fuga.

Actualmente en PEMEX no se cuenta con una red automática de detección de fugas y el proceso de detección

se lleva a cabo a través de los siguientes métodos:

- Uso de diablos instrumentados durante la limpieza de las tuberías.
- Patrullaje a pie (cuya frecuencia de vigilancia depende de las características del terreno, de la densidad de población o de las actividades que se realizan en dichas zonas)
- Uso de sensores de presión en las estaciones de medición.
- Monitoreo aéreo de las tuberías.
- Métodos electromagnéticos (en fase experimental).
- Métodos eléctricos (en fase experimental).

A escala mundial se cuenta con sistemas de detección de fugas de costo elevado a través de fibra óptica, métodos electromagnéticos, interferometría o sistemas de detección basados en balance de masa explotando las ventajas de los GPS (Global Positioning Systems) [4].

Existen diversas publicaciones en donde se encuentra información acerca de métodos de detección de fugas apoyados en la teoría de detección y aislamiento de fallas que trabajan con modelos de flujo en una tubería obtenidas al aplicar las leyes de conservación de masa y de momento, pero que no involucran el fenómeno de transferencia de calor del fluido hacia el ambiente. Tal es el caso de los trabajos de Verde [5], Shields [10], y Pyng [9]. Debido a que los hidrocarburos son sustancias cuyas propiedades dependen fuertemente de la temperatura, surge la inquietud de plantear un modelo de un sistema que contemple la transferencia de calor con el medio. Este intercambio de calor se da en lugares donde la tubería pasa por diferentes condiciones ambientales (agua, aire, bajo tierra). La importancia de considerar el intercambio de calor entre el fluido y el medio radica en que debido a las características de los hidrocarburos, se presentan cambios de fase que modifican completamente el comportamiento del fluido. El propano en especial se vaporiza en condiciones de temperatura ambiente y presión atmosférica lo que representa un peligro importante en el caso en que se produzca un fuga en una línea que transporta esto. Por ello se seleccionó como caso de estudio un ducto de transporte de propano en donde se consideran los efectos térmicos en el modelo del fluido. Cabe hacer notar que aunque no se presenta un modelado riguroso del flujo de propano en una tubería, el modelo generado sienta un precedente para hacer detección de fugas por métodos analíticos. Un fenómeno importante a considerar y que no se presenta en el modelo generado en este capítulo es el fenómeno de evaporación instantánea o "flashing" que se presenta cuando se da una fuga de gas licuado.

La meta de los esquemas de detección y aislamiento de fallas conocidos como FDI (del inglés Fault Detection and Isolation, Detección y Aislamiento de Fugas) es la localización e identificación de fallas del sistema de manera automática. Como un caso particular del problema de detección y aislamiento de fallas, se aborda el problema de detección y aislamiento de fugas. Este problema se ha atacado usando diferentes técnicas; por ejemplo, en 1984 Billman e Iserman [22] propusieron un esquema basado en la identificación de parámetros del fluido de manera continua en tiempo real junto con un observador estático, Liou [23] por su parte propuso un método en donde el fluido es perturbado con una secuencia binaria pseudoaleatoria. Esta perturbación le permite estar identificando de manera periódica la respuesta dinámica del fluido y detectar una fuga cuando esta se modifica.

Los métodos modernos de FDI (del inglés Fault Detection and Isolation, Detección y Aislamiento de Fugas) se sustentan en tres filosofías, la identificación de parámetros que son afectados por las fallas (se considera que existen parámetros del proceso afectados por las fallas y que no se pueden medir por lo que se estiman gracias a un modelo analítico del proceso con y sin fallas [24]), la redundancia analítica existente en la evolución de las salidas de un sistema dinámico (se basa en un modelo matemático del sistema con fugas y en la redundancia en las mediciones de los estados del sistema que permite hacer una comparación entre el sistema real y los parámetros estimados [25]) y la información del proceso vía un modelo de conocimiento (se utilizan modelos cualitativos basados en el conocimiento del sistema para realizar un diagnóstico de las fallas fugas. Específicamente los métodos de redundancia analítica explotan el conocimiento del funcionamiento del proceso y proporcionan un mejor desempeño que los esquemas apoyados en hardware al sustituir la multiplicidad de instrumentación por software facilitando el procesamiento de información y siendo más económicos. Los conceptos en los que se basan los algoritmos de FDI en tiempo real son la redundancia analítica de las salidas del proceso y el conocimiento de los modelos dinámicos internos de estos.

En el presente trabajo se describe y analiza un método que permite detectar y ubicar fugas de líquidos en un ducto sin tomas laterales basado en la generación de un residuo por el método de redundancia analítica y en la teoría del desacoplamiento de perturbaciones. Un residuo manifiesta la desviación de los flujos con respecto a sus valores nominales. Dicha desviación se estima con un observador no lineal basado en la teoría de un filtro de Kalman extendido.

La aportación de este trabajo consiste en el desarrollo de un modelo no lineal en el que se basa la detección de fugas, que involucra el fenómeno de transferencia de calor entre el fluido y el medio ambiente. Para ello se requiere la consideración de la ecuación de conservación de la energía y de las expresiones que describen tanto a la viscosidad como a la densidad como funciones de la temperatura.

Se concluye que la propuesta de detección de fugas es aplicable al modelo generado y permite en principio

detectar dos fugas.

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se obtiene un modelo del flujo de propano líquido en una tubería con base en las leyes de conservación de masa, momento y energía; al final se tiene un modelo que utiliza la nomenclatura estándar para aplicar los métodos de FDI, (del inglés Fault Detection and Isolation, Detección y Aislamiento de Fugas) basados en modelos [5].

En el capítulo 3 se valida el modelo obtenido en el capítulo anterior mediante la simulación del sistema en el paquete comercial de flujo de líquidos AFT FATHOM. En forma paralela se simula el sistema en SIMULINK (simulador de MATLAB). Se concluye con una tabla que muestra el error encontrado entre el simulador comercial y el modelo planteado que éste es adecuado para detectar fugas en estado permanente.

En el capítulo 4 se aplica la teoría de desacoplo a perturbaciones y de diseño de observadores para generar un detector de fugas cuyas señales de salida se llaman residuos.

Y por último, en el capítulo 5 se presentan y se analizan los resultados de las simulaciones en SIMULINK para diferentes señales de entrada.

Cabe hacer notar que parte de las actividades realizadas en esta tesis forman parte del proyecto de cooperación entre el IMP y la UNAM (FIES D.00032) con el título de **Desarrollo y prueba de un método analítico para la detección de fugas en ductos de transporte de hidrocarburos en fase líquida.**

## Capítulo 2

# MODELO DEL FLUIDO EN UNA TUBERÍA CON TRANSFERENCIA DE CALOR

### 2.1. ECUACIONES FUNDAMENTALES

El objetivo de este capítulo es generar un modelo matemático del comportamiento de un fluido en una tubería adecuado para detección de fugas. Esto significa que no se pretende usar las ecuaciones completas que describen la conservación de masa, momento y energía presentadas en [13] ó [14], pero si una simplificación de las mismas basada en datos reales y en las consideraciones citadas en [12]. Este modelo podrá ser utilizado para diseñar un sistema de supervisión de ductos sin demeritar la validez de los resultados para detección de fugas en estado permanente ya que las teorías utilizadas para la detección de fugas se pueden aplicar a modelos mas complicados.

Las ecuaciones generales que describen el comportamiento de un fluido en un tramo recto horizontal de una tubería se basan en las ecuaciones de conservación de la masa, el momento y la energía que se presentan a continuación [12]:

- Ley de conservación de la masa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{A} \frac{\partial \rho c A}{\partial x} \quad (2.1)$$

- Ley de conservación del momento

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} P - \frac{\partial}{\partial x} (c^2 \rho) - \frac{2(\rho c)^2 f(\rho, \mu, c)}{\rho D} \quad (2.2)$$

- Ley de conservación de la energía

$$\left(u + \frac{1}{2}c^2\right) \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(u + \frac{1}{2}c^2\right) = \frac{\phi}{A} - \rho c \frac{\partial}{\partial x} \left(h + \frac{1}{2}c^2\right) - \left(h + \frac{1}{2}c^2\right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho c) \quad (2.3)$$

En donde las propiedades del fluido son la densidad  $\rho$ , la velocidad  $c$ , la presión  $P$ , la viscosidad  $\mu$ , el coeficiente de fricción de Fanning  $f$ , la energía interna específica  $u$ , la entalpia específica  $h$ , el tiempo  $t$ , el flujo de calor por unidad de longitud y la posición  $x$ . Por su parte, los parámetros de la tubería son el área de la sección transversal  $A$  y el diámetro  $D$ .

El proceso a considerar es un tubería recta horizontal por la que circula propano en fase líquida y que está sometida a temperaturas diferentes en su exterior a lo largo del ducto.

Este trabajo de investigación considera las siguientes suposiciones:

1. Tubería equivalente recta con diámetro constante a lo largo de la misma.
2. Tubería sin ramas laterales. Implica que no habrá caídas de presión debido a tomas laterales de fluido.
3. Ángulo de inclinación nulo. Permite eliminar los efectos gravitatorios en el modelo <sup>1</sup>.
4. Rugosidad de la tubería despreciable. Esta suposición considera que la tubería es de paredes lisas por lo que no se originan caídas de presión debido a la fricción del fluido con las paredes solo por el rozamiento de las partículas del fluido entres sí.
5. Tubería sin recubrimiento y con espesor despreciable.
6. Flujo en una dimensión.
7. Densidad y viscosidad en función de la temperatura.
8. Flujo homogéneo
9. Se considera la existencia solamente de dos fugas localizadas a un tercio y a dos tercios de la tubería.
10. La tubería, de longitud  $3L$ , cuenta con sensores de gasto, presión y temperatura que permiten medir la presión absoluta, el flujo másico y la temperatura en los extremos del ducto.

<sup>1</sup>En el Apéndice C se presenta el modelo del flujo de fluido en un ducto cuando hay un ángulo de inclinación diferente de cero.

## 2.2. COEFICIENTE DE FRICCIÓN

Un elemento a modelar que es determinante en el comportamiento de las ecuaciones de conservación es el coeficiente  $f(\rho, \mu, c)$  conocido como coeficiente de fricción de Fanning. Éste representa las pérdidas por fricción producidas entre las partículas del fluido y entre las paredes de la tubería.

El coeficiente de fricción de Fanning se puede expresar a través del coeficiente de fricción de Darcy [13] que puede aproximarse a través de diversas ecuaciones. En particular, si la rugosidad es despreciable y el flujo es turbulento se tiene una aproximación con un error máximo del 3% que es función solo del número de Reynolds del fluido

$$f(\rho, \mu, c) = f_D(\text{Re})/4 \cong 0,255 (\log(\text{Re}))^{-2,5} \quad (2.4)$$

En donde  $f_D$  es el coeficiente de fricción de Darcy,  $Re$  es el número de Reynolds, un número adimensional que indica en qué régimen de flujo (laminar, turbulento o de transición) se encuentra el fluido y que se calcula por medio de la siguiente expresión [13]:

$$\text{Re} = \frac{Dc\rho}{\mu} = \frac{DW}{\mu A} \quad (2.5)$$

En donde  $W$  es el flujo másico y se define como:

$$W = \rho c A \quad (2.6)$$

donde la viscosidad ( $\mu$ ) puede aproximarse por [6]

$$\mu(T) \cong 10^{(m_1 + \frac{m_2}{T} + m_3 T + m_4 T^2)} \quad (2.7)$$

y la densidad por [6]

$$\rho(T) \cong a + bT + cT^2 + dT^3 + eT^4 \quad (2.8)$$

En donde  $T$  es la temperatura del fluido y  $m_1, m_2, m_3, m_4, a, b, c, d,$  y  $e$  son constantes (apéndice A).

Usando las relaciones (2.5), (2.6), (2.7) y (2.8), se puede demostrar que el término de fricción de Fanning depende del flujo másico  $W$  y de la temperatura  $T$  y puede expresarse por medio de la siguiente forma ([13])

$$f(W, T) = f(\rho, \mu, c) \cong 0,255 (\log(\text{Re}))^{-2,5} \quad (2.9)$$

## 2.3. EFECTOS DE UNA FUGA

El flujo másico de una fuga en una tubería puede describirse por [7]:

$$W_{f_i} = \lambda_i \sqrt{(P_{f_i} - P_{ex})}, \quad i = \{1, 2\} \quad (2.10)$$

en donde  $W_{f_i}$  es el flujo másico de la fuga  $i$ ,  $P_{f_i}$  es la presión en el punto en donde se presente la fuga y  $P_{ex}$  es la presión fuera de la tubería.

El parámetro  $\lambda_i$  depende de las características y del orificio en la tubería en la que se produce la fuga y permite emular el flujo de fuga a un porcentaje determinado con respecto al flujo total de la tubería sin la presencia de fugas.

La presión al exterior de la tubería ( $P_{ex}$ ) se considera que es superior a la presión atmosférica ( $P_{ex} = 1,600$  MPa) para evitar el fenómeno de volatilización (del inglés *flashing*) que consiste en la vaporización instantánea de un líquido a consecuencia de un cambio súbito en las condiciones de presión y temperatura del fluido, este fenómeno se presenta cuando aparece una fuga en una tubería de gas licuado que circula a altas presiones. La selección de esta presión se consigue analizando el diagrama de fases del propano (ver apéndice A).

Una fuga en un ducto provoca una discontinuidad en el punto de fuga bajo la siguiente condición de frontera:

$$W_i^a = W_i^b + W_{f_i} \quad (2.11)$$

En donde  $W_i^a$  y  $W_i^b$  denotan los flujos antes y después de la fuga  $i$  respectivamente.

Si se considera que se presentan dos fugas en el sistema ( $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ ) localizadas a  $1/3$  y a  $2/3$  de la longitud de la tubería, se tendría una tubería con dos discontinuidades que la dividirían en tres secciones (figura 2.1). Los puntos donde se presentan las fugas y los puntos al inicio y al final de la tubería se definen como nodos, el tramo de tubería entre dos nodos consecutivos es una sección. De esta manera se tiene una tubería dividida en tres secciones y cuatro nodos. El flujo de fluido en cada una de ellas se describiría por tres ecuaciones de la forma (2.1), (2.2), (2.3) y por las condiciones de frontera (2.11) de los extremos del ducto.

## 2.4. EFECTOS TÉRMICOS EN EL MODELO

Si se supone un ducto aislado térmicamente en donde la temperatura en el interior es constante y uniforme a lo largo del ducto, la densidad sólo es función de la presión y la viscosidad es constante; entonces las ecuaciones de

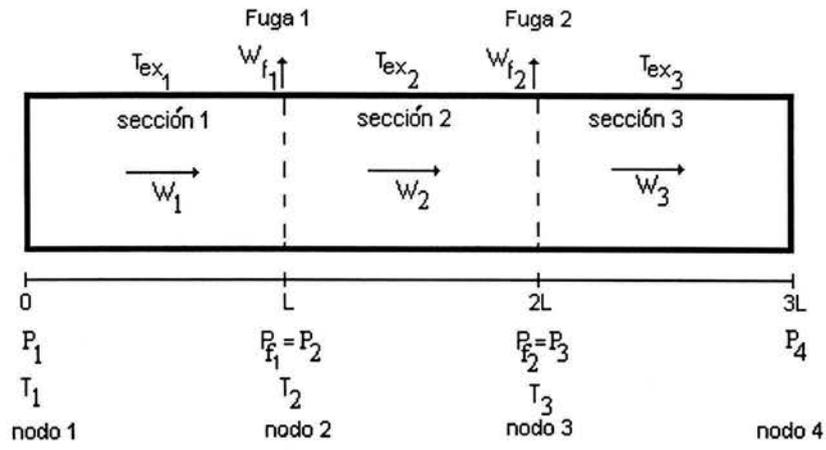


Figura 2.1: Definición de variables.

conservación de masa y momento (2.1) y (2.2) están desacopladas de la ecuación de conservación de la energía (2.3) [13] por lo que el comportamiento del fluido está gobernado por (2.1) y (2.2) en condiciones normales (apéndice B).

Sin embargo, este trabajo se centra en el estudio del comportamiento de un fluido cuando se presenta intercambio de calor con el ambiente, por lo que la densidad se considera una función tanto de la presión  $P(x, t)$  como de la temperatura  $T(x, t)$ , es decir:

$$\rho = \rho(P(x, t), T(x, t)) \quad (2.12)$$

derivando la densidad con respecto al tiempo se obtiene

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.13)$$

Por otro lado, se sabe [12] que la velocidad de la onda de presión está dada por

$$\frac{k}{\rho} = \frac{\partial P}{\partial \rho} \quad (2.14)$$

Así que considerando la definición de flujo másico,  $W = \rho c A$  se obtiene la ecuación de conservación de masa (2.1) cuando los parámetros dependen de la temperatura:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{k}{A\rho} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{k}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.15)$$

En donde el valor de  $k$  se considera constante y  $\rho$  es una función polinomial de la temperatura como se describe en el apéndice A.

Por otro lado, si la razón entre la velocidad del fluido y la velocidad del sonido es menor a 2.5 %, como es el caso de los hidrocarburos (velocidad promedio de  $5 \frac{m}{s}$ ) se puede considerar que la densidad es constante a lo largo del ducto y por lo tanto

$$\frac{\partial \rho c^2}{\partial x} = 0 \quad (2.16)$$

Esta consideración junto con (2.6) permite escribir la ecuación de conservación del momento como

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -A \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{2W^2 f(W, T)}{A \rho D} \quad (2.17)$$

Donde el coeficiente de fricción  $f(W, T)$  queda descrita por (2.9).

Por último, la ley de conservación de la energía (2.3) se puede simplificar si se toman en cuenta las propiedades dinámicas del propano y en general de los gases, así si se supone que

- La dinámica de la ecuación de conservación de la energía es más lenta que la de las ecuaciones de conservación del momento y de la masa, por lo que es posible igualar a cero la derivada temporal de la densidad y la del flujo volumétrico (2.2)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cong 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} \cong 0 \quad (2.19)$$

- El cambio en la entalpía ( $h$ ) del fluido con la distancia es varios órdenes de magnitud mayor que el cambio de la energía cinética con la distancia [12]

$$\frac{\partial h}{\partial x} \gg \frac{\partial (\frac{1}{2}c^2)}{\partial x} \quad (2.20)$$

- La energía interna específica ( $u$ ) y la entalpía específica ( $h$ ) de un líquido dependen fuertemente de la temperatura y débilmente de la presión

$$\frac{\partial h(P, T)}{\partial x} \cong \frac{dh(T)}{dT} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial u(P, T)}{\partial t} \cong \frac{du(T)}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.22)$$

- Para un líquido

$$\frac{dh(T)}{dT} \cong \frac{du(T)}{dT} = c_p \quad (2.23)$$

en donde  $c_p$  es el calor específico a presión constante.

- La fórmula que describe el flujo de calor por unidad de longitud del fluido para una temperatura  $T$  del fluido y una temperatura  $T_{ex}$  en el exterior se puede expresar como [12]

$$\phi = k_{exf} \pi D (T_{ex} - T) \quad (2.24)$$

En donde  $k_{exf}$  se calcula considerando que el medio externo es aire y que el espesor de la tubería es despreciable.

Bajo estas suposiciones la ley de conservación de la energía (2.3) se puede expresar como

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{4k_{exf} (T_{ex} - T)}{\rho c_p D} - \frac{W}{\rho A} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.25)$$

## 2.5. MODELO DISCRETIZADO DEL FLUIDO

Existen diferentes procedimientos para transformar los modelos de parámetros distribuidos en un modelo de parámetros concentrados. En general el error en la discretización de variables está afectada por el tamaño de la discretización y el tipo de aproximación usado en la derivada  $\frac{\partial}{\partial x}$ .

Tomando en cuenta que las fugas tienen efectos tanto en estado estacionario como en estado permanente a continuación se aplica el método de Euler para aproximar las derivadas parciales con respecto a  $x$  para cada tramo del ducto sin fugas como

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{P_{i+1} - P_i}{L} \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{W_{i+1} - (W_i - W_{f,i})}{L} \quad i = \{1, 2\} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_i - T_{i-1}}{L} \quad i = \{2, 3\} \quad (2.28)$$

Considerando que las ecuaciones (2.15), (2.17) y (2.25) describen dinámicamente el comportamiento del fluido de una manera aproximada con (2.11) como una condición de frontera adicional que debe satisfacer el conjunto de las tres ecuaciones en derivadas parciales, y usando la discretización del flujo másico (2.27)

De esta manera las ecuaciones que describen el sistema son

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{k(W_2 - (W_1 - W_{f_1}(\lambda_1, P_2)))}{AL\rho_2(T_2)} - \frac{k}{\rho_2^2(T_2)} \frac{\partial\rho_2(T_2)}{\partial T_2} \left( \frac{4k_{exf}(T_{ex_1} - T_2)}{c_p D} - \frac{W_2(T_2 - T_1)}{AL} \right) \quad (2.29)$$

$$\frac{dP_3}{dt} = -\frac{k(W_3 - (W_2 - W_{f_2}(\lambda_2, P_3)))}{AL\rho_3(T_3)} - \frac{k}{\rho_3^2(T_3)} \frac{\partial\rho_3(T_3)}{\partial T_3} \left( \frac{4k_{exf}(T_{ex_2} - T_3)}{c_p D} - \frac{W_3(T_3 - T_2)}{AL} \right) \quad (2.30)$$

$$\frac{dW_1}{dt} = -\frac{A}{L} (P_2 - P_1) - \frac{2W_1^2 f_1(W_1, T_1)}{AD\rho_1(T_1)} \quad (2.31)$$

$$\frac{dW_2}{dt} = -\frac{A}{L} (P_3 - P_2) - \frac{2W_2^2 f_2(W_2, T_2)}{AD\rho_2(T_2)} \quad (2.32)$$

$$\frac{dW_3}{dt} = -\frac{A}{L} (P_4 - P_3) - \frac{2W_3^2 f_3(W_3, T_3)}{AD\rho_3(T_3)} \quad (2.33)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{4k_{exf}(T_{ex_1} - T_2)}{c_p D\rho_2(T_2)} - \frac{W_2(T_2 - T_1)}{AL\rho_2(T_2)} \quad (2.34)$$

$$\frac{dT_3}{dt} = \frac{4k_{exf}(T_{ex_2} - T_3)}{c_p D\rho_3(T_3)} - \frac{W_3(T_3 - T_2)}{AL\rho_3(T_3)} \quad (2.35)$$

En donde

$W_i$	Flujo másico en la sección $i = \{1, 2, 3\}$
$P_i$	Presión en el nodo $i = \{1, 2, 3, 4\}$
$T_i$	Temperatura del fluido en el nodo $i = \{1, 2, 3, 4\}$
$\rho_i$	Densidad del fluido en el nodo $i = \{1, 2, 3, 4\}$
$f_i(W_i, T_i)$	Factor de fricción de Fanning en el nodo $i = \{1, 2, 3, 4\}$
$T_{ex_i}$	Temperatura exterior en los nodos $i = \{2, 3\}$

Para eliminar las derivadas parciales de la densidad con respecto a la temperatura se hace uso de la forma polinomial basada en

$$\rho_i(T) \cong a + bT_i + cT_i^2 + dT_i^3 + eT_i^4 \quad (2.36)$$

Con lo que

$$\frac{\partial\rho_2(T_2)}{\partial T_2} = b + 2cT_2 + 3dT_2^2 + 4eT_2^3 \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial\rho_3(T_3)}{\partial T_3} = b + 2cT_3 + 3dT_3^2 + 4eT_3^3 \quad (2.38)$$

En la figura 2.1 se muestran las variables involucradas en el modelo.

En donde  $P_{f_1}$  y  $P_{f_2}$  son las presiones en el punto de fuga 1 y 2 y corresponde a la presión  $P_2$  y  $P_3$  respectivamente.

Estados ( $x$ )	Entradas ( $u$ )	Salidas ( $y$ )	Parametros ( $\alpha$ )
$x_1 = P_2$	$u_1 = P_1$	$y_1 = x_3$	$\alpha_1 = -\frac{k}{AL}$
$x_2 = P_3$	$u_2 = P_4$	$y_2 = x_5$	$\alpha_2 = -k$
$x_3 = W_1$	$u_3 = T_1$		$\alpha_3 = -\frac{A}{L}$
$x_4 = W_2$	$u_4 = T_{ex1}$		$\alpha_4 = -\frac{2}{AD}$
$x_5 = W_3$	$u_5 = T_{ex2}$		$\alpha_5 = -\frac{4k_{exf}}{c_p D}$
$x_6 = T_2$			$\alpha_6 = -\frac{1}{AL}$
$x_7 = T_3$			

Tabla 2.1: Definición de términos

Con objeto de compactar el sistema (2.29)-(2.35), la tabla 2.1 presenta la redefinición de los parámetros y variables que permiten escribir el sistema como:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) + A(x) \bar{\lambda}_1(x_1) + B(x) \bar{\lambda}_2(x_2) \quad (2.39)$$

$$y = Cx \quad (2.40)$$

En donde

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\rho_2(x_6)} (x_4 - x_3) + \frac{\alpha_2(b+2cx_6+3dx_6^2+4ex_6^3)}{\rho_2(x_6)} \left( \frac{1}{\rho_2(x_6)} (\alpha_5(u_4 - x_6) + \alpha_6x_3(x_6 - u_3)) \right) \\ \frac{\alpha_1}{\rho_3(x_7)} (x_5 - x_4) + \frac{\alpha_2(b+2cx_7+3dx_7^2+4ex_7^3)}{\rho_3(x_7)} \left( \frac{1}{\rho_3(x_7)} (\alpha_2(u_5 - x_7) + \alpha_6x_4(x_7 - x_6)) \right) \\ \alpha_3(x_1 - u_1) + \alpha_4x_3^2 \frac{f_1(x_3, u_3)}{\rho_1(u_3)} \\ \alpha_3(x_2 - x_1) + \alpha_4x_4^2 \frac{f_2(x_4, x_6)}{\rho_2(x_6)} \\ \alpha_3(u_2 - x_2) + \alpha_4x_5^2 \frac{f_3(x_5, x_7)}{\rho_3(x_7)} \\ \frac{1}{\rho_2(x_6)} (\alpha_5(u_4 - x_6) + \alpha_6x_3(x_6 - u_3)) \\ \frac{1}{\rho_3(x_7)} (\alpha_2(u_5 - x_7) + \alpha_6x_4(x_7 - x_6)) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\rho_2(x_6)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \quad (2.42)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_1}{\rho_3(x_7)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \quad (2.43)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\bar{\lambda}_1(x_1) = \lambda_1 \sqrt{x_1 - P_{atm}} \quad (2.45)$$

$$\bar{\lambda}_2(x_2) = \lambda_2 \sqrt{x_2 - P_{atm}} \quad (2.46)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{bmatrix}' \quad (2.47)$$

El valor de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  se calcula en la sección 2.6.

En el presente capítulo se ha generado un modelo de estado aproximado que puede ser usado para hacer detección de fugas bajo ciertas restricciones. Este tiene la ventaja de incluir la transferencia de calor del fluido al medio ambiente a través de la variación de la densidad y la viscosidad con respecto a la temperatura y la inclusión de la ecuación de conservación de la energía. Cabe hacer notar que este modelo supone posiciones de las fugas fijas ( $L$ ) y ( $2L$ ). Por lo que implica que se tiene una incertidumbre  $\Delta x_i$  cuando las fugas se desvían de las fronteras entre secciones.

## 2.6. VALIDACIÓN DEL MODELO

Con objeto de validar el modelo derivado anteriormente se procedió a comparar el comportamiento con el de un simulador comercial de flujo de fluido en fase líquida AFT FATHOM. Este software es un excelente simulador del estado estacionario del flujo dentro de una tubería por lo que los valores obtenidos a través del mismo son usados para obtener el error relativo de la variable de interés ( $e_{variable}$ ).

$$\%e_{variable} = \left| \frac{V_M - V_F}{V_F} \right| \times 100 \quad (2.48)$$

En donde:

$V_M \triangleq$  Valor obtenido en Matlab

$V_F \triangleq$  Valor obtenido en Fathom

Aunque sí es de interés en principio determinar un modelo que describe lo fenómenos transitorios del flujo en una tubería, dado que la fuga es fuertemente detectable el generador de residuos se puede evaluar con su valor en estado estacionario.

La contribución que se hace en el modelo obtenido, descrito por las ecuaciones (2.39) a (2.47), consiste en que se considera la densidad, la viscosidad y el factor de fricción como parámetros variables en función de la temperatura. La tabla 2.2 se presenta el error calculado a través de (2.48) en los parámetros señalados así como en la presión, temperatura y flujo másico para el caso en el que no se presentan fugas en el sistema.

Se muestra que el modelo de las ecuaciones programadas en SIMULINK arroja resultados similares a los que se generan en las simulaciones realizadas con FATHOM. Ya que el simulador Fathom es bastante accesible para modificar los valores de los parámetros del modelo, permite simular los dos casos de interés; cuando la densidad y la viscosidad no dependen de la temperatura y cuando estos dependen de esta. En el primer caso, los resultados muestran que el modelo con SIMULINK genera resultados similares a los obtenidos con FATHOM y se omite la presentación de los mismos. En el segundo caso, cuando se considera transferencia de calor del fluido con el medio, los resultados obtenidos con el modelo arrojan un error máximo del 1.7% (tabla 2.2). Cabe señalar que el error se calcula para valores en estado estacionario del sistema (mas o menos después de 2000s de simulación). La diferencia en los resultados se debe al número de secciones en que se discretiza el espacio. Sin embargo no es posible aumentar el número de tramos dado que en estas condiciones no existe solución al problema de detección y aislamiento de fugas como se demuestra en el trabajo [20] en el que se concluye que el método de detección es aplicable sólo cuando se presentan un máximo de dos fugas (tubería dividida en tres secciones).

Densidad( %)	Factor de Fricción( %)	Viscosidad( %)	Flujo másico( %)	Presión( %)	Temperatura( %)
$e_{\rho_2} = 0,476$	$e_{f_1} = 0,0135$	$e_{\mu_1} = 0,0613$	$e_{x_3} = 0,0858$	$e_{x_1} = 0,0049$	$e_{x_6} = 0$
$e_{\rho_3} = 0,454$	$e_{f_2} = 0,243$	$e_{\mu_2} = 1,765$	$e_{x_4} = 0,0858$	$e_{x_2} = 0,0016$	$e_{x_7} = 0,0644$
	$e_{f_3} = 0,229$	$e_{\mu_3} = 1,718$	$e_{x_5} = 0,0858$		

Tabla 2.2: Error en las variables del sistema cuando no hay fugas para  $\rho(P, T)$  y  $\mu(T)$

Sin pérdida de generalidad los resultados anteriores se obtienen bajo la consideración de que la temperatura ambiental en cada nodo (nodo 2 y nodo 3) de la tubería tiene un valor determinado. Debido al tipo de discretización utilizada en las ecuaciones en derivadas parciales, se requiere que los valores de temperatura en el nodo 3 y el nodo 4 sean iguales (Fig. 2.2) ya que no se tiene información de la temperatura en el nodo 4 en las ecuaciones que describen el modelo de flujo en la tubería 2.39.

Cabe aclarar que los parámetros introducidos tanto en FATHOM como en SIMULINK son los mismos y se muestran en en la tabla 2.3 en la que se presentan los valores de los parámetros involucrados en las ecuaciones del modelo y los valores nominales de las entradas  $P_1, P_4, T_1, T_{ex1}, T_{ex2}$ .

Para validar el modelo en condiciones de fuga se comparan los resultados de ambas simulaciones cuando se presenta una fuga. En este caso, se considera que la fuga se presenta al final de la segunda sección de la tubería ( $W_{f_2}$ ) en el nodo 3 (fig. 2.1).

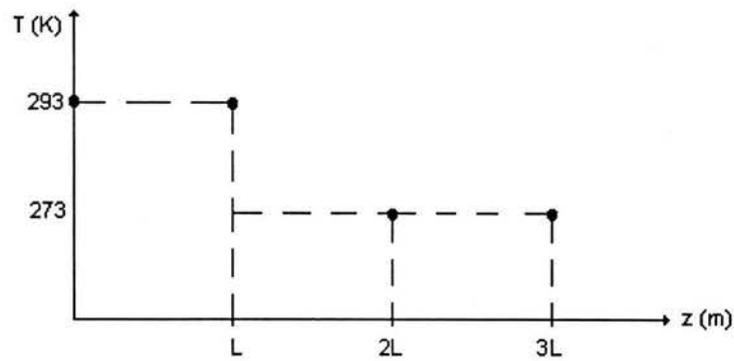


Figura 2.2: Temperatura ambiente discretizada.

Parámetros	Descripción	Valor
$k$	Coefficiente de compresibilidad isotérmica	$0,1723 \times 10^9 Pa$
$A$	Área de la sección transversal del tubo	$0,292 m^2$
$k_{exf}$	Coefficiente de transferencia de calor	$100 \frac{W}{m^2K}$
$D$	Diámetro de la tubería	$0,610 m$
$L$	Longitud de cada sección de la tubería	$5000 m$
$c_p$	Calor específico a presión constante	$2560 \frac{J}{KgK}$
$P_1$	Presión a la entrada de la tubería	$6,84 \times 10^6 Pa$
$P_4$	Presión a la salida de la tubería	$6,16 \times 10^6 Pa$
$T_1$	Temperatura de entrada a la tubería	$293 K$
$T_{ex1}$	Temperatura exterior en nodo 2	$293 K$
$T_{ex2}$	Temperatura exterior en el nodo 3	$273 K$

Tabla 2.3: Parámetros de la tubería

El modelo de fuga que utiliza FATHOM queda determinado por el coeficiente de descarga ( $C_D$ ) a partir de (2.49):

$$W_{f2} = \rho_3 Q_f = \frac{\rho_3 A_f C_D \sqrt{2}}{\sqrt{\rho_3}} \sqrt{P_3 - P_{amb}} \quad (2.49)$$

en donde para efectos de simulación en FATHOM se considera que el área de la fuga ( $A_f$ ) tiene forma circular con un diámetro del 10% del diámetro total de la tubería

$$A_f = 0,061 m^2$$

La densidad y la presión en el nodo 3 ( $\rho_3$  y  $P_3$  respectivamente) son los valores que arroja la simulación cuando no hay fuga en el sistema

$$\rho_3 = 508,9 \text{ kg/m}^3$$

$$P_3 = 6,61 \times 10^6 \text{ Pa}$$

así despejando  $C_D$  se tiene

$$C_D = \frac{W_{f_2} \sqrt{\rho_3}}{\rho_3 A_f \sqrt{2} \sqrt{P_3 - P_{amb}}} \quad (2.50)$$

Considerando (2.49) y (2.10) se puede generar una relación entre  $C_D$  y  $\lambda$  que permita comparar los resultados obtenidos en FATHOM y SIMULINK para la simulación del sistema con los valores característicos de la fuga. De esta manera

$$\lambda = \frac{\rho_3 A_f C_D \sqrt{2}}{\sqrt{\rho_3}} \quad (2.51)$$

%	$W_{f_2}$ (kg/s)	$C_D$ (kg/s)
40	360	0.1766
25	225	0.1104
10	90.8	0.0441
5	45.0	0.0221
1	9.00	0.0044

Tabla 2.4: Valor de Cd a diferentes porcentajes de fuga

%	$W_{f_2}$ (kg/s)	$\lambda$ ( $\text{kg}^{1/2}\text{m}^{1/2}$ )
40	360	0.1648
25	225	0.1030
10	90.8	0.0412
5	45.0	0.0206
1	9.00	0.0041

Tabla 2.5: Valor del coeficiente de fuga a diferentes porcentajes de fuga

El procedimiento de cálculo de  $C_D$  y  $\lambda$  es el siguiente:

1. Se calcula el flujo másico en estado estacionario en FATHOM con el modelo sin fugas:

$$W = 900.8 \text{ kg/s} \quad (2.52)$$

2. Se calcula  $C_D$  mediante (2.50) para un flujo másico de fuga entre 1 y 40 % del flujo total sin fuga como se muestra en la tabla 2.4:
3. Se realiza una simulación en FATHOM del sistema con fuga.
4. Se calcula  $\lambda$  mediante (2.51) y los resultados se muestran en la tabla 2.5.
3. Se simula el modelo en SIMULINK utilizando los valores calculados de  $\lambda$ .

En la tabla 2.6 se muestra el error calculado a través de (2.48) de los resultados obtenidos en FATHOM y con SIMULINK para la simulación del modelo del sistema bajo la presencia de una fuga . La fuga aparece en el nodo 3 de la tubería (fig. 2.1 ) y el tamaño de la misma varía entre un 1 y un 40 % del flujo total descrito en 2.52.

De los valores del error se concluye que el modelo obtenido para el sistema de flujo de propano es válido para las condiciones de operación descritas en este trabajo.

El error en los resultados obtenidos por SIMULINK es en general menor al 1 % respecto a los resultados generados en el simulador de referencia FATHOM lo que significa que el modelo obtenido puede ser utilizado para generador de residuos y detectar fugas de propano en una tubería cuando se presenta transferencia de calor con el ambiente. Cabe hacer notar que el diagnostico deberá basarse en el comportamiento de los residuos en estado permanente.

Error(%)	1 %	5 %	10 %	25 %	40 %
$e_{x_1}$	0.0058	0.0095	0.0134	0.0253	0.0046
$e_{x_2}$	0.0007	0.0034	0.0097	0.0268	0.0450
$e_{x_3}$	0.1032	0.1561	0.2080	0.2970	0.4500
$e_{x_4}$	0.1032	0.1561	0.2080	0.2970	0.4500
$e_{x_5}$	0.1044	0.1717	0.2860	0.6930	1.3630
$e_{x_6}$	0	0	0	0	0
$e_{x_7}$	0.0690	0.0793	0.0562	0.0551	0.0482
$e_{Wf_2}$	0.0112	0.1378	0.5060	0.8100	1.2170

Tabla 2.6: Error en las variables del sistema bajo la presencia de fugas

## Capítulo 3

# GENERADOR DE RESIDUOS PARA UNA FUGA

Existen varios procedimientos para diseñar los generadores de residuos de un sistema de detección de fallas. Sin embargo, no todas las técnicas pueden ser aplicadas cuando se tienen modelos no lineales como es el caso del ducto con múltiples fugas, sobre todo porque se está interesado no sólo en el problema de detección, sino en el de localización de las posiciones de las fugas. En particular en [19] se discute la problemática específica, donde se suponen inciertas la posición de las fugas en el caso de un modelo linealizado. Un análisis detallado sobre las condiciones de solución para el caso de múltiples fugas se presenta en [20]. En el presente trabajo se opta por generar los residuos vía observadores no lineales asumiendo fija la posición de la fuga de acuerdo al esquema de la figura 2.1. Siguiendo la teoría de FDI [21] el problema de detección de fugas se divide en dos tareas, la primera consiste en la generación de subsistemas desacoplados de una fuga y sensibles a otra u otras y la segunda aborda el diseño de generadores de residuos basados en observadores no lineales. Como se menciona en la introducción un residuo es la diferencia entre una salida estimada y su valor medido y corresponde a una señal que es cero en ausencia de fuga y solamente se desvía de cero cuando se presenta una fuga.

El esquema de detección de fallas que se plantea en el presente capítulo se muestra en la figura 3.1 para la detección de dos fugas presentes en la tubería. En primer lugar se obtiene un modelo del flujo de fluido en una tubería con fugas. Como este modelo pretende simular el sistema real se supone que se tienen mediciones de las presiones, gastos y temperaturas en ambos extremos de la tubería. Para el diseño de los residuos se generan primero dos subsistemas desacoplados sensibles a una fuga e insensibles a la otra con base en el modelo de la tubería con

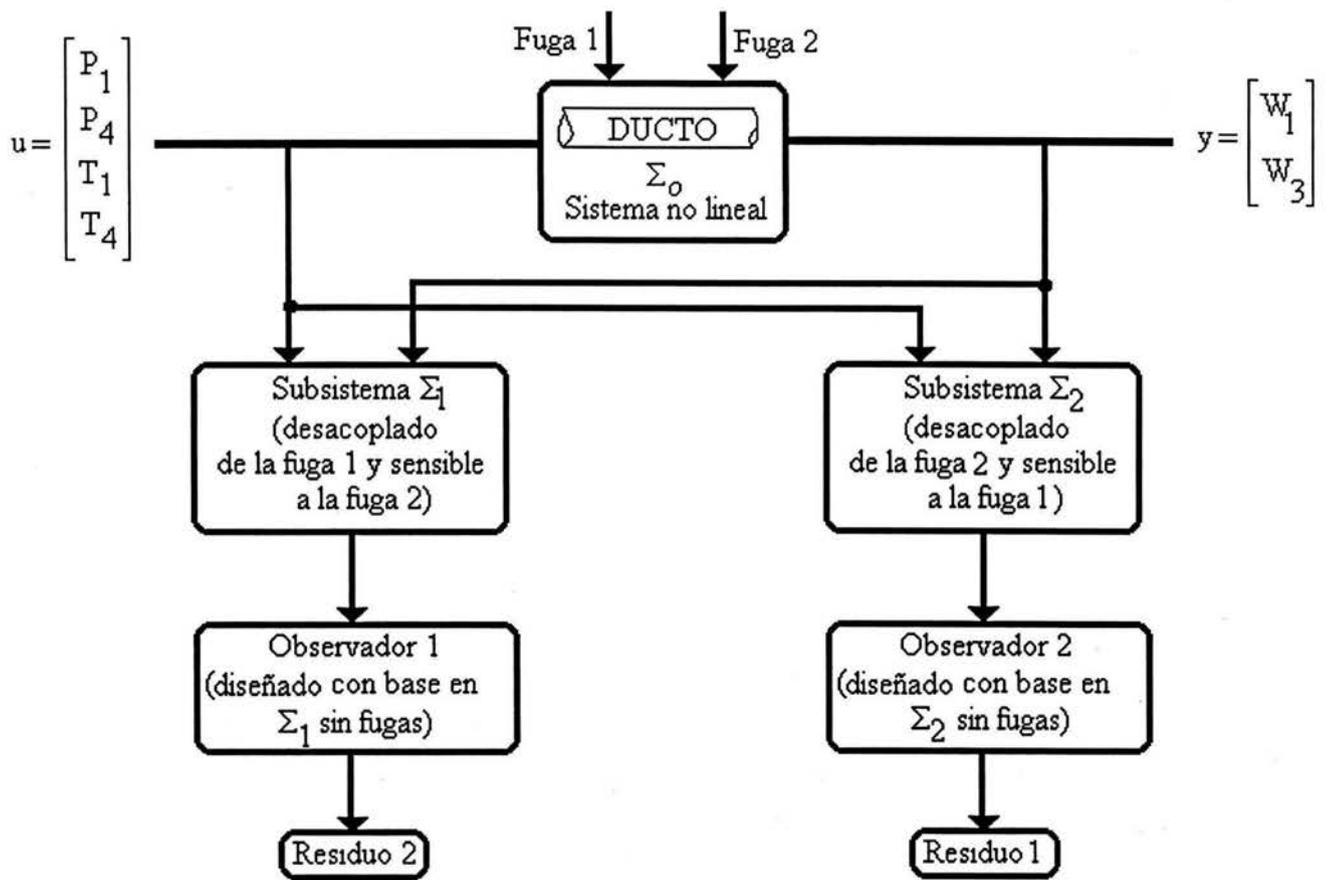


Figura 3.1: Sistema detector de fugas.

fugas del sistema, luego se diseña un observador para cada subsistema sin fugas y finalmente se construyen dos residuos con base en los observadores generados y las variables medidas.

### 3.1. DESACOPLAMIENTO DE FUGAS

La transformación que genera los sistemas desacoplados debe cumplir las condiciones del teorema 1. Gracias a que en el modelo generado en el capítulo 1 se presentan las fugas en forma multiplicativa y su efecto en los estados es generado por el acoplamiento de variables con una estructura en particular parecida a la propuesta en [16] se propone usar la transformación lineal propuesta en el trabajo anterior para obtener un subsistema desacoplado de una fuga. Posteriormente se diseñará un estimador de la salida para ambos subsistemas que lleven al diseño de los residuos.

Para demostrar que la transformación propuesta genera un subsistema desacoplado a una fuga se utiliza el siguiente teorema demostrado en [18].

**Teorema 1** *Considérese el sistema*

$$\dot{x} = f(x, u) + F(x)d + E(x)f \quad (3.1)$$

$$y = h(x) \quad (3.2)$$

donde el vector de estados  $x \in R^n$ , el vector de entradas  $u \in R^m$ , el vector de perturbaciones  $d \in R^q$ , el vector de fallas  $f \in R^r$ , la matriz  $F \in R^n \times R^q$ , la matriz  $E \in R^n \times R^q$  y el vector de salidas  $y \in R^p$ .

La transformación siguiente

$$z = T(x) \quad (3.3)$$

permite generar un subsistema insensible a las perturbaciones  $d$  y sensible a las fallas  $f$ :

$$\dot{z} = f(z, u, y) + E_1(x)f \quad (3.4)$$

$$y_a = h_a(z, u, y) \quad (3.5)$$

si y sólo si

$$\frac{\partial T(x)}{\partial x} F(x) = 0 \quad \frac{\partial T(x)}{\partial x} E(x) \neq 0 \quad (3.6)$$

En este trabajo se generan dos subsistemas desacoplados, el primero desacoplado de la fuga  $\lambda_1$  y sensible a  $\lambda_2$  ( $\sum_1$ ) y el segundo, desacoplado de la fuga  $\lambda_2$  y sensible a  $\lambda_1$  ( $\sum_2$ ). Para ambos casos se debe verificar que se cumplan las condiciones del teorema que garantizan que una transformación propuesta logre el desacoplamiento y la sensibilidad.

Con base en el modelo del sistema denotado por  $\sum_0$  generado en el capítulo y que se muestra a continuación,

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) + A(x)\bar{\lambda}_1(x_1) + B(x)\bar{\lambda}_2(x_2) \quad (3.7)$$

$$y = Cx \quad (3.8)$$

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\rho_2(x_6)}(x_4 - x_3) + \frac{\alpha_2(b+2cx_6+3dx_6^2+4ex_6^3)}{\rho_2(x_6)} \left( \frac{1}{\rho_2(x_6)} (\alpha_5(u_4 - x_6) + \alpha_6x_3(x_6 - u_3)) \right) \\ \frac{\alpha_1}{\rho_3(x_7)}(x_5 - x_4) + \frac{\alpha_2(b+2cx_7+3dx_7^2+4ex_7^3)}{\rho_3(x_7)} \left( \frac{1}{\rho_3(x_7)} (\alpha_2(u_5 - x_7) + \alpha_6x_4(x_7 - x_6)) \right) \\ \alpha_3(x_1 - u_1) + \alpha_4x_3^2 \frac{f_1(x_3, u_3)}{\rho_1(u_3)} \\ \alpha_3(x_2 - x_1) + \alpha_4x_4^2 \frac{f_2(x_4, x_6)}{\rho_2(x_6)} \\ \alpha_3(u_2 - x_2) + \alpha_4x_5^2 \frac{f_3(x_5, x_7)}{\rho_3(x_7)} \\ \frac{1}{\rho_2(x_6)} (\alpha_5(u_4 - x_6) + \alpha_6x_3(x_6 - u_3)) \\ \frac{1}{\rho_3(x_7)} (\alpha_2(u_5 - x_7) + \alpha_6x_4(x_7 - x_6)) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\rho_2(x_6)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \quad (3.10)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_1}{\rho_3(x_7)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \quad (3.11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\bar{\lambda}_1(x_1) = \lambda_1 \sqrt{x_1 - P_{atm}} \quad (3.13)$$

$$\bar{\lambda}_2(x_2) = \lambda_2 \sqrt{x_2 - P_{atm}} \quad (3.14)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{bmatrix}' \quad (3.15)$$

se generará el subsistema  $\sum_1$  desacoplado de  $\lambda_1$  y sensible a  $\lambda_2$ . Para este se tiene que  $E$  y  $F$  del teorema 1 toman los valores  $A(x)$  y  $B(x)$  respectivamente.

En las ecuaciones del modelo  $\sum_0$  se observa que las fugas  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  tienen un efecto directo sobre los estados  $x_1$  y  $x_2$  y su efecto en el resto de los estados se genera por el acoplamiento de variables; por lo tanto, se puede generar y aplicar la transformación lineal que se propone en el trabajo de Visairo y Verde [16]. La transformación que permite generar  $\sum_1$  es

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Se puede comprobar que para los vectores  $E$  y  $F$  y la transformación anterior cumple la condición de desacoplamiento señalada en (3.6).

Por lo que aplicando la transformación descrita por (3.16) y haciendo un cambio de variables (Tabla 3.1) se obtiene  $\sum_1$  desacoplado de la fuga  $\lambda_1$  y sensible a  $\lambda_2$

$$\frac{dz_1}{dt} = \eta_1(z_5)(z_4 - z_2 + u_6) + \eta_2(z_5)(u_5 - z_5) + \eta_3(z_5)(z_2 - u_6)(z_5 - z_3) + \eta_1(z_5) \bar{\lambda}_2 \quad (3.17)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \alpha_3(z_1 - u_1) + \eta_4(u_3) u_6^2 f_1(u_6, u_3) + \eta_5(z_3)(z_2 - u_6)^2 f_2(z_2 - u_6, z_3) \quad (3.18)$$

$$\frac{dz_3}{dt} = \eta_6(z_3)(u_4 - z_3) + \eta_7(z_3) u_6(z_3 - u_3) \quad (3.19)$$

$$\frac{dz_4}{dt} = \alpha_3(u_2 - z_1) + \eta_8(z_5) z_4^2 f_3(z_4, z_5) \quad (3.20)$$

$$\frac{dz_5}{dt} = \eta_9(z_5)(u_5 - z_5) + \eta_{10}(z_5)(z_2 - u_6)(z_5 - z_3) \quad (3.21)$$

$$y_{a2} = C_1 \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix}'; \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

En donde

$$\begin{aligned} \eta_1(z_5) &= \frac{\alpha_1}{\rho_3(z_5)} & \eta_2(z_5) &= \frac{\alpha_2 \alpha_5}{\rho_3^2(z_5)} \frac{\partial \rho_3(z_5)}{\partial z_5} & \eta_3(z_5) &= \frac{\alpha_2 \alpha_6}{\rho_3^2(z_5)} \frac{\partial \rho_3(z_5)}{\partial z_5} & \eta_4(u_3) &= \frac{\alpha_4}{\rho_1(u_3)} & \eta_5(z_3) &= \frac{\alpha_4}{\rho_2(z_3)} \\ \eta_6(z_3) &= \frac{\alpha_5}{\rho_2(z_3)} & \eta_7(z_3) &= \frac{\alpha_6}{\rho_2(z_3)} & \eta_8(z_5) &= \frac{\alpha_4}{\rho_3(z_5)} & \eta_9(z_5) &= \frac{\alpha_5}{\rho_3(z_5)} & \eta_{10}(z_5) &= \frac{\alpha_6}{\rho_3(z_5)} \end{aligned}$$

Estados ( $z$ )	Entradas ( $u$ )	Salida ( $y_a$ )
$z_1 = x_2$	$u_1 = P_1$	$z_4 = x_5$
$z_2 = x_3 + x_4$	$u_2 = P_4$	
$z_3 = x_6$	$u_3 = T_1$	
$z_4 = x_5$	$u_4 = T_{ex1}$	
$z_5 = x_7$	$u_5 = T_{ex2}$	
	$u_6 = x_3$	

Tabla 3.1: Variables de estado para el diseño del observador

Para el diseño del observador se considera que una de las entradas al mismo ( $u_6$ ) es la variable del modelo completo  $x_3$  que corresponde al flujo másico de entrada. Como se miden los gastos en los extremos de la tubería el valor de  $x_3$  es conocido.

De manera similar, se genera un subsistema  $\sum_2$  desacoplado de  $\lambda_2$  y sensible a  $\lambda_1$  para el cual  $A(x)$  y  $B(x)$  corresponden a  $E(x)$  y  $F(x)$  del teorema 1. Este subsistema se genera mediante la transformación siguiente

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Aplicando dicha transformación a  $\Sigma_0$  se obtiene  $\Sigma_2$

$$\frac{dz_1}{dt} = \eta_{10}(z_3)(z_2 - u_6 - z_4) + \eta_1(z_3)(u_4 - z_3) + \eta_2(z_3)z_4(z_3 - u_3) + \eta_{10}(z_3)\bar{\lambda}_1 \quad (3.24)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \alpha_3(u_2 - z_1) + \eta_3(z_3)(z_2 - u_6)^2 f_2(z_2 - u_6, z_3) + \eta_4(z_5)u_6^2 f_3(u_6, z_5) \quad (3.25)$$

$$\frac{dz_3}{dt} = \eta_5(z_3)(u_4 - z_3) + \eta_6(z_3)z_4(z_3 - u_3) \quad (3.26)$$

$$\frac{dz_4}{dt} = \alpha_3(z_1 - u_1) + \eta_7(u_3)z_4^2 f_1(z_4, u_3) \quad (3.27)$$

$$\frac{dz_5}{dt} = \eta_8(z_5)(u_3 - z_5) + \eta_9(z_5)(z_2 - u_6)(z_5 - z_3) \quad (3.28)$$

$$y_{a1} = C_1 \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix}' \quad (3.29)$$

En donde

$$\begin{aligned} \eta_1(z_3) &= \frac{\alpha_2 \alpha_5}{\rho_2^2(z_3)} \frac{\partial \rho_2(z_3)}{\partial z_3} & \eta_2(z_3) &= \frac{\alpha_7 \alpha_6}{\rho_2^2(z_3)} \frac{\partial \rho_2(z_3)}{\partial z_3} & \eta_3(z_3) &= \frac{\alpha_4}{\rho_2(z_3)} & \eta_4(z_5) &= \frac{\alpha_4}{\rho_3(z_5)} & \eta_5(z_3) &= \frac{\alpha_5}{\rho_2(z_3)} \\ \eta_6(z_3) &= \frac{\alpha_6}{\rho_2(z_3)} & \eta_7(u_3) &= \frac{\alpha_4}{\rho_1(u_3)} & \eta_8(z_5) &= \frac{\alpha_5}{\rho_3(z_5)} & \eta_9(z_5) &= \frac{\alpha_6}{\rho_3(z_5)} & \eta_{10}(z_3) &= \frac{\alpha_1}{\rho_2(z_3)} \end{aligned}$$

Estados ( $z$ )	Entradas ( $u$ )	Salida ( $y_a$ )
$z_1 = x_1$	$u_1 = P_1$	$z_4 = x_3$
$z_2 = x_4 + x_5$	$u_2 = P_4$	
$z_3 = x_6$	$u_3 = T_1$	
$z_4 = x_3$	$u_4 = T_{ex1}$	
$z_5 = x_7$	$u_5 = T_{ex2}$	
	$u_6 = x_5$	

Tabla 3.2: Variables de estado para el diseño del observador

Para el diseño del observador se considera que una de las entradas al mismo ( $u_6$ ) es la variable del modelo completo  $x_5$  que corresponde al flujo másico de salida. Como se miden los gastos en los extremos de la tubería el valor de  $x_5$  es conocido.

## 3.2. DISEÑO DEL OBSERVADOR

Una vez que se tienen los subsistemas desacoplados de las fugas  $\sum_1$  y  $\sum_2$ , se procede al diseño de los generadores de residuos que permitan identificar si está o no presente una fuga determinada, para ello se requiere diseñar dos observadores uno para cada salida de los subsistemas sin fugas.

Así, el subsistema  $\sum_1$  o  $\sum_2$  sin fugas se pueden escribir como

$$\dot{z}(t) = f(z(t), u(t)) \quad (3.30)$$

$$y_a(t) = C_1 z(t) \quad (3.31)$$

donde  $z(t) \in R^{p_1}$  representa a los estado,  $u(t) \in R^{q_1}$  representa a las entradas y  $y_a(t) \in R^{m_1}$  es la salida de acuerdo.

Con base en la referencia de Reif y Sonnemann [17] se diseña para  $\sum_1$  o  $\sum_2$  un observador del tipo filtro de Kalman extendido de la manera siguiente. Considere el sistema dinámico

$$\dot{\hat{z}}(t) = f(\hat{z}(t), u(t)) + K(t) [y_a(t) - h(\hat{z}(t))] \quad (3.32)$$

$$\hat{y}_a(t) = C_1 \hat{z}(t) \quad (3.33)$$

donde  $\hat{z}(t) \in R^{p_1}$  representa a los estado estimados,  $\hat{y}_a(t) \in R^{m_1}$  es la salida estimada y  $K(t)$  es la ganancia del observador. Los cálculos del observador para cada tiempo  $t$  se realizan en línea y se supone que se satisfacen las suposiciones siguientes.

**Suposición 1.** Existen números reales positivos que acoten las no linealidades  $\varphi$  y  $\chi$ .

$$\|\varphi(z(t), \hat{z}(t), u(t))\| \leq \kappa_\varphi \|z(t) - \hat{z}(t)\|^2$$

$$\|\chi(x(t), \hat{x}(t), u(t))\| \leq \kappa_\chi \|z(t) - \hat{z}(t)\|^2$$

Para

$$\varphi(z(t), \hat{z}(t), u(t)) = f(z(t), u(t)) - f(\hat{z}(t), u(t)) - A(t) (z(t) - \hat{z}(t)) \quad (3.34)$$

$$\chi(z(t), \hat{z}(t)) = C_1 (z(t) - \hat{z}(t)) - C(t) (z(t) - \hat{z}(t)) \quad (3.35)$$

En donde  $\varphi(z(t), \hat{z}(t), u(t))$  y  $\chi(z(t), \hat{z}(t))$  son los términos de orden superior en  $z(t) - \hat{z}(t)$  y

$$A(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial z}(z(t), u(t)) \right|_{\hat{z}(t)} \quad (3.36)$$

$$C(t) = \left. \frac{\partial C_1 \hat{z}(t)}{\partial z} \right|_{\hat{z}(t)} \quad (3.37)$$

**Suposición 2.** La matriz variante en el tiempo  $C(t)$  esté acotada por el número real positivo  $\bar{c}$  tal que

$$\|C(t)\| \leq \bar{c}$$

como  $C(t)$  es constante en el caso considerado, entonces la suposición dos siempre se cumple.

**Suposición 3.** La solución  $P(t)$  definida positiva de la ecuación de Riccati <sup>1</sup>

$$\dot{P}(t) = (A(t) + \alpha I)P(t) + P(t)(A^T(t) + \alpha I) - P(t)C^T(t)R^{-1}C(t)P(t) + Q \quad (3.38)$$

$$\text{tal que } \alpha \in \mathbb{R}^+ - \{0\}, Q > 0, R > 0 \quad (3.39)$$

está acotada por los números positivos reales  $p$  y  $\bar{p}$  tal que

$$pI \leq P(t) \leq \bar{p}I \quad (3.40)$$

Bajo estas consideraciones la ganancia  $K(t)$  del filtro extendido de Kalman se calcula vía las siguiente expresion:

$$K(t) = P(t)C^T(t)R^{-1} \quad (3.41)$$

Para el caso usado en este trabajo se seleccionan los parámetros del observador mostrados en la tabla 3.3.

Así, para cada subsistema  $\sum_1$  y  $\sum_2$  se generará un observador con la estructura dada en (3.32) y (3.33) con  $K(t)$  evaluada vía (3.38) y (3.41).

De esta manera el observador correspondiente al subsistema  $\sum_1$  queda expresado por

---

<sup>1</sup>Donde  $Q$  y  $R$  son dimensionalmente correctas con respecto a  $P$  y  $C$ .

Parámetros de diseño del observador					
$R = 1$					
$\alpha = 0.0001$					
$Q =$	1	0	0	0	0
	0	1	0	0	0
	0	0	0.001	0	0
	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0.001

Tabla 3.3: Parámetros para el cálculo de la ganancia del observador

$$\frac{d\hat{z}_1}{dt} = \eta_1(\hat{z}_5)(\hat{z}_4 - \hat{z}_2 + u_6) + \eta_2(\hat{z}_5)(u_5 - \hat{z}_5) + \eta_3(\hat{z}_5)(\hat{z}_2 - u_6)(\hat{z}_5 - \hat{z}_3) + k_1(t)(y_a - \hat{y}_a) \quad (3.42)$$

$$\frac{d\hat{z}_2}{dt} = \alpha_3(\hat{z}_1 - u_1) + \eta_4(u_3)u_6^2 f_1(u_6, u_3) + \eta_5(\hat{z}_3)(\hat{z}_2 - u_6)^2 f_2(\hat{z}_2 - u_6, \hat{z}_3) + k_2(t)(y_a - \hat{y}_a) \quad (3.43)$$

$$\frac{d\hat{z}_3}{dt} = \eta_6(\hat{z}_3)(u_4 - \hat{z}_3) + \eta_7(\hat{z}_3)u_6(\hat{z}_3 - u_3) + k_3(t)(y_a - \hat{y}_a) \quad (3.44)$$

$$\frac{d\hat{z}_4}{dt} = \alpha_3(u_2 - \hat{z}_1) + \eta_8(\hat{z}_5)\hat{z}_4^2 f_3(\hat{z}_4, \hat{z}_5) + k_4(t)(y_a - \hat{y}_a) \quad (3.45)$$

$$\frac{d\hat{z}_5}{dt} = \eta_9(\hat{z}_5)(u_5 - \hat{z}_5) + \eta_{10}(\hat{z}_5)(\hat{z}_2 - u_6)(\hat{z}_5 - \hat{z}_3) + k_5(t)(y_a - \hat{y}_a) \quad (3.46)$$

$$\hat{y}_{a2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_1 & \hat{z}_2 & \hat{z}_3 & \hat{z}_4 & \hat{z}_5 \end{bmatrix}' \quad (3.47)$$

En donde la ganancia del observador  $K(t)$  está descrito por:

$$K(t) = \begin{bmatrix} k_1(t) & k_2(t) & k_3(t) & k_4(t) & k_5(t) \end{bmatrix}' \quad (3.48)$$

Mediante simulación del observador diseñado, se verifica que se cumple con las suposiciones señaladas anteriormente para los valores que se muestran a continuación:

$$\kappa_\varphi \geq 8.15 \times 10^{-3} \quad (3.49)$$

$$\kappa_\chi \geq 5.17 \times 10^{-10} \quad (3.50)$$

$$\bar{c} = 1 \quad (3.51)$$

$$\underline{p} = 2.65 \times 10^{-2} \quad (3.52)$$

$$\bar{p} = 1.710 \times 10^7 \quad (3.53)$$

con lo que se deduce que el observador es de tipo exponencialmente estable; es decir, considerando el error de estimación del observador (3.54)

$$\zeta(t) = z(t) - \hat{z}(t) \quad (3.54)$$

se tiene que  $\zeta(t)$  tiene un punto de equilibrio exponencialmente<sup>2</sup> estable en 0.

De esta forma siguiendo el procedimiento para generar un residuo usando un observador se obtiene a partir del error de la salida

$$r_2 = y_{a2} - \hat{y}_{a2} \quad (3.55)$$

De forma análoga se tiene la expresión que describe al observador de la salida del subsistema  $\Sigma_2$

$$\frac{d\hat{z}_1}{dt} = \eta_{10}(\hat{z}_3)(\hat{z}_2 - u_6 - \hat{z}_4) + \eta_1(\hat{z}_3)(u_4 - \hat{z}_3) + \eta_2(\hat{z}_3)\hat{z}_4(\hat{z}_3 - u_3) + k_1(t)(y_{a2} - \hat{y}_{a2}) \quad (3.56)$$

$$\frac{d\hat{z}_2}{dt} = \alpha_3(u_2 - \hat{z}_1) + \eta_3(\hat{z}_3)(\hat{z}_2 - u_6)^2 f_2(\hat{z}_2 - u_6, \hat{z}_3) + \eta_4(\hat{z}_5)u_6^2 f_3(u_6, \hat{z}_5) + k_2(t)(y_{a2} - \hat{y}_{a2}) \quad (3.57)$$

$$\frac{d\hat{z}_3}{dt} = \eta_5(\hat{z}_3)(u_4 - \hat{z}_3) + \eta_6(\hat{z}_3)\hat{z}_4(\hat{z}_3 - u_3) + k_3(t)(y_{a2} - \hat{y}_{a2}) \quad (3.58)$$

$$\frac{d\hat{z}_4}{dt} = \alpha_3(\hat{z}_1 - u_1) + \eta_7(u_3)\hat{z}_4^2 f_1(\hat{z}_4, u_3) + k_4(t)(y_{a2} - \hat{y}_{a2}) \quad (3.59)$$

$$\frac{d\hat{z}_5}{dt} = \eta_8(\hat{z}_5)(u_3 - \hat{z}_5) + \eta_9(\hat{z}_5)(\hat{z}_2 - u_6)(\hat{z}_5 - \hat{z}_3) + k_5(t)(y_{a2} - \hat{y}_{a2}) \quad (3.60)$$

$$\hat{y}_{a1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_1 & \hat{z}_2 & \hat{z}_3 & \hat{z}_4 & \hat{z}_5 \end{bmatrix}' \quad (3.61)$$

De igual manera que en el primero, este observador es exponencialmente estable ya que se cumplen las tres suposiciones indicadas anteriormente para los valores siguientes:

$$\kappa_\varphi \geq 8.85x10^{-3} \quad (3.62)$$

$$\kappa_\chi \geq 7.07x10^{-10} \quad (3.63)$$

$$\bar{c} = 1 \quad (3.64)$$

$$\underline{p} = 2.11x10^{-2} \quad (3.65)$$

$$\bar{p} = 2.27x10^7 \quad (3.66)$$

y el residuo se calcula a través de la expresión siguiente

$$r_1 = y_{a1} - \hat{y}_{a1} \quad (3.67)$$

---

<sup>2</sup>El punto de equilibrio  $\zeta(t) = 0$  de (3.54) es localmente exponencialmente estable si existen números positivos reales  $\varepsilon$ ,  $\eta$  y  $\theta$  tales que

$$\zeta(t) \leq \eta \|\zeta(0)\| e^{-\theta t}$$

se cumple para toda  $t \geq 0$  y para cada solución de  $\zeta(\cdot)$  de (3.54) con  $\zeta(0) \in B_\varepsilon$  donde  $B_\varepsilon = \{v \in R^q \mid \|v\| < \varepsilon\}$

Los parámetros de diseño usados por el segundo observador ( $R$ ,  $\alpha$  y  $Q$ ) son iguales a los de la Tabla 3.3.

Por lo tanto se han construido dos generadores de residuos mediante el diseño de observadores no lineales basados en subsistemas desacoplados de una perturbación y sensibles a una fuga. De esta manera se tienen dos residuos, uno sensibles a la fuga  $\bar{\lambda}_1$  e insensible a la fuga  $\bar{\lambda}_2$  y otro sensibles a la fuga  $\bar{\lambda}_2$  e insensible a la fuga  $\bar{\lambda}_1$  que puede aplicarse para detectar las fugas en el ducto.

## Capítulo 4

# RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Este capítulo tiene por objeto validar el diseño de los dos generadores de residuos descritos en el capítulo 3 via SIMULINK con el cual se simulan tanto las ecuaciones del modelo de la tubería, como las ecuaciones que dan lugar a los residuos. Los parámetros utilizados en el programa se calculan mediante el editor de MatLab. El diagrama compacto a bloques de los elementos programados en el simulador se muestran en la figura 4.1.

El bloque marcado como *Sistema Físico* está programado con el sistema de ecuaciones que describen el modelo de la tubería a través de las ecuaciones (2.29) a (2.35), y representa los datos reales que se tendrían si se tuviera una sistema físico en donde realizar pruebas. Los dos bloques *Sensible a  $f_2$  desacoplado de  $f_1$*  y *Sensible a  $f_1$  desacoplado de  $f_2$*  contienen los observadores diseñados con base en el sistema desacoplado, y el cálculo de la ganancia de los observadores se realiza en línea a través de la ecuación de Riccati (3.38) lo cual provoca un conjunto de veinticinco ecuaciones diferenciales para cada ecuación.

Los resultados que se presentan a continuación se obtienen simulando dos casos de fuga para diferentes entradas, en el primero sólo está presente la fuga  $\lambda_1$  y en el segundo sólo la fuga  $\lambda_2$ . Para todos los experimentos las condiciones iniciales de los observadores son 10% mayores que las condiciones iniciales del modelo del sistema denominado *Sistema Físico*. El tamaño del flujo de fuga corresponde en todos los casos a un 10% del flujo nominal del sistema sin fugas. La fuga  $\lambda_1$  se presenta a los 1000s de simulación del sistema y la fuga  $\lambda_2$  se presenta a los 3000s.

### 4.1. SIMULACIÓN 1

En esta simulación las señales de entrada  $u_1$  a  $u_5$  se suponen constantes. La figura 4.2 a) muestra la respuesta del residuo uno cuando  $\lambda_1 \neq 0$  y  $\lambda_2 = 0$ ; bajo estas condiciones, ya que la fuga dos no está presente en el sistema,

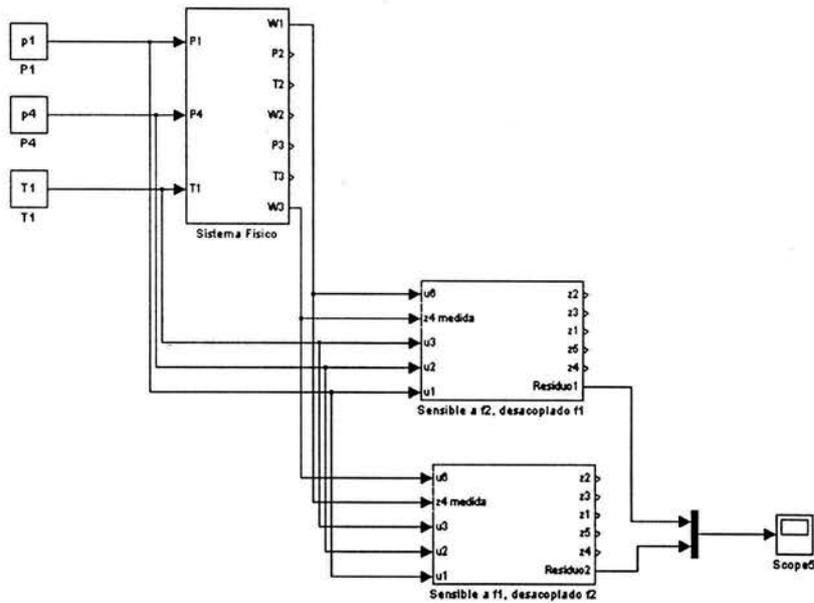


Figura 4.1: Programa Principal

la figura 4.2 b) permite verificar que el residuo dos es igual a cero. Cuando la fuga  $\lambda_2$  está presente y  $\lambda_1 = 0$  se observa un comportamiento dual; la figura 4.4 a) muestra que el residuo uno permanece en cero mientras que en 4.4 b) el residuo dos se desvía de cero al presentarse la fuga  $\lambda_2$ .

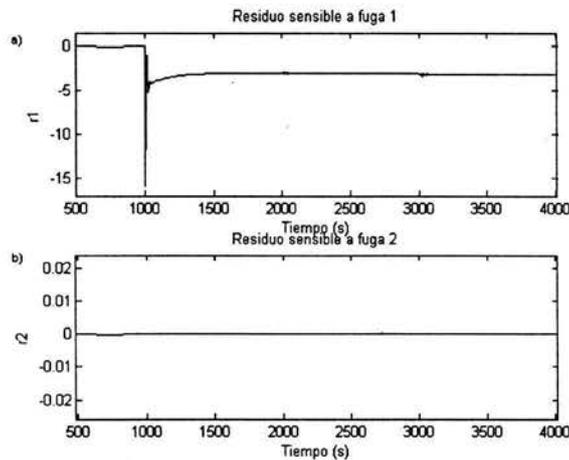


Figura 4.2: Fuga  $\lambda_1$  en el nodo 2 de la tubería.

Se concluye así, que cuando solo la fuga uno se presenta, ésta es detectada por el residuo uno mientras que el residuo dos permanece en cero. Por el contrario, cuando solo se presenta la fuga dos, el residuo dos se hace diferente de cero mientras el residuo uno permanece en cero.

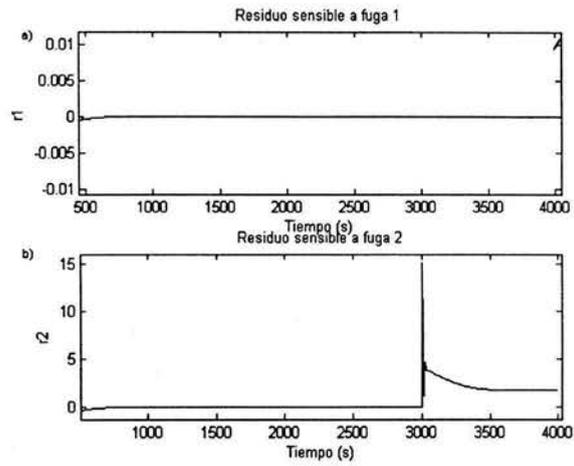


Figura 4.3: Fuga  $\lambda_2$  en el nodo 3 de la tubería.

## 4.2. SIMULACIÓN 2

En esta simulación la señal de entrada  $u_3$ , que corresponde a la temperatura al inicio de la tubería se desvía un 10% hacia arriba de su valor nominal de 293 K, en tanto que las entradas  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_4$ ,  $u_5$  permanecen constantes.

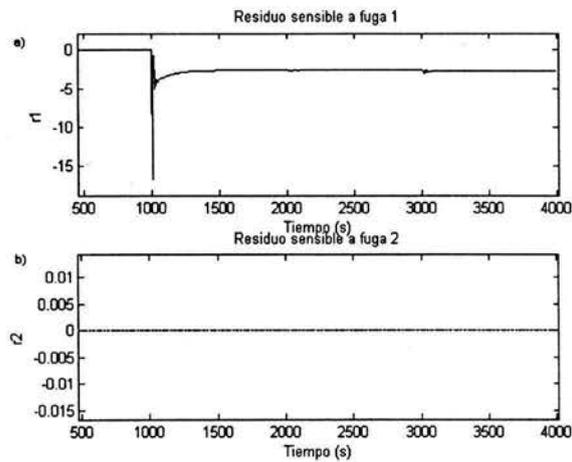


Figura 4.4: Fuga  $\lambda_1$  en el nodo 2 de la tubería.

Se observa que aunque la señal de entrada  $u_3$  se modifica 10% de su valor nominal, el comportamiento de los residuos ante la presencia de las fugas no se altera con respecto al caso ideal; es decir, el sistema sigue detectando tanto a la fuga uno como a la fuga dos. Con lo cual se puede asegurar que los residuos son robustos para variaciones en la entrada  $u_3$ .

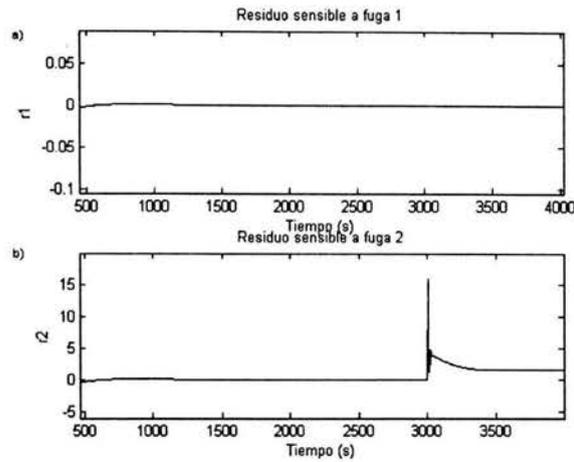


Figura 4.5: Fuga  $\lambda_2$  en el nodo 3 de la tubería.

### 4.3. SIMULACIÓN 3

En esta simulación las señales de entrada  $u_1$  y  $u_2$ , que corresponden a la presión medida a la entrada y a la salida de la tubería, son señales a las que se ha adicionado ruido blanco, con media igual al valor nominal de las señales de entrada y con amplitud del 10% del valor nominal de las señales. Las señales de entrada  $u_3$ ,  $u_4$ , y  $u_5$  permanecen constantes.

La señal de ruido blanco no modifica la detección de las fugas como se observa en la figura 4.6 y 4.7. Sin embargo, si la amplitud del ruido blanco es del orden de la amplitud del residuo cuando hay fugas se requerirá una etapa de filtrado para poder detectar fugas adecuadamente.

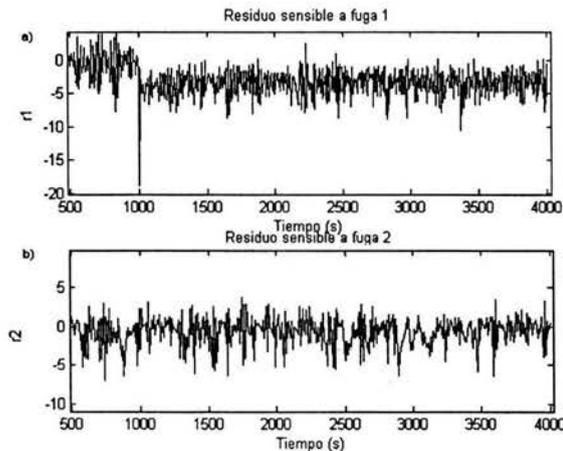


Figura 4.6: Fuga  $\lambda_1$  en el nodo 2 de la tubería.

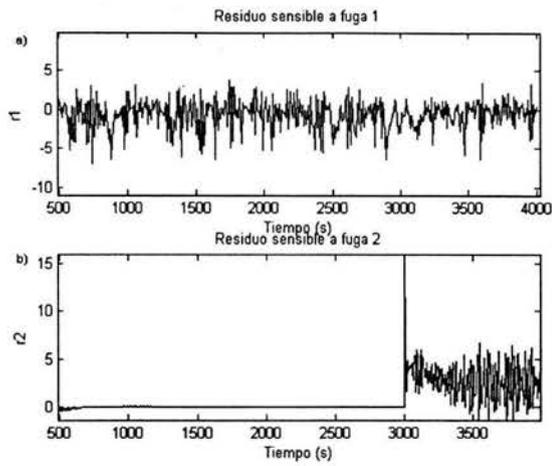


Figura 4.7: Fuga  $\lambda_2$  en el nodo 3 de la tubería.

#### 4.4. SIMULACIÓN 4

En este caso  $u_1$  y  $u_2$  (la presión medida a la entrada y a la salida de la tubería respectivamente) son señales senoidales con un voltaje de offset igual al valor nominal de las mismas y con amplitud del 10% del valor nominal de las entradas. Las señales de entrada  $u_3$ ,  $u_4$ , y  $u_5$  permanecen constantes.

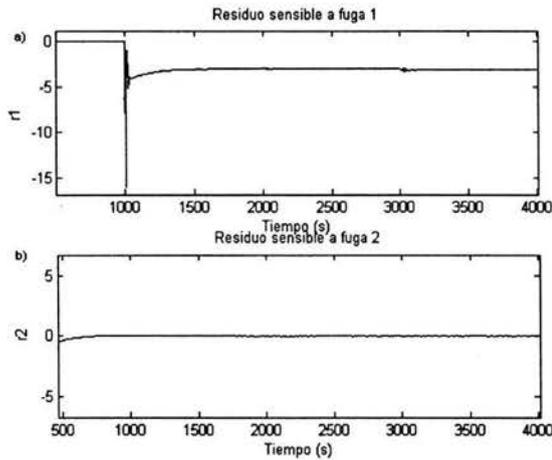


Figura 4.8: Fuga  $\lambda_1$  en el nodo 2 de la tubería.

En la figura 4.8 a) se aprecia que el residuo detecta la presencia de la fuga uno y en 4.8 b) se observa que el residuo que detecta la fuga dos permanece con valor cero para este caso. Por otro lado, la figura 4.9 a) muestra que el residuo permanece en cero cuando se presenta sólo la fuga dos que genera un residuo diferente de cero en 4.9 b).

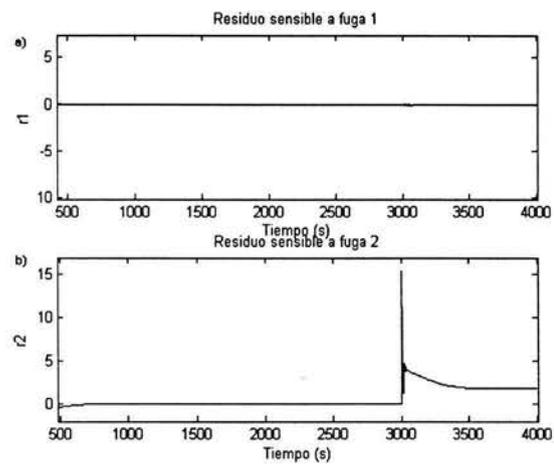


Figura 4.9: Fuga  $\lambda_2$  en el nodo 3 de la tubería.

## Capítulo 5

# CONCLUSIONES

En el presente trabajo se describe un modelo dinámico para el flujo de propano líquido en una tubería que presenta transferencia de calor con el medio ambiente. A pesar de ser un modelo simple y que considera variaciones del 1% en los parámetros del sistema producidas por un intercambio de calor del fluido hacia el medio, éste sienta las bases para la generación de un modelo que describa el flujo de gases en una línea de transporte o distribución de propano.

Los resultados obtenidos con el modelo simulado en SIMULINK, cuando se presenta transferencia de calor del fluido con el medio, arrojan un error máximo del 1.7% (tabla 2.2) respecto de los valores generados con el simulador FATHOM. La diferencia en los resultados se debe al número de secciones en que se discretiza el espacio. Cabe hacer notar que no es posible aumentar el número de tramos, dado que bajo estas condiciones no existe solución al problema de detección y aislamiento de fugas usando un generador de residuos vía un observador [20].

Debido a la estructura de las ecuaciones del modelo del flujo de propano en la tubería es posible aplicar los resultados obtenidos en [16] para generar un sistema desacoplado de una de las fugas. Estos subsistemas desacoplados se obtienen gracias a la redundancia en la medición de los flujos máscicos de entrada y de salida del ducto.

Se diseñó un generador de residuos basado en un observador no lineal del tipo filtro de Kalman extendido independiente de las condiciones iniciales del sistema ya que se construye con base en el modelo no lineal del anterior.

El observador diseñado es de tipo exponencialmente estable ya que cumple con las condiciones necesarias para serlo.

Las pruebas muestran que a pesar de una variación del 10% en la amplitud de la señal de entrada de la temperatura, los residuos detectan las fugas adecuadamente, esto significa que el sistema detector de fugas es

robusto a variaciones en la temperatura a la entrada de la tubería.

Aunque el propano se volatiliza a condiciones ambientales existen múltiples fluidos en la industria petrolera que a dichas condiciones se encuentran en estado líquido (por ejemplo las gasolinas), para ajustar el modelo descrito en el presente trabajo para tales procesos basta con cambiar las expresiones que relacionan la viscosidad y la densidad con la temperatura.

Respecto a la aplicación práctica de los resultados obtenidos en el presente trabajo se necesita comprobar el modelo obtenido con base en resultados experimentales para realizar los ajustes necesarios al mismo. Por otro lado, dividir una tubería en tres secciones cuando las líneas que transportan hidrocarburos tienen varios kilómetros resulta impráctico para señalar la posición exacta de la fuga por lo que hay que tomar con reserva los resultados obtenidos en el presente trabajo.

## Apéndice A

# PROPIEDADES DEL PROPANO

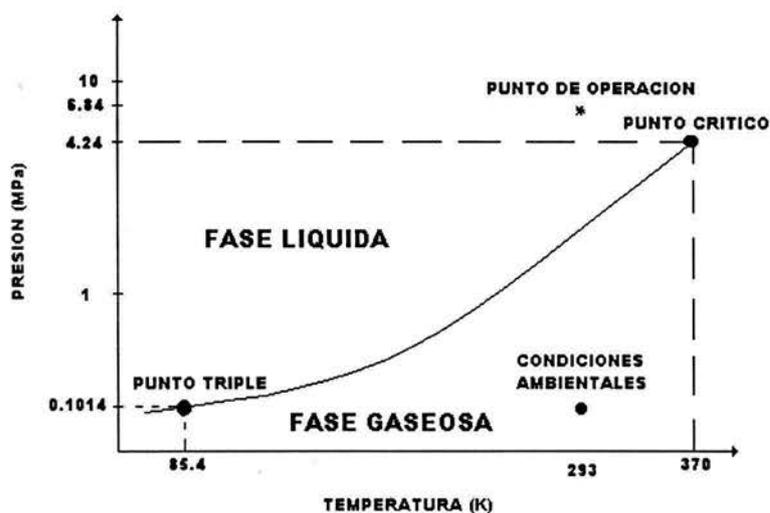


Figura A.1: Diagrama de fase del propano.

El propano es una sustancia gaseosa que bajo ciertas condiciones de presión y temperatura se encuentra en fase líquida, con lo que se facilita su transporte debido a que ocupa menor espacio.

Para buscar las condiciones de operación que permitan trabajar con propano en fase líquida se hace uso de una gráfica de presión contra temperatura a volumen constante que se conoce como diagrama de fase y que se muestra en la figura A.1. Los puntos de operación que se encuentran a la izquierda de la curva corresponden al propano en fase líquida y los puntos que están a la derecha muestran la sustancia en fase gaseosa.

Con base en lo anterior y en resultados proporcionados por PEMEX [11], los límites de operación de la presión y la temperatura para que el propano se encuentre en fase líquida se pueden localizar en el siguiente intervalo:

Presión (MPa) 6 – 7

Temperatura (K) 273 – 323

Las propiedades a través de las cuales se caracteriza el propano son su densidad y su viscosidad. El simulador comercial AFT Fathom proporciona un modelo polinomial aproximado para la densidad y viscosidad del propano en fase líquida

$$\rho(T) \cong a + bT + cT^2 + dT^3 + eT^4 \quad (\text{A.1})$$

$$a = 679.2, \quad b = 2.13, \quad c = -0.0253, \quad d = 8.85 \times 10^{-5}, \quad e = -1.163 \times 10^{-7}$$

$$\mu(T) = \mu(T) \cong 10^{(m_1 + \frac{m_2}{T} + m_3T + m_4T^2)} \quad (\text{A.2})$$

$$m_1 = -6,372, \quad m_2 = 313,5, \quad m_3 = 0,01034, \quad m_4 = 0.00002026 \quad (\text{A.3})$$

en donde  $\rho$  es la densidad,  $\mu$  es la viscosidad y  $T$  es la temperatura.

Las curvas correspondientes a las ecuaciones anteriores se muestran en las figuras A.2 y A.3.

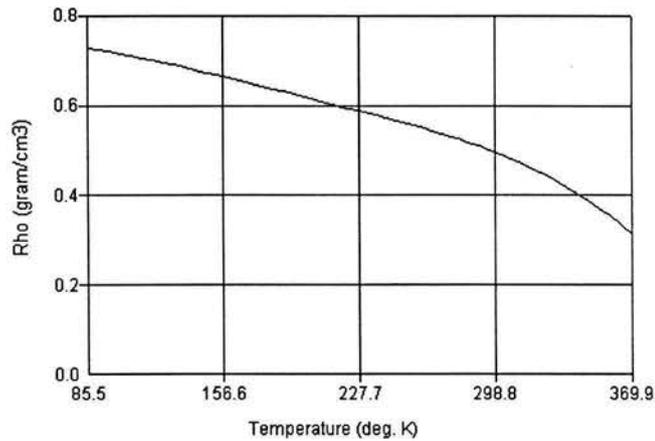


Figura A.2: Densidad del Propano

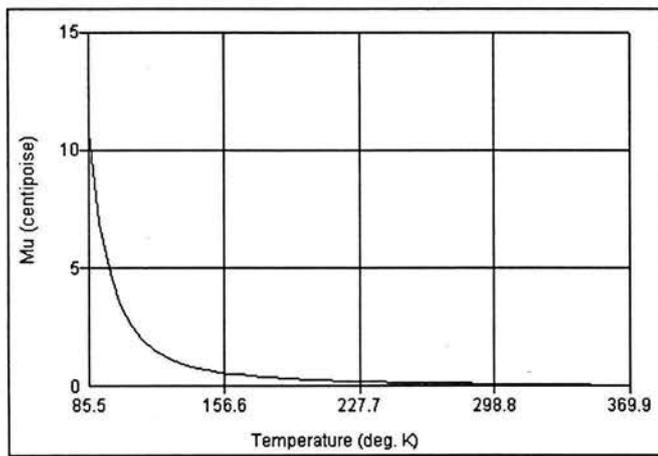


Figura A.3: Viscosidad del Propano

## Apéndice B

# ECUACIONES DE CONSERVACIÓN INDEPENDIENTES DE LA TEMPERATURA

Si tanto la densidad como la viscosidad no dependen de la temperatura, las ecuaciones de conservación de la masa y el momento (2.1) y (2.2) respectivamente, están desacopladas de la ecuación de conservación de la energía (2.3) [13]. Esto quiere decir, que bastan solo dos ecuaciones para describir el comportamiento del fluido.

En este apartado se tiene que la densidad es solo función de la presión

$$\rho = f(P) \quad (\text{B.1})$$

por lo que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{B.2})$$

Haciendo uso de la definición de flujo volumétrico

$$Q = cA \quad (\text{B.3})$$

y de la fórmula para calcular la velocidad de la onda de presión [12]

$$\frac{k}{\rho} = \frac{\partial P}{\partial \rho} \quad (\text{B.4})$$

así como de la ecuación (2.1) se tiene finalmente la expresión que describe la ley de conservación de la masa

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{k}{A} \frac{\partial Q}{\partial x}$$

Por otro lado, para obtener la ecuación de conservación del momento simplificada se considera que tanto la densidad como la viscosidad son constantes y se obtienen substituyendo la temperatura nominal del fluido (293 K) en las ecuaciones (A.1) y (A.2). El factor de fricción de Fanning también es constante y estas se obtiene substituyendo los valores correspondientes de la densidad, la viscosidad y la velocidad ( $c = 1,8m/s$ ) en (2.9).

Una consideración adicional para simplificar (2.2) establece que la razón entre la velocidad del líquido y la velocidad del sonido es menor a 2.5% [12] por lo que

$$\frac{\partial \rho c^2}{\partial x} = 0$$

Con lo que la ecuación que describe la ley de conservación del momento queda como

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{A}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{2Q^2 f}{AD} \quad (B.5)$$

Las derivadas espaciales de la presión y del gasto se discretizan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1} - Q_i}{L} \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (B.6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{P_i - P_{i-1}}{L} \quad i = \{2, 3\} \quad (B.7)$$

Se considera que las fugas se localizan a un tercio y dos tercios de la longitud de la tubería y quedan descritas por la siguiente expresión:

$$Q_{f_i} = \lambda_i \sqrt{(P_{i+1} - P_{ex})} \quad i = \{1, 2\} \quad (B.8)$$

Esto sólo modifica a la ecuación del flujo volumétrico discretizado

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1} - (Q_i - Q_{f_i})}{L} \quad i = \{1, 2\} \quad (B.9)$$

Con lo que las ecuaciones que describen el flujo de fluido en un tubería dividida en tres secciones son:

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{k}{AL} (Q_2 - (Q_1 - Q_{f_1})) \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{dP_3}{dt} = -\frac{k}{AL} (Q_3 - (Q_2 - Q_{f_2})) \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{dQ_1}{dt} = -\frac{A}{\rho L} (P_2 - P_1) - \frac{2Q_1^2 f}{AD} \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = -\frac{A}{\rho L} (P_3 - P_2) - \frac{2Q_2^2 f}{AD} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{dQ_3}{dt} = -\frac{A}{\rho L} (P_4 - P_3) - \frac{2Q_3^2 f}{AD} \quad (\text{B.14})$$

$$y = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

## Apéndice C

# ANÁLISIS UTILIZANDO UN MODELO QUE CONSIDERA LA INCLINACIÓN DE LA TUBERÍA

Cuando se considera que existe un ángulo de inclinación en la tubería las ecuaciones del modelo del flujo de fluido se modifican de la siguiente manera:

- Ecuación de conservación de la masa:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{k}{A\rho} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{k}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{C.1})$$

- Ecuación de conservación del momento:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -A \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{2W^2 f(W, T)}{A\rho D} - \rho A g \sin \theta \quad (\text{C.2})$$

- Ecuación de conservación de la energía:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{4k_{exf}(T_{ex} - T)}{\rho c_p D} - \frac{W}{\rho A} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{W g \sin \theta}{\rho A c_p} \quad (\text{C.3})$$

En donde la ecuación de conservación del momento adquiere un término adicional para el cual  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $\theta$  es el ángulo de inclinación de la tubería con respecto a la horizontal (fig.C.1).

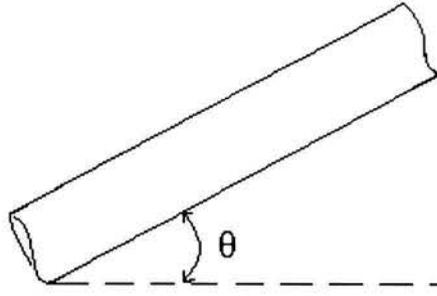


Figura C.1: Ángulo de inclinación.

Con base en las ecuaciones anteriores se obtiene un modelo discretizado para una tubería dividida en tres secciones descrito por las ecuaciones C.4 a C.10 que se definirán como  $\sum_i$ .

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{k(W_2 - (W_1 - W_{f_1}(\lambda_1, P_2)))}{AL\rho_2(T_2)} - \frac{k}{\rho_2^2(T_2)} \frac{\partial \rho_2(T_2)}{\partial T_2} \left( \frac{4k_{exf}(T_{ex_1} - T_2)}{c_p D} - \frac{W_2(T_2 - T_1)}{AL} - \frac{g \sin(\theta) W_2}{Ac_p \rho_2(T_2)} \right) \quad (C.4)$$

$$\frac{dP_3}{dt} = -\frac{k(W_3 - (W_2 - W_{f_2}(\lambda_2, P_3)))}{AL\rho_3(T_3)} - \frac{k}{\rho_3^2(T_3)} \frac{\partial \rho_3(T_3)}{\partial T_3} \left( \frac{4k_{exf}(T_{ex_2} - T_3)}{c_p D} - \frac{W_3(T_3 - T_2)}{AL} - \frac{g \sin(\theta) W_3}{Ac_p \rho_3(T_3)} \right) \quad (C.5)$$

$$\frac{dW_1}{dt} = -\frac{A}{L} (P_2 - P_1) - \frac{2W_1^2 f_1(W_1, T_1)}{AD\rho_1(T_1)} + Ag \sin(\theta) \rho_1(T_1) \quad (C.6)$$

$$\frac{dW_2}{dt} = -\frac{A}{L} (P_3 - P_2) - \frac{2W_2^2 f_2(W_2, T_2)}{AD\rho_2(T_2)} + Ag \sin(\theta) \rho_2(T_2) \quad (C.7)$$

$$\frac{dW_3}{dt} = -\frac{A}{L} (P_4 - P_3) - \frac{2W_3^2 f_3(W_3, T_3)}{AD\rho_3(T_3)} + Ag \sin(\theta) \rho_3(T_3) \quad (C.8)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{4k_{exf}(T_{ex_1} - T_2)}{c_p D \rho_2(T_2)} - \frac{W_2(T_2 - T_1)}{AL\rho_2(T_2)} - \frac{g \sin(\theta) W_2}{Ac_p \rho_2(T_2)} \quad (C.9)$$

$$\frac{dT_3}{dt} = \frac{4k_{exf}(T_{ex_2} - T_3)}{c_p D \rho_3(T_3)} - \frac{W_3(T_3 - T_2)}{AL\rho_3(T_3)} - \frac{g \sin(\theta) W_3}{Ac_p \rho_3(T_3)} \quad (C.10)$$

Este modelo substituirá al bloque *Sistema Fisico* de la figura 4.1 y se le aplicarán los resultados obtenidos en el presente trabajo que se programan en los bloques *Sensible a  $f_2$  desacoplado de  $f_1$*  y *Sensible a  $f_1$  desacoplado de  $f_2$*  de la figura anterior.

Mediante simulación se detectó que, debido a la estructura del modelo no se permite suponer un ángulo de inclinación de la tubería superior a  $1.5^\circ$ . Se considera entonces un ángulo de inclinación de  $1^\circ$ . Bajo estas condiciones se tiene que aún cuando el sistema no presenta fugas los residuos presentan un *offset* (fig. C.2). También se detectó que el tiempo de estabilización del sistema aumentó de 1000 s a 3000 s aproximadamente.

Desgraciadamente el método propuesto no es robusto a la presencia de un ángulo de inclinación como se muestra en las gráficas siguientes ya que los residuos son sensibles a la presencia de ambas fugas (fig. C.3 y C.4).

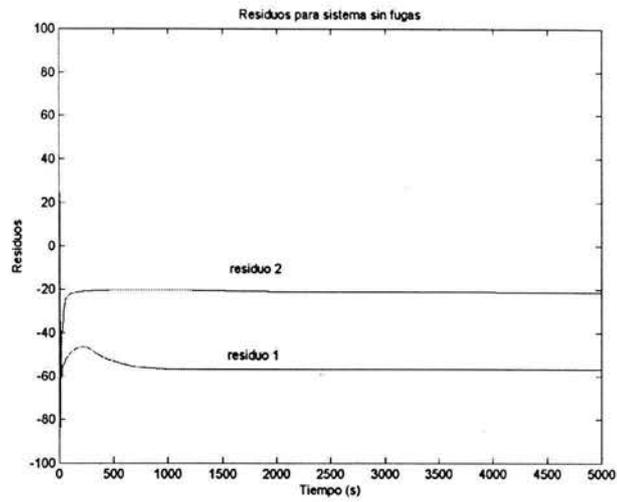


Figura C.2: Residuos sin fugas.

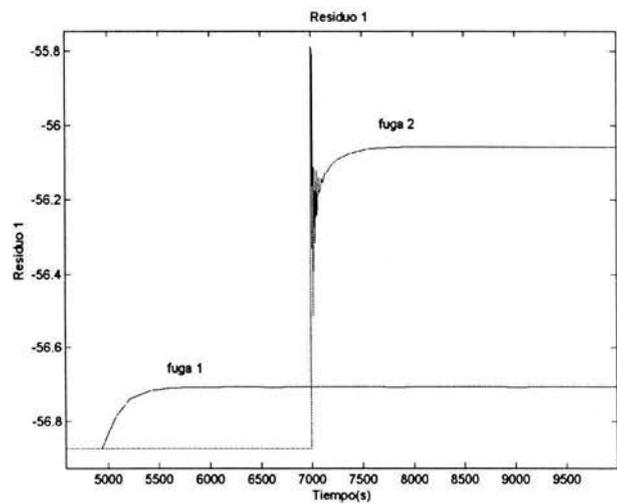


Figura C.3: Residuos sensibles a la fuga 1 e insensibles a la fuga 2.

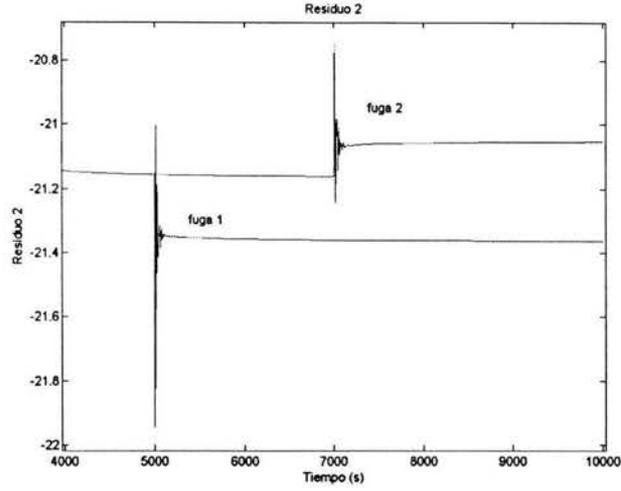


Figura C.4: Residuos sensibles a la fuga 2 e insensibles a la fuga 1.

Como se muestra a continuación, para que el sistema detecte fugas cuando la inclinación es diferente de cero se requiere rediseñar los observadores y los residuos tomando como base el modelo  $\sum_i$ .

Mediante la transformación 3.23 señalada en el capítulo 3 se genera el siguiente subsistema desacoplado de la fuga  $\bar{\lambda}_1$  y que es sensible solo a la fuga  $\bar{\lambda}_2$  con base en el sistema  $\sum_i$

$$\frac{dz_1}{dt} = \eta_1(z_5)(z_4 - z_2 + u_6) + \eta_2(z_5)(u_5 - z_5) + \eta_3(z_5)(z_2 - u_6)(z_5 - z_3) + \frac{\alpha_9}{\alpha_5}\eta_2(z_5)z_4 + \eta_1(z_5)\bar{\lambda}_2 \quad (C.11)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \alpha_3(z_1 - u_1) + \eta_4(u_3)u_6^2 f_1(u_6, u_3) + \eta_5(z_3)(z_2 - u_6)^2 f_2(z_2 - u_6, z_3) + \alpha_8(\rho_1(u_3) + \rho_2(z_3)) \quad (C.12)$$

$$\frac{dz_3}{dt} = \eta_6(z_3)(u_4 - z_3) + \eta_7(z_3)u_6(z_3 - u_3) + \frac{\alpha_9}{\alpha_6}\eta_7(z_3)(z_2 - u_6) \quad (C.13)$$

$$\frac{dz_4}{dt} = \alpha_3(u_2 - z_1) + \eta_8(z_5)z_4^2 f_3(z_4, z_5) + \alpha_8\rho_3(z_5) \quad (C.14)$$

$$\frac{dz_5}{dt} = \eta_9(z_5)(u_5 - z_5) + \eta_{10}(z_5)(z_2 - u_6)(z_5 - z_3) + \frac{\alpha_9}{\alpha_1}\eta_1(z_5)z_4 \quad (C.15)$$

$$y_{a2} = C_1 \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix}'; \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (C.16)$$

en donde

$$\alpha_8 = A g \sin(\theta)$$

$$\alpha_9 = \frac{g \sin(\theta)}{A c_p}$$

Para un ángulo  $\theta = 1^\circ$  se tiene que

$$\alpha_9 = \frac{g \sin(\theta)}{A c_p} = \frac{9,81 \sin(1)}{(0,292) (2560)} = 2,29 \times 10^{-4}$$

Por ser un valor pequeño y para simplificar las ecuaciones anteriores se considera que  $\alpha_9 \approx 0$  por lo que se modifica la matriz  $A(t)$  (ecuación 3.36 que aparece en el capítulo 3) en los términos  $A(2,3)$  y  $A(4,5)$  de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} A(2,3)_{\text{nuevo}} &= A(2,3)_{\text{anterior}} + \alpha_8 \frac{d\rho_2(z_3)}{dz_3} \\ A(4,5)_{\text{nuevo}} &= A(4,5)_{\text{anterior}} + \alpha_8 \frac{d\rho_3(z_5)}{dz_5} \end{aligned}$$

De manera análoga el residuo que detecta la fuga  $\bar{\lambda}_1$  y que es insensible a la fuga  $\bar{\lambda}_2$ , se genera con base en el siguiente sistema desacoplado gracias a la transformación 3.16 (capítulo 2) aplicada al sistema  $\sum_i$ .

$$\frac{dz_1}{dt} = \eta_{10}(z_3)(z_2 - u_6 - z_4) + \eta_1(z_3)(u_4 - z_3) + \eta_2(z_3)z_4(z_3 - u_3) + \frac{\alpha_9}{\alpha_5}\eta_1(z_3)(z_2 - u_6) + \eta_{10}(z_3)\bar{\lambda}_1 \quad (\text{C.17})$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \alpha_3(u_2 - z_1) + \eta_3(z_3)(z_2 - u_6)^2 f_2(z_2 - u_6, z_3) + \eta_4(z_5)u_6^2 f_3(u_6, z_5) + \alpha_8(\rho_2(z_3) + \rho_3(z_5)) \quad (\text{C.18})$$

$$\frac{dz_3}{dt} = \eta_5(z_3)(u_4 - z_3) + \eta_6(z_3)z_4(z_3 - u_3) + \frac{\alpha_9}{\alpha_1}\eta_{10}(z_3)(z_2 - u_6) \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{dz_4}{dt} = \alpha_3(z_1 - u_1) + \eta_7(u_3)z_4^2 f_1(z_4, u_3) + \alpha_8(\rho_2(z_3) + \rho_3(z_5)) + \alpha_8 \rho_1(u_3) \quad (\text{C.20})$$

$$\frac{dz_5}{dt} = \eta_8(z_5)(u_3 - z_5) + \eta_9(z_5)(z_2 - u_6)(z_5 - z_3) + \frac{\alpha_9}{\alpha_4}\eta_4(z_5)u_6 \quad (\text{C.21})$$

$$y_{a1} = C_1 \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix}' \quad (\text{C.22})$$

Ya que  $\alpha_9$  es "pequeño" consideramos que es igual a cero y entonces se modifican las ecuaciones correspondientes al diseño de la ganancia del observador añadiéndole un término adicional a los elementos señalados a continuación de la matriz  $A(t)$  (ecuación 3.36 del capítulo 3).

$$\begin{aligned} A(2,3)_{\text{nuevo}} &= A(2,3)_{\text{anterior}} + \alpha_8 \frac{d\rho_2(z_3)}{dz_3} \\ A(4,5)_{\text{nuevo}} &= A(4,5)_{\text{anterior}} + \alpha_8 \frac{d\rho_3(z_5)}{dz_5} \end{aligned}$$

Tomando en cuenta los datos que se muestran a continuación se obtienen las simulaciones de los residuos (fig. C.5).

$$A = 0,292 m^2$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$\theta = 1^\circ$$

$$\alpha_8 = Ag \sin(\theta) = 0,05$$

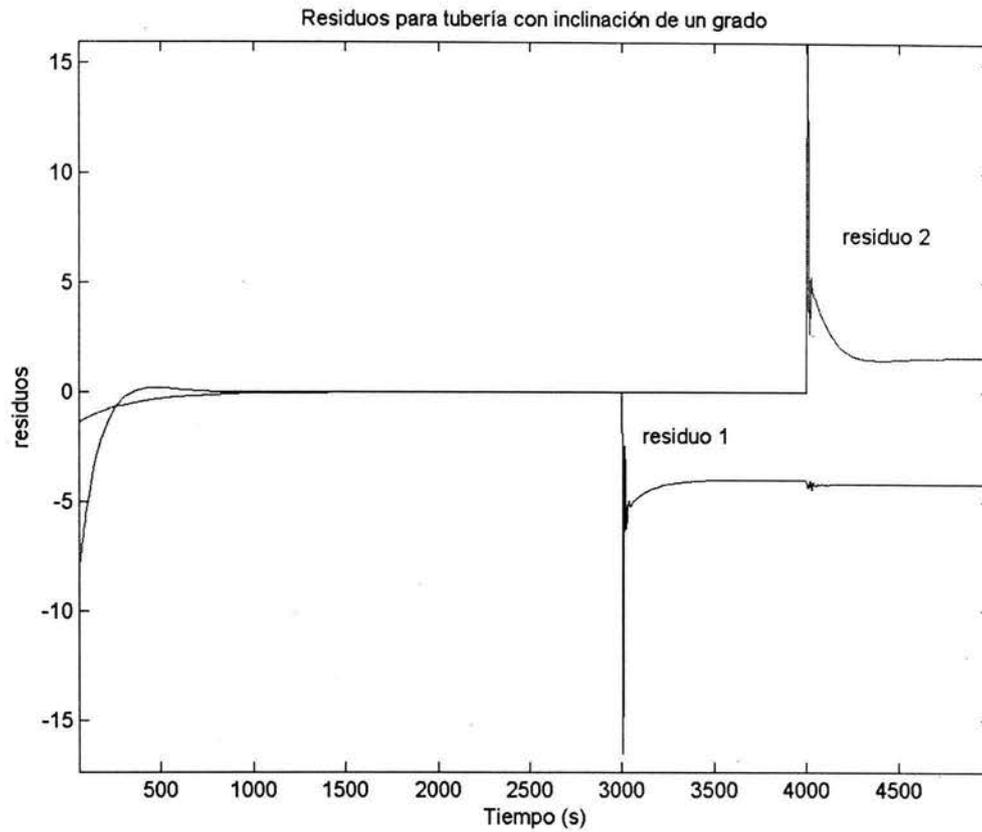


Figura C.5: Residuos para tubería con inclinación de un grado.

Para ello se produce una fuga al final de la primera sección de la tubería (fuga 1 en la figura 2.1) del 10% (ver tabla 2.5) a los 3000 s. Luego se produce una fuga al final de la segunda sección de la tubería (fuga 2 en la figura 2.1) del 10% (ver tabla 2.5) a los 4000 s. Se observa que los residuos detectan las fugas en los instantes correspondientes.

# Bibliografía

- [1] <http://www.eub.gov.ab.ca/bbs/documents/reports/r98g.pdf>
- [2] <http://ncsp.tamu.edu/reports/NTSB/ntsbPipeReport/PAB0001.htm>
- [3] <http://www.time.com/time/archive/preview/0,10987,1101920511-159610,00.html>
- [4] L. Zhuang, **Instrumentation**, National Instrument, First Quarter, 2002, ACAD-2.
- [5] C. Verde, **Multi-leak detection and isolation in fluid pipelines**, Control Engineering Practice, Vol. 9, 2001, p.p. 673-382, .
- [6] Manual de AFT Fathom.
- [7] C. Mataix, **Mecánica de fluidos y máquinas hidráulica**, Harla, 2° ed, Mexico, 1982, p.p. 101-102,125.
- [8] División de Ingeniería de Crane, **Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías**, Mc. Graw Hill, pp1-7.
- [9] C. Pyng, **Monitoring Pipeline Integrity by Real Time Flow Simulations**, Engineering Foundation Grant RI-A87-11, Agosto 31 1988.
- [10] D. N. Shields, S. A. Ashton and S. Daley, **Design of nonlinear observers for detecting faults in hydraulic sub-sea pipeline**, Control Engineering Practice 2001.
- [11] PEMEX Gas y Petroquímica Básica, **Análisis hidráulico a régimen permanente para el LPG ducto de 24", 20" y 14" de diámetro**, Cd. del Carmen, Campeche.
- [12] P. Thomas, **Simulation of Industrial Processes for Control Engineers**, Gran Bretaña, Butterworth Heinemann,1999.
- [13] F. M. White, **Viscous Fluid Flow**, Mc. Graw Hill, 2° ed.,Singapore,1991, p.p. 612

- [14] R. Bird, **Fenómenos de transporte**, Reverté, 4° ed, Mexico, 1997.
- [15] PEMEX, **Revista Ductos**, No. 31, Año 5, julio-septiembre 2002.
- [16] C. Verde y N. Visairo, **Bank of Nonlinear Observers for the Detection of Multiple Leaks in Pipelines**, CCA 2001.
- [17] C. Reif *et al*, **An EKF-Based Nonlinear Observer with a Prescribed Degree of Stability**, *Automatica*, Vol. 34, No. 9, pp. 1119-1123 (1998).
- [18] R. Seliger and P. M. Frank. **Fault-diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers**, *IEEE Conf. Dec. Control.*, 3:2248-2253, 1991.
- [19] C. Verde, **Minimal Order Nonlinear Observer for Leak Detection** *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*, ASME (en prensa).
- [20] N. Visairo y C. Verde, **Leak Detection Conditions in a Pipeline Via a Geometric Approach**, *Safe Process IFAC 2003*, p.p. 1023-1028
- [21] J. Chen and R.J. Patton, **Robust Model Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems**, London, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [22] L. Billman and R. Isermann, **Leak detection methods for pipelines**, 9th IFAC World Congress, pp. 1813-1818, 1984
- [23] J. C. P. Liou, **Pipeline integrity monitoring using system impulse response**, San Fco. USA, International Pipeline Conference ASME, pp. 1137-1142, 1996.
- [24] R. Isermann, **Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation Methods- A Survey**, Great Britain, *Automática*, Vol. 20, No. 4, pp. 387-404, 1984.
- [25] P. M. Frank, **Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy**, *Automatica*, Vol. 26, pp. 459-474, 1990.