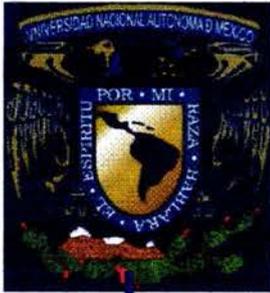


01174

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

ENTIDAD PARTICIPANTE: FACULTAD DE INGENIERÍA

OPTIMIZACIÓN DE TRAYECTORIAS DE PERFORACIÓN  
EN POZOS ALTAMENTE DESVIADOS A PARTIR DE  
REQUERIMIENTOS DE TORQUE Y ARRASTRE

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA PETROLERA

**P R O P O N E :**

**ING. JOSUÉ MÉNDEZ GERÓNIMO**

**ASESOR: DR. DANIEL GARCÍA GAVITO**



JULIO DEL 2004, CD. DE MÉXICO, D.F.





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**UNIVERSIDAD NACIONAL**  
**AVENIDA DE**  
**MÉXICO**

**VOTOS APROBATORIOS**

Autoriza a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e imprimir el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Josue Méndez Gerónimo  
 FECHA: 7 Julio - 2004  
 FIRMA: [Firma]

**DR. WILFRIDO RIVERA GOMEZ FRANCO**  
 Coordinador del Programa de Posgrado  
 en Ingeniería, U N A M  
 P r e s e n t e

Por este medio comunico a usted que he leído la tesis titulada: **"OPTIMIZACION DE TRAYECTORIAS DE PERFORACION EN POZOS ALTAMENTE DESVIADOS A PARTIR DE REQUERIMIENTOS DE TORQUE Y ARRASTRE"** para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERIA en el campo del conocimiento **INGENIERIA PETROLERA Y GAS NATURAL**, que presenta el alumno **JOSUE MENDEZ GERONIMO**.

Al mismo tiempo me permito informarle mi decisión de otorgar o no el voto aprobatorio.

<b>JURADO</b>		<b>VOTO</b>		
		<b>APROBATORIO</b>	<b>FIRMA</b>	<b>FECHA</b>
PRESIDENTE	DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO	<input checked="" type="radio"/> (SI)	(NO)	<u>[Firma]</u> <u>Julio 3, 2004.</u>
VOCAL	DR. DANIEL GARCIA GAVITO	<input checked="" type="radio"/> (SI)	(NO)	<u>[Firma]</u> <u>Julio 10, 2004</u>
SECRETARIO	M EN I. JOAQUIN MENDIOLA SANCHEZ	<input checked="" type="radio"/> (SI)	(NO)	<u>[Firma]</u> <u>10 julio 2004</u>
SUPLENTE	M EN I. PLACIDO GERARDO REYES REZA	<input checked="" type="radio"/> (SI)	(NO)	<u>[Firma]</u> <u>Junio 28 / 2004</u>
SUPLENTE	DR. SERGIO BERUMEN CAMPOS	<input checked="" type="radio"/> (SI)	(NO)	<u>[Firma]</u> <u>5-Julio - 2004</u>

# AGRADECIMIENTOS

## ***A mi esposa, Mayté,***

*Por su gran amor, apoyo y comprensión. Por las innumerables noches de desvelo y paciencia. Por su gran valor y entereza al enfrentar los retos que la vida nos ha impuesto y salir siempre adelante con optimismo. Por ser la compañera y complemento de mi vida. Por enseñarme lo bello que es la vida cuando se ama. Por esto y mucho, mucho más, éste trabajo está dedicado a ti, mi vida.*

## ***A mis hijas Jaqueline y Jocelyn,***

*Por la bendición que ha sido su llegada a nuestras vidas. Por sus sonrisas y cariño. Por ser nuestro motivo para seguir adelante. Gracias.*

# CONTENIDO

	<b>Página</b>
Titulo	I
Agradecimientos	II
Contenido	III
Lista de tablas	VI
Lista de figuras	VI
Resumen	VIII
1. Introducción	1
2. Revisión Bibliográfica	
2.1 Metodologías para diseño de trayectorias	
2.1.1 Metodología de Curvatura Constante	3
2.1.2 Metodología de Radio de Curvatura	7
2.1.3 Metodología para construir la Trayectoria Catenaria	11
2.2 Criterios y Modelos de Torque y Arrastre	
2.2.1 Modelo -Suave- de Johancsik, Friesen y Dawson	16
2.2.2 Modelo de Sheppard, Wick, y Burgess	18
2.2.3 Modelo -Rígido- de Dykstra	19
2.2.4 Importancia de la determinación del Torque y Arrastre	24

2.2.5 Criterio para la determinación del Máximo Ángulo de Inclinación	25
3. Desarrollo Teórico	
3.1 Aplicación del Modelo Rígido en Trayectorias diseñadas con la Metodología de Curvatura Constante	27
3.2 Aplicación del Modelo Rígido en Trayectorias Catenarias	28
3.3 Variables que influyen en la determinación de la fuerza restrictiva, $F_i$	29
3.4 Procedimientos de Diseño	
3.4.1 Cálculo del Arrastre y Torque	30
3.4.2 Diseño de trayectorias con la metodología de Curvatura Constante	32
3.4.3 Diseño de Trayectorias con la metodología de Radio de curvatura 2D	34
3.4.4 Diseño de Trayectorias con la metodología de Radio de curvatura 3D	36
3.4.5 Diseño de Perfiles con la metodología para construir la Trayectoria Catenaria	37
4. Resultados	
4.1 Aplicación de los procedimientos de diseño	

4.1.1 Diseño de una Trayectoria 3D para Evitar una Obstrucción Subterránea (AUO) usando las Metodología de Curvatura Constante y Radio de Curvatura	40
4.1.2 Diseño de una Trayectoria 2D usando la metodología de Radio de Curvatura y la Metodología para construir la trayectoria Catenaria	47
4.2 Comparación del Modelo Suave y Rígido	49
4.3 Selección de la Trayectoria Óptima	61
5. Conclusiones y Recomendaciones	63
6. Referencias bibliográficas	65
7. Apéndices	
A. Ecuaciones de las Metodologías de Curvatura Constante y Radio de Curvatura	68
B. Forma de las ecuaciones de la Metodología de Radio de Curvatura	73
C. Ecuaciones de la Metodología para construir la Trayectoria Catenaria	80
D. Modelo Suave	87
E. Longitud Libre	91
F. Relación entre el ángulo de rotación de la cara de la herramienta $\gamma$ , ritmo de construcción de ángulo de inclinación, $B$ y la severidad de pata de perro, $D$ .	95
Nomenclatura utilizada	96

## **Lista de Tablas**

1. Proyecciones Geométricas de una Curva Catenaria Modificada
2. Coeficientes de Fricción de deslizamiento
3. Diseño de una Trayectoria Tridimensional con la Metodología de Curvatura Constante
4. Diseño de una Trayectoria Tridimensional con la Metodología de Radio de Curvatura
5. Comparación Geométrica del Perfil Catenario con los perfiles diseñados con la Metodología de Radio de Curvatura
6. Comparación de Cargas del Perfil de Curvatura Constante y el perfil diseñado con la Metodología de Radio de Curvatura
7. Comparación de los Torques Superficiales del Perfil de Curvatura Constante y el perfil diseñado con la Metodología de Radio de Curvatura
8. Comparación de Cargas del perfil Catenario y perfiles diseñados con la Metodología de Radio de Curvatura

## **Lista de Figuras**

1. Parámetros Geométricos de una Trayectoria Tridimensional, Ref. 6
2. Curva Catenaria Modificada, Ref. 16
3. Curvas de Perforación Direccional Catenaria & Convencional, Ref. 15
4. Elemento de sarta de perforación/tubería de revestimiento
5. Configuración de sarta en modelo rígido, Ref. 16
6. Fuerzas en un objeto inclinado
7. Geometría y Fuerzas para un agujero recto inclinado
8. Comparación de las proyecciones horizontales de las trayectorias diseñadas
9. Comparación de las secciones verticales de las trayectorias diseñadas
10. Severidades de Pata de Perro de las trayectorias 3D diseñadas

11. Vista Tridimensional de la trayectoria de curvatura constante y la trayectoria diseñada con la Metodología de Radio de Curvatura
12. Perfiles: Curva Catenaria y Radio de Curvatura
13. Perfil de Tensiones -Curvatura Constante- con  $F_b=200,000 \text{ lb}_f$
14. Perfil de Tensiones -Radio de Curvatura- con  $F_b=200,000 \text{ lb}_f$
15. Perfil de Tensiones -Curvatura Constante- con  $F_b=0 \text{ lb}_f$
16. Perfil de Tensiones -Radio de Curvatura- con  $F_b=0 \text{ lb}_f$
17. Perfiles de Torque de la trayectoria de Curvatura Constante -Suave y Rígido
18. Perfiles de Torque de la trayectoria diseñada con la Metodología de Radio de Curvatura -Suave y Rígido-
19. Perfil de Tensiones -Catenaria- con  $F_b=84,625 \text{ lb}_f$
20. Perfil de Tensiones (C&M 1,  $0.74^\circ/100\text{ft}$ )
21. Perfil de Tensiones (C&M 2,  $1.03^\circ/100\text{ft}$ )
22. Perfil de Tensiones (C&M 3,  $2^\circ/100\text{ft}$ )
23. Perfil de Tensiones (C&M 4,  $7^\circ/100\text{ft}$ )
24. Perfil de Tensiones (C&M 5,  $25.92^\circ/100\text{ft}$ )
25. Comparación del Arrastre del perfil Catenario y los perfiles diseñados con la metodología de Radio de Curvatura
26. Perfil de Torque -Catenaria- con  $T_b=15,000 \text{ lb-ft}$
27. Perfil de Torque -C&M 1- con  $T_b=15,000 \text{ lb-ft}$
28. Perfil de Torque -C&M 5- con  $T_b=15,000 \text{ lb-ft}$
29. Ejes coordenados -Modelo suave-
30. Longitud Libre
31. Longitud libre vs. Curvatura del agujero

# RESUMEN

En esta tesis se realizan principalmente cuatro actividades.

Primero, se adecúa el modelo rígido, para calcular arrastre y torque, de Dykstra, para que pueda ser utilizado en trayectorias diseñadas con la metodología de curvatura constante y la metodología para construir la trayectoria catenaria, por lo que se derivaron dos nuevas ecuaciones para calcular la magnitud de la fuerza restrictiva para sartas en trayectorias catenarias y de curvatura constante. Cabe aquí indicar que Dykstra desarrolló su metodología para trayectorias diseñadas con la metodología de radio de curvatura.

Segundo, se realiza una comparación del modelo suave contra el modelo rígido en trayectorias tridimensionales generadas con las metodologías de curvatura constante y radio de curvatura. También se hace esta comparación para las trayectorias catenaria y trayectorias diseñadas con las metodologías de radio de curvatura bidimensionales en un ejemplo de pozo de alcance extendido. En ambos casos se obtienen los perfiles de tensión y torque para condiciones particulares de agujero y tubería. Hacer esto es particularmente útil ya que con los perfiles de tensión y torque, además de optimizar la trayectoria puede en conjunto seleccionarse el grado del acero de las tuberías, verificar si la capacidad de torque y de izaje de un equipo de perforación es la adecuada para perforar cierto pozo, verificar si es posible correr una tubería de revestimiento dada hasta la profundidad programada, etc.

Tercero, se enuncian procedimientos para generar las trayectorias mencionadas y compararlas de acuerdo al arrastre y pérdida de torque generado, con la finalidad de seleccionar la que presente la menor fricción.

Finalmente, en los apéndices, se hace una demostración detallada de las ecuaciones mencionadas en el cuerpo de la tesis, lo cual no se encuentra en la literatura y, por lo tanto, constituye una herramienta de mucho valor para quienes continúen en esta línea de investigación.

# 1.- INTRODUCCIÓN

La tecnología de perforación dirigida tuvo sus inicios en la década de los veinte. En 1930 se perforó el primero pozo direccional controlado en Huntigton Beach, California. En 1934 se perforó el primer pozo de alivio en Conroe, Texas. En nuestro país el primer pozo direccional registrado fue perforado en 1960 en Las Choapas, Veracruz<sup>1</sup>.

La perforación dirigida es el proceso de dirigir el pozo a lo largo de una trayectoria hacia un objetivo predeterminado<sup>2</sup>, ubicado a determinada distancia lateral de la localización superficial del equipo de perforación. En sus principios, esta tecnología surgió como una operación de remedio. Se desarrolló de tal manera que ahora se considera como una herramienta para la optimización del desarrollo de yacimientos.

La perforación dirigida de un pozo petrolero, ya sea debido a problemas de perforación o a consideraciones económicas, tiene muchas aplicaciones. Por ejemplo cuando tenemos un yacimiento debajo de un lago y existan restricciones para transportar equipos tales como el equipo de perforación y las instalaciones de producción. Otro ejemplo es simplemente para optimizar la explotación del yacimiento; así podemos mencionar muchas otras aplicaciones potenciales de la perforación dirigida. El hecho es que la tecnología de perforación dirigida es de indiscutible aplicabilidad y necesidad en muchos de nuestros yacimientos.

Con frecuencia el control de la desviación es un concepto que se relaciona con la perforación dirigida. Se define como el proceso de mantener el agujero dentro de algunos límites predeterminados, relativos al ángulo de inclinación, o al desplazamiento horizontal con respecto a la vertical o a ambos. Lo anterior es para llevar la trayectoria del pozo conforme a lo planeado, sin embargo **¿será que la trayectoria planeada es la óptima?, ¿cuántas otras trayectorias existen para**

## **llegar al objetivo?, ¿cuánta energía necesitaremos para perforar la trayectoria planeada y, cuanta para las otras trayectorias posibles?**

La solución a las preguntas anteriores son el objeto de la presente tesis, desde el punto de vista de requerimientos de torque y arrastre al ir construyendo la trayectoria, pero por supuesto, la solución a estas preguntas no debe hacerse al momento de tener un equipo de perforación en una localización determinada y estar en la operación de perforación; la trayectoria óptima debe de ser planeada. Este tópico es el que abordaremos en el presente trabajo.

Existen diversos trabajos y paquetes (sistemas) de apoyo para el diseño de trayectorias, pero un problema que hemos encontrado es que no optimizan conforme a lo anteriormente planteado. En esta tesis conjuntaremos ambos tópicos, tratando de proveer a la industria petrolera una herramienta de aplicación práctica para la optimización de trayectorias de perforación, y que nuestras operaciones de perforación se lleven a cabo con menos energía, lo cual redundará en menor tiempo y algo muy importante, a un menor costo. Cuando nos referimos a pozos altamente desviados, incluimos a pozos horizontales, de alcance extendido y multilaterales. Neal Adams<sup>19</sup> menciona que muchos operadores han establecido como límite superior un ángulo de inclinación de 35° para pozos desviados, pozos con ángulos de inclinación mayores se consideran altamente desviados.

En este trabajo nos enfocamos a la parte final del pozo, que es la perforación y revestimiento de la sección de explotación, y las razones de ello se exponen más adelante cuando se analizan los modelos de torque y arrastre. Aunque en este trabajo únicamente se estudian las fuerzas de fricción, no es de menor importancia mencionar que en la etapa de planeación y construcción de un pozo, deben así mismo considerarse aspectos geológicos, estabilidad del agujero, hidráulica, tecnologías disponibles de perforación dirigida, así como las tendencias naturales de desviación como resultado de los fenómenos de interacción roca-barrena.

## 2.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### 2.1.- Metodologías para diseño de Trayectorias

#### 2.1.1- Metodología de Curvatura Constante<sup>3</sup>

De acuerdo a los estudios realizados por Guo y cols.<sup>3</sup> esta metodología tiene varias ventajas sobre la metodología convencional de radio de curvatura. Las secciones de trayectoria con curvatura constante son compatibles con el desempeño direccional de las herramientas de deflexión, además con este método se obtiene menor severidad de pata de perro y consecuentemente menor torque y arrastre de la sarta de perforación; por lo anterior las operaciones de perforación dirigida son más fáciles, más seguras y más económicas si las trayectorias son planeadas usando este método.

#### Modelo matemático para el diseño de trayectorias

La formulación matemática de esta metodología se mencionará brevemente en esta parte. Los detalles de derivación están dados en el apéndice A.

La curvatura (severidad de pata de perro) de la trayectoria del pozo,  $D$  (°/100 ft), en un punto con coordenadas cartesianas  $E$ ,  $N$ ,  $Z$ , se define como sigue<sup>3</sup>:

$$D = \frac{18,000}{\pi} \sqrt{\left(\frac{\partial^2 E}{\partial L^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 N}{\partial L^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial L^2}\right)^2} \quad (1)$$

donde  $E$ (ft) es la coordenada este,  $N$ (ft) es la coordenada norte,  $Z$ (ft) es la coordenada de profundidad vertical, y  $L$ (ft) es la longitud de la trayectoria del pozo a el punto bajo consideración.

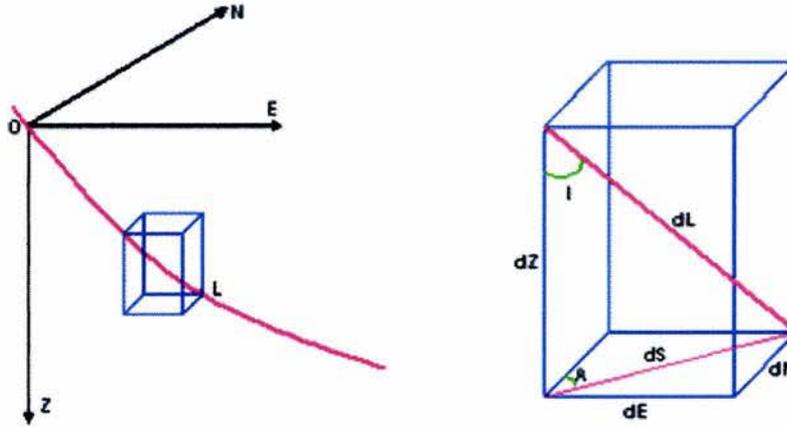


Figura 1 Parámetros Geométricos de una Trayectoria Tridimensional. Ref.6

El sistema de coordenadas,  $E$ ,  $N$ ,  $Z$ , y  $L$  es ilustrado en la figura 1. Como se muestra en el apéndice A, la curvatura de la trayectoria (severidad de pata de perro),  $D$ , puede ser expresada en términos de tasas de construcción de ángulo de inclinación y de cambio de azimut con respecto a  $L$ , ( $B$  y  $T$ ) como sigue:

$$D = \sqrt{B^2 + T^2 \text{sen}^2(I)} \quad (2)$$

donde  $I$  es el ángulo de inclinación en el punto bajo consideración.

Para mantener una curvatura de agujero constante (severidad de pata de perro),  $D$ , a lo largo de la sección de trayectoria, la ecuación 2 indica que las cantidades  $B$  o  $T$ , o ambas, deben variar a lo largo de la sección porque el ángulo de inclinación del agujero,  $I$ , está cambiando. Si asumimos que la tasa de construcción de ángulo de inclinación,  $B$ , y la severidad de la pata de perro,  $D$ , son mantenidas constantes sobre la longitud de la sección, entonces, de la ecuación 2 podemos obtener el correspondiente valor de la tasa de cambio,  $T$ :

$$T = \frac{\sqrt{D^2 - B^2}}{\text{sen}(I)} \quad (3)$$

Bajo estas condiciones, la inclinación  $I$  y el azimut  $A$  de la sección de longitud  $L$ , puede ser expresada como:

$$I = I_o + B(L - L_o)/100 \quad (4)$$

$$A = A_o + \frac{\sqrt{D^2 - B^2}}{B} \ln \left[ \frac{\tan(I/2)}{\tan(I_o/2)} \right] * \frac{180}{\pi} \quad (5)$$

donde el subíndice "o" indica el punto inicial de la sección.

Las coordenadas ortogonales E, N, y Z para un punto sobre la trayectoria puede ser calculada usando las siguientes ecuaciones:

$$E = E_o + \int_{L_o}^L \text{sen}(I) \text{sen}(A) dL \quad (6)$$

$$N = N_o + \int_{L_o}^L \text{sen}(I) \cos(A) dL \quad (7)$$

$$Z = Z_o + \frac{18,000}{B\pi} [\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)] \quad (8)$$

Ya que las integrales en las ecuaciones 6 y 7, pueden solamente ser calculadas numéricamente, se utilizará en este trabajo una aproximación propuesta por Guo, Stefan y Lee<sup>3</sup>.

### **Aproximación por secciones usando un método alternativo**

A partir de la ecuación 3, obtenemos:

$$T = \frac{\sqrt{D^2 - B^2}}{\text{sen}(I)} \quad (9)$$

La sección completa diseñada es subdividida en pequeños segmentos. Para cada segmento pequeño, la tasa de cambio de azimut promedio,  $\bar{T}$ , puede ser usada como una aproximación a la  $T$  determinada por la ecuación 9. La magnitud promedio  $\bar{T}$  se define como:

$$\bar{T} \equiv \frac{1}{(L_2 - L_1)} \int_{L_1}^{L_2} T dL = \frac{18,000\sqrt{D^2 - B^2}}{B\pi(L_2 - L_1)} \ln \left[ \frac{\tan\left(\frac{I_2}{2}\right)}{\tan\left(\frac{I_1}{2}\right)} \right] \quad (10)$$

donde  $I_2 = I_1 + B(L_2 - L_1)/100$ . En este caso, los segmentos de toda la sección pueden ser diseñados usando las ecuaciones 11 y 12 con la tasa de cambio  $\bar{T}$  dada por la ecuación 10. La trayectoria resultante en la sección tiene una curvatura casi constante,  $D$ , y una tasa de cambio casi constante en cada segmento. Cuando la longitud de cada segmento se aproxima a cero, la aproximación estará muy cercanamente relacionada con la diseñada usando la formula exacta del método de curvatura constante.

$$E = E_0 + \frac{18,000}{\pi(T^2 - B^2)} \left\{ -T[\text{sen}(I)\cos(A) - \text{sen}(I_0)\cos(A_0)] + B[\cos(I)\sin(A) - \cos(I_0)\sin(A_0)] \right\} \quad (11)$$

$$N = N_0 + \frac{18,000}{\pi(T^2 - B^2)} \left\{ T[\text{sen}(I)\sin(A) - \text{sen}(I_0)\sin(A_0)] + B[\cos(I)\cos(A) - \cos(I_0)\cos(A_0)] \right\} \quad (12)$$

## 2.1.2 - Metodología de Radio de Curvatura<sup>4</sup>

La formulación para este modelo, tomando el mismo sistema de coordenadas del método anterior, figura 1, depende de las siguientes consideraciones:

$$\frac{dA}{dS} * 100 = H = \text{constante} \quad (13)$$

$$\frac{dI}{dL} * 100 = B = \text{constante} \quad (14)$$

Podemos expresar la curvatura de la trayectoria del pozo (severidad de pata de perro) en función del ritmo de construcción de ángulo de inclinación y del ritmo de cambio de azimut con respecto a "S" como:

$$D = \sqrt{B^2 + H^2 \text{sen}^4(I)} \quad (15)$$

La inclinación  $I$  y el azimut  $A$  de una sección de longitud,  $L$ , puede ser expresada como:

$$I = I_o + B(L - L_o)/100 \quad (16)$$

$$A = A_o + \frac{180H}{\pi B} [\cos(I_o) - \cos(I)] \quad (17)$$

Las coordenadas ortogonales E, N, y Z para un punto sobre la trayectoria puede ser calculada usando las siguientes ecuaciones:

$$E = E_o + \frac{18,000}{\pi H} [-\cos(A) + \cos(A_o)] \quad (18)$$

$$N = N_o + \frac{18,000}{\pi H} [\text{sen}(A) - \text{sen}(A_o)] \quad (19)$$

$$Z = Z_o + \frac{18,000}{B\pi} [\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)] \quad (20)$$

La derivación detallada de las ecuaciones de este método se encuentra en el Apéndice A.

Es importante mencionar que las tres ecuaciones anteriores son la forma compacta de las ecuaciones derivadas por McMilliam<sup>4</sup>, esta aclaración es pertinente porque manejar las ecuaciones de diseño de trayectorias por el método de radio de curvatura en esta forma puede dar lugar a confusión si se tratan de aplicar directamente a un diseño planar. En la literatura se presentan en cualquiera de las dos formas, sin embargo nunca se menciona que se trata de las mismas ecuaciones bajo ciertas consideraciones, por lo cual en el Apéndice B se presenta la demostración.

Las ecuaciones derivadas por McMilliam<sup>4</sup> son:

**Caso 1 y 2  $I \neq I_o$  (inclinaciones diferentes)**

$$Z - Z_o = \frac{180(L - L_o)}{\pi(I - I_o)} [\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)] \quad (21)$$

Caso 1  $A \neq A_o$   $|\pi \leq (A - A_o) \leq \pi|$

$$E - E_o = \left| \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\text{sen} A - \text{sen} A_o)}{(I - I_o)(A - A_o)} \right| * \left( \frac{180}{\pi} \right)^2 \quad (22)$$

$$N - N_o = \left| \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} A_o)}{(I - I_o)(A - A_o)} \right| * \left( \frac{180}{\pi} \right)^2 \quad (23)$$

Este caso representa una curvatura constante en azimut así como en inclinación. Conforma a la curva resultante de la flexión a la forma de un cilindro vertical, un plano vertical que contiene una línea de curvatura constante. También puede describirse como un plano no vertical que contiene una línea de curvatura constante.

Caso 2  $A = A_o$

$$E - E_o = \left| \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)\operatorname{sen} A}{(I - I_o)} \right| * \frac{180}{\pi} \quad (24)$$

$$N - N_o = \left| \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)\cos A}{(I - I_o)} \right| * \frac{180}{\pi} \quad (25)$$

Este caso representa una línea de curvatura constante en un plano vertical. Conforma la curva resultante de la intersección de las partes de un cilindro horizontal con un plano vertical. La proyección de la línea sobre la superficie horizontal EN (este-norte) es una línea recta.

**Caso 3 y 4**  $I = I_o$  (inclinación constante)

$$Z - Z_o = (L - L_o)\cos I \quad (26)$$

Caso 3  $A_o \neq A \mid -\pi \leq (A - A_o) \leq \pi \mid$

$$E - E_o = \left| \frac{(L - L_o)(\text{sen} I)(\cos A_o - \cos A)}{(A - A_o)} \right| * \frac{180}{\pi} \quad (27)$$

$$N - N_o = \left| \frac{(L - L_o)(\text{sen} I)(\text{sen} A - \text{sen} A_o)}{(A - A_o)} \right| * \frac{180}{\pi} \quad (28)$$

Este caso representa un azimut cambiante a una inclinación constante, o el caso de una hélice. Conforma la trayectoria de una línea recta sobre un plano, cuando el plano es desviado o flexionado a la forma de un cilindro circular.

Caso 4  $A = A_o$

$$E - E_o = (L - L_o)(\text{sen} I)(\text{sen} A) \quad (29)$$

$$N - N_o = (L - L_o)(\text{sen} I)(\cos A) \quad (30)$$

Este caso representa una línea recta en el espacio.

### 2.1.3- Metodología para construir la Trayectoria Catenaria<sup>5</sup>

Supongamos que una tubería cuelga sujeta a la acción de su propio peso (línea azul de la figura 2), esta tubería formará una curva llamada *catenaria*. Una curva *catenaria* es la curva natural que un cable, cadena, tubería o cualquier otra línea de peso uniforme asume cuando es suspendida entre dos puntos. La suspensión similar de una sarta de perforación podría formar también una curva catenaria.

De acuerdo a estudios comparativos realizados por McClendon y Anders<sup>6</sup> existe evidencia para afirmar que una trayectoria catenaria ofrece ventajas sobre los métodos direccionales convencionales 2-D.

Es importante mencionar que una curva catenaria completa tendrá en el fondo un ángulo de inclinación de  $90^\circ$ , sin embargo Aadnoy y Andersen<sup>5</sup> desarrollaron un nuevo modelo catenario para inclinaciones arbitrarias en el fondo y la cima de la curva, es decir, ya no se tiene la limitación del perfil catenario clásico que requería una fuerza y dirección horizontal en el fondo. El perfil catenario modificado es al que nos referiremos en este trabajo.

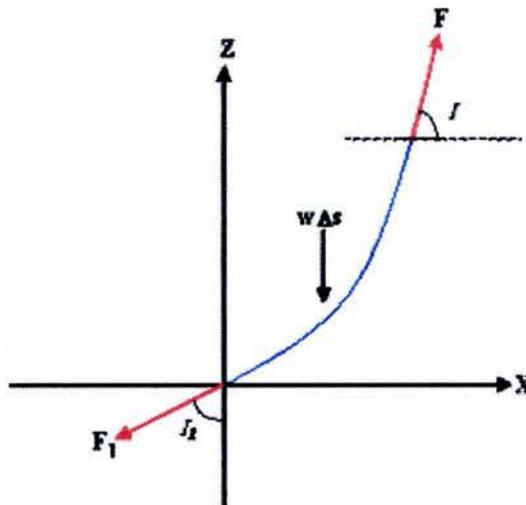


Figura 2 Curva Catenaria Modificada. Ref.16

## Cálculo de la curva catenaria

Las proyecciones geométricas para el perfil catenario modificado se presentan en la tabla 1.

Tabla 1 Proyecciones Geométricas de una Curva Catenaria Modificada

Sección de longitud $\Delta S$	$\frac{F_1}{W} [\text{sen} I_1 \text{senh}\{J\} - \cos I_1]$	(31)
Proyección Vertical $\Delta z$	$\frac{F_1 \text{sen} I_1}{W} [\cosh\{J\} - K]$	(32)
Proyección Horizontal $\Delta x$	$\Delta x$	(33)
Angulo de inclinación $I_2$ a cualquier longitud $\Delta S$	$90 - a \tan \left\{ \frac{W \Delta S + F_1 \cos I_1}{F_1 \text{sen} I_1} \right\}$	(34)

donde:

$$J = \left\{ \frac{Wx}{F_1 \text{sen} I_1} + \text{senh}^{-1}(\cot I_1) \right\} \quad (35)$$

y

$$K = \cosh \left\{ \text{senh}^{-1}(\cot I_1) \right\} \quad (36)$$

la derivación de las ecuaciones de este perfil se encuentran en el Apéndice C .

## Acoplamiento de entrada a la curva catenaria

La curva catenaria tiene un ángulo de inclinación en la cima, por lo cual requiere una curva de acoplamiento de la cima de la catenaria hacia la vertical. El radio de curvatura de esta sección de acoplamiento se calcula con:

$$R_A = \frac{F_1^2 + (W\Delta S)^2 + 2W\Delta SF_1 \cos I_1}{WF_1 \sin I_1} \quad (37)$$

Si fuera operativamente factible la implementación de este radio de curvatura, se aprovecharía al máximo la ventaja de la curva catenaria, pero normalmente es muy grande, lo cual causa que la longitud de esta sección de acoplamiento sea también muy grande y la profundidad del punto de inicio de desviación (kickoff) teórico resulte muy por arriba de lo requerido, es decir muy somero o tal vez irreal. Para hacer esta transición más corta se escoge un radio de curvatura relativamente razonable con el que tengamos una tasa de construcción de ángulo factible pero que por supuesto será mayor a la de la catenaria.

### **Beneficios de éste método**

Durante operaciones normales de perforación usando una metodología convencional, la sección del pozo entre los puntos A y B (ver figura 3) es perforada con un cambio constante del ángulo de inclinación a lo largo de un radio de curvatura, mientras la sección entre los puntos B y C es perforada con un ángulo de inclinación constante. La tubería se sentará sobre el lado bajo del agujero entre los puntos B y C y tenderá a ser jalada al lado alto del agujero entre los puntos A y B. Esto significa que podría ocurrir pegadura por presión diferencial, la fuerza hacia arriba requerida para liberar la tubería debe no solamente ser suficientemente grande para contrarrestar las presiones diferenciales, sino debe también ser suficientemente grande para vencer la fuerza de fricción creada cuando la tubería es jalada en ranuras (ojos de llave, keyseats). Según McClendon y Anders<sup>6</sup> los beneficios de la utilización de este perfil son:

- 🔧 Cuando la tensión es aplicada a una sarta que se aproxima a una curva catenaria como la mostrada en la figura 3, la sarta tiende a alejarse de la

pared del agujero y tiende a quedarse suspendida en el agujero. Esta propiedad es única de los pozos con trayectoria catenaria.

- Debido a lo anterior, el arrastre es significativamente reducido y las fuerzas ascendentes o descendentes que se necesitan para liberar la tubería son usadas más eficientemente en el caso de pegadura.
- También tendremos una reducción significativa en la pérdida de torque. Esto es el resultado de la tendencia de la tubería de perforación o tubería de revestimiento a quedar suspendida en el agujero catenario.
- Tiene una menor tasa de construcción de ángulo, ya que se está construyendo ángulo continuamente hasta su profundidad total o hasta alcanzar el ángulo requerido.
- La fricción reducida (torque y arrastre) permitirá una mayor aplicación de peso a la barrena de perforación lo cual podría incrementar el ritmo de penetración y así reducir los costos direccionales totales.
- Se necesitan menos estabilizadores en el ensamble de fondo.
- Las corridas de herramientas de registro y tuberías de revestimiento son más fáciles y más rápidas.
- La sarta de tubería de revestimiento puede ser recíprocada durante las operaciones de cementación, siempre y cuando el diseño de ésta lo permita.

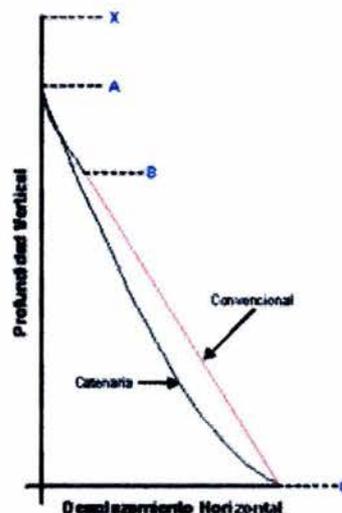


Figura 3 Curvas de Perforación Direccional Catenaria & Convencional. Ref.15

Cada una de las metodologías de diseño de trayectorias expuestas, presenta ventajas y desventajas, por ejemplo de acuerdo a los análisis de Guo<sup>3</sup> y cols., la metodología de curvatura constante por sí sola es la que genera una trayectoria que presenta menor severidad de pata de perro y por lo tanto menor torque y arrastre; sin embargo considero que emplearla como la mejor metodología para llegar al objetivo no es muy conveniente, ya que por el hecho de generar una trayectoria que cambia continuamente tanto en azimut como en inclinación, es particularmente aplicable cuando exista una obstrucción subterránea, por ejemplo un domo salino, a la que sea necesario darle la vuelta; de lo contrario tendremos un pozo donde la trayectoria se complica innecesariamente.

La secuencia ejemplificada más adelante, en el presente trabajo, sirve para poder generar trayectorias complejas, e incluso para pozos multilaterales, a partir de las metodologías de curvatura constante, la de radio de curvatura y la de construcción de trayectoria catenaria, con los valores menores de torque y arrastre.

Por otro lado, en los casos en que no se tenga una obstrucción subterránea y la razón para perforar un pozo direccional, sea alguna otra causa, la metodología de radio de curvatura, la de construcción de trayectoria catenaria e incluso combinaciones en pozos de construir y mantener, serán muy útiles.

## 2.2.- Criterios y Modelos de Torque y Arrastre

### 2.2.1- Modelo -Suave- de Johancsik, Friesen y Dawson<sup>7</sup>

El primer modelo registrado en la literatura para predicción del torque y arrastre en pozos dirigidos fue el de Johancsik, Friesen y Dawson. Podemos resumir este modelo en los siguientes puntos:

- ✚ Se trata a la sarta de perforación como un cable con peso, pero sin rigidez.
- ✚ Se evalúan las fuerzas de contacto entre la sarta de perforación y el agujero como la suma vectorial de la componente normal a el eje del pozo del peso flotado y el efecto capstan, el cual puede ser definido como la fuerza normal resultante de la deformación de un miembro axialmente cargado sobre un obstáculo.
- ✚ Las cargas friccionales fueron relacionadas a las fuerzas de contacto usando un parámetro global, el coeficiente de fricción de deslizamiento.

Ellos también desarrollaron dispositivos portátiles para medición exacta de tensión axial y torque en el campo. Usando datos de campo acumulados, ellos hicieron una comparación de coeficientes de fricción de pozos, calculados en forma inversa con el modelo, encontrando buena concordancia entre valores para pozos en un campo dado. Algunos valores de coeficientes de fricción de deslizamiento reportados en la literatura se muestran en la Tabla 2. Aunque muchos factores contribuyen al torque y arrastre, tales como acuñaamiento y pegadura diferencial, ellos concluyeron que la fricción de deslizamiento era la causa predominante. Su modelo para calcular torque y arrastre es conocido como **Modelo Suave**.

La ecuación derivada por Johancsik y colaboradores para el cálculo de la tensión considerando la fricción de deslizamiento es:

$$\Delta F_T = W_i \cos \bar{I} \pm \mu \left[ (F_T \Delta l + W_i \sin \bar{I})^2 + (F_T \Delta A \sin \bar{I})^2 \right]^{1/2} \quad (38)$$

en donde el signo  $\pm$  denota la dependencia direccional del término de fricción, es decir, se opone al movimiento de la sarta. Cuando el movimiento de la tubería es hacia fuera del pozo, es aditivo, incrementando el peso aparente de la sarta (arrastre hacia arriba o **updrag**). Cuando se introduce tubería al pozo, el término de fricción se resta del peso de la sarta (arrastre hacia abajo o **downdrag**).  $\Delta l$  y  $\Delta A$  deben multiplicarse por  $\pi/180$ .

El subíndice "i" indica que se trata del componente  $i$  de la sarta; para el caso del presente trabajo se refiere a un tramo de tubería de revestimiento, aunque es aplicable también para tramos de tubería de perforación; donde el elemento  $i$  tiene propiedades específicas como diámetro interno y externo, longitud, peso, etc.

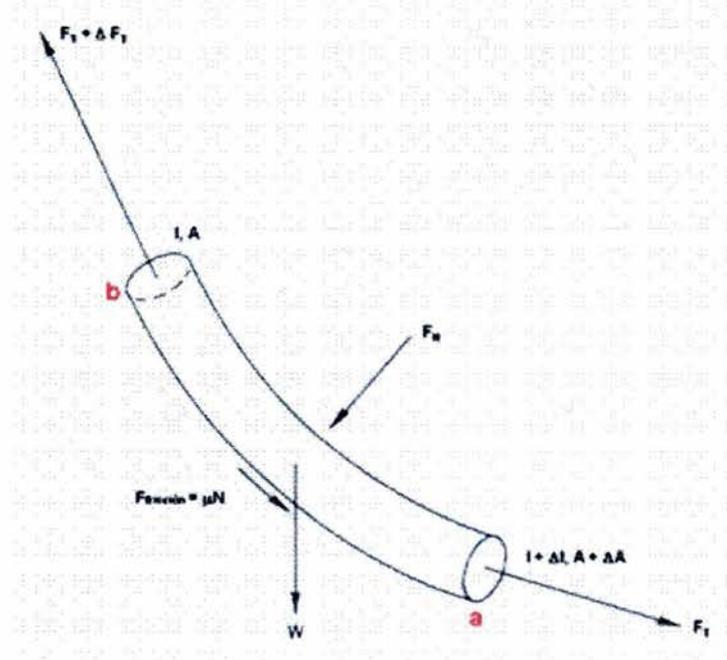


Figura 4 Elemento de sarta de perforación/ tubería de revestimiento. Ref.2

La pérdida de torque sobre un elemento  $i$  es obtenida con:

$$\Delta M = \mu F_N (r_o)_{TJ_i} \quad (39)$$

En el apéndice D se encuentra la derivación detallada de las ecuaciones 38 y 39. Es importante mencionar que no existe derivación de estas ecuaciones en la literatura, al nivel de detalle presentado en dicho Apéndice.

Tabla 2.- Coeficientes de Fricción de deslizamiento. Ref. 8,9 y 10

Tipo de agujero			
Descubierto		Entubado	
Child y Ward <sup>8</sup>	Maidla y Wojtanow <sup>9</sup>	Child y Ward <sup>8</sup>	Bol <sup>10</sup>

**Base agua**

Agua dulce	0.25	0.25	0.20	0.25 - 0.35
Agua de mar	0.25	0.18	0.20	0.25 - 0.35
Lime	0.25	0.23 - 0.30	0.20	0.25 - 0.35

**Base aceite**

	0.18	0.25	0.14	0.15
--	------	------	------	------

## 2.2.2- Modelo de Sheppard, Wick y Burgess<sup>11</sup>

Sheppard, Wick y Burgess notaron que el modelo de Johancsik y colaboradores estaba expresado en términos de tensión axial, pero no trataban explícitamente el efecto de presión de fluidos. Ellos evaluaron los efectos de los fluidos, sumando las contribuciones de la presión de fluido en las direcciones normal y axial, y obtuvieron la misma ecuación, la cual indica que solo el peso flotado de cada componente necesita ser considerado. Se declaró que el perfil descrito por esta ecuación era la tensión "efectiva" inicialmente descrita por Lubinski. Ellos usaron el modelo para comparar el torque y arrastre predicho para trayectorias de pozo convencionales (construir y mantener, mantener, y catenaria). Se concluyó que el perfil de fuerza lateral está esencialmente determinado por el perfil del pozo, y aunque las trayectorias de catenaria y construcción constante ofrecen menor torque y arrastre total, la fuerza lateral mayor (debido a ángulos de inclinación mas grandes cerca del objetivo) de estas trayectorias de pozo pueden presentar otras dificultades. Ellos mencionaron que los coeficientes de fricción que fueron

obtenidos a través de cálculos a la inversa, estuvieron influenciados por los factores: agujero descubierto o revestido, rigidez del ensamble de fondo (BHA), y las acciones de los estabilizadores en algunas formaciones.

### 2.2.3- Modelo -Rígido- de Dykstra<sup>12</sup>

Dykstra comprobó con mediciones de campo que el modelo suave predice adecuadamente las fuerzas de contacto para un componente dado de la sarta en la mayoría de las circunstancias. De hecho en su modelo las ecuaciones 38 y 39 permanecen esencialmente sin cambio; sin embargo debido a que el modelo suave desprecia la rigidez de los componentes de la sarta, otros aspectos importantes de su comportamiento son similarmente despreciados, por ejemplo:

- 🚩 Las fuerzas restrictivas (esas que resultan del forzado de un componente rígido e inicialmente recto, dentro de una sección curva del pozo) no son consideradas.
- 🚩 No se considera la variación del radio de contacto de un componente dado con el agujero y las condiciones de carga.

Dykstra define los siguientes términos para un componente  $i$ , como:

**Longitud Libre.-** es la longitud máxima de una porción recta de sarta de tubería de revestimiento que consiste de componentes idénticos a  $i$ , la cual puede pasar, sin flexión, a través de una sección de agujero de una curvatura dada. Este parámetro es derivado en el Apéndice E.

**Componentes adicionales.-** son los componentes en adición a  $i$  con los que se completa la longitud libre.

**Fuerza restrictiva.**- es la fuerza mínima que, cuando se aplica a cada constituyente de la longitud libre del componente  $i$ , obliga a esa longitud a asumir la curvatura local del agujero.

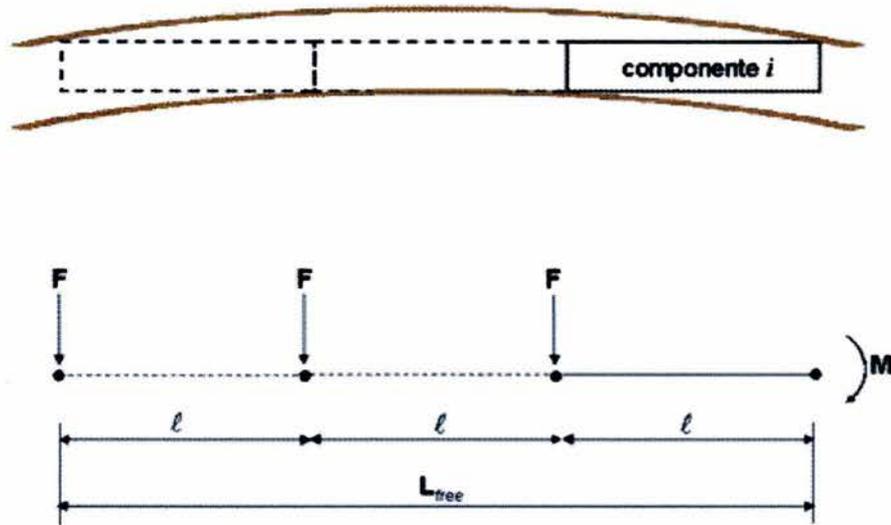


Figura 5. Configuración de sarta en el Modelo Rígido. Ref.5

Observando ahora la configuración sarta/agujero mostrada en la figura 5, vemos un componente  $i$  dado de longitud  $\ell_i$  y diámetro interno y externo  $d_i$  y  $d_o$  dentro de un agujero de diámetro  $d_h$  y curvaturas en el plano vertical y horizontal  $\Delta I$  y  $\Delta A$  respectivamente. El cambio de ángulo total,  $D$ , de una sección dada de trayectoria, en la cual se encuentra el componente  $i$  es obtenido a partir del método de radio de curvatura (ecuación 15) como:

$$D = \sqrt{B^2 + H^2 \text{sen}^4(I)}$$

El radio de curvatura es el inverso de la curvatura, es decir:

$$R = \frac{18,000}{\pi D} \quad (40)$$

El momento geométrico,  $M$ , el cual es la suma de los momentos resultantes de las curvaturas en los planos vertical y horizontal, está relacionado al radio de curvatura,  $R$ , como:

$$M_G = \frac{E_M M_I}{144R} \quad (41)$$

Por otro lado, para los componentes cilíndricos presentes en las sartas de tubería de revestimiento consideradas en este trabajo, el momento de inercia,  $M_I$ , es:

$$M_I = \frac{\pi}{64} (d_o^4 - d_i^4) \quad (42)$$

En la sección 3.3. se explica porqué se considera solamente el caso para sartas de tuberías de revestimiento.

Sustituyendo las ecuaciones 40 y 42 en la ecuación 41, tenemos:

$$M_G = \frac{E_M D \pi^2 [d_o^4 - d_i^4]}{165.888 \times 10^6} \quad (43)$$

La longitud libre,  $L_{libre}$  del componente  $i$ , esta dada por:

$$L_{libre} = [0.6666R(d_h - d_o)]^{1/2} \quad (44)$$

El número de componentes idénticos a  $i$  que completan la longitud libre es obtenido como:

$$n_i = \frac{L_{libre}}{\ell_i} \quad (45)$$

El valor entero más cercano de  $(n_i - 1)$  da el número de componentes adicionales definidos previamente, y considerados en la representación de cuerpo libre de la figura 5. La fuerza restrictiva  $F_i$  para el componente  $i$  es obtenida asumiendo que fuerzas idénticas actúan en cada uno de los componentes adicionales; entonces

sumando esos momentos alrededor del punto A, obtenemos para el ejemplo de la figura:

$$M_G = F_i(1\ell_i) + F_i(2\ell_i) + F_i(3\ell_i) \quad (46)$$

o para el caso más general,

$$M_G = F_i P \ell_i \quad (47)$$

donde  $P$  en la ecuación anterior es definido como:

$$P = \sum_{j=1}^{n_i} j \quad (48)$$

La ecuación de interés es, de (47):

$$F_i = \frac{M_G}{P \ell_i} \quad (49)$$

donde  $F_i$  es la mínima fuerza requerida para obligar al componente  $i$  a que adopte la forma del agujero. La ecuación que define el perfil de tensión para la sarta en cuestión es entonces:

$$\Delta F_T = W_i \cos \bar{I} \pm \mu \left\{ \left[ (F_T \Delta I + W_i \text{sen} \bar{I})^2 + (F_T \Delta A \text{sen} \bar{I})^2 \right]^{1/2} + F_i \right\} \quad (50)$$

La fuerza restrictiva dada por la ecuación 49 es entonces añadida a la fuerza de contacto predicha por el modelo suave. De nuevo en la ecuación 50,  $\Delta I$  y  $\Delta A$  deben multiplicarse por  $\pi/180$ .

Otra consideración de la rigidez del modelo rígido es la evaluación del radio de contacto para un componente dado. En la ecuación 39 se asume que el torque es transferido a cada componente a través del radio de su junta. Dykstra<sup>12</sup> observó en sus investigaciones que conforme la carga axial se incrementa, el cuerpo de la tubería es atraído hacia la pared del agujero, y eventualmente la toca. La

curvatura del agujero y la carga axial a la cual el contacto ocurre, puede determinarse por la siguiente ecuación derivada por Lubinski<sup>13</sup> y es:

$$a_c = \frac{r_i}{6S_\ell^2 \left[ 1 - 2 \frac{VS_\ell \sinh VS_\ell - \cosh VS_\ell + 1}{(VS_\ell)^2 \cosh VS_\ell} \right]} + Q \quad (51)$$

donde:

$$r_i = (r_o)_{TJ} - (r_o)_B \quad (52)$$

$$S_\ell = 6\ell \quad (53)$$

$$V = \left( \frac{F_T}{E_M M_I} \right)^{1/2} \quad (54)$$

$$Q = \frac{W_i \sin I}{\ell F_T} \quad (55)$$

A curvaturas de agujero menores en magnitud que  $a_c$ , obtenida a partir de la ecuación 51, el contacto solo ocurre en las juntas para tubería de perforación o conexiones para tubería de revestimiento; esto significa que el radio de contacto es entonces el de la junta (o conexión). Para casos en donde el cuerpo de contacto sea ( $a > a_c$ ), la fuerza normal es distribuida entre el cuerpo de la tubería y la junta. Dykstra observó que esta distribución es un proceso gradual, conforme la tensión incrementa, mayor contacto ocurre en la parte media del cuerpo del tubo, hasta que se alcanza el equilibrio. Este efecto es manejado por el modelo rígido, definiendo una combinación lineal del radio de la junta y del cuerpo del tubo, el radio efectivo de contacto y es:

$$r_c = r_m + \frac{a_c}{a} \left( \frac{r_i}{2} \right) \quad (56)$$

donde  $r_m$  es el radio promedio de la junta y el cuerpo del tubo, y  $r_i$  es como se definió en la ecuación 52. El valor de  $r_c$  determinado reemplaza al radio utilizado en la ecuación 39, así que la pérdida de torque sobre un elemento dado es:

$$\Delta M = \frac{\mu F_N r_c}{12} \quad (57)$$

#### 2.2.4- Importancia de la determinación del Torque y Arrastre

Recientes desarrollos en perforación direccional han impulsado el incremento del número de pozos que tienen grandes inclinaciones y salidas horizontales. Conforme el ángulo de inclinación se incrementa, mas parte del peso de la sarta de perforación es soportado por las paredes del pozo. El movimiento rotacional y axial de la sarta de perforación o sarta de tubería de revestimiento es opuesto por fuerzas de fricción resultantes de la combinación de este contacto y del efecto capstan. La carga friccional durante la rotación se manifiesta como un torque superficial mayor al aplicado a la barrena. La carga friccional durante el movimiento axial se presenta como variaciones en la carga del gancho. La diferencia entre la carga indicada en el gancho y la componente vertical del peso de la sarta mientras se jala fuera del agujero es definida como "updrag". Similarmente esta diferencia mientras se introduce al agujero es definida como "downdrag". Las cargas de torque y arrastre, como se ha definido aquí, pueden volverse factores limitantes durante las operaciones de perforación e introducción de la tubería de revestimiento, dependiendo del perfil del pozo en cuestión. Esto necesita la capacidad de cuantificar exactamente estos parámetros y sugiere la necesidad de un modelo exacto.

Si los modelos de torque y arrastre son usados apropiadamente, una aplicación de estos puede ser la determinación del estado de esfuerzos de la sarta en

cuestión, lo cual es información vital para el diseño o rediseño de sargas de perforación y tuberías de revestimiento. Esto involucra no solo determinaciones de esfuerzos axiales y de corte resultantes del peso y la fricción, también esfuerzos resultantes de flexiones. La magnitud de los esfuerzos de flexión son especialmente importantes debido a su naturaleza cíclica. Los componentes de la sarga sujetos a combinaciones de tensión y flexión son susceptibles de sufrir daño por fatiga. Todos estos efectos pueden ser combinados con un criterio apropiado para predecir, y así evitar, fallas en los componentes.

Es por estas razones que se requiere la predicción apropiada del arrastre y pérdida de torque.

### 2.2.5- Criterio para la determinación del Máximo Ángulo de Inclinación

Bourgoyne<sup>2</sup> y Aadnoy<sup>5</sup> entre otros han mencionado el efecto benéfico de tener el máximo ángulo posible en una sección recta. Analizando la siguiente figura se observa que la fuerza requerida para jalar una sarga a través de un plano inclinado es:

$$F = mg \cos I + \mu mg \sin I \quad (58)$$

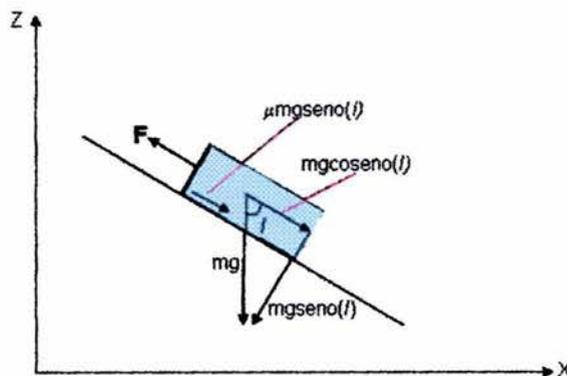


Figura 6 Fuerzas en un objeto inclinado. Ref.16

Si la tubería es introducida al pozo, la fricción actúa en dirección opuesta a la del movimiento, resultando en una fuerza en la parte superior de:

$$F = mg \cos I - \mu mg \sin I \quad (59)$$

Este es un coeficiente de fricción de Coulomb. Para una sarta de peso  $mg (=W\Delta S)$  y una inclinación  $I$ , el peso axial y la fuerza de arrastre en una sección recta es: (ver figura 7)

$$F_2 = F_1 + W\Delta S(\cos I \pm \mu \sin I) \quad (60)$$

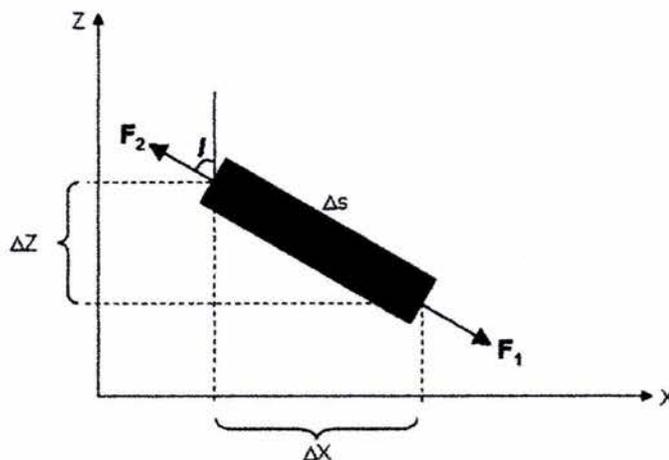


Figura 7 Geometría y Fuerzas para un agujero recto inclinado. Ref.16

La ecuación 60 indica que la siguiente condición es requerida para que la sarta se deslice hacia abajo:  $\cos I \geq \tan^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right)$ . La condición para el máximo ángulo de inclinación es por lo tanto:

$$I_{\text{máx}} \leq \tan^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right) \quad (61)$$

### 3.- DESARROLLO TEÓRICO

#### 3.1.- Aplicación del Modelo Rígido en trayectorias diseñadas con la Metodología de Curvatura Constante

Como se mencionó en el capítulo anterior, el modelo -Rígido- de Dykstra fue desarrollado para aplicarse a una trayectoria diseñada con el método de radio de curvatura, sin embargo es posible aplicar este modelo a las metodologías de diseño de curvatura constante y la de la construcción de la catenaria, considerando un radio de curvatura local para una sección de trayectoria dada que estará en función del cambio de ángulo total (severidad) en esa sección. Por supuesto en la trayectoria catenaria esta severidad de pata de perro será igual a la tasa de construcción de ángulo de inclinación, ya que se trata de una metodología de diseño de pozos planares (pozos diseñados en dos dimensiones).

Si las coordenadas de la trayectoria diseñada con la metodología de curvatura constante son calculadas usando la aproximación por secciones mencionada anteriormente, entonces la severidad está dada por la ecuación 9:

$$D = \sqrt{B^2 + T^2 \text{sen}^2(I)}$$

Siguiendo con el procedimiento utilizado por Dykstra, descrito en la sección anterior y utilizando la ecuación 43 para el momento geométrico, tenemos:

$$M_G = \frac{E_M \pi^2 \sqrt{B^2 + T^2 \text{sen}^2(I)} [d_o^4 - d_i^4]}{165.888 \times 10^6} \quad (62)$$

por lo que de la ecuación 49,  $F_i$  resulta:

$$F_i = \frac{E_M \pi^2 \sqrt{B^2 + T^2 \sin^2(I)} [d_o^4 - d_i^4]}{165.888 \times 10^6 P \ell_i} \quad (63)$$

La tensión,  $\Delta T$ , y el torque  $\Delta M$  son calculados con la ecuación 50 y 57 respectivamente, con la  $F_i$  definida por la ecuación 63.

### 3.2.- Aplicación del Modelo Rígido en Trayectorias Catenarias

Para una trayectoria catenaria, la curvatura está dada por la ecuación D-18:

$$\frac{dI_2}{dS} = \frac{WF_1 \sin I_1}{F_1^2 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1}$$

por lo que el momento geométrico es:

$$M_G = \frac{E_M \pi^2 WF_1 \sin I_1 [d_o^4 - d_i^4]}{165.888 \times 10^6 [F_1^2 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1]} \quad (64)$$

y a partir de la ecuación 49:

$$F_i = \frac{E_M \pi^2 WF_1 \sin I_1 [d_o^4 - d_i^4]}{165.888 \times 10^6 [F_1^2 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1] P \ell_i} \quad (65)$$

y nuevamente la tensión,  $\Delta T$ , y el torque  $\Delta M$  son calculados con la ecuación 50 y 57 respectivamente, con la  $F_i$  definida por la ecuación 65.

### 3.3.- Variables que influyen en la determinación de la fuerza restrictiva, $F_i$

De acuerdo al modelo rígido presentado por Dykstra, la magnitud de la fuerza  $F_i$  calculada con la ecuación 49 vemos que depende del momento geométrico,  $M$ , y el producto  $P\ell_i$ .

La magnitud del momento geométrico,  $M_G$ , depende del módulo de elasticidad del material de la tubería de revestimiento,  $E_M$ , de la curvatura de la trayectoria del pozo,  $D$  y del espesor de pared,  $d_o-d_i$ , de dicha tubería; este último está relacionado con el peso nominal.

Por otro lado, el producto  $P\ell_i$  depende de la longitud libre,  $L_{libre}$ , y de la longitud del componente,  $\ell_i$ , la cual es un valor fijo, ya que corresponde a la longitud estándar de un tramo de tubería de revestimiento, 30 pies. La longitud libre depende del radio de curvatura,  $R$ , y del espacio anular,  $d_h-d_o$ . Se espera entonces que si  $E$ ,  $D$ , ó  $d_o-d_i$  aumentan,  $F_i$  aumentará, ocasionando que la fuerza de contacto aumente. Igualmente si  $d_h-d_o$  disminuye,  $L_{libre}$  disminuye y la fuerza de contacto aumentará. Es importante recordar que decir que  $D$  aumenta es equivalente a decir que  $R$  disminuye y viceversa.

En este trabajo se presentan dos ejemplos en la sección 4, en los cuales se diseña la trayectoria direccional para asegurar la introducción de la última tubería de revestimiento, es decir sin que las fuerzas calculadas perjudiquen la integridad de la tubería. De acuerdo a los criterios de fricción estudiados, si es posible correr la tubería de revestimiento hasta el objetivo del pozo, entonces el pozo puede ser perforado. La aseveración anterior es razonable ya que la tensión debida únicamente al peso,  $F_T$ , en la ecuación 50 normalmente será mayor cuando se introduzca la tubería de revestimiento, aún siendo una Tubería corta, en comparación con una sarta de perforación; además el espacio anular disminuirá

para las tuberías de revestimiento, originando que las fuerzas de contacto aumenten.

### **3.4.- Procedimientos de Diseño**

#### **3.4.1 Cálculo del Arrastre y Torque**

##### **Tensión y Torque en el fondo de la sección o del pozo**

El cálculo de la tensión se hace del fondo de la sección o del pozo hacia arriba, y es aditiva conforme la profundidad disminuye.

En el caso de una tubería de revestimiento esta fuerza es cero, si se trata del fondo del pozo; para tuberías de perforación esta tensión de fondo es la combinación de varios parámetros operativos como el peso sobre barrena, velocidad de rotaria, etc., y los métodos de estimación de esta fuerza no son estudiados en esta tesis. Como se mencionó antes, diseñaremos la trayectoria para asegurar la introducción de la última tubería de revestimiento.

Del mismo modo que el arrastre, para el caso del cálculo de la pérdida de torque, supondremos un valor de torque en el fondo de la sección o del pozo, y de allí hacia arriba aplicaremos las ecuaciones del modelo de torque.

##### **Fuerza Normal**

En el artículo de Johancsik y cols.<sup>7</sup> Los términos  $(F_T \Delta I + W_i \text{sen} \bar{I})$  de la ecuación 50 aparecen sumándose, sin embargo en publicaciones posteriores el signo (+) es cambiado por un signo (-), esta discrepancia se debe a que el autor original,

aunque no lo menciona, consideró que los valores de  $\Delta I$  y  $\Delta A$  son obtenidos al sustraer los valores de estos ángulos en el nodo más profundo de éstos en el nodo superior; si se hace de manera inversa, entonces el signo en cuestión se vuelve (+). Considero que esta aclaración es pertinente porque si no se tiene cuidado, las magnitudes de la fuerza de contacto calculadas estarán incorrectas.

De la ecuación 50 tenemos que la fuerza de contacto es:

$$F_N = \left[ (F_T \Delta I + W_i \text{sen} \bar{I})^2 + (F_T \Delta A \text{sen} \bar{I})^2 \right]^{1/2} \quad (66)$$

Observando la ecuación 50 puede notarse que cuando el ángulo de inclinación incrementa ( $\Delta I > 0$ ) y una carga de tensión, el elemento peso se opone al componente de tensión; esto implica que la sarta está siendo “jalada” a el lado alto del agujero, y parece válido. Para cargas compresivas la sarta es forzada contra el lado bajo del agujero, y los componentes se vuelven aditivos, de nuevo, un resultado lógico.

Para ángulos de inclinación decrecentando ( $\Delta I < 0$ ) la sarta se comporta exactamente al revés. Cargas de tensión causan que la sarta sea jalada hacia el lado bajo del agujero; por lo tanto el peso es aditivo. Por otro lado, cargas compresivas, presionan la sarta contra el lado alto del agujero.

Esta fuerza normal de la que hablamos, es la misma fuerza normal utilizada en el caso del cálculo de la pérdida de torque.

### **Coeficiente de Fricción**

La fricción de deslizamiento entre la tubería y el agujero es afectada por dos factores, la fuerza de contacto normal y el coeficiente de fricción entre las superficies en contacto. El producto de estos dos factores representa la magnitud de la fuerza de fricción de deslizamiento.

El coeficiente de fricción de deslizamiento es la relación de la fuerza de fricción a la fuerza de contacto normal. De hecho, este valor depende de los materiales específicos en contacto y del grado de lubricación existente en las diferentes posiciones del agujero. Sin embargo para el propósito de esta tesis, todos estos efectos están expresados como un solo coeficiente de fricción característico que representa condiciones promedio en un pozo en particular. La determinación o el valor del coeficiente de fricción tomado es fundamental para la aplicación práctica del cálculo del arrastre y del torque.

### **3.4.2 Diseño de Trayectorias con la Metodología de Curvatura Constante**

#### **Procedimiento de diseño de una trayectoria 3D**

Un procedimiento de prueba y error se sigue en la planeación de trayectorias 3D y se resume como sigue:

Paso 1.-

Determinar los puntos inicial y final de la sección 3-D de la trayectoria basada en datos geológicos y geometría de yacimiento.

Paso2.-

Estimar la inclinación y el azimut en el punto final de la sección basado en la posición, tamaño y forma de la obstrucción subterránea.

### Paso 3.-

Determinar la severidad a utilizar basado en los datos regionales de perforación dirigida.

### Paso 4.-

Usar un esquema de prueba y error para buscar la tasa de construcción de ángulo de inclinación apropiada ( $B$ ), longitud de la sección, e inclinación y azimut en el punto inicial, basado en los pasos 1, 2 y 3.

### Paso 5.-

Sustituir todos los datos predeterminados y calculados, en las ecuaciones 6, 7 y 8, ó la 8, 11 y 12 si se desea evitar soluciones numéricas, para calcular las coordenadas de la sección de trayectoria 3-D.

### Paso 6.-

Graficar la proyección horizontal de la sección de trayectoria diseñada en el paso 5 y verificar el espaciamiento entre la obstrucción y la curva para ver si cumple los requerimientos de diseño para evitar dicha obstrucción subterránea satisfactoriamente. La obstrucción subterránea puede ser un domo salino, otro pozo, etc.

### Paso 7.-

Aplicar las ecuaciones 50 y 57 para calcular el perfil de tensiones estático, ascendente y descendente; y el perfil de torque. Comparar el perfil de tensiones con la resistencia a la tensión de la tubería y el perfil de torque con la resistencia a la torsión.

Paso 8.-

Repetir los pasos 3 al 8 para modificar el diseño si es necesario.

### **3.4.3 Diseño de Trayectorias con la Metodología de Radio de Curvatura 2D**

#### **Procedimiento de diseño de una trayectoria 2D**

Se puede resumir en los siguientes pasos:

Paso 1.-

Determinar las coordenadas de la cabeza del pozo y del objetivo, éstas últimas basadas en datos geológicos y geometría de yacimiento.

Paso2.-

Determinar la inclinación con que se desea llegar al objetivo, si se requiere un ángulo de inclinación determinado; de lo contrario calcular el máximo ángulo de inclinación basándose en el criterio del punto 3.2.5.

Paso 3.-

Seleccionar el punto de inicio de desviación de la vertical (Kickoff) y determinar la severidad apropiada (en este caso el ritmo de construcción de ángulo de inclinación, ya que es bidimensional) para alcanzar el ángulo de inclinación con que se desea llegar al objetivo.

Si se diseña partiendo de la longitud de la sección tangente, la cual intersecta el objetivo con el ángulo de inclinación requerido, se puede variar la tasa de construcción de ángulo de inclinación con lo que para cada valor de  $D$  ó  $B$ , tendremos una profundidad diferente del punto de inicio de desviación de la vertical.

Paso 4.-

Sustituir todos los datos anteriores en las ecuaciones 21, 24 y 25 para calcular las coordenadas de la trayectoria.

Paso 5.-

Graficar la proyección vertical de la sección de trayectoria diseñada en el paso 4 y verificar si cumple los requerimientos de diseño.

Paso 6.-

Aplicar las ecuaciones 50 y 57 para calcular el perfil de tensiones estático, ascendente y descendente; y el perfil de torque. Comparar el perfil de tensiones con la resistencia a la tensión de la tubería y el perfil de torque con la resistencia a la torsión.

Paso 7.-

Repetir los pasos 3 al 6 para modificar el diseño si es necesario.

### **3.4.4 Diseño de Trayectorias con la Metodología de Radio de Curvatura 3D**

Un procedimiento de prueba y error se sigue en la planeación de trayectorias 3D y se resume como sigue:

Paso 1.-

Determinar los puntos inicial y final de la sección 3-D de la trayectoria basada en datos geológicos y geometría de yacimiento.

Paso2.-

Estimar la inclinación y el azimut en el punto final de la sección basado en la posición, tamaño y forma de la obstrucción subterránea.

Paso 3.-

Determinar la tasa de construcción de ángulo en el plano horizontal, H, basado en los datos de perforación direccional regionales.

Paso 4.-

Usar un esquema de prueba y error para buscar la tasa de construcción de ángulo de inclinación apropiada (B), longitud de la sección, e inclinación y azimut en el punto inicial, basado en los pasos 1, 2 y 3.

Paso 5.-

Sustituir todos los datos predeterminados y calculados, en las ecuaciones 18, 19 y 20, para calcular las coordenadas de la sección de trayectoria 3-D.

Paso 6.-

Graficar la proyección horizontal de la sección de trayectoria diseñada en el paso 5 y verificar el espaciamiento entre la obstrucción y la curva para ver si cumple los requerimientos de diseño para evitar dicha obstrucción subterránea satisfactoriamente.

Paso 7.-

Aplicar las ecuaciones 50 y 57 para calcular el perfil de tensiones estático, ascendente y descendente; y el perfil de torque. Comparar el perfil de tensiones con la resistencia a la tensión de la tubería y el perfil de torque con la resistencia a la torsión.

Paso 8.-

Repetir los pasos 3 al 8 para modificar el diseño si es necesario.

### **3.4.5 Diseño de Perfiles con la Metodología para construir la Trayectoria Catenaria**

#### **Procedimiento de diseño de una trayectoria Catenaria**

Se puede resumir en los siguientes pasos:

Paso 1.-

Determinar las coordenadas de la cabeza del pozo y del objetivo, éstas últimas basadas en datos geológicos y geometría de yacimiento.

## Paso 2.-

Determinar la inclinación con que se desea llegar al objetivo, si se requiere un ángulo de inclinación determinado; de lo contrario calcular el máximo ángulo de inclinación basándose en el criterio del punto 2.2.5.

El ángulo de inclinación en cuestión, es también el ángulo de inclinación en el fondo de la sección catenaria.

## Paso 3.-

Seleccionar las coordenadas del fondo de la catenaria, partiendo de la longitud de la sección tangente (dato), la cual intersecta el objetivo con el ángulo de inclinación requerido, es decir, a partir de una longitud dada de la sección tangente se conocerán las coordenadas de fondo de la sección catenaria o lo que es lo mismo las coordenadas de inicio de la sección tangente.

## Paso 4.-

Calcular la fuerza de tensión en el fondo de la sección catenaria, a partir de la longitud de la sección tangente, peso unitario de la tubería de revestimiento y densidad del fluido de control.

## Paso 5.-

Sustituir todos los datos anteriores en las ecuaciones 31 a la 36 para calcular las coordenadas de la trayectoria.

Si se diseña para una profundidad predeterminada de cima de catenaria, entonces se calculará el ángulo de cima de catenaria y posteriormente se acoplará la sección catenaria a la vertical con una sección de acoplamiento diseñada con el método de radio de curvatura.

Si se diseña para un ángulo de inclinación requerido en la cima de catenaria, entonces se calcula la profundidad de la cima y posteriormente se acoplará la sección catenaria a la vertical, igual que en el caso de arriba.

Paso 6.-

Graficar la proyección vertical de la sección de trayectoria diseñada en el paso 4 y verificar si cumple los requerimientos de diseño.

Paso 7.-

Aplicar las ecuaciones 50 y 57 para calcular el perfil de tensiones estático, ascendente y descendente; y el perfil de torque. Comparar el perfil de tensiones con la resistencia a la tensión de la tubería de revestimiento y el perfil de torque con la resistencia a la torsión.

Paso 8.-

Repetir los pasos 3 al 7 para modificar el diseño si es necesario.

## **4.- RESULTADOS**

### **4.1 Aplicación de los Procedimientos de Diseño**

Se muestra a continuación un ejemplo de aplicación de las Metodologías 3D de Curvatura Constante y de Radio de Curvatura, y otro usando las Metodología para construir la Trayectoria Catenaria y Radio de Curvatura 2D.

#### **4.1.1 Diseño de una Trayectoria 3D para Evitar una Obstrucción Subterránea (EOS) usando las Metodologías de Curvatura Constante y Radio de Curvatura**

Una sección de trayectoria 3-D es planeada usando el método de curvatura constante como un ejemplo de diseño EOS. En este ejemplo, se planea que la sección de trayectoria sea perforada entre dos puntos para evitar una obstrucción subterránea en un espacio 3-D. Los datos dados usados en este ejemplo son los siguientes. El punto inicial de la sección 3-D es  $E=100\text{ft}$ ,  $N=100\text{ ft}$ ,  $Z=1000\text{ ft}$ . El punto final de la sección esta en  $E=445\text{ ft}$ ,  $N=205\text{ ft}$ ,  $Z=1890\text{ ft}$ . Se asume que la obstrucción subterránea es otro pozo. Para evitar el pozo existente en forma segura, la sección de trayectoria planeada debe tener un espaciamiento, por ejemplo  $90\text{ ft}$ , a partir del plano vertical pasando a través de dos puntos dados. Sin embargo la longitud de la sección está limitada a  $1000\text{ ft}$  para reducir el costo de la perforación.

Siguiendo el procedimiento resumido en la sección anterior, la tasa de construcción,  $B$ , severidad,  $D$ , y la tasa de cambio en el plano horizontal  $H$ , fueron apropiadamente determinados. El resultado de los cálculos (datos de trayectoria)

es mostrado en la tabla 3. La trayectoria fue calculada usando una hoja de cálculo de Microsoft Excel XP.

Más adelante compararemos esta trayectoria con la diseñada usando el método de radio de curvatura.

Tabla 3 Diseño de una Trayectoria Tridimensional con la Metodología de Curvatura Constante

**Datos de entrada**

Paso 1.- Determinar los **puntos iniciales y finales** de la sección 3-D de la trayectoria del pozo, basado en datos geológicos.

**Punto inicial:**

Coordenada Norte [ft]       Coordenada Este [ft]       Coordenada Z [ft]

**Punto final:**

Coordenada Norte [ft]       Coordenada Este [ft]       Coordenada Z [ft]

Paso 2.- Estimar la inclinación y el azimuth en el **punto final** de la sección, basado en la posición, tamaño y forma de la obstrucción subterránea.

A [°]=   
I [°]=

Paso 3.- Determinar la Severidad de la pata de perro (Dogleg Severity) basados en datos de perforación direccional de la región.

D [°/100 ft]=

Paso 4.- Usar un esquema de error y prueba para buscar el build rate, la longitud de la sección, y la inclinación y azimuth apropiados en el **punto inicial**, basados en los pasos 1, 2 y 3.

B [°/100 ft]=   
L [ft]=   
I [°]=   
A [°]=

Paso 5.- Cálculo de Coordenadas

**Coordenadas de la Trayectoria Diseñada**

L	I	A	S	E	N	Z	D	H	T prom.	γ
(ft)	(°)	(°)	(ft)	(ft)	(ft)	(ft)	(°/100ft)	(°/100ft)	(°/100ft)	(°)
1,050	4.1	310.4	141.42	100	100	1000	4.13	0.0	0.0	0.00
1,100	6.1	336.0	143.19	97	104	1050	6.85	479.6	51.2	52.90
1,150	8.2	354.1	147.63	96	110	1099	6.61	254.2	36.2	51.31
1,200	10.3	8.1	153.86	96	118	1149	6.48	157.7	28.1	50.43
1,250	12.3	19.6	161.87	98	127	1198	6.41	107.6	23.0	49.86
1,300	14.4	29.3	171.66	103	138	1246	6.35	78.2	19.4	49.46
1,350	16.4	37.8	183.20	111	149	1295	6.32	59.6	16.9	49.16
1,400	18.5	45.2	196.50	121	160	1342	6.29	47.0	14.9	48.94
1,450	20.6	51.9	211.52	133	171	1389	6.26	38.1	13.4	48.76
1,500	22.6	58.0	228.24	148	181	1436	6.25	31.6	12.2	48.61
1,550	24.7	63.6	246.66	166	191	1482	6.23	26.7	11.2	48.49
1,600	26.8	68.8	266.74	186	200	1527	6.22	22.9	10.3	48.38
1,650	28.8	73.6	288.45	208	207	1571	6.21	19.9	9.6	48.29
1,700	30.9	78.1	311.78	232	214	1614	6.20	17.5	9.0	48.21
1,750	33.0	82.3	336.68	258	218	1657	6.19	15.6	8.5	48.14
1,800	35.0	86.3	363.13	286	221	1698	6.18	14.0	8.0	48.08
1,850	37.1	90.1	391.09	315	222	1739	6.18	12.6	7.6	48.03
1,900	39.2	93.7	420.52	346	221	1778	6.17	11.5	7.3	47.97
1,950	41.2	97.2	451.39	378	218	1816	6.16	10.5	6.9	47.93
2,000	43.3	100.5	483.66	411	212	1853	6.16	9.7	6.7	47.89
2,050	45.4	103.8	517.29	445	205	1889	6.15	9.0	6.4	47.85

Se observa que a una profundidad medida  $L=2050$  ft, obtenemos las condiciones finales requeridas:

Coordenadas del objetivo:

Este = 445 ft

Norte = 210 ft

Z = 1889 ft

Ángulo de Inclinación y azimut en el objetivo:

$I = 45.4^\circ$

$A = 102.7^\circ$

acorde con lo propuesto originalmente. Algo muy importante de este método es que en la trayectoria diseñada tendremos una severidad de pata de perro, preseleccionada para la misma. Además el ángulo de rotación de la cara de la herramienta es siempre el mismo.

El ángulo de rotación de la cara de la herramienta es calculado a partir de la siguiente ecuación:

$$D = \frac{B}{\cos \gamma} \quad (67)$$

La derivación y consideraciones hechas en la ecuación 67, son dadas en el Apéndice F.

Se diseñó también la trayectoria para el caso anterior, utilizando la metodología de Radio de Curvatura, y se obtuvieron los resultados mostrados a continuación. Esta trayectoria si presenta variaciones en la severidad, la cual no se

introdujo como dato de entrada a la metodología de diseño, en cambio se introdujo la variación constante del azimut.

Tabla 4 Diseño de una Trayectoria Tridimensional con la Metodología de Radio de Curvatura

**Datos de entrada**

Paso 1.- Determinar los **puntos iniciales y finales** de la sección 3-D de la trayectoria del pozo, basado en datos geológicos.

**Punto inicial:**

Coordenada Norte (ft) **100**      Coordenada Este (ft) **100**      Coordenada Z (ft) **1000**

**Punto final:**

Coordenada Norte (ft) **205**      Coordenada Este (ft) **445**      Coordenada Z (ft) **1890**

Paso 2.- Estimar la inclinación y el azimuth en el **punto final** de la sección, basado en la localización, tamaño y forma de la obstrucción subterránea.

A [°]= **103.80**  
I [°]= **45.30**

Paso 3.- Determinar el cambio de ángulo en el plano horizontal (cambio de azimuth)

H [°/100 ft]= **20.7**

Paso 4.- Usar un esquema de error y prueba para buscar el build rate, la longitud de la sección, y la inclinación y azimuth apropiados en el **punto inicial**, basados en los pasos 1, 2 y 3.

B [°/100 ft]= **4.1**  
L (ft)= **50.0**  
I [°]= **3.1**  
A [°]= **32.4**

Paso 5.- Cálculo de Coordenadas

Coordenadas de la Trayectoria Diseñada									
L	I	A	S	E	N	Z	D	T	Y
(ft)	(°)	(°)	(ft)	(ft)	(ft)	(ft)	(°/100ft)	(°/100ft)	(°)
1,050	3.1	32.4	141.42	100	100	1000	4.13	1.1	0.8
1,100	5.2	33.2	142.77	102	103	1050	4.13	1.9	2.3
1,150	7.2	34.3	146.36	105	107	1100	4.14	2.6	4.5
1,200	9.3	35.8	151.74	109	113	1149	4.16	3.3	7.4
1,250	11.3	37.6	158.91	114	121	1198	4.21	4.1	11.0
1,300	13.4	39.8	167.86	121	129	1247	4.26	4.8	15.1
1,350	15.5	42.4	178.58	129	138	1295	4.38	5.5	19.6
1,400	17.5	45.4	191.05	139	149	1343	4.54	6.2	24.4
1,450	19.6	48.6	205.26	151	159	1391	4.74	6.9	29.4
1,500	21.7	52.3	221.18	164	171	1438	5.00	7.6	34.3
1,550	23.7	56.3	238.80	180	182	1484	5.32	8.3	39.0
1,600	25.8	60.6	258.10	198	193	1529	5.69	9.0	43.5
1,650	27.9	65.3	279.05	218	203	1574	6.12	9.7	47.5
1,700	29.9	70.2	301.61	240	212	1618	6.60	10.3	51.2
1,750	32.0	75.6	325.78	265	220	1660	7.12	10.9	54.5
1,800	34.1	81.2	351.50	292	225	1702	7.68	11.6	57.5
1,850	36.1	87.1	378.75	320	228	1743	8.28	12.2	60.1
1,900	38.2	93.4	407.49	350	228	1783	8.91	12.8	62.4
1,950	40.3	99.9	437.69	382	224	1822	9.56	13.3	64.4
2,000	42.3	106.7	469.31	414	217	1859	10.23	13.9	66.2
2,050	44.4	113.8	502.30	446	205	1896	10.92	14.4	67.8

Las proyecciones horizontales y las secciones verticales de las secciones 3-D diseñadas por ambos métodos son mostradas en las figuras 8 y 9.

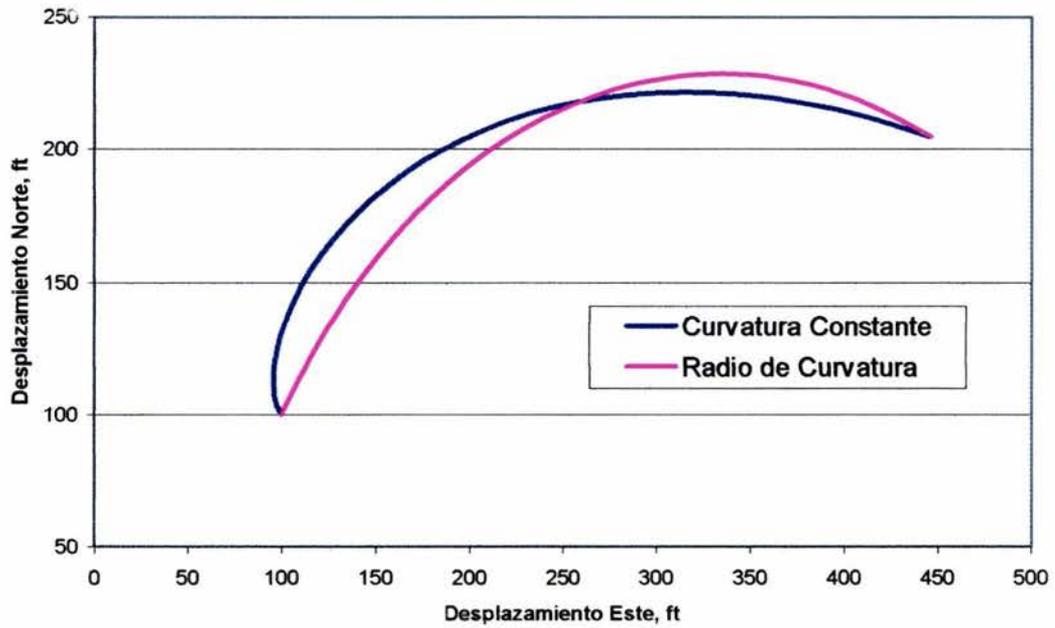


Figura 8 Comparación de las proyecciones horizontales de las trayectorias diseñadas

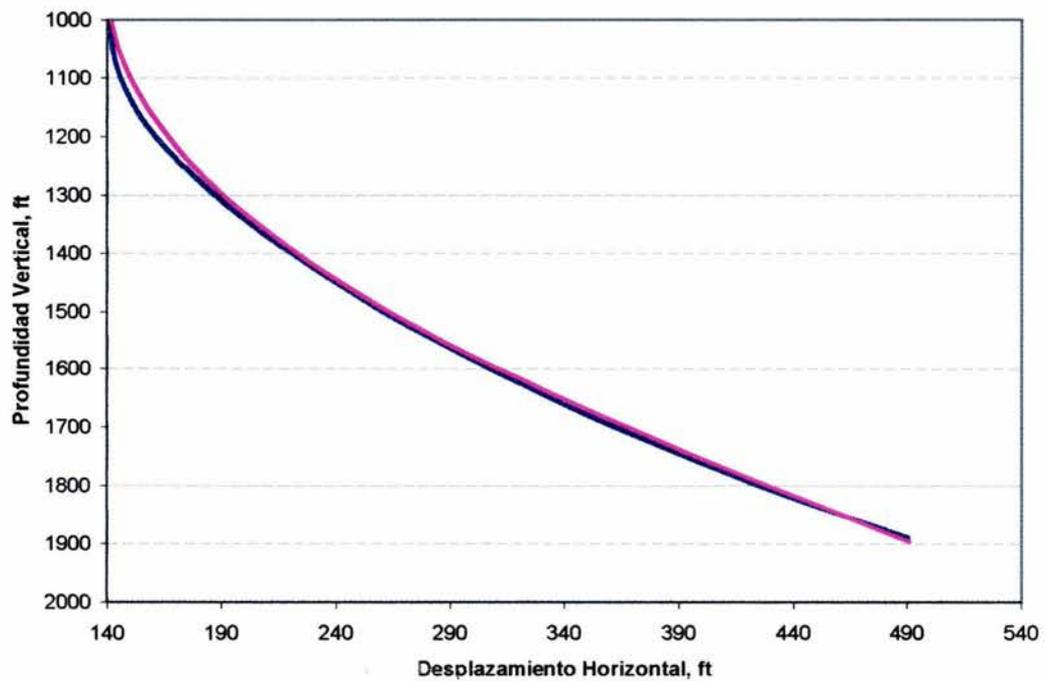


Figura 9 Comparación de las secciones verticales de las trayectorias diseñadas

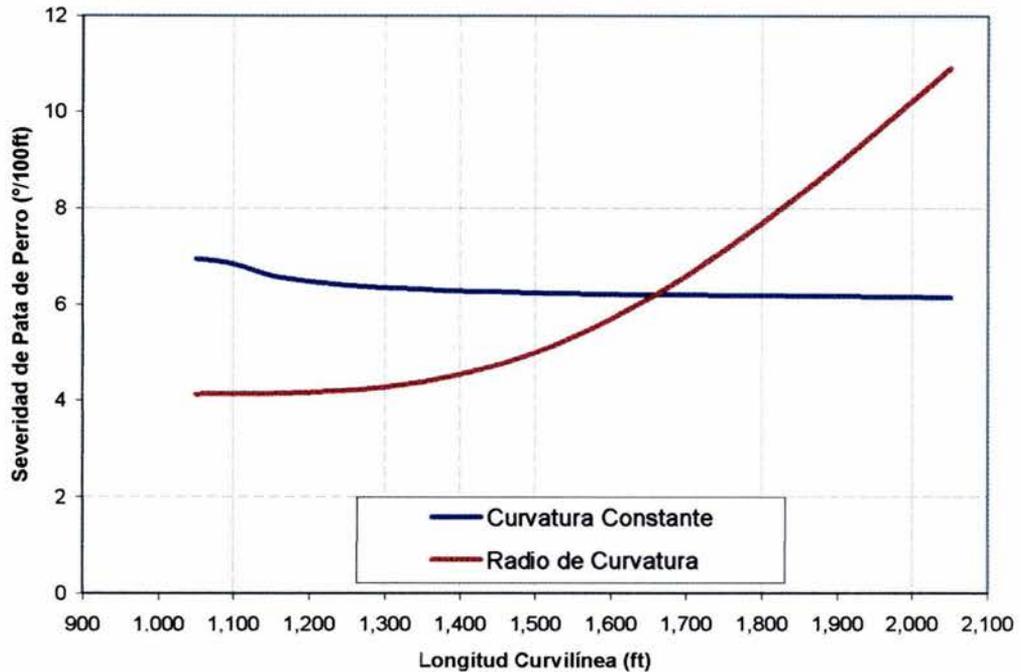


Figura 10 Severidades de Pata de Perro de las trayectorias diseñadas

Comparando los resultados de los cálculos (datos de trayectoria) mostrados en las tablas 3 y 4, se observa que la metodología de radio de curvatura genera una sección 3-D con la mayor severidad de pata de perro ( $10.92^{\circ}/100\text{ft}$ ), mientras que la metodología de curvatura constante, aún calculando las coordenadas con el método de aproximación por secciones, varía ligeramente del valor predeterminado de  $6.07^{\circ}/100\text{ft}$ .

Las dos trayectorias satisfacen los requerimientos de diseño. Las proyecciones horizontales de las dos trayectorias, figura 8, muestran que, en términos de cambio de azimut (cambio en el plano horizontal), la trayectoria generada por la metodología de curvatura constante cambia más rápido en la parte superior de la sección que la generada por la metodología de radio de curvatura. Lo anterior, según observaciones de campo comentadas por Guo y Miska en su artículo<sup>3</sup>, es una ventaja que se tiene al usar la metodología de curvatura constante ya que, usualmente, con un incremento en el ángulo de inclinación, el cambio en azimut se vuelve más difícil.

Las secciones verticales, figura 9, muestran que no hay mucha diferencia entre las trayectorias proyectadas en el plano vertical; esto es debido a que se usó el mismo valor de ritmo de construcción de ángulo de inclinación ( $B=4.13^\circ/100\text{ft}$ ) en los dos métodos.

La figura 10 muestra la profundidad medida vs. la severidad de pata de perro del agujero, se observa que la severidad de pata de perro de la sección de trayectoria diseñada con la metodología de radio de curvatura es mayor que la de la metodología de curvatura constante. La diferencia relativa entre las dos es de aproximadamente 79.90 %; por lo tanto se espera que la trayectoria planeada usando la metodología de curvatura constante resultará en menor fatiga de los elementos de sarta de perforación conforme pasen a través de los segmentos curvados del agujero.

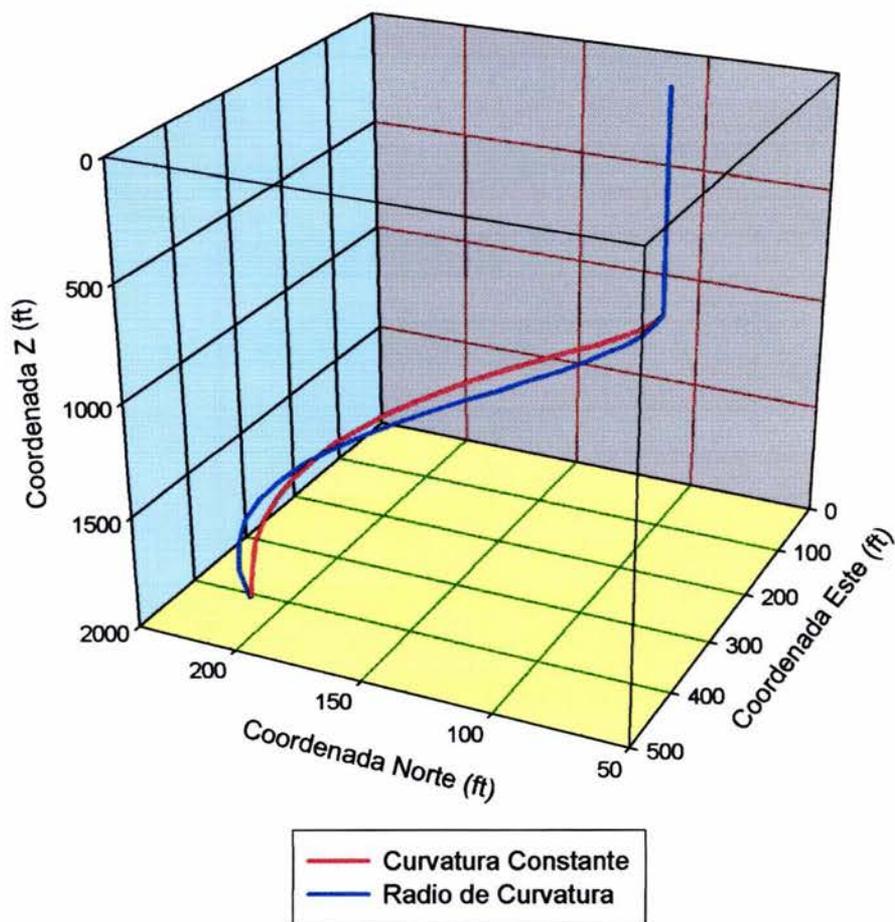


Figura 11 Vista Tridimensional de la trayectoria de Curvatura Constante y la diseñada con la Metodología de Radio de Curvatura

## 4.1.2 Diseño de una Trayectoria 2D usando la Metodología de Radio de Curvatura y la Metodología para construir la Trayectoria Catenaria

Dadas las siguientes condiciones:

Coordenadas del objetivo:

Profundidad Vertical Verdadera, Z : 11,866 ft

Desplazamiento Horizontal, X: 18,037 ft

Parámetros de Operación:

Densidad del lodo : 13 lb/gal

Tipo de lodo : Base aceite

Para la Catenaria:

Coordenadas del Fondo: X=6,845 ft, Z=9,843 ft

Profundidad Vertical de la cima: 3353 ft

Fuerza en el fondo de la sección Catenaria, F1: 84,624.9 lb<sub>r</sub>

Máximo ángulo a utilizar en la sección de acoplamiento: 2°/100 ft

Usando un coeficiente de fricción de 0.15 de acuerdo a Bol<sup>10</sup> para fluidos base aceite en la ecuación 61, obtenemos un ángulo máximo de inclinación de 80°.

Si la sección de acoplamiento va a tener una severidad de 2°/100 ft, entonces la cima de la catenaria debe tener una coordenada x igual al  $\Delta x$  generado por esta severidad. Al usar las ecuaciones 31 a la 36 se observó que las coordenadas de la catenaria con la F1 dada, generaban en la cima un desplazamiento horizontal medido a partir del eje z, menor a 298 ft y un ángulo de cima de 26.38°; por lo tanto fue necesario desplazar las coordenadas del fondo de la catenaria hacia la

derecha una distancia tal que nos diera una coordenada x en la cima de la catenaria igual al  $\Delta x$  generado por la severidad de  $2^\circ/100$  ft. Las nuevas coordenadas de fondo son:  $x=7,098$  y  $z=9,937$  ft.

Así mismo se generaron varias secciones de construcción de ángulo con severidades de  $0.75$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $7$  y  $25.92^\circ/100$  ft usando la metodología de Radio de Curvatura, ecuaciones 21 y 24 para un azimut constante. Llamaremos a estas trayectorias de construir y mantener ángulo, trayectorias C&M.

Los perfiles generados se muestran en la Figura 12 y la comparación geométrica en la tabla 5.

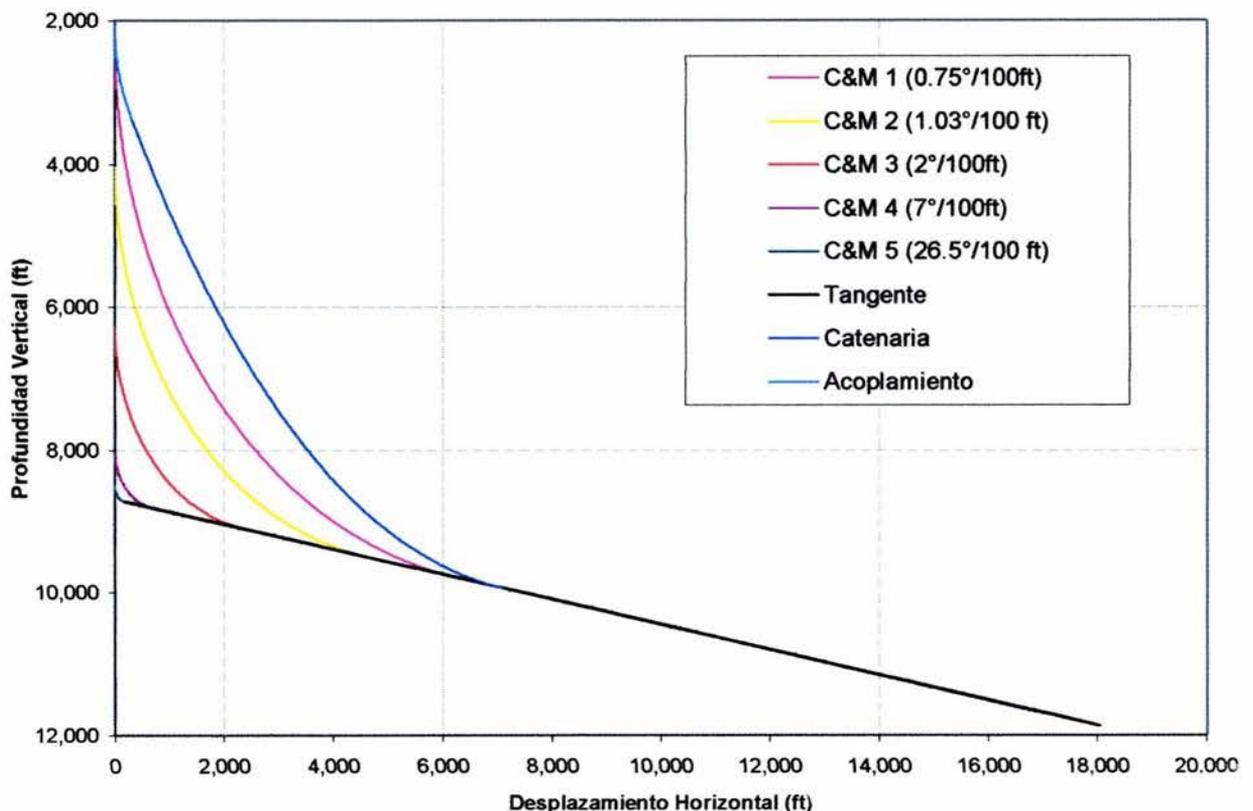


Figura 12 Perfiles: Curva Catenaria y Radio de Curvatura

Tabla 5 Comparación Geométrica del Perfil Catenario con los perfiles diseñados con la Metodología de Radio de Curvatura

Tipo de Perfil	Severidad	Profundidad de inicio de desviación (Kick-off )	Longitud de la sección de Construcción de ángulo	Longitud de la Sección Tangente
	(°/100 ft)	(ft)	(ft)	(ft)
C&M 1	0.75	2,280	10,667	11,904
C&M 2	1.03	4,000	7,797	13,629
C&M 3	2	6,280	4,000	15,911
C&M 4	7	8,000	1,143	17,628
C&M 5	25.92	8,500	309	18,129
Catenaria	Catenaria: 0.21-1.04	2,080	Catenaria: 9,809	11,107
	Acoplamiento: 2		Acoplamiento: 1,319	

Nota: Los Perfiles C&M 1 al 5 fueron diseñados con el Método de Radio de Curvatura

## 4.2 Comparación del Modelo Suave y Rígido

Para el ejemplo del punto 4.1.1 se calculó el perfil de tensiones para las trayectorias de curvatura constante y radio de curvatura con los modelos suave y el rígido anteriormente descritos. Los cálculos fueron realizados considerando un diámetro de agujero,  $d_h=12 \frac{1}{4}$ ", una tubería de revestimiento con  $d_o=9 \frac{5}{8}$ ",  $d_i=8.535$ ", 53.5 lb/ft, coeficiente de fricción,  $\mu=0.3$ , densidad,  $\rho=10$  lb/gal y una fuerza en el fondo de la sección 3D de 200,000 lb<sub>f</sub>. Las figuras 13 y 14 muestran los perfiles de tensión para las trayectorias de curvatura constante y radio de curvatura respectivamente. Si a 2,050 ft de profundidad medida estuviera el fondo del pozo, la fuerza de fondo sería 0 lb<sub>f</sub>, las figuras 15 y 16 muestran los perfiles de tensión para este caso.

Así mismo se calcularon los perfiles de tensiones para las trayectorias de radio de curvatura 2D y catenaria del ejemplo 4.1.2 y se muestran en las figuras 19 a la 24.

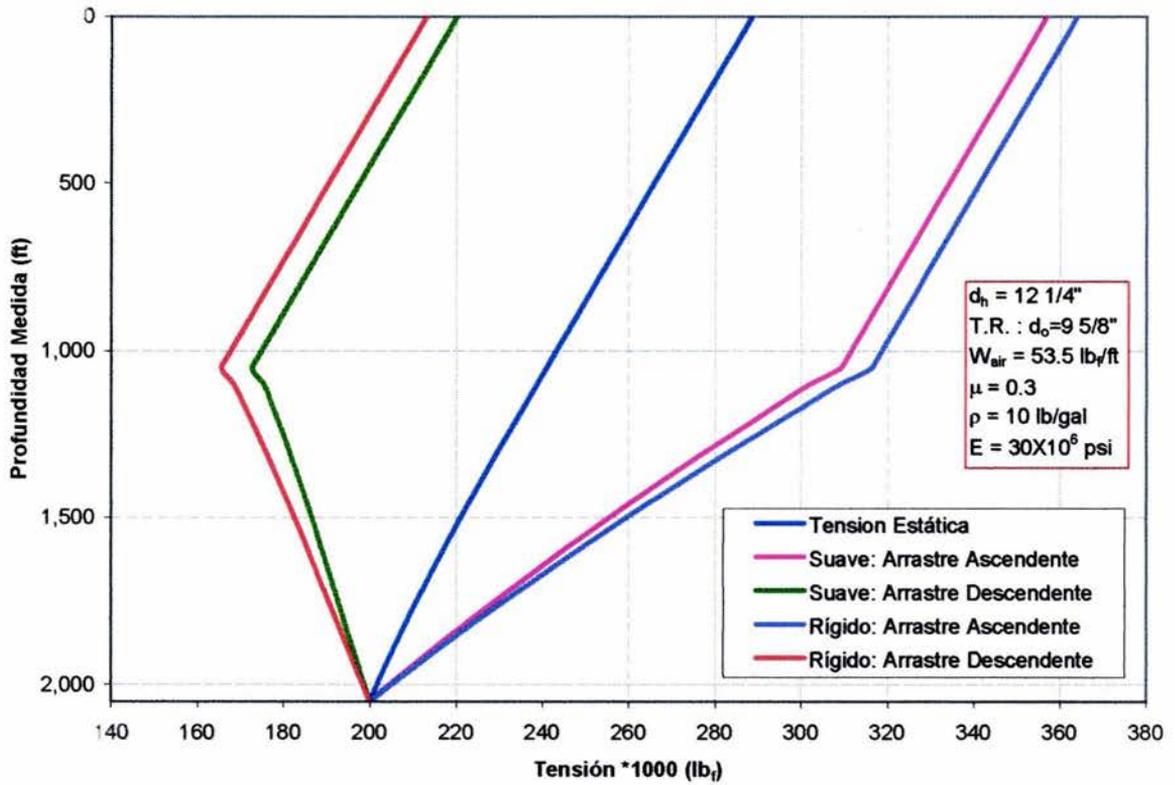


Figura 13 Perfil de Tensiones -Curvatura Constante- con  $F_b = 200,000 \text{ lb}_f$

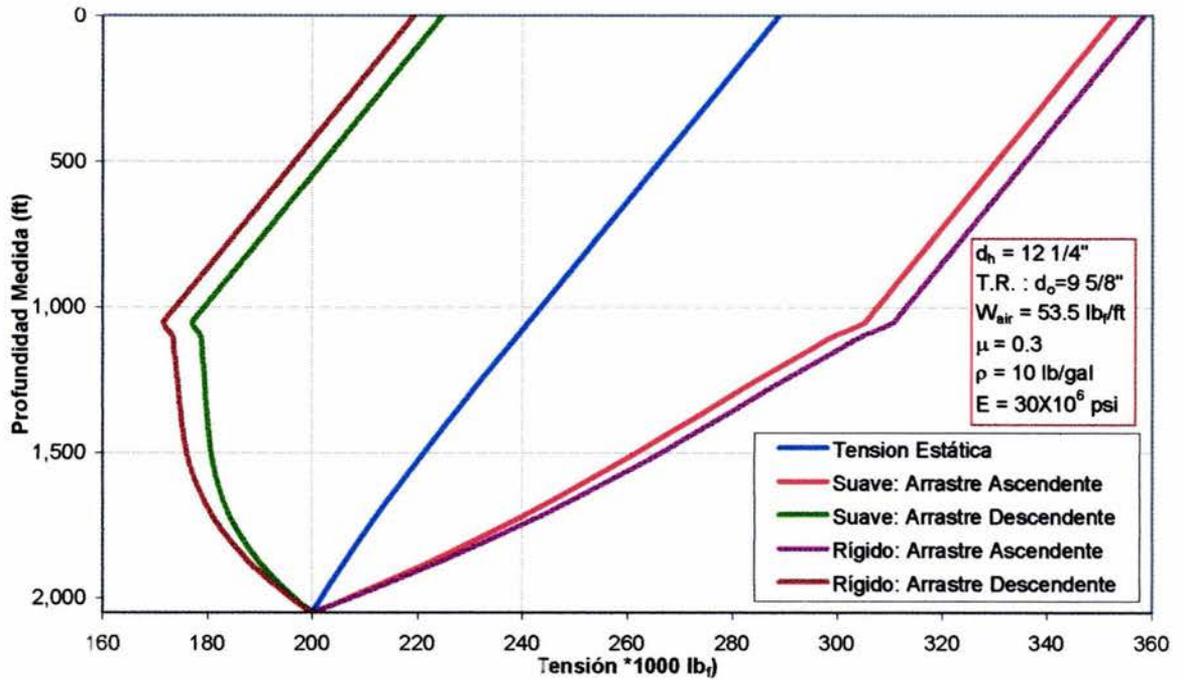


Figura 14 Perfil de Tensiones -Radio de Curvatura- con  $F_b = 200,000 \text{ lb}_f$

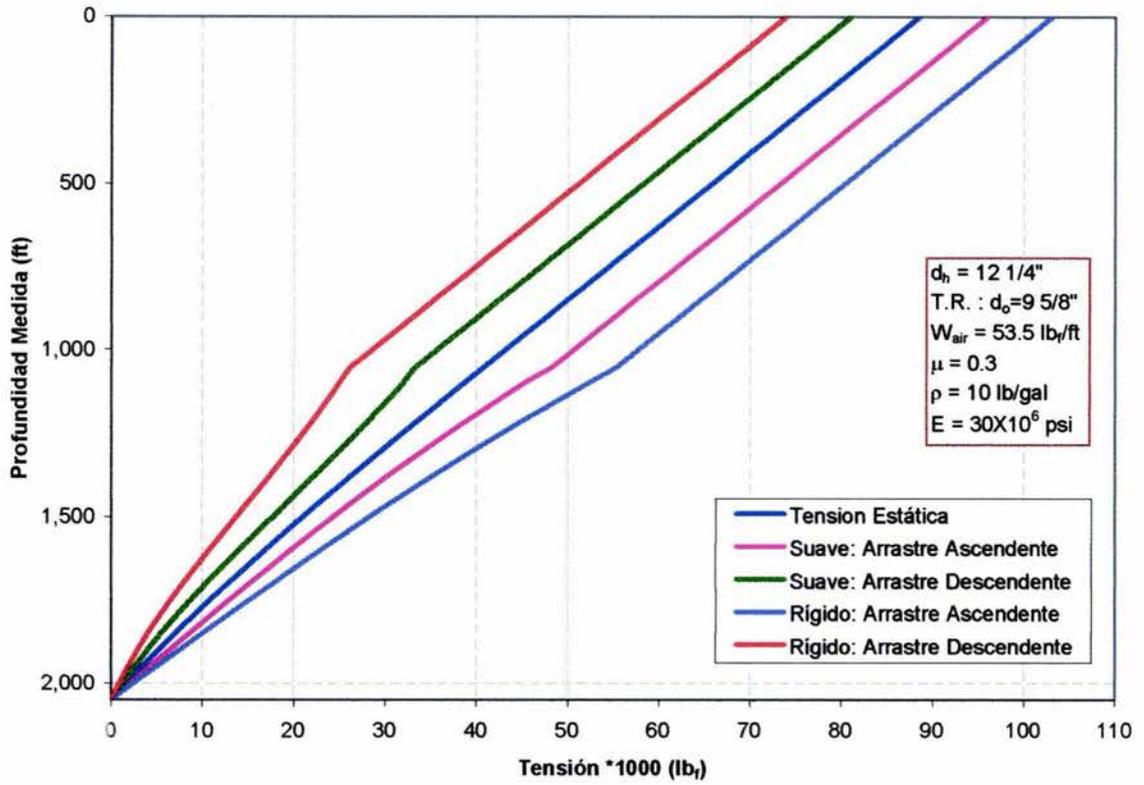


Figura 15 Perfil de Tensiones -Curvatura Constante- con  $F_b=0 \text{ lb}_f$

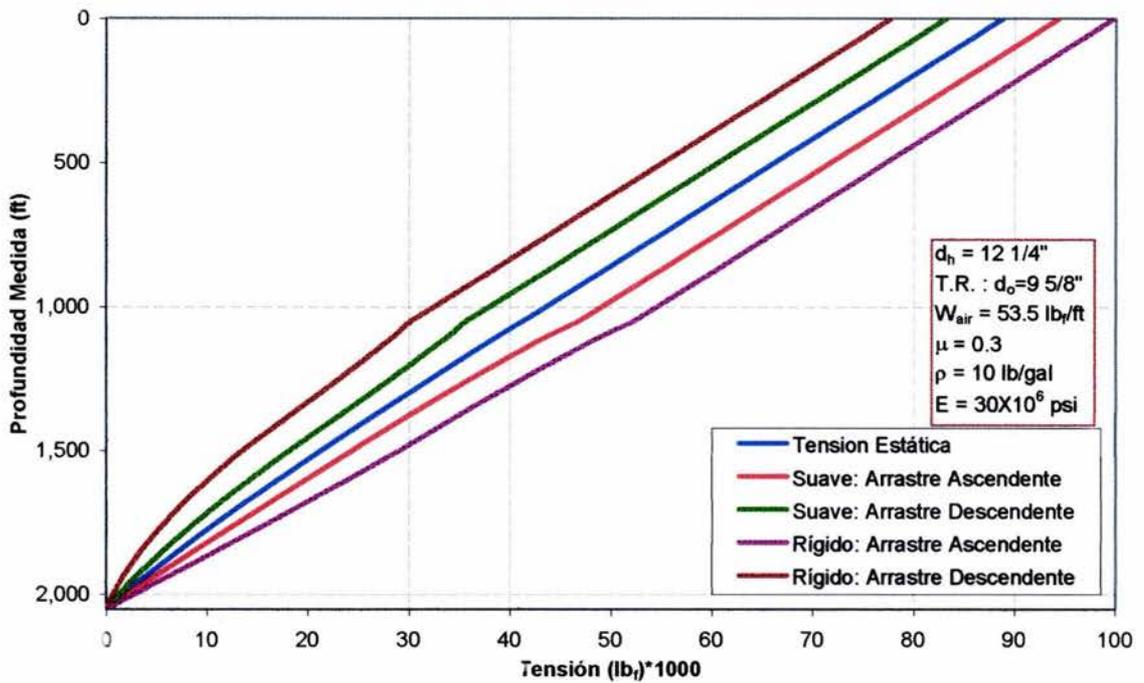


Figura 16 Perfil de Tensiones -Radio de Curvatura- con  $F_b=0 \text{ lb}_f$

De las figuras 13 y 14 vemos que para la trayectoria de curvatura constante existe un arrastre promedio en la sección 3D de 6,510  $lb_f/100ft$  de acuerdo al modelo suave, mientras que para la trayectoria diseñada con el método de radio de curvatura el arrastre promedio es de 6,105  $lb_f/100ft$ . Para este ejemplo en particular, la mayor carga al gancho calculada con el modelo suave es generada por el método de curvatura constante, siendo esta 357,000 y 220,000  $lb_f$  para los casos ascendentes y descendentes respectivamente; en cambio la trayectoria de radio de curvatura tiene una carga al gancho de 353,000 y 225,000  $lb_f$  para movimiento ascendente y descendente de tubería respectivamente. Por supuesto estamos tomando el caso más drástico que es cuando tenemos la sarta en el fondo de la sección 3D.

La diferencia entre el modelo suave y rígido es de 10.22%, en este ejemplo, para la trayectoria de curvatura constante, las cargas al gancho ascendentes y descendentes en el modelo rígido son de 364,000 y 213,000  $lb_f$  respectivamente. Para la trayectoria de radio de curvaturas estas mismas cargas calculadas con el modelo rígido son de 358,000 y 219,000  $lb_f$  respectivamente, teniendo una diferencia con respecto al modelo suave de 7.79 %. El arrastre promedio en el modelo rígido es de 7,185  $lb_f$  y 6,626  $lb_f$  para las trayectorias de curvatura constante y radio de curvatura respectivamente. En la siguiente tabla se comparan las cargas al gancho de los dos perfiles.

Tabla 6 Comparación de Cargas del Perfil de Curvatura Constante y el perfil diseñado con la Metodología de Radio de Curvatura

Sección 3D	Carga Estática	Modelo Suave			Modelo Rígido			$F_i$ promedio	% Diferencia
		Carga Ascendente	Carga Descendente	Arrastre	Carga Ascendente	Carga Descendente	Arrastre		
$lb_f$									
Curvatura Constante	288,540	357,000	220,000	68,460	364,000	213,000	75,460	1,078	10.22
Radio de Curvatura	288,824	353,000	225,000	64,176	358,000	219,000	69,176	884	7.79

Las figuras 17 y 18 muestran los perfiles de torque para las dos trayectorias analizadas.

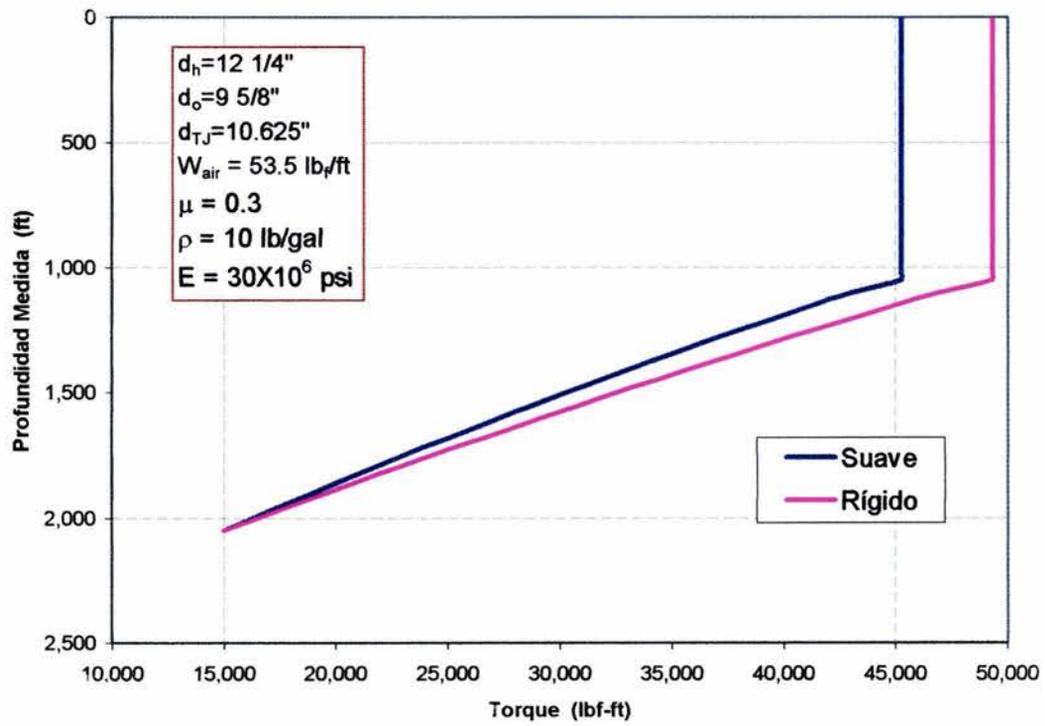


Figura 17 Perfiles de Torque de la trayectoria de Curvatura Constante -Suave y Rígido-

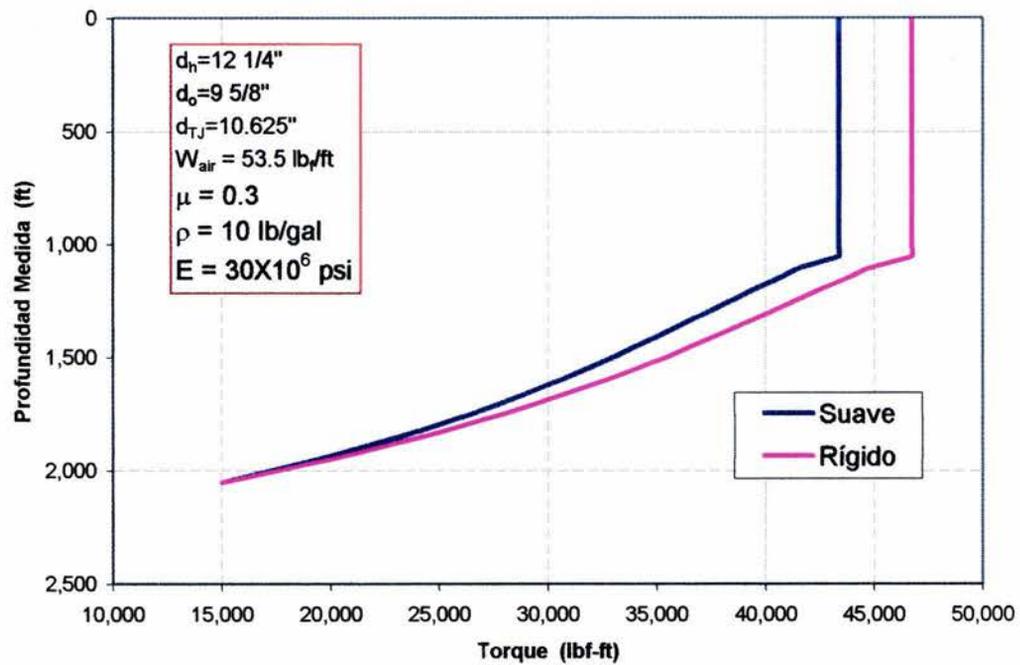


Figura 18 Perfiles de Torque de la trayectoria diseñada con la Metodología de Radio de Curvatura 3D -Suave y Rígido-

**Tabla 7 Comparación de los Torques Superficiales del Perfil de Curvatura Constante y el Perfil diseñado con la Metodología de Radio de Curvatura**

Trayectoria	Curvatura Constante			Radio de Curvatura			
	Modelo	Suave	Rigido	% Diferencia	Suave	Rigido	% Diferencia
	Torque Superficial (lb-ft)	45,263	49,317	8.96	43,380	46,737	7.74

Como se ve en la tabla 7 las diferencias del modelo rígido respecto del modelo suave son 8.96 y 7.74% para las trayectorias de curvatura constante y radio de curvaturas respectivamente, estamos hablando de una diferencia en  $l_b\text{-ft}$  de 4,054 y 3,357  $l_b\text{-ft}$  respectivamente. Esto indica que la diferencia se acentúa en la trayectoria de curvatura constante.

Ahora compararemos los perfiles de trayectoria 2D de radio de curvatura y la catenaria. Analizaremos la trayectoria catenaria y 5 casos de trayectorias diseñadas con la metodología de radio de curvatura a las que hemos llamado C&M.

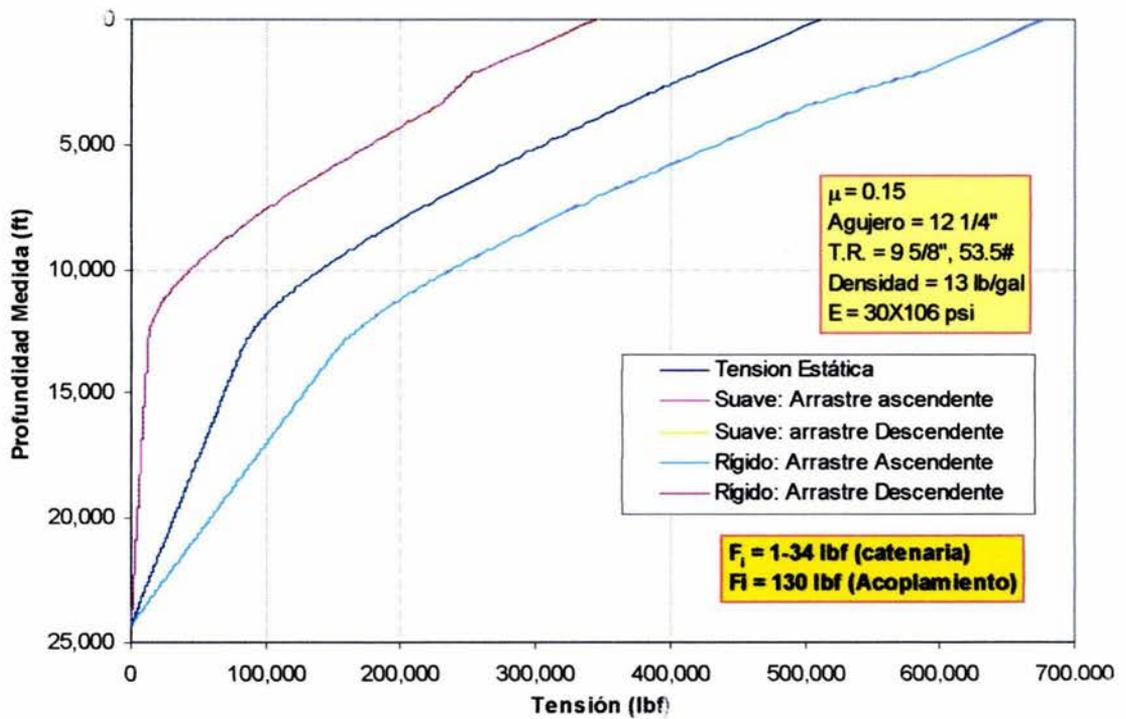


Figura 19 Perfil de Tensiones -Catenaria- con  $F_b=84,625 \text{ lb}$

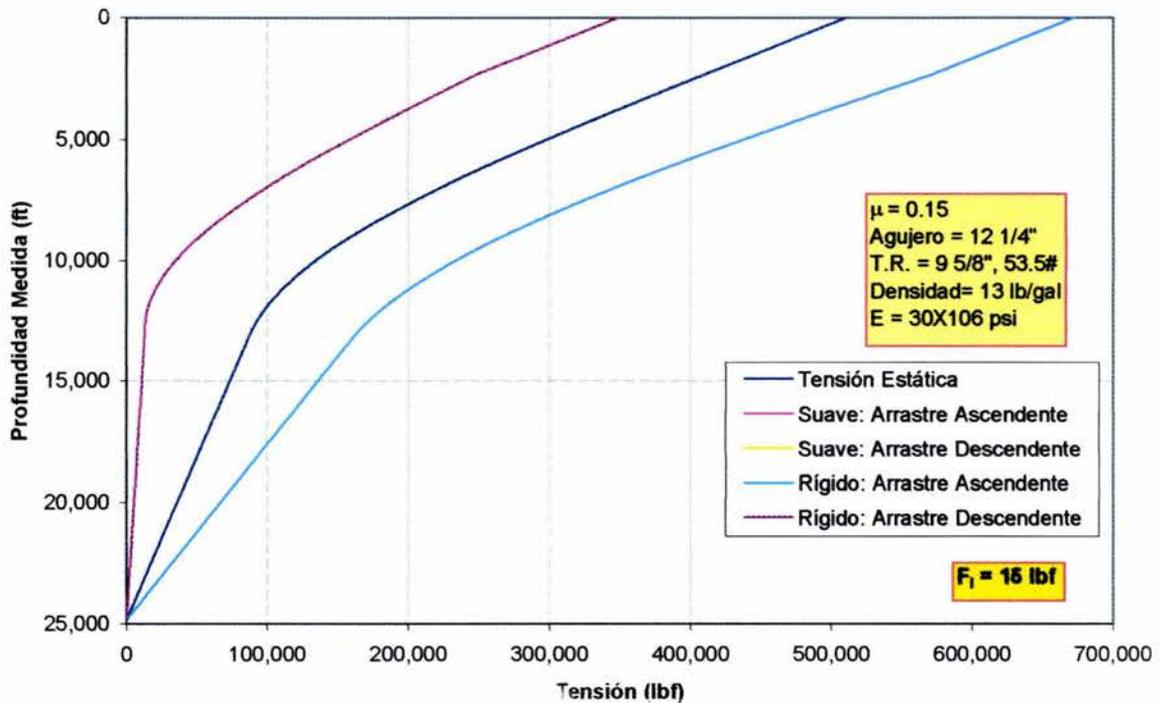


Figura 20 Perfil de Tensiones (C&M 1,  $0.74^*/100\text{ft}$ )

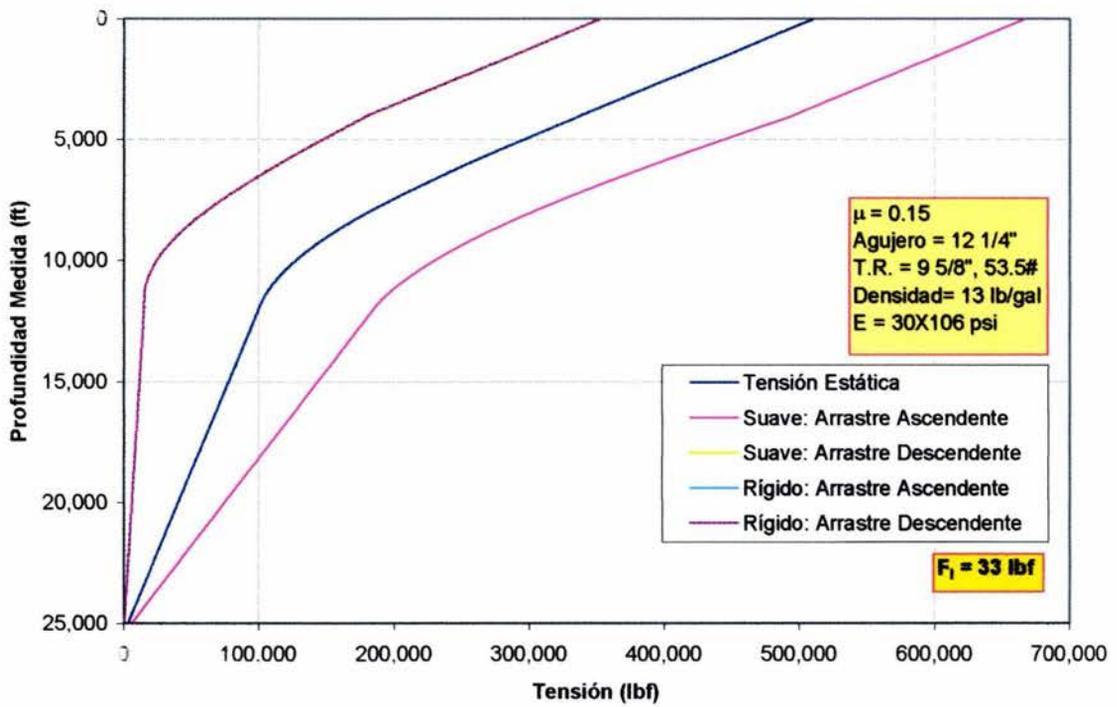


Figura 21 Perfil de Tensiones (C&M 2, 1.03°/100ft)

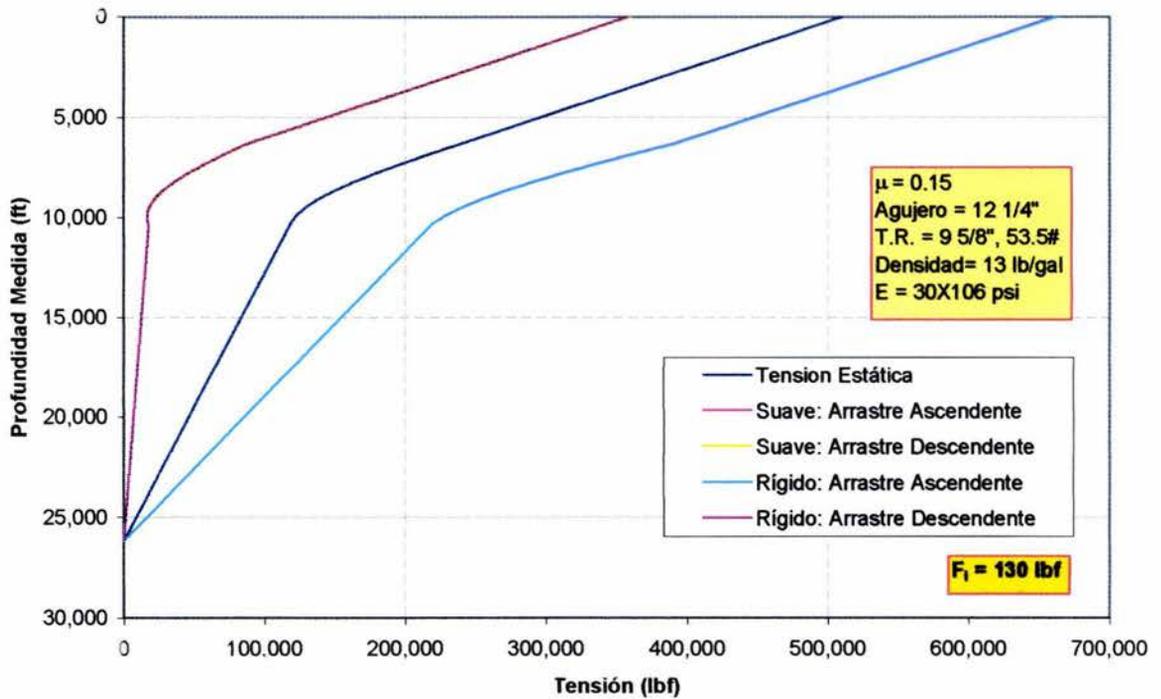


Figura 22 Perfil de Tensiones (C&M 3, 2°/100ft)

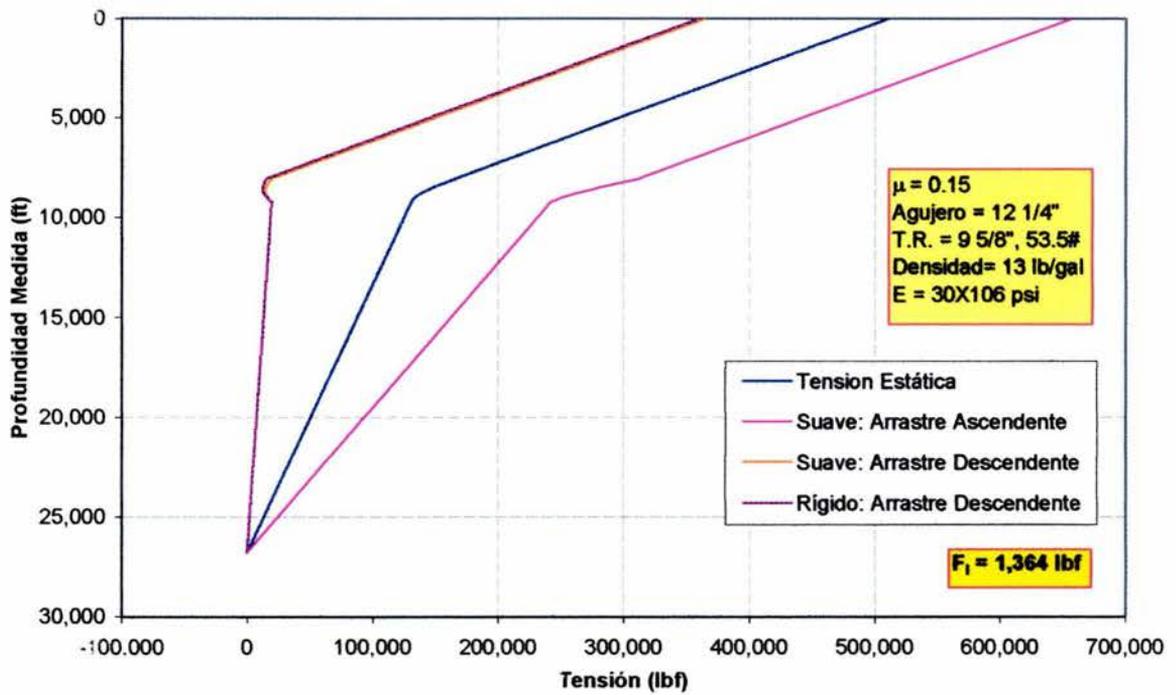


Figura 23 Perfil de Tensiones (C&M 4, 7°/100ft)

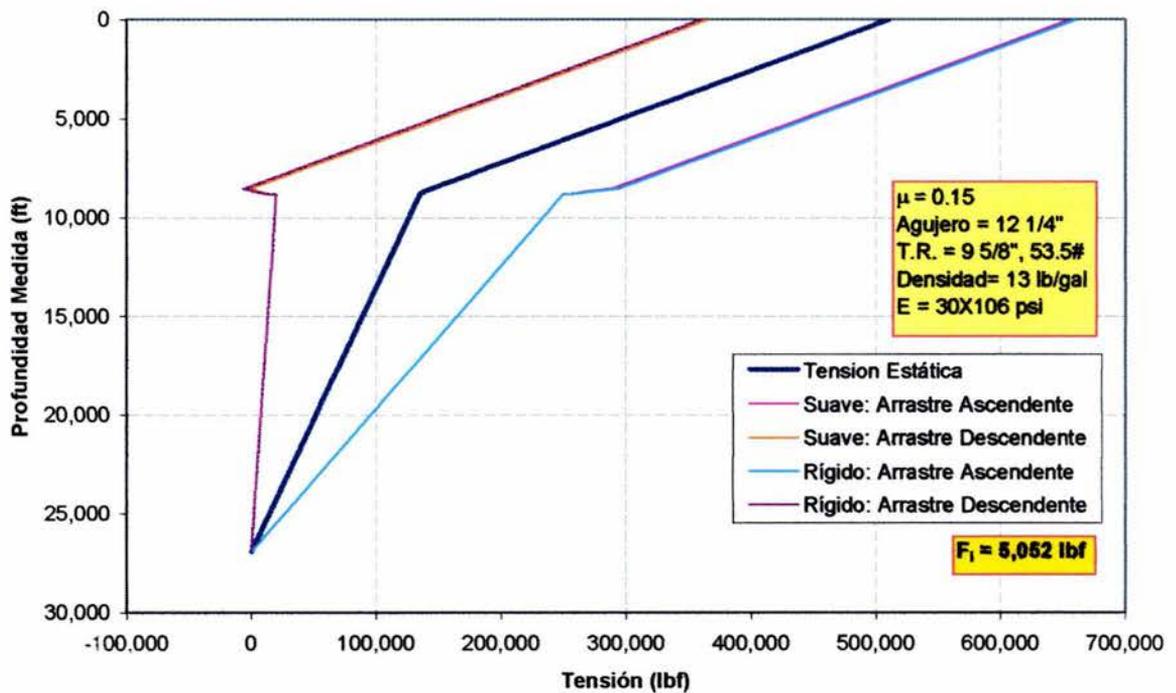


Figura 24 Perfil de Tensiones (C&M 5, 25.92°/100ft)

De las figuras 19 a la 24 se observa la poca variación del modelo rígido respecto del modelo suave aún y cuando existan severidades muy bajas como la de la trayectoria catenaria, hasta altas como la de radio de curvatura con una severidad de 25.92°/100 ft (C&M 5). En la tabla 8 se muestra una comparación del perfil catenario y los perfiles de radio de curvatura con diferentes curvaturas.

Tabla 8 Comparación de Cargas del perfil Catenario y perfiles diseñados con la Metodología de Radio de Curvatura

Tipo de Perfil	Sección	Carga Estática (lb)	Carga Ascendente (lb)			Carga Descendente (lb)		Arrastre (lb)	
		Modelo Suave/Rigido	Modelo Suave	Modelo Rigido	Modelo Suave	Modelo Rigido	Modelo Suave	Modelo Rigido	
Catenaria	Vertical	89,177	89,177	89,177	89,177	89,177	0	0	
	Acoplamiento	52,111	78,560	79,038	25,672	25,185	26,439	26,926	
	Catenaria	287,068	355,685	355,964	218,451	218,172	68,617	68,896	
	Tangente	82,717	153,189	153,194	12,244	12,239	70,472	70,477	
	Total	511,073	676,602	677,373	345,545	344,773	165,529	166,300	
Build-up 1	Vertical	97,770	97,770	97,770	97,770	97,770	0	0	
	Construcción de ángulo	324,384	410,172	410,637	238,595	238,130	85,789	86,254	
	Tangente	88,682	164,202	164,205	13,161	13,159	75,520	75,523	
	Total	510,836	672,145	672,612	349,526	349,059	161,309	161,776	
Build-up 2	Vertical	171,527	171,527	171,527	171,527	171,527	0	0	
	Construcción de ángulo	237,610	307,763	308,532	167,458	166,688	70,152	70,922	
	Tangente	101,513	188,111	188,116	14,915	14,910	86,598	86,603	
	Total	510,650	667,400	668,175	353,899	353,125	156,750	157,525	
Build-up 3	Vertical	269,297	269,297	269,297	269,297	269,297	0	0	
	Construcción de ángulo	122,736	172,341	173,880	73,130	71,591	49,605	51,145	
	Tangente	118,489	219,590	219,610	17,368	17,368	101,101	101,121	
	Total	510,521	661,228	662,787	359,815	358,256	150,707	152,266	
Build-up 4	Vertical	343,053	343,053	343,053	343,053	343,053	0	0	
	Construcción de ángulo	36,379	68,669	72,966	1,089	-209	32,290	36,587	
	Tangente	131,406	245,302	245,506	17,510	17,305	113,896	114,101	
	Total	510,838	657,024	661,526	364,651	360,149	146,186	150,688	
Build-up 5	Vertical	364,494	364,494	364,494	364,494	364,494	0	0	
	Construcción de ángulo	10,858	40,034	44,580	-18,318	-22,864	29,176	33,722	
	Tangente	135,043	250,675	251,433	19,411	18,653	115,632	116,390	
	Total	510,395	655,203	660,507	365,587	360,283	144,808	150,112	

Es notable la cercanía de valores entre el modelo suave y rígido, a continuación se muestra una gráfica comparativa de la magnitud del arrastre por sección de cada uno de los perfiles.

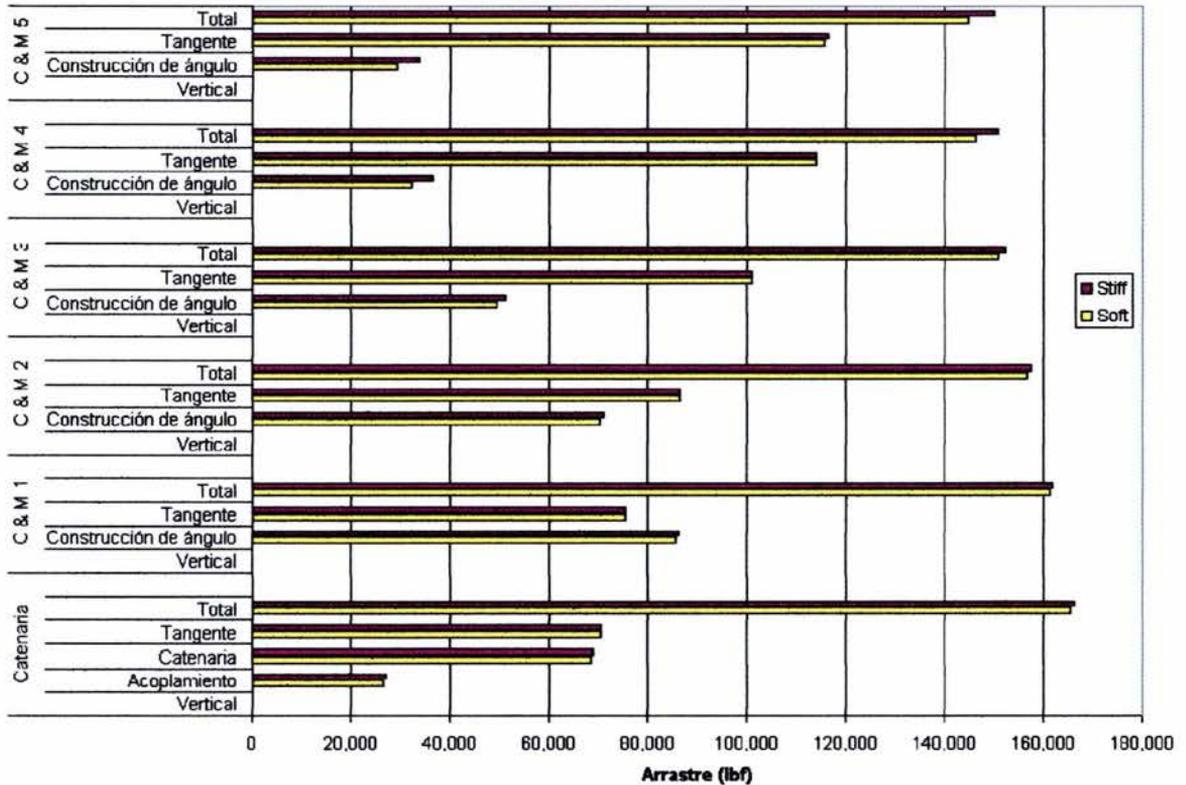


Figura 25 Comparación del Arrastre del perfil Catenario y los perfiles diseñados con las Metodologías de Radio de Curvatura

La diferencia en la magnitud del arrastre calculado con los modelos suave y rígido es de 0.47, 0.29, 0.49, 1.03, 3.08 y 3.66% para los perfiles catenario, C&M1, C&M2, C&M3, C&M4 y C&M5 respectivamente.

La similitud en los valores de arrastre total es debido a que conforme se aumenta la severidad, la longitud curva de la trayectoria disminuye y las de la sección recta inclinada y la vertical aumentan, sin embargo específicamente en esas secciones curvas conforme aumenta la severidad, el arrastre local también aumenta. En la figura 25 puede observarse que la mayor diferencia entre el modelo suave y rígido ocurre en las secciones de construcción de ángulo.

En las figuras 26, 27 y 28 se muestran los perfiles de torque para las trayectorias catenaria, C&M1 y C&M5.

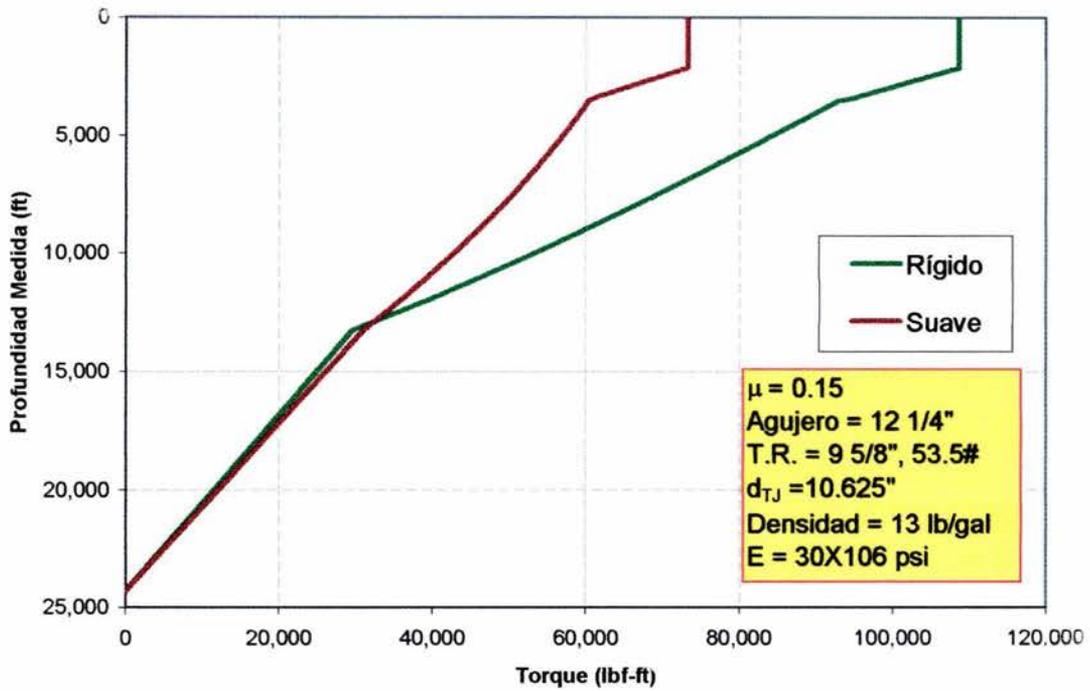


Figura 26 Perfil de Torque -Catenaria- con  $T_b=15,000$  lb-ft

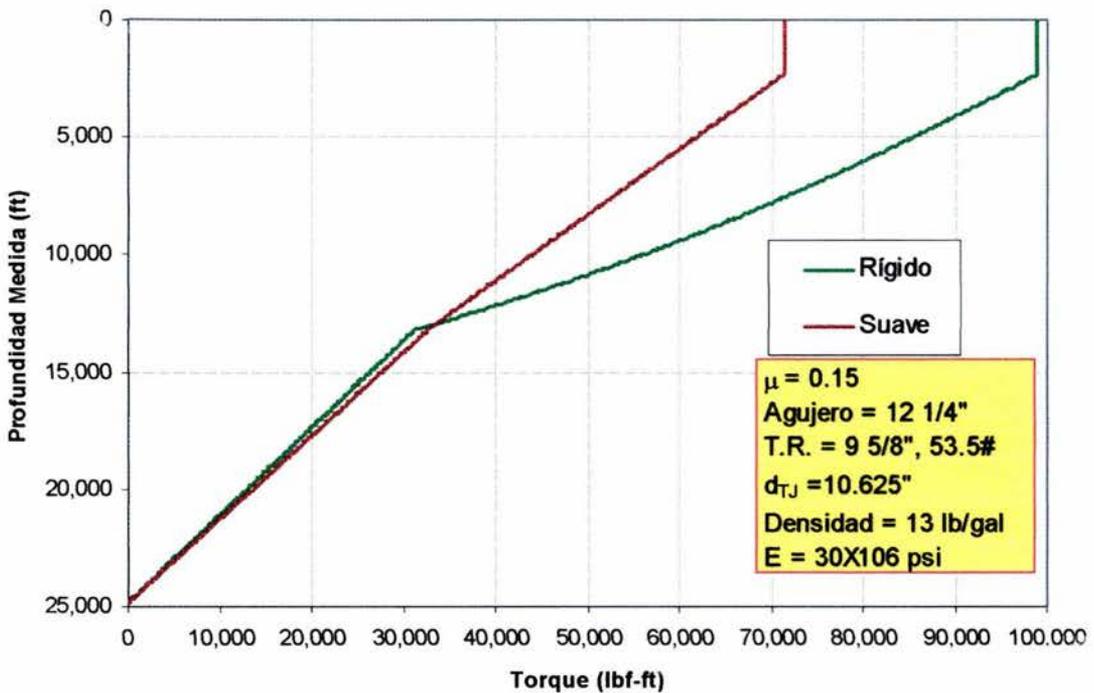


Figura 27 Perfil de Torque -C&M 1- con  $T_b=15,000$  lb-ft

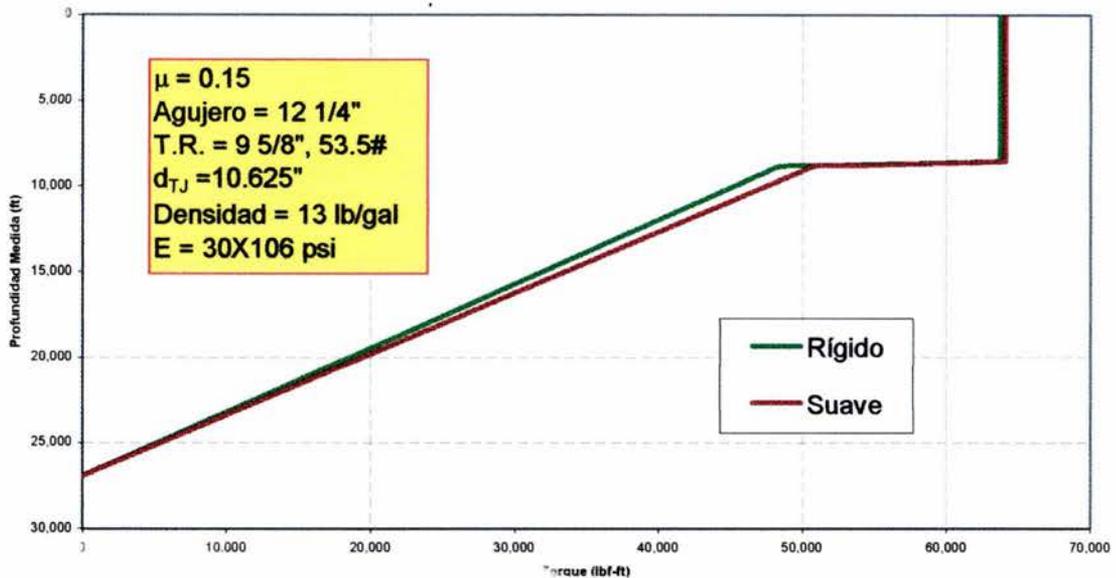


Figura 28 Perfil de Torque -C&M 5- con  $T_b=15.000$  lb-ft

De las figuras 26, 27 y 28 se observa que conforme la severidad se incrementa, el torque superficial calculado con el modelo rígido tiende a igualarse al modelo suave. Para el caso particular del ejemplo esto es consecuencia de que la pérdida de torque es generada en una sección de longitud menor, esto puede observarse en la figura 26, 27 y 28, donde se ve que la mayor separación entre los dos modelos ocurre en la sección de mayor severidad, es decir en la sección de acoplamiento para la curva catenaria y en las secciones de construcción de ángulo para las trayectorias C&M 1 a la 5..

### 4.3 Selección de la Trayectoria óptima

En el primer ejemplo, 4.1.1, es totalmente factible comparar el arrastre promedio por cada 100 pies de trayectoria generada por las metodologías de curvatura constante y de radio de curvatura, debido a que las secciones 3D tiene

exactamente la misma longitud, 1050 ft. Se observa que el menor arrastre por cada 100 pies es el generado por la trayectoria diseñada con la metodología de radio de curvatura, 6,105 lb<sub>r</sub>/100ft, con respecto a la de curvatura constante que es de 6,625 lb<sub>r</sub>/100ft. Bajo este enfoque y considerando que la última tubería de revestimiento a introducir en la sección 3D es la analizada, por lo tanto la trayectoria a seleccionar para este ejemplo es la de radio de curvatura.

Por otro lado para el ejemplo 4.1.2, de acuerdo a la tabla 8, la trayectoria con menor arrastre es la C&M 5 sin embargo es la que necesita mayor longitud de tubería. La trayectoria C&M 1 con una severidad de 0.75°/100 ft requiere menor longitud de tubería y la diferencia en arrastre con respecto a la C&M 5 es de solo 11,664 lbf, por lo cual puede preferirse en vez de la primera. La ventaja relativa de la trayectoria catenaria, que es su severidad baja de pata de perro, se ve opacada por ser la de mayor longitud, además la necesidad de acoplarla a la vertical con una severidad mayor que la de la cima, le resta competitividad con respecto a los otros perfiles.

## 5.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

- ✚ Aplicando la metodología utilizada por Dykstra<sup>5</sup> en el desarrollo del modelo rígido se encontraron dos nuevas ecuaciones para calcular la magnitud de la fuerza restrictiva para sartas en trayectorias catenarias y de curvatura constante, lo cual nos permite calcular el arrastre considerando la rigidez de las tuberías para dichas trayectorias.
- ✚ Al comparar el modelo suave contra el modelo rígido, se observan diferencias en la magnitud de la carga al gancho, siendo mayor estas diferencias para la trayectoria de curvatura constante que para la trayectoria catenaria y la diseñada con la metodología de radio de curvatura, sin embargo para las curvaturas/severidades, diámetro de agujero, coeficientes de fricción y tuberías analizadas en esta tesis, esta diferencia se considera no significativa para propósitos prácticos; por lo cual en estas condiciones podemos decir que el modelo suave predice adecuadamente los valores de tensión y torque.
- ✚ Comparar el arrastre promedio para trayectorias de igual longitud es una buena técnica ya que directamente nos dice cual es la trayectoria que presenta menor fricción; para casos de trayectorias de diferente longitud esto no tiene sentido y en ese caso, al igual que en el caso anterior, el perfil de tensiones y torque, el cual da la carga al gancho que será el indicador. Se observa, cuando se compara la trayectoria catenaria con la de radio de curvatura, que la ventaja relativa de la primera, su baja severidad, se pierde al acoplarla a la vertical y además observamos que para el ejemplo en cuestión, la catenaria presenta la mayor carga al gancho y el mayor torque,

por lo cual la primer trayectoria diseñada con la metodología de radio de curvatura, C&M 1, es la trayectoria recomendada.

## Recomendaciones

- ✚ Se concluyó que al comparar el modelo suave y rígido con los ejemplos analizados, no se tienen diferencias significativas; sin embargo es importante recordar que ambos son modelos y hay cuestiones que se asumen. Por ejemplo el modelo rígido asume que el contacto de la sarta con la pared del agujero ocurre a cada longitud de un componente, lo cual puede no ser cierto. Lo que se intenta decir es que se puede seguir avanzando en esta investigación para intentar predecir lo más acertadamente posible el arrastre y torque para una sarta y trayectoria en particular.
- ✚ Es importante al momento de hacer la planeación de un pozo, que se realice el análisis de arrastre y torque; el no hacerlo puede costar hasta perder el pozo. De los beneficios que tenemos al realizar este análisis podemos mencionar, la selección de la trayectoria óptima, lo cual se discutió en esta tesis, selección de el grado del acero de las tuberías, verificar si la capacidad de torque y de izaje de un equipo de perforación es la adecuada para perforar cierto pozo, verificar si es posible correr una tubería de revestimiento dada hasta la profundidad programada, etc.

## 6.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1.- Pémex Perforación y Mantenimiento de Pozos -Unidad de Perforación y Mantenimiento de Pozos- "Un siglo de la Perforación en México", Compendio en CD, 2000, tomo 8.

2.- Bourgoyne A. T. Jr.: "Applied Drilling Engineering", SPE, Richardson, Texas, 1991.

3.- Guo Boyun, Miska Stefan y Lee R. L.: "Constant Curvature Method for Planning a 3-D Directional Well", artículo SPE 24381, presentado en el SPE Rocky Mountain Regional Meeting en Casper, Wyoming, Mayo 18-21, 1992.

4.- McMillian, William H.: "Planing the Directional Well, A Calculation Method", artículo SPE 8337, presentado en el Middle East Oil Technical Conference en Banama, Bahrain, Marzo 25-29, 1979.

5.- Aadnøy B. S. y Andersen K.: "Friction Analysys for Long Reach Wells" artículo SPE 39391, presentado en la IADC/SPE Drilling Conference en Dallas, Texas, Marzo 3-6, 1998.

6.- McClendon R. T. y Anders E. O.: "Directional Drilling Using the Catenary Method" artículo SPE/IADC 13478 presentado en la SPE/IADC Drilling Conference en New Orleans, Louisiana, Marzo 6-8, 1985.

7.- Johancsik, C.A., Friesen, D.B. y Dawson, R.: "Torque and Drag in Direccional Wells -Prediction and Measurement-," artículo SPE 11380, presentado en el Annual Drilling Conference, 1983.

8.- Child A. J. y Ward A. L.: "The Refinement of a Drillstring Simulator: its Validation and Applications" artículo SPE 18406, presentado en la Annual Technical Conference, 1988.

9.- Maidla, E.E. y Wojtanowicz, A.K.: "Field Comparison of 2-D and 3-D Methods for the Borehole Friction Evaluation in Directional Wells", artículo SPE 16663, Presentado en el Annual Technical Conference, 1987.

10.- Bol G. M.: "Effects of Mud Composition on Wear and Friction of Casing and Tool Joints" artículo SPE 13457 presentado en la Annual Drilling Conference, 1985.

11.- Sheppard M.C. y Burgess T. J., "Designing Well Paths To Reduce Drag and Torque" artículo SPE 15463, presentado en el Annual Technical Conference, 1982.

12.- Dykstra, Mark William, "Development and Field Verification of a Predictive Model for Tension, Torque , and State of Stress in Drill and Casing Strings", tesis de maestría, the graduate school, the university of Tulsa, 1989.

13.- Lubinski, A.: "Maximum Permissible Dog-Legs in Rotary Boreholes" revista Journal of Petroleum Technology, Febrero 1961, pp. 175-194.

14.- Adewuya, Opeyemi A. y Pham Son V., "A Robust Torque and Drag Analysis Approach for Well Planning and Drillstring Design" artículo SPE 39321, presentado en el IADC/SPE Drilling Conference en Dallas, Texas, Marzo 3-6, 1998.

15.- Stuart D. H, Hamer C. D., Gaynor T. M. y Chen C-K D, "New Drilling Technology Reduces Torque and Drag by Drilling a Smooth and Straight Wellbore" artículo SPE 79919 presentado en el SPE/IADC Drilling Conference en Amsterdam, The Netherlands, Febrero 19-21, 2003.

16.- Lubinski, A. y Woods H.B.: "Factors Affecting the Angle of Inclination and Dog-Legging in Rotary Boreholes", API Drilling and Production Practice, 1953, pp. 222.

17.- Lubinski, A.: "How Severe Is That Dogleg?", revista World Oil, Febrero 1, 1957, pp. 95-104.

18.- Stewart James: "Cálculo de una variable -Trascendentes Tempranas-", Thomson Learning, 4ª edición, 2001.

19.- Adams Neal J.: "Drilling Engineering -A complete Well Planning Approach-", PennWell Books, Tulsa Oklahoma, 1985, 10, pp. 334.

## 7.- APÉNDICES

### Apéndice A

---

#### Ecuaciones de las trayectorias de Curvatura Constante y Radio de Curvatura

Considerando un elemento infinitesimal de la trayectoria como lo muestra la figura 1 y usando las siguientes relaciones de la tasa de construcción de ángulo de inclinación,  $B$ , la tasa de cambio de azimut con respecto al desplazamiento curvilíneo horizontal,  $H$ , y la tasa de cambio de azimut con respecto a la longitud medida de trayectoria,  $T$ , tenemos:

$$B = \frac{dI}{dL} \quad (\text{A-1})$$

$$H = \frac{dA}{dS} \quad (\text{A-2})$$

$$T = \frac{dA}{dL} \quad (\text{A-3})$$

Para el elemento infinitesimal de la figura 1, podemos escribir la siguientes relaciones trigonométricas:

$$\frac{\partial N}{\partial S} = \cos(A) \quad (\text{A-4})$$

$$\frac{\partial E}{\partial S} = \text{sen}(A) \quad (\text{A-5})$$

$$\frac{\partial S}{\partial L} = \text{sen}(I) \quad (\text{A-6})$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = \cos(I) \quad (\text{A-7})$$

Combinando las ecuaciones A-5 y A-6 y la A-4 y A-6 obtenemos la A-8 y A-9 respectivamente:

$$\frac{\partial E}{\partial L} = \text{sen}(A)\text{sen}(I) \quad (\text{A-8})$$

$$\frac{\partial N}{\partial L} = \text{cos}(A)\text{sen}(I) \quad (\text{A-9})$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = \text{cos}(I) \quad (\text{A-10})$$

Diferenciando las ecuaciones A-8, A-9 y A-10, obtenemos:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial L^2} = B\text{sen}(A)\text{cos}(I) + H\text{sen}^2(I)\text{cos}(A) \quad (\text{A-11})$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial L^2} = B\text{cos}(A)\text{cos}(I) - H\text{sen}^2(I)\text{sen}(A) \quad (\text{A-12})$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial L^2} = -B\text{sen}(I) \quad (\text{A-13})$$

Para el método de radio de curvatura ( $B$  y  $H$ ) son constantes.

Las ecuaciones B-11 a B-13 son válidas para el método de curvatura constante con  $H$  como función de  $L$ . La tasa de construcción de ángulo de Inclinación,  $B$ , se considera constante en los dos métodos considerados.

La substitución de las ecuaciones A-11, A-12 y A-13 en la ecuación 2 da la siguiente curvatura de la trayectoria:

$$D = \sqrt{[B\text{sen}(A)\text{cos}(I) + H\text{sen}^2(I)\text{cos}(A)]^2 + [B\text{cos}(A)\text{cos}(I) - H\text{sen}^2(I)\text{sen}(A)]^2 + [-B\text{sen}(I)]^2}$$

por lo tanto la **Curvatura** para el **Método de Radio de Curvatura** es:

$$D = \sqrt{B^2 + H^2\text{sen}^4(I)} \quad (\text{A-17})$$

Ahora, considerando, como ya se mencionó antes, que la tasa de construcción de ángulo de inclinación es constante en los dos métodos, la **Inclinación, I**, puede ser calculada como sigue:

$$I = I_o + B(L - L_o) \quad (\text{A-19})$$

De acuerdo a la ecuación A-2 y A-6, el **Azimut** para el **Método de Radio de Curvatura** puede ser calculado a partir de la siguiente expresión:

$$A = A_o + \int_{L_o}^L H \text{sen}(I) dL = A_o + \frac{H}{B} [\cos(I_o) - \cos(I)] \quad (\text{A-20})$$

Si al derivar las ecuaciones A-8, A-9 y A-10 y considerando B y T constantes se obtienen las ecuaciones para un método de diseño de trayectorias conocido como método de tasa de cambio constante de azimut con respecto a L (constant-turn-rate), y son:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial L^2} = B \sin(A) \cos(I) + T \text{sen}(I) \cos(A) \quad (\text{A-14})$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial L^2} = B \cos(A) \cos(I) - T \text{sen}(I) \text{sen}(A) \quad (\text{A-15})$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial L^2} = -B \text{sen}(I) \quad (\text{A-16})$$

Sustituyendo las ecuaciones A-14, A-15 y A-16 en la ecuación 2, obtenemos la curvatura para el método de tasa de cambio constante de azimut con respecto a L, es decir:

$$D = \sqrt{B^2 + T^2 \text{sen}^2(I)} \quad (\text{A-18})$$

Para calcular el **Azimut** por el **Método de Curvatura Constante**, se sustituye la ecuación A-18 en la ecuación A-3:

$$dA = \frac{\sqrt{D^2 - B^2}}{\sin(I)} dL$$

$$A = A_o + \frac{\sqrt{D^2 - B^2}}{B} \ln \left[ \frac{\tan\left(\frac{L}{2}\right)}{\tan\left(\frac{L_o}{2}\right)} \right] \quad (\text{A-22})$$

La integración de la ecuación A-10 da la **Coordenada Z** de la trayectoria para los tres métodos mencionados, como sigue:

$$Z = Z_o + \frac{1}{B} [\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)] \quad (\text{A-23})$$

Si las cantidades B y H son constantes, la integración de las ecuaciones A-8 y A-9 dan las **Coordenadas E y N** de la trayectoria para el **Método de Radio de Curvatura**, como se muestra:

$$E = E_o + \frac{1}{H} [-\cos(A) + \cos(A_o)] \quad (\text{A-24})$$

$$N = N_o + \frac{1}{H} [\text{sen}(A) - \text{sen}(A_o)] \quad (\text{A-25})$$

Desafortunadamente, las soluciones directas no pueden ser obtenidas para el **Método de Curvatura Constante** a través de la integración de las ecuaciones A-8 y A-9. Por lo tanto, las ecuaciones para calcular las **Coordenadas E y N** de la trayectoria permanecen en forma de integrales, como se muestra

$$E = E_o + \int_{L_o}^L \text{sen}(I)\text{sen}(A)dL \quad (\text{A-28})$$

$$N = N_o + \int_{L_o}^L \text{sen}(I) \cos(A) dL \quad (\text{A-29})$$

Donde el ángulo de inclinación  $I$  y el azimut  $A$  son determinados por las ecuaciones A-19 y A-22.

## Apéndice B

---

### Formas de las ecuaciones de Radio de Curvatura

---

Del apéndice A tenemos las siguientes relaciones para el Método de Radio de Curvatura:

$$H = \frac{dA}{dS} = \text{constante} \quad (\text{B-1})$$

$$B = \frac{dI}{dL} = \text{constante} \quad (\text{B-2})$$

$$D = \sqrt{B^2 + H^2 \text{sen}^4(I)} \quad (\text{B-3})$$

de A-19:

$$B = \frac{I - I_o}{L - L_o} \quad (\text{B-4})$$

de A-20:

$$H = \frac{(A - A_o)B}{\cos I_o - \cos I}$$

sustituyendo B-4 en la relación anterior, obtenemos:

$$H = \frac{(I - I_o)(A - A_o)}{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)} \quad (\text{B-6})$$

También del apéndice A, tenemos las ecuaciones de las coordenadas:

$$E = E_o + \frac{1}{H} [-\cos(A) + \cos(A_o)] \quad (\text{B-7})$$

$$N = N_o + \frac{1}{H} [\text{sen}(A) - \text{sen}(A_o)] \quad (\text{B-8})$$

$$Z = Z_o + \frac{1}{B} [\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)] \quad (\text{B-9})$$

Se comprobará que las ecuaciones B-7, B-8 y B-9 son equivalentes a las ecuaciones 21 a la 30, derivadas por McMilliam<sup>4</sup>:

**Caso 1 y 2**  $I \neq I_o$

Sustituyendo B-4 en B-9 y ordenando:

$$Z - Z_o = \frac{L - L_o}{I - I_o} [\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)] \quad (\text{B-10})$$

la ecuación B-10 es para calcular la coordenada Z en los casos 1 y 2.

$$\text{Caso 1 } A \neq A_o \quad |-\pi \leq (A - A_o) \leq \pi|$$

Sustituyendo B-6 en B-7 y ordenando:

$$E - E_o = \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\cos A_o - \cos A)}{(I - I_o)(A - A_o)} \quad (\text{B-11})$$

Sustituyendo B-6 en B-8 y ordenando:

$$N - N_o = \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)}{(I - I_o)(A - A_o)} [\text{sen}A - \text{sen}A_o] \quad (\text{B-12})$$

Las coordenadas para el caso 1, son determinadas por las ecuaciones B-10, B-11 y B-12.

Caso 2  $A = A_o$

Sustituyendo B-6 en B-7 y aplicando límites cuando  $A \rightarrow A_o$ , ya que el cociente se indetermina:

$$E - E_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\cos A_o - \cos A)}{(I - I_o)(A - A_o)}$$

aplicando la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior y evaluando el límite, nos da:

$$E - E_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\text{sen}A)}{(I - I_o)(1)}$$

$$E - E_o = \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\text{sen}A_o)}{(I - I_o)}$$

como  $A = A_o$ ,

$$E - E_o = \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\text{sen}A)}{(I - I_o)} \tag{B-13}$$

Ahora, sustituyendo B-6 en B-8 y aplicando límites cuando  $A \rightarrow A_o$ , ya que el cociente se indetermina, obtenemos:

$$N - N_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)}{(I - I_o)(A - A_o)} [\text{sen}A - \text{sen}A_o]$$

aplicando la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior y evaluando el límite, nos da:

$$N - N_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)}{(I - I_o)(1)} [\cos A]$$

$$N - N_o = \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)}{(I - I_o)} [\cos A_o]$$

como  $A=A_o$ ,

$$N - N_o = \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)}{(I - I_o)} [\cos A] \quad (\text{B-14})$$

Las ecuaciones que se utilizan para calcular las coordenadas en el caso 2 son las ecuaciones B-10, B-13 y B-14.

### **Caso 3 y 4** $I = I_o$

Sustituyendo B-4 en B-9:

$$Z - Z_o = \frac{1}{\frac{I - I_o}{L - L_o}} [\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)]$$

Como  $I=I_o$  el cociente se determina, entonces aplicando límite cuando  $I \rightarrow I_o$  y aplicando también la regla de L'hopital al término de la derecha de la ecuación anterior, tenemos:

$$Z - Z_o = \lim_{I \rightarrow I_o} \frac{[\text{sen}(I) - \text{sen}(I_o)]}{\frac{I - I_o}{L - L_o}}$$

$$Z - Z_o = \lim_{I \rightarrow I_o} \frac{[\cos I]}{\frac{1}{L - L_o}} = \frac{\cos I_o}{\frac{1}{L - L_o}}$$

como  $I=I_o$

$$Z - Z_o = (L - L_o)\cos I \quad (\text{B-15})$$

La coordenada Z para los casos 3 y 4 será calculada con la ecuación B-15.

$$\text{Caso 3 } A \neq A_o \quad |-\pi \leq (A - A_o) \leq \pi|$$

Sustituyendo B-6 en B-7 y aplicando límite cuando  $l \rightarrow l_o$ , tenemos:

$$E - E_o = \lim_{l \rightarrow l_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\cos A_o - \cos A)}{(I - I_o)(A - A_o)}$$

aplicando la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior y evaluando el límite, queda:

$$E - E_o = \lim_{l \rightarrow l_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} I)(\cos A_o - \cos A)}{(1)(A - A_o)} = \frac{(L - L_o)(\text{sen} I_o)(\cos A_o - \cos A)}{(A - A_o)}$$

como  $l = l_o$

$$E - E_o = \frac{(L - L_o)(\text{sen} I)(\cos A_o - \cos A)}{(A - A_o)} \quad (\text{B-16})$$

Ahora, sustituyendo B-6 en B-8 y aplicando límite cuando  $l \rightarrow l_o$ , tenemos:

$$N - N_o = \lim_{l \rightarrow l_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)}{(I - I_o)(A - A_o)} [\text{sen} A - \text{sen} A_o]$$

aplicando la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior y evaluando el límite, queda:

$$N - N_o = \lim_{l \rightarrow l_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} I)}{(1)(A - A_o)} [\text{sen} A - \text{sen} A_o] = \frac{(L - L_o)(\text{sen} I_o)}{(A - A_o)} [\text{sen} A - \text{sen} A_o]$$

como  $l = l_o$

$$N - N_o = \frac{(L - L_o)(\text{sen} l)}{(A - A_o)} [\text{sen} A - \text{sen} A_o] \quad (\text{B-17})$$

Las coordenadas para el caso 3 se calculan con las ecuaciones B-15, B-16 y B-17

$$\text{Caso 4 } A = A_o$$

Sustituyendo B-6 en B-7 y aplicando límites cuando  $A \rightarrow A_o$  y cuando  $l \rightarrow l_o$ , tenemos:

$$E - E_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \lim_{l \rightarrow l_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)(\cos A_o - \cos A)}{(I - I_o)(A - A_o)}$$

aplicando la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior, para el límite interior y evaluando el mismo, queda:

$$E - E_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \lim_{l \rightarrow l_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} l)(\cos A_o - \cos A)}{(1)(A - A_o)} = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} l_o)(\cos A_o - \cos A)}{(A - A_o)}$$

aplicando nuevamente la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior, para el límite cuando  $A \rightarrow A_o$  y evaluando el mismo, nos da:

$$E - E_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} l_o)(\text{sen} A)}{(1)} = (L - L_o)(\text{sen} l_o)(\text{sen} A_o)$$

como  $l = l_o$  y  $A = A_o$ :

$$E - E_o = (L - L_o)(\text{sen} l_o)(\text{sen} A_o) \quad (\text{B-18})$$

Ahora, sustituyendo B-6 en B-8 y aplicando límites cuando  $A \rightarrow A_o$  y cuando  $l \rightarrow l_o$ , tenemos:

$$N - N_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \lim_{I \rightarrow I_o} \frac{(L - L_o)(\cos I_o - \cos I)}{(I - I_o)(A - A_o)} [\text{sen} A - \text{sen} A_o]$$

aplicando la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior, para el límite interior y evaluando el mismo, queda:

$$N - N_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \lim_{I \rightarrow I_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} I)}{(1)(A - A_o)} [\text{sen} A - \text{sen} A_o] = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} I_o)}{(A - A_o)} [\text{sen} A - \text{sen} A_o]$$

aplicando nuevamente la regla de L'hospital a la parte derecha de la ecuación anterior, para el límite cuando  $A \rightarrow A_o$  y evaluando el mismo, nos da:

$$N - N_o = \lim_{A \rightarrow A_o} \frac{(L - L_o)(\text{sen} I_o)}{(1)} [\cos A] = (L - L_o)(\text{sen} I_o) [\cos A_o]$$

como  $I=I_o$  y  $A=A_o$ :

$$N - N_o = (L - L_o)(\text{sen} I_o) [\cos A_o] \quad (\text{B-19})$$

El cálculo de las coordenadas en el caso 4 se realiza con las ecuaciones B-15, B-18 y B-19.

Las ecuaciones derivadas en este apéndice a partir de las del apéndice A, comprueban su equivalencia, sin embargo, es necesario tener en cuenta que si el diseño es tridimensional se pueden usar tanto las ecuaciones derivadas aquí como las del apéndice anterior, dependiendo de la información que se use como datos de entrada; en cambio si el diseño es bidimensional necesariamente tienen que usarse las ecuaciones de este apéndice.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

## Apéndice C

---

### Ecuaciones del Método de la Catenaria

---

Asumiendo inclinaciones arbitrarias en el fondo y la cima de la curva catenaria, como se muestra en la figura 2, Escogiendo las condiciones de fondo como  $I_1$ , ángulo de inclinación y  $F_1$ , fuerza de tensión, tenemos que el balance de fuerzas es:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F \cos I - F_1 \text{sen} I_1 = 0 \quad (\text{C-1})$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F \text{sen} I - F_1 \cos I_1 - WS = 0 \quad (\text{C-2})$$

de (D-1) tenemos que:

$$\cos I = \frac{F_1 \text{sen} I_1}{F} \quad (\text{C-3})$$

de (D-2) tenemos que:

$$\sin I = \frac{F_1 \cos I_1 + WS}{F} \quad (\text{C-4})$$

por lo que el ángulo,  $\alpha$ , con respecto a la horizontal es:

$$\tan I = \frac{dz}{dx} = \frac{\text{sen} I}{\cos I} = \frac{F_1 \cos I_1 + WS}{F_1 \text{sen} I_1} \quad (\text{C-5})$$

el ángulo de inclinación en la cima de la catenaria es  $I_2$ :

$$I_2 = 90^\circ - \left[ a \tan \left( \frac{F_1 \cos I_1 + WS}{F_1 \text{sen} I_1} \right) \right] * \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) \quad (\text{C-6})$$

Para encontrar la **longitud de la sarta** en la curva catenaria usamos la función

longitud de arco<sup>18</sup>  $S(x) = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx$  en la ecuación (D-5) e introduciendo la

función trigonométrica  $\frac{dz}{dx} = \operatorname{senhu}$ , la cual define a la curva catenaria, y derivando

con respecto a "x", tenemos:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{F_1 \cos I_1}{F_1 \operatorname{sen} I_1} + \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx$$

introduciendo la función trigonométrica mencionada:

$$\operatorname{senhu} = \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} \int_0^x \sqrt{1 + (\operatorname{senhu})^2} dx + \frac{F_1 \cos I_1}{F_1 \operatorname{sen} I_1}$$

derivando con respecto a x:

$$\cosh u \, du = \frac{W}{F_1 \sin I_1} \sqrt{1 + \operatorname{senh}^2 u} \, dx + 0$$

$$\cosh u \, du = \frac{W}{F_1 \sin I_1} \sqrt{\cosh^2 u} \, dx$$

$$\cosh u \, du = \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} \cosh u \, dx$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1}$$

separando variables e integrando:

$$u = \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + C_1 \tag{C-7}$$

Para encontrar  $C_1$ , es importante que se recuerde que en el punto más bajo de la sarta,  $x=0$  y  $z=0$ , pero la derivada no es cero, es igual a  $\sinh\left(\frac{\pi}{2} - I_1\right)$ ; por lo tanto si se aplica a la ecuación (D-7), la condición de frontera,  $x = 0$  y  $u = \sinh\left(\frac{\pi}{2} - I_1\right)$ , obtenemos:

$$\sinh\left(\frac{\pi}{2} - I_1\right) = \frac{W}{F_1 \sinh I_1}(0) + C_1$$

$$C_1 = \sinh\left(\frac{\pi}{2} - I_1\right) = \sinh^{-1}[\cot I_1] \quad \therefore$$

$$u = \frac{W}{F_1 \sinh I_1} x + \sinh^{-1}[\cot I_1] \quad (\text{C-8})$$

como  $\frac{dz}{dx} = \sinh u$ , entonces:

$$\frac{dz}{dx} = \sinh\left[\frac{W}{F_1 \sinh I_1} x + \sinh^{-1}[\cot I_1]\right] \quad (\text{C-9})$$

separando variables e integrando la ecuación (D-9), obtenemos:

$$z = \frac{1}{F_1 \sinh I_1} \cosh\left[\frac{W}{F_1 \sinh I_1} x + \sinh^{-1}[\cot I_1]\right] + C_2$$

$$z = \frac{F_1 \sinh I_1}{W} \cosh\left[\frac{W}{F_1 \sinh I_1} x + \sinh^{-1}[\cot I_1]\right] + C_2 \quad (\text{C-10})$$

aplicando la condición de frontera,  $x=0$ ,  $z=0$  a (D-10), obtenemos:

$$C_2 = -\frac{F_1 \sinh I_1}{W} \cosh[\sinh^{-1}(\cot I_1)] \quad \therefore$$

la profundidad vertical es:

$$z = \frac{F_1 \operatorname{sen} I_1}{W} \cosh \left[ \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + \operatorname{senh}^{-1} [\cot I_1] \right] - \frac{F_1 \operatorname{sen} I_1}{W} \cosh [\operatorname{senh}^{-1} (\cot I_1)]$$

$$z = \frac{F_1 \operatorname{sen} I_1}{W} \left\{ \cosh \left[ \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + \operatorname{senh}^{-1} [\cot I_1] \right] - \cosh [\operatorname{senh}^{-1} (\cot I_1)] \right\} \quad (\text{C-11})$$

ó

$$z = \frac{F_1 \operatorname{sen} I_1}{W} [\cosh \{J\} - K] \quad (\text{C-12})$$

donde:

$$J = \left\{ \frac{Wx}{F_1 \operatorname{sen} I_1} + \operatorname{senh}^{-1} (\cot I_1) \right\} \quad \text{y} \quad K = \cosh \{ \operatorname{senh}^{-1} (\cot I_1) \} \quad (\text{C-13})$$

Ahora, si derivamos (D-11), tenemos que:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= \frac{F_1 \operatorname{sen} I_1}{W} \operatorname{senh} \left\{ \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + \operatorname{senh}^{-1} [\cot I_1] \right\} \left[ \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} \right] \\ \frac{dz}{dx} &= \operatorname{senh} \left\{ \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + \operatorname{senh}^{-1} [\cot I_1] \right\} \end{aligned} \quad (\text{C-14})$$

si igualamos la ecuación (D-13) con la ecuación (D-5), obtenemos:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{F_1 \cos I_1 + WS}{F_1 \operatorname{sen} I_1} = \operatorname{senh} \left\{ \frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + \operatorname{senh}^{-1} [\cot I_1] \right\}$$

de donde obtenemos la **longitud medida, s**, a lo largo de la sarta:

$$S = \frac{\sinh\left\{\frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + \sinh^{-1}[\cot I_1]\right\} F_1 \operatorname{sen} I_1 - F_1 \cos I_1}{W}$$

$$S = \frac{F_1}{W} \left\{ \operatorname{sen} I_1 \sinh\left\{\frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1} x + \sinh^{-1}[\cot I_1]\right\} - \cos I_1 \right\} \quad (\text{C-15})$$

ó

$$S = \frac{F_1}{W} [\operatorname{sen} I_1 \sinh\{J\} - \cos I_1] \quad (\text{C-16})$$

donde  $J$  ya fue definido arriba.

Derivando (D-5) con respecto a "S" para encontrar la tasa de cambio de ángulo en cualquier punto de la sarta, con respecto a la longitud medida, tenemos:

$$I = \tan^{-1}\left(\frac{F_1 \cos I_1 + WS}{F_1 \operatorname{sen} I_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{F_1 \cos I_1}{F_1 \operatorname{sen} I_1} + \frac{WS}{F_1 \operatorname{sen} I_1}\right)$$

$$\frac{dI}{dS} = \frac{\frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1}}{1 + \left(\frac{F_1 \cos I_1 + WS}{F_1 \operatorname{sen} I_1}\right)^2} = \frac{\frac{W}{F_1 \operatorname{sen} I_1}}{\frac{(F_1 \operatorname{sen} I_1)^2 + (F_1 \cos I_1 + WS)^2}{(F_1 \operatorname{sen} I_1)^2}} = \frac{WF_1 \operatorname{sen} I_1}{F_1^2 \operatorname{sen}^2 I_1 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1 + F_1^2 \cos^2 I_1}$$

$$\frac{dI}{dS} = \frac{WF_1 \operatorname{sen} I_1}{F_1^2 [\operatorname{sen}^2 I_1 + \cos^2 I_1] + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1}$$

la **tasa de cambio de ángulo** es:

$$\frac{dI}{dS} = \frac{WF_1 \text{sen} I_1}{F_1^2 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1} \quad (\text{C-17})$$

### Acoplamiento de entrada a la catenaria

Si la curvatura y ángulo en la cima de la catenaria están dadas por:

$$\frac{dI_2}{dS} = \frac{WF_1 \text{sen} I_1}{F_1^2 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1} \quad (\text{C-18})$$

$$\tan I_2 = \frac{F_1 \cos I_1 + WS}{F_1 \text{sen} I_1} \quad (\text{C-19})$$

entonces podemos adicionar una sección corta para llevar la catenaria hacia la vertical, de tal manera que en la intersección entre esta sección y la catenaria se tenga la misma curvatura para hacer una transición suave. Definiendo la longitud de esa sección en la cima de la catenaria como:

$$\Delta S = RI_2$$

y su derivada con respecto a "S"

$$I_2 = \frac{\Delta S}{R}$$

$$\frac{dI_2}{dS} = \frac{1}{R} \quad (\text{C-20})$$

igualando las ecuaciones (C-18) y (C-20) tenemos:

$$\frac{WF_1 \text{sen} I_1}{F_1^2 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1} = \frac{1}{R}$$

de donde despejamos el **radio de curvatura de la sección de acoplamiento**:

$$R = \frac{F_1^2 + (WS)^2 + 2WSF_1 \cos I_1}{WF_1 \text{sen} I_1} \quad (\text{C-21})$$

## Apéndice D

---

### Modelo Suave

Si consideramos una longitud muy pequeña del elemento de sarta mostrado en la figura 4, entonces el cambio en tensión es despreciable, es decir:

$$F_T + \Delta F_T \equiv T \quad (D-1)$$

en el punto medio del elemento, tenemos la inclinación y azimut dadas por:

$$\bar{I} = \frac{I + (I + \Delta I)}{2} = I + \frac{\Delta I}{2} \quad (D-2)$$

$$\bar{A} = \frac{A + (A + \Delta A)}{2} = A + \frac{\Delta A}{2} \quad (D-3)$$

las componentes de las fuerzas actuando en a, b en la dirección  $\bar{I}$  están dadas por:

$$F'_a = -F'_b = F_T \cos\left(\frac{\Delta I}{2}\right) \quad (D-4)$$

y las componentes en la dirección normal a  $\bar{I}$  son:

$$F''_a = F''_b = F_T \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta I}{2}\right) \quad (D-5)$$

las componentes del peso del elemento son en la dirección axial y normal respectivamente:

$$F'_w = W \cos \bar{I} \quad (D-6)$$

$$F_w^* = -Wsen\bar{I} \quad (D-7)$$

asumiendo que la fuerza de contacto  $N_V$  ocurre en una dirección normal al eje  $\bar{\theta}$  (Ver figura 6) y se opone a las componentes de tensión; entonces la suma de fuerzas actuando sobre el elemento en esta dirección es:

$$\sum F_N = F_a'' + F_b'' + F_w'' - N_V = 0 \quad (D-8)$$

y

$$N_V = F_a'' + F_b'' + F_w'' \quad (D-9)$$

donde  $N_V$  es la componente de la fuerza lateral en el plano vertical. Sustituyendo las ecuaciones D-5 y D-7 en la ecuación D-9, obtenemos:

$$\begin{aligned} N_V &= F_T sen\left(\frac{\Delta I}{2}\right) + Tsen\left(\frac{\Delta I}{2}\right) - Wsen\bar{I} \\ N_V &= 2F_T sen\left(\frac{\Delta I}{2}\right) - Wsen\bar{I} \end{aligned} \quad (D-10)$$

asumiendo finalmente que el cambio de ángulo sobre un elemento corto es muy pequeño y, así el seno del ángulo es igual al propio ángulo expresado en radianes,

$$N_V = 2F_T \left(\frac{\Delta I}{2}\right) - Wsen\bar{I}$$

la primera ecuación de interés es:

$$N_V = F_T \Delta I - Wsen\bar{I} \quad (D-11)$$

la ecuación D-11 representa la componente de la fuerza de contacto en el plano vertical, y es equivalente a una expresión ( si el peso es despreciado) descrita inicialmente por Lubinski<sup>13</sup>.

Ahora, debido a que el pozo puede también estar curvado en el plano horizontal, debemos también considerar esta componente de fuerza lateral debida solo a tensión. La componente de tensión actuando en el punto medio del elemento en la dirección horizontal es:

$$F_{TH} = F_T \text{sen} \bar{I} \quad (\text{D-12})$$

entonces en el plano horizontal en los puntos a y b, y tomando en cuenta que el peso no actúa en el plano horizontal, tenemos:

$$F_{aH}'' = F_{bH}'' = (F_T \text{sen} \bar{I}) \text{sen} \left( \frac{\Delta A}{2} \right) \quad (\text{D-13})$$

y de la sumatoria de fuerzas en el plano horizontal:

$$N_H = F_{aH}'' + F_{bH}'' \quad (\text{D-14})$$

sustituyendo D-13 en D-14:

$$N_H = 2(F_T \text{sen} \bar{I}) \text{sen} \left( \frac{\Delta A}{2} \right) \quad (\text{D-15})$$

considerando nuevamente que el cambio de ángulo es muy pequeño, de tal manera que el seno de este ángulo es igual a su valor expresado en radianes, entonces:

$$N_H = (F_T \text{sen} \bar{I})(\Delta A) \quad (\text{D-16})$$

La magnitud de la fuerza de contacto total es obtenida de la suma vectorial de sus componentes horizontal y vertical, como:

$$F_N = \sqrt{[F_T \Delta l - W \text{sen} \bar{l}]^2 + [(F_T \text{sen} \bar{l})(\Delta A)]^2} \quad (\text{D-17})$$

la ecuación D-17 es la ecuación que interesa.

La tensión incremental sobre un elemento  $i$  de la sarta en cuestión es obtenida a partir de la combinación del componente axial del peso y la carga friccional. Combinando las ecuaciones D-6 y D-17, y aplicando un coeficiente de fricción de deslizamiento,  $\mu$ , obtenemos:

$$\Delta F_T = W_i \cos \bar{l} \pm \mu \left[ (F_T \Delta l + W_i \text{sen} \bar{l})^2 + (F_T \Delta A \text{sen} \bar{l})^2 \right]^{1/2} \quad (\text{D-18})$$

y la pérdida de torque sobre un elemento es:

$$\Delta M = \mu F_N (r_o)_{TJ_i} \quad (\text{D-19})$$

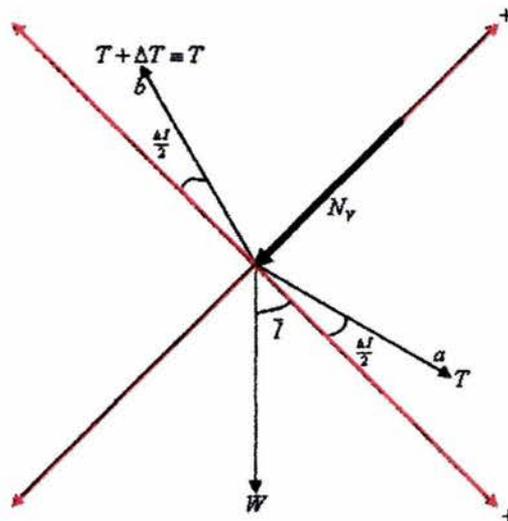


Figura 29 Ejes Coordinados –Modelo Suave-

## Apéndice E

### Longitud Libre

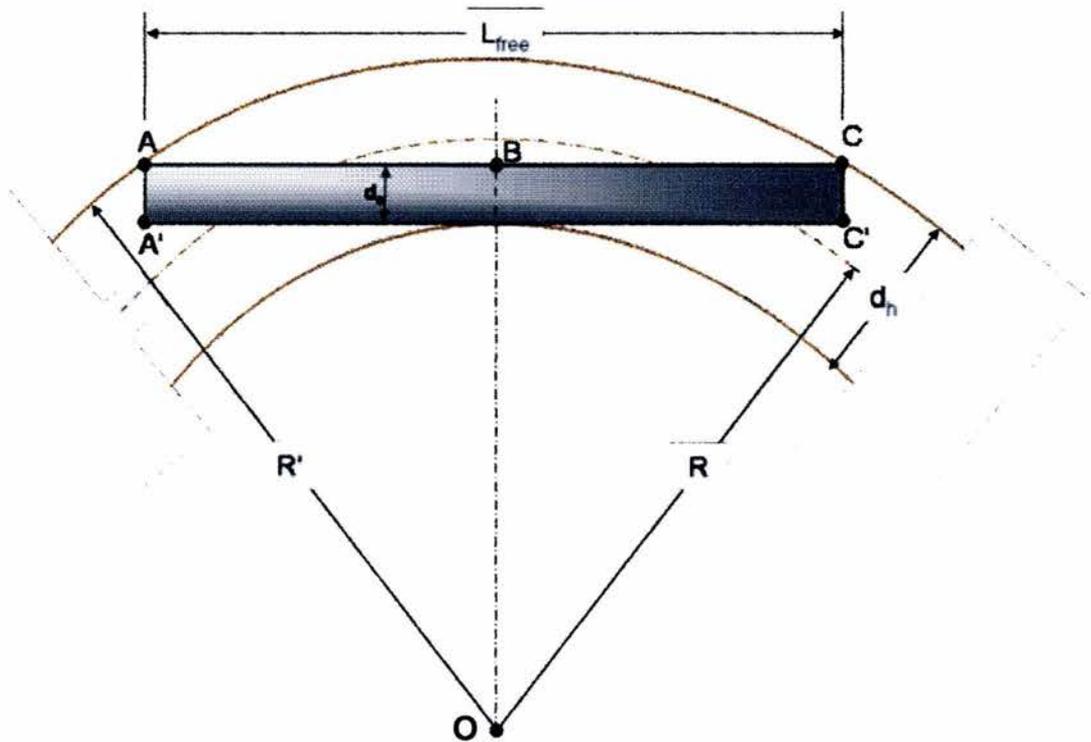


Figura 30 Longitud Libre

La máxima longitud libre del componente  $i$  en un agujero de una curvatura dada es definido según Dykstra<sup>12</sup> como la máxima longitud de un segmento recto de sarta de casing que consiste de componentes idénticos a  $i$ , la cual es capaz de pasar a través de una sección de agujero, sin flexión.

Un componente tubular AA'C'C de diámetro externo  $d_o$  se encuentra dentro de una sección de agujero de diámetro  $d_h$ . La sección de agujero está en la forma de un arco circular, con radio de curvatura axial,  $R$ , y radio de curvatura externo,  $R'$ .

La longitud libre,  $L_{free}$ , del componente, como se definió antes, es determinada al considerar el triángulo recto OAB.

Usando el Teorema de Pitágoras, tenemos que:

$$\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{AB}^2 \quad (\text{E-1})$$

$$\overline{OB}^2 = (R')^2 - \left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 \quad (\text{E-2})$$

La diferencia entre los diámetros del agujero y tubular es definida como el paso libre diametral (diametral clearance)  $\Delta$ , y es obtenido como:

$$\Delta = d_h - d_o \quad (\text{E-3})$$

usando la ecuación E-3, tenemos que:

$$\overline{OB} = R' - \Delta \quad (\text{E-4})$$

sustituyendo la ecuación E-4 en E-2 encontramos

$$(R' - \Delta)^2 = (R')^2 - \left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 \quad (\text{E-5})$$

$$\left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 = (R')^2 - [(R')^2 - 2R'\Delta + \Delta^2]$$

$$\left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 = 2R'\Delta - \Delta^2 \quad (\text{E-6})$$

La ecuación F-6 es una expresión para  $L_{free}$  en términos de  $\Delta$  y  $R'$ . Es apropiado reemplazar  $R'$  por el radio axial de curvatura. De la figura 7, tenemos que:

$$R' = R + \frac{1}{2}(\Delta + d_o) \quad (E-7)$$

sustituyendo la ecuación F-7 en F-6, obtenemos:

$$\left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 = 2\left[R + \frac{1}{2}(\Delta + d_o)\right]\Delta - \Delta^2$$

$$\left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 = 2R\Delta + \Delta^2 + d_o\Delta - \Delta^2$$

$$\left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 = 2R\Delta + d_o\Delta$$

$$\left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 = (2R + d_o)\Delta \quad (E-8)$$

debido a que  $d_o \ll 2R$ , puede despreciarse, entonces:

$$\left(\frac{L_{free}}{2}\right)^2 = 2R\Delta$$

$$L_{free}^2 = 8R\Delta$$

como  $\Delta = d_h - d_o$ , queda:

$$L_{free} = \left[ 8R(d_h - d_o) \right]^{1/2}$$

(E-9)

la cual puede ser usada con cualquier sistema consistente de unidades.

La ecuación E-9 da la máxima longitud libre de paso para un componente de diámetro "d<sub>o</sub>" a través de una sección de agujero de diámetro "d<sub>h</sub>" y radio de curvatura "R". Ejemplos de valores de longitud libre contra curvatura del agujero son mostrados en la figura 31 para varios valores de paso libre diametral (clearance diametral). La ecuación E-9 es usada para determinar las magnitudes de las contribuciones de la rigidez a la fuerza de contacto en el modelo Rígido.

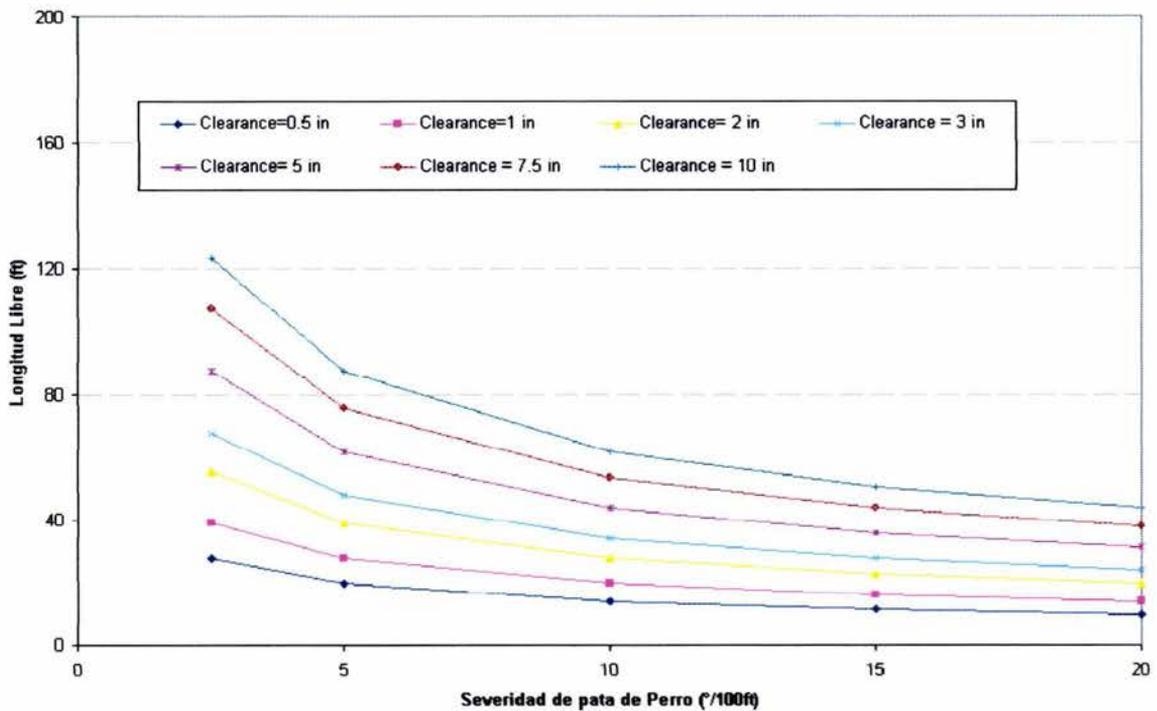


Figura 31 Longitud libre vs. Curvatura del agujero

## Apéndice F

---

**Relación entre el ángulo de rotación de la cara de la herramienta  $\gamma$ , ritmo de construcción de ángulo de inclinación,  $B$ , y la severidad.**

Millheim et al. han mostrado que las siguientes relaciones geométricas entre la severidad de la herramienta,  $d\beta$ , el ángulo de rotación de la cara de la herramienta  $\gamma$ , el ángulo de inclinación original  $I$ , y el nuevo ángulo de inclinación  $I_N$  son:

$$I_N = \cos^{-1}[\cos(I)\cos(d\beta) - \text{sen}(I)\text{sen}(d\beta)\cos(\gamma)] \quad (\text{F-1})$$

Resolviendo la ecuación de arriba para el ángulo de rotación de la cara de la herramienta  $\gamma$ , obtenemos:

$$\cos(\gamma) = \frac{\cos(I)\cos(d\beta) - \cos(I_N)}{\sin(d\beta)\text{sen}(I)} \quad (\text{F-2})$$

Considerando el elemento diferencial como se muestra en la figura 1 y asumiendo que  $\cos(d\beta)=1$ ,  $\text{sen}(d\beta)=d\beta$ ,  $I_N - I = dI$  y  $\cos(dI)=1$ . Después de la expansión de  $\cos(I_N)$  y algunos arreglos, la ecuación F-2 toma la forma de

$$\cos(\gamma) = \frac{dI}{d\beta} = \frac{B}{D} \quad (\text{F-3})$$

La ecuación B-3 indica que si el ángulo de la cara de la herramienta  $\gamma$  y el ritmo de construcción de ángulo de inclinación,  $B$ , son constantes, la trayectoria tiene una curvatura constante  $D$ .

## NOMENCLATURA UTILIZADA

$a =$	Curvatura del agujero, rad/pie
$a_c =$	Curvatura del agujero a la cual ocurre contacto para una carga axial, rad/pie
$A =$	Azimut, °
$A_o =$	Azimut inicial, °
$B =$	Ritmo de construcción de ángulo de inclinación, °/100 pies
$d_h =$	Diámetro del agujero, pg
$d_i =$	Diámetro interno de la sarta, pg
$d_o =$	Diámetro externo de la sarta, pg
$D =$	Severidad de pata de perro, °/100 pies
$E =$	Coordenada Este, pies
$E_M =$	Módulo de elasticidad del material de la sarta, lb <sub>f</sub> /pg <sup>2</sup>
$F_b =$	Fuerza en el fondo de una sección 3D, lb <sub>f</sub>
$F_N =$	Fuerza normal por unidad de longitud de sarta de casing, lb <sub>f</sub>
$F_T =$	Tensión de la sarta de casing en la cima de la sección de la trayectoria, lb <sub>f</sub>
$F_1 =$	Fuerza en el fondo de una sección catenaria, lb <sub>f</sub>
$H =$	Ritmo de construcción de azimuth con respecto al desplazamiento curvilíneo horizontal, °/100 pies
$I =$	Inclinación, °
$I_{máx} =$	Inclinación máxima requerida para que la sarta se deslice en una sección recta, °
$I_o =$	Inclinación inicial, °
$\bar{I} =$	Inclinación promedio en una sección de trayectoria, °
$L =$	Longitud medida de la trayectoria, pies
$L_{libre} =$	Longitud libre del componente $i$ , pies

$L_o =$	Longitud inicial, pies
$\Delta M =$	Torque de la sarta de casing en la cima de la sección de trayectoria, lb <sub>r</sub> -pie
$M_G =$	Momento geométrico de la sarta en una sección de trayectoria, lb <sub>r</sub> -pie
$M_I =$	Momento de inercia de una sección de sarta, pg <sup>4</sup>
$n_i =$	Número de componentes en un segmento de longitud libre, adim.
$N =$	Coordenada norte, pies
$P =$	Sumatoria, ec'n 48
$r_c =$	Radio efectivo de contacto, pg
$r_m =$	Radio promedio de la junta y el cuerpo del tubo, pg
$(r_o)_B =$	Radio externo en el cuerpo del tubo, pg
$(r_o)_{TJ} =$	Radio externo de la junta, pg
$r_t =$	Radio del offset entre el diámetro exterior y de la junta, pg
$r_{TJ_i} =$	Radio externo de la junta de un elemento de sarta de perforación o casing, pies
$R =$	Radio de curvatura de una sección de trayectoria, pies
$R_A =$	Radio de curvatura de la sección de acoplamiento de la cima de la catenaria a la vertical, pies
$S =$	Desplazamiento curvilíneo horizontal, pies
$T =$	Ritmo de construcción de azimut con respecto a la longitud medida de la trayectoria, °/100 pies
$T_b =$	Torque en el fondo de una sección de trayectoria, lb <sub>r</sub> -pie
$\bar{T} =$	Ritmo promedio de construcción de azimut con respecto a la longitud medida de la trayectoria, °/100 pies
$W =$	Peso flotado por unidad de longitud de la sarta de casing, lb <sub>r</sub> /pie
$\Delta x =$	Desplazamiento horizontal en una trayectoria 2D, pies
$\Delta z =$	Desplazamiento vertical en una trayectoria 2D, pies
$Z =$	Coordenada de profundidad vertical, pies

$\gamma =$	Angulo de rotación de la cara de la herramienta, °
$\mu =$	Coeficiente de fricción, adimensional
$\ell =$	Longitud del componente, pies