

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA



**ANÁLISIS DE ASENTAMIENTOS
PRODUCIDOS POR ÁREAS
CARGADAS NO POLIGONALES**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
I N G E N I E R O C I V I L
P R E S E N T A:
JORGE ALBERTO IGLESIAS TAVERNIER

ASESOR: M. I. RICARDO PADILLA VELÁZQUEZ

México, D. F.

2004

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



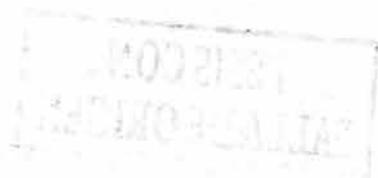
UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo investigativo.

NOMBRE: Jorge Alberto Iglesias Tavernier

FECHA: 7/ Julio/ 2004

FIRMA: 

**ANÁLISIS DE ASENTAMIENTOS PRODUCIDOS
POR ÁREAS CARGADAS NO POLIGONALES**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
I N G E N I E R O C I V I L
P R E S E N T A:
JORGE ALBERTO IGLESIAS TAVERNIER

A Dios.

*Por hacer día con día un milagro en mi vida,
por ser motor de mi existencia.*

A mi madre.

*Con cariño y respeto por el cúmulo de esfuerzos
hacia mi y mis hermanos.*

A mis hermanos y familiares.

*Que siempre me han brindado
su amistad y su apoyo.*

A mis amigos y seres queridos.

*Gracias por estar aquí conmigo,
los llevo en el corazón.*

A todos mis profesores.

*Mis motivadores para seguir adelante y
a quienes debo mi formación académica.*

Al Ing. Humberto Gardea Villegas.

Con admiración y respeto.

A la Facultad de Ingeniería.

Alma Mater.

A Fortino'



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
FING/DCTG/SEAC/UTIT/026/04

Señor
JORGE ALBERTO IGLESIAS TAVERNIER
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. RICARDO RUBEN PADILLA VELÁZQUEZ, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

ANÁLISIS DE ASENTAMIENTOS PRODUCIDOS POR ÁREAS CARGADAS NO POLIGONALES"

- INTRODUCCIÓN
- I. ANTECEDENTES
- II. LA TEORÍA DE DAMY-CASALES Y LA SIMPLIFICACIÓN DE PADILLA
- III. PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE INCREMENTO DE ESFUERZO VERTICAL EN CUALQUIER PUNTO
- IV. ELEMENTOS DE COMPRESIBILIDAD
- V. EJEMPLO DE APLICACIÓN
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 9 de Marzo del 2004.
EL DIRECTOR


M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFB/AJP/crc.

Índice

Introducción	1
Capítulo I. Antecedentes	3
I.1 Principio de Esfuerzo Efectivo	4
I.2 Esfuerzos en un Punto de una Masa de Suelo	6
I.3 Esfuerzos debidos al Peso Propio	8
I.4 Esfuerzos debidos a Cargas Aplicadas deducidas a partir de la Teoría de Boussinesq	10
Capítulo II. La teoría de Damy-Casales y la simplificación de Padilla	36
II.1 El Algoritmo de Damy - Casales	37
II.2 La Simplificación de Padilla	43
Capítulo III. Programa para el Cálculo de Incremento de Esfuerzos Verticales bajo cualquier punto. .	58
III.1 Desarrollo del Programa	60
III.2 Modelado de Áreas poligonales y no poligonales cargadas uniformemente, utilizando el programa propuesto	65
III.3 Obtención de Bulbos de Esfuerzo por medio del programa. . .	102
Capítulo IV Elementos de Compresibilidad	108
IV.1 Consolidación Unidimensional	109
IV.2 Análisis de Asentamientos	139
Capítulo V Ejemplo de Aplicación	145
V.1 Planteamiento del Problema	146
V.2 Solución analítica al Problema planteado.	150
Capítulo VI Conclusiones	175
Bibliografía	178

Introducción

Dentro de la Mecánica de Suelos se tienen varios objetivos al hacer un análisis acerca del suelo donde se va desplantar una estructura, desde determinar sus propiedades físicas, sus propiedades índice y sus propiedades mecánicas, así como clasificar el tipo de suelo, calcular su capacidad de carga y los asentamientos totales y diferenciales que se van a presentar a lo largo del tiempo en diversos puntos de la zona cargada.

Para determinar dichos asentamientos se tienen teorías que en su mayoría toman en cuenta las propiedades de los diversos estratos en que esté conformado un suelo. Cabe destacar que muchas tienen que recurrir a idealizaciones para acercarse lo más posible al comportamiento real del suelo.

Para poder calcular los asentamientos en un estrato de suelo ubicado a una profundidad de interés, afectado por la descarga de una estructura en la superficie del suelo, es necesario determinar primero el incremento de esfuerzo vertical que es provocado por la presión de la descarga; para lo cual casi todos los procedimientos de cálculo terminan usando tablas, gráficas o dibujos a escala que dependen de la apreciación visual para determinar factores de influencia que posteriormente involucran a la descarga para determinar dicho incremento; trabajo por demás laborioso para la práctica cotidiana, en especial en éste momento en el cual se puede hacer uso de las computadoras, sin restarle el valor de carácter interpretativo y de experiencia que requieren éstos conceptos, en el trabajo cotidiano de todo ingeniero civil.

Al estudiar en mis cursos, sobre la metodología que se seguía para calcular los incrementos de esfuerzo vertical para diversas áreas cargadas me encontré con varias limitantes; además de las gráficas ya mencionadas, por ejemplo, en el área circular uniformemente cargada encontré que Boussinesq realiza una integración para puntos bajo centro del área, sin plantear la solución para otros puntos dentro, en la periferia e incluso fuera de la misma. El mismo caso ocurría para puntos en la periferia de áreas típicas conocidas como la rectangular donde se encuentra una incongruencia con varias de las teorías utilizadas. Todo esta problemática despertó una curiosidad por saber como obtener dichas

carencias que tenían dichas teorías y como volver más ágil el procedimiento.

Debido a que el M. I. Ricardo Padilla desarrolló una simplificación y una metodología vectorial para modelar casi cualquier área, la cual es muy susceptible de programarse; surge entonces la idea de desarrollar un programa en hoja de cálculo, lo suficientemente versátil, tal que sea útil para calcular incrementos de esfuerzo vertical, así como asentamientos bajo cualquier punto de un área uniformemente cargada; obviamente siempre y cuando tome en cuenta las limitantes teóricas que fundamentan todo el desarrollo del mismo y las aproximaciones que le son permitidas al ingeniero.

En muchas ocasiones los resultados obtenidos bajo éstas teorías le otorgan al ingeniero valores sobrados, que son necesarios para el diseño y revisión de cimentaciones en los múltiples suelos en que se deben desplantar las estructuras, y que hasta el momento han sido favorables para el desarrollo y construcción de edificaciones.

Y he aquí la importancia de este trabajo de tesis que a continuación se desarrolla, el cual sin duda es de interés para los estudiantes de Ingeniería Civil que están cursando materias relativas a los suelos, e inclusive para aquellos profesionistas que les concierna el desarrollo de una herramienta que haga más ágil los procedimientos de diseño y revisión con la ayuda de la computadora.

Capítulo I

Antecedentes

I. Antecedentes

Para entender el comportamiento de los suelos, desde el punto de vista de la ingeniería civil, es necesario entender el concepto de esfuerzo en una masa de suelo, en especial, la manera en que el esfuerzo actúa en el suelo como un todo y se relaciona con los esfuerzos que se manifiestan dentro de la estructura del suelo y del fluido intersticial.

Para poder resolver problemas en ingeniería civil, también es necesario entender cómo estimar los esfuerzos que actúan en un punto de la masa de suelo debidos al peso propio; así mismo el cambio de esfuerzos que se induce en el suelo debido a la acción de cargas externas producto de la construcción de obras. En el mismo orden de importancia se encuentran las deformaciones de la masa de suelo, principalmente los asentamientos, inmediatos y a largo plazo, que resultan de los cambios de tales esfuerzos.

En general, el esfuerzo sobre un punto no es el mismo en todas las direcciones, en consecuencia, es importante estudiar el estado general de esfuerzos que existe en un punto dentro de la masa de suelo y considerar las relaciones entre los esfuerzos actuantes en direcciones diferentes. Sin embargo, en muchos problemas de aplicación a la de ingeniería el interés principal se centra sobre los esfuerzos que actúan en una dirección particular; como es el caso del estudio de la capacidad de carga y los asentamientos de cimentaciones, que dependen principalmente de los esfuerzos que actúan en la dirección vertical, mientras que el estudio de las presiones de tierras sobre los muros de contención dependen de los esfuerzos horizontales en la masa de suelo.

I.1 Principio de esfuerzo efectivo

En una masa de suelo existen esfuerzos dentro de su estructura que resultan de las fuerzas que actúan sobre los puntos de contacto entre partículas individuales, y existen esfuerzos dentro del fluido intersticial, que es lo que ocupa los vacíos del suelo. Para estudiar el comportamiento de los suelos es necesario distinguir estas dos clases de esfuerzos y entender la relación entre ellos.

Si se considera dentro de este propósito, una masa de suelo saturado con una superficie horizontal (Figura I.1), con el nivel freático a nivel del terreno, se tiene que en un plano horizontal XX de área A a profundidad z , la columna vertical de suelo por encima de XX tendrá el peso total W siguiente:

$$W = W_s + W_w \quad (I.1)$$

Donde W_s es el peso de las partículas del suelo y W_w es el peso del agua en los vacíos.

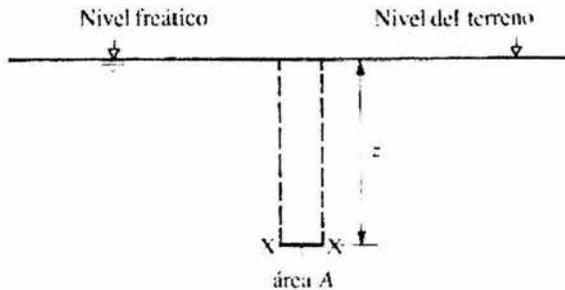


Figura I.1 Determinación de Esfuerzo Efectivo para Suelo Saturado

Las partículas del suelo por debajo del nivel freático están sometidas a un empuje U de tal manera que su peso efectivo W'_s está dado por

$$W'_s = W_s - U$$

Entonces:

$$W_s = W'_s + U$$

Y reemplazando en la ecuación (I.1):

$$W = W'_s + U + W_w$$

Si V_s representa el volumen de las partículas de suelo en la columna, y V_w el volumen de agua, entonces $U = \rho_w g V_s$ (por el principio de Arquímedes) y $W_w = \rho_w g V_w$.

Entonces:

$$W = W'_s + \rho_w g (V_s + V_w)$$

Como el suelo está saturado, el volumen de agua V_w es igual al volumen de vacíos V_v . Por tanto $V_s + V_w$ representa el volumen total V de la columna. Entonces:

$$W = W'_s + \rho_w g V$$

Y como $V = Az$, se tiene que:

$$\frac{W}{A} = \frac{W'_s}{A} + \rho_w g z$$

W/A define el esfuerzo sobre XX como resultado del peso total de la columna y se denomina *esfuerzo total*, representado por σ . W'_s/A es el esfuerzo sobre XX como resultado del peso efectivo de las partículas de suelo y se denomina *esfuerzo efectivo*, σ' . Puesto que el plano XX está a la profundidad z por debajo del nivel freático, el término $\rho_w g z$ constituye la *presión intersticial hidrostática* en XX , representada por u . Así obtenemos la relación:

$$\sigma = \sigma' + u \quad (1.2)$$

Se debe considerar que la ecuación 1.2 se cumple para suelos saturados, sin tener en cuenta las condiciones del agua en los poros ni la influencia de las cargas externas. Esta relación se conoce como *principio de esfuerzo efectivo* y fue postulado por Karl Terzaghi, en 1923. Éste simplemente propone que *en cualquier punto de una masa de suelo saturado el esfuerzo total en cualquier dirección es igual a la suma algebraica del esfuerzo efectivo en esa dirección y la presión intersticial*. A pesar de su forma tan simple, el principio de esfuerzo efectivo es la relación de mayor importancia en el estudio de la mecánica de suelos.

1.2 Esfuerzos en un punto de una masa de suelo

En la Figura 1.2 a) se observa el estado general de esfuerzos totales en un elemento cúbico dentro de una masa de suelo. El estado de esfuerzos que resulta en cada cara del cubo se distingue por una componente de esfuerzo normal σ y dos componentes de esfuerzo cortante τ , las cuales se identifican con un sufijo relacionado con las tres direcciones de referencia x , y , z . Sin embargo, para este estado de esfuerzos debe existir en el elemento un conjunto de tres planos mutuamente perpendiculares

sobre los cuales el esfuerzo resultante es normal, con las componentes de esfuerzos cortantes nulos. Estos son los planos *principales*, y los esfuerzos normales asociados son los *esfuerzos principales*.

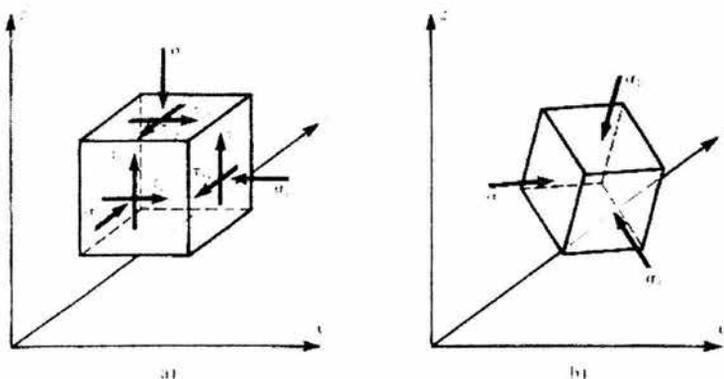


Figura 1.2 a) Estado general de esfuerzos en elemento de suelo, b) esfuerzos principales.

En orden de magnitud descendente tenemos el esfuerzo principal *mayor* σ_1 que actúa sobre el plano principal *mayor*, el esfuerzo principal *intermedio* σ_2 que actúa sobre el plano principal *intermedio*, y el esfuerzo principal *menor* σ_3 que actúa sobre el plano principal *menor*. En la Figura 1.2 b) se representa el estado de esfuerzos del elemento cuando las caras del elemento están orientadas en las direcciones de los planos principales. Si el elemento se toma de tamaño infinitesimal, los esfuerzos que se muestran en la Figura 1.2 en las caras del elemento pueden adoptarse para definir los esfuerzos que actúan sobre planos diferentes en un punto de la masa de suelo.

Por otro lado, en los casos de muros de contención, terraplenes, cortes y cimentaciones corridas, la masa de suelo sometida a esfuerzo es a menudo muy grande en una dirección, como se puede ver en la Figura 1.3. Para esta geometría representativa de las obras civiles, las deformaciones de la masa de suelo en la dirección *y* solo se producen localmente en los costados de la estructura, y las condiciones de la mayor parte de la masa de suelo se aproximan a las de *deformación plana*, donde σ_y es el esfuerzo principal intermedio. De modo que, al tomar espesores unitarios de la

masa de suelo en la dirección y y reducimos el problema a un análisis bidimensional de esfuerzos, en el cual únicamente es necesario considerar los esfuerzos en el plano x, z .

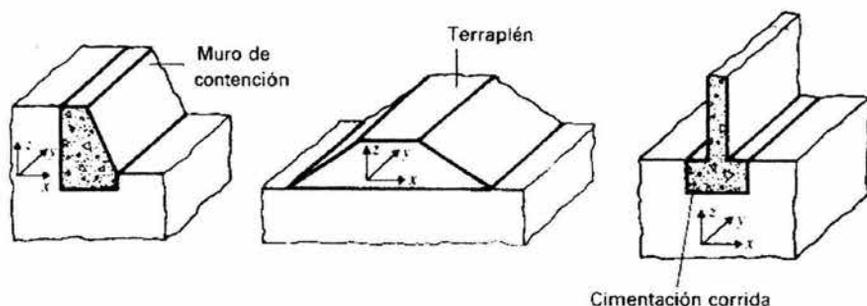


Figura I.3 Problemas representativos de deformaciones planas.

I.3 Esfuerzos debidos al peso propio

El esfuerzo vertical que existe en una masa de suelo debido solamente a su peso propio se denomina *esfuerzo de sobrecarga*.

En la Figura I.4 se muestra un depósito homogéneo de suelo con una superficie horizontal. Para estas condiciones el esfuerzo cortante en todos los planos verticales es cero, y en consecuencia los esfuerzos vertical y horizontal son esfuerzos principales.

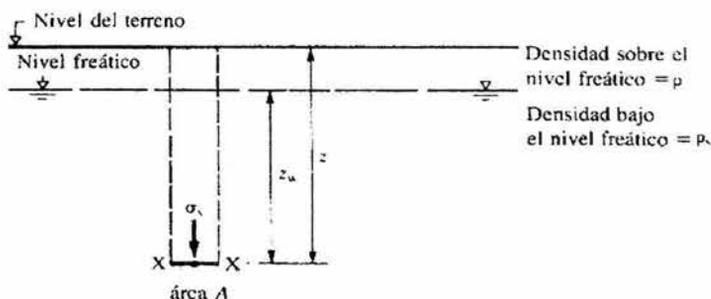


Figura I.4 Determinación de Esfuerzo Efectivo para Suelo Parcialmente Saturado.

El esfuerzo vertical total σ_v (o presión de sobrecarga total) en cualquier punto es simplemente el esfuerzo que resulta del peso de todo el material por encima del punto. Así, considerando el plano horizontal XX de área A a una profundidad z , el peso total de la columna vertical de suelo por encima de XX está dado por:

$$W = \rho g(z - z_w)A + \rho_{sat} g z_w A$$

Donde ρ es la densidad aparente del suelo, ρ_{sat} es la densidad saturada, y g es la aceleración de la gravedad. Entonces, el esfuerzo vertical total σ_v sobre XX definido como W/A , está dado por:

$$\sigma_v = \rho g(z - z_w) + \rho_{sat} g z_w \quad (I.3)$$

Con la densidad en Mg/m^3 , la gravedad en m/s^2 , y la profundidad en metros, se tiene que el esfuerzo vertical total tiene unidades de kPa.

La presión intersticial u en cualquier punto de la masa de suelo tendrá un valor de equilibrio compatible con las condiciones de frontera hidráulicas existentes en la masa de suelo. Las condiciones más simples son aquellas en las que el nivel freático es estático, en cuyo caso las presiones intersticiales se denominan presiones *hidrostáticas*. Al ser una presión de fluido, la presión intersticial en cualquier punto es la misma en todas las direcciones, y por tanto no hay necesidad de atribuirle un sufijo que indique la dirección en la que actúa. Así, en la Figura I.4, la presión intersticial hidrostática en XX a una profundidad z_w por debajo del nivel freático está dada por:

$$u = \rho_w g z_w \quad (I.4)$$

El esfuerzo vertical efectivo asociado (o presión de sobrecarga efectiva) sobre XX se obtiene a partir del principio de esfuerzos efectivos utilizando la ecuación (I.2) en la forma siguiente:

$$\sigma'_v = \sigma_v - u \quad (I.5)$$

Sustituyendo σ_v de la ecuación (I.3) y u de la ecuación (I.4) en la (I.5), se tienen que:

$$\sigma'_v = \rho g(z - z_w) + (\rho_{sat} - \rho_w) g z_w \quad (I.5')$$

Bajo condiciones hidrostáticas, la presión efectiva de sobre carga en una masa de suelo es función de la densidad total del suelo que se encuentre por encima del punto considerado sobre el nivel freático y de la densidad

sumergida del suelo que se encuentre por encima del punto considerado bajo el nivel freático.

El esfuerzo horizontal en un punto de la masa de suelo está fuertemente determinado por la historia de esfuerzos del depósito, y como tal no puede calcularse de una manera simple como los esfuerzos de sobrecarga.

I.4 Esfuerzos debidos a cargas aplicadas deducidas a partir de la Teoría de Boussinesq

Unos de los problemas de importancia fundamental en Mecánica de Suelos es el de la distribución de los esfuerzos aplicados en la superficie de una masa de suelo a todos los puntos de esa masa. Se puede decir que tal problema no ha sido resuelto aún satisfactoriamente debido a la complejidad, en cuanto al comportamiento de los suelos; además las soluciones que actualmente se aplican, basadas en la Teoría de la Elasticidad, contienen los defectos prácticos de las fuertes hipótesis impuestas por las necesidades de la resolución matemática. Sin embargo, hasta hoy, no ha sido posible desarrollar soluciones más adaptadas a la realidad, por lo que resulta necesario recurrir aún a las teorías elásticas.

Por tanto, los resultados que se obtengan en las aplicaciones prácticas deberán siempre de verse con el debido criterio y ajustarse con la experiencia. Como sucede actualmente que, de la aplicación de las teorías en uso, el ingeniero civil logra, una estimación suficientemente próxima de los fenómenos reales en que esta interesado, de manera que le es posible trabajar proyectos y materiales con factores de seguridad.

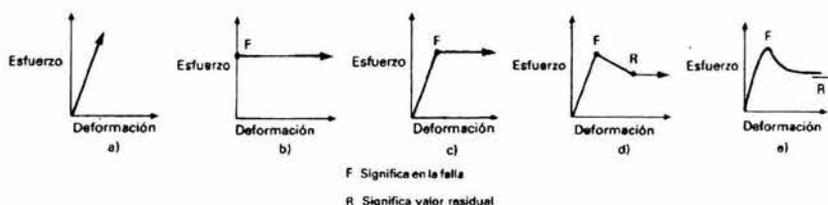


Figura 1.5 Relaciones esfuerzo-deformación de materiales ideales a)elástico, b)plástico rígido, c)elastoplástico, d)elastoplástico con ablandamiento, e)relación esfuerzo-deformación representativa de un material real. (Tomado de Bishop, 1972).

Ahora bien, las distribuciones de esfuerzos que se producen en una masa de suelo debido a la aplicación de cargas resultantes de la construcción de obras de ingeniería dependen del espesor y la uniformidad de la masa de suelo, del tamaño y la forma del área cargada, y de las propiedades esfuerzo-deformación del suelo; pero, el comportamiento esfuerzo-deformación de los materiales reales rara vez es simple, y en el caso de los suelos frecuentemente es muy complejo, lo que se observa en la Figura I.5, donde se comparan las relaciones esfuerzo-deformación para un número de materiales ideales con la de un suelo real. Otros ejemplos de relaciones esfuerzo-deformación para suelos reales se observan en la Figura I.6.

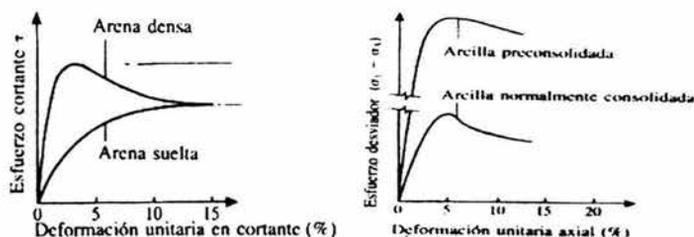


Figura I.6 A la izquierda se observan las relaciones esfuerzo-deformación unitaria para ensayos drenados con arenas. A la derecha las relaciones esfuerzo-deformación unitaria en ensayos no drenados con muestras de arcilla inalterada.

No obstante, dentro del contexto de la exploración de los esfuerzos y deformaciones en una masa de suelo, pueden identificarse dos categorías en los problemas de ingeniería. Los problemas de *estabilidad* que constituyen una de las categorías, se analizan considerando el equilibrio límite de una masa de suelo que esta en estado de falla por cortante a lo largo de una superficie de deslizamiento potencial. Se supone que el suelo en la zona de falla se encuentra en un estado de *equilibrio plástico*, y en el análisis el comportamiento del suelo se define con un valor de resistencia en la condición de falla a lo largo de la superficie de deslizamiento. Con la comparación entre los esfuerzos reales sobre la superficie de deslizamiento potencial con aquellos necesarios para generar la falla, se obtiene un factor de seguridad con respecto a la inestabilidad. La teoría del equilibrio límite para el análisis de estabilidad considera en la

práctica, las presiones de tierras en los muros de contención, la estabilidad de taludes y la capacidad de carga de cimentaciones.

La segunda categoría la constituyen los problemas de *distribución de esfuerzos y de deformaciones*, en los que el interés está centrado en la predicción de esfuerzos y deformaciones, por lo general, asentamientos en el suelo cuando los niveles de esfuerzos se limitan a un rango de trabajo muy por debajo del valor de falla y dentro de la parte inicial, alrededor del comportamiento lineal, de la curva esfuerzo-deformación. Para estas condiciones se supone que el suelo se encuentra en un estado de *equilibrio elástico* y las distribuciones de esfuerzos y las deformaciones se determinan bajo la suposición de que el suelo se comporta como un material homogéneo, isotrópico y linealmente elástico, cuyas propiedades se definen con el módulo de elasticidad, E , y la relación de Poisson, ν .

Muchas de las soluciones obtenidas para las distribuciones de esfuerzos se derivan de los trabajos de Boussinesq, quien en 1885 desarrolló expresiones matemáticas para obtener el incremento de esfuerzo en una masa semiinfinita⁺ de suelo debido a la aplicación de una carga puntual en su superficie. Las expresiones de Boussinesq se han integrado para obtener soluciones para áreas cargadas y se han modificado para tomar en cuenta estratos de suelo de espesor finito, sistemas de varios estratos y aplicación de cargas por debajo de la superficie de la masa de suelo. Una revisión íntegra de las diversas soluciones publicadas fue dada por Scott (1963), Harr (1966) y Poúlos y Davis (1974). Sin embargo, aquí se presentan aquellas comúnmente utilizadas en la práctica de la ingeniería y de interés para el desarrollo de esta tesis.

Las condiciones complejas de carga con frecuencia pueden tratarse como una combinación de dos o más de estos casos simples de carga, y su solución puede obtenerse aplicando el principio de superposición. Los cambios de esfuerzo debidos a la descarga, por ejemplo, en excavaciones, pueden calcularse simplemente con una carga negativa aplicada sobre el área de excavación. Debe recordarse que las soluciones producen cambios en el esfuerzo que resulta de la aplicación de cargas, y no toman en cuenta los esfuerzos que existen en la masa de suelo debidos a su propio peso.

⁺ Una masa semiinfinita es la que está limitada por una superficie horizontal y se extiende al infinito verticalmente hacia abajo, y horizontalmente en todas direcciones.

I.4.1 Carga Puntual Vertical

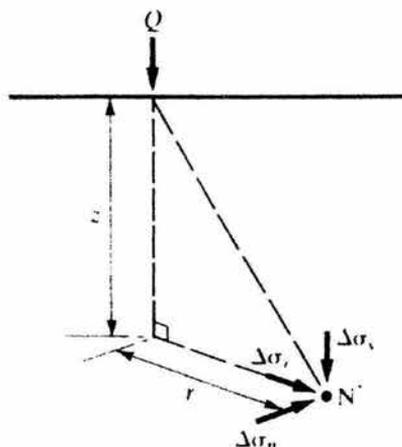


Figura I.7 Deducción del incremento de esfuerzo en un punto dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga puntual vertical.

Con referencia en la Figura I.7, las expresiones de Boussinesq para el incremento de esfuerzo en el punto N en una masa semiinfinita de suelo debido a la aplicación de una carga puntual Q en la superficie, están dados por:

$$\Delta\sigma_v = \frac{3Q}{2\pi} \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \quad (\text{I.6a})$$

$$\Delta\sigma_r = \frac{Q}{2\pi} \left[\frac{3r^2z}{(r^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{1-2\nu}{r^2 + z^2 + z\sqrt{r^2 + z^2}} \right] \quad (\text{I.6b})$$

$$\Delta\sigma_\theta = \frac{Q}{2\pi} (1-2\nu) \left[\frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{1}{r^2 + z^2 + z\sqrt{r^2 + z^2}} \right] \quad (\text{I.6c})$$

$$\Delta\tau_{rz} = \frac{3Q}{2\pi} \frac{rz^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \quad (\text{I.6d})$$

Donde: z = profundidad desde la superficie del suelo hasta el punto N.
 R = distancia radial desde N hasta la línea de acción de Q .
 ν = relación de Poisson.

En la práctica de la Mecánica de Suelos, la ecuación (I.6a) es la más usada de las anteriores ya que su aplicación al cálculo de asentamientos es de fundamental importancia. Debe recordarse que estas expresiones se han obtenido suponiendo que el material en donde se producen los esfuerzos es homogéneo, isótropo, linealmente elástico y semiinfinito. Pero es evidente que el suelo real no es homogéneo, pues sus propiedades mecánicas no son las mismas en todos los puntos de su masa; ni isótropo, pues en un punto dado esas propiedades varían, en general, en las distintas direcciones del espacio; ni linealmente elástico, pues, las relaciones esfuerzo-deformación de los suelos no son precisamente las que corresponden a ese comportamiento. Y por último, también es sabido que ninguna masa de suelo es semiinfinita.

En la aplicación práctica, la ecuación (I.6a) se escribe en forma adimensional de la siguiente forma:

$$\Delta\sigma_v \frac{z^2}{Q} = \frac{3}{2\pi} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{5/2}$$

Que puede expresarse como sigue:

$$\Delta\sigma_v = \frac{Q}{z^2} Q_0 \quad (\text{I.6a}'), \quad \text{con} \quad Q_0 = \frac{3}{2\pi} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{5/2}$$

Donde, es posible tabular los valores de Q_0 en función de la relación r/z , lo que se presenta en la Tabla I.1.

Así, para encontrar el valor de un esfuerzo normal vertical, $\Delta\sigma_v$, con la ayuda de la Tabla I.1, basta con medir la distancia r del punto de aplicación de la carga al punto de la superficie exactamente arriba del punto de la masa en que se requiere medir el esfuerzo y dividir ese valor r , entre la z correspondiente al plano en que calcula el esfuerzo. Con el valor de esta relación, r/z , se selecciona el valor de Q_0 correspondiente y se calcula el esfuerzo aplicando la ecuación (I.6a').

Valores de influencia para el caso de carga concentrada
Solución de Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{P}{z^2} \cdot P_o$$

r/z	P_o	r/z	P_o	r/z	P_o	r/z	P_o
0.00	— 0.4775	0.40	— 0.3294	0.80	— 0.1386	1.20	— 0.0513
1	— 0.4773	1	— 0.3238	1	— 0.1353	1	— 0.0501
2	— 0.4770	2	— 0.3181	2	— 0.1320	2	— 0.0489
3	— 0.4764	3	— 0.3124	3	— 0.1288	3	+ 0.0477
4	— 0.4756	4	— 0.3068	4	— 0.1257	4	— 0.0466
5	— 0.4745	5	— 0.3011	5	— 0.1226	5	— 0.0454
6	— 0.4732	6	— 0.2955	6	— 0.1196	6	— 0.0443
7	— 0.4717	7	— 0.2899	7	— 0.1166	7	— 0.0433
8	— 0.4699	8	— 0.2843	8	— 0.1138	8	— 0.0422
9	— 0.4679	9	— 0.2788	9	— 0.1110	9	— 0.0412
0.10	— 0.4657	0.50	— 0.2733	0.90	— 0.1083	1.30	— 0.0402
1	— 0.4633	1	— 0.2679	1	— 0.1057	1	— 0.0393
2	— 0.4607	2	— 0.2625	2	— 0.1031	2	— 0.0384
3	— 0.4579	3	— 0.2571	3	— 0.1005	3	— 0.0374
4	— 0.4548	4	— 0.2518	4	— 0.0981	4	— 0.0365
5	— 0.4516	5	— 0.2466	5	— 0.0956	5	— 0.0357
6	— 0.4482	6	— 0.2414	6	— 0.0933	6	— 0.0348
7	— 0.4446	7	— 0.2363	7	— 0.0910	7	— 0.0340
8	— 0.4409	8	— 0.2313	8	— 0.0887	8	— 0.0332
9	— 0.4370	9	— 0.2263	9	— 0.0865	9	— 0.0324
0.20	— 0.4329	0.60	— 0.2214	1.00	— 0.0844	1.40	— 0.0317
1	— 0.4286	1	— 0.2165	1	— 0.0823	1	— 0.0309
2	— 0.4242	2	— 0.2117	2	— 0.0803	2	— 0.0302
3	— 0.4197	3	— 0.2070	3	— 0.0783	3	— 0.0295
4	— 0.4151	4	— 0.2024	4	— 0.0764	4	— 0.0288
5	— 0.4103	5	— 0.1978	5	— 0.0744	5	— 0.0282
6	— 0.4054	6	— 0.1934	6	— 0.0727	6	— 0.0275
7	— 0.4004	7	— 0.1889	7	— 0.0709	7	— 0.0269
8	— 0.3954	8	— 0.1846	8	— 0.0691	8	— 0.0263
9	— 0.3902	9	— 0.1804	9	— 0.0674	9	— 0.0257
0.30	— 0.3849	0.70	— 0.1762	1.10	— 0.0658	1.50	— 0.0251
1	— 0.3796	1	— 0.1721	1	— 0.0641	1	— 0.0245
2	— 0.3742	2	— 0.1681	2	— 0.0626	2	— 0.0240
3	— 0.3687	3	— 0.1641	3	— 0.0610	3	— 0.0234
4	— 0.3632	4	— 0.1603	4	— 0.0595	4	— 0.0229
5	— 0.3577	5	— 0.1565	5	— 0.0581	5	— 0.0224
6	— 0.3521	6	— 0.1527	6	— 0.0567	6	— 0.0219
7	— 0.3465	7	— 0.1491	7	— 0.0553	7	— 0.0214
8	— 0.3408	8	— 0.1455	8	— 0.0539	8	— 0.0209
9	— 0.3351	9	— 0.1420	9	— 0.0526	9	— 0.0204

Tabla I.1 Cálculo de los valores de influencia para el caso de carga puntual vertical. En esta tabla se toma P_o como el parámetro Q_o , P como la carga puntual Q y σ_z como σ_v .

I.4.2 Carga Lineal Vertical de Longitud Infinita

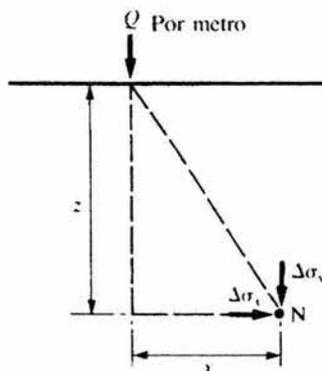


Figura 1.8 Dedución del incremento de esfuerzo en un punto dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga lineal vertical de longitud infinita.

Con referencia en la Figura 1.8, los incrementos de esfuerzo en N debidos a la aplicación de una carga lineal de magnitud Q por metro, están dados por:

$$\Delta\sigma_v = \frac{2Q}{\pi} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2} \quad (I.7a)$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{2Q}{\pi} \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} \quad (I.7b)$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{2Q}{\pi} \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2} \quad (I.7c)$$

Un caso muy particular para este tipo de condición de carga se presenta a continuación.

Con referencia en la Figura 1.9 se presenta una carga lineal, uniformemente distribuida en la longitud y , de p unidades de carga, por unidad de longitud. El valor de σ_z , el incremento de esfuerzo, en un punto de la masa bajo 0 puede obtenerse al integrar la ecuación (I.6a) a lo largo de la línea de carga resultando:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi} \frac{yz^3}{(x^2 + z^2)} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \left(\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2}{x^2 + z^2} \right) \quad (I.8)$$

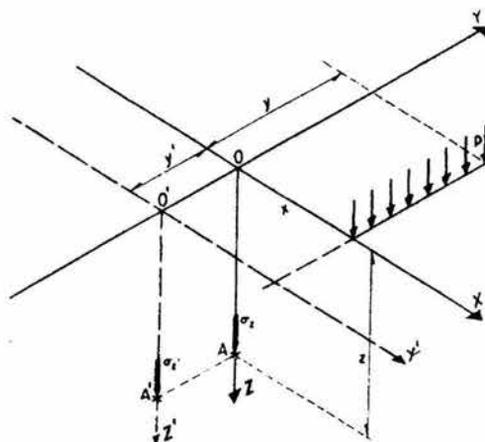


Figura I.9 Deducción del incremento de esfuerzo en un punto dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga lineal vertical de longitud finita.

La ecuación (I.8) puede expresarse en forma adimensional, utilizando los parámetros:

$$m = \frac{x}{z}, \quad n = \frac{y}{z}$$

De donde:

$$\sigma_z \frac{z}{p} = \frac{1}{2\pi} \frac{n}{(m^2+1)\sqrt{m^2+n^2+1}} \left(\frac{1}{m^2+n^2+1} + \frac{2}{m^2+1} \right)$$

Que, finalmente, puede expresarse como sigue:

$$\sigma_z = \frac{p}{z} p_0 \quad (\text{I.8}'), \quad \text{con} \quad p_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{n}{(m^2+1)\sqrt{m^2+n^2+1}} \left(\frac{1}{m^2+n^2+1} + \frac{2}{m^2+1} \right)$$

El valor de p_0 fue tabulado para diferentes valores de m y n por R. E. Fadum, en la Figura I.10 se aprecian las gráficas que corresponden a tal tabulación.

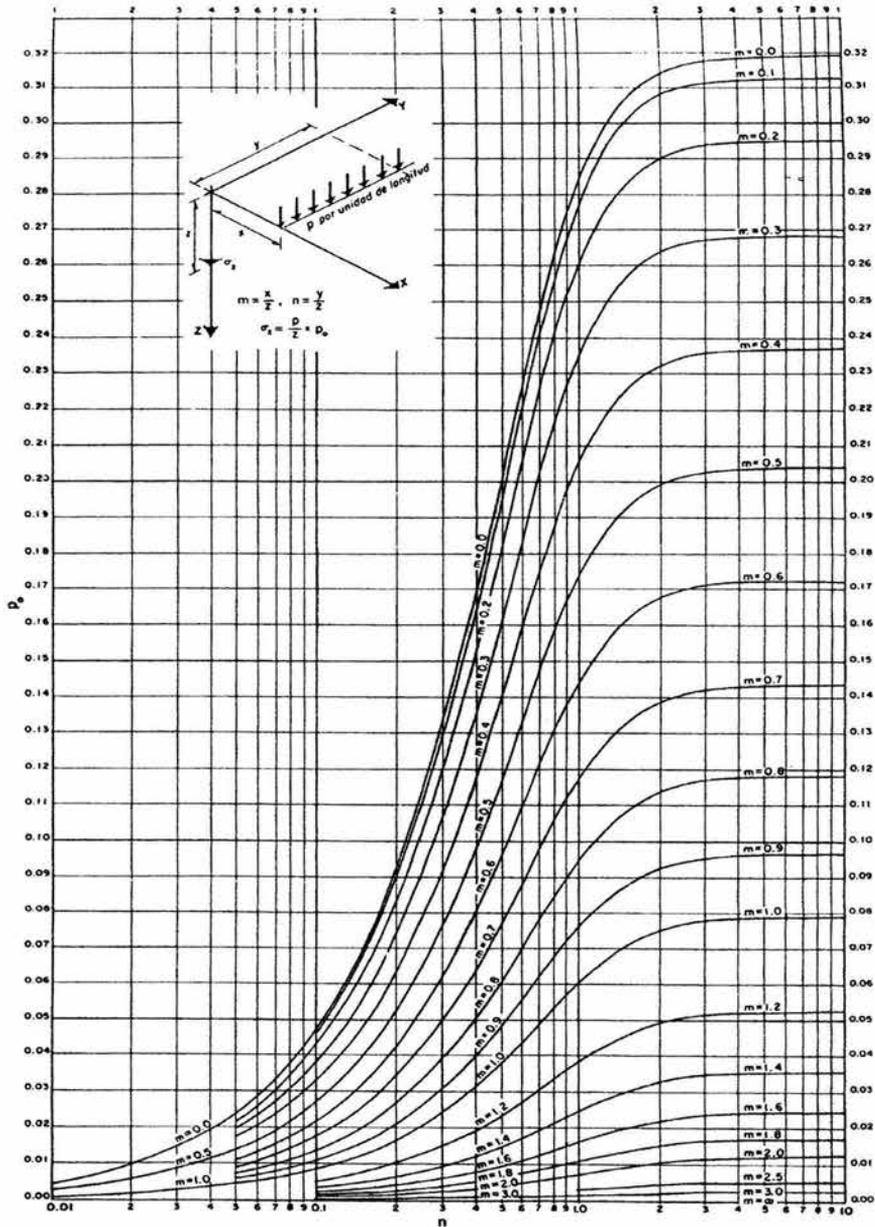


Figura 1.10 Gráfica de Fadum para obtención de parámetros m y n del factor de Influencia de carga lineal finita p_0 .

Así, para encontrar el valor de un incremento de esfuerzo σ_z , en cualquier punto A debido a una carga lineal de longitud finita, utilizando la gráfica de la Figura I.10, basta con medir las distancias x y y , tal como se definen en la Figura I.9 y dividir estas distancias entre la profundidad z para obtener los valores m y n , respectivamente; con ellos, la gráfica proporciona directamente el valor de influencia correspondiente p_0 y se calcula el esfuerzo aplicando la ecuación (I.8').

Si se desea calcular el valor de σ_z' , bajo un punto O' , diferente de O , puede considerarse que la carga lineal tiene la carga $y + y'$ y proceder a calcular así el σ_z'' ; después habrá de calcularse el esfuerzo correspondiente a una longitud y' (σ_z'''). Y el σ_z' deseado será $\sigma_z' = \sigma_z'' - \sigma_z'''$.

Si se usa la Figura I.10, el sistema coordenado de referencia debe escogerse de modo que el eje Y sea paralelo a la carga lineal y el eje X normal a ella, por su extremo.

I.4.3 Carga Uniformemente Distribuida sobre una Franja Infinita

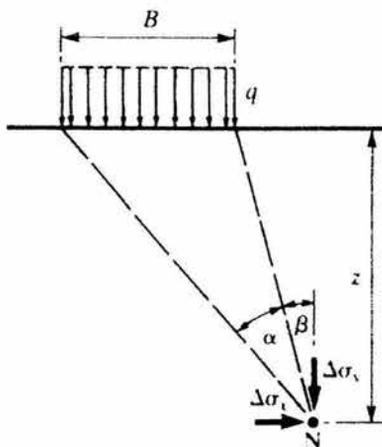


Figura I.11 Deducción del incremento de esfuerzo en un punto dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga uniformemente distribuida sobre una franja infinita.

Los incrementos de esfuerzo en el punto N producidos por una presión uniforme q que actúa sobre una franja flexible infinitamente larga de ancho B con referencia a la Figura I.11, son los siguientes:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{\pi} [\alpha + \text{sen}\alpha \cos(\alpha + 2\beta)] \quad (\text{I.9a})$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{q}{\pi} [\alpha - \text{sen}\alpha \cos(\alpha + 2\beta)] \quad (\text{I.9b})$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{q}{\pi} \text{sen}\alpha \text{sen}(\alpha + 2\beta) \quad (\text{I.9c})$$

Este problema fue resuelto por Terzaghi y Carothers, que también definieron los esfuerzos principales y el cortante máximo como:

$$\sigma_1 = \frac{q}{\pi} (\alpha + \text{sen}\alpha) \quad \sigma_3 = \frac{q}{\pi} (\alpha - \text{sen}\alpha)$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{q}{\pi} \text{sen}\alpha$$

Donde la dirección en que actúa el esfuerzo principal mayor, σ_1 , es la de la bisectriz del ángulo α . El esfuerzo $\tau_{\text{máx}}$ actúa a 45° respecto a esa dirección. En la Figura I.12 se muestra una gráfica que da los valores de σ_z y de $\tau_{\text{máx}}$ en los distintos puntos del medio semiinfinito.

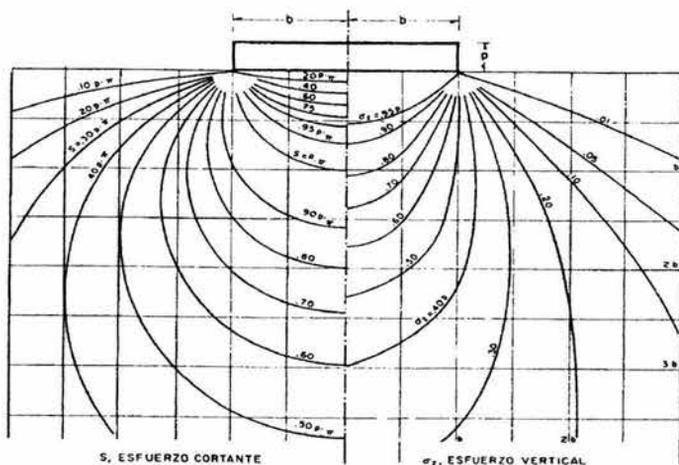


Figura I.12 Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo una carga rectangular de longitud infinita. Para este gráfico se tomó p como la carga q y b como la mitad del ancho B .

I.4.4 Carga con Distribución Triangular sobre una Franja Infinita

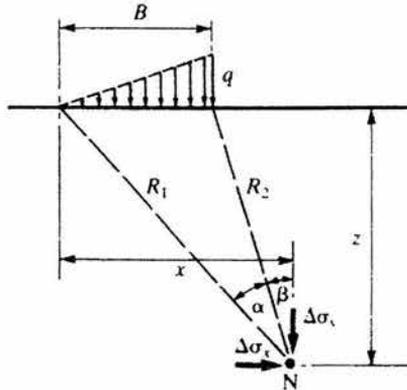


Figura I.13 Deducción del incremento de esfuerzo en un punto dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga con distribución triangular sobre una franja infinita.

Cuando el esfuerzo aplicado se incrementa linealmente a través del ancho de la franja, lo cual conduce a una distribución triangular, como se observa en la Figura I.13, los incrementos de esfuerzo en el punto N están dados por:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{\pi} \left(\frac{x}{B} \alpha - \frac{1}{2} \text{sen} 2\beta \right) \quad (\text{I.10a})$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{q}{\pi} \left(\frac{x}{B} \alpha - \frac{z}{B} \ln \frac{R_1^2}{R_2^2} + \frac{1}{2} \text{sen} 2\beta \right) \quad (\text{I.10b})$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{q}{2\pi} \left(1 + \cos 2\beta - \frac{2z}{B} \alpha \right) \quad (\text{I.10c})$$

Un caso particular de este tipo de distribución y que es un importante caso práctico fue resuelto por Hamilton Gray, quien dio para los esfuerzos generados por el efecto de una carga triangular de longitud finita, fórmulas como las que siguen.

Bajo el punto O:

$$\sigma_z = \frac{p_0}{2\pi B} L \left(\frac{z\sqrt{L^2 + B^2 + z^2}}{L^2 + z^2} - \frac{z}{\sqrt{L^2 + z^2}} + \frac{B}{L} \operatorname{sen}^{-1} \frac{BL}{\sqrt{B^2 L^2 + B^2 z^2 + L^2 z^2 + z^4}} \right) \quad (\text{I.11a})$$

y bajo el punto Q:

$$\sigma_z = \frac{p_0}{2\pi B} L \left(\frac{z}{\sqrt{L^2 + z^2}} - \frac{z^3}{(B^2 + z^2)\sqrt{B^2 + L^2 + z^2}} \right) \quad (\text{I.11b})$$

Gray proporciona soluciones gráficas de las ecuaciones (I.11a) y (I.11b) las cuales se muestran en las Figuras I.14 y I.15 respectivamente.

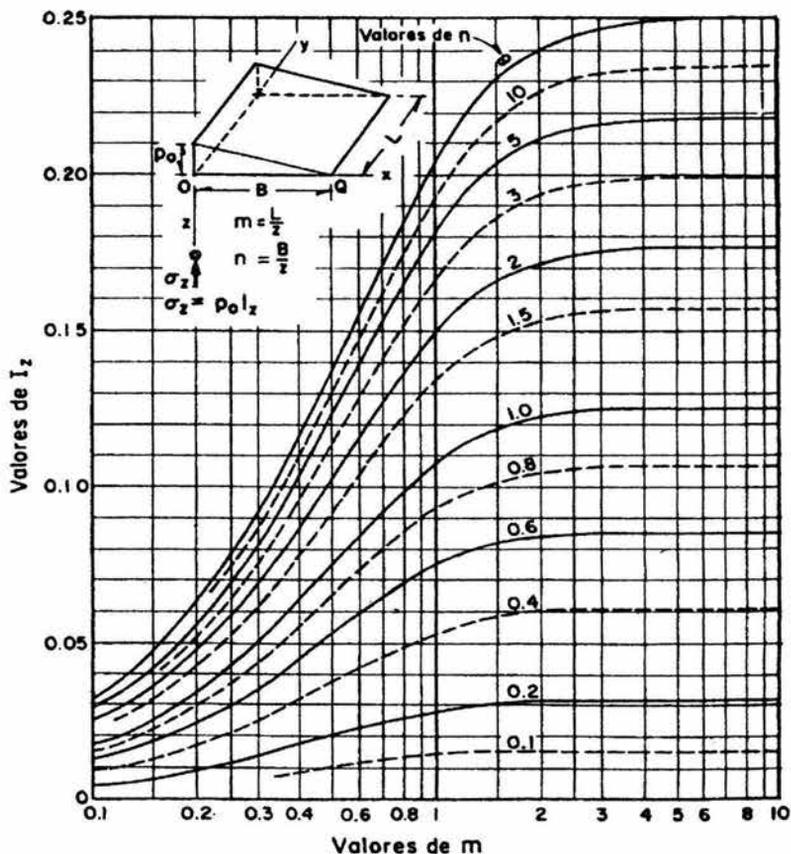


Figura I.14 Esfuerzos verticales inducidos bajo el punto O, por una carga triangular de longitud finita. Obtención del factor de influencia I_z a través del parámetros m y n por medio de la gráfica.

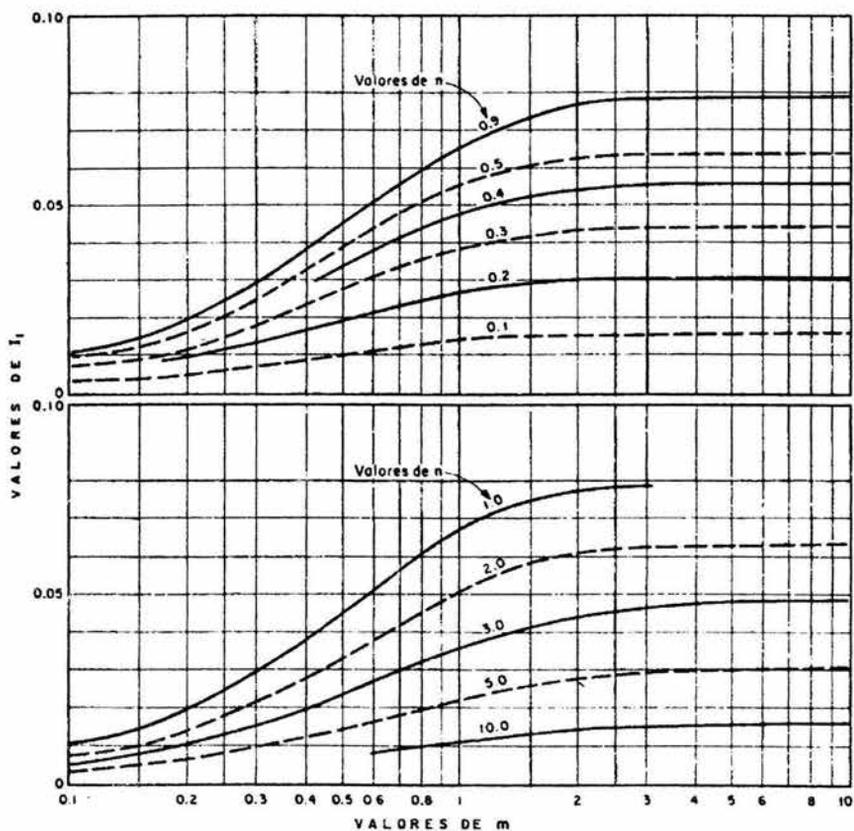


Figura I.15 Esfuerzos verticales inducidos bajo el punto Q, por una carga triangular de longitud finita. Obtención del factor de influencia I_1 , a través del parámetros m y n por medio de la gráfica.

Con la ayuda de estas gráficas puede encontrarse el valor de σ_z bajo cualquier punto del área rectangular sujeta a la carga triangular; para ello será necesario usar las gráficas simultáneamente, haciendo las adiciones y sustracciones pertinentes para poner al punto cualquiera en la condición de O ó en la condición de Q.

Los dos casos anteriormente expuestos en los puntos I.4.3 y I.4.4 se pueden superponer para calcular el cambio de esfuerzo producido por la construcción de terraplenes o por la realización de cortes en una masa de

suelo, en el primer caso los incrementos se suman y en el segundo se restan.

Lo anterior implica la hipótesis de que el principio de la superposición de causas y efectos es aplicable a los problemas de la naturaleza tratada.

I.4.5 Carga Uniformemente Distribuida sobre un Área Rectangular

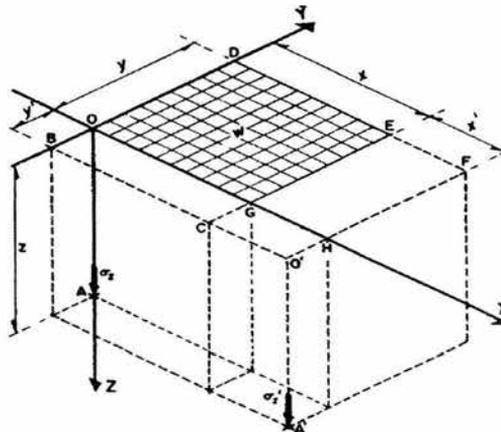


Figura I.16 Deducción del incremento de esfuerzo en un punto dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga uniformemente distribuida sobre un área rectangular.

Un caso de carga muy interesante y que es la base de casi todas las distribuciones de carga hasta el momento observadas, que se basa en la teoría de Boussinesq es la que se observa en la Figura I.16, en la que se analiza la influencia en la masa del continuo, homogéneo, elástico e isótropo de una superficie rectangular uniformemente cargada, con un esfuerzo uniforme w .

El esfuerzo σ_z bajo una esquina de la superficie cargada y a una profundidad z , puede obtenerse por integración de la ecuación (I.6a) en toda el área rectangular, obteniéndose la expresión:

$$\sigma_z = \frac{w}{4\pi} \left[\frac{2xyz\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{z^2(x^2+y^2+z^2)+x^2y^2} \frac{x^2+y^2+2z^2}{x^2+y^2+z^2} + \tan^{-1} \frac{2xyz\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{z^2(x^2+y^2+z^2)-x^2y^2} \right] \quad (\text{I.12})$$

Adoptando los parámetros m y n , tal que:

$$m = \frac{x}{z}, \quad n = \frac{y}{z}$$

La ecuación (I.12) puede escribirse adimensionalmente como sigue:

$$\frac{\sigma_z}{w} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{(m^2+n^2+1)+m^2n^2} \frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1} \frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{(m^2+n^2+1)-m^2n^2} \right] \quad (\text{I.12}')$$

Si al segundo miembro de la ecuación (I.12') se le denomina w_0 , puede tabularse su valor en función de distintos m y n . Este procedimiento lo realizó Fadum y en la Figura I.17 se muestra la gráfica con los resultados de esta tabulación.

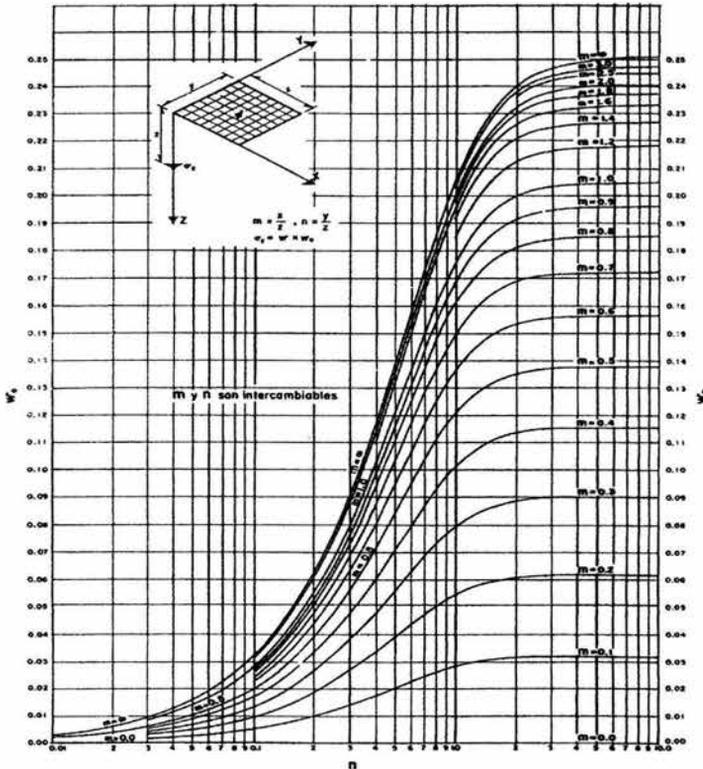


Figura I.17 Valores del factor de influencia w_0 en función de los parámetros m y n , para calcular el incremento de esfuerzo total σ_z bajo la esquina de un área rectangular uniformemente cargada (Según Fadum, 1948).

Para encontrar el valor de σ_z en un punto A bajo una esquina de la superficie rectangular uniformemente cargada se procede a calcular las distancias x y y , con las que pueden obtenerse los valores m y n para diferentes profundidades z a lo largo de la vertical. Con la gráfica de la Figura I.17 puede calcularse ahora w_o y aplicar la ecuación $\sigma_z = ww_o$. Así se tiene el valor de el valor de σ_z , correspondiente a cada profundidad z .

Debe notarse que el sistema coordenado respecto al cual se calculó el gráfico de la Figura I.17 es tal que su origen coincide precisamente con la esquina del área rectangular uniformemente cargada. Si se desean calcular los esfuerzos bajo otro punto, tal como el A' de la Figura I.16, podrá procederse haciendo sustracciones y adiciones convenientes al área cargada. Por ejemplo, en el caso del punto A', podría calcularse σ_z'' correspondiente al área delimitada por BO'FD; después los σ_z''' y σ_z^{IV} que se sustraen de las áreas delimitadas por BO'HO y CO'FE. Nótese que al hacer las sustracciones, el área CO'HG se restó del total inicial dos veces, por lo que será necesario calcular el esfuerzo σ_z^V correspondiente a esta área y adicionarlo nuevamente. De modo que el esfuerzo σ_z' deseado será:

$$\sigma_z' = \sigma_z^n - \sigma_z^m - \sigma_z^{IV} + \sigma_z^V$$

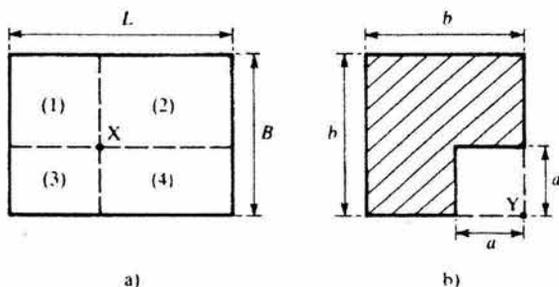


Figura I.18 Ventajas de la deducción por punto de esquina en un área rectangular uniformemente cargada.

El mérito de presentar una solución para un punto de esquina radica en que por simple superposición el incremento de esfuerzo puede calcularse con facilidad para cualquier punto en la masa de suelo debido cualquier área cargada que pueda subdividirse en rectángulos. Otro ejemplo sería el que se muestra en la Figura I.18 a), por debajo del punto X el incremento en esfuerzo debido al área cargada $L \times B$ se calcula a partir de:

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_{v(\text{Área1})} + \Delta\sigma_{v(\text{Área2})} + \Delta\sigma_{v(\text{Área3})} + \Delta\sigma_{v(\text{Área4})}$$

De igual manera, por debajo del punto Y en la Figura I.18 b), el incremento de esfuerzo debido a la aplicación de una carga sobre el área sombreada se calcula a partir de:

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_{v(\text{Área bxt})} - \Delta\sigma_{v(\text{Área axa})}$$

I.4.6 Carga Uniformemente Distribuida sobre un Área Circular

a) Esfuerzo Bajo Centro según Boussinesq

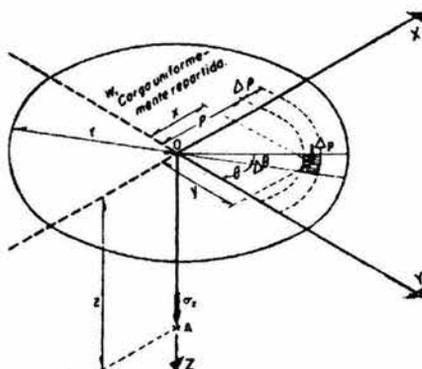


Figura I.19 Deducción del incremento de esfuerzo bajo centro dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga uniformemente distribuida sobre un área circular.

Un caso especial de gran importancia práctica es el que corresponde al cálculo de esfuerzos a lo largo de una recta normal que va por el centro de un área circular uniformemente cargada de magnitud w , como puede observarse en la Figura I.19.

El esfuerzo σ_z en cualquier punto de la vertical bajada por el centro del círculo cargado puede obtenerse también integrando la ecuación (I.6a) en toda el área circular. El proceso se realiza a continuación con referencia en la Figura I.19.

Definiendo un ΔA como se muestra en dicha figura, se tiene que:

$$\Delta A = \rho \Delta \rho \Delta \theta$$

En esta área cargada ΔP está dada por:

$$\Delta P = w \rho \Delta \rho \Delta \theta$$

Esa carga, según la ecuación (I.6a), produce a una profundidad $-z$, en un punto como el A, un esfuerzo vertical $\Delta \sigma_z$:

$$\Delta \sigma_z = \frac{3 \Delta P}{2\pi} \frac{z^3}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}$$

Haciendo el cambio de sistema:

$$\Delta \sigma_z = \frac{3w}{2\pi} \frac{z^3}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}} \rho \Delta \rho \Delta \theta$$

Agrupando las variables integrables, se tiene que:

$$\Delta \sigma_z = \frac{3w}{2\pi} z^3 \frac{\rho}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}} \Delta \rho \Delta \theta$$

De modo que el esfuerzo σ_z correspondiente a toda el área resultará de llevar a la expresión anterior al límite y de aplicar la definición usual de integral de superficie.

$$\sigma_z = \iint_S \frac{3wz^3}{2\pi} \frac{\rho}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}} d\rho d\theta = \frac{3wz^3}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r \frac{\rho}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}} d\rho$$

$$\sigma_z = \frac{3wz^3}{2\pi} (2\pi) \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} \right]_0^r = wz^3 \left[\frac{1}{z^3} - \frac{1}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

De donde, finalmente:

$$\sigma_z = w \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z} \right)^2} \right)^{3/2} \right] \quad (I.13)$$

Lo cual puede escribirse como:

$$\sigma_z = w \cdot w_0 \quad (\text{I.13}'), \quad \text{con} \quad w_0 = 1 - \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{3/2}$$

Nuevamente, los valores de w_0 pueden tabularse en función de los correspondientes de r/z . En la Tabla I.2 se presenta dicha tabulación. Encontrando w_0 , el valor de σ_z resulta simplemente de la aplicación de la aplicación de la ecuación (I.13').

Valores de influencia para área circular uniformemente cargada

Solución de Boussinesq

$$\sigma_z = w w_0$$

r/z	w_0	r/z	w_0	r/z	w_0	r/z	w_0
.00	0.00000	.30	0.12126	.60	0.36949	.90	0.58934
1	0.00015	1	0.12859	1	0.37781	1	0.59542
2	0.00060	2	0.13605	2	0.38609	2	0.60142
3	0.00135	3	0.14363	3	0.39431	3	0.60734
4	0.00240	4	0.15133	4	0.40247	4	0.61317
5	0.00374	5	0.15915	5	0.41058	5	0.61892
6	0.00538	6	0.16706	6	0.41863	6	0.62459
7	0.00731	7	0.17507	7	0.42662	7	0.63018
8	0.00952	8	0.18317	8	0.43454	8	0.63568
9	0.01203	9	0.19134	9	0.44240	9	0.64110
.10	0.01481	.40	0.19959	.70	0.45018	1.00	0.64645
1	0.01788	1	0.20790	1	0.45789	1	0.65171
2	0.02122	2	0.21627	2	0.46553	2	0.65690
3	0.02483	3	0.22469	3	0.47310	3	0.66200
4	0.02870	4	0.23315	4	0.48059	4	0.66703
5	0.03283	5	0.24165	5	0.48800	5	0.67198
6	0.03721	6	0.25017	6	0.49533	6	0.67686
7	0.04184	7	0.25872	7	0.50259	7	0.68168
8	0.04670	8	0.26729	8	0.50976	8	0.68639
9	0.05181	9	0.27587	9	0.51685	9	0.69104
.20	0.05713	.50	0.28446	.80	0.52386	1.10	0.69562
1	0.06268	1	0.29304	1	0.53079	1	0.70013
2	0.06844	2	0.30162	2	0.53763	2	0.70457
3	0.07441	3	0.31019	3	0.54439	3	0.70894
4	0.08057	4	0.31875	4	0.55106	4	0.71324
5	0.08692	5	0.32728	5	0.55766	5	0.71747
6	0.09346	6	0.33579	6	0.56416	6	0.72163
7	0.10017	7	0.34427	7	0.57058	7	0.72573
8	0.10704	8	0.35272	8	0.57692	8	0.72976
9	0.11408	9	0.36112	9	0.58317	9	0.73373

Tabla I.2 Cálculo de los valores de influencia para el caso de área circular uniformemente cargada.

b) Forma Gráfica de L. Jürgenson

L. Jürgenson presenta una solución más general, que permite calcular los esfuerzos verticales y los cortantes máximos en cualquier punto del medio semiinfinito. En la Figura I.20 se presenta una gráfica en que se vacía la solución mencionada.

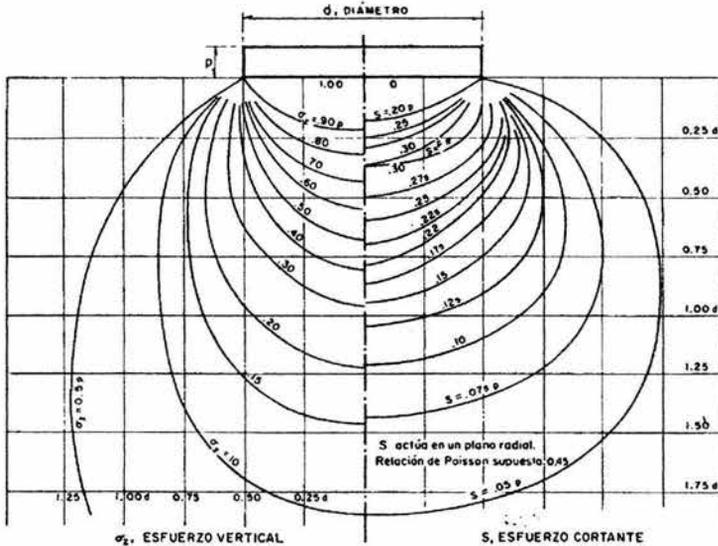


Figura I.20 Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo un área circular uniformemente cargada.

c) Forma Gráfica de Foster y Ahlvin

Como ya se analizó en el inciso a) de esta sección, el incremento del esfuerzo vertical total a una profundidad z bajo el centro de un área circular flexible de radio R cargada con una presión uniforme q está dada por:

$$\Delta\sigma_v = q \left\{ 1 - \left[\frac{1}{1 + (R/z)^2} \right]^{3/2} \right\}$$

Sin embargo, para puntos diferentes de los situados bajo el centro de carga, las soluciones tienen una forma extremadamente complicada y por lo general se presentan en forma gráfica o en tablas. En el punto N de la

Figura I.21, puede escribirse el incremento en el esfuerzo vertical total como:

$$\Delta\sigma_v = qI_\sigma \quad (I.14)$$

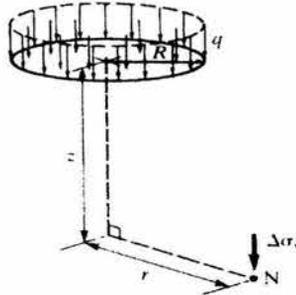


Figura I.21 Deducción del incremento de esfuerzo bajo cualquier punto dentro de una masa semiinfinita de suelo, debido a la aplicación de carga uniformemente distribuida sobre un área circular.

Donde el factor I_σ depende de R , z y r . Los valores de I_σ en función de los parámetros z/R y r/R se obtienen a partir de la Figura I.22 obtenida por Foster y Ahlvin en 1954.

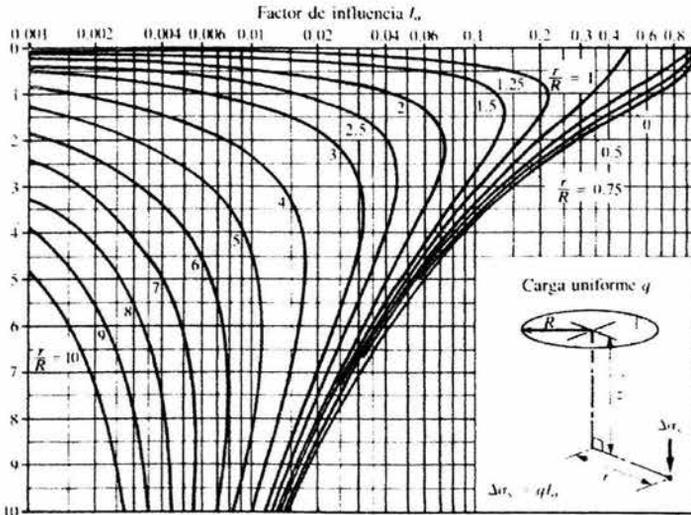


Figura I.22 Valores del factor de influencia I_σ para calcular el incremento de esfuerzo vertical total $\Delta\sigma_v$ bajo un área circular uniformemente cargada.

I.4.7 Diagrama de Influencia de Newmark

Newmark desarrolló en 1942 un método gráfico sencillo que permite obtener rápidamente los esfuerzos verticales σ_z transmitidos a un medio semiinfinito, homogéneo, isótropo y elástico por cualquier condición de carga uniformemente repartida sobre la superficie del medio. Esta carta es especialmente útil cuando se tienen varias áreas cargadas, aplicando cada una de ellas, diferentes presiones a la superficie del medio.

El método se basa en la ecuación (I.13) correspondiente al esfuerzo vertical bajo el centro de un área circular uniformemente cargada. Esta ecuación puede escribirse:

$$\frac{\sigma_z}{w} = 1 - \left[\frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^{3/2}$$

Si en esta ecuación se da a σ_z/w el valor 0.1 se encuentra que r/z resulta ser 0.27; es decir, que si se tiene un círculo cargado de radio $r = 0.27z$, donde z es la profundidad de un punto A bajo el centro del círculo, el esfuerzo en dicho punto A será $\sigma_z = 0.1w$.

Si este círculo de $r = 0.27z$ se divide en un número de segmentos iguales como en la Figura I.23 cada uno de ellos contribuirá al esfuerzo σ_z total en la misma proporción. Si el número es 20 como es usual en las cartas de Newmark, cada segmento cooperará para el esfuerzo σ_z con $0.1w/20 = 0.005w$. El valor de 0.005 es el valor de influencia correspondiente a cada uno de los segmentos circulares considerados.

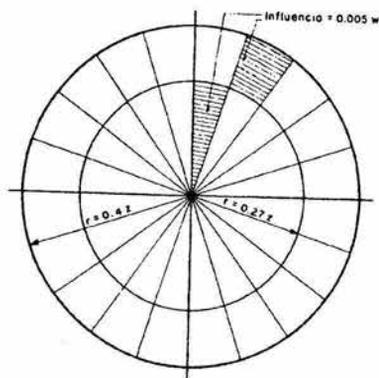


Figura I.23 Fundamento de la Carta de Newmark.

Si ahora se toma $\sigma_z/w = 0.2$, resulta $r/z = 0.40$, es decir, para el mismo punto A a la profundidad z , se requiere ahora un círculo cargado de $r = 0.40z$, para que el esfuerzo σ_z sea igual a $0.2w$.

Concéntrico con el anterior puede dibujarse otro círculo con dicho $r = 0.40z$. Como el primer círculo producía en A un $\sigma_z = 0.1w$, se sigue que la corona circular ahora agregada produce otro $\sigma_z = 0.1w$ de modo que el nuevo círculo total genera $\sigma_z = 0.2w$. Así, si los radios que dividían el primer círculo se prolongan hasta el segundo, se tendrá la corona subdividida en áreas cuya influencia es la misma que la de los segmentos originales. ($0.005w$).

De esta manera puede seguirse dando a σ_z/w valores de 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 obteniendo así los radios de círculos concéntricos en función de la z del punto A , que den los esfuerzos $0.3w$, $0.4w$, etc. en el punto A . Prolongando los radios vectores ya usados se tendrá a las nuevas coronas circulares añadidas subdivididas en áreas cuya influencia es igualmente de $0.005w$ sobre el esfuerzo en A .

Para $z/w = 1.0$ resulta que el radio del círculo correspondiente tiende a infinito, para cualquier z diferente de cero, por lo que las áreas que se generan por prolongación de los radios vectores fuera del círculo en que $z/w = 0.9$, aun tendiendo a infinitas, tienen la misma influencia sobre A que las restantes dibujadas. A continuación, en la Figura I.24 se presenta una carta de Newmark construida para el valor de z que se indica.

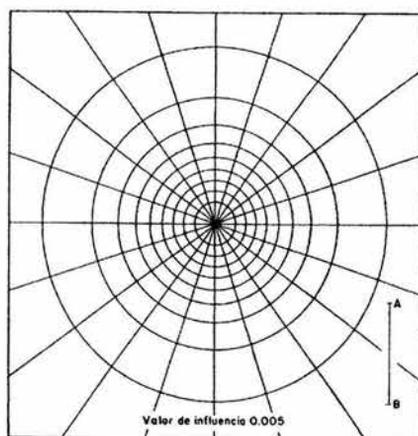


Figura I.24 Carta de Newmark.

Para encontrar el valor de σ_z en puntos con diferentes profundidades que el A puede procederse en forma similar, construyendo otras cartas de Newmark, con base en otros valores de z . Debe notarse sin embargo, que el valor de σ_z depende sólo del valor de la relación r/z , por lo que una sola carta de Newmark puede usarse para determinar los σ_z , a distintas profundidades, a lo largo de la vertical por el centro de los círculos concéntricos, con tal de considerar que la z usada para la construcción de la carta representa las distintas profundidades a que se desea calcular los esfuerzos, si bien a diferentes escalas.

Dicho de otra forma, en la práctica se puede hacer funcionar la carta de Newmark de dos maneras distintas:

- a) Usando varias cartas de Newmark. Por ejemplo, si las z usadas para la construcción de las cartas son 1cm, 2cm, 5cm, 10cm y 20cm y se tiene un área cargada, cuya influencia se desea determinar, representada a escala 1:100, las cartas proporcionarían los σ_z producidos por tal área a profundidades de 1m, 2m, 5m, 10m y 20m, que son las z utilizadas a escala 1:100.
- b) Usando una sola carta de Newmark, para lo cual sería preciso disponer de varias plantillas del área cargada cuya influencia se estudia, dibujadas a escalas diferentes. Así, por ejemplo, si la carta de que se dispone fue construida con base en una z de 10cm, y se desea conocer el σ_z que se produce a las profundidades de 2m, 5m, 10m y 20m, deberían construirse las plantillas a escalas tales que esas profundidades queden representadas por la $z = 10\text{cm}$; es decir, a escalas: 1:20, 1:50, 1:100 y 1:200 respectivamente.

La plantilla del área cargada, dibujada en papel transparente, se coloca en tal forma que el centro de la carta coincida con el punto bajo el cual quieran calcularse los σ_z . A continuación se contarán los elementos de área de la carta cubiertos por dicha área cargada, aproximando convenientemente las fracciones de elemento. El número así obtenido, multiplicado por el valor de influencia común de los elementos da el valor de influencia total, que multiplicado por la w que se tenga da el σ_z deseado.

Posiblemente la máxima utilidad del método de Newmark aparezca cuando se tiene una zona con diversas áreas cargadas uniformemente,

pero con cargas de distintas intensidades, pues en este caso los métodos antes vistos requerirían muchos círculos, mientras que la carta de Newmark funciona sin mayor dificultad. También es particularmente útil para áreas cargadas de forma irregular y como método adicional para evaluar los esfuerzos debajo de áreas circulares cargadas.

Capítulo II

La Teoría de Damy[†] – Casales y la Expresión Simple de Padilla

II. La Teoría de Damy[†] – Casales y la Expresión Simple de Padilla

En este capítulo pretendo examinar y, reconocer el trabajo de estos profesores, que generaron las teorías que me llevaron a pensar en la realización de esta tesis. Por un lado los profesores Ing. Julio Damy Ríos[†] e Ing. Carlos Casales G. publicaron su trabajo, el cual comprende el cálculo del incremento de esfuerzo en el suelo bajo un área poligonal cargada basándose, en el incremento de esfuerzo bajo vértice de un área triangular uniformemente cargada, expresión que obtuvieron por integración de la teoría de Boussinesq. Posteriormente en el 2000, el profesor Ing. Ricardo Padilla V. realizó una simplificación de esta expresión para el cálculo del incremento de esfuerzo bajo vértice agudo de un triángulo rectángulo cargado uniformemente, así como un método vectorial para el cálculo de dicho incremento generado bajo un área poligonal.

Cabe destacar que este capítulo se separó del anterior por dos razones, la primera es que, en él se detallan las teorías que fundamentan el objetivo de este trabajo y la segunda es porque los realizadores, el Ing. J. Damy R.[†] que fue profesor de Ingeniería Civil en la Facultad de Ingeniería, el Ing. C. Casales G. que fue estudiante de posgrado y el Ing. R. R. Padilla V. que es profesor de carrera de tiempo completo en el área de Ingeniería Geotécnica de la Facultad de Ingeniería; son todos orgullosamente de nuestra máxima casa de estudios, la Universidad Nacional Autónoma de México.

A continuación detallo las teorías mencionadas.

II.1 El Algoritmo de Damy[†] – Casales

Por medio de las ecuaciones de Boussinesq, Westergaard y Fröhlich para calcular esfuerzos verticales σ_z en la masa de suelo, se integran en un triángulo. Dicha integración se generaliza para cualquier área poligonal.

En Mecánica de Suelos es muy útil obtener la distribución de esfuerzos en el suelo, producidos por una carga superficial. Esto se lleva a cabo usando las fórmulas para obtener los esfuerzos verticales σ_z en un punto,

causados por una carga concentrada aplicada en la superficie. Las fórmulas más usadas son:

Ecuación de Boussinesq.

$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2} \left[\frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^{5/2} \quad (\text{II.1})$$

Ecuación de Westergaard.

$$\sigma_z = \frac{KQ}{2\pi z^2} \left[\frac{1}{K^2 + (r/z)^2} \right]^{3/2} \quad (\text{II.2})$$

Ecuación de Fröhlich.

$$\sigma_z = \frac{\chi Q}{2\pi z^2} \left[\frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^{(\chi+2)/2} \quad (\text{II.3})$$

Donde: Q = Carga vertical concentrada.

r = Proyección horizontal de la distancia entre la carga q y el punto P' , donde se calculan los esfuerzos.

z = Profundidad del punto P .

$$K = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}$$

ν = Relación de Poisson del suelo.

χ = Parámetro que toma los valores 2, 3 ó 4.

Obsérvese que cuando $\chi = 3$, en la ecuación de Fröhlich, se obtiene la ecuación de Boussinesq.

Para determinar el esfuerzo normal σ_z provocado por una carga vertical uniforme, es necesario integrar las expresiones dadas por las ecuaciones (II.1), (II.2) ó (II.3) sobre el área en que ésta carga se distribuye.

Hay una solución exacta para los esfuerzos debajo de la esquina de un área rectangular uniformemente cargada, propuesta por Fadum y se conocen algunas soluciones aproximadas para el caso de un área de cualquier forma, tal como lo plantea la propuesta de H. G. Poulos quien usó el método de los sectores o la popular Carta de N. M. Newmark.

Aquí se presenta el método para llegar a una solución exacta para un área de forma poligonal cualquiera.

II.1.1 Integración de Esfuerzos bajo un vértice de un Área Triangular Uniformemente Cargada

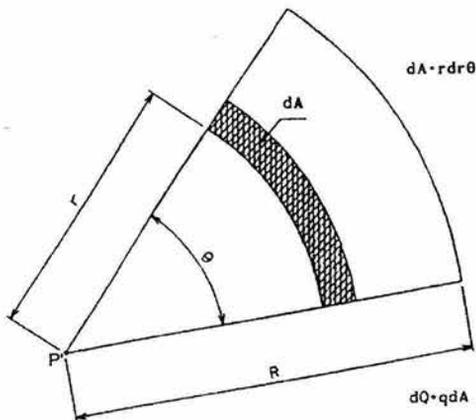


Figura II.1 Sector circular diferencial.

El esfuerzo σ_z se obtienen por integración bajo el centro P' de un sector circular como el que se observa en la Figura II.1, con radio R y ángulo central θ , cargado con un esfuerzo vertical uniformemente distribuido q .

Las soluciones son:

Ecuación de Boussinesq.

$$\sigma_z = \frac{q\theta}{2\pi} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{1 + (R/z)^2} \right]^{3/2} \right\} \quad (\text{II.4})$$

Ecuación de Westergaard.

$$\sigma_z = \frac{q\theta}{2\pi} \left\{ 1 - K \left[\frac{1}{K^2 + (R/z)^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (\text{II.5})$$

Ecuación de Fröhlich.

$$\sigma_z = \frac{q\theta}{2\pi} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{1 + (R/z)^2} \right]^{z/2} \right\} \quad (\text{II.6})$$

Usando los resultados dados en las ecuaciones (II.4), (II.5) ó (II.6), es posible obtener σ_z bajo el vértice P' de cualquier triángulo. En la Figura II.2 se muestra un sector circular diferencial, cuyo ángulo central es $d\theta$. La distancia R es una función de θ como muestra la figura:

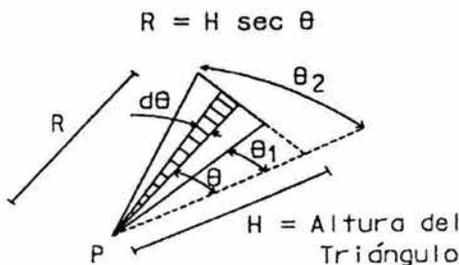


Figura II.2 Sector diferencial circular para un área triangular.

Se obtienen las siguientes soluciones:

Ecuación de Boussinesq.

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[1 - a^3 \left(\frac{1}{a^2 + \sec^2 \theta} \right)^{3/2} \right] d\theta$$

Integrando, se obtiene:

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[\theta_2 - \theta_1 - \tan^{-1} \left(\frac{a \tan \theta_2}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_2}} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{a \tan \theta_1}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_1}} \right) + \frac{a}{1+a^2} \left(\frac{\tan \theta_2}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_2}} - \frac{\tan \theta_1}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_1}} \right) \right] \quad (\text{II.7})$$

Donde a es la relación z/H y H es la altura del triángulo.

Ecuación de Westergaard.

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[1 - b \left(\frac{1}{b^2 + \sec^2 \theta} \right)^{1/2} \right] d\theta$$

Integrando, se obtiene:

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[\theta_2 - \theta_1 - \tan^{-1} \left(\frac{b \tan \theta_2}{\sqrt{b^2 + \sec^2 \theta_2}} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{b \tan \theta_1}{\sqrt{b^2 + \sec^2 \theta_1}} \right) \right] \quad (\text{II.8})$$

Donde b es la relación z/H multiplicada por la constante K .

Ecuación de Fröhlich.

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[1 - a^2 \left(\frac{1}{a^2 + \sec^2 \theta} \right)^{z/2} \right] d\theta$$

Integrando para $\chi=2$, se obtiene:

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi\sqrt{1+a^2}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta_2}{\sqrt{1+a^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta_1}{\sqrt{1+a^2}} \right) \right] \quad (\text{II.9})$$

Integrando para $\chi=4$, se obtiene:

$$\sigma_z = \frac{q}{4\pi(1+a^2)} \left\{ 3a^2 + 2 \left[\tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta_2}{\sqrt{1+a^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta_1}{\sqrt{1+a^2}} \right) \right] + a^2 \left(\frac{\tan \theta_2}{a^2 + \sec^2 \theta_2} - \frac{\tan \theta_1}{a^2 + \sec^2 \theta_1} \right) \right\} \quad (\text{II.10})$$

El proceso de integración en general es simple; sin embargo para el caso de ecuación de Boussinesq la integración es bastante complicada.

II.1.2 Integración de Esfuerzos para cualquier Área Poligonal Uniformemente Cargada

Puesto que un polígono puede subdividirse en áreas triangulares que se suman o se restan, es posible aplicar las fórmulas obtenidas anteriormente en forma secuencial a todos los triángulos resultantes.

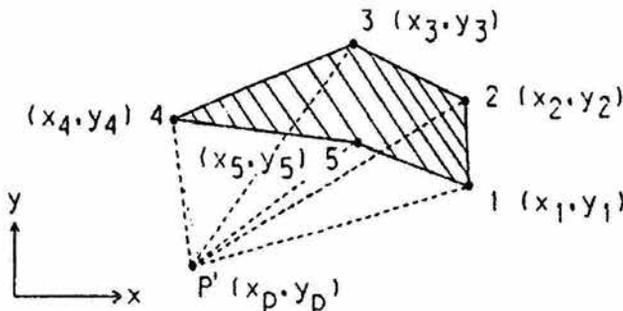


Figura II.3 Poligonal uniformemente cargada.

En la Figura II.3, los triángulos $P'12$, $P'23$ y $P'34$, dan una contribución positiva al valor de σ_z bajo P' , mientras que los triángulos $P'45$ y $P'51$ contribuyen negativamente. Nótese que para facilitar la sistematización se propone una numeración de los vértices es en el sentido contrario al de las manecillas del reloj.

Las ecuaciones para el incremento de esfuerzo para un área poligonal uniformemente cargada desde un vértice, se obtienen aplicando reiteradamente las ecuaciones (II.7), (II.8), (II.9) ó (II.10) para los n triángulos formados por el punto P y dos vértices consecutivos i e $i+1$.

Ecuación de Boussinesq.

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \sum_{i=1}^n \left[\theta_{2i} - \theta_{1i} - \tan^{-1} B_{2i} + \tan^{-1} B_{1i} + \left(\frac{B_{2i} + B_{1i}}{a_i^2 + 1} \right) \right] \quad (\text{II.11})$$

Ecuación de Westergaard.

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \sum_{i=1}^n [\theta_{2i} - \theta_{1i} - \tan^{-1} W_{2i} + \tan^{-1} W_{1i}] \quad (\text{II.12})$$

Ecuación de Fröhlich. Para $\chi=2$:

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{1+a_i^2}} (\tan^{-1} J_{2i} - \tan^{-1} J_{1i}) \quad (\text{II.13})$$

Ecuación de Fröhlich. Para $\chi=4$:

$$\sigma_z = \frac{q}{4\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{1+a_i^2} \left[\frac{3a_i^2 + 2}{\sqrt{1+a_i^2}} (\tan^{-1} J_{2i} - \tan^{-1} J_{1i}) + N_{2i} - N_{1i} \right] \quad (\text{II.14})$$

Donde: $\theta_{1i} = \tan^{-1} C_{1i}$.

$$\theta_{2i} = \tan^{-1} C_{2i}$$

$$C_{1i} = \frac{x'_i (x'_{i+1} - x'_i) + y'_i (y'_{i+1} - y'_i)}{F_i}$$

$$C_{2i} = \frac{x'_{i+1} (x'_{i+1} - x'_i) + y'_{i+1} (y'_{i+1} - y'_i)}{F_i}$$

$$x'_i = x_i - x_p$$

$$x'_{i+1} = x_{i+1} - x_p$$

$$y'_i = y_i - y_p$$

$$y'_{i+1} = y_{i+1} - y_p$$

x_p, y_p = Coordenadas del punto P' .

x_i, y_i = Coordenadas del vértice i .

x_{i+1}, y_{i+1} = Coordenadas del vértice $i+1$.

$$F_i = x'_i y'_{i+1} - x'_{i+1} y'_i$$

$$a_i = \left| \frac{L_i}{F_i} \right|$$

$$L_i = \sqrt{(x'_{i+1} - x'_i)^2 + (y'_{i+1} - y'_i)^2}$$

$$B_{ki} = \frac{a_i C_{ki}}{\sqrt{1 + a_i^2 + C_{ki}^2}} \quad (k=1,2)$$

$$W_{ki} = \frac{K a_i C_{ki}}{\sqrt{1 + K^2 a_i^2 + C_{ki}^2}} \quad (k=1,2)$$

$$J_{ki} = \frac{C_{ki}}{\sqrt{1 + a_i^2}} \quad (k=1,2)$$

$$N_{ki} = \frac{a_i^2 C_{ki}}{1 + a_i^2 + C_{ki}^2} \quad (k=1,2)$$

Con las ecuaciones propuestas (II.11), (II.12), (II.13) y (II.14) debe ser fácil calcular el esfuerzo normal σ_z en cualquier punto P de un suelo que se encuentra sometido a una carga vertical uniformemente distribuida en un área poligonal superficial.

Cabe destacar que ambos autores obtuvieron los mismos resultados presentados en este capítulo, trabajando de manera independiente.

II.2 La Expresión Simple de Padilla

El Ing. Ricardo Padilla Velázquez en la búsqueda de enseñar de manera más sencilla el algoritmo propuesto por Damy[†] y Casales presenta la Expresión Simple que puede tomarse como la más sencilla y que sin duda es de gran utilidad para el estudio de la Mecánica de Suelos.

II.2.1 Expresión para calcular el Incremento de Esfuerzo bajo vértice agudo de un Triángulo Rectángulo cargado con esfuerzo uniforme.

Dado que cualquier triángulo es susceptible de ser modelado a partir de triángulos rectángulos, Padilla buscó la forma que debería tener la nueva expresión particular, a partir de la expresión general para triángulo obtenida en la sección anterior.

Como se obtuvo anteriormente, para la ecuación de Boussinesq, la integración a la que se llega, válida para cualquier triángulo es la ecuación (II.7), que es:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{2\pi} \left[\theta_2 - \theta_1 - \tan^{-1} \left(\frac{a \tan \theta_2}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_2}} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{a \tan \theta_1}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_1}} \right) + \frac{a}{1+a^2} \left(\frac{\tan \theta_2}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_2}} - \frac{\tan \theta_1}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta_1}} \right) \right]$$

Donde a es la relación z/H , z es la profundidad a la que se quiere calcular $\Delta\sigma_v$ y H es la altura del triángulo.

Al buscar la forma de la ecuación anterior, que modele al caso particular de triángulo rectángulo, se llega a:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{2\pi} \left[\theta - \tan^{-1} \left(\frac{a \tan \theta}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta}} \right) + \frac{a}{1+a^2} \left(\frac{\tan \theta}{\sqrt{a^2 + \sec^2 \theta}} \right) \right] \quad (\text{II.15})$$

En la Figura II.4 se muestra el triángulo rectángulo con esfuerzo uniforme, donde la altura del triángulo coincide con su cateto adyacente x . El cateto opuesto es y , y la hipotenusa es R .

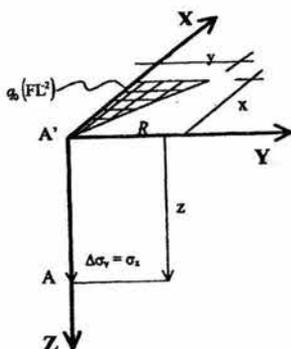


Figura II.4 Deducción del incremento de esfuerzo debido a la aplicación de carga vertical bajo vértice agudo de un área de un triángulo rectángulo cargado uniformemente.

Donde, de la figura:

q_0 = Esfuerzo uniforme en el área triangular.

A = punto a profundidad z , donde se calcula $\Delta\sigma_v$.

A' = Punto vértice en planta.

$x = H$ = Cateto adyacente al vértice de análisis.

y = Cateto opuesto al vértice de análisis.

R = Hipotenusa = $H \sec\theta = x \sec\theta$.

z = Profundidad de análisis.

Se respeta la misma literal 'a' que introdujeron Damy[†] y Casales, que de acuerdo con la Figura II.4, siempre se cumple que:

$$a = \frac{z}{H} = \frac{z}{x} \quad (\text{II.16})$$

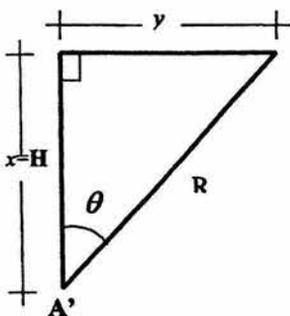


Figura II.5 Vista en planta del área cargada.

Al observar la Figura II.5 se nota que:

$$\frac{y}{x} = \tan\theta \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (\text{II.17})$$

Si convenimos definir la literal 'b' como se expresa adelante:

$$b = \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} b \quad (\text{II.18})$$

Obsérvese que, a partir de la expresión (II.18), es válido expresar lo siguiente:

$$\tan \theta = b \quad (II.19)$$

Por otro lado, se sabe que:

$$R = x \sec \theta \quad (II.20)$$

Por otro lado, con base en Teorema de Pitágoras, se debe cumplir que:

$$R^2 = x^2 + y^2 \quad (II.21)$$

Elevando al cuadrado a la ecuación (II.20), se tiene que:

$$R^2 = x^2 \sec^2 \theta \quad (II.22)$$

Con las ecuaciones (II.18), (II.21) y (II.22) se puede deducir que:

$$\sec^2 \theta = \frac{R^2}{x^2} = \frac{x^2 + y^2}{x^2} = 1 + b^2 \quad (II.23)$$

Si finalmente sustituimos los resultados de la expresiones (II.18) y (II.23) en la ecuación (II.15), llegamos a la expresión simple que se busca, y que es:

$$\Delta \sigma_v = \frac{q}{2\pi} \left[\tan^{-1} b - \tan^{-1} \left(\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \right) + \frac{1}{1 + a^2} \left(\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \right) \right] \quad (II.24)$$

Este algoritmo se puede programar fácilmente en una calculadora y puede dar pie para realizar ejemplos sencillos. Se puede comparar la expresión obtenida, con la solución bajo vértice de rectángulo con esfuerzo uniforme, partiendo al rectángulo en dos triángulos rectángulos. Posteriormente se puede modelar la influencia bajo cierto punto, por efecto de un área poligonal cargada con esfuerzo uniforme. Se puede realizar lo anterior aplicando el principio de superposición de causas y efectos, tanto sumando triángulos rectángulos como restándolos. En el caso de Damy[†] - Casales, se propone modelar un área poligonal sumando y restando triángulos no necesariamente rectángulos.

A partir de triángulos rectángulos se puede modelar cualquier triángulo. Por ejemplo, para modelar un triángulo acutángulo se pueden sumar dos triángulos rectángulos y; para modelar un triángulo obtusángulo, se puede hacer con la resta de dos triángulos rectángulos. En la Figura II.6 se

muestra la modelación comentada para triángulo acutángulo y para triángulo obtusángulo, utilizando triángulos rectángulos.

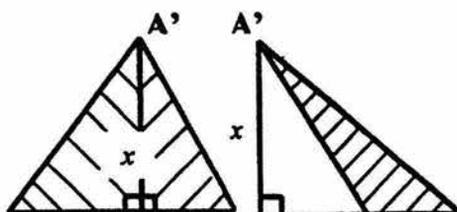


Figura II.6 Modelado de triángulos acutángulos y obtusángulos a partir de triángulos rectángulos.

Si se requiere reducir aún más la ecuación (II.24), para fines por ejemplo de programación, se puede proponer una literal 'c' que sería:

$$c = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2} + 1} \quad (\text{II.25})$$

Logrando reducir la expresión a la forma:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{2\pi} \left[\tan^{-1} b - \tan^{-1} c + \frac{c}{1+a^2} \right] \quad (\text{II.26})$$

En la sección siguiente se muestra la metodología vectorial para calcular el incremento de esfuerzo vertical a cierta profundidad, por influencia de un área poligonal cargada con esfuerzo uniforme.

Ejemplo Ilustrativo

Se desea obtener, con las suposiciones teóricas de Boussinesq, el incremento de esfuerzo que se espera tener bajo el vértice agudo de un área cargada con forma de triángulo rectángulo, por efecto de un esfuerzo uniforme de 200 kPa. El cateto adyacente al vértice de análisis tiene una longitud de 17.5 m. El cateto opuesto a este vértice tiene una longitud de 22.5 m. Calcule $\Delta\sigma_v$ a una profundidad de 8 m.

Datos del ejemplo:

- $q_0 = 200 \text{ kPa.}$
- $x = 17.5 \text{ m.}$
- $y = 22.5 \text{ m.}$
- $z = 8 \text{ m.}$

De acuerdo con estos datos:

$$a = \frac{z}{x} = \frac{8m}{17.5m} = 16/35 \approx 0.4571$$

$$b = \frac{y}{x} = \frac{22.5m}{17.5m} = 9/7 \approx 1.2857$$

$$c = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} = \frac{(16/35)(9/7)}{\sqrt{(16/35)^2 + (9/7)^2 + 1}} \approx 0.3474$$

Operando en radianes, se entra a la expresión (II.26), como se muestra:

$$\Delta\sigma_v \approx \frac{200 \text{ kPa}}{2\pi} \left[\tan^{-1}(1.2857) - \tan^{-1}(0.3474) + \frac{0.3474}{1 + (0.4571)^2} \right] \approx 27.462 \text{ kPa}$$

II.2.2 Método Vectorial para calcular el Incremento de Esfuerzo vertical en puntos bajo Área Poligonal cargada con esfuerzo uniforme utilizando la Expresión Simple de Padilla.

El método vectorial está diseñado para poder obtener la base y la altura de cada triángulo rectángulo, donde con dos de éstos se puede modelar, por medio de una suma un triángulo acutángulo, y por medio de una resta un triángulo obtusángulo. La base del triángulo, que siempre estará sobre el lado analizado, corresponde con el cateto opuesto, respecto del punto vértice bajo el cual se modela el incremento de esfuerzo vertical. La altura del triángulo, que siempre será normal al lado analizado, corresponde, con la misma indicación definida, al cateto adyacente.

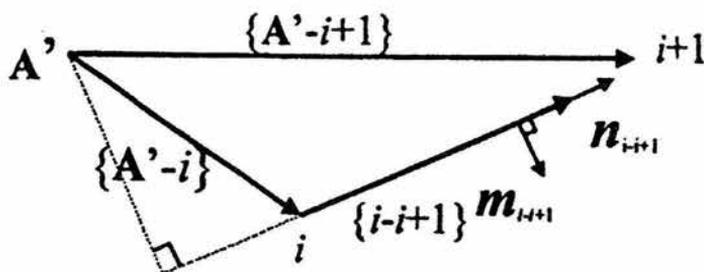


Figura II.7 Modelado para el método vectorial.

Para que el método funcione correctamente, se numeran los vértices del polígono en planta, con sentido contrario al de las manecillas del reloj, como se observa en la Figura II.7. La búsqueda de los datos comentados se hace por medio de vectores, utilizando para el análisis de cada lado del polígono, uno que sale del punto de análisis (que llamaremos A' , bajo el cual se calcula $\Delta\sigma_v$) al primer punto que define al lado (que llamaremos vértice i), y otro que sale del mismo punto anterior de análisis, para ir al segundo punto que define al lado analizado (que llamaremos vértice $i+1$).

Por medio de una diferencia de vectores, se puede calcular el vector que representa al lado analizado del polígono.

$$\{i-i+1\} = \{A'-i+1\} - \{A'-i\} \quad (\text{II.27})$$

Conocido este vector, se divide entre su módulo para obtener el versor auxiliar (vector unitario) n . Las componentes escalares de este versor en un plano XY son, en notación de Gibbs:

$$n = n_x i + n_y j \quad (\text{II.28})$$

Para obtener un versor auxiliar m que forme un sistema derecho con n , se tiene que siempre se debe cumplir que:

$$m = n_y i + (-n_x) j \quad (\text{II.29})$$

Para el lado general que se comenta, tenemos que:

1. Al proyectar el vector $\{A'-i\}$ sobre el versor auxiliar $\{n_{i,i}\}$, se obtiene la base del primer triángulo rectángulo asociado a este lado. Al proyectar el vector $\{A'-i+1\}$ sobre el versor auxiliar se obtiene la base del segundo triángulo rectángulo asociado a este lado. Al comparar los resultados de las dos operaciones anteriores, se ve cómo son los signos de ambos. Si en los dos casos el signo es el mismo, esto indicará que el resultado de calcular $\Delta\sigma_v$ para cada triángulo por separado con la expresión simple, tomando primero la base más grande en valor positivo, se debe restar al de la base más pequeña para modelar un triángulo obtusángulo, también en valor positivo. Si en los dos casos el signo es diferente, esto indicará que se debe realizar una suma de bases de los dos cálculos, en valor positivo, para modelar un triángulo acutángulo.

Recordemos la expresión simple de la cual se habla; se presenta a continuación:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{2\pi} \left[\tan^{-1} b - \tan^{-1} c + \frac{c}{1+a^2} \right] \quad (\text{II.26})$$

Donde:

$$a = \frac{z}{x}, \quad b = \frac{y}{x} \quad y \quad c = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}$$

x = Cateto adyacente (altura del triángulo rectángulo).

y = Cateto opuesto (base del triángulo rectángulo).

z = Profundidad a la que se calcula $\Delta\sigma_v$.

- Al proyectar el vector $\{A'-i+1\}$ sobre el versor auxiliar $\{m_{i+1}\}$, se obtiene la altura de los dos triángulos rectángulos que modelan al que se forme. Tanto la base (cateto opuesto) como la altura (cateto adyacente) entran en la expresión simple con valor positivo. En este caso, si en la operación, la altura se reporta con signo positivo, querrá decir que el $\Delta\sigma_v$ aportado en este análisis de lado, se debe tomar como aportación positiva. En el caso opuesto, si en la operación, la altura se reporta con signo negativo, se entenderá que el incremento de esfuerzo vertical aportado en el análisis del lado, se debe tomar como una aportación negativa.
- Finalmente, para calcular el efecto total de las aportaciones con el fin de conocer el incremento total de esfuerzo vertical, se toma en cuenta si las aportaciones parciales son positivas o negativas. Esto permite conocer este dato en el punto A que se encuentra a una profundidad determinada.

A continuación se presenta un ejemplo, con el que se busca aclarar el método vectorial.

II.2.2.1 Ejemplo Ilustrativo

Con base en la planta mostrada en la Figura II.8, calcular $\Delta\sigma_v$ en el punto A que se encuentra a 8 m de profundidad debajo del punto A' , por efecto del área poligonal con esfuerzo uniforme. El esfuerzo uniforme tiene el valor de 150 kPa. Para el material, tómense como válidas las suposiciones de Boussinesq.

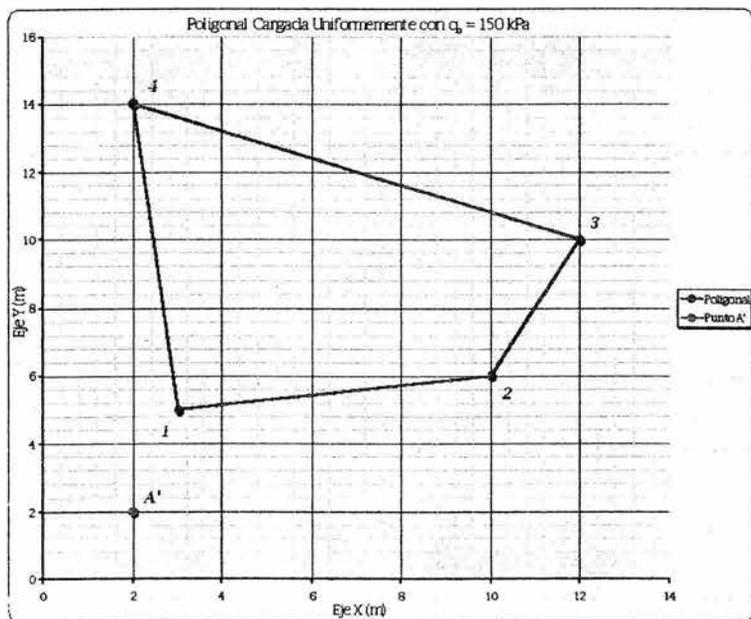


Figura II.8 Determinación del incremento de esfuerzo en un punto cualquiera, debido a una poligonal cargada.

Se realiza el análisis, a partir de las coordenadas del punto A' bajo el cual se desea conocer $\Delta\sigma_v$, y las coordenadas de los vértices del polígono con esfuerzo uniforme.

Lado del vértice 1 al 2.

Vectores de punto superficial de análisis a puntos vértice:

$$\{A'-1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} m; \quad \{A'-2\} = \begin{Bmatrix} 8 \\ 4 \end{Bmatrix} m$$

Cálculo del vector {1-2}:

$$\{1-2\} = \{A'-2\} - \{A'-1\} = \begin{Bmatrix} 8 \\ 4 \end{Bmatrix} m - \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} 7 \\ 1 \end{Bmatrix} m$$

$$\Rightarrow \{m_{1-2}\} = \begin{Bmatrix} 0.9899 \\ 0.1414 \end{Bmatrix}; \quad \Rightarrow \{m_{1-2}\} = \begin{Bmatrix} 0.1414 \\ -0.9899 \end{Bmatrix}$$

Se proyecta el vector $\{A'-1\}$ sobre el versor auxiliar $\{n_{1,2}\}$ (producto punto) para obtener el cateto opuesto, que es la base de un primer triángulo:

$$\{n_{1,2}\}^T \{A'-1\} = \{0.9899 \quad 0.1414\} \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} m = 1.414 m$$

Se proyecta $\{A'-2\}$ sobre $\{n_{1,2}\}$ para obtener la base del segundo triángulo:

$$\{n_{1,2}\}^T \{A'-2\} = \{0.9899 \quad 0.1414\} \begin{Bmatrix} 8 \\ 4 \end{Bmatrix} m = 8.485 m$$

Como en los dos cálculos anteriores se obtienen resultados con el mismo signo, implica que se debe *restar* el efecto de cada triángulo.

Para calcular el cateto adyacente, que es la altura de los triángulos, se proyecta el vector $\{A'-2\}$ sobre el versor $\{m_{1,2}\}$.

$$\{m_{1,2}\}^T \{A'-2\} = \{0.1414 \quad -0.9899\} \begin{Bmatrix} 8 \\ 4 \end{Bmatrix} m = -2.828 m$$

El signo *negativo* en este caso, después de operar sobre el versor m , indica que la aportación de los triángulos asociados a este lado del polígono *debe ser restada*.

De acuerdo con los datos del problema:

$$q_0 = 150 \text{ kPa.}$$

$$z = 8 \text{ m.}$$

$$x_{1,2} = 2.828 \text{ m}$$

$$y_{1,2,1} = 1.414 \text{ m}$$

$$a_{1,2,1} = \frac{z}{x_{1,2}} = \frac{8 \text{ m}}{2.828 \text{ m}} = 2.828$$

$$b_{1,2,1} = \frac{y_{1,2,1}}{x_{1,2}} = \frac{1.414 \text{ m}}{2.828 \text{ m}} = 0.500$$

$$c_{1,2,1} = \frac{a_{1,2,1} b_{1,2,1}}{\sqrt{a_{1,2,1}^2 + b_{1,2,1}^2 + 1}} = \frac{(2.828)(0.500)}{\sqrt{(2.828)^2 + (0.500)^2 + 1}} = 0.465$$

Se aplica en forma separada la expresión:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{2\pi} \left[\tan^{-1} b - \tan^{-1} c + \frac{c}{1+a^2} \right] \quad (\text{II.26})$$

Obteniendo para el primer triángulo:

$$\Delta\sigma_{v,A1-2,1} = 1.911 \text{ kPa}$$

Para el otro triángulo:

$$x_{1-2} = 2.828 \text{ m}$$

$$y_{1-2,2} = 8.485 \text{ m}$$

$$a_{1-2,2} = 2.828 \text{ m}$$

$$b_{1-2,2} = 3.000 \text{ m}$$

$$c_{1-2,2} = 2.000 \text{ m}$$

Obteniendo para el segundo triángulo:

$$\Delta\sigma_{v,A1-2,2} = 8.693 \text{ kPa}$$

Como en este caso se restarán los efectos, se puede decir que:

$$\Delta\sigma_{v,A1-2} = \Delta\sigma_{v,A1-2,2} - \Delta\sigma_{v,A1-2,1} = 8.693 \text{ kPa} - 1.911 \text{ kPa} = 6.781 \text{ kPa} \text{ (que se restará)}$$

Lado del vértice 2 al 3.

Vectores de punto superficial de análisis a puntos vértice:

$$\{A'-2\} = \begin{Bmatrix} 8 \\ 4 \end{Bmatrix} m; \quad \{A'-3\} = \begin{Bmatrix} 10 \\ 8 \end{Bmatrix} m$$

Cálculo del vector {2-3}:

$$\begin{aligned} \{2-3\} &= \{A'-3\} - \{A'-2\} = \begin{Bmatrix} 10 \\ 8 \end{Bmatrix} m - \begin{Bmatrix} 8 \\ 4 \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} 2 \\ 4 \end{Bmatrix} m \\ \Rightarrow \{n_{2-3}\} &= \begin{Bmatrix} 0.4472 \\ 0.8944 \end{Bmatrix}; \quad \Rightarrow \{m_{2-3}\} = \begin{Bmatrix} 0.8944 \\ -0.4472 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Se proyecta el vector {A'-2} sobre el versor auxiliar { n_{2-3} } (producto punto) para obtener el cateto opuesto, que es la base de un primer triángulo:

$$\{n_{2-3}\}^T \{A'-2\} = \begin{Bmatrix} 0.4472 & 0.8944 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 8 \\ 4 \end{Bmatrix} m = 7.155 \text{ m}$$

Se proyecta $\{A'-3\}$ sobre $\{n_{2-3}\}$ para obtener la base del segundo triángulo:

$$\{n_{2-3}\}^T \{A'-3\} = \{0.4472 \quad 0.8944\} \begin{Bmatrix} 10 \\ 8 \end{Bmatrix} m = 11.628 m$$

Como en los dos cálculos anteriores se obtienen resultados con el mismo signo, implica que se debe *restar* el efecto de cada triángulo.

Para calcular el cateto adyacente, que es la altura de los triángulos, se proyecta el vector $\{A'-3\}$ sobre el versor $\{m_{2-3}\}$.

$$\{m_{2-3}\}^T \{A'-3\} = \{0.8944 \quad -0.4472\} \begin{Bmatrix} 10 \\ 8 \end{Bmatrix} m = 5.367 m$$

El signo *positivo* en este caso, después de operar sobre el versor m , indica que la aportación de los triángulos asociados a este lado del polígono *debe ser sumada*.

De acuerdo con los datos del problema:

$$q_o = 150 \text{ kPa.}$$

$$z = 8 \text{ m.}$$

$$x_{2-3} = 5.367 \text{ m}$$

$$y_{2-3,1} = 7.155 \text{ m}$$

$$y_{2-3,2} = 11.628 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{vA2-3} = 15.290 \text{ kPa} - 11.376 \text{ kPa} = 3.914 \text{ kPa} \text{ (que se sumará)}$$

Lado del vértice 3 al 4.

Vectores de punto superficial de análisis a puntos vértice:

$$\{A'-3\} = \begin{Bmatrix} 10 \\ 8 \end{Bmatrix} m; \quad \{A'-4\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \end{Bmatrix} m$$

Cálculo del vector $\{3-4\}$:

$$\{3-4\} = \{A'-4\} - \{A'-3\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \end{Bmatrix} m - \begin{Bmatrix} 10 \\ 8 \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} -10 \\ 4 \end{Bmatrix} m$$

$$\Rightarrow \{n_{3-4}\} = \begin{Bmatrix} -0.9285 \\ 0.3714 \end{Bmatrix}; \Rightarrow \{m_{3-4}\} = \begin{Bmatrix} 0.3714 \\ 0.9285 \end{Bmatrix}$$

Se proyecta el vector $\{A'-3\}$ sobre el versor auxiliar $\{n_{3-4}\}$ (producto punto) para obtener el cateto opuesto, que es la base de un primer triángulo:

$$\{n_{3-4}\}^T \{A'-3\} = \{-0.9285 \quad 0.3714\} \begin{Bmatrix} 10 \\ 8 \end{Bmatrix} m = -6.314 m$$

Se proyecta $\{A'-4\}$ sobre $\{n_{3-4}\}$ para obtener la base del segundo triángulo:

$$\{n_{3-4}\}^T \{A'-4\} = \{-0.9285 \quad 0.3714\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \end{Bmatrix} m = 4.457 m$$

Como en los dos cálculos anteriores se obtienen resultados con signo opuesto, implica que se debe *sumar* el efecto de cada triángulo.

Para calcular el cateto adyacente, que es la altura de los triángulos, se proyecta el vector $\{A'-4\}$ sobre el versor $\{m_{3-4}\}$.

$$\{m_{3-4}\}^T \{A'-4\} = \{0.3714 \quad 0.9285\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \end{Bmatrix} m = 11.142 m$$

El signo *positivo* en este caso, después de operar sobre el versor m , indica que la aportación de los triángulos asociados a este lado del polígono *debe ser sumada*.

De acuerdo con los datos del problema:

$$q_o = 150 \text{ kPa.}$$

$$z = 8 \text{ m.}$$

$$x_{3-4} = 11.142 \text{ m}$$

$$y_{3-4,1} = 6.314 \text{ m}$$

$$y_{3-4,2} = 4.457 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{v_{A3-4}} = 10.074 \text{ kPa} + 7.366 \text{ kPa} = 17.441 \text{ kPa} \text{ (que se sumará)}$$

Lado del vértice 4 al 1.

Vectores de punto superficial de análisis a puntos vértice:

$$\{A'-4\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \end{Bmatrix} m; \quad \{A'-1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} m$$

Cálculo del vector $\{4-1\}$:

$$\{4-1\} = \{A'-1\} - \{A'-4\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} m - \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} 1 \\ -9 \end{Bmatrix} m$$

$$\Rightarrow \{n_{4-1}\} = \begin{Bmatrix} 0.1104 \\ -0.9939 \end{Bmatrix}; \quad \Rightarrow \{m_{2-3}\} = \begin{Bmatrix} -0.9939 \\ -0.1104 \end{Bmatrix}$$

Se proyecta el vector $\{A'-4\}$ sobre el versor auxiliar $\{n_{4-1}\}$ (producto punto) para obtener el cateto opuesto, que es la base de un primer triángulo:

$$\{n_{4-1}\}^T \{A'-4\} = \{0.1104 \quad -0.9939\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \end{Bmatrix} m = -11.927 m$$

Se proyecta $\{A'-1\}$ sobre $\{n_{4-1}\}$ para obtener la base del segundo triángulo:

$$\{n_{4-1}\}^T \{A'-1\} = \{0.1104 \quad -0.9939\} \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} m = -2.871 m$$

Como en los dos cálculos anteriores se obtienen resultados con el mismo signo, implica que se debe *restar* el efecto de cada triángulo.

Para calcular el cateto adyacente, que es la altura de los triángulos, se proyecta el vector $\{A'-1\}$ sobre el versor $\{m_{4-1}\}$.

$$\{m_{4-1}\}^T \{A'-1\} = \{-0.9939 \quad -0.1104\} \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} m = -1.325 m$$

El signo *negativo* en este caso, después de operar sobre el versor m , indica que la aportación de los triángulos asociados a este lado del polígono *debe ser restada*.

De acuerdo con los datos del problema:

$$q_0 = 150 \text{ kPa.}$$

$$z = 8 \text{ m.}$$

$$X_{4-1} = 1.325 \text{ m}$$

$$y_{4-1,1} = 11.927 \text{ m}$$

$$y_{4-1,2} = 2.871 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{v,A4-1} = 5.261\text{kPa} - 1.959\text{kPa} = 3.301\text{kPa} \text{ (que se restará)}$$

Finalmente, el incremento de esfuerzo en el punto A, por efecto del polígono cargado con un esfuerzo uniforme de 150 kPa es:

$$\Delta\sigma_{v,ATotal} = -(\Delta\sigma_{v,A1-2}) + (\Delta\sigma_{v,A2-3}) + (\Delta\sigma_{v,A3-4}) - (\Delta\sigma_{v,A4-1})$$

$$\Delta\sigma_{v,ATotal} = -6.781\text{kPa} + 3.914\text{kPa} + 17.441\text{kPa} - 3.301\text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_{v,ATotal} = 11.272\text{kPa} .$$

Capítulo III

Programa para el Cálculo de Incremento de Esfuerzo Vertical en cualquier punto

III. Programa para el Cálculo de Incremento de Esfuerzos Verticales bajo cualquier punto

El objetivo principal de este capítulo es dar a conocer como se propone el programa de cálculo de esfuerzos verticales para un área no poligonal uniformemente cargada, así como el funcionamiento del mismo a través de varios ejemplos ilustrativos.

La idea surgió al observar que el Método Vectorial propuesto por el Ing. Padilla, era muy susceptible de programarse y debido a que se requería de una plataforma de cálculo de fácil acceso y entendimiento para los estudiantes y los profesores de nuestro medio, elegí la hoja de cálculo Excel que, además de poder hacer los cálculos a través de varios pasos y mostrar cada uno de ellos, es capaz de graficar las áreas poligonales y no poligonales con relativa facilidad.

Lo complicado, no es darle las instrucciones a la hoja de cálculo, sino hacer que tome las decisiones adecuadas para que el método funcione como si operara con componentes vectoriales, interprete ciertos resultados importantes y modele, en el caso de áreas no poligonales, gran cantidad de vértices hasta llegar a una aproximación realmente considerable para el entorno de la ingeniería civil.

Es importante destacar aquí que la aproximación permitida y aceptada dentro de nuestro medio fue tomada e interpretada en este trabajo de realización de tesis ya que como es bien sabido al ingeniero se le permite un cierto rango de error, pero por medio del programa y del modelado de suficientes puntos por medio del mismo, se llega a valores tan precisos que rayan en la exactitud. Claro, tomando en cuenta que los resultados aquí obtenidos están sujetos a la fuertes hipótesis planteadas por Boussinesq. Por lo que al final del capítulo pretendo comparar mis resultados con las teorías hasta el momento planteadas y realizar la construcción de los bulbos de esfuerzo para un caso particular e interesante de distribución de carga, dentro de las áreas no poligonales, que se presenta en la práctica de la ingeniería civil. Todo encaminado, por supuesto, al cálculo de asentamientos en una posible estructura que genere unas condiciones de carga como las propuestas, objetivo que todo

ingeniero persigue en la aplicación de estas teorías dentro de la Mecánica de Suelos.

III.1 Desarrollo del Programa

A continuación describo la forma en la que se le dieron las instrucciones a la hoja de cálculo, para entender el funcionamiento en que se deben insertar los datos en el programa para cada caso en particular e interpretar los resultados que proyecta en forma general.

Primero definimos tres celdas con las coordenadas espaciales del punto A donde se requiere calcular el incremento de esfuerzo, estas celdas deben ser susceptibles de poder cambiar sus valores en cualquier momento que se desee para así obtener los resultados de algún otro punto en el espacio; las coordenadas de este punto deben estar en unidades del Sistema Internacional, es decir, en metros.

A continuación definimos una celda con el esfuerzo uniforme, q_0 con el que será cargada el área por analizar. También debe ser una celda a la que se le pueda cambiar su valor. Las unidades de la carga serán en kPa, que toma en cuenta el valor de la gravedad que circunde en el sitio del problema, o bien se puede manejar kg/m^2 ó bien en t/m^2 .

Lo siguiente es pasar a definir los vértices de la poligonal, para ello es necesario definir tres celdas por vértice, la primera será la que indique el número de vértice tomando en cuenta que la numeración de la poligonal debe ser en sentido contrario al de las manecillas del reloj, la siguiente celda será la coordenada en x del vértice y la última celda será la coordenada en y del vértice; dichas coordenadas deberán estar en metros. Se debe tomar en cuenta también que para que la hoja de cálculo cierre la poligonal definida, al final del último vértice, debe colocarse nuevamente las coordenadas del primer vértice.

Ya definidos todos estos datos necesarios de entrada, pasamos a darle las instrucciones a la hoja de cálculo para que paso a paso vaya calculando el incremento de esfuerzo vertical, para las condiciones de carga planteadas con antelación.

Primero definimos los vectores para triangulación por pares de vértices $\{A'-i\}$, $\{A'-i+1\}$ y $\{i-i+1\}$; así como, los vectores unitarios $\{n_{i+i+1}\}$ y $\{m_{i+i+1}\}$.

Para definir las componentes del vector $\{A'-i\}$ se definen dos celdas, la primera será la componente paralela al vector unitario \mathbf{i} , que será el resultado de restar la coordenada en x del punto A de la coordenada en x del vértice i ; la segunda celda será la componente paralela al vector unitario \mathbf{j} , y que será el resultado de restar la coordenada en y del punto A de la coordenada en y del vértice i .

Para definir las componentes del vector $\{A'-i+1\}$ se definen otras dos celdas, la primera será la componente paralela al vector unitario \mathbf{i} , que será el resultado de restar la coordenada en x del punto A de la coordenada en x del vértice $i+1$; la segunda celda será la componente paralela al vector unitario \mathbf{j} , será el resultado de restar la coordenada en y del punto A de la coordenada en y del vértice $i+1$.

Luego, para definir las componentes del vector $\{i-i+1\}$ se definen otras dos celdas, la primera será la componente paralela al vector unitario \mathbf{i} , que será el resultado de restar la componente en \mathbf{i} del vector $\{A'-i\}$ de la componente en \mathbf{i} del vector $\{A'-i+1\}$; y la segunda celda será la componente paralela al vector unitario \mathbf{j} , que será el resultado de restar la componente en \mathbf{j} del vector $\{A'-i\}$ de la componente en \mathbf{j} del vector $\{A'-i+1\}$.

Como el vector unitario $\{n_{i+i+1}\}$ tiene dos componentes, una paralela al vector unitario \mathbf{i} y otra paralela al vector unitario \mathbf{j} , se definen dos celdas, la primera será el resultado de dividir la componente en \mathbf{i} del vector $\{i-i+1\}$ entre la raíz cuadrada de la suma de las componentes al cuadrado del vector $\{i-i+1\}$, es decir entre el módulo de dicho vector; la segunda será el resultado de dividir la componente en \mathbf{j} del vector $\{i-i+1\}$ entre el módulo de dicho vector.

Como el vector unitario $\{m_{i+i+1}\}$ tiene dos componentes, una paralela al vector unitario \mathbf{i} y otra paralela al vector unitario \mathbf{j} , se definen dos celdas, la primera será el resultado de la componente en \mathbf{j} del vector unitario $\{n_{i+i+1}\}$; la segunda será el resultado del inverso aditivo de la componente en \mathbf{i} del vector unitario $\{n_{i+i+1}\}$.

Ya que la hoja de cálculo haya realizado estas operaciones pasamos a la siguiente sección que llamaré datos para triangulación, es decir, siguiendo los pasos del Método Vectorial, es necesario saber el valor de las bases y la altura del triángulo, ya sea acutángulo u obtusángulo. Será necesario

calcular las bases y la altura con todo y su signo para más adelante dependiendo de éstos, hacer que la hoja de cálculo decida si los incrementos de esfuerzo del primer triángulo rectángulo y del segundo triángulo rectángulo se suman para el triángulo acutángulo o se restan para el triángulo obtusángulo, según el método; y si dicho incremento de esfuerzo resultante se suma o se resta dependiendo de si el triángulo total analizado está dentro o fuera de la poligonal cargada uniformemente, lo que indicará, dependiendo del signo de la altura resultante.

De modo que, para esta sección es necesario definir cuatro celdas. La primera será para el cálculo en metros de la base B_1 , que será el resultado de la suma del producto de la componente en i del vector $\{A'-i\}$ y la componente en i del vector unitario $\{n_{i+1}\}$ más el producto de la componente en j del vector $\{A'-i\}$ y la componente en j del vector unitario $\{n_{i+1}\}$, es decir, el resultado del producto punto del vector unitario $\{n_{i+1}\}^T$ y el vector $\{A'-i\}$. La segunda celda será para el cálculo en metros de la base B_2 , que será del producto punto del vector unitario $\{n_{i+1}\}^T$ y el vector $\{A'-i+1\}$. La tercera celda será para el cálculo en metros de la altura H , que será el resultado del producto punto del vector unitario $\{m_{i+1}\}^T$ y el vector $\{A'-i+1\}$. La cuarta celda será el resultado en metros cuadrados del producto de la base B_1 con la base B_2 ; esta celda, por su signo nos definirá, cuando sea positivo si los esfuerzos que se calculen más adelante para cada una de las bases se restarán, por el ser el caso de un triángulo obtusángulo ó cuando sea negativo, si dichos esfuerzos se sumarán, por ser el caso de un triángulo acutángulo.

En la siguiente sección se calculará el incremento de esfuerzo que genera el primer triángulo rectángulo. Será necesario definir seis celdas. La primera celda se define en metros como la x_{i+1} del triángulo y será la altura H sin signo. La segunda celda se define en metros como la $y_{i+1,1}$ del triángulo y será la base B_1 sin signo. La tercera celda se define como la constante adimensional $a_{i+1,1}$ que es el resultado de dividir la coordenada en z del punto A de análisis entre la x_{i+1} . La cuarta celda se define como la constante adimensional $b_{i+1,1}$ que es el resultado de dividir la $y_{i+1,2}$ entre la x_{i+1} . La quinta celda se define como la constante adimensional $c_{i+1,1}$ que es el resultado del producto de las constantes $a_{i+1,1}$ y $b_{i+1,1}$ entre la raíz de la suma de los cuadrados de dichas constantes más uno. Dicha ecuación es:

$$c_{i-i+1} = \frac{a_{i-i+1} b_{i-i+1}}{\sqrt{a_{i-i+1}^2 + b_{i-i+1}^2} + 1} \quad (\text{III.1})$$

Finalmente la sexta celda se define como el incremento de esfuerzo generado por el primer triángulo rectángulo $\Delta\sigma_{v A i-i+1}$, que se busca como objetivo en esta sección y está dado por la siguiente ecuación:

$$\Delta\sigma_{v A i-i+1} = \frac{q}{2\pi} \left[\tan^{-1} b_{i-i+1} - \tan^{-1} c_{i-i+1} + \frac{c_{i-i+1}}{1+a_{i-i+1}^2} \right] \quad (\text{III.2})$$

Recordando que los ángulos resultantes del cálculo de las funciones \arctan ó \tan^{-1} de un número, la hoja de cálculo nos los da en radianes, lo que favorece al cálculo pues no es necesario hacer la conversión de grados a radianes. El resultado de esta celda estará dado en kPa.

La siguiente sección es idéntica a la anterior, donde se calculará el incremento de esfuerzo que genera el segundo triángulo rectángulo. Será necesario definir otras seis celdas. La primera celda se define en metros como la x_{i-i+1} del triángulo y será la altura H sin signo. La segunda celda se define en metros como la $y_{i-i+1,2}$ del triángulo y será la base B_2 sin signo. La tercera celda se define como la constante adimensional $a_{i-i+1,2}$ que es el resultado de dividir la coordenada en z del punto A de análisis entre la x_{i-i+1} . La cuarta celda se define como la constante adimensional $b_{i-i+1,2}$ que es el resultado de dividir la $y_{i-i+1,2}$ entre la x_{i-i+1} . La quinta celda se define como la constante adimensional $c_{i-i+1,2}$ que es el resultado definido por la ecuación (III.1) para las constantes $a_{i-i+1,1}$ y $b_{i-i+1,1}$. Finalmente la sexta celda se define como el incremento de esfuerzo generado por el primer triángulo rectángulo $\Delta\sigma_{v A i-i+1,2}$, que se busca como objetivo en esta sección y está dado por la ecuación (III.2). El resultado de esta celda estará dado en kPa.

Finalmente se define la última sección que llamaré calculo del incremento de esfuerzo, donde es necesario definir tres celdas. La primera celda define el signo del incremento de esfuerzo generado por el triángulo formado por los vértices analizados con la proyección sobre el plano en planta del punto A ; dicho signo es el mismo que el de la altura H definida anteriormente para dicho triángulo. La segunda celda quedará definida en kPa como $\Delta\sigma_{v A i-i+1}$ y dependiendo del signo de la celda definida como $B_1 B_2$ decidirá si suma los esfuerzos debidos al primer triángulo rectángulo y el segundo triángulo rectángulo, cuando sea negativa o los resta cuando sea positiva.

Cuando los tenga que sumar esta celda estará dada por la siguiente ecuación:

$$\Delta\sigma_{v A i+i+1} = \Delta\sigma_{v A i+i+1,1} + \Delta\sigma_{v A i+i+1,2} \quad (\text{III.3})$$

Y cuando los tenga que restar esta celda estará dada por la siguiente ecuación:

$$\Delta\sigma_{v A i+i+1} = \left| \Delta\sigma_{v A i+i+1,1} - \Delta\sigma_{v A i+i+1,2} \right| \quad (\text{III.4})$$

La tercera celda que es el incremento de esfuerzo debido al triángulo acutángulo u obtusángulo formado por A' , i y $i+1$ se define en kPa como $(\pm)\Delta\sigma_{v A i+i+1}$ y será el producto de las dos celdas anteriores en esta sección, por lo que quedará definido si el triángulo está dentro de la poligonal, cuando esta celda sea positiva ó si está fuera de la poligonal, cuando sea negativa.

Este procedimiento descrito por las secciones, anteriormente, deberá hacerse por filas hasta completar todos los vértices, por ejemplo si son 10 vértices, estos pasos se repiten 10 veces.

Al final tendremos una columna de valores de los $(\pm)\Delta\sigma_{v A i+i+1}$ obtenidos para todos los pares de vértices numerados en sentido contrario al de las manecillas del reloj con el punto A' . De modo que hay que definir una última celda como $\Delta\sigma_{v A Total}$ que realice la sumatoria de cada uno de estos valores y encuentre el valor del incremento de esfuerzo en el punto A debido a la aplicación de la carga q_0 sobre la poligonal definida. Este resultado es el buscado y estará dado en kPa.

La versatilidad del programa permitirá cambiar con facilidad las coordenadas del punto A , inclusive hacer que una o más de ellas permanezcan constantes, y el valor de la carga q_0 . Y cada hoja de cálculo podrá contener la solución para una poligonal de n vértices y modificar las coordenadas de dichos vértices. Para cuando la poligonal crezca se agregará una hoja de cálculo incluyendo el nuevo vértice agregado.

III.2 Modelado de Áreas poligonales y no poligonales cargadas uniformemente, utilizando el programa propuesto

Como es necesario plantear varios ejemplos para comprender el funcionamiento de este programa, a continuación haré un recorrido para la aplicación del mismo, desde áreas poligonales muy sencillas hasta áreas no poligonales, modeladas con un gran número de vértices que permitan una gran precisión en el cálculo. En cada ejemplo se toman en cuenta las consideraciones necesarias para modificar el programa de modo que realice el cálculo del esfuerzo buscado, bajo las condiciones que se planteen, en especial para áreas no poligonales; objetivo primordial de este trabajo de tesis.

III.2.1 Triángulo Rectángulo

Este ejemplo es más una comprobación, para demostrar que el programa trabaja conforme a las teorías presentadas y de acuerdo al método propuesto por el Ing. Padilla.

Se desea obtener, con las suposiciones teóricas de Boussinesq, el incremento de esfuerzo que se espera tener bajo el vértice agudo de un área cargada con forma de triángulo rectángulo, por efecto de un esfuerzo uniforme de 200 kPa. El cateto adyacente al vértice de análisis tiene una longitud de 17.5 m. El cateto opuesto a este vértice tiene una longitud de 22.5 m. Calcule $\Delta\sigma_v$ a una profundidad de 8 m.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
0.000	0.000	8.000

Carga uniforme en (kPa)
q_0
200.000

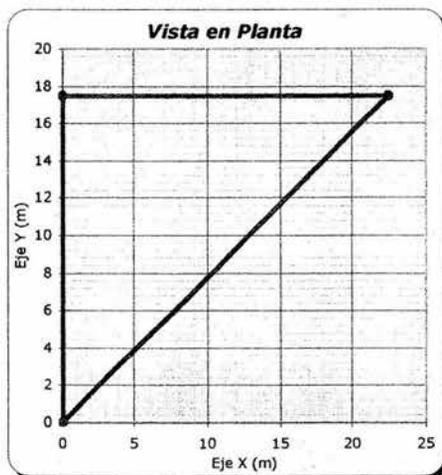


Figura III.1 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo un Triángulo Rectángulo Uniformemente Cargado.

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	0.000	0.000
2	22.500	17.500
3	0.000	17.500
1	0.000	0.000

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'-i		A'-i+1		i-i+1		n _{i,i+1}		m _{i,i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
0.0000	0.0000	22.5000	17.5000	22.5000	17.5000	0.7894	0.6139	0.6139	-0.7894
22.5000	17.5000	0.0000	17.5000	-22.5000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000
0.0000	17.5000	0.0000	0.0000	0.0000	-17.5000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
0.0000	0.0000								

Triangulación			
B ₁	B ₂	H	B ₁ B ₂
0.0000	28.5044	0.0000	0.0000
-22.5000	0.0000	17.5000	0.0000
-17.5000	0.0000	0.0000	0.0000

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,1}$	$a_{i+1,1}$	$b_{i+1,1}$	$c_{i+1,1}$	$\Delta\sigma_{vA i+1,1}$
0.000	0.000	456070143.3600	8.0000	8.0000	0.0000
17.500	22.500	0.4571	1.2857	0.3474	27.4620
0.000	17.500	80000000.0000	174999999.0000	72757957.9750	0.0000

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,2}$	$a_{i+1,2}$	$b_{i+1,2}$	$c_{i+1,2}$	$\Delta\sigma_{vA i+1,2}$
0.000	28.504	456070143.3600	1624999896.9390	439103972.9231	0.0000
17.500	0.000	0.4571	0.0000	0.0000	0.0000
0.000	0.000	80000000.0000	1.0000	1.0000	0.0000

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{vA i+1}$	$(\pm)\Delta\sigma_{vA i+1}$
1	0.000	0.000
1	27.462	27.462
1	0.000	0.000

$\Delta\sigma_{vA Total}$	27.462 kPa
---------------------------	------------

Este ejemplo ya fue resuelto en el Tema 2.1 del capítulo anterior y se llegó al mismo resultado. La ventaja es que con la hoja de cálculo el procedimiento es más rápido y además, es posible obtener aún más cifras significativas si es necesario.

III.2.2 Rectángulo

Con este ejemplo que se presenta a continuación es posible hacer una comparación y una comprobación con las soluciones gráficas obtenidas por Fadum.

Se desea obtener, con las suposiciones teóricas de Boussinesq, el incremento de esfuerzo que se espera tener bajo un vértice de un área cargada con forma de rectángulo, por efecto de un esfuerzo uniforme de 200 kPa. El lado mayor del rectángulo tiene una longitud de 16.0 m, el

lado menor tiene una longitud de 4.0 m. Calcule $\Delta\sigma_v$ a una profundidad de 6 m.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
0.000	0.000	6.000

Carga uniforme en (kPa)
q_u
200.000

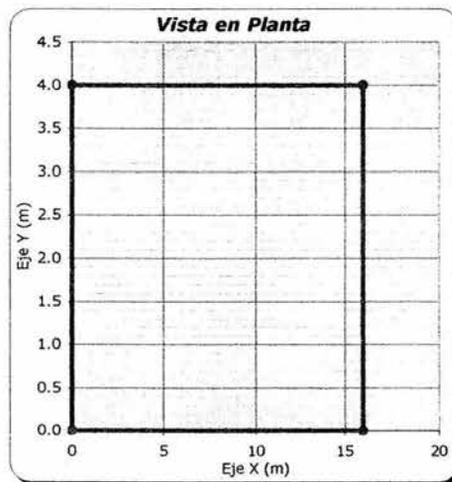


Figura III.2 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo un Rectángulo Uniformemente Cargado.

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	0.000	0.000
2	16.000	0.000
3	16.000	4.000
4	0.000	4.000
1	0.000	0.000

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'-i		A'-i+1		i-i+1		n _{i+1}		m _{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
0.0000	0.0000	16.0000	0.0000	16.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	-1.0000
16.0000	0.0000	16.0000	4.0000	0.0000	4.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000
16.0000	4.0000	0.0000	4.0000	-16.0000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000
0.0000	4.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-4.0000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
0.0000	0.0000								

Triangulación			
B ₁	B ₂	H	E ₁ E ₂
0.0000	16.0000	0.0000	0.0000
0.0000	4.0000	16.0000	0.0000
-16.0000	0.0000	4.0000	0.0000
-4.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x _{i+1}	y _{i+1,1}	a _{i+1,1}	b _{i+1,1}	c _{i+1,1}	Δσ _{vA_{i+1,1}}
0.000	0.000	60000000.0000	1.0000	1.0000	0.0000
16.000	0.000	0.3750	0.0000	0.0000	0.0000
4.000	16.000	1.5000	4.0000	1.3675	25.6936
0.000	4.000	60000000.0000	39999999.0000	33282011.1975	0.0000

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x _{i+1}	y _{i+1,2}	a _{i+1,2}	b _{i+1,2}	c _{i+1,2}	Δσ _{vA_{i+1,2}}
0.000	16.000	60000000.0000	159999999.0000	56179750.6109	0.0000
16.000	4.000	0.3750	0.2500	0.0855	7.4691
4.000	0.000	1.5000	0.0000	0.0000	0.0000
0.000	0.000	60000000.0000	1.0000	1.0000	0.0000

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	Δσ _{vA_{i+1}}	(±)Δσ _{vA_{i+1}}
1	0.000	0.000
1	7.469	7.469
1	25.694	25.694
1	0.000	0.000

$\Delta\sigma_{vA\text{Total}}$	33.163 kPa
---------------------------------	------------

Resultado que compararé más adelante con la solución que propone Fadum.

III.2.3 Rectángulo Girado

Con este ejemplo que se presenta a continuación también es posible hacer una comparación con las soluciones gráficas obtenidas por Fadum, pero en este ejemplo más bien quiero comenzar a probar la versatilidad que tiene programa, gracias a la hoja de cálculo.

Se desea obtener, con las suposiciones teóricas de Boussinesq, el incremento de esfuerzo que se espera tener bajo un punto debido a un área cargada con forma de rectángulo, como el que se muestra en la Figura III.3, por efecto de un esfuerzo uniforme de 200 kPa. Las coordenadas de la poligonal se pueden apreciar en la misma figura. Calcule $\Delta\sigma_v$ a una profundidad de 10 m.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
4.000	2.000	10.000

Carga uniforme en (kPa)
q_0
200.000

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	2.000	0.000
2	8.000	2.000
3	7.000	5.000
4	1.000	3.000
1	2.000	0.000

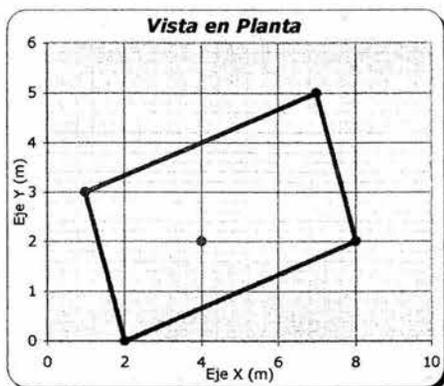


Figura III.3 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo un Rectángulo Girado Uniformemente Cargado.

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
Λ^i		A^i		$i-i+1$		n_{i+1}		m_{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
-2.0000	-2.0000	4.0000	0.0000	6.0000	2.0000	0.9487	0.3162	0.3162	-0.9487
4.0000	0.0000	3.0000	3.0000	-1.0000	3.0000	-0.3162	0.9487	0.9487	0.3162
3.0000	3.0000	-3.0000	1.0000	-6.0000	-2.0000	-0.9487	-0.3162	-0.3162	0.9487
-3.0000	1.0000	-2.0000	-2.0000	1.0000	-3.0000	0.3162	-0.9487	-0.9487	-0.3162
-2.0000	-2.0000								

Triangulación			
B_1	B_2	H	$B_1 B_2$
-2.5298	3.7947	1.2649	-9.6000
-1.2649	1.8974	3.7947	-2.4000
-3.7947	2.5298	1.8974	-9.6000
-1.8974	1.2649	2.5298	-2.4000

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	y_{i+1}	a_{i+1}	b_{i+1}	c_{i+1}	$\Delta\sigma_{vA(i+1)}$
1.265	2.530	7.9057	2.0000	1.9245	1.4603
3.795	1.265	2.6352	0.3333	0.3095	1.9279
1.897	3.795	5.2705	2.0000	1.8411	3.1160
2.530	1.897	3.9528	0.7500	0.7151	2.0922

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

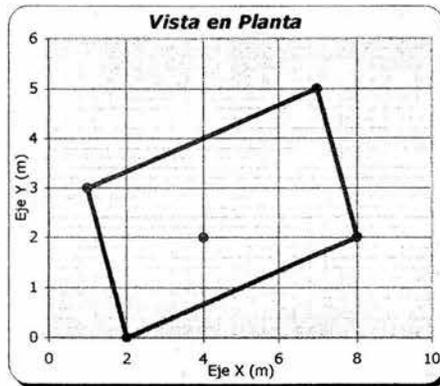


Figura III.3 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo un Rectángulo Girado Uniformemente Cargado.

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'i		A'i+1		i-i+1		n _{i+1}		m _{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
-2.0000	-2.0000	4.0000	0.0000	6.0000	2.0000	0.9487	0.3162	0.3162	-0.9487
4.0000	0.0000	3.0000	3.0000	-1.0000	3.0000	-0.3162	0.9487	0.9487	0.3162
3.0000	3.0000	-3.0000	1.0000	-6.0000	-2.0000	-0.9487	-0.3162	-0.3162	0.9487
-3.0000	1.0000	-2.0000	-2.0000	1.0000	-3.0000	0.3162	-0.9487	-0.9487	-0.3162
-2.0000	-2.0000								

Triangulación			
B ₁	B ₂	H	B ₁ B ₂
-2.5298	3.7947	1.2649	-9.6000
-1.2649	1.8974	3.7947	-2.4000
-3.7947	2.5298	1.8974	-9.6000
-1.8974	1.2649	2.5298	-2.4000

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x _{H+1}	y _{H+1}	a _{H+1}	b _{H+1}	c _{H+1}	Δσ _{vABH+1}
1.265	2.530	7.9057	2.0000	1.9245	1.4603
3.795	1.265	2.6352	0.3333	0.3095	1.9279
1.897	3.795	5.2705	2.0000	1.8411	3.1160
2.530	1.897	3.9528	0.7500	0.7151	2.0922

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{H+1}	y_{H+2}	a_{H+2}	b_{H+2}	c_{H+2}	$\Delta\sigma_{VAH+1,2}$
1.265	3.795	7.9057	3.0000	2.7854	2.1261
3.795	1.897	2.6352	0.5000	0.4603	2.8715
1.897	2.530	5.2705	1.3333	1.2713	2.1389
2.530	1.265	3.9528	0.5000	0.4811	1.4054

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{VAH+1}$	$(\pm)\Delta\sigma_{VAH+1}$
1	3.586	3.586
1	4.799	4.799
1	5.255	5.255
1	3.498	3.498

$\Delta\sigma_{VATotal}$	17.138 kPa
--------------------------	------------

III.2.4 Cuadrilátero Irregular

Este ejemplo que se presenta a continuación, fue resuelto en el Tema 2.2 del capítulo anterior, paso a paso. Aquí también será resuelto paso a paso pero mediante el programa propuesto. Será interesante comparar los resultados.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.4, calcular $\Delta\sigma_v$ en el punto A' que se encuentra a 8 m de profundidad debajo del punto A, por efecto del área poligonal con esfuerzo uniforme. El esfuerzo uniforme tiene el valor de 150 kPa. Para el material, tómnese como válidas las suposiciones de Boussinesq.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
2.000	2.000	8.000

Carga uniforme en (kPa)	
q_0	
150.000	

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	3.000	5.000
2	10.000	6.000
3	12.000	10.000
4	2.000	14.000
1	3.000	5.000

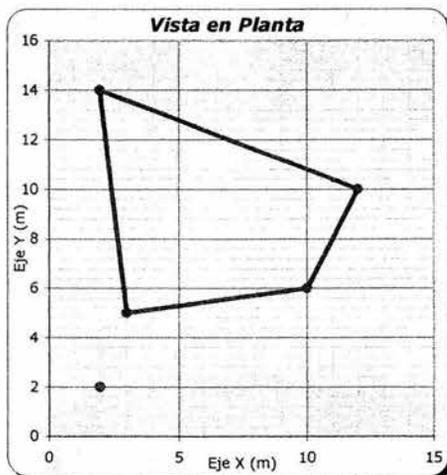


Figura III.4 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo un Cuadrilátero Irregular Uniformemente Cargado.

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'-i		A'-i+1		i-i+1		$n_{i,i+1}$		$m_{i,i+1}$	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
1.0000	3.0000	8.0000	4.0000	7.0000	1.0000	0.9899	0.1414	0.1414	-0.9899
8.0000	4.0000	10.0000	8.0000	2.0000	4.0000	0.4472	0.8944	0.8944	-0.4472
10.0000	8.0000	0.0000	12.0000	-10.0000	4.0000	-0.9285	0.3714	0.3714	0.9285
0.0000	12.0000	1.0000	3.0000	1.0000	-9.0000	0.1104	-0.9939	-0.9939	-0.1104
1.0000	3.0000								

Triangulación			
B_1	B_2	H	$B_1 B_2$
1.4142	8.4853	-2.8284	12.0000
7.1554	11.6276	5.3666	83.2000
-6.3136	4.4567	11.1417	-28.1379
-11.9266	-2.8712	-1.3252	34.2439

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{H+1}	$y_{H+1,1}$	$a_{H+1,1}$	$b_{H+1,1}$	$c_{H+1,1}$	$\Delta\sigma_{VAH+1,1}$
2.828	1.414	2.8284	0.5000	0.4650	1.9114
5.367	7.155	1.4907	1.3333	0.8889	11.3760
11.142	6.314	0.7180	0.5667	0.3002	10.0741
1.325	11.927	6.0369	9.0000	4.9923	5.2607

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{H+1}	$y_{H+1,2}$	$a_{H+1,2}$	$b_{H+1,2}$	$c_{H+1,2}$	$\Delta\sigma_{VAH+1,2}$
2.828	8.485	2.8284	3.0000	2.0000	8.6927
5.367	11.628	1.4907	2.1667	1.1479	15.2904
11.142	4.457	0.7180	0.4000	0.2219	7.3665
1.325	2.871	6.0369	2.1667	2.0150	1.9595

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{VAH+1}$	$(\pm)\Delta\sigma_{VAH+1}$
-1	6.781	-6.781
1	3.914	3.914
1	17.441	17.441
-1	3.301	-3.301

$\Delta\sigma_{VA Total}$	11.272 kPa
---------------------------	------------

Que es exactamente el mismo resultado al cual se llegó en el capítulo anterior. Lo cual suena lógico pues el programa está basado en el método vectorial y la Expresión Simple de Padilla. Pero a estas alturas hace falta que nos preguntemos que más puede hacer este programa y si será posible modelar poligonales aún más complejas o inclusive curvas no

poligonales. Espero que en lo próximos ejemplos quede muy clara esta idea.

III.2.5 Pentágono Irregular

Este ejemplo que se presenta a continuación podría compararse con los resultados encontrados por Damy[†] y Casales ó inclusive con la Carta de Newmark.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.5, calcular $\Delta\sigma_v$ en el punto A que se encuentra a 5 m de profundidad debajo del punto A', por efecto del área poligonal con esfuerzo uniforme. El esfuerzo uniforme tiene el valor de 150 kPa. Para el material, tómnese como válidas las suposiciones de Boussinesq.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
10.000	10.000	5.000

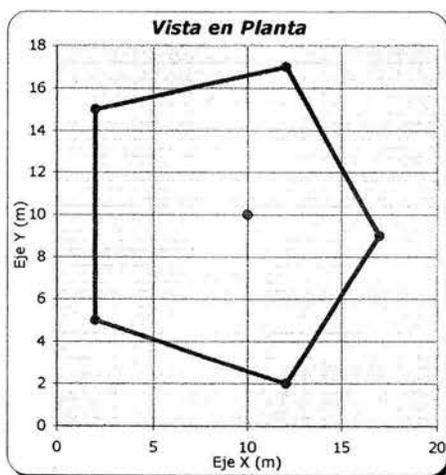


Figura III.5 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo un Pentágono Irregular Uniformemente Cargado.



Capítulo III. Programa para el Cálculo de Incremento de Esfuerzo Vertical en cualquier punto

Carga uniforme en (kPa)
q_u
150.000

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	2.000	5.000
2	12.000	2.000
3	17.000	9.000
4	12.000	17.000
5	2.000	15.000
1	2.000	5.000

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A^i		A^{i+1}		$i-i+1$		n_{i+1}		m_{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
-8.0000	-5.0000	2.0000	-8.0000	10.0000	-3.0000	0.9578	-0.2873	-0.2873	-0.9578
2.0000	-8.0000	7.0000	-1.0000	5.0000	7.0000	0.5812	0.8137	0.8137	-0.5812
7.0000	-1.0000	2.0000	7.0000	-5.0000	8.0000	-0.5300	0.8480	0.8480	0.5300
2.0000	7.0000	-8.0000	5.0000	-10.0000	-2.0000	-0.9806	-0.1961	-0.1961	0.9806
-8.0000	5.0000	-8.0000	-5.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
-8.0000	-5.0000								

Triangulación			
B_1	B_2	H	$B_1 B_2$
-6.2259	4.2144	7.0879	-26.2385
-5.3474	3.2549	6.2774	-17.4054
-4.5580	4.8760	5.4060	-22.2247
-3.3340	6.8641	6.4718	-22.8846
-5.0000	5.0000	8.0000	-25.0000

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	y_{i+1}	a_{i+1}	b_{i+1}	c_{i+1}	$\Delta\sigma_{vA(i+1)}$
7.088	6.226	0.7054	0.8784	0.4113	14.4471
6.277	5.347	0.7965	0.8519	0.4417	13.3665
5.406	4.558	0.9249	0.8431	0.4868	12.1713
6.472	3.334	0.7726	0.5152	0.2916	8.9418
8.000	5.000	0.6250	0.6250	0.2927	11.5627

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,2}$	$a_{i+1,2}$	$b_{i+1,2}$	$c_{i+1,2}$	$\Delta\sigma_{vA(i+1,2)}$
7.088	4.214	0.7054	0.5946	0.3083	10.5817
6.277	3.255	0.7965	0.5185	0.2994	8.8484
5.406	4.876	0.9249	0.9020	0.5106	12.8196
6.472	6.864	0.7726	1.0606	0.4967	15.8720
8.000	5.000	0.6250	0.6250	0.2927	11.5627

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{vA(i+1)}$	$(\pm)\Delta\sigma_{vA(i+1)}$
1	25.029	25.029
1	22.215	22.215
1	24.991	24.991
1	24.814	24.814
1	23.125	23.125

$\Delta\sigma_{vA\text{Total}}$	120.174 kPa
---------------------------------	-------------

Casi en el centro del pentágono, a 5 m de profundidad, el esfuerzo con el que fue cargado se ha reducido apenas en un 20% de magnitud.

III.2.6 El “Castillo”

Este ejemplo es muy ilustrativo y le denominé así por la forma que tiene la planta del área cargada. También aquí se comienza a corroborar el poder que tiene el programa. Esta vez con la ayuda de la hoja de cálculo, el objetivo será hallar la profundidad, dadas las coordenadas del punto en planta a la cual se reduce el esfuerzo con el que fue cargada la poligonal, a un cierto valor requerido.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.6, calcular la profundidad a la que debajo del punto A' el $\Delta\sigma_v$ tiene un valor de 100 kPa, por efecto del área poligonal con esfuerzo uniforme igual a 150 kPa. Para el material, tómense como válidas las suposiciones de Boussinesq.

Lo que se hizo en esta ocasión fue darle una profundidad cualquiera y luego se empleó la función Buscar Objetivo, que está integrada en la hoja

de cálculo, de modo que se presentará desde un principio el valor de la profundidad encontrada por medio de este procedimiento.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
13.000	14.000	10.954

Carga uniforme en (kPa)
q_0
150.000

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	0.000	0.000
2	10.000	0.000
3	10.000	5.000
4	15.000	5.000
5	15.000	0.000
6	25.000	0.000
7	25.000	10.000
8	20.000	10.000
9	20.000	15.000
10	25.000	15.000
11	25.000	25.000
12	15.000	25.000
13	15.000	20.000
14	10.000	20.000
15	10.000	25.000
16	0.000	25.000
17	0.000	15.000
18	5.000	15.000
19	5.000	10.000
20	0.000	10.000
1	0.000	0.000

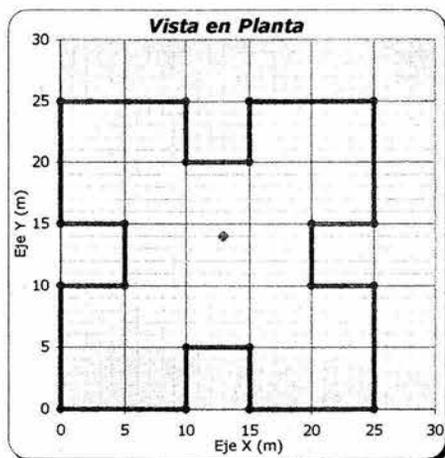


Figura III.6 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo una Poligonal Uniformemente Cargada.

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'i		A'i+1		i-i+1		n _{i+1}		m _{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
-13.0000	-14.0000	-3.0000	-14.0000	10.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	-1.0000
-3.0000	-14.0000	-3.0000	-9.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000
-3.0000	-9.0000	2.0000	-9.0000	5.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	-1.0000
2.0000	-9.0000	2.0000	-14.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
2.0000	-14.0000	12.0000	-14.0000	10.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	-1.0000
12.0000	-14.0000	12.0000	-4.0000	0.0000	10.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000
12.0000	-4.0000	7.0000	-4.0000	-5.0000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000
7.0000	-4.0000	7.0000	1.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000
7.0000	1.0000	12.0000	1.0000	5.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	-1.0000
12.0000	1.0000	12.0000	11.0000	0.0000	10.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000
12.0000	11.0000	2.0000	11.0000	-10.0000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000
2.0000	11.0000	2.0000	6.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
2.0000	6.0000	-3.0000	6.0000	-5.0000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000
-3.0000	6.0000	-3.0000	11.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000
-3.0000	11.0000	-13.0000	11.0000	-10.0000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000
-13.0000	11.0000	-13.0000	1.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
-13.0000	1.0000	-8.0000	1.0000	5.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	-1.0000
-8.0000	1.0000	-8.0000	-4.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
-8.0000	-4.0000	-13.0000	-4.0000	-5.0000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000
-13.0000	-4.0000	-13.0000	-14.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000
-13.0000	-14.0000								

Triangulación			
B_1	B_2	H	$B_1 B_2$
-13.0000	-3.0000	14.0000	39.0000
-14.0000	-9.0000	-3.0000	126.0000
-3.0000	2.0000	9.0000	-6.0000
9.0000	14.0000	-2.0000	126.0000
2.0000	12.0000	14.0000	24.0000
-14.0000	-4.0000	12.0000	56.0000
-12.0000	-7.0000	-4.0000	84.0000
-4.0000	1.0000	7.0000	-4.0000
-7.0000	12.0000	-1.0000	84.0000
1.0000	11.0000	12.0000	11.0000
-12.0000	-2.0000	11.0000	24.0000
-11.0000	-6.0000	-2.0000	66.0000
-2.0000	3.0000	6.0000	-6.0000
6.0000	11.0000	-3.0000	66.0000
3.0000	13.0000	11.0000	39.0000
-11.0000	-1.0000	13.0000	11.0000
-13.0000	-8.0000	-1.0000	104.0000
-1.0000	4.0000	8.0000	-4.0000
8.0000	13.0000	-4.0000	104.0000
4.0000	14.0000	13.0000	56.0000

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
$x_{i+1,i}$	$y_{i+1,i}$	$a_{i+1,i}$	$b_{i+1,i}$	$c_{i+1,i}$	$\Delta\sigma_{v_{i+1,i}}$
14.000	13.000	0.7825	0.9286	0.4619	14.3758
3.000	14.000	3.6515	4.6667	2.8357	7.7774
9.000	3.000	1.2172	0.3333	0.2520	4.2126
2.000	9.000	5.4772	4.5000	3.4429	4.1794
14.000	2.000	0.7825	0.1429	0.0875	2.5998
12.000	14.000	0.9129	1.1667	0.5959	15.5131
4.000	12.000	2.7386	3.0000	1.9640	9.0782
7.000	4.000	1.5649	0.5714	0.4602	5.2822
1.000	7.000	10.9544	7.0000	5.8812	1.7936
12.000	1.000	0.9129	0.0833	0.0561	1.3777
11.000	12.000	0.9959	1.0909	0.6090	14.0277
2.000	11.000	5.4772	5.5000	3.8492	4.7386
6.000	2.000	1.8257	0.3333	0.2887	2.5624
3.000	6.000	3.6515	2.0000	1.7056	4.4317
11.000	3.000	0.9959	0.2727	0.1890	4.1628
13.000	11.000	0.8426	0.8462	0.4578	12.9071
1.000	13.000	10.9544	13.0000	8.3625	2.6584
8.000	1.000	1.3693	0.1250	0.1007	1.4094
4.000	8.000	2.7386	2.0000	1.5492	6.9666
13.000	4.000	0.8426	0.3077	0.1930	5.2689

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,2}$	$a_{i+1,2}$	$b_{i+1,2}$	$c_{i+1,2}$	$\Delta\sigma_{v,i+1,2}$
14.000	3.000	0.7825	0.2143	0.1302	3.8764
3.000	9.000	3.6515	3.0000	2.2678	6.0107
9.000	2.000	1.2172	0.2222	0.1700	2.8355
2.000	14.000	5.4772	7.0000	4.2866	5.3850
14.000	12.000	0.7825	0.8571	0.4378	13.5484
12.000	4.000	0.9129	0.3333	0.2182	5.3937
4.000	7.000	2.7386	1.7500	1.4094	6.2965
7.000	1.000	1.5649	0.1429	0.1200	1.3666
1.000	12.000	10.9544	12.0000	8.0751	2.5498
12.000	11.000	0.9129	0.9167	0.5118	13.0844
11.000	2.000	0.9959	0.1818	0.1272	2.7973
2.000	6.000	5.4772	3.0000	2.5981	3.0911
6.000	3.000	1.8257	0.5000	0.4264	3.7956
3.000	11.000	3.6515	3.6667	2.5403	6.8278
11.000	13.000	0.9959	1.1818	0.6394	14.8178
13.000	1.000	0.8426	0.0769	0.0495	1.3433
1.000	8.000	10.9544	8.0000	6.4431	1.9784
8.000	4.000	1.3693	0.5000	0.3873	5.4634
4.000	13.000	2.7386	3.2500	2.0386	9.4869
13.000	14.000	0.8426	1.0769	0.5357	15.3717

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{v,i+1}$	$(\pm)\Delta\sigma_{v,i+1}$
1	10.499	10.499
-1	1.767	-1.767
1	7.048	7.048
-1	1.206	-1.206
1	10.949	10.949
1	10.119	10.119
-1	2.782	-2.782
1	6.649	6.649
-1	0.756	-0.756
1	11.707	11.707
1	11.230	11.230
-1	1.647	-1.647
1	6.358	6.358
-1	2.396	-2.396
1	10.655	10.655
1	11.564	11.564
-1	0.680	-0.680
1	6.873	6.873
-1	2.520	-2.520
1	10.103	10.103

$\Delta\sigma_{v, Total}$	100.000 kPa
---------------------------	-------------

De modo que la profundidad que se buscaba es de 10.954 m para que el incremento de esfuerzo bajo las coordenadas del punto dado en planta sea de 100 kPa. Esta función en el programa le da una ventaja adicional y lo hace aún más funcional. Nótese que el valor encontrado es sumamente preciso ya que cierra a 100 kPa inclusive hasta las milésimas.

Gracias a este ejemplo pude darme cuenta que el mismo programa podría ayudarme en la construcción de bulbos de esfuerzo bajo un área uniformemente cargada. Lo que sería de gran utilidad en la aplicación práctica de estos conceptos al simplificar gran cantidad de trabajo.

III.2.7 El Círculo, modelado como un polígono de 1440 lados

Como hemos observado hasta el momento no se le han hecho modificaciones significativas al programa, excepto que se le han agregado más filas para hacer más compleja a la poligonal.

A continuación se propone lo que fue un gran reto, modelar a través de un gran número de vértices una curva no poligonal, como lo es la circunferencia u otras más. La aplicación de el programa a partir de aquí se extiende hasta donde le pueda ser útil a un ingeniero. La interrogante aquí fue pensar en cuantos puntos serían los suficientes para alcanzar una precisión del resultado obtenido para que fuera confiable.

La propuesta fue modelar la circunferencia de modo que tuviera un total de 1440 vértices, es decir, que cada vértice abriera un cuarto de grado, de tal forma que el diferencial de área fuera lo suficientemente pequeño para aproximar la curva hasta dar los resultados esperados.

Obviamente la confrontación está en comparar este resultado con los obtenidos por varios autores; por lo que se hará el cálculo del esfuerzo vertical para el siguiente ejemplo bajo centro, pero aclarando que se pudo hacer para un punto cualquiera dentro o fuera del área circular uniformemente cargada.

Por cuestiones de espacio sólo se presentarán los primeros diez renglones de cada tabla, aunque cada tabla está conformada por 1440.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.7, calcular el $\Delta\sigma_v$ bajo el centro, a una profundidad de 8 m por efecto del área circular con esfuerzo uniforme igual a 250 kPa. Para el material, tómense como válidas las suposiciones de Boussinesq.

En esta ocasión fue necesario agregarle al programa los datos del área circular a utilizar, de modo que estos pudieran ser susceptibles a cambios posteriormente. Aplicando sencillos conocimientos de Geometría Analítica Básica, se hizo la construcción de la expresión despejada de la coordenada en y de una circunferencia, en función de su coordenada en x y agregándole a la expresión un contador, propio del vértice, que fuera incrementando en un cuarto de grado a la coordenada en x , por medio de la función coseno, se logró dicho objetivo.

Se definieron, entonces tres nuevas celdas. La dos primeras con las coordenadas en el plano cartesiano del centro de la circunferencia. Y la tercera con el dato del radio. Todas estas coordenadas en metros.

Por otro lado la expresión que calcula las coordenadas en x está dada por:

$$x = h + r \cos\left(\frac{\pi v}{720}\right) \quad (\text{III.5})$$

Donde: h = La abscisa del centro del área circular, en metros.

r = Es la magnitud del radio del áreas circular, en metros.

v = Es un parámetro adimensional contador que denota el número de vértice.

Luego, la expresión para calcular las coordenadas en y está dada por:

$$y = k \pm \sqrt{r^2 - (x - h)^2} \quad (\text{III.6})$$

Donde: k = La ordenada del centro del área circular, en metros.

El signo positivo de la raíz de la ecuación (III.6) se utiliza para cuando x se encuentra en los primeros dos cuadrantes tomando en cuenta dicha coordenada se encuentra referenciada al centro de la circunferencia. En otras palabras dicho signo se emplea para cuando el ángulo de apertura está entre los 0° y los 180° . Por lo que el signo negativo de la misma ecuación se utilizará para cuando el ángulo de apertura se encuentre entre los 180° y los 360° .

Ya con esta explicación previa se procede a resolver el problema planteado. A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
10.000	10.000	8.000

Carga uniforme en (kPa)
q_0
250.000

Datos del área de carga		
Centro		Radio
h	k	
10.000	10.000	5.000

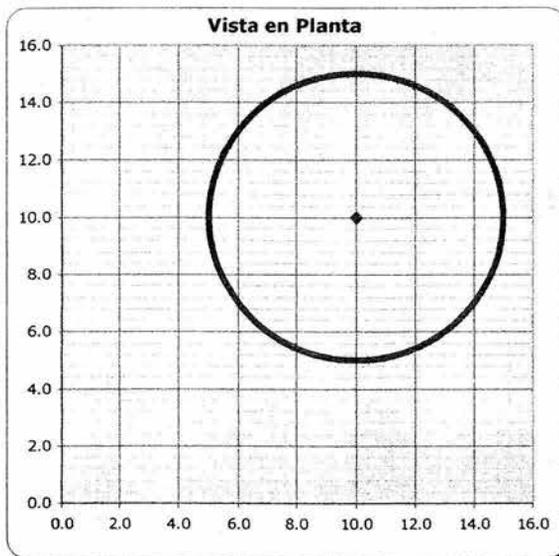


Figura III.7 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo centro de un Área Circular Uniformemente Cargada.

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
0	15.00000	10.00000
1	14.99995	10.02182
2	14.99981	10.04363
3	14.99957	10.06545
4	14.99924	10.08726
5	14.99881	10.10907
6	14.99829	10.13088
7	14.99767	10.15269
8	14.99695	10.17450
9	14.99615	10.19630
10	14.99524	10.21810
!	!	!

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'-i		A'-i+1		i-i+1		n _{i+1}		m _{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
5.00000	0.00000	4.99995	0.02182	-0.00005	0.02182	-0.0022	1.0000	1.0000	0.0022
4.99995	0.02182	4.99981	0.04363	-0.00014	0.02182	-0.0065	1.0000	1.0000	0.0065
4.99981	0.04363	4.99957	0.06545	-0.00024	0.02182	-0.0109	0.9999	0.9999	0.0109
4.99957	0.06545	4.99924	0.08726	-0.00033	0.02181	-0.0153	0.9999	0.9999	0.0153
4.99924	0.08726	4.99881	0.10907	-0.00043	0.02181	-0.0196	0.9998	0.9998	0.0196
4.99881	0.10907	4.99829	0.13088	-0.00052	0.02181	-0.0240	0.9997	0.9997	0.0240
4.99829	0.13088	4.99767	0.15269	-0.00062	0.02181	-0.0284	0.9996	0.9996	0.0284
4.99767	0.15269	4.99695	0.17450	-0.00071	0.02180	-0.0327	0.9995	0.9995	0.0327
4.99695	0.17450	4.99615	0.19630	-0.00081	0.02180	-0.0371	0.9993	0.9993	0.0371
4.99615	0.19630	4.99524	0.21810	-0.00090	0.02180	-0.0414	0.9991	0.9991	0.0414
4.99524	0.21810	4.99424	0.23989	-0.00100	0.02179	-0.0458	0.9990	0.9990	0.0458
!	!	!	!	!	!	!	!	!	!

Triangulación			
B ₁	B ₂	H	B ₁ B ₂
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
-0.011	0.011	5.000	0
!	!	!	!

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,1}$	$a_{i+1,1}$	$b_{i+1,1}$	$c_{i+1,1}$	$\Delta\sigma_{vA(i+1,1)}$
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
!	!	!	!	!	!

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,2}$	$a_{i+1,2}$	$b_{i+1,2}$	$c_{i+1,2}$	$\Delta\sigma_{vA(i+1,2)}$
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
5.000	0.011	1.600	0.0022	0.0019	0.034
!	!	!	!	!	!

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{vA(i+1)}$	$(\pm)\Delta\sigma_{vA(i+1)}$
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
1	0.068	0.068
!	!	!

Incremento de Esfuerzo por Método Vectorial	
$\Delta\sigma_{VA\text{Total}}$	97.551 kPa

Comprobación por Integración de Boussinesq para Centro de Círculo	
$\Delta\sigma_{ATotal}$	97.551 kPa

La comprobación que presenta el programa se hizo a través de la expresión:

$$\Delta\sigma_{ATotal} = q_0 \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z} \right)^2} \right)^{3/2} \right] \quad (\text{III.7})$$

Con lo que puede notarse que el programa tiene una muy buena precisión. Y una gran confiabilidad para realizar cálculos en ejemplos de aplicación real.

III.2.8 Corona Circular

Para este problema se puede usar una simple resta pero esta vez se planteó este problema de modo que se probará al programa. El esfuerzo se calculará en un punto límite del área cargada, es decir, en punto diferente del centro de las circunferencias.

Las coordenadas de cada una de las circunferencias se calculan de una forma similar al ejemplo anterior.

Por cuestiones de espacio sólo se presentarán los primeros diez renglones de cada tabla. En el caso de los datos del área de carga sólo se colocan los datos del radio mayor de la circunferencia que delimita a la corona circular, pero es posible seguir modificando el programa para que funcione para cualquier tipo de corona circular planteada.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.8, calcular el $\Delta\sigma_v$ bajo el punto A' mostrado, a una profundidad de 4.5 m por efecto del área con forma de corona circular, con esfuerzo uniforme igual a 250 kPa. La corona circular está delimitada por dos circunferencias con centro en el origen y con radios de 15 m y 10 m, respectivamente. Para el material, tómense como válidas las suposiciones de Boussinesq.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
6.000	8.000	4.500

Datos del área de carga		
Centro		Radio
h	k	
0.000	0.000	15.000
0.00	0.000	10.000

Carga uniforme en (kPa)
q_0
250.000

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
0	15.00000	0.00000
1	14.99986	0.06545
2	14.99943	0.13090
3	14.99871	0.19634
4	14.99772	0.26179
5	14.99643	0.32722
6	14.99486	0.39265
7	14.99300	0.45808
8	14.99086	0.52349
9	14.98844	0.58890
10	14.98572	0.65429
!	!	!

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'-i		A'-i+1		i-i+1		n_{i+1}		m_{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
9.00000	-8.00000	8.99986	-7.93455	-0.00014	0.06545	-0.0022	1.0000	1.0000	0.0022
8.99986	-7.93455	8.99943	-7.86910	-0.00043	0.06545	-0.0065	1.0000	1.0000	0.0065
8.99943	-7.86910	8.99871	-7.80366	-0.00071	0.06545	-0.0109	0.9999	0.9999	0.0109
8.99871	-7.80366	8.99772	-7.73821	-0.00100	0.06544	-0.0153	0.9999	0.9999	0.0153
8.99772	-7.73821	8.99643	-7.67278	-0.00129	0.06544	-0.0196	0.9998	0.9998	0.0196
8.99643	-7.67278	8.99486	-7.60735	-0.00157	0.06543	-0.0240	0.9997	0.9997	0.0240



Capítulo III. Programa para el Cálculo de Incremento de Esfuerzo Vertical en cualquier punto

8.99486	-7.60735	8.99300	-7.54192	-0.00186	0.06542	-0.0284	0.9996	0.9996	0.0284
!	!	!	!	!	!	!	!	!	!

Triangulación			
B_1	B_2	H	$B_1 B_2$
-8.020	-7.954	8.983	64
-7.993	-7.928	8.948	63
-7.967	-7.901	8.913	63
-7.940	-7.875	8.878	63
-7.913	-7.848	8.844	62
-7.886	-7.821	8.810	62
-7.859	-7.794	8.776	61
-7.832	-7.767	8.741	61
-7.805	-7.739	8.707	60
-7.777	-7.712	8.674	60
!	!	!	!

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	y_{i+1}	a_{i+1}	b_{i+1}	c_{i+1}	$\Delta\sigma_{y_{i+1}}$
8.983	8.020	0.501	0.8928	0.3125	26.887
8.948	7.993	0.503	0.8933	0.3137	26.878
8.913	7.967	0.505	0.8938	0.3149	26.868
8.878	7.940	0.507	0.8943	0.3161	26.857
8.844	7.913	0.509	0.8948	0.3172	26.846
8.810	7.886	0.511	0.8952	0.3184	26.834
8.776	7.859	0.513	0.8956	0.3196	26.822
8.741	7.832	0.515	0.8960	0.3208	26.808
8.707	7.805	0.517	0.8963	0.3219	26.794
8.674	7.777	0.519	0.8967	0.3231	26.779
!	!	!	!	!	!

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	y_{i+2}	a_{i+2}	b_{i+2}	c_{i+2}	$\Delta\sigma_{y_{i+2}}$
8.983	7.954	0.501	0.8855	0.3110	26.732
8.948	7.928	0.503	0.8860	0.3121	26.722
8.913	7.901	0.505	0.8865	0.3133	26.712
8.878	7.875	0.507	0.8869	0.3145	26.701
8.844	7.848	0.509	0.8874	0.3156	26.689
8.810	7.821	0.511	0.8878	0.3168	26.677
8.776	7.794	0.513	0.8881	0.3180	26.664
8.741	7.767	0.515	0.8885	0.3191	26.650

8.707	7.739	0.517	0.8888	0.3203	26.635
8.674	7.712	0.519	0.8891	0.3214	26.620
!	!	!	!	!	!

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{VA(i+1)}$	$(\pm)\Delta\sigma_{VA(i+1)}$
1	0.155	0.155
1	0.155	0.155
1	0.156	0.156
1	0.156	0.156
1	0.157	0.157
1	0.157	0.157
1	0.158	0.158
1	0.158	0.158
1	0.159	0.159
1	0.159	0.159
!	!	!

Incremento de Esfuerzo por Método Vectorial	
$\Delta\sigma_{VA\text{ Total}}$	130.758 kPa

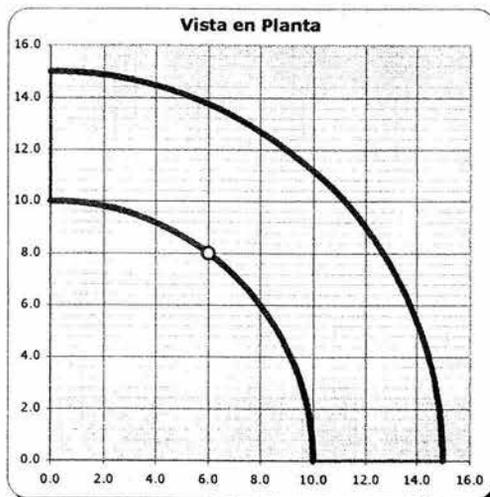


Figura III.8 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo un Área con forma de Corona Circular Uniformemente Cargada.

III.2.9 El “Mickey”

Este ejemplo es muy ilustrativo y demuestra nuevamente la versatilidad del programa, le denominé así por la forma tan peculiar que tiene la planta del área cargada.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.9, calcular el $\Delta\sigma_v$ bajo el punto A' , a una profundidad de 9.5 m por efecto del área no poligonal con esfuerzo uniforme igual a 250 kPa. Para el material, tómnese como válidas las suposiciones de Boussinesq.

Para este caso fue necesario calcular las intersecciones entre las circunferencias de modo que fuera lo más preciso posible al momento de cambiar de una ecuación a otra entre las circunferencias. Se debe tomar en cuenta que la intersección entre circunferencias genera dos puntos de intersección.

Para ello se definieron algunos parámetros adicionales, que están dados por:

$$m = \frac{h_1 - h_2}{k_2 - k_1}; \quad n = \frac{r_1^2 - r_2^2 + h_2^2 - h_1^2 + k_2^2 - k_1^2}{2(k_2 - k_1)} \quad (\text{III.8a y b})$$

- Donde:
- h_1 = Es la abscisa del centro de la primera circunferencia.
 - h_2 = Es la abscisa del centro de la segunda circunferencia.
 - k_1 = Es la ordenada del centro de la primera circunferencia.
 - k_2 = Es la ordenada del centro de la segunda circunferencia.
 - r_1 = Es el radio de la primera circunferencia.
 - r_2 = Es el radio de la segunda circunferencia.

Las dimensiones de estos parámetros están en metros por lo que, m es adimensional y n está en metros. Éstos parámetros entran a su vez en las siguientes expresiones:

$$b = \frac{2[m(n - k_1) - h_1]}{m^2 + 1}; \quad c = \frac{(n - k_1)^2 + h_1^2 - r_1^2}{m^2 + 1} \quad (\text{III.9a y b})$$

Donde b y c son parámetros de la Fórmula General para resolver ecuaciones de segundo grado; b está en metros y c está en m^2 .

Finalmente, las coordenadas de las intersecciones, están dadas por las expresiones:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}; \quad y_{1,2} = mx_{1,2} + n \quad (\text{III.10a y b})$$

Donde: x_1 = Es la abscisa de la primera intersección, en metros.
 x_2 = Es la abscisa de la segunda intersección, en metros.
 y_1 = Es la ordenada de la primera intersección, en metros.
 y_2 = Es la ordenada de la segunda intersección, en metros.

Éstas expresiones se aplican sucesivamente para cada par de circunferencias que se intercepten y se obtienen los cuatro puntos requeridos para formar la curva deseada.

Hecho esto se modificó el programa para que cambiara de ecuación en los puntos señalados.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	Z
20.000	30.000	9.500

Datos del área de carga		
Centro		Radio
h	k	
20.000	15.000	10.000
30.000	25.000	5.000
10.000	25.000	5.000

Carga uniforme en (kPa)
q_u
250.000

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
0	30.00000	15.00000
1	29.99990	15.04363
2	29.99962	15.08727
3	29.99914	15.13090
4	29.99848	15.17452
5	29.99762	15.21815
6	29.99657	15.26177
7	29.99534	15.30539
8	29.99391	15.34899
9	29.99229	15.39260
!	!	!

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A ⁱ		A ⁱ⁺¹		i-i+1		n _{i+1}		m _{i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
10.00000	-15.00000	9.99990	-14.95637	-0.00010	0.04363	-0.0022	1.0000	1.0000	0.0022
9.99990	-14.95637	9.99962	-14.91273	-0.00029	0.04363	-0.0065	1.0000	1.0000	0.0065
9.99962	-14.91273	9.99914	-14.86910	-0.00048	0.04363	-0.0109	0.9999	0.9999	0.0109
9.99914	-14.86910	9.99848	-14.82548	-0.00067	0.04363	-0.0153	0.9999	0.9999	0.0153
9.99848	-14.82548	9.99762	-14.78185	-0.00086	0.04362	-0.0196	0.9998	0.9998	0.0196
9.99762	-14.78185	9.99657	-14.73823	-0.00105	0.04362	-0.0240	0.9997	0.9997	0.0240
9.99657	-14.73823	9.99534	-14.69461	-0.00124	0.04362	-0.0284	0.9996	0.9996	0.0284
9.99534	-14.69461	9.99391	-14.65101	-0.00143	0.04361	-0.0327	0.9995	0.9995	0.0327
9.99391	-14.65101	9.99229	-14.60740	-0.00162	0.04360	-0.0371	0.9993	0.9993	0.0371
9.99229	-14.60740	9.99048	-14.56381	-0.00181	0.04360	-0.0414	0.9991	0.9991	0.0414
!	!	!	!	!	!	!	!	!	!

Triangulación			
B ₁	B ₂	H	B ₁ B ₂
-15.022	-14.978	9.967	225
-15.021	-14.978	9.902	225
-15.021	-14.977	9.836	225
-15.020	-14.976	9.771	225
-15.019	-14.975	9.705	225
-15.017	-14.974	9.640	225
-15.016	-14.972	9.575	225
-15.014	-14.970	9.509	225
-15.012	-14.968	9.444	225
-15.009	-14.965	9.378	225
!	!	!	!

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	y_{i+1}	a_{i+1}	b_{i+1}	c_{i+1}	$\Delta\sigma_{vA+i+1}$
9.967	15.022	0.953	1.5071	0.7026	29.470
9.902	15.021	0.959	1.5170	0.7084	29.465
9.836	15.021	0.966	1.5271	0.7142	29.458
9.771	15.020	0.972	1.5372	0.7201	29.449
9.705	15.019	0.979	1.5475	0.7260	29.439
9.640	15.017	0.985	1.5578	0.7320	29.427
9.575	15.016	0.992	1.5683	0.7381	29.414
9.509	15.014	0.999	1.5789	0.7443	29.399
9.444	15.012	1.006	1.5896	0.7506	29.382
9.378	15.009	1.013	1.6004	0.7569	29.363
!	!	!	!	!	!

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	y_{i+2}	a_{i+2}	b_{i+2}	c_{i+2}	$\Delta\sigma_{vA+i+2}$
9.967	14.978	0.953	1.5027	0.7017	29.422
9.902	14.978	0.959	1.5126	0.7074	29.417
9.836	14.977	0.966	1.5226	0.7132	29.410
9.771	14.976	0.972	1.5328	0.7191	29.402
9.705	14.975	0.979	1.5430	0.7251	29.392
9.640	14.974	0.985	1.5533	0.7311	29.380
9.575	14.972	0.992	1.5637	0.7372	29.367
9.509	14.970	0.999	1.5743	0.7434	29.352
9.444	14.968	1.006	1.5849	0.7496	29.335
9.378	14.965	1.013	1.5957	0.7559	29.316
!	!	!	!	!	!

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{vA+i+1}$	$(\pm)\Delta\sigma_{vA+i+1}$
1	0.048	0.048
1	0.048	0.048
1	0.048	0.048
1	0.047	0.047
1	0.047	0.047
1	0.047	0.047
1	0.047	0.047
1	0.047	0.047
1	0.047	0.047
!	!	!

Incremento de Esfuerzo por Método Vectorial	
$\Delta\sigma_{vA\text{Total}}$	56.924 kPa

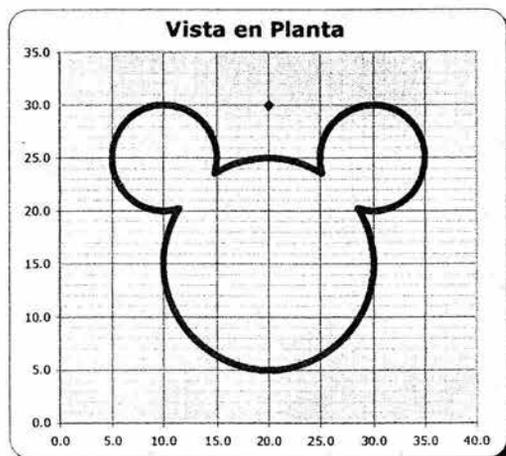


Figura III.9 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo una Curva Cerrada Uniformemente Cargada.

III.2.10 Área no Poligonal construida con una Sumatoria de Funciones Senoidales

Este es otro ejemplo muy versátil donde la decisión más importante siempre fue saber cuantos puntos eran los suficientes para modelar la función propuesta. Se tomaron 82 vértices para modelar la función, ya que se observó que se lograba la precisión deseada y un buen modelado de la curva. Nuevamente nos demuestra el poder que tiene el programa.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.10, calcular el $\Delta\sigma_v$ bajo el punto A', a una profundidad de 5.5 m por efecto de la curva cerrada con esfuerzo uniforme igual a 225 kPa. Para el material, tómenselo como válidas las suposiciones de Boussinesq.

La expresión para calcular las coordenadas en y, hasta el vértice 41, está dada por:

$$y = 20 - 10 \left(\text{sen } x - \frac{1}{2} \text{sen } 2x + \frac{1}{3} \text{sen } 3x \right) \quad (\text{III.11})$$

La expresión para calcular las coordenadas en y , del vértice 41 al 82, está dada por:

$$y = 30 - 10 \left(\text{sen } x - \frac{1}{2} \text{sen } 2x + \frac{1}{3} \text{sen } 3x \right) \quad (\text{III.12})$$

Por cuestiones de espacio sólo presentaré algunos de los vértices que modelan la curva.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
2.000	12.500	5.500

Carga uniforme en (kPa)
q_u
225.000

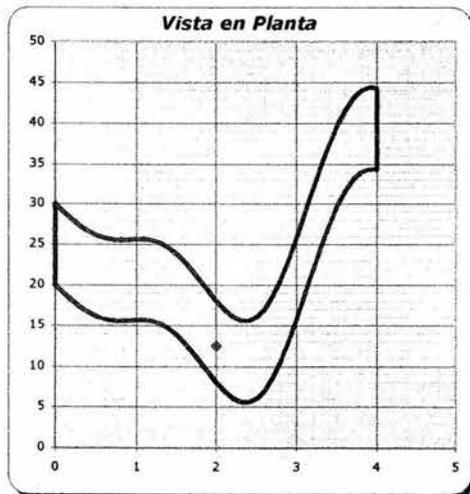


Figura III.10 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo una Curva Cerrada formada por una sumatoria de funciones Senoidales Uniformemente Cargada.

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	0.000	20.000
2	0.100	19.010
3	0.200	18.078
4	0.300	17.257
5	0.400	16.586
6	0.500	16.088
7	0.600	15.768
8	0.700	15.608
9	0.800	15.573
10	0.900	15.611
!	!	!

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A ⁱ⁻¹		A ⁱ⁺¹		i-i+1		n _{i,i}		m _{i,i}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
-2.0000	7.5000	-1.9000	6.5099	0.1000	-0.9901	0.1005	-0.9949	-0.9949	-0.1005
-1.9000	6.5099	-1.8000	5.5783	0.1000	-0.9317	0.1067	-0.9943	-0.9943	-0.1067
-1.8000	5.5783	-1.7000	4.7569	0.1000	-0.8213	0.1209	-0.9927	-0.9927	-0.1209
-1.7000	4.7569	-1.6000	4.0858	0.1000	-0.6711	0.1474	-0.9891	-0.9891	-0.1474
-1.6000	4.0858	-1.5000	3.5881	0.1000	-0.4977	0.1970	-0.9804	-0.9804	-0.1970
-1.5000	3.5881	-1.4000	3.2676	0.1000	-0.3205	0.2978	-0.9546	-0.9546	-0.2978
-1.4000	3.2676	-1.3000	3.1077	0.1000	-0.1599	0.5302	-0.8479	-0.8479	-0.5302
-1.3000	3.1077	-1.2000	3.0728	0.1000	-0.0349	0.9440	-0.3299	-0.3299	-0.9440
-1.2000	3.0728	-1.1000	3.1114	0.1000	0.0386	0.9329	0.3602	0.3602	-0.9329
-1.1000	3.1114	-1.0000	3.1614	0.1000	0.0500	0.8944	0.4473	0.4473	-0.8944
!	!	!	!	!	!	!	!	!	!

Triangulación			
B ₁	B ₂	H	B ₁ B ₂
-7.6630	-6.6679	1.2362	51.0965
-6.6755	-5.7385	1.1944	38.3075
-5.7549	-4.9275	1.1126	28.3574
-4.9555	-4.2770	0.9804	21.1947
-4.3209	-3.8133	0.7638	16.4770
-3.8720	-3.5363	0.3632	13.6927
-3.5128	-3.3242	-0.5456	11.6771
-2.2524	-2.1465	-2.5049	4.8347
-0.0128	0.0944	-3.2987	-0.0012
0.4078	0.5196	-3.2748	0.2119
!	!	!	!

Primer incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,1}$	$a_{i+1,1}$	$b_{i+1,1}$	$c_{i+1,1}$	$\Delta\sigma_{vA(i+1,1)}$
1.236	7.663	4.4492	6.1990	3.5839	10.1881
1.194	6.676	4.6048	5.5890	3.5205	9.2484
1.113	5.755	4.9433	5.1724	3.5393	8.0046
0.980	4.956	5.6101	5.0547	3.7228	6.5085
0.764	4.321	7.2011	5.6574	4.4224	4.6946
0.363	3.872	15.1428	10.6606	8.7044	2.1002
0.546	3.513	10.0811	6.4387	5.4075	2.9175
2.505	2.252	2.1957	0.8992	0.7668	7.5177
3.299	0.013	1.6673	0.0039	0.0033	0.0513
!	!	!	!	!	!

Segundo incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,2}$	$a_{i+1,2}$	$b_{i+1,2}$	$c_{i+1,2}$	$\Delta\sigma_{vA(i+1,2)}$
1.236	6.668	4.4492	5.3940	3.3977	9.5366
1.194	5.738	4.6048	4.8044	3.2875	8.5277
1.113	4.928	4.9433	4.4288	3.2618	7.2925
0.980	4.277	5.6101	4.3626	3.4103	5.9060
0.764	3.813	7.2011	4.9927	4.0766	4.2974
0.363	3.536	15.1428	9.7362	8.1769	1.9640
0.546	3.324	10.0811	6.0930	5.1959	2.7964
2.505	2.146	2.1957	0.8569	0.7349	7.1974
!	!	!	!	!	!

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{vA(i+1)}$	$(\pm)\Delta\sigma_{vA(i+1)}$
1	0.652	0.652
1	0.721	0.721
1	0.712	0.712
1	0.603	0.603
1	0.397	0.397
1	0.136	0.136
-1	0.121	-0.121
-1	0.320	-0.320
-1	0.430	-0.430
!	!	!

Incremento de esfuerzo	
$\Delta\sigma_{vA\text{Total}}$	32.466 kPa

III.2.11 Área no Poligonal construida con una Sumatoria de Funciones Cosenoidales

En este ejemplo se tomaron 64 vértices para modelar la función propuesta.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.11, calcular el $\Delta\sigma_v$ bajo el punto A' , a una profundidad de 5 m por efecto de la curva cerrada con esfuerzo uniforme igual a 225 kPa. Para el material, tómnense como válidas las suposiciones de Boussinesq.

La expresión para calcular las coordenadas en y está dada por:

$$y = 3 + 2\cos x + \cos 2x \quad (\text{III.13})$$

Por cuestiones de espacio sólo presentaré algunos de los vértices que modelan la curva.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
3.000	4.000	5.000

Carga uniforme en (kPa)
q_u
225.000

Coordenadas de la poligonal de carga		
Vértice	x	y
1	0.0000	6.0000
2	0.1000	5.9701
3	0.2000	5.8812
4	0.3000	5.7360
5	0.4000	5.5388
6	0.5000	5.2955
7	0.6000	5.0130
8	0.7000	4.6997
9	0.8000	4.3642
10	0.9000	4.0160
!	!	!

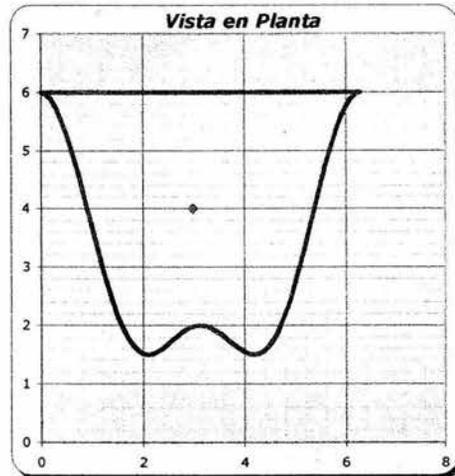


Figura III.11 Determinación del Esfuerzo Vertical en un punto bajo una Curva Cerrada formada por una sumatoria de funciones Cosenoidales Uniformemente Cargada.

Vectores para triangulación por pares de vértices y vectores unitarios									
A'-i		A'-i+1		i-i+1		n _{i,i+1}		m _{i,i+1}	
i	j	i	j	i	j	i	j	i	j
-3.0000	2.0000	-2.9000	1.9701	0.1000	-0.0299	0.9580	-0.2867	-0.2867	-0.9580
-2.9000	1.9701	-2.8000	1.8812	0.1000	-0.0889	0.7474	-0.6643	-0.6643	-0.7474
-2.8000	1.8812	-2.7000	1.7360	0.1000	-0.1452	0.5672	-0.8236	-0.8236	-0.5672
-2.7000	1.7360	-2.6000	1.5388	0.1000	-0.1972	0.4523	-0.8919	-0.8919	-0.4523
-2.6000	1.5388	-2.5000	1.2955	0.1000	-0.2434	0.3801	-0.9250	-0.9250	-0.3801
-2.5000	1.2955	-2.4000	1.0130	0.1000	-0.2824	0.3338	-0.9427	-0.9427	-0.3338
-2.4000	1.0130	-2.3000	0.6997	0.1000	-0.3134	0.3040	-0.9527	-0.9527	-0.3040
-2.3000	0.6997	-2.2000	0.3642	0.1000	-0.3354	0.2857	-0.9583	-0.9583	-0.2857
!	!	!	!	!	!	!	!	!	!

Triangulación			
B ₁	B ₂	H	B ₁ B ₂
-3.4474	-3.3431	-1.0560	11.5251
-3.4764	-3.3426	0.4540	11.6199
-3.1375	-2.9612	1.2389	9.2910
-2.7695	-2.5484	1.6228	7.0579
-2.4115	-2.1484	1.8200	5.1811
-2.0556	-1.7560	1.9243	3.6095
-1.6947	-1.3657	1.9784	2.3145
-1.3276	-0.9776	2.0043	1.2978
!	!	!	!

Primer Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,1}$	$a_{i+1,1}$	$b_{i+1,1}$	$c_{i+1,1}$	$\Delta\sigma_{vA(i+1,1)}$
1.056	3.447	4.7349	3.2647	2.6480	6.3354
0.454	3.476	11.0121	7.6564	6.2689	2.8498
1.239	3.138	4.0360	2.5326	2.0995	6.7999
1.623	2.770	3.0811	1.7066	1.4361	7.7022
1.820	2.412	2.7472	1.3250	1.1341	7.4783
1.924	2.056	2.5984	1.0682	0.9308	6.7640
1.978	1.695	2.5272	0.8566	0.7597	5.7828
2.004	1.328	2.4947	0.6624	0.5970	4.6370
2.014	0.957	2.4826	0.4753	0.4341	3.3932
!	!	!	!	!	!

Segundo Incremento de esfuerzo por Expresión Simple de Ing. Padilla					
x_{i+1}	$y_{i+1,2}$	$a_{i+1,2}$	$b_{i+1,2}$	$c_{i+1,2}$	$\Delta\sigma_{vA(i+1,2)}$
1.056	3.343	4.7349	3.1658	2.5921	6.1922
0.454	3.343	11.0121	7.3617	6.1028	2.7688
1.239	2.961	4.0360	2.3903	2.0115	6.4987
1.623	2.548	3.0811	1.5704	1.3441	7.1877
1.820	2.148	2.7472	1.1805	1.0286	6.7619
1.924	1.756	2.5984	0.9125	0.8093	5.8629
1.978	1.366	2.5272	0.6903	0.6221	4.7226
2.004	0.978	2.4947	0.4877	0.4454	3.4520
2.014	0.595	2.4826	0.2955	0.2724	2.1257
!	!	!	!	!	!

Cálculo de Incremento de Esfuerzo		
Signo	$\Delta\sigma_{vA(i+1)}$	$(\pm)\Delta\sigma_{vA(i+1)}$
-1	0.143	-0.143
1	0.081	0.081
1	0.301	0.301
1	0.514	0.514
1	0.716	0.716
1	0.901	0.901
1	1.060	1.060
1	1.185	1.185
1	1.268	1.268
!	!	!

Incremento de esfuerzo	
$\Delta\sigma_{vA\text{ Total}}$	60.967 kPa

Todos los ejemplos anteriormente presentados nos permiten evaluar la efectividad tanto del Método Vectorial que es susceptible de programación como se pudo apreciar, tanto del mismo programa.

III.3 Obtención de Bulbos de Esfuerzo por medio del programa

III.3.1 Bulbos de Esfuerzo

Las soluciones presentadas en el Capítulo I pueden utilizarse para obtener las líneas de igual incremento de esfuerzo en una masa de suelo producidos por una carga aplicada en su superficie. Por ejemplo, en la Figura III.12 se muestran las líneas de igual incremento del esfuerzo vertical total expresado como una fracción de la presión aplicada q_0 en una franja infinitamente larga; y en la Figura III.13 a) se muestra una sección transversal en la línea central de un área cuadrada. Las líneas forman lo que se denomina *bulbos de esfuerzo* del área cargada, y dan una representación visual útil de la manera como el incremento de esfuerzo se distribuye a través de la masa de suelo. Se ve, por ejemplo, que para cualquier profundidad el mayor incremento de esfuerzo tiene lugar debajo del centro. Por tanto, las distribuciones de $\Delta\sigma_v$ por debajo del punto central son de especial interés, y se muestran por separado para una franja y un área cuadrada en las Figuras III.12 b) y III.13 b) respectivamente. Por debajo del centro de un área rectangular cargada de ancho B , $\Delta\sigma_v$ a una profundidad de tres veces el ancho es más o menos el 5% de la presión superficial q_0 . Del otro lado, debajo de la línea central de una franja de ancho B una reducción similar de $\Delta\sigma_v$, se logra solo cuando la profundidad es superior a $10B$. La profundidad hasta la cual el incremento de esfuerzo es significativo se denomina *zona de influencia*, que es cuando $\Delta\sigma_v \approx 0.1q_0$, y que puede considerarse alrededor de 10 veces el ancho en el caso de una franja infinitamente larga y, aproximadamente tres veces el ancho en el caso de un área cuadrada cargada. De manera similar, la zona de influencia de un área circular cargada se extiende hasta una profundidad de más o menos tres veces su diámetro.

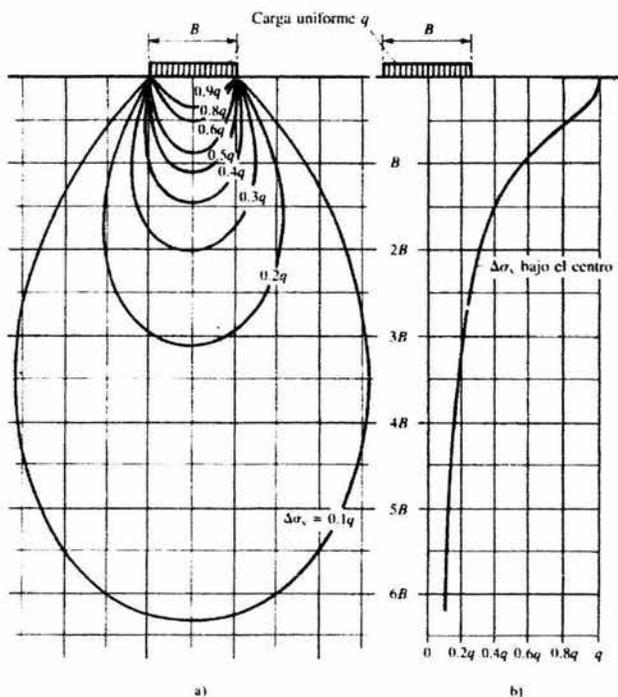


Figura III.12 Franja infinita con carga uniformemente distribuida: a) líneas de igual incremento de esfuerzo vertical total, b) incremento del esfuerzo vertical bajo el centro.

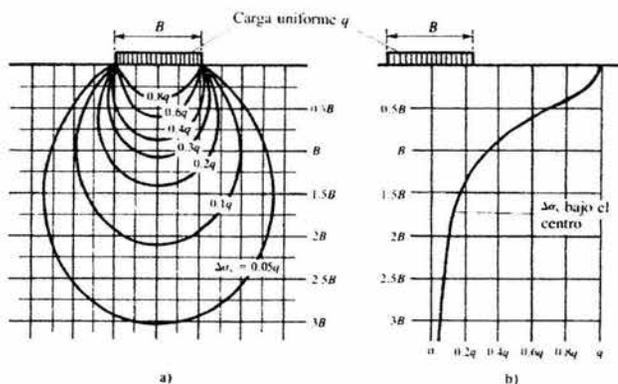


Figura III.13 Franja infinita con carga uniformemente distribuida: a) líneas de igual incremento de esfuerzo vertical total, b) incremento del esfuerzo vertical bajo el centro.

III.3.2 Bulbos de Esfuerzo para el Área Circular Uniformemente Cargada

El próximo reto será el de construir las curvas de bulbos de esfuerzo para uno de los casos considerados anteriormente. Debe tomarse en cuenta que el problema de estas curvas es que, su construcción en realidad nos es más que un corte a lo largo de un plano ortogonal al de la planta del área cargada. De modo que el problema se convierte en tridimensional, es decir para un área irregular dicho bulbo de esfuerzo va cambiando mientras que el plano ortogonal a la planta va girando. Para no volver demasiado complicado, aunque sería posible generar dichas superficies en un programa aún más complejo como Matlab, decidí obtener los bulbos de esfuerzo a lo largo de un plano de una superficie regular como lo es el área circular, ya que estas curvas no varían mientras el plano ortogonal a la planta gire alrededor del centro.

Para lograr este objetivo se fueron dando diferentes coordenadas variando las abscisas y las cotas a lo largo de un plano dentro del programa hasta ir construyendo cada una de las curvas que forman el bulbo de esfuerzo.

Con base en la planta mostrada en la Figura III.14, construir los bulbos de esfuerzo que se generan a lo largo de un plano ortogonal a la planta a través de su diámetro, cuya ecuación está dada por $y=10$, por efecto del área circular con esfuerzo uniforme igual a 250 kPa. Para el material, tómanse como válidas las suposiciones de Boussinesq.

A continuación se presentan las tablas que se generan por el programa:

Coordenadas del punto en (m)		
x	y	z
Variable	10.000	Variable

Datos del área de carga		
Centro		Radio
h	k	
10.000	10.000	5.000

Carga uniforme en (kPa)
q_u
250.000

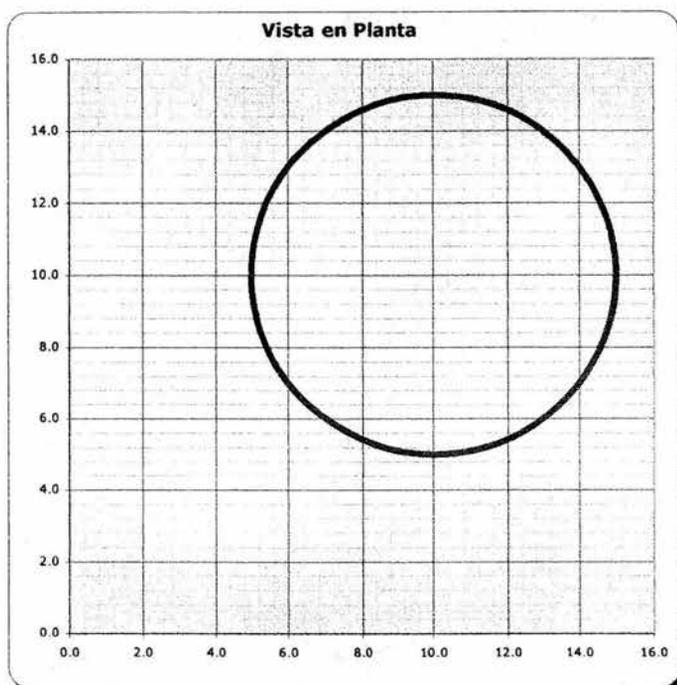


Figura III.14 Determinación del Esfuerzo Vertical bajo un Circular Uniformemente Cargada.

A continuación presento un resumen de la tabla con la cual se calcularon las curvas de bulbos de esfuerzo correspondientes al 10% y hasta el 90% de la carga uniforme sobre el área cargada. La obtención de dichos bulbos de esfuerzo se realizó para el plano ortogonal con ecuación $y=10$.

y (m)
10

A continuación se presenta la Tabla III.1 que es un resumen de cómo se obtuvieron los datos para la construcción de los bulbos de esfuerzo de la Figura III.15.

Contador	Coordenadas del punto en (m)		Incremento de esfuerzo	
	P_i	x	z	$\Delta\sigma_{A\ Total}$
1	5.000000	0.000	24.250	10%
2	1.630000	9.035	24.250	10%
3	1.650000	10.187	24.999	10%
4	1.700000	11.340	25.000	10%
5	1.800000	12.085	25.000	10%
6	2.000000	12.671	24.999	10%
7	2.200000	13.163	25.000	10%
8	2.400000	13.592	25.000	10%
9	2.600000	13.975	25.000	10%
10	2.800000	14.321	25.000	10%
11	3.000000	14.636	25.000	10%
12	3.200000	14.927	25.000	10%
13	3.400000	15.195	25.000	10%
14	3.600000	15.445	25.000	10%
15	3.800000	15.678	25.000	10%
16	4.000000	15.895	25.001	10%
17	4.200000	16.100	25.001	10%
18	4.400000	16.292	25.000	10%
19	4.600000	16.472	25.000	10%
20	4.800000	16.641	25.000	10%
21	5.000000	16.801	25.000	10%
22	5.200000	16.951	24.999	10%
23	5.400000	17.093	24.999	10%
24	5.600000	17.226	24.999	10%
25	5.800000	17.350	25.000	10%
26	6.000000	17.468	25.000	10%
27	6.200000	17.578	25.000	10%
28	6.400000	17.681	25.000	10%
29	6.600000	17.778	25.000	10%
30	6.800000	17.868	25.000	10%
31	7.000000	17.951	25.000	10%
!	!	!	!	!

Tabla III.1 Fragmento de la tabla en la cual se resumen los cálculos realizados por el programa para la obtención de los bulbos de esfuerzo. 588 Renglones en total.

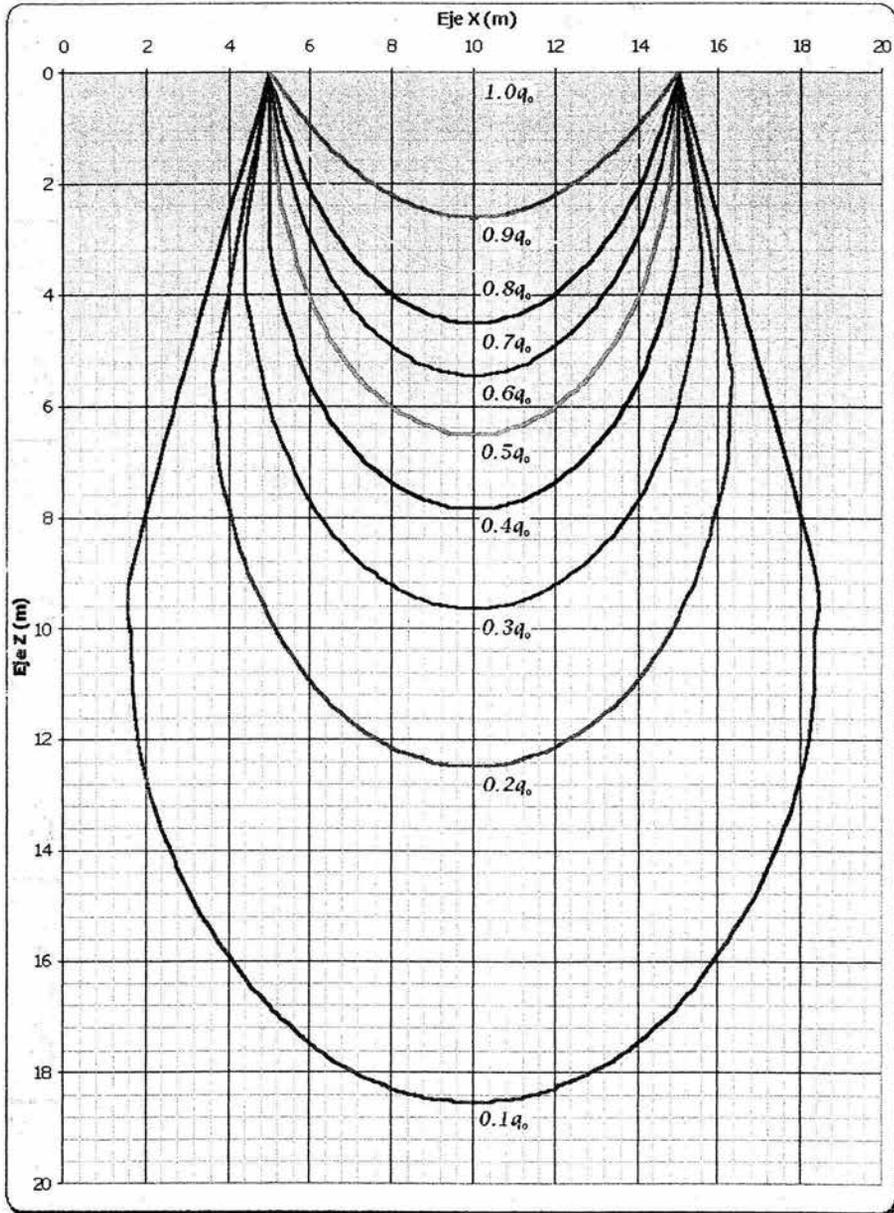


Figura III.15 Bulbos de Esfuerzo bajo diámetro para un Área Circular Uniformemente Cargada.

Capítulo IV

Elementos de Compresibilidad

IV. Elementos de Compresibilidad

El objetivo principal de calcular el incremento en la distribución de esfuerzos en un suelo compresible ha sido siempre el poder estimar con apreciable confianza los asentamientos que puedan manifestarse en una masa de suelo al descargar todo el peso estructural y de funcionamiento de una obra civil. Todo bajo la consigna de prever una posible falla por deformación, luego de revisar obviamente, que no falle la estructura del suelo por capacidad de carga.

Este capítulo está encaminado a plantear las principales teorías que sirven como base para realizar un análisis de asentamientos, el cual es el punto donde aterrizan las herramientas obtenidas en capítulos anteriores.

IV.1 Consolidación Unidimensional

Todos los materiales experimentan deformación cuando se les sujeta a un cambio en sus condiciones de esfuerzo. Las características de esfuerzo deformación de los materiales estructurales tales como el acero y el concreto ya han sido suficientemente estudiadas dentro de la mayoría de las aplicaciones prácticas y pueden determinarse en el laboratorio con un moderado grado de confianza.

La deformación de la mayoría de los suelos, aun bajo cargas pequeñas, es mucho mayor que la de los materiales estructurales; además esa deformación no se produce, usualmente, en forma simultánea a la aplicación de la carga, sino que se desarrolla en el transcurso del tiempo. Así, cuando un estrato de arcilla soporta un edificio, pueden ser necesarios muchos años para que la deformación del suelo se complete. Es cierto que los materiales estructurales también muestran una pequeña capacidad de seguirse deformando bajo carga constante; sin embargo, desde el punto de vista del ingeniero civil, estas deformaciones en los materiales estructurales son de menor importancia y, en general, contribuyen a producir distribuciones de esfuerzo más favorables. En contraste a esto, el proceso de deformación de las arcillas tiene lugar casi completamente en un largo lapso posterior a la aplicación de la carga; como resultado, es posible que el agrietamiento de una estructura pueda ocurrir años más tarde de su elevación, sin que el proyectista pueda

preverlo, a no ser que tenga presente en forma correcta el comportamiento de los suelos. Otra diferencia entre los materiales estructurales y los suelos radica en el hecho de que en los primeros la deformación es principalmente resultado de un cambio de forma, sin variación de volumen, mientras que en los suelos ambos fenómenos son importantes; en algunos problemas, particularmente en el asentamiento de edificios construidos sobre arcilla, la deformación debida a cambio volumétrico en los estratos de suelo subyacente, es mucho más importante que la deformación debida a cambio de forma. Hasta aquí tenemos los dos tipos de deformación que se manejan usualmente y a veces en forma no del todo bien diferenciada, en la Mecánica Aplicada.

La compresión (o expansión) o deformación sólo por cambios de volumen es el proceso por el que una masa de suelo cambia de volumen, manteniendo su forma; todo sucede como si estuviese cambiando la escala del espacio tridimensional. La distancia entre los puntos cambia, pero se mantiene su posición relativa.

La distorsión o deformación desviadora es el proceso por el que una masa de suelo cambia de forma, variando la posición relativa de sus puntos, pero manteniéndose su volumen constante.

Los procesos reales de deformación pueden siempre descomponerse en esas dos facetas; hay una componente volumétrica de la deformación y otra desviadora; el proceso real puede así, considerarse siempre como una adición de ambas componentes.

Debido a que, para fines prácticos puede considerarse que los suelos no tienen resistencia a la tensión, las características de deformación bajo compresión son, con mucho, las de mayor interés. Por ello los principales métodos de prueba están diseñados para someter las muestras de suelo a esfuerzos de compresión. Teóricamente podrían encontrarse todas las "características" esfuerzo deformación útiles para describir el comportamiento mecánico de los suelos únicamente utilizando las llamadas pruebas de *compresión triaxial*. En este tipo de prueba se pueden variar los esfuerzos principales actuantes sobre el suelo a voluntad, produciendo así cualquier combinación deseada de esfuerzos normales y tangenciales en la muestra. Normalmente en los aparatos de compresión triaxial, dos de los esfuerzos principales son iguales y se producen por la presión de un líquido que rodea a un espécimen cilíndrico o prismático. Si

esta prueba de compresión se ejecuta sin presión de líquido y en forma similar a la que se realiza sobre un espécimen cilíndrico de concreto, se llama prueba de *compresión simple*. En otro tipo de prueba de compresión, que es de particular importancia en la determinación de las características de los suelos finos compresibles, la muestra se confina lateralmente con un anillo metálico, colocándose entre dos piedras porosas; esta prueba se llama de *compresión confinada* o prueba de *consolidación*. La muestra no puede deformarse lateralmente, como en el caso de las pruebas anteriores, pues este movimiento es totalmente impedido por el anillo, pudiéndose medir únicamente la relación entre esfuerzo, volumen y tiempo. La prueba fue desarrollada por Terzaghi para suelos finos y no se utiliza en los materiales estructurales normales. En la Figura IV.1 se observa un consolidómetro, que es donde se realiza este tipo de prueba.

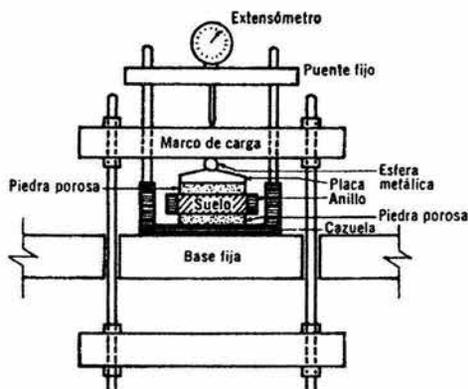


Figura IV.1 Colocación de una muestra en un consolidómetro de anillo flotante.

Las pruebas de compresión triaxial, incluyendo la de compresión simple también proporcionan información sobre la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos.

IV.1.1 Consolidación de los suelos

Al observar los depósitos de material muy suave situados en el fondo de una masa de agua, por ejemplo un lago, se nota que el suelo reduce su volumen conforme pasa el tiempo y aumentan las cargas por

sedimentación sucesiva. A un proceso de disminución de volumen, que tenga lugar en un lapso, provocado por un aumento de las cargas sobre el suelo, se le llama *proceso de consolidación*.

Frecuentemente ocurre que durante el proceso de consolidación la posición relativa de las partículas sólidas sobre un mismo plano horizontal permanece igual; así, el movimiento de las partículas de suelo puede ocurrir sólo en dirección vertical; ésta es la *consolidación unidireccional o unidimensional*. En el caso de arriba, por ejemplo, la consolidación sería de este tipo, considerando que los estratos depositados tienen gran extensión horizontal, en comparación con su espesor. En la consolidación unidimensional, por lo tanto, el volumen de la masa de suelo disminuye, pero los desplazamientos horizontales de las partículas sólidas son nulos.

Si dicho material depositado llega a reposar en el lugar donde se construya una estructura y se observa el comportamiento posterior del suelo, podría notarse que los estratos se comprimen aún más, bajo las nuevas cargas que se les comunica. El que los desplazamientos horizontales de la arcilla sean o no esencialmente nulos, dependen de varios factores. Si el estrato de arcilla es relativamente delgado y está confinado entre estratos de arena o grava o de materiales más rígidos, o si el estrato de arcilla, aun siendo grueso, contiene gran cantidad de capas delgadas de arena, ocurre que la deformación lateral de la arcilla se restringe tanto que puede desprejarse, en comparación a los desplazamientos verticales.

En estos casos, las características de la consolidación de los estratos de arcilla pueden investigarse cuantitativamente con aproximación razonable, realizando la prueba de consolidación unidimensional sobre especímenes representativos del suelo, extraídos en forma tan inalterada como sea posible. Se puede así calcular la magnitud y la velocidad de los asentamientos probables debidos a las cargas aplicadas.

Desde luego es cierto que en las pruebas de laboratorio hechas con muestras pequeñas se produce la consolidación en tiempos muy cortos en comparación con el tiempo en que el estrato real de arcilla se consolidará bajo la carga de la estructura. De hecho, en la aplicación de las teorías a la práctica de la Mecánica de Suelos, se supone que todas las constantes de consolidación son las mismas en el proceso rápido de laboratorio, que en

el mucho, más lento que tiene lugar en la naturaleza. Si éste es el caso o no, no se sabe en la actualidad. Es posible que lo anterior sea uno de los factores que influyen en el hecho observado de que los asentamientos predichos son mayores que los reales.

El consolidómetro neumático "GEOTEC" es una modificación del aparato tradicional; el consolidómetro es del tipo de anillo flotante. El sistema de aplicación de la carga es accionado mediante presión de aire, la cual se controla con un regulador de presión constante, midiéndose directamente la carga con un anillo calibrado de la precisión y capacidad requeridas. En la Figura IV.2 se presenta una foto de éste dispositivo.

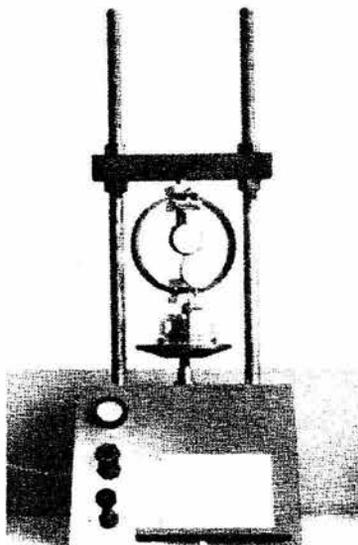


Figura IV.2 Consolidómetro neumático tipo "GEOTEC".

Desde el punto de vista de operación, el aparato neumático presenta varias ventajas sobre el tradicional; a saber, ocupa menor espacio, es más sencillo de calibrar y las calibraciones son validas durante mayor tiempo, la medición de la presión de consolidación para cada incremento se hace directamente, la sensibilidad en la medición de las cargas es alta y puede modificarse con sólo cambiar el anillo calibrado, posee mayor

versatilidad, pudiendo usarse en la etapa de ruptura de pruebas triaxiales drenadas.

Existen otros tipos de consolidómetros neumáticos en que las presiones se aplican con membranas o diafragmas y se miden empleando manómetros. Estos dispositivos presentan inconvenientes debidos a defectos en el funcionamiento de las membranas, baja precisión en el control de cargas aplicadas y limitación en la deformación de las muestras. Este último factor es importante en el caso de suelos muy compresibles.

Una prueba de consolidación unidimensional estándar se realiza sobre una muestra labrada en forma de cilindro aplastado, es decir de pequeña altura en comparación al diámetro de la sección recta. La muestra se coloca en el interior de un anillo, generalmente de bronce, que le proporciona un completo confinamiento lateral. El anillo se coloca entre dos piedras porosas, una en cada cara de la muestra; las piedras son de sección circular y de diámetro ligeramente menor que el diámetro interior del anillo. El conjunto se coloca en la cazuela de un consolidómetro como es el que presenta la Figura IV.1. El consolidómetro mostrado en dicha figura es del tipo "de anillo flotante", hoy principalmente usado y así llamado porque se puede desplazar durante la consolidación del suelo.

En la Figura IV.3 se muestra esquemáticamente la colocación de la muestra en un consolidómetro *de anillo fijo*, poco usado actualmente excepto para la realización de pruebas de permeabilidad ejecutadas simultáneamente con la de consolidación.

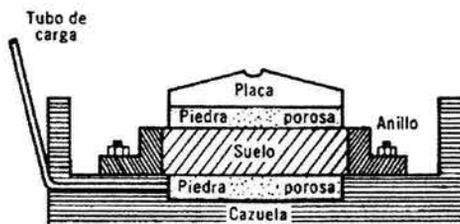


Figura IV.3 Colocación de una muestra en un consolidómetro de anillo fijo.

Por medio del marco de carga mostrado en la Figura VI.1, se aplican cargas a la muestra, repartiéndolas uniformemente en toda su área con el dispositivo formado por la esfera metálica y la placa colocada sobre la piedra porosa superior. Un extensómetro apoyado en el marco de carga móvil y ligado a la cazuela fija, permite llevar un registro de las deformaciones en el suelo. Las cargas se aplican en incrementos, permitiendo que cada incremento obre por un periodo de tiempo suficiente para que la velocidad de deformación se reduzca prácticamente a cero.

En cada incremento de carga se hacen lecturas en el extensómetro, para conocer la deformación correspondiente a diferentes tiempos. Los datos de estas lecturas se dibujan en una gráfica que tenga por abscisas los valores de los tiempos transcurridos, en escala logarítmica y como ordenadas las correspondientes lecturas del extensómetro, en escala natural. Estas curvas se llaman de consolidación y se obtiene una para cada incremento de carga aplicado. En la Figura VI.4 se muestra la forma típica (fuera de escala) de una de estas curvas.

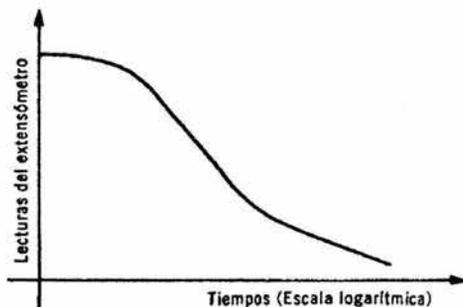


Figura IV.4 Forma común de la curva de consolidación en arcillas (fuera de escala).

En rigor, la prueba de consolidación, tal como se hace en un consolidómetro, hace disminuir el volumen de la muestra por acortamiento de la altura, pero sin cambio en la sección transversal; por lo tanto, tomando en cuenta las definiciones de deformación volumétrica y desviadora, se ve que ambas ocurren; a todo nuevo volumen de la muestra le corresponde una nueva forma. La popularidad de la prueba se

debe a su facilidad, respecto a una ideal en que sólo hubiera cambio de volumen, prueba que sería difícil de realizar. Por otra parte, todo parece indicar que la compresibilidad volumétrica del suelo en el consolidómetro es similar a la que se manifestaría en condiciones de aplicación de la misma presión en todas direcciones, en la forma en que ocurriría al hacerlo en una prueba ideal, quizá sobre un espécimen esférico.

Una vez que el suelo alcanza su máxima deformación bajo un incremento de carga aplicado, su relación de vacíos llega a un valor menor, evidentemente, que el inicial y que puede determinarse a partir de los datos iniciales de la muestra y las lecturas del extensómetro. Así, para cada incremento de carga aplicado se tiene finalmente un valor de la relación de vacíos y otro de la presión correspondiente actuante sobre el espécimen. Por último, de toda la prueba, una vez aplicados todos los incrementos de carga; se tienen valores para constituir una gráfica en cuyas abscisas se ponen los valores de la presión actuante, en escala natural o logarítmica y en cuyas ordenadas se anotan los correspondientes de e en escala natural. Estas curvas se llaman de compresibilidad y de ellas se obtiene una en cada prueba de consolidación completa. En la Figura IV.5 se muestran, fuera de escala, las formas típicas de estas curvas.

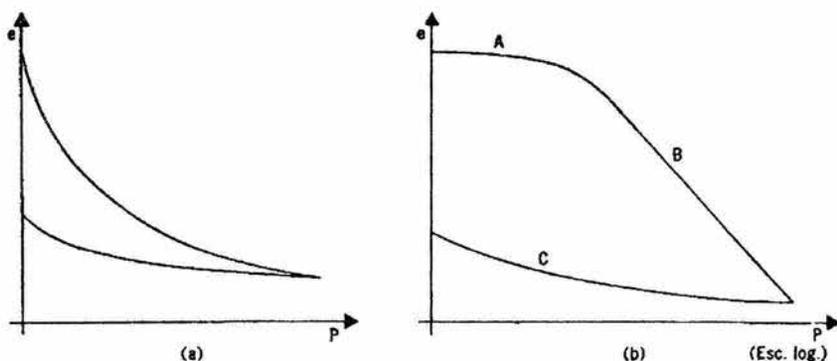


Figura IV.5 Forma común de la curva de consolidación en suelos compresibles. a) Representación aritmética. b) Representación semilogarítmica.

Generalmente en una curva de compresibilidad se definen tres tramos diferentes. El tramo *A* de la Figura IV.5 b) es un tramo curvo que comienza en forma casi horizontal y cuya curvatura es progresiva, alcanzando su máximo en la proximidad de su unión con el tramo *B*. El tramo *B* es generalmente un tramo recto muy aproximadamente y con él se llega al final de la etapa de carga de la prueba, al aplicar el máximo incremento de carga, al cual corresponde la máxima presión sobre la muestra. A partir de este punto es común en la prueba de consolidación someter el espécimen a una segunda etapa, ahora de descarga, en la que se sujeta al espécimen a cargas decrecientes, permaneciendo cada decremento el tiempo suficiente para que la velocidad de deformación se reduzca prácticamente a cero; en esta etapa se tiene una recuperación del espécimen, si bien éste nunca llega de nuevo a su relación de vacíos inicial; el tramo *C* de la misma figura corresponde a esta segunda etapa, con el espécimen llevado a carga final nula, como es usual.

El tramo *A* de la curva de compresibilidad suele llamarse *tramo de recompresión*, el tramo *B*, *tramo virgen* y el *C* *tramo de descarga*.

Considérese un experimento en el cual una muestra de arcilla se sujeta a un ciclo de carga y completa descarga, correspondiente a una prueba de consolidación unidimensional y, de inmediato, una vez descargada, se vuelve a cargar, a una presión mayor que la máxima alcanzada en el primer ciclo; finalmente, la muestra vuelve a descargarse hasta retomar a la condición $\sigma_v = 0$.

Haciendo caso omiso de algunos factores secundarios y que afectan en algunos detalles la forma de las gráficas obtenidas en el laboratorio, ésta es la que aparece en la Figura IV.6.

En el primer ciclo de carga y descarga la gráfica obtenida es la *ABC*, de acuerdo con, lo antes expuesto. En la gráfica *A'B'C'*, correspondiente al segundo ciclo, cabe destacar los siguientes hechos. El tramo *A'*, de recompresión, se extiende ahora hasta la máxima presión a que se haya cargado al suelo en el ciclo anterior, mientras que el nuevo tramo virgen, *B'*, rápidamente se define como la prolongación del tramo virgen correspondiente al primer ciclo. El tramo de descarga, *C'*, resulta similar al tramo *C*, primeramente obtenido.

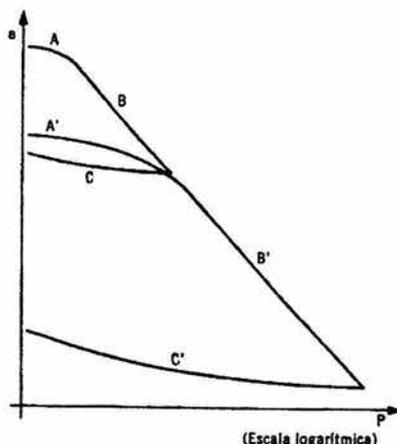


Figura IV.6 Curvas de Compresibilidad para dos procesos de carga y descarga consecutivos.

De la posición relativa de los tramos A', B' y C', del segundo ciclo de carga y descarga respecto a los A, B y C, del primer ciclo, puede concluirse que se produce un tramo de recompresión, tal como el A', cuando se están aplicando a la muestra de suelo presiones que ésta ya ha soportado en una época anterior, mientras que un tramo virgen, tal como el B', resulta al aplicar a la muestra presiones nunca antes soportadas. Resultan así lógicos los nombres adoptados para los diferentes tramos.

Cuando se someta una muestra de suelo natural a un solo ciclo de carga y descarga, como es usual en una prueba normal de consolidación unidimensional y se obtenga una gráfica del tipo que aparece en la Figura IV.5 b), hay evidencia experimental suficiente para concluir que las presiones correspondientes al tramo A ya han sido aplicadas al suelo en otra época, mientras que aquellas correspondientes al tramo B, son de magnitud mayor que las soportadas anteriormente.

IV.1.2 Factores que influyen en el tiempo de consolidación

El factor tiempo, que es función de las constantes físicas del complejo suelo-agua que determinan el proceso de consolidación, se define como:

$$T = \frac{k(1+e)}{a_v \gamma_w} \frac{t}{H^2} \quad (IV.2)$$

Ecuación que puede escribirse como:

$$t = \frac{a_v \gamma_w H^2}{k(1+e)} T \quad (IV.3)$$

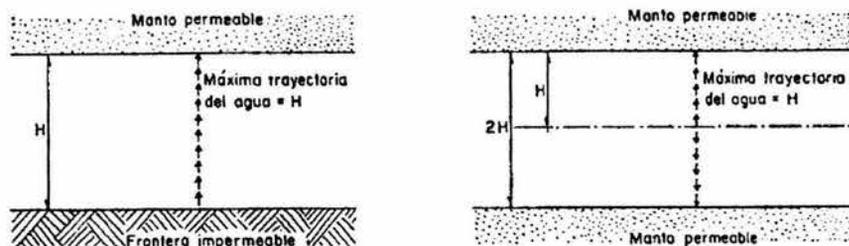


Figura IV.8 Esquemas que ilustran el concepto espesor efectivo que gobierna el tiempo de consolidación.

De la expresión anterior pueden deducirse algunos hechos de significación:

- a) Si todos los demás factores permanecen constantes, el tiempo necesario para alcanzar un cierto grado de consolidación, correspondiente a un factor tiempo dado, varía en forma directamente proporcional al cuadrado del espesor efectivo del estrato. El espesor del estrato que gobierna la evolución de un proceso de consolidación unidimensional con flujo de agua vertical es la trayectoria física real que el agua tiene que recorrer para abandonar el estrato. Si el estrato tiene una frontera impermeable, dicha trayectoria, llamada espesor efectivo, coincide con el espesor real del estrato como se ilustra en la Figura IV.8 a). En cambio, Si el estrato está drenado por ambas caras, superior e inferior, la máxima trayectoria del agua al drenarse es el semiespesor real del estrato de suelo, o sea el espesor efectivo es la mitad del real como lo muestra la Figura IV.8 b). En las formulas de la Teoría de Consolidación Unidimensional la H que figura es siempre el espesor efectivo en lo referente al tiempo de consolidación.

De modo que si dos estratos del mismo material tienen diferentes espesores efectivos H_1 y H_2 , los periodos de tiempo t_1 y t_2 necesarios para que cada estrato alcance un cierto grado de consolidación, están relacionados como sigue:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{H_1^2}{H_2^2} \quad (\text{IV.4})$$

- b) Si todos los demás factores permanecen constantes, el tiempo t , necesario para que un suelo alcance un cierto grado de consolidación es inversamente proporcional al *coeficiente de permeabilidad*, k . Por lo tanto, si dos estratos del mismo espesor efectivo tienen permeabilidades diferentes k_1 y k_2 respectivamente, los tiempos necesarios para que cada estrato alcance un cierto grado de consolidación se relacionan:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{k_2}{k_1} \quad (\text{IV.5})$$

- c) Si todos los demás factores permanecen constantes, el tiempo necesario para que un suelo alcance un cierto grado de consolidación es directamente proporcional al *coeficiente de compresibilidad*, a_v . Por lo tanto, Si se consideran dos estratos del mismo espesor efectivo, pero de coeficientes de compresibilidad diferentes a_{v1} y a_{v2} , los tiempos t_1 y t_2 , necesarios para que cada estrato alcance el mismo grado de consolidación están relacionados como sigue:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{a_{v1}}{a_{v2}} \quad (\text{IV.6})$$

IV.1.3 Comparación entre la curva de consolidación teórica y las reales obtenidas en el laboratorio

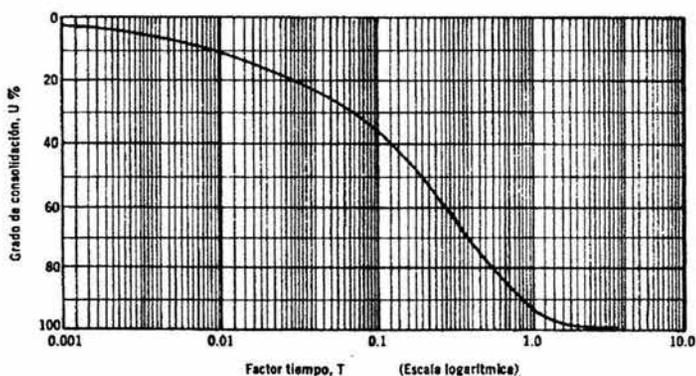
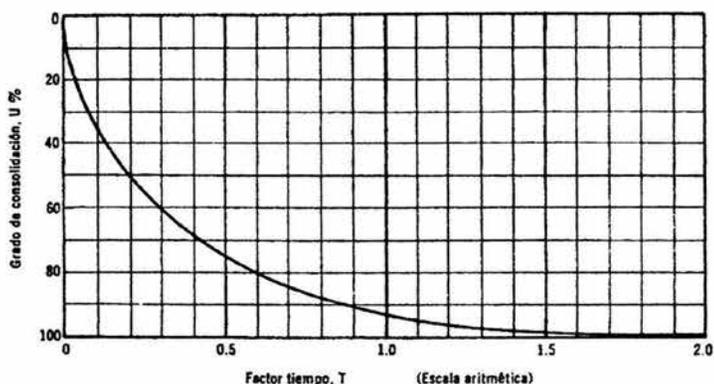


Figura IV.9 Curvas teóricas de consolidación. a) Trazado aritmético. b) Trazado semilogarítmico.

Al hacerle a una muestra de suelo una prueba de consolidación se obtienen curvas de consolidación para cada uno de los incrementos de carga aplicados. Estas curvas relacionan las lecturas realizadas en un micrómetro con los correspondientes tiempos.

Por otra parte, como resultado de una aplicación estricta de la Teoría de Terzaghi, se ha obtenido una curva teórica $U(\%)-T$ en donde T es el factor tiempo, que involucra a todas las variables que afectan el progreso del proceso de consolidación.

Desde luego T y t son directamente proporcionales para una muestra dada, en una cierta condición de carga.

Si se supone, que el suelo sigue inexorablemente los requerimientos de la teoría, el grado de consolidación y las lecturas micrométricas estarían también relacionadas por una ley lineal de proporcionalidad, puesto que, en tales condiciones a un 50% de consolidación, por ejemplo, esta asociada la mitad de la deformación del suelo. Así pues, si un suelo sigue la Teoría de Terzaghi, la curva teórica $U(\%)-T$ y las curvas de consolidación de laboratorio deberán ser semejantes, difiriendo únicamente en el módulo de las escalas empleadas. Casualmente, lo que las curvas de consolidación se aparten de la forma teórica ofrece una medida simple para apreciar lo que ese suelo se aparta de un comportamiento estrictamente apegado a la Teoría de Terzaghi.

Por lo tanto, si el suelo se apega a la Teoría será posible lograr que las dos curvas coincidan totalmente, a condición de modificar la escala de las curvas prácticas en la proporción conveniente.

En realidad, ningún suelo sigue estrictamente la curva teórica y para comparar una curva observada con la teórica debe definirse en qué punto de la curva de consolidación se supondrá el 0% y el 100% de consolidación, para ajustar la escala $U(\%)$ con la de lecturas micrométricas.

Si el suelo contiene algo de aire o si la muestra no se ajusta perfectamente al anillo, existirá una deformación rápida inmediatamente después de la aplicación del incremento de carga. Observando las lecturas del micrómetro no puede definirse si las primeras deformaciones se deben a esos ajustes rápidos o representan ya el inicio del fenómeno de consolidación. Afortunadamente, la curva de consolidación para la primera mitad del proceso es prácticamente una parábola, puede determinarse un 0% "teórico" por la aplicación de una propiedad simple de tales curvas.

Más difícil es la determinación del punto teóricamente correspondiente al 100% de consolidación primaria. De los varios métodos propuestos para

ello, se menciona a continuación uno debido al Doctor A. Casagrande, que requiere el trazo de la curva de consolidación en forma semilogarítmica Figura IV.10.

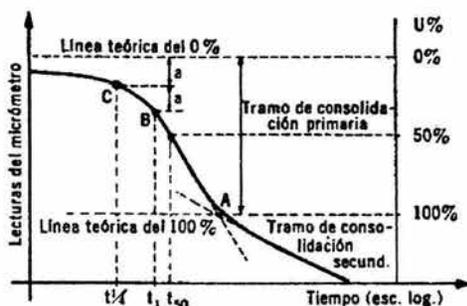


Figura IV.10 Determinación del 0% y del 100% de consolidación primaria en una curva de consolidación.

La curva de consolidación en trazado semilogarítmico presenta la ventaja de que en ella se define por un tramo recto muy preciso generalmente: la parte en donde la consolidación secundaria ya se hace notable. Esto permite, por simple inspección, definir la zona en que la consolidación primaria se completa; prácticamente hablando, esta zona es la correspondiente a la transición entre la parte inclinada de amplia curvatura y el tramo recto final. Empíricamente se ha observado que un punto A obtenido como la intersección del tramo recto de compresión secundaria y de la tangente a la parte curva en su punto de inflexión, representa tolerablemente la línea práctica divisoria entre la consolidación primaria y la secundaria, es decir, el 100% de consolidación primaria.

Como el efecto secundario se presenta desde el principio de la prueba, no es posible realmente fijar un punto específico en el cual el efecto primario termine y aquél empiece. Por lo tanto, hasta cierto punto, la definición anterior del 100% de consolidación es arbitraria. En la primera parte del desarrollo de la curva de consolidación, el efecto secundario no es aún muy notorio y, por esta razón, se encuentra que la relación parabólica, ya mencionada, es correcta dentro de una aproximación razonable. La línea del 0% de consolidación puede ahora encontrarse como sigue.

Escójase un tiempo arbitrario t_1 , tal que el punto correspondiente, B , en la curva observada esté situado antes del 50% de consolidación, de un modo notorio. Obténgase el punto C , correspondiente a un tiempo $t_1/4$ y determínese la diferencia de ordenadas a , de los dos puntos.

Puesto que entre esos dos puntos hay una relación de abscisas de 4 y puesto que se advierte que son puntos de una parábola, se sigue que su relación de ordenadas ha de ser de $\sqrt{4} = 2$. Es decir, el origen de la parábola estará a una distancia a arriba de C . Es aconsejable repetir esta construcción simple varias veces, partiendo de puntos diferentes y situar el 0% de consolidación a una elevación promedio de las obtenidas.

En la Figura IV.10 puede verse en la parte derecha la escala $U(\%)$ trazada a partir de los límites encontrados. Es así evidente el modo de encontrar el tiempo necesario para que la muestra de suelo alcance, por ejemplo, el 50% de consolidación.

IV.1.4 Asentamiento total primario de un estrato arcilloso sujeto a consolidación y evolución del mismo

El asentamiento total primario de un estrato de arcilla de espesor H , debido a un proceso de consolidación unidimensional, con flujo vertical, inducido por una sobrecarga Δp , actuante en la superficie del mismo, puede determinarse a partir de los datos de la prueba de consolidación y del esquema de la Figura IV.11.

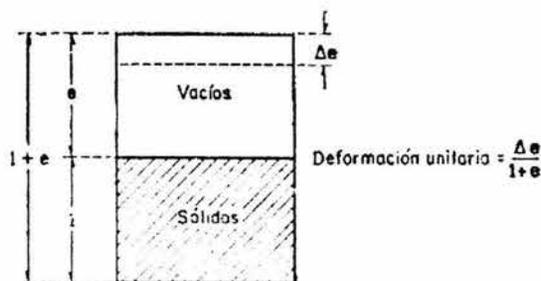


Figura IV.11 Esquema que ilustra la obtención del asentamiento total de un estrato de suelo.

Si Δe representa la disminución de espesor de una muestra de suelo, de espesor total $1+e$, entonces podrá escribirse, para un estrato de espesor H , asimilado a esa muestra, que:

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1+e} H \quad (\text{IV.7})$$

Donde ΔH es la disminución de espesor total del estrato de espesor H . Ahora H es siempre el espesor total del estrato, independientemente de las condiciones de drenaje. La fórmula anterior puede presentarse de otra forma muy común; si se sabe que:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta p} \quad \text{y} \quad m_v = \frac{a_v}{1+e}$$

Por lo tanto:

$$\Delta H = \frac{a_v}{1+e} \Delta p H = m_v \Delta p H \quad (\text{IV.8})$$

Debe tenerse en cuenta que a_v y m_v son funciones de Δp y de la ubicación de éste en la escala de presiones, es decir, de Δp .

En realidad, el a_v tal como aquí se utiliza es un a_v *secante*, en lugar del a_v *tangente*. Este nuevo a_v *secante* representa al promedio de todos los a_v *tangentes* en el tramo de la curva de compresibilidad cubierto por el Δp .

Si se supone (y esta hipótesis se admite en lo que sigue) que este tramo de la curva es recto es decir que la variación de e respecto a p es lineal en dicho tramo, el a_v *secante* resulta igual a los a_v *tangentes* en todo el tramo. En este caso, las deformaciones micrométricas podrán considerarse proporcionales a las presiones efectivas que ya haya tomado la estructura de suelo. En otras palabras, las deformaciones de la muestra, registradas por el micrómetro, podrán considerarse proporcionales al grado de consolidación.

Téngase en cuenta para comprender lo anterior que las lecturas micrométricas son proporcionales a los decrementos en la relación de vacíos durante la consolidación y que según la correspondiente definición, las presiones efectivas que ya haya tomado la muestra definen su grado de consolidación.

Esta hipótesis es la que se hace en la práctica para la realización del cálculo de asentamientos y justifica la construcción de la escala $U(\%)$ en las curvas de consolidación, utilizando simplemente una escala aritmética una vez que se han determinado el 0% y 100% de consolidación primaria.

Obsérvese que si se admite $\alpha_v = cte.$ automáticamente en la ecuación (IV.8) m_v resulta constante, puesto que la e que figura en la expresión de este último término es la inicial del suelo, antes de la aplicación del incremento de carga Δp .

Se admite que las constantes de consolidación obtenidas en la prueba son las mismas que rigen el proceso en un estrato de suelo. Por lo tanto, el m_v calculado con los datos de la prueba puede aplicarse a la ecuación (IV.8).

En el estrato real del suelo también se admite que las deformaciones son proporcionales al grado de consolidación de tal estrato. Así, si S_t representa el asentamiento ocurrido en un tiempo t , podrá escribirse:

$$100 \frac{S_t}{\Delta H} = U(\%) \quad (\text{IV.9})$$

Donde ΔH es el asentamiento primario total. Por lo tanto:

$$S_t = \Delta H \left[\frac{U(\%)}{100} \right] = m_v \Delta p H \left[\frac{U(\%)}{100} \right] \quad (\text{IV.10})$$

O sea, el asentamiento en cada tiempo es igual al total que ha de producirse, por el grado de consolidación que el estrato ha alcanzado en ese tiempo.

El cálculo de la evolución de S_t con el tiempo, fundamental en muchos problemas de la ingeniería práctica, requiere la determinación previa del *Coficiente de Consolidación* del suelo C_v , pues en la ecuación (IV.10) es función del factor tiempo T , que a su vez está dado por la expresión:

$$T = C_v \frac{t}{H^2} \quad (\text{IV.11})$$

Esta ecuación puede aplicarse a la muestra de la prueba de consolidación, considerando los datos correspondientes al 50% de consolidación de dicha muestra. En efecto: $T_{50} = 0.197$, según se deduce de la curva de consolidación teórica; t_{50} puede encontrarse una vez establecida la escala $U(\%)$ en la curva de consolidación y H es el espesor efectivo del,

espécimen usado en el momento en que alcanzó el 50% de consolidación bajo el incremento de carga; si, como es usual, la muestra esta drenada por ambas caras, deberá usarse el semiespesor del espécimen, calculado como un promedio de los semiespesores inicial y final de la muestra en ese incremento de carga. Entonces:

$$C_v = \frac{T_{50}}{t_{50}} H^2 = \frac{H^2}{5t_{50}} \quad (\text{IV.12})$$

Nótese, sin embargo, que para cada incremento de carga aplicado en la prueba de consolidación se puede usar la ecuación (IV.12). Así pues, se tiene un valor de C_v para cada incremento de carga. Es así posible dibujar una gráfica de C_v contra la presión media aplicada en ese incremento, obtenida como media aritmética de las presiones inicial y final. Para un estrato real sujeto a una sobrecarga Δp , se tomará como C_v el valor medio de los correspondientes a la zona de la curva cubierta por ese Δp .

Obtenido el C_v del suelo, la ecuación (IV.11) puede aplicarse en la forma:

$$t = \frac{H^2}{C_v} T \quad (\text{IV.13})$$

Ahora, H es el espesor efectivo del estrato de suelo, calculado según las condiciones de drenaje; C_v es el coeficiente de consolidación del suelo, recién calculado, dentro del intervalo de presiones que representa la sobrecarga aplicada al estrato. Así, dando valores a T , por ejemplo los que figuran en la Tabla IV.1, pueden tenerse y tabularse los valores del tiempo en que el estrato alcanza los grados de consolidación correspondientes a esos factores tiempo. Como, según la ecuación (IV.10), el asentamiento va siendo proporcional al grado de consolidación, pueden en definitiva tabularse los valores del asentamiento que correspondan a distintos tiempos, según evoluciona el fenómeno de consolidación.

Esta última tabla obtenida puede dibujarse en escala aritmética o en trazo semilogarítmico, con el tiempo en escala logarítmica, como abscisa. Se tiene así una curva de asentamiento previsto y su evolución con el tiempo.

$U(\%)$	T
0	0.000
10	0.008
15	0.018
20	0.031
25	0.049
30	0.071
35	0.096
40	0.126
45	0.159
50	0.197
55	0.238
60	0.287
65	0.342
70	0.405
75	0.477
80	0.565
85	0.684
90	0.848
95	1.127
100	∞

Tabla IV.1 Relación Teórica entre $U(\%)$ - T .

Nótese que toda la construcción anterior depende de que puede situarse la escala $U(\%)$ en las diferentes curvas de consolidación, o sea de poder determinar en éstas el 0% y el 100% de consolidación primaria. Esto a su vez, depende de que la forma de la curva de consolidación se apegue a la curva teórica, de modo que se definan los quiebres y las inflexiones necesarias. Desgraciadamente esto no siempre sucede en la práctica y muchas veces la forma de las curvas obtenidas en el laboratorio es totalmente inapropiada para efectuar las debidas construcciones. D. W. Taylor ha desarrollado un método alternativo para el cálculo de los coeficientes de consolidación que da buen resultado en muchos casos en que falla el anteriormente descrito.

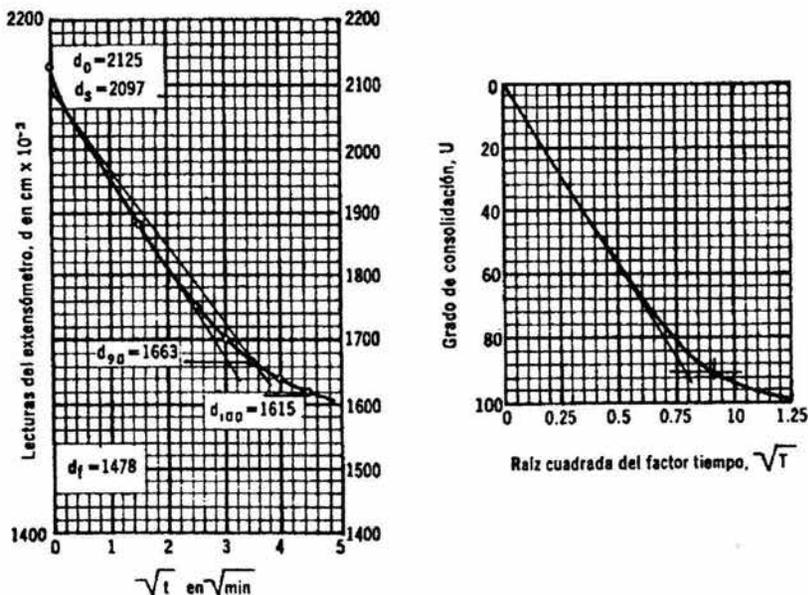


Figura IV.12 Método de Taylor para el cálculo de los valores de C_v .

El método exige el trazado de la curva teórica en unos ejes en los que se usan como ordenadas los valores de $U(\%)$ y como abscisas los valores de \sqrt{T} , como se observa en la Figura IV.12 b).

La curva teórica resulta una recta hasta un punto cercano al 60% de consolidación, como debe suceder teniendo en cuenta que es aproximadamente parabólica en ese intervalo.

De la tabla de valores ya obtenida $U(\%)-T$, puede determinarse que la abscisa de la curva es 1.15 veces la correspondiente a la prolongación del tramo recto, para una ordenada de 90% de consolidación. Esta característica se usa en la curva de consolidación obtenida en el laboratorio, para encontrar el 90% de consolidación. En la Figura IV.12 a) se muestra una forma típica de curva real en representación *lecturas micrométricas*- \sqrt{t} . Prolongando el tramo recto puede tenerse una línea trazada con suficiente precisión. A continuación trácese otra recta con sus abscisas 1.15 veces corridas hacia la derecha, respecto a la anterior. Esta segunda línea corta a la curva de consolidación en un punto al que

corresponde el 90% de consolidación primaria. Obsérvese que la prolongación del tramo recto de la curva de laboratorio, corta el origen de ordenadas en un punto que debe considerarse como el 0% de consolidación primaria y de este punto debe partir la segunda recta mencionada.

Usando esta construcción, conviene calcular el C_v con la expresión:

$$C_v = \frac{T_{90}}{t_{90}} H^2 = \frac{0.848 H^2}{t_{90}} \quad (\text{IV.14})$$

IV.1.5 Consolidación secundaria

La consolidación secundaria, a la que ya se ha estado haciendo referencia, es un fenómeno de flujo viscoso. El efecto se atribuye, generalmente, al deslizamiento progresivo diferido en el tiempo, entre las partículas del material que se reacomodan, tendiendo a estados más compactos, para adaptarse a la nueva condición de carga. Posiblemente puede contribuir también alguna clase de flujo plástico de las partículas laminares constitutivas de los suelos arcillosos. Cuando las deformaciones plásticas de las partículas aisladas o los deslizamientos relativos entre ellas se hacen comparables a la velocidad de expulsión del agua del volumen decreciente de los vacíos entre las partículas, es cuando el efecto se hace notable y esto se refleja en las curvas de consolidación, dando lugar al tramo final típico, sensiblemente recto en trazado semilogarítmico.

Los factores que afectan la velocidad de consolidación secundaria de los suelos, no están totalmente dilucidados a la fecha y no se ha desarrollado aún ningún método de análisis del fenómeno suficientemente correlacionado con la realidad, que sirva para predecir la magnitud de estos efectos en la práctica.

IV.1.6 Carga de preconsolidación

Las primeras investigaciones del doctor Terzaghi sobre el fenómeno de la consolidación de suelos finos, lo condujeron al importante descubrimiento de que el tramo virgen de una curva de compresibilidad es usualmente recto en un trazado semilogarítmico. Una gran cantidad de pruebas realizadas sobre especímenes inalterados de arcilla han

corroborado que tal relación es prácticamente cierta para casi todas las arcillas, por lo menos hasta presiones del orden de 20 kg/cm^2 , esto es, para todo el intervalo de cargas en el que esta interesado el ingeniero civil. Cualquier desviación importante de la curva de compresión virgen de una muestra de arcilla inalterada, se atribuye generalmente a variaciones en la condición de carga del suelo a lo largo de su historia geológica y al inevitable remoldeo de las muestras de suelo extraídas para efectuar las pruebas. La razón de esto se advierte al estudiar la forma de las curvas de descarga y recompresión, obtenidas al cargar la muestra con incrementos de carga que le den presiones bastante mayores de la que la consolidó en el suelo y después, haciendo disminuir la carga hasta cero y, aumentándola gradualmente de nuevo a una carga aún mayor. El diagrama de la Figura IV.13 corresponde al ciclo de carga, descarga y nueva carga.

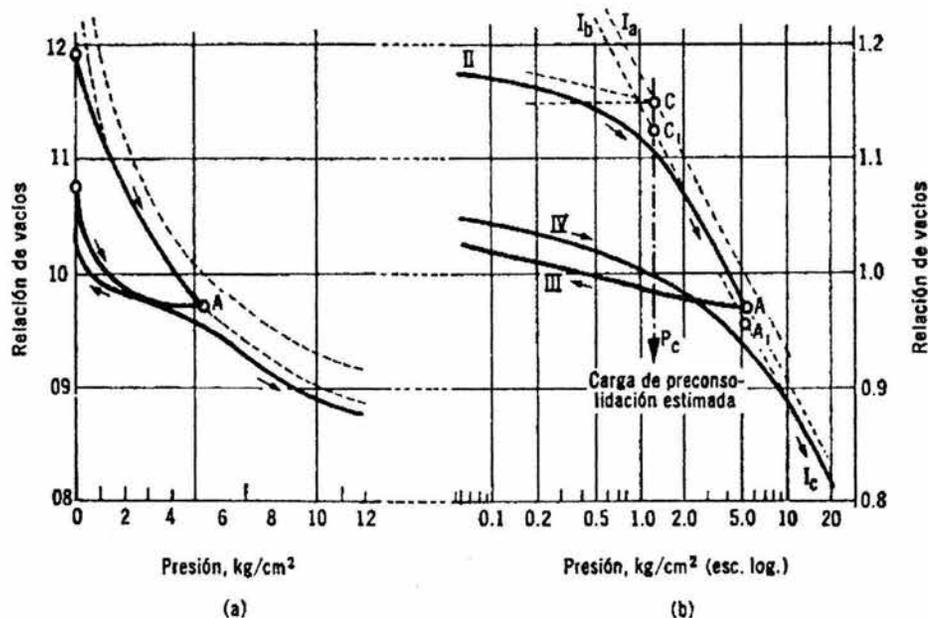


Figura IV.13 Curvas detalladas de compresibilidad.

En la Figura IV.13 a), la curva de compresibilidad aparece en trazo aritmético, mientras que en b) aparece en semilogarítmico.

El trazado semilogarítmico se presta fácilmente para un análisis de la historia de la muestra. La Figura IV.13 b) representa una afinación respecto a las ideas ya expuestas sobre la curva de compresibilidad, y se considera como una curva típica para la mayoría de los suelos finos. Obsérvese que en el segundo ciclo de carga (IV, I_c de la Figura IV.13 b)) el tramo virgen se define ligeramente abajo de la prolongación del correspondiente al ciclo anterior (I_p), dependiendo la separación entre ambos tramos principalmente de las características estructurales del suelo. La posición exacta del tramo virgen del suelo *in-situ* será la que aparece marcada como I_a . La posición del tramo virgen obtenida de una prueba de laboratorio depende también de los tiempos que se hayan dejado transcurrir para cada incremento de carga aplicado y de la temperatura de la prueba.

De las ideas expuestas y de la similitud de forma de las curvas obtenidas en los sucesivos ciclos de carga, se sigue que en una zona cercana al quiebre o transición de la curva de recompresión a la virgen, debe estar la máxima presión que el suelo ha soportado antes del desarrollo de ese ciclo de carga. Esta presión, que representa la máxima que el suelo ha soportado en su historia geológica, antes de la ejecución de la prueba a que se le esté sometiendo al obtener sus curvas de compresibilidad, se denomina *carga de preconsolidación*. Sin embargo, la transición del tramo de recompresión al virgen no es brusca, sino gradual y no se puede, a simple vista determinar la presión con que el segundo tramo comienza. El doctor A. Casagrande ha desarrollado un procedimiento empírico para la determinación de la carga de preconsolidación (σ_{vc}), que ha demostrado ser de eficiencia suficiente para los fines prácticos. El método se ilustra en la Figura IV.14.

Obtenida la curva de compresibilidad en una prueba de consolidación, determínese, en primer lugar, el punto de máxima curvatura (T) en la zona de transición entre el tramo de recompresión (III) y el virgen (I). Por T trácese una horizontal (h) y una tangente a la curva (t). Determínese la bisectriz (c) del ángulo formado por las rectas h y t . Prolónguese el tramo virgen hacia arriba, hasta interceptar a la bisectriz. Ese punto de intersección (C) tiene como abscisa, aproximadamente, la carga de preconsolidación (σ_{vc}) del suelo.

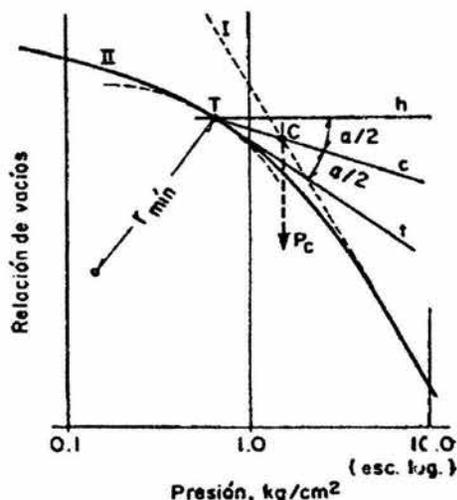


Figura IV.14 Determinación de la carga de preconsolidación.

Entonces surge la pregunta de si el pequeño desplazamiento en la posición de la línea de compresión virgen, debido a la remoción temporal de la carga y a la inevitable deformación de la muestra, por causa de extracción, manipulación, etc., afecta la magnitud de la carga de preconsolidación estimada. Hasta ahora la experiencia parece indicar que ello no sucede; en otras palabras, la alteración parcial de la estructura interna del suelo, debida a las pequeñas deformaciones y a expansiones alternadas con compresiones, no modifica seriamente el efecto impreso en el material por la carga máxima soportada antes. El pequeño desplazamiento a que se ha hecho referencia se debe probablemente, a la alteración de un pequeño porcentaje de bóvedas estructurales en el suelo; sin embargo, la estructura en sí permanece esencialmente intacta y, por ello, el efecto de la carga de preconsolidación puede suponerse sin alteración.

Se puede objetar que la curva de recompresión II que se obtiene en una muestra extraída y cargada en el laboratorio, no es idéntica con la IV, producto de una prueba realizada sin manipulación previa de la muestra. La curva II resulta del efecto combinado de la alteración de la muestra durante las operaciones de muestreo y preparación, más una cantidad adicional, desconocida, de expansión. Aun siguiendo el procedimiento

más cuidadoso para obtener muestras inalteradas, no puede impedirse que la muestra se deforme ligeramente, debido a que los esfuerzos principales que tenía *in-situ* y sobre todo su relación, difieren de los que la muestra tiene tras la extracción. Siempre tendrá lugar en las muestras extraídas algo de expansión, aun cuando la muestra no esté en contacto con agua libre que pueda ser absorbida. Esto se debe a que las partes exteriores de la muestra en contacto con los muestreadores, se alteran, quedando sujetas a presiones internas menores que los corazones, mucho menos alterados. Como resultado, el corazón absorbe agua de las zonas periféricas, tendiendo a igualarse los esfuerzos internos. La expansión es más importante si la muestra tiene ocasión de absorber agua, especialmente a causa de interrupciones en la operación de muestreo bajo el nivel freático; por otra parte, si se intenta impedir la expansión quitando el agua del pozo, por ejemplo antes del muestreo, la carga de agua no balanceada puede, bajo ciertas condiciones, causar deformaciones grandes en el suelo del fondo del pozo, a tal grado que se ha demostrado que es preferible tolerar la expansión causada por el agua que ilene el pozo, a condición de no interrumpir las operaciones de muestreo y hacerlas expeditas.

Cuando se extraen muestras inalteradas de pozos de muestreo es frecuente obtener curvas de recompresión con pendientes iniciales altas, que se ligan al tramo virgen de un modo gradual. El grado en que este efecto se deba a la destrucción parcial de la estructura del suelo o a la expansión, es cosa que aún hoy no puede decidirse observando la forma de las curvas. Muy frecuentemente las irregularidades en la curva de recompresión se deben a imprecisiones en las cargas aplicadas o en los intervalos de tiempo que se han dejado transcurrir; esto puede conducir a variaciones de importancia en la posición del punto de máxima curvatura T de la Figura IV.14. En ocasiones, un observador experimentado puede corregir la forma de la curva de recompresión, de manera que corresponda en carácter a la ordinaria, antes de proceder a la determinación de la carga de preconsolidación.

Los cambios de la temperatura de la muestra durante la prueba se reflejan también en las formas de las curvas de compresibilidad y de consolidación. Es, por ello, aconsejable mantener la muestra durante la prueba a una temperatura constante, preferentemente igual a la que el

suelo tuvo en su posición original en el campo. Si las pruebas se hacen a temperatura mayor que la del terreno, la curva virgen se desplaza hacia la izquierda, obteniéndose valores de la carga de preconsolidación erróneos por defecto; este efecto según A. Casagrande, es particularmente notable en limos y arcillas orgánicas, pero no ha sido aún suficientemente investigado para permitir afirmaciones más detalladas.

Cuando se han efectuado pruebas con intervalos de tiempo suficientes para definir los tramos de consolidación secundaria, en todos los incrementos de carga y evitando variaciones apreciables de la temperatura, se ha observado sistemáticamente que la pendiente de estos tramos es considerablemente menor para presiones en el tramo de recompresión que para las correspondientes al tramo virgen.

El doctor A. Casagrande ha informado que la relación entre esas pendientes es, aproximadamente, de 1:3. Este hecho puede utilizarse para una determinación aproximada de la carga de preconsolidación y debe utilizarse como una comprobación del valor obtenido por el procedimiento usual. La comprobación es particularmente deseable en los casos en que las curvas de compresibilidad tengan formas anómalas.

La aplicación práctica más importante del concepto carga de preconsolidación radica en el análisis de asentamientos; el conocimiento de tal carga puede ser también de importancia en investigaciones geológicas.

Es un hecho afortunado el que la pendiente del tramo virgen de la curva de compresibilidad, en trazado semilogarítmico, no se vea afectada de un modo muy notable por las expansiones u otras deformaciones menores de la muestra. De ahí se sigue que si el suelo está totalmente consolidado bajo una presión actual (p_1 , usualmente el peso propio del material sobreyacente), la consolidación adicional bajo un incremento de carga Δp cualquiera puede calcularse con la expresión sencilla:

$$\Delta H = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H$$

en donde H es el espesor total del estrato de suelo. Como puede verse en la Figura IV.15 en el trazado semilogarítmico el monto del asentamiento total bajo un incremento de presión Δp es menor cuanto mayor sea la presión efectiva inicial p_1 .

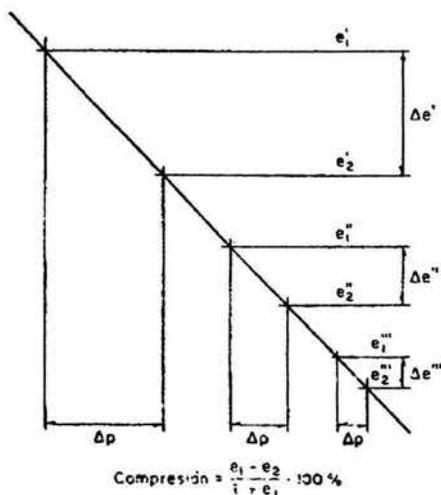


Figura IV.15 Influencia de la carga de preconsolidación en el cálculo de asentamientos.

Si el máximo espesor de tierra sobreyacente que el suelo haya soportado a lo largo de su historia geológica se hubiese erosionado parcialmente, el asentamiento debido al incremento de carga Δp resultará mucho menor, independientemente del hecho de que la curva de compresión virgen permanezca inalterada. Por ejemplo, lo que se ilustra en la Figura IV.16, si un estrato de arcilla ha soportado alguna vez un colchón que le haya comunicado una presión de 3 kg/cm^2 , que después se haya reducido a 1 kg/cm^2 por erosión y posteriormente aumentado hasta 2 kg/cm^2 por la construcción de una estructura, la compresión bajo la estructura tendrá lugar siguiendo la ley entre B y C, de la curva de compresibilidad del suelo; esto produce una compresión Δ_1 . Por el contrario, si el suelo sólo se hubiese consolidado bajo su carga actual 1 kg/cm^2 , la ley seguida bajo la carga estructural posterior hubiese sido la que ocurre entre D y E, que conduce a la compresión Δ_2 , mucho mayor. Con este ejemplo se puede comprender mejor la importancia del concepto carga de preconsolidación, en el análisis de asentamientos. Ya que, a mayor carga de preconsolidación se tendrá un menor asentamiento bajo el mismo incremento de esfuerzo.

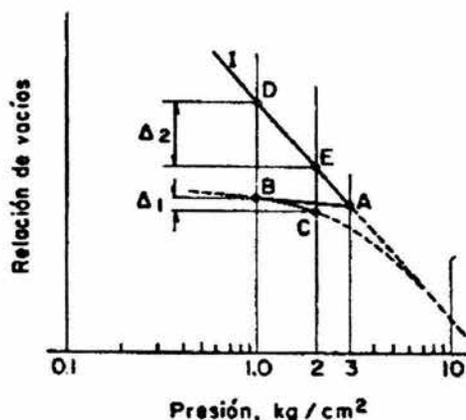


Figura IV.16 Influencia de la carga de preconsolidación en el cálculo de asentamientos.

El doctor A. Casagrande, concibió una observación, que permite llegar a un mejor entendimiento de las condiciones de esfuerzo que pueden prevalecer en depósitos masivos de arcilla. Cuando se investigó el carácter de un depósito de arcilla glacial de 30 m de espesor sobre la roca firme, se encontró que la carga de preconsolidación en los 15 m inferiores era prácticamente constante; en otras palabras, el fondo del estrato se había consolidado solamente a una presión aproximadamente igual a la correspondiente a la mitad del peso propio. Desde luego es posible que depósitos recientes aún se estén consolidando bajo su peso propio, pero éste no podía ser el caso en el ejemplo anterior dada la antigüedad del depósito; aún más, la distribución de esfuerzos en la arcilla tendría que ser muy distinta si estuviera parcialmente consolidada.

Una explicación tentativa para tal condición de esfuerzos se ilustra en la Figura IV.17.

Se supone que el agua en la roca subyacente a la arcilla, esta sometida a una presión u en exceso de la hidrostática, lo cual significa que se elevaría en un tubo piezométrico a una altura u/γ_w sobre el nivel freático; consecuentemente la presión en la fase sólida de la arcilla en su contacto con la roca se reduciría en u precisamente, mientras que en la superficie superior del estrato arcilloso, la reducción sería nula, con una distribución lineal de dicha reducción a lo largo del espesor del estrato. El problema se esclarece con una comparación de la distribución de

esfuerzos normales, suponiendo por una parte la frontera rocosa impermeable y, por la otra, la misma con una presión en exceso de la hidrostática actuando en la roca, supuesta fisurada. Si la arcilla se consolida bajo la carga del suelo actual, la distribución de esfuerzos sobre su fase sólida estaría representada en la Figura IV.17 por la línea quebrada $A B C D$ y las presiones en el agua por la ley hidrostática $I II III$. Una presión en exceso de la hidrostática u , existente en la roca, cambiaría la distribución de esfuerzos en el agua a la línea $I II IV$ y en la fase sólida a la $A B C E$. En este caso habrá un flujo continuo y establecido de agua hacia arriba, a través de la arcilla. Nótese que este flujo no tiene relación alguna con el que existiría en un estrato arcilloso durante un proceso de consolidación.

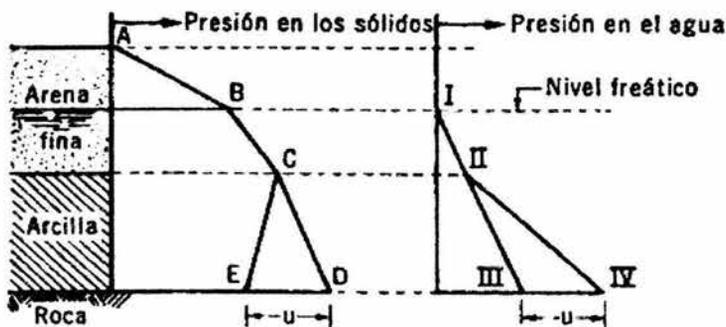


Figura IV.17 Efecto de una presión en exceso de la hidrostática en la frontera rocosa de un estrato de arcilla.

En el ejemplo analizado, la presión u se supone suficientemente grande para que las presiones efectivas en la arcilla, y por lo tanto, su resistencia, disminuyan al aumentar la profundidad. El valor de u puede escogerse de tal manera que la arcilla esté consolidada a la misma presión en todo su espesor (en este caso el tramo CE sería vertical); si u se reduce, las presiones efectivas aumentarían con la profundidad, aunque el incremento normal en la resistencia de la arcilla sólo se obtendrá si $u = 0$.

Si un estrato de arcilla está dividido en dos por otro de arena y si éste está en comunicación con el agua freática libre, la presión u en exceso de la hidrostática en la roca subyacente puede provocar una condición según la

cual la carga de preconsolidación en el estrato superior arcilloso aumente en la forma usual con la profundidad, en tanto que en el inferior decrezca con la profundidad.

La presencia de presiones considerables en el agua de rocas situadas a gran profundidad, debe considerarse la regla y no la excepción. Esto independientemente de que el efecto no sea perceptible en la superficie del terreno natural. La condición normal será una reducción gradual de esta presión hasta llegar al valor de la presión atmosférica en algún ventero o depósito abierto cerca de la superficie. Pero al cubrir una área grande de roca con un manto impermeable, por ejemplo de arcilla, se tendrá la oportunidad para que la presión se desarrolle y manifieste por completo. La magnitud de la presión que se desarrolle depende grandemente del hecho de que haya afloraciones rocosas vecinas o de que a mayores profundidades haya roca muy fisurada y permeable que pueda drenar el flujo de agua a algún lugar conectado al agua libre superficial. En los pozos de sondeo hechos en arcilla, hasta la roca, es frecuente observar que el nivel del agua sea considerablemente más alto que el nivel freático, pero aun si el nivel del agua en el pozo no remonta al freático o es inferior a él, no podrá decirse que el agua en la roca del fondo no esté sujeta a presiones importantes. En una masa de roca homogénea las cantidades de agua que se filtran pueden ser mínimas y muy difíciles de medir, y no obstante, al estar la roca cubierta por arcilla, pueden existir presiones de importancia en el agua. La perforación del pozo hace que la presión disminuya localmente, pudiendo no aparecer casi agua, de tal manera que una inspección ligera conduciría a la idea de la no existencia de presiones en el agua de la roca y, sin embargo, si se coloca un piezómetro en esa roca el agua puede subir gradualmente hasta un valor indicativo de la existencia de importantes presiones en exceso de la hidrostática.

IV.2 Análisis de Asentamientos

En el punto IV.1 se discutieron los conceptos fundamentales relativos a la magnitud y evolución de los asentamientos que tienen lugar en un estrato de suelo compresible, sujeto a cargas. Explícitamente se supuso que el incremento de presión Δp aplicado al estrato era uniforme en todo el espesor del mismo. Por otra parte, en los capítulos I y II se han tratado lo

relativo a la transmisión de esfuerzos al interior de la masa de suelo, provocados por cargas impuestas en la frontera del estrato considerado. A continuación se discutirá el como tomar en cuenta, para fines de cálculo, la no uniformidad del incremento de presión transmitido al estrato compresible.

Además de tratar el cálculo de asentamientos en suelos plásticos compresibles, también se realiza una discusión de los métodos de cálculo de asentamientos en suelos arenosos finos y limosos, de estructura suelta, que son susceptibles de experimentar fuerte compresión volumétrica por efecto de carga combinada con una condición de saturación rápida. Al final tenemos algunos comentarios sobre los métodos usados hasta hoy para el cálculo de asentamientos en los suelos *friccionantes*, en general.

IV.2.1 Asentamientos en suelos plásticos compresibles

Anteriormente, se obtuvo la ecuación general que permite calcular el asentamiento por consolidación de un estrato de espesor H . Dicha fórmula es:

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_0} H \quad (\text{IV.15})$$

En el caso en que los incrementos de presión Δp transmitidos al suelo varíen con la profundidad o en el que $\Delta e / 1 + e_0$, varíe apreciablemente a lo largo del espesor del estrato, por ejemplo, por efecto de preconsolidación en parte de él, se hace necesario expresar la ecuación (IV.15) en forma diferencial y obtener el asentamiento total por un proceso de integración a lo largo del espesor del estrato.

Puede entonces escribirse:

$$\Delta dz = \frac{\Delta e}{1 + e_0} dz \quad (\text{IV.16})$$

Lo cual, integrando da:

$$\Delta H = \int_0^H \frac{\Delta e}{1 + e_0} dz \quad (\text{IV.17})$$

Considerando a la frontera superior del estrato compresible como origen de las z . La ecuación (IV.17) es la ecuación general para el cálculo del asentamiento total por consolidación primaria, supuesto un proceso unidimensional de consolidación.

La ecuación (IV.17) sugiere un método simple de trabajo para valuar los asentamientos en un caso práctico dado, como se muestra en la Figura IV.18.

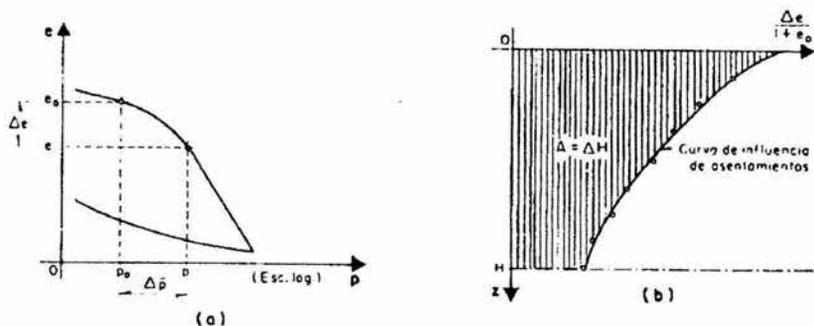


Figura IV.18 Métodos para la obtención de la curva de influencia de los asentamientos.

Si se tienen pruebas de consolidación efectuadas sobre muestras inalteradas representativas de un estrato compresible a diferentes profundidades, se contara con una curva de compresibilidad para cada prueba, representativa del comportamiento del suelo a esa profundidad. Sobre esas graficas podrá llevarse el valor de p_0 , presión actual efectiva del suelo a esa profundidad; con tal valor podrá obtenerse el correspondiente e_0 ; a continuación, podrá llevarse, a partir de p_0 , el valor Δp , determinado según los métodos que se desprenden del Capítulo I y II, y que representa el nuevo esfuerzo efectivo que deberá aceptar la fase sólida del suelo cuando éste se haya consolidado totalmente bajo la nueva condición de cargas exteriores, representada por la estructura cuyo asentamiento se calcula. La ordenada del valor $p = p_0 + \Delta p$ proporcionará la e final que, teóricamente, alcanzará el suelo a la profundidad de que se trate. Puede así determinarse $\Delta e = e - e_0$ y, por lo tanto, $\Delta e / 1 + e_0$.

En la Figura IV.18 b) se muestra la gráfica $\Delta e/1+e_0 - z$, que deberá trazarse una vez determinados sus puntos por el procedimiento anterior aplicado a las distintas profundidades.

Basta ver la ecuación (IV.17) para notar que el área entre O y H bajo la grafica anterior, llamada *curva de influencia de los asentamientos*, proporciona directamente el valor de ΔH .

En algunos casos especiales los asentamientos pueden calcularse con métodos que son simplificación del anterior. Por ejemplo, en el caso de un estrato compresible, homogéneo, de pequeño espesor, en que el coeficiente m_v pueda considerarse constante para el intervalo de presiones en que se trabaja, puede escribirse:

$$\Delta H = \int_0^H \frac{\Delta e}{1+e_0} dz = \int_0^H m_v \Delta p dz = m_v \int_0^H \Delta p dz \quad (IV.18)$$

La integral representa el área de incremento de presiones entre las profundidades O y H y puede calcularse gráficamente.

Si además Δp puede considerarse constante en el espesor tratado, la ecuación (IV.18) se reduce simplemente a:

$$\Delta H = m_v \Delta p H \quad (IV.19)$$

La ecuación (IV.19) goza de una injusta popularidad, dadas sus limitaciones, que no siempre se toman en cuenta, de modo que habrá de ponerse el debido cuidado al aplicar dicha expresión.

IV.2.2 Método empírico para el trazado de la curva de compresibilidad

En algunas ocasiones no se tienen los datos pertinentes de consolidación para poder proceder al trazado de la curva de compresibilidad. La causa más frecuente suele ser simplemente el no efectuar las pruebas de consolidación necesarias.

El Dr. Terzaghi, a partir de investigaciones experimentales efectuadas por distintos investigadores, ha propuesto una correlación empírica que permite calcular el índice de compresibilidad C_c a partir de las características de plasticidad del suelo. La compresibilidad de los suelos aumenta con el limite liquido. De los resultados de los experimentos

mencionados, Terzaghi propone la siguiente correlación para arcillas remoldeadas:

$$C'_c = 0.007(LL - 10) \quad (IV.20)$$

Para arcillas inalteradas normalmente consolidadas, la ecuación (IV.20) se modifica de modo que el índice de compresibilidad C_c resulta alrededor de un 30% mayor:

$$C_c = 0.009(LL - 10) \quad (IV.21)$$

Las ecuaciones (IV.20 y 21) permiten trazar la curva de compresibilidad en el tramo virgen, de trazo recto en papel semilogarítmico, siempre que se conozca un punto de ella, que puede determinarse con la presión efectiva inicial actuante sobre una muestra dada y la relación de vacíos de la misma.

Debe notarse, sin embargo, que los investigadores reportan discrepancias del orden del $\pm 30\%$ en las correlaciones anteriores, por lo cual no puede pensarse que los métodos anteriores sustituyan a los deducidos a partir de las pruebas de consolidación.

IV.2.3 Asentamientos en suelos arenosos finos y limosos, sueltos

En la naturaleza es común encontrar depósitos eólicos cementados o no, de estructura generalmente panaloide o simple, bastante suelta, constituidos por arenas muy finas o limos no plásticos. En muchos casos el cementante que actúa es el carbonato de calcio, siendo frecuentes otros también solubles en agua; en otros casos la simple tensión capilar del agua intersticial efectúa el mismo papel. El *loess* es un material típico de esta clase.

Es característico de estos suelos, el hecho de que al saturarse o alcanzar un alto grado de saturación entre en verdadero colapso su estructura, sobre todo bajo carga, con la consecuencia práctica de producirse un fuerte asentamiento brusco del estrato. Este fenómeno ocurre cuando el agua de saturación disuelve el cementante existente o bien rompe la tensión capilar del agua intersticial previamente actuante. Este hecho es grave para cualquier estructura sobreyacente.

Aunque diversos especialistas han desarrollado métodos para estimar estos asentamientos, es un hecho cierto que no existe una teoría general confiable que pueda aplicarse a estos fenómenos. El procedimiento más lógico para el cálculo de estos asentamientos es el tratar de duplicar en el laboratorio las condiciones de saturación que puedan llegar a presentarse en el campo. Así, podrán hacerse en laboratorio pruebas del tipo de la de consolidación, sobre muestras inalteradas del material, aplicando las cargas que actuarán en la obra y saturando por capilaridad la muestra en estas condiciones. Las mediciones efectuadas en esta prueba permitirán calcular la variación de la relación de vacíos del material que haya tenido lugar y con ello poder hacer una estimación de los asentamientos en el campo. En los suelos predominantemente arenosos cabe mencionar que, compactando el material en el laboratorio de modo de obtener la e mínima, se puede llegar a calcular una cota superior del asentamiento que pudiera llegar a presentarse. En efecto, la e mínima, correspondiente al estado más compacto posible de esa formación en particular, comparada con la relación de vacíos natural, permitirá calcular el cambio en oquedad que pueda presentarse en el caso más desfavorable imaginable (por ejemplo, aquel en que, coexistiendo con las cargas permanentes actuantes, puedan presentarse otras de tipo transitorio, tales como vibraciones, sismos, después de que el material se haya saturado). El procedimiento de cálculo, una vez obtenidos los valores Δe y e_0 , es totalmente similar al para el análisis de la compresibilidad de arcillas; la fórmula a aplicar sería también la:

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_0} H \quad (\text{IV.15})$$

Capítulo V

Ejemplo de Aplicación

V. Ejemplo de Aplicación

Este capítulo tiene el objetivo de afianzar el programa de cálculo de incremento de esfuerzos verticales en áreas no poligonales uniformemente cargadas, como una herramienta más para hacer ágil el procedimiento de estimación de asentamientos en suelos compresibles. Su importancia radica en que ya no es necesario consultar gráficas con coeficientes de influencia para el cálculo del incremento de esfuerzo, de modo que disminuye los errores de apreciación gráfica. Obviamente no omite el tener que interpretar de manera adecuada los resultados que se obtienen para la toma de decisiones dentro de la práctica.

Por estas razones se plantea el presente capítulo lo más apegado a la realidad dentro del estudio de la Mecánica de Suelos, materia por más consolidada como punta de lanza dentro de la Ingeniería Civil.

V.1 Planteamiento del Problema

La Figura V.1 muestra las dimensiones en planta de un Edificio de Control de una planta de producción, como parte de un proyecto de ampliación. El esfuerzo que ejercerá la estructura sobre la cimentación del edificio es de 68.63 kPa, la cual se desplantará a 3.00 m de profundidad.

También se muestra la línea de una tubería de drenaje existente de 1.00 m de diámetro, que pasa a través de uno de los estratos del suelo, con su clave a una profundidad promedio de 10.00 m bajo el nivel del terreno natural.

Como parte de la misma ampliación, se muestra la planta de la estructura de un Tanque de Almacenamiento de agua potable, con una descarga uniforme sobre la cimentación de 119.40 kPa. Se piensa cimentarlo con una losa corrida, plana, desplantada a una profundidad de 5.00 m.

Se pide hacer una estimación de los máximos asentamientos total y diferencial en los puntos *A* al *I*, mostrados en la planta de ubicación de la obra; bajo la condición más crítica (consolidación total), con el supuesto de que la carga se colocará instantáneamente y que los estratos de arena son incompresibles. Determinar también el esfuerzo total vertical en el suelo a 10.00 m bajo el punto *F*.

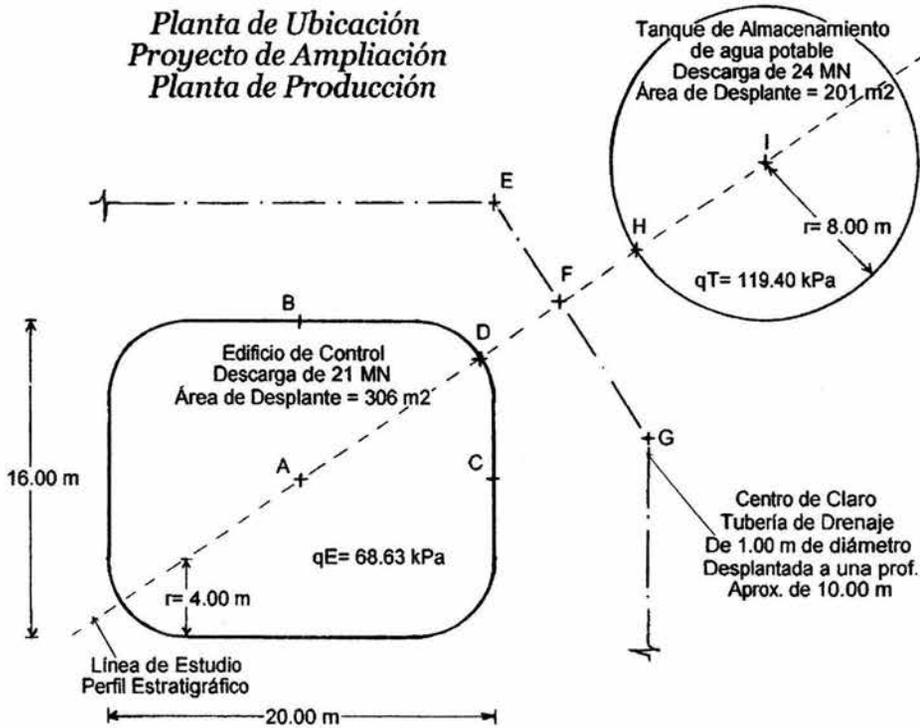


Figura V.1 Planta de Ubicación de Estructuras. Proyecto de Ampliación. Planta de Producción.

En la Figura V.2 se muestra el perfil estratigráfico conformado por estudios de mecánica de suelos realizados a través de la línea que pasa por los puntos A e I, en el cual se exponen las características obtenidas.

Hay evidencia para suponer que los estratos arcillosos nunca han soportado una carga mayor que la debida al peso propio del suelo sobreyacente, con el NAF de 4.00 m de profundidad.

Se realizaron estudios de penetración estándar para realizar pruebas de compresión simple con muestras provenientes del centro de cada estrato arcilloso. Las curvas de compresibilidad obtenidas se muestran en la Figura V.3 para el primer estrato arcilloso y, en la Figura V.4 para el segundo. La gravedad local es de 9.78 m/s².

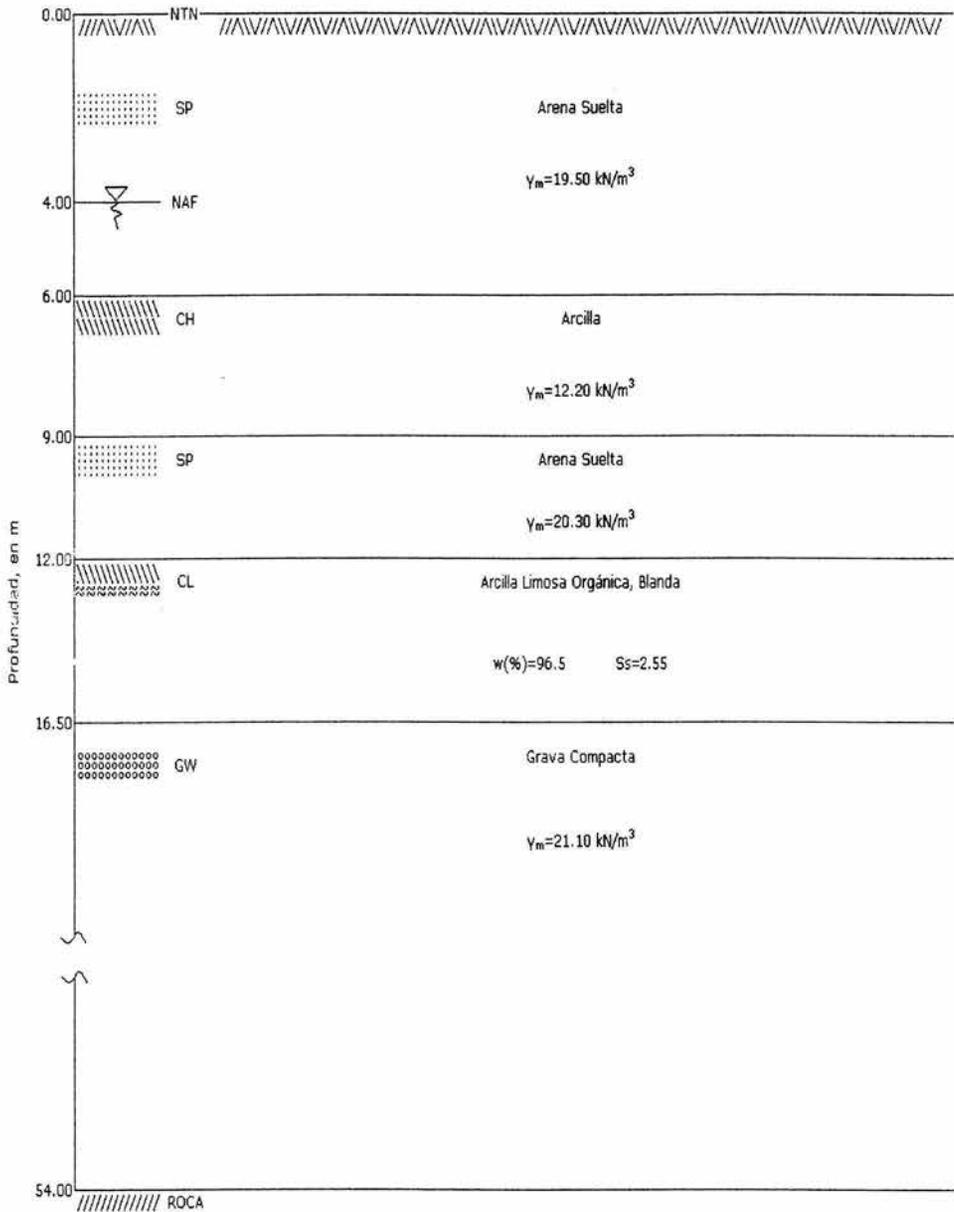


Figura V.2 Perfil Estratigráfico ubicado con estudios de mecánica des suelos efectuados bajo la línea A-I.

La topografía proporcionó las coordenadas de los puntos haciendo origen en el punto A. A continuación se presentan los resultados que se obtuvieron y que ubican en el plano a los puntos mostrados. El terreno se encuentra nivelado, de modo que no se muestran cotas.

Punto	x (m)	y (m)
A	0.0000	0.0000
B	0.0000	8.0000
C	10.0000	0.0000
D	9.3282	6.2188
E	10.0000	14.0000
F	13.3846	8.9231
G	18.0000	2.0000
H	17.3436	11.5624
I	24.0000	16.0000

Tabla V.1 Coordenadas de los puntos de interés. Basados en la Topografía.

V.2 Solución Analítica al Problema Planteado

A continuación se detalla la solución analítica para los datos proporcionados.

V.2.1 Determinación de Constantes y Revisión de Valores

V.2.1.1 Pesos volumétricos de estratos

Para este problema se tiene todos los datos de los pesos volumétricos de los estratos excepto para la arcilla limosa, orgánica; pero es posible calcularlo a partir de los datos proporcionados para este estrato por medio de la ecuación (V.1) que a continuación se presenta.

$$\gamma_m = \frac{1 + \omega}{1 + \omega S_s} S_s \gamma_0 \quad (\text{V.1})$$

Para este caso:

$$\omega = 0.965$$

$$S_s = 2.55$$

$$\gamma_0 = 9.78 \text{ kN/m}^3$$

De donde:

$$\gamma_m = \frac{1 + 0.965}{1 + 0.965(2.55)} (2.55)(9.78 \text{ kN/m}^3) = 14.16 \text{ kN/m}^3$$

De modo que:

Profundidad (m)	Material	γ_m (kN/m ³)
0.00 - 6.00	Arena Suelta	19.50
6.00 - 9.00	Arcilla	12.20
9.00 - 12.00	Arena Suelta	20.30
12.00 - 16.50	Arcilla Limosa Orgánica	14.16
16.50 - 54.00	Grava Compacta	21.10

Tabla V.2 Resumen de los pesos volumétricos en los estratos del perfil.

V.2.1.3 Esfuerzos de descarga

Para el Edificio de Control:

Debido a que el edificio será desplantado a 3.00 m de profundidad, por la excavación se tendrá un esfuerzo de descarga dada por:

$$\gamma_m \cdot h = (19.50 \text{ kN/m}^3)(3.00 \text{ m}) = 58.50 \text{ kPa}$$

De modo que el esfuerzo neto que ejerce el edificio sobre el suelo es:

$$q_{E_{\text{neto}}} = 68.63 \text{ kPa} - 58.50 \text{ kPa} = 10.13 \text{ kPa}$$

Para el Tanque de Almacenamiento:

Debido a que el tanque será desplantado a 5.00 m de profundidad, por la excavación se tendrá un esfuerzo de descarga dada por:

$$\gamma_m \cdot h = (19.50 \text{ kN/m}^3)(5.00 \text{ m}) = 97.50 \text{ kPa}$$

De modo que el esfuerzo neto que ejerce el tanque sobre el suelo es:

$$q_{E_{\text{neto}}} = 119.40 \text{ kPa} - 97.50 \text{ kPa} = 21.90 \text{ kPa}$$

V.2.1.4 Cálculo y construcción de los diagramas de esfuerzos iniciales totales, neutrales y efectivos del perfil estratigráfico

A partir de los pesos volumétricos es posible realizar los cálculos para la construcción de los diagramas de esfuerzos iniciales.

a) Obtención de Esfuerzos Totales:

Esfuerzos Totales			
Prof (m)	z (m)	σ_v (kPa)	
0.00	0.00	19.50(0.00)	0.00
6.00	6.00	19.50(6.00-0.00)	117.00
6.50	6.50	117.00+12.20(6.50-6.00)	123.10
7.50	7.50	123.10+12.20(7.50-6.50)	135.30
8.50	8.50	135.30+12.20(8.50-7.50)	147.50
9.00	9.00	147.50+12.20(9.00-8.50)	153.60
12.00	12.00	153.60+20.30(12.00-9.00)	214.50
12.75	12.75	214.50+14.16(12.75-12.00)	225.12
14.25	14.25	225.12+14.16(14.25-12.75)	246.36
15.75	15.75	246.36+14.16(15.75-14.25)	267.60
16.50	16.50	267.60+14.16(16.50-15.75)	284.03
54.00	54.00	284.03+21.10(54.00-16.50)	1075.28

Tabla V.3 Obtención de Esfuerzos Iniciales Totales.

b) Obtención de Esfuerzos (o Presiones) Neutrales:

Esfuerzos Neutrales			
Prof (m)	z (m)	u (kPa)	
0.00	0.00	9.78(0.00)	0.00
4.00	4.00	9.78(4.00-0.00)	0.00
6.00	6.00	9.78(6.00-4.00)	19.56
6.50	6.50	9.78(6.50-4.00)	24.45
7.50	7.50	9.78(7.50-4.00)	34.23
8.50	8.50	9.78(8.50-4.00)	44.01
9.00	9.00	9.78(9.00-4.00)	48.90
12.00	12.00	9.78(12.00-4.00)	78.24
12.75	12.75	9.78(12.75-4.00)	85.58
14.25	14.25	9.78(14.25-4.00)	100.25
15.75	15.75	9.78(15.75-4.00)	114.92
16.50	16.50	9.78(16.50-4.00)	122.25
54.00	54.00	9.78(54.00-4.00)	489.00

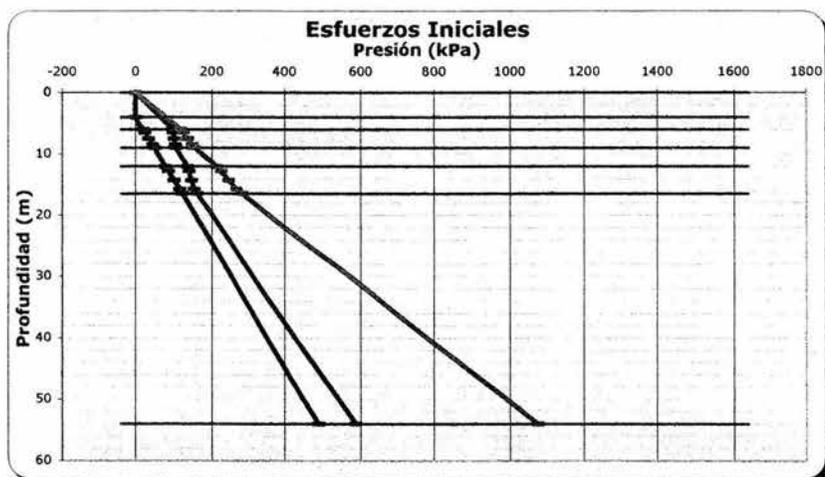
Tabla V.4 Obtención de Esfuerzos Iniciales Neutrales.

c) Obtención de Esfuerzos Efectivos:

Esfuerzos Efectivos			
Prof (m)	z (m)	$\sigma_v' = \sigma_v - u$ (kPa)	
0.00	0.00	0.00-(0.00)	0.00
6.00	6.00	117.00-19.56	97.44
6.50	6.50	123.10-24.45	98.65
7.50	7.50	135.30-34.23	101.07
8.50	8.50	147.50-44.01	103.49
9.00	9.00	153.60-48.90	104.70
12.00	12.00	214.50-78.24	136.26
12.75	12.75	225.12-85.58	139.55
14.25	14.25	246.36-100.25	146.12
15.75	15.75	267.60-114.92	152.69
16.50	16.50	284.03-122.25	161.78
54.00	54.00	1075.28-489.00	586.28

Tabla V.5 Obtención de Esfuerzos Iniciales Efectivos.

Con estos datos, se construye el diagrama de esfuerzos iniciales, correspondiente al perfil estratigráfico.


Figura V.5 Distribución de esfuerzos iniciales totales (derecha), neutrales (izquierda) y efectivos (centro), para el perfil estratigráfico bajo el edificio de control y el tanque de almacenamiento.

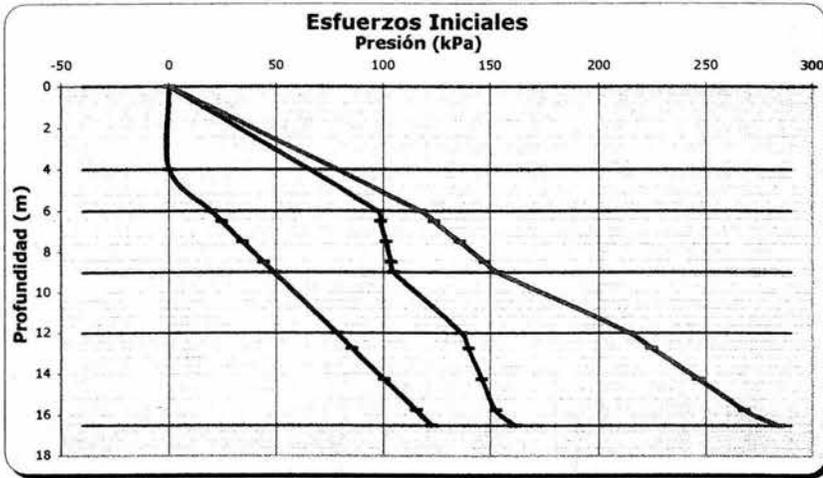


Figura V.6 Detalle de 0.00 a 18.00 m de profundidad de la distribución de esfuerzos iniciales totales (derecha), neutrales (izquierda) y efectivos (centro), para el perfil estratigráfico bajo el edificio de control y el tanque de almacenamiento.

V.2.2 Cálculo de los Esfuerzos Inducidos bajo las estructuras a diferentes profundidades

Por medio del programa descrito en el Capítulo III se calculan los incrementos dichos esfuerzos. Se calculan los incrementos de esfuerzo a 6.50, 7.50 y 8.50 m, que corresponden a la profundidad de los centros de tres subestratos de 1.00 m de espesor en el primer estrato de arcilla, de 3.00 m de espesor; y a 12.75, 14.75 y 15.75 m, que corresponden a la profundidad de los centros de tres subestratos de 1.50 m de espesor en el estrato de arcilla limosa orgánica, de 4.50 m de espesor.

La Tabla V.6 proporciona los resultados obtenidos para los puntos A al I.

Punto	Profundidad m	Coords. Topográficas		Coords. Programa de Cálculo		Edificio de Control		Tanque de Almacenamiento	
		x_0	y_0	x	y	z	$\Delta\sigma_v'$	z	$\Delta\sigma_v'$
		m	m	m	m	m	kPa	m	kPa
A	0.0000	0.0000	0.0000	14.0000	12.0000	0.0000	10.1275	0.0000	0.0000
	6.5000	0.0000	0.0000	14.0000	12.0000	6.5000	8.3619	6.5000	0.0318
	7.5000	0.0000	0.0000	14.0000	12.0000	7.5000	7.7973	7.5000	0.0465
	8.5000	0.0000	0.0000	14.0000	12.0000	8.5000	7.2247	8.5000	0.0642

	12.7500	0.0000	0.0000	14.0000	12.0000	12.7500	5.0559	12.7500	0.1633
	14.2500	0.0000	0.0000	14.0000	12.0000	14.2500	4.4480	14.2500	0.2031
	15.7500	0.0000	0.0000	14.0000	12.0000	15.7500	3.9221	15.7500	0.2428
B	0.0000	0.0000	8.0000	14.0000	20.0000	0.0000	10.1275	0.0000	0.0000
	6.5000	0.0000	8.0000	14.0000	20.0000	6.5000	4.5546	6.5000	0.0626
	7.5000	0.0000	8.0000	14.0000	20.0000	7.5000	4.3733	7.5000	0.0901
	8.5000	0.0000	8.0000	14.0000	20.0000	8.5000	4.1790	8.5000	0.1220
	12.7500	0.0000	8.0000	14.0000	20.0000	12.7500	3.3268	12.7500	0.2854
	14.2500	0.0000	8.0000	14.0000	20.0000	14.2500	3.0469	14.2500	0.3444
	15.7500	0.0000	8.0000	14.0000	20.0000	15.7500	2.7866	15.7500	0.3999
C	0.0000	10.0000	0.0000	24.0000	12.0000	0.0000	10.1275	0.0000	0.0000
	6.5000	10.0000	0.0000	24.0000	12.0000	6.5000	4.3014	6.5000	0.1538
	7.5000	10.0000	0.0000	24.0000	12.0000	7.5000	4.0834	7.5000	0.2143
	8.5000	10.0000	0.0000	24.0000	12.0000	8.5000	3.8646	8.5000	0.2806
	12.7500	10.0000	0.0000	24.0000	12.0000	12.7500	3.0133	12.7500	0.5686
	14.2500	10.0000	0.0000	24.0000	12.0000	14.2500	2.7564	14.2500	0.6545
	15.7500	10.0000	0.0000	24.0000	12.0000	15.7500	2.5231	15.7500	0.7268
D	0.0000	9.3282	6.2188	23.3282	18.2188	0.0000	10.1275	0.0000	0.0000
	6.5000	9.3282	6.2188	23.3282	18.2188	6.5000	3.3587	6.5000	0.4005
	7.5000	9.3282	6.2188	23.3282	18.2188	7.5000	3.2101	7.5000	0.5296
	8.5000	9.3282	6.2188	23.3282	18.2188	8.5000	3.0702	8.5000	0.6585
	12.7500	9.3282	6.2188	23.3282	18.2188	12.7500	2.5306	12.7500	1.0968
	14.2500	9.3282	6.2188	23.3282	18.2188	14.2500	2.3572	14.2500	1.1918
	15.7500	9.3282	6.2188	23.3282	18.2188	15.7500	2.1930	15.7500	1.2569
E	0.0000	10.0000	14.0000	24.0000	26.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	6.5000	10.0000	14.0000	24.0000	26.0000	6.5000	0.4250	6.5000	1.1765
	7.5000	10.0000	14.0000	24.0000	26.0000	7.5000	0.5315	7.5000	1.4203
	8.5000	10.0000	14.0000	24.0000	26.0000	8.5000	0.6290	8.5000	1.6254
	12.7500	10.0000	14.0000	24.0000	26.0000	12.7500	0.9059	12.7500	2.0721
	14.2500	10.0000	14.0000	24.0000	26.0000	14.2500	0.9535	14.2500	2.1035
	15.7500	10.0000	14.0000	24.0000	26.0000	15.7500	0.9806	15.7500	2.0930
F	0.0000	13.3846	8.9231	27.3846	20.9231	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	6.5000	13.3846	8.9231	27.3846	20.9231	6.5000	0.7407	6.5000	1.8662
	7.5000	13.3846	8.9231	27.3846	20.9231	7.5000	0.8671	7.5000	2.1392
	8.5000	13.3846	8.9231	27.3846	20.9231	8.5000	0.9702	8.5000	2.3435
	12.7500	13.3846	8.9231	27.3846	20.9231	12.7500	1.1928	12.7500	2.6383
	14.2500	13.3846	8.9231	27.3846	20.9231	14.2500	1.2113	14.2500	2.6027
	15.7500	13.3846	8.9231	27.3846	20.9231	15.7500	1.2099	15.7500	2.5289
G	0.0000	18.0000	2.0000	32.0000	14.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	6.5000	18.0000	2.0000	32.0000	14.0000	6.5000	0.3792	6.5000	0.8275
	7.5000	18.0000	2.0000	32.0000	14.0000	7.5000	0.4824	7.5000	1.0336
	8.5000	18.0000	2.0000	32.0000	14.0000	8.5000	0.5788	8.5000	1.2191
	12.7500	18.0000	2.0000	32.0000	14.0000	12.7500	0.8586	12.7500	1.7032
	14.2500	18.0000	2.0000	32.0000	14.0000	14.2500	0.9072	14.2500	1.7678
	15.7500	18.0000	2.0000	32.0000	14.0000	15.7500	0.9353	15.7500	1.7922

H	0.0000	17.3436	11.5624	31.3436	23.5624	0.0000	0.0000	0.0000	21.9030
	6.5000	17.3436	11.5624	31.3436	23.5624	6.5000	0.1715	6.5000	7.9673
	7.5000	17.3436	11.5624	31.3436	23.5624	7.5000	0.2295	7.5000	7.5044
	8.5000	17.3436	11.5624	31.3436	23.5624	8.5000	0.2889	8.5000	7.0530
	12.7500	17.3436	11.5624	31.3436	23.5624	12.7500	0.5099	12.7500	5.3374
	14.2500	17.3436	11.5624	31.3436	23.5624	14.2500	0.5658	14.2500	4.8260
	15.7500	17.3436	11.5624	31.3436	23.5624	15.7500	0.6091	15.7500	4.3650
I	0.0000	24.0000	16.0000	38.0000	28.0000	0.0000	0.0000	0.0000	21.9030
	6.5000	24.0000	16.0000	38.0000	28.0000	6.5000	0.0272	6.5000	16.4107
	7.5000	24.0000	16.0000	38.0000	28.0000	7.5000	0.0394	7.5000	14.8955
	8.5000	24.0000	16.0000	38.0000	28.0000	8.5000	0.0538	8.5000	13.4452
	12.7500	24.0000	16.0000	38.0000	28.0000	12.7500	0.1312	12.7500	8.5907
	14.2500	24.0000	16.0000	38.0000	28.0000	14.2500	0.1609	14.2500	7.3809
	15.7500	24.0000	16.0000	38.0000	28.0000	15.7500	0.1898	15.7500	6.3797

Tabla V.6 Obtención del Incremento de Esfuerzo Vertical a diferentes profundidades, para las condiciones de carga bajo cada estructura, por medio del programa propuesto.

V.2.3 Cálculo de las Esfuerzos Verticales Finales bajo los puntos de interés

Con las esfuerzos efectivas iniciales obtenidas en la Tabla V.5 y los incrementos de esfuerzo de la Tabla V.6 pueden calcularse las esfuerzos finales bajo los puntos de interés, a las profundidades operadas; lo cual se muestra en la Tabla V.7. La Figura V.7 muestra las curvas de las esfuerzos finales para cada uno de los puntos, defasadas ligeramente del origen para evitar que se superpongan.

Punto	Profundidad m	Cálculo de Esfuerzos Finales para ambas estructuras					
		z m	σ'_{vt} kPa	$\Delta\sigma'_{v(\text{edificio})}$ kPa	$\Delta\sigma'_{v(\text{tanque})}$ kPa	$\Delta\sigma'_{v(\text{Total})}$ kPa	σ'_{vt} kPa
A	0.0000	0.0000	0.0000	10.1275	0.0000	10.1275	10.1275
	6.5000	6.5000	98.6500	8.3619	0.0318	8.3937	107.0437
	7.5000	7.5000	101.0700	7.7973	0.0465	7.8439	108.9139
	8.5000	8.5000	103.4900	7.2247	0.0642	7.2889	110.7789
	12.7500	12.7500	139.5452	5.0559	0.1633	5.2192	144.7644
	14.2500	14.2500	146.1156	4.4480	0.2031	4.6510	150.7666
	15.7500	15.7500	152.6860	3.9221	0.2428	4.1649	156.8508
B	0.0000	0.0000	0.0000	10.1275	0.0000	10.1275	10.1275
	6.5000	6.5000	98.6500	4.5546	0.0626	4.6172	103.2672
	7.5000	7.5000	101.0700	4.3733	0.0901	4.4634	105.5334
	8.5000	8.5000	103.4900	4.1790	0.1220	4.3010	107.7910

	12.7500	12.7500	139.5452	3.3268	0.2854	3.6122	143.1574
	14.2500	14.2500	146.1156	3.0469	0.3444	3.3914	149.5069
	15.7500	15.7500	152.6860	2.7866	0.3999	3.1865	155.8725
C	0.0000	0.0000	0.0000	10.1275	0.0000	10.1275	10.1275
	6.5000	6.5000	98.6500	4.3014	0.1538	4.4552	103.1052
	7.5000	7.5000	101.0700	4.0834	0.2143	4.2976	105.3676
	8.5000	8.5000	103.4900	3.8646	0.2806	4.1451	107.6351
	12.7500	12.7500	139.5452	3.0133	0.5686	3.5818	143.1270
	14.2500	14.2500	146.1156	2.7564	0.6545	3.4109	149.5265
	15.7500	15.7500	152.6860	2.5231	0.7268	3.2499	155.9359
D	0.0000	0.0000	0.0000	10.1275	0.0000	10.1275	10.1275
	6.5000	6.5000	98.6500	3.3587	0.4005	3.7592	102.4092
	7.5000	7.5000	101.0700	3.2101	0.5296	3.7397	104.8097
	8.5000	8.5000	103.4900	3.0702	0.6585	3.7287	107.2187
	12.7500	12.7500	139.5452	2.5306	1.0968	3.6274	143.1726
	14.2500	14.2500	146.1156	2.3572	1.1918	3.5490	149.6646
	15.7500	15.7500	152.6860	2.1930	1.2569	3.4499	156.1359
E	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	6.5000	6.5000	98.6500	0.4250	1.1765	1.6015	100.2515
	7.5000	7.5000	101.0700	0.5315	1.4203	1.9518	103.0218
	8.5000	8.5000	103.4900	0.6290	1.6254	2.2545	105.7445
	12.7500	12.7500	139.5452	0.9059	2.0721	2.9780	142.5232
	14.2500	14.2500	146.1156	0.9535	2.1035	3.0570	149.1726
	15.7500	15.7500	152.6860	0.9806	2.0930	3.0736	155.7596
F	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	6.5000	6.5000	98.6500	0.7407	1.8662	2.6069	101.2569
	7.5000	7.5000	101.0700	0.8671	2.1392	3.0063	104.0763
	8.5000	8.5000	103.4900	0.9702	2.3435	3.3137	106.8037
	12.7500	12.7500	139.5452	1.1928	2.6383	3.8311	143.3763
	14.2500	14.2500	146.1156	1.2113	2.6027	3.8140	149.9296
	15.7500	15.7500	152.6860	1.2099	2.5289	3.7388	156.4248
G	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	6.5000	6.5000	98.6500	0.3792	0.8275	1.2066	99.8566
	7.5000	7.5000	101.0700	0.4824	1.0336	1.5160	102.5860
	8.5000	8.5000	103.4900	0.5788	1.2191	1.7979	105.2879
	12.7500	12.7500	139.5452	0.8586	1.7032	2.5618	142.1070
	14.2500	14.2500	146.1156	0.9072	1.7678	2.6751	148.7907
	15.7500	15.7500	152.6860	0.9353	1.7922	2.7275	155.4135
H	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	21.9030	21.9030	21.9030
	6.5000	6.5000	98.6500	0.1715	7.9673	8.1388	106.7888
	7.5000	7.5000	101.0700	0.2295	7.5044	7.7339	108.8039
	8.5000	8.5000	103.4900	0.2889	7.0530	7.3419	110.8319
	12.7500	12.7500	139.5452	0.5099	5.3374	5.8473	145.3925
	14.2500	14.2500	146.1156	0.5658	4.8260	5.3918	151.5074
	15.7500	15.7500	152.6860	0.6091	4.3650	4.9741	157.6601

I	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	21.9030	21.9030	21.9030
	6.5000	6.5000	98.6500	0.0272	16.4107	16.4379	115.0879
	7.5000	7.5000	101.0700	0.0394	14.8955	14.9350	116.0050
	8.5000	8.5000	103.4900	0.0538	13.4452	13.4991	116.9891
	12.7500	12.7500	139.5452	0.1312	8.5907	8.7219	148.2671
	14.2500	14.2500	146.1156	0.1609	7.3809	7.5418	153.6574
	15.7500	15.7500	152.6860	0.1898	6.3797	6.5695	159.2555

Tabla V.7 Obtención de Esfuerzos Efectivos Finales bajo los puntos de interés, para ambas estructuras.

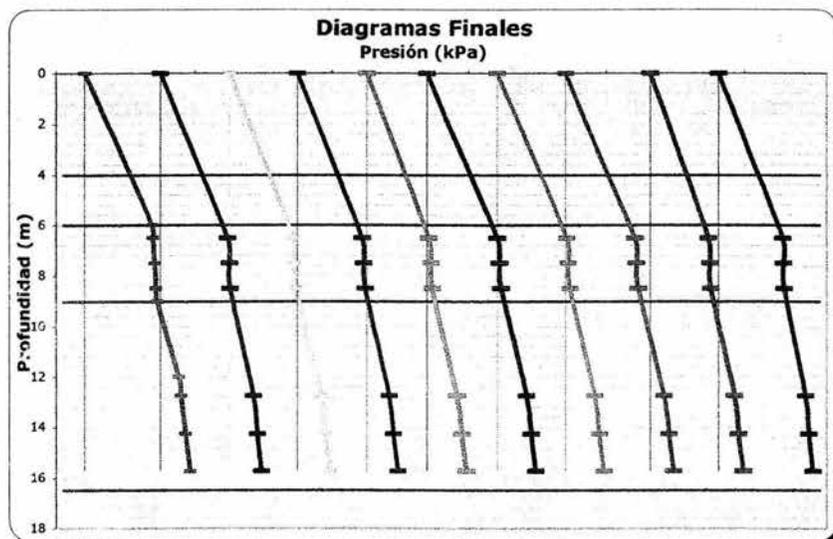


Figura V.7 Curvas de esfuerzos finales para cada uno de los puntos de interés basados en la Tabla V.7. La primera curva es la de esfuerzos iniciales efectivos, la siguiente es la correspondiente al punto A, las siguientes son sus subsecuentes en orden alfabético. Cada división en el eje de las fuerzas corresponde a 40 kPa.

V.2.4 Cálculo de Asentamientos bajo los puntos de interés

La contribución al asentamiento, puede calcularse a partir de la expresión:

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_i} H \quad (V.2)$$

Donde:

ΔH = Asentamiento que se genera en el sustrato debido al $\Delta\sigma'$.

Δe = Decremento en la relación de vacíos debido al $\Delta\sigma'$ en el sustrato.

e_i = Relación de vacíos inicial en el sustrato.

H = Espesor del sustrato.

V.2.4.1 Cálculo de Asentamientos para el Primer estrato de Arcilla

Por medio de la curva de compresibilidad para el estrato de arcilla al centro del estrato presentado en la Figura V.3, es posible deducir las curvas de compresibilidad para los tres sustratos propuestos.

a) Primer sustrato:

La curva de compresibilidad para este sustrato se muestra en la Figura V.8; por medio de ésta, es posible calcular las relaciones de vacío, para el esfuerzo inicial como para el final para cada punto de interés. La Figura V.9 muestra un detalle de la curva de compresibilidad en el cual se graficaron los esfuerzos contra las relaciones de vacíos finales.

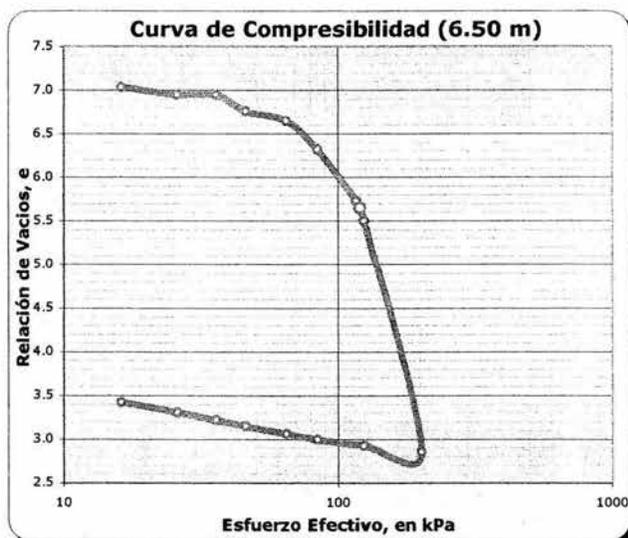


Figura V.8 Curva de Compresibilidad para el primer sustrato del primer estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 6.50 m.

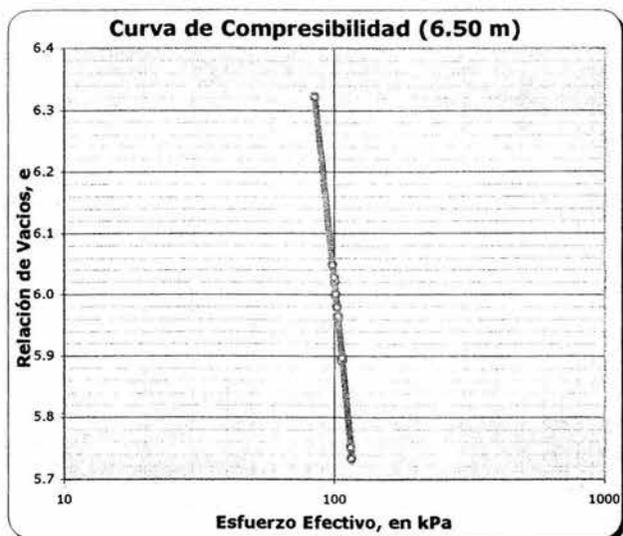


Figura V.9 Detalle de la Curva de Compresibilidad del primer substrato del primer estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 6.50 m. En ella se graficaron los esfuerzos finales de cada punto, obtenidos de la Tabla V.7 para dicha profundidad; contra sus correspondientes relaciones de vacío, obtenidas gráficamente de la Figura V.8.

En la Tabla V.8 se realiza el cálculo del asentamiento correspondiente a este substrato en cada punto de interés. En la tabla se muestran los valores de las relaciones de vacío obtenidas gráficamente a partir de la Figura V.8.

Punto	Profundidad m	Cálculo de Asentamientos para el primer substrato del primer estrato de Arcilla							
		H	σ'_{vi}	$\Delta\sigma'_{vTotal}$	σ'_{vf}	e_i	e_f	Δe	ΔH
		cm	kPa	kPa	kPa	-	-	-	cm
A	6.5000	100.0	98.6500	8.3937	107.0437	6.0483	5.8924	0.1559	2.2
B	6.5000	100.0	98.6500	4.6172	103.2672	6.0483	5.9621	0.0862	1.2
C	6.5000	100.0	98.6500	4.4552	103.1052	6.0483	5.9655	0.0828	1.2
D	6.5000	100.0	98.6500	3.7592	102.4092	6.0483	5.9793	0.0690	1.0
E	6.5000	100.0	98.6500	1.6015	100.2515	6.0483	6.0207	0.0276	0.4

F	6.5000	100.0	98.6500	2.6069	101.2569	6.0483	6.0000	0.0483	0.7
G	6.5000	100.0	98.6500	1.2066	99.8566	6.0483	6.0276	0.0207	0.3
H	6.5000	100.0	98.6500	8.1388	106.7888	6.0483	5.8966	0.1517	2.2
I	6.5000	100.0	98.6500	16.4379	115.0879	6.0483	5.7517	0.2966	4.2

Tabla V.8 Cálculo de asentamientos para el primer sustrato del primer estrato de arcilla, para una profundidad media de 6.50 m, bajo los puntos de interés.

b) Segundo sustrato:

La curva de compresibilidad para este sustrato se muestra en la Figura V.10; por medio de ésta, es posible calcular las relaciones de vacío, para el esfuerzo inicial como para el final para cada punto de interés. La Figura V.11 muestra un detalle de la curva de compresibilidad en el cual se graficaron los esfuerzos contra las relaciones de vacíos finales.

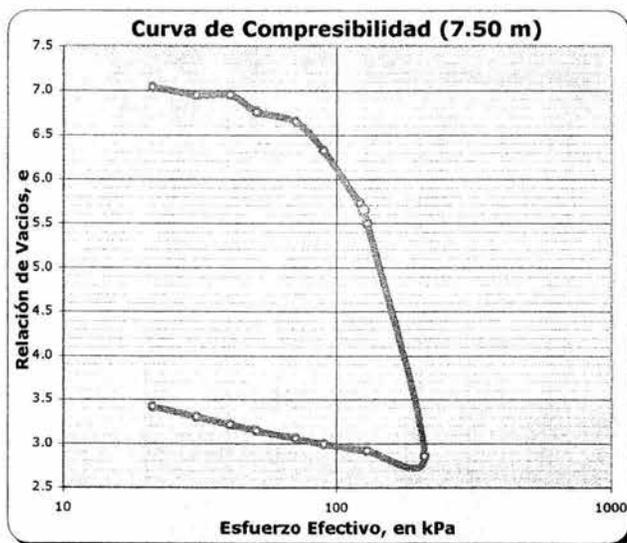


Figura V.10 Curva de Compresibilidad para el segundo sustrato del primer estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 7.50 m.

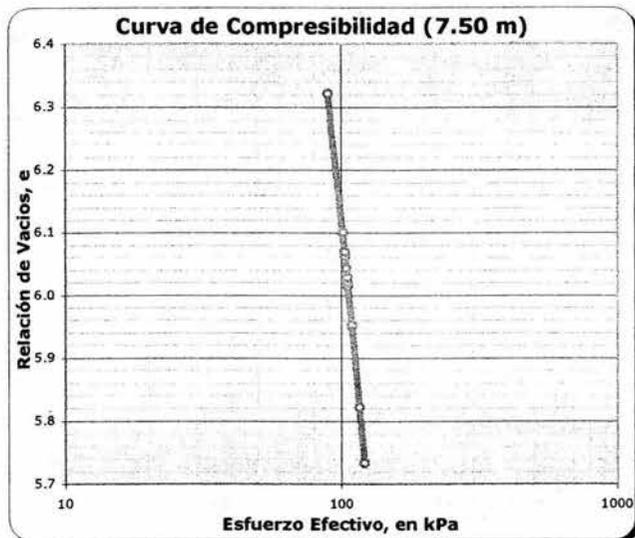


Figura V.11 Detalle de la Curva de Compresibilidad del segundo sustrato del primer estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 7.50 m. En ella se graficaron los esfuerzos finales de cada punto, obtenidos de la Tabla V.7 para dicha profundidad; contra sus correspondientes relaciones de vacío, obtenidas gráficamente de la Figura V.10.

En la Tabla V.9 se realiza el cálculo del asentamiento correspondiente a este sustrato en cada punto de interés. En la tabla se muestran los valores de las relaciones de vacío obtenidas gráficamente a partir de la Figura V.10.

Punto	Profundidad	Cálculo de Asentamientos para el segundo sustrato del primer estrato de Arcilla							
		H	σ'_{vf}	$\Delta\sigma'_{vTotal}$	σ'_{vf}	e_i	e_r	Δe	ΔH
	m	cm	kPa	kPa	kPa	-	-	-	cm
A	7.5000	100.0	101.0700	7.8439	108.9139	6.1000	5.9510	0.1490	2.1
B	7.5000	100.0	101.0700	4.4634	105.5334	6.1000	6.0152	0.0848	1.2
C	7.5000	100.0	101.0700	4.2976	105.3676	6.1000	6.0200	0.0800	1.1
D	7.5000	100.0	101.0700	3.7397	104.8097	6.1000	6.0283	0.0717	1.0
E	7.5000	100.0	101.0700	1.9518	103.0218	6.1000	6.0621	0.0379	0.5

F	7.5000	100.0	101.0700	3.0063	104.0763	6.1000	6.0434	0.0566	0.8
G	7.5000	100.0	101.0700	1.5160	102.5860	6.1000	6.0690	0.0310	0.4
H	7.5000	100.0	101.0700	7.7339	108.8039	6.1000	5.9531	0.1469	2.1
I	7.5000	100.0	101.0700	14.9350	116.0050	6.1000	5.8221	0.2779	3.9

Tabla V.9 Cálculo de asentamientos para el segundo sustrato del primer estrato de arcilla, para una profundidad media de 7.50 m, bajo los puntos de interés.

c) Tercer sustrato:

La curva de compresibilidad para este sustrato se muestra en la Figura V.12; por medio de ésta, es posible calcular las relaciones de vacío, para el esfuerzo inicial como para el final para cada punto de interés. La Figura V.13 muestra un detalle de la curva de compresibilidad en el cual se graficaron los esfuerzos contra las relaciones de vacíos finales.

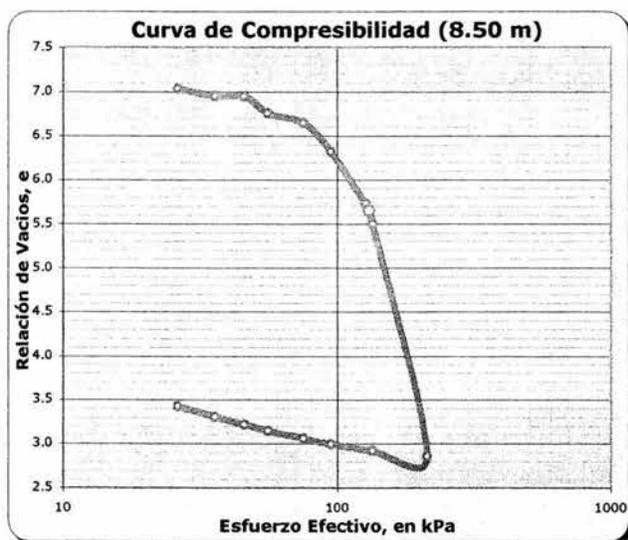


Figura V.12 Curva de Compresibilidad para el tercer sustrato del primer estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 8.50 m.

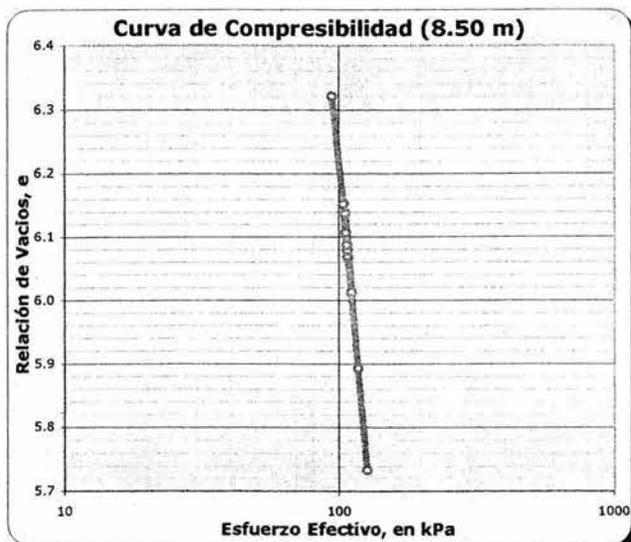


Figura V.13 Detalle de la Curva de Compresibilidad del tercer subestrato del primer estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 8.50 m. En ella se graficaron los esfuerzos finales de cada punto, obtenidos de la Tabla V.7 para dicha profundidad; contra sus correspondientes relaciones de vacío, obtenidas gráficamente de la Figura V.12.

En la Tabla V.10 se realiza el cálculo del asentamiento correspondiente a este subestrato en cada punto de interés. En la tabla se muestran los valores de las relaciones de vacío obtenidas gráficamente a partir de la Figura V.12.

Punto	Profundidad	Cálculo de Asentamientos para el tercer subestrato del primer estrato de Arcilla							
		H	σ'_{vt}	$\Delta\sigma'_{vTotal}$	σ'_{vt}	e_i	e_f	Δe	ΔH
	m	cm	kPa	kPa	kPa	-	-	-	cm
A	8.5000	100.0	103.4900	7.2889	110.7789	6.1517	6.0117	0.1400	2.0
B	8.5000	100.0	103.4900	4.3010	107.7910	6.1517	6.0662	0.0855	1.2
C	8.5000	100.0	103.4900	4.1451	107.6351	6.1517	6.0690	0.0828	1.2
D	8.5000	100.0	103.4900	3.7287	107.2187	6.1517	6.0779	0.0738	1.0
E	8.5000	100.0	103.4900	2.2545	105.7445	6.1517	6.1069	0.0448	0.5

F	8.5000	100.0	103.4900	3.3137	106.8037	6.1517	6.0869	0.0648	0.9
G	8.5000	100.0	103.4900	1.7979	105.2879	6.1517	6.1372	0.0145	0.2
H	8.5000	100.0	103.4900	7.3419	110.8319	6.1517	6.0131	0.1386	1.9
I	8.5000	100.0	103.4900	13.4991	116.9891	6.1517	5.8924	0.2593	3.6

Tabla V.10 Cálculo de asentamientos para el tercer subestrato del primer estrato de arcilla, para una profundidad media de 8.50 m, bajo los puntos de interés.

V.2.4.2 Cálculo de Asentamientos para el estrato de Arcilla Limosa, Orgánica

Por medio de la curva de compresibilidad para el estrato de arcilla al centro del estrato presentado en la Figura V.4, es posible deducir las curvas de compresibilidad para los tres subestratos propuestos.

a) Primer subestrato:

La curva de compresibilidad para este subestrato se muestra en la Figura V.14; por medio de ésta, es posible calcular las relaciones de vacío, para el esfuerzo inicial como para el final para cada punto de interés. La Figura V.15 muestra un detalle de la curva de compresibilidad en el cual se graficaron los esfuerzos contra las relaciones de vacíos finales.

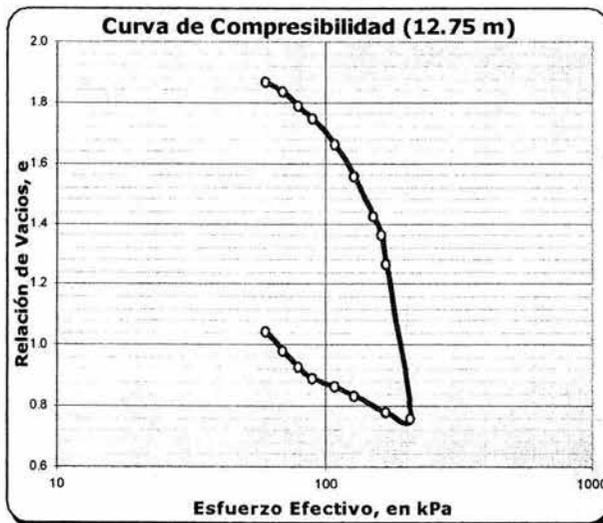


Figura V.14 Curva de Compresibilidad para el primer subestrato del segundo estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 12.75 m.

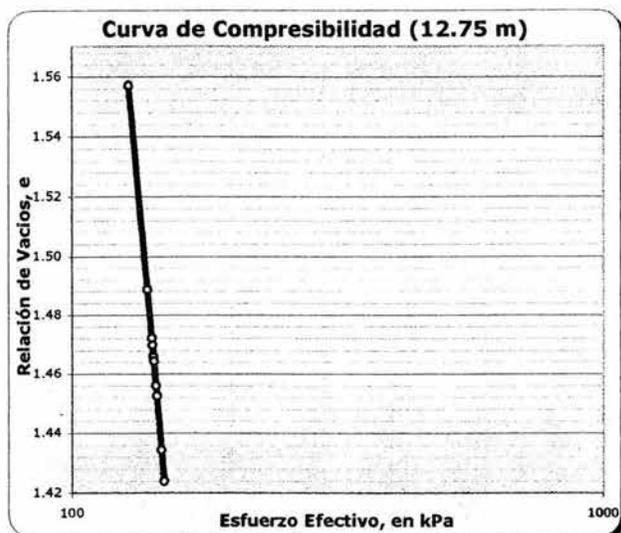


Figura V.15 Detalle de la Curva de Compresibilidad del primer substrato del segundo estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 12.75 m. En ella se graficaron los esfuerzos finales de cada punto, obtenidos de la Tabla V.7 para dicha profundidad; contra sus correspondientes relaciones de vacío, obtenidas gráficamente de la Figura V.14.

En la Tabla V.11 se realiza el cálculo del asentamiento correspondiente a este substrato en cada punto de interés. En la tabla se muestran los valores de las relaciones de vacío obtenidas gráficamente a partir de la Figura V.14.

Punto	Profundidad	Cálculo de Asentamientos para el primer substrato del segundo estrato de Arcilla							
		H	σ'_{vt}	$\Delta\sigma'_{vTotal}$	σ'_{vt}	e_i	e_f	Δe	ΔH
	m	cm	kPa	kPa	kPa	-	-	-	cm
A	12.7500	150.0	139.5452	5.2192	144.7644	1.4886	1.4560	0.0326	2.0
B	12.7500	150.0	139.5452	3.6122	143.1574	1.4886	1.4661	0.0226	1.4
C	12.7500	150.0	139.5452	3.5818	143.1270	1.4886	1.4659	0.0227	1.4
D	12.7500	150.0	139.5452	3.6274	143.1726	1.4886	1.4658	0.0229	1.4
E	12.7500	150.0	139.5452	2.9780	142.5232	1.4886	1.4698	0.0189	1.1

F	12.7500	150.0	139.5452	3.8311	143.3763	1.4886	1.4643	0.0243	1.5
G	12.7500	150.0	139.5452	2.5618	142.1070	1.4886	1.4723	0.0163	1.0
H	12.7500	150.0	139.5452	5.8473	145.3925	1.4886	1.4525	0.0362	2.2
I	12.7500	150.0	139.5452	8.7219	148.2671	1.4886	1.4344	0.0542	3.3

Tabla V.11 Cálculo de asentamientos para el primer sustrato del segundo estrato de arcilla, para una profundidad media de 12.75 m, bajo los puntos de interés.

b) Segundo sustrato:

La curva de compresibilidad para este sustrato se muestra en la Figura V.16; por medio de ésta, es posible calcular las relaciones de vacío, para el esfuerzo inicial como para el final para cada punto de interés. La Figura V.17 muestra un detalle de la curva de compresibilidad en el cual se graficaron los esfuerzos contra las relaciones de vacíos finales.

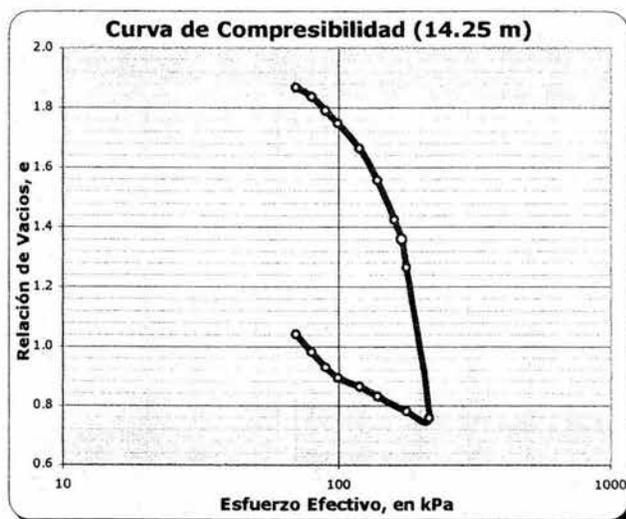


Figura V.16 Curva de Compresibilidad para el segundo sustrato del segundo estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 14.25 m.

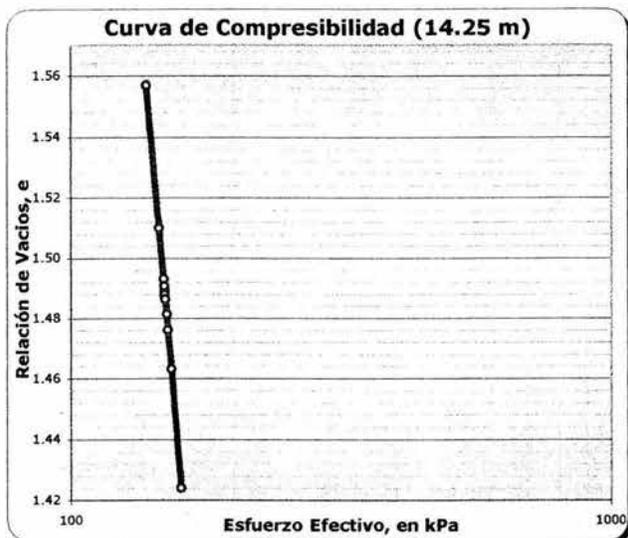


Figura V.17 Detalle de la Curva de Compresibilidad del segundo subestrato del segundo estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 14.25 m. En ella se graficaron los esfuerzos finales de cada punto, obtenidos de la Tabla V.7 para dicha profundidad; contra sus correspondientes relaciones de vacío, obtenidas gráficamente de la Figura V.16.

En la Tabla V.12 se realiza el cálculo del asentamiento correspondiente a este subestrato en cada punto de interés. En la tabla se muestran los valores de las relaciones de vacío obtenidas gráficamente a partir de la Figura V.16.

Punto	Profundidad	Cálculo de Asentamientos para el segundo subestrato del segundo estrato de Arcilla							
		H	σ'_{vf}	$\Delta\sigma'_{vTotal}$	σ'_{vf}	e_i	e_f	Δe	ΔH
		m	cm	kPa	kPa	kPa	-	-	-
A	14.2500	150.0	146.1156	4.6510	150.7666	1.5101	1.4813	0.0288	2.7
B	14.2500	150.0	146.1156	3.3914	149.5069	1.5101	1.4894	0.0206	3.2
C	14.2500	150.0	146.1156	3.4109	149.5265	1.5101	1.4887	0.0214	3.3
D	14.2500	150.0	146.1156	3.5490	149.6646	1.5101	1.4880	0.0221	3.3
E	14.2500	150.0	146.1156	3.0570	149.1726	1.5101	1.4909	0.0192	3.1

F	14.2500	150.0	146.1156	3.8140	149.9296	1.5101	1.4864	0.0237	1.4
G	14.2500	150.0	146.1156	2.6751	148.7907	1.5101	1.4933	0.0168	1.0
H	14.2500	150.0	146.1156	5.3918	151.5074	1.5101	1.4762	0.0339	2.0
I	14.2500	150.0	146.1156	7.5418	153.6574	1.5101	1.4632	0.0469	2.8

Tabla V.12 Cálculo de asentamientos para el segundo subestrato del segundo estrato de arcilla, para una profundidad media de 14.25 m, bajo los puntos de interés.

c) Tercer subestrato:

La curva de compresibilidad para este subestrato se muestra en la Figura V.18; por medio de ésta, es posible calcular las relaciones de vacío, para el esfuerzo inicial como para el final para cada punto de interés. La Figura V.19 muestra un detalle de la curva de compresibilidad en el cual se graficaron los esfuerzos contra las relaciones de vacíos finales.

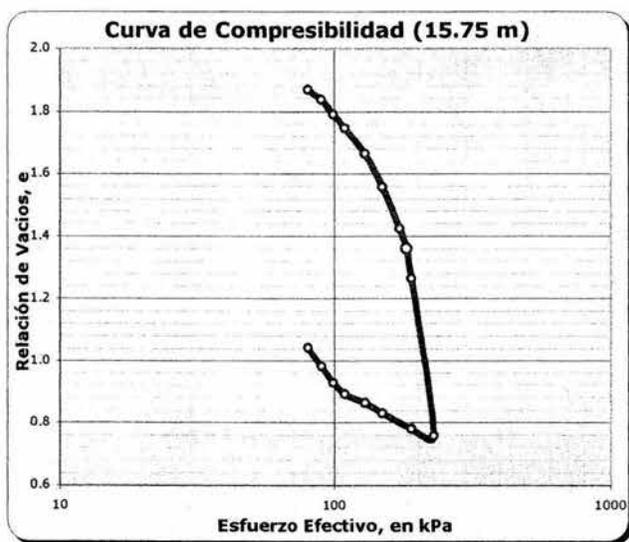


Figura V.18 Curva de Compresibilidad para el tercer subestrato del segundo estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 15.75 m.

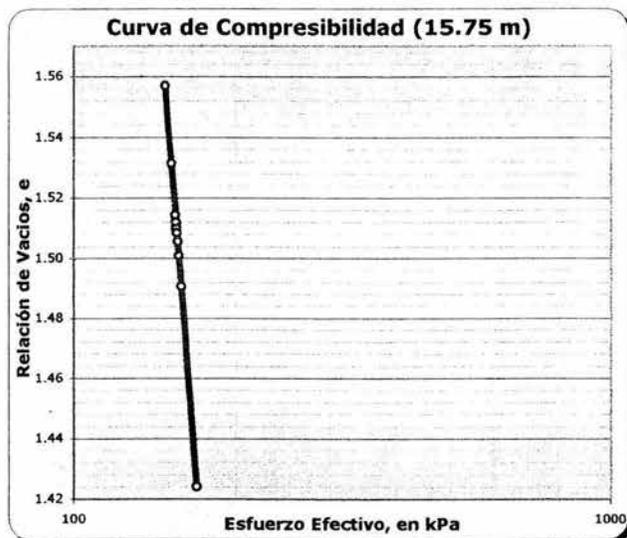


Figura V.19 Detalle de la Curva de Compresibilidad del tercer sustrato del segundo estrato arcilloso obtenida para una profundidad media de 15.75 m. En ella se graficaron los esfuerzos finales de cada punto, obtenidos de la Tabla V.7 para dicha profundidad; contra sus correspondientes relaciones de vacío, obtenidas gráficamente de la Figura V.18.

En la Tabla V.13 se realiza el cálculo del asentamiento correspondiente a este sustrato en cada punto de interés. En la tabla se muestran los valores de las relaciones de vacío obtenidas gráficamente a partir de la Figura V.18.

Punto	Profundidad	Cálculo de Asentamientos para el tercer sustrato del segundo estrato de Arcilla							
		H	σ'_{vf}	$\Delta\sigma'_{vTotal}$	σ'_{vf}	e_i	e_t	Δe	$\Delta\bar{H}$
	m	cm	kPa	kPa	kPa	-	-	-	cm
A	15.7500	150.0	152.6860	4.1649	156.8508	1.5314	1.5056	0.0258	1.5
B	15.7500	150.0	152.6860	3.1865	155.8725	1.5314	1.5117	0.0197	1.2
C	15.7500	150.0	152.6860	3.2499	155.9359	1.5314	1.5109	0.0205	1.2
D	15.7500	150.0	152.6860	3.4499	156.1359	1.5314	1.5101	0.0213	1.3
E	15.7500	150.0	152.6860	3.0736	155.7596	1.5314	1.5123	0.0190	1.1

F	15.7500	150.0	152.6860	3.7388	156.4248	1.5314	1.5085	0.0229	1.4
G	15.7500	150.0	152.6860	2.7275	155.4135	1.5314	1.5144	0.0170	1.0
H	15.7500	150.0	152.6860	4.9741	157.6601	1.5314	1.5008	0.0306	1.8
I	15.7500	150.0	152.6860	6.5695	159.2555	1.5314	1.4907	0.0406	2.4

Tabla V.13 Cálculo de asentamientos para el tercer sustrato del segundo estrato de arcilla, para una profundidad media de 15.75 m, bajo los puntos de interés.

V.2.4.3 Cálculo de Asentamientos Totales y Diferenciales

Mediante las Tablas V.8, V.9, V.10, V.11, V.12 y V.13 se pueden calcular los asentamientos totales, bajo los puntos de interés, los cuales se resumen en la Tabla V.14.

Punto	Profundidad	Cálculo de Asentamientos Totales							
		σ'_{vf}	$\Delta\sigma'_{vEdificio}$	$\Delta\sigma'_{vTanque}$	$\Delta\sigma'_{vTotal}$	σ'_{vf}	H	ΔH	ΔH_{Total}
		m	kPa	kPa	kPa	kPa	cm	cm	cm
A	6.5000	98.6500	8.3619	0.0318	8.3937	107.0437	100.0	2.2	11.5
	7.5000	101.0700	7.7973	0.0465	7.8439	108.9139	100.0	2.1	
	8.5000	103.4900	7.2247	0.0642	7.2889	110.7789	100.0	2.0	
	12.7500	139.5452	5.0559	0.1633	5.2192	144.7644	150.0	2.0	
	14.2500	146.1156	4.4480	0.2031	4.6510	150.7666	150.0	1.7	
	15.7500	152.6860	3.9221	0.2428	4.1649	156.8508	150.0	1.5	
B	6.5000	98.6500	4.5546	0.0626	4.6172	103.2672	100.0	1.2	7.4
	7.5000	101.0700	4.3733	0.0901	4.4634	105.5334	100.0	1.2	
	8.5000	103.4900	4.1790	0.1220	4.3010	107.7910	100.0	1.2	
	12.7500	139.5452	3.3268	0.2854	3.6122	143.1574	150.0	1.4	
	14.2500	146.1156	3.0469	0.3444	3.3914	149.5069	150.0	1.2	
	15.7500	152.6860	2.7866	0.3999	3.1865	155.8725	150.0	1.2	
C	6.5000	98.6500	4.3014	0.1538	4.4552	103.1052	100.0	1.2	7.3
	7.5000	101.0700	4.0834	0.2143	4.2976	105.3676	100.0	1.1	

	8.5000	103.4900	3.8646	0.2806	4.1451	107.6351	100.0	1.2	
	12.7500	139.5452	3.0133	0.5686	3.5818	143.1270	150.0	1.4	
	14.2500	146.1156	2.7564	0.6545	3.4109	149.5265	150.0	1.3	
	15.7500	152.6860	2.5231	0.7268	3.2499	155.9359	150.0	1.2	
D	6.5000	98.6500	3.3587	0.4005	3.7592	102.4092	100.0	1.0	7.0
	7.5000	101.0700	3.2101	0.5296	3.7397	104.8097	100.0	1.0	
	8.5000	103.4900	3.0702	0.6585	3.7287	107.2187	100.0	1.0	
	12.7500	139.5452	2.5306	1.0968	3.6274	143.1726	150.0	1.4	
	14.2500	146.1156	2.3572	1.1918	3.5490	149.6646	150.0	1.3	
	15.7500	152.6860	2.1930	1.2569	3.4499	156.1359	150.0	1.3	
E	6.5000	98.6500	0.4250	1.1765	1.6015	100.2515	100.0	0.4	5.0
	7.5000	101.0700	0.5315	1.4203	1.9518	103.0218	100.0	0.5	
	8.5000	103.4900	0.6290	1.6254	2.2545	105.7445	100.0	0.6	
	12.7500	139.5452	0.9059	2.0721	2.9780	142.5232	150.0	1.1	
	14.2500	146.1156	0.9535	2.1035	3.0570	149.1726	150.0	1.1	
	15.7500	152.6860	0.9806	2.0930	3.0736	155.7596	150.0	1.1	
F	6.5000	98.6500	0.7407	1.8662	2.6069	101.2569	100.0	0.7	6.6
	7.5000	101.0700	0.8671	2.1392	3.0063	104.0763	100.0	0.8	
	8.5000	103.4900	0.9702	2.3435	3.3137	106.8037	100.0	0.9	
	12.7500	139.5452	1.1928	2.6383	3.8311	143.3763	150.0	1.5	
	14.2500	146.1156	1.2113	2.6027	3.8140	149.9296	150.0	1.4	
	15.7500	152.6860	1.2099	2.5289	3.7388	156.4248	150.0	1.4	
G	6.5000	98.6500	0.3792	0.8275	1.2066	99.8566	100.0	0.3	3.9
	7.5000	101.0700	0.4824	1.0336	1.5160	102.5860	100.0	0.4	
	8.5000	103.4900	0.5788	1.2191	1.7979	105.2879	100.0	0.2	
	12.7500	139.5452	0.8586	1.7032	2.5618	142.1070	150.0	1.0	
	14.2500	146.1156	0.9072	1.7678	2.6751	148.7907	150.0	1.0	

	15.7500	152.6860	0.9353	1.7922	2.7275	155.4135	150.0	1.0	
H	6.5000	98.6500	0.1715	7.9673	8.1388	106.7888	100.0	2.2	12.2
	7.5000	101.0700	0.2295	7.5044	7.7339	108.8039	100.0	2.1	
	8.5000	103.4900	0.2889	7.0530	7.3419	110.8319	100.0	1.9	
	12.7500	139.5452	0.5099	5.3374	5.8473	145.3925	150.0	2.2	
	14.2500	146.1156	0.5658	4.8260	5.3918	151.5074	150.0	2.0	
	15.7500	152.6860	0.6091	4.3650	4.9741	157.6601	150.0	1.8	
I	6.5000	98.6500	0.0272	16.4107	16.4379	115.0879	100.0	4.2	20.2
	7.5000	101.0700	0.0394	14.8955	14.9350	116.0050	100.0	3.9	
	8.5000	103.4900	0.0538	13.4452	13.4991	116.9891	100.0	3.6	
	12.7500	139.5452	0.1312	8.5907	8.7219	148.2671	150.0	3.3	
	14.2500	146.1156	0.1609	7.3809	7.5418	153.6574	150.0	2.8	
	15.7500	152.6860	0.1898	6.3797	6.5695	159.2555	150.0	2.4	

Tabla V.14 Obtención de los asentamientos totales, bajo los puntos de interés.

De donde se deduce la Tabla V.15, que ilustra los asentamientos diferenciales entre los puntos de interés.

Cálculo de Asentamientos Diferenciales, en cm											
			A	B	C	D	E	F	G	H	I
			ΔH_{Total}								
			11.5	7.4	7.3	7.0	5.0	6.6	3.9	12.2	20.2
A	ΔH_{Total}	11.5	-	4.1	4.2	4.5	6.5	4.9	7.6	0.7	8.7
B	ΔH_{Total}	7.4	4.1	-	0.1	0.4	2.4	0.7	3.4	4.8	12.9
C	ΔH_{Total}	7.3	4.2	0.1	-	0.3	2.4	0.7	3.4	4.9	12.9
D	ΔH_{Total}	7.0	4.5	0.4	0.3	-	2.0	0.4	3.1	5.2	13.2
E	ΔH_{Total}	5.0	6.5	2.4	2.4	2.0	-	1.7	1.0	7.2	15.3
F	ΔH_{Total}	6.6	4.9	0.7	0.7	0.4	1.7	-	2.7	5.6	13.6

G	ΔH_{Total}	3.9	7.6	3.4	3.4	3.1	1.0	2.7	-	8.3	16.3
H	ΔH_{Total}	12.2	0.7	4.8	4.9	5.2	7.2	5.6	8.3	-	8.0
I	ΔH_{Total}	20.2	8.7	12.9	12.9	13.2	15.3	13.6	16.3	8.0	-

Tabla V.15 Obtención de los asentamientos diferenciales entre los puntos de interés.

Capítulo VI

Conclusiones

VI. Conclusiones

Como resultado de este trabajo de tesis se puede concluir que el desarrollo del programa de cálculo de incremento de esfuerzo vertical bajo cualquier punto en áreas no poligonales uniformemente cargadas es una herramienta muy poderosa en la vida académica y profesional ya que es posible calcular los asentamientos bajo cualquier estructura en estas condiciones, de manera rápida y sencilla. El programa se basa en teorías validas hasta el momento, conceptos básicos de Geometría Analítica y de Mecánica de Suelos. Además está programado en una hoja de cálculo lo que lo hace sumamente versátil para una gran variedad de problemas que se requieran resolver, como el del Capítulo V, el cual es un buen ejemplo real de cálculo de asentamientos.

Por lo que el desarrollo de este programa no aleja al estudiante ni al ingeniero de las teorías válidas usadas, siempre y cuando sepa interpretar los resultados que éste le ofrece, ya que dichas teorías consideran a los suelos como homogéneos, continuos, isotrópicos y linealmente elásticos; lo cual no es del todo real, punto del cual carecen la mayoría de las teorías; pero le da una buena visión al profesionista de valorar los resultados obtenidos contra la realidad, es decir la visión practica que debe caracterizarle.

De modo que este desarrollo de tesis no busca mecanizar el procedimiento de cálculo o el de análisis, más bien busca simplificar el tiempo de cálculo que muchas veces se hace tedioso, impráctico y redundante al hacer uso de tablas, gráficas o plantillas.

La versatilidad del problema es tal que, para quienes requieran de analizar varias áreas con gran cantidad de vértices e inclusive varios estratos compresibles, lo puede hacer gracias al poder de la hoja de cálculo y al principio de superposición, lo que le convierte en una herramienta sumamente útil.

Para el cálculo de incremento de esfuerzo vertical bajo punto críticos, como el límite del área cargada es de vital importancia considerar la tolerancia que manejamos los ingenieros así como una aproximación lo suficientemente precisa para tener un resultado útil.

Como se pudo valorar a lo largo de este trabajo se tomaron en cuenta conceptos de Mecánica de Suelos de uso cotidiano como las propiedades índice, físicas y mecánicas de los suelos; como porcentajes de humedad, densidad de sólidos, coeficientes de compresibilidad, relación de vacíos, así como gráficas de compresibilidad.

Considero este material como de lectura adicional para aquellos que estén llevando las materias de Comportamiento de Suelos y Mecánica de Suelos, así como aquellos ingenieros que se desarrollen en ésta área ya que sin duda será de gran utilidad.

Bibliografía

- 1.- Mecánica de Suelos.
Tomo I. Fundamentos de la Mecánica de Suelos.
Eulalio Juárez Badillo y Alfonso Rico Rodríguez†.
23^{era} Reimpresión de la 3^{era} Edición. México, 2000.
Ed. Limusa. Grupo Noriega Editores.
- 2.- Mecánica de Suelos.
Tomo II. Teoría y Aplicaciones de la Mecánica de Suelos.
Eulalio Juárez Badillo y Alfonso Rico Rodríguez†.
20^{ma} Reimpresión de la 2^{da} Edición. México, 2001.
Ed. Limusa. Grupo Noriega Editores.
- 3.- Mecánica de Suelos.
Peter L. Berry y David Reid.
1^{era} Edición en español. Colombia, 1997.
Ed. Mac Graw Hill Interamericana.
- 4.- Mecánica de Suelos.
T. William Lambe y Robert V. Whitman.
14^a Reimpresión de la 2^{da} Edición. México, 2001.
Ed. Limusa. Grupo Noriega Editores.
- 5.- Revista de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
"Distribución de esfuerzos en el suelo bajo un área poligonal
cargada".
J. Damy R. y C. Casales G.
México, marzo 2003.
Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos
Valle de Bravo no. 19.
Col. Vergel de Coyoacán. C. P. 14340.
Tel.: 5677-3730.
- 6.- Primer Congreso Panamericano sobre la Enseñanza-Aprendizaje de
la Ingeniería Geotécnica.
"Expresión simple obtenida a partir de la solución de Damy-Casales,
para cálculo de incremento de esfuerzo bajo vértice agudo de
triángulo rectángulo, cargado con esfuerzo uniforme"

- Ricardo Padilla Velázquez.
México, 2000.
Memorias del Congreso Panamericano.
- 7.- Primer Congreso Panamericano sobre la Enseñanza-Aprendizaje de la Ingeniería Geotécnica.
“Método vectorial y programa de computación, para cálculo de incremento de esfuerzo vertical en puntos bajo área poligonal cargada con esfuerzo uniforme, utilizando la expresión simple, derivada de la solución de Damy-Casales”.
Ricardo Padilla Velázquez y Carmelino Zea Constantino.
México, 2000.
Memorias del Congreso Panamericano.
- 8.- Apuntes para la asignatura de Comportamiento de Suelos.
Héctor A. Legorreta Cuevas.
Semestre 2000-3. México, 2000.
Facultad de Ingeniería. U. N. A. M.
- 9.- Materiales y Procedimientos de Construcción.
Tomo: Mecánica de Suelos y Cimentaciones.
Vicente Pérez Alamá.
1^{era} Edición. México, 1998.
Ed. Trillas.
- 10.- Introducción a la Mecánica de Suelos.
Carlos Flamand Rodríguez.
México, 1995.
Universidad Autónoma de Chapingo.
- 11.- Fundamentos de Mecánica de Rocas.
F. D. Coates.
Madrid, 1973.
Litoprint.
- 12.- Problemas resueltos de Mecánica de Suelos y Cimentaciones.
Carlos Crespo V.
México, 1987
Ed. Limusa. Grupo Noriega Editores.
- 13.- El subsuelo de la Ciudad de México.
Raúl Marsal J. y Marcos Mazari.

- México, 1969.
Dirección General de Publicaciones, U. N. A. M.
- 14.- Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.
Luis Arnal S. y Max Betancourt S.
México, 1991.
Ed. Trillas.
- 15.- Advanced Soil Mechanics.
Braja M. Das.
2nd Edition. U. S. A., 1985.
Mac Graw Hill International Editions.
- 16.- Principles of Geotechnical Engineering.
Braja M. Das.
2nd Edition. U. S. A., 1990.
PWS-KENT Publishing Company.
- 17.- Soil Engineering.
Merlin G. Spangler & Richard L. Handy.
4th Edition. England, 1985.
Harper & Row International.
- 18.- Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics.
H. G. Poulos and E. H. Davis.
1st Edition. New York, 1974.
John Wiley & Sons Editions.