

01149



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"ANÁLISIS ESPECTRAL DE SEÑALES OBTENIDAS
A PARTIR DE DIFUSIÓN RAYLEIGH".

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :

MAESTRÍA EN INGENIERÍA.

P R E S E N T A :

FÍS. JOSÉ MANUEL ALVARADO REYES.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mis padres

Eulalia Reyes Chávez[†] y Trinidad Alvarado González[†]

A mi cuñado: Marcial Tamayo Rocha[†]

“Quien muere en el amor...Nunca Muere”

La culminación de este trabajo no hubiera sido posible sin la ayuda de instituciones y personas. Me gustaría agradecer sinceramente

A las facultades de Ciencias e Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, a los miembros del jurado:

Dra. Catalina Stern Forgach

Dra. Lucia Medina Gómez

Dr. Rogelio Alcántara Silva

Dr. Guillermo Monsivais Galindo

Dr. Boris Escalante Ramírez

En lo personal me gustaría extender un agradecimiento muy especial a la coordinadora del laboratorio de Acústica de la facultad de Ciencias de la UNAM a la Dra. Catalina Stern; por su apoyo incondicional y las constantes supervisiones en los avances de este trabajo. Su ayuda fue pieza medular durante el desarrollo y culminación de esta tesis. Mi gratitud hoy siempre. Gracias!

Al grupo del laboratorio de Acústica; en particular a la Fís. Margarita Puente Leos por su disponibilidad en el intercambio de impresiones durante la elaboración de este trabajo. Al Fís. Carlos Azpeitia Sandoval y Fís. César Aguilar Espinosa, por

su invaluable ayuda en la reflexión de conceptos y la adquisición de las señales analizadas en el presente trabajo.

Al Consejo Departamental de Física de la Facultad de Ciencias de la UNAM, por la ayuda en la publicación preliminar de la tesis, en lo personal a la Sra. Laura Cruz Martínez, Alma Reyna Aguilar y Antonieta Fregoso Miranda, por su amistad y disposición para la publicación de este trabajo.

A mi familia, sin excluir a nadie; quienes con sus constantes apoyos de confianza me dieron fuerzas para no claudicar en los momentos de adversidad. A mis hermanos: Francisca, Guadalupe, Luisa, María y Adán Alvarado Reyes, por el apoyo económico y su confianza.

A mi esposa Rosa I. Ledesma, por su apoyo y comprensión al principio y al final de esta lucha.

“Gracias a Dios por un día más, y la esperanza de otro a tu lado”

Resumen

En este trabajo evalué distintos métodos de análisis espectral empleando técnicas de periodogramas. Estos se dividen en dos ramas: los periodogramas paramétricos y los no paramétricos. La evaluación de estas técnicas se realizó empleando señales heterodinas obtenidas de la dispersión de luz por fluctuaciones de densidad en un flujo rápido turbulento; en particular un chorro (jet) de aire supersónico. Hasta ahora, este fenómeno se había estudiado procesando las señales obtenidas mediante el uso de la Transformada de Fourier y, en algunos casos empleando analizadores de espectros. Los periodogramas resultaron ser apropiados para procesar este tipo de señales. Evalué siete métodos de periodogramas no paramétricos y dos paramétricos. Opté por elegir el método de Burg que corresponde a uno de los paramétricos con mejores características, facilitando las mediciones sobre las gráficas de densidad espectral. Es decir, las densidades espectrales obtenidas por este método resultaron prácticamente libres de ruido y con mayor resolución espectral. El uso de periodograma resultó más eficaz que los métodos tradicionales con los que se estudiaba este tipo de señales. Por un lado, las densidades espectrales obtenidas por el método de Burg permitieron detectar claramente los modos de fluctuación esperados teóricamente. Por otro, aun más importante, este método permitió detectar un comportamiento nuevo nunca antes descrito en la literatura. Esto es debido a la alta resolución proporcionada por el método de Burg, comparada con los métodos no paramétricos.

El uso de estas técnicas asienta un antecedente importante en la evaluación de densidades espectrales de las señales analizadas, y permitirán en trabajos futuros conocer mejor su comportamiento.

RESUMEN.....	1
INTRODUCCIÓN.....	4
Capítulo I: Descripción de la señal estudiada.....	6
1.1.- HETERODINAJE.....	6
1.2.- DISPERSIÓN RAYLEIGH Y DETECCIÓN DE LA LUZ.....	7
1.3.- DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO.....	10
1.4.- RESUMEN.....	13
Capítulo II: Técnicas y algoritmos para el análisis de densidades espectrales.....	14
2.1.- INTRODUCCIÓN.....	14
2.2.- FOURIER ANTE LA EVALUACIÓN DE ESPECTROS.....	16
2.3.- SESGO-BIAS, CONSISTENCIA Y RESOLUCIÓN.....	18
2.4- PERIODOGRAMAS NO PARAMÉTRICOS.....	19
2.4.1.- PERIODOGRAMA NORMAL.....	19
2.4.2.- PERIODOGRAMA MODIFICADO.....	22
2.4.3.- EL PERIODOGRAMA DE BARTLETT.....	24
2.4.4.- PERIODOGRAMA DE WELCH.....	25
2.4.5.- BLACKMAN-TUKEY.....	28
2.5.- PERIODOGRAMA PARAMÉTRICOS.....	30
2.5.1.- EL MÉTODO DE YULE-WALKER.....	34
2.5.2.- EL MÉTODO DE BURG.....	35
2.6.- TÉCNICAS DE SELECCIÓN DE PARÁMETROS.....	35
2.7.- RESOLUCIÓN DE MÉTODOS.....	37
2.8.- RESUMEN.....	41
Capítulo III: Evaluación y caracterización de las señales heterodinas.....	43
3.1.- EL JET DE AIRE.....	43
3.2.- CARACTERIZACIÓN DE LAS SEÑALES.....	45

3.3.- EVALUACIÓN DE PERIODOGRAMAS NO PARAMÉTRICOS	48
3.4.- EVALUACIÓN DE PERIODOGRAMAS PARAMÉTRICOS.....	51
3.5.- HERRAMIENTAS AUXILIARES DE PROCESAMIENTO.....	53
3.6.- SOBREMUESTREO	56
3.7.- RESUMEN.....	58
Capítulo IV: Análisis de resultados y conclusiones.....	60
4.1.- INTRODUCCIÓN.....	60
4.2.- ANÁLISIS DE RESULTADOS	60
4.3.- RESULTADOS DE LOS PERIODOGRAMAS	62
4.4.- PERIODOGRAMAS NO PARAMÉTRICOS.....	63
4.5.- PERIODOGRAMAS PARAMÉTRICOS	64
4.6.- COMPARACIÓN DE PERIODOGRAMAS	65
4.7.- EL ESPECTROGRAMA COMO HERRAMIENTA AUXILIAR	68
4.8.- SELECCIÓN DEL MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN DE DENSIDADES ESPECTRALES.....	70
4.9.- COMPROBACIÓN DE RESULTADOS.....	75
CAPITULO V: CONCLUSIONES.....	81
BIBLIOGRAFÍA	84
APÉNDICE A: PROGRAMAS COMPUTACIONALES	87
APÉNDICE B. APLICACIÓN DEL PROGRAMA COMPUTACIONAL	101

Introducción

Nuestro mundo está sumergido en una diversidad de señales, su estudio y caracterización ha dependido directamente del uso de instrumentos (hardware) y de herramientas matemáticas de procesamiento (software). Es difícil discernir la importancia del hardware (para la detección de la señal) sobre la del software (para su análisis de señales); lo cierto es que en la actualidad, ambas herramientas están estrechamente ligadas. Sin embargo, el costo de instrumentos de precisión es muy alto; por lo que el procesamiento digital es una herramienta alternativa para el análisis de la señal que se desea estudiar. El uso de las técnicas de tratamiento de señal ha ayudado a detectar comportamientos de la señal al incrementar la resolución y la razón señal sobre ruido del instrumento. Esto se debe a que el hardware puede generar ruido que logra esconder la o las señales de interés.

La dispersión Rayleigh es un fenómeno producido por la difusión de la luz por las moléculas. Este fenómeno se estudia haciendo incidir sobre un chorro de aire un haz de luz (láser). La luz dispersada es enviada a un fotodiodo que produce una corriente. El espectro de esta corriente ha sido estudiado y analizado, hasta la actualidad, con métodos tradicionales. En algunos casos la señal es adquirida por una computadora y se obtiene su espectro utilizando la transformada de Fourier. En otros casos, se emplea un analizador de espectros.

En este trabajo se presentan herramientas de procesamiento como alternativas para el análisis de las señales antes mencionadas que permiten mejorar la resolución del espectro de la señal. Es decir, se pretende que con el uso de nuevas herramientas de procesamiento, sea posible detectar comportamientos en frecuencia con mayor detalle, que con el uso de los métodos tradicionales antes mencionados no es posible.

Por último, la literatura revisada hasta el momento no registra que las herramientas propuestas en el presente trabajo hayan sido utilizadas en este tipo de experimentos. En esto último reside la importancia de proponer alternativas de procesamiento que sienten un precedente en el uso de herramientas de tratamiento de señal.

En el capítulo I se describe la señal analizada en el presente trabajo, tanto en forma teórica como su origen experimental. La densidad espectral de estas señales han sido estudiadas empleando la transformada de Fourier directa; por tal motivo en el capítulo II se presentan algunas herramientas como alternativas de análisis espectral. Dichas herramientas son conocidas como periodogramas o estimadores. En este sentido, en el capítulo III se evalúan y caracterizan las herramientas propuestas empleando las señales descritas en el capítulo I. Los resultados obtenidos de las evaluaciones se presentan en el capítulo IV. Finalmente en el capítulo V se presentan las conclusiones finales.

Capítulo I: Descripción de la señal estudiada

Este trabajo fue motivado por la necesidad de analizar señales obtenidas de un experimento para estudiar fluctuaciones de densidad en un flujo rápido turbulento; en particular un chorro (jet) de aire supersónico. En este experimento se hace incidir un haz de luz monocromática sobre la zona de interés y después se estudia la luz dispersada por el movimiento de las moléculas. Para poder detectar la luz dispersada, es necesario emplear el método de heterodinaje.

1.1.- Heterodinaje

La técnica de heterodinaje es empleada para detectar señales de muy alta frecuencia y/o de muy baja intensidad. Básicamente esta técnica consiste en mezclar dos señales de diferente frecuencia mediante un dispositivo no lineal, tal como un tubo de vacío, un transistor o un diodo [1], [2]. Estos dispositivos responden directamente al cuadrado del campo eléctrico incidente. Si bien existen dispositivos que tienen como única función la de mezclar las señales (mezcladores), existen otros dispositivos que además de ser utilizados como detectores de radiación, proveen a la salida del detector una corriente correspondiente a la mezcla de las señales detectadas por el mismo. Tal es el caso del fotodiodo utilizado en la detección de las señales que se estudiarán en este trabajo, [3], [4], [6]. Este detector tiene una respuesta en corriente dada por

$$i = \frac{\eta e}{h \nu} |\mathbf{E}|^2 \quad (1.1)$$

donde η es la eficiencia del detector. Las demás variables corresponden a los parámetros asociados a un haz de luz: h la constante de Planck, ν la frecuencia del haz, e la carga del electrón y $|\mathbf{E}|$ la magnitud del campo eléctrico que incide sobre el detector .

Se debe entender de entender que la técnica de heterodinaje se refiere únicamente a la mezcla de dos señales, independientemente del tipo u origen de la señal, mientras se encuentre el o los dispositivos o medios que nos permitan mezclarlas. En particular, en señales electromagnéticas, esta técnica de heterodinaje es muy utilizada empleando un rayo antena también conocido como oscilador local o haz de referencia; el cual es mezclado con la señal que se desea estudiar o detectar.

1.2.- Dispersión Rayleigh y detección de la luz

Cuando una onda plana monocromática $\mathbf{E}_o(\mathbf{r}',t)$, incide sobre una molécula, la polariza y ésta emite radiación de la misma frecuencia en todas direcciones. Esta dispersión de luz, producida por partículas cuyo tamaño es inferior a la longitud de onda (λ) de la luz incidente, se conoce como dispersión Rayleigh. Puesto que la dispersión es elástica la magnitud del vector de onda de la luz dispersada (\mathbf{k}_d) es igual al de la luz incidente (\mathbf{k}_o), es decir, $|\mathbf{k}_d| = |\mathbf{k}_o|$, [3], [4].

Sea $\mathbf{E}_o(\mathbf{r}',t)$ el campo que incide sobre la región de dispersión en un volumen pequeño V y las moléculas del medio emiten un campo dispersado $\mathbf{E}_d(\mathbf{r},t)$. Considerando condiciones de campo lejano, figura 1.1, podemos escribir las siguientes ecuaciones para los campos incidente y dispersado, [3], [6], [7].

campo incidente

$$\mathbf{E}_o(\mathbf{r},t) = \text{Re}[\boldsymbol{\varepsilon}_o(\mathbf{r})e^{i\omega_0 t}] \quad (1.2)$$

con

$$\boldsymbol{\varepsilon}_o(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\varepsilon}_o \hat{\rho}_o(\mathbf{r})e^{-i(\mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r})} \quad (1.3)$$

donde ε_0 , \hat{n}_0 y \mathbf{k}_0 son la magnitud del campo incidente, vector unitario en la dirección de \mathbf{r} y el vector de onda respectivamente

El campo dispersado

$$\mathbf{E}_d(\mathbf{r}', t) = \text{Re} \left[\varepsilon_d(\mathbf{r}') e^{i\omega_0 t} \right] \quad (1.4)$$

donde ε_d y ω_0 son la magnitud del campo dispersado y la frecuencia angular del rayo incidente respectivamente con

$$\varepsilon_d(\mathbf{r}') = \left\{ \frac{k_0^2 \alpha \exp(-ik_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} [\mathbf{n} \times \varepsilon_0(\mathbf{r})] \times \mathbf{n} \right\} \quad (1.5)$$

donde α es un escalar que define la polarización de la luz, y \mathbf{n} es un vector unitario.

En la situación de dispersión Rayleigh, la longitud de onda incidente es mayor que el tamaño del dispersor. Si además es mayor que la distancia entre dispersores su distribución en el volumen V puede ser aproximada por una función de densidad $n(\mathbf{r}', t)$ continua.

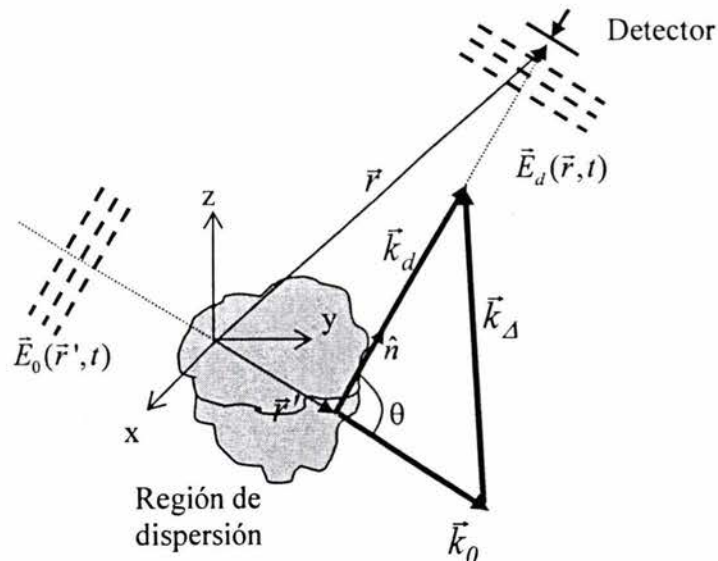


Figura 1.1: La región de dispersión

El detector que se encuentra a una distancia \mathbf{r} de la zona de dispersión difícilmente detecta el campo dispersado debido a su débil radiación; por lo que es necesario utilizar la técnica de heterodinaje, para lo cual se utiliza otro haz conocido como oscilador local. Este rayo de referencia, es un haz de radiación monocromática con una frecuencia angular ω_{OL} que incide sobre el detector con una componente de campo eléctrico dado por [6], [7].

$$\mathbf{E}_{OL}(\mathbf{r}', t) = \text{Re}[\mathcal{E}_{OL}(\mathbf{r}') \exp(i\omega_{OL}t)] \quad (1.6)$$

Ambas señales, la del oscilador local y la del campo dispersado, inciden simultáneamente sobre el detector; y al mezclarse estos resulta una señal de la forma

$$|\mathbf{E}_d + \mathbf{E}_{OL}|^2 = |\mathbf{E}_d|^2 + |\mathbf{E}_{OL}|^2 + 2\mathbf{E}_d \cdot \mathbf{E}_{OL} \quad (1.7)$$

El termino $(2\mathbf{E}_d \cdot \mathbf{E}_{OL})$ oscila a la frecuencia $|\omega_d + \omega_{OL}|$, donde ω_d y ω_{OL} corresponden a las frecuencias del campo dispersado y del haz del oscilador local respectivamente. El término de mezcla, llamado corriente heterodina, es el que interesa ya que contiene a la señal dispersada modulada por el oscilador local. El término $|\mathbf{E}_d|^2$ es demasiado pequeño y $|\mathbf{E}_{OL}|^2$ es conocido. La corriente heterodina producida en el detector por un solo dispersor a una posición \mathbf{r} , se puede escribir como [5], [6] y [7].

$$i_1(t) = \frac{e}{\hbar\omega_o} \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}} \text{Re} \left\{ e^{i\omega_s t} r_R \mathcal{E}_o(\mathbf{r}) \int_A dr' \eta(r') \mathcal{E}_{LO}^*(\mathbf{r}') \times \frac{e^{-ik_o|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right\} \quad (1.8)$$

Donde los términos que multiplican a la parte real $(\hbar, \mu_o, \epsilon_o)$, son asociados a las características del detector y ω_Δ corresponde a la diferencia en frecuencias entre el haz primario (incidente) y el oscilador local. Ahora bien, se puede

demostrar que la corriente heterodina total producida por muchas moléculas, esta dada por [6], [7].

$$i(t) = \frac{e}{\hbar\omega_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \lambda_0 \operatorname{Re} \left\{ i r_R \epsilon_0 \epsilon_1^* e^{i\omega_\Delta t} \int_A d\mathbf{r}^3 n(\mathbf{r}, t) u_o(\mathbf{r}) u_{OL}^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_\Delta \cdot \mathbf{r}} \right\} \quad (1.9)$$

Donde $\mathbf{k}_\Delta = k_0 \mathbf{n} - \mathbf{k}_o$, y u_o, u_{OL} son los perfiles transversales de los haces gaussianos y A es el área del detector. La expresión (1.9) es una especie de transformada de Fourier espacial en función del tiempo de las fluctuaciones de densidad dentro del volumen definido por las intersección de los dos haces gaussianos primario y oscilador local $n(\mathbf{k}_\Delta, t)$. Esta transformada de Fourier espacial instantánea mantiene información en el tiempo o equivalentemente la fase [6], [7].

1.3.- Descripción del Experimento

En la figura 1.2, se muestra en forma esquemática, el dispositivo empleado para la detección del campo dispersado y del oscilador local. Este último es generado empleando un modulador acústico óptico (MAO), que consiste en un cristal en el que se genera una onda acústica estacionaria de frecuencia $\omega_\Delta = 110 \text{ MHz}$. Esta onda actúa como rejilla de difracción frente a un haz de luz incidente con frecuencia ω_o produciendo varios ordenes de difracción. Cada orden de difracción posee un desplazamiento en frecuencia. El primer orden tiene frecuencia $\omega_o + \omega_\Delta$, el segundo $\omega_o + 2\omega_\Delta$ etc.

Se hace incidir un rayo láser en el MAO. El primer orden de difracción produce un haz que oscila a una alta frecuencia $\omega_o + \omega_\Delta$; y que será utilizada como oscilador local (OL).

El OL sale con un ángulo respecto al rayo incidente y, es desviado con un espejo plano para intersecarlo con el rayo primario. Ambos haces se intersecan en su punto de focalización donde los frentes de onda son planos. Por esta intersección, llamada volumen de dispersión, se hace pasar el flujo de interés que es un chorro de aire supersónico producido por aire comprimido que pasa a través de una tobera. Esta tobera está montada en un sistema de posicionamiento que nos permite variar la región y la dirección del jet en el volumen de dispersión.

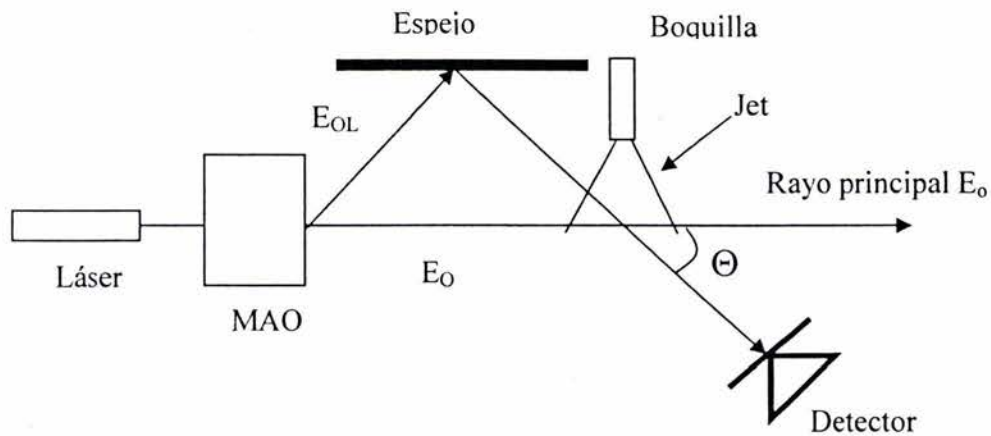


Figura 1.2.- Forma esquemática del montaje del experimento para la obtención de señales heterodinas

Posteriormente se coloca un detector en la dirección del oscilador local. Este detector recibe la luz del OL y la dispersada a un ángulo Θ , [6], [7]. El ángulo al que se coloca el detector determina el tamaño de las fluctuaciones de densidad que se pueden estudiar según la fórmula.

$$k_{\Delta} = 2k_0 \text{sen}\left(\frac{\Theta}{2}\right) \quad (1.10)$$

Donde k_{Δ} es el número de onda de las fluctuaciones de densidad estudiadas, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ donde λ_0 es la longitud de onda de la luz incidente y θ es el

ángulo de dispersión (figura 1.1). Como puede verse en la ecuación (1.9), la señal heterodina depende del vector \mathbf{k}_Δ y por lo tanto es también sensible a la dirección y al sentido de propagación de las fluctuaciones de densidad estudiadas.

Debido a la mezcla con el oscilador local, la señal que sale del detector oscila alrededor de 110 MHz, es muy difícil adquirir señales a esta frecuencia por lo que finalmente la señal se pasa por una serie de dispositivos electrónicos que permite desheterodinar regresando la señal a una frecuencia alrededor de 0 Hz. Esto permite adquirir la señal y tratarla en una computadora; los datos adquiridos se estudiarán en el dominio de las frecuencias a través de su densidad espectral. En este dominio es posible relacionar las frecuencias con el origen de las distintas fluctuaciones de densidad en el jet.

El proceso de desheterodinaje nos proporciona dos señales $x(t)$ y $y(t)$, que corresponden a las partes real e imaginaria respectivamente de la corriente. Esto quiere decir que la señal que se tratará en este trabajo es de la forma compleja $z(t) = x(t) + iy(t)$; por lo que para cada posición del detector se obtiene una señal, $z(t)$, correspondiente a fluctuaciones de densidad [6],[7], en la dirección y tamaño dados por el montaje.

En este trabajo se analizará la señal originada en el experimento con el fin de evaluar algunas herramientas de procesamiento. Estas herramientas consisten esencialmente en la evaluación de varias técnicas de análisis espectral, con la finalidad de elegir aquella que proporcione una considerable disminución en el ruido. Una vez determinadas las herramientas y técnicas que se emplearán para el análisis y procesamiento; se desarrollará un programa computacional que permita, en forma versátil, aplicar dichas técnicas para el análisis de las señales obtenidas en diferentes regiones del flujo.

1.4.- Resumen

En este primer capítulo se presentó y explicó el montaje experimental del que provienen las señales que se analizarán en este trabajo. También se discutió y justificó el uso de heterodinaje; que consiste en mezclar dos señales de diferente frecuencia. Este método es comúnmente empleado en señales electromagnéticas, y se utiliza cuando la señal que se desea estudiar es de poca intensidad. La señal heterodina obtenida en este trabajo consta de una señal de muy baja intensidad dispersada por las moléculas de gas (aire), y un segundo haz (OL) producido por un modulador acústico óptico. Ambas señales inciden sobre un detector que se encarga de mezclarlas.

La corriente generada a la salida del detector es desheterodinada (regreso a la referencia cero) mediante dispositivos electrónicos. A la salida de este último proceso se obtiene una serie de datos correspondientes a una señal compleja ($z(t) = x(t) + iy(t)$). A dichos datos se les aplicarán herramientas de procesamiento, con la finalidad de elegir el o los métodos que nos permitan descubrir, o medir, parámetros que mediante otros métodos son difícil de detectar.

Capítulo II: Técnicas y algoritmos para el análisis de densidades espectrales

En este capítulo se introducen estimadores espectrales como herramientas de procesamiento de señales. Las herramientas matemáticas que sustentan los métodos de estimación espectral llamados periodogramas, y sus consideraciones requeridas para precisar cuando una técnica empleada es fiable serán descritas. Entre los periodogramas que se presentan en este trabajo tenemos aquellos que calculan parámetros para estimar la densidad espectral de potencia conocidos como paramétricos, y los no paramétricos que evalúan la densidad espectral mediante promedios espectrales.

2.1.- Introducción

Hoy como siempre el hombre se ha comunicado a través de señales, ya sea en forma escrita o mediante el lenguaje. Por sí mismo, el lenguaje es una señal independiente del tipo de seres vivos que lo transmitan. En general el mundo está inmerso en señales. La naturaleza produce señales (el sonido de una cascada de agua); los seres vivos producen y procesan señales (un murciélago utiliza los mejores algoritmos de tratamiento de la señal, hoy conocidos, cuando persigue a las mariposas que constituyen su sustento). En fin, los seres humanos emitimos e interpretamos señales desde que habitamos este mundo: desde el proceso de producción e interpretación del habla y, en general, de muchos sonidos, hasta la captura y proceso de las señales luminosas con nuestro sentido de la vista y nuestro sistema nervioso e incluso con dispositivos electrónicos [9], [10].

Hoy en día la tecnología ha crecido en forma desbordante, el hombre se ha dedicado a la búsqueda de mecanismos mecánicos y electrónicos de procesamiento, almacenamiento y transmisión de una señal. En conclusión tenemos que tanto las señales como su tratamiento son de una gran diversidad,

dependiendo del contexto y aplicación. Los modelos matemáticos que sirven para describir señales son, asimismo, de naturaleza muy diversa.

Finalmente, al analizar o estudiar una señal compuesta de varias señales, en el dominio del tiempo, es difícil en muchos casos discernir o emitir un criterio sobre los parámetros involucrados debido a que son señales que pueden contener una gran cantidad de ruido. El ruido puede deberse tanto a los instrumentos de medición como al medio en el que se transmite la señal. Por tal motivo muchas de las señales son analizadas en el dominio de las frecuencias. Según las herramientas utilizadas en la transformación del espacio del tiempo al de las frecuencias se podrán discernir y esclarecer los parámetros y las frecuencias involucradas en la señal de interés.

Las señales heterodinas descritas en el capítulo I han sido estudiadas empleando la transformada de Fourier. En algunos casos se emplean instrumentos, tales como analizadores espectrales, para la obtención de la señal en el dominio de la frecuencia. El uso de las herramientas de procesamiento que se presentan en este trabajo no han sido empleadas en este tipo de experimentos [4], [7], [8], [17]. Como se verá más adelante, una alternativa para el análisis de señales heterodinas es el uso de periodogramas, con los cuales no sólo se ha mejorado en mucho la claridad de la presentación de los espectros sino además; resalta comportamientos en frecuencia que mediante la transformada de Fourier, incluso el analizador de espectros, no es posible detectar. Si bien no todos los periodogramas son útiles en el procesamiento de las señales heterodinas, en este trabajo se pretende, inicialmente, dar una alternativa de procesamiento para dichas señales y, finalmente evaluar dichos periodogramas con el fin de elegir el más adecuado para el procesamiento de las señales que aquí se estudian.

2.2.- Fourier ante la evaluación de espectros

Una de las herramientas más conocidas para realizar una transformación del dominio del tiempo al dominio de las frecuencias es la transformada de Fourier. La transformada de Fourier discreta (DFT), es la herramienta más empleada para transformaciones de señales del dominio del tiempo discreto, al dominio de la frecuencia. Esto se debe al hecho de que puede ejecutarse rápidamente y con un mínimo de cálculos computacionales. El uso de la DFT deja de ser “eficiente” cuando se analiza un número grande de datos; para lo cual se usa una clase especial de algoritmo conocido como transformada rápida de Fourier (FFT). La FFT ha tenido un papel cada vez más importante en casi todos los aspectos del procesamiento digital de señales, incluyendo el análisis espectral, el diseño de filtros digitales, además de muchas otras aplicaciones. [8], [9]. El algoritmo de la FFT se desarrolló con el objeto de eliminar la mayor parte de la redundancia. Una primera aproximación del cálculo de la DFT requiere la suma compleja de N multiplicaciones complejas para cada uno de las salidas. En total, N^2 multiplicaciones complejas y N^2 sumas complejas para realizar un DFT de N puntos. Lo que consigue el algoritmo FFT es simplificar enormemente el cálculo de la DFT introduciendo “atajos” matemáticos para reducir drásticamente el número de operaciones. Básicamente la FFT reduce los cálculos dividiendo las secuencias de datos de entrada en dos grupos, uno de índices par y el otro de índices impar. Con estas sub-secuencias se realiza la DFT de $N/2$ puntos y sus resultados se combinan para formar la DFT de N puntos. En resumen el cálculo de la FFT ilustra el enfoque de soluciones de problemas de “Divide y Vencerás” [10], [11], [12], [13].

El cálculo de la estimación de densidad espectral de potencia (PSD), o simplemente el espectro, está basado en el uso de la FFT, para señales determinísticas o estocásticas. Esta aproximación del cálculo del espectro mediante la FFT, es considerada computacionalmente eficiente, y produce resultados razonables para una clase muy general de señales. A pesar de las ventajas de las aproximaciones obtenidas, existen varias limitaciones en las

evaluaciones de la FFT. Una de sus limitaciones mas significativas es su resolución en frecuencia, es decir, la capacidad de distinguir la respuesta del espectro donde se involucran dos o mas frecuencias. Una segunda limitación se debe al ventaneo implícito de los datos que ocurre cuando se utiliza la FFT. Este ventaneo produce lóbulos laterales que oscurecen y distorsionan al espectro original. En efecto, una señal para la que su respuesta espectral es “poco intensa” puede ser ocultada por lóbulos laterales, [10], [11].

Muchos de los fenómenos que ocurren en la naturaleza se caracterizan mejor estadísticamente en términos de promedios; ya que en la mayoría de los casos son considerados como procesos aleatorios. Debido a las fluctuaciones en tales señales debemos adoptar un punto de vista estadístico, que trata con características promediadas. Es sabido que este tipo de señal no es posible caracterizarla mediante una relación matemática que describa su comportamiento, es decir, una ecuación que nos permita predecir el comportamiento de la señal en tiempos sucesivos.

El periodograma surge como una alternativa de análisis espectral, introducido en 1898 por Schuster [10], para detectar “periodicidades escondidas” en los datos; donde no era posible descubrirlos a través de la transformada de Fourier. Existe una gran variedad de periodogramas que se dividen en dos grupos: **no paramétricos**, en los cuales no se hacen hipótesis sobre cómo se generaron los datos y, los **paramétricos** que requieren del calculo de parámetros que se estiman a partir de los datos observados, [10], [11]. Ambos grupos tienen ventajas y desventajas que dependen directamente de la señal que se está estudiando. Es decir, para algunas señales el grupo de no paramétricos es mas eficiente y proporciona mejores resultados que los paramétricos y, viceversa. A continuación se describe brevemente algunos conceptos empleados para determinar la veracidad del espectro de una señal.

2.3.- Sesgo-Bias, consistencia y resolución

Supongamos que queremos estimar el valor de un parámetro θ , a partir de una secuencia de variables aleatorias. La estimación obtenida debería ser, en promedio, igual al valor real. La diferencia entre el valor esperado del estimador y el valor real, θ , se denomina sesgo o bias [14], [21],

$$B = \theta - E[\hat{\theta}_N] \quad (2.1)$$

Si el sesgo es cero, $B = 0$, entonces el valor esperado del estimador es igual al valor verdadero

$$E[\hat{\theta}_N] = \theta \quad (2.2)$$

y el estimador se denomina insesgado. Si, por el contrario, el sesgo no es cero, se dice que el estimador es sesgado.

Si un estimador es sesgado, pero este sesgo tiende a cero cuando el número de observaciones N tiende a infinito

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[\hat{\theta}_N] = \theta \quad (2.3)$$

se dice que es asintóticamente insesgado. En general, se desea que el estimador sea insesgado o asintóticamente insesgado. Para que el estimador converja a su verdadero valor, es necesario que la varianza del estimador tienda a cero cuando N tienda a infinito,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{var}[\hat{\theta}_N] = \lim_{N \rightarrow \infty} E\left[\left[\hat{\theta}_N - E[\hat{\theta}_N]\right]^2\right] = 0 \quad (2.4)$$

En este caso el estimador es consistente si converge al valor verdadero del parámetro.

Lo anterior son conceptos para la valoración de la veracidad de un espectro estimado. Estos conceptos nos permitirán definir y decidir, al menos en el grupo no paramétrico, el método o los métodos que tengan un mejor estimador del espectro real; evaluando algunos de los conceptos anteriores.

2.4- Periodogramas no paramétricos

Como se dijo anteriormente, los métodos pertenecientes al grupo de los no paramétricos no hacen hipótesis de cómo se generaron los datos, es decir, si se generaron de un sistema lineal o no lineal, ya que, en general, el cálculo de espectros mediante periodogramas no paramétricos está basado en promedios espectrales. Este tipo de periodogramas está ligado estrechamente con la FFT y el uso de ventanas (Hanning, Hamming, etc.) como veremos a continuación [10], [11].

2.4.1.- Periodograma Normal

La densidad espectral de potencia de un proceso aleatorio estacionario en el sentido amplio es la transformada de Fourier discreta de la secuencia de autocorrelación [8], [10]

$$S_x(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_x(k) e^{-j\omega k} \quad (2.5)$$

De esta forma la estimación espectral puede considerarse como un problema de estimación de la autocorrelación. Para la autocorrelación de un proceso ergódico con una cantidad ilimitada de datos, la secuencia de autocorrelación puede ser obtenida mediante el promedio temporal [10]

$$\hat{r}_x(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n)x^*(n-k) \quad (2.6)$$

Siendo n el número de muestra correspondiente al tiempo t_n . Por otro lado, si la señal $x(n)$ es conocida únicamente para $n=0,1,\dots,N-1$, entonces la secuencia de autocorrelación se ha de estimar mediante la suma

$$\hat{r}_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x^*(n-k) \quad (2.7)$$

Con el fin de asegurar que los valores de $n-k$ no queden fuera del intervalo $[0,N-1]$ escribimos la ecuación anterior de la forma

$$\hat{r}_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=k}^{N-1} x(n)x^*(n-k); \quad k = 0,1,\dots,N-1 \quad (2.8)$$

Para valores negativo de k , se aplica la propiedad de simetría conjugada

$$\hat{r}_x(-k) = \hat{r}_x^*(k) \quad (2.9)$$

y para valores fuera del intervalo $[-N+1, N-1]$, se iguala a cero:

$$\hat{r}_x(-k) = 0; \quad |k| \geq N \quad (2.10)$$

Aplicando la transformada de Fourier a la secuencia de autocorrelación calculada, obtenemos el estimador de la densidad espectral de potencia denominado Periodograma

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \sum_{k=-N+1}^{\infty} \hat{r}_x(k) e^{-j\omega k} \quad (2.11)$$

Los fenómenos que se estudian son reales por lo que para un señal de duración finita de N puntos es equivalente a multiplicar un señal ideal dada por $x(n)$ por una ventana rectangular, w_r . Supongamos que $x_N(n)$ es una secuencia de longitud N, definida como.

$$x_N(n) = x(n) w_r(n) = \begin{cases} x(n) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.12)$$

Y en términos de $x_N(n)$, considerando la ecuación 2.12 podemos expresar la secuencia de autocorrelación estimada como

$$\hat{r}_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_N(n) x_N^*(n-k) \quad (2.13)$$

Tomando la transformada de Fourier y aplicando el teorema de la convolución, el periodograma adquiere la forma

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} X_N(e^{j\omega}) X_N^*(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} |X_N(e^{j\omega})|^2 \quad (2.14)$$

donde $X_N(e^{j\omega})$ es la transformada de Fourier en el tiempo discreto de la secuencia $x_N(n)$

$$X_N(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_N(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \quad (2.15)$$

Notemos que la ecuación (2.14) del periodograma está dividida por el número de muestras de la señal. A dicha ecuación se le considera un estimador

de la densidad espectral de potencia de una señal y, su acercamiento al valor real del espectro estará en función del valor de la varianza. Es decir, el sesgo es un parámetro de medición que indica que tanto se aproxima el espectro estimado al verdadero conforme su varianza tienda a cero, la cual dependerá del número de puntos de la señal. Para concluir se presenta en resumen algunas propiedades del periodograma, como son el sesgo o bias, la resolución y la varianza:

Sesgo o bias

$$E[\hat{S}_{per}(e^{j\omega})] = \frac{1}{2\pi} S_x(e^{j\omega}) W_B(e^{j\omega}) \quad (2.16)$$

Resolución

$$\text{Res}[\hat{S}_{per}(e^{j\omega})] = 0.89 \frac{2\pi}{N} \quad (2.17)$$

Varianza

$$\text{Var}[\hat{S}_{per}(e^{j\omega})] \approx S_x^2(e^{j\omega}) \quad (2.18)$$

2.4.2.- Periodograma Modificado

El periodograma modificado tiene por objetivo solucionar el problema de encubrimiento producido por la gran amplitud de los lóbulos laterales de la ventana rectangular (usada por el periodograma normal). Para ello propone emplear ventanas generales $w(n)$ (Hanning, Hamming, Blackman, etc). El periodograma modificado se expresa según la ecuación, [10], [11].

$$\hat{S}_M(e^{j\omega}) = \frac{1}{NU} \left| \sum_{n=-\infty}^{N-1} x(n)w(n)e^{-jn\omega} \right|^2 \quad (2.19)$$

Donde N es la longitud de la ventana, y

$$U = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \right|^2 \quad (2.20)$$

es una constante definida de forma que el periodograma modificado resulte asintóticamente no sesgado. Si se utiliza una ventana rectangular, $U = 1$, y el periodograma modificado se reduce al periodograma (2.14). De esto se deduce que el periodograma modificado es simplemente el periodograma de una secuencia de datos seleccionados por una ventana. Por lo tanto, la varianza del periodograma modificado es aproximadamente igual a la del periodograma. En la Tabla I se presentan las características de las ventanas utilizadas para un periodograma modificado.

Ventana	Nivel del lóbulo lateral (dB)	Resolución 3 dB
Rectangular	-13	$0.89 \left(\frac{2\pi}{N} \right)$
Bartlett	-27	$1.28 \left(\frac{2\pi}{N} \right)$
Hanning	-32	$1.44 \left(\frac{2\pi}{N} \right)$
Hamming	-43	$1.30 \left(\frac{2\pi}{N} \right)$
Blackman	-58	$1.68 \left(\frac{2\pi}{N} \right)$

Tabla I.- Muestra el la relación de los lóbulos laterales con la resolución para el periodograma modificado

Podemos observar una reducción en la amplitud del lóbulo lateral al aplicar una ventana diferente a la rectangular. Además la resolución aumenta puesto que la separación mínima entre componentes espectrales se incrementa. Las características de este periodograma son las siguientes.

Sesgo o bias

$$E[\hat{S}_M(e^{j\omega})] = \frac{1}{2\pi NU} S_x(e^{j\omega}) |W(e^{j\omega})|^2 \quad (2.21)$$

Resolución: Dependerá de la ventana utilizada (Ver tabla I)

Varianza

$$Var[\hat{S}_M(e^{j\omega})] \approx S_x^2(e^{j\omega}) \quad (2.22)$$

2.4.3.- El periodograma de Bartlett

El método de Bartlett es un estimador consistente de la densidad espectral de potencia que realiza un promedio de periodogramas [10]. La mejora respecto al periodograma no modificado reside en la reducción de la varianza; la cual se logra mediante la segmentación de los datos de tamaño N , de tal manera que $N = KL$, donde K es el número de segmentos de tamaño L :

$$\begin{aligned} x_i(n) &= x(n+iL) \quad n = 0, 1, \dots, L-1 \\ i &= 0, 1, \dots, K-1 \end{aligned} \quad (2.23)$$

de donde se obtiene el periodograma de Bartlett

$$\hat{S}_B(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{K-1} \left| \sum_{n=0}^{L-1} x(n+iL) e^{-jn\omega} \right|^2 \quad (2.24)$$

Las características de este periodograma son las siguientes

Sesgo o bias

$$E[\hat{S}_B(e^{j\omega})] = \frac{1}{2\pi} S_x(e^{j\omega}) W_B(e^{j\omega}) \quad (2.25)$$

Resolución

$$\text{Res}[\hat{S}_B(e^{j\omega})] = 0.89 \frac{2\pi}{L} = 0.89 K \frac{2\pi}{N} \quad (2.26)$$

que es K veces mayor que en el periodograma, ecuación (2.17).

Varianza

$$\text{Var}[\hat{S}_B(e^{j\omega})] \approx \frac{1}{K} \text{Var}[\hat{S}_{per}^i(e^{j\omega})] \approx \frac{1}{K} \hat{S}_x^2(e^{j\omega}) \quad (2.27)$$

Si K y L tienden a infinito cuando N tiende a infinito, el estimador de Bartlett será un estimador consistente de la densidad espectral de potencia. Para un valor fijo de N , el método de Bartlett ofrece un compromiso entre resolución y varianza a través de los valores de K y L . Es decir, podremos reducir la varianza a costa de una pérdida de resolución espectral, y viceversa.

2.4.4.- Periodograma de Welch

Welch propuso dos modificaciones al método de Bartlett. En primer lugar, permitió el traslape de segmentos de datos. Esto incrementa el número y/o la longitud de las secuencias que van a ser promediadas, logrando de esta forma una reducción en la varianza, siempre con un compromiso en la resolución del método de estimación espectral. La segunda propuesta consiste en ventanear

cada secuencia $x_i(n)$ con una ventana general $w(n)$, antes de calcular el periodograma. De esta manera se obtiene un periodograma modificado por cada secuencia a la que se le aplicó una ventana [10], [11].

$$\hat{S}_M^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{LU} \left| \sum_{n=0}^{L-1} x_i(n) w(n) e^{-jn\omega} \right|^2 \quad (2.28)$$

El estimador de Welch es el promedio de los periodogramas modificados:

$$\hat{S}_W(e^{j\omega}) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} \hat{S}_M^{(i)}(e^{j\omega}) \quad (2.29)$$

De lo anterior se tiene su expresión general

$$\hat{S}_W(e^{j\omega}) = \frac{1}{KLU} \sum_{i=0}^{K-1} \left| \sum_{n=0}^{L-1} x(n+iD) w(n) e^{-jn\omega} \right|^2 \quad (2.30)$$

donde U

$$U = \frac{1}{L} \left| \sum_{n=0}^{L-1} w(n) \right|^2 \quad (2.31)$$

Resumiendo, es posible incrementar el número de secuencias a promediar para una cantidad fija de datos, incrementando los traslapes, pero esto implica una mayor carga computacional, así como un aumento en la correlación de las secuencias $x_i(n)$, por lo que las ventajas de usar este método disminuyen al incrementar K para un valor dado de N . Traslapes típicos son del 50% y 75 % para obtener las ventajas de usar el periodograma de Welch; cuyas características se resumen a continuación

Sesgo o bias

$$E[\hat{S}_w(e^{j\omega})] = E[\hat{S}_M(e^{j\omega})] = \frac{1}{2\pi LU} S_x(e^{j\omega}) |W(e^{j\omega})|^2 \quad (2.32)$$

Resolución: *Depende de la ventana utilizada* (Figura 2.1)

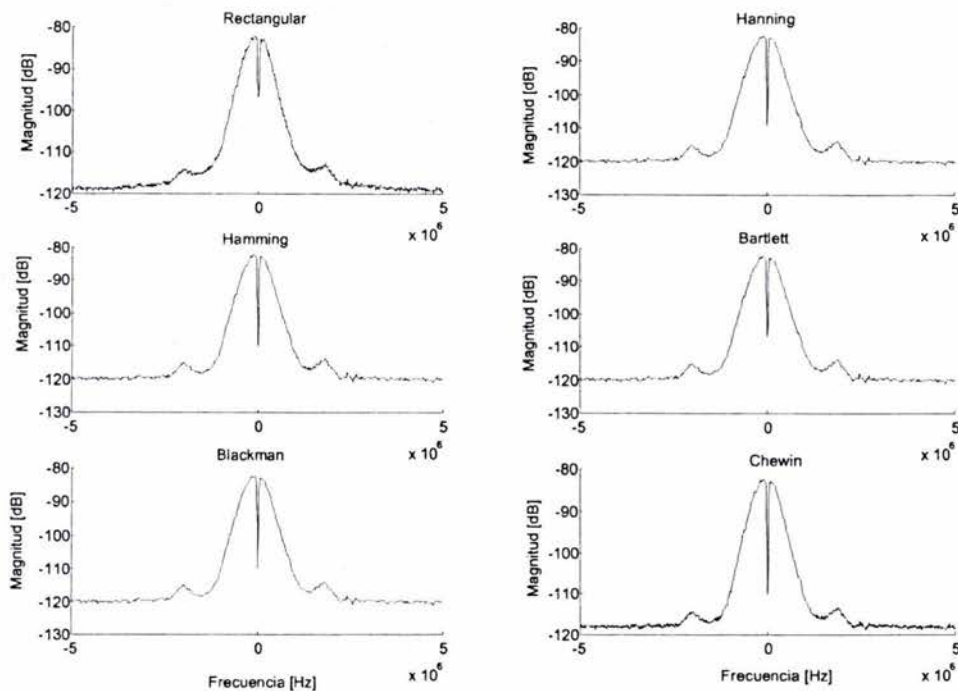


Figura 2.1.- Densidad espectral de potencia evaluado con distintas ventanas con 512 muestras cada una, con un traslape del 50% tomando 1024 muestras para una misma señal

En particular para una ventana de Bartlett de longitud L y un traslape del 50% se tiene una resolución dada como $1.28(2\pi/L)$

Varianza (con un 50% de traslape y empleando una ventana de Bartlett)

$$Var[\hat{S}_w(e^{j\omega})] \approx \frac{9}{8K} \hat{S}_x^2(e^{j\omega}) \quad (2.33)$$

2.4.5.- Blackman-Tukey

Blackman y Tukey propusieron y analizaron un método en que primero se ventanea la secuencia de autocorrelación y después se calcula su transformada de Fourier para producir una estimación del espectro. La razón para aplicar una ventana a la secuencia de autocorrelación, $r_x(k)$, es que, para retardos grandes las estimaciones son menos fiables por que se usan menos puntos en la estimación $(N-k)$. Para valores de k cercanos a N , la varianza de estas estimaciones es muy grande, por lo que deberían tener un menor peso en la formación del estimador de la densidad espectral de potencia. El estimador de Blackman-Tukey es:

$$\hat{S}_{BT}(e^{j\omega}) = \sum_{k=-M}^M \hat{r}_x(k) w(k) e^{-jk\omega} \quad (2.34)$$

Donde $w(k)$ es la ventana aplicada para reducir la contribución del periodograma de las estimaciones menos fiables. Se extiende desde $-M$ hasta M , con $M < N-1$. de esta manera, las estimaciones de $r_x(k)$ con mayor varianza son iguales a cero y, por tanto, la estimación espectral de potencia tendrá una varianza menor. Entre las propiedades que presenta este método tenemos.

Sesgo o bias

$$E[\hat{S}_{BT}(e^{j\omega})] \approx \frac{1}{2\pi} S_x(e^{j\omega}) W(e^{j\omega}) \quad (2.35)$$

Resolución: Depende de la ventana utilizada (Figura 2.2)

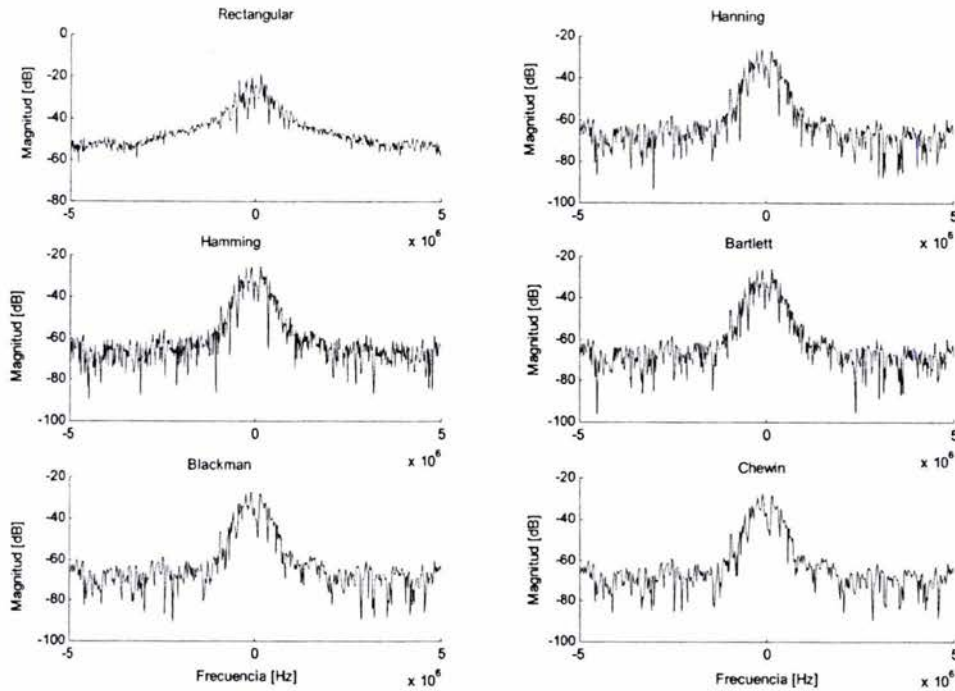


Figura 2.2.-.- Densidad espectral de potencia evaluado con distintas ventanas con 512 muestras cada una, tomando 1024 muestras para una misma señal

En particular para una ventana de Bartlett de longitud M se tiene una resolución dada como $0.64\left(\frac{2\pi}{M}\right)$

Varianza

$$\text{Var}\left[\hat{S}_{BT}(e^{j\omega})\right] \approx \hat{S}_x^2(e^{j\omega}) \frac{1}{N} \sum_{k=-M}^M w^2(k) \quad (2.36)$$

Observemos un compromiso entre bias y varianza. Si queremos un sesgo pequeño, deberíamos elegir un valor de M grande, para minimizar la anchura del lóbulo principal de $W(e^{j\omega})$ y obtener una resolución aceptable. Pero la varianza sería elevada, según nos demuestra la ecuación (2.36), ya que M determina el

numero de términos utilizados en la sumatoria. Generalmente, se recomienda un valor máximo de $M=N/5$.

2.5.- Periodograma Paramétricos

Los métodos correspondientes a este campo hacen extrapolaciones de los valores de autocorrelación para retardos $m \geq N$, mientras que los no paramétricos los considera cómo ceros, la extrapolación es posible si tenemos información a priori sobre como se generaron los datos. En tal caso se puede construir un modelo para la generación de la señal con un número de parámetros que se pueden estimar a partir de los datos observados. Podemos calcular la densidad espectral de potencia derivada del modelo y de los parámetros estimados. Los métodos paramétricos se basan en modelar la secuencia de datos $x(n)$ como la salida de un sistema lineal caracterizado por una función de transferencia de la forma [10], [11].

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} \quad (2.37)$$

correspondiente a la ecuación en diferencias

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k w(n-k) \quad (2.38)$$

Donde b_k y a_k son los coeficientes de la ecuación (2.38) y, z esta definida como $z = e^{j\omega}$ [11], [12]. En los métodos basados en modelos, el procedimiento de estimación espectral tiene dos pasos. Dada la secuencia $x(n)$, $0 \leq n \leq N-1$, estimamos los parámetros $\{a_k\}$ y $\{b_k\}$ del modelo. Después, a partir de estas

estimaciones, calculamos el estimador de la densidad espectral de potencia [11], [12].

El proceso aleatorio $x(n)$ generado por el modelo de polos y ceros de (2.37) o (2.38) se denomina proceso autoregresivo de medias móviles (ARMA) de orden (p, q) y se denota normalmente como ARMA(p, q). Si $q=0$ y $b_0=1$, el modelo del sistema resultante tiene una función de transferencia $H(z) = 1/A(z)$ y su salida $x(n)$ se denomina proceso autoregresivo (AR) de orden p . Esto se denota como AR(p). El tercer modelo posible se obtiene haciendo $A(z)=1$, de tal forma que $H(z)=B(z)$. Su salida $x(n)$ se denomina proceso de medias móviles (MA) de orden q y se denota MA(q).

De estos tres modelos lineales, el modelo AR es el mas empleado. Por dos razones. Primero, el modelo AR es adecuado para representar espectros con picos estrechos (resonancias). El segundo, el modelo AR produce ecuaciones lineales muy simples para los parámetros AR. Por otro lado, el modelo MA, como regla general, requiere muchos más coeficientes para representar un espectro estrecho. Como consecuencia raramente es usado por sí solo como un modelo para estimación espectral. Combinando polos y ceros, el modelo ARMA proporciona una representación más eficiente del espectro de un proceso aleatorio desde el punto de vista del número de parámetros del modelo.

Para un proceso ARMA(p, q) se tiene [10]

$$r_x(m) = \begin{cases} -\sum_{k=1}^p a_k r_x(m-k) & m > q \\ -\sum_{k=1}^p a_k r_x(m-k) + \sigma_w^2 \sum_{k=0}^{q-m} h(k) b_{k+m} & 0 \leq m \leq q \\ r_x^*(-m) & m < 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

haciendo $q=0$, y $b_0=1$; en (2.39) se obtiene el modelo AR(p) representado por las siguientes ecuaciones no lineales

$$r_x(m) = \begin{cases} -\sum_{k=1}^p a_k r_x(m-k) & m > 0 \\ -\sum_{k=1}^p a_k r_x(m-k) + \sigma_w^2 & m = 0 \\ r_x^*(-m) & m < 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

En este caso, los parámetros AR $\{a_k\}$ de la solución de las ecuaciones normales o de Yule-Walker están representadas en una matriz [10], [11], [12]

$$\begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(-1) & \cdots & r_x(-p+1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \cdots & r_x(-p+2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_x(p-1) & r_x(p-2) & \cdots & r_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_x(1) \\ r_x(2) \\ \vdots \\ r_x(p) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

la varianza σ_w^2 se puede obtener de la siguiente ecuación

$$\sigma_w^2 = r_x(0) + \sum_{k=1}^p a_k r_x(-k) \quad (2.42)$$

las ecuaciones (2.41) y (2.42) normalmente se usan combinadas en una única ecuación matricial de la forma

$$\begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(-1) & \cdots & r_x(-p) \\ r_x(1) & r_x(0) & \cdots & r_x(-p+1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_x(p) & r_x(p-1) & \cdots & r_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_w^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

la matriz representada en (2.43) es de Toeplitz la cual se resuelve empleando el algoritmo de Levinson-Durbin [10], [11], [13].

Para obtener el modelo MA(q), se consideran los coeficientes $\{a_k\}=0$ de (2.39) con lo que se obtiene.

$$r_x(m) = \begin{cases} \sigma_w^2 \sum_{k=0}^{q-m} b_k b_{k+m} & 0 \leq m \leq q \\ 0 & m > q \\ r_x^*(-m) & m < 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

Las relaciones (2.39), (2.43) y (2.44) son los modelos empleados para el desarrollo de métodos de periodogramas paramétricos. Como se podrá observar se definen de esta manera porque el uso de las ecuaciones antes mencionadas, requieren del cálculo de los coeficientes de las ecuaciones involucradas. La teoría empleada para el desarrollo de los métodos que usan los modelos ARMA, AR o MA es extensa. Además, existe una gran variedad de estos métodos, a saber: Yule-Walker (AR y ARMA), Burg, Mínimos Cuadrados, Promedios Móviles, Pisarenko, Pronys, Pronys (extendido), Capon, Varianza y Varianza Modificada, entre otros [10], [11], [12], [13], [14], [15]. El uso de estos modelos es día con día motivo de investigación para encontrar métodos que mejoren la estima espectral de una señal. Por razones que se explicarán mas adelante, sólo se expondrán en forma esbozada los métodos de Yule-Walker y el de Burg.

2.5.1.- El método de Yule-Walker

En este método simplemente estimamos la autocorrelación de los datos y usamos los estimadores en (2.41) para encontrar los parámetros del modelo AR. En este método se emplea la forma sesgada de la estimación de autocorrelación, dada por

$$r_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} x^*(n)x(n-m) \quad m \geq 0 \quad (2.45)$$

El algoritmo de Levinson-Durbin produce los parámetros AR. El estimador correspondiente a la densidad espectral de potencia se representa en la ecuación (2.46); donde $\hat{a}_p(k)$ son estimaciones de los parámetros AR obtenidas de las recursiones de Levinson-Durbin [10].

$$\hat{S}_{YW}(e^{j\omega}) = \frac{\sigma_{wp}^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p \hat{a}_p(k)e^{-jk\omega} \right|^2} \quad (2.46)$$

donde

$$\sigma_{wp}^2 = E_p^f = r_x(0) \prod_{k=1}^p [1 - |\hat{a}_k(k)|^2] \quad (2.47)$$

se conoce como el valor cuadrático medio mínimo para el predictor de orden p. En este sentido, se conocen dos tipos de predictores: predictores hacia delante (f) y hacia atrás (b), forward y backward respectivamente, [11], [12], [14]. La minimización de estos predictores nos lleva al método empleado por Burg.

2.5.2.- El método de Burg

El método de Burg para estimar los parámetros AR se puede ver como un método de celosía (el término de celosía es empleado para indicar retroalimentación en etapas sucesivas lo que produce un enrejado) con minimización cuadrática recursiva, basada en la minimización de los errores hacia delante y hacia atrás en los predictores lineales, con la restricción de que los parámetros AR satisfacen la recursión de Levinson-Durbin. El algoritmo de Burg calcula los coeficientes de reflexión en la estructura en celosía y el algoritmo de Levinson-Durbin se usa para obtener los parámetros del modelo AR. A partir de las estimación de los parámetros AR formamos la estimación de la potencia espectral de Burg.

$$\hat{S}_{BU}(e^{j\omega}) = \frac{\hat{E}_p}{\left|1 + \sum_{k=1}^p \hat{a}_p(k) e^{-jk\omega}\right|^2} \quad (2.48)$$

Donde $\hat{E}_p \equiv \hat{E}_p^f + \hat{E}_p^b$, es el error total de mínimos cuadrados [10], [14]. La ecuación (2.49) representa la resolución de un estimador espectral AR. [11]

$$\frac{1.03}{p[\eta(p+1)]^{0.31}} \quad (2.49)$$

p : número de parámetros $\eta = \frac{A}{\sigma_{wp}^2}$ es la SNR, con A la amplitud máxima del espectro y σ_{wp}^2 la varianza estimada del error de predicción lineal.

2.6.- Técnicas de selección de parámetros

Los modelos, ARMA, AR y MA, empleados por el grupo de los métodos paramétricos para desarrollar algoritmos que nos permitan estimar la densidad

espectral de una señal, son variados, pero todos ellos dependen del cálculo de estimación de parámetros. Uno de los aspectos más importantes del uso del modelo AR es la selección del orden p . Como regla general, si seleccionamos un modelo con un orden demasiado bajo, es decir, pocos parámetros, obtenemos un espectro demasiado suavizado con pocos lóbulos. Este término es empleado para caracterizar zonas en formas de ondas que sobresalen en un espectro de frecuencia. Por otro lado, si se selecciona una p demasiado alta, muchos parámetros, corremos el riesgo de introducir picos falsos de bajo nivel en el espectro. Una indicación de calidad del modelo AR es el valor cuadrático medio del error residual, que en general es diferente para cada uno de los estimadores. La característica de este error residual es que decrece a medida que el orden del modelo AR se incrementa. Este problema ha sido motivo de investigación por varios investigadores que han propuesto criterios de selección de parámetros. Dos de los criterios más conocidos para seleccionar el orden del modelo han sido propuestos por Akaike [10]; denominado criterio de error final de predicción (*FPE*: Final prediction Error). El orden se selecciona para minimizar el índice de calidad

$$FPE(p) = \hat{\sigma}_{wp}^2 \left(\frac{N+p+1}{N-p-1} \right) \quad (2.50)$$

donde σ_{wp}^2 es la varianza estimada del error de predicción lineal. Este índice de calidad está basado en la minimización del error cuadrático medio para un predictor de una muestra [10].

El segundo criterio propuesto por Akaike, denominado criterio de información de Akaike (*AIC* Akaike Information Criterion); está basado en seleccionar el orden que minimiza la siguiente relación.

$$AIC(p) = \ln \hat{\sigma}_{wp}^2 + 2p/N \quad (2.51)$$

Nótese que el término σ_{wp}^2 decrece y, por tanto $\ln \sigma_{wp}^2$ también decrece a medida que el orden del modelo AR se incrementa [10], [14]. Sin embargo, $2p/N$ se incrementa con el incremento de p . Por lo tanto, se obtiene un valor mínimo para alguna p .

Un criterio de información alternativo, propuesto por Rissanen [10], está basado en seleccionar el orden que minimiza la longitud de descripción (*MDL*: Minimum Description Length), donde *MDL* se define como

$$MDL(p) = N \ln \hat{\sigma}_{wp}^2 + p \ln N \quad (2.52)$$

Un cuarto criterio ha sido propuesto por Parzen. Este se denomina criterio de la transferencia autorregresiva (*CAT*: Criterion Autorregressive Transfer) y se define como

$$CAT(p) = \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^p \frac{1}{\bar{\sigma}_{wk}^2} \right) - \frac{1}{\hat{\sigma}_{wp}^2} \quad (2.53)$$

donde

$$\bar{\sigma}_{wk}^2 = \frac{N}{N-k} \hat{\sigma}_{wk}^2 \quad (2.54)$$

El orden p se selecciona para minimizar $CAT(p)$.

2.7.- Resolución de métodos

La resolución es un factor que permite observar con claridad el comportamiento de una señal temporal o frecuencial. En el dominio de las frecuencias la resolución es un factor importante; porque en este dominio es posible que se oculten picos frecuenciales debido a la poca resolución del método

empelado. En este sentido se calcula el espectro de una señal simulada de la forma $y(t) = \text{sen}(\omega_1 t) + \text{sen}(\omega_2 t) + 20\text{sen}(\omega_3 t)$. La Figura 2.3 representa los espectros calculados por distintos métodos, por el momento irrelevante el método empleado, de la señal. Las frecuencias involucradas en la señal son: 50Hz, 120Hz y 560Hz.

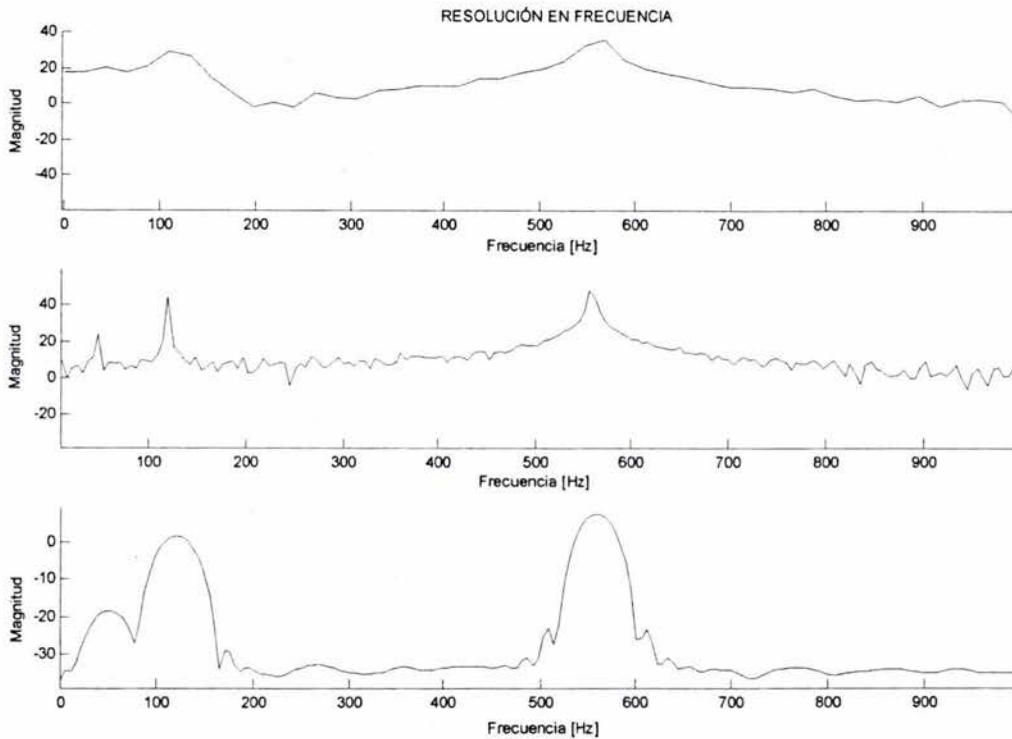


Figura 2.3.- Comparación de resoluciones para una misma señal pero con distintas muestras.

Se puede observar que la gráfica superior no define con claridad la frecuencia de 50Hz y ligeramente es posible apreciar las frecuencias mayores. En la gráfica intermedia es posible observar los tres picos involucrados en la señal, aunque ligeramente se observa el pico de menor frecuencia. En la gráfica inferior, es posible observar los tres picos involucrados. Se concluye que la gráfica inferior tiene mejor resolución porque resalta con mucha claridad las frecuencias asociadas a la señal simulada.

Con el fin de evaluar la resolución de los periodogramas paramétricos y no paramétricos descritos anteriormente; la tabla II muestra el cálculo de resolución de la densidad espectral, para una misma señal, de los métodos descritos.

Método	Ventana	Resolución	Condiciones iniciales	Cálculo
Periodograma normal	Rectangular	$0.89 \frac{2\pi}{N}$	$N = 1024$	$R_{es} = 564.92 \times 10^{-6}$
Periodograma Modificado	Bartlett	$1.28 \frac{2\pi}{N}$	$N = 1024$	$R_{es} = 7853.98 \times 10^{-6}$
Bartlett	Bartlett	$0.89 \frac{2\pi}{k}$ k : Número de muestras de la ventana	$k = 512$	$R_{es} = 10921.93 \times 10^{-6}$
Welch	Bartlett	$1.89 \frac{2\pi}{k}$ k : Número de muestras de la ventana	$k = 512$ con traslape del 50%	$R_{es} = 23191.23 \times 10^{-6}$
Blackman-Tukey	Bartlett	$0.64 \frac{2\pi}{k}$ k : Número de muestras de la ventana.	$k = 512$	$R_{es} = 7853.98 \times 10^{-6}$
Burg	Ninguna	$\frac{1.03}{p[\eta(p+1)]^{0.31}}$ p : número de parámetros $\eta = \frac{A}{\sigma_{wp}^2}$ es la SNR, con A la amplitud máxima del espectro y σ_{wp}^2 la varianza estimada del error de predicción lineal.	$p = 15$ $A = 20$ dB	$\sigma_{wp}^2 = 0.3454$ $\eta = 57.90$ $R_{es} = 87336.27 \times 10^{-6}$

Tabla II.- Cálculos de resolución de los periodogramas

De acuerdo con la tabla II, el periodograma de Burg es el de mayor resolución mientras que el periodograma normal es el de menor resolución. Los periodogramas de Bartlett y Welch son los que tienen mejor resolución entre los periodogramas no paramétricos.

La Figura 2.4 representa la densidad espectral, de una misma señal, tomando en cuenta los parámetros de la tabla II. El periodograma, el periodograma de Welch y Bartlett, presenta un comportamiento similar en frecuencia; mientras que el periodograma modificado y el de Blackman no presentan un comportamiento claro. Por último el periodograma de Burg exhibe dos lóbulos, señalados con las flechas, que difícilmente pueden observarse en las demás métodos. Posiblemente uno de los lóbulos se exhibe en el espectro calculado por el método de Welch y el cual se señal con una flecha.

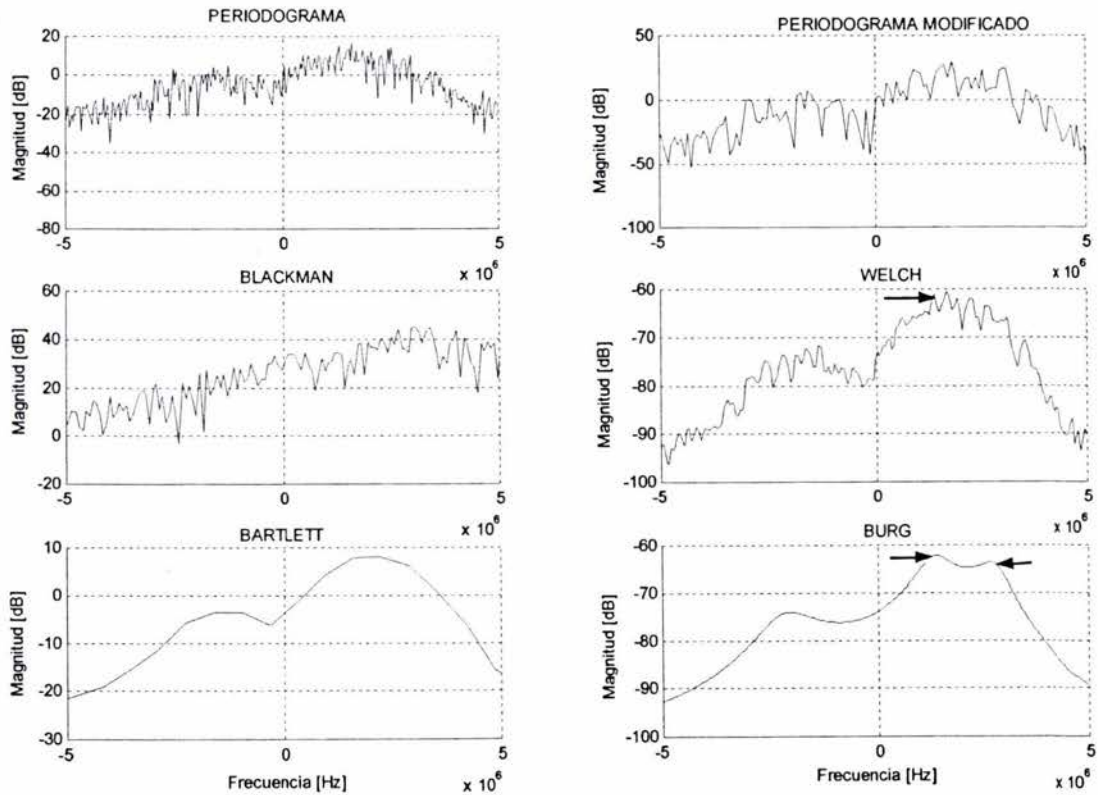


Figura 2.4.- Densidades espectrales, de una misma señal, calculadas con distintos métodos

Los lóbulos que se observan en el espectro calculado por el método de Burg, han sido estudiados [20], [21], por lo que mas adelante serán explicados y definidos. Por el momento podemos concluir que el método de Burg tiene una alta resolución espectral como se calculó en la tabla II y así lo muestra la gráfica de la Figura 2.4.

2.8.- Resumen

Como resumen, tenemos que el grupo de los no paramétricos que emplean los métodos de periodogramas para la estimación espectral de potencia, son relativamente simples, de fácil comprensión y evaluación, y usan algoritmos de la FFT. Sin embargo, estos métodos necesitan de la disponibilidad de largos registros de datos para obtener la resolución en frecuencia requerida en muchas aplicaciones. Además estos métodos sufren los efectos de derrame, pérdida de información espectral debido a las ventanas aplicadas, que son inherentes a los registros de datos de longitud finita. A menudo, el derrame espectral enmascara señales débiles que están presentes en los datos. Los métodos paramétricos eliminan la necesidad de ventanas por lo que evitan el problema de derrame y proporcionan mejor resolución en frecuencia. Estos últimos se basan en modelo de polos y ceros conocido como proceso autoregresivo de medias móviles (ARMA). Entre estos modelos encontramos el modelo AR y el MA. El primero es el más empleado para representar espectros con picos estrechos (resonancias). Los métodos paramétricos se basan en modelar la secuencia de datos $x(n)$ como una salida de un sistema lineal. Entre otras diferencias de estos grupos tenemos que, los no paramétricos son caracterizados como eficientes mediante el cálculo de su varianza, es decir, un periodograma no paramétrico es considerado como óptimo si su varianza se aproxima a cero. De esta manera cuando se tienen un registro de datos muy grande, el empleo de algunos métodos no paramétricos son más convenientes que los paramétricos. En cambio, la indicación de calidad del modelo AR es el valor cuadrático medio del error residual, por lo que su aplicación es eficiente con un registro pequeño de datos. Por último, el método de Burg es el

periodograma que presenta una alta resolución ante casi todos los métodos expuestos en el presente trabajo. Es importante mencionar que esta conclusión esta basada sobre las señales estudiadas en el presente trabajo; por lo que es probable que otros métodos, por ejemplo Welch y Bartlett, puedan resultar con mejor resolución para una determinada señal.

Capítulo III: Evaluación y caracterización de las señales heterodinas

La señal que se tratará en este capítulo es producida por la interacción de un chorro de aire con un haz de luz láser (capítulo 1). El análisis espectral de este tipo de señales había sido mediante la aplicación directa de la transformada de Fourier o, en algunos casos mediante instrumentos que permiten evaluar el espectro [6], [7], [14], [15]. En este capítulo se analizarán estas señales empleando algunos métodos de periodogramas y espectrogramas. Dichas herramientas no han sido empleadas en este tipo de señales, por lo que el presentarlas en este trabajo tiene como finalidad proponer algunas técnicas nuevas de procesamiento que sean de utilidad para la caracterización y análisis de las señales de nuestro interés. Las herramientas que se emplearán en el análisis de señales heterodinas, serán conjuntadas en un programa de computación que nos permitirá, de forma eficiente, evaluar y caracterizar las señales.

3.1.- El jet de aire

Al flujo de aire saliente de una boquilla circular de diámetro D , a una velocidad V , hacia el aire estacionario, exterior de la boquilla, se le conoce como jet o chorro y; dependiendo de la relación entre la velocidad V del aire y la velocidad del sonido V_s en el medio, el jet es considerado subsónico si $V < V_s$ ó supersónico si $V > V_s$. Como veremos mas adelante, las velocidades V_s y V pueden ser evaluadas mediante el análisis de las gráficas espectrales.

Al mezclarse el aire que sale con el medio estacionario se forman vórtices toroidales como los que hace un fumador, en una zona anular conocida como capa de mezcla. La capa de mezcla crece hasta cierta distancia de la salida del jet llena toda la zona cónica creando un medio turbulento, [16], [17], (Figura 3.1). Cabe mencionar que la creación de los vórtices no es estacionaria, es decir, no se forman siempre a la misma distancia de la salida.

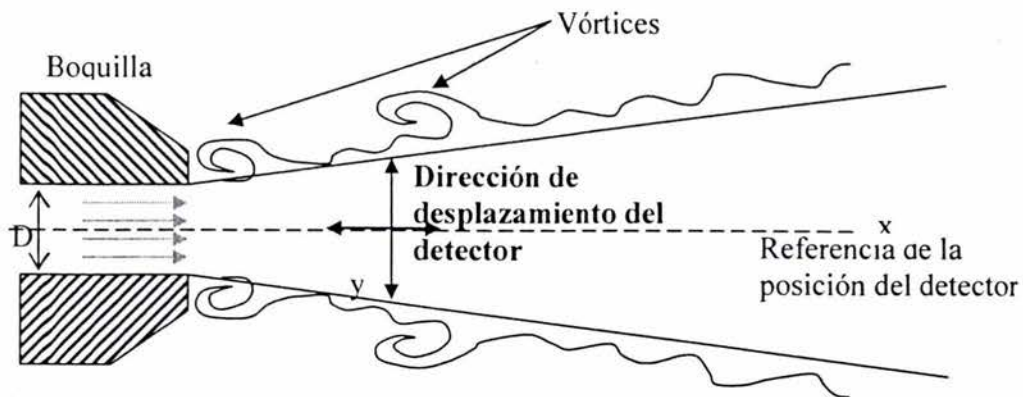


Figura 3.1.- Representación esquemática del flujo de un jet

En el capítulo 1 se expuso el origen de las señales tratadas en este capítulo. Recordemos que la señal heterodina, que sale del foto detector, es finalmente desheterodinada (separación de las señales) mediante dispositivos electrónicos. A la salida de estos dispositivos nos proporciona dos señales $x(t)$ y $y(t)$, que son capturadas mediante un osciloscopio. Estas señales corresponden a las partes real e imaginaria respectivamente de la señal de difusión, esto quiere decir que las señales son de la forma $z(t) = x(t) + iy(t)$.

Si bien se tiene un gran número de señales obtenidas de la forma antes mencionada, en este trabajo sólo se aplicarán herramientas de procesamiento a algunas de ellas. La señal obtenida depende de la posición y orientación del detector con respecto al jet. En principio el detector se va desplazando en forma vertical y horizontal y girando a lo largo y ancho del jet.

3.2.- Caracterización de las señales

Inicialmente caracterizaremos algunas señales, que fueron obtenidas tomando en cuenta la posición y ángulo dentro o fuera del jet: La Figura 3.2, muestran la magnitud en el tiempo $z(t)*z'(t)$ de algunas de las señales obtenidas en un laboratorio de Francia (LPTP de l'Ecole Polytechnique). Podemos notar la similitud entre las señales, no obstante la diferencia entre sus magnitudes, como podemos notar en las graficas inferior izquierda y derecha, M37 y M40 respectivamente, donde la magnitud de M37 es 10 veces mayor a la de M40. Es claro que antes de cualquier hipótesis que podamos inferir de estas señales en el tiempo debemos caracterizar dichas señales, es decir, se aplicarán algunos conceptos que nos permitan caracterizar el comportamiento de la señales en el tiempo.

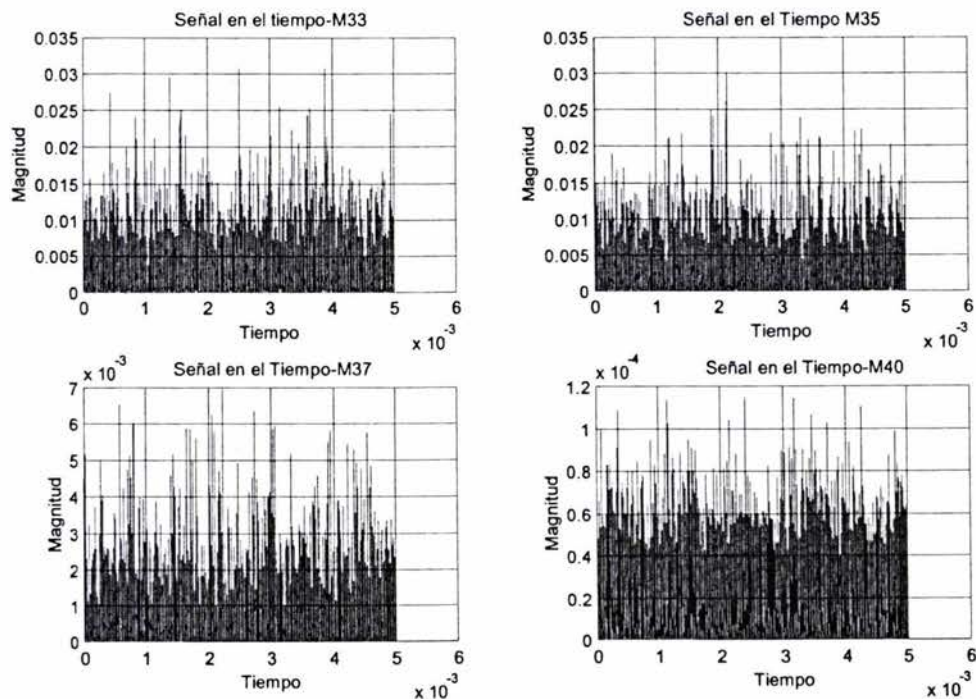


Figura 3.2.- Señales heterodinas en el tiempo

Los conceptos de media y autocorrelación son utilizados comúnmente con el fin de obtener información sobre el comportamiento temporal de los datos experimentales. La media nos proporciona el valor promedio entre una serie de valores oscilantes en un determinado intervalo de tiempo. Mientras que la autocorrelación de una señal nos da información de la semejanza que tiene la señal original comparada con ella misma retardada en el tiempo. En una señal aleatoria estos conceptos, la media y la autocorrelación, son condicionantes de estacionaridad, para lo cual es necesario que la media permanezca constante en intervalos diferentes, y la autocorrelación sea invariante a cambios de origen, es decir,

$$\begin{aligned} m_x(t) &= cte \\ r_x(t_2 - t_1) &= r(\tau) \end{aligned} \tag{3.1}$$

La media y la autocorrelación, son conceptos que permitirán definir si la señal es o no estacionaria [10], [11], [12]. Conocer la estacionalidad del experimento nos permite aplicar herramientas de procesamiento a un reducido número de muestras y garantizar que los resultados obtenidos son los mismos que para las series completas. Es decir, el comportamiento en frecuencia obtenido con 512 datos no cambia si se obtiene con 50,000 datos; este hecho garantiza el que nuestra señal tenga un comportamiento estacionario. En este sentido se evaluarán la media y la función de autocorrelación en segmentos de 1024 puntos cada uno, es decir, se realizarán particiones de la señal en el tiempo, de 1024 puntos cada partición, lo que originará, aproximadamente, 48 segmentos a los que se les evaluarán la media y la función de autocorrelación. Cabe mencionar que también se harán segmentos menores y mayores a 1024 muestras con el fin de detectar el mínimo de muestras que podrían garantizar la estacionalidad de la señal. La figura 3.3 representa las medias para distintas segmentaciones. En ellas podemos observar que la señal no tiene una media constante; siendo mas significativo para segmentos de 128 puntos. A segmentos de 1024 puntos evaluaremos la función de autocorrelación cuyos resultados se muestra en la Figura 3.4.

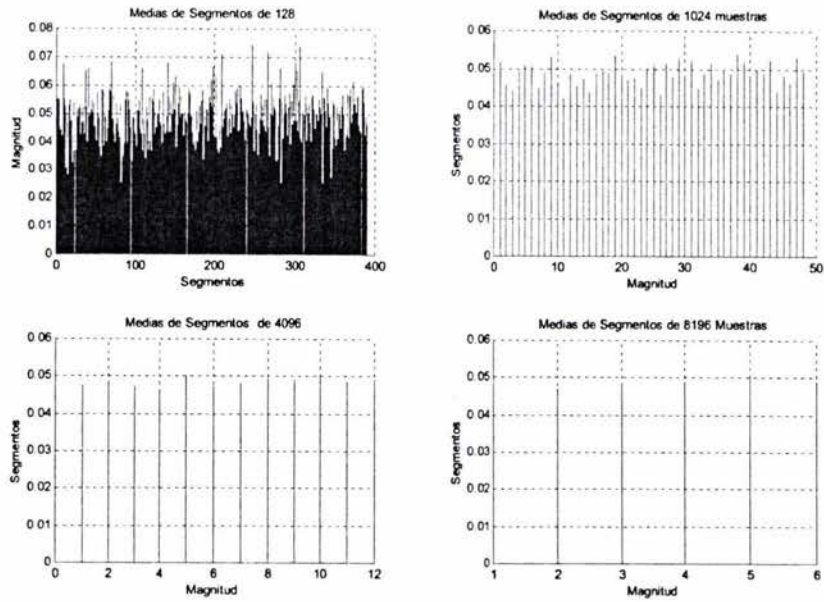


Figura 3.3.- Medias para segmentos de 128, 1024, 4096 y 8192 muestras

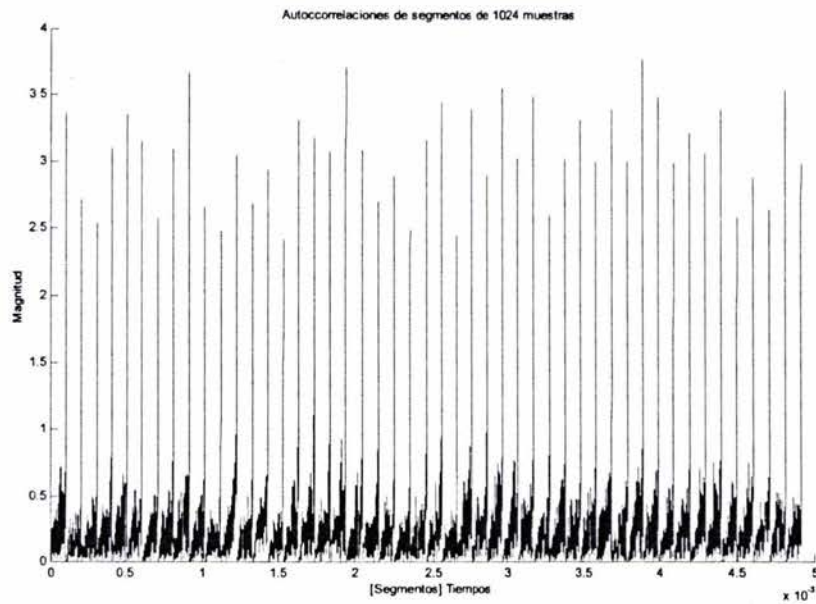


Figura 3.4.- Autocorrelación de segmentos de 1024 muestras

También se evaluaron las funciones de autocorrelación a los segmentos de menor y mayor número de datos, obteniendo los mismos resultados que se presentan en la Figura 3.4. Es decir se observaba que las funciones de

autocorrelación y las medias son distintas para cada segmento, concluyendo de esta manera que la señal no es estacionaria. Este análisis se efectuó en cada una de las señales presentadas en la Figura 3.2 obteniendo resultados semejantes, es decir, la media y la autocorrelación eran diferentes para cada segmento considerado. De estos resultados podemos hacer una primera conjetura; dado que las señales no son estacionarias, no es posible aplicar herramientas de procesamiento a un segmento de muestras que nos garantice que los resultados aplicados, a dicho segmento, sean los mismos que los obtenidos cuando se procesa la señal completa. Tener un segmento representativo de la señal completa tiene como único objetivo la de reducir el número de datos a procesar, lo que implica una reducción en los cálculos computacionales. No lograr dicho objetivo no obstaculiza la aplicación de herramientas que se presentarán en este trabajo, sólo implica que se deberá analizar la señal compuesta de 50000 puntos.

Comenzaremos nuestro análisis comparando los espectros obtenidos aplicando la transformada de Fourier rápida con los periodogramas no paramétricos, mencionados en el capítulo 2. Dicha comparación será basada en la resolución de la señal, es decir, se tomará en cuenta el ruido involucrado al presentarse la gráfica del espectro de la señal.

3.3.- Evaluación de Periodogramas no Paramétricos

En las siguientes gráficas, presentadas en la Figuras 3.5 y 3.6, se presentan los espectros de potencia aplicando, inicialmente la transformada de Fourier y, periodogramas no paramétricos, recordemos que este tipo de métodos está basado en promedios, considerando el número muestras -ecuación (2.14)-, considerando la longitud de la ventana empleada y el tipo de ventana -ecuación (2.19)-, considerando el número de segmentos empleadas -ecuación 2.24-, traslapando los segmentos y evaluando el espectro de cada segmento -ecuación (2.30)- y finalmente empleando la función de autocorrelación y uso de ventanas -ecuación (2.34)-, este último periodograma no realiza promedios ya que solo

calcula la transformada de Fourier de la función de autocorrelacion con la ventana empleada. En la Tabla 3.1, se presenta los parámetros empleados para la evaluación de los periodogramas.

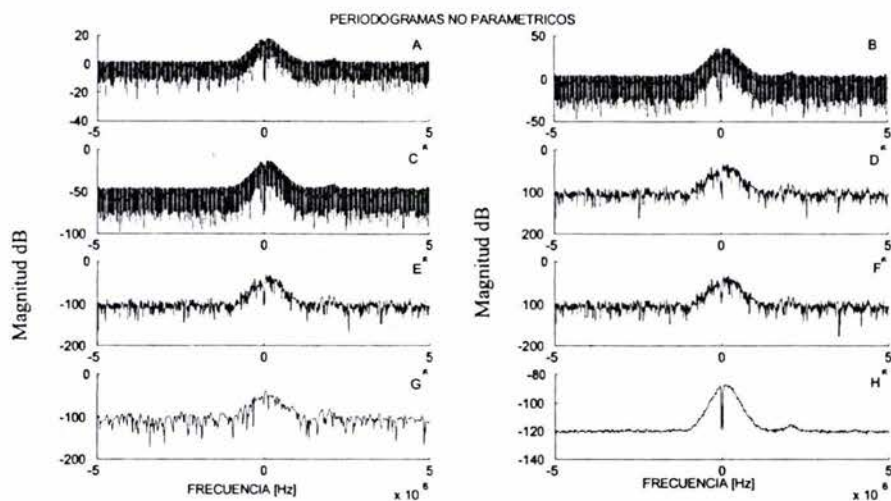


Figura 3.5.- Densidad espectral de potencia, obtenidos mediante la evaluación de periodogramas no paramétricos –C a H. Las gráficas A y B representan la transformada de Fourier y la transformada de Fourier de la función de autocorrelación

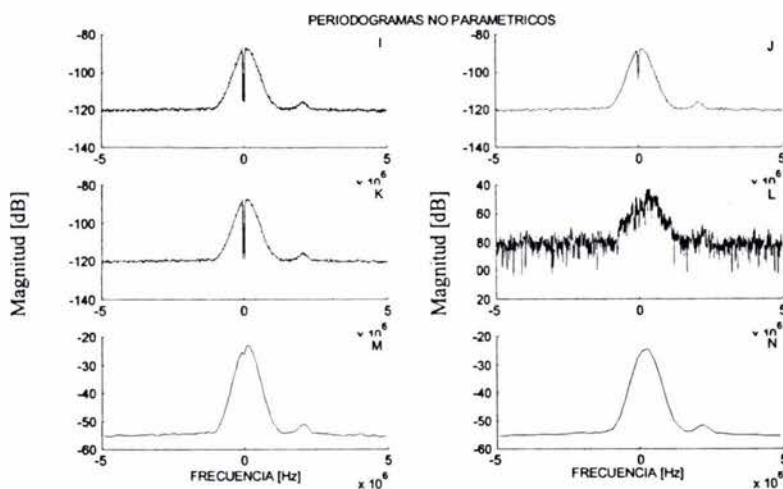


Figura 3.6.- Densidad espectral de potencia, obtenidos mediante la evaluación de periodogramas no paramétricos.

Periodogramas no paramétricos

Método	Figura	Número Total de Muestras	Ventana/Número de muestras	Traslape %
Transformada de Fourier	A	50,000	NINGUNA	NINGUNO
FFT función de autocorrelación	B	50,000	NINGUNA	NINGUNO
Periodograma Normal	C	50,000	NINGUNA	NINGUNO
Periodograma Modificado	D	50,000	Hanning/1024	NINGUNO
	E	50,000	Hamming/1024	NINGUNO
	F	50,000	Bartlett/1024	NINGUNO
	G	50,000	Chebwin/1024	NINGUNO
Welch	H	50,000	Hanning/1024	0
	I	50,000	Bartlett/1024	50
	J	50,000	Chebwin/1024	75
	K	50,000	Hanning/1024	75
Blackman-Turkey	L	50,000	Hanning/1024	NINGUNO
Bartlett	M	50,000	Bartlett/512	NINGUNO
	N	50,000	Bartlett/1024	NINGUNO

Tabla 3.1.- Parámetros empleados en las graficas presentadas en las figuras 3.5 y 3.6

Con el fin de diferenciar los lóbulos producidos por técnicas de procesamiento empleadas, por los lóbulos obtenidos en la experimentación del fenómeno, llamaremos a estos últimos: picos frecuenciales mientras que aquellos producidos por las técnicas los llamaremos sencillamente lóbulos.

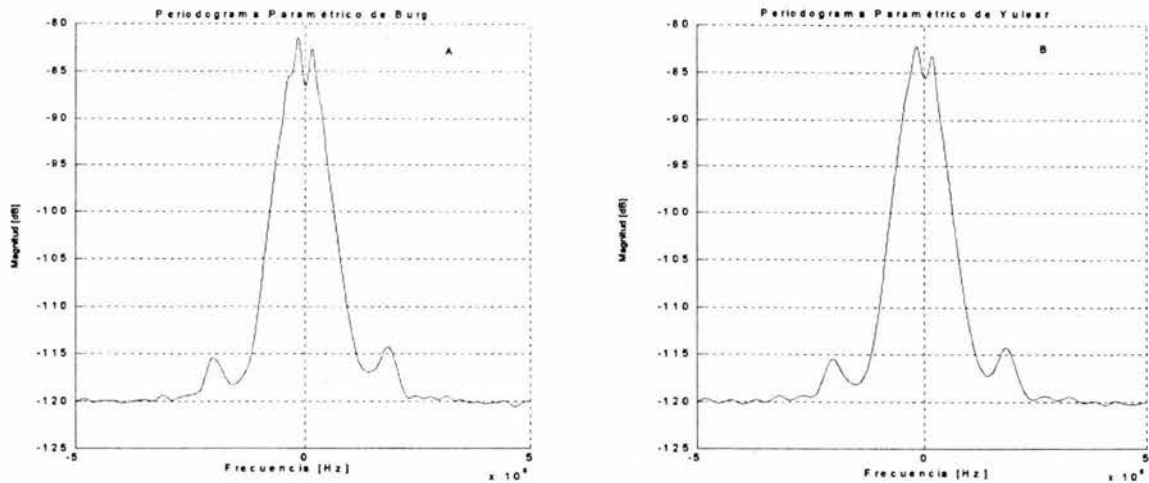
En todos los espectros, incluyendo los obtenidos mediante la transformada de Fourier aparece un pico frecuencial lateral localizado a una frecuencia aproximada de 2MHz. En algunas de estas gráficas el lóbulo es inconfundible, ya

que se puede apreciar claramente, gráficas 3.5 H, 3.6 I, J, K M y N. Este lóbulo corresponde a un fenómeno acústico [6], [7] y [16], dado que el cociente de la frecuencia entre el número de onda, ω/k , nos da como resultado un valor aproximado a la velocidad del sonido, cálculo que haremos mas adelante. El comportamiento frecuencial de dichos espectros es el esperado, según refieren algunas publicaciones en revistas y tesis doctorales [6], [7], [14], [15] y [17].

3.4.- Evaluación de Periodogramas Paramétricos

Los periodogramas paramétricos, como se mencionó en el capítulo 2, son métodos que suponen que la señal proviene de un sistema lineal. Su algoritmo está basado en el cálculo de parámetros, mediante un sistema de ecuaciones denominadas AR, MA, y ARMA [10], [11] y [12]. Existen varios métodos que utilizan este sistema de ecuaciones [12]. Sin embargo en este trabajo presentamos solo dos de ellos; debido a que durante una evaluación preliminar de al menos cuatro métodos paramétricos; se encontró mucha semejanza, incluso el tiempo empelado en la evaluación del espectro no es notable. Se eligieron entonces los métodos de Burg, Yule-Walker. La densidad espectral de potencia, obtenidos mediante los métodos paramétricos de Burg y Yule-Walke, se muestran en la Figura 3.7. En esta figura se puede apreciar una gran similitud entre los espectros. Después de evaluar la densidad espectral de una gran variedad de señales empelando los métodos paramétricos antes mencionados; es que se puede concluir que dichos métodos mejoraron por mucho a los periodogramas paramétricos; disminuyendo el ruido y proporcionando un espectro muy suavizado comparado con los periodogramas no paramétricos.

El uso de los periodogramas paramétricos dependen del número de coeficientes que se evalúan. En la figura 3.7 se presenta la densidad espectral de potencia evaluada con métodos paramétricos, para los cuales se calcularon 10 coeficientes, en dichas gráficas se puede observar con mayor claridad los picos frecuenciales central y lateral.



3.7.- Periodogramas Paramétricos, A) Burg, B) Yule-Wakel,

La figura 3.8 muestra algunas gráficas empleando únicamente el periodograma de Burg. La diferencia entre las gráficas, consiste esencialmente en el número de coeficientes evaluados. La gráfica A se evaluó con 5 coeficientes, B con 15 coeficientes, C con 10 coeficientes y D con 5 coeficientes. En dicha figura puede notarse que “independientemente” del número de parámetros evaluados, la zona acústica (señalado con la flecha) se manifiesta en todas las gráficas; aunque en la gráfica A la zona acústica no se distingue con claridad, es decir, el pico acústico se atenúa tanto que se confunde con un lóbulo producido por el procesamiento.

Otra consecuencias de evaluar demasiados o insuficientes coeficientes, se manifiesta mediante la aparición de lóbulos laterales. Estos lóbulos podrán discernirse de los picos frecuenciales mediante el uso de espectrogramas que serán utilizados más adelante en este capítulo. Por otro lado, en las gráficas 3.8A y 3.8B, es posible distinguir la zona acústica con mayor claridad que en los espectros obtenidos mediante el uso de periodogramas con métodos no paramétricos, Figuras 3.5 y 3.6.

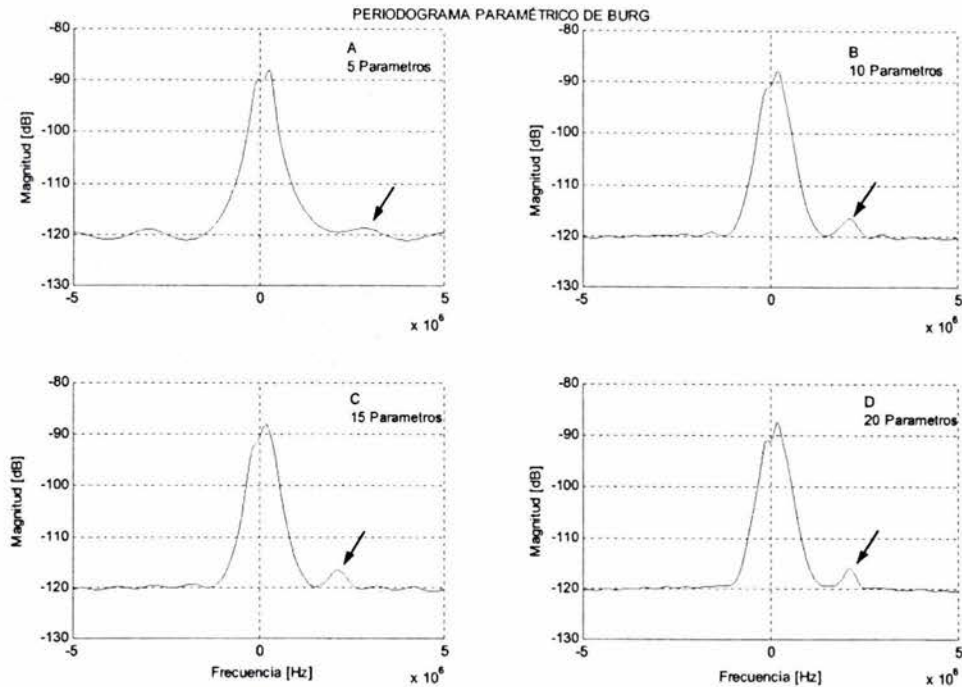


Figura 3.8.- Densidad espectral de potencia, obtenidos mediante la evaluación del periodograma paramétrico de Burg.

Se ha hecho énfasis en el método de Burg (Figura 3.8) con la finalidad de mostrar los efectos que tienen los coeficientes sobre las gráficas espectrales. En este sentido se evaluaron otras señales, de la misma índole, y se observó la existencia de picos frecuenciales laterales. Con los espectrogramas es posible lograr diferenciar los picos frecuenciales de los lóbulos, como veremos mas adelante.

3.5.- Herramientas auxiliares de procesamiento

Escribir sobre todas las herramientas de procesamiento es complicado, ya que el extenso campo, desarrollado durante décadas, ha invadido una infinidad de campos en la ciencia. Las herramientas comúnmente empleadas son los filtros y la transformada de Fourier. El tema de filtros es un campo muy extenso por sí solo; que requiere de un libro completo para su análisis y comprensión debido a su gran variedad. Sin embargo el propósito de este trabajo no es evaluar ni mostrar los

tipos de filtros; nuestro interés consiste únicamente en utilizar algunos filtros y, de ser necesario, evaluarlos cuando nos permitan obtener información oculta que hasta el momento no haya sido desenmascarada en nuestra señal.

Los filtros pueden ser empleados para atenuar el ruido de la señal que se está analizando. Partiendo de que nuestra señal de interés, el lóbulo denominado acústico, tiene un comportamiento alrededor de 2MHz, aplicaremos filtros con frecuencia de corte alrededor de 3MHz. Dichos filtros se aplicarán a la señal en el tiempo; después se evaluará la densidad espectral de potencias de la señal filtrada empleando el método de Burg, que es un periodograma paramétrico. En la Figura 3.9 se muestran las densidades espectrales de potencia obtenidas después de filtrar la señal a una frecuencia de corte de 3MHz.

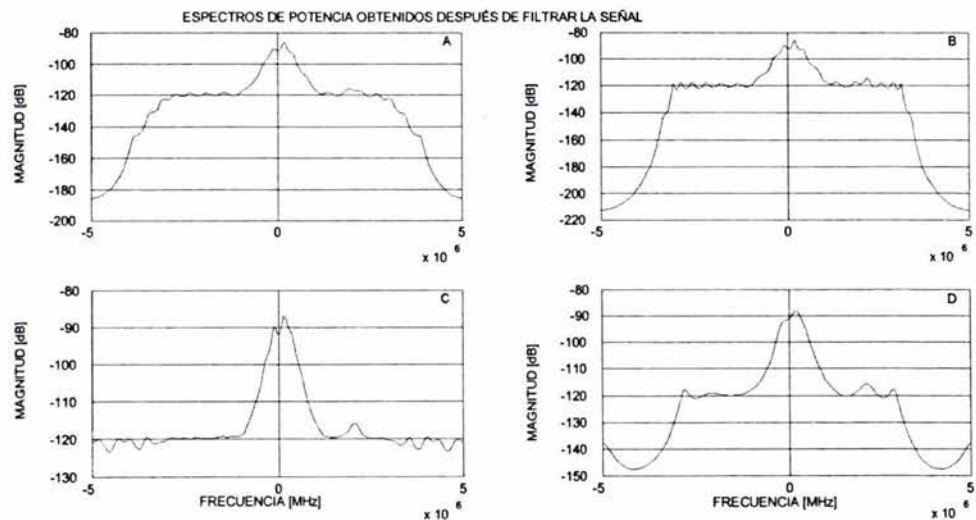


Figura 3.9.- Densidad Espectral de potencia, método de Burg, evaluados en la señal filtrada con una frecuencia de corte de 3MHz. (A) Filtro Butterworth, (B) Filtro Chebyshev 1, (C) Filtro Chebyshev 2, (D) Filtro Elíptico

En general, la evaluación de filtros esta basada en el cálculo de coeficientes, entre otros parámetros [18]. Todos ellos generan lóbulos laterales y la diferencia entre ellos reside en la atenuación de estos lóbulos e incluso del pico frecuencial central. Como se puede observar de la Figura 3.9, el uso de filtros para

atenuar el ruido en el dominio frecuencial, no generaron resultados significativos que mejoraran los espectros, de una señal que no ha sido filtrada, obtenidos mediante el uso de periodogramas. Se concluye, en este caso particular, que el uso de filtros no es relevante para la caracterización de la señal en cuestión; debido a que aparecieron, en casi todos los casos, más lóbulos laterales que los obtenidos de la señal sin filtrar.

El uso de periodogramas paramétricos, que mejor diferencian el comportamiento en frecuencia de la señal, Burg y Yule Waker, tiene como consecuencia la aparición de lóbulos laterales. En este sentido una herramienta sumamente útil para analizar estos lóbulos es el espectrograma que nos permite evaluar las zonas frecuenciales que tienen energía distinguiendo, de esta forma, los lóbulos producidos por el procesamiento de los picos frecuenciales que se generaron por el fenómeno estudiado.

La Figura 3.10 muestra la densidad espectral de potencia de una señal heterodina, y la Figura 3.11 muestra el espectrograma de dicha señal

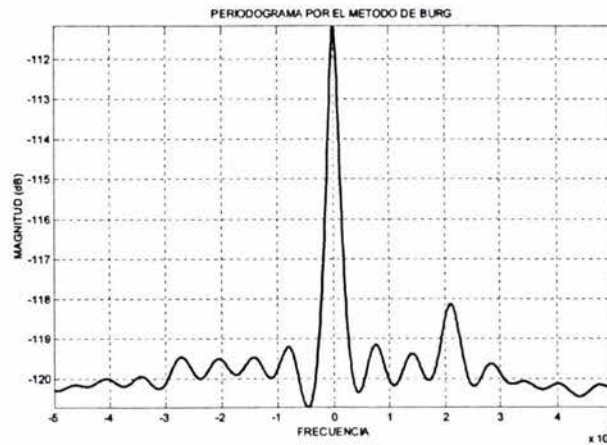


Figura 3.10.- Espectro de la una señal heterodina, empleando el periodograma paramétrico de Burg, evaluando 15 coeficientes

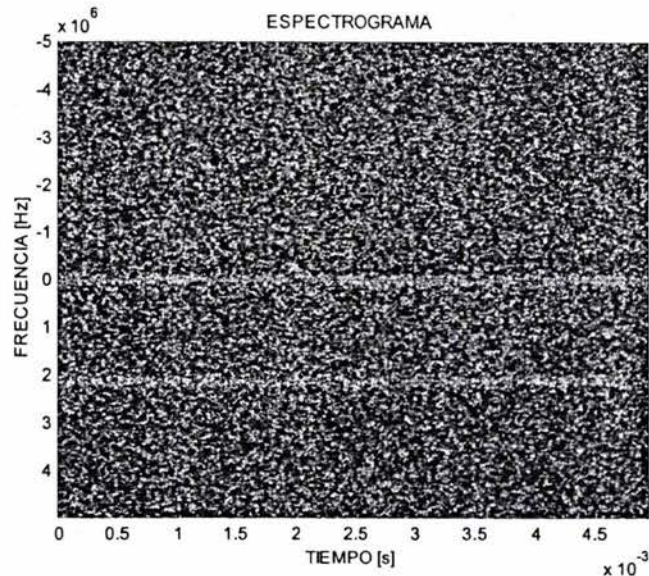


Figura 3.11.- Espectrograma de la Figura 3.10. En esta figura podemos detectar dos zonas bien definidas.

En la Figura 3.10 podemos apreciar varios lóbulos laterales. Con ayuda del espectrograma (Figura 3.11) podemos discernir estos lóbulos de los picos frecuenciales central y lateral. Puede observarse con claridad que en la Figura 3.11 aparecen zonas bien definidas que podemos asociar al pico frecuencial central de la Figura 3.10 y, al pico frecuencial lateral de mayor magnitud de la misma figura. Este proceso se utilizó en varias figuras obteniendo resultados concluyentes, es decir, fue posible diferenciar las zonas frecuenciales de interés.

Otra herramienta a veces útil es la disminución de muestras de una señal que conlleva a la agilización del procesamiento y a la reducción de ruido provocado por el cúmulo de muestras innecesarias, es decir, el sobremuestreo. A continuación analizaremos las señales con el fin de detectar si éstas están sobremuestreadas.

3.6.- Sobremuestreo

El sobremuestreo no genera más preocupación en una señal que el de generar más ruido. En cambio el submuestreo tiene repercusiones negativas

sobre una señal que no cumple con el criterio de Nyquist [19]. El sobremuestreo implica tomar una o varias muestra adicionales entre dos tiempo sucesivos y puede traducirse en un pulso o una señal relevante. En ocasiones nos permite identificar con mejor claridad la existencia de dicho pulso.

La Figura 3.12, muestra la densidad espectral de potencia, evaluado al eliminar el sobremuestreo, se originó con una frecuencia de muestreo de 5MHz, que corresponde a la mitad del muestreo de la señal original. La Figura 3.13 muestra la comparación de espectros; en esta última figura podemos observar que los máximos de los picos frecuenciales, central y lateral, corresponden a la misma frecuencia. Sin embargo, existe una variación en sus amplitudes. Esta variación es irrelevante para fines de este trabajo. Sin embargo, cabe mencionar que la eliminación del sobremuestreo no mejoró en la disminución de lóbulos.

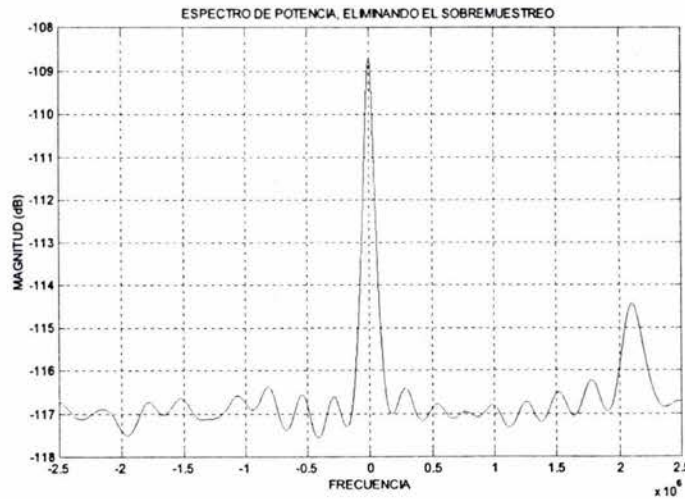


Figura 3.12.- Espectro de potencia, método de Burg con 15 coeficientes, una vez eliminando la mitad de muestras de la señal original

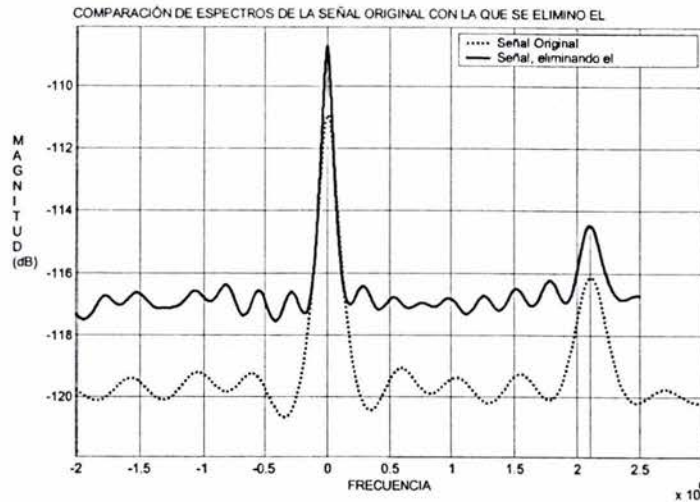


Figura 3.13- Densidad espectral de potencia, método de Burg 15 coeficientes, comparación entre la señal original y la señal eliminando el sobremuestreo

3.7.- Resumen

Hasta el momento hemos expuesto algunos métodos de análisis espectral llamados periodogramas que se dividen en dos ramas: los paramétricos y los no paramétricos. Estos últimos están basados en promedios espectrales, que se obtienen al segmentar la señal completa en intervalos. Algunos de estos periodogramas utilizan ventanas y traslapes entre dichos segmentos. Por otro lado, los periodogramas paramétricos están basados en el cálculo de parámetros. Estos parámetros son evaluados en función de las muestras de la señal a tratar y se calculan utilizando las ecuaciones de los modelos ARMA, AR y MA. Dichas ecuaciones se obtienen de proponer una señal aleatoria a la salida de una ecuación recursiva llamada ecuación en diferencias. [11], [12], [14].

Para poder obtener mayor información sobre las señales que aquí se estudian, se propusieron algunas herramientas que podrían ser útiles, por ejemplo se utilizaron filtros con el fin de mejorar la resolución espectral y eventualmente que pudiera darnos más información sobre la señal. Como se puede observar en las gráficas de la Figura 3.9, el filtro que mejor resultados dio fue el Filtro

Chebyshev 2. Sin embargo, se obtuvieron más lóbulos que cuando se calcula el espectro de la señal sin ser filtrada.

Finalmente, los periodogramas paramétricos generan espectros de potencia con mayor resolución y mas suavizados, aunque generan lóbulos laterales. Para discernir los lóbulos laterales entre el lóbulo del picos frecuencial se utilizó el espectrograma.

Capítulo IV: Análisis de resultados y conclusiones

4.1.- Introducción

En el capítulo 2 y 3, se describieron herramientas de procesamiento para la caracterización y evaluación de una señal mediante su densidad espectral de potencia. Se evaluaron periodogramas paramétricos y no paramétricos, además de otras herramientas. El tipo de señales que se procesan en este trabajo es una composición de dos señales con diferentes frecuencias, conocidas como señales herterodinas. Las herramientas aquí descritas para el procesamiento de dichas señales no han sido utilizadas anteriormente. Comúnmente se emplea la FFT y, en el mejor de los casos, son capturadas directamente mediante un analizador de espectros. Como se mostró en el capítulo anterior, los periodogramas empleados para la evaluación de los espectros de las señales mencionadas permitieron visualizar con mejor detalle el comportamiento en frecuencia de la señal. Esto nos permite identificar con mejor claridad aquellas zonas que no son posibles de identificar con la FFT.

En el presente capítulo, analizaremos los resultados obtenidos al aplicar las herramientas propuestas en el Capítulo 3; con el fin de elegir la o, las herramientas que nos permitan obtener una mayor información del comportamiento de la señal; comparada con la obtenida al aplicar la FFT e incluso con el analizador de espectros.

4.2.- Análisis de Resultados

Antes de evaluar las herramientas propuestas en este trabajo, cabe presentar algunos resultados obtenidos en distintas investigaciones relacionadas con las señales aquí tratadas. La Figura 4.1, presenta algunos espectros de potencia obtenidos por métodos tradicionales, estas figuras fueron tomadas de publicaciones algunas tesis recientes [4], [17], [19] y [20]. Las primeras dos

gráficas (A y B) son espectros evaluados mediante la transformada de Fourier. La gráfica 4.1B representa una señal para fluctuaciones perpendiculares al flujo. En esta última se puede observar con claridad dos picos frecuenciales laterales que corresponden a fluctuaciones de tipo acústico. La Figura 4.1C, es un espectro obtenido a través de un analizador de espectros. Esta señal es semejante a la mostrada en la Figura 4.1B, en el sentido que se detectan dos picos frecuenciales laterales. Sin embargo en el espectro obtenido mediante el analizador de espectros estos picos frecuenciales no son fáciles de distinguir. Finalmente la Figura 4.1D, es un espectro obtenido también mediante un analizador de espectros. En esta figura se aprecia con claridad la zona acústica ya que la señal se obtuvo fuera de la zona turbulenta.

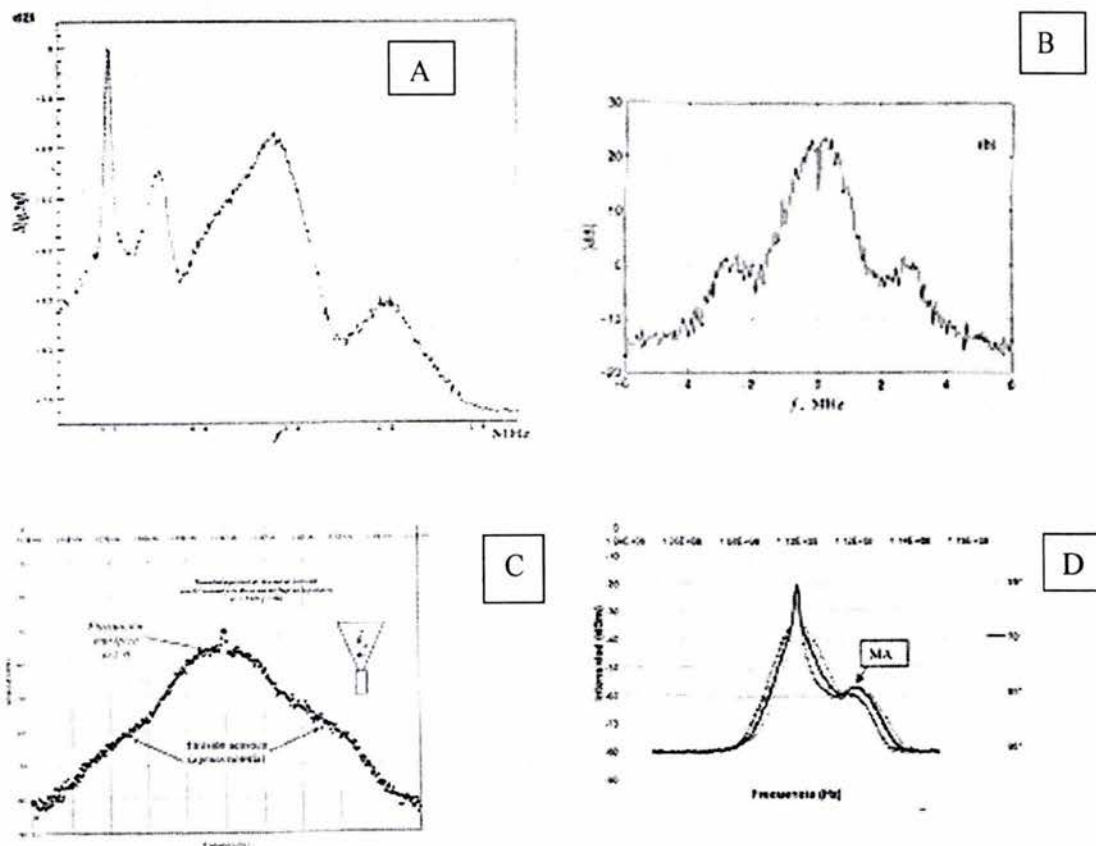


Figura 4.1.- Análisis espectrales obtenidos mediante la FFT y Analizador de espectros: Artículo [20], Tesis doctoral [19], Tesis de Licenciatura [4] y [17]

La presencia de la zona acústica está estrechamente relacionada con la posición del detector. Por ejemplo, cuando el detector se coloca al centro del chorro se obtienen dos picos frecuenciales como los que se muestran en las Figuras 4.1A, B(b) y C; mientras que cuando el detector se encuentre fuera del chorro se obtienen picos frecuenciales como los que muestran en las gráficas de la Figura 4.1D.

Hasta hace poco, la señal obtenida en el laboratorio de acústica no era desheterodinada. Puesto que esta señal estaba cerca de 110 MHz, no era posible adquirir la señal por computadora y el análisis se hacía necesariamente a través de un analizador de espectros.

En estas circunstancias se detectó que en ciertas condiciones aparecía un pico de baja frecuencia con respecto a la referencia, que no había sido descrito en la literatura.

Actualmente, la señal es desheterodinada y puede ser adquirida en la computadora. Con las herramientas de procesamiento descritos en este trabajo, se han podido estudiar picos frecuenciales con mucha precisión como veremos mas adelante.

4.3.- Resultados de los periodogramas

La utilización de periodogramas ha permitido identificar y caracterizar zonas frecuenciales con mayor resolución que en otros trabajos. Los periodogramas paramétricos obtenidos mediante el método de Burg, Yule-Wakel, presentan una mejor resolución en el comportamiento en frecuencia. Los no paramétricos presentan una pequeña cantidad de ruido en sus espectros, a excepción del periodograma de Bartlett. En los siguientes apartados se harán comparaciones de las herramientas empleadas, hasta sugerir el o los métodos mas adecuados para el procesamiento de este tipo de señales. También se emplearán otras herramientas alternativas para una mejor caracterización de dicha señales.

4.4.- Periodogramas no paramétricos.

En este tipo de periodogramas se encontró que, a excepción del método de Bartlett Figura 3.6 M y N, producen una pequeña cantidad de ruido en la evaluación de la densidad espectral de potencia. Sin embargo este ruido es mucho menor que el espectro evaluado por la transformada de Fourier. En este sentido podemos concluir que los espectros de potencia obtenidos, mediante algunos periodogramas no paramétricos, son mejores para estudiar el comportamiento en frecuencia de la señal que la transformada de Fourier.

En la Figura 4.2 se muestra el espectro de una misma señal evaluado con diferentes métodos. En esta figura podemos, para algunos métodos, notar con claridad la zona acústica.

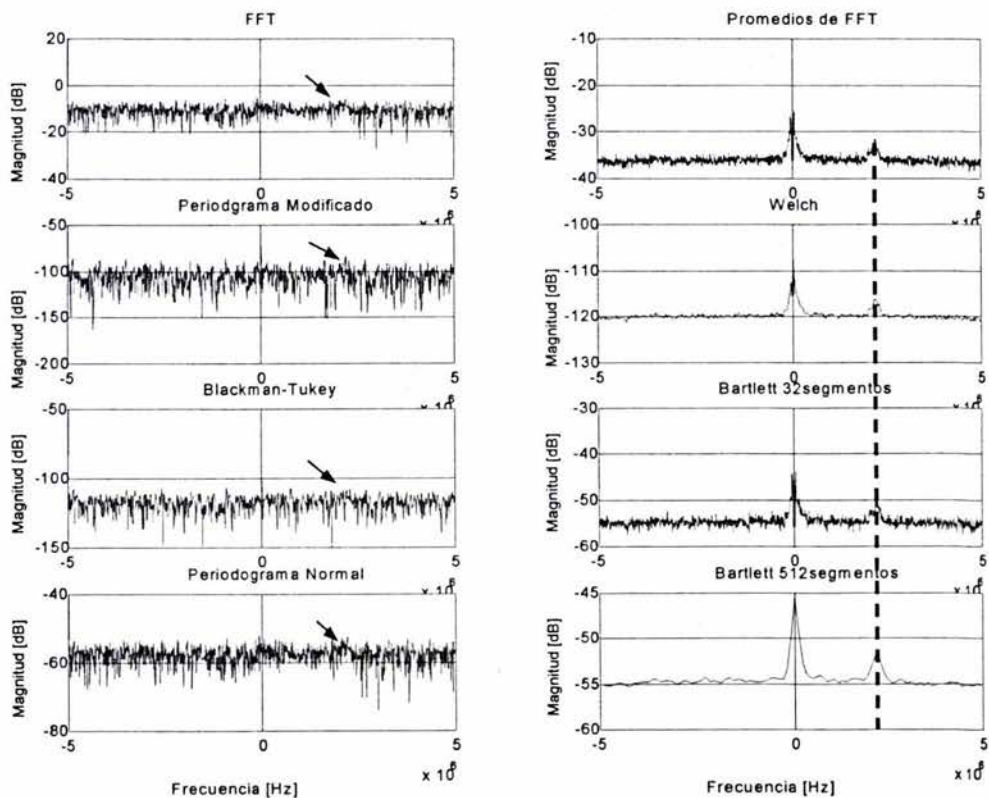


Figura 4.2.- Espectros de potencia evaluados mediante diferentes métodos

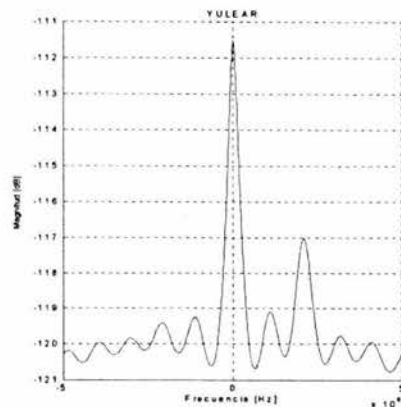
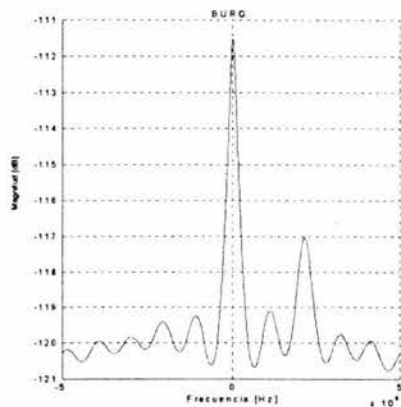
En los espectros evaluados mediante la FFT, periodograma, periodograma modificado y Blackman-Tukey difícilmente se puede identificar la zona acústica, indicada con la flecha (Figura 4.2); mientras que para los periodogramas de promediado de espectros, de Welch y de Bartlett, a pesar del ruido se detecta claramente los picos acústicos. Además estos picos están ubicados a la misma frecuencia.

Si bien la diferencia de magnitudes en los periodogramas de Welch, promediado de periodogramas y Bartlett, difieren en ordenes de decenas de decibeles, esto es solo debido a un factor. Lo importante son las amplitudes relativas entre los picos. Para el caso de promediado de espectros, se tiene que los promedios de espectros evaluados mediante la transformada de Fourier tienen un factor de $1/n$, siendo n el número de segmentos promediados de la señal. Por otro lado, en el periodograma de Bartlett su factor es de $1/N$, donde N es el número de muestras correspondientes a cada segmento. Por último, el periodograma de Welch, tiene un factor de $1/KL$, siendo K el número de segmentos en que se dividió la señal, L el número de muestras de cada segmento. En este sentido es que al evaluar el $10 \cdot \log_{10}$, para obtener la representación espectral en decibeles, es que se obtiene la diferencia en magnitudes.

4.5.- Periodogramas paramétricos

En este tipo de periodogramas se obtuvieron espectros prácticamente iguales para todos los métodos. En la Figura 4.3 se presenta las gráficas correspondientes al espectro de una misma señal heterodina, evaluada con métodos paramétricos distintos.

Como se puede observar de la gráficas mostradas en la figura 4.3, los periodogramas paramétricos han proporcionado mejores resultados en el análisis de densidad espectral de potencia, dado que se han obtenido espectros con una mayor resolución y mas suavizados como se pueden observar en la Figura 4.3.



DS

paramétricos de Burg y Yule

Para los métodos paramétricos empleados se obtienen los mismos resultados. Se comprobó que el método de Burg resulta ser mas rápido en el procesamiento de la señal, si bien la diferencia de tiempos entre el método de Burg y Yule no es notables, se tomó la decisión de emplear el método de Burg para la evaluación de las señales tratadas en el presente trabajo.

4.6.- Comparación de periodogramas

Entre los métodos de periodogramas evaluados anteriormente podemos decidir cual, o cuales han resultado de mayor utilidad para la caracterización de las señales estudiadas en el presente trabajo. A partir de las gráficas mostradas en las Figuras 4.2 y 4.3, podemos, por el lado de los métodos no paramétricos, elegir los métodos de Welch, Bartlett y el promediado de espectros. Por el lado de los métodos paramétricos, al parecer podemos elegir cualquiera. Sin embargo durante la evaluación de estos últimos se encontró que el tiempo empleado, computacionalmente, para la evaluación de espectros por los métodos de Burg y Yule-Walker, es menor que el tiempo empleado por los otros métodos.

A pesar de que los métodos no paramétricos presentan una pequeña cantidad de ruido es posible distinguir con claridad el pico acústico, que en otros

métodos, no paramétricos, difícilmente se pueden localizar. Los métodos paramétricos de Burg y Yuler-Walker, además de disminuir considerablemente este ruido permiten medir, cuantitativamente, con precisión la frecuencia correspondiente a la zona acústica. La Figura 4.4, muestra el comportamiento en frecuencia de una misma señal, empelando los métodos paramétricos y no paramétricos, antes mencionados.

En la Figura 4.4, podemos observar que el pico acústico tiene el mismo valor en frecuencia aun cuando se emplean diferentes periodogramas - paramétricos y no paramétricos-. El empleo de los periodogramas ha mejorado considerablemente la presentación de estos espectros. Por otro lado es posible detectar una diferencia de magnitudes entre los espectros, pero esta diferencia es debida a los métodos de procesamiento empleados.

Uno de los problemas que se presenta en el uso de periodogramas paramétricos es la aparición de lóbulos de origen computacional. Sin embargo este problema puede resolverse empleando espectrogramas. Con esta herramienta ha sido posible discernir, como se dijo en el capítulo anterior, entre aquellos picos frecuenciales de los lóbulos.

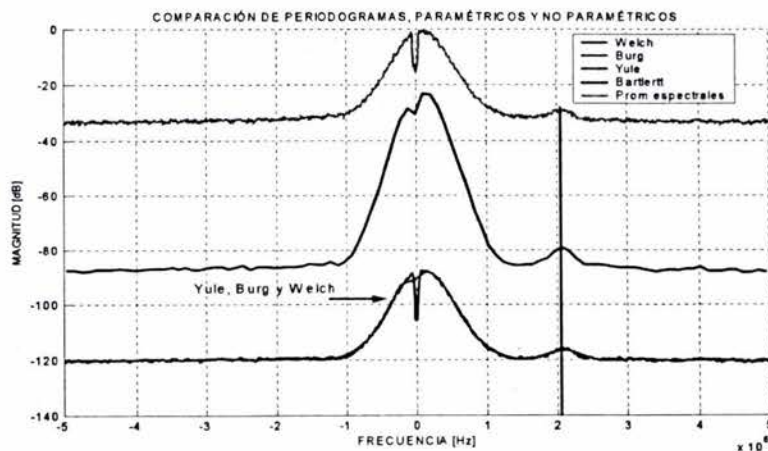


Figura 4.4.- Comparación de espectros, evaluados mediante distintos métodos, paramétricos y no paramétricos.

Uno de los estudios que se hace dentro del chorro de aire es el de cambiar la orientación del detector en un mismo punto para determinar si hay una dirección preferencial en el pico acústico [4], [17]. Se obtiene que la frecuencia del pico acústico casi no cambia de posición, pero su amplitud cambia para diferentes ángulos. La Figura 4.5 muestra las gráficas espectrales resultantes de variar el ángulo Θ .

En la ultima gráfica el pico acústico es apenas perceptible, y podría confundirse con lóbulos producidos por el procesamiento. Las otras gráficas, presentan con mejor resolución los picos frecuenciales, que es preciso diferenciar de aquellos que no corresponden al experimento. Para diferenciar el pico frecuencial de los lóbulos producidos mediante el procesamiento se emplea el espectrograma como herramienta auxiliar.

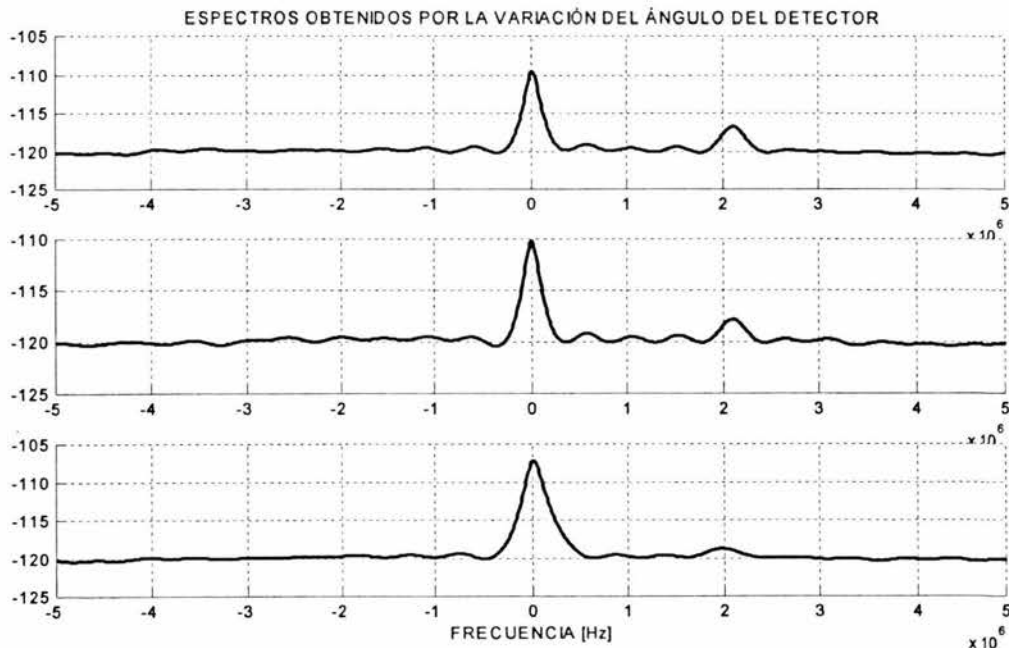


Figura 4.5.- Espectros, empleando el método de Burg con 15 coeficientes, obtenidos al variar el ángulo del detector

4.7.- El espectrograma como herramienta auxiliar

El espectrograma es comúnmente empleado para detectar zonas energéticas en una señal. Estas zonas son representativas sobre un promedio de muestras evaluadas en un segmento de señal tomado de la señal original. Es decir, el espectrograma toma segmentos de la señal de interés y evalúa la densidad espectral de potencia para cada segmento. En cada segmento existe una representación espectral como las que se han evaluado hasta el momento. Para un determinado valor de la magnitud del espectro, el espectrograma asigna un color. Por ejemplo, tomando en cuenta la Figura 4.5, para valores menores a 118dB, el espectrograma asigna un determinado color, fuera de este intervalo le asigna otro color. Siguiendo este procedimiento se genera el espectrograma producido por una secuencia de densidades espectrales para cada segmento de la señal.

En la Figura 4.6 se muestran los espectrogramas de los espectros evaluados en la figura 4.5, en el se puede diferenciar dos líneas de energía bien definidas que corresponden a los picos frecuenciales central y lateral. La comparación de ambas herramientas, espectrograma y periodograma de Burg, nos permite diferenciar con claridad los picos frecuenciales de los lóbulos. De esta manera podemos caracterizar con mayor precisión el comportamiento en frecuencia.

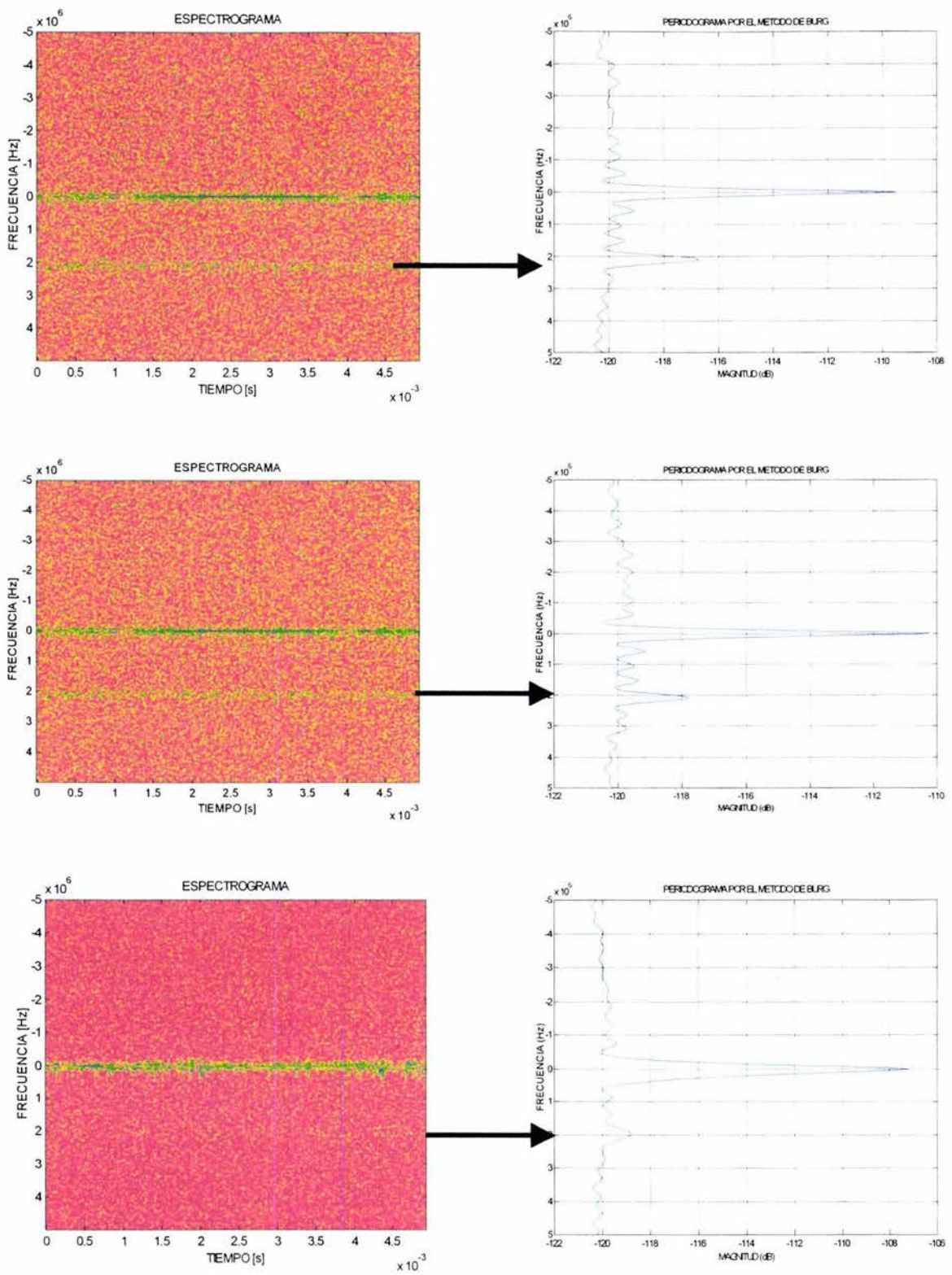


Figura 4.6.- Espectrograma y periodograma de Burg 15 coeficientes

4.8- Selección del método para la evaluación de Densidades espectrales

En capítulos y apartados anteriores (capítulos II, III, apartados 4.4 a 4.7) se han revisado algunos métodos de análisis espectrales. En este apartado se comparan los métodos no paramétricos con los paramétricos; con la finalidad de elegir el más apropiado para el tratamiento de las señales expuestas en el presente trabajo. Para este fin se utiliza una señal heterodina adquirida a través de un analizador de espectros en el laboratorio de acústica de la Facultad de Ciencias de la UNAM. La densidad espectral calculada se muestra en la Figura 4.7. En dicha gráfica se esperaba observar el pico acústico a una frecuencia de 1.25 MHz; sin embargo este no se aprecia en la figura.

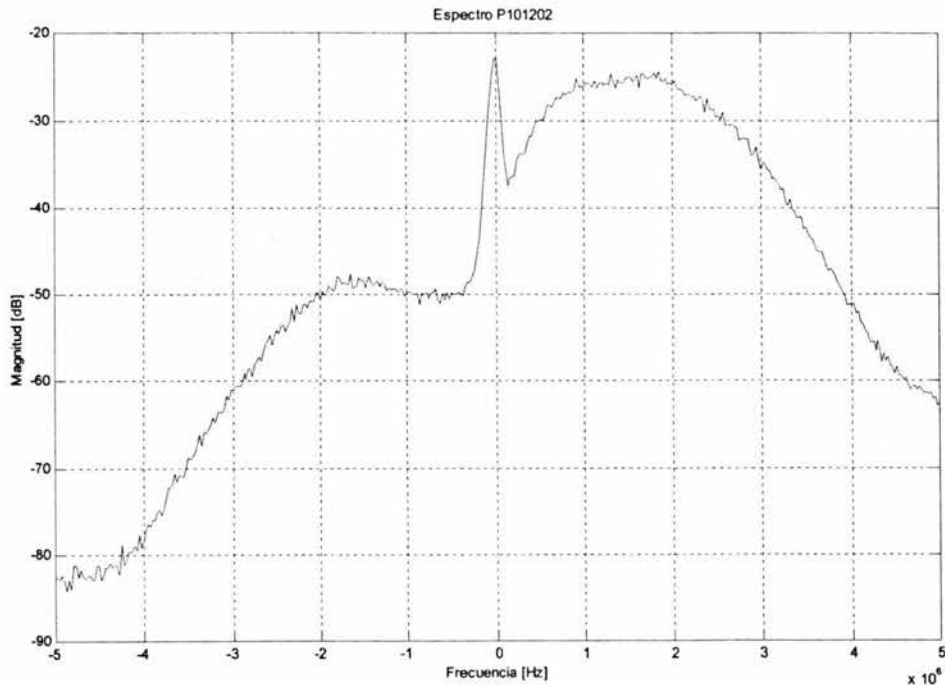


Figura 4.7.- Densidad espectral de potencia obtenida con un analizador de espectros

La señal además de haber sido registrada en el dominio de la frecuencia con el analizador; también se obtuvo en el dominio del tiempo. Se evaluó entonces

su densidad espectral empleando directamente la transformada de Fourier; (Figura 4.8.) Como se puede notar, el espectro carece de resolución y no permite hacer mediciones sobre la misma gráfica. No obstante tiene un comportamiento similar al obtenido con el analizador de espectros.

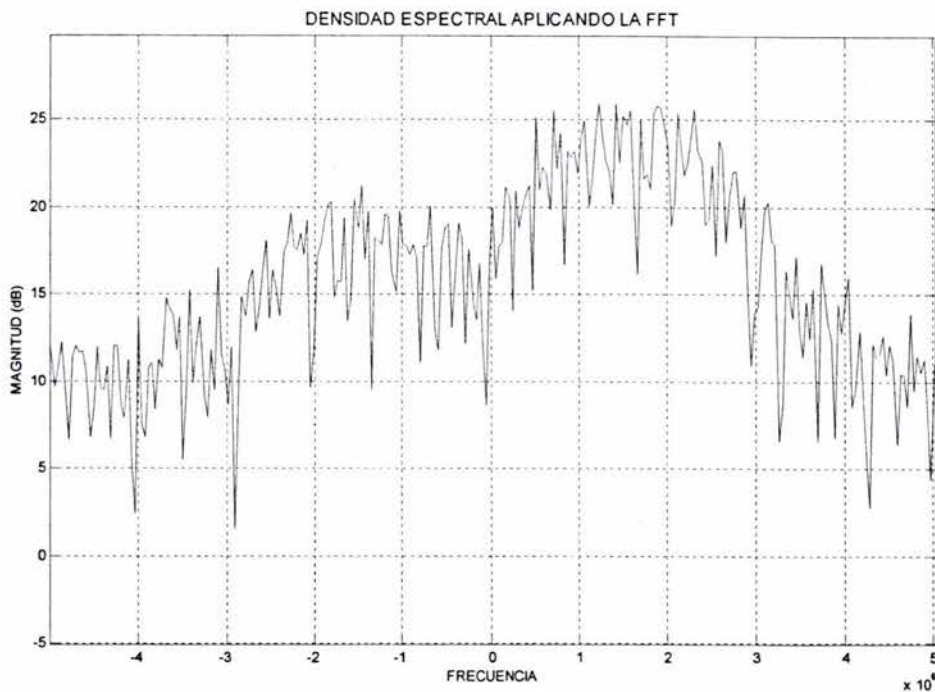
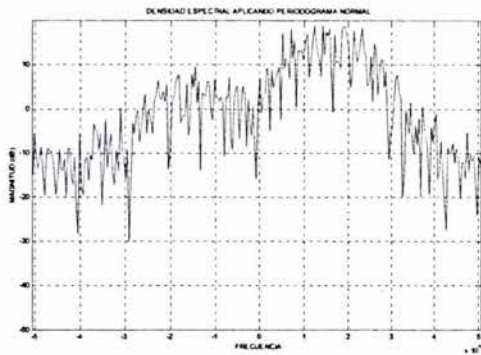


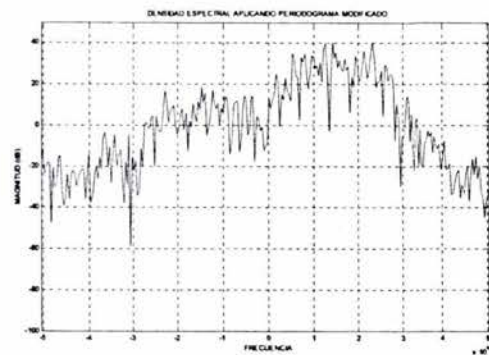
Figura 4.8.- Densidad espectral de potencia evaluada con la FFT

Se evaluaron entonces otros métodos de procesamiento; tales como los periodogramas paramétricos y los no paramétricos. Se obtuvieron los espectros mostrados en la Figura 4.9. Comparando estos espectros con el obtenido con el analizador se puede notar que la de densidad espectral obtenida mediante Blackman (4), es la que menos se ajusta al comportamiento en frecuencia esperado; mientras que las gráficas restantes- periodograma normal (1), modificado (2), Welch (3), Bartlett (5) y Burg (6)- siguen un comportamiento similar al obtenido con el analizador de espectros. Sin embargo, con excepción de los espectros obtenidos por Bartlett y Burg, se tiene que la resolución presentada por

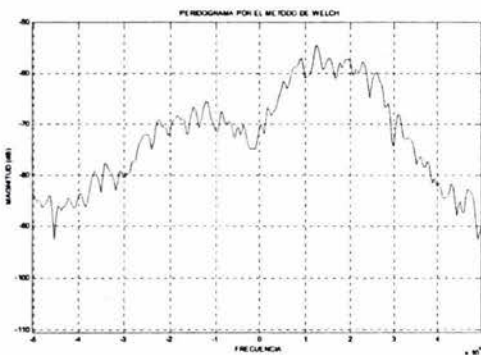
el analizador de espectros es mucho mejor que las obtenidas mediante estas herramientas de procesamiento.



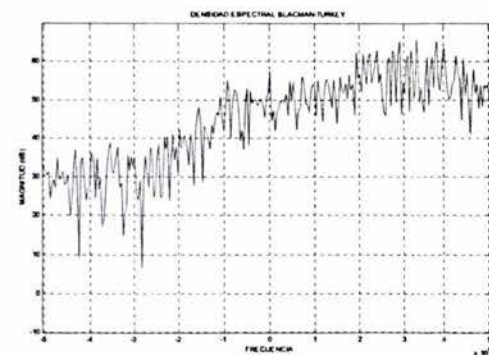
1



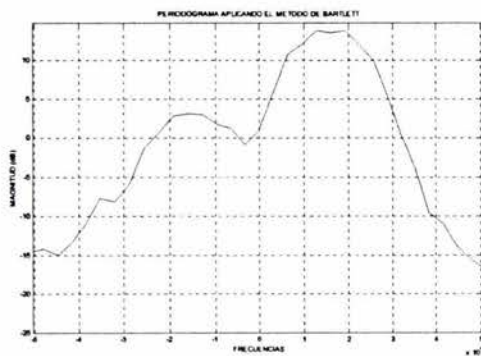
2



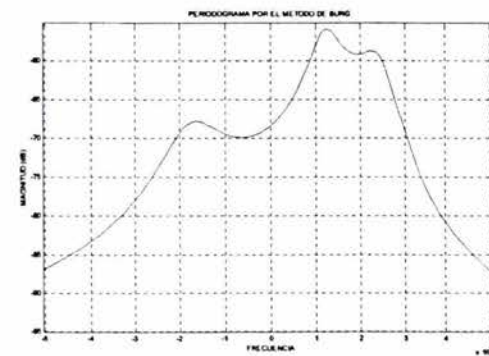
3



4



5



6

Figura 4.9.- Densidad espectral de potencia de una misma señal evaluada con distintos métodos paramétricos y no paramétricos.

En la Figura 4.10 se muestran todos los espectros antes mencionados, incluyendo el obtenido con el analizador de espectros. En dicha figura podemos observar como se sobreponen algunos de ellos. Tal es el caso de los

periodogramas de Bartlett y Blackman (líneas verde oscuro y roja respectivamente), y los periodogramas de Welch y Burg (líneas negra y azul intenso respectivamente). Como se mencionó anteriormente, la mayoría de los espectros se ajusta al comportamiento obtenido por el analizador.

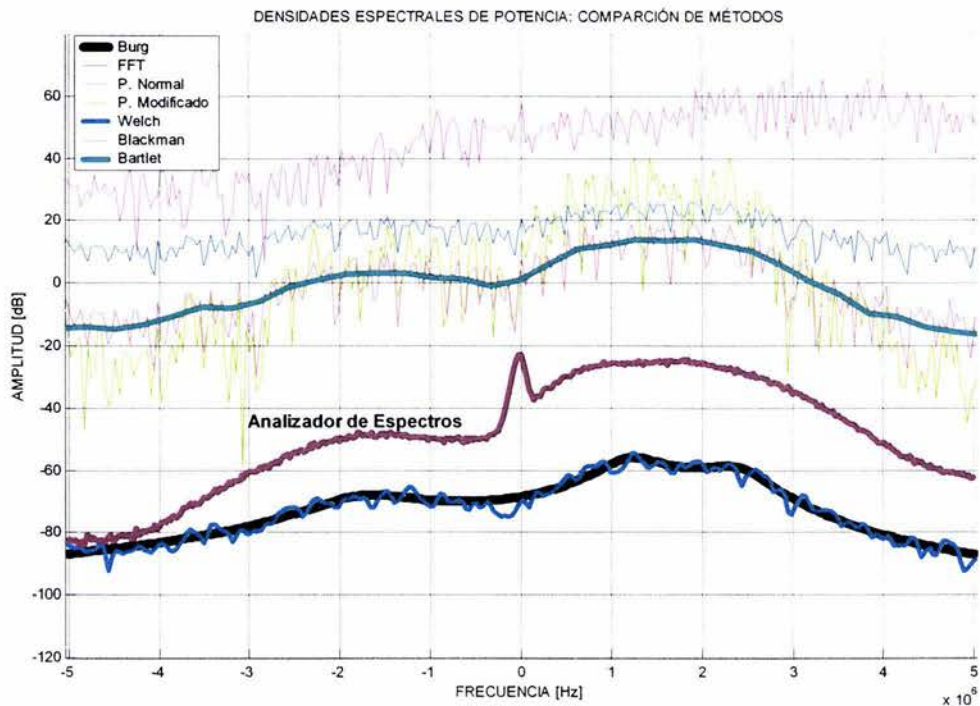


Figura 4.10.- Comparación de espectros obtenidos mediante herramientas de procesamiento con el obtenido con el analizador de espectros

Los espectros obtenidos utilizando Bartlett y Burg, además de seguir un comportamiento similar al obtenido con el analizador, proporcionan una mejor resolución que permite hacer mediciones sobre la misma gráfica; Sin embargo el espectro obtenido por el periodograma de Burg proporciona una gráfica mas suavizada que el espectro obtenido por el método de Bartlett.

Por los argumentos anteriores se concluye que el periodograma paramétrico de Burg resulta ser el mas adecuado para el estudio y caracterización de las señale estudiadas en este trabajo. Por otro lado, es importante señalar que se hicieron una serie de evaluaciones que permitieron decidir sobre el número de

parámetros que se debían incluir en el cálculo para obtener la densidad espectral por el método de Burg (Figura 3.8). De esta manera se concluyó que el número de coeficientes adecuado es de 15 ± 5 coeficientes.

La densidad espectral obtenida por el método de Burg presenta dos lóbulos laterales. Estos lóbulos no se ven con claridad en el espectro obtenido con el analizador, ambos espectros se presentan en la Figura 4.11.

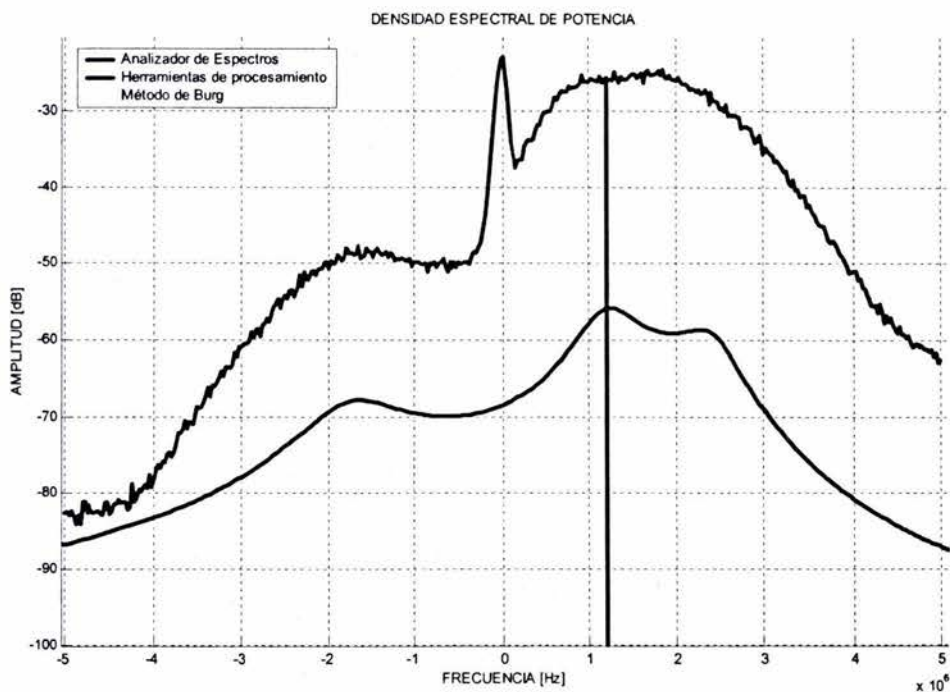


Figura 4.11.- Comparación de espectros: Analizador de espectros y aplicando el periodograma de Burg

En la densidad espectral obtenida por método de Burg se distinguen claramente dos picos: el acústico a 1.23 MHz y el entropico a 2.25 MHz. El analizador de espectros no distingue entre estos dos picos.

Por la gran similitud que existe entre los periodogramas paramétricos de Burg y los de Yule-Walker, se decidió comparar solamente uno de ellos con los periodogramas no paramétricos. El periodograma paramétrico de Burg es el mas

recomendado para el cálculo de la densidad espectral por no requerir de un registro extenso de datos y además los espectros obtenidos por este método tienden a proporcionar una mejor resolución [11], [12], y como se mostró en el capítulo II. Tomando en cuenta todo lo anterior; se decidió utilizar el periodograma paramétrico de Burg, empleando 15 ± 5 coeficientes en el cálculo, por considerarlo más adecuado para la caracterización y evaluación de las señales tratadas en el presente trabajo.

4.9.- Comprobación de resultados

Algunas de las señales procesadas para este trabajo fueron obtenidas en el laboratorio de LPTP de L'Ecole Polytechnique en Francia. Actualmente se ha montado el experimento en el laboratorio de acústica de la Facultad de Ciencias de la UNAM [4], [17] y, recientemente se han obtenido resultados relevantes que no se habían detectado con anterioridad o habían pasado desapercibidos. En una serie de experimentos realizados por el equipo del laboratorio de acústica se capturaron señales mediante un analizador de espectros y un osciloscopio.

Después de realizar una serie de evaluaciones con distintas señales obtenidas en el laboratorio de acústica, se concluyó que el periodograma de Burg calculado con 15 ± 5 coeficientes fue el óptimo para las señales tratadas en este trabajo. Esta conclusión fue basada en el pico frecuencial denominado acústico, que fue posible ver en los espectros de potencia de potencia de todas las señales tratadas.

Las señales obtenidas con el osciloscopio fueron procesadas empleando el periodograma de Burg y comparadas con el espectro obtenido mediante el analizador de espectros. La gráfica superior de la Figura 4.12 representa la señal heterodina en el dominio del tiempo, mientras que las gráficas mostradas en la parte inferior, representa la densidad espectral de potencia de la señal. En esta misma gráfica se comparan los espectros de potencia, la gráfica dibujada con

línea continua es el espectro obtenido mediante un analizador de espectros [AE] mientras que la gráfica dibujada con una línea discontinua es el espectro procesado con herramientas de procesamiento [HP].

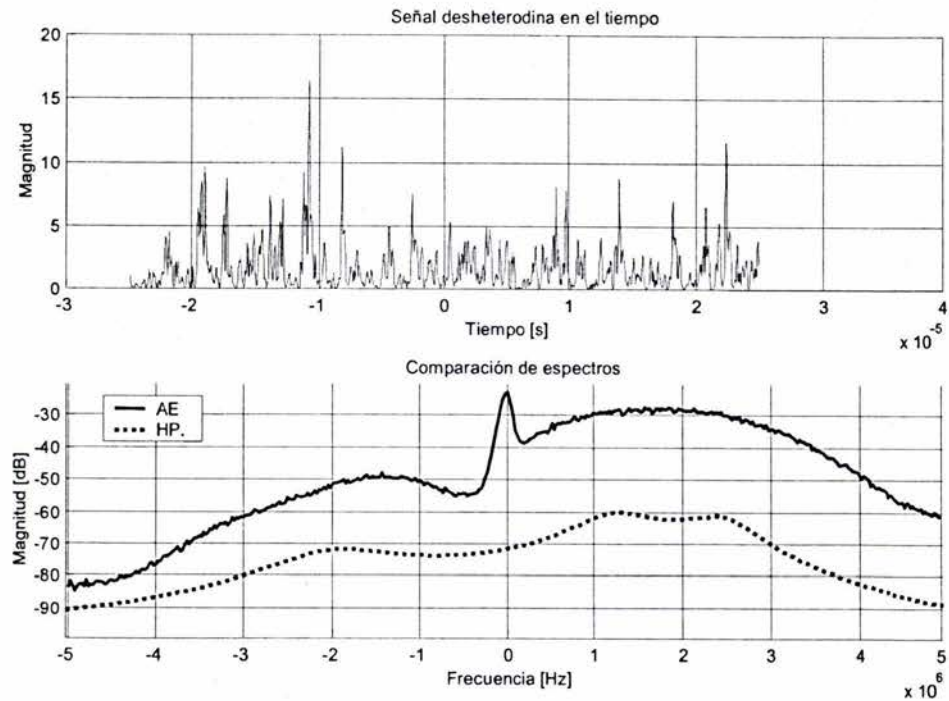
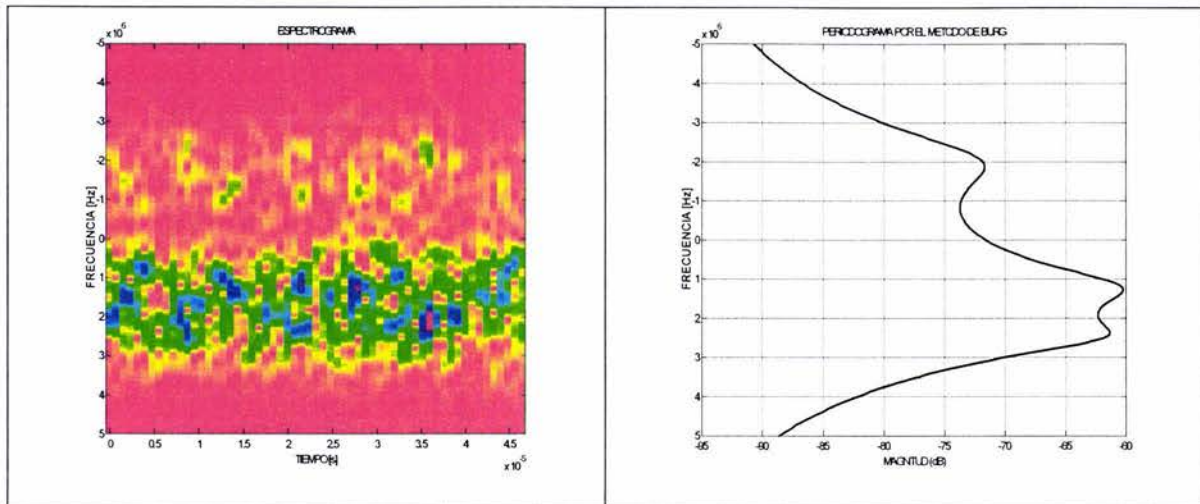


Figura 4.12.- Señal desheterodina representada en el dominio del tiempo, gráfica superior, espectros obtenidos empleando un analizador de espectros y herramientas de procesamiento

En las gráficas mostradas en la Figura 4.13 se puede observar alrededor de la frecuencia cero una ausencia de energía en el espectrograma. El periodograma de Burg, gráfica derecha de la misma figura, refleja la ausencia de energía, detectada por el espectrograma, mediante un valle a la misma frecuencia. Es claro que los picos frecuenciales que se observan en la gráfica de densidad espectral, gráfica derecha, no son detectados claramente mediante el espectrograma, sin embargo es posible diferenciar cualquier lóbulo lateral que pudiera producirse por uso de las técnicas de procesamiento; como se puede observar en el espectrograma, en frecuencias mayores a 4MHz y menores de -4MHz, carece de

energía nuestra señal, y por observaciones anteriores concuerda con lo esperado. [4], [17].



4.13.- Espectrograma y periodograma de Burg de la señal heterodina

Una de las aportaciones relevantes del uso de periodogramas, ha sido la detección de los picos frecuenciales, los cuales no siempre son posibles visualizarlos utilizando un analizador de espectros, y que no habían sido descubiertos en trabajos anteriores. Al respecto se presentan en la Figura 4.14 la comparación de algunos espectros obtenidos mediante un analizador de espectros con los obtenidos mediante procesamiento. Estos picos frecuenciales fueron encontrados por primera vez por nuestro equipo de trabajo en el interior de chorros supersónicos y, si bien aun no se tiene una explicación clara de su origen, son asociados con la interacción entre el flujo y las líneas de Mach [17].

En los espectros obtenidos mediante el analizador de espectros se señala con una flecha el lóbulo antes mencionado. Notemos que en la mayoría de estas gráficas no se detecta ningún lóbulo, mientras que en los espectros obtenidos mediante el periodograma de Burg, se ven claramente estos picos frecuenciales en todos sus espectros. La gráfica discontinua es el espectro obtenido mediante el

método de Burg y la continua representa el espectro obtenido con el analizador de espectros (Figura 4.14).

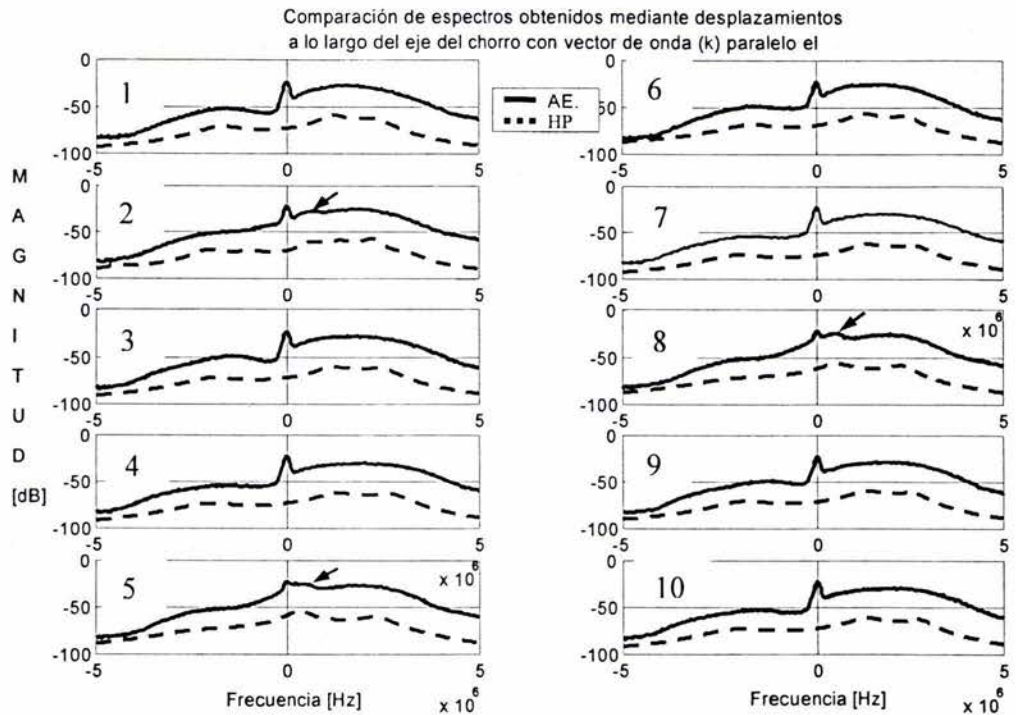


Figura 4.14.- Comparación de espectros obtenidos con un analizador de espectros con los evaluados mediante herramientas de procesamiento

Las señales, cuyos espectros son mostrados en la Figura 4.14; fueron adquiridas haciendo desplazamientos de $50\mu\text{m}$ a lo largo del eje del chorro. En este sentido se tiene que el primer espectro, enumerado con el número 1, se encuentra a $50\mu\text{m}$ de la boquilla, el segundo a $100\mu\text{m}$, etc; y el último espectro, señalado con el número 10, se encuentra a una distancia de $500\mu\text{m}$.

En la Figura 4.15, se muestran una comparación de espectros evaluados por el método de Burg con el calculo de 15 coeficientes. Mediante una línea discontinua se señala el valor de la frecuencia correspondiente a los picos

acústicos que corresponde a 1.35MHz. En este sentido, la frecuencia esperada del pico acústico, calculo teórico, es de aproximadamente [4], [17].

$$v_{\Delta} = \frac{V_s}{\lambda_{\Delta}} = \frac{340 \text{ m/s}}{242 \times 10^{-6} \text{ m}} = 1.4 \text{ MHz}$$

en donde V_s es la velocidad del sonido y λ_{Δ} el tamaño de las fluctuaciones que estamos estudiando [4], [17]. La frecuencia calculada directamente de las gráficas de densidades espectrales de la Figura 4.15 es de 1.35MHz, lo que difiere en un 3.6% de la frecuencia esperada del pico acústico, lo cual puede deberse a la incertidumbre en el montaje óptico. Usando esta frecuencia la velocidad que corresponde este pico es

$$V_s = v_{\Delta} \times \lambda_{\Delta} = 1.35 \text{ MHz} \times 242 \times 10^{-6} \text{ m} = 326.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

este último resultado difiere de la velocidad el sonido en condiciones estándar en 3.9%. Sin embargo se sabe que la velocidad del sonido depende estrechamente de la presión y la temperatura [17]. Por lo tanto es de esperarse que la velocidad del sonido dentro del chorro, que es mas frío, sea menor.

La aparición sistemática del pico acústico en todos los espectros calculados por periodogramas; muestra que estas técnicas son las apropiadas para tratar las señales provenientes de nuestro experimento.

La relevancia del uso de periodogramas se hace eminente al descubrir claramente al pico acústico que en los espectros obtenidos por otros métodos esta sumergido bajo el pico entrópico. La importancia de detectar estos picos frecuenciales, empleando periodogramas permitirá la localización de las fuentes acústicas del jet.

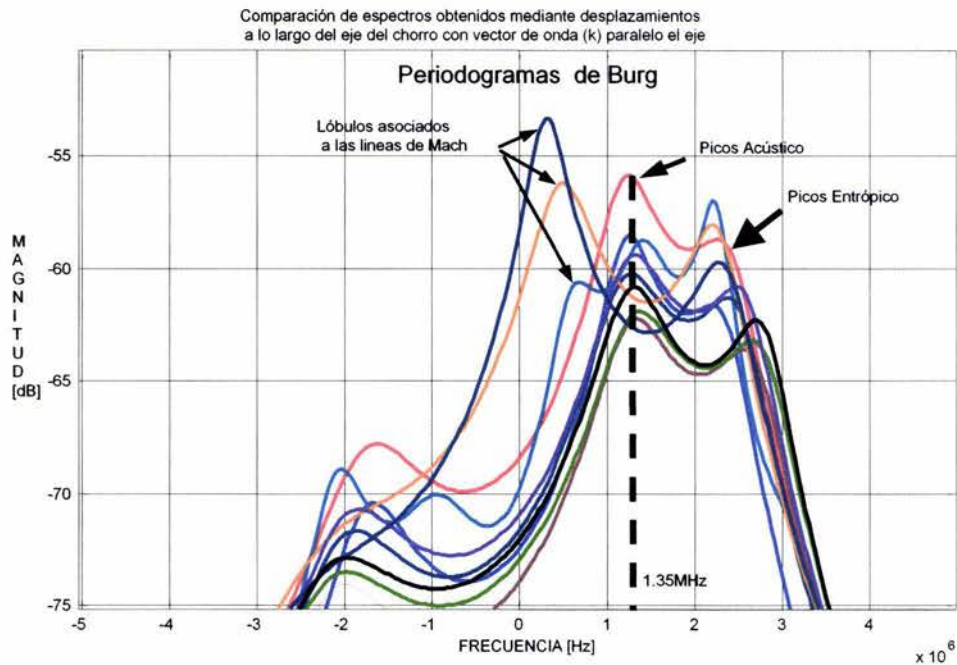


Figura 4.15.- Detección de lóbulo acústico empleando periodogramas de Burg

Como se mencionó anteriormente, se han evaluados decenas de espectros utilizando las herramientas expuestas en este trabajo. Con el uso de dichas herramientas no solo se logró caracterizar las señales, sino además, fue posible detectar zonas que prácticamente no eran visibles mediante la transformada de Fourier o un analizador de espectros. El que el uso de periodogramas nos permita descubrir tanto al lóbulo acústico como al relacionado con las líneas de Mach, comprueba que la técnica de difusión Rayleigh, combinada con la detección heterodina y el tratamiento de las señales como indica en este trabajo, permitirán estudiar el comportamiento de las fluctuaciones de densidad dentro del chorro. Las herramientas de procesamiento utilizadas en el presente trabajo asientan un precedente que hasta la fecha no había sido considerado.

Capítulo V: Conclusiones

Las señales estudiadas en el presente trabajo son conocidas como señales heterodinas, dado que éstas están compuestas por la mezcla de dos señales de diferente frecuencia. La señal heterodina es producida al mezclar de la luz dispersada por un jet con un oscilador local (capítulo I). Anteriormente este tipo de señales habían sido tratadas ya sea mediante un analizador de espectro o mediante la aplicación directa de la transformada de Fourier. El presente trabajo pretende dar alternativas de herramientas de procesamiento y con ello comparar los resultados obtenidos con los métodos empleados comúnmente. Se mostró la superioridad de los periodogramas frente a las técnicas tradicionales para obtener el espectro de frecuencia, al localizar puntos de interés que no habían sido fácilmente detectados con anterioridad.

Entre las herramientas de procesamiento empleadas en el presente trabajo tenemos los periodogramas; los cuales se dividen en dos grupos: Periodogramas paramétricos y no paramétricos. En el presente trabajo, se encontró que los periodogramas paramétricos proporcionan un espectro prácticamente libre de ruido. Sin embargo, producen lóbulos que podrían ser confundidos con los picos frecuenciales. Para resolver este problema se propone el uso de espectrogramas.

Los periodogramas paramétricos y no paramétricos han resultado ser una herramienta útil en la obtención de espectros. Se hicieron varias pruebas con la finalidad de elegir uno de los métodos. Entre las pruebas realizadas, se encontró que los periodogramas paramétricos resultaron ser los más adecuados para el cálculo de la densidad espectral de las señales tratadas en este trabajo. Se eligió el periodograma paramétrico de Burg por ser un método adecuado para señales con pocas muestras y además; por que presenta un espectro suavizado. El método de Yule tiene menor resolución en el espectro debido a que presenta más lóbulos laterales, considerando las características de estos métodos es que se eligió emplear el método de Burg para obtener la densidad espectral de las

señales tratadas en el presente trabajo. De las evaluaciones realizadas para calcular el número de coeficientes para obtener el espectro de la señal mediante el método de Burg, se obtuvo que el número óptimo es de 15 ± 5 coeficientes, sin embargo también se optó por aplicar el criterio de error final de predicción (FPE); que implica seleccionar el orden p que minimiza la ecuación 2.49. De los cálculos realizados de la función FPE se obtuvieron los siguientes resultados: $FPE(10)=0.3429$, $FPE(15)=0.1787$, $FPE(20)=0.1790$. De los resultados calculados para la FPE se concluye que el orden 15 minimiza la ecuación 2.49.

La utilización del periodograma paramétrico de Burg para el cálculo de la densidad espectral de las señales tratadas en este trabajo, han facilitando el análisis y estudio de dichas señales. Los espectros obtenidos mediante estos métodos son suavizados de tal manera que es posible hacer mediciones con precisión directamente de la gráfica. El pico acústico medido directamente de la gráfica espectral difiere 0.05 del calculado teóricamente; esta diferencia puede deberse a la incertidumbre en el montaje óptico. Además el método de Burg ha permitido ver con claridad el comportamiento en frecuencia, lo que en ocasiones otros métodos, periodogramas no paramétricos y la FFT, no permiten.

La resolución calculada para cada uno de los periodogramas presentados en el presente trabajo, resultó que el método de Burg tiene la más alta resolución, siguiéndole el método de Welch y el de Bartlett. Por lo que este método ha mejorado considerablemente la resolución espectral de las señal estudiadas en este trabajo.

En la búsqueda de propuestas útiles de procesamiento, también se utilizaron filtros con el fin de reducir el ruido. Se consideró que si se empleaba un filtro pasa bajos con una frecuencia de corte a 5 MHz, sería posible resaltar el pico acústico, sin embargo no se obtuvo grandes mejoras con el uso de filtros, por lo que se optó descartarlos.

Es importante señalar que las herramientas empleadas, como una alternativa de procesamiento, no habían sido utilizadas en anteriores trabajos. Con su uso se obtuvieron resultados inesperados, como el de localizar con precisión el pico acústico que aparecía sumergido bajo otro pico en los espectros obtenidos por otros métodos, la detección clara de un pico nuevo y la disminución considerable de ruido. Por tal motivo se asienta un precedente para el estudio y caracterización de este tipo de señales. Con el uso de periodogramas será posible, en trabajos futuros, conocer mejor el comportamiento de señales tratadas en este trabajo.

Entre las aportaciones importantes que presenta este trabajo, es la realización de un programa de computación para el análisis espectral de las señales, permitiendo de forma sencilla la caracterización y estudio espectral de la señal utilizando periodogramas. Otra aportación es el uso de periodogramas como una herramienta versátil y confiable en la obtención de espectros.

Bibliografía

- [1].- Kraus. J. D, Radio Astronomy, Ed. Cyngus-Quasar, Powell, Ohio
- [2].- Rohlfs K, T.L. Wilson, Tools of Radio Astronomy, Ed. Springer
- [3].- Eugene Hecht, Optics, Ed. Addison Wesley
- [4].- Aguilar Espinosa César, Tesis de Licenciatura: Diseño y construcción de un sistema de difusión Rayleigh para estudiar fluctuaciones de densidad en gases transparentes. Facultad de Ciencias, UNAM 2003
- [5].- Jackson, J.D. Classical Electrodynamics, cap. 9, John Wiley and Sons, New York.
- [6].- Grésillon D., C. Stern, A. Hémon, A. Truc and T. Lehner, Density Fluctuation Measurement by Far Infrared Light Scattering, Physica Scripta, Vol T2/2, pag. 459-466, 1982
- [7].- Catalina Elizabeth Stern Forgach, Tesis Doctoral : Diffision Rayleigh Et Detection Heterodyne Optique Application Aux Fluctuations Atmospheriques, L'Universite De Paris Sud Centre D'Orsay, 1981.
- [8].- Richard G. Lyons, Understand Digital Signal Processing, Eddison Wesley, 1997
- [9].- Meade M.D. y Dillon C.D., Señales y sistemas. Modelos y comportamientos, Addison Wesley

- [10].- Proakis John G; Dimintris G. Manolakis, Digital Signal Processing. Principles, Algorithms and Aplications, Prentice Hall, 3ª edición, 1998.
- [11].- Steven M. Kay, Modern Spectral Estimation. Theory & Application, Signal Processing Series, Prentice Hall, 4ª edición, 1988.
- [12].- Steven M. Kay and Stanley Lawrence Marple, JR.; Spectrum Analysis- An Modern Perspective, Proceeding of the IEEE, Vol 69, No 11, November 1981.
- [13].- Ashok Ambardar, Analog and Digital Signal Processing, An International Thomson Publishing Company, 3ª edición, 1995.
- [14].- Charles W. Therrien, Discrete Random Signal and Statistical Signal Processing, Prentice Hall Signal Processing Series.
- [15].- Olnes and Enochson, Digital Time Series Analysis, John Wiley & Sons
- [16].- Goldstein M. E, Aeoroacustics; McGraw-Hill, 1976
- [17].- Carlos Azpeitia Sandoval; Tesis de Licenciatura, "Estudio experimental no intrusivo de las fluctuaciones de densidad dentro de un jet turbulento", Facultad de Ciencias UNAM; 2004
- [18].- Ashok Ambardar; Analog and Digital Signal processing; International Thomson Publishing Company.
- [19].- Andriy V. Kharchenko; Tesis doctoral: La diffusion de la lumière par les gaz : de la difussion incohérente à la diffision exacerbée application à la vélocimétrie; Uiversité L'École polytechnique ; 3-Julliet-2000

[20].- Bonnet. J.P., D. Grésillon, B. Cabrit and V. Frolov; Collective light scattering as non-particle laser velocimetry; Meas. Sci. Technol. 6, pags 620-636, año 1995.

[21].- Sam Shanmugan K. and A.M. Breipohl; Random Signal : Detection, Estimation and Data Analysis; John Wiley & Sons,1988

Apéndice A: Programas computacionales

En este apéndice se presentan los programas realizados para el procesamiento de señales tratadas en este trabajo.

%ARCHIVO ADATOS

%LLAMADO POR LA OPCIÓN DE SEÑAL

%Este programa me permite seleccionar los datos
%de un archivo .mat

```
clear
```

```
clc
```

%Llama una ventana en ambiente grafico

%direccionada hacia la localidad del mismo programa

```
fname=uigetfile('*.mat','Nombre del Archivo:');
```

```
load(fname);
```

```
fsample=1/(WF_Time(2)-WF_Time(1)); %Evaluando la frecuencia de muestreo
```

```
%*****
```

%RENOMBRANDO ARCHIVOS

%Las variables contenidas en el archivo

%Tipo .mat son procesadas para generar una señal compleja

```
yt=complex(WF_Channel_1,WF_Channel_2); %Señales de Francia
```

```
%yt=complex(WF_Channel_2,WF_Channel_1); %Señales del Laboratorio de acustica
```

```
tiempo=WF_Time;
```

```
%*****
```

%Evaluando la magnitud de la señal

%En el tiempo

```
mod_yt=yt.*conj(yt);
```

```
%/*****
```

%SALVANDO ARCHIVOS EN FORMATO .MAT

```
%yt=yt'; %Archivos de Acustica
```

```
%tiempo=tiempo'; %Archivos de Acustica
```

```
save('H VARIABLES','yt','fsample','tiempo');
```

```

%ARCHIVO HESPECTROFFT
%LLAMADO POR LA VENTANA ESPECTRO FFT

%Este programa evalua la densidad espectral
%mediante la transformada de Fourier Rápida FFT

clc
clear

%Llama el archivo de variables-hvariables-
%Generado por el programa adatos

load('hvariables')
N=1024;

%Ventana generada por para la
%propuesta de evaluación de muestras

prompt={'NUMERO MUESTRAS: '};
def={num2str(N)};
    dlgTitle='METODO PROPUESTO.';
    lineNo=1;
    answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def);
    N=str2num(deblank(answer{1}));

fm=fsample;

%Calculando las Frecuencias;
%Se emplea la funcion de psd
%para generar las frecuencias

[sx,hertz]=psd(yt,N,fsample);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%TRANSFORMADA DE FOURIER
fftyt=fft(yt,N);
absfft=fftyt*conj(fftyt); %Evaluando la magnitud de la fft

%Corrimiento de ejes
correfrec=hertz-ceil(max(hertz)/2);

%Gráficoando la transformada de fourier en dB´s

figure
plot(correfrec,fftshift(10*log10(absfft)))
title('DENSIDAD ESPECTRAL APLICANDO LA FFT')
xlabel('FRECUENCIA')
ylabel('MAGNITUD (dB)')
grid on

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CALCULO DE LA DENSIDAD ESPECTRAL POR EL METODO DE AUTOCORRELACION

corryt=xcorr(yt(1:N));

%TRANSFORMADA DE FOURIER

fftcorryt=fft(corryt,length(corryt));
absfftcorryt=abs(fftcorryt);

[sx,hertz]=psd(corryt,length(corryt),fsample);

corrfrecyt=hertz-ceil(max(hertz)/2); %Corrimiento de ejes

figure
plot(corrfrecyt,fftshift(10*log10(absfftcorryt)))
title('DENSIDAD ESPECTRAL APLICANDO LA FFT A LA AUTOCORRELACION')
xlabel('FRECUENCIA')
ylabel('MAGNITUD (dB)')
grid on

```

%ARCHIVO HPERIONORM

%ES LLAMADO POR LA OPCION

%PERIODOGRAMA

%Evalua la densidad espectral de potencia

%Mediante la transformada de Fourier

%Multiplicado por un factor dde N

clc

clear

load('hvariables')

N=1024;

%Ventana Grafica, muestra

%El numero de muestras a evaluar

prompt={'NUMERO MUESTRAS:'};

def={num2str(N)};

dlgTitle='METODO PROPUESTO.';

lineNo=1;

answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def);

N=str2num(deblank(answer{1}));

fm=fsample; **%Frecuencia de muestreo**

%Calculando las Frecuencias;

%Evaluando las frecuencias para

%para generar la gráfica en frecuencia

[sx,hertz]=psd(yt,N,fsample);

%////////////////////////////////////

%PERIODOGRAMA (1/N)*FFT.

%TRANSFORMADA DE FOURIER

fftytp=fft(yt,N);

absfftp=(1/length(yt))*(fftytp.*conj(fftytp));

%Corrimiento de ejes

correfrecp=hertz-ceil(max(hertz)/2);

figure

plot(correfrecp,fftshift(10*log10(absfftp)))

title('DENSIDAD ESPECTRAL APLICANDO PERIODOGRAMA NORMAL')

xlabel('FRECUENCIA')

ylabel('MAGNITUD (dB)')

grid on

%ARCHIVO HPERIOMODIF

%ES LLAMADO POR LA OPCION

%PERIODOGRAMA MOD

```
clc
clear
load('hvariables')
N=1024;

prompt={'NUMERO MUESTRAS: '};
def={num2str(N)};
    dlgTitle='METODO PROPUESTO.';
    lineNo=1;
    answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def);
    N=str2num(deblank(answer{1}));

    Hventanas; %Llamando el archivo Hventanas
    %Para escoger el tipo de ventana que se desea emplear.

fm=fsample;

%Calculando las Frecuencias;

[sx,hertz]=psd(yt,N,fsample);

%////////////////////////////////////

U=(1/N)*(abs(sum(Zona)))^2; %Suma de ventana
xw=vendiscr; %Renombrando la variable vendiscr;

%CALCULO DE LA DENSIDAD ESPECTRAL POR
%TRANSFORMADA DE FOURIER

fftxw=fft(xw,N);
absfftxw=(1/(N*U))*(fftxw.*conj(fftxw)).^2;

corrfreycyt=hertz-ceil(max(hertz)/2); %Corrimiento de ejes

figure
plot(corrfreycyt,fftshift(10*log10(absfftxw)))
title('DENSIDAD ESPECTRAL APLICANDO PERIODOGRAMA MODIFICADO')
xlabel('FRECUENCIA')
ylabel('MAGNITUD (dB)')
grid on
```

```
%ARCHIVO HPERIOWELCH  
%ES LLAMADO POR LA OPCION DE  
%WELCH.
```

```
%Este programa evalúa la densidad espectral de potencia empleando  
%el método de welch
```

```
clear  
clc  
load('hvariables')
```

```
%Condiciones Iniciales  
%Para la evaluación del espectro
```

```
trasla=.5; %Traslape de segmentos  
Nm=1024; %Número de transformadas de FFT  
N=512; % Numero de muestras por ventana  
hventanas; %Llama al archivo Hventanas, para elegir el tipo de ventana  
          %que se desea emplear  
          %Ventana grafica para elegir las variables iniciales
```

```
prompt={'NUMERO DE TRANSFORMADAS','% TRASLAPE'};  
def=(num2str(Nm), num2str(trasla), num2str(N));  
  dlgTitle='PERIDODOGRAMA DE WELCH.';  
  lineNo=1;  
  answer=inputdlg(prompt,dlgTitle, lineNo, def);  
  Nm=str2num(deblank(answer{1}));  
  trasla=str2num(deblank(answer{2}));
```

```
ventana=Zona; %Variable asociada al tipo de ventan  
          %Ubicada en el archivo de Hventnanas;  
trasla=trasla*length(Zona); %Generacion del segmento
```

```
%CALCULO DEL PERIDODOGRAMA DE WELCH
```

```
[rPxx, rF]=pwelch(yt, Nm, fsample, ventana, trasla);  
ejesf=rF-ceil(max(rF)/2); %Corrimiento de ejes
```

```
%Figura espectral
```

```
figure  
plot(ejesf, fftshift(10*log10(rPxx)))  
title('PERIDODOGRAMA POR EL METODO DE WELCH')  
xlabel('FRECUENCIA')  
ylabel('MAGNITUD (dB)')  
grid on
```

U

%ARCHIVO HPERIOBART

**%ESTE ARCHIVO ES LLAMADO POR LA OPCION
%DE BARTLETT**

**%Este programa evalua el espectro de potencia
%mediante el método de bartlett**

```
clear  
clc  
load('Hvariables')
```

N=32; %Número de Segmentos

```
prompt={'NÚMERO DE SEGMENTOS :'};  
def={num2str(N)};  
dlgTitle='VENTANA BARTLETT.';  
lineNo=1;  
answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def);  
N=str2num(deblank(answer{1}));
```

**%Calculando el número de segmentos
%y evaluando la ventana de bartlett**

```
d=bartlett(floor(length(yt)/N));  
bartZona=d';%Evaluacion de la inversa de los datos  
%Generados por la ventana de Bartlett
```

**%Condiciones iniciales para la generación de segmentos
%de la señal completa yt**

```
numarch=1;  
g=1;
```

**%Matriz de ceros para guardar los espectros
%generados por la ventana de Bartlett y posteriormente
%evaluar promedios**

```
matrden=zeros(length(d),N);
```

**%Calculo la densidad espectral para calcular
%las frecuencias**

```
[pxx, fxx]=psd(yt, length(d), fsample);
```

%Ciclo que nos permite crear una matriz para guardar los periodogramas

```
while g<=N
```

%Segmentación de la señal yt

```

ven_yt=yt((g-1)*length(bartZona)+1:g*length(bartZona));
ven_t=tiempo((g-1)*length(bartZona)+1:g*length(bartZona));
venbart=ven_yt.*bartZona;

%Calculando los periodogramas y guardando el resultado de cada
%Periodograma se guarda en una matriz MATRDEN

fftr=fft(venbart,length(venbart)); %evaluacion de la FFT de cada segmento
absfft=(fftr.*conj(fftr)).^2; %Evaluando la magnitud de la FFT
nfft=(1/length(venbart)).*absfft;

%Este ciclo guarda los espectros generados
%En cada segmento en la matriz matrden

for r=1:length(d)
    matrden(r,g)=nfft(r);
end %Fin del ciclo for
g=g+1;

end %Fin del ciclo while que genera la matriz de espectros

%Promediados de espectros
%Ubicados en la matriz matrden

reng=(1/N).*sum(matrden,2);

correfrec=fxx-ceil(max(fxx)/2); %Corrimiento de ejes

%Figura del espectro

figure
plot(correfrec,fftshift(10*log10(reng)))
title('PERIODOGRAMA APLICANDO EL METODO DE BARTLETT')
xlabel('FRECUENCIAS')
ylabel('MAGNITUD (dB)')
grid on

```

```

%Archivo hperiod_t
%Este programa llamado por la
%Opcion de Blackman-Tukey
%Este programa evalua la densidad espectral de potencia
%mediante el método de Blackman-Tukey

clc
clear
load('hvariables')

%Muestras iniciales para la evaluación de espectros

N=1024;

%Ventana grafica

prompt={'NUMERO MUESTRAS: '};
def={num2str(N)};
    dlgTitle='BLACKMAN-TURKEY.';
    lineNo=1;
    answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def);
    N=str2num(deblank(answer{1}));

%Llamada del archivo Hventanas, este genera
%una ventana grafica para la selección de ventana

Hventanas;

fm=fsample; %frecuencia de muestreo
%Calculando las Frecuencias;

[sx,hertz]=psd(yt,N,fsample);

%////////////////////////////////////

corr_yt=xcorr(yt(1:N)); %Evaluación de autocorrelación
xw=vendiscr.*corr_yt(1:N); %multiplicacion de funcion con ventana;

%CALCULO DE LA DENSIDAD ESPECTRAL POR EL METODO DE AUTOCORRELACION
%TRANSFORMADA DE FOURIER

fftxw=fft(xw,N);

%Calculando la magnitud del espectro generado por la FFT

absfftxw=(1/N)*(fftxw.*conj(fftxw)).^2;

corrfrecyt=hertz-ceil(max(hertz)/2); %Corrimiento de ejes

%Gráfica del espectro

```

```
figure
plot(corrfreycyt,fftshift(10*log10(absfftxw)))
title('DENSIDAD ESPECTRAL APLICANDO PERIODOGRAMA MODIFICADO')
xlabel('FRECUENCIA')
ylabel('MAGNITUD (dB)')
grid on
```

%ARCHIVO HPERIOPROMEDIOS

**%Programa es llamado por la opción de
%promedios espectrales**

**%Este programa evalúa la densidad espectral
%mediante promedios de espectros
%Hace particiones de la señal y evalúa
%la autocorrelación de estas particiones
%posteriormente evalúa su densidad espectral
%de cada partición, y finalmente calcula el
%promedio de estos espectros**

```
clear  
clc  
load('hvariables')
```

```
Nint=1024;    %Variable que contiene el numero de muestras  
              %de cada partición
```

%Ventana grafica que muestra las condiciones iniciales

```
prompt={'NUMERO MUESTRAS:'};  
def={num2str(Nint)};  
    dlgTitle='METODO PROPUESTO.';  
    lineNo=1;  
    answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def);  
    Nint=str2num(deblank(answer{1}));
```

**%Variable que evalua el número de particiones
%correspondientes a la señal, de acuerdo al número
%de muestras de cada partición**

```
N=floor(length(yt)/Nint);  
g=1; %Condicion inicial para el ciclo siguiente
```

%Generacion de una matriz para guardar los espectros evaluados

```
save_fftcorr=zeros(2*Nint-1,N);
```

**%Ciclo que evaluara los espectros
%y resguardados en la matriz save_fftcorr**

```
while g<=N
```

%Creando una matriz para guardar los espectros

```
yt;  
tiempo;
```

%Variable que realiza las particiones

```

corr_yt=xcorr(yt((g-1)*Nint+1:g*Nint));

%Matriz que contiene las transformadas de Fourier
save_fftcorr(1:end,g)=(fft(corr_yt,length(corr_yt)))';

%Incrementando el ciclo
g=g+1;

end %Fin del ciclo while

%Promediando los espectros
%prom_ffts=(1/Nint)*sum(save_fftcorr,2);

prom_ffts=(1/length(save_fftcorr))*sum(save_fftcorr,2);

%Evaluando las frecuencias de la señal
[sx,hertz]=psd(prom_ffts,length(prom_ffts),fsample);

%Corrimiento de ejes

corrfreycyt=hertz-ceil(max(hertz)/2);

figure
plot(corrfreycyt,fftshift(10*log10(abs(prom_ffts))))
title('DENSIDAD ESPECTRAL APLICANDO PROMEDIOS ESPECTRALES')
xlabel('FRECUENCIA')
ylabel('MAGNITUD (dB)')
grid on

```

%ARCHIVO HPERIOBURG

%Programa llamado por la opción Burg
%Este programa evalúa el espectro
%Utilizando el periodograma paramétrico de Burg

```
clear  
clc  
load('hvariables')
```

%Condiciones iniciales
%del numero de coeficientes
%a evaluar (Ncoef) en un determinado número de muestras(N)

```
Ncoef=10;  
N=1024;
```

%Ventana grafica que nos permite modificar las variables iniciales

```
prompt={'NUMERO DE COEFICIENTES MODELO AR', 'NUMERO DE MUESTRAS'};  
def={num2str(Ncoef), num2str(N)};  
    dlgTitle='PERIODOGRAMA DE BURG.';  
    lineNo=1;  
    answer=inputdlg(prompt, dlgTitle, lineNo, def);  
    Ncoef=str2num(deblank(answer{1}));  
    N=str2num(deblank(answer{2}));
```

%Evaluacion de periodograma de Burg
%Empleando el algoritmo propio del paquete

```
[rPxx, rF] = pburg(yt, Ncoef, N, fsample);
```

```
ejesf=rF-ceil(max(rF)/2); %Corrimiento de ejes
```

%figura del espectro de Burg

```
figure  
%plot(ejesf, fftshift(rPxx)) %Lineal  
plot(ejesf, fftshift(10*log10(rPxx))) %10*log10(x) PRESENTA LA GRAFICA EN  
DECIBELAS  
title('PERIODOGRAMA POR EL METODO DE BURG')  
xlabel('FRECUENCIA')  
ylabel('MAGNITUD (dB)')  
grid on
```

%ARCHIVO HPERIOYULE

%Programa llamado por la opción Yule
%Este programa evalúa el espectro
%Utilizando el periodograma paramétrico de Yule

```
clear  
clc  
load('hvariables')
```

%Condiciones iniciales
%del numero de coeficientes
%a evaluar (Ncoef) en un determinado número de muestras(N)

```
Ncoef=10;  
N=1024;
```

%Ventana grafica que nos permite modificar las variables iniciales

```
prompt={'NUMERO DE COEFICIENTES MODELO AR', 'NUMERO DE MUESTRAS'};  
def={num2str(Ncoef), num2str(N)};  
    dlgTitle='PERIODOGRAMA DE YULE.';  
    lineNo=1;  
    answer=inputdlg(prompt, dlgTitle, lineNo, def);  
    Ncoef=str2num(deblank(answer{1}));  
    N=str2num(deblank(answer{2}));
```

%Evaluacion de periodograma de Yule
%Empleando el algoritmo propio del paquete

```
[rPxx, rF] = pYule(yt, Ncoef, N, fsample);
```

```
ejesf=rF-ceil(max(rF)/2); %Corrimiento de ejes
```

%figura del espectro de Yule

```
figure  
%plot(ejesf, fftshift(rPxx)) %Lineal  
plot(ejesf, fftshift(10*log10(rPxx)))%10*log10(x) PRESENTA LA GRAFICA EN DECIBELES  
title('PERIODOGRAMA POR EL METODO YULE')  
xlabel('FRECUENCIA')  
ylabel('MAGNITUD (dB)')  
grid on
```


Apéndice B. Aplicación del programa computacional

En este apartado se presenta la descripción y uso del programa realizado para la evaluación de espectros de potencia empleando periodogramas. Dicho programa fue realizado mediante el software de Matlab en ambiente guide. El archivo principal del programa se llama "estimación_espectral" el cual muestra la figura 1

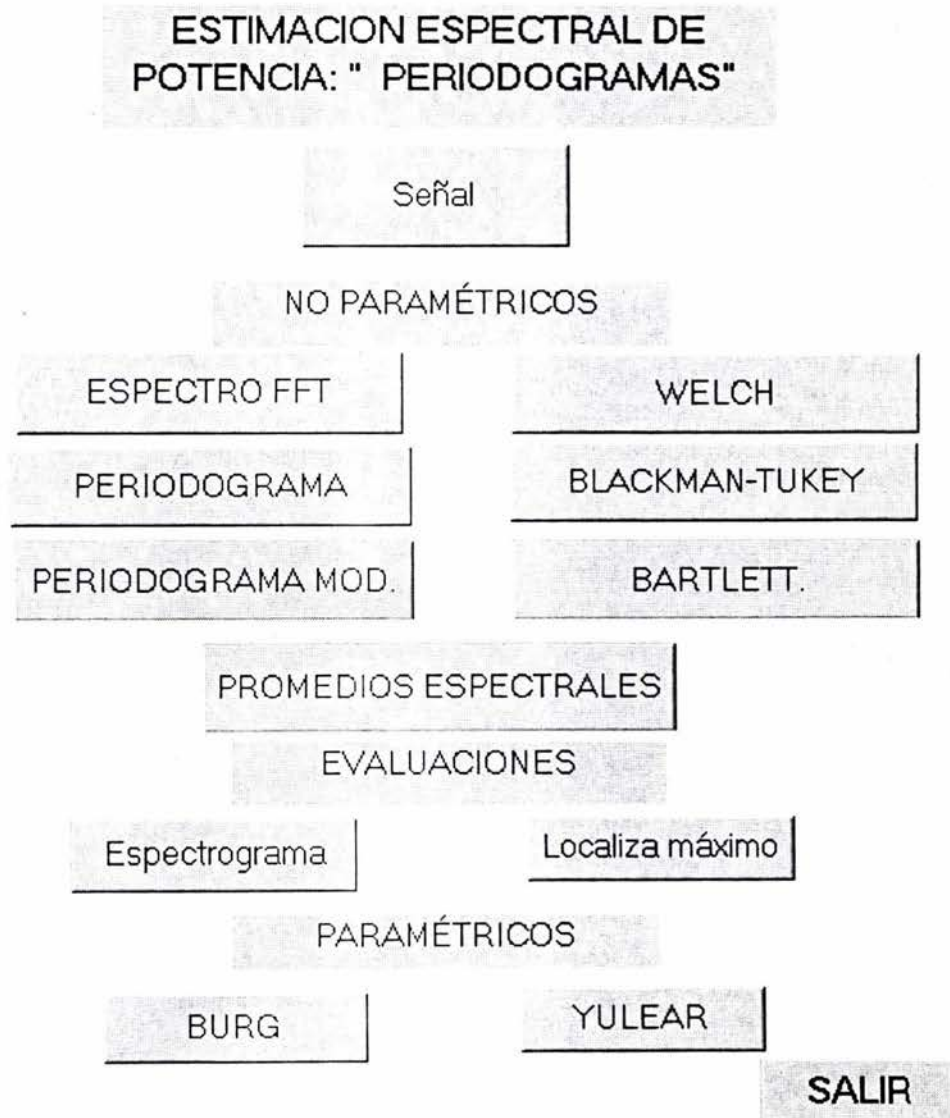


Figura 1.- Presentación del programa "estimación_espectral"

Es importante que las señales que se desean estudiar bajo este programa sean guardados en archivos .mat. Inicialmente el archivo que contiene los datos, se renombran las variables para ser reconocidas por el programa, y estas son salvadas en un archivo “.mat” utilizando la función de matlab “save”.

```
WF_Time=sigvol(1:end,1);  
WF_Channel_1=sigvol(1:end,2);  
WF_Channel_2=sigvol(1:end,3);  
save('dloscl012_02','WF_Time','WF_Channel_1','WF_Channel_2');
```

El primer parámetro es el archivo donde se guardan las variables: WF_Time, WF_Channel_1 y WF_Channel_2. Una vez renombradas las variables se selecciona la opción “señal” de la figura 1; al seleccionar esta opción se genera un archivo “HVARIABLES”, el cual^o contiene las variables que serán empleadas en el resto de los programas.

```
save('HVARIABLES','yt','fsample','tiempo');
```

A continuación en las figuras 2 y 3 se presentan la descripción de las opciones presentadas en la figura 1.



Figura 2.- Herramientas de procesamiento para las señales tratadas en el presente trabajo

BARTLETT	Calcula el espectro de potencia mediante el método de Bartlett, genera una ventana grafica que permite modificar el número de segmentos a evaluar. Emplea la ventana de Bartlett.
PROMEDIOS ESPECTRALES	Calcula el espectro de potencia promediando intervalos. Genera una ventana grafica que permite modificar el número de intervalos a evaluar.
ESPECTROGRAMAS	Evalúa una gráfica tiempo frecuencia, esta gráfica nos da información de la energía asociada a la señal producida por el fenómeno, esta herramienta es utilizada para diferenciar los lóbulos producidos por el procesamiento de aquellos generados por la experimentación
LOCALIZA MÁXIMOS	Esta opción localiza el punto máximo en un determinado intervalo, despliega la frecuencia y la amplitud correspondiente a dicho punto. Genera una ventana grafica que me permite seleccionar el intervalo en frecuencia en el que se desea evaluar el punto máximo
BURG	Calcula el espectro de potencia empleando el periodograma de Burg. Genera un ventana que permite modificar el numero de muestras y el número de parámetros a calcular.
YULEAR	Calcula el espectro de potencia empleando el periodograma de Yulear. Genera un ventana que permite modificar el numero de muestras y el número de parámetros a calcular.
SALIR	Cierra la ventana grafica de la figura 1. Al salir del programa se sigue conservando las variables iniciales de la señal en el archivo "H VARIABLES.mat"

Figura 3.- Herramientas de procesamiento para las señales tratadas en el presente trabajo

A continuación se presenta una aplicación empleando el programa de procesamiento utilizado en este trabajo. Las señales empleadas para este ejemplo fueron obtenidas en el laboratorio de acústica de la UNAM. Los datos corresponden a la señal en el tiempo y, a los cuales se obtendrá su espectro con el software realizado en la elaboración del presente trabajo. Los espectros

obtenidos serán comparados con aquellos obtenidos con un analizador de espectros.

La tabla I representa los datos en el tiempo de la señal, después de desheterodinarla, seguido del programa que renombra las variables las cuales son salvadas en un archivo d1osc1012_00.mat. Este archivo consta de 2000 datos por variable.

Tiempo[s]	Voltaje 1	Voltaje 2
•	•	•
•	•	•
•	•	•
+24.70000E-06	+835.00003816E-03	-623.00014496E-03
+24.72500E-06	+1.14750003816E+00	-560.50014495E-03
+24.75000E-06	+1.52250003815E+00	-310.50014495E-03
+24.77500E-06	+1.64750003815E+00	-185.50014495E-03
+24.80000E-06	+1.83500003815E+00	+1.99985505E-03
+24.82500E-06	+1.83500003814E+00	+314.49985505E-03
+24.85000E-06	+1.64750003814E+00	+501.99985504E-03
+24.87500E-06	+1.39750003814E+00	+501.99985505E-03
+24.90000E-06	+1.21000003814E+00	+626.99985504E-03
+24.92500E-06	+1.02250003814E+00	+564.49985504E-03
+24.95000E-06	+835.00003814E-03	+626.99985505E-03
+24.97500E-06	+710.00003800E-03	+751.99985515E-03

Tabla 1.- Datos en el tiempo de la señal una vez desheterodinada

```

WF_Time=sigvol(1:end,1);
WF_Channel_1=sigvol(1:end,2);
WF_Channel_2=sigvol(1:end,3);

save('d1osc1012_00','WF_Time','WF_Channel_1','WF_Channel_2');

```

En la tabla II se muestra los datos correspondientes al espectro. Estos datos fueron adquiridos con un analizador de espectros. El programa continua a la tabla gráfica el correspondiente espectro de potencia. En la primera línea del programa se resta 110MHz a los datos con el fin de trasladar la señal a la referencia cero.

Todo lo anterior, es el proceso inicial que se realiza con el fin de uniformar las variables que reconoce el software; utilizado para el análisis espectral de las señales analizadas en este trabajo.

Frecuencia	Magnitud
•	•
•	•
•	•
114725000.000	-6.00230e+01
114750000.000	-5.94860e+01
114775000.000	-6.03710e+01
114800000.000	-6.06700e+01
114825000.000	-6.04330e+01
114850000.000	-6.17700e+01
114875000.000	-6.16930e+01
114900000.000	-6.05490e+01
114925000.000	-5.99380e+01
114950000.000	-6.10440e+01
114975000.000	-6.13430e+01
115000000.000	-6.19170e+01

Tabla II.- Datos correspondientes al espectro de potencia, adquiridos por un analizador de espectros

```

fxhz=(fx(1:end,1)-110000000);
fdb=fx(1:end,2);
figure
plot(fxhz,fdb)
xlabel('Frecuencia [Hz]')
ylabel('Magnitud [dB]')
title('Espectro P101200')
grid on

```

Una vez definidas las variables que reconoce el programa se capturan los datos provenientes de la señal seleccionando con el botón “SEÑAL” de la figura 1, obteniendo con estos datos (tabla I) una grafica en el tiempo como la representada en la figura 2.

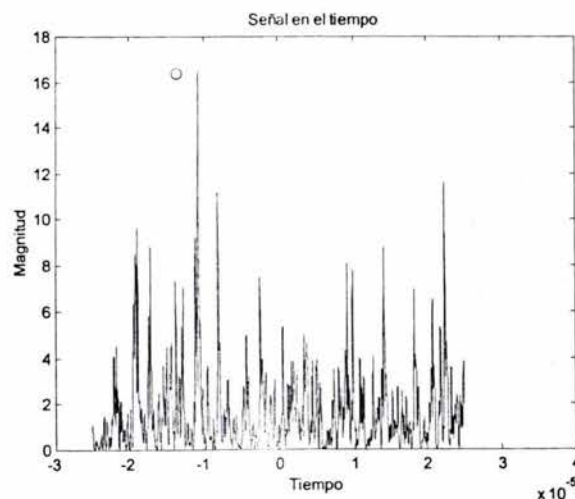


Figura 2.- Señal en el tiempo correspondiente a los datos de la tabla I

Una vez copilado los datos cuando se emplea el botón de “señal” se generan variables que son almacenadas en una archivo “HVARIABLES.mat”. Este archivo es llamado automáticamente por cada opción que uno escoja del menú principal (figura 1). Por ejemplo, para evaluar la densidad espectral de potencia mediante el método de Burg, solo se da un clic en el botón del mismo nombre; con lo que aparece la ventana grafica mostrada en la figura 3. En esta ventana es posible cambiar los valore iniciales propuestos.

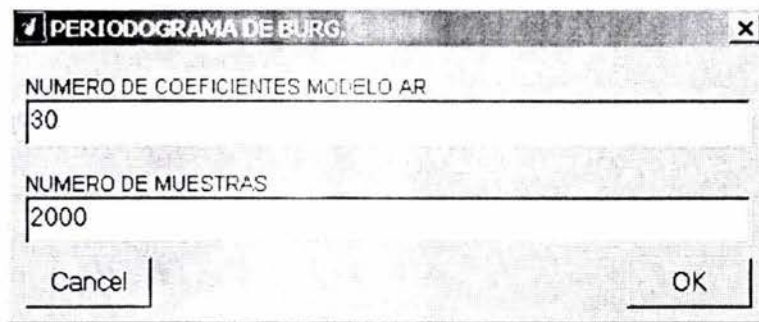


Figura 3.- Ventana grafica, esta es activada cuando se selecciona el método de Burg

Empleando estos valores iniciales se obtiene la gráfica mostrada en la figura 4

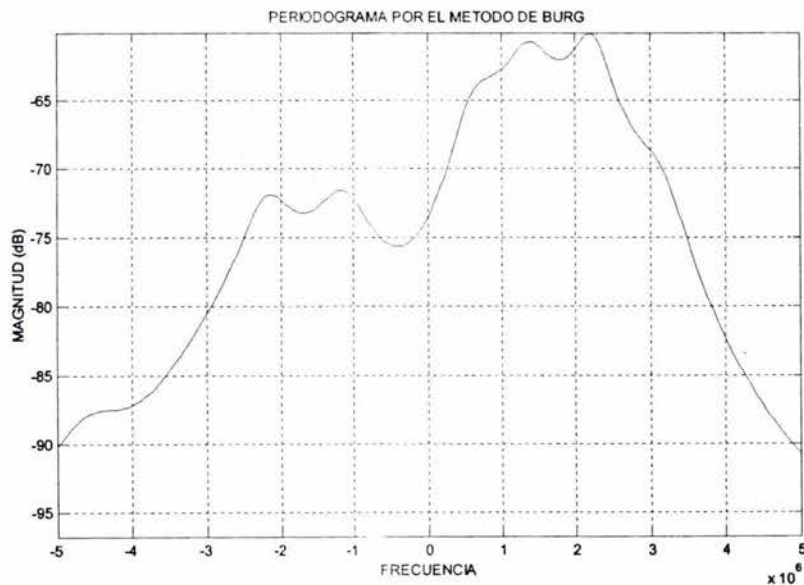


Figura 4.- Espectro de potencia evaluado por el método de Burg, se obtuvo al seleccionar el botón con el mismo nombre (la figura 1)

En particular para este método, se puede evaluar su punto máximo en determinada zona seleccionando el botón "localiza máximos", al accionarlo se activa la ventana grafica mostrada en la figura 5. En esta ventana se propone el intervalo de frecuencia en donde se desea localizar el punto máximo.

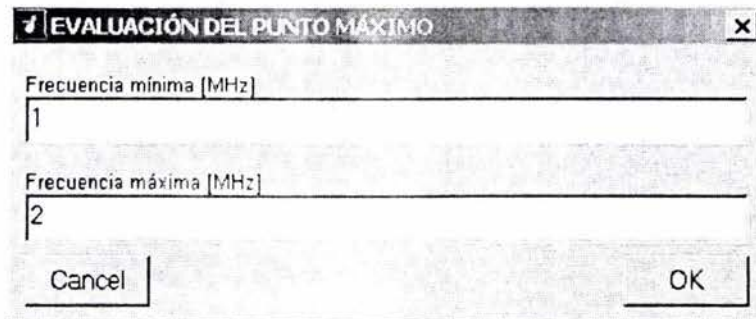


Figura 5.- Ventana grafica para seleccionar el intervalo donde se desea localizar un punto máximo.

Una vez seleccionado el intervalo y activada la ventana se obtiene el mismo espectro pero señalando el punto máximo proporcionando su frecuencia y amplitud correspondiente, figura 6.

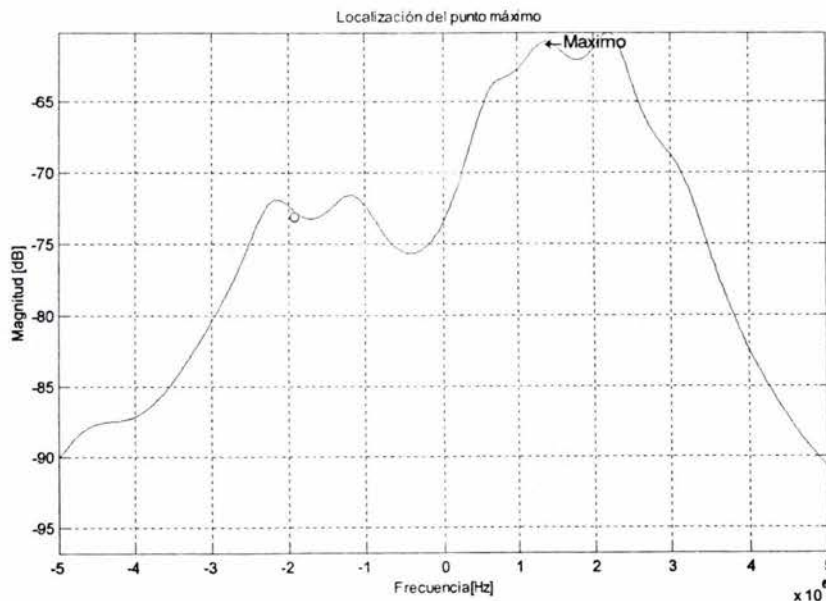


Figura 6.- Espectro de potencia, en esta figura nos indica el punto máximo localizado en el intervalo seleccionado por la figura 6

El espectrograma es una herramienta opcional que nos permite visualizar toda la zona correspondiente a los datos analizados, esto es debido a que en ocasiones el uso de periodogramas paramétricos nos proporciona lóbulos que pueden ser confundidos con los picos frecuenciales. Como se puede notar en la figura 5 muestra un lóbulo entre -5MHz y -4MHz y otros mas a los extremos del centro de la misma. Calculando el espectrograma dando clic en el botón con el mismo nombre, figura 1, se obtiene la gráfica mostrada en la figura 7.

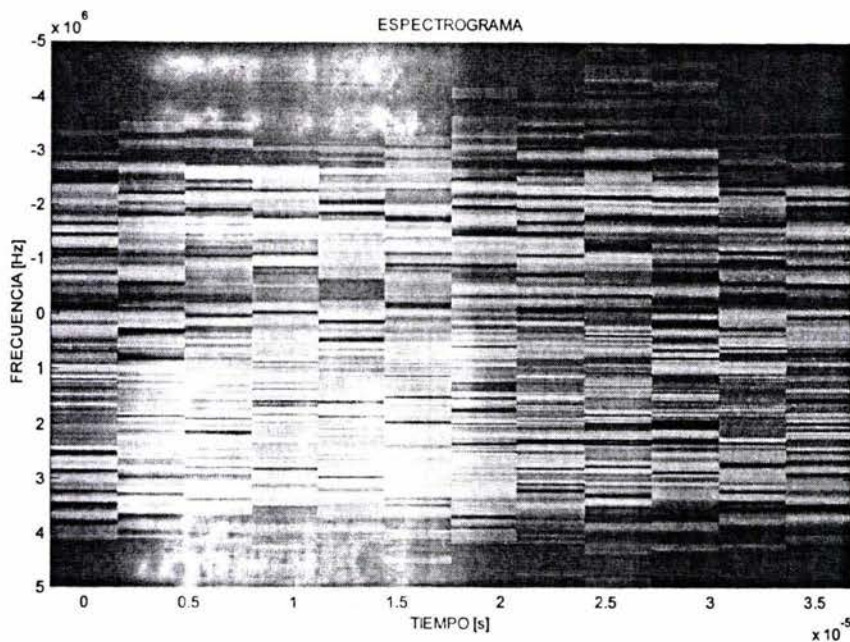


figura 7.- Espectrograma de la figura 5

Todos los colores, excepto el rojo, nos indican las zonas energéticas de los datos evaluados, podemos notar que en el intervalo de -5MHz y -4MHz , no se identifica alguna zona energética, por lo que se concluye que el lóbulo que aparece en la gráfica de la figura 5 es debido al procesamiento empleado y no al experimento. El espectrograma no solo nos permite identificar los lóbulos "falsos", además es posible distinguir zonas de mayor energía, por ejemplo, de la figura 7, podemos observar la carencia de color en la zona central, alrededor de 0Hz , lo que corresponde a un valle en la gráfica mostrada en la figura 6 correspondiente a la misma zona.

El procedimiento antes mencionado se aplica para los periodogramas paramétricos, debido a que con ellos es posible localizar con claridad los picos frecuenciales existentes en el espectro de frecuencia. Los periodogramas no paramétricos no resultaron ser útiles para este tipo de señales, dado que estos métodos proporcionan mucho ruido que oculta información que proporcionan los periodogramas paramétricos. En la figura 8 se muestran los espectros utilizando los métodos no paramétricos.

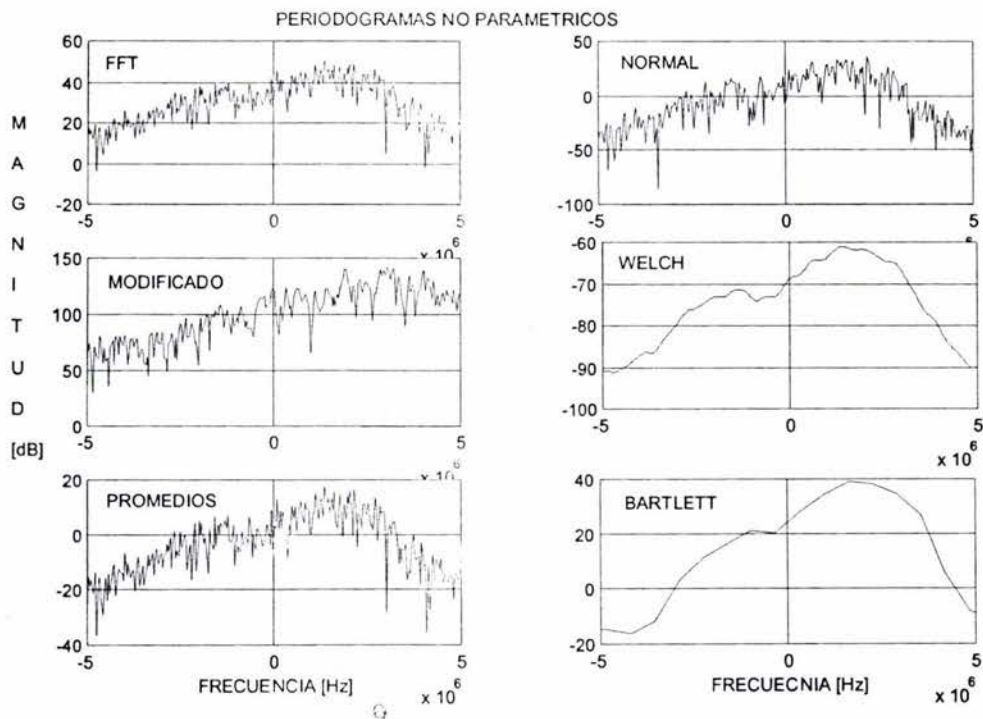


Figura 8.- Periodogramas no paramétricos de la señal mostrada en la figura 2

A excepción del espectro evaluado por el método de Welch, todos los de más espectros paramétricos carecen de la posibilidad de evaluar algunos puntos sobre la gráfica, incluso muestran espectros con mayor ruido que el producido por el analizador de espectros.