



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA MECÁNICA E INDUSTRIAL

*"MEDICIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN UN
MATERIAL GRANULAR."*

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO

P R E S E N T A :

SALOMÓN MIGUEL ÁNGEL JIMÉNEZ ZAPATA



DIRECTORES DE TESIS:
DR. ROBERTO ZENIT CAMACHO
DR. GUILLERMO PULOS CÁRDENAS

MEXICO

JULIO 2004



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Coeficiente de fricción en un material granular

Salomón Miguel Angel Jiménez Zapata
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

Junio 2004

A mi mamá, a mi papá, a Carlos y Magdala.

*Todo lo sólido se desvanece en el aire; todo lo sagrado es profanado,
y los hombres, al fin, se ven forzados a considerar serenamente sus condiciones
de existencia y sus relaciones recíprocas.*

Karl Marx

*Aunque ningún oído, me escuchara, debiera esto hallar eco en el corazón;
en una forma cambiante ejerzo un poder terrible. En las sendas de la tierra, en las ondas del mar,
soy el compañero eternamente angustioso, a quien se encuentra siempre sin buscarlo jamás,
tan lisonjeado como maldecido. ¿No conociste nunca la Inquietud?*

La Inquietud en Fausto

Agradecimientos

A mis padres y hermanos por su amor y apoyo incondicionales, tanto en los buenos tiempos como en los malos. A mis padres agradezco su dedicación, sacrificio y esfuerzo por nosotros sus hijos. A Carlos y Magdala agradezco toda una vida juntos.

A mis abuelos Ene, Lupe y Carlos. A toda mi familia

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería por todo lo que en ellas aprendí, conocí y que tanto me han dado.

Quiero decir gracias también a mis asesores y amigos Roberto Zenit y Guillermo Pulos, por su apoyo y confianza que han ido más allá de lo académico.las fronteras y el idioma.

Al Dr. Juan Hernández Cordero.

A los Doctores: Ramón Herrera Velarde y Baltasar Mena.

A mis amigos miembros del Stoned Raider Crew: Carlinhos (Piedra), Carlinhos, Odiseo, Christian, Gina, Alvaro, Renato y Huicho. A mis amigos de toda la vida Arturo, Beto, Poncho y Gustavo. A mis amigos malandrines del laboratorio: Eréndira, Panchito, Violeta, Omar, León, Sandra, Felipe, Nestor, Carlos(Sir Charles), Itzel y Diego. ! Y no pongan ojos de Remi cuando lean esto A mis amigos del laboratorio de reología Daniel Chehata, Julian , Roberto A., Liber, Gilberto, Mauricio (Champi), Paulo, Marco R. y Carlos(Charly).

A mis profesores de la Facultad de Ingeniería, en especial a: Ing. Rolando Peralta , Ing. Cesar Vazquez Segovia y Dr. Francisco Solorio.

A mi maestro Antonio Reyes por todo el conocimiento y cariño que depositó en mi.

A mis sinodales: Dr. Pablo Padilla Longoria y Dr. Ramón Peralta y Fabi.

Al Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM. Agradezco enormemente a los programas de becas PAPIIT (IN110601) y PROBETEL por el apoyo que me brindaron durante la realización de esta tesis.

Resumen

La fricción es el mecanismo que gobierna el comportamiento de los flujos granulares densos ya que los contactos entre partículas son duraderos y constantes. Es importante conocer la física fundamental de los fenómenos de fricción para poder entender el comportamiento mecánico de los flujos granulares densos.

En este trabajo se estudia la mecánica de una columna de material granular impulsada a lo largo de un cilindro. La impulsión se realiza mediante el pistón de una prensa hidráulica. Los cilindros utilizados son de acrílico de tal forma que permiten observar el comportamiento del material durante los experimentos. Se utilizaron dos diámetros de cilindros, 50.9mm y 36mm. El control del experimento y la adquisición de datos fueron realizados de forma automatizada mediante una computadora personal.

Se realizaron experimentos de impulsión para diferentes alturas de columna, diámetros de partícula, diámetro de cilindro y velocidades de impulsión. Cuando la columna es impulsada ocurre un redireccionamiento de los esfuerzos en el material, el cual provoca un incremento del esfuerzo normal sobre la pared y en consecuencia se requiere de una fuerza mayor para lograr desplazar la columna. Obtuvimos mediciones de fuerza como función del desplazamiento de la columna, así como imágenes en video de los experimentos con el fin de relacionar el comportamiento del material con las curvas de fuerza como función del desplazamiento.

Encontramos que las columnas de material granular deben tener una altura mínima necesaria para que la fuerza de impulsión alcance un estado asintótico. También encontramos evidencia del transporte de partículas dentro de la columna .

Motivación

A pesar de que el interés por el estudio de la mecánica de los materiales granulares es muy antiguo, aún no se tiene un entendimiento cabalmente establecido del comportamiento de estos materiales. Tal carencia se debe a que los arreglos granulares exhiben comportamientos diversos de acuerdo a la sollicitación de esfuerzos a la que son sometidos. De esta forma podemos dividir la mecánica de los materiales granulares en tres grandes grupos: materiales densos lentos cuyo comportamiento está gobernado por la fricción entre partículas, materiales densos rápidos los cuales pueden estudiarse a partir de la mecánica de fluidos y los materiales muy diluidos gobernados por colisiones ocasionales entre partículas.

Existen nombres célebres como Coulomb y Reynolds en el estudio de estos materiales. Sin embargo el interés por los medios granulares no es sólo cuestión de ciencia básica. Muchas industrias basan su actividad en el manejo y almacenamiento de granos, polvos y materiales para construcción. La gran mayoría de los alimentos y medicinas que consumimos diariamente son procesados a partir de materia prima en forma granular. El diseño y operación de equipos de transporte, manejo y almacenaje se realiza con base en reglas empíricas que se han ido mejorando a lo largo de los años. Es decir, el interés por los materiales granulares está respaldado por el gran impacto económico y tecnológico que representan para la sociedad.

Índice general

	I
	III
Índice general	1
1. Antecedentes	3
1.1. Densidad de un material granular	3
1.2. Tamaño de partícula	3
1.3. Dilatancia	4
1.4. Permeabilidad	4
1.5. Modelos continuos	5
1.6. Ecuación de Euler	5
1.7. Material ideal de Coulomb	8
1.8. Análisis de falla Mohr-Coulomb	9
1.9. Estados de Rankine	12
1.9.1. El estado activo en el diagrama Mohr-Coulomb	13
1.10. Ángulo de reposo de un material granular	16
1.11. El criterio de falla de pared	18
1.12. Análisis integral de esfuerzos	19
1.12.1. Análisis de Janssen	19
1.12.2. Método de cuñas de Coulomb	22
2. Diseño de los experimentos	23
2.1. Pruebas de impulsión: medición de la fuerza de impulsión	24
2.1.1. Descripción de la prueba	25
2.1.2. Arreglo experimental	27
2.1.3. Descripción de componentes	28
2.2. Software de control	29
2.2.1. Modo de operación del instrumento virtual	30
2.3. Modificaciones al dispositivo experimental	31
2.4. Material granular	32
2.5. Estadísticas de partículas	32
2.6. Método de llenado de los cilindros	34
2.7. Análisis de datos	35

2.8. Análisis de imágenes	35
3. Resultados	37
3.1. Cilindro de 50.9mm y partículas de 3mm	38
3.1.1. Análisis de la zona asintótica	39
3.2. Cilindro de 50.9mm y partículas de 6mm	42
3.2.1. Análisis de la zona asintótica	44
3.3. Cilindro de 36mm y partículas de 3mm	47
3.4. Cilindro de 36mm y partículas de 6mm	50
3.4.1. Análisis de la zona asintótica	52
3.5. Dependencia de la desviación estándar con la relación D/d	54
3.6. Cambio en la altura de la columna	56
3.7. Forma de la superficie libre	58
4. Conclusiones y trabajo a futuro	59
4.1. Conclusiones	59
4.2. Trabajo a futuro	63
Bibliografía	65
A. Material granular	67
B. Componentes de la prensa hidráulica MTS	69
C. Comandos del controlador MTS 407	71
D. Programas PV-WAVE	75
E. Programas MatLab	79
E.1. Escala	79
E.2. Referencia	79
E.3. Centroide de la superficie libre	80

Capítulo 1

Antecedentes

En este capítulo se presentan conceptos acerca de los materiales granulares y se discuten los fundamentos de algunas herramientas básicas en la mecánica de materiales que constituyen la base de análisis de esfuerzos en materiales granulares densos lentos.

El análisis de deformación y de esfuerzos en materiales granulares se basa en los principios establecidos por Coulomb en el siglo XVIII, y aún continúan siendo piedra angular en el diseño de silos y contenedores.

1.1. Densidad de un material granular

Un material granular es una mezcla compuesta de partículas sólidas dispersas en un fluido, el cual generalmente es aire y ocupa los espacios intersticiales. Debemos tomar en cuenta que los materiales sólidos son prácticamente incompresibles, mientras que los gases como el aire son susceptibles de ser comprimidos. Pues bien, los materiales granulares pueden presentar características de sus dos componentes [10], es decir, son compresibles pero alcanzan una densidad límite, por lo que su comportamiento a la compresión es de carácter asintótico. Por tanto, es necesario definir la densidad de un material granular en función de las fracciones volumétricas de sus componentes

$$\rho_b = \rho_s(1 - \varepsilon) + \rho_g\varepsilon, \quad (1.1)$$

en donde ε es la fracción volumétrica ocupada por el gas intersticial, ρ_s es la densidad del material sólido, ρ_g es la densidad del gas intersticial y ρ_b es la densidad efectiva del material granular. La densidad ρ_b depende fuertemente de la disposición y acomodo de las partículas sólidas y del esfuerzo aplicado. Por ésta razón la densidad ρ_b depende de la historia de esfuerzos del material.

1.2. Tamaño de partícula

Determinar el tamaño de partícula constituye una tarea de caracterización estadística, ya que los materiales no son perfectos y las variaciones pueden ser significativas con respecto a tamaño y forma. En la actualidad existen técnicas de análisis digital de imágenes con las cuales se pueden determinar las distribuciones de tamaño y forma poblaciones muy grandes, en forma rápida y eficiente.

1.3. Dilatancia

Si sometemos un conglomerado de partículas a una carga capaz de producir una deformación en el material por esfuerzo cortante, las capas de partículas tenderán a deslizarse y avanzar unas sobre las otras, lo cual provocará un incremento en el volumen intersticial que se refleja en un aumento del volumen efectivo del conglomerado de partículas. Reynolds llamó *dilatancia* [21] [16] a este fenómeno.

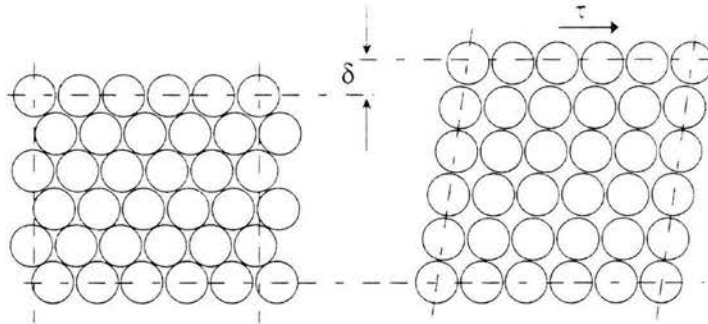


Figura 1.1: Dilatancia de Reynolds.

1.4. Permeabilidad

La permeabilidad se define como la velocidad a la cual el fluido intersticial, bajo la influencia de un gradiente de presión, migra a través de un material granular. Evidentemente esta propiedad depende de la disposición de los espacios intersticiales entre partículas y consecuentemente de la historia de esfuerzos del material. De tal forma que una alta densidad efectiva presentará una mayor resistencia al paso del fluido (Figura 1.2).

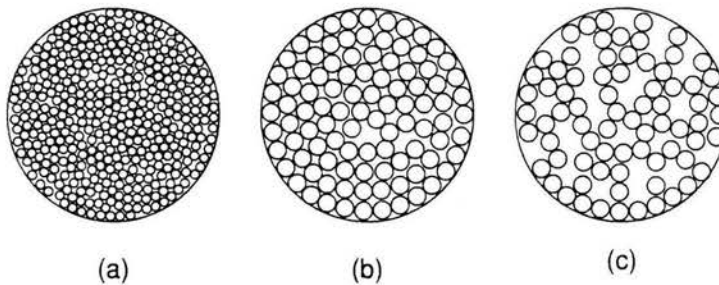


Figura 1.2: Area de flujo $c >$ Area de flujo $b >$ Area de flujo a
 $\varepsilon_c > \varepsilon_b > \varepsilon_a$.

Kozeny y Carman [16] construyeron un modelo matemático para partículas esféricas

$$U = \frac{d^2 \varepsilon^3}{180 \mu_f (1 - \varepsilon^2)} \frac{dP}{dx}, \quad (1.2)$$

en donde U es la velocidad superficial, que se define como el área de flujo volumétrico dividida por el área total, d es el diámetro de partícula, ε es la fracción volumétrica del fluido intersticial, μ_f es la viscosidad cortante del fluido intersticial y dP/dx es la magnitud del gradiente de presión en la dirección del flujo. El factor $d^2\varepsilon^3/180\mu_f(1-\varepsilon^2)$ se conoce como la permeabilidad k , y se observa que aumenta con el cuadrado del diámetro de partícula y que depende fuertemente de la fracción volumétrica.

1.5. Modelos continuos

En los materiales granulares densos lentos los contactos entre partículas son constantes y duraderos, de tal forma que podemos pensar que una partícula tendrá siempre las mismas vecinas y que las velocidades de deformación son muy lentas, por lo que el material se comportará como un sólido [13]. Si el sistema granular que se está estudiando es suficientemente grande, tal que la mínima escala física del sistema sea mucho mayor que la dimensión característica de las partículas, podemos estudiarlo desde un punto de vista continuo y suponer que las propiedades físicas del material son una manifestación promedio del comportamiento de todas las partículas que lo constituyen.

El análisis continuo tiene la ventaja de estar basado en conceptos geométricos simples que constituyen la base de análisis para comprender la mecánica de la materia granular. Sin embargo, a pesar de la relativa sencillez de los modelos continuos, existen problemas que éstos aún no pueden resolver como son: Los modelos continuos no tienen la capacidad de considerar la forma de las partículas y no existen herramientas de computo capaces de modelar todas las complejidades en los flujos granulares.

1.6. Ecuación de Euler

La fuerza, gradiente de esfuerzos y la aceleración actuando sobre un elemento diferencial de material, se encuentran relacionados mediante la ecuación de Euler. La ecuación de Euler se puede deducir a partir de un balance de fuerzas sobre un elemento diferencial. Sin embargo, antes de iniciar con este análisis es necesario hacer notar que los esfuerzos de compresión se consideran como positivos debido a que los materiales granulares presentan una resistencia muy baja cuando son sometidos a esfuerzos de tensión [16] [10]. En la figura 1.3 se muestra un elemento diferencial, de espesor unitario y peso específico γ , en el cual los esfuerzos se representan de acuerdo al argumento anterior

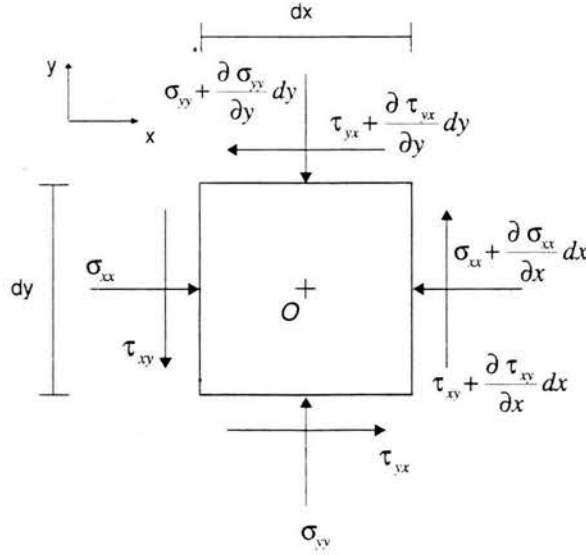


Figura 1.3: Esfuerzos en un elemento diferencial.

Evaluamos la fuerza por unidad de volumen en la dirección x

$$P_x dx dy = \sigma_{xx} dy + \tau_{yx} dx - \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx \right) dy - \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx, \quad (1.3)$$

y en la dirección y

$$P_y dx dy = \sigma_{yy} dx - \tau_{xy} dy - \left(\sigma_{yy} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} dy \right) dx + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \right) dy, \quad (1.4)$$

en donde σ_{ij} y τ_{ij} ($i = x, y; j = x, y$) son los esfuerzos normal y tangencial actuando sobre las caras del elemento diferencial. Al reducir términos semejantes tenemos

$$P_x dx dy = -\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx dy - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy dx, \quad (1.5)$$

$$P_y dx dy = -\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} dy dx + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx dy. \quad (1.6)$$

Ahora, dividimos ambas ecuaciones entre el volumen del elemento diferencial

$$P_x = -\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}, \quad (1.7)$$

$$P_y = -\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}. \quad (1.8)$$

Si consideramos que las fuerzas de cuerpo solo actúan en la dirección vertical, ($P_x = 0, P_y = \gamma y$).

$$-\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0, \quad (1.9)$$

$$P_y = -\rho_b g, \quad (1.10)$$

$$-\rho_b g = -\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}. \quad (1.11)$$

Evaluamos los momentos (positivos en sentido de las manecillas del reloj) con respecto al centro de masa O del elemento diferencial y tenemos

$$\sum M_o = -(\tau_{xy} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx) dy \frac{dx}{2} - \tau_{yx} dx \frac{dy}{2} - \tau_{xy} dy \frac{dx}{2} - (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy) dx \frac{dy}{2}. \quad (1.12)$$

Reducimos términos semejantes

$$\sum M_o = -\tau_{xy} dx dy - \tau_{yx} dx dy - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \frac{dx dy dx}{2} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{dy dx dy}{2}. \quad (1.13)$$

Si el elemento se encuentra en equilibrio rotacional ($\sum M_o = 0$) y se desprecian los términos de orden superior obtenemos

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx}. \quad (1.14)$$

Este último resultado nos indica que el sentido del esfuerzo τ_{yx} es opuesto al dibujado en la figura 1.3. En la figura 1.4 se muestra la dirección de los esfuerzos cortantes de acuerdo a las condiciones de equilibrio rotacional.

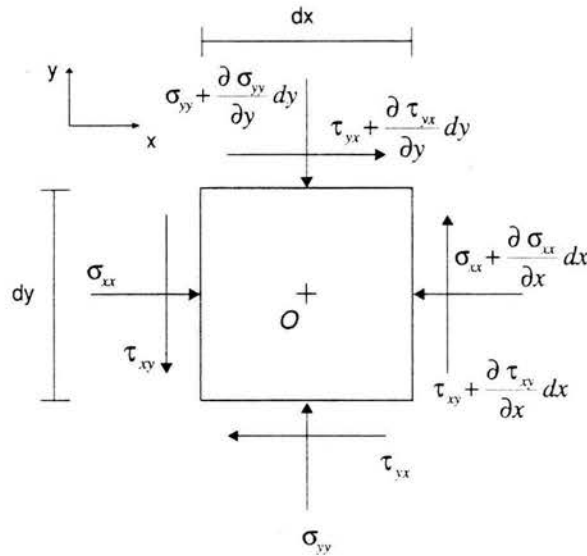


Figura 1.4: Cambio del sentido de acción de τ_{yx}

Sustituimos 1.14 en 1.11

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = \rho_b g. \quad (1.15)$$

Si el material se encuentra en movimiento, la fuerza por unidad de volumen igualará al producto de la densidad por la aceleración según

$$P_x = \rho_b \frac{Du}{Dt} = \rho_b \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (1.16)$$

por lo tanto

$$\rho_b \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0. \quad (1.17)$$

en donde u y v son las componentes del desplazamiento del material y D/Dt es el operador derivada material. De la misma manera en la dirección y

$$\rho_b \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} - \rho_b g = 0. \quad (1.18)$$

Las ecuaciones 1.17 y 1.18 son las componentes de la ecuación de Euler. También son conocidas como *Ecuaciones de movimiento* ó *Ecuaciones de Momentum* y son aplicables al movimiento de fluidos y de materiales granulares [16].

1.7. Material ideal de Coulomb

Los materiales granulares presentan pequeñas deformaciones elásticas cuando son sometidos a esfuerzos muy pequeños [16]. Cuando el esfuerzo aplicado es igual a un valor crítico se forma una zona de falla (plano de deslizamiento) [15] [16] [17] que divide al material. Dado que las deformaciones elásticas son muy pequeñas, podemos considerarlas despreciables; simplificando aún más, podemos suponer que el material se divide en dos bloques rígidos mediante una estrecha zona plástica como si fuera un *material rígido plástico*. Un material rígido plástico no presenta deformación elástica cuando es sometido a esfuerzos. Sin embargo, cuando el estado de esfuerzos iguala un valor crítico el material fluye plásticamente a una velocidad y esfuerzo de deformación constantes [8] [16] [15] hasta que el material falla y se forma un plano de deslizamiento (plano de falla). A partir de que el material falla, el esfuerzo cortante (τ) en el plano de falla es independiente de la velocidad y de la magnitud del deslizamiento, pero depende del esfuerzo normal (σ) sobre el mismo. Los materiales para los que la relación $\tau = f(\sigma)$ es lineal en la zona de falla, son conocidos como *materiales ideales de Coulomb*.

De acuerdo con lo descrito en los párrafos anteriores, existe evidencia para considerar que un material granular se comporta como un material ideal de Coulomb y que la relación $\tau = f(\sigma)$ tiene la forma

$$\tau = \mu\sigma + c, \quad (1.19)$$

en donde μ es el coeficiente de fricción del material granular y c es el coeficiente de cohesión del mismo. Ambos coeficientes son propiedades que dependen de la naturaleza del material.

Si consideramos un material sin cohesión ($c \rightarrow 0$) y multiplicamos ambos lados de la ecuación 1.19 por el área del plano de falla obtenemos

$$F = \mu N, \quad (1.20)$$

en donde F es la fuerza de fricción y N la fuerza normal al plano de falla. Por lo que podemos escribir el coeficiente de fricción como

$$\mu = \tan \phi, \quad (1.21)$$

en donde ϕ es el ángulo de fricción que forman la fuerza normal y la de fricción; más adelante relacionaremos este ángulo con las propiedades de un material granular.

El uso de la definición de Coulomb no predice el sentido del deslizamiento pero impone un límite a la magnitud del esfuerzo cortante en el plano de falla. Estrictamente el modelo tiene la siguiente forma

$$\tau = \pm(\mu\sigma + c). \quad (1.22)$$

El material ideal de Coulomb es una herramienta que proporciona una visión simplificada del comportamiento de un material granular real. No obstante su sencillez, constituye la base del análisis y desarrollo de importantes ideas de validez general.

1.8. Análisis de falla Mohr-Coulomb

El círculo de Mohr es una herramienta que nos permite representar en un diagrama $\tau - \sigma$ el estado bidimensional de esfuerzos de un material granular a partir de dos pares coordenados de esfuerzos (τ, σ) . La convención de signos para los esfuerzos compresivos de la sección 1.6, permite ubicar el círculo de Mohr de un material granular en el lado positivo del eje σ .

El uso conjunto del círculo de Mohr y el material ideal de Coulomb, se conoce como análisis de falla de Mohr-Coulomb. Este análisis permite representar en el mismo diagrama el estado de esfuerzos al que se encuentra sometido el material y la recta $\tau = \mu\sigma + c$ que gobierna el comportamiento de un material granular cuando ocurre la falla. En la figura 1.5 se muestran tres rectas de Coulomb y un círculo de Mohr para un material granular con el propósito de ilustrar las combinaciones que pueden existir entre los esfuerzos cortantes y normales.

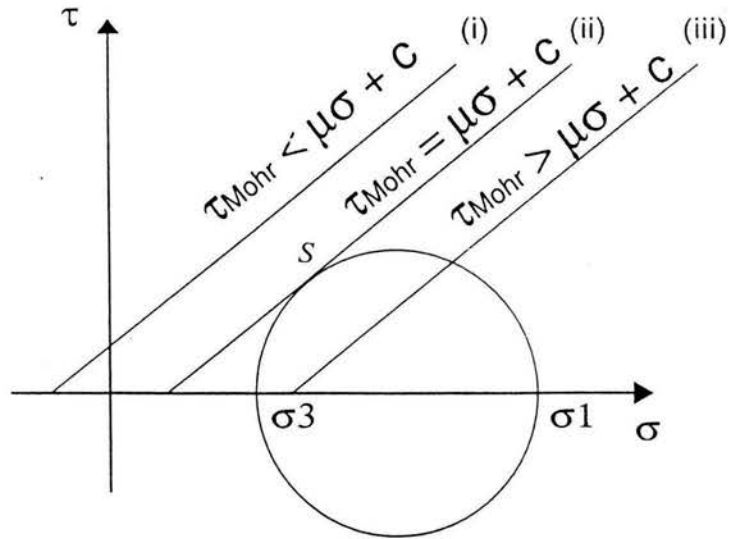


Figura 1.5: Diagrama de Mohr-Coulomb.

En la figura anterior en el caso *i*) se observa que $\tau_{Mohr} < \mu\sigma + c$, es decir, no existe plano de deslizamiento ya que el material es capaz de soportar tal nivel de esfuerzos. La recta que representa el caso *ii*) es tangente al círculo de Mohr en el punto *S*, el material se encuentra en un estado de falla inminente ya que el nivel de esfuerzos ha alcanzado un valor crítico provocando la formación del plano de deslizamiento ($\tau_{Mohr} = \mu\sigma + c$). El caso *iii*) , $\tau_{Mohr} > \mu\sigma + c$, no es físicamente posible ya que el material estaría sometido a un estado de esfuerzos mayor al que puede soportar. De acuerdo con lo anterior, sólo en el caso *ii*) se puede calcular la localización del plano de falla.

Los parámetros del análisis de Mohr-Coulomb están definidos por las siguientes ecuaciones

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(90 - \phi)R = p^* \sin \phi, \quad (1.23)$$

$$\sigma_1 = p^*(1 + \sin \phi - c \cot \phi), \quad (1.24)$$

$$\sigma_3 = p^*(1 - \sin \phi - c \cot \phi), \quad (1.25)$$

las cuales se pueden deducir a partir de la figura 1.6, en donde los puntos *S* y *S'* son los puntos de tangencia entre el círculo de Mohr y las rectas de Coulomb (ver ecuación 1.22)

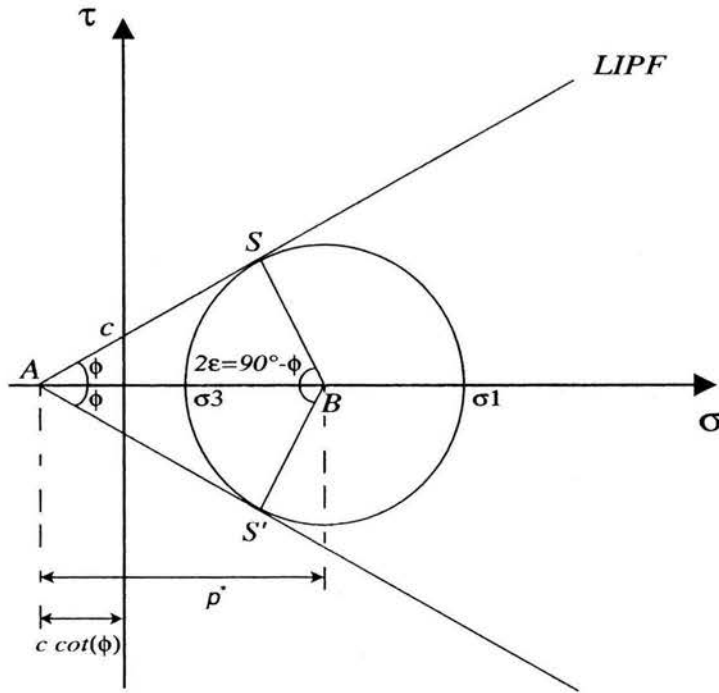


Figura 1.6: Criterio de falla de Mohr-Coulomb.

Para materiales sin cohesión ($c \rightarrow 0$) la relación entre los esfuerzos principales es

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{(1 + \text{sen } \phi)}{(1 - \text{sen } \phi)} \quad (1.26)$$

El análisis de Mohr Coulomb está determinado analíticamente por las ecuaciones

$$\sigma_{xx} = p^* + R \cos 2\psi - c \cot \phi = p^*(1 + \text{sen } \phi \cos 2\psi) - c \cot \phi, \quad (1.27)$$

$$\sigma_{yy} = p^* - R \cos 2\psi - c \cot \phi = p^*(1 - \text{sen } \phi \cos 2\psi) - c \cot \phi, \quad (1.28)$$

$$\tau_{yx} = -\tau_{xy} = R \text{sen } 2\psi = p^* \text{sen } \phi \text{sen } 2\psi, \quad (1.29)$$

las cuales se pueden deducir fácilmente estudiando la figura 1.7

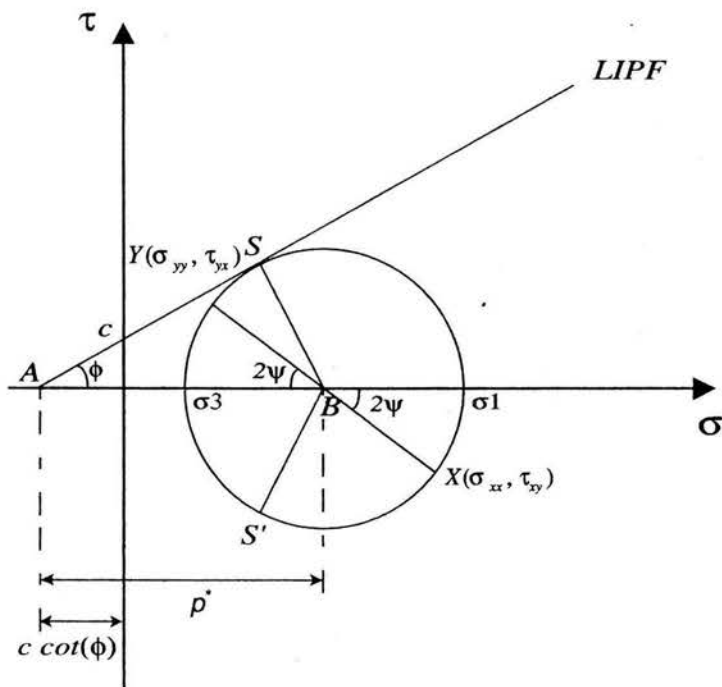


Figura 1.7: Parámetros del análisis Mohr-Coulomb.

Es importante recordar que en el círculo de Mohr, los ángulos calculados representan el doble de la rotación real del elemento diferencial, por lo tanto el ángulo de falla será la mitad del resultado estimado en el método gráfico ($\psi/2$).

1.9. Estados de Rankine

Supongamos que confinamos a un material granular entre dos paredes verticales paralelas, rígidas y separadas por una distancia d , como se muestra en la figura 1.8. Las paredes tienen una altura que se extiende a partir de la superficie libre del material y una longitud infinita, al igual que el material al que contienen. Dado este sistema podemos provocar dos reacciones diferentes al mover las paredes.

Si alejamos las paredes, cada una con respecto de la otra, el material experimentará una reducción en el esfuerzo que las paredes ejercen sobre él. Esta reducción será gradual hasta el punto en que el material se *desmorona*. Este es el estado que Rankine denominó como *activo* [20]. Si ahora, por el contrario movemos las paredes de tal forma que se acerquen, el material presentará resistencia a ser comprimido. Cuando el esfuerzo ejercido por las paredes iguala al esfuerzo de cedencia de Coulomb, ocurre la falla del material. Este es el *estado pasivo* de Rankine [20]. La principal diferencia entre los dos estados identificados por Rankine, es la naturaleza de la falla en el material. En el estado activo el material se desmorona por la acción de su propio peso, mientras que en el caso pasivo la falla se produce por el estado de esfuerzos inducido.

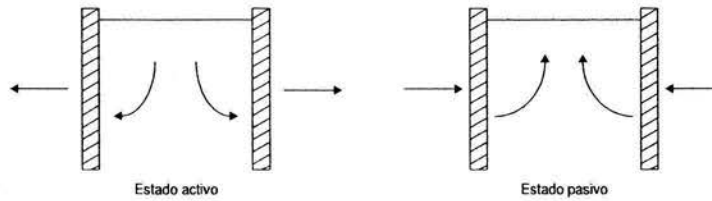


Figura 1.8: Estados de Rankine.

Haciendo uso de la definición de material ideal de Coulomb, suponemos que el material se comporta como un bloque rígido, por lo tanto no existen esfuerzos cortantes con las paredes ni entre las capas horizontales del material ($\tau_{xy} = 0$), es decir σ_{xx} y σ_{yy} son esfuerzos principales. Podemos representar los estados de Rankine en el diagrama Mohr-Coulomb de la figura 1.9, en donde la altura y se mide desde la superficie libre.

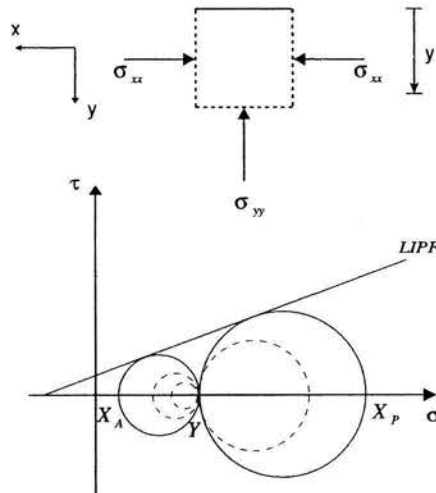


Figura 1.9: Estados de Rankine en el diagrama Mohr-Coulomb.

El punto Y tiene las siguientes coordenadas $Y(\sigma_{yy} = \rho_b g y = \gamma y, 0)$ y el punto $X(\sigma_{xx}, 0)$. Los círculos discontinuos representan el incremento o reducción del estado de esfuerzos del material. El esquema revela que σ_{xx} está acotado $X_a \leq \sigma_{xx} \leq X_p$, y que tales valores se presentan cuando el círculo de Mohr es tangente a la recta de Coulomb. X_a corresponde al límite inferior del estado de esfuerzos activo y X_p al límite superior del estado de esfuerzos pasivo.

1.9.1. El estado activo en el diagrama Mohr-Coulomb

En esta sección se deducirán las ecuaciones para calcular los límites de estabilidad ó estados de Rankine, en función del modelo de Coulomb para un material granular. Consideremos el estado activo ($\sigma_{yy} > \sigma_{xx}, \sigma_{xx} = \sigma_A, \sigma_{yy} = \gamma y$) representado en la siguiente figura

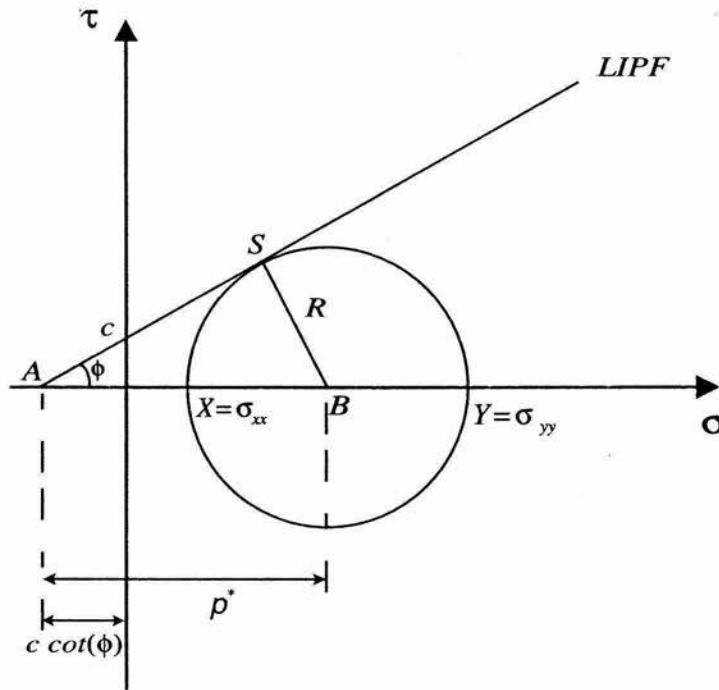


Figura 1.10: Estado activo en el diagrama Mohr-Coulomb.

de la figura 1.10 se deduce que

$$\sigma_{yy} = \gamma y = p^* + R - c \cot \phi, \quad (1.30)$$

$$\sigma_A = \sigma_{xx} = p^* - R - c \cot \phi, \quad (1.31)$$

$$R = p^* \sin \phi. \quad (1.32)$$

Sustituimos (1.32) en (1.31)

$$\sigma_A = \sigma_{xx} = p^* - p^* \sin \phi - c \cot \phi, \quad (1.33)$$

y agrupamos términos semejantes

$$\sigma_A = \sigma_{xx} = p^*(1 - \sin \phi) - c \cot \phi, \quad (1.34)$$

despejamos p^* de (1.30)

$$p^* = \gamma y - R + c \cot \phi. \quad (1.35)$$

Sustituimos(1.32) en (1.35)

$$p^* = \gamma y - p^* \sin \phi + c \cot \phi, \quad (1.36)$$

y despejamos p^*

$$p^* = \frac{\gamma y + c \cot \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}. \quad (1.37)$$

Sustituimos (1.37) en (1.34) y desarrollamos

$$\sigma_A = \frac{\gamma y + c \cot \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} (1 - \operatorname{sen} \phi) - c \cot \phi, \quad (1.38)$$

$$\sigma_A = \frac{\gamma y}{1 + \operatorname{sen} \phi} (1 - \operatorname{sen} \phi) + \frac{c \cot \phi (1 - \operatorname{sen} \phi)}{1 + \operatorname{sen} \phi} - c \cot \phi, \quad (1.39)$$

$$\sigma_A = \frac{\gamma y (1 - \operatorname{sen} \phi)}{1 + \operatorname{sen} \phi} + \frac{c \cot \phi - c \cot \phi \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} - c \cot \phi, \quad (1.40)$$

$$\sigma_A = \frac{\gamma y (1 - \operatorname{sen} \phi)}{1 + \operatorname{sen} \phi} + \frac{c \cot \phi - c \cot \phi \operatorname{sen} \phi - c \cot \phi - c \cot \phi \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}, \quad (1.41)$$

$$\sigma_A = \frac{\gamma y (1 - \operatorname{sen} \phi)}{1 + \operatorname{sen} \phi} + \frac{-2c \cos \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}, \quad (1.42)$$

$$\sigma_A = \frac{(1 - \operatorname{sen} \phi)}{1 + \operatorname{sen} \phi} \gamma y - 2c \frac{\cos \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}. \quad (1.43)$$

Al presente trabajo de investigación conciernen los materiales granulares sin cohesión, $c = 0$, entonces

$$\sigma_A = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \gamma y. \quad (1.44)$$

Suponemos que las propiedades de fricción del material no cambian cuando éste falla, por lo tanto ϕ es constante y podemos expresar (1.44) de la siguiente forma

$$\sigma_A = \sigma_{xx} = K_A \gamma y, \quad (1.45)$$

en donde $K_A = 1 - \operatorname{sen} \phi / 1 + \operatorname{sen} \phi$. Ésta constante es la razón entre los esfuerzos horizontales y verticales y se conoce como *coeficiente de Rankine de presión terrestre activa*.

De forma análoga se deduce la constante para el caso pasivo, debe tomarse en cuenta para éste análisis que $\sigma_{yy} < \sigma_{xx}$. En este caso la constante se conoce como *coeficiente de Rankine de presión terrestre pasiva* y se define como

$$K_P = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}. \quad (1.46)$$

El esfuerzo crítico en el caso pasivo se estima de acuerdo con

$$\sigma_P = \sigma_{xx} = K_P \gamma y. \quad (1.47)$$

1.10. Ángulo de reposo de un material granular

Consideremos una pila cónica de material granular (figura 1.11(a)(c)). Si agregamos partículas como se muestra en la figura 1.11b, se observará que la pila crece hasta que la pendiente del cono excede cierto valor θ y la pila se desmorona (figura 1.12(a)) hasta que el ángulo decae a un valor α en el cual la pila se encuentra nuevamente en reposo (figura 1.12(b)). Si nuevamente agregamos material a la pila, ésta comenzará a crecer hasta que la pendiente del cono exceda un valor crítico y la pila vuelva a desmoronarse [9] [16] [15]. El ángulo θ en el que ocurre el desmoronamiento de la pila se conoce como *ángulo de movimiento*, y el ángulo α en el cual la pila deja de desmoronarse se conoce como *ángulo de reposo*. La diferencia $\delta = \theta - \alpha$ se conoce como *ángulo de relajación*.

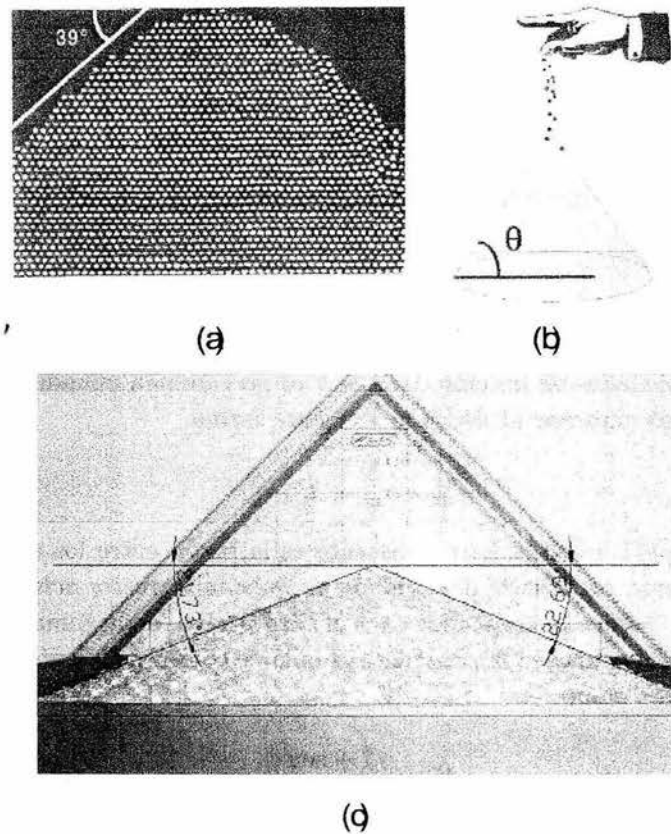


Figura 1.11: (a)Esquema de una pila de material granular. (b)Formación de una pila de material granular. (c)Pila de esferas de vidrio de 6mm de diámetro .

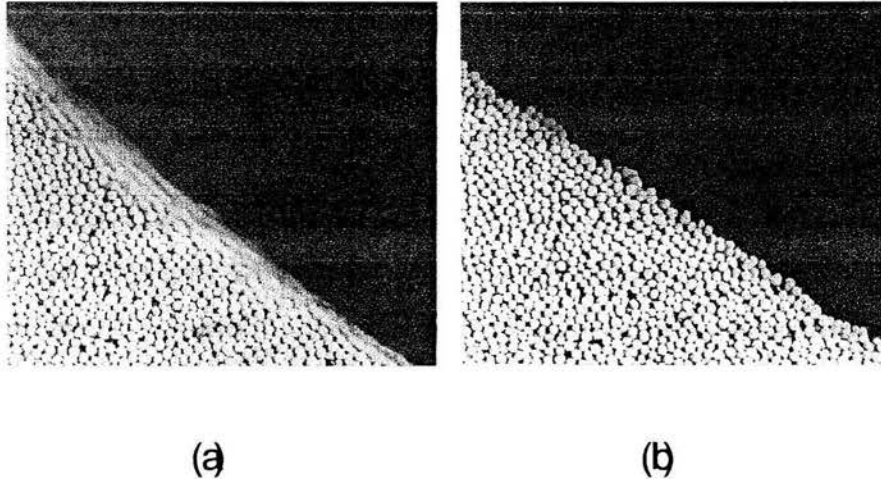


Figura 1.12: Fotografía tomada de [10]. (a) Desmoronamiento de la pila cuando el ángulo de la pendiente es igual al ángulo de movimiento θ . (b) Pila en reposo, ángulo de la pendiente menor o igual que el ángulo de reposo α .

Consideremos una masa de material sin cohesión apilada y que las partículas en la superficie libre forman planos según la idealización de la figura 1.13

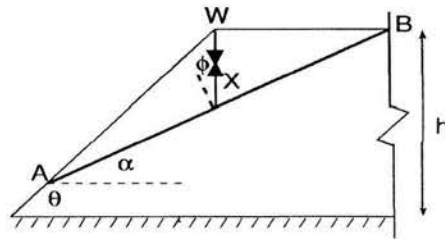


Figura 1.13: Plano de deslizamiento en un material apilado.

en donde AB es un plano de deslizamiento que se forma cuando la pendiente de la pila de material es igual a θ . De acuerdo con la definición de *Material Ideal de Coulomb*, el esfuerzo cortante en el plano de deslizamiento es

$$\tau = \mu\sigma, \quad (1.48)$$

y al multiplicar por el área del plano AB tenemos

$$F = \mu N. \quad (1.49)$$

Dada esta relación entre la fuerza normal y la fuerza tangencial podemos escribir el coeficiente de fricción en el plano de deslizamiento como

$$\tan \phi = \frac{F}{N}. \quad (1.50)$$

La fuerza total X sobre el plano AB , está inclinada con respecto a la normal un ángulo ϕ . Entonces X está inclinada un ángulo $\alpha - \phi$.

El material por encima del plano AB se encuentra sujeto a dos fuerzas, X y su propio peso (W). Cuando un cuerpo no acelerado se encuentra sujeto a dos fuerzas, estas deben ser colineales, por lo tanto X es vertical; entonces

$$\alpha = \phi. \quad (1.51)$$

Pero $\theta > \alpha$, consecuentemente, un plano de deslizamiento se formará si la pendiente de la pila de material es mayor que ϕ . De lo anterior se concluye que el ángulo de reposo es igual al ángulo interno de fricción ϕ ; sin embargo, no se puede concluir que el valor puede alcanzar el ángulo de movimiento θ .

Para determinar los valores de los ángulos de reposo y movimiento, es necesario recurrir a la experimentación en pilas de material granular. Estos experimentos mostrarán que existen muchos valores para éste par de ángulos por lo que sería ambiguo definir a priori la magnitud de éstos sin conocer en detalle los resultados del comportamiento de la pila [9], ya que es difícil lograr mediciones repetibles debido a que cada configuración granular posee propiedades únicas [10] y será necesario establecer un criterio (físico ó matemático) para determinar las propiedades del sistema granular.

1.11. El criterio de falla de pared

Gran parte de los problemas de interés en el estudio de materiales granulares involucran paredes que confinan o limitan al material. Es por esto que es necesario poder determinar bajo que condiciones de esfuerzo, el material deslizará sobre la pared. Si consideramos que las paredes son rígidas y que el material granular se mantiene como un bloque rígido cuando ocurre el deslizamiento, entonces el criterio de falla de pared es similar al criterio de falla Coulomb. De acuerdo con lo anterior, la relación entre el esfuerzo cortante y el esfuerzo normal entre la pared y el material granular tiene la siguiente forma

$$|\tau_w| = \mu_w \sigma_w + c_w, \quad (1.52)$$

en donde τ_w es el esfuerzo cortante sobre la pared, μ_w es el coeficiente de fricción entre la pared y el material granular, σ_w es el esfuerzo normal sobre la pared y c_w es el coeficiente de cohesión entre la pared y el material granular. Si no existe cohesión del material granular con la pared entonces

$$|\tau_w| = \mu_w \sigma_w. \quad (1.53)$$

La recta que representa la ecuación anterior la denominamos *Lugar de falla de pared* (LFP). En la figura 1.14 representamos LFP y LIPF en un diagrama Mohr-Coulomb. De acuerdo con la ecuación 1.53 se deben considerar dos casos de LFP, sin embargo, dada la geometría del problema basta con ilustrar cuando $\tau_w > 0$. De antemano hacemos notar que LFP no puede estar localizado por encima de LIPF, ya que el material fallaría internamente antes de deslizar sobre la pared.

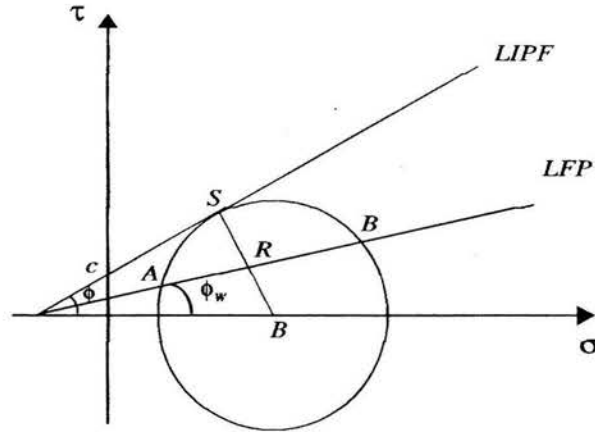


Figura 1.14: Criterio de falla de pared de Mohr-Coulomb.

De la figura se concluye que: si el esfuerzo cortante entre la pared y el material se encuentra en los arcos contenidos entre LFP y el eje σ , $|\tau_w| < \mu_w \sigma_w$, no ocurrirá deslizamiento a lo largo de la pared; si el esfuerzo cortante entre la pared y el material coincide con los puntos de intersección A o B , el material se encuentra en un estado de deslizamiento inminente ya que $|\tau_w| = \mu_w \sigma_w$; LFP sólo puede cortar al círculo de Mohr, el coeficiente máximo de fricción entre pared y material es $\mu_w = \tan(\phi)$.

Hasta el momento hemos supuesto que el coeficiente de fricción entre pared y material granular es conocido, pero en la práctica hay que medirlo experimentalmente. El coeficiente de fricción μ_w puede ser estimado mediante un dispositivo muy sencillo que consiste en colocar material granular confinado en una caja de peso despreciable sobre una superficie horizontal. El experimento consiste en aumentar la inclinación de la superficie hasta que la caja deslice. La desventaja de este experimento es la dificultad para distinguir entre el ángulo de reposo y el ángulo de movimiento. Jenike [16] encontró experimentalmente que para un material granular sin cohesión, el coeficiente de fricción de pared es menor o igual al $\tan(\phi)$.

1.12. Análisis integral de esfuerzos

El círculo de Mohr es un análisis de carácter diferencial, que representa el estado de esfuerzos de un elemento infinitesimalmente pequeño dentro del material. Sin embargo, preferimos contar con un modelo matemático que represente el estado de esfuerzos de cualquier elemento dentro del material. Tal modelo puede ser desarrollado al integrar las ecuaciones del elemento diferencial y establecer condiciones de frontera que nos permitan la obtención de un modelo sencillo.

Existen dos métodos que nos permiten obtener modelos matemáticos y fueron desarrollados para estimar el esfuerzo que un material granular ejerce sobre las paredes de un contenedor.

1.12.1. Análisis de Janssen

El esfuerzo por establecer modelos analíticos de los materiales granulares nos ha proporcionado el método de las rebanadas diferenciales, propuesto por Janssen. Esta metodología constituye la

base para el diseño de bunkers [16].

Janssen estimó la distribución de esfuerzos sobre las paredes de un recipiente cilíndrico (Figura 1.15) el cual contiene un material granular estático sin cohesión. Este arreglo corresponde a la geometría del dispositivo experimental desarrollado para realizar la presente investigación. Por conveniencia se utiliza un sistema de coordenadas cilíndricas (r, z) con origen en el centro de la superficie libre del arreglo.

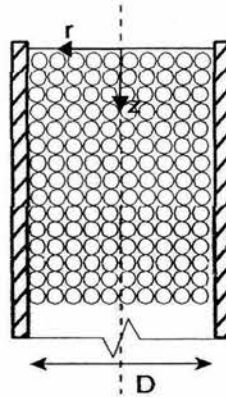


Figura 1.15: Corte longitudinal de un contenedor cilíndrico.

El análisis de Janssen se basa en dos consideraciones que no tienen justificación física estricta, sin embargo son de gran utilidad para desarrollar un modelo simplificado:

- i) la distribución de esfuerzos es uniforme a través de cualquier sección transversal del contenedor, $\Sigma F_r = 0$

- ii) los esfuerzos horizontales y verticales son esfuerzos principales

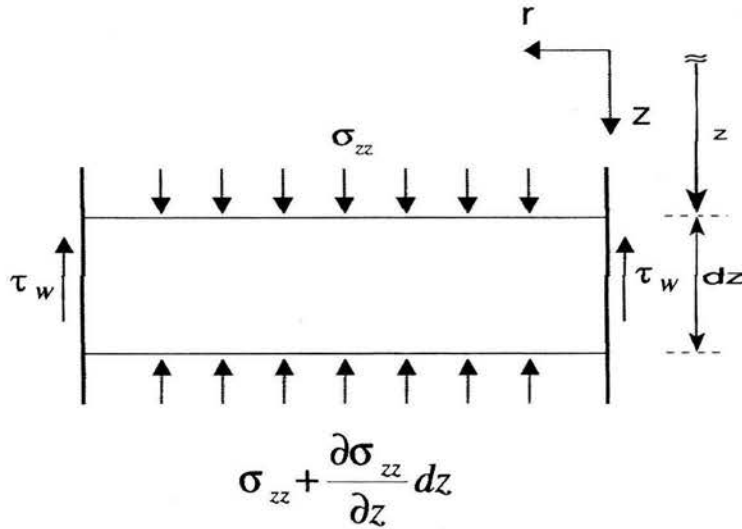


Figura 1.16: Esfuerzos actuando sobre un elemento cilíndrico.

Aplicando un balance de fuerzas al elemento diferencial de la figura 1.16, ubicado por debajo de la superficie libre a una profundidad z y de altura δz , tenemos

$$\frac{\pi D^2}{4} \sigma_{zz} + \frac{\pi D^2}{4} \gamma dz = \frac{\pi D^2}{4} \left(\sigma_{zz} + \frac{d\sigma_{zz}}{dz} dz \right) + \pi D dz \tau_w. \quad (1.54)$$

Reducimos términos semejantes y multiplicamos por $4/\pi D^2 dz$ tenemos

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + 4 \frac{\tau_w}{D} = \gamma. \quad (1.55)$$

El resultado es una ecuación diferencial de primer orden con dos incógnitas σ_{zz} , τ_w una variable libre z y dos parámetros D y γ , por lo que no puede ser resuelto a menos que encontremos una relación funcional entre σ_{zz} y τ_w . Recordemos que estamos trabajando con un material sin cohesión con las paredes del contenedor, por lo tanto

$$\tau_w = \mu_w \sigma_{rr}. \quad (1.56)$$

De acuerdo con (ii) los esfuerzos verticales y horizontales son esfuerzos principales y según la ecuación 1.26, la relación entre los esfuerzos principales de un material sin cohesión es constante

$$\sigma_{rr} = K \sigma_{zz}, \quad (1.57)$$

en donde K es la constante de Janssen y comparando la ecuación 1.57 con las ecuaciones 1.45 y 1.46 se puede apreciar que la constante de Janssen es idéntica al coeficiente de Rankine de presión terrestre.

Sustituimos (1.56) y (1.57) en (1.55)

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + 4\mu_w K \frac{\sigma_{zz}}{D} = \gamma. \quad (1.58)$$

La ecuación 1.58 es una ecuación diferencial ordinaria en términos de dos variables y cuatro parámetros: D, K, γ y μ_w . Multiplicamos ambos lados de la ecuación por el factor integrante

$$e^{\int P(z)dz} = e^{\frac{4\mu_w K}{D}z}, \quad (1.59)$$

y resolvemos para σ_{zz}

$$\sigma_{zz} = \gamma \frac{D}{4\mu_w K} + C \exp\left(-\frac{4\mu_w K z}{D}\right), \quad (1.60)$$

en donde C es una constante que se determina de acuerdo a las condiciones de frontera. Las ecuaciones 1.56, 1.57 y 1.60 constituyen el modelo matemático de la distribución de esfuerzos de un material granular en un contenedor cilíndrico.

La figura 1.17 muestra el modelo de Janssen para los casos activo y pasivo con los siguientes parámetros: $\gamma = \rho g$, $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,78 \text{ m/s}^2$, $D = 36 \text{ mm}$, $\mu_w = 0.23$ y $\phi = 23^\circ$.

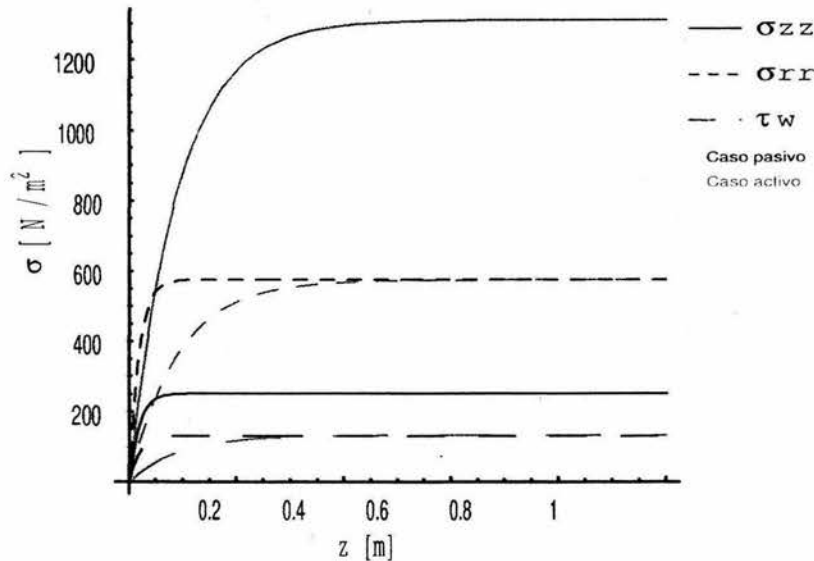


Figura 1.17: Los modelos pasivo y activo de Janssen.

1.12.2. Método de cuñas de Coulomb

Este método se utilizó para estimar el ángulo de reposo de un material granular, así que sólo se mencionan los pasos a seguir en esta metodología.

Primero suponemos que el material se comporta de acuerdo al modelo de Coulomb. El siguiente paso es identificar los planos de falla (deslizamiento) y elaborar un diagrama de cuerpo libre de las cuñas que se forman por los planos de deslizamiento y las fronteras del material. Finalmente se formulan las ecuaciones de equilibrio estático y se resuelven para τ y σ .

Ambos métodos descritos anteriormente son aplicables sólo a estados de esfuerzos bidimensionales y tienen la desventaja de que su exactitud es afectada por la simplicidad de las consideraciones físicas asumidas. Existen factores empíricos de corrección que al ser incorporados en estos métodos, permiten realizar un análisis más cercano a la realidad que pretendemos estudiar.

Capítulo 2

Diseño de los experimentos

En este capítulo se describe de forma breve los componentes del dispositivo experimental y su interacción para lograr la automatización de las pruebas, así mismo se explican los pasos de ejecución del software y las variables de control. También se explican brevemente las características de los programas utilizados para el análisis de datos e imágenes, y se ilustra el método de deposición del material granular en los cilindros.

Para este trabajo de investigación fue necesario desarrollar un experimento de impulsión de una columna de material granular, cuyas variantes son dos diámetros diferentes de columna y dos diámetros diferentes de partícula. Se exploró el comportamiento de diferentes alturas de la columna en un rango de velocidades de 1mm/s hasta 10mm/s . El uso de una computadora personal (PC) y sus capacidades de comunicación con actuadores, controladores e instrumentos de medición permitió automatizar los experimentos con el fin de lograr una adquisición de un gran número de datos, minimizando la participación humana.

Se construyó un instrumento virtual con LabView. Este instrumento constituye el software de control y una interfaz amigable entre usuario y máquina, ya que ofrece un ambiente gráfico similar a un tablero con botones, indicadores e interruptores. Cabe mencionar que el instrumento de control que se desarrolló no requiere de un especialista en LabView ni en el uso del dispositivo experimental, ya que el usuario sólo tiene que ingresar los parámetros del experimento a través de la pantalla de la computadora.

El dispositivo experimental constituye por sí mismo un sistema de control de lazo cerrado dividido en tres subsistemas: Sistema de control de actuadores, sistema de adquisición de datos y los actuadores. De forma general y sin profundizar en detalles, podemos representar el sistema de la siguiente forma

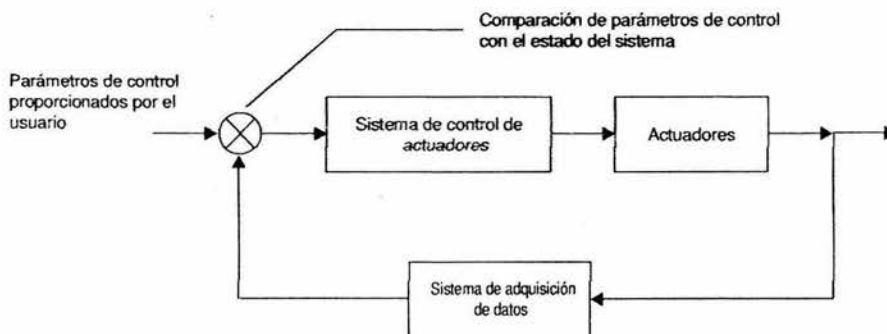


Figura 2.1: Diagrama de bloques del sistema de control.

2.1. Pruebas de impulsión: medición de la fuerza de impulsión

El propósito de este experimento es determinar experimentalmente la influencia de la velocidad, relación diámetro de cilindro/diámetro de partícula, y la altura de la columna sobre el comportamiento de un material granular que es impulsado a través de una tubería circular. También podemos observar el patrón de comportamiento de las partículas componentes del material, la relación entre los estados inicial y final del material y su relación con la fuerza de impulsión. En la figura 2.2 se muestra un esquema del experimento.

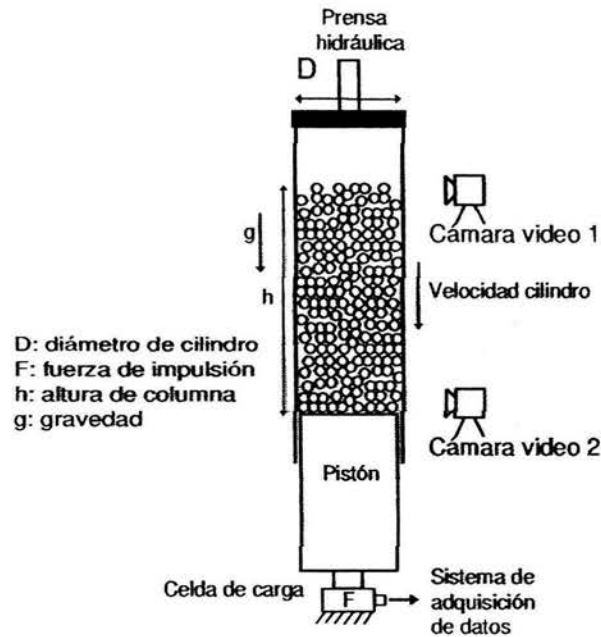


Figura 2.2: Esquema del experimento.

2.1.1. Descripción de la prueba

Las pruebas consisten en impulsar a velocidad constante una columna de material granular desde una posición inicial (inicio de carrera) hasta una posición final (final de carrera). La impulsión del material se realiza en dirección contraria a la gravedad. Una vez que el pistón impulsor ha alcanzado el final de carrera se da un tiempo de *descanso* al material para después mover el pistón hasta el inicio de carrera. De nuevo permitimos un *descanso* al material y se comienza el ciclo de nuevo. En la figura 2.3 se muestra un esquema del comportamiento del material durante la impulsión de la columna.

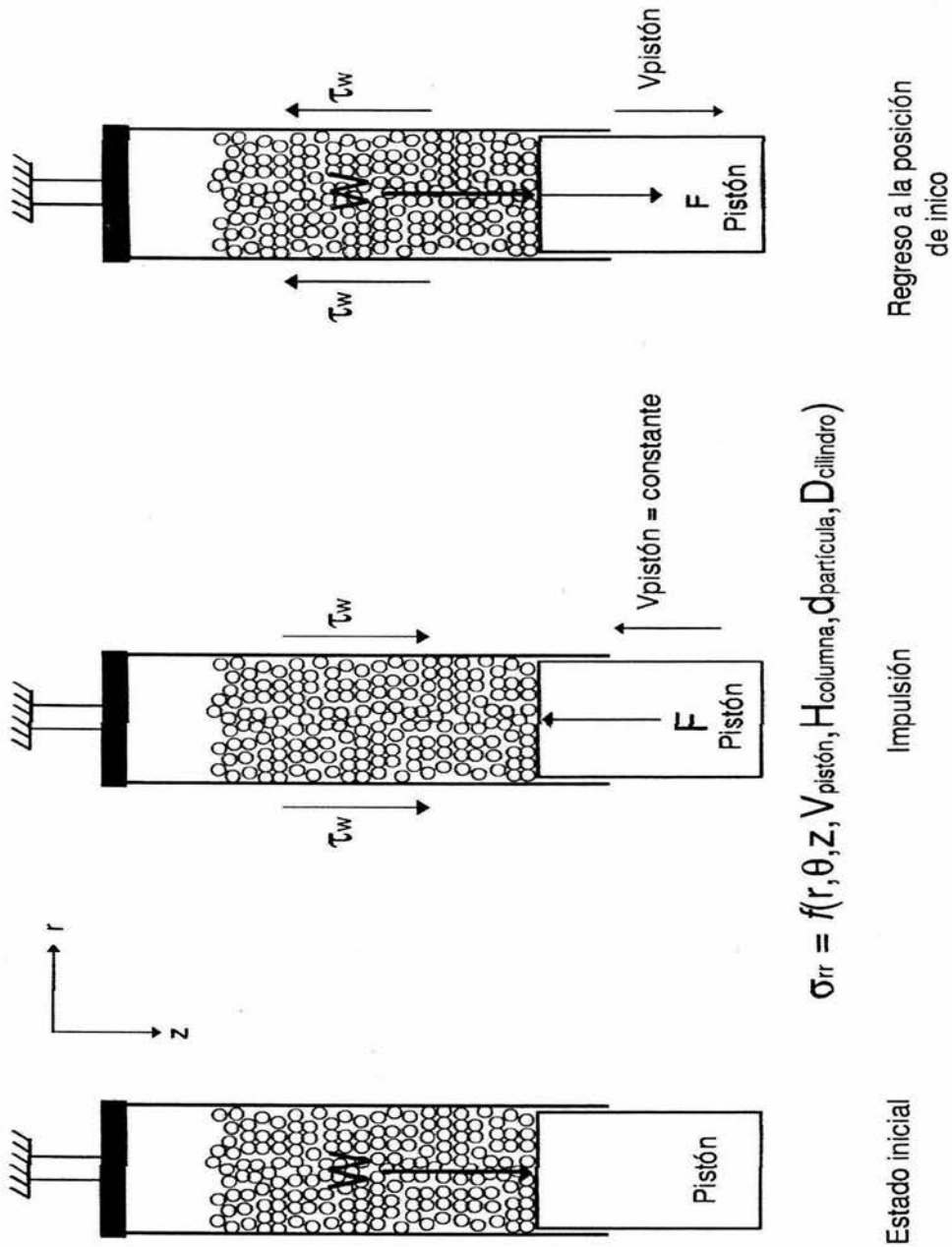


Figura 2.3: Impulsión de la columna.

2.1.2. Arreglo experimental

En la figura 2.6 se muestra el esquema de conexiones entre los diferentes elementos que componen el dispositivo experimental.

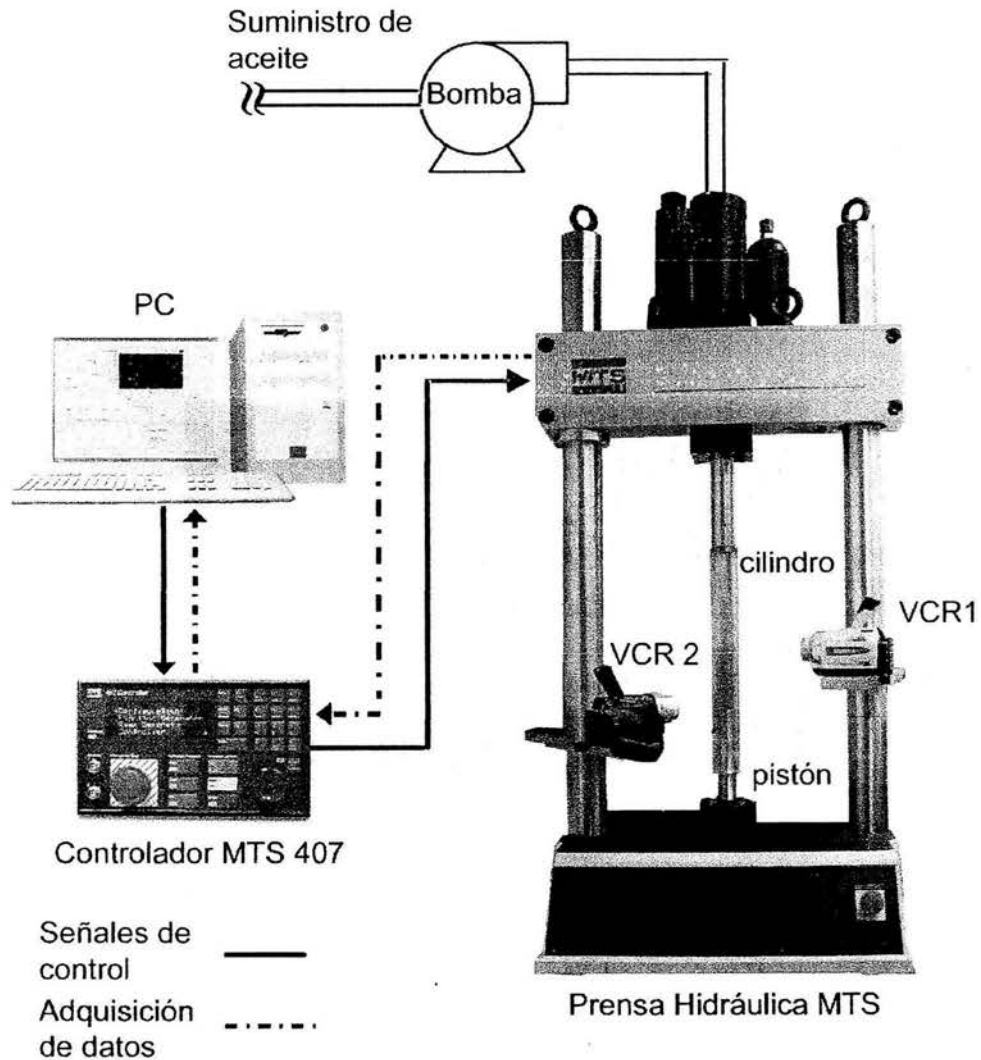


Figura 2.4: Dispositivo experimental.

2.1.3. Descripción de componentes

1. Prensa MTS. Esta es una prensa universal para pruebas mecánicas de tracción, compresión y fatiga. Tiene una capacidad máxima de carga de 2.5 toneladas. Esta máquina es de cabezal fijo en un marco de carga. El actuador que ejerce fuerza sobre los especímenes de prueba es un cilindro hidráulico. Esta prensa está equipada con transductores de carga (celdas de carga) y transductores de posición (LVDT)¹
2. Controlador MTS 407. El controlador MTS 407 que se utilizó es del tipo servo hidráulico de propósito general. Tiene la capacidad de controlar la presión del fluido de trabajo que acciona a la prensa MTS así como de cualquier otro dispositivo servo hidráulico. Controla la apertura y cierre de servo válvulas electrónicas, lo cual permite lograr un control de posición, fuerza, velocidad y tipo de movimiento del actuador de la máquina. Por sí mismo, el 407 es un sistema completo de control y adquisición de datos, ya que posee acondicionadores de señal de corriente directa y corriente alterna; los cuales sirven para censar las variaciones de voltage generadas por un LVDT y una celda de carga y convertirlas directamente en unidades de ingeniería.

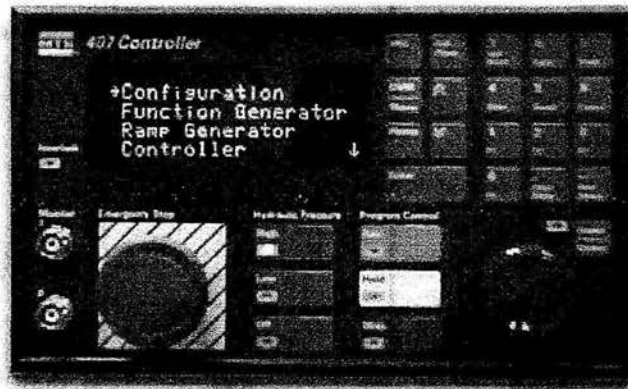


Figura 2.5: Controlador servo hidráulico MTS 407.

Este controlador puede ser operado en modo local a través de su panel frontal o en forma remota mediante una computadora personal y un protocolo de comunicación mediante el puerto RS-232 de la PC. El modo remoto permite el acceso a distancia a los comandos de configuración y ejecución así como almacenar los datos adquiridos en una PC.

3. Celda de carga. La celda de carga es un transductor eléctrico que tiene la propiedad de variar su resistencia eléctrica de acuerdo a la carga aplicada; esta propiedad permite establecer una relación lineal entre fuerza y voltaje. Este dispositivo censa la magnitud de la fuerza durante la prueba de impulsión.

¹LVDT son las siglas en inglés para Linear Voltage Differential Transducer



Figura 2.6: Celda de carga de 25KN.

4. Sistema de adquisición de imágenes y video. La adquisición de imágenes y video está a cargo de dos VCR digitales marca Sony montadas en un par de soportes móviles sujetados al marco de carga de la prensa hidráulica. Los videos son almacenados en video cintas de formato mini-DV, para después ser respaldados en discos DVD de 4.7 GB en formato digital mpeg.

2.2. Software de control

El software de control es un instrumento virtual creado con LabView que se encarga de escribir los comandos de control y ejecución de forma automatizada. Así mismo tiene la capacidad de leer y guardar en archivos de texto las lecturas de voltaje realizadas por la celda de carga y el LVDT. Este instrumento puede controlar 8 variables del experimento: el inicio y fin de carrera del actuador, la velocidad de impulsión del material (velocidad del actuador), la velocidad de regreso del cilindro al inicio de carrera, los tiempos de *descanso* al inicio y al final de la carrera del material, y el número de pruebas a realizar por cada una de las 10 velocidades de prueba. Como característica adicional existe la posibilidad de mostrar gráficamente el comportamiento de los datos generados en un plano cartesiano que relaciona los valores de la fuerza de impulsión con el desplazamiento de la columna de material.

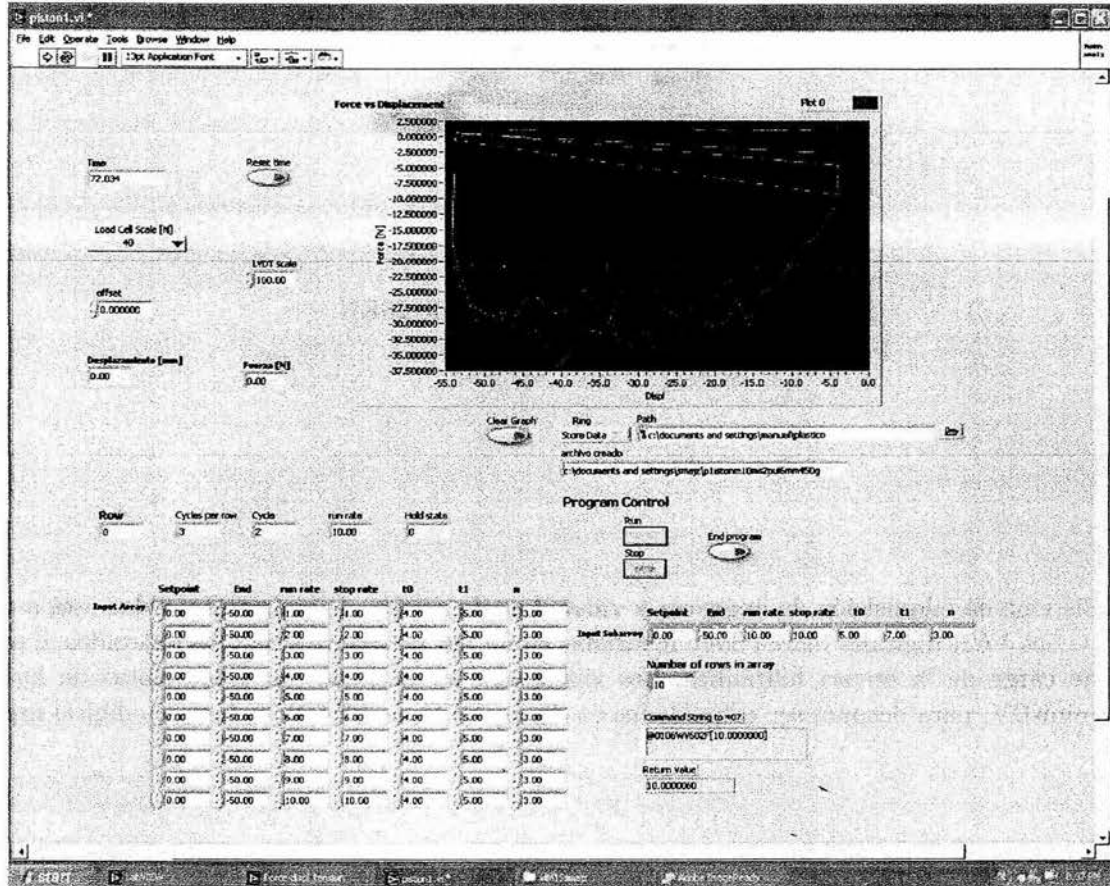


Figura 2.7: Panel principal del software de control.

Este instrumento de control es de propósito general, ya que su aplicación no está limitada a los experimentos de impulsión, sino que también puede ser utilizado para realizar experimentos de fatiga, desgaste, tracción y compresión en especímenes sólidos.

2.2.1. Modo de operación del instrumento virtual

Para operar el instrumento, se deben ingresar valores para todas las variables del experimento. Este instrumento está compuesto por varias etapas de ejecución:

1. Verifica la comunicación PC controlador 407, si no existe comunicación se envía un mensaje de error, si la comunicación es correcta se ejecuta la siguiente etapa.
2. Selecciona el modo RAMP y escribe en el controlador 407 el inicio y final de carrera, la velocidad de impulsión y la velocidad de regreso al inicio de carrera del actuador. El modo RAMP corresponde a un movimiento a velocidad constante.
3. Verifica que el actuador de la prensa (pistón ó cilindro hidráulico) se encuentre en el inicio de carrera predeterminado por el usuario, de lo contrario ejecuta una secuencia que se encarga de posicionar el actuador al inicio de la carrera y sólo entonces ejecuta el siguiente paso.

podemos calcular el estado de esfuerzos actuando sobre el mismo. Instrumentamos el experimento de impulsión con una celda de deformación adherida a la pared del cilindro, con el propósito de medir el cambio en el diámetro debido a la acción del movimiento de la columna. Para realizar este experimento sólo fue necesario agregar un canal de adquisición de datos al programa en LabView. Estas mediciones no se reportan en este documento.

2.4. Material granular

El material granular utilizado en los experimentos, consiste de partículas de alta esfericidad de 3 y 6mm de diámetro. Este material presenta una distribución de tamaño casi uniforme, alta densidad, gran dureza y resistencia al desgaste. Las propiedades del material se presentan en el apéndice A.

2.5. Estadísticas de partículas

Se realizó un muestreo en la población de partículas, el cual consistió en contar partículas, pesar la masa total de partículas y calcular la media y la desviación estándar de la masa de partículas, con el propósito de establecer una correlación entre la masa de partículas y el número de estas. La medición de los pesos de partículas se realizó con una báscula digital con una resolución de una centésima de gramo. La masa promedio de las partículas se obtuvo al dividir la masa pesada entre el número de partículas contadas, este cálculo se realizó para varias muestras aleatorias. De acuerdo con esto la masa promedio de las partículas de 3mm es de 0.035g y desviación estándar del número de partículas dada la masa es 0.958g; mientras que para las partículas de 6mm la masa promedio es de 0.29g y la desviación estándar del número de partículas dada la masa es 0.678g. Los cuadros 2.1 y 2.2 muestran las estadísticas obtenidas de las muestras aleatorias de ambas poblaciones de partículas.

masa promedio de partículas [g]	número de muestras	partículas contadas (promedio)	partículas calculadas (promedio)	desviación estándar [partículas]
1.77	7	50	51	0.23
3.54	7	100	101	0.20
7.06	7	200	202	0.71
8.89	11	250	254	2.93
10	10	283	286	0.92
14.14	7	400	404	0.76
17.73	1	500	506	-
26.44	1	750	755	-
35.64	1	1000	1018	-

Cuadro 2.1: Características estadísticas de la población de partículas de 3mm de diámetro

masa promedio de partículas [g]	número de muestras	partículas contadas (promedio)	partículas calculadas (promedio)	desviación estándar [partículas]
10.12	5	34.6	34.9	0.89
14.47	7	50	50.02	0.043
19.97	5	68.6	68.8	0.89
28.92	7	100	99.98	0.086
30.09	5	104	103.7	0.09
40.12	3	138.6	138.25	0.58
57.83	7	200	199.92	0.132
61.95	11	207.9	207.81	0.405
100.04	4	347.8	346	2.9
115.72	7	400	400.05	0.765

Cuadro 2.2: Características estadísticas de la población de partículas de 6mm de diámetro

La altura de la columna granular está determinada por la masa de partículas y el diámetro del cilindro. En la figura 2.9 se muestra la altura de columna a la que corresponde una determinada masa de partículas como función del diámetro de cilindro. Las alturas se midieron exactamente después de montar los cilindros en la prensa hidráulica, es por ello que solo tenemos una medición de altura combinación de masa de partículas, diámetro de cilindro y diámetro de partícula. La figura 2.9, en conjunción con las estadísticas mostradas en los cuadros anteriores, es una herramienta para determinar el número de partículas en nuestro sistema granular útil para análisis posteriores y comparaciones con simulaciones numéricas.

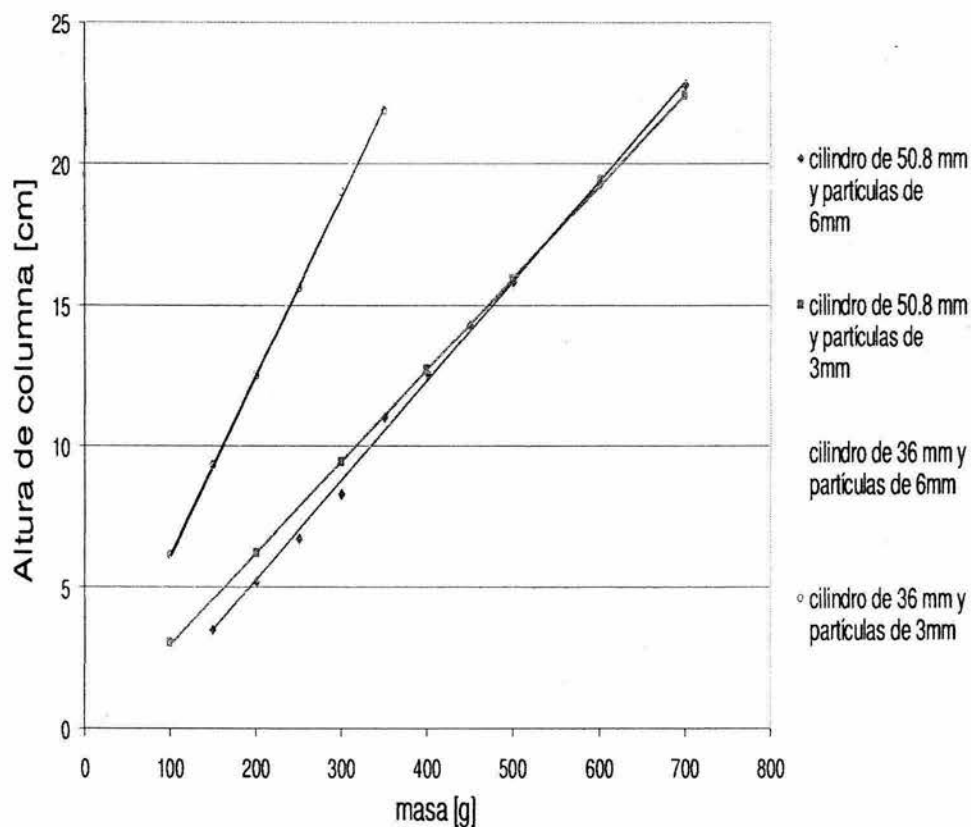


Figura 2.9: Altura de columna de material granular

2.6. Método de llenado de los cilindros

El método de llenado de los cilindros fue pensado con el propósito de evitar impactos de *gran velocidad* entre el material depositado y las partículas que están entrando. La técnica de llenado (Figura 2.10) consiste en inclinar el cilindro a un ángulo aproximado de 30° , y dejar deslizar las partículas de material a lo largo de la pared. Mientras el material se está depositando, se debe girar el cilindro para lograr una acumulación homogénea del material.

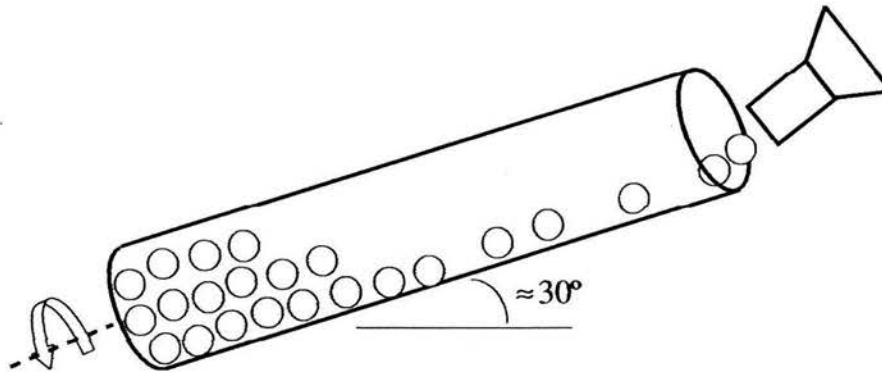


Figura 2.10: Método de llenado de los cilindros.

2.7. Análisis de datos

Los archivos de datos se guardan en formato TXT. El archivo de datos contiene cuatro columnas: Tiempo registrado en segundos, posición en milímetros, Fuerza de impulsión en Newton y estado de la prensa hidráulica. La columna de estado es un número entero que es igual a 2 cuando la prensa se encuentra impulsando la columna, 3 cuando la prensa regresa a la posición de inicio y 5 cuando el material se encuentra *descansando*. Debido a que durante la impulsión de la columna la celda de carga trabaja a compresión, los valores de fuerza son negativos. De igual forma la prensa tiene un sistema de referencia fijo por lo que el desplazamiento de la columna no es desde 0 hasta la posición final, sino que se encuentra dentro de un rango comprendido en el sistema de referencia de la prensa.

El análisis de las lecturas de voltage adquiridas durante los experimentos, se realizó con la ayuda de un programa desarrollado en el software de análisis numérico PV-Wave. El análisis de los datos consiste en: Identificar el número de pruebas realizadas y generar un archivo para cada uno de los experimentos; seleccionar los datos que corresponden a la impulsión de la columna; ubicar el inicio del desplazamiento en cero y calcular el valor absoluto de la fuerza de impulsión. Debido al complejo comportamiento del material, se optó por ajustar los datos de fuerza vs desplazamiento mediante *splines*. Una vez realizado el ajuste de los datos otro programa construye la gráfica fuerza vs desplazamiento y la almacena en un archivo en formato EPS. En el apéndice D se puede encontrar el código fuente de los programas de análisis de datos.

2.8. Análisis de imágenes

Los videos y fotografías obtenidos de los experimentos fueron analizados de dos formas diferentes. Debido a que no se implementó ninguna técnica de análisis digital de imágenes, el análisis de los videos es cualitativo. La inspección del comportamiento de las partículas y la relación que tiene con el desarrollo de las curvas fuerza vs. desplazamiento constituyen parte importante de las conclusiones de este trabajo.

Por otra parte, las cámaras de video digital permitieron obtener fotografías de alta resolución a partir de los respaldos. Con la ayuda de estas fotografías se pudo medir el cambio en la altura de la columna. Construimos un programa en MatLab capaz de trabajar con fotografías digitales. En

este programa se puede obtener la relación de pixeles a milímetros a través de una fotografía de una escala. El análisis consiste en calcular el centroide de la región formada por las partículas que forman la superficie libre de la columna y mediante un punto de referencia en el cilindro se mide la altura de la columna. En el apéndice E se encuentran los programas utilizados para este propósito.

Capítulo 3

Resultados

En este capítulo se presentan en forma gráfica los resultados obtenidos durante la investigación, estas gráficas comprenden diagramas de fuerza como función del desplazamiento de la columna y algunas curvas construidas a partir de parámetros adimensionales. También se presentan fotografías de la superficie libre de la columna después de que la columna ha terminado su movimiento a lo largo del cilindro.

Se realizaron tres pruebas de impulsión para cada velocidad, diámetro de cilindro, diámetro de partícula y altura de columna. Se presenta el comportamiento de la fuerza de impulsión como función del desplazamiento de la columna y un análisis de datos en la zona asintótica identificada por Arroyo et al [1] [2]. El rango de velocidades de experimentación es de 1m/s hasta 10mm/s en incrementos de 1mm/s. El diámetro de las partículas utilizadas es de 3mm y 6mm. Los diámetros de cilindro fueron 36mm y 50.9mm. También se presentan fotografías típicas de la superficie libre de la columna granular.

Debido a la gran cantidad de datos adquiridos y a la existencia de patrones de comportamiento en éstos, solo se presentan algunos casos típicos. En la siguiente sección se hará un análisis y discusión de los datos que aquí se presentan.

3.1. Cilindro de 50.9mm y partículas de 3mm

Altura de columna $H < 93\text{mm}$

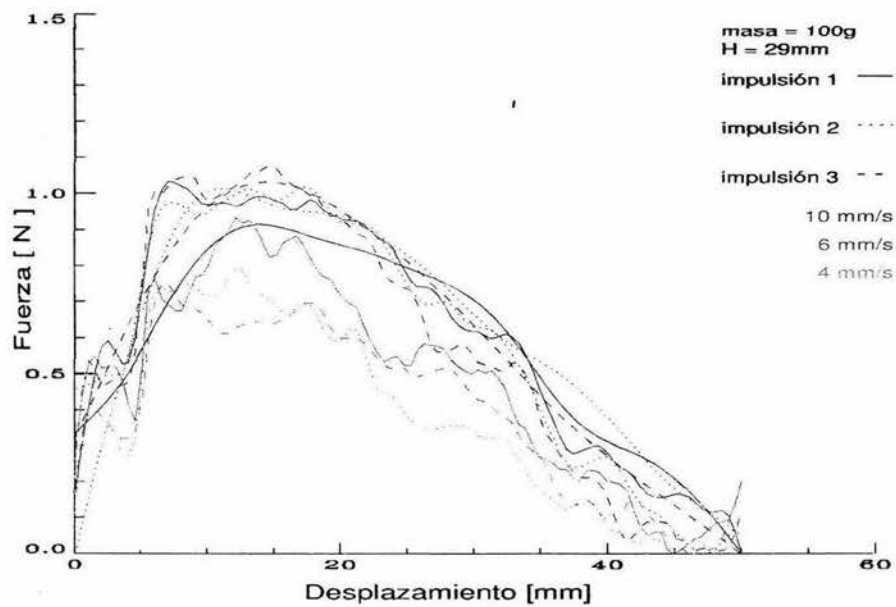


Figura 3.1: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

Para alturas de columna $93\text{mm} \leq H \leq 219.6\text{mm}$

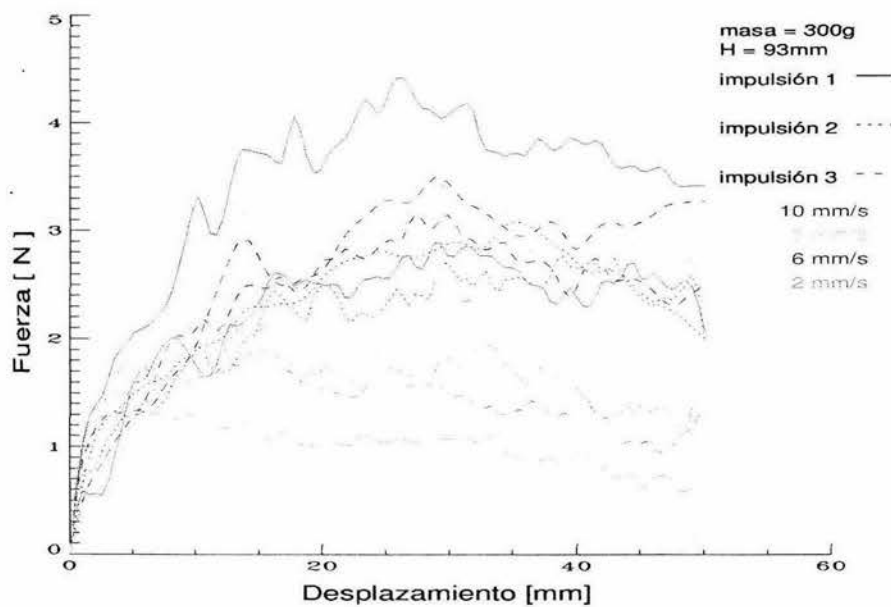


Figura 3.2: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

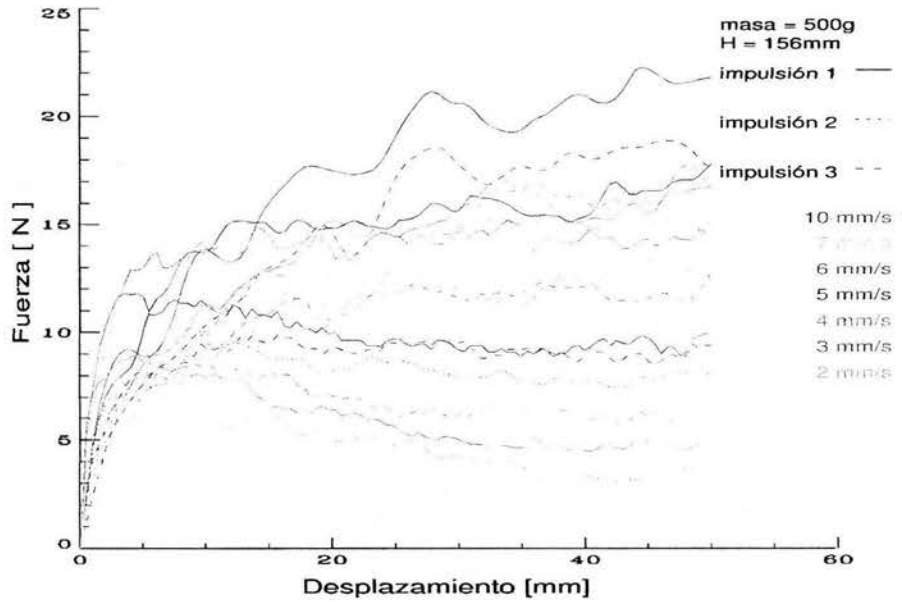


Figura 3.3: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

3.1.1. Análisis de la zona asintótica

De las gráficas anteriores se puede observar que para alturas de columna mayores o iguales a 93 mm, la fuerza alcanza un estado asintótico caracterizado por un valor de fuerza promedio F_{prom} , alrededor del cual ocurren oscilaciones de la fuerza $\sqrt{\langle F'^2 \rangle}$. Estas gráficas se caracterizan por presentar una zona de rápido crecimiento, una zona de transición y la zona asintótica. Las gráficas que se presentan a continuación son resultado del análisis de la zona asintótica de las curvas fuerza-desplazamiento.

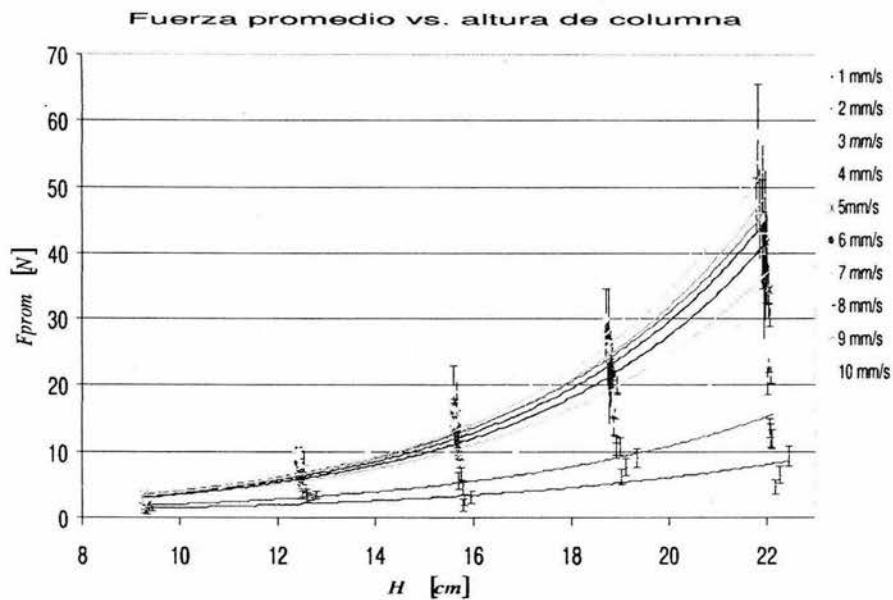


Figura 3.4: Fuerza promedio como función de la altura de columna.

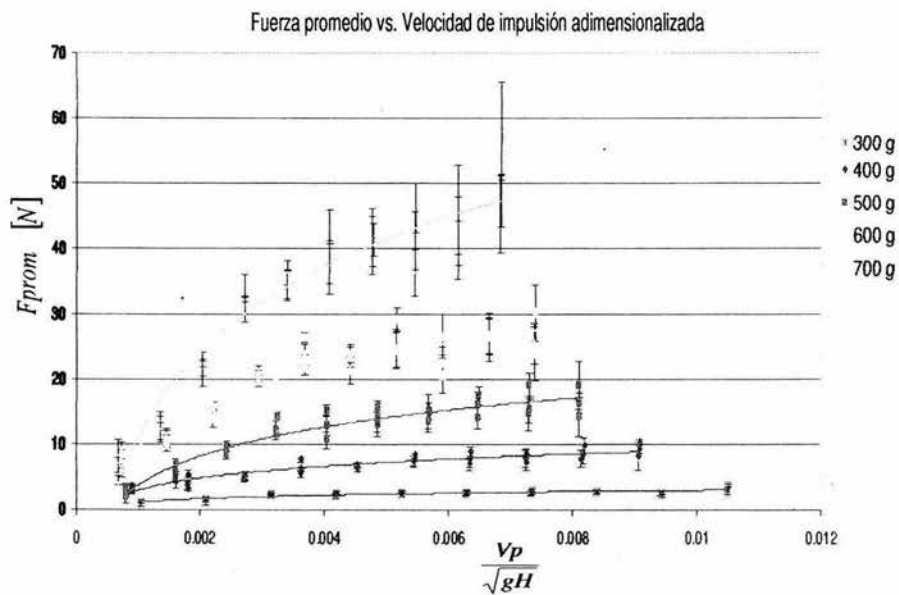


Figura 3.5: Fuerza promedio como función de la velocidad adimensionalizada.

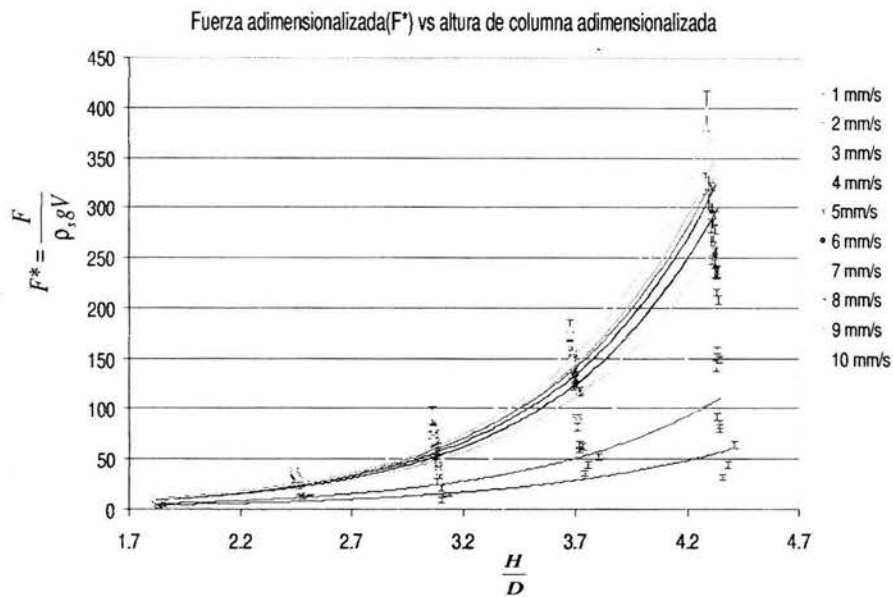


Figura 3.6: Fuerza adimensionalizada como función de la altura de columna adimensionalizada.

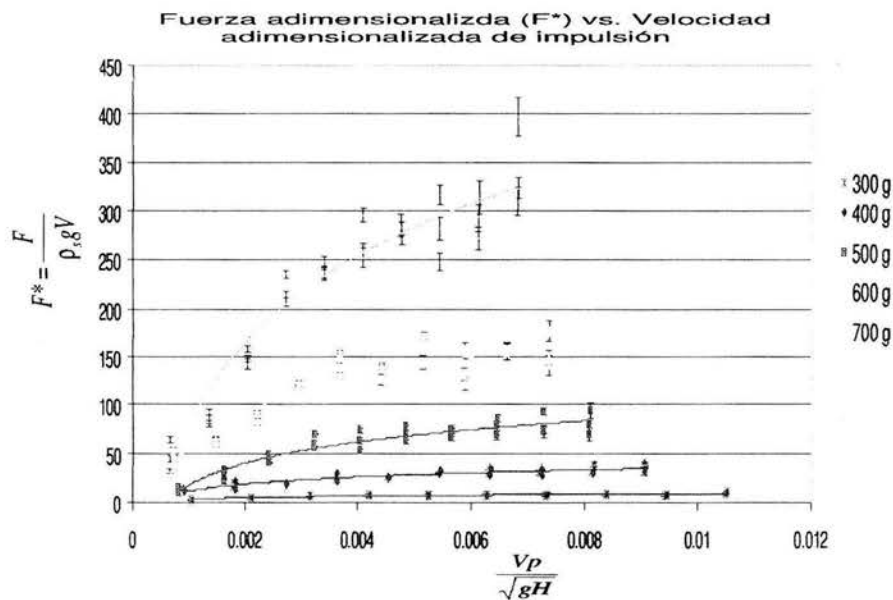


Figura 3.7: Fuerza adimensionalizada como función de la velocidad adimensionalizada.

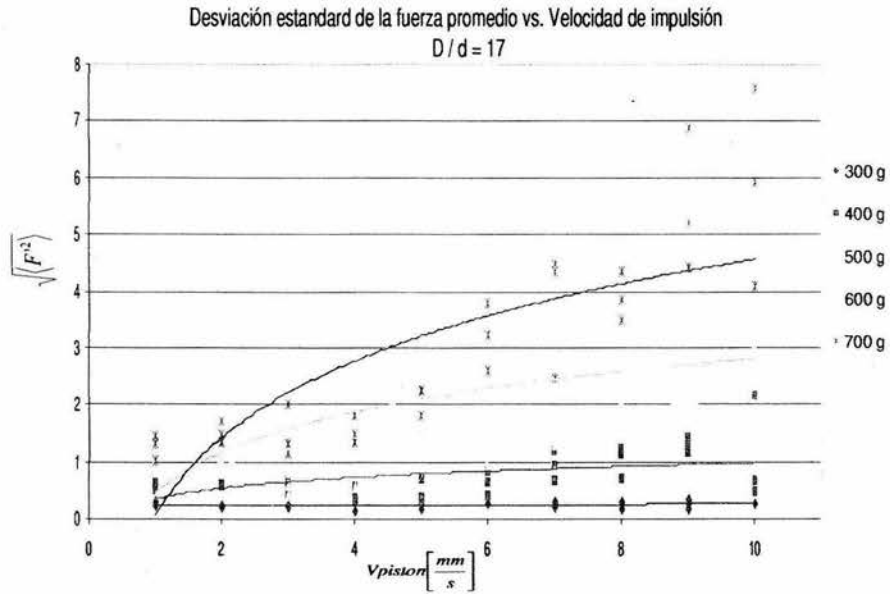


Figura 3.8: Desviación estándar como función de la velocidad.

3.2. Cilindro de 50.9mm y partículas de 6mm

Altura de columna $H < 52mm$

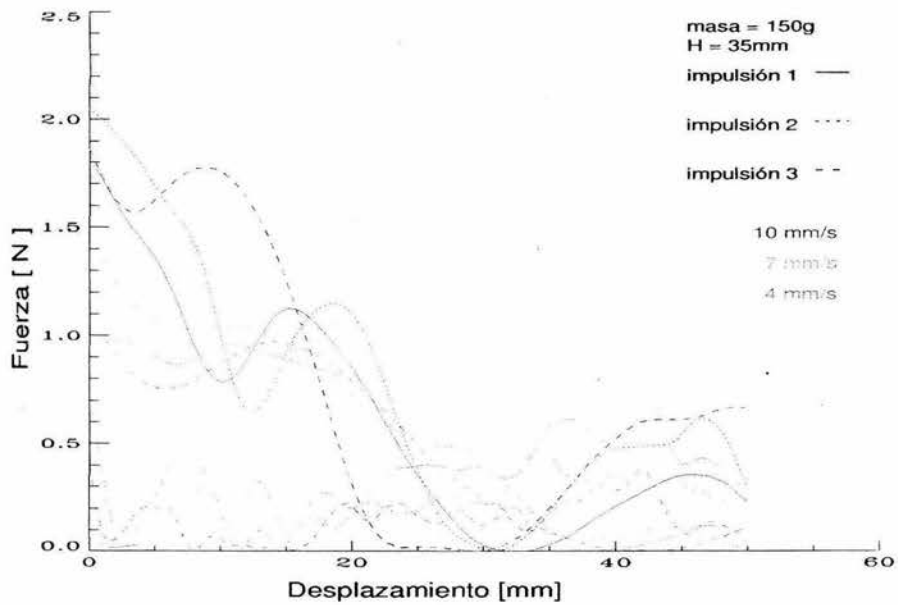


Figura 3.9: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

Para alturas de columna $H \geq 67.3\text{mm}$

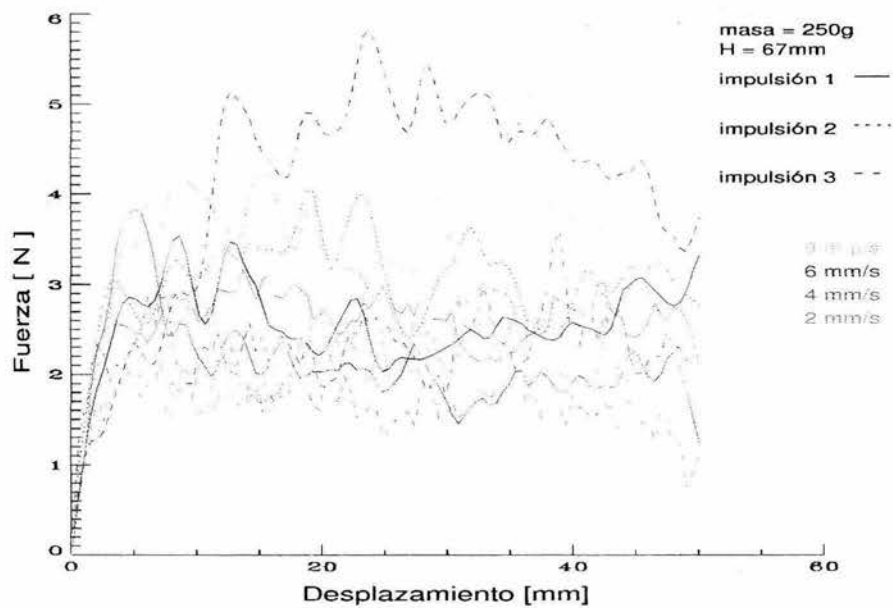


Figura 3.10: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

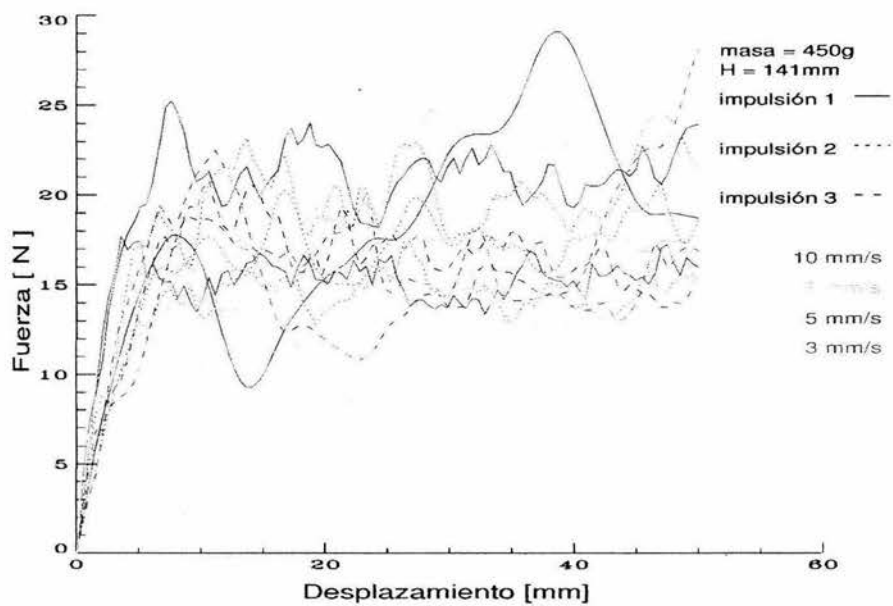


Figura 3.11: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

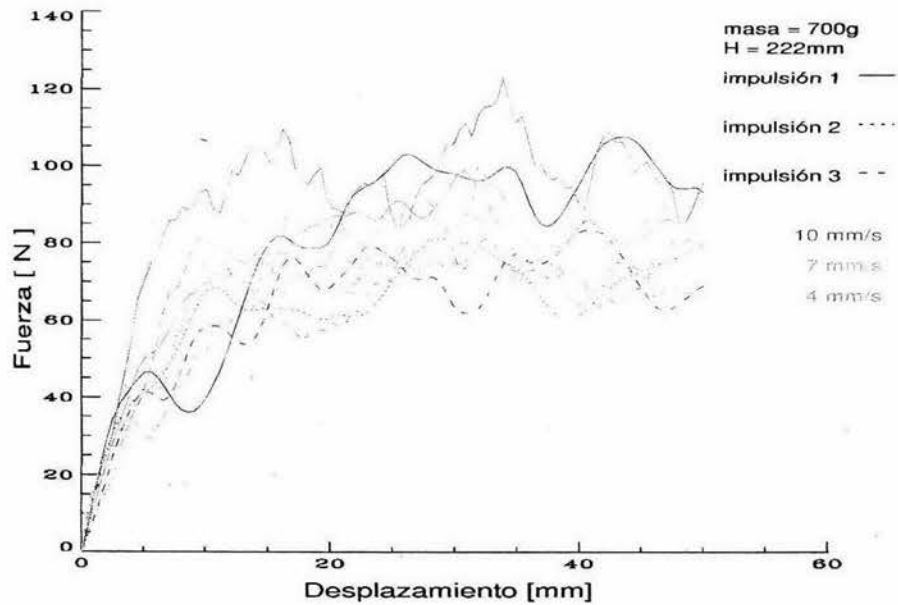


Figura 3.12: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

3.2.1. Análisis de la zona asintótica

Para columnas de altura $H \geq 67.3\text{mm}$, las curvas de fuerza como función del desplazamiento alcanzan un estado asintótico. Las siguientes gráficas corresponden al análisis de la zona asintótica.

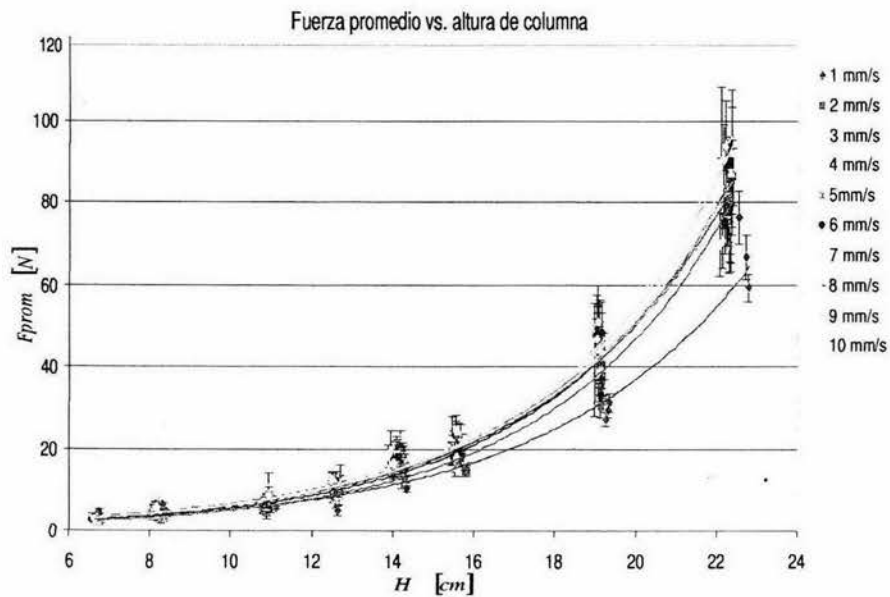


Figura 3.13: Fuerza promedio como función de la altura de columna.

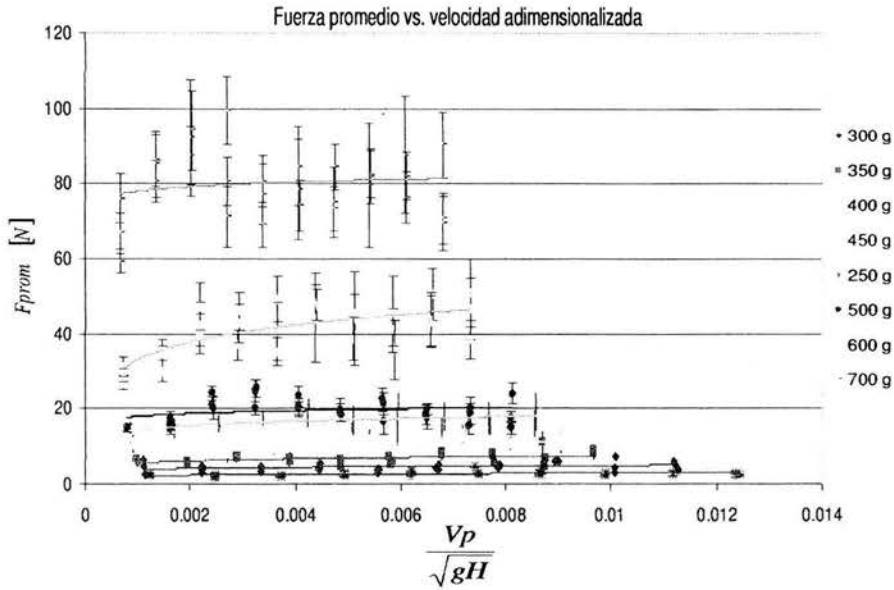


Figura 3.14: Fuerza promedio como función de la velocidad adimensionalizada.

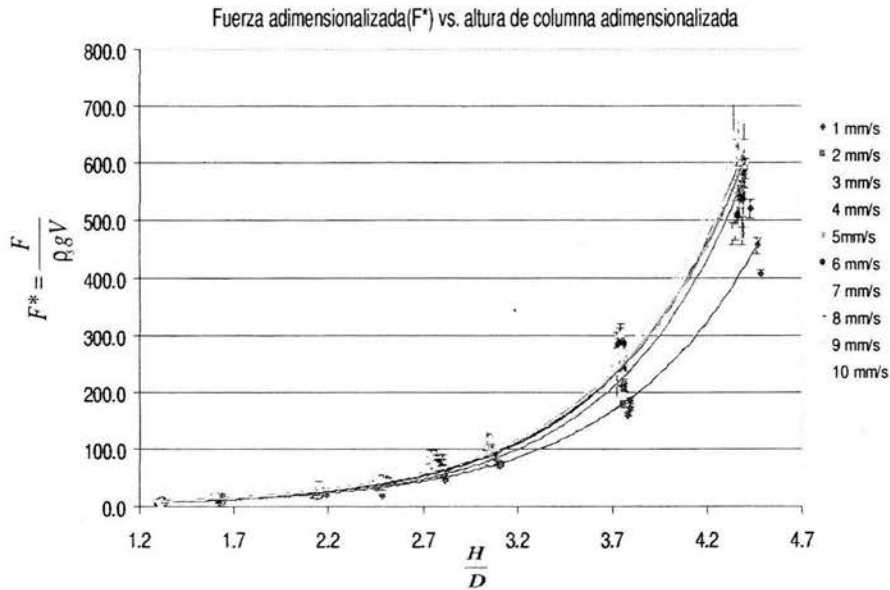


Figura 3.15: Fuerza adimensionalizada como función de la altura de columna adimensionalizada.

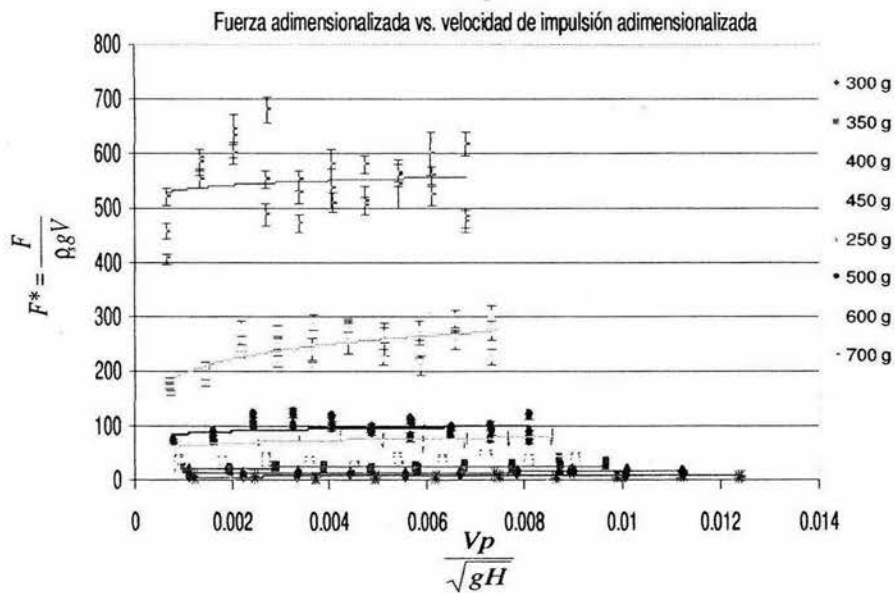


Figura 3.16: Fuerza adimensionalizada como función de la velocidad adimensionalizada.

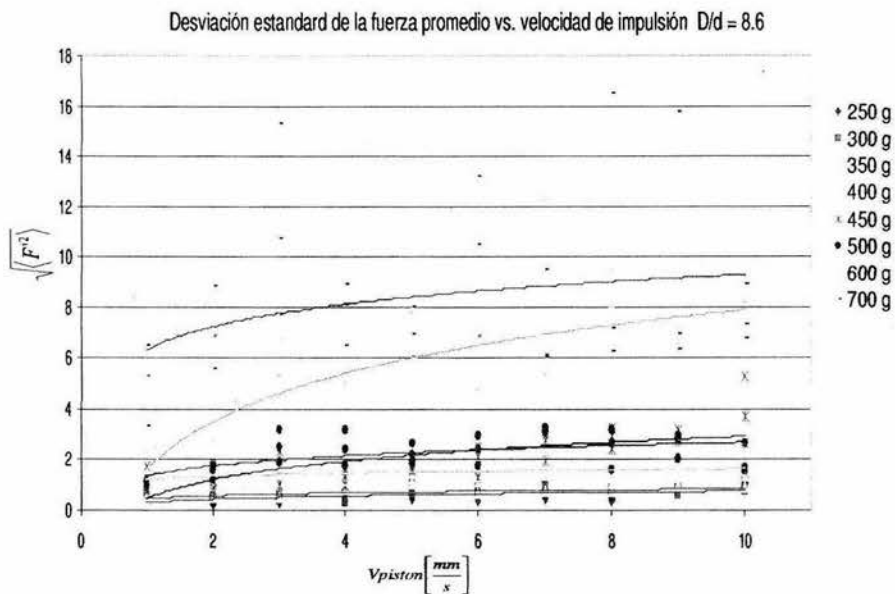


Figura 3.17: Desviación estándar como función de la velocidad.

3.3. Cilindro de 36mm y partículas de 3mm

Para una altura de columna $H=60.3\text{mm}$ las curvas de fuerza como función del desplazamiento exhiben un comportamiento que no se observó en ningún otro arreglo dentro de esta investigación.

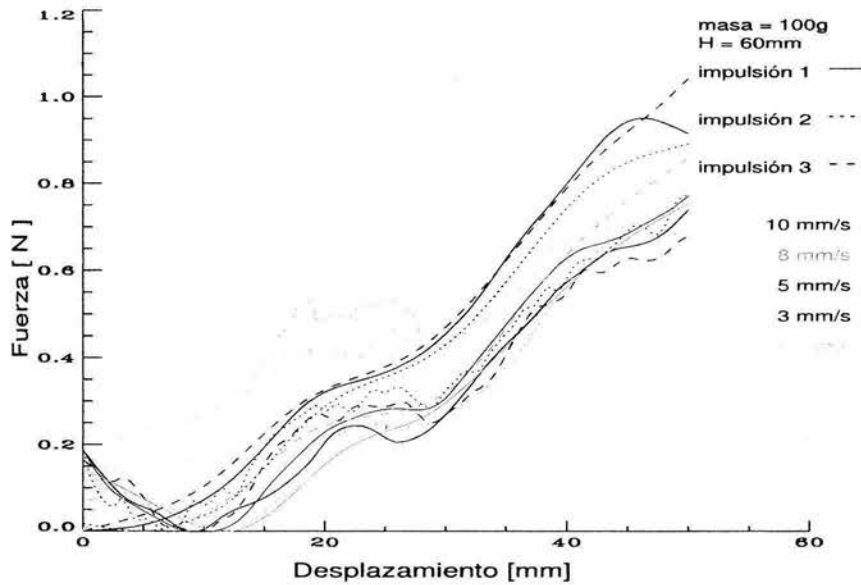


Figura 3.18: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

Para alturas de columna $90.9\text{mm} \leq H \leq 214.6\text{mm}$

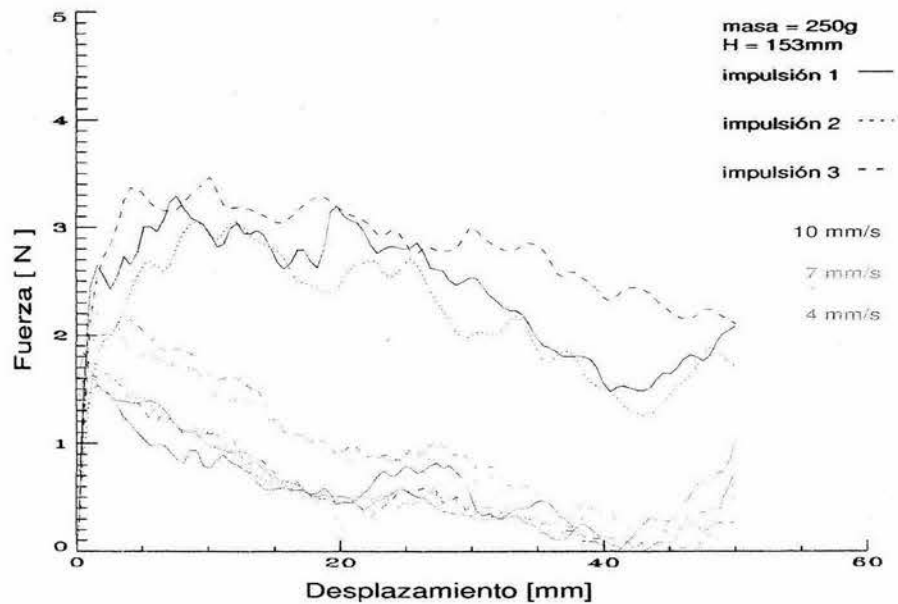


Figura 3.19: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

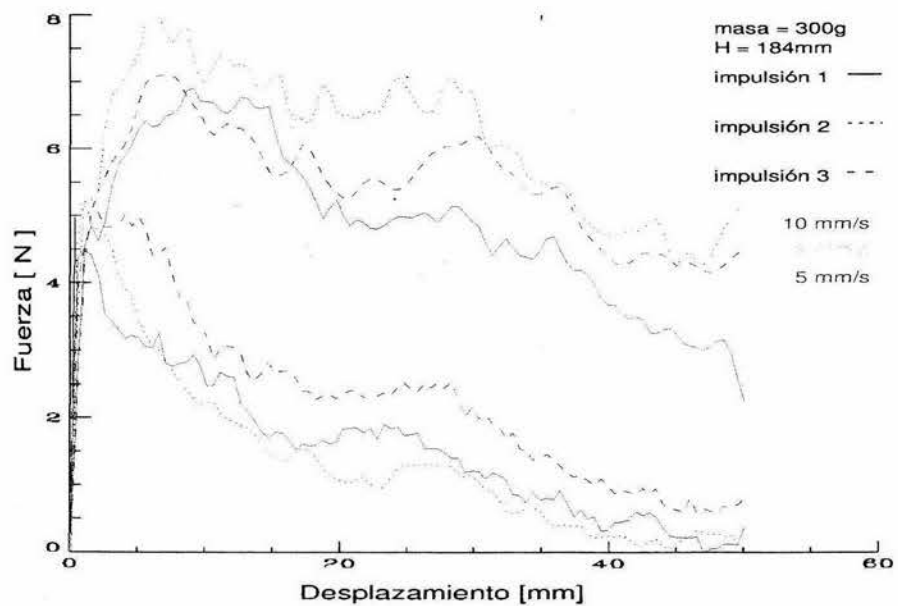


Figura 3.20: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

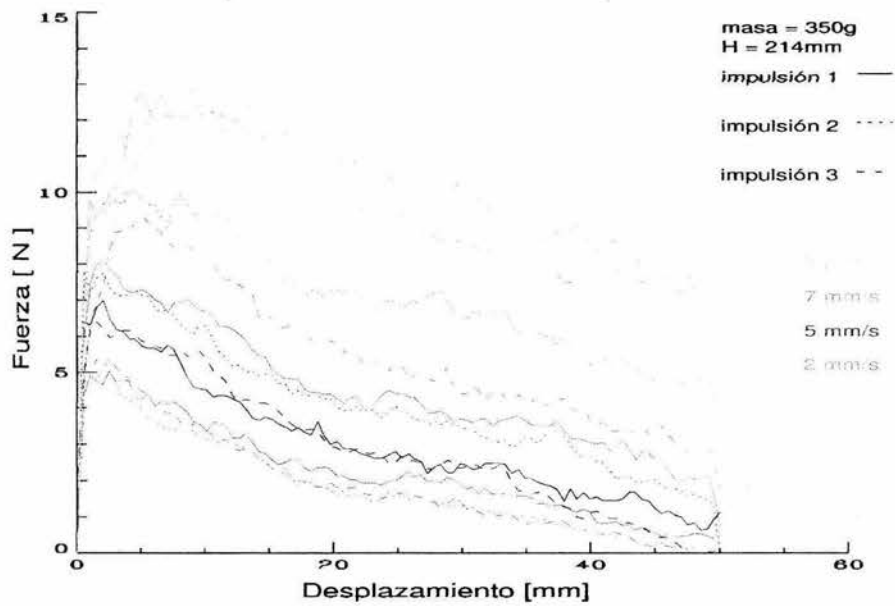


Figura 3.21: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

La evolución de la fuerza de impulsión como función del desplazamiento de la columna no alcanza el estado asintótico en ninguna de las condiciones experimentales correspondientes a este apartado. Es por esto que no tiene sentido calcular una fuerza promedio.

3.4. Cilindro de 36mm y partículas de 6mm

Para alturas de columna $H \leq 92\text{mm}$

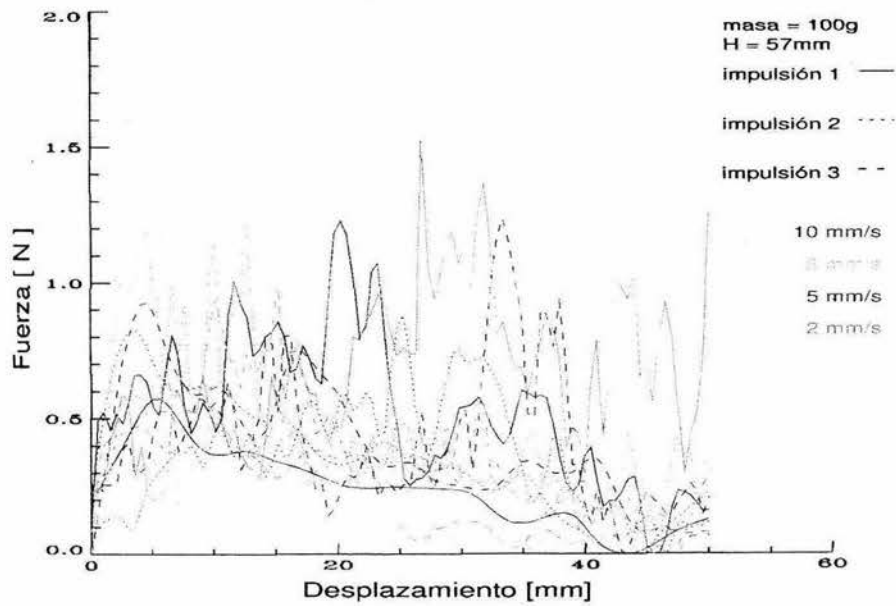


Figura 3.22: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

Para alturas de columna $H \geq 122\text{mm}$

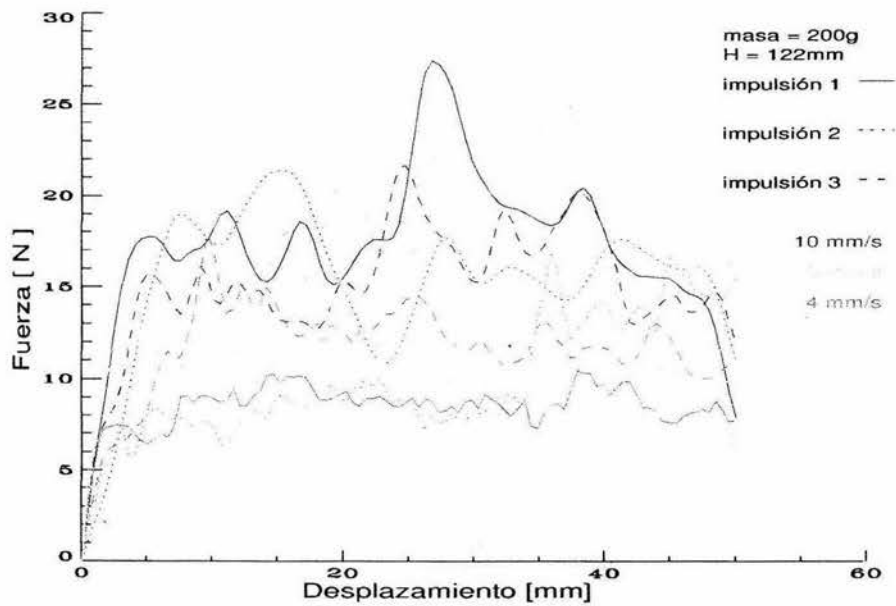


Figura 3.23: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

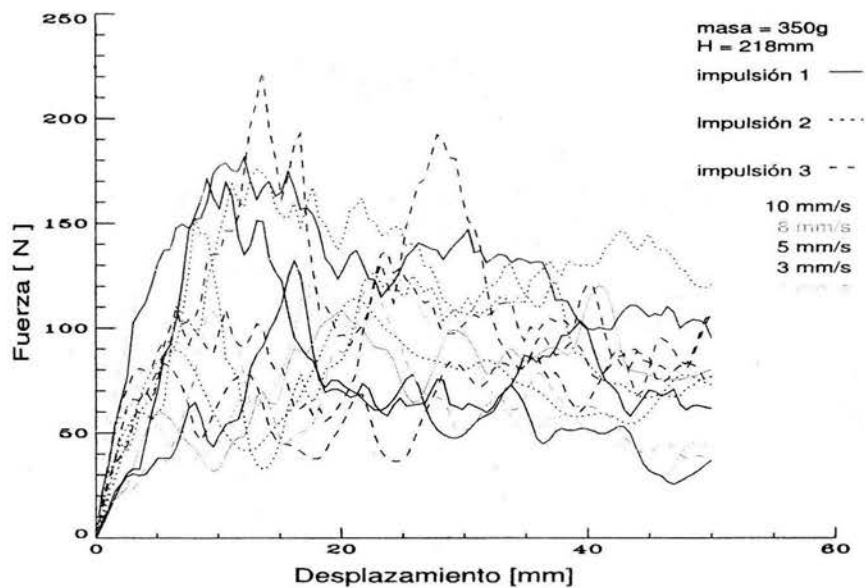


Figura 3.24: Fuerza como función del Desplazamiento a diferentes velocidades de impulsión de la columna.

Para estas condiciones experimentales, el estado asintótico se presenta para alturas de 122mm o mayores. Las siguientes gráficas corresponden al análisis de la zona asintótica de las gráficas de fuerza-desplazamiento.

3.4.1. Análisis de la zona asintótica

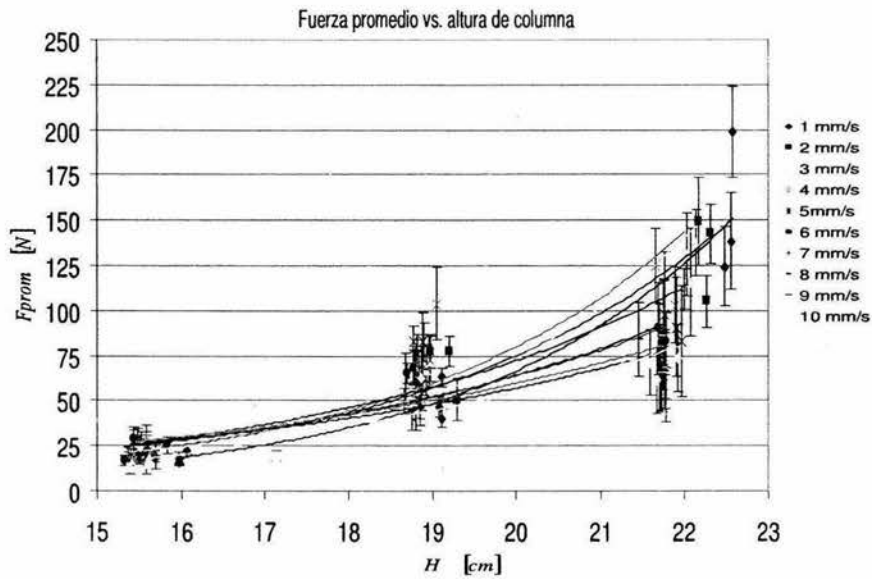


Figura 3.25: Fuerza promedio como función de la altura de columna.

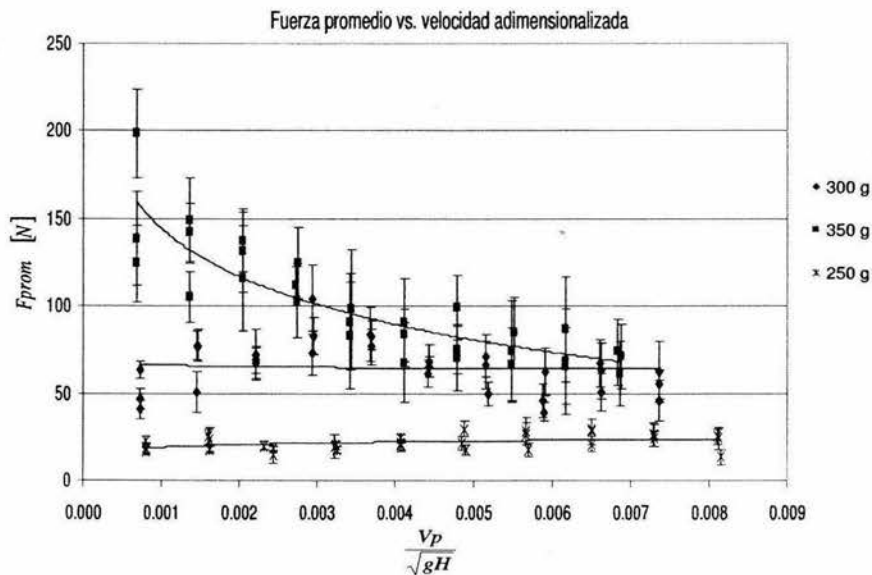


Figura 3.26: Fuerza promedio como función de la velocidad adimensionalizada.

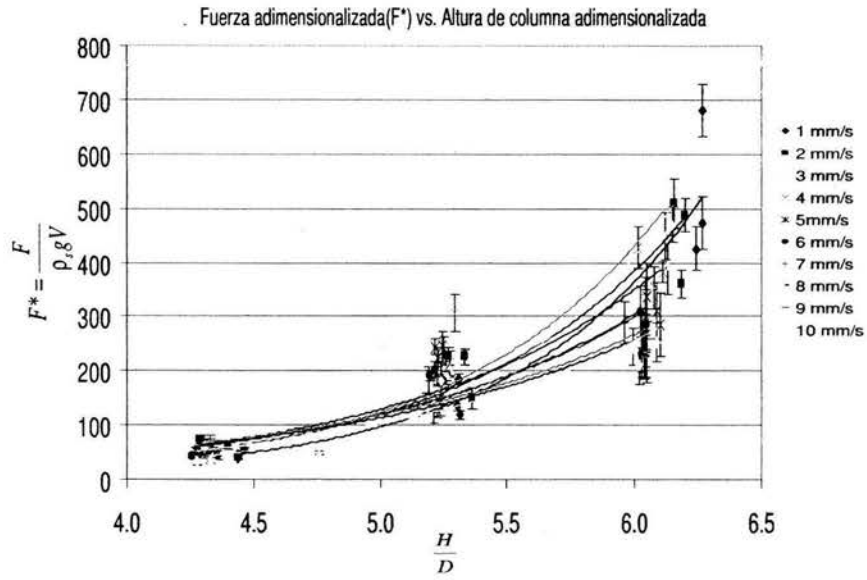


Figura 3.27: Fuerza adimensionalizada como función de la altura de columna adimensionalizada.

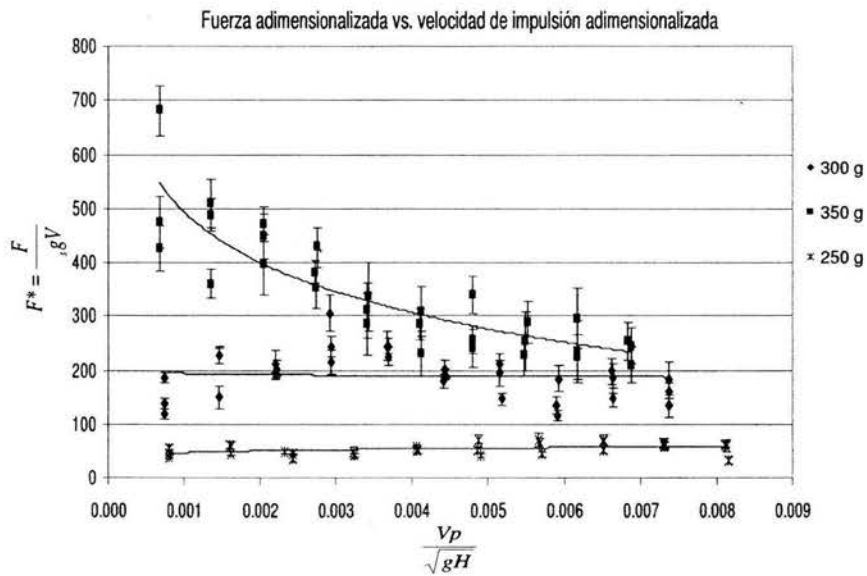


Figura 3.28: Fuerza adimensionalizada como función de la velocidad adimensionalizada.

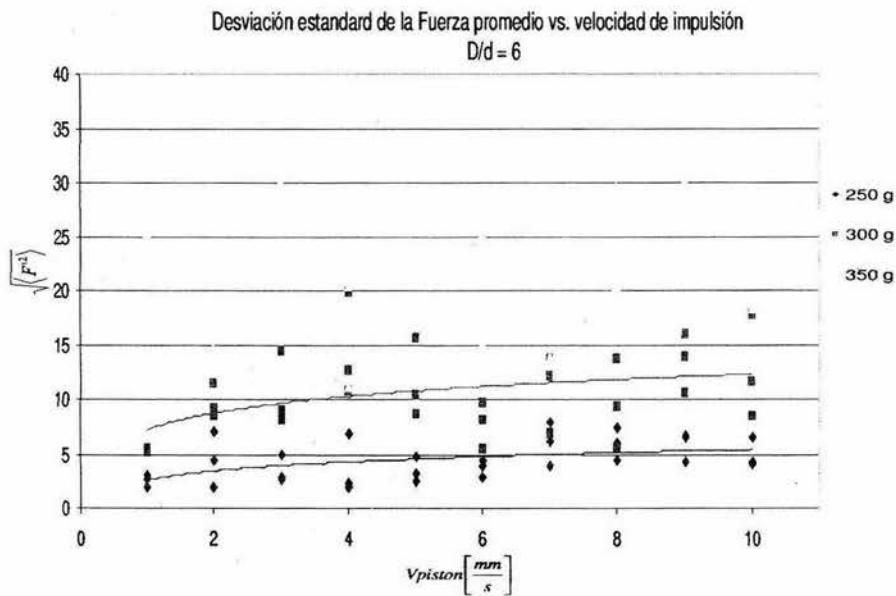


Figura 3.29: Desviación estándar como función de la velocidad.

3.5. Dependencia de la desviación estándar con la relación D/d

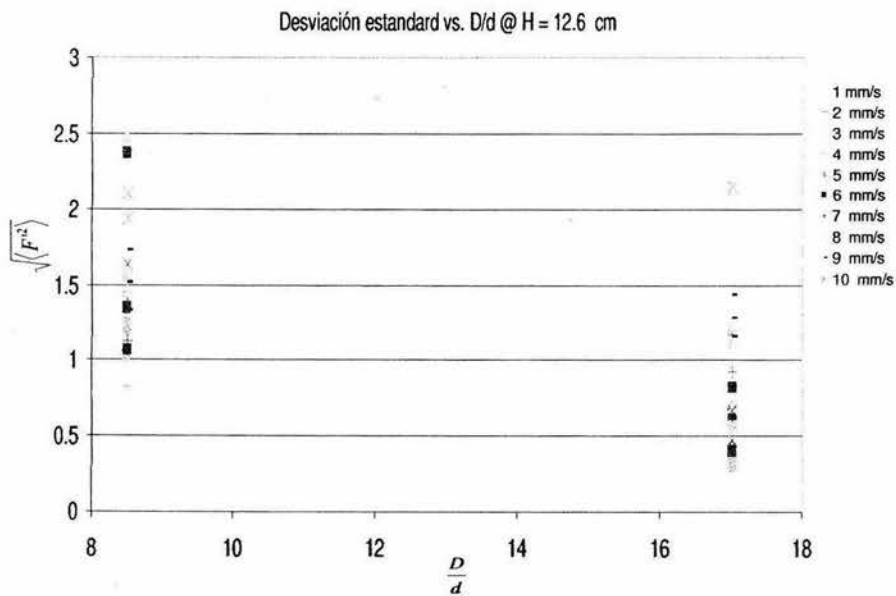


Figura 3.30: Desviación estándar vs D/d , $H = 126mm$.

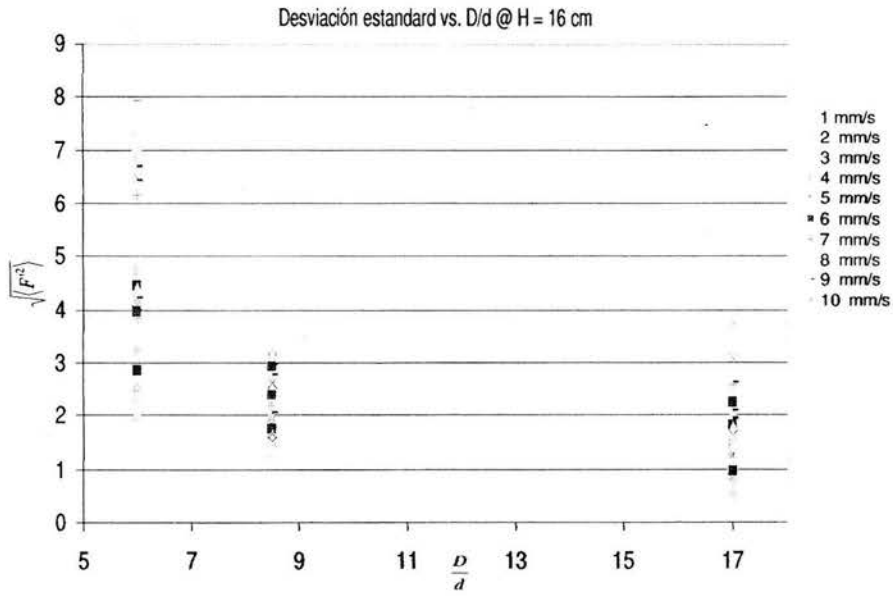


Figura 3.31: Desviación estándar vs D/d , $H = 160mm$.

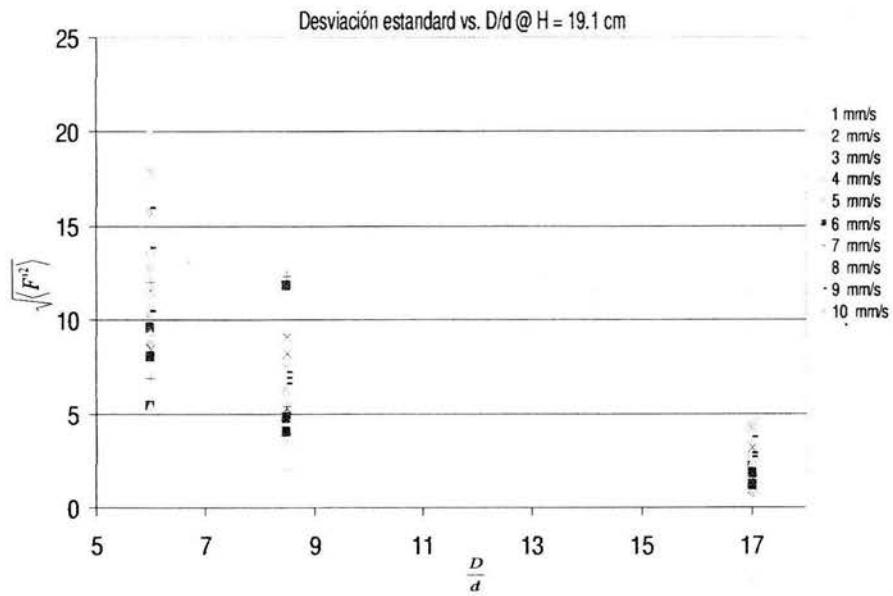


Figura 3.32: Desviación estándar vs D/d , $H = 191mm$.

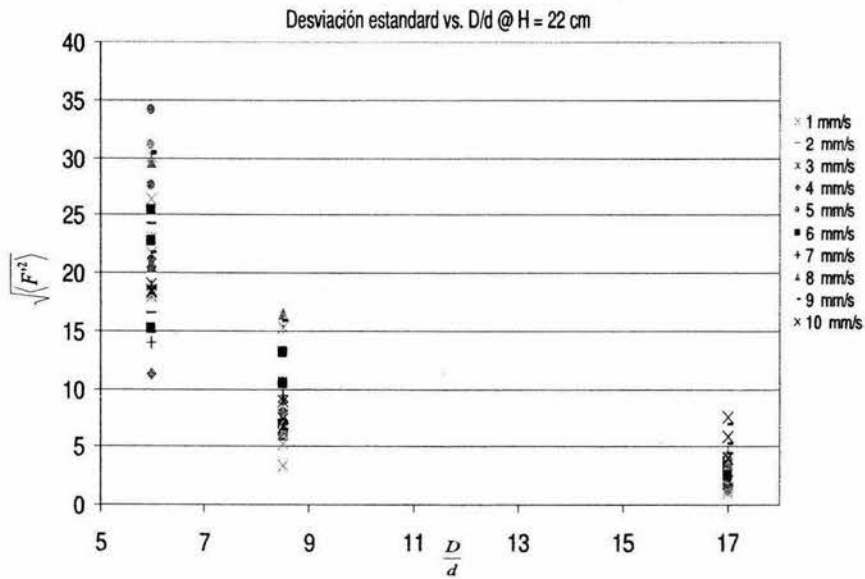


Figura 3.33: Desviación estándar vs D/d , $H = 220$ mm.

3.6. Cambio en la altura de la columna

Las siguientes gráficas corresponden a las mediciones de la altura de la columna antes y después de cada impulsión.

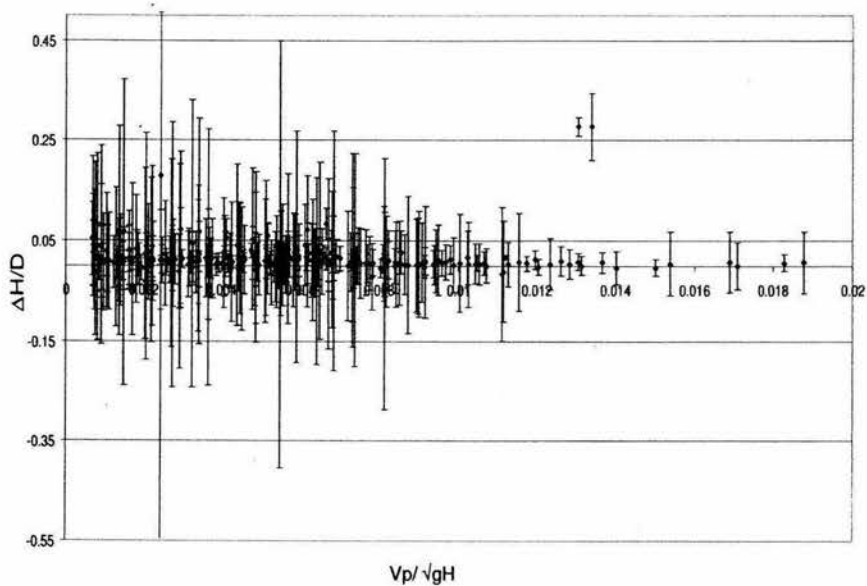


Figura 3.34: Cambio de altura ΔH adimensionalizada como función del de la velocidad adimensionalizada.

El cambio de altura de la columna está relacionado con un cambio en el volumen de la misma

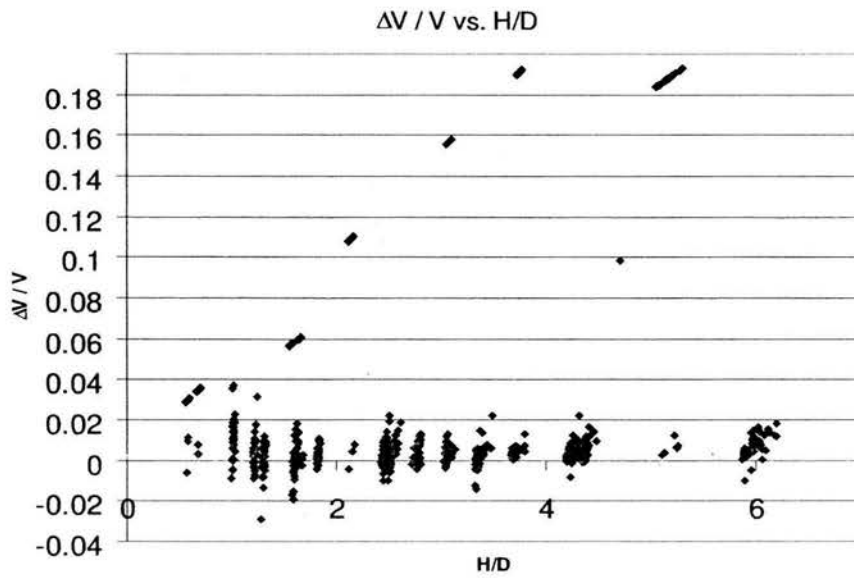


Figura 3.35: Cambio de volumen $\Delta V/V$ como función de la altura adimensionalizada.

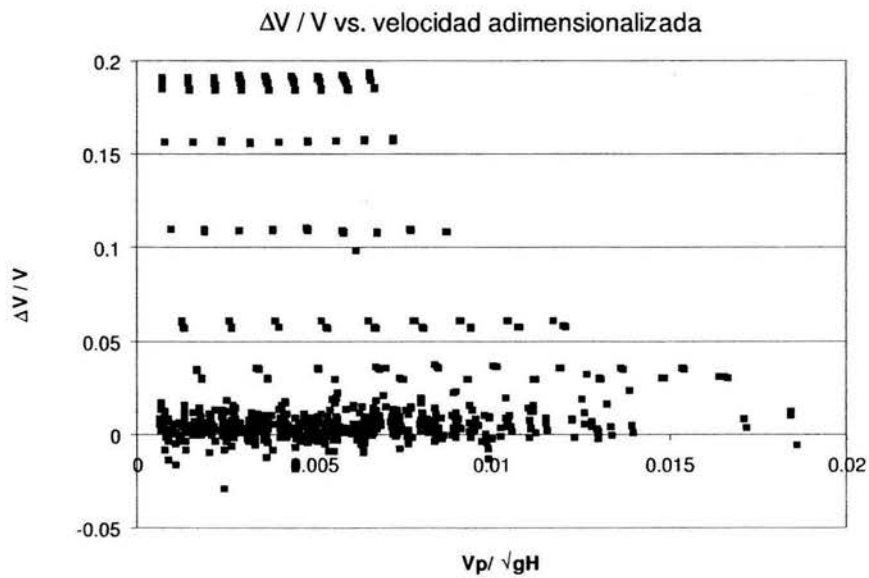


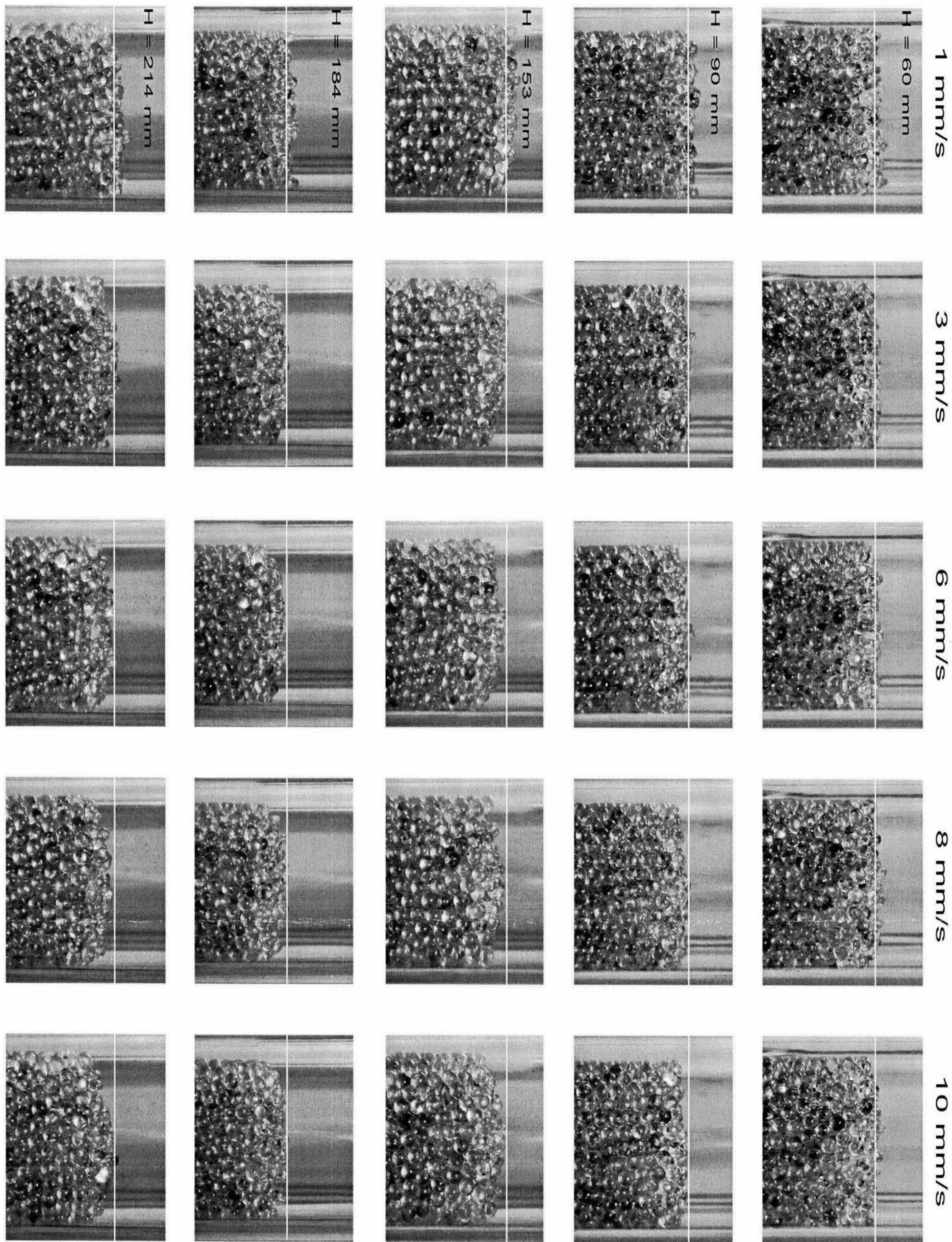
Figura 3.36: Cambio de volumen $\Delta V/V$ como función de la velocidad adimensionalizada.

3.7. Forma de la superficie libre

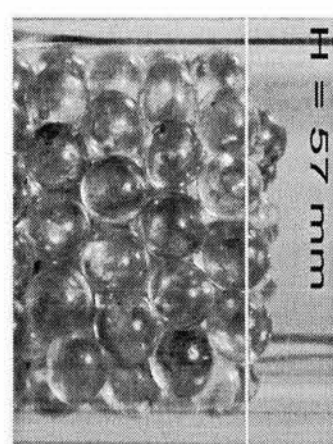
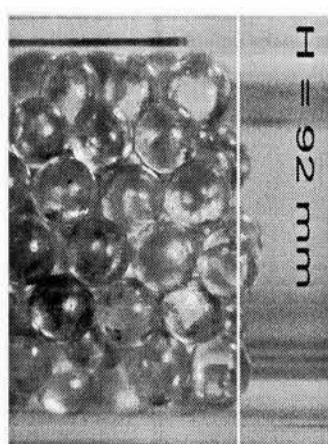
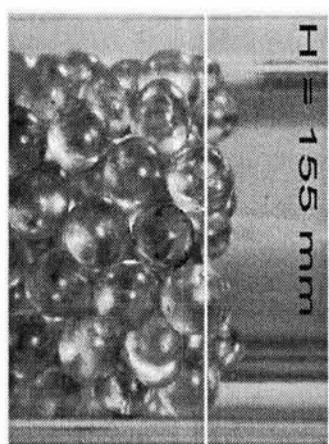
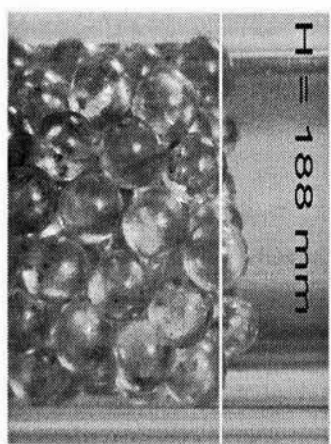
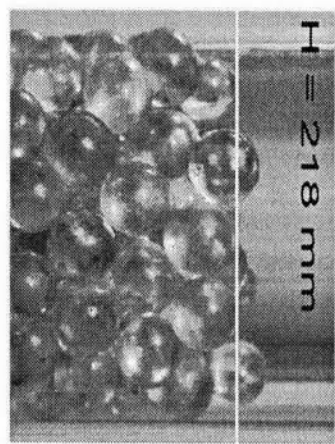
El análisis de los videos de los experimentos reveló la formación de un perfil convexo en la superficie libre de la columna cuando ésta se desplaza. En las imágenes que se presentan a continuación, la velocidad incrementa de izquierda a derecha y la altura aumenta de arriba hacia abajo. La línea blanca indica la altura original de la columna (antes de la primera impulsión de la columna). Las fotografías fueron tomadas al final de la impulsión de la columna

La primera serie de fotografías corresponde a un diámetro de cilindro de 50.9mm y partículas de 3mm . La segunda serie de fotografías corresponde a un diámetro de cilindro de 50.9mm y partículas de 6mm . La tercera serie de fotografías corresponde a un diámetro de cilindro de 36mm y partículas de 3mm . La última serie de fotografías corresponde a un diámetro de cilindro de 36mm y partículas de 6mm .

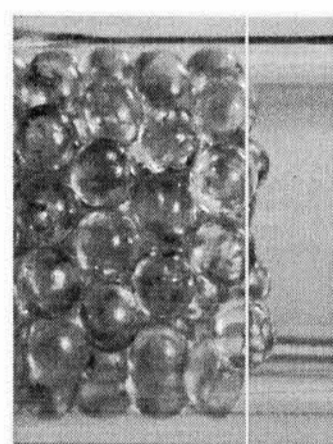
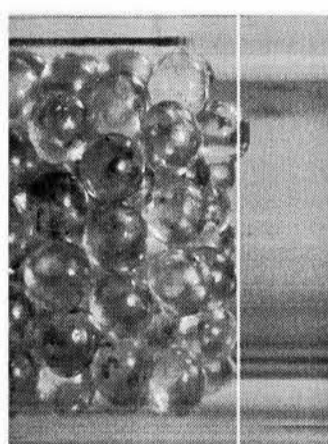
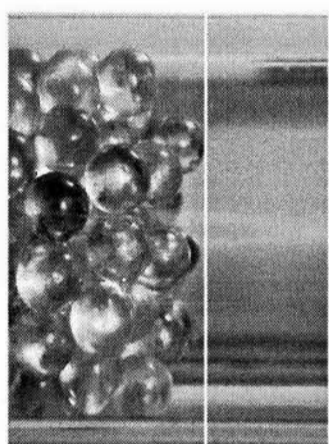
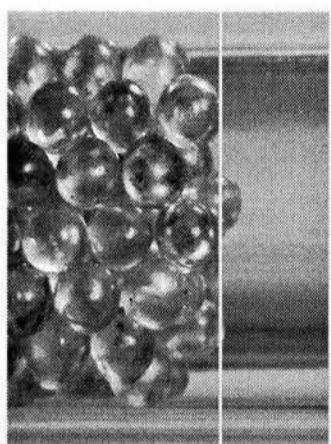
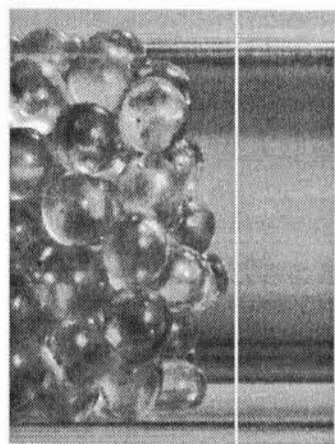
Cilindro de 36 mm y partículas de 3mm



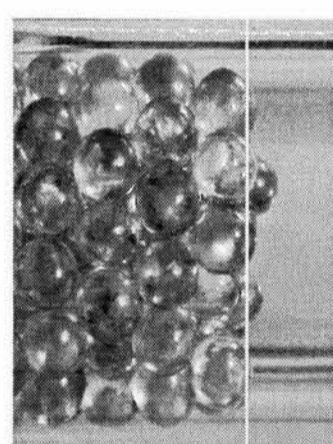
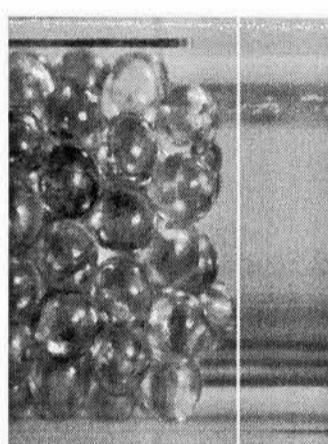
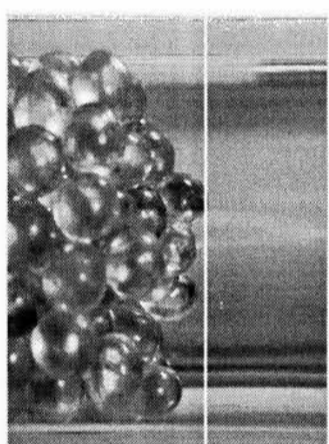
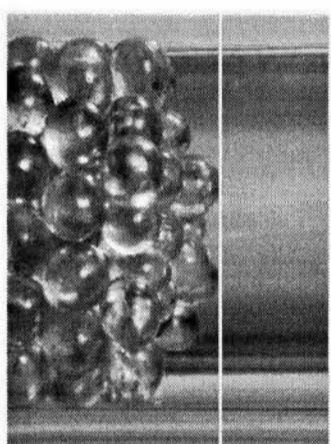
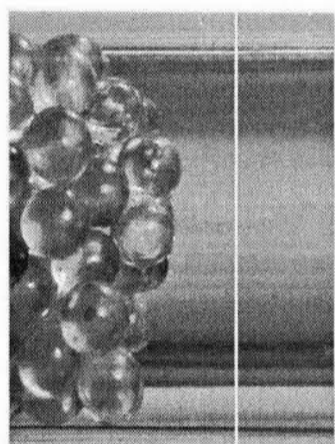
Cilindro de 36 mm y partículas de 6mm



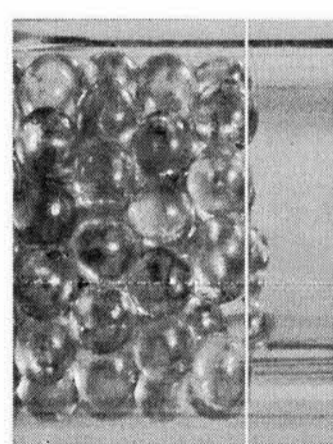
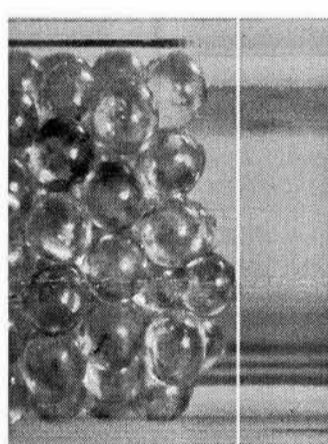
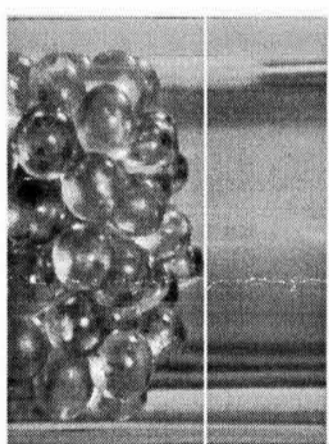
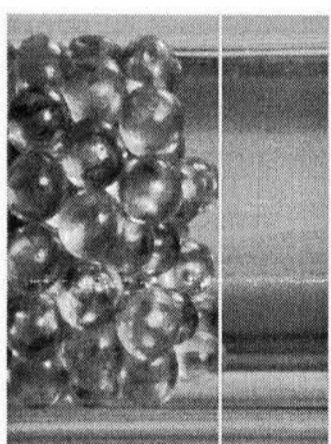
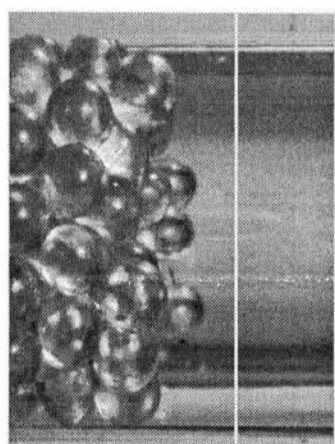
1 mm/s



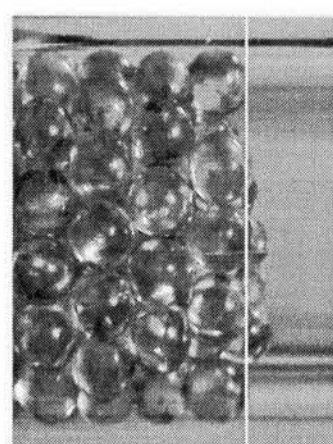
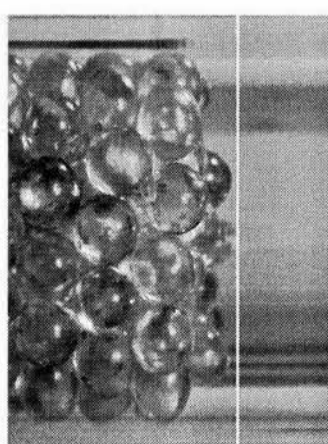
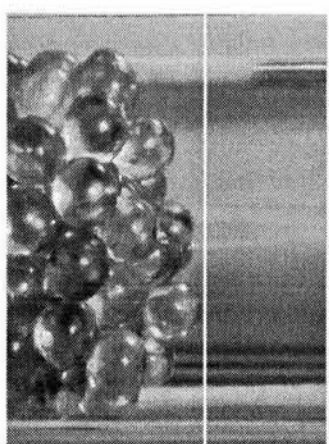
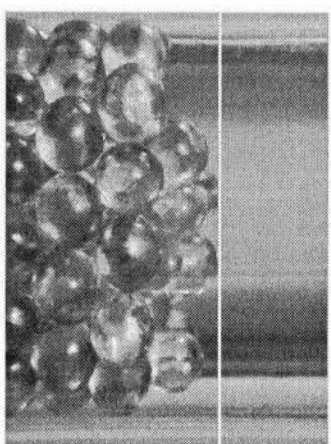
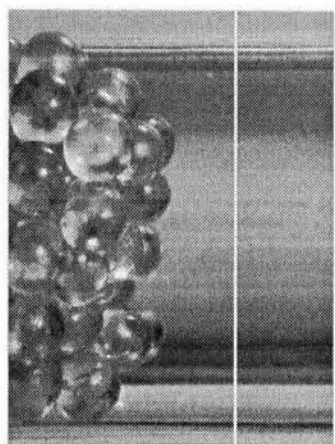
3 mm/s



6 mm/s



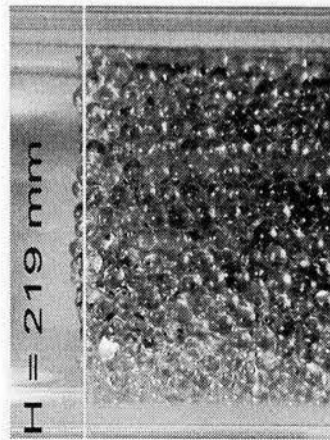
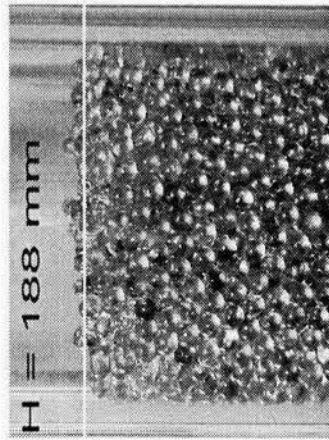
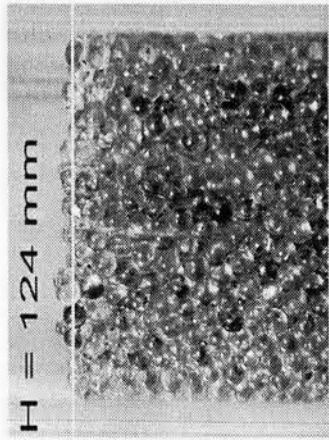
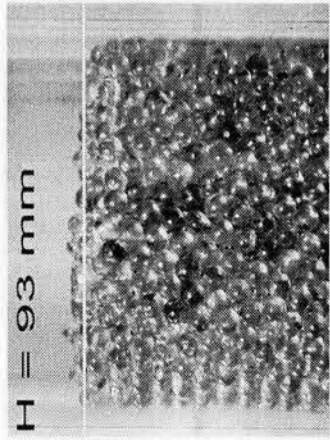
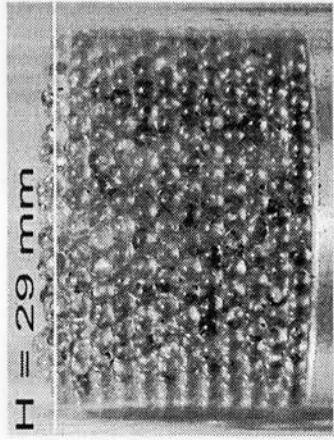
8 mm/s



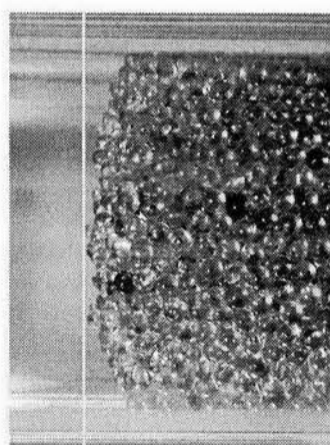
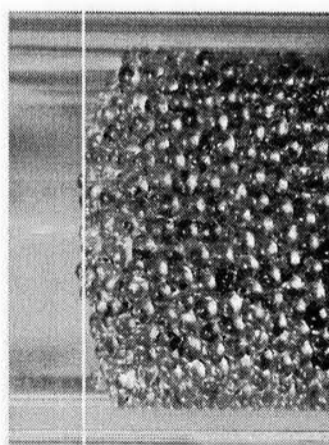
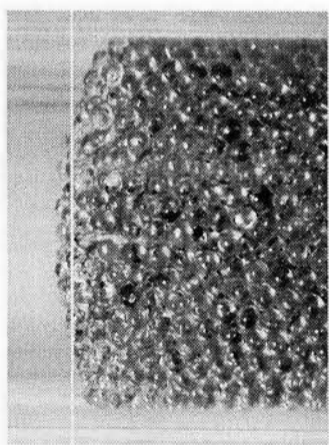
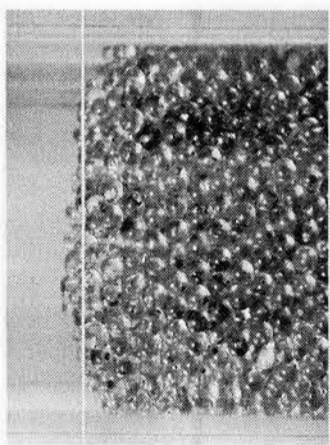
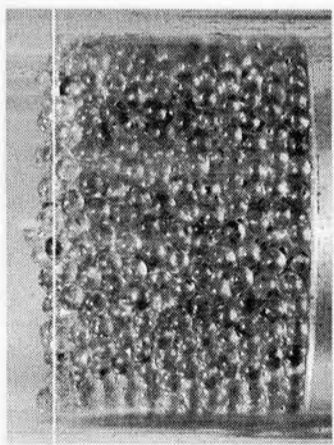
10 mm/s

Cilindro de 50.9 mm y partículas de 3mm

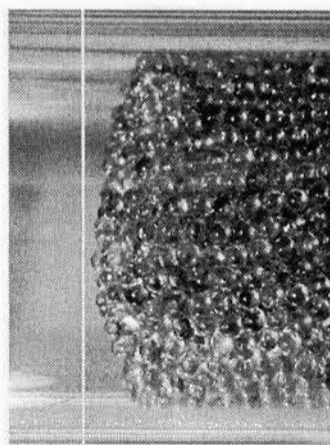
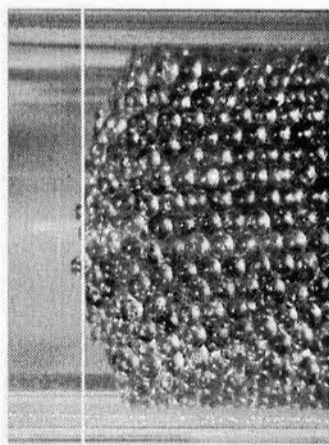
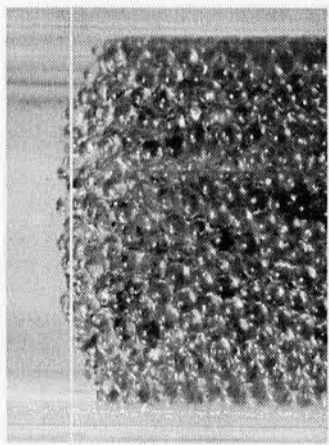
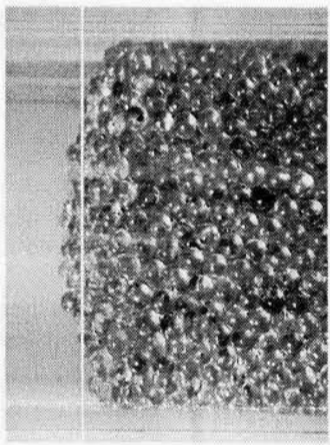
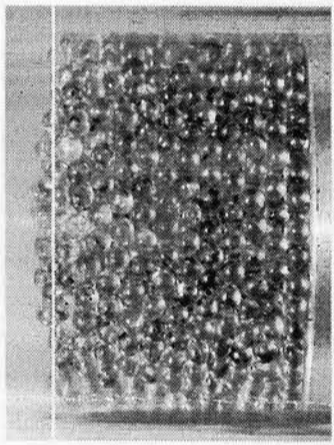
1 mm/s



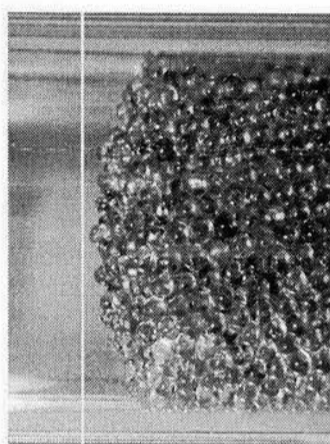
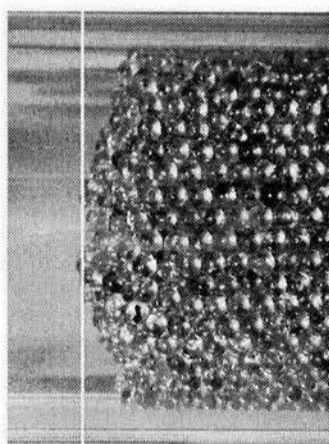
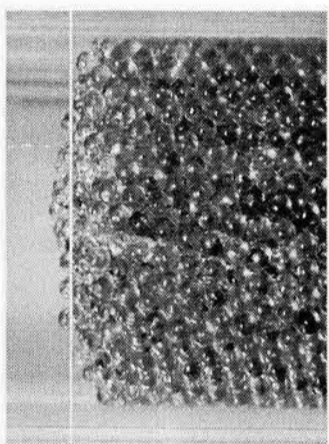
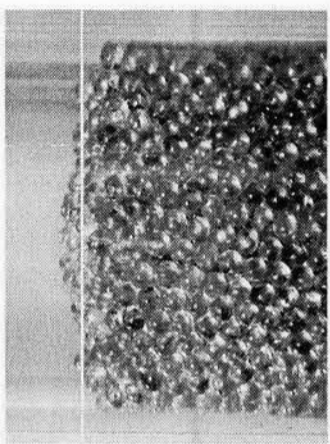
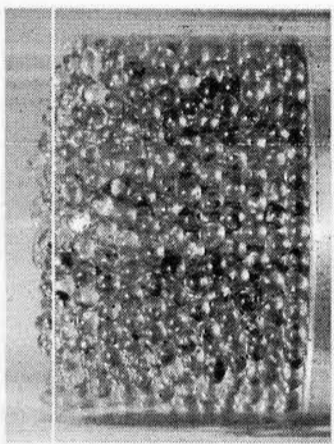
3 mm/s



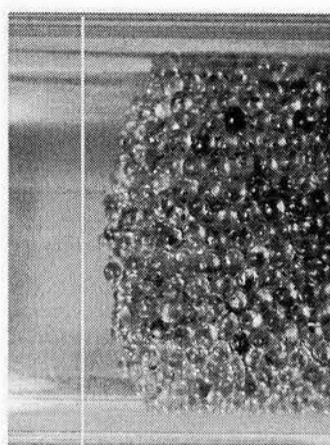
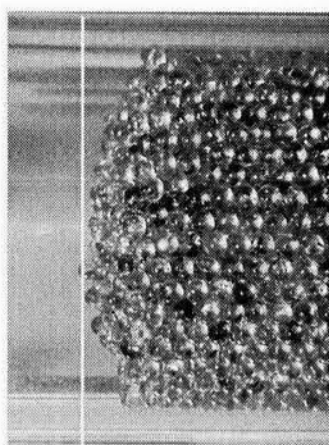
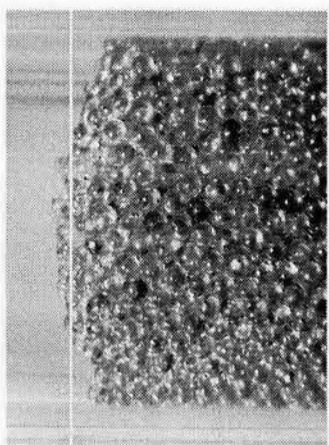
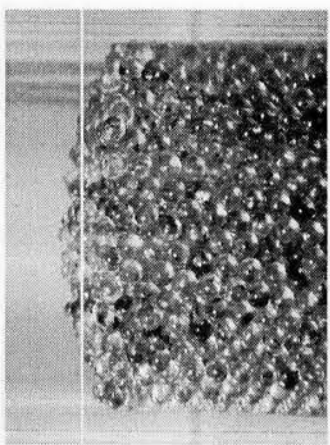
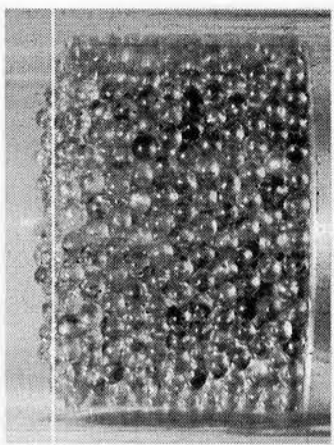
6 mm/s



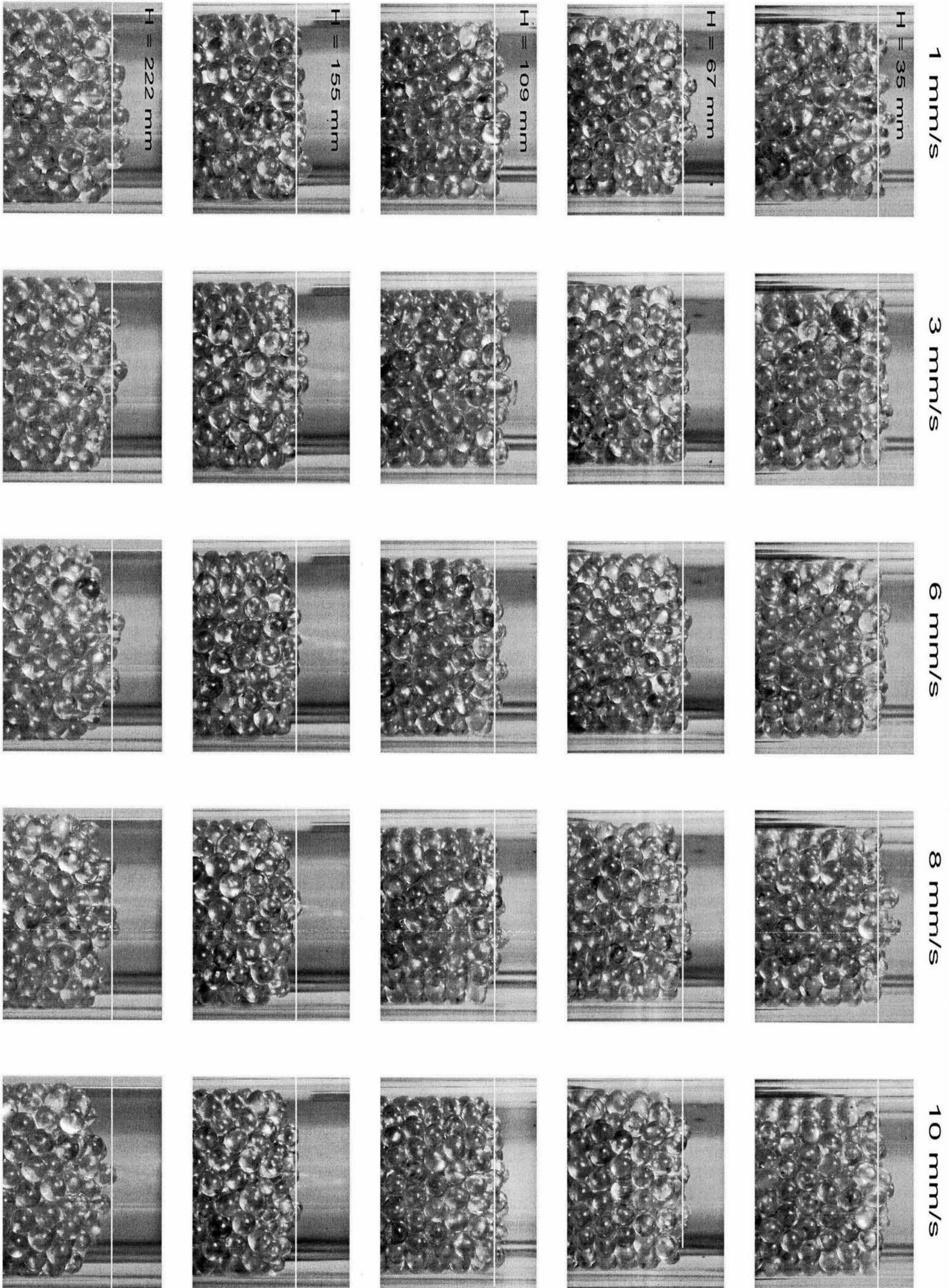
8 mm/s



10 mm/s



Cilindro de 50.9 mm y partículas de 6mm



Capítulo 4

Conclusiones y trabajo a futuro

4.1. Conclusiones

Las tres pruebas sucesivas de impulsión que se efectuaron sobre las columnas fueron realizadas bajo las mismas condiciones de velocidad, diámetro de partícula, diámetro de cilindro y altura de columna. Las mediciones de altura inicial y final de la columna en cada impulsión manifiesta que existe un cambio en la altura que no es regular.

Para relaciones $H / D \geq 1.323$ y $H / D \neq 12$ las columnas de material granular presentan una zona asintótica en la curva fuerza-desplazamiento.

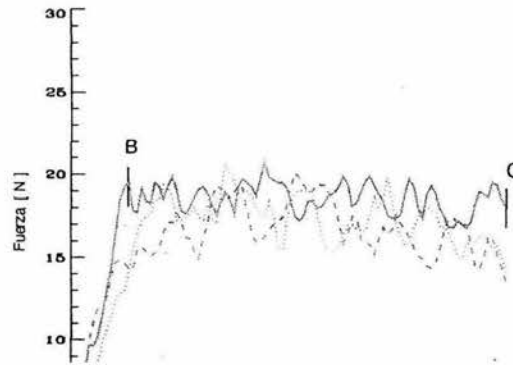
La fuerza promedio en la zona asintótica crece rápidamente con la altura de la columna y con la velocidad de impulsión. Estos resultados coinciden con lo reportado por Arroyo *et al* (2002) [2] [1]

La desviación estándar de la fuerza promedio en la zona asintótica aumenta en magnitud conforme aumenta la altura de la columna y también aumenta con la velocidad. La relación D/d también afecta la magnitud de la desviación estándar, siendo ésta mayor cuando D/d disminuye. La dependencia de la magnitud de la desviación estándar con la relación D/d podría deberse a fenómenos de dilatación, ya que la existencia de estos se hace más notoria en los experimentos en donde $D/d=6$ y es en este caso en donde la desviación estándar alcanza sus valores máximos. La magnitud mínima de la desviación estándar se observa para $D/d \approx 17$. Esta última evidencia nos ayuda a verificar una regla empírica que establece que cuando $D / d > 10$ podemos considerar al material como un medio continuo.

La resistencia de la columna a ser impulsada se debe a un redireccionamiento de los esfuerzos en conjunción con la fuerza de fricción seca entre el material granular y las paredes del contenedor. Las curvas de fuerza promedio como función de la altura de columna revelan que la fuerza promedio crece rápidamente con la altura de la columna.

Un caso especial se presenta cuando $D / d = 12$. La curva fuerza-desplazamiento presenta un rápido crecimiento de la fuerza, alcanza un valor máximo y después decae en forma gradual. Se exploraron diferentes alturas para este arreglo de variables y las curvas no alcanzan un estado asintótico.

La evolución de la fuerza de impulsión en función del desplazamiento está relacionada íntimamente con el comportamiento de las partículas del material. En los experimentos y estudiando los videos se observaron dos comportamientos presentes en el material que ya han sido identificados anteriormente por Ovarlez *et al* [18] y Kolb *et al* [12]. Estos autores encontraron que la zona asintótica de la curva fuerza desplazamiento está caracterizada por un equilibrio entre partículas que giran y las partículas que deslizan sobre las paredes (stick-slip). En los videos de los experimentos se puede apreciar que incluso existen transiciones ya que partículas que se encontraban girando comienzan a deslizar y las partículas que deslizan empiezan a girar. En la figura 4.1 la zona comprendida entre los puntos *A* y *B* es una zona de rápido crecimiento de la fuerza. En esta etapa las partículas de material giran por la acción del movimiento de las pared y se observa la formación de una estructura hexagonal. A partir del punto *B* se empieza a manifestar una transición, en la cual algunas partículas dejan de girar y empiezan a deslizar sobre la pared. Esta transición es muy rápida y da paso a un equilibrio entre partículas que giran y partículas que deslizan. Este comportamiento del material provoca la formación de una zona asintótica.



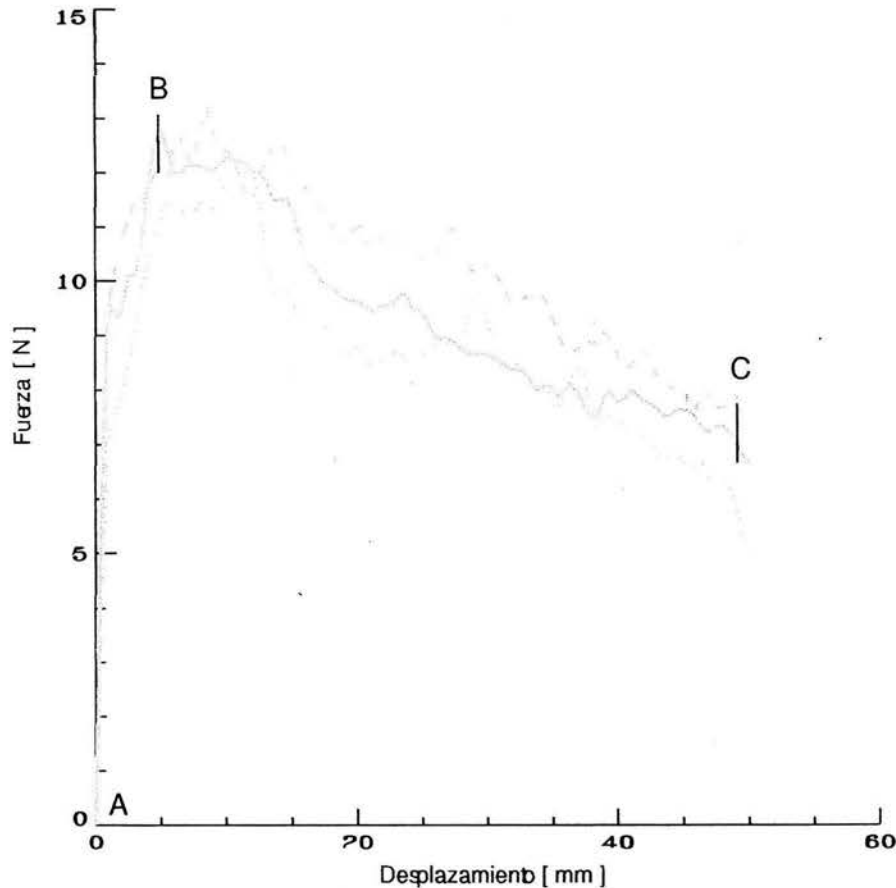


Figura 4.2: Evolución de la fuerza de impulsión.

El que las partículas giren o deslicen por la acción del movimiento de la pared puede explicarse con la ayuda de los conceptos de criterio de falla interna y criterio de falla de pared de Mohr-Coulomb. Si la columna de material desliza a lo largo del cilindro, entonces el coeficiente de fricción entre material granular y pared es menor que el coeficiente de fricción interno del material. Es por ello que la columna no puede vencer su fricción interna y provocar el deslizamiento de capas de material; por lo tanto, la fuerza necesaria para deslizar la columna no es tan alta.

Si las partículas giran por la acción del movimiento de la pared, entonces podemos pensar que el coeficiente de fricción entre la pared y el material granular y el coeficiente de fricción interno son iguales. Esto provoca que exista deslizamiento entre capas de material y en consecuencia un incremento en el esfuerzo normal en la pared. Es por esto que la fuerza necesaria para desplazar la columna aumenta.

En el siguiente caso, no se logra un estado asintótico, si no que la fuerza continua aumentando hasta el final del desplazamiento. La zona comprendida entre los puntos *A* y *B* es una zona de rápido crecimiento de la fuerza caracterizada por que las partículas se encuentran girando, a partir del punto *B* la rapidez de los giros disminuye por lo que el crecimiento de la fuerza no es tan rápido en la zona *BC* como al comienzo del experimento, sin embargo las partículas no cesan de girar durante la impulsión.

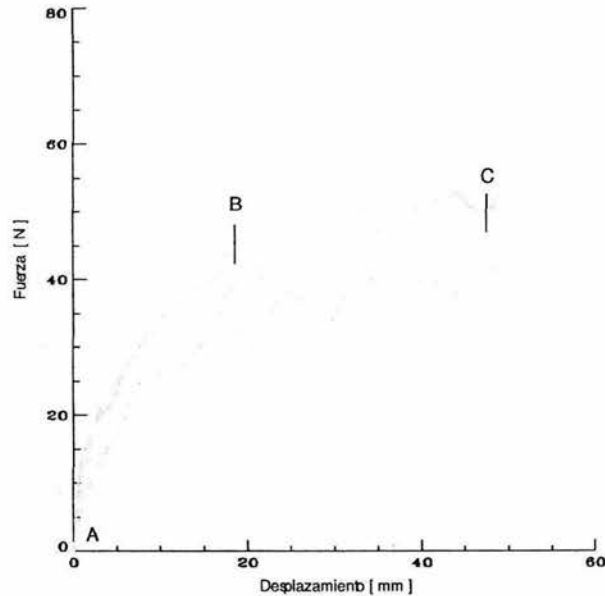


Figura 4.3: Evolución de la fuerza de impulsión.

El incremento de la velocidad hace más duradero el giro de las partículas, esto se debe a que las velocidades *altas* acentúan la transferencia de carga hacia las paredes. Podemos suponer que las velocidades *altas* no permiten a las partículas ubicarse en las posiciones de menor energía.

Cuando el cilindro se mueve en la etapa de impulsión, moviliza las fuerzas de fricción en dirección del movimiento del cilindro. Las partículas en contacto con la pared del cilindro giran y deslizan por la acción de las fuerzas de fricción y transmiten este movimiento a sus vecinas en las capas interiores del material, de tal forma que las partículas del *núcleo* de la columna tienden a elevarse por encima de la superficie libre inicial hasta que alcanzan un estado de equilibrio inestable y ruedan sobre la nueva superficie libre hasta la pared. Este es el mecanismo de formación del perfil. La evidencia de deslizamiento entre capas del material granular nos hace pensar en fenómenos de dilatación dentro de la columna granular. Indudablemente que el mecanismo de formación de un perfil en la superficie libre de la columna es también el responsable de fenómenos de transporte de partículas dentro del material. Si fuera posible desplazar la columna distancias más grandes, seguramente podríamos rastrear el movimiento de algunas partículas trazadoras.

El cambio de altura está ligado al cambio de volumen por una constante (el área de la sección transversal del cilindro). Se observa que a pesar de que en algunos casos el cambio en el volumen supera el 18 % la gran mayoría de los datos se encuentra por debajo del 2 %. Consideramos que no podemos suponer estos cambios como significativos debido a su magnitud. Además observamos que la dispersión de los datos es muy grande por lo que no podemos reconocer ninguna tendencia con respecto a la altura ni con la velocidad. Reconocemos que el método empleado para la medición en el cambio de volumen no es apropiado y que es menester desarrollar una metodología que ofrezca resultados más confiables. La principal desventaja de la técnica de medición es el hecho de que calcula el centroide de la región que definida por las partículas que se encuentran en la superficie libre, por lo que cualquier cambio en la concavidad de la superficie libre se traducirá en

una disminución de la altura de la columna, lo cual no necesariamente es cierto. En la figura 4.4 se muestra esta situación. Ambas figuras tienen la misma altura y la misma base, sin embargo su perfil es diferente, lo cual provoca que el centroide de las figuras no sea el mismo.

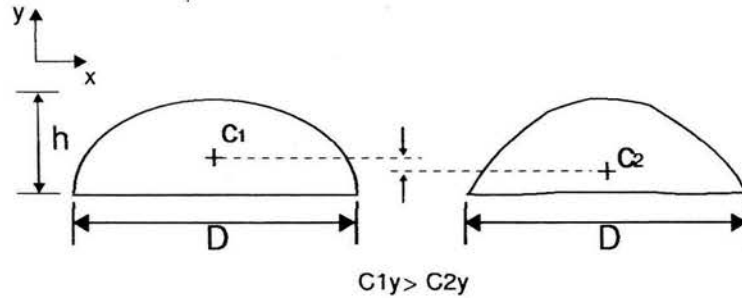


Figura 4.4: Desplazamiento del centroide.

Desafortunadamente la alineación de la prensa hidráulica no nos permitió realizar desplazamientos de columna mayores a 50mm , ya que las paredes del cilindro rozarían con el cilindro afectando la medición de la fuerza.

4.2. Trabajo a futuro

Se debe mejorar la iluminación de los experimentos para obtener imágenes sin reflejos, esto con el propósito de facilitar el análisis automatizado de imágenes. Las herramientas de análisis de imágenes que proporcionan softwares como MatLab (utilizadas en este trabajo) y LabView (Vision Builder) pueden programarse para procesar una gran cantidad de imágenes en muy poco tiempo. La mejora en la calidad de las imágenes permitirá implementar técnicas de análisis de imágenes como PIV. Este tipo de técnicas calculan campos de desplazamientos y velocidades a través del procesamiento de fotografías sucesivas tomadas a alta velocidad.

La distribución de esfuerzos real a lo largo de la columna aún sigue siendo desconocida. Sin embargo, podemos estimar esta distribución de forma indirecta, a partir de las propiedades mecánicas de los cilindros y las deformaciones que sufren por la acción del movimiento de la columna. Para conocer las deformaciones necesitamos instrumentar los cilindros con celdas de deformación (strain gages) en diferentes puntos del cilindro.

A pesar de que adquirimos una gran cantidad de datos, nos percatamos de que a medida que incrementa la velocidad de impulsión, disminuye el número de datos adquiridos. Esto se debe a que la comunicación entre sistema de adquisición y la PC es a través del puerto serial RS-232. Primero debemos pensar en hacer más rápidos los programas que constituyen el *software* de control, y después hay que considerar como lograr un *hardware* de comunicación más eficiente. Estas mejoras en el dispositivo experimental permitirán realizar experimentos a velocidades mayores a los 10mm/s sin perder información del experimento.

Se debe diseñar, probar e implementar una nueva técnica para medir el cambio real en la altura de la columna ó para calcular el cambio en el volumen del material.

Paralelo al desarrollo de esta tesis, desarrollamos un experimento de fricción de un material granular contra una superficie rugosa, con el fin de visualizar el comportamiento del material granular al interactuar con una pared. Se ideó este experimento con el propósito de comprender el mecanismo que provoca que las partículas de material granular deslicen o giren sobre la pared. Estos resultados se reportarán en un artículo de investigación.

Bibliografía

- [1] Arroyo, D., *Caracterización del flujo granular impulsado por un pistón en una tubería circular*, tesis, UNAM (2002).
- [2] Arroyo, D., Pulos, G., Zenit R., and Jiménez, S. M. A., *Compaction force in a confined granular column*, *Phys.Review.E*, **68**,051301 (2003)
- [3] Behringer, R. P., Jaeger, M. H. and Nagel, S. R., *Introduction to the focus issue on granular materials*, *CHAOS*,**9**, 509-510(1999)
- [4] Callister, W. D. Jr., *Introducción a la ciencia e ingeniería de los materiales*,Ed. Reverté S.A., Tercera edición.
- [5] Chehata, D., Zenit, R. and Wassgren, C. R., *Phys. Fluids*(2003).
- [6] Cumberland, D. J., Crawford, R. J., Williams, J. C., and Allen, T., *Handbook of Powder Technology, volume 6, The packing of particles*, Editors Elsevier.
- [7] Currie, I. G., *Fundamentals Mechanics of Fluids*, McGraw Hill (1974)
- [8] Dieter, G. E., *Mechanical Metallurgy*, McGraw Hill (1976), Second edition
- [9] Duran, J., *Sands, powders and grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials*, Springer-Verlag, New York (1999)
- [10] Jaeger, M. H., Nagel, S. R., and Behringer, R. P., *Granular solids, liquids and gases*,*Rev.Mod.Phys*, **68**,1259-1273 (1996)
- [11] Janssen,H. A., *Z. Ver.Dt.Ing.*, **39**, 1045 (1895)
- [12] Kolb, E., Mazozi, T., Clément, E., and Duran, J. *Force fluctuations in a vertically pushed granular column*, *Eur.Phys.J.B.*, **8**, 483-491 (1999)
- [13] Kolymbas, D., *Constitutive Modeling of Granular Materials*, Springer (2000).
- [14] Mase, G. T., Mase, G. E., *Continuum Mechanics for Engineers*, CRC Press (1999) , Second Edition
- [15] Mehta, A., *Granular Matter: An interdisciplinary Approach*, Springer-Verlag (1993)
- [16] Nedderman, R. M., *Statics and Kinematics of Granular Materials*, Cambridge University Press (1992).

- [17] Oda, M. and Iwashita, K., *Mechanics of granular Materials: An introduction*, A. A. Balkema / Rotterdam / Brookfield (1999)
- [18] Ovarlez, G., Kolb, E., and Clement, E., *Rheology of a confined granular material*, Phys.Review E., **64**,060302 (2001)
- [19] Pouliquen, O., *Scaling laws in granular flows down rough inclined planes*, Phys. of Fluids, **11**,542-548 (1999)
- [20] Rankine, W. J. M., *Phil. Trans. Royal Soc.*(1857)
- [21] Reynolds, O., *Philos. Mag.*, **20**, 469 (1885)
- [22] Vanel, L. and Clement, E., *Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column*, Eur.Phys.J.B., **11**,525-533 (1999)
- [23] White, F. M., *Mecánica de fluidos*, McGraw-Hill(1994), Tercera edición.
- [24] Zill, D. G., *Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamérica (1993), Tercera edición.

Apéndice A

Material granular

Dragonite Solid Glass Beads

Our glass balls exceed the industry standards in all properties including: High Density, Abrasive Resistance, Uniform Size, Completely Spherical, Ease of Cleaning, No slivers, Broken or Fused Pieces, High Impact Strength, High Crushing Strength, Corrosion Resistance, No contamination of Product, No Surface Cracks and Reduced Mill Wear.

Glassbeads – type S; Art.

4500

Solid glass beads, with a diameter range of 0.1 to 4.0 mm, are produced from high quality and pure-type soda lime glass, in a rounding process which we have developed ourselves. The unique washing and polishing process for this application purpose, without addition of environment endangering additives such as hydro-fluoric acid, gives the beads a pure, uncontaminated, and shiny surface. The very narrow and exact sieving of the individual diameter sizes is achieved in the last production process with a screening unit.

Grinding media in pearl mills:

The development of this type of beads is primarily based on its use as grinding media in pearl mills for grinding and dispersing color pigments, paint, ink, agro chemicals, pharmaceuticals, minerals and magnetic coatings.

Further applications:

- As an agent used for treating metal, wood and synthetic surfaces, mechanical plating.

Chemical characterization of soda lime glass:

SiO ₂	72.0%	MgO	4.0%
CaO	9.0%	K ₂ O, Fe ₂ O ₃	1.05%

Slight deviations are possible. PbO free < 0.01 %

Approximate technical and physical values:

Hardness according to Mohs	: 6
Elasticity module	: 63 Gpa
Specific weight	: 2.5 kg/dm ³
Bulk weight	: 1.5 kg/dm ³
Sphericity	: Art. Nr. 5210 – 5223 80 % : Art Nr. 4501 – 4513 95%
Abrasion after 100 h grinding	: 1.5 – 1.8 %

Quality and tolerance:

	mm	N
5210	1.00 – 0.05	-
5212	0.07 – 0.11	-
5214	0.10 – 0.20	-
5216	0.20 – 0.30	-
4501	0.25 – 0.50	-
45015	0.40 – 0.60	-
4502	0.50 – 0.75	-
4503	0.75 – 1.00	-
4504	1.00 – 1.25	200 – 300
4505	1.25 – 1.55	300 – 400
4506	1.55 – 1.85	400 – 550
4507	1.70 – 2.00	500 – 650
4508	2.00 – 2.30	650 – 800
4509	2.30 – 2.60	800 – 1000
4510	2.60 – 2.85	900 – 1100
4511	2.85 – 3.30	1100 – 1400
4512	3.30 – 3.60	1400 – 1650
4513	3.70 – 4.10	1700 – 2000

All Jaygo's glass beads are available at Competitive prices. Call or write for sample.

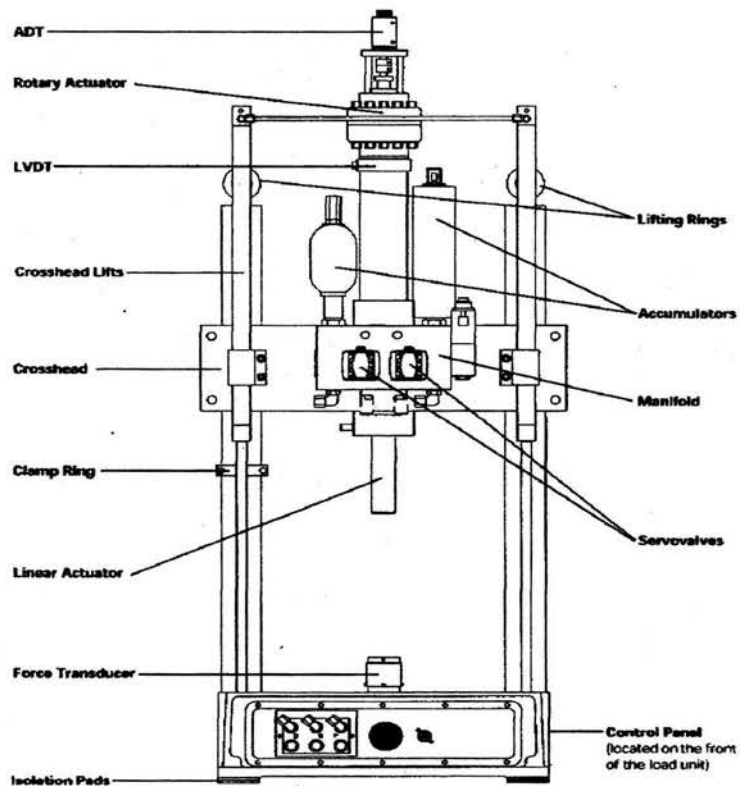
JAYGO INCORPORATED

675 Rahway Avenue, Union NJ 07083
908/688-3600 Fax 908/688-6660
E-Mail: jaygoinc@aol.com

Apéndice B

Componentes de la prensa hidráulica MTS

Components Identification



Rear View of an Axil-Torsional Load Unit

Apéndice C

Comandos del controlador MTS 407

Chapter 3 407.36 Command Set

Overview of the Command Set

⚠ WARNING

Do not use any of these commands unless you know how it will affect the system.

The 407.36 command set must not be used by anyone who does not thoroughly understand both the operation of the 407 Controller and servo loop control. The command set includes commands that control all parts of the 407 control system, including hydraulics. Using such commands can cause unexpected actuator movement that can result in equipment damage or personal injury.

Make sure you understand both the operation of the 407 Controller and servo loop control before using the 407.36 command set.

General Commands

1	Type ID
2	Module Serial Number
3	Firmware Version
4	Loader Mode
6	Program Flash Application
7	Program Flash Boot
8	Download S-record
9	Terminate S-record Download
10	Press Key
11	Get Screen
12	Access Mode Change
14	Normalize

Conditioner/Valve Driver Commands

25	Dither Amplitude
26	Valve Balance
27	Demodulator Phase
28	Conditioner Gain
29	Delta K Gain
30	Coarse Zero
31	Fine Zero
32	Feedback Filter
33	Excitation
34	Feedback Polarity

35	Shunt Cal
36	Readout Select
37	Monitor Bus Select
38	Save Conditioner Setup
39	Recall Conditioner Setup
40	Full Scale
41	Engineering Units
42	Valve Polarity
43	Slot Setup
44	Slot Setup Changed

Program Commands

150	Cycle Count
151	Preset Count
153	Program Control
154	Setpoint Rate
155	Span Rate
156	EOC Action
157	Counter Input Select
158	Frequency
159	Setpoint
160	Span
161	Waveform

Overview of the Command Set (continued)

Interlock Commands

200	Interlock State
201	Reset Interlocks
202	Remote Interlock
203	Interlock Error Bitmap
204	Interlock Warn Bitmap
206	ESTOP State
207	EOC State
208	EOC Enable
209	Upper Limit 1 Level
210	Upper Limit 1 State
211	Upper Limit 1 Enable
212	Lower Limit 1 Level
213	Lower Limit 1 State
214	Lower Limit 1 Enable
215	Upper Limit 2 Level
216	Upper Limit 2 State
217	Upper Limit 2 Enable
218	Lower Limit 2 Level
219	Lower Limit 2 State
220	Lower Limit 2 Enable
221	Upper Limit 3 Level
222	Upper Limit 3 State
223	Upper Limit 3 Enable
224	Lower Limit 3 Level
225	Lower Limit 3 State
226	Lower Limit 3 Enable
227	Error Limit 1 Level
228	Error Limit 1 State
229	Error Limit 1 Enable
230	Error Limit 2 Level
231	Error Limit 2 State
232	Error Limit 2 Enable
233	Underpeak Signal Select
234	Underpeak Peak Level
235	Underpeak Peak State
236	Underpeak Peak Enable
237	Underpeak Valley Level
238	Underpeak Valley State
239	Underpeak Valley Enable
240	Backplane Interlock State
241	(See note for this command)
242	HPS1 Interlock State
243	HPS1 Interlock Enable
244	HPS2 Interlock State
245	HPS2 Interlock Enable
246	External Interlock State
247	External Interlock Enable
248	Digital Input Interlock State
249	Digital Input Interlock Enable
250	HPS Off State
251	HPS Off Enable

Hydraulics Commands

300	Hydraulic Configuration
301	Hydraulic Control

Data Monitoring Commands

350	DVM1 Signal
351	DVM2 Signal
352	DVM3 Signal
353	DVM4 Signal
354	DVM1 Value
355	DVM1 Peak
356	DVM1 Valley
357	DVM1 Max
358	DVM1 Min
359	Reset DVM1 Max/Min
360	DVM1 Value
361	DVM2 Peak
362	DVM2 Valley
363	DVM2 Max
364	DVM2 Min
365	Reset DVM1 Max/Min
366	DVM3 Value
367	DVM4 Value
368	Peak Sensitivity
370	Monitor 1 Select
371	Monitor 2 Select

Configuration Commands

400	Change Security Level
401	Change Password
402	Enter Password
403	Engineering Units
404	Span Configuration
405	Interlock Configuration
406	Span Scale
407	CMD Select
408	Prog Out

Overview of the Command Set (continued)

Digital I/O Commands

450	Digital In 1 Function
451	Digital In 1 Polarity
452	Digital In 2 Function
453	Digital In 2 Polarity
454	Digital Out 1 Function
455	Digital Out 1 Polarity
456	Digital Out 2 Function
457	Digital Out 2 Polarity
458	DIO Bitmap
459	Digital In 1 State
460	Digital In 2 State
459	Digital Out 1 State
460	Digital Out 2 State

Amplitude Control Commands

500	Amplitude Control Enable
501	Amplitude Control Input Select
502	Amplitude Controller Mean
503	Amplitude Controller Ampl
504	Amplitude Controller Gain

Controller Commands

550	Controller Input Select
551	Proportional Gain
552	Integral Gain
553	Derivative Gain
554	Feedforward Gain
556	Differentiator Input Select
557	Delta P Gain
558	Delta P Input Select
559	Read Setpoint DAC Value

Ramp Generator Commands

600	Ramp End Value
601	Ramp Run Rate
602	Ramp Stop Rate
603	Ramp Timebase Units
604	Hold Adjust Mode Enable
605	Hold Adjust Value

Apéndice D

Programas PV-WAVE

El programa *readfile.pro* lee los archivos de texto y los guarda en la memoria de la computadora para su procesamiento.

```
pro readfile,a,nc,float0,float1,float2,float3,filnam

;lee un archivo de texto de nc x npt números reales
b=make_array(nc,/float,/noz)
npt=0 openr,41,filnam

while not eof(41) do begin
    readf,41,b
    npt=npt+1
endwhile close,41
a=make_array(npt,nc,/float,/noz)
openr,41,filnam
for i=0,npt-1 do begin
    readf,41,b
    a(i,*)=b
endfor
close,41
float0 = a(*,0)
float1 = a(*,1)
float2 = a(*,2)
float3 = a(*,3)
return
end
```

El programa *ge1.pro* examina los datos almacenados en la memoria de la computadora, selecciona los datos que corresponden a cada corrida de los experimentos y genera tres archivos de datos.

```
;Este programa divide el archivo leído previamente en 3 archivos
i=0 cr=0
tr=[transpose(float0),transpose(float1),transpose(float2),transpose(float3)]
tam=n_elements(tr)
for c=0,2 do begin
```

```

print,'el valor de i es'
print,i
while tr(3,i) ne 2 do i=i+1
j=i
print,j
while tr(3,i) eq 2 do i=i+1
k=i
print,k
while tr(3,i) ne 2 do i=i+1
l=i
print,l
ar=make_array(4,i,/float,/noz)
kr=cr
for cr=cr,j do begin
ar(*,cr)=tr(*,cr)
endfor
cr=j
for cr=j,k do begin
ar(*,cr)=tr(*,cr)
endfor
cr=k
for cr=k,(l-1) do begin
ar(*,cr)=tr(*,cr)
endfor
cr=k+3
fil=string('comp',c)
print,fil
status= dc_write_fixed(fil,ar(*,kr:l-1),format="%f,%f,%f,%f")
print,'i al final del ciclo vale'
print,i
endfor
end

```

El programa *arreg.pro* selecciona los datos que corresponden a la etapa de impulsión del experimento, realiza un ajuste mediante splines y construye las gráficas de fuerza como función del desplazamiento.

```

for vez=0,2 do begin
name =string('comp',vez)

```

```

    readf,41,b
    a(i,*)=b
endfor
close,41
float0 = a(*,0)
float1 = a(*,1)
float2 = a(*,2)
float3 = a(*,3)
;ajustando los datos
d=[transpose(float0),transpose(float1),transpose(float2),transpose(float3)]
c = where(d(3,*) eq 2)
e = where(d(3,*) eq 3)
x = d(*,c)
y =d(*,e)
d = x(1,*)
f = x(2,*)
g = y(2,*)
d1 = abs(d)
f1 = abs(f)
d1= transpose(d1)
f1 = transpose(f1)
g1 = transpose(g)
f1 = f1 - offset
bt = build_table('d1,f1')
qt = query_table(bt,'d1,f1 order by
d1')
r = qt.d1 s = qt.f1
dq = r fq = s yo = n_elements(r)
i=0
ban=1
while total(ban) ne 0 do begin
while i lt n_elements(s)-1 do
begin
;para evitar valores
repetidos
if r(i) eq r(i+1) then begin
r(i) = avg([r(i),r(i+1)])
s(i) =avg([s(i),s(i+1)])
r = [r(0:i),r(i+2:*)]
s = [s(0:i),s(i+2:*)]
i = i-1
endif
i = i+1
endwhile
ban = r eq shift(r,1)
endwhile
ps = cssmooth(r,s)
x2 = 50*findgen(100)/99
x2 = x2
sp =spvalue(x2,ps) ;
a = where(r gt 20) ;

```

```
b = s(a) ;
avg = avg(b) ;
sd = SIGMA(b)
resul = MAX(sp)
result = MIN(sp)
origen = 0 - result
sp = sp + origen
print, 'graficando x2 vs sp'
plot,x2,sp,yrange=[0,resul+abs(origen)],title = 'Fuerza vs
desplazamiento' , $ xtitle = 'desplazamiento [mm]', $ ytitle =
'fuerza [N]'

;grafica y guarda valores as=vez+1
  if as eq 1 then begin
    x21=x2
    sp1=sp
  endif
  if as eq 2 then begin
    x22=x2
    sp2=sp
  endif
  if as eq 3 then begin
    x23=x2
    sp3=sp
  endif
endfor
cont=as
end
```

Apéndice E

Programas MatLab

E.1. Escala

El programa *escala1.m* calcula la relación *pixeles a mm* de las fotografías.

```
clear all;
ruta=input('Directorio:', 's');
%ruta=[F:\fotoscompactacion\unapulgada\3 mm\200gsrm\];
e_foto=1;
i=1;
set(figure(1), 'visible', 'off');
nom=[ ruta 'escala' '.jpg'];
foto=imread(nom, 'jpg');
figure('Position', [70 70 e_foto*(size(foto,2)) e_foto*(size(foto,1))]);
image(foto)
set(gca, 'Position', [0 0 1 1]);
set(gca, 'units', 'pixel');
[x,y]=ginput;
delta=[y(2)]-[y(1)]
pause(2)
clear x, y;
close all
```

E.2. Referencia

El programa *ref1.m* mide la altura del punto de referencia en la columna, el resultado se muestra en pixeles.

```
e_foto=1; $ruta=$input('Directorio:', 's');
%ruta=[F:\fotoscompactacion\unapulgada\3mm\200gsrm\]
i=1;
set(figure(1), 'visible', 'off');
nom=[ ruta 'DSC01440.jpg'];
foto=imread(nom, 'jpg');
figure('Position', [70 70 e_foto*(size(foto,2))e_foto*(size(foto,1))]);
```



```

image(foto)
set(gca,'Position',[0 0 1 1]);
set(gca,'units','pixel');
[x,y]=ginput;
delta=[y(1)]
pause(2)
clear x, y;
close all

```

E.3. Centroide de la superficie libre

El programa *region1.m* permite definir una region polinomial que delimita las partículas en la superficie libre y calcula el centroide de esta region. El resultado se obtiene en pixeles.

```

clear all;
n_ini=input('Indice inicial:');
n_fin=input('Indice final:');

ruta=input('Directorio:', 's');
%ruta=[F:\fotoscompactacion\unapulgada\3mm\200gsrm\]
arch = input('prefijo de archivo:', 's');
e_foto=1;
i=1; while n_ini<n_fin+1,
set(figure(1), 'visible', 'off');
nom=[ ruta arch num2str(n_ini) '.jpg'];
foto=imread(nom, 'jpg');
figure('Position', [70 70 e_foto*(size(foto,2))
e_foto*(size(foto,1))]);
image(foto)
set(gca, 'Position', [0 0 1 1]);
set(gca, 'units', 'pixel');
BW = roipoly;
imshow(BW)
L = bwlabeln(BW);
stats = regionprops(L, 'centroid');
cenx(i)=stats(1).Centroid(1);
ceny(i)=stats(1).Centroid(2);
line([cenx(i)-5 cenx(i)+5], [ceny(i) ceny(i)])
line([cenx(i) cenx(i)], [ceny(i)-5 ceny(i)+5])
n_ini=n_ini+1;
i=i+1;
pause(2)
end
resul(1,:)=cenx;
resul(2,:)=ceny;
resul=resul';
en_x=resul(:,1)
en_y=resul(:,2)
save nomarch.txt resul /ascii
close all

```

