

01193



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

CENTRO DE INVESTIGACION EN ENERGIA

TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA CAVIDAD CUBICA
ABIERTA EN UNA DE SUS CARAS COMO RECEPTOR DE
UN CONCENTRADOR SOLAR DE FOCO PUNTUAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

DOCTOR EN INGENIERIA EN ENERGIA

P R E S E N T A :

M.C. JESUS FERNANDO HINOJOSA PALAFOX

DIRECTOR DE TESIS: DR. CLAUDIO A. ESTRADA GASCA

JUNIO 2004



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A DIOS por todas las bendiciones
que me ha concedido*

*A mis amados padres,
Alejandrina y Eduardo[†],*

*A mis estimados hermanos,
Gabriela Guadalupe y
Eduardo Antonio*

A María Esperita, mi querida esposa

*A mis adorados hijos,
Diana Gabriela, Laura Alejandra,
Luis Fernando y María Elizabeth*

AGRADECIMIENTOS

A mis amados padres Alejandrina y Eduardo[†], por su ejemplo, dedicación, apoyo y esfuerzo para que pudiera realizar mis estudios y por darme una niñez muy feliz.

A mis hermanos Eduardo Antonio y Gabriela Guadalupe, por que se que siempre puedo contar con ustedes.

A mi esposa y a mis hijos, por darme su apoyo, confianza y amor.

A mi familia política por darnos su ayuda en los momentos difíciles.

Al Dr. Claudio A. Estrada Gasca, por su apoyo y por las valiosas sugerencias realizadas durante la dirección de la tesis

A la Dra. Gabriela Álvarez y al Dr. Jorge Rojas Menéndez, miembros del comité tutorial, por sus recomendaciones que enriquecieron el contenido de este trabajo.

A los Doctores Jaime Cervantes de Gortari, Federico Méndez Lavielle y Rubén Francisco Solorio Ordaz y Rubén Ávila Rodríguez, por haber aceptado ser miembros del Jurado Doctoral y por sus acertadas observaciones al revisar el trabajo.

Al Centro de Investigación en Energía de la UNAM, en especial al personal académico y estudiantes de la Coordinación Concentración Solar.

A la Universidad de Sonora por otorgarme una beca PROMEP para realizar mis estudios y a su Grupo de Energía, en especial al Dr. Rafael E. Cabanillas López por su estímulo y apoyo.

A la Institución Cultural Red GFU, así como a sus Maestros y miembros por su inspiración para tratar de ser un mejor ser humano.

A todas aquellas personas que de una forma u otra me ayudaron en el desarrollo de este trabajo.

Índice

	Página
Lista de Figuras	iv
Lista de Tablas	x
Nomenclatura	xii
Resumen	xiii
Abstract	xv
1. Introducción.	1
1.1 Energía y medio ambiente.	1
1.2 Sistemas de concentración solar.	3
1.3 Descripción de componentes básicos de un sistema de plato de enfoque puntual para la generación de electricidad (Dish-Stirling).	4
1.4 Revisión bibliográfica.	6
1.4.1 Trabajos Teóricos.	9
1.4.2 Estudios experimentales.	13
1.4.3 Estudios teórico-experimentales.	14
1.5 Objetivos del trabajo.	15
2. Modelo teórico.	17
2.1 Definición del problema físico.	17
2.2 Modelo matemático.	22
2.3 Condiciones de frontera	26
3. Solución Numérica.	29
3.1 Métodos numéricos de solución.	29
3.2 Método de volumen finito.	31
3.3 Algoritmo de solución.	45
4. Validación de la Solución Numérica	52
4.1 Introducción.	52
4.2 Estudio de la independencia de malla.	53
4.3 Análisis de estabilidad.	56
4.4 Reducción del problema a casos publicados.	60
4.4.1 Solución numérica de la convección natural en una cavidad cúbica cerrada.	60
4.4.2 Convección natural en una cavidad abierta bidimensional inclinada.	69
4.4.3 Convección natural en cavidad cuadrada cerrada con intercambio radiativo entre las paredes.	74
5. Análisis de Resultados	78
5.1 Convección natural en cavidad cúbica abierta con $\phi=90^\circ$, en estado permanente.	78
5.2 Convección natural en cavidad cúbica abierta variando	80

el ángulo de inclinación.	
5.3 Análisis de la convección natural transitoria en una cavidad cuadrada abierta inclinada.	101
5.3.1 Efecto del número de Rayleigh.	101
5.3.2 Efecto del ángulo de inclinación de la cavidad.	105
5.4 Convección natural e intercambio radiativo en una cavidad cuadrada abierta en estado permanente.	113
5.4.1 Influencia del intercambio radiativo sobre el campo de la temperatura y el patrón de flujo.	113
5.4.2 Efecto del número de Rayleigh.	115
5.4.3 Efecto de la variación del ángulo de inclinación de la cavidad para diferentes valores del Rayleigh.	119
5.5 Análisis transitorio de la convección natural y el intercambio radiativo en una cavidad cuadrada abierta inclinada.	131
5.5.1 Efecto del número de Rayleigh.	131
5.5.2 Efecto del ángulo de inclinación de la cavidad.	137
5.6 Correlaciones del número de Nusselt.	145
5.7 Análisis de las pérdidas de calor en un receptor de un concentrador de foco puntual.	152
6. Conclusiones.	154
Bibliografía.	157

Lista de Figuras

Figura	Descripción	Página
1.1	Concepción artística de un sistema plato/Stirling mostrando los tres componentes básicos: concentrador, receptor y motor/alternador.	5
1.2	Receptor de tubos directamente iluminados.	7
1.3	Receptor de reflujo con alberca de evaporación.	7
1.4	Receptor de reflujo con caloriducto.	8
2.1	Esquema geométrico del problema físico.	17
2.2	Variación de la viscosidad cinemática del aire con la temperatura a la presión atmosférica.	19
2.3	Variación del coeficiente de expansión térmica del aire con la temperatura a la presión atmosférica.	20
3.1	Volúmenes de control utilizados en la formulación del método de volumen finito.	32
3.2	Comparación de los perfiles de velocidad: (a) componente-X, (b) componente-Y, en las líneas centrales de la cavidad obtenidos con diferentes esquemas numéricos para un Reynolds (Re) de 1000.	36
3.3	Diagrama de flujo del algoritmo de solución.	50
3.4	Diagrama de flujo del algoritmo de solución del intercambio radiativo.	51
4.1	Distribuciones de los números locales de Nusselt: (a) convectivos y (b) radiativos, para diferentes mallas en el problema bidimensional.	54
4.2	Perfiles de velocidad: (a) componente-X en el plano de la abertura y (b) componente-Y en el plano $Y=0.5$, para diferentes mallas en el problema bidimensional.	55
4.3	Efecto del tamaño del paso de tiempo sobre la distribución del número local de Nusselt total.	55
4.4	Distribuciones de (a) números locales de Nusselt promediados lateralmente y (b) componente-X de la velocidad en el plano de la abertura, para diferentes mallas en la cavidad cúbica abierta.	56
4.5	Efecto del tamaño del paso de tiempo sobre la distribución del número local de Nusselt promediado lateralmente (dirección Y).	57
4.6	Evolución en el tiempo de las perturbaciones introducidas en la condición inicial de la temperatura, en el problema bidimensional convectivo radiativo.	58
4.7	Evolución en el tiempo de las perturbaciones introducidas en la condición inicial de la temperatura, en el problema convectivo tridimensional (plano $Y=0.5$).	59
4.8	Cavidad cúbica cerrada con dos paredes isotérmicas.	60
4.9	Comportamiento de las isotermas para varios valores del Rayleigh y diferentes planos de la cavidad.	62
4.10	Comportamiento de los isolíneas de la componente-X de la velocidad (U) para algunos valores del Rayleigh y diferentes planos de la cavidad.	63

4.11	Comportamiento de los isolíneas de la componente-Y de la velocidad (V) para varios valores del Rayleigh y para diferentes planos de la cavidad.	64
4.12	Comportamiento de los isolíneas de la componente-Z de la velocidad (W) para varios valores del Rayleigh y para diferentes planos de la cavidad.	65
4.13	Distribución de la componente-X de la velocidad (U) en el centro geométrico (X=0.5,Y=0.5) de la cavidad para diferentes valores del número de Rayleigh.	66
4.14	Distribución de la componente-Z de la velocidad (W) en el centro geométrico (Y=0.5,Z=0.5) de la cavidad para diferentes valores del número de Rayleigh.	67
4.15	Esquema de la cavidad cuadrada abierta inclinada.	69
4.16	Isotermas y líneas de corriente para el rango del ángulo de inclinación entre 0° - 180° y un número de Rayleigh igual a 10^3 .	71
4.17	Isotermas y líneas de corriente para el rango del ángulo de inclinación entre 0° - 180° y un número de Rayleigh igual a 10^5 .	72
4.18	Isotermas y líneas de corriente para el rango del ángulo de inclinación entre 0° - 180° y un número de Rayleigh igual a 10^7 .	73
4.19	Esquema de la cavidad cuadrada cerrada con intercambio radiativo.	74
4.20	Distribución de temperatura adimensional (θ) en la pared adiabática inferior para los casos $\varepsilon=0$ (pura convección natural) y $\varepsilon=1$ (paredes son cuerpos negros) para un $Ra=10^4$.	75
4.21	Distribución de temperatura adimensional (θ) en la pared adiabática superior para los casos $\varepsilon=0$ (pura convección natural) y $\varepsilon=1$ (paredes son cuerpos negros) para un $Ra=10^4$.	76
4.22	Isotermas y líneas de corriente en una cavidad cerrada calentada diferencialmente con intercambio radiativo, la columna (a) corresponde al caso $\varepsilon=0$ (pura convección natural), la columna (b) a $\varepsilon=1$ (las paredes son cuerpos negros).	77
5.1	Isotermas en diferentes planos: Y=0.1 (izquierda), Y=0.5 (centro), Y=0.9 (derecha), para el rango del número de Rayleigh de 10^3 - 10^7 .	80
5.2	Perfiles de la velocidad-U en el plano de la abertura para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .	81
5.3	Perfiles de la velocidad-W en el plano Z=0.5 para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .	82
5.4	Perfiles de la velocidad-V en el plano Y=0.5 para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .	83
5.5	Comparación entre las distribuciones 3D y 2D de los números locales de Nusselt para un rango del número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 .	86
5.6	Variación de número de Nusselt, para el caso 3D, promediado verticalmente (dirección Z), para el rango del Rayleigh 10^3 - 10^7 .	87
5.7	Comparación de los perfiles de la componente U de la velocidad en el plano de la abertura para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .	88

5.8	Isotermas para diferentes valores del Rayleigh y varios ángulos de inclinación: (a) 0° , (b) 45° , (c) 90° , (d) 135° y (d) 180° .	90
5.9	Perfiles de la velocidad-U en el plano de la abertura para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^4 .	92
5.10	Perfiles de la velocidad-U en el plano de la abertura para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^6 .	93
5.11	Perfiles de la velocidad-W en el plano $Z=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^4 .	94
5.12	Perfiles de la velocidad-W en el plano $Z=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^6 .	95
5.13	Perfiles de la velocidad-V en el plano $Y=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^4 .	96
5.14	Perfiles de la velocidad-V en el plano $Y=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^6 .	97
5.15	Variación del Nusselt promedio con el ángulo de inclinación para el rango del Rayleigh 10^3 - 10^6 en la cavidad cúbica abierta.	99
5.16	Distribuciones de los números locales de Nusselt para el rango del Rayleigh 10^3 - 10^6 y tres ángulos de inclinación de la cavidad (45° , 90° y 135°).	100
5.17	Evolución temporal del campo de temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando únicamente la convección natural, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del número de Rayleigh de 10^5 .	102
5.18	Evolución temporal del campo de temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando únicamente la convección natural, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del Rayleigh de 10^6 .	103
5.19	Evolución temporal del campo de temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando únicamente la convección natural, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del Rayleigh de 10^7 .	104
5.20	Historia del número de Nusselt obtenida con el modelo convectivo, para diferentes valores del número de Rayleigh, en la cavidad a 90° .	105
5.21	Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 0° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .	107
5.22	Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 45° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .	108
5.23	Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .	109
5.24	Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 120° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .	110

5.25	Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 180^0 y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .	111
5.26	Historia del Nusselt calculada con el modelo convectivo para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad (0^0 , 45^0 , 90^0 , 120^0 y 180^0) y un número de Rayleigh de 10^6 .	112
5.27	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para $Ra=10^4$ (arriba) y $Ra=10^6$ (abajo) con $\varepsilon=0$ (sin intercambio radiativo).	114
5.28	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para $Ra=10^4$ (arriba) y $Ra=10^6$ (abajo) con $\varepsilon=1$.	114
5.29	Distribuciones de temperatura en las paredes adiabáticas inferior y superior para dos valores del número de Rayleigh, $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$.	116
5.30	Perfiles de la componente-X de la velocidad en la abertura ($X=1$) para dos valores del número de Rayleigh, $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$.	117
5.31	Perfiles de la componente-Y de la velocidad en el plano $Z=0.5$ para dos valores del número de Rayleigh, $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$.	117
5.32	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para el rango del número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 .	118
5.33	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (derecha) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0^0 - 180^0 de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^3$.	121
5.34	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (derecha) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0^0 - 180^0 de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^4$.	122
5.35	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (derecha) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0^0 - 180^0 de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^5$.	123
5.36	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (derecha) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0^0 - 180^0 de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^6$.	125
5.37	Isotermas (izquierda), líneas de corriente (derecha) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0^0 - 180^0 de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^7$.	126
5.38	Variación del Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^4 .	128
5.39	Variación del Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^5 .	128
5.40	Variación del Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^6 .	129
5.41	Variación del Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^7 .	129

5.42	Variación del Nusselt con el ángulo de inclinación para para varios valores del número de Rayleigh..	130
5.43	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90^0 y un valor del número de Rayleigh de 10^5 .	132
5.44	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90^0 y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .	133
5.45	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90^0 y un valor del número de Rayleigh de 10^7 .	135
5.46	Historia del Nusselt convectivo calculada con el modelo convectivo-radiativo para diferentes valores del número de Rayleigh en la cavidad a 90^0 .	136
5.47	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 0^0 y un número de Rayleigh de 10^6 .	139
5.48	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 45^0 y un número de Rayleigh de 10^6 .	140
5.49	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90^0 y un número de Rayleigh de 10^6 .	141
5.50	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 120^0 y un número de Rayleigh de 10^6 .	142
5.51	Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 120^0 y un número de Rayleigh de 10^6 .	143
5.52	Historia del número de Nusselt total calculada con el modelo convectivo-radiativo para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad (0^0 , 45^0 , 90^0 , 120^0 y 180^0) y un número de Rayleigh de 10^6 .	144
5.53	Presentación gráfica de los datos de la Tabla 5.4, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cúbica inclinada.	146
5.54	Presentación gráfica de los datos de la Tabla 5.7, correspondientes al número de Nusselt total en la cavidad cuadrada inclinada con intercambio radiativo.	146

5.55	Distribución de los residuales, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cúbica inclinada.	148
5.56	Distribución de los residuales, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cuadrada inclinada con intercambio radiativo.	149
5.57	Superficie de ajuste de los datos de la Tabla 5.4, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cúbica inclinada.	150
5.58	Superficie de ajuste de los datos de la Tabla 5.7, correspondientes al número de Nusselt total en la cavidad cuadrada inclinada con intercambio radiativo.	151
5.59	Pérdidas de calor, para diferentes ángulos de inclinación del receptor del concentrador solar de foco puntual.	153

Lista de Tablas

Tabla	Descripción	Página
1.1	Análisis de los trabajos teóricos de la revisión bibliográfica.	10
1.2	Análisis de los trabajos experimentales de la revisión bibliográfica.	12
1.3	Análisis de los trabajos teórico-experimentales de la revisión bibliográfica.	12
2.1	Propiedades termofísicas del aire a la presión atmosférica.	19
2.2	Valores del número de Rayleigh para una cavidad con diferentes condiciones de operación.	21
2.3	Números promedio de Nusselt de la cavidad cerrada bidimensional, para $Ra=10^6$ y diferentes gradientes de temperatura entre las paredes isotérmicas [39].	22
4.1	Efecto del refinamiento de la malla sobre el Nusselt promedio convectivo, radiativo y total.	54
4.2	Efecto del refinamiento de la malla sobre el número de Nusselt promedio en la cavidad cúbica abierta.	56
4.3	Números de Nusselt promedio en las paredes isotérmicas para diferentes Rayleigh.	68
4.4	Comparación de los resultados obtenidos con los reportados en la bibliografía para la cavidad cúbica con paredes verticales isotérmicas en el plano $Y=0.5$.	68
4.5	Comparación de los resultados obtenidos para el Nusselt promedio en la pared caliente en la cavidad cuadrada abierta ($Pr=1.0$ y $\phi=90^\circ$).	70
4.6	Valores promedio del número de Nusselt en la pared caliente para la cavidad cuadrada abierta obtenidos en este trabajo ($Pr=0.71$).	70
4.7	Valores promedio del número de Nusselt en la pared caliente obtenidos por Mohammad [20].	70
4.8	Comparación entre los valores de los números de Nusselt promedio convectivo, radiativo y total.	76
5.1	Resultados del balance de masa global en la cavidad cúbica a 90° .	84
5.2	Números de Nusselt promedio en la pared isotérmica para diferentes valores del número de Rayleigh.	85
5.3	Comparación entre las distribuciones 3D y 2D del número local de Nusselt para diferentes valores del número de Rayleigh.	85
5.4	Comparación entre las distribuciones 3D y 2D del perfil de velocidad U en el plano de la abertura para diferentes valores del número de Rayleigh.	89
5.5	Resultados del balance de masa global en la cavidad cúbica inclinada.	98
5.6	Valores del número de Nusselt promedio para la cavidad cúbica abierta inclinada sin intercambio radiativo.	98
5.7	Valores del número de Nusselt para diferentes valores del Rayleigh en la cavidad cuadrada abierta con intercambio radiativo ($\phi=90^\circ$).	120

5.8	Valores del Nusselt convectivo (\overline{Nu}_c), Nusselt radiativo (\overline{Nu}_r) y Nusselt total (\overline{Nu}_t), para el rango 10^3 - 10^7 del Rayleigh y ángulos de inclinación de 0° a 180° .	127
5.9	Valores del número de Nusselt convectivo promedio y sus correspondientes tiempos adimensional y dimensional, para $Ra=10^7$ y $\varepsilon=1$.	136
5.10	Valor promedio y desviación estándar de los residuales obtenidos en las correlaciones del número de Nusselt	147
5.11	Pérdidas de calor, para diferentes ángulos de inclinación del receptor del concentrador solar de foco puntual.	152

Nomenclatura

F_{ij}	Factor de vista o de configuración geométrica
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2
Gr	Número de Grashof, $g\beta\Delta TL^3/\nu^2$
h	Coefficiente convectivo de transferencia de calor, $W/m^2 K$
J	Radiosidad de la pared, W/m^2
k	Conductividad térmica, $W/m K$
L	Longitud de la cavidad, m
$\overset{o}{M}_{X=1}$	Flujo volumétrico adimensional en el plano de la abertura
Nu	Número de Nusselt, hL/k
N_r	Número adimensional de conducción-radiación, $\sigma T_H^4 L / k(T_H - T_\infty)$.
p	Presión, N/m^2
P	Presión adimensional, $p-p_\infty/\rho u_\infty^2$
Pr	Número adimensional de Prandtl, ν/α
q_r	Flujo radiativo neto en la pared, W/m^2
Q_r	Flujo radiativo neto adimensional en la pared, $q_r/\sigma T_H^4$
q_i	Flujo radiativo neto incidente en la pared, W/m^2
Ra	Número adimensional de Rayleigh, $GrPr$
T	Temperatura, K
T_H	Temperatura de la pared caliente, K
T_∞	Temperatura del fluido que entra a la cavidad, K
t	Tiempo, s
U_o	Velocidad de referencia, m/s
U	Componente de la velocidad en dirección-x, m/s
U	Componente adimensional de velocidad, u/U_o
V	Componente de la velocidad en dirección-y, m/s
V	Componente adimensional de velocidad v , v/U_o
W	Componente de la velocidad en dirección-z, m/s
W	Componente adimensional de velocidad w , w/U_o
X	Coordenada espacial, m
X	Coordenada x adimensional, x/L
Y	Coordenada espacial, m
Y	Coordenada y adimensional, y/L
Z	Coordenada espacial, m
Z	Coordenada z adimensional, z/L

Griegas

α	Difusividad térmica, m^2/s
β	Coefficiente de expansión térmica, $1/^\circ K$
E	Emisividad de la pared
ϕ	Ángulo de inclinación de la cavidad, grados
ν	Viscosidad cinemática, m^2/s
θ	Temperatura adimensional
ρ_i	Reflectancia de la pared i
ρ	Densidad, kg/m^3
σ	Constante de Stefan-Boltzmann, $W/m^2 K^4$
τ	Tiempo adimensional

Resumen

Los estudios de la transferencia de calor en cavidades abiertas son importantes en varias aplicaciones tales como en el diseño de receptores para concentradores solares de foco puntual, en el enfriamiento de dispositivos electrónicos o en el ahorro de energía en refrigeradores domésticos. Durante los últimos 20 años, varios estudios teóricos han sido presentados para describir la convección natural en cavidades abiertas. Dichos estudios han estado enfocados a clarificar el efecto sobre el patrón de flujo y la transferencia de calor de los siguientes factores: propiedades físicas del fluido, forma y orientación de la cavidad, tipo de régimen de flujo del fluido y la especificación de condiciones de frontera en la abertura. La gran mayoría de las investigaciones reportadas en la bibliografía, se han llevado a cabo suponiendo un comportamiento bidimensional del problema, lo anterior debido al esfuerzo computacional necesario para resolver las ecuaciones gobernantes del fenómeno en tres dimensiones. Sin embargo, la formulación tridimensional es más realista que la aproximación bidimensional, por lo que se puede utilizar para probar la validez de los resultados bidimensionales.

En este trabajo se presenta el estudio de la convección natural en una cavidad cúbica abierta, la cual tiene una pared isotérmica y las paredes restantes están aisladas térmicamente. En la formulación matemática se consideró que el flujo de fluido es laminar y que la aproximación de Boussinesq es válida. Las ecuaciones de conservación (continuidad, momento y energía) en estado transitorio se resolvieron en variables primitivas aplicando el método de volumen finito y el algoritmo SIMPLEC. El dominio computacional se restringió al interior de la cavidad, utilizando condiciones de frontera aproximadas en el plano de la abertura. Los términos advectivos se discretizaron utilizando el esquema SMART y los difusivos aplicando diferencias centradas. La discretización temporal se realizó aplicando un esquema completamente implícito. El sistema resultante de ecuaciones algebraicas se resolvió en cada paso de tiempo aplicando el método SIP. El modelo teórico fue probado en su estabilidad numérica y se realizó una extensa validación, reproduciendo resultados reportados en la literatura especializada.

Los resultados en el estado permanente se obtuvieron para un rango del número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 y una variación de 0° a 180° del ángulo de inclinación de la cavidad. Se presentan los valores del número de Nusselt y los campos de temperatura y velocidad en diferentes planos de la cavidad. Los patrones de flujo y los campos de temperatura son muy cercanos a los reportados con modelos bidimensionales. Los valores del número de Nusselt promedio obtenidos con el modelo numérico tridimensional fueron comparados con los resultados bidimensionales, encontrándose que las mayores diferencias (13-30 %) se tienen cuando el número de Rayleigh es igual a 10^3 . Para números de Rayleigh entre 10^4 y 10^7 , las diferencias del número de Nusselt con respecto al modelo 2D, se encuentran entre 0.5 % y 7%, excepto para ángulos de 0° a 10° y de 135° a 180° , donde las diferencias son de 20% a 30 %. Se observó además un efecto considerable del ángulo de inclinación sobre la transferencia de calor. El modelo numérico predice

inestabilidades en el flujo para ciertas combinaciones del número de Rayleigh y el ángulo de inclinación de la cavidad.

En un estudio complementario (realizado para comprender mejor la interacción entre la radiación y la convección natural en cavidades abiertas), se analizó la transferencia de calor por convección natural y radiación en una cavidad cuadrada abierta. Se supuso que el fluido (aire) no participa radiativamente. Las ecuaciones de transporte para la convección natural se acoplaron con el intercambio radiativo a través de las condiciones de frontera en las paredes aisladas térmicamente. Se presentan resultados en el estado permanente para un rango del número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 y un rango del ángulo de inclinación de la cavidad de 0° a 180° . La incorporación del intercambio radiativo entre las paredes, modifica la distribución de temperatura en las paredes aisladas, por lo que los campos de temperatura y los patrones de flujo en la cavidad cambian significativamente. Además se incrementó considerablemente el número de Nusselt total, entre 65% ($Ra=10^4$ y $\phi=60^\circ$) y 3300 % ($Ra=10^7$ y $\phi=180^\circ$), dependiendo del número de Rayleigh y la inclinación de la cavidad. Se encontró que los ángulos menores a 90° , facilitan el movimiento del fluido y la transferencia de calor, mientras que los ángulos mayores a 90° dificultan el desplazamiento del fluido y por ello disminuyen la transferencia de calor. El Nusselt radiativo es prácticamente insensible a la variación de la orientación de la cavidad. El modelo numérico también predice la aparición de inestabilidades en el flujo para ciertas combinaciones del número de Rayleigh y el ángulo de inclinación de la cavidad.

Otro estudio realizado en este trabajo, es el análisis de la transferencia de calor en una cavidad cuadrada abierta en estado transitorio con radiación y sin radiación, para diferentes ángulos de la cavidad (0° , 45° , 90° , 120° y 180°) y varios valores del número de Rayleigh (10^5 , 10^6 y 10^7). Para llevarlo a cabo, se verificó la convergencia de las ecuaciones gobernantes en cada paso de tiempo. Cuando la radiación esta presente (Rayleigh igual a 10^7 y ángulo de inclinación de 90°), se observó la formación periódica de plumas térmicas y vórtices en la pared aislada inferior, debido al calentamiento producido por el intercambio radiativo. El crecimiento y desplazamiento de las plumas térmicas hacia la capa límite de la pared caliente, ocasiona oscilaciones periódicas en el número de Nusselt convectivo.

Debido a la considerable diferencia que se obtiene en los resultados del patrón de flujo y la transferencia de calor al considerar el intercambio radiativo en el modelo teórico, queda demostrada la importancia de incluir el mecanismo de transferencia de calor por radiación en la determinación de las pérdidas de calor en cavidades abiertas.

Abstract

Studies of the natural convection in open cavities are important in several applications as in the design of receivers for solar concentrators of punctual focus, or in cooling of electronics or conservation of energy in domestic refrigerators. During the past two decades, various experiments and numerical calculations have been presented for describing the phenomenon of natural convection in open cavities. These studies have been focused to clarify the effect on flow and heat transfer of the fluid properties, the shape and orientation of the cavity, flow regime and the specification of boundary conditions in the aperture. Very few papers present three dimensional results of natural convection in open cavities. The three-dimensional formulation is more realistic than the two-dimensional approach and it can be used to prove the validity of the two-dimensional results.

In this work, a natural convection study in a cubic open cavity is presented. The cavity holds an isothermal wall and the remaining walls are considered to be insulated. In the mathematical formulation was assumed that the flow is laminar and the Boussinesq approximation is valid. The conservation equations in primitive variables in transient form were solved using the finite volume method and the SIMPLEC algorithm. The computational domain was restricted to the cavity region and approximate boundary conditions were applied directly at the aperture plane. The advective terms are approximated by the SMART scheme and the diffusive terms are approximated using the central differencing scheme. The fully implicit scheme was used for the time discretization. The resulting system of linear algebraic equations was solved iteratively by the SIP method. The theoretical model was probed in its numerical stability and extents validation was carried out, reproducing results reported in the specialized literature.

The results in the steady state were obtained for a Rayleigh range from 10^3 to 10^7 and for a range 0° to 180° of the inclination angles of the cavity. The Nusselt numbers and the flow and temperature fields are presented for different planes of the cavity. The flow patterns and temperature profiles are in good agreement with the specialized literature results, obtained with two-dimensional models. A comparison with the two-dimensional results was realized and was found a significant difference for a Rayleigh equal to 10^3 (13-30%). For Rayleigh numbers between 10^4 and 10^6 , differences are between 0.5% and 7%, except for angles of 0° to 10° and for 135° to 180° , where the differences are of 20% to 30%. The results show that the Nusselt number changes substantially with the inclination angle of the cavity. The numerical model predicted flow instabilities for certain combinations of the Rayleigh number and the inclination angle of the cavity.

In a complementary study (realized to improve the understanding of the interaction between thermal radiation and natural convection in open cavities) the heat transfer by natural convection and thermal radiation in a square open cavity was analyzed. The fluid (air) was considered radiatively non-participating. The natural convection governing equations were coupled with the radiative interchange between the cavity

walls, by means of the boundary conditions on the insulated walls. Results in the steady state for a Rayleigh number range of 10^3 to 10^7 and for a range 0° to 180° of the inclination angles of the cavity are presented. The radiative interchange consideration considerably modifies the temperature profiles in the insulated walls and therefore the flow and temperature patterns changes considerably. The total Nusselt number increases, between 65% ($Ra=10^4$ y $\phi=60^\circ$) and 3300% ($Ra=10^7$ y $\phi=180^\circ$), depending of the Rayleigh number and the inclination angle. The angles smaller than 90° , favored the fluid movement and the convection heat transfer, in contrast angles bigger than 90° , hindered the fluid displacement and the convection heat transfer. The radiative Nusselt number practically was insensitive to the orientation change of the cavity. The numerical model also predicts flow instabilities for certain combinations of the Rayleigh number and the inclination angle of the cavity.

Another realized study in this work, was the transient heat transfer analysis in a square open cavity, with thermal radiation and without thermal radiation, for certain inclination angles (0° , 45° , 90° , 120° and 180°) and several Rayleigh numbers (10^5 , 10^6 y 10^7). In order to make the study, the iterative convergence for the governing equations was obtained in every time step. When the thermal radiation was present (Rayleigh number equal to 10^7 and an inclination angle of 90°) the formation of periodic thermal plumes and vortexes on the bottom insulated wall, was observed. The growth and mergence of the thermal plumes, with the thermal boundary layer of the heated wall, cause permanent oscillations in the average convective Nusselt number.

Because the significant difference found in the flow patterns and heat transfer results, when the radiative interchange is considered, the importance of include the radiation heat transfer mechanism to obtain the heat losses in open cavities is demonstrated.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Energía y medio ambiente.

El crecimiento de la población a nivel mundial y la búsqueda por incrementar los estándares de vida, ha aumentado en forma acelerada el uso de energía. Según cifras de la Agencia Internacional de Energía (IEA, en inglés) [1], el consumo final total de energía a nivel mundial ha pasado de 52,928.13 TWh en 1973 a 80,305.15 TWh en el 2000, lo que representa un incremento del 52%. De la energía total consumida en el año 2000, el 42.7% se obtuvo del petróleo, el gas natural aportó el 16.1% y el carbón suministró el 7.9% por lo que aproximadamente el 75% de la energía total consumida en el mundo en el 2000 provino de combustibles de origen fósil.

Este uso intensivo de combustibles de origen fósil para satisfacer la demanda mundial de energía es una de las principales fuentes de contaminación de la atmósfera; la combustión de combustibles fósiles contribuye con el 80% del CO₂ atribuible a la actividad humana. Según la IEA la producción anual de CO₂ por la quema de combustibles fósiles, ha variado de 15.7 millones de toneladas en 1973 a 23.5 millones de toneladas en el 2000. Por otro lado, la cantidad de gases de invernadero han aumentado en 30% desde la aparición de la revolución industrial hasta nuestros días. Modelos computacionales y la ciencia del clima predicen, para el año 2002, que a menos que modifiquemos las emisiones de los gases de invernadero, el aumento en la concentración global de los gases de invernadero producirá un incremento en la temperatura global del planeta de alrededor de 1.4-5.8 C. Hay muchas incertidumbres acerca de la escala e impactos del cambio climático, particularmente a nivel regional. Sin embargo, los daños muy probablemente incluirían un aumento en el nivel global del océano (se ha proyectado un incremento de 9 a 99 cm para el año 2100), el movimiento de zonas climáticas hacia los polos en

alrededor de 150 a 550 km y posibles riesgos en la seguridad alimenticia y la salud. De acuerdo al Panel Intergubernamental sobre Cambio Climático (IPCC), un grupo de más de 2500 científicos, en su tercer estudio sobre el cambio climático, han establecido que las emisiones pasadas y actuales han comprometido cierto grado de cambio climático en la tierra para el siglo XXI [2].

La importancia de la situación ambiental descrita previamente, fue reconocida en 1990 por muchas naciones en el mundo y provocó que se generaran negociaciones para proteger el sistema climático global. En 1997 con la participación de 178 países se firmó el protocolo de Kyoto que establecía compromisos para reducir las emisiones de gases de invernadero, principalmente por parte de las naciones industrializadas. Por ejemplo, la Unión Europea ha acordado una reducción común del 8% con respecto a los niveles de 1990 para los años 2008-2012. Para alcanzar estos objetivos se espera que las energías renovables, cuyo grado de contaminación ambiental es muy bajo, jueguen un papel importante.

La energía solar, aunque su participación global aún es muy pequeña, es una de las energías renovables que está teniendo las tasas de crecimiento más elevadas a nivel mundial. Lo anterior se comprueba al observar el crecimiento que ha tenido la producción de energía eléctrica en los países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) utilizando tecnología solar. La energía eléctrica producida con tecnología solar fotovoltaica se incrementó de 17 GWh en 1990 a 215 GWh en 2000 con una tasa promedio de crecimiento anual del 28.9% y la electricidad con tecnología solar fototérmica se incrementó de 664 GWh en 1990 a 913 GWh en el 2000, teniendo una tasa promedio de crecimiento anual de 3.2% [3].

En México en el año 2000 se tenía una capacidad instalada de 36,697 MW para la producción de energía eléctrica, de los cuales 11,841 MW (32%) corresponden a plantas que utilizan energías renovables y el resto a plantas de combustibles de origen fósil. La participación por tipo de energía renovable es la siguiente: las plantas hidroeléctricas participan con 9,619 MW (81.23 %), las plantas geotérmicas con 855 MW (7.23 %) y las plantas eólicas con 2 MW (0.01%). El programa sectorial de energía derivado del Plan Nacional de Desarrollo (PND), prevé que la evolución del consumo de energía eléctrica crecerá a una tasa promedio para el periodo 2001-2010 cercana al 6.3 por ciento, de acuerdo a los ajustes realizados en las expectativas de crecimiento de la actividad económica de los últimos años [4]. En consecuencia, el Sistema Eléctrico Nacional (SEN) requerirá de 27357 MW para los próximos diez años, de los cuales 10854 MW se encuentran en proceso de construcción o comprometidos y 16,503 MW se obtendrán de proyectos de capacidad adicional aún no comprometida. Además se espera la adición de 4,862 MW de proyectos de generación privada, lo que representa una capacidad adicional instalada de generación total de 32,219 MW.

México tiene la ventaja de encontrarse en una posición ideal para la aplicación de sistemas de aprovechamiento de la energía solar ya que su ubicación geográfica hace que el país se encuentre en la franja de mayor insolación a nivel mundial. Sin embargo, para poder avanzar en el aprovechamiento de la energía solar en nuestro

país, es necesario ampliar considerablemente la investigación y el desarrollo tecnológico en este campo.

1.2 Sistemas de Concentración Solar.

En la actualidad se podría decir que existen, para fines de aplicación práctica, básicamente tres ramas de tecnologías solares [5]:

- a) Los sistemas fotovoltaicos, los cuales consisten en la transformación directa de la energía solar a energía eléctrica mediante dispositivos semiconductores denominados celdas solares.
- b) Los sistemas fotoquímicos, los cuales utilizan la radiación solar para producir combustibles solares que después pueden ser convertidos en electricidad a través de las celdas de combustibles o depurar sustancias degradando compuestos tóxicos.
- c) Los sistemas fototérmicos, los cuales por medio de un fluido térmico y empleando diversos tipos de dispositivos como concentradores, receptores y sistemas de seguimiento, transforman la energía radiativa del sol en energía térmica y ésta posteriormente puede ser usada con máquinas térmicas para producir potencia mecánica o eléctrica.

En la generación de potencia eléctrica, la tecnología fotovoltaica es, en la actualidad, la tecnología solar con mayor penetración en el mercado mundial; sin embargo, sus eficiencias son aún bajas y sus costos son elevados con respecto a las plantas con energéticos convencionales. Por otro lado, las tecnologías fototérmicas han demostrado tener eficiencias mayores y en el escalamiento adecuado serán competitivas con las tecnologías de energías convencionales [6].

Los sistemas solares fototérmicos para la generación de electricidad utilizan dispositivos de concentración solar para convertir la energía solar en energía térmica a alta temperatura. Existen tres configuraciones:

1. Sistemas de **enfoque en línea** que concentran la luz solar en tubos colocados a lo largo de la línea de enfoque a través de un canal parabólico reflectivo. Es la tecnología termosolar para la producción de electricidad más probada. Las nueve plantas que se encuentran en el desierto de Mojave, California en los Estados Unidos, con una capacidad total de 350 MWe, continúan operando bien y han acumulado alrededor de 100 años-planta de experiencia de operación comercial.
2. Sistemas de **receptor central** (de torre central) de enfoque puntual que utilizan grandes campos de reflectores que siguen la luz solar (helióstatos) para concentrar la luz solar en un receptor colocado en la parte superior de una torre. Actualmente se encuentra en la fase demostrativa a gran escala. La planta "solar one" en Barstow, California en los Estados Unidos demostró la viabilidad las plantas de torre central con una capacidad de 10 MWe, produjo más de 38 millones de Kwh durante su operación de 1982 a 1988. La planta "solar two" fue una modificación de la planta "solar one" para demostrar las ventajas de la sal

fundida para la transferencia de calor y el almacenamiento térmico. La primera planta comercial se espera que sea de 4 veces el tamaño de "solar dos" (alrededor de 40 MWe).

3. Sistemas de **disco o plato** de enfoque puntual que utilizan platos o discos parabólicos para reflejar la luz en un receptor en el foco del disco. Están siendo desarrollados con una capacidad de 9 a 25 Kw, para lugares soleados alejados de la red eléctrica proporcionando electricidad a comunidades o para bombeo de agua. Es la tecnología termosolar que ha alcanzado la mas alta eficiencia de conversión de energía solar a electricidad con 29.4%. Se encuentra todavía en fase de desarrollo tecnológico aunque se han realizado algunas pruebas demostrativas que han comprobado su factibilidad comercial a corto plazo.

En los sistemas de concentración solar de enfoque puntual utilizados para la producción de electricidad (Discos y Torre Central), se destaca el uso de receptores en forma de cavidades que permiten la entrada de los rayos solares concentrados por el lado abierto de la cavidad para ser absorbidos en sus paredes internas y transferir la energía térmica a algún fluido.

Aunado a lo anterior, los dispositivos de concentración solar están desarrollándose también para el tratamiento de compuestos contaminantes y en la producción de combustibles solares. En estos sistemas también se utilizan receptores (reactores químicos) en forma de cavidad ubicados en el foco del concentrador.

1.3 Descripción de componentes básicos de un sistema de plato de enfoque puntual para la generación de electricidad (Dish-Stirling).

Para ilustrar el papel de los receptores en los sistemas de concentración de enfoque puntual, a continuación se describe el sistema solar para la generación de electricidad conocido como Plato/Stirling, el cual consiste de: un concentrador solar de forma cóncavo parabólico (o plato), un receptor en forma de cavidad y un motor térmico Stirling acoplado a un generador eléctrico o alternador, como se muestra en la Figura 1.1. Las funciones de estos componentes son las siguientes:

- 1) Un sistema de seguimiento hace girar al concentrador solar en dos ejes para mantener su eje óptico apuntando directamente hacia el sol. La geometría del concentrador permite reflejar los rayos solares dentro del receptor (cavidad) ubicado en el foco del concentrador.
- 2) La cavidad receptora absorbe la energía solar concentrada, entonces la energía térmica absorbida calienta al fluido de trabajo del motor Stirling.
- 3) El motor Stirling consiste de un sistema sellado lleno con el fluido de trabajo (típicamente hidrógeno o helio) el cual es calentado y enfriado alternadamente. El fluido de trabajo se recicla continuamente dentro del motor y no se consume. El motor trabaja aprovechando que el fluido de trabajo se expande cuando esta caliente. Se produce más energía al expandir el gas caliente que la que se requiere para comprimir al gas frío. Esta acción produce un movimiento, seguido de una disminución en la presión del pistón del motor, el movimiento se convierte en energía mecánica. Para convertir la energía mecánica en electricidad algunos

motores Stirling tienen generadores eléctricos o alternadores separados, mientras otros integran el alternador al motor.

El receptor tiene dos funciones: (1) absorbe la mayor parte posible de la radiación solar reflejada por el concentrador y (2) transfiere esta energía como calor al fluido de trabajo del motor.

Aunque un paraboloide reflejante perfecto refleja rayos paralelos a este punto, los rayos solares no son tan paralelos debido a que el sol no es una fuente puntual. También, cualquier concentrador real no tiene una forma perfecta, por lo cual la radiación concentrada en el foco se distribuye sobre una pequeña región (con la concentración más alta del flujo de calor en el centro), disminuyendo exponencialmente hacia los extremos.

Los receptores para los sistemas Plato/Stirling son cavidades con un pequeño orificio (abertura) por el cual entra la luz solar concentrada. La abertura se coloca en el punto focal del concentrador. La cavidad se aísla térmicamente entre la abertura y el absorbente para reducir las pérdidas de calor. La abertura del receptor se optimiza para que sea lo suficientemente grande para permitir captar la mayor parte de la luz

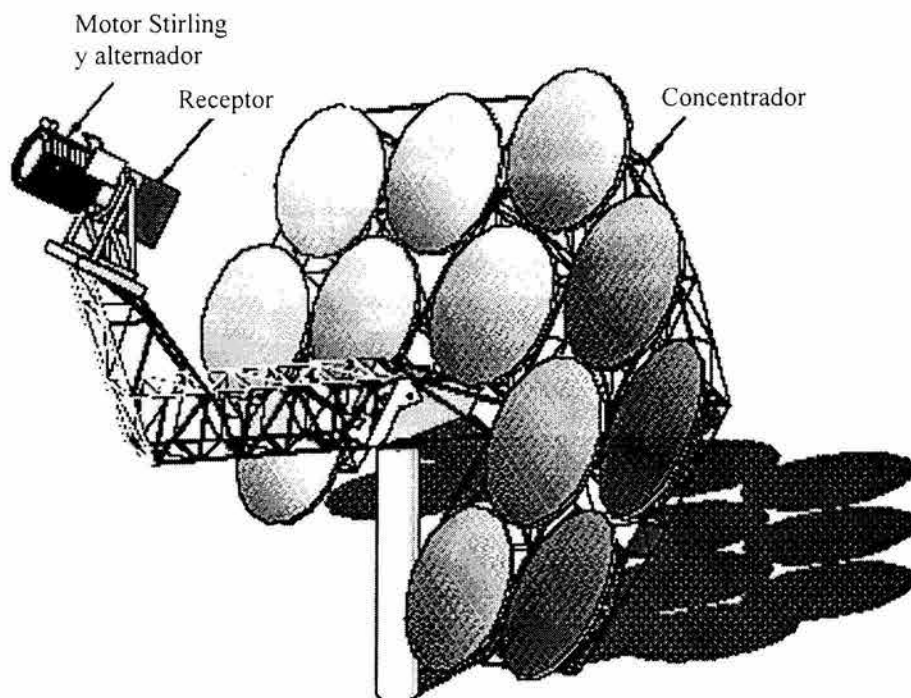


Figura 1.1 Concepción artística de un sistema plato/Stirling mostrando los tres componentes básicos: concentrador, receptor y motor/alternador.

solar concentrada, pero lo suficientemente pequeña para evitar las pérdidas de calor por radiación y por convección. El diámetro de la abertura de los receptores se encuentra dependiendo de las dimensiones del concentrador, entre 0.38 m y 0.14 m.

En un receptor, se utilizan dos métodos para transferir la radiación solar al fluido de trabajo del motor Stirling. El primer tipo de receptor dispone de pequeños tubos a través de los cuales fluye el fluido de trabajo y están colocados directamente sobre la región de flujo de calor solar concentrado, como se muestra en la Figura 1.2. Los tubos forman la superficie absorbente. El otro tipo de receptor utiliza un metal líquido como fluido intermedio de transferencia de calor, como se ilustra en las Figuras 1.3 y 1.4. El metal líquido se vaporiza en la superficie absorbente y se condensa en los tubos que llevan el calor al fluido de trabajo del motor. Al segundo tipo de receptor se le llama de reflujo debido a que el vapor se condensa y fluye de regreso para que se vuelva a calentar y a evaporar.

En los receptores que utilizan metal líquido con fluido intermedio de transferencia de calor, hay dos métodos bajo desarrollo para proporcionar el metal líquido a la parte absorbente: baño de fusión y caloriductos. Con el primer método, el metal líquido siempre está en contacto con la superficie absorbente, como se muestra en la Figura 1.3. El segundo método involucra una malla porosa sujeta a la parte trasera de la superficie absorbente. Las fuerzas capilares en el líquido atraen al metal líquido por la superficie absorbente, donde se vaporiza. Este método se ilustra en la Figura 1.4.

Para el diseño de los receptores en los concentradores de enfoque puntual, se requiere de un conocimiento adecuado de los procesos de transferencia de calor que se presentan en los mismos. Los mecanismos de transferencia de calor por convección y radiación son los que dominan el fenómeno. Por lo anterior, el estudio de la transferencia de calor en los receptores tipo cavidad es de gran importancia ya que un mejor entendimiento de la forma en que el calor es transferido dentro y fuera de la cavidad, redundará en mejores y más precisas correlaciones, lo que a su vez permitirá optimizar sus diseños mejorando los desempeños térmicos, no solo de los receptores sino en consecuencia de los sistemas de aplicaciones solares.

1.4 Revisión bibliográfica.

La convección natural en cavidades abiertas ha estado recibiendo una atención creciente en los últimos años. Lo anterior debido a que algunas aplicaciones de interés práctico, como por ejemplo: receptores de sistemas termosolares, sistemas de enfriamiento de dispositivos electrónico, sistemas de almacenamiento térmico y ahorro de energía en refrigeradores domésticos, se pueden modelar mediante variaciones de este tipo de geometría.

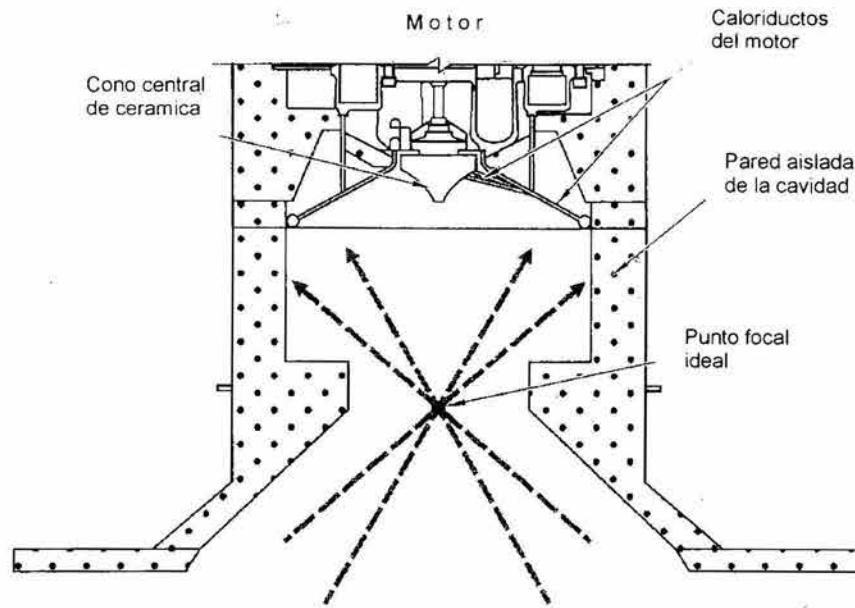


Figura 1.2 Receptor de tubos directamente iluminados.

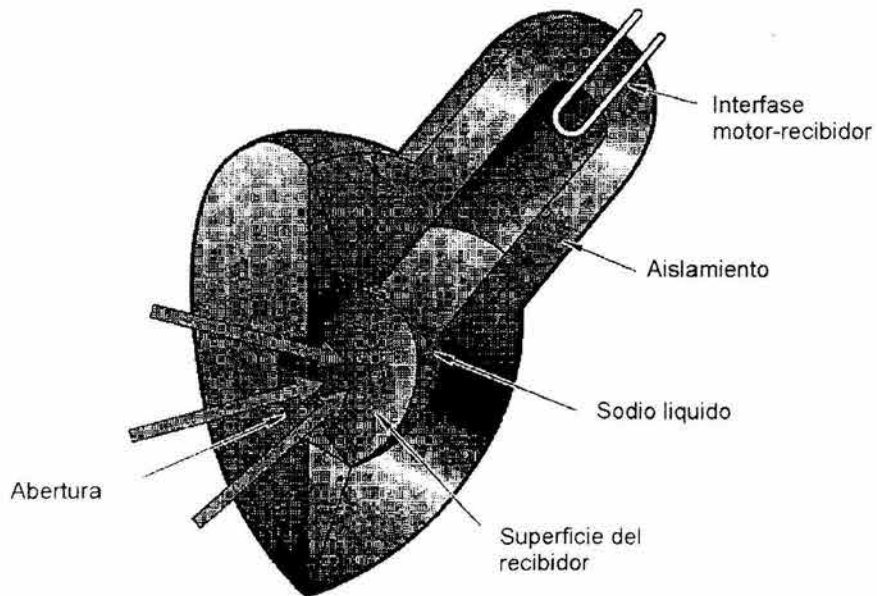


Figura 1.3 Receptor de reflujo con alberca de evaporación.

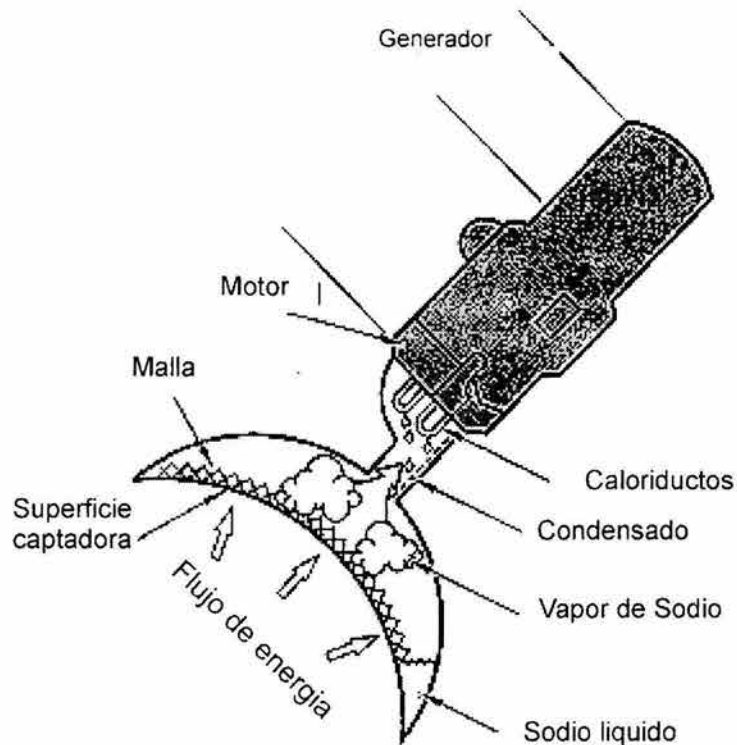


Figura 1.4 Receptor de reflujo con caloriducto.

Para tener una idea clara del estado actual de la investigación en el tema, se realizó una extensa búsqueda bibliográfica. Los trabajos analizados se han clasificado en tres grupos: los teóricos, los experimentales y los teóricos-experimentales.

De las publicaciones revisadas y consideradas más relevantes para el presente trabajo de investigación, se tienen: 22 estudios teóricos (numéricos), 6 experimentales y 3 teórico-experimentales.

Con base en lo anterior se elaboraron tres tablas con la información básica de los diferentes artículos. Los trabajos teóricos se muestran en la Tabla 1.1, en la Tabla 1.2 se presentan los experimentales y finalmente los numérico-experimentales se muestran en la Tabla 1.3.

La forma de organización de la información en las tres tablas con información concentrada de la revisión bibliográfica, se indica a continuación:

- a) La primera columna indica el número de referencia correspondiente en este trabajo, para poder ubicarla en la sección de bibliografía.
- b) La segunda columna indica el nombre de los autores y el año de publicación entre paréntesis.
- c) La tercera columna (T) indica el tipo de trabajo desarrollado: 1) Teórico, 2) Experimental y 3) Teórico-experimental.

- d) La cuarta columna (G) indica el tipo de geometría estudiada: 1) Rectangular bidimensional, 2) Rectangular tridimensional, 3) Esférica o semiesférica y 4) Receptor para torre central.
- c) La quinta columna (R) indica el tipo de régimen de flujo de fluido analizado: 1) Laminar, 2) Turbulento y 3) Transición.
- d) La sexta columna (RA) indica el rango de los parámetros adimensionales utilizado en el estudio.
- e) La séptima columna (M) indica los mecanismos de transferencia de calor considerados en el modelo: 1) Convección, 2) Radiación y 3) Conducción.
- e) La octava columna (S) indica las simplificaciones del modelo matemático: 1) El fluido es Newtoniano, 2) Se aplica la suposición de Boussinesq, 3) Se desprecia a la disipación viscosa en la ecuación de energía y 4) Estado estacionario.
- g) La novena columna (N) indica el método numérico de solución: 1) Diferencias finitas, 2) Elemento finito y 3) Volumen finito.

1.4.1 Trabajos Teóricos.

De los trabajos teóricos presentados en la Tabla 1.1, 20 de los 22 estudios, analizan el problema de convección natural para flujo laminar, cubriendo todo el rango para este tipo de flujo que es de $10^3 \leq Ra \leq 10^7$.

Uno de los principales problemas en la solución teórica de cavidades abiertas, es la especificación de condiciones de frontera que representen la influencia e interacción, del medio externo a la cavidad sobre la dinámica del fluido y la transferencia de calor en el interior de la cavidad. En las publicaciones analizadas se han encontrado tres enfoques:

- 1) Resolver las ecuaciones gobernantes en un dominio computacional extendido más allá del plano de la abertura. El planteamiento básico consiste en especificar condiciones de frontera lo suficientemente alejadas de la abertura de la cavidad para que su definición no afecte significativamente el patrón de flujo y la transferencia de calor en el interior de la cavidad y en la región cercana a la abertura. Ejemplos de este planteamiento son los trabajos de Le Querre et al [7], Chan y Tien [10], Vafai y Etefagh [14,15].
- 2) Solucionar las ecuaciones gobernantes con un dominio computacional restringido a la cavidad, estableciendo condiciones de frontera aproximadas en el plano de la abertura. La motivación de este planteamiento es la reducción de tiempo computacional y de memoria para almacenamiento. Ejemplos de este enfoque son los trabajos de Chan y Tien [11], Mohammad [20,24] y Angirasa et al. [17,21]. La aproximación de Chan y Tien [11] y Mohamad [20,24], consiste en despreciar los términos difusivos en la dirección perpendicular a la abertura, en las ecuaciones de momento. Para la condición de frontera térmica consideran que la temperatura del fluido que entra es la del exterior y que el término difusivo del fluido que sale es despreciable en comparación con el advectivo.

Tabla 1.1 Análisis de los trabajos teóricos de la revisión bibliográfica.

Ref.	Autores	T	G	R	RA	M	S	N	Comentarios
7	Le Quere P., et. al. (1981)	1	1	1	$1 \times 10^4 \leq Ra \leq 3 \times 10^7$ $L/H = 0.5, 1 \text{ y } 2$ $Pr = 0.71$ $\phi = 0^\circ, 20^\circ \text{ y } 45^\circ$	1	1,3	3	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
8	Penot F. (1982)	1	1	1	$1 \times 10^2 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $L/H = 1$ $Pr = 0.71$ $0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$	1	1,2,3	1	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
9	Clausing A. M. (1983)	1	4	2	$1.3 \times 10^9 \leq Gr \leq 1.2 \times 10^{11}$ $Pr = 0.7, 45^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$	1,2,3	----	----	
10	Chan Y.L. and Tien C.L. (1985)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^9$ $L/H = 1$ $Pr = 1$ $\phi = 90^\circ$	1	1,2,3,4	3	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
11	Chan Y.L. and Tien C.L. (1985)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $L/H = 7$ $Pr = 7$ $\phi = 90^\circ$	1	1,2,3	3	Dominio computacional restringido a la cavidad.
12	Humphrey J. A. C. and To W. M. (1986)	1	1	2	$4.8 \times 10^7 \leq Gr \leq 1.3 \times 10^9$ $L/H = 0.5, 1$ $Pr = 0.7$ $90^\circ \leq \phi \leq 135^\circ$	1	1,3	3	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
13	Miyamoto M. (1989)	1	1	1	$0.7 \leq Ra \leq 7 \times 10^5$ $L/H = 1$ $Pr = 0.7$ $30^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$	1	1,2,3	3	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
14	Vafai K. and Etefagh J. (1990)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^5$ $0.5 \leq L/H \leq 2$ $Pr = 0.71, 7 \text{ y } 100$ $\phi = 90^\circ$	1	1,2,3	1	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
15	Vafai K. and Etefagh J. (1990)	1	1	1	$3 \times 10^5 \leq Ra \leq 9 \times 10^5$ $L/H = 0.5$ $Pr = 0.71$ $\phi = 90^\circ$	1	1,2,3	1	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
16	Lage J. L. Et. al. (1992)	1	1	1	$1 \times 10^6 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $0.25 \leq L/H \leq 1$ $Pr = 0.71$ $\phi = 0^\circ$	1,2	1,2,3	3	Se considera convección y radiación. Dominio computacional restringido a la cavidad.
17	Angirasa D. et. al. (1992)	1	1	1	$1 \times 10^2 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ $L/H = 1$ $0.1 \leq Pr \leq 100$ $\phi = 90^\circ$	1	1,2,3	1	Dominio computacional restringido a la cavidad.
18	Balaji C. and Venkateshan S. P. (1994)	1	1	1	$1 \times 10^4 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ $1 \leq L/H \leq 5$ $0 \leq \epsilon \leq 1$ $Pr = 0.72$ $\phi = 0^\circ$	1,2	1,2,3	3	Se considera convección y radiación. Dominio computacional dentro de la cavidad

19	Balaji C. and Venkateshan S. P. (1995)	1	1	1	$1 \times 10^5 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ $1 \leq L/H \leq 3$ $0 \leq \epsilon \leq 1$ $Pr = 0.72$ $\phi = 0^\circ$	1,2	1,2,3	3	Se considera conducción, convección y radiación. Dominio computacional dentro de la cavidad
20	Mohamad A.A. (1995)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $L/H = 0.5, 1 \text{ y } 2$ $Pr = 0.7$ $10^0 \leq \phi \leq 90^0$	1	1,2,3	3	Dominio computacional restringido a la cavidad.
21	Angirasa D. et. al. (1995)	1	1	1	$1 \times 10^4 \leq Gr \leq 1 \times 10^7$ $L/H = 1$ $Pr = 0.7$ $\phi = 90^0$	1	1,2,3	1	Dominio computacional restringido a la cavidad.
22	Abib A. H. and Jaluria Y. (1995)	1	1	1	$2 \times 10^7 \leq Gr \leq 2 \times 10^8$ $L/H = 2$ $Pr = 0.72$ $\phi = 90^0$	1	1,2,3	1	Dominio computacional restringido a la cavidad.
23	Comini G. et. al. (1996)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^6$ $L/H = 1 \text{ y } 5$ $Pr = 1$ $\phi = 90^0$	1	1,2,3	2	Dominio computacional restringido a la cavidad.
24	Sezai I. and Mohamad A. A. (1998)	1	2	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^6$ $L/H = 1$ $Pr = 0.71$ $\phi = 90^0$	1	1,2,3	3	Dominio computacional restringido a la cavidad.
25	Khanafer K. and Vafai K. (2000)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^5$ $0.25 \leq L/H \leq 1$ $Pr = 0.71$ $\phi = 90^0$	1	1,2,3	2	Comparación entre dominio computacional extendido y restringido.
26	Cabanillas R. et. al. (2000)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Gr \leq 1 \times 10^7$ $L/H = 1$ $Pr = 0.71$ $0^\circ \leq \phi \leq 180^0$	1,2	1,2,3	1	Se considera convección y radiación. Dominio computacional restringido a la cavidad.
27	Khanafer K. and Vafai K. (2002)	1	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^5$ $0.25 \leq L/H \leq 1$ $0.7 \leq Pr = 7$ $\phi = 90^0$	1	1,2,3	2	Comparación entre dominio computacional extendido y restringido.
28	Khanafer et al. (2002)	1	1	1	$1 \times 10^2 \leq Gr \leq 1 \times 10^5$ $1 \times 10^2 \leq Re \leq 1 \times 10^4$ $0.25 \leq L/H \leq 1$ $Pr = 0.7$ $\phi = 90^0$	1	1,2,3	2	Convección mezclada. El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.

Tabla 1.2 Análisis de los trabajos experimentales de la revisión bibliográfica.

Ref.	Autores	T	G	R	RA	M	S	N	Comentarios
29	Hess C. F. and Henze R. H. (1984)	2	2	2	$3 \times 10^{10} \leq Ra \leq 2 \times 10^{11}$ L/H = 1 Agua $\phi = 90^\circ$		---	---	
30	Chan Y.L. and Tien C. L. (1986)	2	1	1	$1 \times 10^6 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ L/H = 0.143 Agua $\phi = 90^\circ$		---	---	
31	Boehm R.F. (1987)	2	1	1,2,3	$1 \times 10^5 \leq Gr \leq 1 \times 10^{12}$ Pr=0.7	1,2,3	----	----	
32	Leibfried U. and Ortjohann J. (1995)	2	3	1,2,3	$2.3 \times 10^7 \leq Ra \leq 3.3 \times 10^9$ Pr=0.7 $0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$	1,2,3	----	----	
33	Chakroun W. et. al (1997)	2	1	1	$Gr = 5.5 \times 10^8$ $0.25 \leq L/H \leq 1$ Pr=0.7 $0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$	1,2,3	----	----	
34	Elsayed M.M. and Chakroun W. (1999)	2	1	1	$Gr = 5.5 \times 10^8$ $0.25 \leq L/H \leq 1$ Pr=0.7 $0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$	1,2,3	----	----	Cavidades parcialmente abiertas.

Tabla 1.3 Análisis de los trabajos teórico-experimentales de la revisión bibliográfica.

Ref.	Autores	T	G	R	RA	M	S	N	Comentarios
35	Skok H. et. al. (1991)	3	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ L/H=2/3 Pr>1 $\phi = 90^\circ$	1	1,2,3	3	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
36	Showole R. A. and Tarasuk J.D. (1993)	3	1	1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 5 \times 10^5$ L/H=0.25, 0.5 y 1 Pr = 0.71 $\phi = 0, 30, 45$ y 60°	1	1,2,3,4	1	El dominio computacional se extendió fuera de la cavidad.
37	Dehghan A. A. and Behnia M. (1996)	3	1	1	$1.148 \times 10^4 \leq Ra \leq 8.03 \times 10^4$ L/H = 5 Pr = 0.71 $\theta = 0^\circ$	1,2,3	1,2,3	1	Dominio computacional dentro de la cavidad.

- 3) En dos trabajos recientes Khanafer K. y Vafai K. [25,27], han reconocido la ventaja computacional de resolver el problema de convección natural en el interior de la cavidad, por lo que a partir de las soluciones con dominio computacional extendido, han obtenido correlaciones de los perfiles de velocidad y temperatura en la abertura como función de los parámetros del problema. Los autores reportan reducciones en el tiempo de cómputo del 90% (por ejemplo si con el dominio computacional extendido se requieren 100 horas de cómputo con el dominio computacional restringido se necesitarán únicamente 10 horas), con porcentajes de diferencia en los resultados menores a 5%. La limitante del estudio es que las correlaciones son aplicables únicamente al tipo de problema estudiado y para el rango de parámetros utilizados en los cálculos. Conviene mencionar que los autores no reportan las características del equipo computacional empleado en los cálculos.

Con respecto a la geometría, la gran mayoría de los estudios se enfocan a la solución de una cavidad rectangular bidimensional, únicamente Sezai y Mohammad [24] resuelven una cavidad rectangular tridimensional.

En cuanto al método numérico implementado, 9 trabajos utilizaron el método de diferencias finitas, 11 aplicaron el método de volumen finito y 5 seleccionaron el método de elemento finito. En el capítulo III se presenta una breve descripción de los diferentes métodos y se justifica la selección del método de volumen finito para la solución de las ecuaciones gobernantes del problema de investigación planteado en este trabajo.

El efecto del ángulo de inclinación es reportado por Le Quere et al [7], Penot [8] y Mohammad [20], aunque solo Cabanillas [26] presenta resultados para el rango completo $0-180^{\circ}$ en el estado permanente.

La incorporación del mecanismo de transferencia de calor por radiación al modelo teórico es llevada a cabo por Lage et al [16], Balaji y Venkateshan [18,19] y Cabanillas [26].

Las modelaciones teóricas requieren algún tipo de simplificación que disminuya la dificultad de la solución de las ecuaciones gobernantes. Una de las más utilizadas es la llamada suposición de Boussinesq que implica que las propiedades físicas se mantengan constantes, excepto en la densidad en el término de flotación de las ecuaciones de momento; 22 de 25 de los artículos revisados aplicaron esta simplificación. En el capítulo II se menciona la restricción que impone el adoptar esta suposición.

1.4.2 Estudios experimentales.

Varios trabajos experimentales en cavidades abiertas, se han enfocado a la determinación de los coeficientes de transferencia de calor, para la evaluación de las pérdidas de calor en determinadas geometrías. Boehm [31] presenta un resumen de las evaluaciones experimentales de las pérdidas de calor en diferentes

configuraciones de receptores para sistemas termosolares de torre central. Leibfried y Ortjohann [32] caracterizaron térmicamente receptores para sistemas termosolares de plato/Stirling y torre central, con geometrías esféricas y semiesféricas para todo el rango de ángulos de inclinación. Chakroun y Elsayed [33,34] determinan los números de Nusselt de una cavidad rectangular inclinada; la cavidad que utilizaron se encontraba parcial o completamente abierta en uno de sus lados; todas las paredes de la cavidad eran adiabáticas, excepto la pared opuesta a la abertura, a la cual se le suministró un flujo de calor constante. El rango de ángulos de inclinación estudiados es 0° - 180° y el número de Grashof modificado para flujo de calor constante fue de 5.5×10^8 .

Otros estudios se orientaron hacia la comprensión y medición del patrón de flujo que se presenta dentro de una cavidad abierta que está intercambiando calor con el ambiente. Hess y Henze [29] presentan perfiles de velocidad obtenidos con velocimetría láser Doppler (LDV) y resultados del número local de Nusselt en una cavidad cúbica abierta, todas las paredes son adiabáticas excepto la pared opuesta a la abertura que se mantiene a temperatura constante, los regímenes de flujo de fluido estudiados son en transición y turbulento. Chan y Tien [30] estudiaron una cavidad rectangular alargada utilizando velocimetría láser Doppler (LDV), las condiciones en las paredes son idénticas a las de Hess y Henze, los perfiles de temperatura y velocidad en el plano de la abertura muestran que el fluido que sale es forzado por el calentamiento de la cavidad, mientras que el fluido que entra es afectado por las condiciones fuera de la cavidad.

1.4.3 Estudios teórico-experimentales.

Skok et al. [35] utilizaron una cavidad rectangular sumergida en un tanque con una mezcla de agua y glicerol con diferentes concentraciones como fluido térmico. Su modelo matemático bidimensional incluyó la aproximación de Boussinesq y un dominio de integración extendido para tratar la frontera abierta. En la solución numérica de las ecuaciones gobernantes se utilizó el método de volumen finito, aplicando el algoritmo SIMPLER para acoplar las ecuaciones de momento y continuidad. La concordancia entre los resultados experimentales y los numéricos para el número promedio de Nusselt en la cavidad es muy buena, sin embargo la simulación numérica solo logra describir cualitativamente el patrón de flujo observado en el dispositivo experimental.

Showole y Tarasuk [36], estudiaron teórica y experimentalmente la convección natural en una cavidad rectangular bidimensional abierta con paredes isotérmicas. El estudio experimental se llevó a cabo utilizando un interferómetro Mach-Zender y el análisis teórico con el método de diferencias finitas, utilizando una formulación en variables secundarias (vorticidad y líneas de corriente), aplicando la simplificación de Boussinesq e implementado un dominio computacional extendido en el lado abierto de la cavidad. Se presentan los resultados para cuatro ángulos de inclinación de la cavidad: 0 , 30 , 45 y 60° , de los patrones de flujo y de temperatura, así como de los números de Nusselt locales y globales, con muy buena concordancia entre los datos numéricos y los experimentales.

Deghan y Behnia [37], resolvieron numéricamente la transferencia de calor por conducción, convección y radiación en una cavidad abierta bidimensional. La cavidad en este estudio esta abierta en la parte superior. Los autores encontraron que la inclusión de la radiación en la modelación teórica tiene un efecto significativo sobre el flujo, debido a la predicción de la formación de una zona de recirculación en la cavidad. La comparación de los resultados numéricos con las observaciones experimentales muestra que la predicción correcta de los campos de flujo y temperatura depende fuertemente de la consideración de la transferencia de calor por radiación en la simulación numérica.

La revisión bibliográfica muestra que el estudio de la transferencia de calor en cavidades abiertas, es una área de investigación que ha estado activa los últimos veinte años. Sin embargo, solamente se ha publicado un estudio numérico de la convección natural en una cavidad rectangular tridimensional, que no incluye el efecto del ángulo de inclinación de la cavidad sobre la transferencia de calor y el patrón de flujo. La simulación tridimensional es más realista que la bidimensional y puede por lo tanto establecer el rango de validez de la aproximación bidimensional. Por lo anterior en este trabajo se realizará un estudio el estudio de la convección natural en una cavidad cúbica abierta.

Por otro lado, los estudios que incorporan al modelo teórico el intercambio radiativo entre las paredes de la cavidad son escasos, por lo que aún quedan aspectos que aún no se han estudiado completamente; por ejemplo la evolución en el tiempo del campo de temperatura y el patrón de flujo en diferentes inclinaciones de la cavidad.

1.5 Objetivos del trabajo.

El objetivo general de este trabajo, es estudiar teóricamente la transferencia de calor por convección natural y radiación en una cavidad cúbica abierta en una de sus caras, que actúa como receptor de un concentrador solar de foco puntual.

Son objetivos particulares de este trabajo los siguientes:

1. Aplicar un método numérico confiable para resolver las ecuaciones gobernantes del fenómeno.
2. Desarrollar un código computacional basado en el método numérico seleccionado que permita el análisis de la convección natural en la cavidad.
3. Validar el código computacional desarrollado comparando sus resultados, con los reportados en la literatura especializada.
4. Estudiar los efectos en la transferencia de calor en la cavidad al incorporar el efecto radiativo a la convección natural en la cavidad.
5. Realizar el estudio paramétrico de la convección natural en la cavidad.

Para cumplir con los objetivos planteados, en el Capítulo 1 se ha mostrado el marco general a partir de la problemática energética mundial y el papel de las energías renovables, en particular de las tecnologías termosolares para la producción de

electricidad, para ubicar la contribución del presente estudio; se presenta una descripción de los trabajos desarrollados anteriormente para establecer el estado actual de la investigación en el área de la transferencia de calor en cavidades abiertas.

En el Capítulo 2 se describe el problema físico y se presenta el modelo matemático por resolver.

En el Capítulo 3 se muestran brevemente los diferentes métodos numéricos disponibles para resolver las ecuaciones gobernantes planteadas en el Capítulo 2. Enseguida se explican las características del método numérico seleccionado, se presentan las ecuaciones discretizadas y se explica el algoritmo implementado.

En el Capítulo 4, se realiza la validación del método numérico seleccionado y los códigos computacionales elaborados, reproduciendo diferentes problemas publicados previamente. Se presentan además los estudios de independencia de malla y de estabilidad del código final que incluye a la convección y la radiación en la cavidad cúbica tridimensional.

En el Capítulo 5, se presentan los resultados del estudio de la convección natural en la cavidad cúbica abierta, se analizan las características en los patrones de flujo observados. En el estudio paramétrico se estudia el efecto del número de Rayleigh y ángulo de inclinación de la cavidad. Se muestra una comparación entre los resultados bidimensionales y tridimensionales. Se presenta además un estudio detallado de la convección natural con intercambio radiativo entre las paredes de una cavidad cuadrada en estado permanente, así como el estudio de la evolución en el tiempo del campo de temperatura y el patrón de flujo.

Finalmente en el Capítulo 6, se dan las conclusiones de este trabajo y las sugerencias para estudios futuros.

Capítulo 2

Modelo teórico

2.1 Definición del problema físico.

El problema considerado en este estudio, se muestra en la Figura 2.1. Involucra la solución tridimensional transitoria de la transferencia de calor por convección natural y radiación en una cavidad cúbica inclinada abierta en uno de sus extremos. La pared opuesta a la abertura se mantiene a una temperatura constante (pared 2) y las demás paredes están aisladas térmicamente (paredes 1, 3, 5 y 6 en la Figura 2.1).

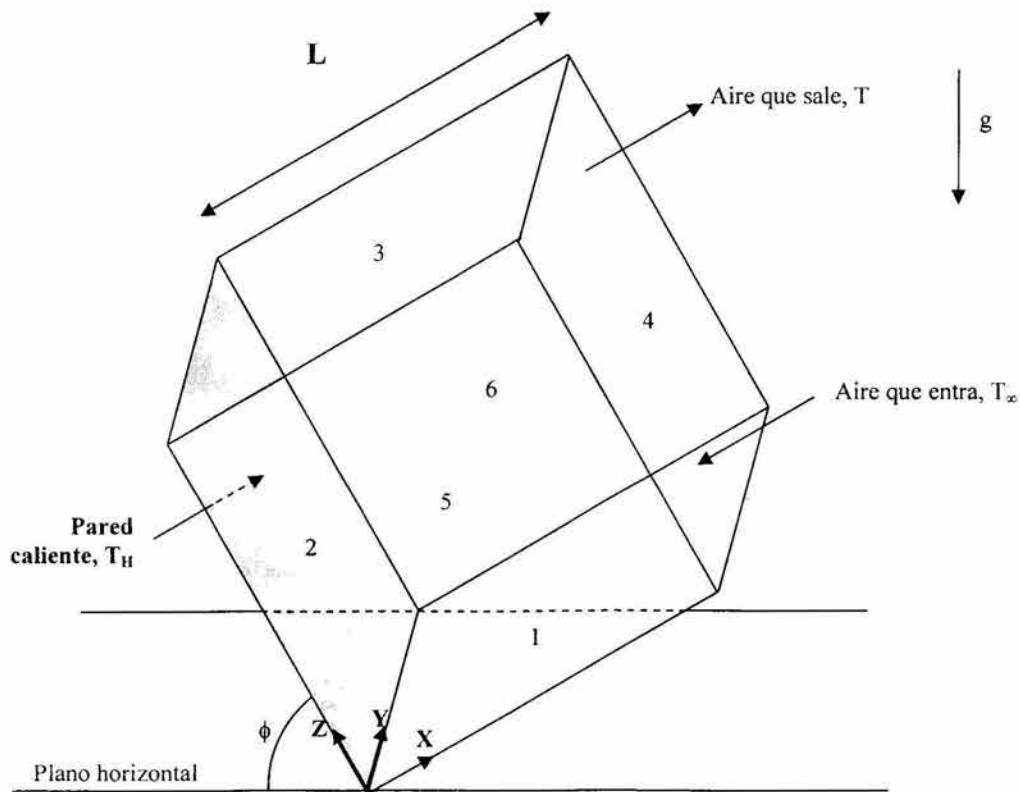


Figura 2.1 Esquema geométrico del problema físico.

La cavidad se encuentra sumergida en una atmósfera de aire. Las paredes de la cavidad intercambian radiación entre sí y con el exterior. La cavidad puede tener diferentes inclinaciones tomando como eje de rotación al eje Y.

Las suposiciones físicas que se hicieron para obtener el modelo matemático de la convección natural en la cavidad cúbica abierta son las siguientes:

1. El flujo se considera laminar.
2. Se considera que la aproximación de Boussinesq es válida, esto es, las propiedades termofísicas del aire se mantienen constantes en el rango de temperaturas considerado, excepto la densidad en la formulación del término de flotación en la ecuación de momento y se desprecia la disipación viscosa en la ecuación de energía.
3. El fluido se considera Newtoniano.

A continuación se discute la justificación de las simplificaciones mencionadas anteriormente.

Flujo laminar

Para poder determinar el tipo de régimen de flujo de fluido mas apropiado para el estudio de la transferencia de calor en receptores de concentradores solares de enfoque puntual se llevó a acabo un análisis del número adimensional de Rayleigh para diferentes condiciones de operación de estos dispositivos. El número de Rayleigh (Ra) relaciona a las fuerzas de flotación, las fuerzas viscosas y la difusión térmica en un sistema de convección natural. El número de Rayleigh es análogo al número adimensional de Reynolds (Re) utilizado en problemas de convección forzada como criterio para caracterizar si el flujo del fluido en un determinado sistema es laminar, se encuentra en transición o es turbulento. La definición matemática del número adimensional de Rayleigh está dada por:

$$Ra = Gr Pr = \left(\frac{g\beta L^3 (T_H - T_\infty)}{\nu^2} \right) \left(\frac{\nu}{\alpha} \right) = \frac{g\beta L^3 (T_H - T_\infty)}{\alpha \nu} \quad (2.1)$$

donde:

Gr= Número adimensional de Grashof.

Pr= Número adimensional de Prandtl.

g = aceleración gravitacional, m/s²

β = coeficiente de expansión térmica, K⁻¹

T_H = temperatura de la pared caliente, K

T_∞ = temperatura del ambiente, K

L = longitud de la pared caliente, m

ν = viscosidad cinemática, m²/s

α = difusividad térmica, m²/s

Debido a que en la definición del número de Rayleigh se involucran a varias propiedades termofísicas y como en este estudio se utilizará como fluido térmico el aire, en la Tabla 2.1 se muestran las propiedades termofísicas del aire a la presión atmosférica y en las Figuras 2.2 y 2.3 se grafican, la variación con la

Tabla 2.1 Propiedades termofísicas del aire a la presión atmosférica [38].

T (K)	ρ (kg/m ³)	Cp (KJ/kg-K)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m-K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	Pr
300	1.1614	1.007	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.995	1.009	20.92	30	29.9	0.7
400	0.8711	1.014	26.41	33.8	38.3	0.69
450	0.774	1.021	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.03	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.04	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	60.21	49.7	87.3	0.69
700	0.4975	1.075	68.1	52.4	98	0.695
750	0.4643	1.087	76.37	54.9	109	0.702
800	0.4354	1.099	84.93	57.3	120	0.709
850	0.4097	1.11	93.8	59.6	131	0.716
900	0.3868	1.121	102.9	62	143	0.72
950	0.3666	1.131	112.2	64.3	155	0.723
1000	0.3482	1.141	121.9	66.7	168	0.726
1100	0.3166	1.159	141.8	71.5	195	0.728
1200	0.2902	1.175	162.9	76.3	224	0.728

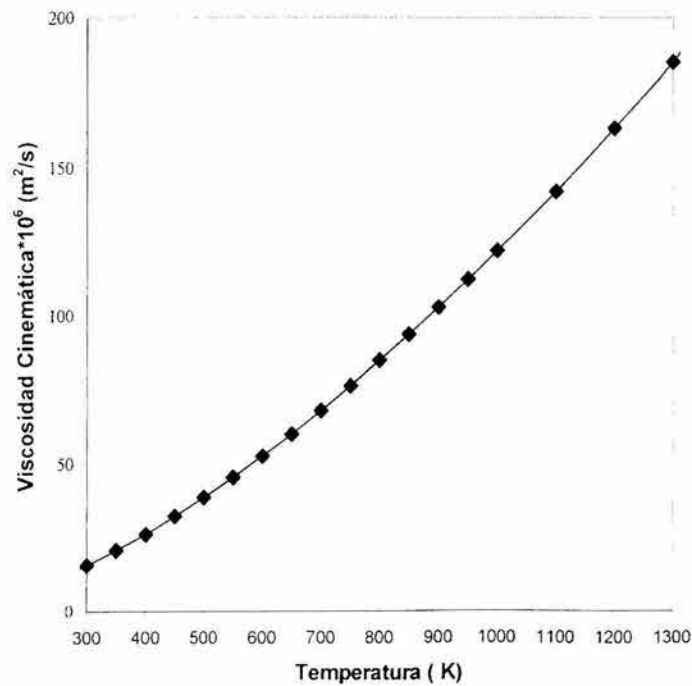


Figura 2.2 Variación de la viscosidad cinemática del aire con la temperatura a la presión atmosférica.

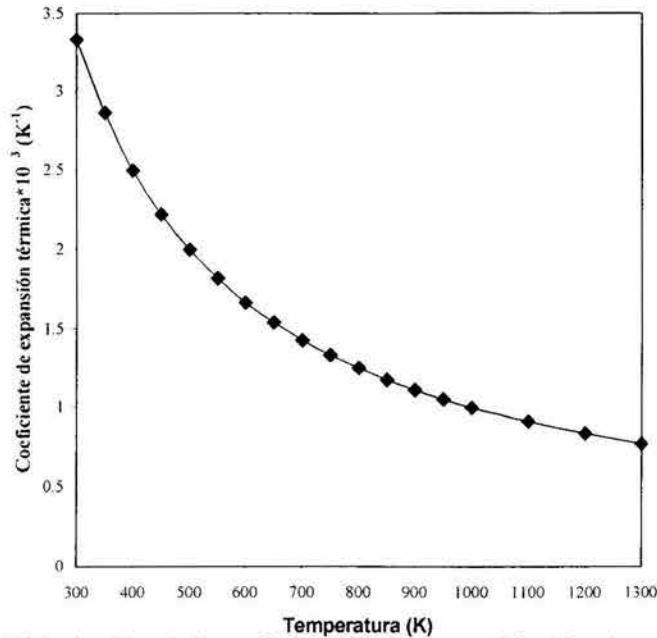


Figura 2.3 Variación del coeficiente de expansión térmica del aire con la temperatura a la presión atmosférica.

temperatura de la viscosidad cinemática y el coeficiente de expansión térmica respectivamente.

Los resultados de los números de Rayleigh calculados (tomando como temperatura del ambiente 300 K y evaluando las propiedades físicas con la temperatura promedio entre la pared y el ambiente) se muestran en la Tabla 2.2.

A los valores del número de Rayleigh que indican cuando el flujo pasa de un régimen laminar a uno turbulento, se les conoce como valores críticos. En un estudio numérico en una cavidad rectangular bidimensional abierta con paredes isotérmicas desarrollado por Lequere et. al. [7] se observó que para $Ra > 0.7 \times 10^7$ el campo de flujo llegaba a ser notablemente oscilatorio, apareciendo zonas de recirculación en la cavidad. Posteriormente Mohamad [20] estudiando en forma numérica una cavidad abierta bidimensional con una pared isotérmica y dos paredes adiabáticas, haciendo variar el ángulo de inclinación y la relación de aspecto, encuentra que el flujo se vuelve inestable para un $Ra = 10^7$, para una relación de aspecto igual a uno y ángulos de inclinación de la cavidad menores a 90° . También muestra que la aparición del flujo inestable depende de la relación de aspecto de la cavidad. En otro trabajo numérico llevado a cabo por Cabanillas [26] en una configuración de cavidad como la de Mohamad, observa oscilaciones en el patrón de flujo al incorporar la transferencia de calor por radiación al modelo matemático para un Grashof igual a 10^7 . Por otro lado, Hess y Henze [29], llevaron a cabo un estudio experimental de la convección natural en una cavidad cúbica abierta con una pared caliente, la abertura en la cara opuesta y las demás paredes adiabáticas, obteniendo perfiles de velocidad utilizando velocimetría láser-doppler; los autores reportan que los primeros indicios de una transición a la turbulencia se presentan para un número local de Rayleigh de 2.0×10^{10} , estableciendo el flujo turbulento en Rayleigh de 7.0×10^{10} , sin embargo los autores mencionan que la relación de aspecto y la inclinación de la cavidad afectan la

Tabla 2.2 Valores del número de Rayleigh para una cavidad con diferentes condiciones de operación.

T_H (K)	Longitud de la pared caliente de la cavidad (m)								
	0.1	0.15	0.2	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.5
400	4.49×10^6	1.52×10^7	3.60×10^7	7.02×10^7	1.21×10^8	1.93×10^8	2.88×10^8	4.10×10^8	5.62×10^8
500	4.85×10^6	1.64×10^7	3.88×10^7	7.58×10^7	1.31×10^8	2.08×10^8	3.10×10^8	4.42×10^8	6.06×10^8
600	4.28×10^6	1.44×10^7	3.42×10^7	6.69×10^7	1.16×10^8	1.84×10^8	2.74×10^8	3.90×10^8	5.35×10^8
700	3.57×10^6	1.21×10^7	2.86×10^7	5.58×10^7	9.64×10^7	1.53×10^8	2.29×10^8	3.25×10^8	4.46×10^8
800	2.94×10^6	9.91×10^6	2.35×10^7	4.59×10^7	7.93×10^7	1.26×10^8	1.88×10^8	2.68×10^8	3.67×10^8
900	2.42×10^6	8.18×10^6	1.94×10^7	3.78×10^7	6.54×10^7	1.04×10^8	1.55×10^8	2.21×10^8	3.03×10^8
1000	2.01×10^6	6.79×10^6	1.61×10^7	3.14×10^7	5.43×10^7	8.62×10^7	1.29×10^8	1.83×10^8	2.51×10^8
1100	1.68×10^6	5.67×10^6	1.34×10^7	2.63×10^7	4.54×10^7	7.21×10^7	1.08×10^8	1.53×10^8	2.10×10^8
1200	1.41×10^6	4.77×10^6	1.13×10^7	2.21×10^7	3.82×10^7	6.07×10^7	9.05×10^7	1.29×10^8	1.77×10^8
1300	1.20×10^6	4.06×10^6	9.63×10^6	1.88×10^7	3.25×10^7	5.16×10^7	7.70×10^7	1.10×10^8	1.50×10^8
1400	1.03×10^6	3.49×10^6	8.27×10^6	1.61×10^7	2.79×10^7	4.43×10^7	6.61×10^7	9.42×10^7	1.29×10^8
1500	8.89×10^5	3.00×10^6	7.11×10^6	1.39×10^7	2.40×10^7	3.81×10^7	5.69×10^7	8.10×10^7	1.11×10^8
1600	7.72×10^5	2.61×10^6	6.18×10^6	1.21×10^7	2.08×10^7	3.31×10^7	4.94×10^7	7.04×10^7	9.65×10^7
1700	6.71×10^5	2.26×10^6	5.37×10^6	1.05×10^7	1.81×10^7	2.88×10^7	4.29×10^7	6.11×10^7	8.39×10^7

transición a la turbulencia y que estos estudios tiene que ser realizados. Chan y Tien [30] realizaron una investigación experimental de la convección natural en una cavidad abierta utilizando también velocimetría láser Doppler; la cavidad es alargada (con una relación altura/longitud de 0.143) con una pared vertical caliente opuesta a la abertura y con dos paredes horizontales aisladas térmicamente, alcanzando valores de $Ra=10^7$ y observaron un régimen de flujo de fluido laminar. Con base en lo anterior y debido a que una parte importante de este estudio es de naturaleza tridimensional se tomará como referencia el estudio de Hess y Henze para establecer el valor crítico de la cavidad abierta, aunque existe la limitante del efecto del ángulo de inclinación y de la relación de aspecto.

Para cavidades con longitudes de la pared caliente entre 15 y 40 cm y 500 K de temperatura de operación, se aprecia en la Tabla 2.2 que el valor máximo del número de Rayleigh corresponde a 3.1×10^8 , indicando un régimen de flujo laminar.

Suposición de Boussinesq

La aproximación de Boussinesq es la simplificación más popular y conveniente para la modelación de la convección natural, muchos problemas han sido investigados utilizando las ecuaciones obtenidas al aplicar esta aproximación.

Es conocido que la aproximación de Boussinesq está limitada a situaciones en las que las diferencias de temperatura sean pequeñas ($\Delta T \approx 10$ K), sin embargo existen muy pocos estudios que cuantifican las desviaciones que se tienen al aplicar la simplificación de Boussinesq en condiciones en las que los gradientes de temperatura son elevados. Recientemente Vierendeels et al. [39] obtienen resultados de referencia (benchmark), para el problema típico de la convección natural en una cavidad bidimensional cerrada con dos paredes isotérmicas, pero con diferencias grandes de temperatura y sin aplicar la simplificación de Boussinesq (por lo que las propiedades variaron con la temperatura). Por conveniencia, en la Tabla 4.3 se presentan los resultados del número promedio

Tabla 2.3 Números promedio de Nusselt de la cavidad cerrada bidimensional, para $Ra=10^6$ y diferentes gradientes de temperatura entre las paredes isotérmicas [39].

Gradiente de temperatura, K	\overline{Nu}
12	8.825
240	8.811
480	8.768
720	8.687

de Nusselt, para $Ra=10^6$ y diferentes gradientes de temperatura entre las paredes isotérmicas. Se aprecia que la diferencia porcentual mas grande es de 1.6%, que se obtiene al comparar los resultados para $\Delta T=12$ K y 720 K. Por lo anterior, se puede deducir que la transferencia de calor por convección natural en el problema considerado se modifica muy ligeramente con el gradiente de temperatura, por lo que las diferencias porcentuales entre el modelo con Boussinesq y el modelo con propiedades físicas variables son pequeñas.

En la revisión bibliográfica no se encontró ningún estudio comparativo de los resultados con Boussinesq y con propiedades físicas variables para cavidades abiertas, por lo que los resultados mostrados previamente en una cavidad cerrada se utilizaron como referencia. Con base en lo anterior en este estudio se aplicó la aproximación de Boussinesq y se adoptó en los cálculos numéricos una temperatura en la pared caliente (T_H) de 500 K y una temperatura del fluido ambiente (T_∞) de 300 K, lo que implica un gradiente de temperatura de 200 K.

Fluido Newtoniano

Un fluido Newtoniano es un fluido en donde para una temperatura dada, la viscosidad es constante para diferentes velocidades de deformación. Si se gráfica el esfuerzo cortante contra la rapidez de deformación, la pendiente de la gráfica será una línea recta. Los ejemplos más comunes de este tipo de fluidos son el agua y el aire [40].

2.2 Modelo matemático.

El fenómeno de convección natural en una cavidad cúbica esta gobernado por las ecuaciones de masa, momento y energía. Al aplicar las simplificaciones se obtienen las siguientes ecuaciones:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

Ecuaciones de momento.

Componente x:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} + \frac{\partial(wu)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + g\beta(T - T_\infty) \cos \phi \quad (2.3)$$

Componente y:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(wv)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.4)$$

Componente z:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + g\beta(T - T_\infty) \sin \phi \quad (2.5)$$

Ecuación de conservación de energía.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.6)$$

Con el objetivo de generalizar el problema y reducir el número de parámetros independientes, las ecuaciones 2.2-2.6 se escriben en términos de las siguientes variables adimensionales:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L} & Y &= \frac{y}{L} & Z &= \frac{z}{L} & \tau &= \frac{tU_0}{L} \\ U &= \frac{u}{U_0} & V &= \frac{v}{U_0} & W &= \frac{w}{U_0} \\ \theta &= \frac{T - T_\infty}{T_H - T_\infty} & P &= \frac{(p - p_\infty)}{\rho U_0^2} & \text{Pr} &= \frac{\nu}{\alpha} & \text{Ra} &= \frac{g\beta L^3 (T_H - T_\infty)}{\alpha \nu} \end{aligned} \quad (2.7)$$

La velocidad de referencia U_0 utilizada en este estudio, está relacionada con la fuerza de flotación y está dada por la expresión $U_0 = [g\beta L(T_H - T_\infty)]^{1/2}$ [17]. Los términos Pr y Ra son los números adimensionales de Prandtl y Rayleigh respectivamente.

Las ecuaciones de conservación expresadas en forma adimensional son:

Ecuación de continuidad.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (2.8)$$

Ecuaciones de momento.

Componente X:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial(U^2)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} + \frac{\partial(WU)}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) + \theta \cos \phi \quad (2.9)$$

Componente Y:

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(V^2)}{\partial Y} + \frac{\partial(WV)}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}\right) \quad (2.10)$$

Componente Z:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{\partial(UW)}{\partial X} + \frac{\partial(VW)}{\partial Y} + \frac{\partial(W^2)}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right) + \theta \sin \phi \quad (2.11)$$

Ecuación de energía.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} + \frac{\partial(W\theta)}{\partial Z} = \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2}\right) \quad (2.12)$$

Para determinar la transferencia de calor por convección en la pared caliente, se utiliza la expresión:

$$q_{\text{convectivo}} = h(T_H - T_\infty) \quad (2.13)$$

donde k y h son la conductividad térmica del aire y el coeficiente convectivo de transferencia de calor respectivamente. El número adimensional de Nusselt local para la transferencia de calor por convección se define de la siguiente manera:

$$Nu_{\text{conv}} = \frac{q_{\text{convectivo}}}{q_{\text{conductivo}}} = \frac{h(T_H - T_\infty)}{-k \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0}} \quad (2.14)$$

Los valores del Nusselt convectivo local se pueden obtener del campo de la temperatura adimensional mediante la siguiente ecuación:

$$Nu_{\text{conv}} = \frac{hL}{k} = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{X=0} \quad (2.15)$$

y el número de Nusselt convectivo promedio en la pared caliente se calcula integrando al Nusselt local, esto es:

$$\overline{Nu}_{\text{conv}} = \int_0^1 \int_0^1 -\frac{\partial \theta}{\partial X} dY dZ \quad (2.16)$$

Para verificar el balance de masa global en la cavidad, se determina el flujo volumétrico adimensional en el plano de la abertura con la siguiente expresión matemática:

$$\dot{M}_{X=1} = \int_0^1 \int_0^1 U_{X=1} dY dZ \quad (2.17)$$

Para resolver el intercambio radiativo en la cavidad, las superficies interiores de la cavidad se dividieron en elementos de área finitos y se realizaron las siguientes suposiciones:

- a) Las superficies son opacas y difusas grises (es decir tienen propiedades ópticas constantes en cada sección calculada).
- b) En cada elemento de las superficies aisladas térmicamente, la temperatura es constante.
- c) Las propiedades ópticas son independientes de la temperatura, el ángulo de incidencia y la longitud de onda de la radiación.
- d) El plano de la abertura se considera como un cuerpo a la temperatura del fluido externo a la cavidad.

El calor neto que intercambia cada elemento sobre las superficies de la cavidad se calcula obteniendo la diferencia entre el calor total que abandona el elemento y el calor que incide y es absorbido por dicho elemento, la expresión matemática correspondiente al balance es:

$$q_r = J - q_i \quad (2.18)$$

donde q_r es el calor neto intercambiado, q_i es el flujo radiativo que llega desde los otros elementos con los que interactúa en la cavidad y J es la radiosidad resultante de la suma de la energía emitida más la energía reflejada, que se expresa de la siguiente forma para cada elemento sobre las superficies de la cavidad:

$$J_i(x_j, y_k) = \varepsilon_i \sigma T_i^4(x_j, y_k) + \rho_i q_{l,i}(x_j, y_k) \quad (2.19)$$

el contador i indica la pared (1,2,3,4,5 y 6, ver Figura 2.1), x_j y y_k indican la posición del elemento en cuestión sobre la pared correspondiente, por ejemplo para la pared 1, la ecuación se expresa como:

$$J_1(x_j, y_k) = \varepsilon_1 \sigma T_1^4(x_j, y_k) + \rho_1 q_{l,1}(x_j, y_k) \quad (2.20)$$

el término q_i es la cantidad de energía térmica que el elemento de la superficie 1 recibe del resto de elementos de las paredes de la cavidad y se calcula mediante la sumatoria de los productos entre las radiosidades y los factores de configuración correspondientes a cada elemento de la cavidad que se encuentra en contacto radiativo, en forma integro-diferencial q_i se expresa de la siguiente manera:

$$q_{l,i}(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(x_j, y_j) dF_{j-i} \quad (2.21)$$

Combinando las ecuaciones 2.18 y 2.20 obtenemos:

$$J_i(x_j, y_k) = \varepsilon_i \sigma T_i^4(x_j, y_k) + \rho_i \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(x_j, y_j) dF_{j-i} \quad (2.22)$$

donde el contador m indica la pared (1,2,3,4,5 y 6) y F_{j-i} es el factor de configuración. Para algunas geometrías sencillas, se encuentran reportadas las expresiones para la evaluación de los factores de configuración; en este estudio se utilizaron las ecuaciones presentadas por Siegel y Howell [41].

Conociendo las distribuciones de temperatura en las paredes de la cavidad (T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 y T_6), es posible calcular las radiosidades (J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 y J_6), a través de la solución simultánea de las ecuaciones acopladas. Con las radiosidades calculadas, se encuentran los calores netos radiativos para cada superficie. En el Capítulo 3, se describe al algoritmo iterativo utilizado para llevar a cabo el balance radiativo en la cavidad.

Para determinar la transferencia de calor total de la pared caliente, es necesario considerar las contribuciones de la radiación y la convección. En el presente estudio el número de Nusselt total se calculó con la siguiente expresión matemática:

$$Nu = Nu_{conv} + Nu_{rad} = \frac{q_{convectivo}}{q_{conduccion}} + \frac{q_{radiativo}}{q_{conduccion}} = \frac{h(T_H - T_\infty) + q_{r2}}{-k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0}} \quad (2.23)$$

donde q_{r2} es el flujo radiativo neto de la pared caliente. La expresión del número de Nusselt total en términos de variables adimensionales esta dada por:

$$\overline{Nu} = \overline{Nu}_{conv} + \overline{Nu}_{rad} = \int_0^1 \int_0^1 -\frac{\partial \theta}{\partial X} dYdZ + Nr \int_0^1 \int_0^1 Q_{r2} dYdZ \quad (2.24)$$

donde:

Q_{r2} = flujo radiativo neto adimensional de la pared caliente, $Q_{r2} = q_{r2} / \sigma T_H^4$.

Nr = número adimensional de conducción-radiación, $Nr = \sigma T_H^4 L / k(T_H - T_\infty)$.

2.3 Condiciones iniciales y de frontera.

Para obtener la condición inicial se supone que para un tiempo igual a cero, el fluido en el interior de la cavidad se encuentra en reposo y su temperatura es igual a la del ambiente (T_∞). En forma matemática:

para $t = 0$ y $0 < x < L, 0 < y < L, 0 < z < L,$

$$u(x,y,z,0) = v(x,y,z,0) = w(x,y,z,0) = 0, p(x,y,z,0) = p_\infty \text{ y } T(x,y,z,0) = T_\infty \quad (2.25)$$

En las condiciones de frontera hidrodinámicas se supone que no hay deslizamiento en las superficies sólidas, entonces:

para $t > 0$ y $0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, 0 \leq z \leq L,$

$$u(0,y,z,t) = v(0,y,z,t) = w(0,y,z,t) = 0 \\ u(x,0,z,t) = v(x,0,z,t) = w(x,0,z,t) = 0$$

$$\begin{aligned} u(x,L,z,t) = v(x,L,z,t) = w(x,L,z,t) &= 0 \\ u(x,y,0,t) = v(x,y,0,t) = w(x,y,0,t) &= 0 \\ u(x,y,L,t) = v(x,y,L,t) = w(x,y,L,t) &= 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

La condición de frontera térmica de la pared isotérmica está dada por:

$$T(0,y,z,t) = T_H \quad (2.27)$$

Para las paredes aisladas térmicamente se realiza un balance de calor, donde debido a que no hay conducción de calor a través de la pared, el flujo de calor neto que resulta del intercambio radiativo se transfiere al fluido por convección-conducción, por lo tanto:

$$\begin{aligned} -k \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} &= q_{r1} \\ -k \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=L} &= q_{r3} \\ -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} &= q_{r5} \\ -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=L} &= q_{r6} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Como se mencionó en el Capítulo I, uno de los principales problemas en la solución teórica de cavidades abiertas, es la especificación de condiciones de frontera que representen la influencia e interacción, del medio externo a la cavidad sobre la dinámica del fluido y la transferencia de calor en el interior de la cavidad. Una forma de abordar el problema es con un dominio computacional restringido a la cavidad, estableciendo condiciones de frontera aproximadas en el plano de la abertura. La motivación de este planteamiento, es encontrar un compromiso adecuado entre la precisión de los resultados, y los requerimientos de tiempo computacional y memoria para almacenamiento, para realizar los cálculos.

Algunos autores como Chan y Tien [11] y Mohamad [20], han planteado las condiciones hidrodinámicas para la abertura, despreciando los términos difusivos en la dirección X, en las ecuaciones de momento. Para la condición de frontera térmica han considerado que la temperatura del fluido que entra es la del exterior y que el término difusivo en la dirección X del fluido que sale es despreciable en comparación con el advectivo. Chan y Tien [11], realizaron una comparación entre los resultados obtenidos con un dominio computacional extendido fuera de la cavidad y los aproximados con el dominio computacional restringido a la cavidad y encontraron que para números de Rayleigh moderados y altos, el patrón de flujo y la transferencia de calor son muy cercanos. En el capítulo 4 se presenta una comparación cuantitativa con los resultados reportados en la bibliografía usando el dominio computacional extendido, que justifica la selección del espacio computacional restringido en la estrategia de solución del problema planteado.

Con base en lo anterior, las condiciones de frontera hidrodinámicas y térmicas en el plano de la abertura se tratan de la siguiente manera:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=L} = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{x=L} = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=L} = 0 \quad (2.29)$$

$$T=T_{\infty} \text{ para } u < 0 \text{ ó } \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=L} = 0 \text{ para } u > 0$$

Las expresiones en forma adimensional de la condición inicial y las condiciones de fronteras hidrodinámicas y térmicas se presentan a continuación.

La condición inicial en términos de las variables adimensional esta dada por:

para $\tau = 0$ y $0 < X < 1$, $0 < Y < 1$, $0 < Z < 1$,

$$U(X,Y,Z,0) = V(X,Y,Z,0) = W(X,Y,Z,0) = P(X,Y,Z,0) = \theta(X,Y,Z,0) = 0 \quad (2.30)$$

Las condiciones de frontera hidrodinámicas en forma adimensional se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} U(0,Y,Z,\tau) &= V(0,Y,Z,\tau) = W(0,Y,Z,\tau) = 0 \\ U(X,0,Z,\tau) &= V(X,0,Z,\tau) = W(X,0,Z,\tau) = 0 \\ U(X,1,Z,\tau) &= V(X,1,Z,\tau) = W(X,1,Z,\tau) = 0 \\ U(X,Y,0,\tau) &= V(X,Y,0,\tau) = W(X,Y,0,\tau) = 0 \\ U(X,Y,1,\tau) &= V(X,Y,1,\tau) = W(X,Y,1,\tau) = 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Las expresiones adimensionales de las condiciones de frontera térmicas son:

$$\theta(0,Y,Z,\tau) = 1 \quad (2.32)$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial Z}\right)_{Z=0} = N_r Q_{r1}, \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z}\right)_{Z=1} = N_r Q_{r3}, \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)_{Y=0} = N_r Q_{r5}, \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)_{Y=1} = N_r Q_{r6}$$

Los términos Q_{r1} , Q_{r3} , Q_{r5} Q_{r6} son los flujos radiativos netos en forma adimensional en las paredes aisladas térmicamente.

Para el caso de las condiciones de fronteras hidrodinámicas y térmicas en forma adimensional en el plano de la abertura obtenemos:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) = \left(\frac{\partial V}{\partial X}\right) = \left(\frac{\partial W}{\partial X}\right) = 0 \quad (2.33)$$

$$\theta=0 \text{ para } U < 0 \text{ ó } \left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{X=1} = 0 \text{ para } U > 0$$

Se puede apreciar que las ecuaciones para el intercambio radiativo y para la convección natural quedan acopladas a través de las condiciones de frontera térmicas de las paredes aisladas térmicamente. El procedimiento numérico para llevar a cabo la solución del sistema de ecuaciones planteado se presenta en el Capítulo 3.

Capítulo 3

Solución numérica

3.1 Métodos numéricos de solución.

Hay cuatro distintos conjuntos de técnicas numéricas de solución: diferencias finitas, elemento finito, métodos espectrales y volumen finito. En general los métodos numéricos siguen los siguientes pasos:

- a) Aproximación de las variables desconocidas del flujo por medio de funciones sencillas.
- b) Discretización por sustitución de las aproximaciones en las ecuaciones gobernantes del flujo y manipulaciones matemáticas subsecuentes.
- c) Solución de las ecuaciones algebraicas.

Las principales diferencias entre los cuatro conjuntos de técnicas numéricas están asociadas con la manera en la que se aproximan las variables de flujo y con los procesos de discretización. A continuación se describen brevemente los cuatro tipos de métodos numéricos.

Métodos de diferencias finitas. Los métodos de diferencias finitas describen a las incógnitas ϕ del problema de flujo por medio de muestras puntuales en los puntos nodales de una malla de líneas coordenadas. Se utilizan regularmente expansiones truncadas de series de Taylor para generar aproximaciones en diferencias finitas de las derivadas de ϕ en términos de muestras puntuales en cada punto de la malla y sus vecinos inmediatos. Las derivadas que aparecen en las ecuaciones gobernantes son remplazadas por las diferencias finitas generando una ecuación algebraica para los valores de ϕ en cada punto de la malla.

Métodos de elemento finito. Los métodos de elemento finito utilizan segmentos de funciones sencillas (por ejemplo funciones lineales o cuadráticas) validas sobre elementos para describir las variaciones locales de las variables de flujo ϕ . La ecuación gobernante se satisface precisamente por la solución exacta ϕ . Si los segmentos de las funciones de aproximación para ϕ son sustituidos en las

ecuaciones gobernantes, estas no son satisfechas completamente y entonces se define un residual para medir los errores. Enseguida los residuales (y por lo tanto los errores) son minimizados mediante su multiplicación por un conjunto de funciones de ponderación y su integración. Como resultado de este procedimiento se obtiene un conjunto de ecuaciones algebraicas para los coeficientes desconocidos de las funciones de aproximación.

Métodos espectrales. Los métodos espectrales aproximan a las incógnitas por medio de series de Fourier truncadas o por series de polinomios de Chebyshev. A diferencia de la estrategia de diferencias finitas o elemento finito, las aproximaciones no son locales sino validas a través de todo el dominio computacional. De nuevo se reemplazan las incógnitas en las ecuaciones gobernantes por las series truncadas. La limitación que el procedimiento le impone a las ecuaciones algebraicas para obtener los coeficientes de las series de Fourier o Chebyshev es superada por un concepto de residuos ponderados parecido al del método de elemento finito o haciendo coincidir a la función de aproximación con la solución exacta en cierto número de puntos de la malla.

Método de volumen finito. El método de volumen finito fue desarrollado originalmente como una formulación especial de diferencias finitas. Este método es la base de varios códigos comerciales de dinámica de fluidos computacional (CFD), como por ejemplo: PHOENICS, FLOW3D y STAR-CD. El algoritmo numérico consiste de los siguientes pasos:

- a) Integración de las ecuaciones gobernantes del flujo de fluido, sobre todos los volúmenes de control del dominio de solución.
- b) Discretización mediante la sustitución de algún tipo de aproximación del tipo de diferencias finitas (esquemas numéricos), en los términos de las ecuaciones integradas que representan procesos de flujo como: convección, difusión y términos fuente. Esto convierte a las ecuaciones integradas en un sistema de ecuaciones algebraicas.
- c) Solución de las ecuaciones algebraicas mediante un método iterativo.

El primer paso, la integración sobre volúmenes finitos de control, distingue al método de volumen finito de los otros métodos. Las expresiones matemáticas resultantes expresan la conservación de las propiedades relevantes para cada celda de tamaño finito. Esta relación clara entre el algoritmo numérico y los principios físicos de conservación es una de las principales atractivos del método de volumen finito y hacen que sus conceptos sean mas sencillos de comprender por ingenieros que los métodos de elemento finito y espectrales.

Por otro lado, la revisión bibliográfica mostró que alrededor del 80% de los estudios numéricos en cavidades abiertas utilizaron diferencias finitas o volumen finito (aunque la gran mayoría de los estudios son bidimensionales). Para poder resolver las ecuaciones utilizando el método de diferencias finitas, es necesario expresar las ecuaciones en términos de variables secundarias eliminando los gradientes de presión de las ecuaciones de momento. La extensión de la formulación en vorticidad y función corriente para un flujo en tres dimensiones, requiere reemplazar a la función corriente por un vector potencial de tres componentes y además necesita la consideración de las tres componentes de la

vorticidad. El resultado es un conjunto de diez ecuaciones diferenciales parciales no lineales que se tienen que resolver en forma simultánea.

Debido a lo anterior se consideró mas apropiado plantear la solución de las ecuaciones gobernantes en variables primitivas utilizando el método de volumen finito aplicando el algoritmo de corrección de presión SIMPLEC desarrollado por Van Doormal y Raithby [42] para acoplar las ecuaciones de momento con la ecuación de continuidad.

3.2 Método de volumen finito.

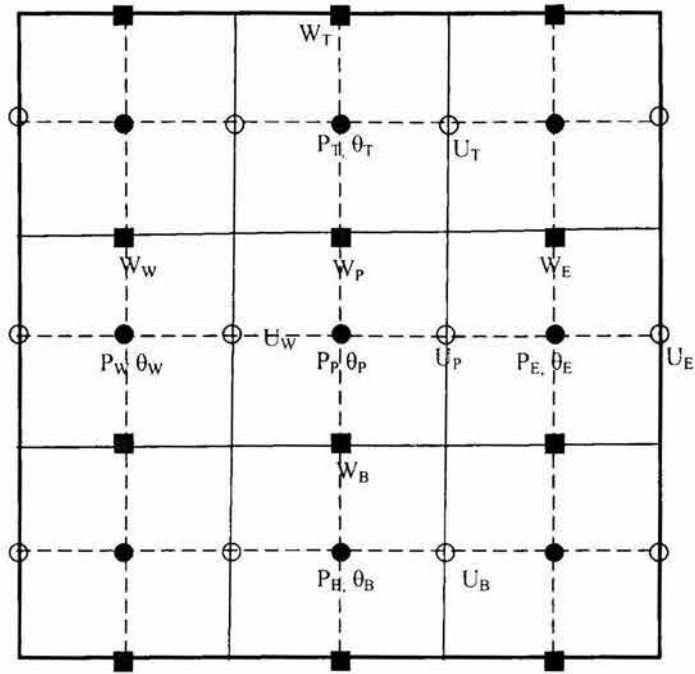
La solución de las ecuaciones (2.8)-(2.12) presenta dos problemas:

1. Los términos advectivos de las ecuaciones de momento son no-lineales.
2. Las cinco ecuaciones están acopladas ya que cada componente de la velocidad aparece en cada ecuación y la temperatura se encuentra en los términos de flotación de las ecuaciones de momento. Sin embargo el aspecto mas complejo por resolver es el de la presión, ya que aparece en las ecuaciones de momento, pero no hay una ecuación para la presión.

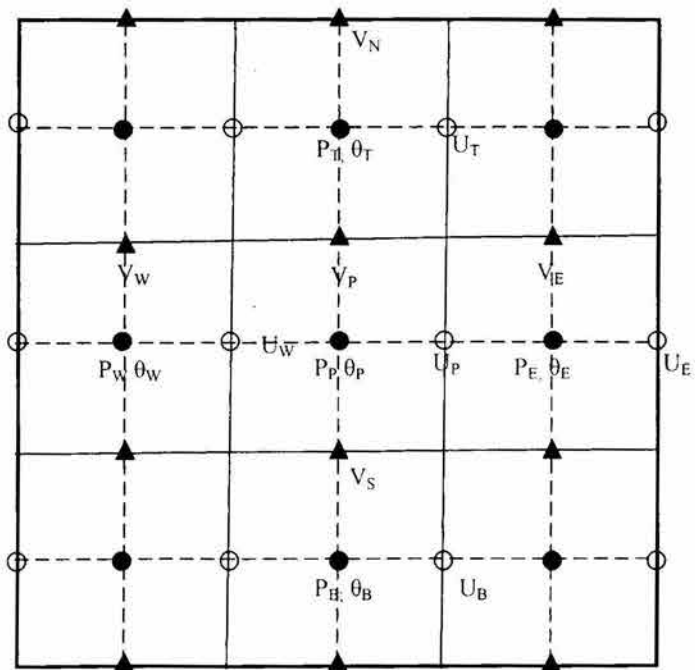
En esta sección y la siguiente se describen las estrategias que utilizan el método de volumen finito y el algoritmo SIMPLEC, para resolver los dos problemas planteados previamente.

El método de volumen finito comienza con la discretización de las ecuaciones gobernantes, para lo cual lo primero que se tiene que decidir es donde colocar los nodos de las velocidades (y por lo tanto sus volúmenes de control). La opción más obvia es ubicarlos en las mismas posiciones que los de las variables escalares (presión y temperatura). Sin embargo, si las velocidades y las presiones están ubicadas en los mismos nodos (es decir usan los mismos volúmenes de control), un campo de presión no uniforme puede comportarse como un campo de presión uniforme, cuando el gradiente de presión se aproxima utilizando una interpolación lineal (diferencias centradas), debido a que la presión en el nodo central no aparece en la expresión de momento discretizada. Una solución a este problema es utilizar una malla desplazada. La idea es evaluar a las variables escalares, en los puntos nodales ordinarios, pero calcular las componentes de la velocidad sobre una malla desplazada que coloca los nodos sobre las caras de los volúmenes de control de las variables escalares. En el arreglo de la malla desplazada, se tiene ahora que los nodos de la presión coinciden con las caras de los volúmenes de control de las componentes de la velocidad [43].

Como se discutió previamente, en una malla desplazada se utilizan diferentes volúmenes de control para discretizar las ecuaciones gobernantes. En la Figura 3.1 se muestra la malla desplazada utilizada en este trabajo en dos planos. Las líneas punteadas indican la malla de los puntos nodales de las variables escalares (P y T) y las líneas sólidas corresponden a las caras de los volúmenes de control de las mismas variables escalares. Se puede observar que los volúmenes de control para las componentes de la velocidad (U, V y W) son diferentes a los de



Plano X-Z



Plano X-Y

Figura 3.1 Volúmenes de control utilizados en la formulación del método de volumen finito.

las variables escalares y diferentes entre si. Por conveniencia, la malla se desplaza de tal forma que las fronteras pasen a través de los puntos de la velocidad. El subíndice P corresponde al nodo central en un volumen de control dado, los subíndices E, W, N, S, T y B, indican la posición de los nodos adyacentes a P (E=este, W=oeste, N=norte, S=sur, T=arriba, B=abajo). Para referenciar la posición de las caras de cualquier volumen de control, se utilizarán los subíndices e, w, n, s, t y b. El subíndice e, indica la cara del volumen de control que se encuentra entre los nodos P y E, y así respectivamente para el resto de las caras del volumen de control.

Una vez definidos los volúmenes de control de las variables, se procede a discretizar las ecuaciones gobernantes. Integrando la ecuación adimensional de continuidad 2.8 sobre el volumen de control de las variables escalares (P y T),

$$\int_{b s w}^p \int_{b s w}^p \int_{b s w}^p \frac{\partial U}{\partial X} dX dY dZ + \int_{b s w}^p \int_{b s w}^p \int_{b s w}^p \frac{\partial V}{\partial Y} dX dY dZ + \int_{b s w}^p \int_{b s w}^p \int_{b s w}^p \frac{\partial W}{\partial Z} dX dY dZ = 0 \quad (3.1)$$

se obtiene la siguiente ecuación discreta,

$$[U_P - U_W] \Delta Y \Delta Z + [V_P - V_S] \Delta X \Delta Z + [W_P - W_B] \Delta X \Delta Y = 0 \quad (3.2)$$

Enseguida se integra la componente-X de la ecuación adimensional de momento, sobre el volumen de control correspondiente:

$$\begin{aligned} & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial U}{\partial \tau} dX dY dZ + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial(U^2)}{\partial X} dX dY dZ d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial(VU)}{\partial Y} dX dY dZ d\tau + \\ & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial(WU)}{\partial Z} dX dY dZ d\tau = - \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial P}{\partial X} dX dY dZ d\tau + \\ & \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} dX dY dZ d\tau + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} dX dY dZ d\tau + \\ & \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} dX dY dZ d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \int_{b s w}^e \theta \cos \phi dX dY dZ d\tau \end{aligned} \quad (3.3)$$

De donde se obtiene la siguiente ecuación discreta:

$$\begin{aligned} & \frac{(U_P - U_P^0)}{\Delta\tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + [(U^0 U)_e - (U^0 U)_w] \Delta Y \Delta Z + [(V^0 U)_n - (V^0 U)_s] \Delta X \Delta Z + \\ & [(W^0 U)_b - (W^0 U)_t] \Delta X \Delta Y = \frac{(P_P - P_E)}{\Delta X} \Delta X \Delta Y \Delta Z + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_e - \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_w \right] \Delta Y \Delta Z + \\ & \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)_n - \left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)_s \right] \Delta X \Delta Z + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Z}\right)_t - \left(\frac{\partial U}{\partial Z}\right)_b \right] \Delta X \Delta Y + \\ & \bar{\theta} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Es necesario mencionar que los términos con superíndice en la ecuación (3.4), se evalúan en el paso de tiempo anterior para asegurar que la ecuación sea lineal en el paso de tiempo actual y que la temperatura en el término de flotación corresponde al valor promedio dentro del volumen de control.

Para obtener la expresión discreta es necesario interpolar los valores de las velocidades sobre las caras del volumen de control correspondientes al paso de tiempo anterior, la forma común en la bibliografía para hacerlo es mediante una interpolación lineal. Es práctica común definir los siguientes términos:

$$F_c^0 = \left(\frac{U_p^0 + U_e^0}{2} \right) \Delta Y \Delta Z, \quad F_w^0 = \left(\frac{U_p^0 + U_w^0}{2} \right) \Delta Y \Delta Z, \quad F_n^0 = \left(\frac{V_p^0 + V_n^0}{2} \right) \Delta X \Delta Z,$$

$$F_s^0 = \left(\frac{V_p^0 + V_s^0}{2} \right) \Delta X \Delta Z, \quad F_t^0 = \left(\frac{W_p^0 + W_t^0}{2} \right) \Delta X \Delta Y, \quad F_b^0 = \left(\frac{W_p^0 + W_b^0}{2} \right) \Delta X \Delta Y,$$

$$\bar{S} = \frac{(\theta_p + \theta_e)}{2} \cos \phi$$

y sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación (3.4) obtenemos:

$$\begin{aligned} & \frac{(U_p - U_p^0)}{\Delta \tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + F_c^0 U_e - F_w^0 U_w + F_n^0 U_n - F_s^0 U_s + F_t^0 U_t - F_b^0 U_b = \\ & (P_p - P_e) \Delta Y \Delta Z + \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_e - \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y \Delta Z + \\ & \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_n - \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \Delta Z + \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)_t - \left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)_b \right] \Delta X \Delta Z + \\ & \frac{(\theta_p + \theta_e)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Las primeras derivadas que aparecen en la integración de los términos difusivos y que necesitan ser evaluadas sobre las caras del volumen de control se aproximan con diferencias centradas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_e &= \frac{U_e - U_p}{\Delta X}, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_w = \frac{U_p - U_w}{\Delta X}, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_n = \frac{U_n - U_p}{\Delta Y}, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_s = \frac{U_p - U_s}{\Delta Y}, \\ \left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)_t &= \frac{U_t - U_p}{\Delta Z}, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)_b = \frac{U_p - U_b}{\Delta Z} \end{aligned}$$

Se definen además los siguientes términos:

$$D_e = \frac{\Delta Y \Delta Z}{\Delta X} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2}, \quad D_w = \frac{\Delta Y \Delta Z}{\Delta X} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2}, \quad D_n = \frac{\Delta X \Delta Z}{\Delta Y} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2},$$

$$D_s = \frac{\Delta X \Delta Z}{\Delta Y} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2}, \quad D_t = \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta Z} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2}, \quad D_b = \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta Z} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}} \right)^{1/2}$$

Al sustituir en la ecuación (3.5) obtenemos la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \frac{(U_p - U_p^0)}{\Delta \tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + F_c^0 U_e - F_w^0 U_w + F_n^0 U_n - F_s^0 U_s + F_t^0 U_t - F_b^0 U_b = \\ & (P_p - P_E) \Delta Y \Delta Z + D_e (U_E - U_p) - D_w (U_p - U_w) + D_n (U_n - U_p) - \\ & D_s (U_p - U_s) + D_t (U_t - U_p) - D_b (U_p - U_b) + \bar{S} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para poder interpolar a la velocidad sobre las caras del volumen de control, es necesario aplicar algún esquema numérico. Como se mencionó anteriormente, los términos advectivos en las ecuaciones de Navier-Stokes son responsables de gran parte de la complejidad del fenómeno de flujo, por lo que su aproximación ocasiona dificultades numéricas, por ejemplo el esquema numérico de diferencias centradas, puede predecir un comportamiento oscilatorio que no esté de acuerdo con la descripción física del problema estudiado, en regiones en donde la convección domina a la conducción (valores altos del número de Rayleigh). Los esquemas clásicos de primer orden que consideran la dirección del flujo, evitan el comportamiento oscilatorio, pero tienen un problema numérico conocido como "falsa difusión", que puede ser significativo en regiones en donde el flujo se mueve en forma oblicua a los ejes coordenados [44].

Por lo anterior han aparecido en la literatura una variedad de esquemas numéricos de alto orden para aproximar los términos advectivos. El flujo laminar recirculatorio de un fluido newtoniano e incompresible, en una cavidad cuadrada con la pared superior moviéndose a velocidad constante, se ha utilizado ampliamente para la validación de esquemas numéricos, debido a que ha sido ampliamente estudiado y se ha convertido en un problema de referencia [45-46]. En este trabajo se realizó una comparación entre los esquemas "híbrido" [47], "centrado", QUICK [48], SMART [49] y VONOS [50], los resultados se muestran en la Figuras 3.2 utilizando la misma malla en todos los casos (60x60). Los esquemas de alto orden (QUICK, SMART y VONOS) demuestran ser mejores al reproducir satisfactoriamente los datos del problema de referencia, el esquema "centrado" tiene problemas de estabilidad y no converge la solución, mientras que el esquema "híbrido" considerado de primer orden parece necesitar una malla más fina para mejorar su aproximación al problema de referencia. Con base en lo anterior se tomó la decisión de seleccionar un esquema de alto orden en particular el esquema SMART.

El esquema SMART para una malla uniforme esta definido mediante las siguientes expresiones:

$$F_c^0 \geq 0, \quad U_e = \left. \begin{array}{ll} U_p, & \text{si } \hat{U}_p^0 \notin [0,1] \\ 10U_p - 9U_w, & \text{si } \hat{U}_p^0 \in [0,3/74) \\ \frac{3}{8}U_E + \frac{6}{8}U_p - \frac{1}{8}U_w, & \text{si } \hat{U}_p^0 \in [3/74,5/6) \\ U_E, & \text{si } \hat{U}_p^0 \notin [5/6,1] \end{array} \right\}$$

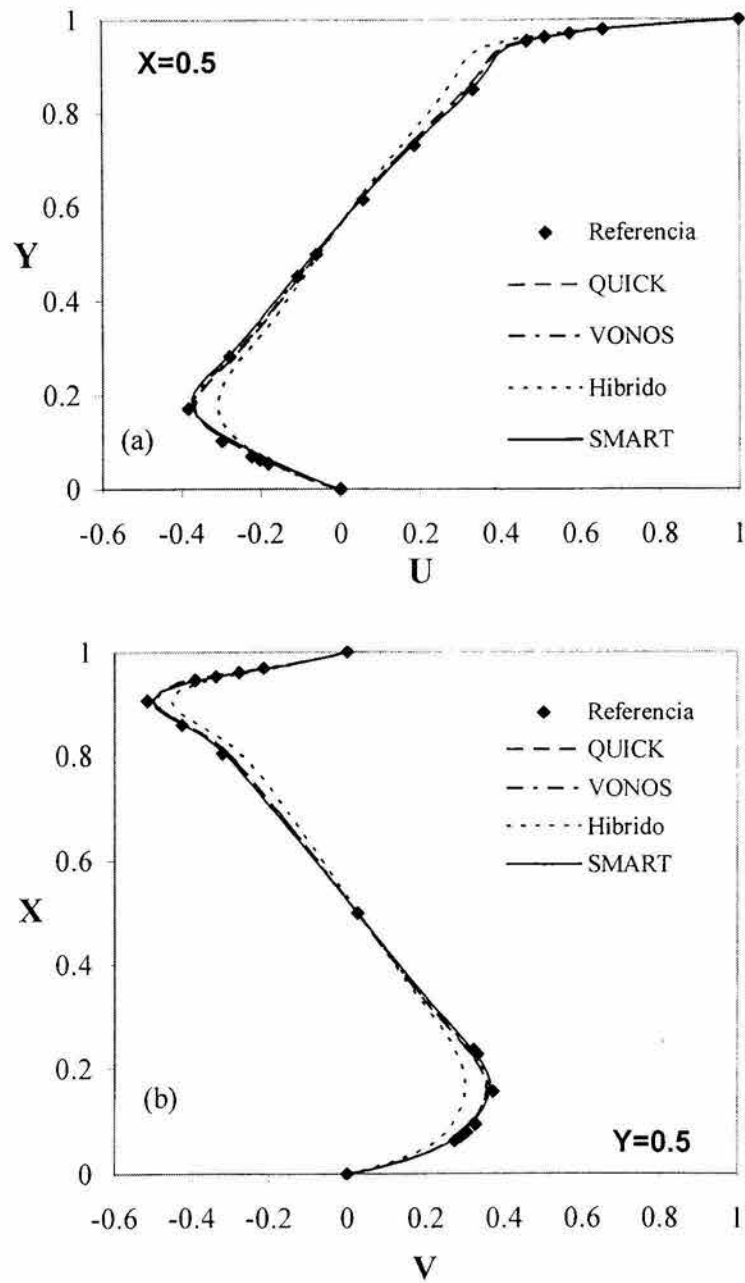


Figura 3.2 Comparación de los perfiles de velocidad: (a) componente-X, (b) componente-Y, en las líneas centrales de la cavidad obtenidos con diferentes esquemas numéricos para un Reynolds (Re) de 1000.

$$\begin{aligned}
 F_e^0 < 0, \quad U_e &= \left. \begin{array}{l} U_E, \\ 10U_E - 9U_{EE}, \\ \frac{3}{8}U_P + \frac{6}{8}U_E - \frac{1}{8}U_{EE}, \\ U_P, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } \hat{U}_E^0 \notin [0,1] \\ \text{si } \hat{U}_E^0 \in [0,3/74) \\ \text{si } \hat{U}_E^0 \in [3/74,5/6) \\ \text{si } \hat{U}_E^0 \notin [5/6,1] \end{array} \\
 F_n^0 \geq 0, \quad U_w &= \left. \begin{array}{l} U_W, \\ 10U_W - 9U_{WW}, \\ \frac{3}{8}U_P + \frac{6}{8}U_W - \frac{1}{8}U_{WW}, \\ U_W, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } \hat{U}_W^0 \notin [0,1] \\ \text{si } \hat{U}_W^0 \in [0,3/74) \\ \text{si } \hat{U}_W^0 \in [3/74,5/6) \\ \text{si } \hat{U}_W^0 \notin [5/6,1] \end{array} \\
 F_n^0 < 0, \quad U_w &= \left. \begin{array}{l} U_P, \\ 10U_P - 9U_E, \\ \frac{3}{8}U_W + \frac{6}{8}U_P - \frac{1}{8}U_E, \\ U_W, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [0,1] \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \in [0,3/74) \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \in [3/74,5/6) \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [5/6,1] \end{array} \\
 F_n^0 \geq 0, \quad U_n &= \left. \begin{array}{l} U_P, \\ 10U_P - 9U_S, \\ \frac{3}{8}U_N + \frac{6}{8}U_P - \frac{1}{8}U_S, \\ U_N, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [0,1] \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \in [0,3/74) \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \in [3/74,5/6) \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [5/6,1] \end{array} \\
 F_n^0 < 0, \quad U_n &= \left. \begin{array}{l} U_N, \\ 10U_N - 9U_{NN}, \\ \frac{3}{8}U_P + \frac{6}{8}U_N - \frac{1}{8}U_{NN}, \\ U_P, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } \hat{U}_N^0 \notin [0,1] \\ \text{si } \hat{U}_N^0 \in [0,3/74) \\ \text{si } \hat{U}_N^0 \in [3/74,5/6) \\ \text{si } \hat{U}_N^0 \notin [5/6,1] \end{array} \\
 F_s^0 \geq 0, \quad U_s &= \left. \begin{array}{l} U_S, \\ 10U_S - 9U_{SS}, \\ \frac{3}{8}U_P + \frac{6}{8}U_S - \frac{1}{8}U_{SS}, \\ U_S, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } \hat{U}_S^0 \notin [0,1] \\ \text{si } \hat{U}_S^0 \in [0,3/74) \\ \text{si } \hat{U}_S^0 \in [3/74,5/6) \\ \text{si } \hat{U}_S^0 \notin [5/6,1] \end{array} \\
 F_s^0 < 0, \quad U_s &= \left. \begin{array}{l} U_P, \\ 10U_P - 9U_N, \\ \frac{3}{8}U_S + \frac{6}{8}U_P - \frac{1}{8}U_N, \\ U_S, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [0,1] \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \in [0,3/74) \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \in [3/74,5/6) \\ \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [5/6,1] \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_i^0 \geq 0, \quad U_i &= \left. \begin{aligned} &U_P, && \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [0,1] \\ &10U_P - 9U_B, && \text{si } \hat{U}_P^0 \in [0,3/74) \\ &\frac{3}{8}U_T + \frac{6}{8}U_P - \frac{1}{8}U_B, && \text{si } \hat{U}_P^0 \in [3/74,5/6) \\ &U_T, && \text{si } \hat{U}_P^0 \in [5/6,1] \end{aligned} \right\} \\
 F_i^0 < 0, \quad U_i &= \left. \begin{aligned} &U_T, && \text{si } \hat{U}_N^0 \notin [0,1] \\ &10U_T - 9U_{TT}, && \text{si } \hat{U}_N^0 \in [0,3/74) \\ &\frac{3}{8}U_P + \frac{6}{8}U_T - \frac{1}{8}U_{TT}, && \text{si } \hat{U}_N^0 \in [3/74,5/6) \\ &U_P, && \text{si } \hat{U}_N^0 \in [5/6,1] \end{aligned} \right\} \\
 F_b^0 \geq 0, \quad U_b &= \left. \begin{aligned} &U_B, && \text{si } \hat{U}_B^0 \notin [0,1] \\ &10U_B - 9U_{BB}, && \text{si } \hat{U}_B^0 \in [0,3/74) \\ &\frac{3}{8}U_P + \frac{6}{8}U_B - \frac{1}{8}U_{BB}, && \text{si } \hat{U}_B^0 \in [3/74,5/6) \\ &U_B, && \text{si } \hat{U}_B^0 \in [5/6,1] \end{aligned} \right\} \\
 F_b^0 < 0, \quad U_b &= \left. \begin{aligned} &U_P, && \text{si } \hat{U}_P^0 \notin [0,1] \\ &10U_P - 9U_T, && \text{si } \hat{U}_P^0 \in [0,3/74) \\ &\frac{3}{8}U_B + \frac{6}{8}U_P - \frac{1}{8}U_T, && \text{si } \hat{U}_P^0 \in [3/74,5/6) \\ &U_B, && \text{si } \hat{U}_P^0 \in [5/6,1] \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

Las expresiones para: $\hat{U}_P^0, \hat{U}_E^0, \hat{U}_W^0, \hat{U}_N^0, \hat{U}_S^0, \hat{U}_T^0, \hat{U}_B^0$, están definidas por la formulación de variables normalizadas de Leonard [51]. Tomando como ejemplo la componente-X de la velocidad en la cara Este del volumen de control, tenemos:

$$\text{Si } U_e^0 > 0, \quad \hat{U}_P^0 = \frac{U_P^0 - U_W^0}{U_E^0 - U_W^0} \quad \text{ó} \quad \text{si } U_e^0 < 0, \quad \hat{U}_E^0 = \frac{U_E^0 - U_{EE}^0}{U_P^0 - U_{EE}^0}$$

como se puede observar, las expresiones dependen de la dirección del flujo de fluido en la cara del volumen de control, en general se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$\hat{U}'^0 = \frac{U_U^0 - U_R^0}{U_D^0 - U_R^0}$$

donde los nodos U_U^0, U_D^0 y U_R^0 , corresponden al nodo mas cercano en la dirección opuesta al flujo, el nodo mas cercano en la dirección del flujo y el nodo posterior al mas cercano en la dirección opuesta al flujo respectivamente,

evaluados todos en el paso de tiempo anterior. Lo descrito previamente se aplica a cada cara del volumen de control correspondiente.

A continuación se muestra la implementación del esquema SMART, en la ecuación de momento-X discretizada (ecuación 3.6). La ecuación final discretizada varía con el valor de la variable normalizada correspondiente a la dirección del flujo, en cada cara del volumen de control. Cuando los valores de las variables normalizadas no pertenecen al intervalo cerrado $[0, 1]$, la ecuación (3.6) se expresa como:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(U_P - U_P^0)}{\Delta \tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + F_e^0 (\alpha_e U_P + (1 - \alpha_e) U_E) - F_w^0 (\alpha_w U_P + (1 - \alpha_w) U_W) + \\
 & F_n^0 (\alpha_n U_P + (1 - \alpha_n) U_N) - F_s^0 (\alpha_s U_P + (1 - \alpha_s) U_S) + F_t^0 (\alpha_t U_P + (1 - \alpha_t) U_T) - \\
 & F_b^0 (\alpha_b U_P + (1 - \alpha_b) U_B) = (P_P - P_E) \Delta Y \Delta Z + D_e (U_E - U_P) - D_w (U_P - U_W) + \\
 & D_n (U_N - U_P) - D_s (U_P - U_S) + D_t (U_T - U_P) - D_b (U_P - U_B) + \\
 & \frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z)
 \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde:

$$\alpha_e = 1 \text{ para } F_e^0 \geq 0 \text{ y } \alpha_e = 0 \text{ para } F_e^0 < 0,$$

$$\alpha_w = 1 \text{ para } F_w^0 \geq 0 \text{ y } \alpha_w = 0 \text{ para } F_w^0 < 0,$$

$$\alpha_s = 1 \text{ para } F_s^0 \geq 0 \text{ y } \alpha_s = 0 \text{ para } F_s^0 < 0,$$

$$\alpha_n = 1 \text{ para } F_n^0 \geq 0 \text{ y } \alpha_n = 0 \text{ para } F_n^0 < 0,$$

$$\alpha_t = 1 \text{ para } F_t^0 \geq 0 \text{ y } \alpha_t = 0 \text{ para } F_t^0 < 0,$$

$$\alpha_b = 1 \text{ para } F_b^0 \geq 0 \text{ y } \alpha_b = 0 \text{ para } F_b^0 < 0.$$

Ahora factorizando y reordenando se obtiene la siguiente ecuación general discreta:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_P^U \right) U_P = a_E^U U_E + a_W^U U_W + a_N^U U_N + a_S^U U_S + \\
 & a_T^U U_T + a_B^U U_B + (P_P - P_E) \Delta Y \Delta Z + b^U
 \end{aligned} \quad (3.8)$$

en donde:

$$a_E^U = D_e - (1 - \alpha_e) F_e^0$$

$$a_W^U = D_w + (1 - \alpha_w) F_w^0$$

$$a_N^U = D_n - (1 - \alpha_n) F_n^0$$

$$a_S^U = D_s + (1 - \alpha_s) F_s^0$$

$$a_T^U = D_t - (1 - \alpha_t) F_t^0$$

$$a_B^U = D_b - (1 - \alpha_b) F_b^0$$

$$\begin{aligned}
 a_P^U &= (D_e + \alpha_e F_e^0) + (D_w - \alpha_w F_w^0) + (D_n + \alpha_n F_n^0) + (D_s - \alpha_s F_s^0) + \\
 & (D_t + \alpha_t F_t^0) + (D_b - \alpha_b F_b^0) = a_E^U + a_W^U + a_N^U + a_S^U + a_T^U + a_B^U \\
 b^U &= \frac{(\Delta X \Delta Y \Delta Z)}{\Delta \tau} U_P^0 + \frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z)
 \end{aligned}$$

Como se explicó previamente al aplicar el esquema SMART, los coeficientes a_P^U , a_E^U , a_W^U , a_N^U , a_S^U , a_T^U , a_B^U ; dependen del valor de la variable normalizada correspondiente, así cuando se encuentran en el intervalo $[0, 3/74)$ tenemos:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(U_P - U_P^0)}{\Delta \tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + F_e^0 [\alpha_e (10U_P - 9U_W) + (1 - \alpha_e)(10U_E - 9U_{EE})] - \\
 & F_w^0 [\alpha_w (10U_W - 9U_{WW}) + (1 - \alpha_w)(10U_P - 9U_E)] + \\
 & F_n^0 [\alpha_n (10U_P - 9U_S) + (1 - \alpha_n)(10U_N - 9U_{NN})] - \\
 & F_s^0 [\alpha_s (10U_S - 9U_{SS}) + (1 - \alpha_s)(10U_P - 9U_N)] + \\
 & F_t^0 [\alpha_t (10U_P - 9U_B) + (1 - \alpha_t)(10U_T - 9U_{TT})] - \\
 & F_b^0 [\alpha_b (10U_B - 9U_{BB}) + (1 - \alpha_b)(10U_P - 9U_T)] = (P_P - P_E) \Delta Y \Delta Z + \\
 & D_e (U_E - U_P) - D_w (U_P - U_W) + D_n (U_N - U_P) - D_s (U_P - U_S) + \\
 & D_t (U_T - U_P) - D_b (U_P - U_B) + \frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Al factorizar y reordenar, obtenemos las siguientes expresiones matemáticas para los coeficientes de la ecuación (3.8):

$$\begin{aligned}
 a_E^U &= D_e - 10(1 - \alpha_e) F_e^0 - 9(1 - \alpha_w) F_w^0 \\
 a_W^U &= D_w + 9\alpha_e F_e^0 + 10\alpha_w F_w^0 \\
 a_N^U &= D_n - 10(1 - \alpha_n) F_n^0 - 9(1 - \alpha_s) F_s^0 \\
 a_S^U &= D_s + 9\alpha_n F_n^0 + 10\alpha_s F_s^0 \\
 a_T^U &= D_t - 10(1 - \alpha_t) F_t^0 - 9(1 - \alpha_b) F_b^0 \\
 a_B^U &= D_b + 9\alpha_t F_t^0 + 10\alpha_b F_b^0 \\
 a_P^U &= (D_e + 10\alpha_e F_e^0) + (D_w - 10(1 - \alpha_w) F_w^0) + (D_n + 10\alpha_n F_n^0) + (D_s - 10(1 - \alpha_s) F_s^0) + \\
 & (D_t + 10\alpha_t F_t^0) + (D_b - 10(1 - \alpha_b) F_b^0) = a_E^U + a_W^U + a_N^U + a_S^U + a_T^U + a_B^U \\
 b^U &= \frac{(\Delta X \Delta Y \Delta Z)}{\Delta \tau} U_P^0 + \frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + 9(1 - \alpha_e) F_e^0 U_{EE}^0 - 9\alpha_w F_w^0 U_{WW}^0 + \\
 & 9(1 - \alpha_n) F_n^0 U_{NN}^0 - 9\alpha_s F_s^0 U_{SS}^0 + 9(1 - \alpha_t) F_t^0 U_{TT}^0 - 9\alpha_b F_b^0 U_{BB}^0
 \end{aligned}$$

Se aprecia que en el término b^U , se incluyeron algunos valores de la variable (U_{EE} , U_{WW} , U_{NN} , U_{SS} , U_{TT} y U_{BB}), por conveniencia al implementar el algoritmo de solución del sistema de ecuaciones algebraicas y para mejorar la estabilidad del esquema.

El procedimiento para encontrar los coeficientes de las ecuaciones algebraicas lineales, continua tomando ahora las expresiones apropiadas para valores de la variables normalizadas en el intervalo [3/74, 5/6), la ecuación discreta (3.6) se expresa como:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z (U_P - U_P^0)}{\Delta \tau} + F_e^0 \left[\alpha_e \left(\frac{3}{8} U_E + \frac{6}{8} U_P - \frac{1}{8} U_W \right) + \right. \\
 & \left. (1 - \alpha_e) \left(\frac{3}{8} U_P + \frac{6}{8} U_E - \frac{1}{8} U_{EE} \right) \right] - \\
 & F_w^0 \left[\alpha_w \left(\frac{3}{8} U_P + \frac{6}{8} U_W - \frac{1}{8} U_{WW} \right) + (1 - \alpha_w) \left(\frac{3}{8} U_W + \frac{6}{8} U_P - \frac{1}{8} U_E \right) \right] + \\
 & F_n^0 \left[\alpha_n \left(\frac{3}{8} U_N + \frac{6}{8} U_P - \frac{1}{8} U_S \right) + (1 - \alpha_n) \left(\frac{3}{8} U_P + \frac{6}{8} U_N - \frac{1}{8} U_{NN} \right) \right] - \\
 & F_s^0 \left[\alpha_s \left(\frac{3}{8} U_P + \frac{6}{8} U_S - \frac{1}{8} U_{SS} \right) + (1 - \alpha_s) \left(\frac{3}{8} U_S + \frac{6}{8} U_P - \frac{1}{8} U_N \right) \right] + \\
 & F_t^0 \left[\alpha_t \left(\frac{3}{8} U_T + \frac{6}{8} U_P - \frac{1}{8} U_B \right) + (1 - \alpha_t) \left(\frac{3}{8} U_P + \frac{6}{8} U_T - \frac{1}{8} U_{TT} \right) \right] - \\
 & F_b^0 \left[\alpha_b \left(\frac{3}{8} U_P + \frac{6}{8} U_B - \frac{1}{8} U_{BB} \right) + (1 - \alpha_b) \left(\frac{3}{8} U_B + \frac{6}{8} U_P - \frac{1}{8} U_T \right) \right] = \\
 & (P_P - P_E) \Delta Y \Delta Z + D_e (U_E - U_P) - D_w (U_P - U_W) + D_n (U_N - U_P) - \\
 & D_s (U_P - U_S) + D_t (U_T - U_P) - D_b (U_P - U_B) + \frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z) \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

de donde, las expresiones matemáticas para los coeficientes de la ecuación (3.8) son:

$$\begin{aligned}
 a_E^U &= D_e - \frac{3}{8} \alpha_e F_e^0 - \frac{6}{8} (1 - \alpha_e) F_e^0 - \frac{1}{8} (1 - \alpha_w) F_w^0 \\
 a_W^U &= D_w + \frac{1}{8} \alpha_e F_e^0 + \frac{6}{8} \alpha_w F_w^0 + \frac{3}{8} (1 - \alpha_w) F_w^0 \\
 a_N^U &= D_n - \frac{3}{8} \alpha_n F_n^0 - \frac{6}{8} (1 - \alpha_n) F_n^0 - \frac{1}{8} (1 - \alpha_s) F_s^0 \\
 a_S^U &= D_s + \frac{1}{8} \alpha_n F_n^0 + \frac{6}{8} \alpha_s F_s^0 + \frac{3}{8} (1 - \alpha_s) F_s^0 \\
 a_T^U &= D_t - \frac{3}{8} \alpha_t F_t^0 - \frac{6}{8} (1 - \alpha_t) F_t^0 - \frac{1}{8} (1 - \alpha_b) F_b^0 \\
 a_B^U &= D_b + \frac{1}{8} \alpha_t F_t^0 + \frac{6}{8} \alpha_b F_b^0 + \frac{3}{8} (1 - \alpha_b) F_b^0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_P^U &= \left(D_e + \frac{6}{8} \alpha_e F_e^0 + \frac{3}{8} (1 - \alpha_e) F_e^0 \right) + \left(D_w - \frac{3}{8} \alpha_w F_w^0 - \frac{6}{8} (1 - \alpha_w) F_w^0 \right) + \\
 &\left(D_n + \frac{6}{8} \alpha_n F_n^0 + \frac{3}{8} (1 - \alpha_n) F_n^0 \right) + \left(D_s - \frac{3}{8} \alpha_s F_s^0 - \frac{6}{8} (1 - \alpha_s) F_s^0 \right) + \\
 &\left(D_t + \frac{6}{8} \alpha_t F_t^0 + \frac{3}{8} (1 - \alpha_t) F_t^0 \right) + \left(D_b - \frac{3}{8} \alpha_b F_b^0 - \frac{6}{8} (1 - \alpha_b) F_b^0 \right) = a_E^U + a_W^U + \\
 &a_N^U + a_S^U + a_T^U + a_B^U \\
 b^U &= \frac{(\Delta X \Delta Y \Delta Z)}{\Delta \tau} U_P^0 + \frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + \frac{1}{8} (1 - \alpha_e) F_e^0 U_{EE}^0 - \frac{1}{8} \alpha_w F_w^0 U_{WW}^0 + \\
 &\frac{1}{8} (1 - \alpha_n) F_n^0 U_{NN}^0 - \frac{1}{8} \alpha_s F_s^0 U_{SS}^0 + \frac{1}{8} (1 - \alpha_t) F_t^0 U_{TT}^0 - \frac{1}{8} \alpha_b F_b^0 U_{BB}^0
 \end{aligned}$$

de nuevo en el término b^U , se incluyeron algunos valores de la variable (U_{EE} , U_{WW} , U_{NN} , U_{SS} , U_{TT} y U_{BB}).

Siguiendo el procedimiento para encontrar los coeficientes de las ecuaciones algebraicas lineales, se encuentran las expresiones apropiadas para valores de las variables normalizadas en el intervalo $[5/6, 1)$ y la ecuación discreta (3.6) se expresa como:

$$\begin{aligned}
 &\frac{(U_P - U_P^0)}{\Delta \tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + F_e^0 (\alpha_e U_E + (1 - \alpha_e) U_P) - F_w^0 (\alpha_w U_W + (1 - \alpha_w) U_P) + \\
 &F_n^0 (\alpha_n U_N + (1 - \alpha_n) U_P) - F_s^0 (\alpha_s U_S + (1 - \alpha_s) U_P) + F_t^0 (\alpha_t U_T + (1 - \alpha_t) U_P) - \\
 &F_b^0 (\alpha_b U_B + (1 - \alpha_b) U_P) = (P_P - P_E) \Delta Y \Delta Z + D_e (U_E - U_P) - D_w (U_P - U_W) + \\
 &D_n (U_N - U_P) - D_s (U_P - U_S) + D_t (U_T - U_P) - D_b (U_P - U_B) + \\
 &\frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z)
 \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde las expresiones matemáticas para los coeficientes de la ecuación (3.8) son:

$$\begin{aligned}
 a_E^U &= D_e - \alpha_e F_e^0 \\
 a_W^U &= D_w + \alpha_w F_w^0 \\
 a_N^U &= D_n - \alpha_n F_n^0 \\
 a_S^U &= D_s + \alpha_s F_s^0 \\
 a_T^U &= D_t - \alpha_t F_t^0 \\
 a_B^U &= D_b - \alpha_b F_b^0 \\
 a_P^U &= (D_e + (1 - \alpha_e) F_e^0) + (D_w - (1 - \alpha_w) F_w^0) + (D_n + (1 - \alpha_n) F_n^0) + (D_s - (1 - \alpha_s) F_s^0) + \\
 &(D_t + (1 - \alpha_t) F_t^0) + (D_b - (1 - \alpha_b) F_b^0) = a_E^U + a_W^U + a_N^U + a_S^U + a_T^U + a_B^U \\
 b^U &= \frac{(\Delta X \Delta Y \Delta Z)}{\Delta \tau} U_P^0 + \frac{(\theta_P + \theta_E)}{2} \cos \phi (\Delta X \Delta Y \Delta Z)
 \end{aligned}$$

Con el procedimiento anterior los términos advectivos y difusivos se pueden expresar en términos de los valores de la variable dependiente sobre los nodos de la malla desplazada, obteniéndose la ecuación discretizada. Sin embargo conviene aclarar, que en un problema dado los valores de las variables normalizadas pueden estar en diferentes intervalos en diferentes regiones del flujo. En forma compacta la ecuación general discreta para la ecuación de momento-X esta dada por:

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^U \right) U_p = \sum a_{nb}^U U_{nb} + (P_p - P_E) \Delta Y \Delta Z + b^U \quad (3.12)$$

donde el término $\sum a_{nb}^U U_{nb} = a_E^U U_E + a_W^U U_W + a_N^U U_N + a_S^U U_S + a_T^U U_T + a_B^U U_B$ denota todas las contribuciones advectivas y difusivas de los nodos vecinos. Los coeficientes a_p^U y a_{nb}^U dependen del tamaño de la malla y de la solución de las variables U, V y W en el paso de tiempo anterior. El término b^U incluye al término de flotación y al valor de la variable U_p en el paso de tiempo anterior.

El mismo procedimiento se aplica a las componentes Y y Z de la ecuación de momento, obteniendo las ecuaciones generales discretas dadas por:

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^V \right) V_p = \sum a_{nb}^V V_{nb} + (P_p - P_N) \Delta X \Delta Z \quad (3.13)$$

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^W \right) W_p = \sum a_{nb}^W W_{nb} + (P_p - P_T) \Delta X \Delta Y + b^W \quad (3.14)$$

Para implementar las condiciones de frontera, la malla se colocó de tal forma que las fronteras pasen a través de los puntos de la velocidad. Sin embargo el uso de la malla desplazada hace necesario realizar una interpolación de alguna componente de la velocidad. Para ejemplificar lo anterior se considerará la pared caliente, en donde $U_w = V_w = W_w = 0$ ya que es una pared sólida sin movimiento, pero los nodos de las componentes V y W no se encuentran sobre la pared por lo que una interpolación se vuelve necesaria, la forma típica es de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V_w = 0 &= 0.5(V_W + V_P) \quad \text{ó} \quad V_W = -V_P \\ W_w = 0 &= 0.5(W_W + W_P) \quad \text{ó} \quad W_W = -W_P \end{aligned} \quad (3.15)$$

El procedimiento anterior se repite para el resto de las paredes de la cavidad, considerando la colocación de los nodos de la malla.

Finalmente integramos la ecuación adimensional de la energía:

$$\begin{aligned}
 & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial\theta}{\partial\tau} dX dY dZ + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} dX dY dZ d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} dX dY dZ d\tau + \\
 & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial(W\theta)}{\partial Z} dX dY dZ d\tau = \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial\theta}{\partial X} \right) dX dY dZ d\tau + \quad (3.16) \\
 & \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial\theta}{\partial Y} \right) dX dY dZ d\tau + \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial\theta}{\partial Z} \right) dX dY dZ d\tau
 \end{aligned}$$

De donde se obtiene la siguiente ecuación discreta:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(\theta_P - \theta_P^0)}{\Delta\tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + [(U\theta)_e - (U\theta)_w] \Delta Y \Delta Z + [(V\theta)_n - (V\theta)_s] \Delta X \Delta Z + \\
 & [(W\theta)_t - (W\theta)_b] \Delta X \Delta Y = \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial X} \right)_e - \left(\frac{\partial\theta}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y \Delta Z + \quad (3.17) \\
 & \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial Y} \right)_n - \left(\frac{\partial\theta}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \Delta Z + \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial Z} \right)_t - \left(\frac{\partial\theta}{\partial Z} \right)_b \right] \Delta X \Delta Y
 \end{aligned}$$

Al igual que en las ecuaciones de momento utilizamos las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 F_e &= (\Delta Y \Delta Z) U_P, \quad F_w = (\Delta Y \Delta Z) U_W, \quad F_n = (\Delta X \Delta Z) U_P, \quad F_s = (\Delta X \Delta Z) U_S \\
 F_t &= (\Delta X \Delta Y) U_P, \quad F_b = (\Delta X \Delta Y) U_B
 \end{aligned}$$

y la ecuación (3.17) queda ahora de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(\theta_P - \theta_P^0)}{\Delta\tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + (F\theta)_e - (F\theta)_w + (F\theta)_n - (F\theta)_s + \\
 & (F\theta)_t - (F\theta)_b = \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial X} \right)_e - \left(\frac{\partial\theta}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y \Delta Z + \quad (3.18) \\
 & \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial Y} \right)_n - \left(\frac{\partial\theta}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \Delta Z + \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial Z} \right)_t - \left(\frac{\partial\theta}{\partial Z} \right)_b \right] \Delta X \Delta Y
 \end{aligned}$$

Los términos difusivos se aproximan con diferencias centradas y además se definen los siguientes términos:

$$\begin{aligned}
 D_e &= \frac{\Delta Y \Delta Z}{\Delta X} \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}}, \quad D_w = \frac{\Delta Y \Delta Z}{\Delta X} \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}}, \quad D_n = \frac{\Delta X \Delta Z}{\Delta Y} \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}} \\
 D_s &= \frac{\Delta X \Delta Z}{\Delta Y} \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}}, \quad D_t = \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta Z} \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}}, \quad D_b = \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta Z} \frac{1}{(\text{Pr Ra})^{1/2}}
 \end{aligned}$$

Al sustituir en la ecuación (3.18) se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \frac{(\theta_p - \theta_p^0)}{\Delta \tau} (\Delta X \Delta Y \Delta Z) + (F\theta)_e - (F\theta)_w + (F\theta)_n - (F\theta)_s + \\ & (F\theta)_t - (F\theta)_b = D_e(\theta_E - \theta_p) - D_w(\theta_p - \theta_w) + D_n(\theta_N - \theta_p) - \\ & D_s(\theta_p - \theta_s) + D_t(\theta_T - \theta_p) - D_b(\theta_p - \theta_B) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Aplicando el esquema SMART para interpolar a las temperaturas sobre las caras del volumen de control, obtenemos la ecuación general discreta:

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^\theta \right) \theta_p = \sum a_{nb}^\theta \theta_{nb} + b^\theta \quad (3.20)$$

el término b^θ incluye al valor de la variable θ_p en el paso de tiempo anterior. El valor de la temperatura sobre el nodo adyacente a la pared caliente se obtiene de la siguiente manera:

$$\theta_w = 1 = 0.5(\theta_w + \theta_p) \quad \text{ó} \quad \theta_w = 2 - \theta_p \quad (3.21)$$

Para las paredes adiabáticas:

$$\pm D_l (\phi_l - \phi_p) = 0 \quad (3.22)$$

en donde el subíndice l corresponde a la cara del volumen de control en contacto con alguna de las cuatro paredes adiabáticas.

3.3 Algoritmo de solución.

El acrónimo SIMPLEC significa método semi-implícito consistente para ecuaciones acopladas con la presión. El algoritmo SIMPLEC es una variante del algoritmo SIMPLE [52] y es esencialmente un procedimiento para estimar-correrir la presión, sobre una malla desplazada.

Para iniciar el proceso iterativo SIMPLEC, en la formulación transitoria se utiliza el campo de presión (P^*) dado por la condición inicial. Las ecuaciones discretizadas de momento (3.12), (3.13) y (3.14) se resuelven para obtener valores aproximados U^* , V^* y W^* de U , V y W que no satisfacen la ecuación de continuidad, en forma matemática:

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^U \right) U_p^* = \sum a_{nb}^U U_{nb}^* + (P_p^* - P_E^*) \Delta Y \Delta Z + b^U \quad (3.23)$$

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^V \right) V_p^* = \sum a_{nb}^V V_{nb}^* + (P_p^* - P_N^*) \Delta X \Delta Z \quad (3.24)$$

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^W \right) W_p^* = \sum a_{nb}^W W_{nb}^* + (P_p^* - P_T^*) \Delta X \Delta Y + b^W \quad (3.25)$$

Ahora definimos la corrección de la presión (P^C), como la diferencia entre el campo correcto de la presión (P) y el campo estimado de la presión (P^*), por lo que:

$$P = P^* + P^C \quad (3.26)$$

En forma similar definimos a las correcciones de las velocidades U^C , V^C y W^C , para relacionar a las velocidades correctas con las velocidades estimadas U^* , V^* y W^* , entonces:

$$U = U^* + U^C \quad (3.27)$$

$$V = V^* + V^C \quad (3.28)$$

$$W = W^* + W^C \quad (3.29)$$

La sustitución del campo correcto de presión (P) en las ecuaciones de momento proporciona el campo correcto de velocidad (U , V , W). Las ecuaciones discretizadas de momento (3.12), (3.13) y (3.14) vinculan al campo correcto de velocidad con el campo correcto de presión.

Para obtener las ecuaciones para la corrección de las velocidades U^C , V^C y W^C , a la ecuación (3.12) se le resta la ecuación (3.23), obteniendo:

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^U \right) U_p^C = \sum a_{nb}^U U_{nb}^C + (P_p^C - P_E^C) \Delta Y \Delta Z \quad (3.30)$$

a la ecuación (3.13) se le resta la ecuación (3.24) para obtener la ecuación correspondiente a V^C , esto es:

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^V \right) V_p^C = \sum a_{nb}^V V_{nb}^C + (P_p^C - P_N^C) \Delta X \Delta Z \quad (3.31)$$

finalmente a la ecuación (3.14) se le resta la ecuación (3.25) para obtener la ecuación correspondiente a W^C , esto es:

$$\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_p^W \right) W_p^C = \sum a_{nb}^W W_{nb}^C + (P_p^C - P_T^C) \Delta X \Delta Y \quad (3.32)$$

En este punto el algoritmo introduce una aproximación, las ecuaciones (3.30)-(3.32) son simplificadas para que las ecuaciones de corrección de la velocidad no involucren a los valores de la variable en los nodos vecinos (primer sumando del lado derecho de la igualdad). Esta aproximación es la principal simplificación del algoritmo SIMPLEC. Se obtienen las siguientes expresiones:

$$U_p^C = d_p^U (P_p^C - P_E^C) \quad (3.33)$$

$$V_P^C = d_P^V (P_P^C - P_N^C) \quad (3.34)$$

$$W_P^C = d_P^W (P_P^C - P_T^C) \quad (3.35)$$

$$U_W^C = d_W^U (P_W^C - P_P^C) \quad (3.36)$$

$$V_S^C = d_S^V (P_S^C - P_P^C) \quad (3.37)$$

$$W_B^C = d_B^W (P_P^C - P_P^C) \quad (3.38)$$

donde:

$$d_P^U = \frac{\Delta Y \Delta Z}{\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_P^U \right) - \sum a_{nb}^U}$$

$$d_P^V = \frac{\Delta X \Delta Z}{\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_P^V \right) - \sum a_{nb}^V}$$

$$d_P^W = \frac{\Delta X \Delta Y}{\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_P^W \right) - \sum a_{nb}^W}$$

$$d_W^U = \frac{\Delta Y \Delta Z}{\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_P^U \right) - \sum a_{nb}^U}$$

$$d_S^V = \frac{\Delta X \Delta Z}{\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_P^V \right) - \sum a_{nb}^V}$$

$$d_B^W = \frac{\Delta X \Delta Y}{\left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} + a_P^W \right) - \sum a_{nb}^W}$$

Las ecuaciones (3.33)-(3.38) describen las correcciones que serán aplicadas a través de las fórmulas (3.27)-(3.29).

Sustituyendo: $U_P = U_P^* + U_P^C$, $U_I = U_I^* + U_I^C$, $V_P = V_P^* + V_P^C$, $V_A = V_A^* + V_A^C$, $W_P = W_P^* + W_P^C$ y $W_B = W_B^* + W_B^C$ en la ecuación discreta de continuidad y utilizando las ecuaciones (3.33)-(3.38), se obtiene:

$$a_P^P P_P^C = \sum a_{nb}^P P_{nb}^C \quad (3.39)$$

donde:

$$\begin{aligned} a_P^P &= \Delta Y \Delta Z d_P^U + \Delta Y \Delta Z d_W^U + \Delta X \Delta Z d_P^V + \Delta X \Delta Z d_S^V + \Delta X \Delta Y d_P^W + \Delta X \Delta Y d_B^W \\ \sum a_{nb}^P P_{nb}^C &= (\Delta Y \Delta Z) d_P^U P_E^C + (\Delta Y \Delta Z) d_W^U P_W^C + (\Delta X \Delta Z) d_P^V P_N^C + (\Delta X \Delta Z) d_S^V P_S^C + \\ &\quad + (\Delta X \Delta Y) d_P^W P_T^C + (\Delta X \Delta Y) d_B^W P_B^C \\ b^P &= \Delta Y \Delta Z (U_W^* - U_P^*) + \Delta X \Delta Z (V_S^* - V_P^*) + \Delta X \Delta Y (W_B^* - W_P^*) \end{aligned}$$

La ecuación (3.39) representa a la ecuación discretizada de continuidad como una ecuación para la corrección de la presión (P^C). El término fuente b^P en la ecuación (3.39) es el residual de la ecuación de continuidad que se origina debido al campo incorrecto de velocidades (U^* , V^* y W^*). Al resolver la ecuación (3.39), se obtiene el campo de corrección de la presión (P^C) en todos los puntos del dominio computacional. Una vez que se obtiene el campo de corrección de la presión, se calcula el campo correcto de la presión utilizando la fórmula (3.26) y las componentes correctas de la velocidad a través de las fórmulas de corrección de las velocidades. La simplificación realizada para obtener las ecuaciones de corrección de las velocidades, no afecta a la solución final debido a que los campos de corrección de la presión y de las velocidades, serán iguales a cero cuando la solución converja ($P^*=P$, $U^*=U$, $V^*=V$ y $W^*=W$).

La ecuación de corrección de la presión es susceptible a la divergencia a menos que se utilice bajo relajación durante el proceso iterativo y se obtenga una nueva presión mejorada con la ecuación:

$$P^{nueva} = P^* + \alpha_p P^C \quad (3.40)$$

donde α_p es el factor de bajo relajación.

Las velocidades también son bajo relajadas. Las componentes de la velocidad mejoradas iterativamente se obtienen con las siguientes ecuaciones:

$$U^{nuevo} = \alpha_U U + (1 - \alpha_U) U^{(n-1)} \quad (3.41)$$

$$V^{nuevo} = \alpha_V V + (1 - \alpha_V) V^{(n-1)} \quad (3.42)$$

$$W^{nuevo} = \alpha_W W + (1 - \alpha_W) W^{(n-1)} \quad (3.43)$$

donde α_U , α_V y α_W son los factores de bajo relajación, con valores entre 0 y 1, U , V y W son las componentes de la velocidad corregidas sin relajación y $U^{(n-1)}$, $V^{(n-1)}$ y $W^{(n-1)}$ representan los valores de U , V y W obtenidos en la iteración anterior.

El algoritmo SIMPLEC completo se muestra en la Figura 3.3 y se puede resumir de la siguiente manera:

1. Se establece la condición inicial de U , V , W , P y θ .
2. Se obtiene la solución aproximada del campo de velocidad, resolviendo las ecuaciones de momento a partir de un campo de presión supuesto.
3. Se calcula la corrección de presión resolviendo la ecuación 3.39.
4. Se obtiene la corrección de las velocidades con las ecuaciones 3.33-3.38.
5. Se determinan los valores de P , U , V y W con las ecuaciones 3.26-3.29.
6. Se calcula el balance radiativo para establecer las condiciones de frontera en las paredes adiabáticas.
7. Se resuelve la ecuación de energía para determinar los valores de θ y se verifica la convergencia en cada paso de tiempo, en caso de no satisfacerse el

criterio de convergencia entonces se actualizan los valores para repetir todos los pasos nuevamente.

8. Alcanzada la convergencia al estado permanente (o un tiempo máximo) se determina el valor del número de Nusselt total a partir del campo de temperatura y del flujo radiativo neto en la pared caliente.

La solución de los sistemas de ecuaciones algebraicas, en los pasos 2,3, y 7, se llevará a cabo con el algoritmo SIP (Strong Implicit Procedure) [53].

Para llevar a cabo el balance radiativo y obtener los valores de los flujos radiativos netos en las paredes de la cavidad, se resuelven las ecuaciones de la radiación, utilizando un método iterativo de aproximaciones sucesivas. El diagrama de flujo del algoritmo utilizado para llevar a cabo el balance radiativo se muestra en la Figura 3.4.

El algoritmo de solución se implementó en un programa de computadora utilizando el lenguaje de programación Fortran 95. Las plataformas utilizadas en las simulaciones numéricas fueron estaciones de trabajo DEC alpha XP 1000 y PC's Pentium IV de 2.0 GHz. Los tiempos de cómputo típicos en las simulaciones 3D fueron de 72 a 96 horas.

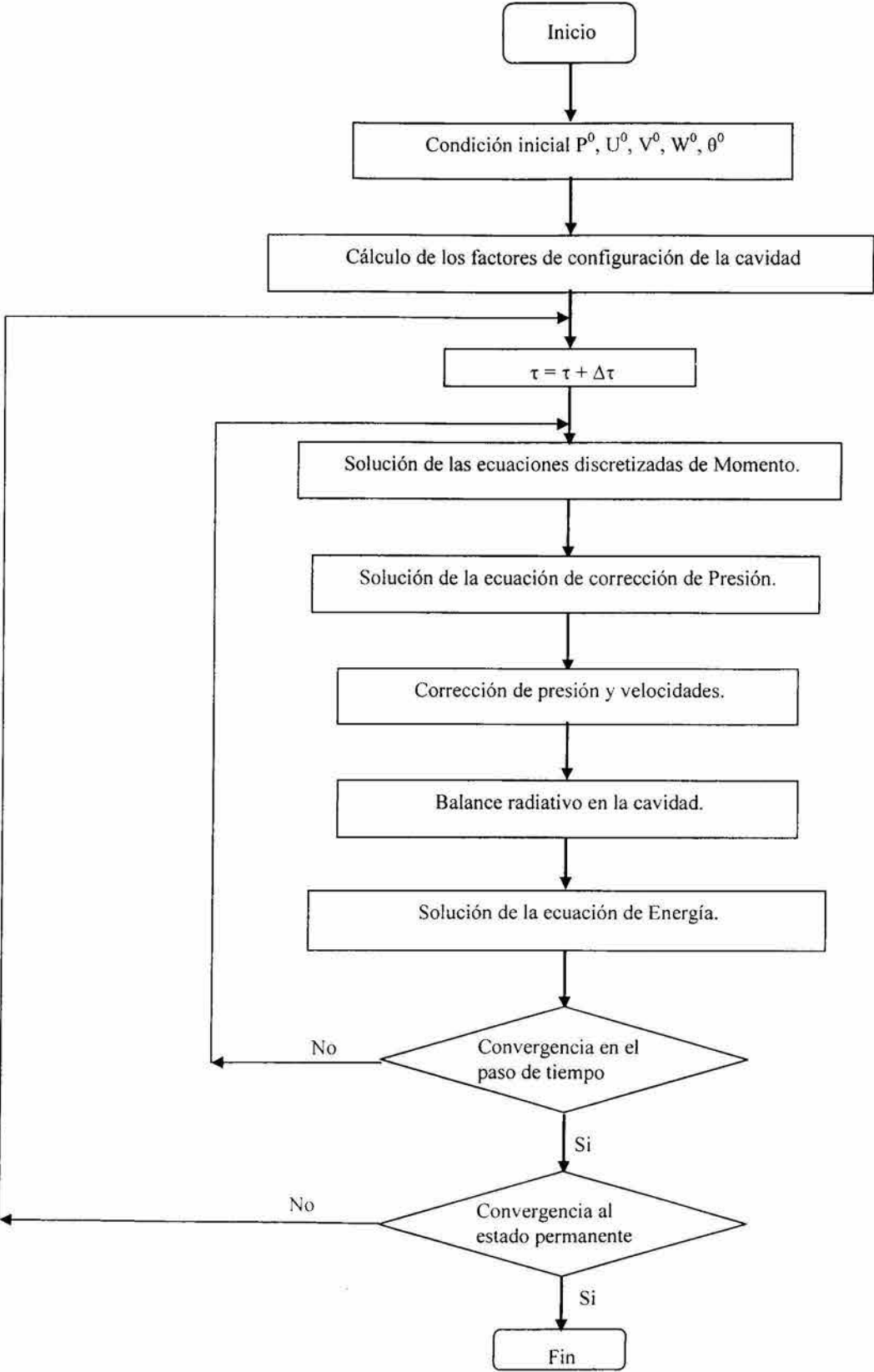


Figura 3.3 Diagrama de flujo del algoritmo de solución.

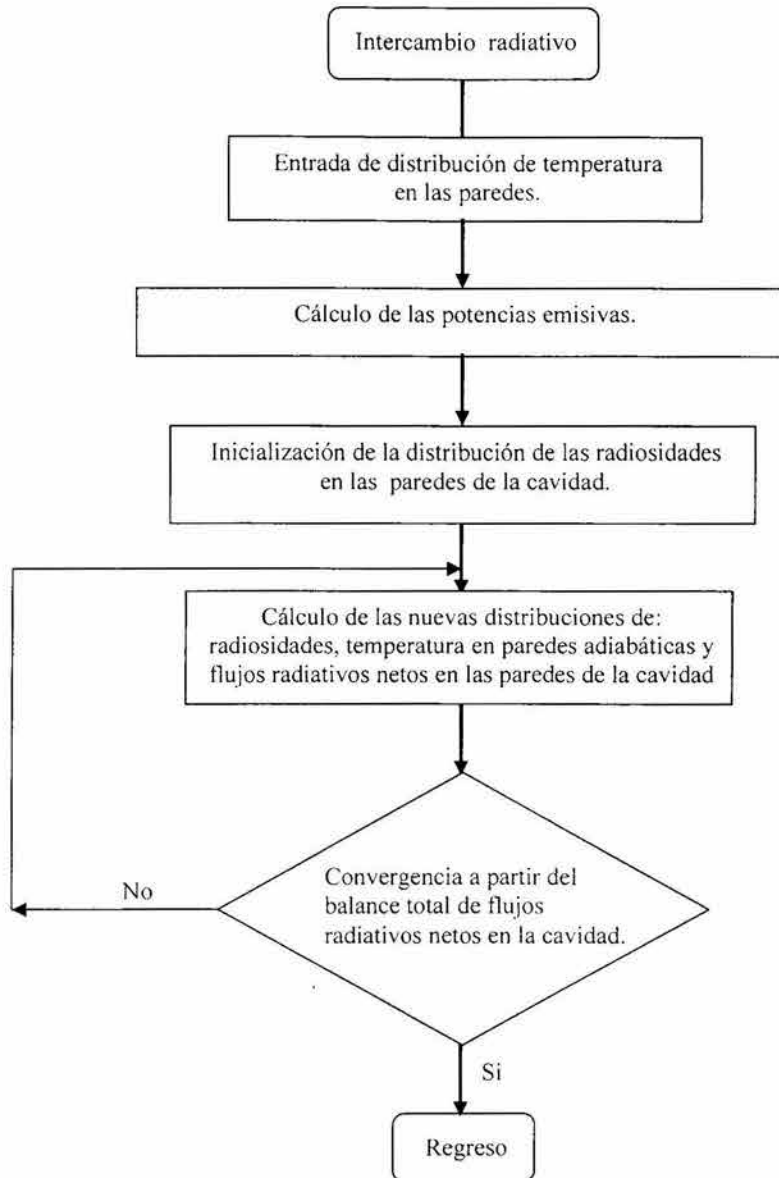


Figura 3.4 Diagrama de flujo del algoritmo de solución del intercambio radiativo.

Capítulo 4

Validación de la solución numérica

4.1 Introducción.

La solución de las ecuaciones algebraicas que aproximan a una ecuación diferencial parcial se considera convergente si la solución aproximada se acerca a la solución exacta de la ecuación diferencial parcial para cada valor de la variable independiente cuando el espaciamiento de la malla tiende a cero.

Para cierta clase de problemas la convergencia se puede establecer a través del teorema de equivalencia de Lax, el cual establece lo siguiente: "dado un problema de valor inicial lineal bien planteado y una aproximación en diferencias finitas al problema que satisface la condición de consistencia, la estabilidad es la condición necesaria y suficiente para la convergencia. La consistencia implica que el proceso de discretización puede ser invertido, a través de una expansión en serie de Taylor, para recuperar las ecuaciones gobernantes [54].

Aunque el teorema se expresa en términos de una aproximación en diferencias finitas es aplicable a cualquier proceso de discretización que produce incógnitas nodales, por ejemplo el método de elemento finito. El teorema de equivalencia de Lax es de gran importancia, debido a que es relativamente fácil mostrar la estabilidad de un algoritmo y su consistencia con las ecuaciones diferenciales parciales originales, mientras que es generalmente muy difícil mostrar la convergencia de su solución.

La gran mayoría de los problemas de flujo de fluidos son no lineales y son del tipo de condición de frontera o combinados (condición inicial y condiciones de frontera), por lo que el teorema de Lax no puede ser aplicado rigurosamente y de ser considerado como un teorema que proporciona condiciones necesarias pero no siempre suficientes. Sin embargo la aplicación del teorema de Lax es útil para excluir discretizaciones inconsistentes y algoritmos inestables en problemas de flujo de fluidos no lineales como el planteado en este estudio.

En la siguiente sección se lleva a cabo un análisis del efecto del espaciado de las mallas espacial (estudio de independencia de malla) sobre la solución de las ecuaciones gobernantes discretizadas, y en la sección 4.2 se presenta un estudio de estabilidad.

4.2 Estudio de independencia de malla.

La consistencia de un algoritmo numérico de solución está relacionada con el refinamiento de la malla utilizada en la discretización de las ecuaciones gobernantes. En este trabajo se estudió la influencia de la densidad de la malla en los siguientes problemas y condiciones:

- a) Convección natural con intercambio radiativo entre las paredes en una cavidad cuadrada abierta. Los valores de los parámetros utilizados para realizar los cálculos son los siguientes: ángulo de inclinación (ϕ) igual a 90° , número de Rayleigh (Ra) de 10^6 , número de Prandtl (Pr) de 0.71, una emisividad (ϵ) de 1.0 en las paredes y la abertura, y las siguientes temperaturas: $T_H=500$ K y $T_\infty=300$ K. El tamaño del paso de tiempo para estudiar el refinamiento de la malla temporal es $\Delta\tau=0.01$.
- b) Convección natural en una cavidad cúbica abierta. En este caso a los parámetros se les asignaron los siguientes valores: ángulo de inclinación (ϕ) igual a 90° , número de Rayleigh (Ra) de 10^6 , número de Prandtl (Pr) de 0.71. Al igual que en el inciso (a), el tamaño del paso de tiempo para estudiar el refinamiento de la malla temporal es $\Delta\tau=0.01$.

La Figura 4.1 muestra las distribuciones de los números locales de Nusselt convectivos y radiativos en la pared isotérmica, para diferentes mallas del problema bidimensional en el estado permanente. En la Tabla 4.1 se presentan los valores del número promedio de Nusselt para las distintas mallas y el porcentaje de diferencia. En la Figura 4.1a claramente se ve que al refinar la malla, las soluciones se van acercando más entre sí, al punto en donde la diferencia porcentual del \overline{Nu}_{tot} entre las soluciones de las mallas 70×70 y 80×80 es de solo el 0.5%. Se considera razonable escoger la malla de 80×80 ya que un refinamiento posterior dará diferencias porcentuales inferiores al 0.5%. Es conveniente destacar que el refinamiento de malla para la determinación del número de Nusselt convectivo es considerablemente mayor que para el cálculo del número de Nusselt radiativo, ya que en este último no se requiere de tal refinamiento, ver Figura 4.1b.

El efecto del refinamiento de malla sobre el perfil de la componente-X de la velocidad en la abertura, y sobre la componente-Y de la velocidad a lo largo de la línea $Y=0.5$, se muestra en la Figura 4.2. En ambos casos la malla de 80×80 resulta suficiente para describir al flujo. El análisis del efecto del refinamiento de la malla sobre la distribución del número de Nusselt local en la pared isotérmica, resulta ser suficiente para encontrar la malla adecuada para realizar los cálculos.

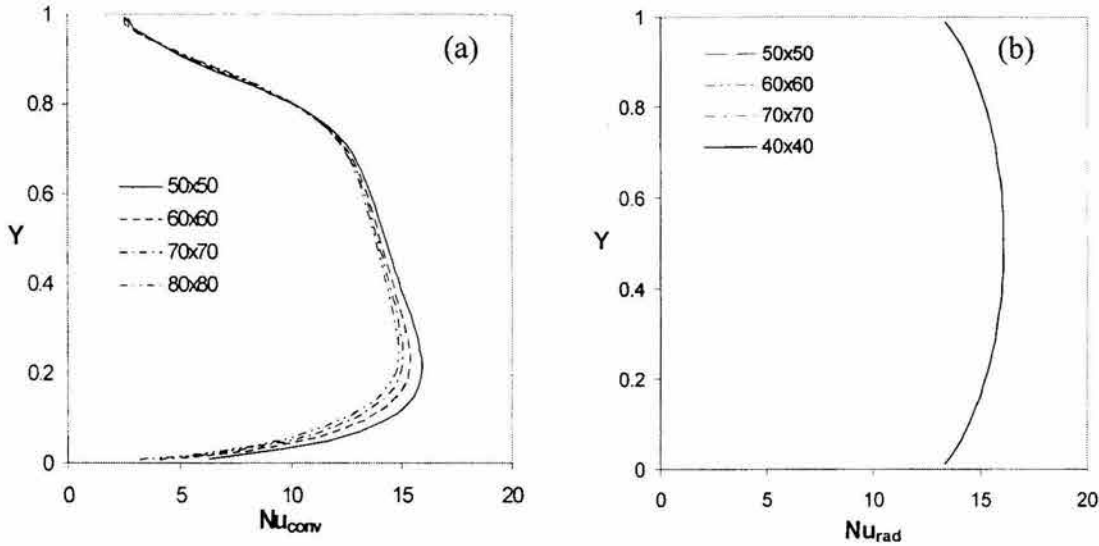


Figura 4.1 Distribuciones de los números locales de Nusselt en la pared isotérmica: (a) convectivos y (b) radiativos, para diferentes mallas en el problema bidimensional.

Tabla 4.1 Efecto del refinamiento de la malla sobre el Nusselt promedio convectivo, radiativo y total.

Malla	\overline{Nu}_{conv}	\overline{Nu}_{rad}	\overline{Nu}_{tot}	% diferencia en \overline{Nu}_{conv}	% diferencia en \overline{Nu}_{tot}
40x40	12.73	15.22	27.95		
50x50	12.21	15.22	27.43	4.08	1.89
60x60	11.94	15.22	27.16	2.21	0.97
70x70	11.72	15.22	26.94	1.84	0.81
80x80	11.58	15.22	26.80	1.19	0.5

El efecto del tamaño del paso de tiempo se presenta en la Figura 4.3, donde aparece la distribución del número local de Nusselt total en el estado permanente en el problema bidimensional, para los pasos de tiempo $\Delta\tau=0.01$ y $\Delta\tau=0.001$, utilizando una malla de 80×80 y un $Ra=10^6$, se aprecia que prácticamente no hay diferencia por lo que se seleccionó el paso de tiempo $\Delta\tau=0.01$ para realizar los cálculos. El paso de tiempo $\Delta\tau=0.1$ presentó problemas de estabilidad por lo que no se consideró como una opción apropiada para generar los resultados.

Para el caso de la cavidad cúbica, en la Figura 4.4 se presenta la distribución del número de Nusselt convectivo local en la pared isotérmica y el perfil de la componente-X de la velocidad en el plano de la abertura, ambos promediados lateralmente (dirección Y). En la Tabla 4.2 se tienen los valores del número promedio de Nusselt para las mallas estudiadas y el porcentaje de diferencia. Con base en los resultados obtenidos se determinó utilizar la malla de $60 \times 60 \times 60$ para realizar los cálculos.

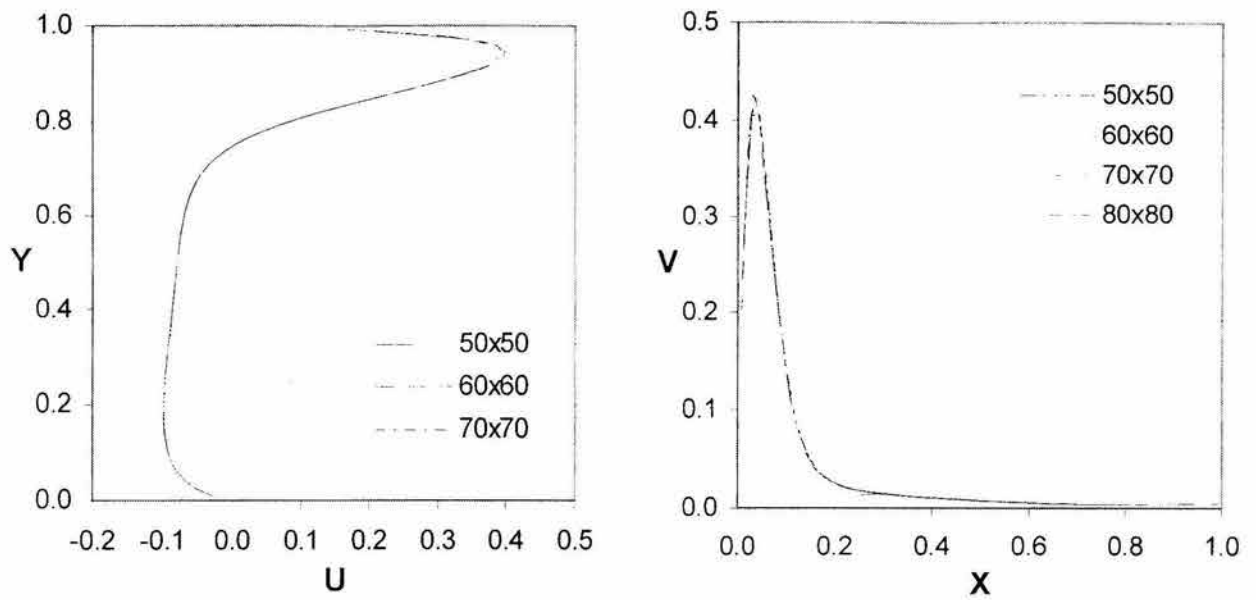


Figura 4.2 Perfiles de velocidad: (a) componente-X en la abertura y (b) componente-Y en la línea $Y=0.5$, para diferentes mallas en el problema bidimensional.

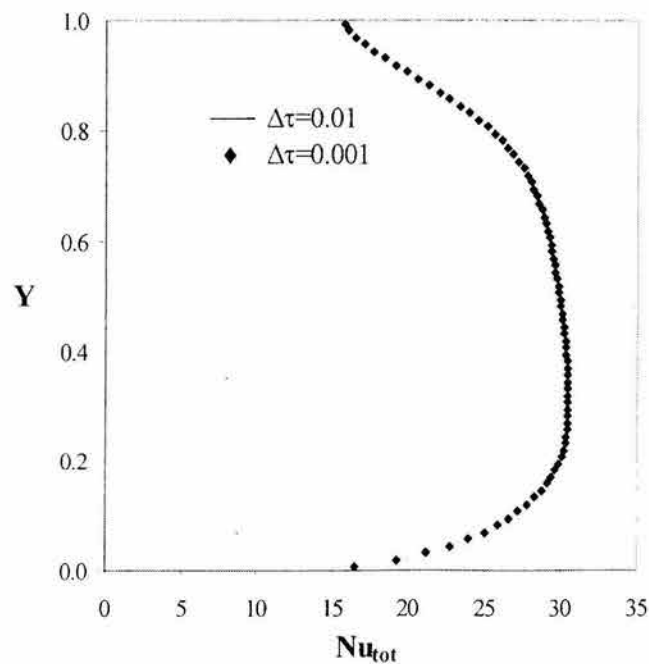


Figura 4.3 Efecto del tamaño del paso de tiempo sobre la distribución del número local de Nusselt total.

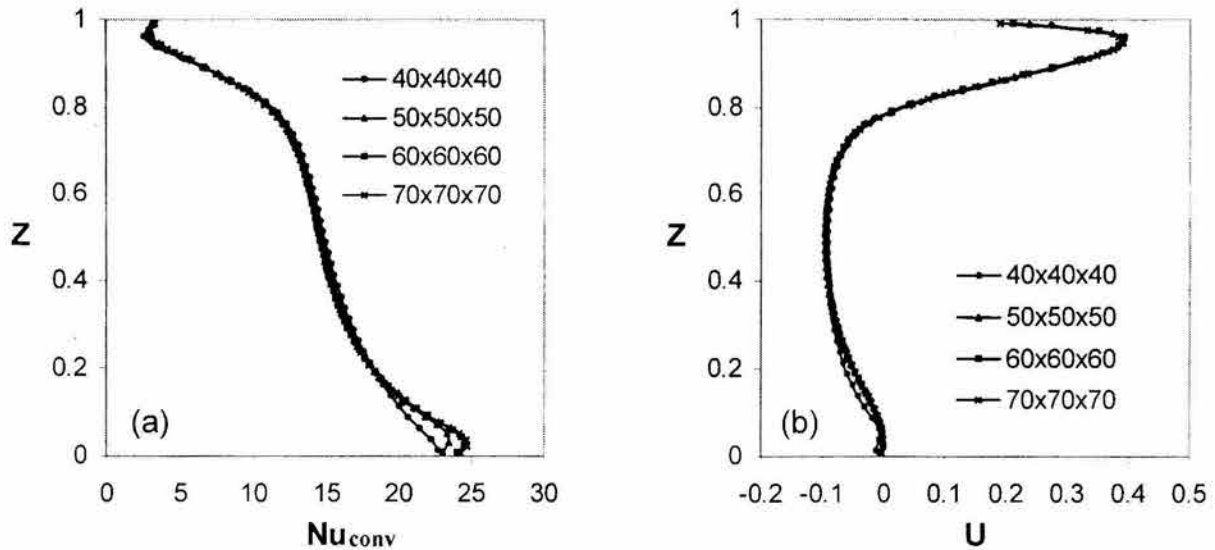


Figura 4.4 Distribuciones de (a) números de Nusselt convectivos locales en la pared caliente y (b) componente-X de la velocidad en el plano de la abertura, promediados lateralmente, para diferentes mallas en la cavidad cúbica abierta.

Tabla 4.2 Efecto del refinamiento de la malla sobre el número de Nusselt convectivo promedio en la cavidad cúbica abierta.

Malla	\bar{Nu}	% diferencia
40x40 x40	14.26	
50x50 x50	14.30	0.29
60x60 x60	14.34	0.28
70x70 x70	14.35	0.07

El análisis del tamaño del paso de tiempo se presenta en la Figura 4.5, donde se muestra la distribución del número local de Nusselt de la pared isotérmica, en el estado permanente en el problema tridimensional, para los pasos de tiempo $\Delta\tau=0.01$ y $\Delta\tau=0.001$, utilizando una malla de 60x60x60 y un $Ra=10^6$, se aprecia que prácticamente no hay diferencia por lo que se seleccionó el paso de tiempo $\Delta\tau=0.01$ para realizar los cálculos.

4.3 Estudio de estabilidad.

Se entiende por estabilidad de un algoritmo la tendencia que éste tiene de disminuir, conforme evoluciona el tiempo, cualquier perturbación o error que aparezca en el proceso de solución del sistema de ecuaciones algebraicas obtenido en la discretización de las ecuaciones diferenciales parciales.

El análisis de estabilidad de Von Neumann es el método mas utilizado para determinar los criterios de estabilidad ya que es generalmente más fácil de aplicar; en este método los errores se expanden en forma de una serie finita de Fourier y la

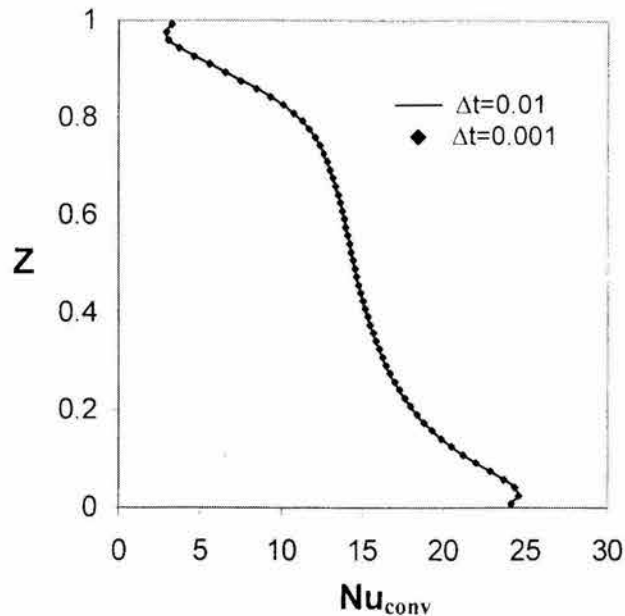


Figura 4.5 Efecto del tamaño del paso de tiempo sobre la distribución del número de Nusselt convectivo local de la pared isotérmica, promediado lateralmente (dirección Y).

estabilidad o inestabilidad del algoritmo computacional depende de si los componentes de la serie de Fourier disminuyen o se amplifican al ir pasando de un paso de tiempo a otro.

Desafortunadamente el método de Von Neumann, solo se puede utilizar para establecer condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad de problemas lineales de valor inicial con coeficientes constantes. En problemas prácticos que involucren coeficientes variables, no linealidades y condiciones de frontera complicadas, el método proporciona condiciones necesarias pero no siempre suficientes para la estabilidad.

Otro método para estudiar la estabilidad de un algoritmo computacional es el procedimiento heurístico; el cual consiste en introducir una perturbación en la condición inicial y observar el comportamiento de los nodos vecinos, si la perturbación no se difunde y no se incrementa en el tiempo, el algoritmo es estable, por el contrario, si la perturbación se difunde y se incrementa conforme el tiempo evoluciona, se dice que el algoritmo es inestable.

En este trabajo, debido a los resultados obtenidos por Alvarez [55] y Cabanillas [26], se decidió utilizar el método heurístico, introduciendo tres perturbaciones suficientemente grandes en la condición inicial de la temperatura adimensional ($\theta = 4.0$). Las Figuras 4.6 y 4.7 presentan secuencias a diferentes tiempos para observar la evolución del efecto de las perturbaciones introducidas en los problemas bidimensional y tridimensional. Se puede apreciar como las perturbaciones van disminuyendo hasta desaparecer, implicando con ello que ambos algoritmos son estables.

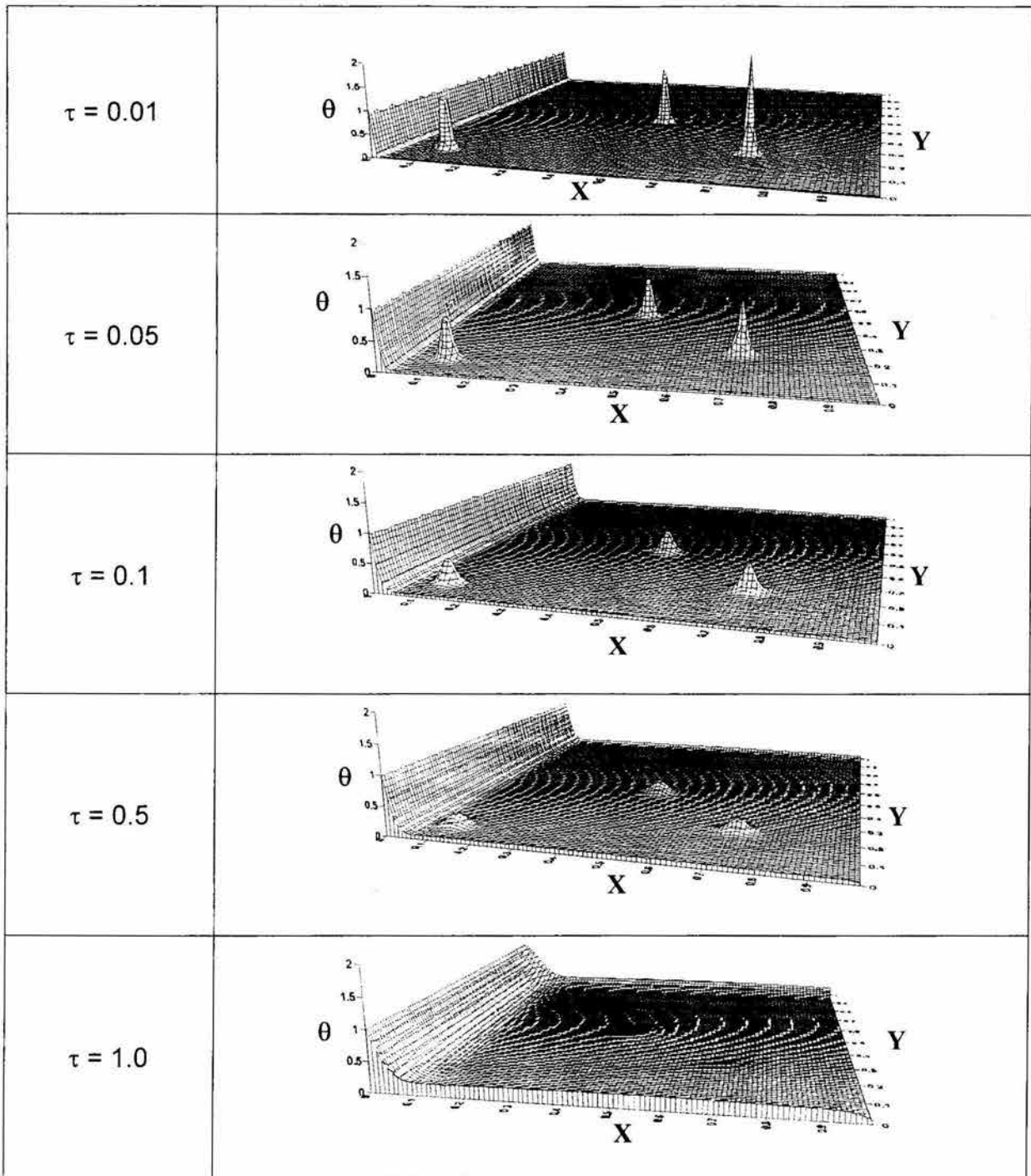


Figura 4.6 Evolución en el tiempo de las perturbaciones introducidas en la condición Inicial de la temperatura, en el problema bidimensional convectivo-radiativo.

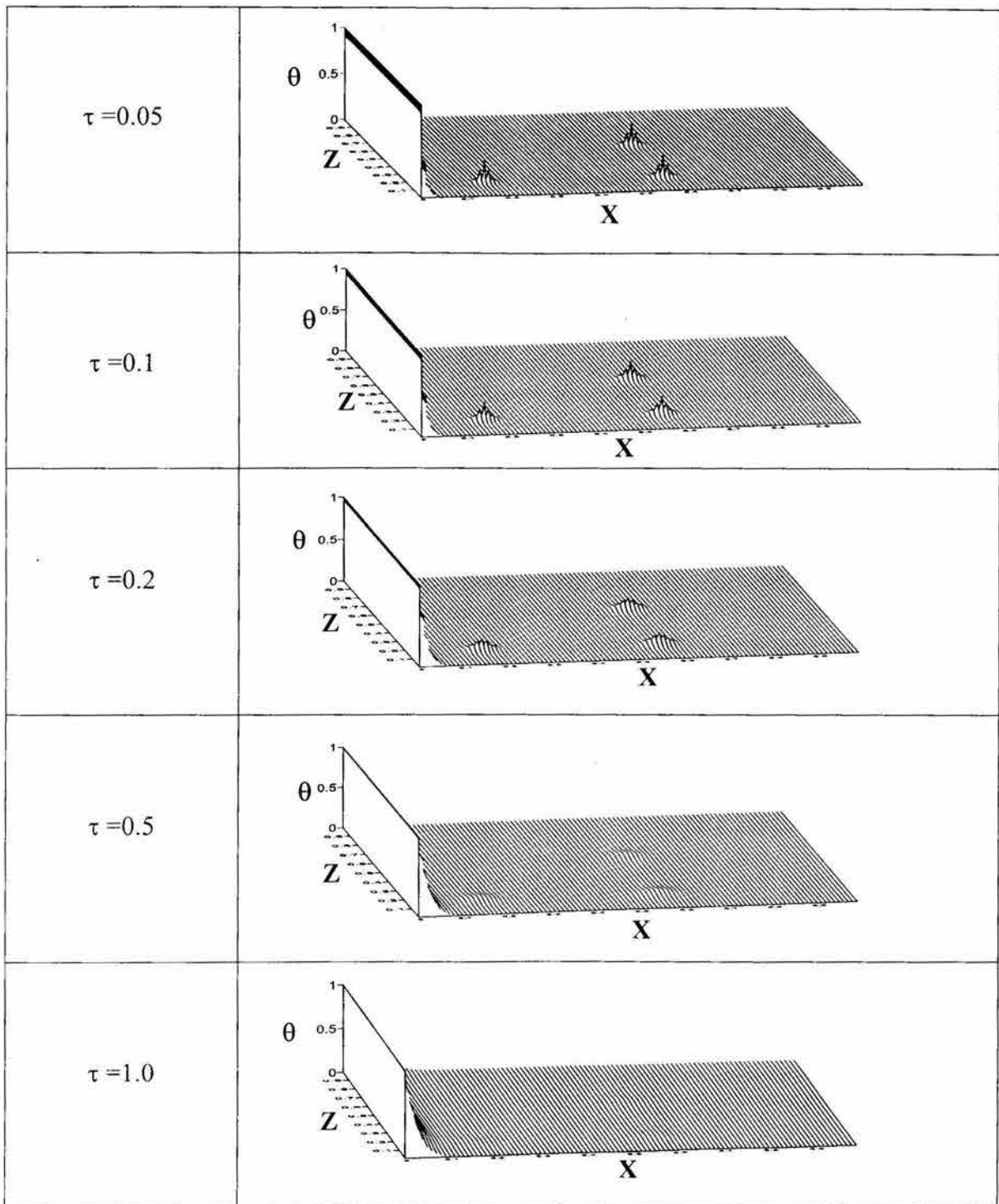


Figura 4.7 Evolución en el tiempo de las perturbaciones introducidas en la condición inicial de la temperatura, en el problema convectivo tridimensional (plano $Y=0.5$).

4.4 Reducción del Problema a Casos Publicados.

Como parte del proceso de validación del código numérico para el estudio de la transferencia de calor en una cavidad cúbica abierta, se resolvieron los siguientes problemas reportados en la literatura:

1. Convección natural en flujo laminar dentro de una cavidad cúbica cerrada.
2. Convección natural en una cavidad abierta bidimensional inclinada.
3. Convección natural en cavidad cuadrada cerrada considerando el intercambio radiativo entre las paredes.

4.4.1 Solución numérica de la convección natural en una cavidad cúbica cerrada.

El estudio se restringirá al flujo de aire en una cavidad cúbica como la que se muestra en la Figura 4.8. Se considerará que una de las paredes de la cavidad se encuentra a una temperatura alta y uniforme T_H , y que la pared opuesta se encuentra a una temperatura baja y uniforme T_C y que las paredes restantes son adiabáticas. Las suposiciones realizadas son las discutidas en la sección 2.1

A continuación se muestran los resultados obtenidos para un rango del número de Rayleigh entre 10^3 y 10^6 [56]. El número de nodos para realizar los cálculos fue de $62 \times 62 \times 62$ en una malla uniforme.

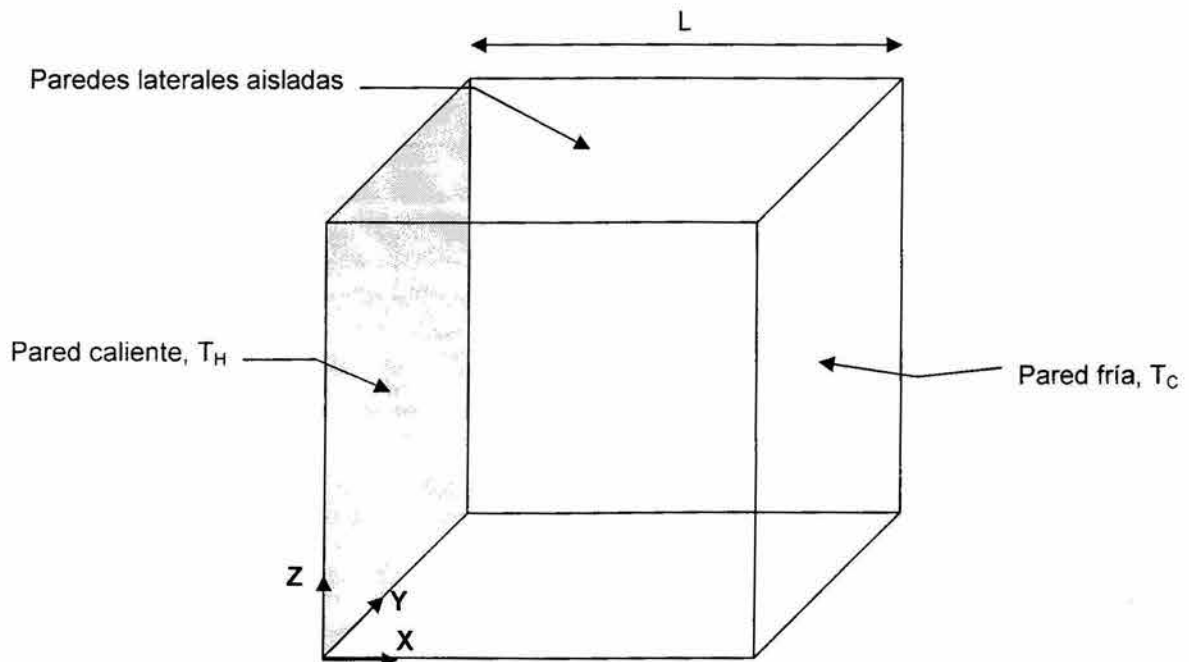


Figura 4.8 Cavidad cúbica cerrada con dos paredes isotérmicas.

En la Figura 4.9, se muestra el comportamiento de las isotermas para algunos valores del Rayleigh y para los planos: $Y=0.25$, 0.5 y 0.75 . Se aprecia que el patrón global de las isotermas es cualitativamente similar al obtenido en los flujos bidimensionales. Se observa que conforme se incrementa el número de Rayleigh se adelgaza la capa límite térmica y aparece una estratificación de la temperatura casi lineal en el interior de la cavidad para un Rayleigh de 10^6 .

En la Figura 4.10, se presentan curvas con isolíneas de la componente-X de la velocidad (U) para diferentes Rayleigh y para los planos: $Y=0.25$, 0.5 y 0.75 . Se aprecia que la componente-X de la velocidad se concentra en las regiones cercanas a las paredes horizontales ($Z=0$ y $Z=1$) y conforme se incrementa el número de Rayleigh se adelgaza la capa límite hidrodinámica adyacente a estas paredes.

En la Figura 4.11, se presentan curvas con isolíneas de la componente-Y de la velocidad (V) para diferentes Rayleigh y para los planos: $Y=0.25$, 0.5 y 0.75 . Se observa que en general los valores de esta componente de la velocidad son dos ordenes de magnitud menores que los de las otras dos componentes, llegando a ser prácticamente cero en el centro geométrico de la cavidad e incrementando su valor al acercarse a las paredes sólidas.

En la Figura 4.12, se presenta curvas con isolíneas de la componente-Z de la velocidad (W) para diferentes Rayleigh y para los planos: $Y=0.25$, 0.5 y 0.75 . Se observa la componente-Z de la velocidad se concentra en las regiones cercanas a las paredes verticales ($X=0$ y $X=1$) y conforme se incrementa el número de Rayleigh se adelgaza la capa límite hidrodinámica adyacente a estas paredes.

Para complementar el análisis, se realizó una comparación con los resultados bidimensionales. En las Figuras 4.13 y 4.14 se muestran las componentes de la velocidad en las direcciones X y Z, en el centro geométrico de la cavidad, se puede observar que la diferencia entre las soluciones tridimensional y bidimensional es pequeña, por lo que la simplificación bidimensional es una herramienta adecuada para este problema.

En la Tabla 4.3, se presenta una comparación de los resultados del Nusselt promedio en las paredes isotérmicas con los reportados por Fusegi et al. [57], entre paréntesis se muestran los valores correspondientes al problema bidimensional reportados por Vahl Davis y Jones [58]. En la Tabla 4.4 se muestran los valores en el plano de simetría $Y=0.5$ (entre paréntesis se indica el valor correspondiente al problema bidimensional), de los siguientes términos:

- a) Valor promedio del número de Nusselt.
- b) Magnitud y posición del número de Nusselt local máximo y mínimo en la pared caliente.
- c) Magnitud y posición de los valores máximos de las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el centro geométrico de la cavidad.

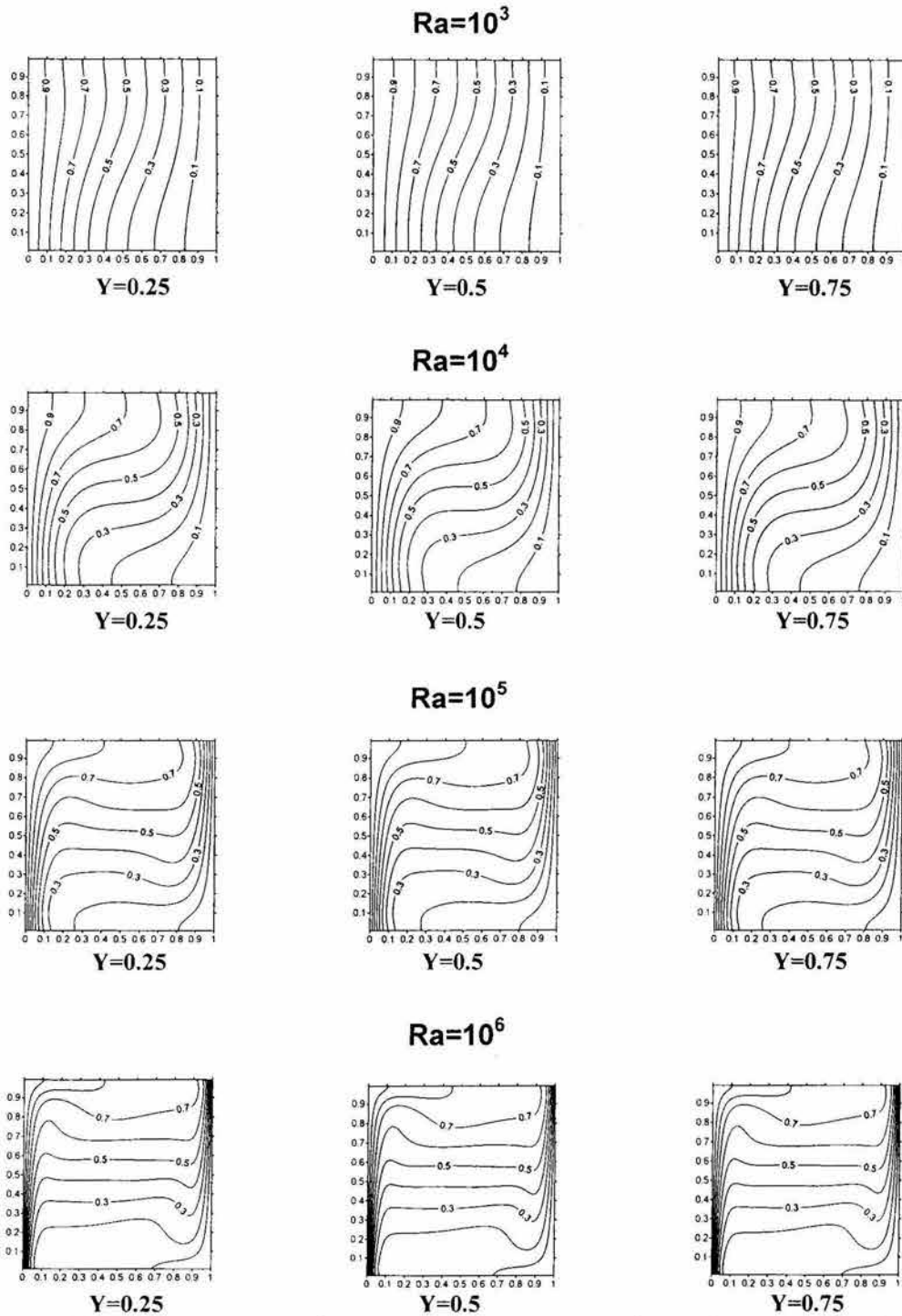


Figura 4.9 Comportamiento de las isotermas para varios valores del Rayleigh y diferentes planos de la cavidad.

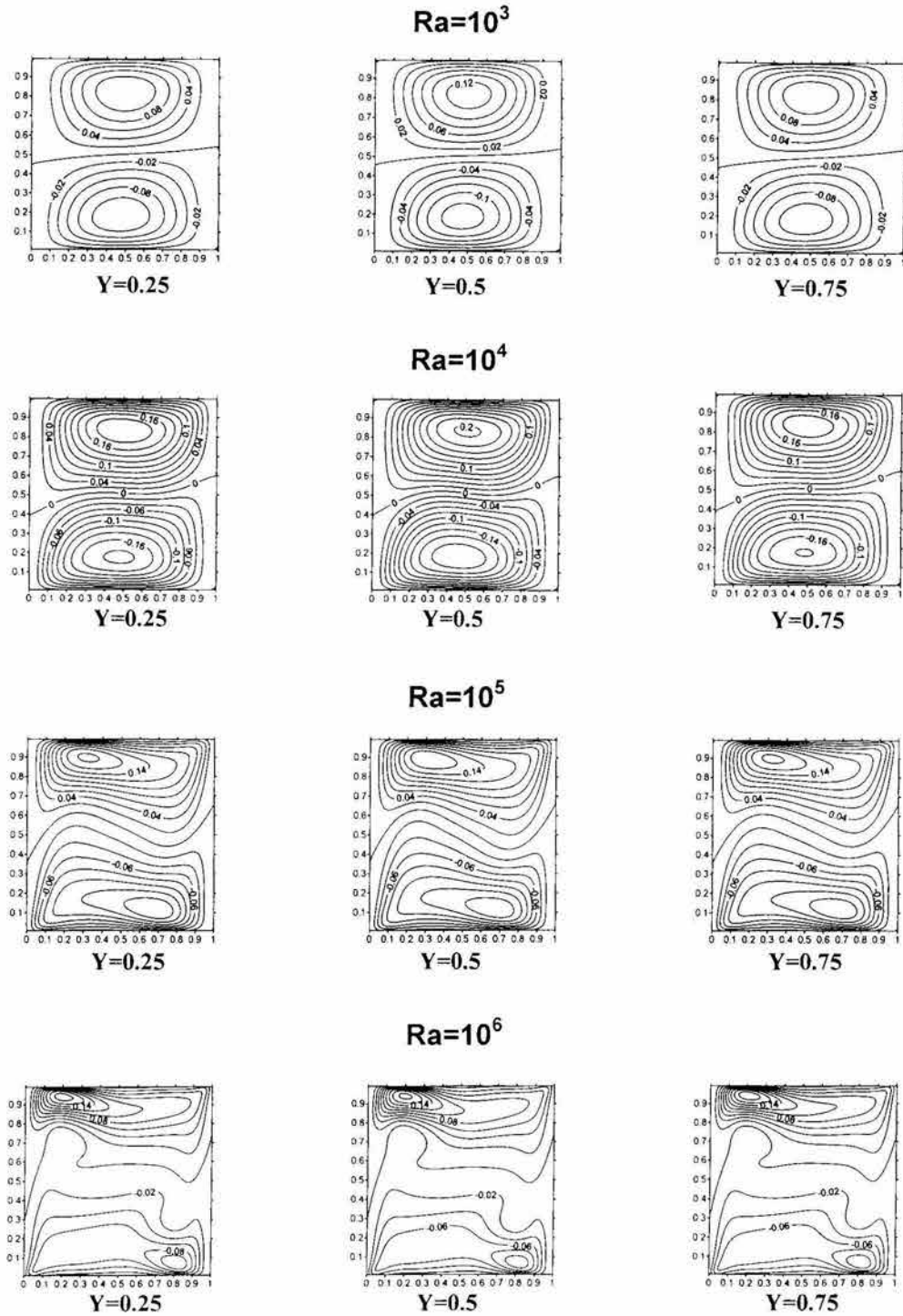


Figura 4.10 Comportamiento de las isolíneas de la componente-X de la velocidad (U) para algunos valores del Rayleigh y diferentes planos de la cavidad.

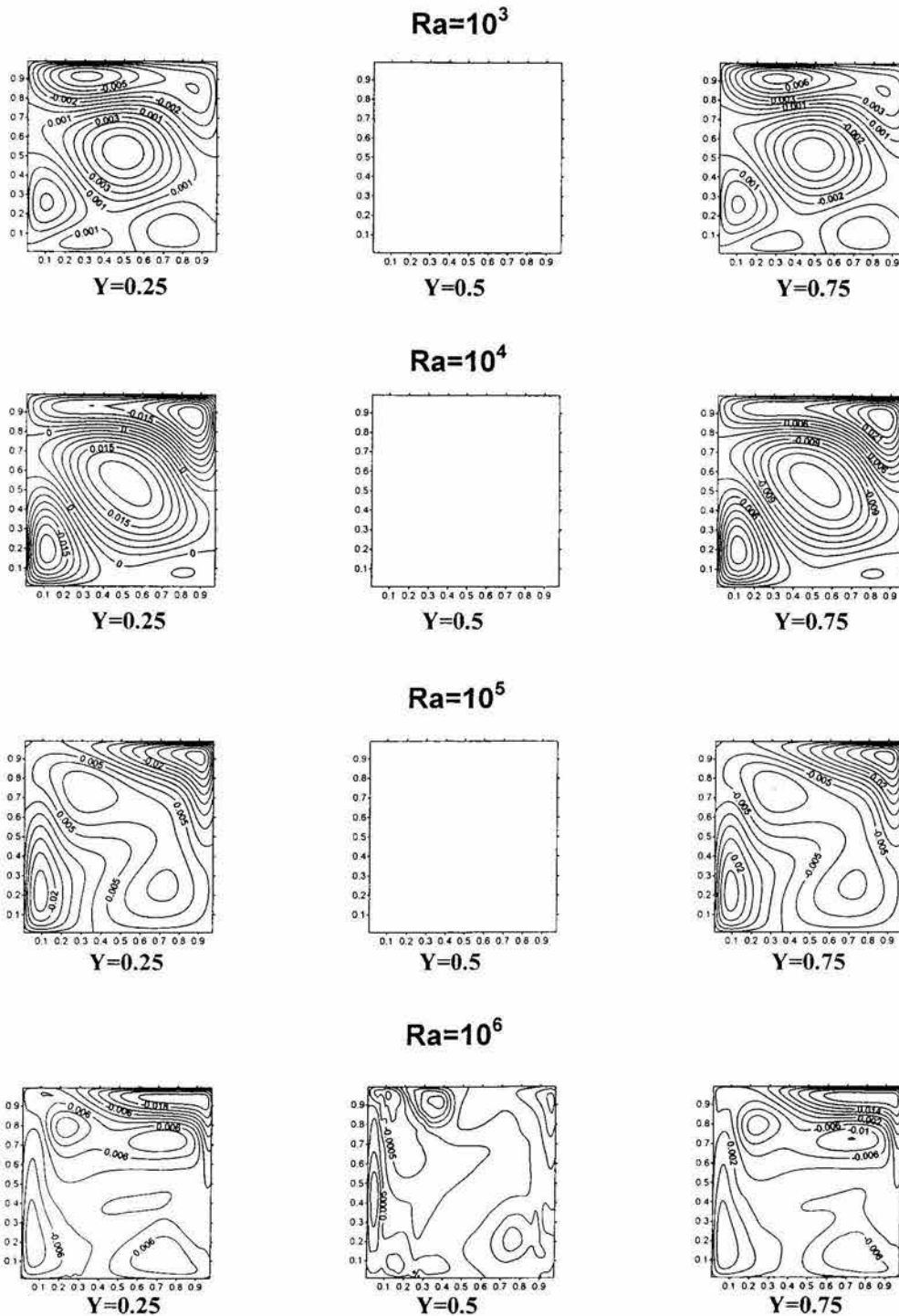


Figura 4.11 Comportamiento de las isolíneas de la componente-Y de la velocidad (V) para varios valores del Rayleigh y para diferentes planos de la cavidad.

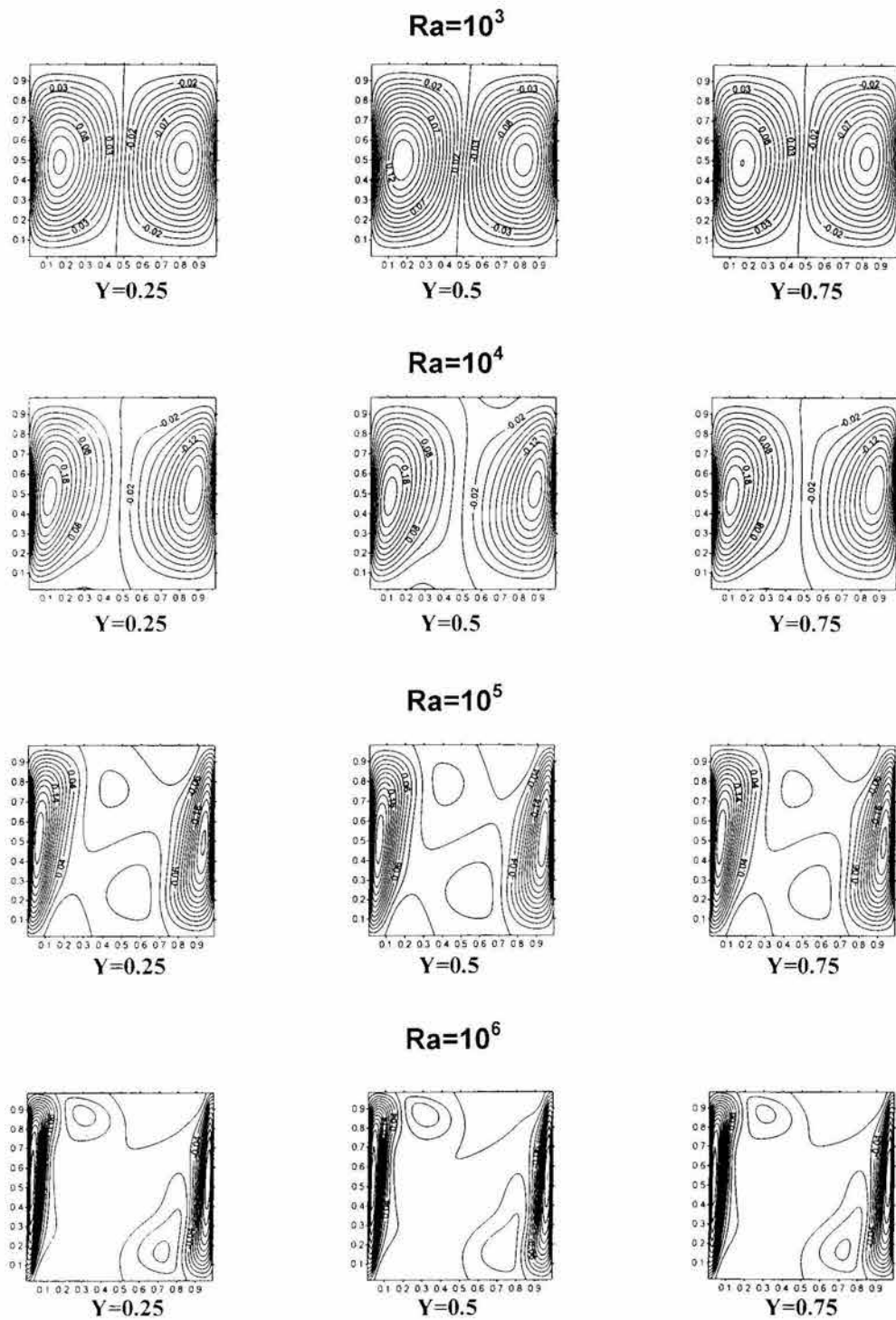


Figura 4.12 Comportamiento de las isóneas de la componente-Z de la velocidad (W) para varios valores del Rayleigh y para diferentes planos de la cavidad.

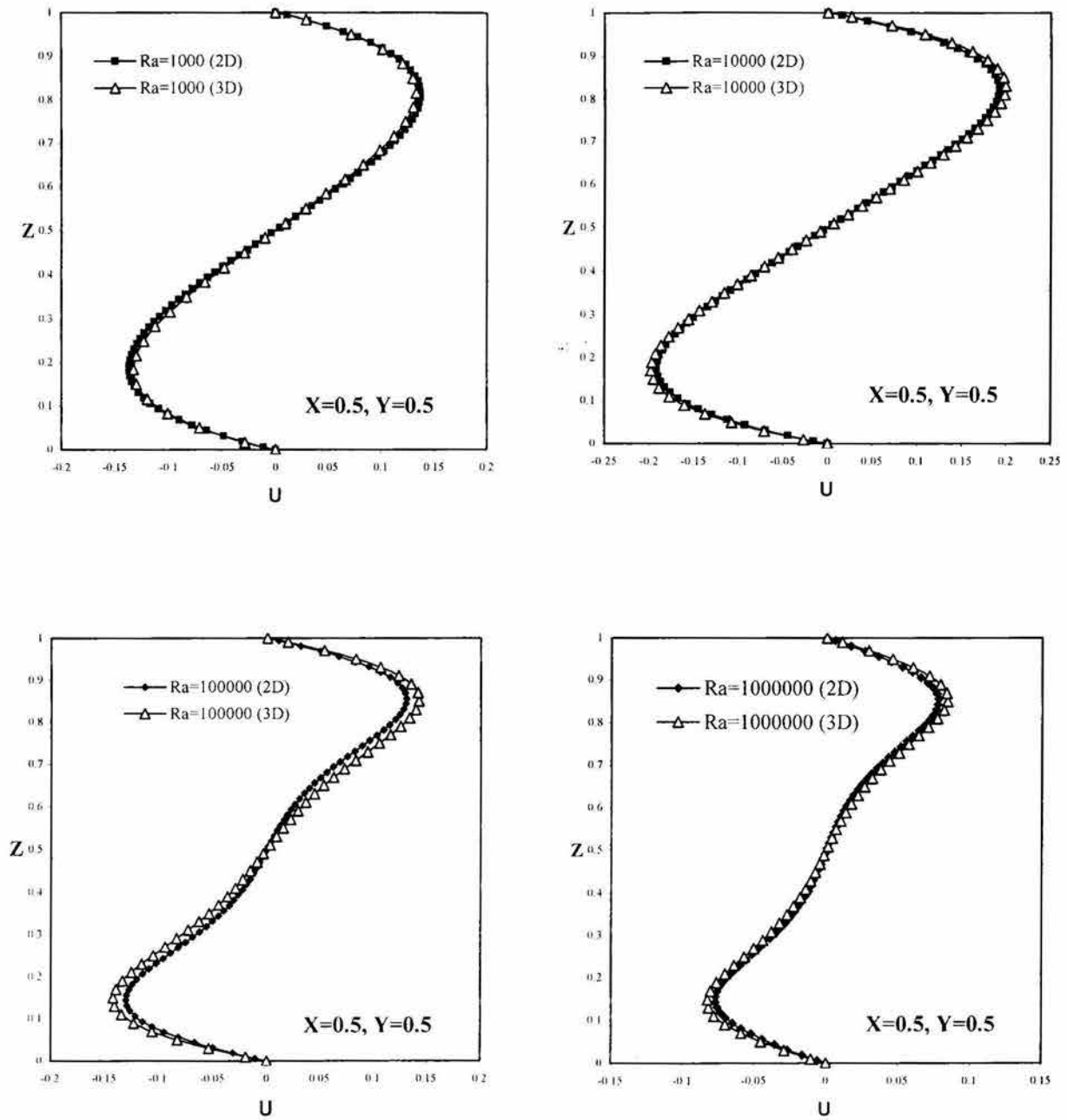


Figura 4.13 Distribución de la componente-X de la velocidad (U) en el centro geométrico ($X=0.5, Y=0.5$) de la cavidad para diferentes valores del número de Rayleigh.

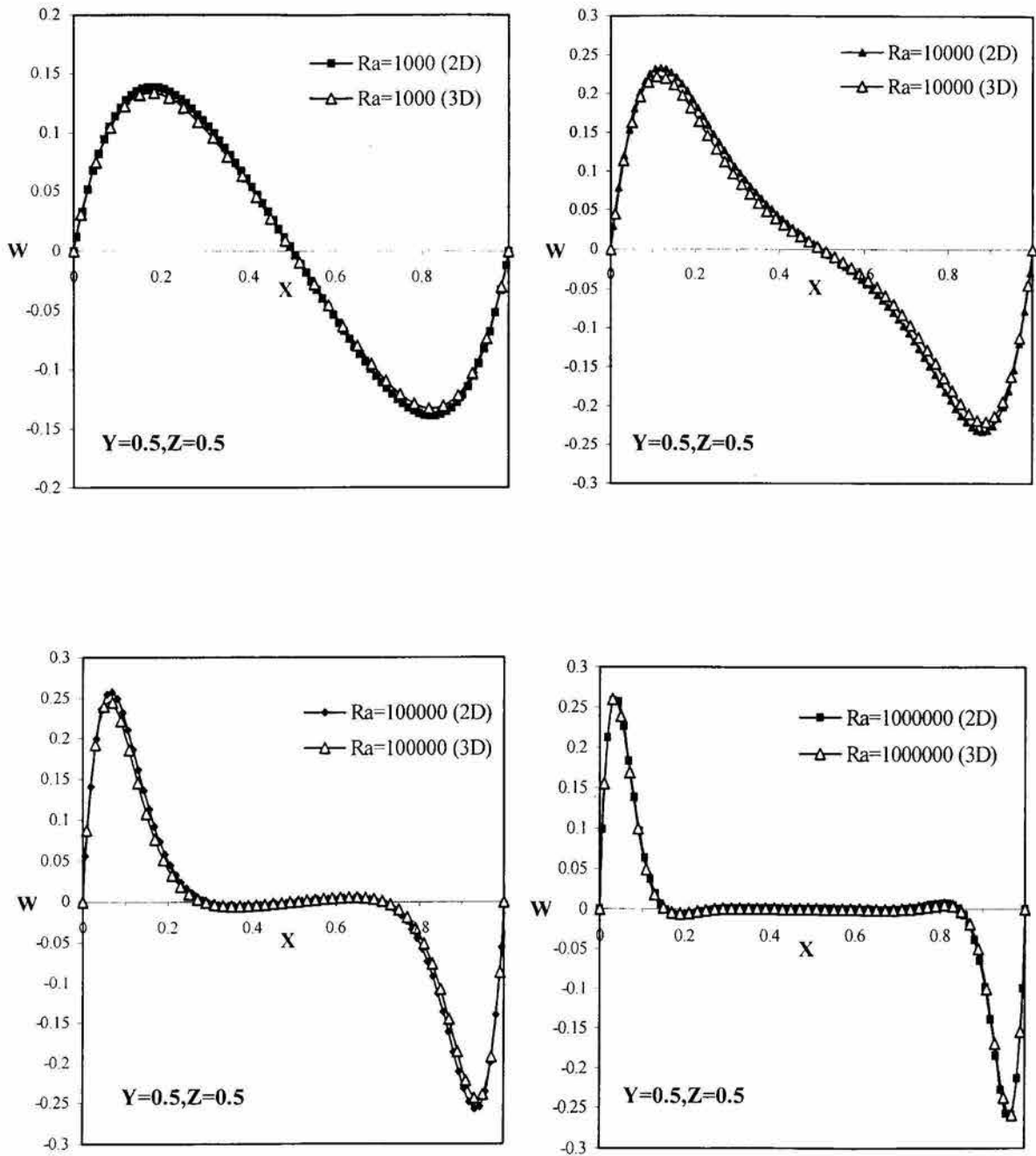


Figura 4.14 Distribución de la componente-Z de la velocidad (W) en el centro geométrico ($Y=0.5, Z=0.5$) de la cavidad para diferentes valores del número de Rayleigh.

Tabla 4.3 Números de Nusselt promedio en las paredes isotérmicas para diferentes Rayleigh.

Rayleigh (Ra)	Este trabajo	Fusegi et al. [42]	% de diferencia con Fusegi et. al.
10^3	1.078 (1.118)	1.085	0.64%
10^4	2.065 (2.243)	2.100	1.67%
10^5	4.40 (4.519)	4.361	0.89%
10^6	8.894 (8.799)	8.770	1.4%

Tabla 4.4 Comparación de los resultados obtenidos con los reportados en la bibliografía para la cavidad cúbica con paredes verticales isotérmicas en el plano Y=0.5.

	Este trabajo	Fusegi et. al. [55]	Este trabajo	Fusegi et. al. [55]
	Ra=10 ³		Ra=10 ⁴	
Nu_prom	1.091	1.105	2.275	2.302
Nu_max	1.452 (1.507)	1.42	3.67 (3.544)	3.652
Z	0.083 (0.1)	0.083	0.15 (0.15)	0.623
Nu_min	0.74 (0.691)	0.764	0.564 (0.586)	0.611
Z	0.983 (0.988)	1.00	0.99 (0.988)	1.00
Umax	0.133 (0.137)	0.132	0.199 (0.192)	0.201
Z	0.817 (0.818)	0.833	0.83 (0.819)	0.817
Vmax	0.134 (0.139)	0.131	0.222 (0.233)	0.225
X	0.183 (0.181)	0.200	0.119 (0.119)	0.117
	Ra=10 ⁵		Ra=10 ⁶	
Nu_prom	4.684	4.646	9.240	9.012
Nu_max	8.255 (7.847)	7.795	19.93 (18.778)	17.67
Z	0.07 (0.088)	0.083	0.03 (0.038)	0.03793
Nu_min	0.672 (0.736)	0.787	0.92 (1.021)	1.257
Z	0.99 (0.988)	1.00	0.99 (0.988)	1.00
Umax	0.142 (0.136)	0.147	0.084 (0.078)	0.08416
Z	0.85 (0.856)	0.855	0.85 (0.856)	0.1443
Vmax	0.245 (0.258)	0.247	0.26 (0.259)	0.2588
X	0.07 (0.069)	0.065	0.03 (0.031)	0.9669

4.4.2 Convección natural en una cavidad abierta bidimensional inclinada.

El problema de la convección natural de una cavidad abierta cuadrada de longitud L , ha sido reportado por varios autores como se mostró en la revisión bibliográfica de la sección 1.3. El modelo físico correspondiente se muestra en la Figura 4.15. La pared opuesta a la abertura se mantiene a temperatura constante T_H , mientras que el fluido exterior que interactúa con la abertura se encuentra a la temperatura ambiente T_∞ , la cual es menor que T_H . Las dos paredes restantes se consideran adiabáticas. Las suposiciones realizadas en el modelo matemático son las descritas en la sección 2.1

El tamaño de la malla uniforme utilizada para realizar los cálculos fue de 80×80 . En la Tabla 4.5 se muestra una comparación entre los números promedio de Nusselt en la pared caliente obtenidos en este trabajo y los reportados por los autores que utilizaron un dominio computacional extendido. Los cálculos numéricos corresponden a un rango del número de Rayleigh de 10^3 a 10^8 , un número de Prandtl igual a 1.0 y un ángulo de inclinación de la cavidad de 90° . La diferencia porcentual máxima con los resultados de Vafai y Etefagh [14] es de 19.6 % para $Ra=10^3$, al incrementar el número de Rayleigh la diferencia porcentual disminuye considerablemente, tomando valores de 2.6%, 3.0 % y 6.1%, para valores del número de Rayleigh de 10^6 , 10^7 y 10^8 respectivamente. Como se explicó en la sección 2.3, las condiciones de frontera en la abertura utilizadas en este estudio, desprecian los términos difusivos por asumir que son muy pequeños en comparación con los advectivos, lo cual es una mejor aproximación para números de Rayleigh moderados y altos.

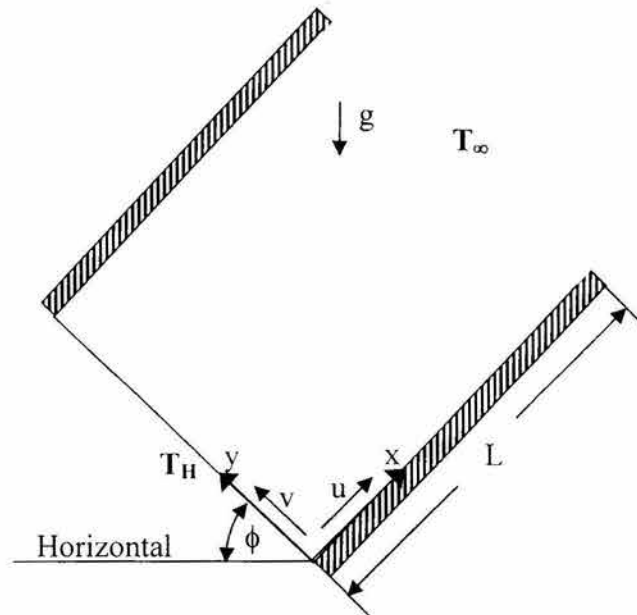


Figura 4.15 Esquema de la cavidad cuadrada abierta inclinada.

En la Tabla 4.6, se presentan los resultados del número de Nusselt promedio en la pared caliente obtenidos en este estudio, para todo el rango de ángulos de inclinación y de números de Rayleigh. Los resultados obtenidos por Mohamad [20] se muestran en la Tabla 4.7. Las diferencias porcentuales se encuentran en el rango 0.13%-4.28%, por lo que el acercamiento es bueno.

En las Figuras 4.16-4.18 se muestran los campos de temperatura y líneas de corriente obtenidos en esta investigación para un $Pr=0.71$ (aire), así como para diferentes ángulos de inclinación y números de Rayleigh. Los patrones son muy similares a los obtenidos por Mohamad [20].

Tabla 4.5 Comparación de los resultados obtenidos para el Nusselt promedio en la pared caliente de la cavidad cuadrada abierta ($Pr=1.0$ y $\phi=90^\circ$).

Rayleigh (Ra)	Este trabajo	Chan y Tien [10]	Vafai y Etefagh [14]
10^3	1.28	1.07	1.07
10^4	3.57	3.41	3.44
10^5	7.75	7.69	7.78
10^6	15.1	15	15.5
10^7	28.7	28.6	29.6
10^8	54.1	56.8	57.6

Tabla 4.6 Valores del número de Nusselt promedio en la pared caliente de la cavidad cuadrada abierta obtenidos en este trabajo ($Pr=0.71$).

ϕ	Ra				
	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
0°	1.02	2.47	6.91	10.63 ± 1.84	22.33 ± 4.94
10°	1.15	2.54	6.54 ± 0.93	11.6 ± 1.59	23.47 ± 3.51
30°	1.32	3.34	6.42	12.25	23.24 ± 0.28
45°	1.39	3.59	7.04	13.41	25.31 ± 0.21
60°	1.40	3.69	7.40	14.15	26.94 ± 0.17
90°	1.30	3.44	7.44	14.51	27.58
120°	1.10	2.30	4.80	9.37	17.54
135°	1.00	1.63	2.64	4.03	5.96
150°	1.00	1.15	1.46	1.75	2.01
180°	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Tabla 4.7 Valores del número de Nusselt promedio en la pared caliente obtenidos por Mohammad [20].

ϕ	Ra				
	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
10°	1.15	2.57	6.87	16.21	-----
30°	1.33	3.34	6.17	12.08	27.3 ± 5.0
60°	1.41	3.7	7.36	13.72	29.2 ± 5.0
90°	1.31	3.44	7.41	14.36	28.6 ± 2.5

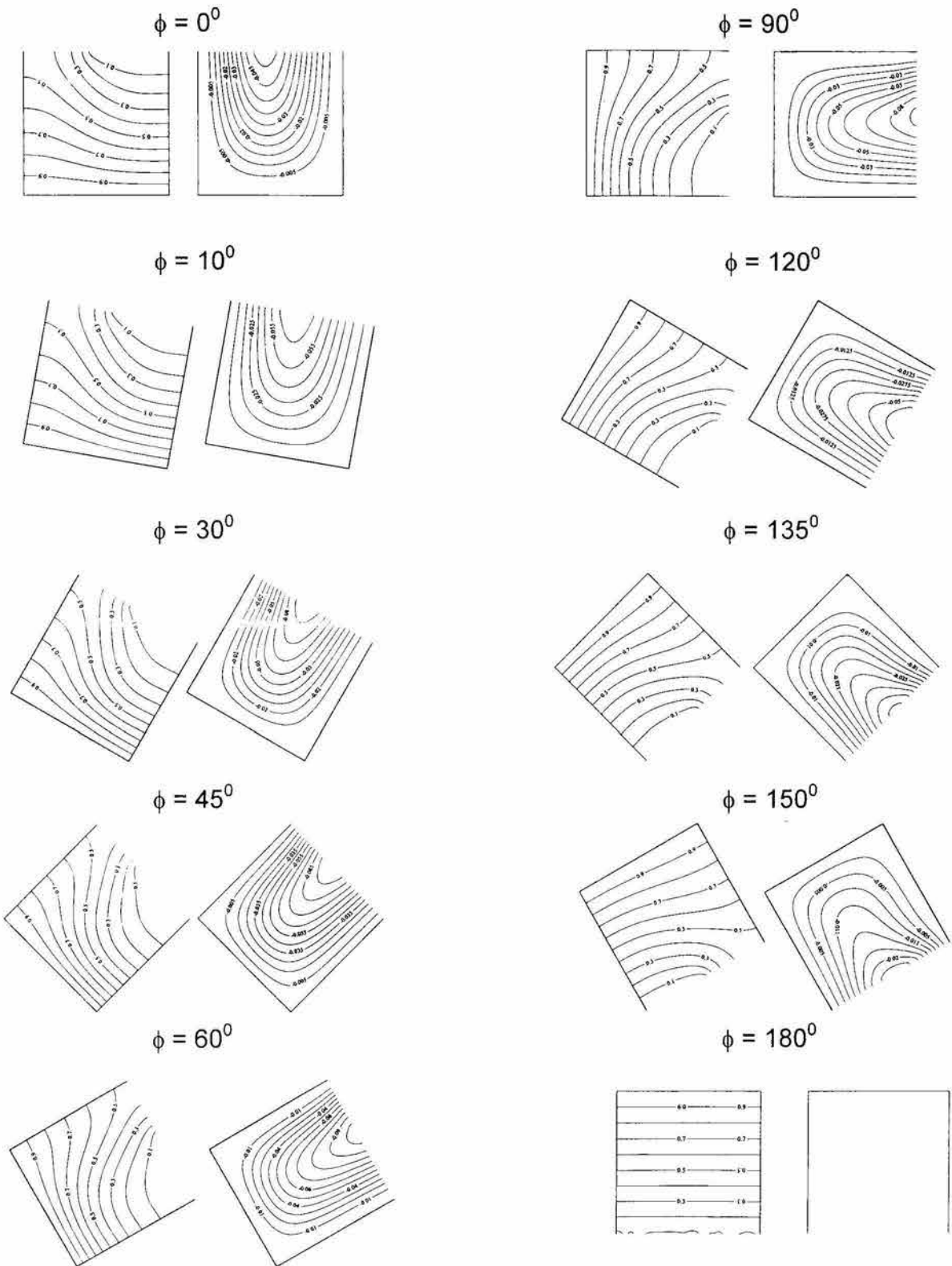


Figura 4.16 Isothermas y líneas de corriente para el rango del ángulo de inclinación entre 0° - 180° y un número de Rayleigh igual a 10^3 .

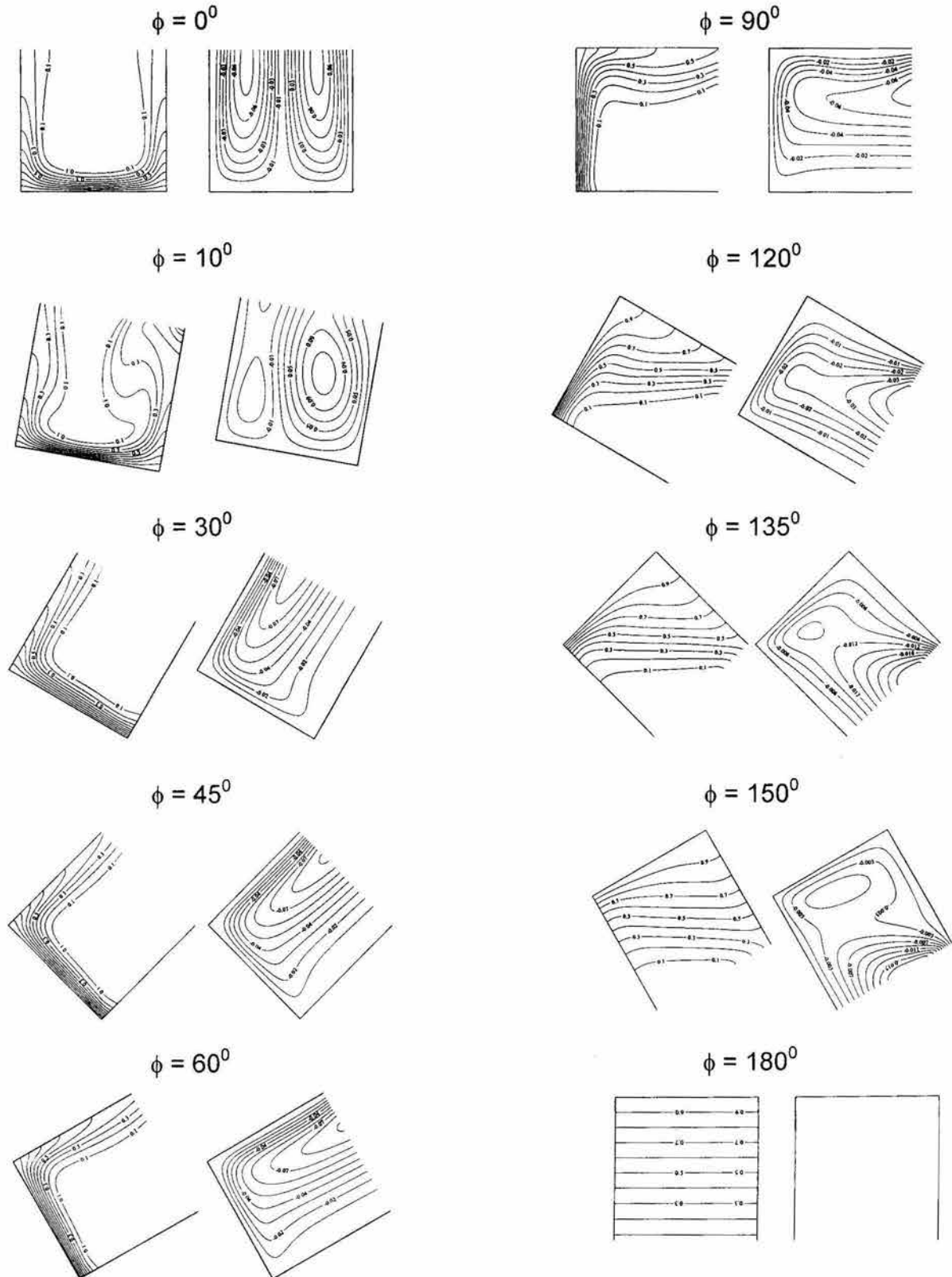


Figura 4.17 Isothermas y líneas de corriente para el rango del ángulo de inclinación entre 0° - 180° y un número de Rayleigh igual a 10^5 .

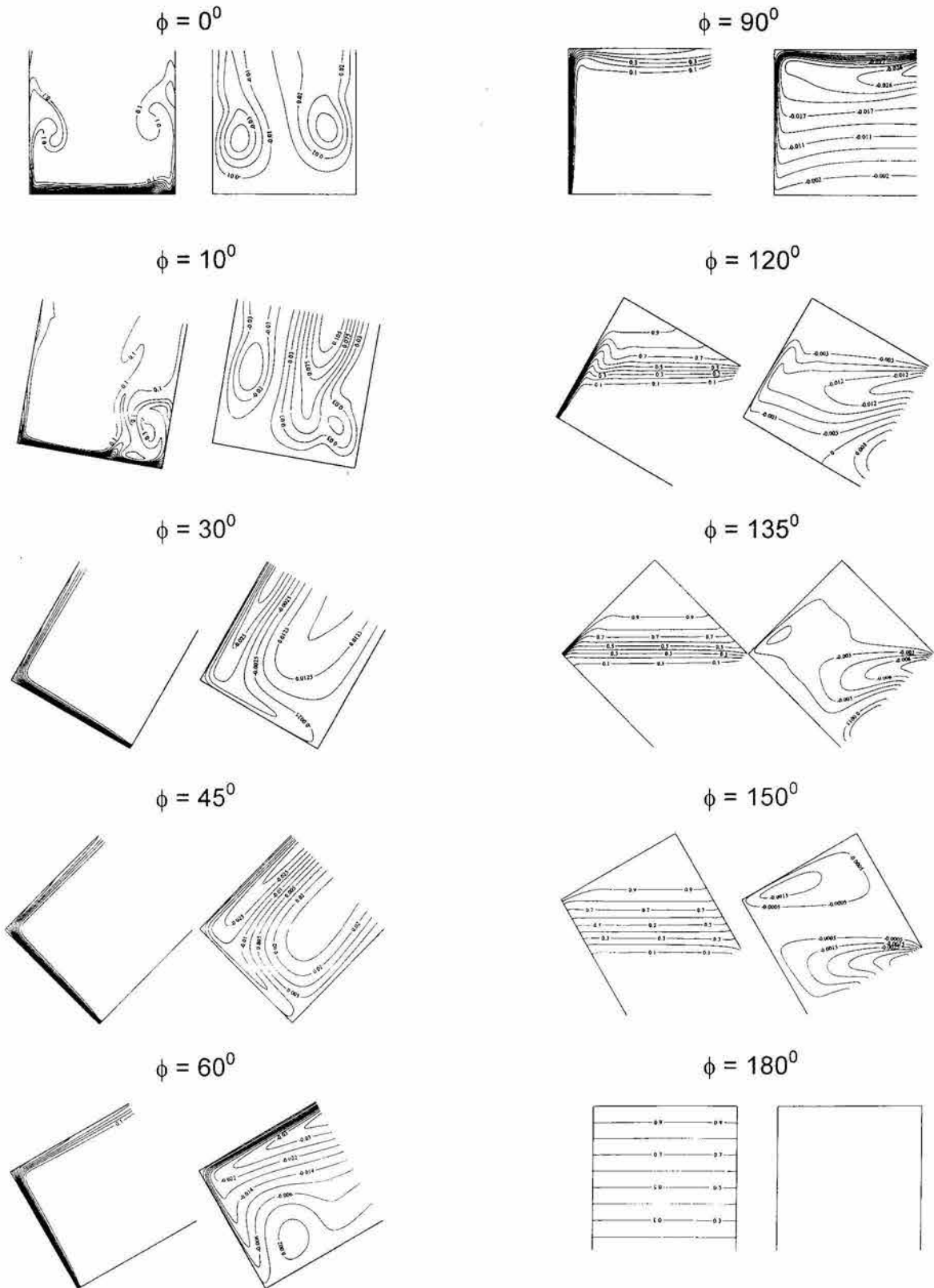


Figura 4.18 Isothermas y líneas de corriente para el rango del ángulo de inclinación entre 0° - 180° y un número de Rayleigh igual a 10^7 .

4.4.3 Convección natural en cavidad cuadrada cerrada con intercambio radiativo entre las paredes.

Para evaluar el desempeño del código numérico desarrollado para realizar el estudio de la transferencia de calor combinada (convección natural e intercambio radiativo entre las paredes de la cavidad), se seleccionó el trabajo publicado por Akiyama y Chong [59]. El trabajo consiste en estudiar la convección natural y el intercambio radiativo en una cavidad cuadrada como la que se muestra en la Figura 4.19. Las dos paredes verticales se mantienen a temperatura constante y las paredes restantes se encuentran aisladas térmicamente. La cavidad se encuentra llena de aire y las paredes se consideran emisores difusos grises. Se aplican las suposiciones descritas en la sección 2.1.

Las paredes de la cavidad se subdividieron en concordancia con la malla utilizada para la convección natural. Se aplicó la regla de Hottel para evaluar los factores de configuración entre los elementos de las paredes de la cavidad. Como se discutió en el Capítulo 2, las condiciones de frontera en las paredes adiabáticas acoplan las soluciones de la convección natural y el intercambio radiativo. El número de Nusselt total se evaluó aplicando la ecuación 2.23.

Los resultados se obtuvieron utilizando una malla uniforme de 80x80 y aplicando el algoritmo numérico descrito en la sección 3.3. La temperatura de referencia para evaluar las propiedades físicas del aire fue de 293.15 K (20 C). Los valores de las temperaturas de las paredes isotérmicas corresponden a los utilizados por Akiyama y Chong [57] y son iguales a 298.15 K (pared caliente) y 288.15 K (pared fría).

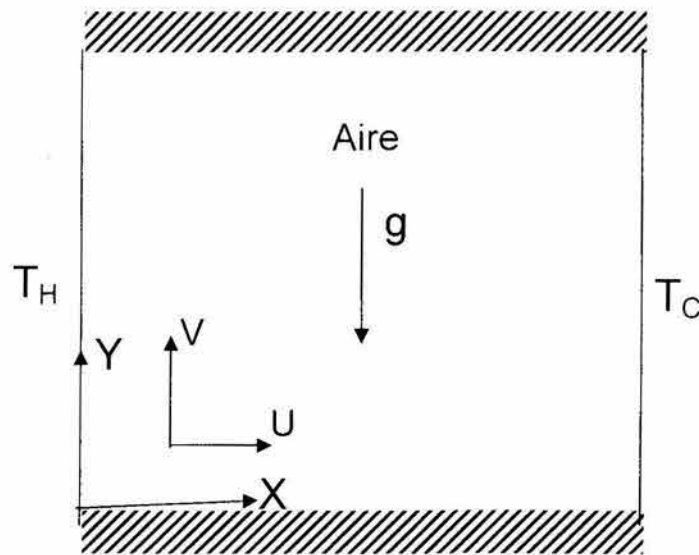


Figura 4.19 Esquema de la cavidad cuadrada cerrada con intercambio radiativo.

El intercambio radiativo modifica la distribución de temperatura en las paredes aisladas térmicamente, como se muestra en las Figuras 4.20-4.21. La temperatura se incrementa en la pared aislada inferior y disminuye en la pared aislada superior, produciendo variaciones en el patrón de flujo y el campo de la temperatura. Los gradientes de temperatura cerca de las paredes isotérmicas disminuyen ligeramente. La comparación entre los valores de los números de Nusselt promedio convectivo, radiativo y total se muestra en la Tabla 4.8. La máxima diferencia porcentual que se obtuvo para el número de Nusselt promedio total fue de 4.3 % para $Ra=10^4$.

En la Figura 4.22 se presenta el comportamiento de las isotermas y las líneas de corriente al variar el valor del número de Rayleigh. En la primer columna se muestra el caso de paredes con una emisividad igual a cero (pura convección natural) y en la segunda columna el caso de paredes que se comportan como cuerpos negros ($\epsilon=1.0$).

Con base en los resultados obtenidos en las comparaciones realizadas en las secciones anteriores y en la presente, considero que los códigos numéricos desarrollados han sido suficientemente validados.

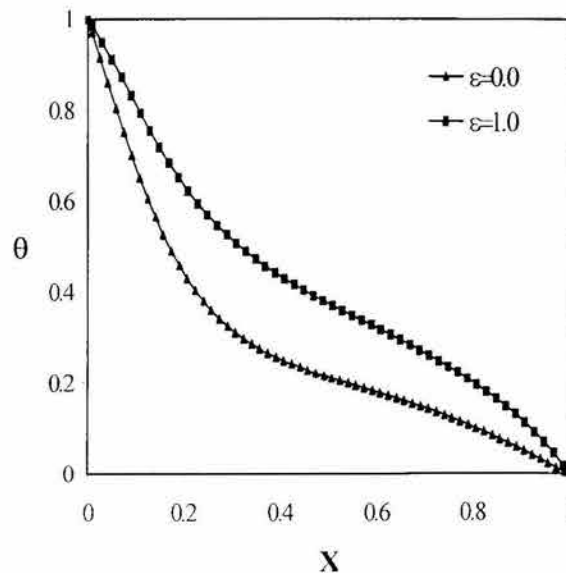


Figura 4.20 Distribución de temperatura adimensional (θ) en la pared adiabática inferior para los casos $\epsilon=0$ (pura convección natural) y $\epsilon=1$ (paredes son cuerpos negros) para un $Ra=10^4$.

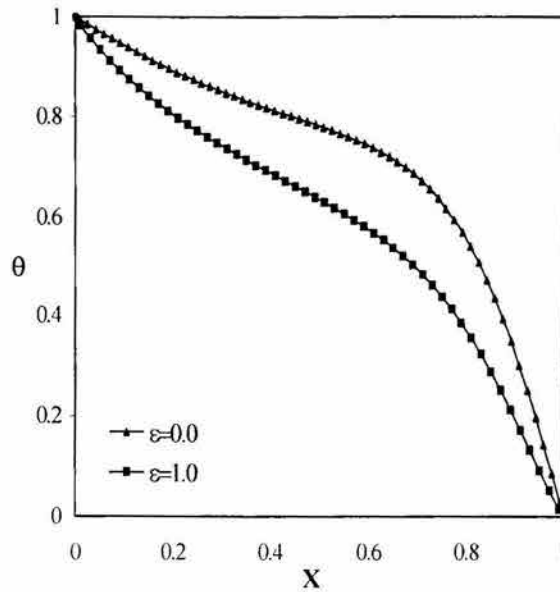


Figura 4.21 Distribución de temperatura adimensional (θ) en la pared adiabática superior para los casos $\varepsilon=0$ (pura convección natural) y $\varepsilon=1$ (paredes son cuerpos negros) para un $Ra=10^4$.

Tabla 4.8 Comparación entre los valores de los números de Nusselt promedio convectivo, radiativo y total.

Ra	Nu_{conv}	Nu_{rad}	Nu_{tot}
	Este trabajo		
$Ra=10^3$	1.08	1.69	2.77
$Ra=10^4$	2.01	3.65	5.66
$Ra=10^5$	3.99	7.95	11.94
$Ra=10^6$	7.42	16.88	24.3
	Akiyama y Chong [57]		
$Ra=10^3$	-----	-----	-----
$Ra=10^4$	2.25	3.3	5.55
$Ra=10^5$	4.25	7.2	11.45
$Ra=10^6$	-----	-----	-----

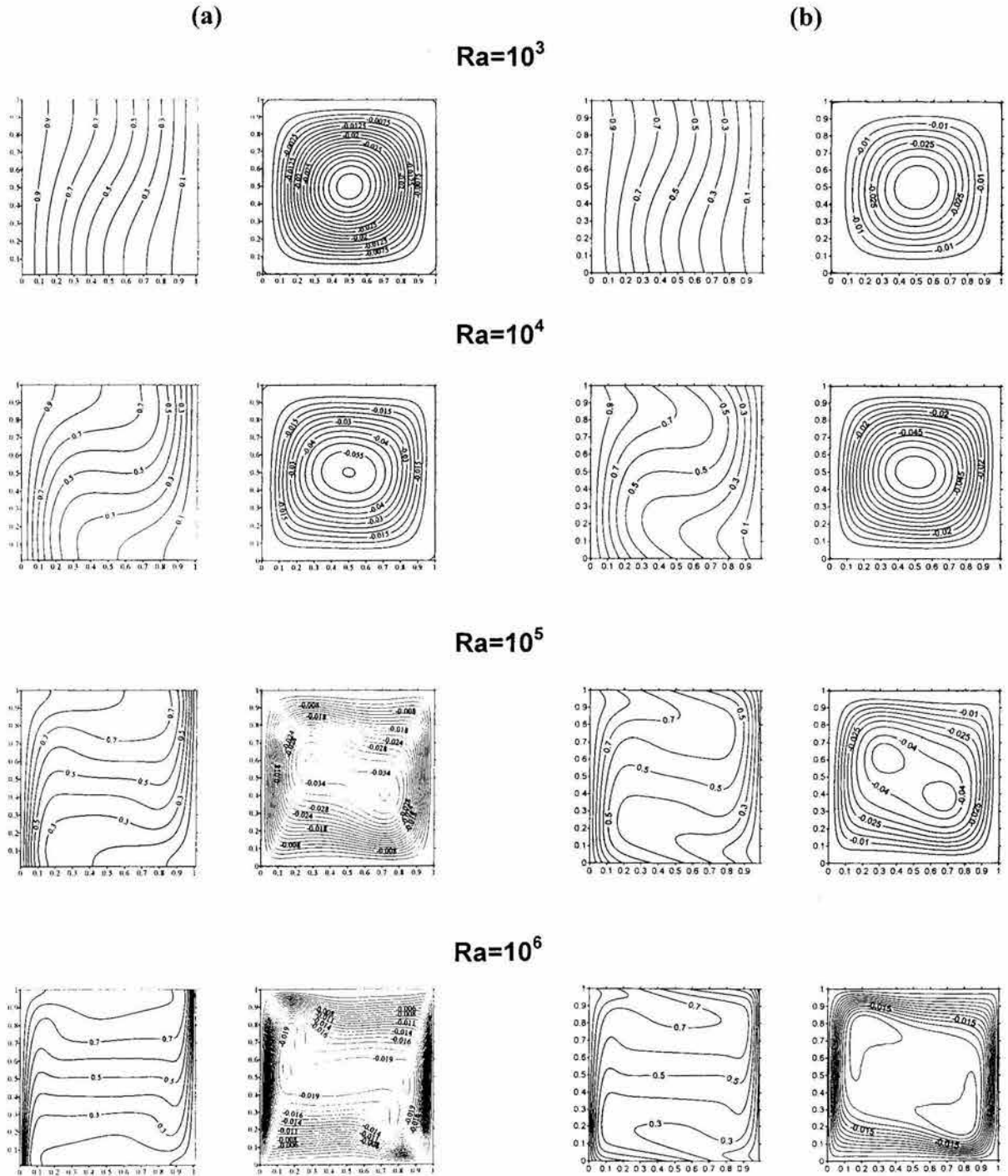


Figura 4.22 Isotermas y líneas de corriente en la cavidad cerrada con intercambio radiativo, la columna (a) corresponde al caso $\varepsilon=0$ (pura convección natural), la columna (b) a $\varepsilon=1$ (las paredes son cuerpos negros).

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se presentan y analizan los resultados de las simulaciones numéricas de la transferencia de calor en una cavidad abierta. En la sección 5.1, se presenta el caso de la convección natural en una cavidad cúbica abierta sin intercambio radiativo, con un ángulo de inclinación de 90° para discutir el patrón básico de flujo del fluido y realizar una comparación con la modelación bidimensional. En la sección 5.2 se muestran los resultados a diferentes ángulos en la cavidad cúbica abierta sin intercambio radiativo, cubriendo el rango $0-180^{\circ}$ y se realiza una comparación con los datos bidimensionales. A continuación, en la sección 5.3, se muestran los resultados, de la evolución temporal del patrón de flujo y el campo de la temperatura, de la convección natural en la cavidad cuadrada abierta sin intercambio radiativo. En la sección 5.4 se realiza un análisis detallado de la transferencia de calor por convección natural y radiación superficial en una cavidad cuadrada abierta (que incluye el estudio del efecto del número de Rayleigh y la inclinación de la cavidad) para el estado permanente. Finalmente en la sección 5.5, se presentan la variación en el tiempo del patrón de flujo y el campo de temperatura, de la convección natural con intercambio radiativo en una cavidad cuadrada abierta.

5.1 Convección natural en una cavidad cúbica abierta, sin intercambio radiativo con $\phi=90^{\circ}$, en estado permanente.

A continuación se muestran los resultados obtenidos, en el estudio teórico de la transferencia de calor por convección natural en una cavidad cúbica abierta sin intercambio radiativo, con un ángulo de 90° (la pared caliente y la abertura se encuentran verticales) y un rango de números de Rayleigh entre 10^3 y 10^7 , en el estado permanente [60]. El número de nodos para realizar los cálculos fue de $60 \times 60 \times 60$, de acuerdo con los resultados del estudio de independencia de malla presentado en la sección 4.1.

Para observar la estructura del campo de la temperatura, en la Figura 5.1 se presenta el comportamiento de las isoterma para diferentes planos de la cavidad y un rango del número de Rayleigh de 10^3 - 10^7 . Se puede observar que el patrón global de las isoterma es muy parecido al obtenido en los flujos bidimensionales mostrados en la sección 4.3.2. Se aprecia que la entrada del fluido frío es por la parte inferior de la cavidad y la salida del fluido caliente es por la parte superior. Al aumentar el número de Rayleigh se ve claramente la formación y adelgazamiento de la capa límite térmica en la pared caliente, así como la estratificación del fluido caliente en la pared superior. El volumen que ocupa el fluido frío aumenta al incrementar el Rayleigh, debido al incremento en la velocidad de salida del fluido caliente. La comparación entre los perfiles de temperatura en diferentes secciones de la cavidad ($Y=0.1$, 0.5 y 0.9), permite observar el efecto de las paredes laterales. Para un número de Rayleigh de 10^3 , las isoterma correspondientes a los perfiles cercanos a las paredes laterales ($Y=0.1$ y $Y=0.9$), presentan una mayor curvatura en la parte superior, indicando un mayor calentamiento en las regiones cercanas a las esquinas superiores. Para números de Rayleigh de 10^4 a 10^6 , se observa muy poca diferencia entre los perfiles de temperatura, por lo que se puede esperar que la diferencia entre la simulación 3D y 2D sea pequeña. Para $Ra=10^7$, se presenta un estado cuasi-permanente que esta oscilando, por lo que se muestra una instantánea del comportamiento del campo de temperatura en la cavidad, para $Y=0.9$ se aprecia una pluma térmica, en la pared adiabática inferior y una perturbación en la capa límite térmica.

Para ilustrar el patrón de flujo, se presentan en la Figura 5.2 los perfiles de la velocidad- U en el plano de la abertura para el rango de números de Rayleigh 10^3 - 10^7 . Se observa la entrada del fluido por la parte inferior y la salida por la superior. Al incrementar el valor del número de Rayleigh, la fracción de área de la abertura que ocupa el fluido que abandona la cavidad va disminuyendo, debido al incremento en la velocidad de salida del fluido, de acuerdo a lo observado en el campo de temperatura. Para un Rayleigh de 10^7 la gráfica correspondiente muestra que el flujo de fluido a la entrada de la cavidad, no es simétrico; ya que la rapidez del fluido que entra es mayor en la cercanía de la pared adiabática lateral derecha (para Y en el rango 0 - 0.3).

En la Figura 5.3, se muestra la distribución de la velocidad- W en el plano $Z=0.5$ para el rango de números de Rayleigh de 10^3 - 10^7 . Se aprecia la capa límite hidrodinámica adyacente a la pared caliente, la cual se adelgaza con el incremento en el valor del número de Rayleigh. Cuando el Rayleigh es igual a 10^7 , en la gráfica (e) se observa además un movimiento ascendente del fluido cercano a las paredes adiabáticas laterales, probablemente ocasionado por la formación de plumas térmicas en la pared adiabática inferior.

La Figura 5.4, presenta a los perfiles de la velocidad- V en el plano $Y=0.5$ para el rango de números de Rayleigh de 10^3 - 10^7 . Para valores del Rayleigh entre 10^3 y 10^6 , los valores de la velocidad- V son significativamente menores que los de las componentes U y W , de tal manera que al graficar los perfiles de velocidad, se ven como un plano. Para un número de Rayleigh igual a 10^7 , los valores de la velocidad-

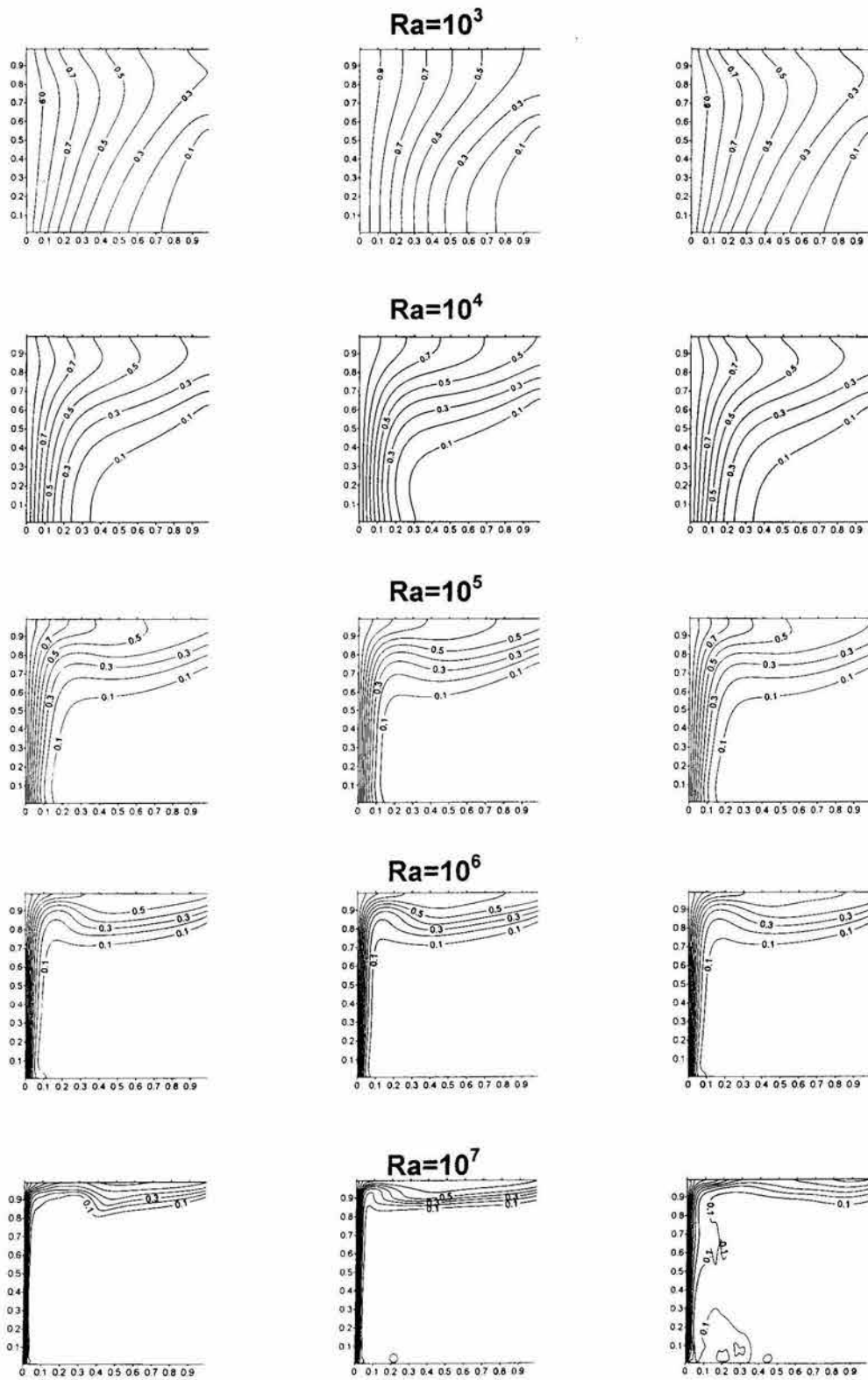


Figura 5.1 Isothermas en diferentes planos: $Y=0.1$ (izquierda), $Y=0.5$ (centro), $Y=0.9$ (derecha), para el rango del número de Rayleigh de 10^3 - 10^7 .

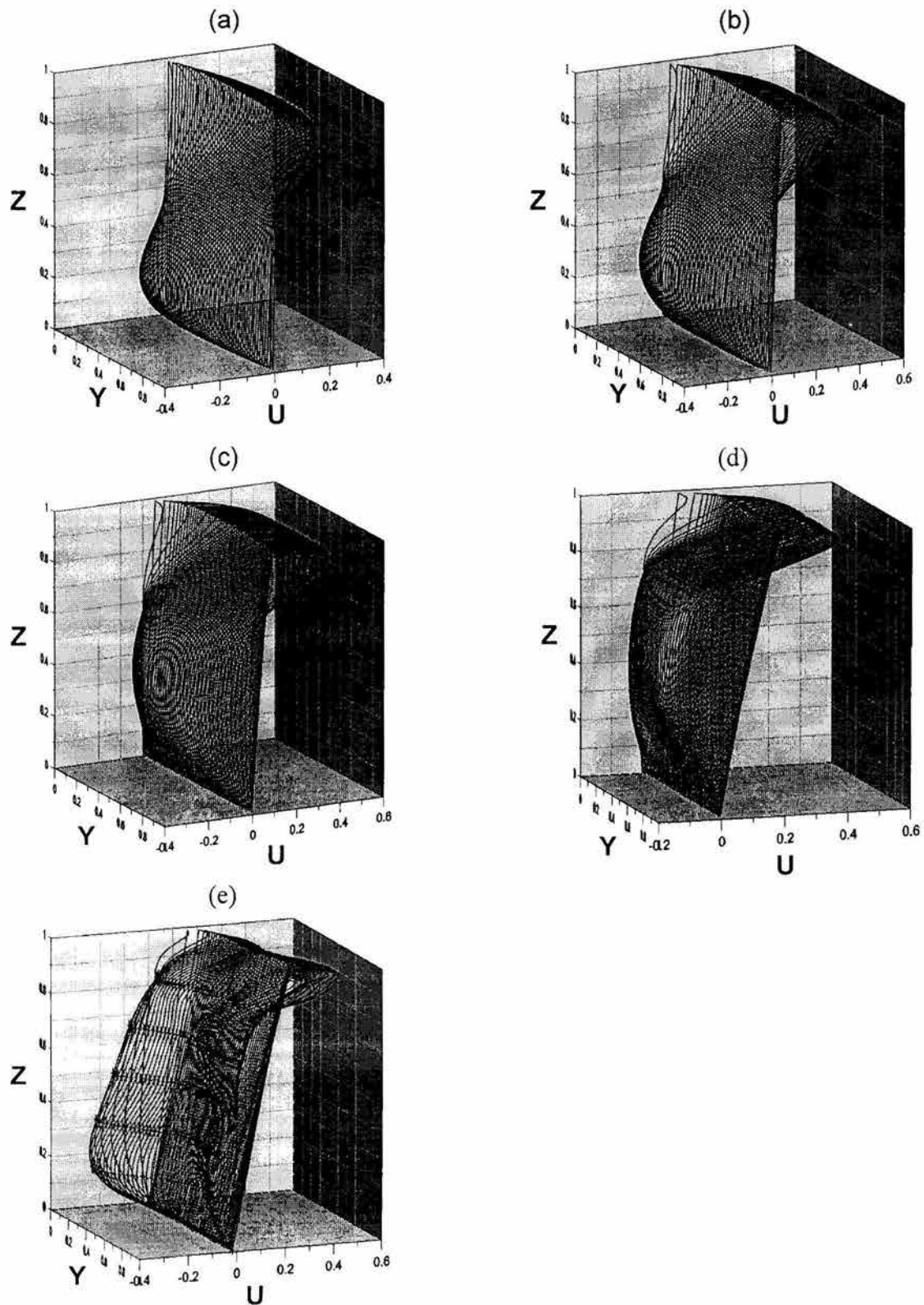


Figura 5.2 Perfiles de la velocidad- U en el plano de la abertura para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .

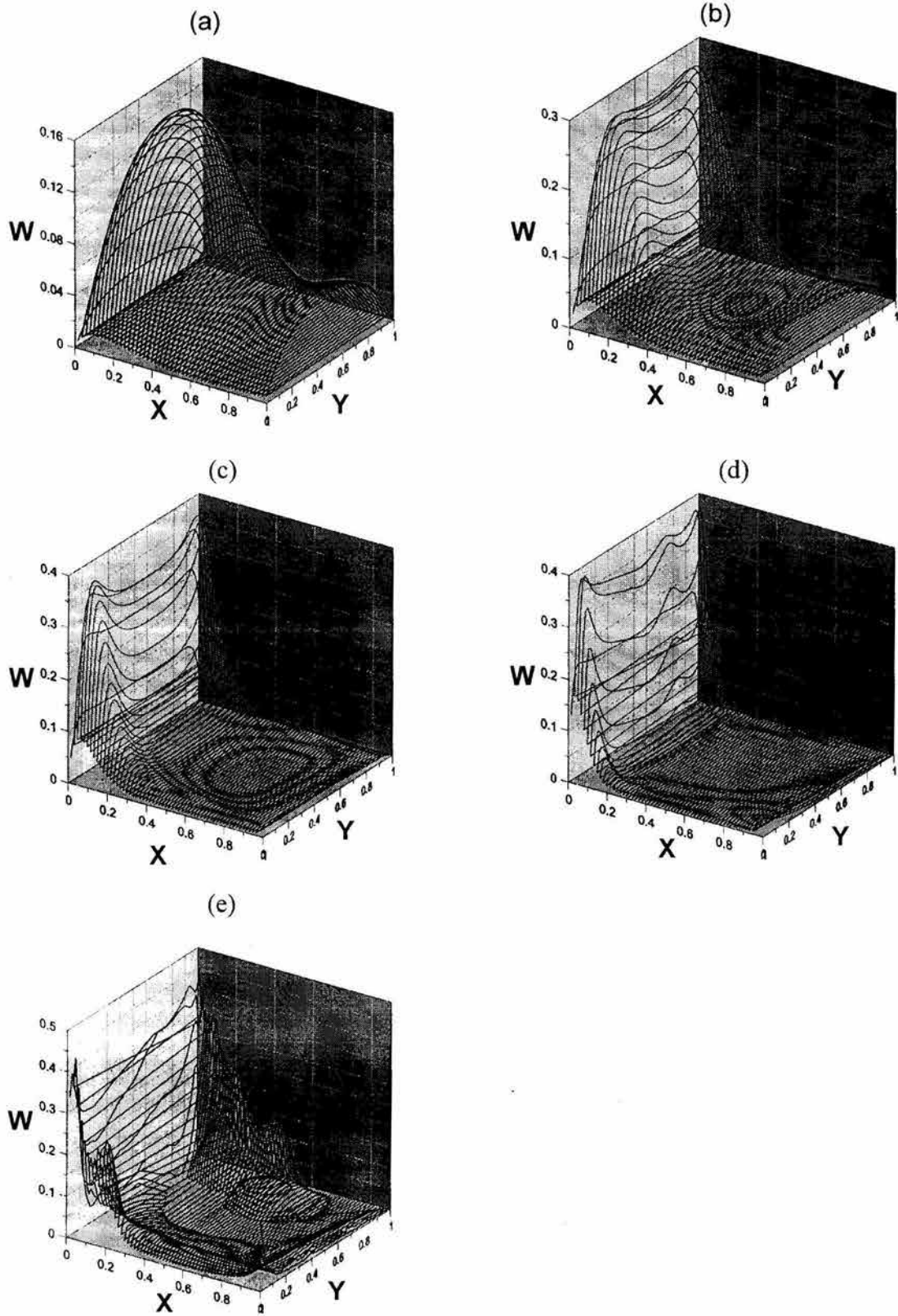


Figura 5.3 Perfiles de la velocidad- W en el plano $Z=0.5$ para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .

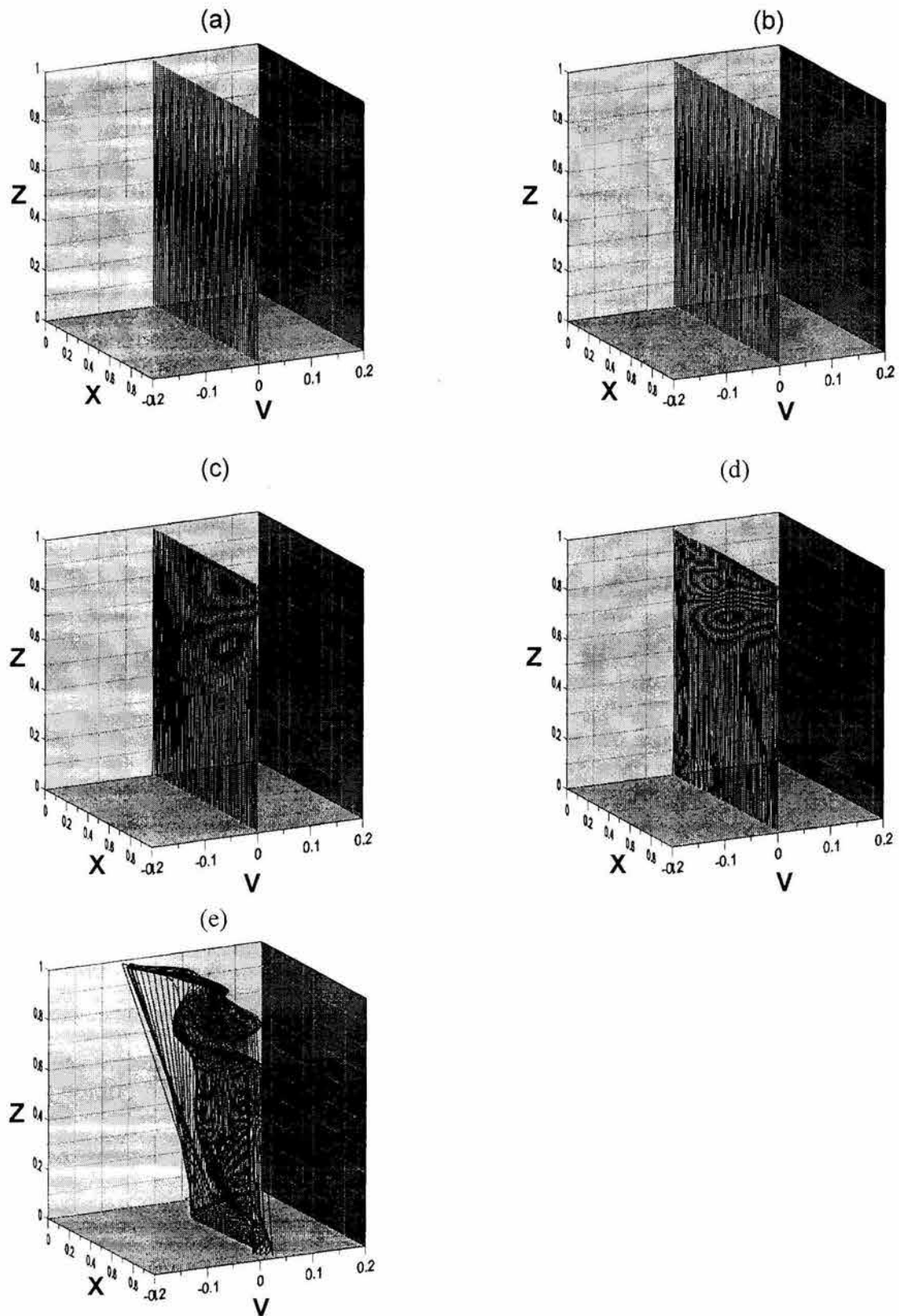


Figura 5.4 Perfiles de la velocidad- V en el plano $Y=0.5$ para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .

V aumentan hasta alcanzar valores del orden de los observados en las componentes U y W de la velocidad.

Una prueba adicional para la verificación del código numérico, consiste en verificar el balance de masa en el plano de la apertura. Los resultados al aplicar la ecuación 2.17 en la cavidad cúbica a 90° se presentan en la Tabla 5.1. Se aprecia que el valor máximo es de 2.66×10^{-7} para $Ra=10^6$, el cual es lo suficientemente pequeño para considerar satisfecho el balance global de masa en la cavidad.

En la Tabla 5.2 se muestran una comparación entre los valores del número de Nusselt promedio obtenidos en las simulaciones 3D y 2D. La diferencia porcentual entre ambos resultados tiene un máximo cuando $Ra=10^3$, en donde la modelación bidimensional predice un valor 17% menor que la tridimensional. Para $Ra=10^3$, la transferencia de calor es dominada por la conducción, por lo tanto el número de Nusselt es cercano a uno. Para $Ra=10^7$ se observaron oscilaciones en el Nusselt, por lo que se reporta el valor medio y la desviación estándar.

En la Figura 5.5 se presenta una comparación entre los resultados 3D (promediados en la dirección Y) y 2D de la distribución de los valores locales del Nusselt sobre la pared caliente. Es evidente que las diferencias mas importantes que se observan entre ambos resultados, se presentan en las cercanías de las paredes adiabáticas inferior y superior. En ambos casos, el número de Nusselt tiende a disminuir en la dirección Y, debido a que la capa límite térmica es más delgada en el fondo y va aumentando su espesor en la parte superior de la pared caliente. Para cuantificar y comparar las diferencias entre las distribuciones de los números locales de Nusselt para los diferentes números de Rayleigh, se obtuvo el promedio de las diferencias al cuadrado entre los valores 3D y 2D, la cual fue normalizada con el número de Nusselt 3D promedio correspondiente, los resultados en forma porcentual para cada número de Rayleigh se presentan en la Tabla 5.3. La mayor diferencia (~30%) corresponde a un número de Rayleigh de 10^7 , en donde se tomaron los valores en un instante dado para el caso 3D (debido a las oscilaciones) para realizar la comparación. Para el rango del Rayleigh de 10^4 a 10^6 , la diferencia porcentual es pequeña por lo que la aproximación 2D resulta ser adecuada para la descripción de la distribución de los números locales de Nusselt.

Tabla 5.1 Resultados del balance de masa global en la cavidad cúbica a 90° .

Ra	$\dot{M}_{X=1}$
10^3	-8.16×10^{-10}
10^4	7.16×10^{-9}
10^5	-1.08×10^{-8}
10^6	2.66×10^{-7}
10^7	-3.69×10^{-8}

Tabla 5.2 Números de Nusselt promedio en la pared isotérmica para diferentes valores del número de Rayleigh.

Ra	\overline{Nu}_{3D}	\overline{Nu}_{2D}	% de diferencia
10^3	1.58	1.30	17.7%
10^4	3.38	3.44	1.8%
10^5	7.32	7.44	1.6%
10^6	14.33	14.51	1.2%
10^7	29.16±0.29	27.58	4.4-6.3%

Tabla 5.3 Comparación entre las distribuciones 3D y 2D del número local de Nusselt para diferentes valores del número de Rayleigh.

Ra	$\frac{1}{\overline{Nu}_{3D}} \frac{\sum_1^n (Nu_{3D} - Nu_{2D})^2}{n} * 100$
10^3	13.15%
10^4	3.43%
10^5	1.23%
10^6	1.05%
10^7	30.08%

La Figura 5.6 muestra para el caso 3D, la variación del número de Nusselt promediado verticalmente (dirección Z), para el rango del Rayleigh 10^3 - 10^7 . Es claro que el número de Nusselt varía apreciablemente en las cercanías de las paredes laterales.

La Figura 5.7, muestra una comparación entre los resultados bidimensionales y los tridimensionales (promediados en la dirección Y), del perfil de la componente U de la velocidad en el plano de la abertura, para diferentes números de Rayleigh, la diferencia entre ambos disminuye al incrementar el Rayleigh, excepto en $Ra=10^7$. De nuevo, para cuantificar y comparar las diferencias entre los perfiles de la velocidad U, en el plano de la abertura, para los diferentes números de Rayleigh, se obtuvo el promedio de las diferencias al cuadrado entre los valores 3D y 2D, la cual fue normalizada con el valor máximo correspondiente, los resultados en forma porcentual para cada número de Rayleigh se presentan en la Tabla 5.4. La diferencia mas grande (15.5%) corresponde al número de Rayleigh de 10^7 (los valores corresponden a un instante dado para el caso 3D). Para el rango del Rayleigh de 10^3 a 10^6 , la diferencia porcentual es pequeña por lo que la aproximación 2D resulta ser aceptable para el cálculo de la velocidad U.

La comparación entre los resultados obtenidos en las modelaciones 3D y 2D, muestran que la simplificación bidimensional, es una herramienta muy útil para el estudio de la transferencia de calor en cavidades abiertas con relaciones de aspecto iguales a uno, puesto que brinda una buena aproximación con un costo computacional considerablemente menor.

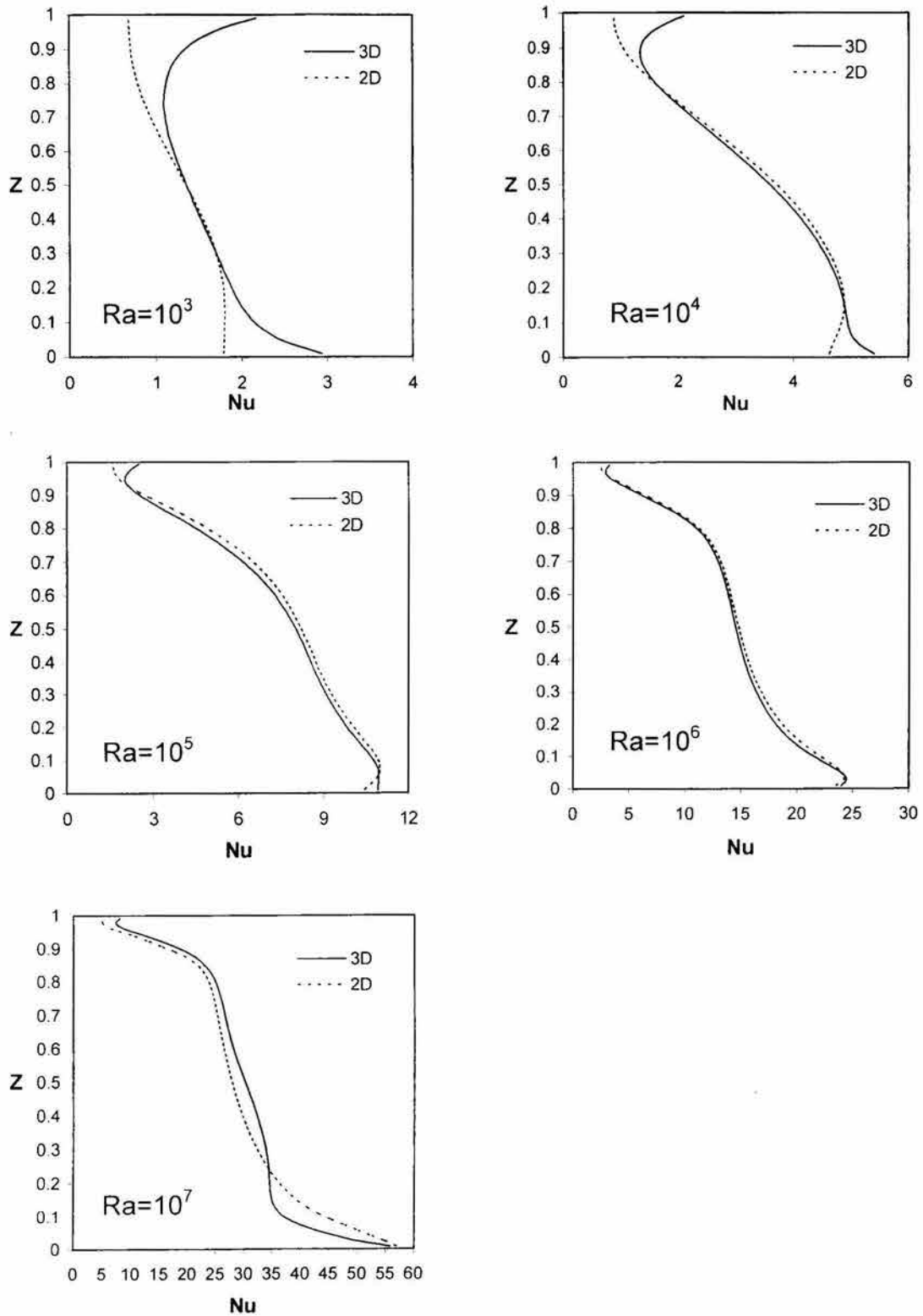


Figura 5.5 Comparación entre las distribuciones 3D y 2D de los números locales de Nusselt para un rango del número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 .

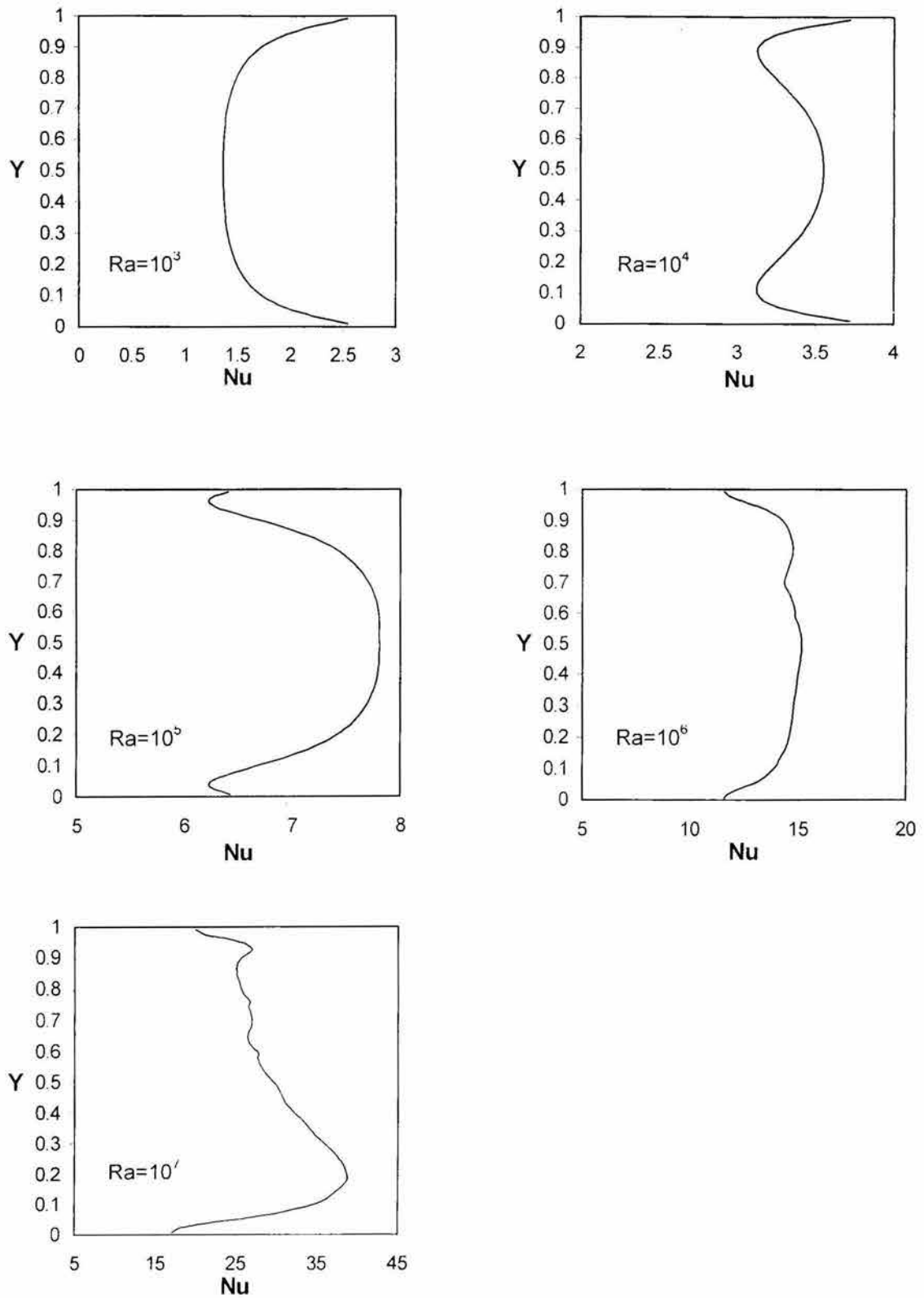


Figura 5.6 Variación de número de Nusselt, para el caso 3D, promediado verticalmente (dirección Z), para el rango del Rayleigh 10^3-10^7 .

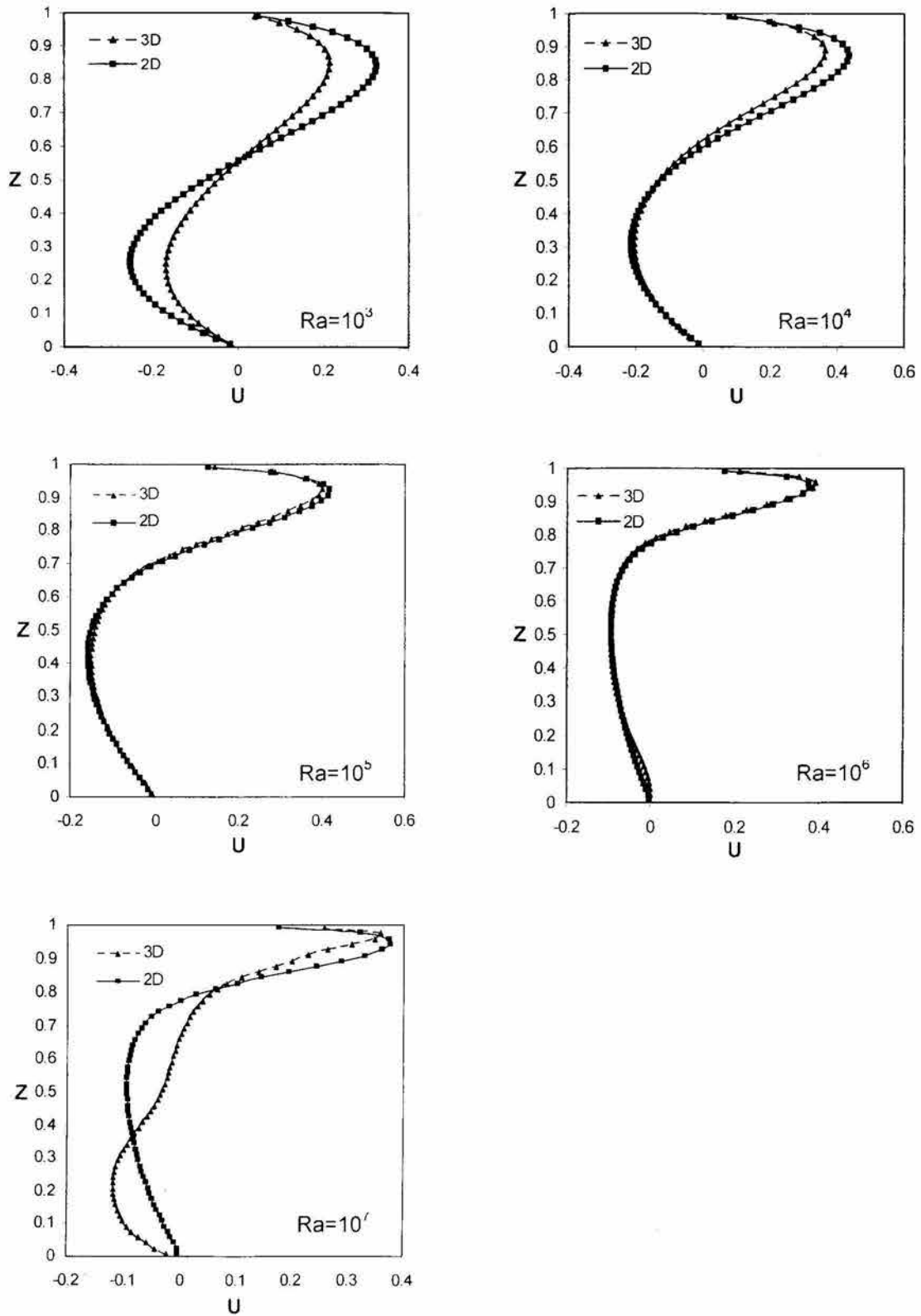


Figura 5.7 Comparación de los perfiles de la componente U de la velocidad en el plano de la abertura para diferentes valores del Rayleigh: (a) 10^3 , (b) 10^4 , (c) 10^5 , (d) 10^6 y (e) 10^7 .

Tabla 5.4 Comparación entre las distribuciones 3D y 2D del perfil de velocidad U en el plano de la abertura para diferentes valores del número de Rayleigh.

Ra	$\frac{1}{U_{\max,3D}} \frac{\sum_{i=1}^n (U_{3D} - U_{2D})^2}{n} * 100$
10^3	1.95%
10^4	0.31%
10^5	4.0%
10^6	8.1%
10^7	15.5%

5.2 Convección natural en una cavidad cúbica abierta sin intercambio radiativo variando el ángulo de inclinación.

Como continuación del estudio paramétrico en el análisis de la convección natural en una cavidad cúbica abierta sin intercambio radiativo, se presenta el estudio del efecto del ángulo de inclinación de la cavidad [61].

El comportamiento de las isothermas, para el rango completo de valores del Rayleigh y varios ángulos de inclinación en el plano $Y=0.5$, se presenta en la Figura 5.8. Se puede apreciar claramente que el patrón global de las isothermas es cualitativamente similar al obtenido en la simulación bidimensional. Para un ángulo de inclinación de 0° y valores del Rayleigh de 10^3 y 10^4 , la modelación tridimensional predice la entrada de fluido frío cercana a la esquina superior derecha de la cavidad, mientras que la salida de fluido caliente ocurre por la esquina superior izquierda. Para un Rayleigh igual a 10^5 , el fluido frío entra por el centro de la cavidad y sale adyacente a las paredes laterales adiabáticas. Para valores del Rayleigh de 10^6 y 10^7 , el flujo no alcanzó el estado permanente en el intervalo de tiempo estudiado por lo que las gráficas corresponden a un instante de tiempo dado, se aprecia en ambas la formación de plumas térmicas que se forman en la pared caliente y se desplazan por las paredes adiabáticas laterales hacia la abertura. Cuando la cavidad se inclina un ángulo de 45° , se aprecia la penetración del fluido frío por la parte inferior de la cavidad (pared adiabática derecha), al aumentar el Rayleigh el área que ocupa el fluido frío aumenta y se forma la capa límite térmica que llega a ser muy delgada para un $Ra=10^6$. Para un ángulo de 90° el comportamiento del campo de temperatura es muy parecido al descrito para el ángulo de 45° , con una pequeña diferencia en el área que ocupa la estratificación del fluido en la parte superior, lo que indica una variación en la velocidad de salida del fluido caliente. Al llegar a un ángulo de 135° , encontramos que el espaciamiento de las isothermas a lo largo de la pared caliente es sustancialmente mayor que el observado para 45° y 90° , debido a que la fuerza de flotación ya no tiene la dirección del fluido, por lo que éste se mueve más lentamente lo que ocasiona una mayor participación de la conducción en la transferencia de calor. Finalmente, cuando la cavidad tiene una orientación de 180° aparecen isothermas paralelas en la cavidad, espaciadas casi uniformemente, lo cual indica que

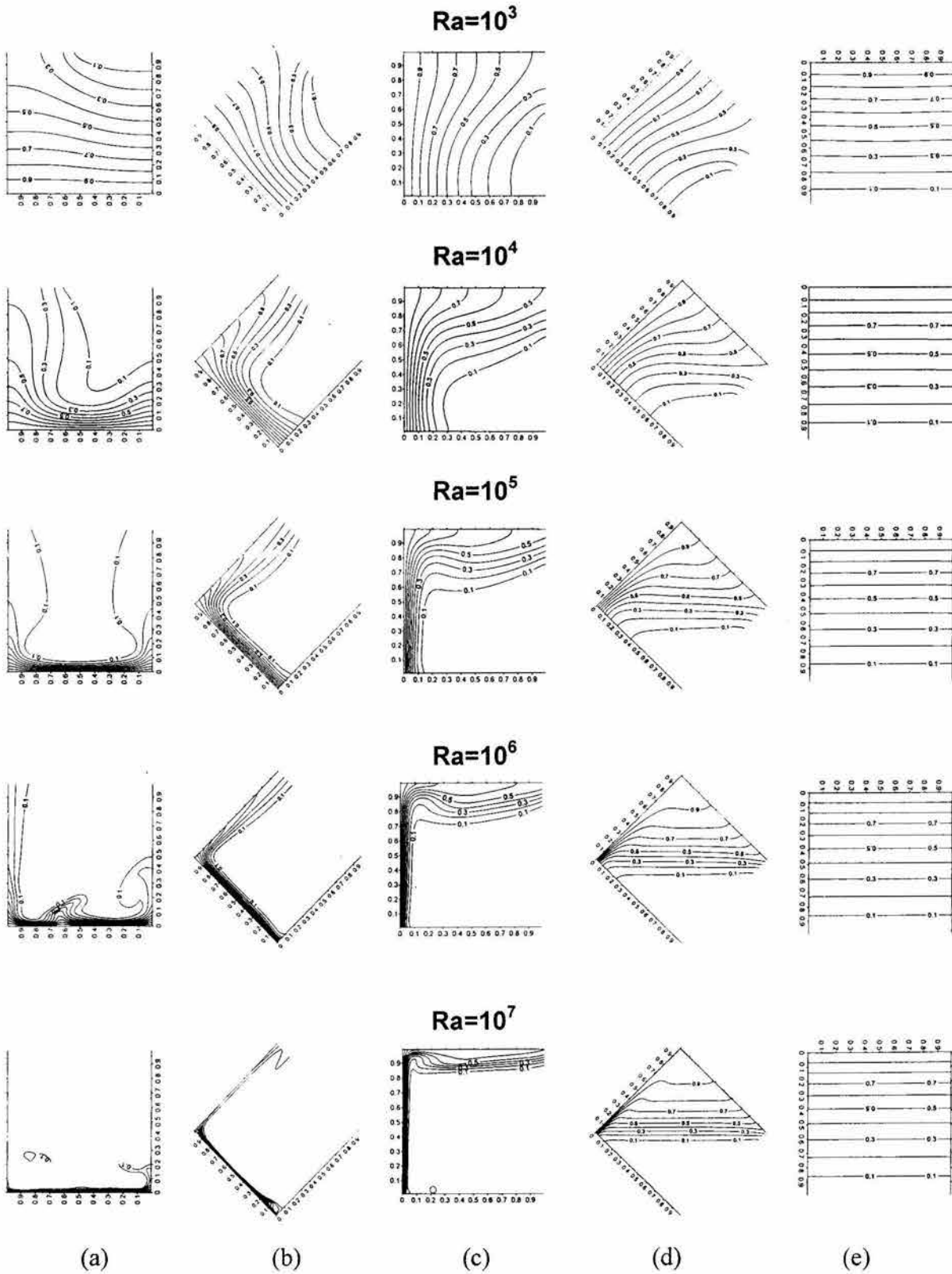


Figura 5.8 Isotermas para diferentes valores del Rayleigh y varios ángulos de inclinación: (a) 0° , (b) 45° , (c) 90° , (d) 135° y (e) 180° .

prácticamente se ha suprimido la convección y solamente existe la conducción como mecanismo de transferencia de calor, debido a que el fluido se encuentra sin movimiento.

Para mostrar la variación del patrón de flujo con el ángulo de inclinación, se presentan en las Figuras 5.9 y 5.10 los perfiles de la velocidad-U en el plano de la abertura para $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$ respectivamente, para el rango 0-180° de ángulos de inclinación de la cavidad. Se observa la entrada del fluido por la parte inferior y la salida por la superior. Cuando el Rayleigh es de 10^4 , se observa que para un ángulo de 0°, el fluido entra y sale en forma oblicua (diagonal) con respecto a los ejes coordenados Y-Z; al aumentar el ángulo (10-90°) el fluido entra por la parte inferior y sale por la parte superior del plano Y-Z; los ángulos mayores a 90° (120-180°) muestran que el fluido que entra a la cavidad ocupa aproximadamente el 60% del área del plano de la abertura y el fluido caliente que sale el 40% restante, lo anterior es debido a que el fluido caliente sale más rápido. Para el Rayleigh de 10^6 , se observaron inestabilidades en el flujo para los ángulos 0° a 30°; para 45° y 60° es más clara la tridimensionalidad del flujo en las cercanías de las paredes adiabáticas laterales, el fluido que entra a la cavidad ocupa ahora alrededor del 80% del área de la abertura. Para los ángulos mayores a 90°, se reduce aún más el área que ocupa el fluido que abandona la cavidad y disminuyen las velocidades de entrada y salida de fluido, hasta que para 180° prácticamente no existe entrada o salida de fluido en la cavidad.

Las Figuras 5.11 y 5.12, muestran la distribución de la velocidad-W en el plano $Z=0.5$ para $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$ respectivamente, para el rango 0-180° de ángulos de inclinación de la cavidad. Para ángulos entre 0°-90° se tienen valores diferentes de cero, únicamente en la capa límite hidrodinámica adyacente a la pared caliente; para ángulos de 120° a 150°, la salida del fluido es oblicua a los ejes coordenados y aparecen valores diferentes de cero en las cercanías del plano de la abertura; para un ángulo de inclinación de 180° el fluido se encuentra estancado. Para complementar el análisis de la tridimensionalidad del flujo, en las Figuras 5.13 y 5.14 se muestran los perfiles de la velocidad-V (componente-Y) en el plano $Y=0.5$, de nuevo para dos valores del Rayleigh (10^4 y 10^6) y todo el rango de ángulos de inclinación de la cavidad (0-180°). Para el $Ra=10^4$ los valores de la velocidad-V son tan pequeños que la distribución aparece como un plano, excepto a 0° en donde se aprecia una distribución, aunque los valores son un orden de magnitud más pequeños que el de las otras componentes de la velocidad. Cuando aumentamos el Rayleigh hasta 10^6 se observan distribuciones de la velocidad-V en los ángulos de 30° a 135°, aunque los valores se mantienen un orden de magnitud por debajo de las componentes U y W de la velocidad. Esto sugiere que la aproximación 2D del problema 3D es bastante razonable.

Los resultados de la verificación del balance de masa en el plano de la apertura (aplicando la ecuación 2.17), en la cavidad cúbica inclinada, se presentan en la Tabla 5.5. El valor máximo es de 1.1×10^{-6} , el cual es lo suficientemente pequeño para considerar satisfecho el balance global de masa en la cavidad.

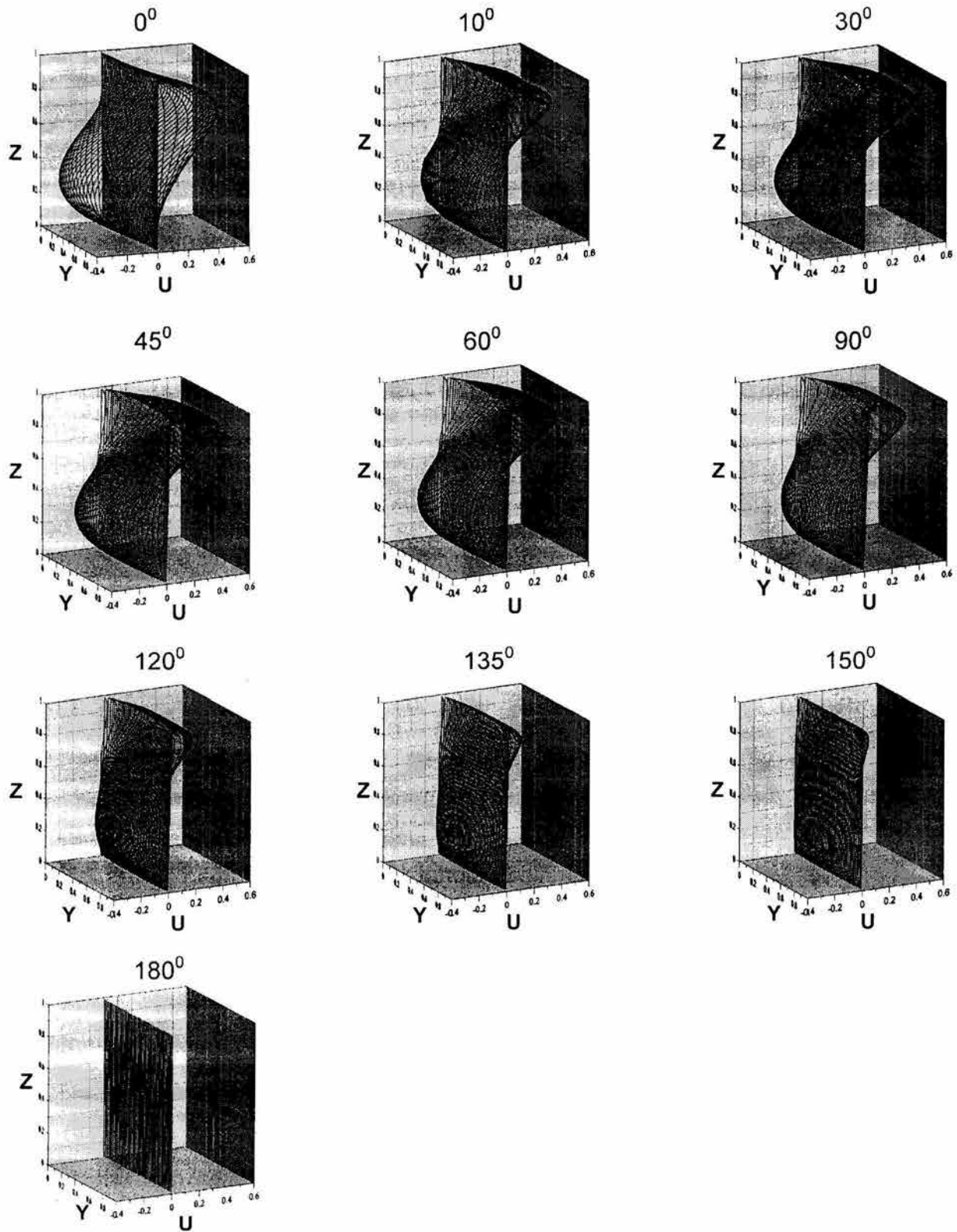


Figura 5.9 Perfiles de la velocidad- U en el plano de la abertura para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^4 .

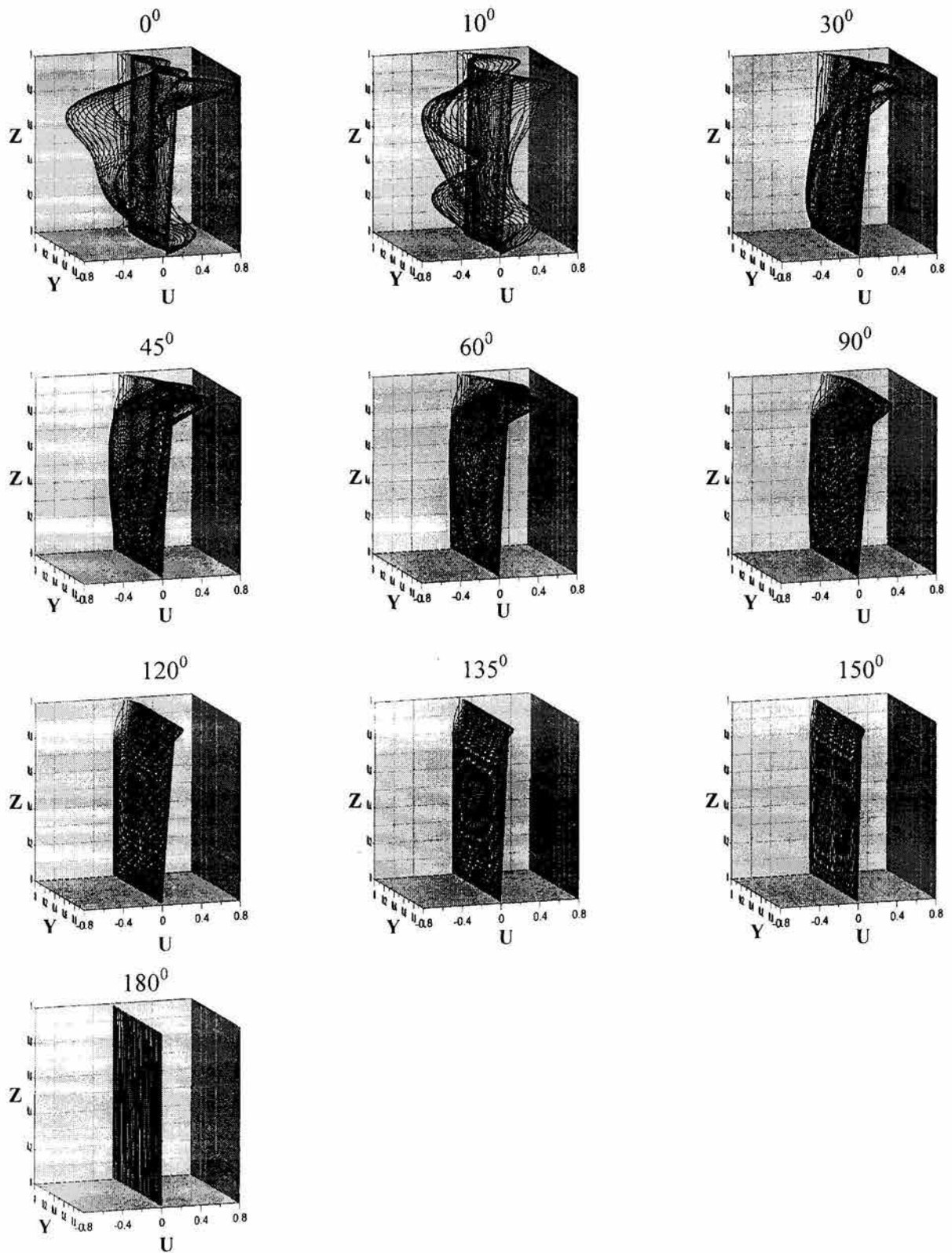


Figura 5.10 Perfiles de la velocidad- U en el plano de la abertura para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^6 .

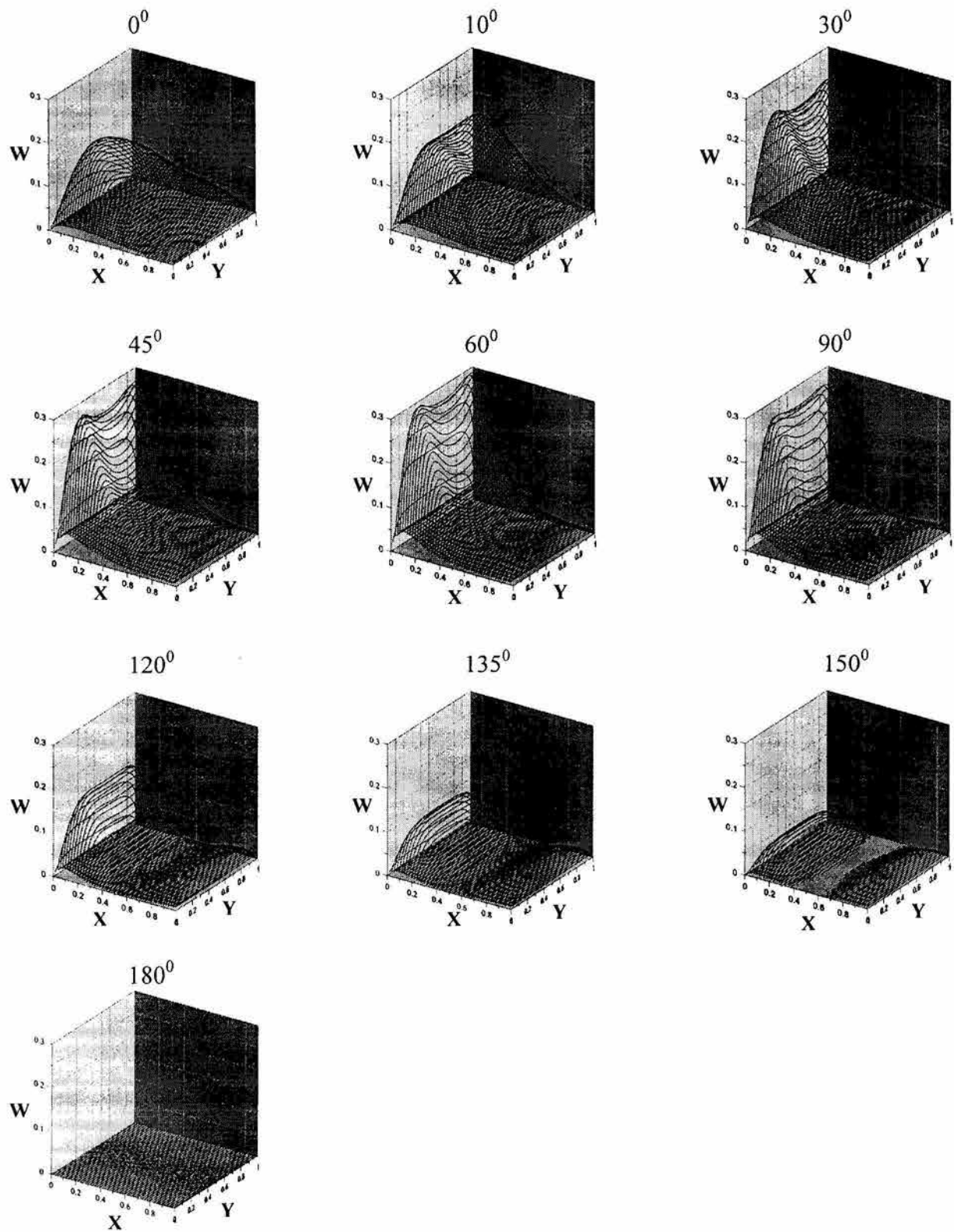


Figura 5.11 Perfiles de la velocidad-W en el plano $Z=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^4 .

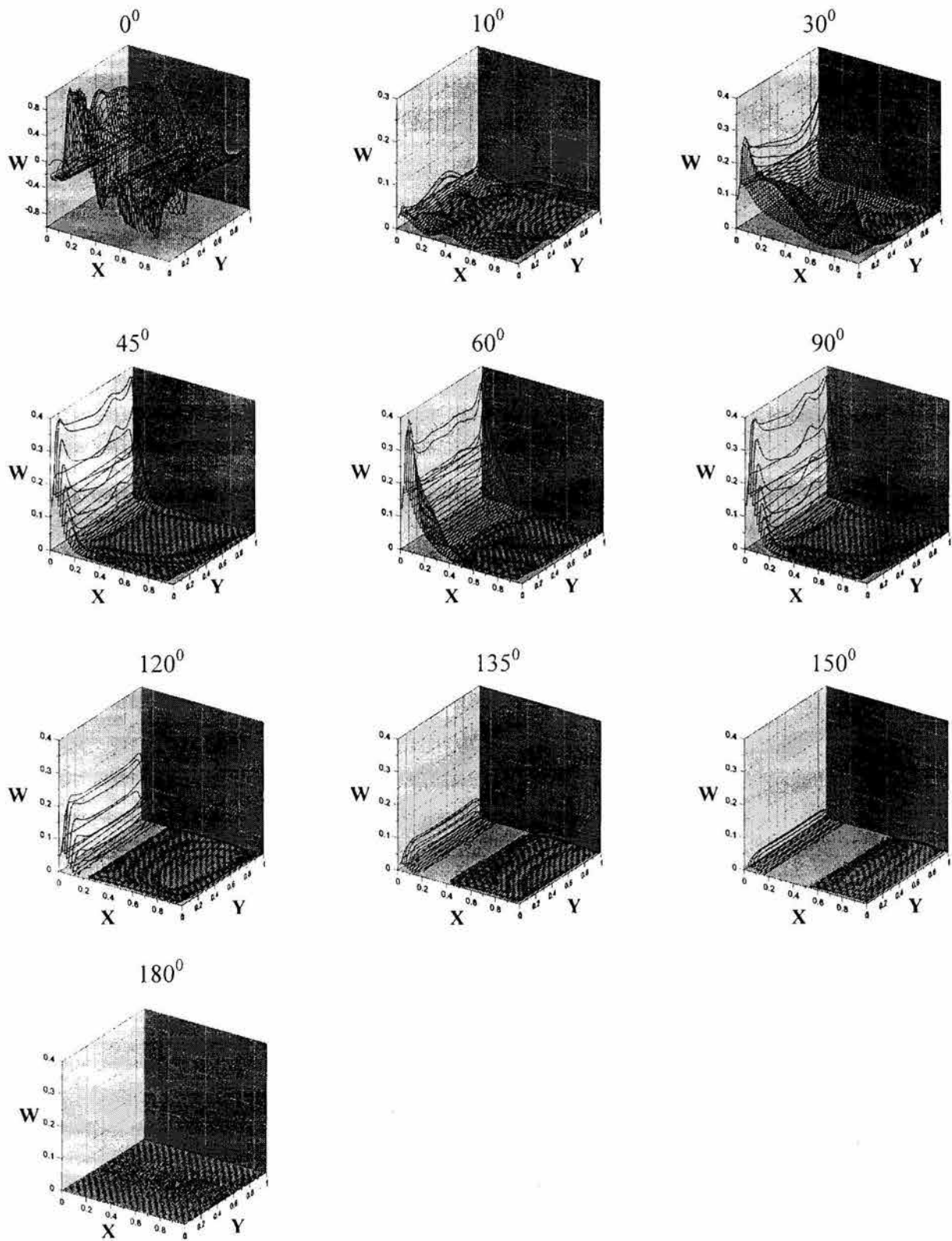


Figura 5.12 Perfiles de la velocidad-W en el plano $Z=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^6 .

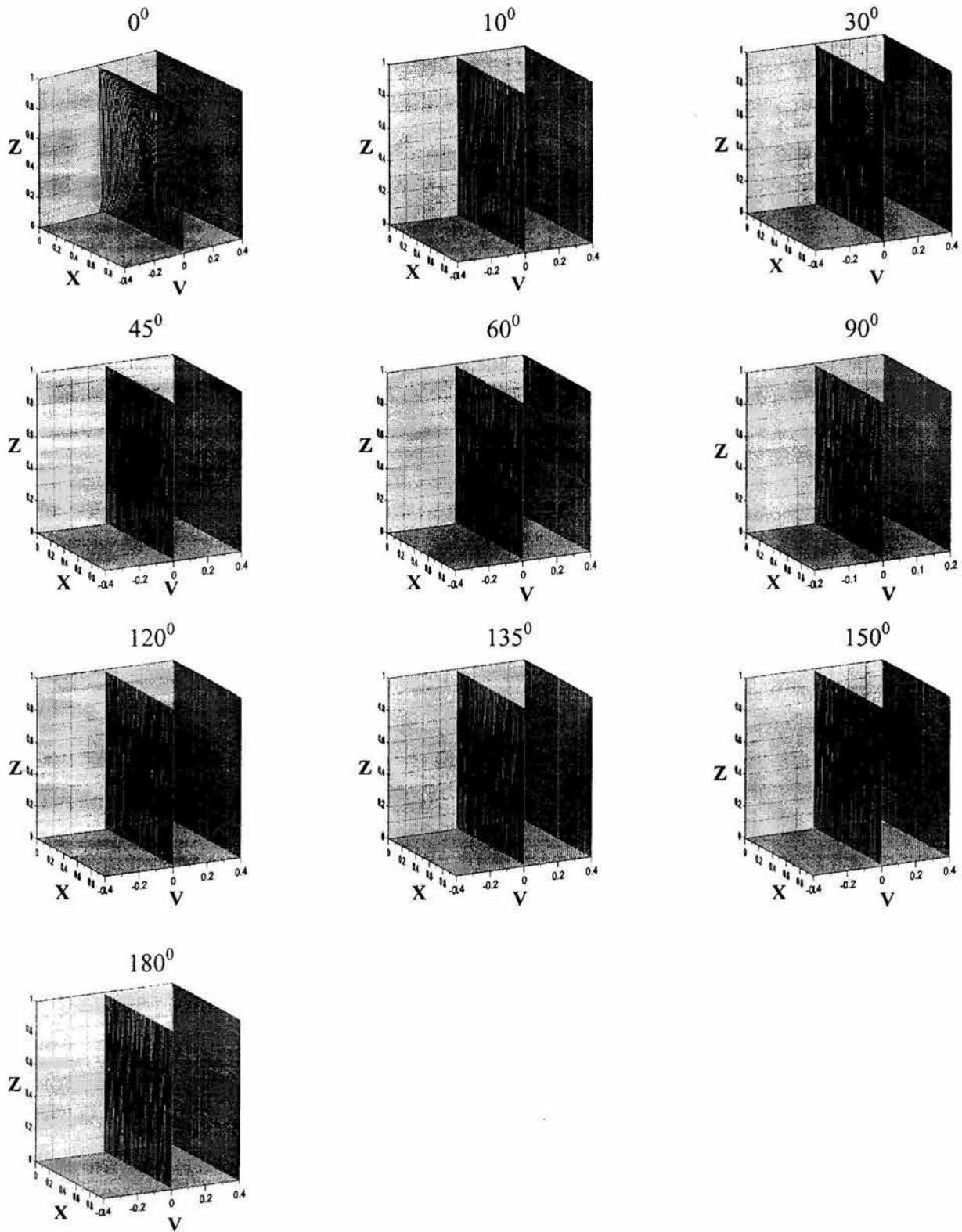


Figura 5.13 Perfiles de la velocidad- V en el plano $Y=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^4 .

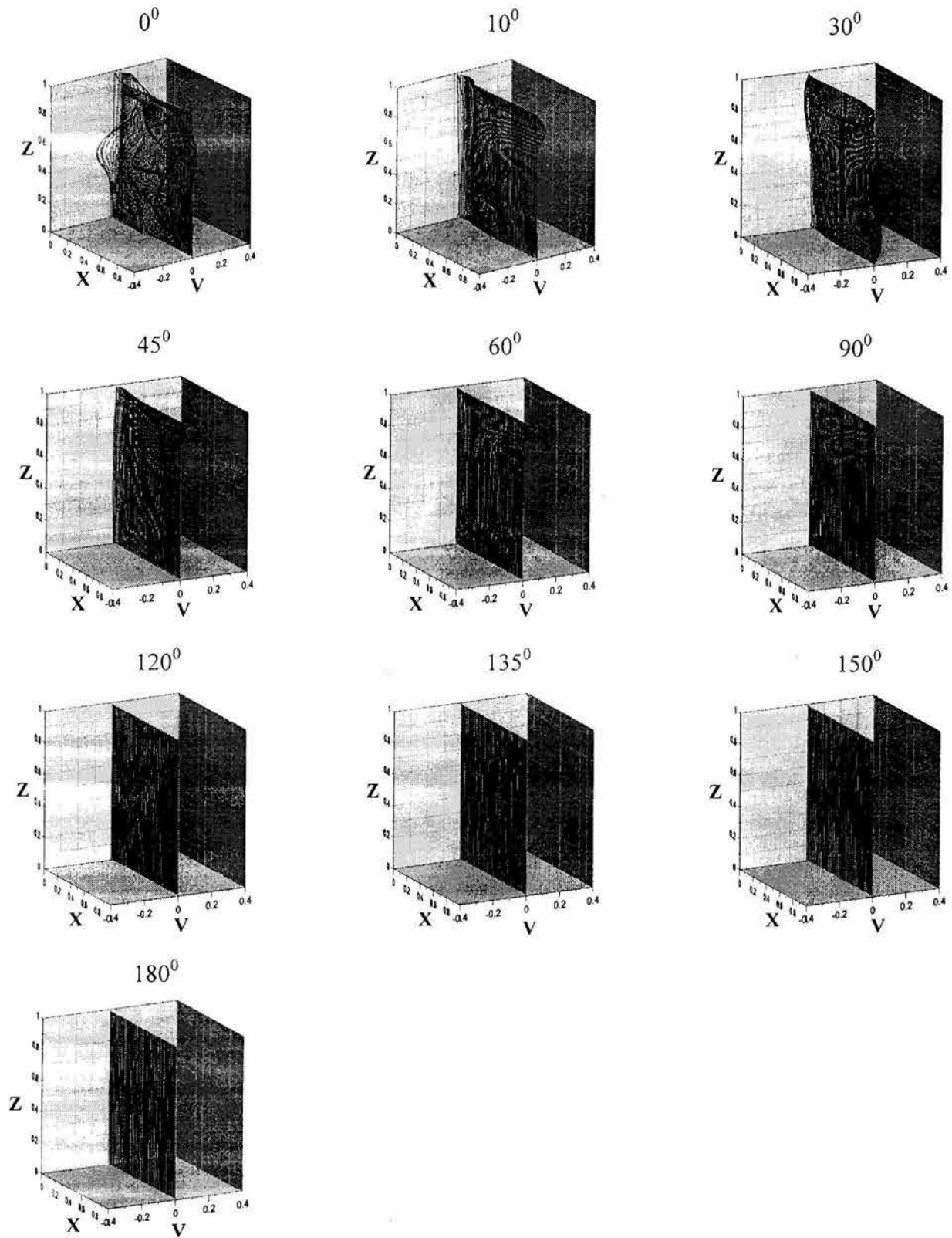


Figura 5.14 Perfiles de la velocidad- V en el plano $Y=0.5$ para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad y un Rayleigh igual a 10^6 .

Tabla 5.5 Resultados del balance de masa global en la cavidad cúbica inclinada.

ϕ	Ra				
	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
0°	-4.47×10^{-11}	3.23×10^{-10}	1.26×10^{-9}	7.42×10^{-9}	-1.21×10^{-6}
10°	-1.11×10^{-10}	-1.50×10^{-9}	7.90×10^{-7}	4.81×10^{-7}	-4.68×10^{-8}
30°	-6.26×10^{-10}	3.33×10^{-10}	1.10×10^{-6}	4.84×10^{-7}	-7.43×10^{-8}
45°	8.53×10^{-10}	-4.76×10^{-10}	1.56×10^{-9}	-1.08×10^{-8}	1.74×10^{-8}
60°	-1.20×10^{-10}	7.48×10^{-9}	-9.07×10^{-9}	3.15×10^{-7}	-2.26×10^{-8}
90°	-8.16×10^{-10}	7.16×10^{-9}	-1.08×10^{-8}	2.66×10^{-7}	-3.69×10^{-9}
120°	-1.30×10^{-10}	-3.23×10^{-9}	5.47×10^{-7}	-2.25×10^{-8}	-4.51×10^{-11}
135°	-2.64×10^{-10}	2.65×10^{-10}	3.67×10^{-7}	1.13×10^{-7}	-1.17×10^{-9}
150°	3.14×10^{-11}	1.18×10^{-10}	2.42×10^{-7}	-1.35×10^{-9}	-1.72×10^{-9}
180°	1.26×10^{-11}	-5.26×10^{-11}	-1.17×10^{-9}	-2.17×10^{-9}	-7.57×10^{-10}

En la Tabla 5.6 se muestran los valores del número de Nusselt promedio obtenidos en la simulación numérica tridimensional. En la Figura 5.15 se presentan los datos de la Tabla 5.6 graficados para mostrar el efecto del número de Rayleigh y el ángulo de inclinación de la cavidad (en donde se obtuvieron oscilaciones en el Nusselt, se tomó el valor medio). Se aprecia que para valores del número de Rayleigh mayores a 10^4 , el número de Nusselt varía en forma importante con el ángulo de inclinación de la cavidad. Los ángulos de inclinación de la cavidad que facilitan la transferencia de calor por convección en la cavidad se encuentran en el rango 0° - 90° ; a partir de 90° , el valor del Nusselt (y por lo tanto la transferencia de calor) disminuye en forma considerable hasta alcanzar un mínimo valor para una inclinación de 180° (la pared caliente se encuentra arriba del plano de la abertura), en donde prácticamente toda la transferencia de calor es por conducción.

Tabla 5.6 Valores del número de Nusselt promedio para la cavidad cúbica abierta inclinada sin intercambio radiativo.

ϕ	Ra				
	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
0°	1.40	3.45	9.96 ± 0.06	18.18 ± 1.14	43.27 ± 11.23
10°	1.46	3.25	10.11 ± 0.24	18.48 ± 1.43	46.2 ± 6.83
30°	1.55	3.56	7.78	14.33 ± 0.09	39.64 ± 5.08
45°	1.60	3.69	7.37	13.81	32 ± 3.08
60°	1.62	3.71	7.51	14.05	29.5 ± 0.91
90°	1.58	3.38	7.32	14.33	29.16 ± 0.29
120°	1.49	2.43	4.90	9.55	18.67
135°	1.44	1.93	2.96	4.32	6.05
150°	1.44	1.59	1.85	1.86	2.08
180°	1.44	1.44	1.45	1.45	1.45

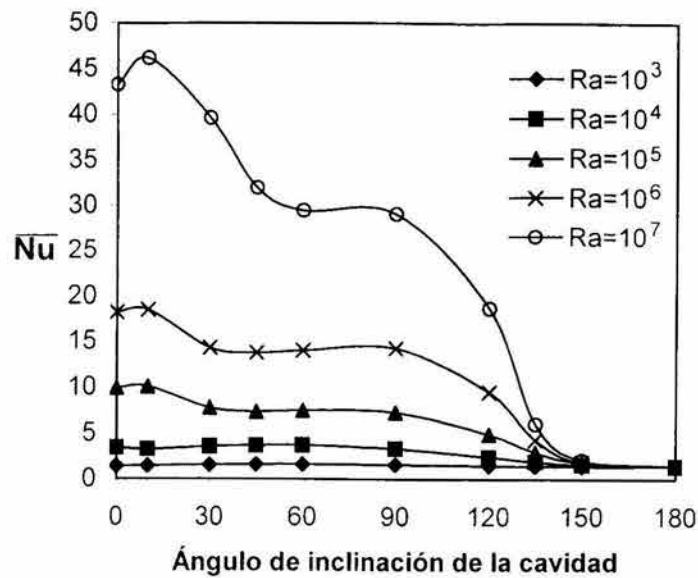


Figura 5.15 Variación del Nusselt promedio con el ángulo de inclinación para el rango del Rayleigh 10^3 - 10^6 en la cavidad cúbica abierta.

Para mostrar el efecto del ángulo de inclinación sobre la distribución del número local de Nusselt, en la Figura 5.16 se presentan los resultados obtenidos con los modelos 2D y 3D (promediados en la dirección Y), para tres diferentes ángulos de inclinación de la cavidad (45° , 90° y 135°). La distribución de los números locales de Nusselt es modificada, no únicamente por el número de Rayleigh, sino por el ángulo de inclinación de la cavidad. Al ir aumentando el ángulo de inclinación (para el mismo Rayleigh), la variación de los valores del Nusselt local en la parte inferior con respecto a la parte superior de la pared caliente va aumentando, debido a que el espesor de la capa límite térmica en la parte superior se va haciendo más grande. La comparación de los resultados de la Tabla 5.6, con los presentados en la Tabla 4.6, obtenidos con la modelación bidimensional, muestran de nuevo que la modelación bidimensional es una buena herramienta para la predicción del patrón de flujo y la transferencia en el tipo de cavidad abierta estudiada. Por todo lo anterior y debido a que se busca realizar un estudio paramétrico extenso, incluyendo además el intercambio radiativo entre las paredes de la cavidad (por lo que el tiempo de cómputo y los recursos computacionales requeridos serán considerablemente mayores), en las siguientes secciones se presentan resultados utilizando el modelo bidimensional validado previamente.

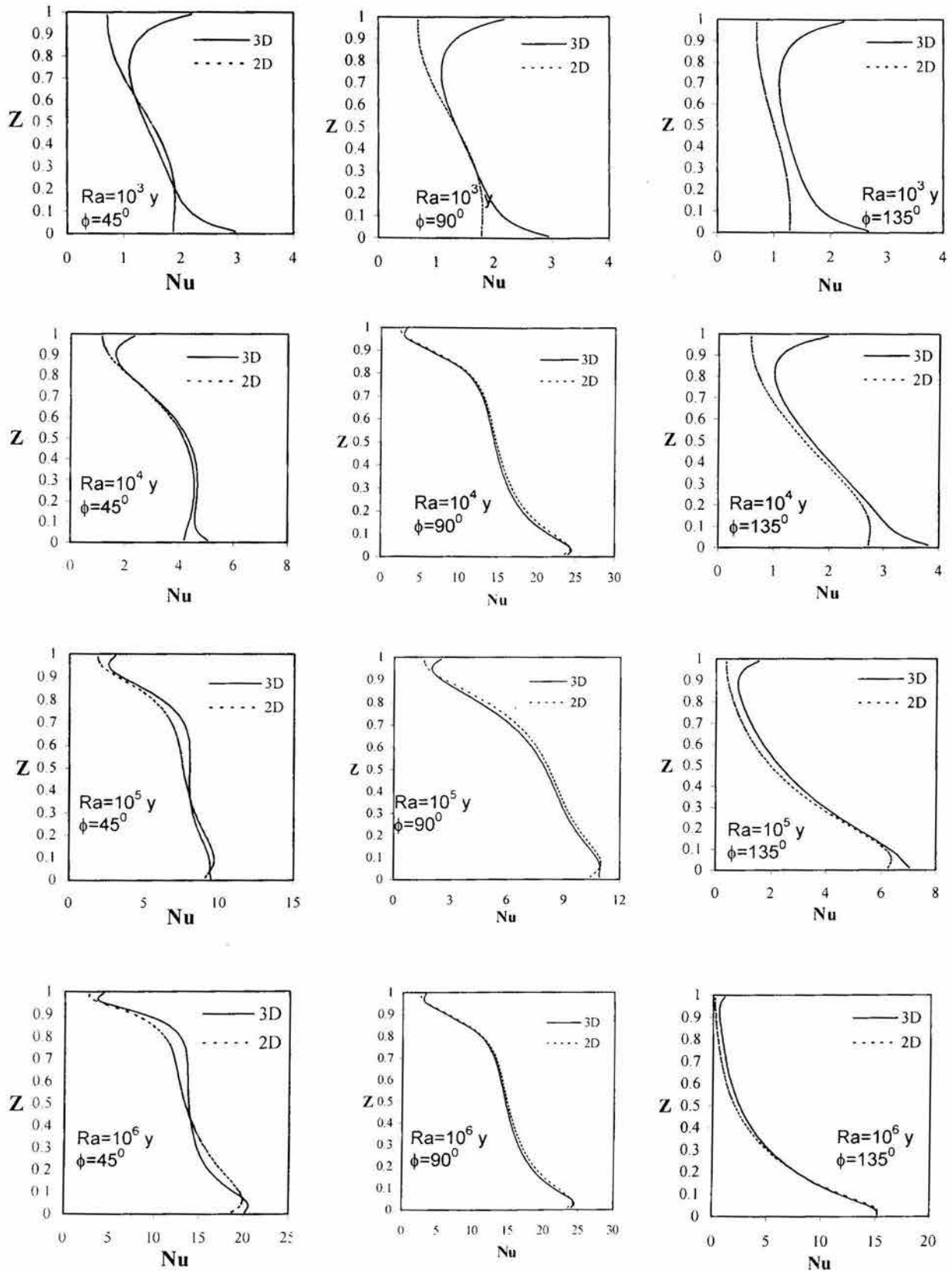


Figura 5.16 Distribuciones de los números locales de Nusselt para el rango del Rayleigh 10^3 - 10^6 y tres ángulos de inclinación de la cavidad (45° , 90° y 135°).

5.3 Análisis de la convección natural transitoria en una cavidad cuadrada abierta inclinada.

En la sección 4.2 como parte del proceso de validación del código numérico, se presentaron los cálculos de la convección natural, en una cavidad cuadrada abierta inclinada en el estado permanente. En esta sección se presenta el estudio de la evolución en el tiempo del campo de temperatura y del patrón de flujo en el mismo problema. Se analiza el efecto del número de Rayleigh y de la inclinación de cavidad. Los resultados servirán de referencia, para apreciar el impacto del intercambio radiativo entre las paredes de la cavidad, sobre el comportamiento de las principales variables en el tiempo.

5.3.1 Efecto del número de Rayleigh.

A continuación se presentan el análisis de la variación del campo de temperatura y el patrón de flujo con el tiempo, en la convección natural dentro una cavidad cuadrada abierta con un ángulo de inclinación de 90° , para diferentes valores del número de Rayleigh (10^5 , 10^6 y 10^7) y tiempos adimensionales de 1 a 20.

En las figuras 5.17-5.19, se presentan las gráficas de la función corriente del fenómeno estudiado para ilustrar la evolución en el tiempo del patrón de flujo. Se observa que para $\tau=1$ el flujo desarrolla un vórtice cerca de la pared caliente. Conforme se añade energía térmica, para $\tau=2$ el vórtice se hace más grande y asciende hasta que en $\tau=3$ alcanza la pared adiabática superior, en donde cambia su dirección para moverse hacia el plano de la abertura, se aprecia la formación de un patrón de flujo con la entrada de fluido por la parte inferior del plano de la abertura y la salida por la parte superior. Finalmente en $\tau=20$ el flujo alcanza el estado estacionario, el patrón final de flujo es el siguiente: la entrada de fluido es por la parte inferior del plano de la abertura, al tener contacto con la pared caliente, el fluido sube a lo largo de la pared caliente por la fuerza de flotación formando la capa límite hidrodinámica, la salida del fluido es por la parte superior del plano de la abertura. En el lado abierto, el flujo entra y sale horizontalmente, debido a la condición $(\partial U/\partial X)_{X=1}=(\partial V/\partial X)_{X=1}=0$. Conforme se incrementa el número de Rayleigh, el vórtice que se forma adyacente a la pared caliente se adelgaza, de igual manera el vórtice que se mueve en dirección de la abertura, ocupa un área menor, ya que se mueve más cerca de la pared adiabática superior. Para un número de Rayleigh de 10^7 , aparece un pequeño vórtice en la pared adiabática inferior, cerca de la pared caliente.

Las gráficas de las isotermas en las Figuras 5.17-5.19, indican que inicialmente la transferencia de calor se da principalmente por conducción, ya que las isotermas están verticales y casi paralelas. Muy rápidamente ($\tau \leq 1$), la convección comienza a dominar y empieza la formación de la capa límite térmica. La pared adiabática superior desacelera al fluido que asciende y se dirige hacia la abertura, entonces se forma una capa límite en dicha pared. En el estado permanente se forma una estratificación térmica en la pared adiabática superior. El incremento en el número de

Rayleigh disminuye el espesor de la capa límite térmica adyacente a la pared caliente y reduce el área ocupada por la estratificación térmica en la pared adiabática superior.

La Figura 5.20, presenta el cambio del número de Nusselt con el tiempo, para diferentes valores del número de Rayleigh (10^5 , 10^6 y 10^7). Se observa en las tres curvas, que el número de Nusselt inicia con valores muy altos (debido a que inicialmente los gradientes de temperatura entre la pared y el fluido adyacente son muy altos) y conforme se avanza en el tiempo disminuye hasta estabilizarse en un valor determinado. El tiempo requerido para llegar al estado permanente se incrementa al aumentar el Rayleigh.

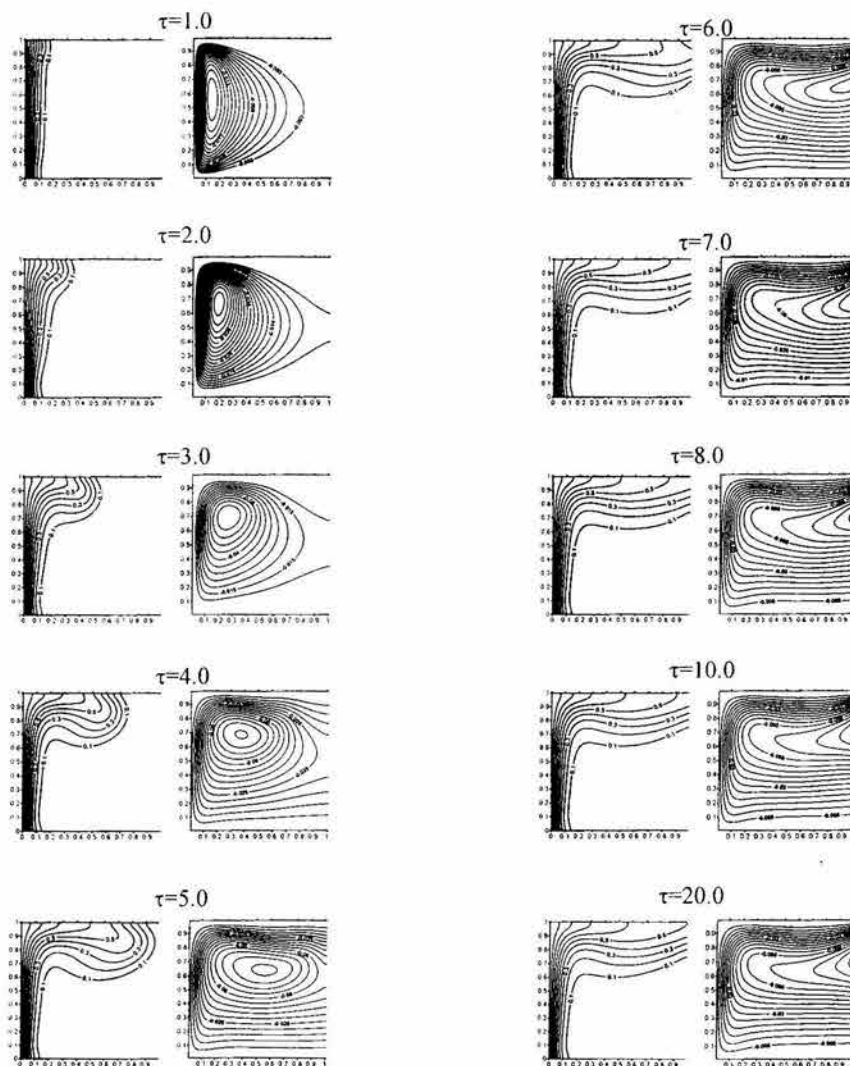


Figura 5.17 Evolución temporal del campo de temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando únicamente la convección natural, en la cavidad abierta con un ángulo de 90^0 y un valor del número de Rayleigh de 10^5 .

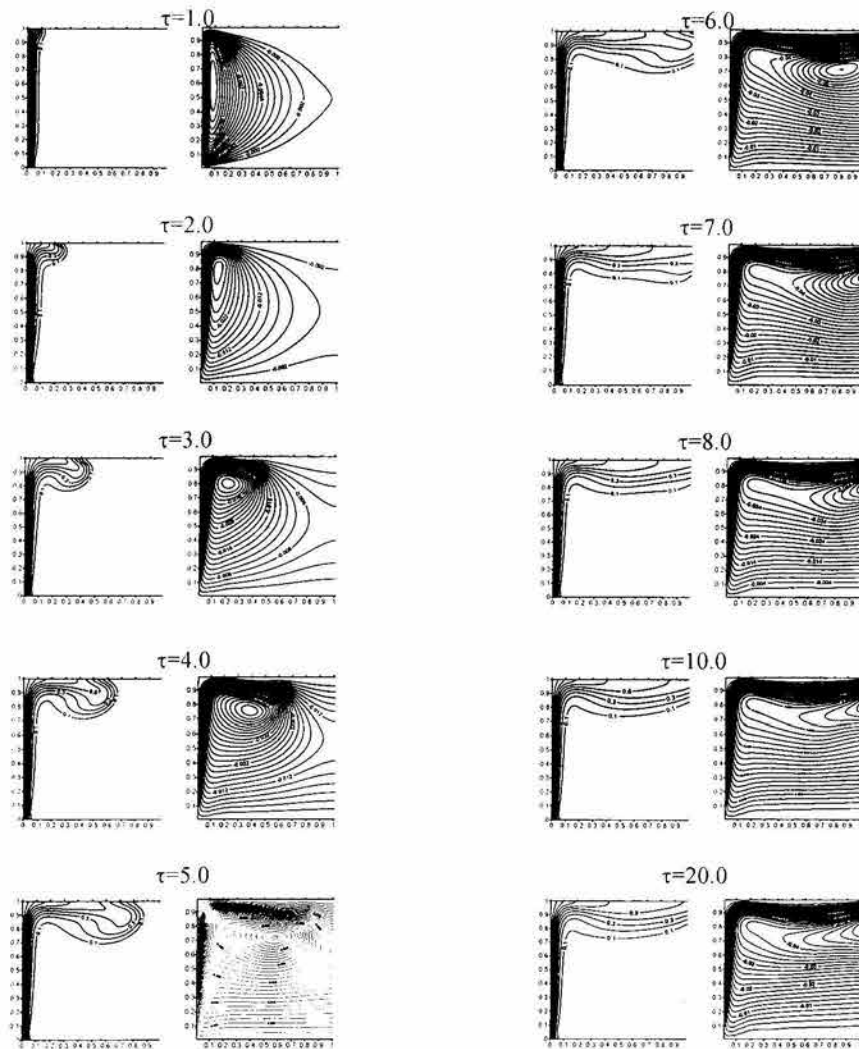


Figura 5.18 Evolución temporal del campo de temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando únicamente la convección natural, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del Rayleigh de 10^6 .

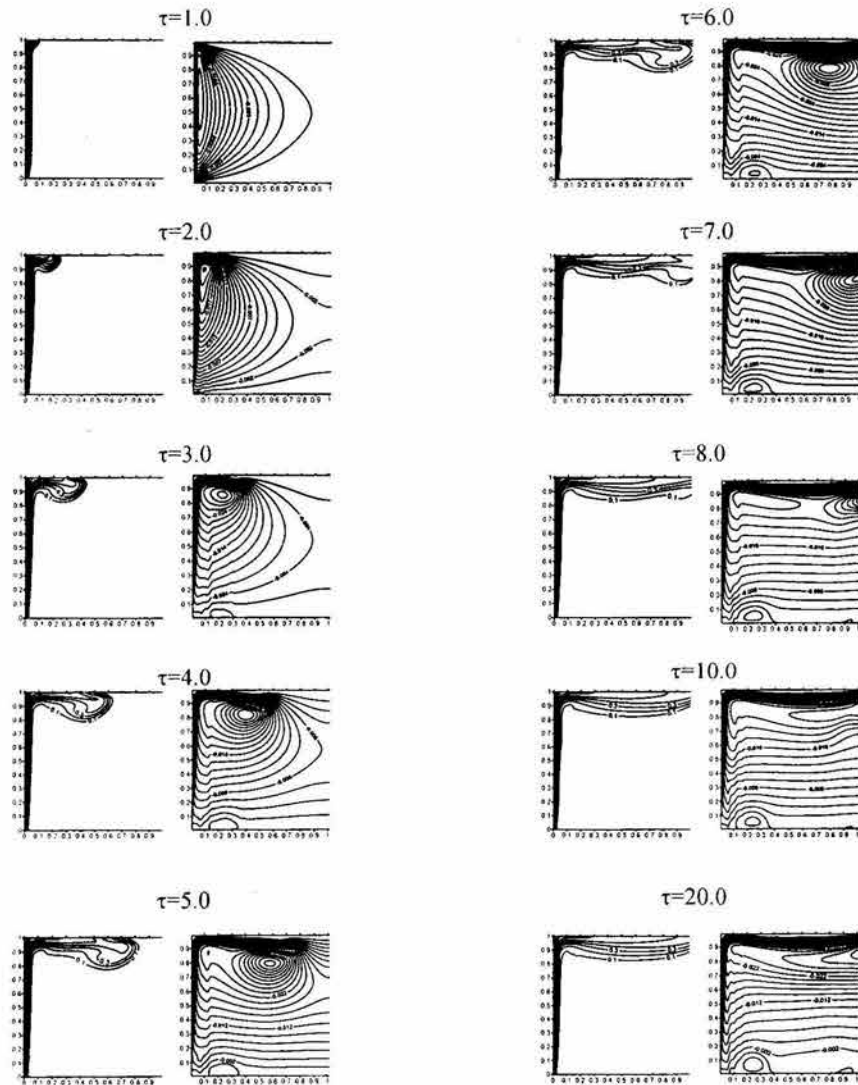


Figura 5.19 Evolución temporal del campo de temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando únicamente la convección natural, en la cavidad abierta con un ángulo de 90^0 y un valor del Rayleigh de 10^7 .

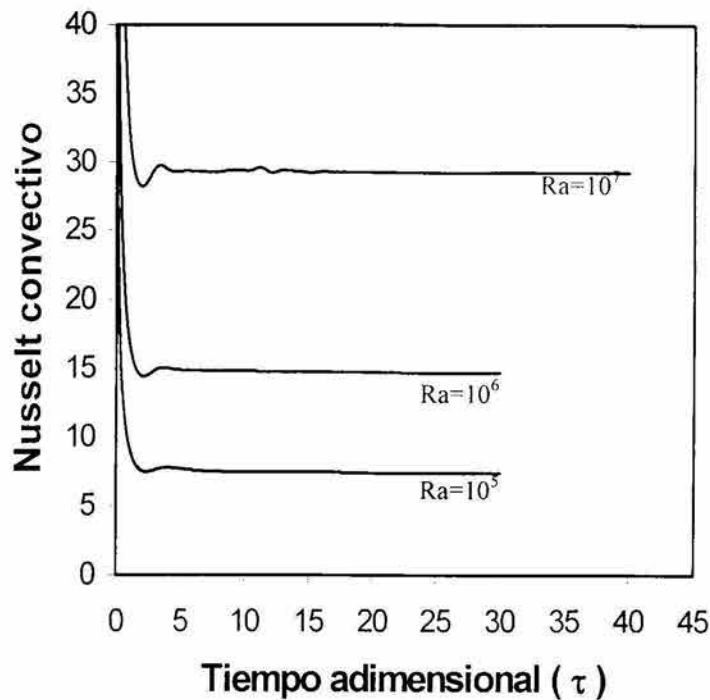


Figura 5.20 Historia del número de Nusselt obtenida con el modelo convectivo, para diferentes valores del número de Rayleigh, en la cavidad a 90° .

5.3.2 Efecto del ángulo de inclinación de la cavidad.

Como continuación del análisis de la variación del campo de temperatura y el patrón de flujo con el tiempo, en la convección natural dentro de una cavidad cuadrada abierta; se presenta ahora el efecto del ángulo de inclinación de la cavidad, para un valor del número de Rayleigh de 10^6 . Se presentan cuatro ángulos de inclinación de la cavidad: 0° , 45° , 90° , 120° y 180° .

Para un ángulo de inclinación de la cavidad de 0° (Figura 5.21), la pared caliente se encuentra horizontal y abajo de la abertura. La configuración es parecida al conocido problema de Rayleigh-Benard. Inicialmente la transferencia de calor es dominada por la conducción, por un periodo de tiempo significativamente mayor al observado a 90° . La magnitud del número de Rayleigh permite que para $\tau=12$, empiece a aparecer un desplazamiento del fluido (movimiento convectivo), en forma de cuatro vórtices que se desplazan en dirección de la abertura. Al avanzar el tiempo ($\tau=12$ a 36) los vórtices crecen y se mezclan, formándose posteriormente ($\tau=38$ a 120) un flujo inestable que entra por el centro de la cavidad y sale por las paredes verticales adiabáticas. La inestabilidad se manifiesta en la variación del tamaño de las celdas de circulación del fluido y en la formación de plumas térmicas en la pared isotérmica. En el campo de la temperatura se aprecia en $\tau=15$, la formación de dos plumas que ascienden en dirección de la abertura, las cuales se mezclan en $\tau=20$; posteriormente en $\tau=42$, se forma una capa límite térmica en la pared caliente y se estratifica la temperatura cerca de las paredes adiabáticas, debida al fluido caliente

que abandona la cavidad; finalmente en $\tau=120$ se observa el ascenso de una pluma térmica por la pared adiabática derecha.

En la Figura 5.22, se muestra el comportamiento del campo de temperatura y las líneas de corriente para diferentes tiempos, en la cavidad inclinada a 45° . En las gráficas de las líneas de corriente, se observa en $\tau=1$, la formación de un vórtice cerca de la pared caliente, que asciende hasta alcanzar la pared adiabática superior, en donde cambia su dirección para moverse hacia el plano de la abertura. Para $\tau=8$, se aprecia la formación de otra circulación de fluido que va incrementando su tamaño, y en donde la entrada del fluido se va desplazando hacia el centro de la abertura y la salida es cerca de la pared adiabática inferior. Finalmente en $\tau=50$ la segunda zona de circulación ha desaparecido. El patrón final de flujo es el siguiente: la entrada de fluido es por el parte inferior de la abertura, cuando el fluido entra en contacto con la pared caliente, se calienta y sube a lo largo de la pared caliente por la fuerza de flotación formando las capas límite hidrodinámica y térmica, la salida del fluido es por la parte superior del plano de la abertura. Las gráficas de las isotermas, indican que inicialmente la conducción de calor es el mecanismo de transferencia de calor dominante, ya que las isotermas están casi paralelas a la pared caliente. Rápidamente, la convección prevalece y empieza la formación de la capa límite térmica. La pared adiabática superior desacelera al fluido que sale y entonces se forma una estratificación térmica en dicha pared.

La Figura 5.23, presenta la evolución temporal del campo de temperatura y el patrón de flujo para la cavidad a 90° , el cual fue descrito en la sección 5.4.1. Es conviene mencionar que en esta orientación no se forma una segunda zona de circulación del fluido.

La evolución en el tiempo de los campos de temperatura y líneas de corriente, en la cavidad a 120° , se muestra en la Figura 5.24. En las gráficas de las líneas de corriente, se observa en $\tau=1$ de nuevo la formación de la recirculación en la pared caliente. Cuando la recirculación alcanza la pared adiabática superior, encuentra dificultades para desplazarse hacia la abertura por la inclinación negativa de la pared adiabática superior. Finalmente en el estado permanente ($\tau=30$), el fluido entra por la parte inferior, al entrar en contacto con la pared caliente incrementa su temperatura y por la fuerza de flotación se desplaza en forma oblicua (diagonal) para recorrer la menor distancia posible en dirección de la abertura. En el campo de temperatura, de nuevo se tiene que inicialmente el mecanismo de transferencia de calor dominante es la conducción, pero rápidamente aparece el transporte convectivo con el desplazamiento del fluido inducido por la fuerza de flotación; conforme el fluido caliente se desplaza en dirección de la abertura, se empieza a formar una estratificación térmica que cada vez va ocupando una mayor área dentro de la cavidad y que ha diferencia de la observada a 90° , ahora se encuentra inclinada.

La Figura 5.25, presenta la variación en el tiempo, del campo de la temperatura y el patrón de flujo de la cavidad a 180° . La ausencia de líneas de corriente indica que no

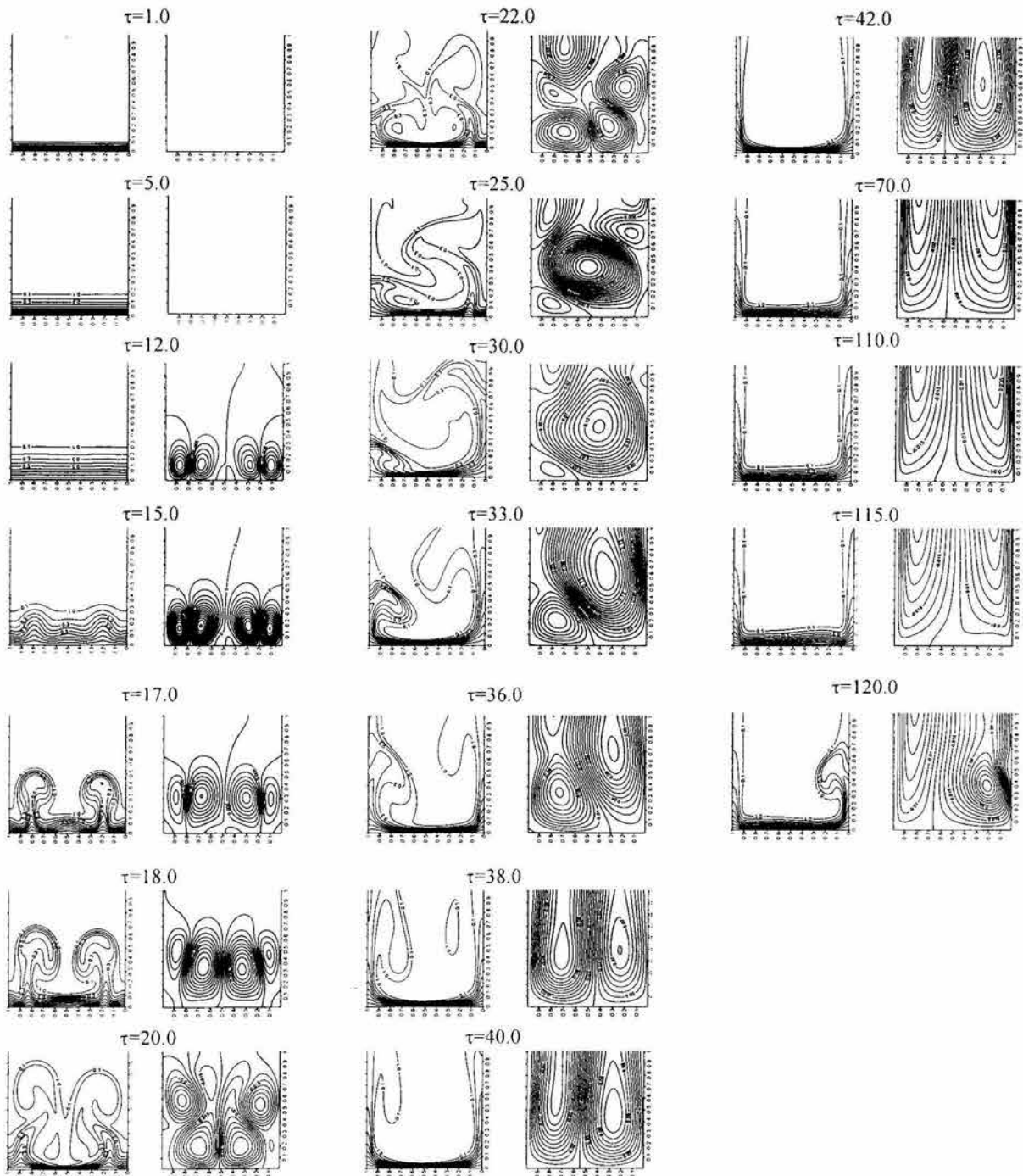


Figura 5.21 Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 0° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

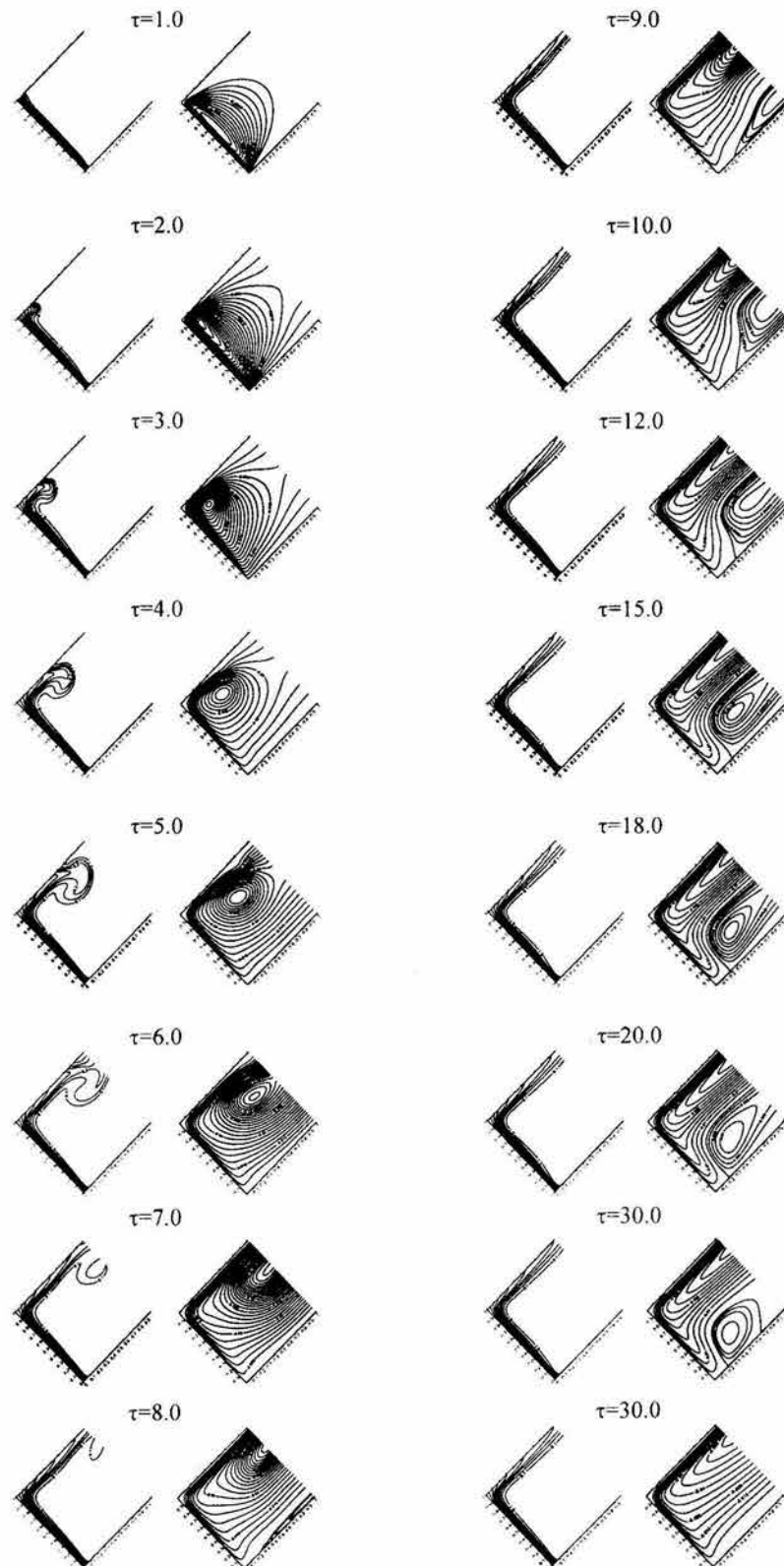


Figura 5.22 Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 45° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

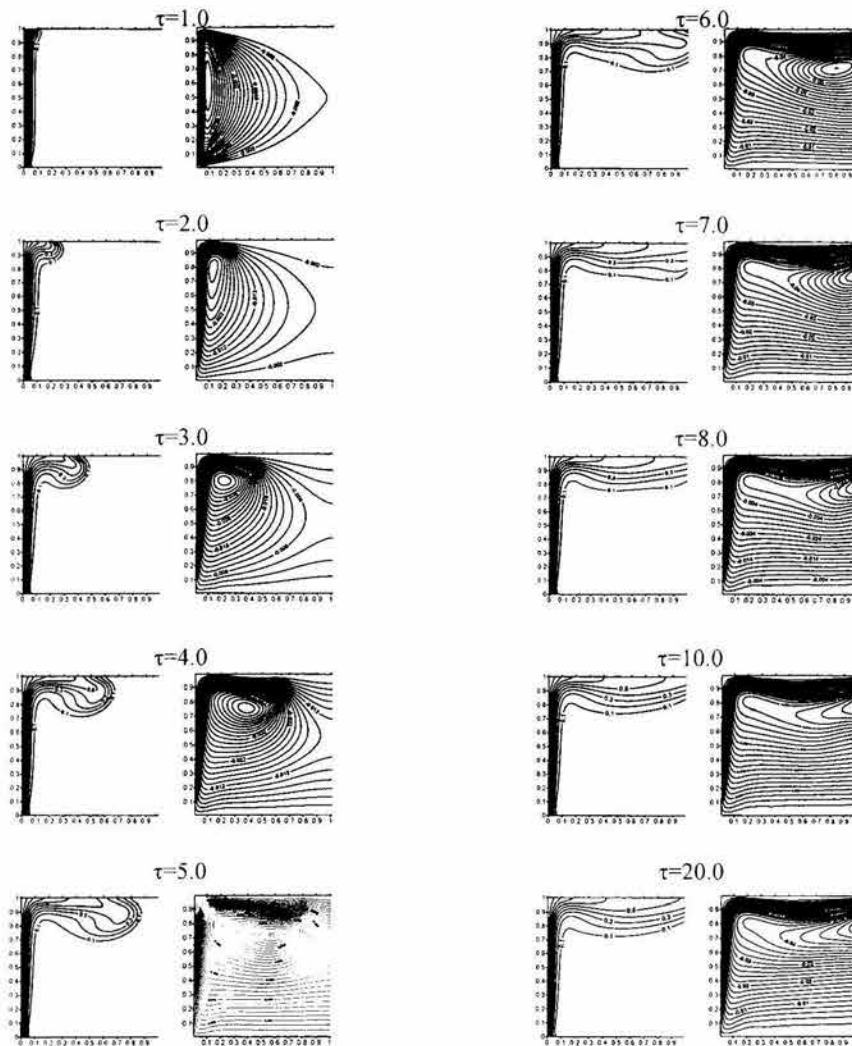


Figura 5.23 Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

hay movimiento del fluido. El campo de la temperatura muestra que la transferencia de calor se da únicamente por difusión.

En la Figura 5.26, se muestra la variación del número de Nusselt promedio en la pared caliente con el tiempo, para cinco diferentes inclinaciones de la cavidad (0° , 45° , 90° , 120° y 180°) y un número de Rayleigh de 10^6 . Se observa en las curvas, que para inclinaciones de 45° , 90° , 120° y 180° , el Nusselt inicia con valores muy altos y conforme se avanza en el tiempo disminuye hasta estabilizarse en un valor dado; el tiempo requerido para llegar al estado permanente depende de la inclinación, siendo la inclinación de 180° la que requiere un mayor tiempo para lograr el estado permanente ($\tau=300$). En el caso en que la cavidad se encuentra a 0° y para el rango de tiempo estudiado ($\tau=150$), el número Nusselt oscila, sin estabilizarse por lo que no se alcanza el estado permanente.

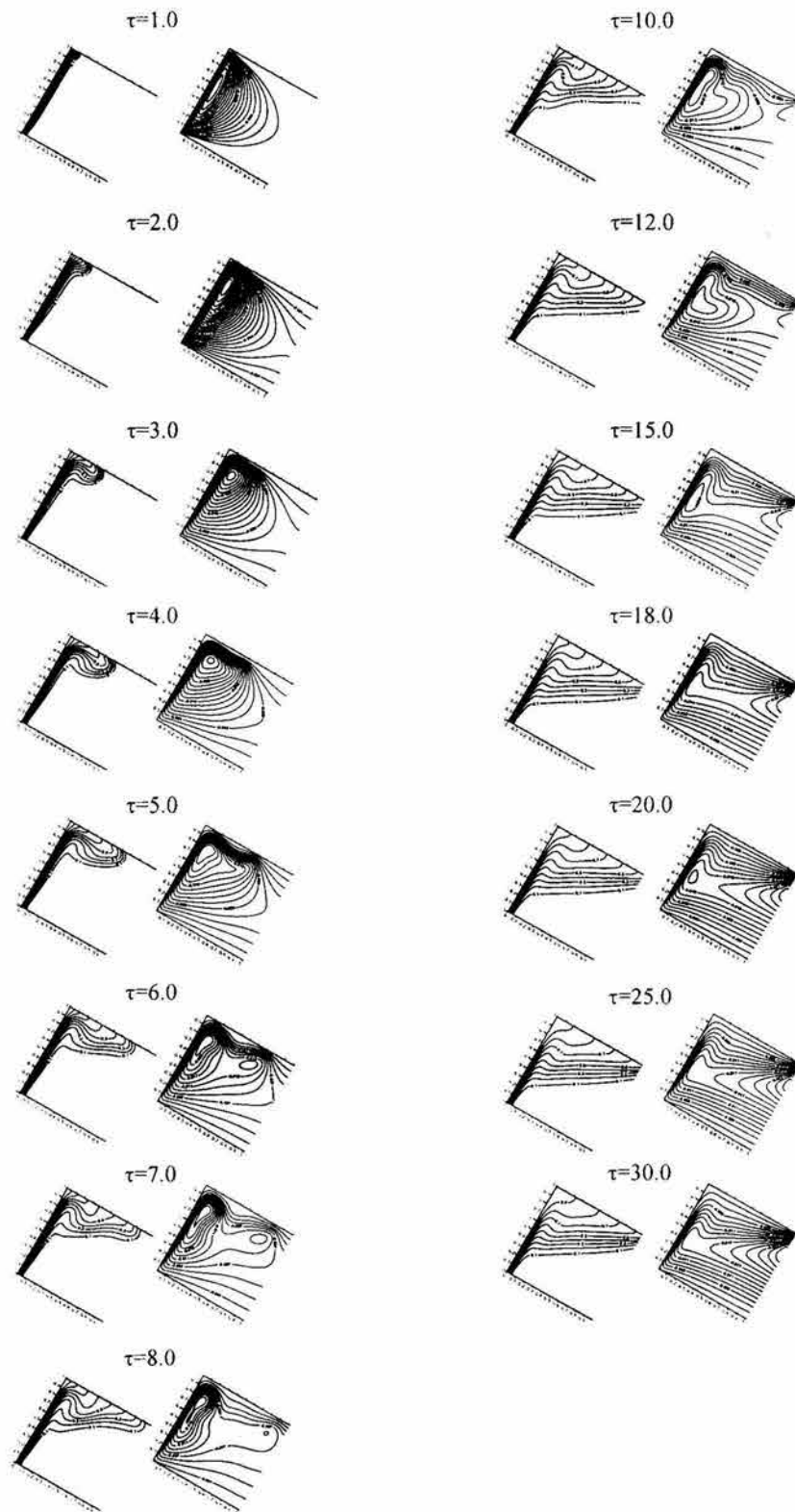


Figura 5.24 Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 120° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

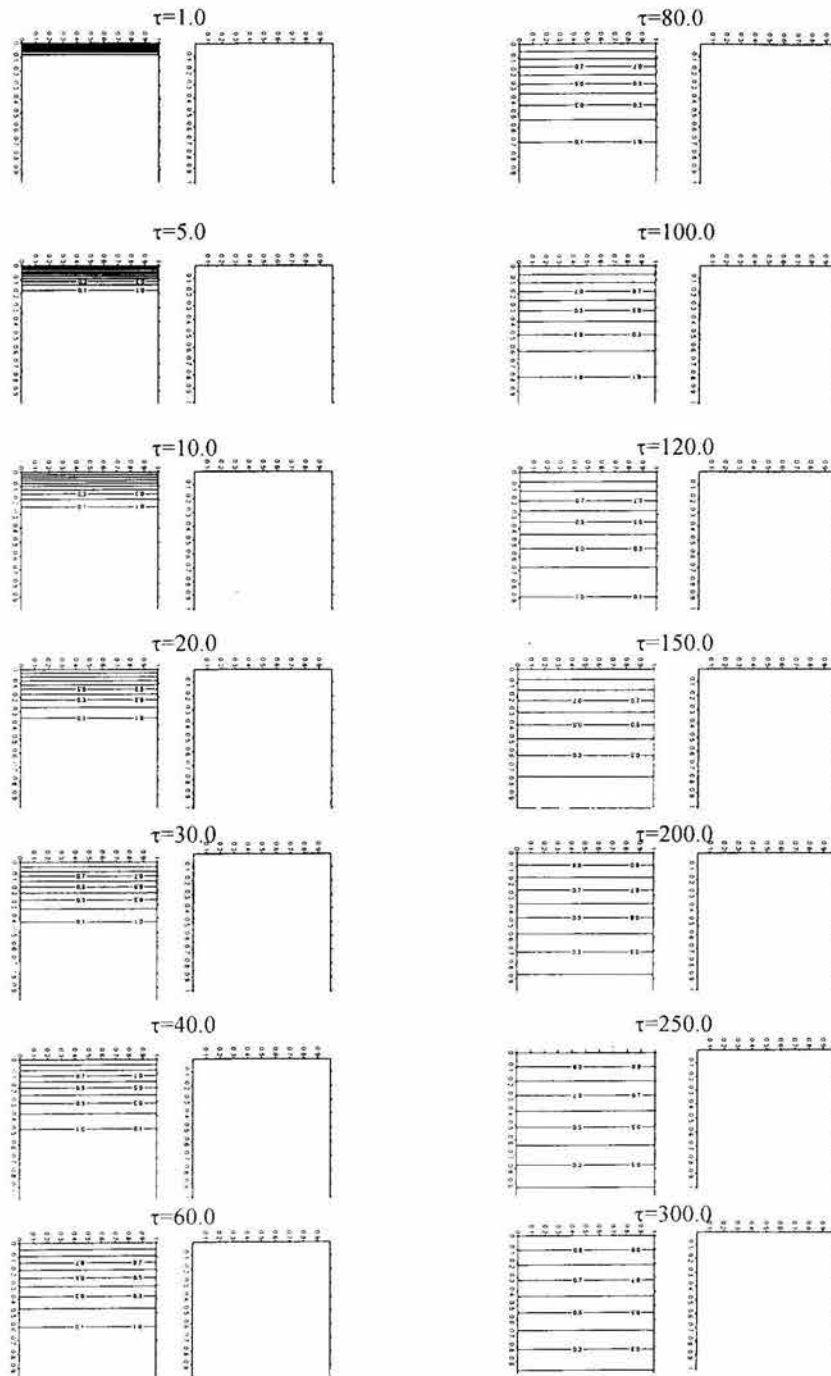


Figura 5.25 Historia del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), de la convección natural en la cavidad abierta con un ángulo de 180° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

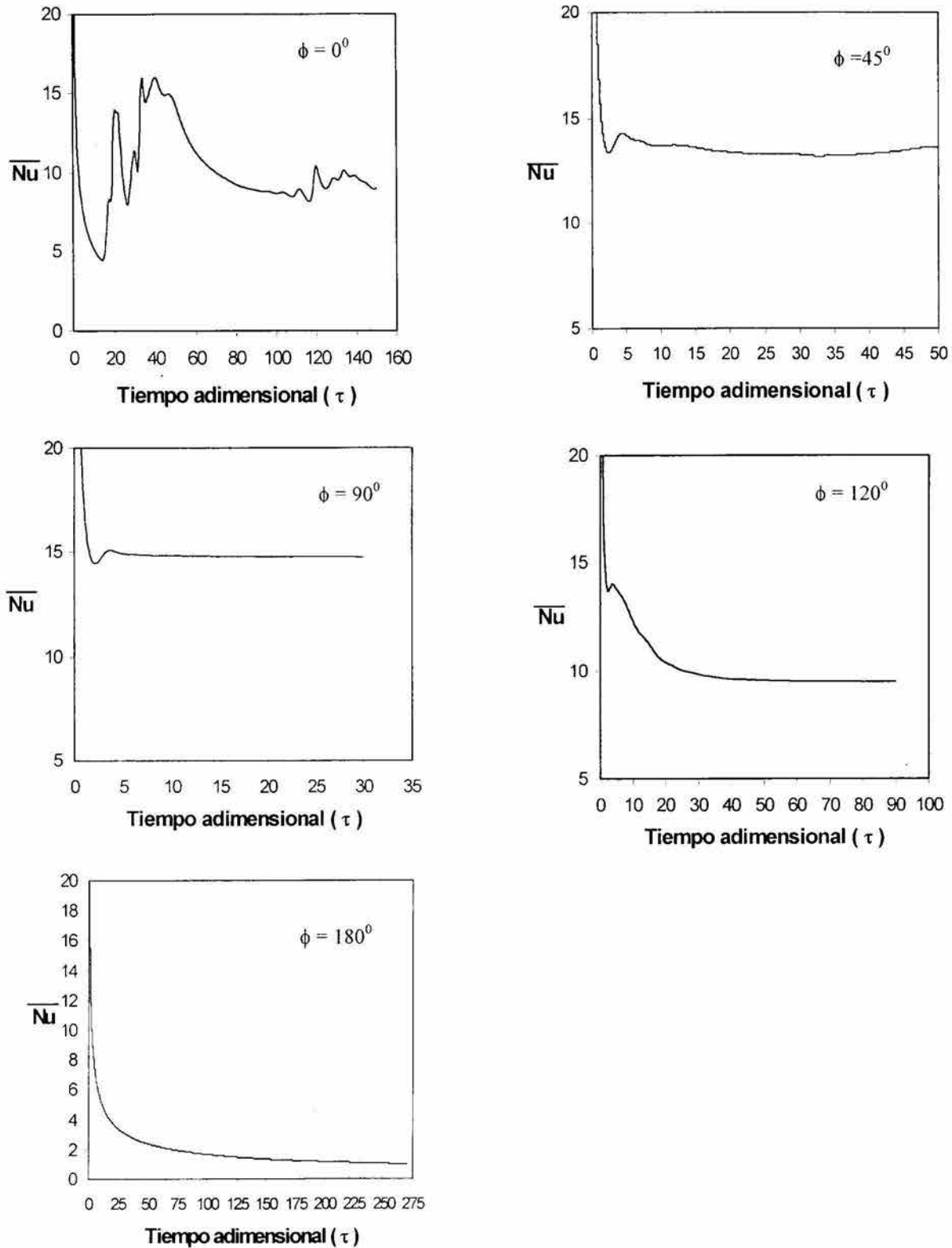


Figura 5.26 Historia del Nusselt calculada con el modelo convectivo para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad (0° , 45° , 90° , 120° y 180°) y un número de Rayleigh de 10^6 .

5.4 Convección natural e intercambio radiativo en una cavidad cuadrada abierta en estado permanente.

A continuación se presentan los resultados de la transferencia de calor por convección natural e intercambio radiativo en una cavidad cuadrada abierta en estado permanente. Se analiza la influencia del número de Rayleigh y el ángulo de inclinación, sobre el número de Nusselt, el campo de temperatura y el patrón de flujo.

5.4.1 Influencia del intercambio radiativo sobre el campo de la temperatura y el patrón de flujo.

Para mostrar los aspectos básicos del efecto del intercambio radiativo sobre el campo de temperatura y el patrón de flujo, es necesario considerar un caso base; se ha considerado apropiado fijar las siguientes condiciones para el modelo convectivo-radiativo:

- La pared caliente se encuentra a una temperatura $T_H = 500$ K y la del fluido que entra a la cavidad con $T_\infty = 300$ K.
- Las paredes y la abertura se comportan como cuerpos negros por lo que $\varepsilon = 1.0$.
- La cavidad tiene un ángulo de inclinación de 90° .

En la Figura 5.27 se muestran los resultados considerando $\varepsilon = 0$ (sin intercambio radiativo) y en la Figura 5.28 los resultados con $\varepsilon = 1$, ambos casos para $Ra = 10^4$ y $Ra = 10^6$ y en estado permanente. Los resultados bidimensionales de la Figura 5.27, corresponden bien a lo observado en la sección 5.1 con el modelo tridimensional; el fluido entra a la cavidad por la parte inferior y sale por la parte superior. El incremento en la intensidad de la fuerza de flotación al aumentar el Rayleigh, ocasiona que el fluido caliente salga con mayor velocidad, por lo que el área de la cavidad que ocupa el fluido frío se incrementa. Las gráficas del campo de la temperatura muestran la formación de la capa límite térmica adyacente a la pared caliente y la estratificación del fluido en las cercanías de la pared aislada superior. Las isotermas son perpendiculares a las paredes aisladas, debido a que el gradiente de temperatura es igual a cero.

Las gráficas del campo de la temperatura (isotermas) de la Figura 5.28, muestran una diferencia significativa con las de la Figura 5.27. Las isotermas no llegan a las paredes aisladas en forma perpendicular, en el caso de la pared aislada inferior, el intercambio radiativo incrementa la temperatura de la pared ocasionando un calentamiento del fluido en la vecindad de dicha pared. Lo anterior ocasiona un cambio en el patrón de flujo para los números de Rayleigh estudiados, únicamente se aprecia que en la región cercana a la pared inferior, las líneas de corriente están menos espaciadas y los vectores más grandes, lo que indica que el fluido frío entra más rápido.

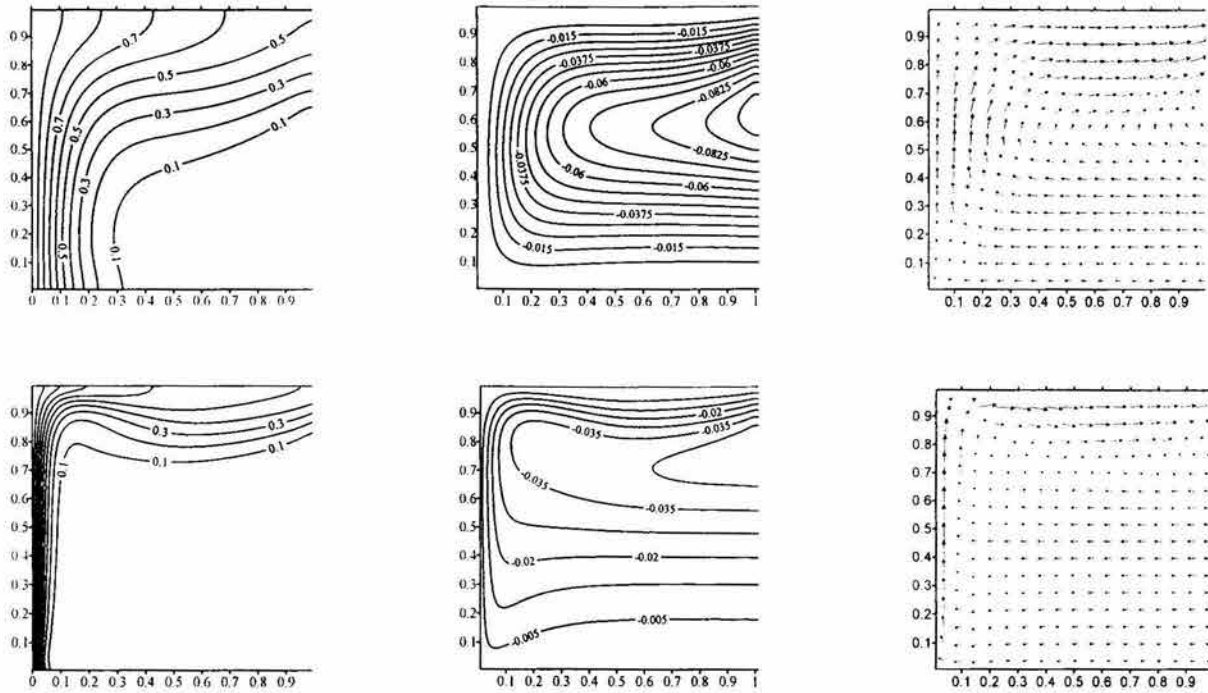


Figura 5.27 Isothermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para $Ra=10^4$ (arriba) y $Ra=10^6$ (abajo) con $\varepsilon=0$ (sin intercambio radiativo).

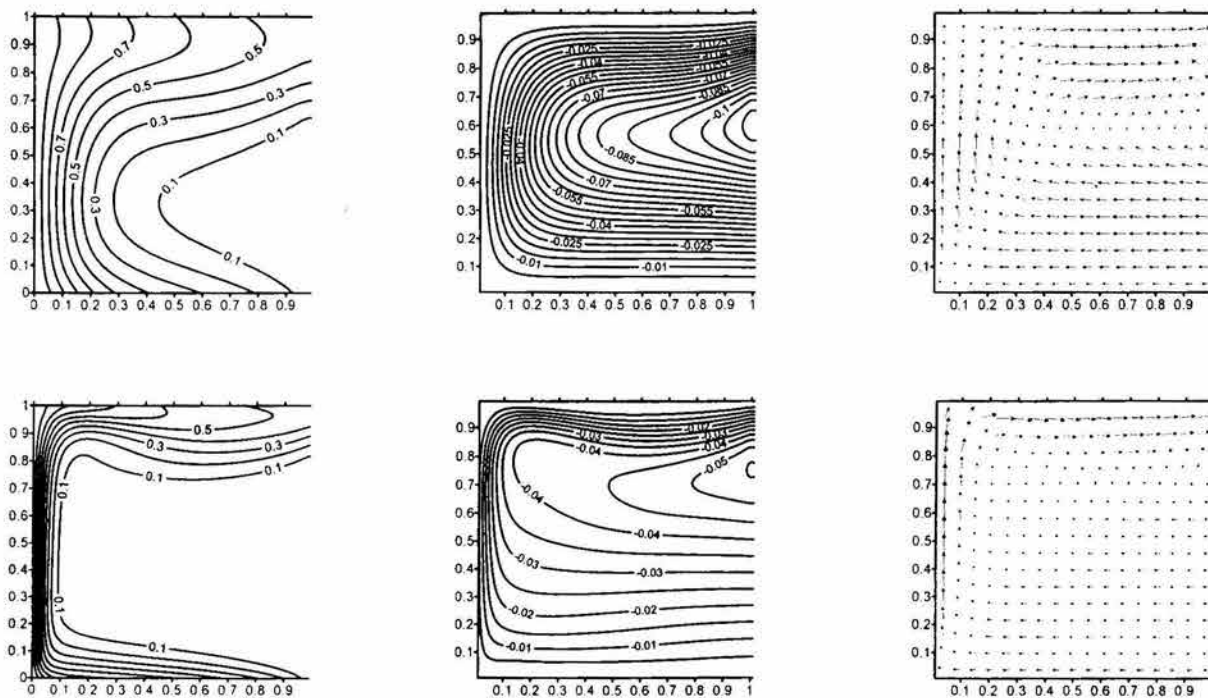


Figura 5.28 Isothermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para $Ra=10^4$ (arriba) y $Ra=10^6$ (abajo) con $\varepsilon=1$.

En la Figura 5.29 se presenta la comparación de las distribuciones de temperatura en las paredes aisladas para los dos casos ($\epsilon=0$ y $\epsilon=1$) y para los dos valores del número de Rayleigh (10^4 y 10^6). La columna izquierda corresponde a $Ra=10^4$; se aprecia un incremento en la temperatura de la pared aislada inferior y una disminución en la temperatura de la pared superior por el intercambio radiativo. El incremento en la temperatura de la pared aislada inferior, es mayor que la disminución en la temperatura en la pared aislada superior, debido a que el fluido que entra en contacto con la pared aislada inferior lo hace a la temperatura del ambiente (por lo que se tiene un mayor gradiente de temperatura), mientras que el fluido que interactúa térmicamente con la pared aislada superior, previamente fue calentado por las paredes isotérmica y aislada inferior, por lo que el gradiente de temperatura es menor. En la columna derecha de la Figura 5.28 observamos los resultados para $Ra=10^6$; el incremento en la temperatura de la pared inferior por el intercambio radiativo, es más pronunciado debido al adelgazamiento de la capa límite térmica que predice el modelo sin radiación, que ocasiona aumente la sección de la pared que se encuentra a la temperatura del fluido que entra a la cavidad. La comparación de las distribuciones de temperatura en la pared superior muestra que la diferencia disminuye al aumentar el número de Rayleigh, se aprecia que en la sección de la pared entre 0.2 a 0.4 el caso con $\epsilon=1$ presenta un pequeño incremento en la temperatura, pero para 0.4 a 1.0 la temperatura cuando $\epsilon=0$ es ligeramente mayor.

La Figura 5.30 presenta los perfiles de la componente horizontal (dirección-X) de la velocidad en la abertura ($X=1$), para los dos valores del número de Rayleigh ($Ra=10^4$ y $Ra=10^6$). Se observa que la velocidad de entrada del fluido se incrementa por calentamiento en la pared aislada inferior, para ambos números de Rayleigh; se presenta un pequeño incremento en la velocidad de salida del fluido únicamente para $Ra=10^6$.

En la Figura 5.31 se muestran los perfiles de la componente vertical (dirección-Y) de la velocidad en el plano $Z=0.5$, para los dos valores del Rayleigh ($Ra=10^4$ y $Ra=10^6$). Se aprecia un incremento en la velocidad y un pequeño aumento en el espesor de la capa límite hidrodinámica ocasionado por el calentamiento previo del fluido en la pared aislada inferior.

5.4.2 Efecto del número de Rayleigh.

Con la intención de mostrar el efecto del número de Rayleigh, en la Figura 5.32 se presentan los resultados (isotermas, líneas de corriente y vectores de velocidad) para el rango 10^3 - 10^7 en el estado permanente, del modelo convectivo-radiativo, para las condiciones descritas en la sección 5.3.1.

El campo de la temperatura (isotermas) muestra que al incrementar la magnitud de la fuerza de flotación en relación a la fuerza viscosa (por el incremento en el número de Rayleigh), las isotermas se van acercando a las paredes formando una capa límite térmica; por lo anterior la región que ocupa el fluido a la temperatura externa a la cavidad ($\theta=0$) es cada vez mayor. Para la inclinación estudiada (90°) fue posible

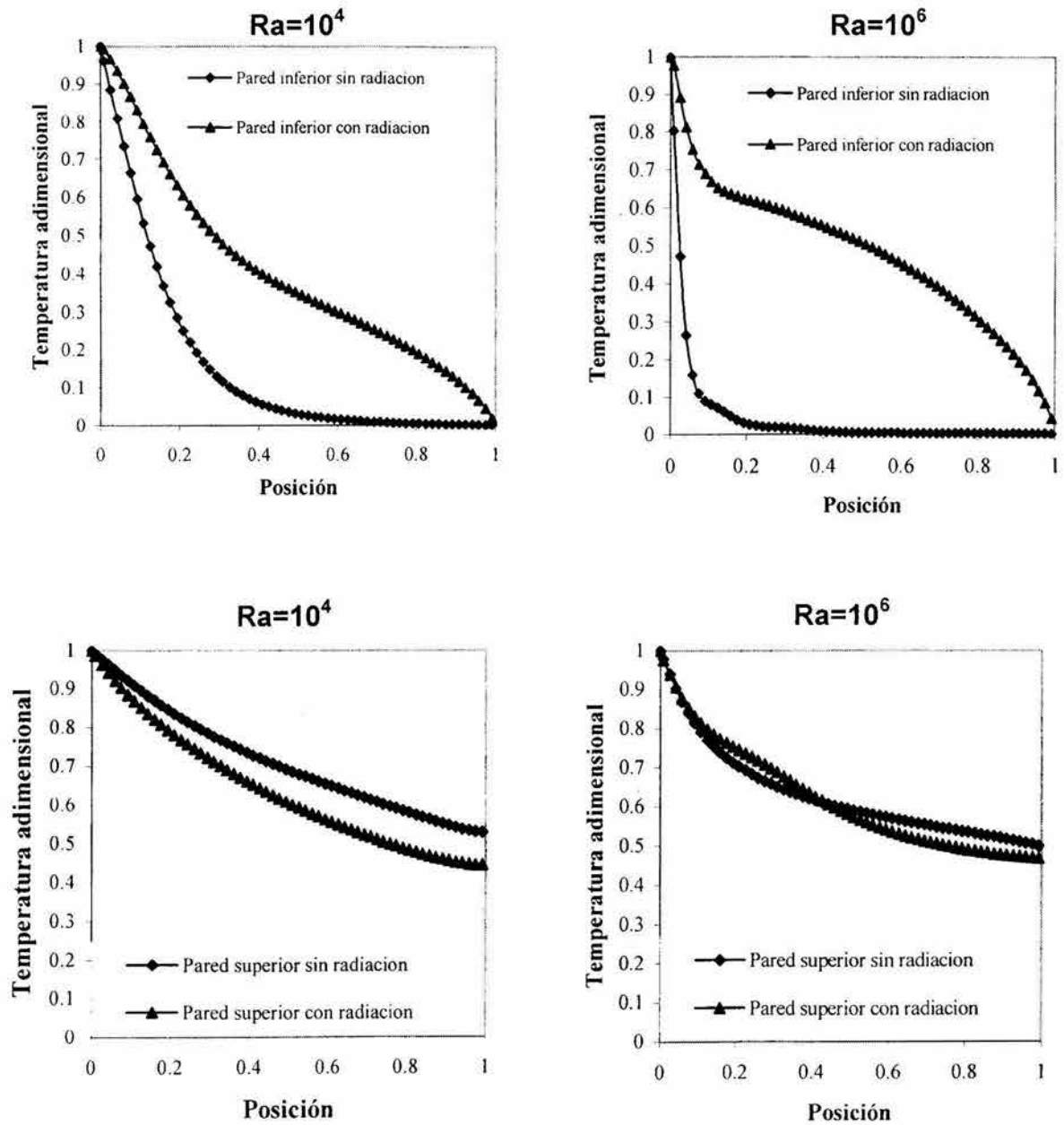


Figura 5.29 Distribuciones de temperatura en las paredes aisladas inferior y superior para dos valores del número de Rayleigh, $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$.

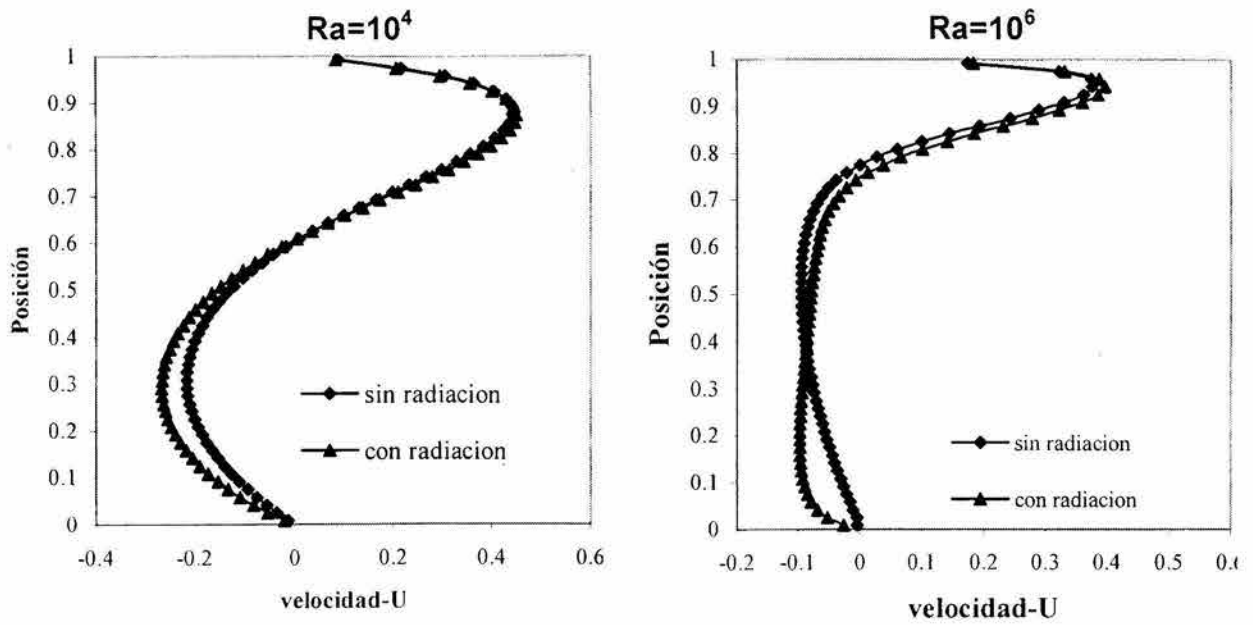


Figura 5.30 Perfiles de la componente-X de la velocidad en la abertura ($X=1$) para dos valores del número de Rayleigh, $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$.

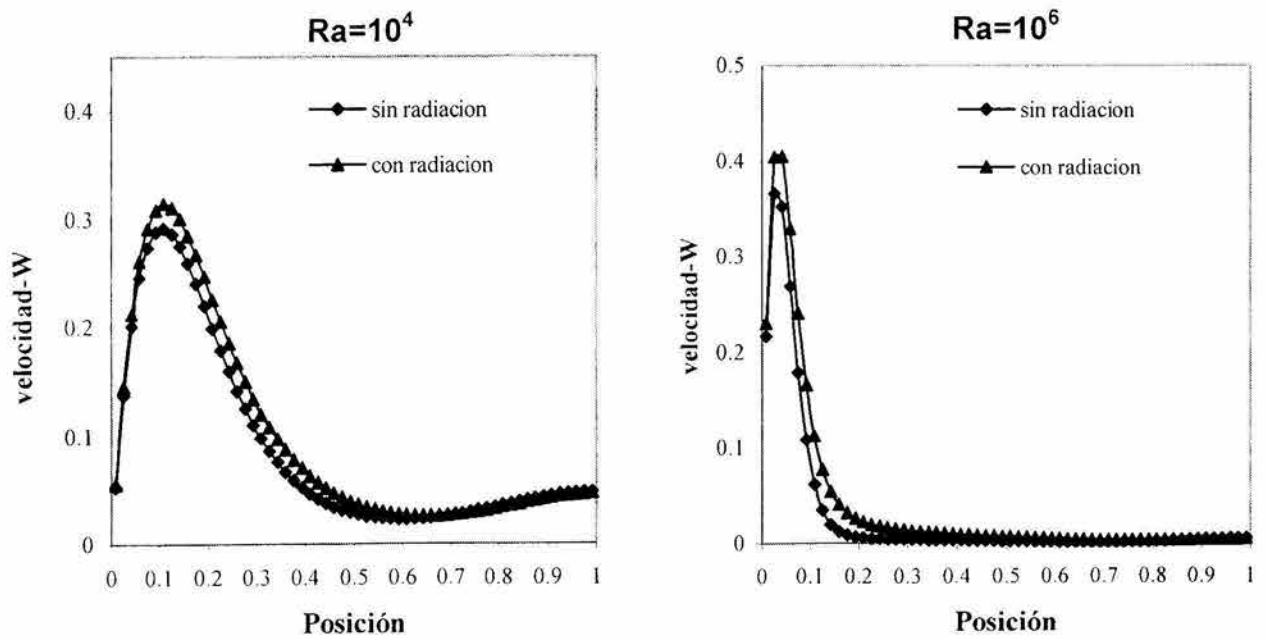


Figura 5.31 Perfiles de la componente-Y de la velocidad en el plano $Z=0.5$ para dos valores del número de Rayleigh, $Ra=10^4$ y $Ra=10^6$.

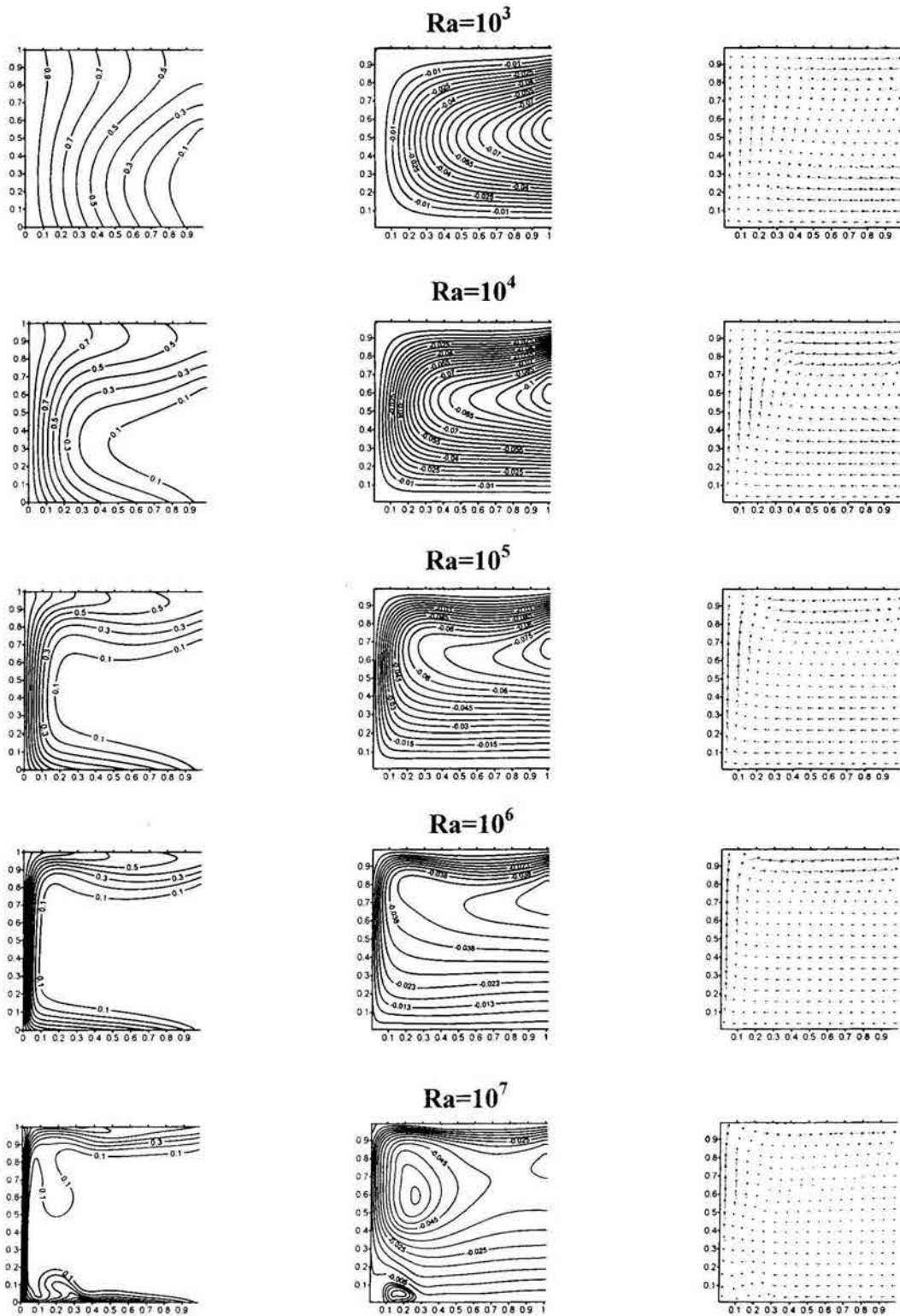


Figura 5.32 Isotermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para el rango del número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 .

alcanzar el estado permanente para el rango del número Rayleigh de 10^3 a 10^6 . En el caso de $Ra=10^7$ se llevó a cabo la formación de una pluma térmica en la pared aislada inferior (la gráfica corresponde a un tiempo dado), la cual se va desplazando hacia la pared isotérmica debido al fluido que entra a la cavidad y se mezcla con la capa límite térmica. En la sección 5.5, se presenta un estudio detallado de la evolución temporal del campo de temperatura para explicar con más detalle el fenómeno descrito anteriormente.

Las líneas de corriente y el campo de vectores de velocidad, muestran la descripción del patrón de flujo. Se observa que al aumentar el número de Rayleigh, las líneas de corriente se van acercando más a la pared caliente, formando capas límites hidrodinámicas más pequeñas; el área que ocupa el fluido frío al entrar va aumentando, debido a que se incrementa la relación de la velocidad de salida entre la velocidad de entrada del fluido. Como se comentó previamente para un $Ra=10^7$, se forma una pluma térmica en la pared inferior, que en la gráfica se ve ya prácticamente entrando a la capa límite hidrodinámica en la esquina inferior. También se aprecia al mismo tiempo un segundo vórtice que está a punto de alcanzar la pared aislada superior.

En la Tabla 5.7 se presentan los valores obtenidos del número de Nusselt para los diferentes valores del número de Rayleigh/Parámetro de radiación. Por conveniencia se presenta la contribución de las componentes convectiva y radiativa, así como los resultados obtenidos con $\varepsilon=0$. Para ambos casos ($\varepsilon=0$ y $\varepsilon=1$), el número de Nusselt total se incrementa al aumentar el número de Rayleigh. Los valores del \overline{Nu}_{conv} son un poco menores cuando $\varepsilon=1$, debido a que la pared aislada inferior se calienta por el intercambio radiativo y transfiere calor al fluido que entra, incrementando su temperatura y produciendo una disminución en los gradientes de temperatura adyacentes a la pared caliente. La diferencia porcentual más pequeña entre \overline{Nu}_{conv} ($\varepsilon=0$) y \overline{Nu}_{conv} ($\varepsilon=1$), es de 1.3% para $Ra=10^7$ y la mayor diferencia porcentual es 19.5% para $Ra=10^4$ y $Ra=10^5$. Se puede apreciar además que \overline{Nu}_{tot} ($\varepsilon=1$) es siempre mayor que \overline{Nu}_{conv} ($\varepsilon=0$), la diferencia mas grande es de 118% para $Ra=10^7$ y la diferencia mas pequeña es de 76% para $Ra=10^4$ y $Ra=10^5$. Es relevante mencionar además que cuando $\varepsilon=1$, el \overline{Nu}_{rad} es mayor que el \overline{Nu}_{conv} para todos los valores del número de Rayleigh, por lo tanto la consideración del intercambio radiativo entre las paredes de la cavidad es un factor muy importante a considerar en el estudio de cavidades abiertas.

5.4.3. Efecto de la variación del ángulo de inclinación de la cavidad para diferentes valores del Rayleigh.

A continuación se analiza el efecto del ángulo de inclinación de la cavidad sobre los campos de temperatura, patrones de flujo y números de Nusselt para diferentes valores del número de Rayleigh [62]. De nuevo se utilizan las condiciones descritas en la sección 5.3.1.

Tabla 5.7 Valores del número de Nusselt para diferentes valores del Rayleigh en la cavidad cuadrada abierta con intercambio radiativo ($\phi=90^\circ$).

Ra/Nr	Valores del número de Nusselt ($\phi=90^\circ$)					
	$\varepsilon=0$			$\varepsilon=1$		
	\overline{Nu}_{conv}	\overline{Nu}_{rad}	\overline{Nu}_{tot}	\overline{Nu}_{conv}	\overline{Nu}_{rad}	\overline{Nu}_{tot}
$10^3/2.6$	1.30	0.0	1.30	1.11	1.52	2.63
$10^4/5.5$	3.44	0.0	3.44	2.77	3.28	6.05
$10^5/11.9$	7.44	0.0	7.44	5.99	7.06	13.05
$10^6/25.6$	14.51	0.0	14.51	11.91	15.22	27.13
$10^7/55.2$	27.58	0.0	27.58	27.22±0.97	32.9	60.12±0.97

En las Figuras 5.33-5.37 se presentan las gráficas de las isothermas, líneas de corriente y vectores de velocidad, para 5 valores del número de Rayleigh (10^3 , 10^4 , 10^5 , 10^6 y 10^7) y 10 ángulos de inclinación de la cavidad (0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135° , 150° y 180°).

En la Figura 5.33, se muestra el efecto del ángulos de inclinación para $Ra=10^3$, no se presenta un cambio significativo en el patrón de flujo. Para ángulos mayores de 90° , la velocidad de entrada y salida del fluido empieza a disminuir, por lo que las líneas de corriente están más espaciadas.

La Figura 5.34, muestra los resultados para $Ra=10^4$. Cuando la cavidad se encuentra a 0° , el fluido frío entra por el centro de la cavidad y el fluido caliente sale adyacente a las paredes aisladas verticales. Para un ángulo de 15° , se forma un vórtice que ocupa alrededor del 25% de la cavidad y que gira en sentido contrario a las manecillas del reloj. El vórtice disminuye su tamaño cuando el ángulo es de 30° y desaparece para 45° . De nuevo la velocidad de entrada y salida de fluido disminuye al aumentar para ángulos mayores a 90° , hasta que para un ángulo de 180° el fluido prácticamente no se mueve, los valores de las líneas de corriente que se observan son 50 veces mas pequeñas que las correspondientes a los demás ángulos de inclinación de la cavidad y no hay entrada o salida de fluido a la cavidad.

En la Figura 5.35 se presentan los resultados para $Ra=10^5$. De nuevo para 0° , el fluido entra por el centro de la cavidad y sale por las paredes laterales, sólo que ahora el fluido a la temperatura del ambiente ocupa una mayor porción de la cavidad, ya que los gradientes de temperatura se encuentran mas concentrados en las paredes. Para un ángulo de 15° se observa también entrada de fluido por el centro y salida por las paredes laterales, pero sin simetría. En los ángulos de 45° y 60° , se forma un vórtice (como el observado para $Ra=10^4$ y $\phi=15^\circ$) y el flujo se vuelve inestable, lo anterior debido al calentamiento del fluido en la pared aislada inferior, que ocasiona la formación de una pluma térmica, que es empujada por el fluido frío que entra a la cavidad, un estudio del estado transitorio se presenta en la siguiente sección. El vórtice desaparece para un ángulo de 90° . Para ángulos mayores a 90° , el fluido al calentarse, empieza a salir de la cavidad en forma oblicua, esto es mas notorio para un ángulo de 150° . Para 180° de nuevo el fluido prácticamente no se mueve.

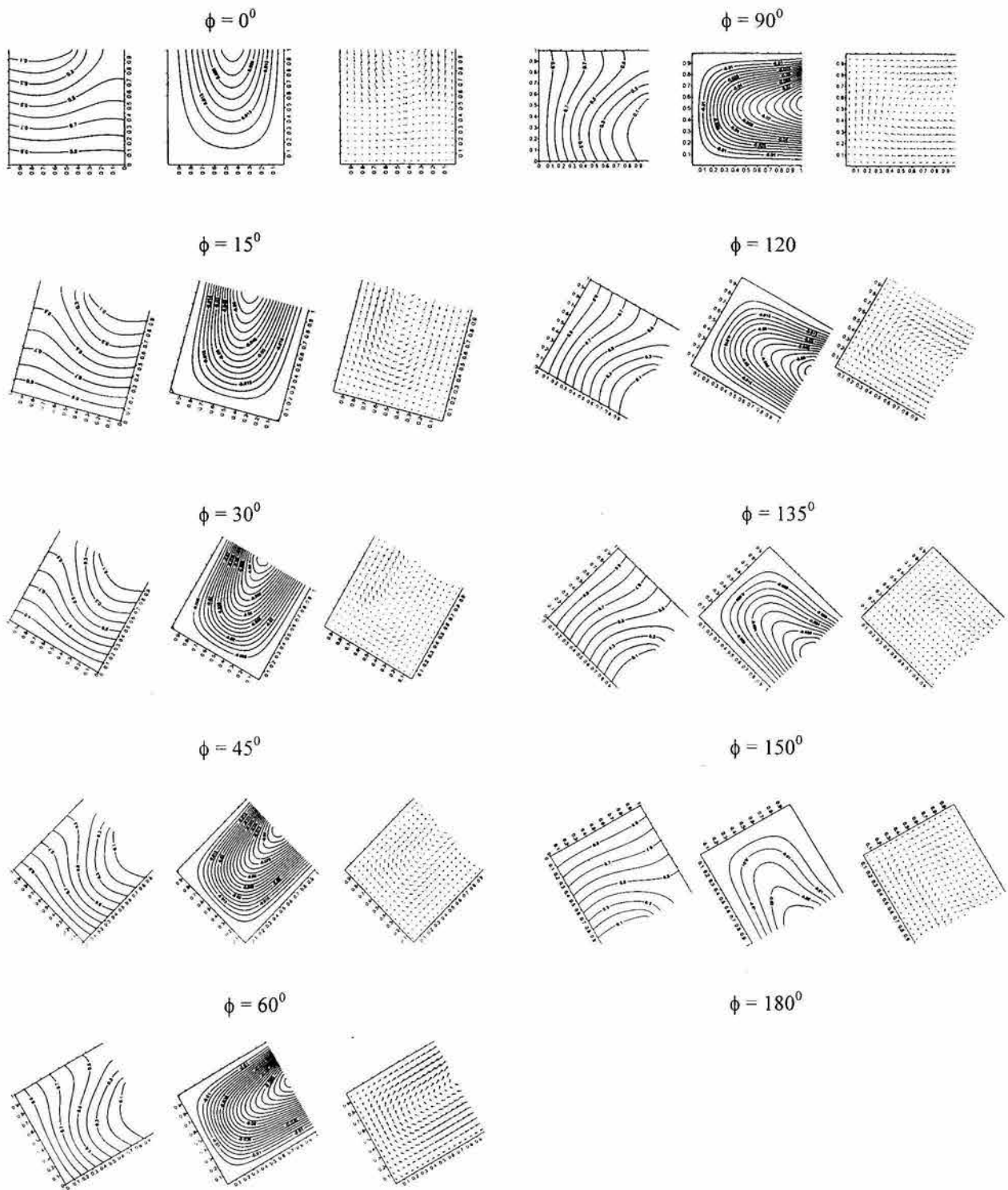


Figura 5.33 Isotermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0° - 180° de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^3$.

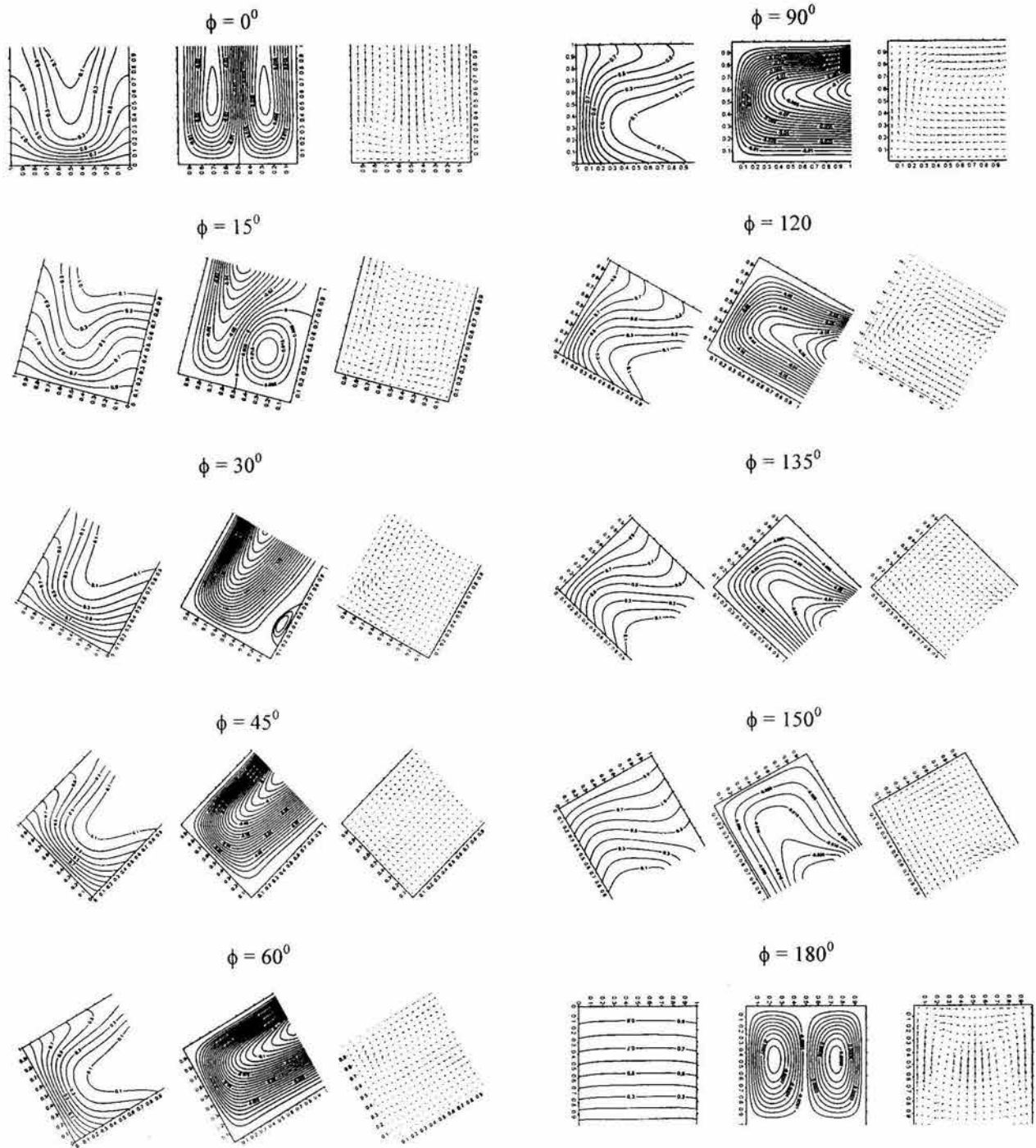


Figura 5.34 Isotermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0° - 180° de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^4$.

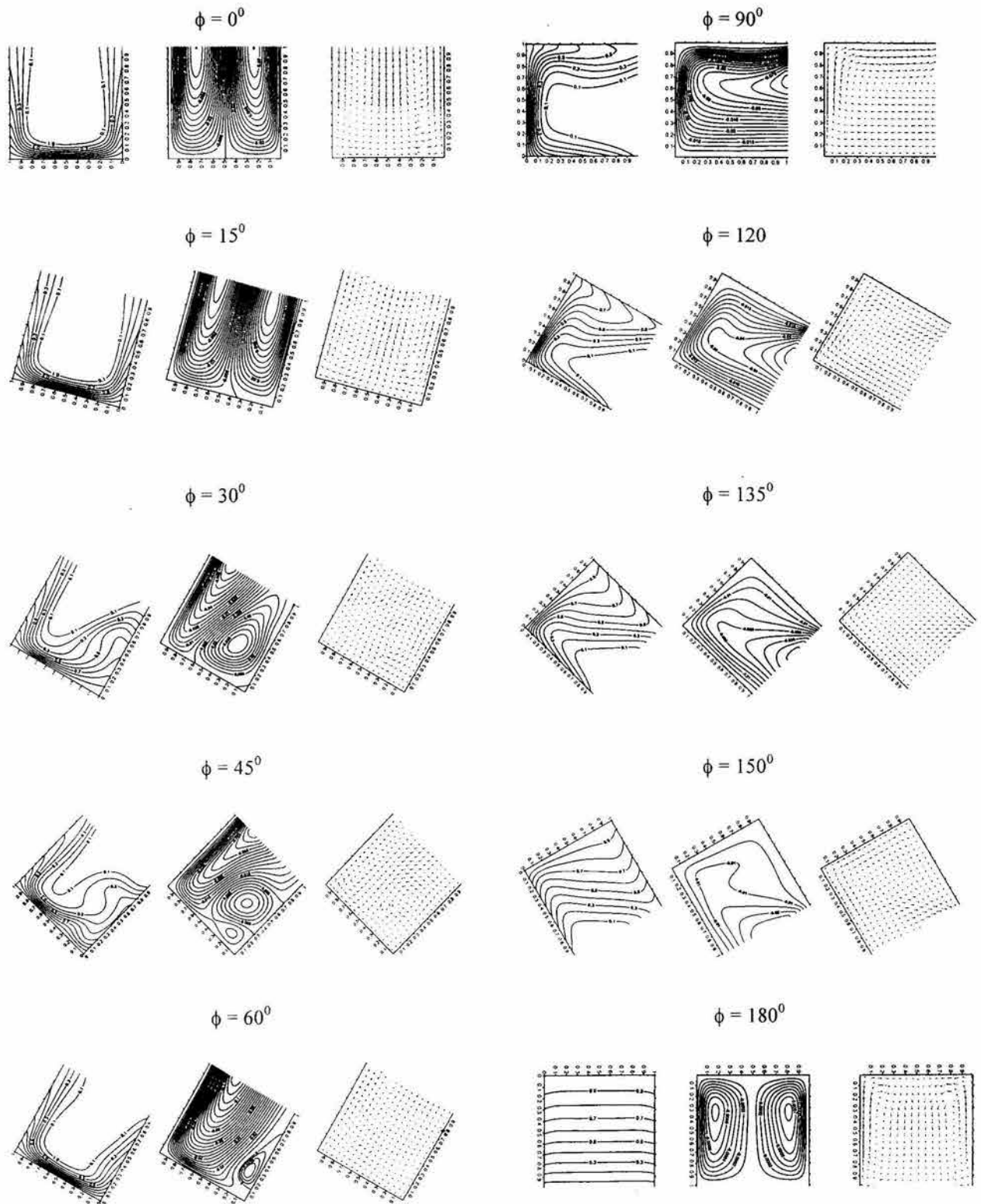


Figura 5.35 Isotermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0° - 180° de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^5$.

Los resultados para $Ra=10^6$, se pueden observar en la Figura 5.36. Se aprecia que el flujo es inestable para 0° , 45° y 60° . El vórtice que se forma en 45° y 60° ocupa alrededor del 50% de la cavidad. Cuando el ángulo es de 150° , el fluido al calentarse sale en forma oblicua (diagonal), formándose una recirculación en la región que se encuentra por encima de la trayectoria de salida del fluido. De nuevo para 180° el fluido se encuentra prácticamente estancado.

Para $Ra=10^7$, los resultados se presentan en la Figura 5.37. El flujo presenta inestabilidades en rango 0° - 90° de ángulos de inclinación de la cavidad, como se analizó previamente, el origen de las inestabilidades es el calentamiento de la pared aislada inferior, que ocasiona la formación de una pluma térmica que se desplaza y se mezcla con la capa límite térmica de la pared caliente. En este valor del Rayleigh las inestabilidades se vuelven periódicas, por lo que su discusión se realizará en la sección de análisis del fenómeno en estado transitorio. Se observan zonas de recirculación en 135° y 150° , en las cercanías de la esquina formada por la pared caliente y la pared aislada superior.

Los patrones de flujo y los campos de temperatura descritos, afectan la transferencia de calor, como se observa en la Tabla 5.8, donde se presentan los valores promedio del Nusselt convectivo (\overline{Nu}_c), Nusselt radiativo (\overline{Nu}_r) y Nusselt total (\overline{Nu}_t), para un rango del número de Rayleigh de 10^3 - 10^7 y ángulos de inclinación de 0° a 180° . El número del parámetro de radiación (Nr) correspondiente a las condiciones de la corrida se presenta entre paréntesis a un lado del valor del número de Rayleigh. Las inestabilidades discutidas previamente, producen oscilaciones en los valores del número de Nusselt convectivo y total, por lo que se reportan los valores promedio y la desviación estándar.

En la Figura 5.38 se presentan los valores del número de Nusselt, para el rango completo de ángulos de inclinación de la cavidad, correspondientes a un $Ra=10^4$. Se aprecia que los números de Nusselt convectivo y total, varían en forma significativa con la inclinación de la cavidad. Los ángulos en el rango 30° - 90° favorecen la transferencia de calor por convección natural, mientras que ángulos mayores a 90° la dificultan. El número de Nusselt radiativo se mantiene prácticamente constante para todos los ángulos. El valor del número de Nusselt radiativo es siempre mayor al número de Nusselt convectivo en el rango de ángulos de inclinación de la cavidad.

La variación de los valores del Nusselt con la inclinación de la cavidad para $Ra=10^5$, $Ra=10^6$ y $Ra=10^7$, se muestra en las Figuras 5.39-5.41. Para los casos en donde se presentaron oscilaciones en el número de Nusselt convectivo y total, se tomó el valor promedio para realizar las gráficas. En $Ra=10^5$ se observa una inflexión en $\phi=30^\circ$ y 45° (donde se presentan las oscilaciones), el valor máximo se presenta a 0° ; al igual que en $Ra=10^4$ el número de Nusselt radiativo es prácticamente constante y su valor es mayor al número de Nusselt convectivo en todos los ángulos de inclinación estudiados. Cuando $Ra=10^6$, la transferencia de calor tiene un máximo en 45° , con una pequeña inflexión en 60° , se aprecian las mismas características en el número

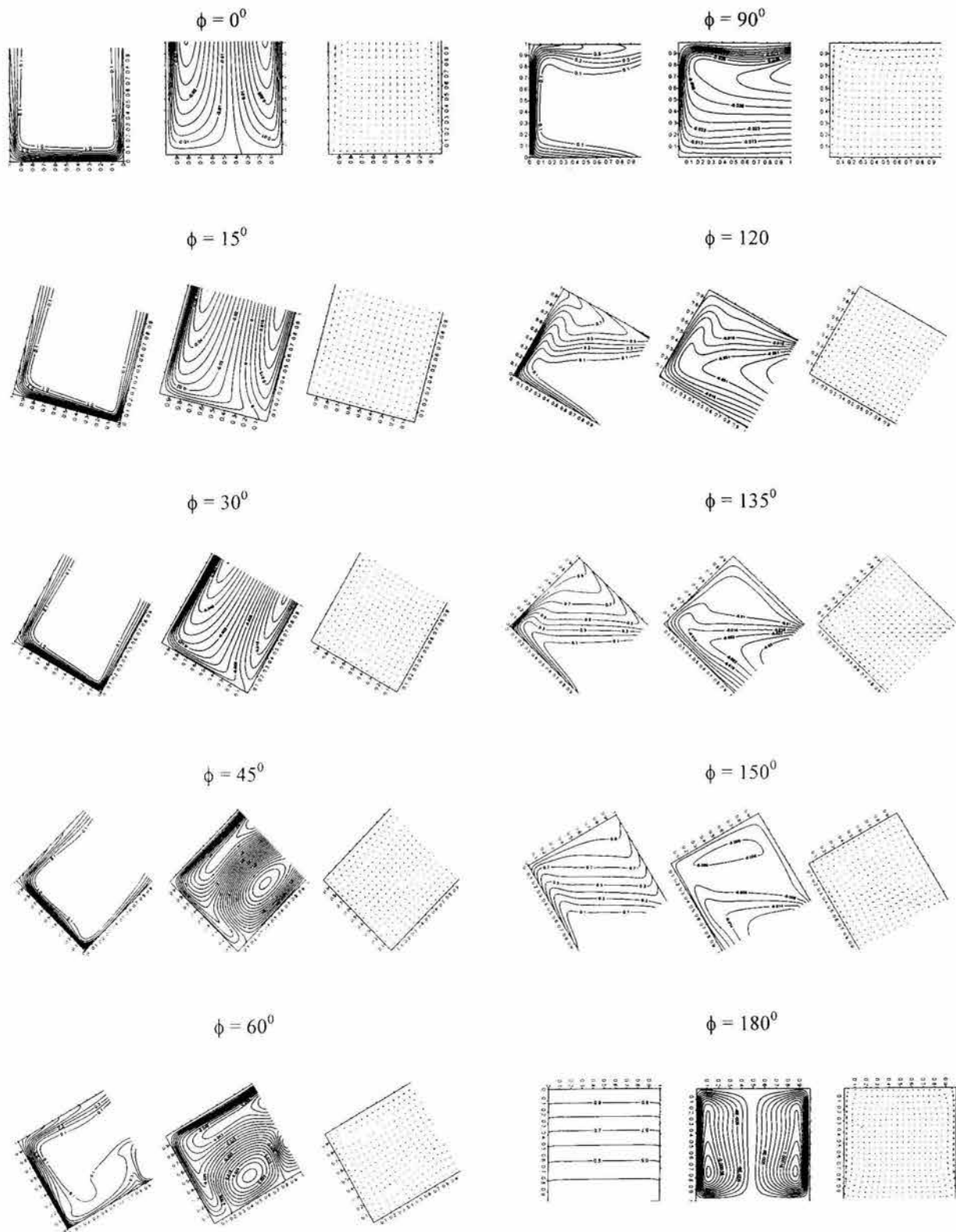


Figura 5.36 Isothermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0° - 180° de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^6$.

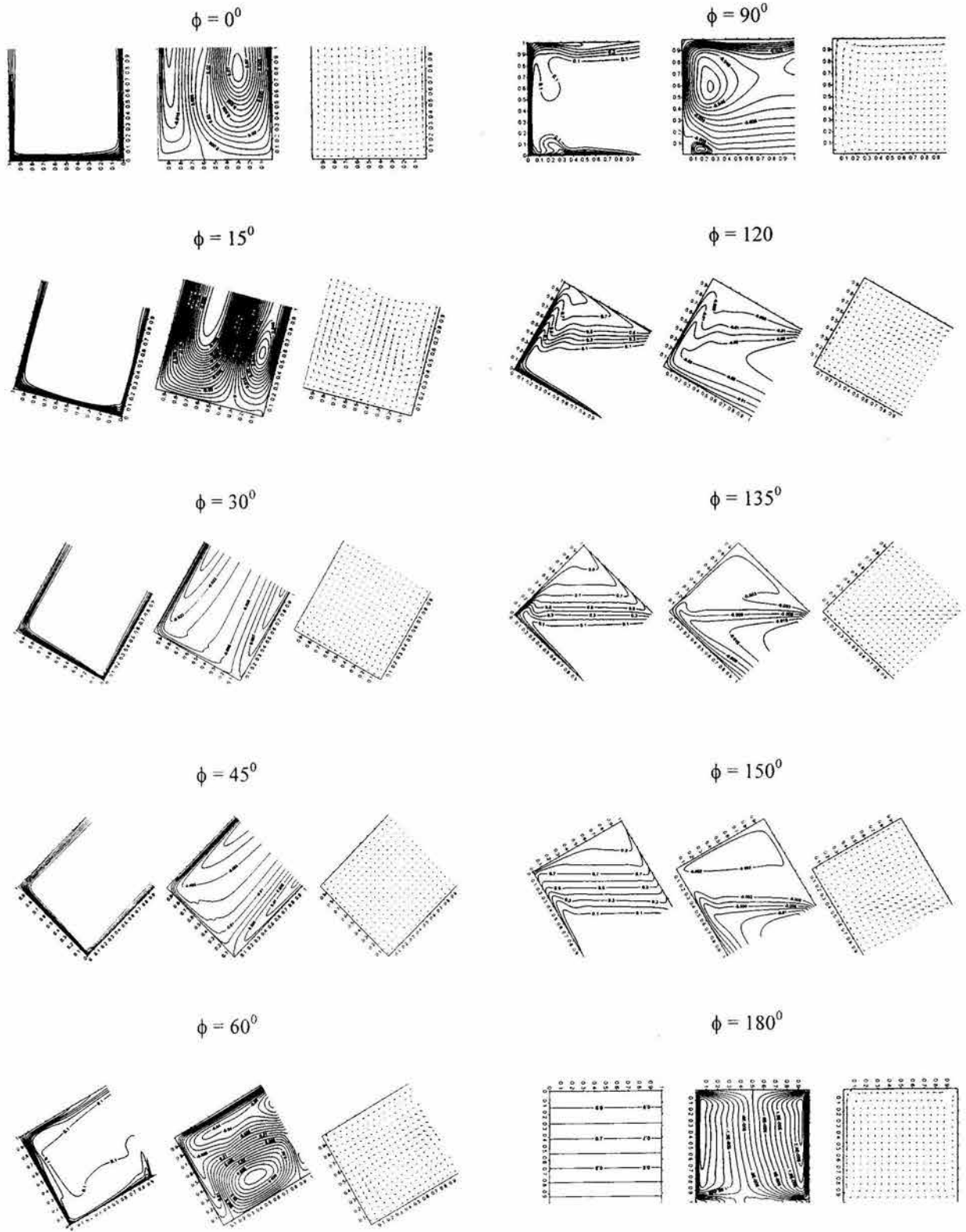


Figura 5.37 Isothermas (izquierda), líneas de corriente (centro) y vectores de velocidad (derecha) para el rango 0° - 180° de ángulos de inclinación de la cavidad y $Ra=10^7$.

Tabla 5.8 Valores del Nusselt convectivo (\overline{Nu}_c), Nusselt radiativo (\overline{Nu}_r) y Nusselt total (\overline{Nu}_t), para el rango 10^3 - 10^7 del Rayleigh y ángulos de inclinación de 0° a 180° .

ϕ	Ra= 10^4 (Nr=5.5)			Ra= 10^5 (Nr=11.9)		
	\overline{Nu}_c	\overline{Nu}_r	\overline{Nu}_t	\overline{Nu}_c	\overline{Nu}_r	\overline{Nu}_t
0°	2.72	3.28	5.99	6.75	7.09	13.83
15°	1.65	3.28	4.93	6.58	7.06	13.65
30°	2.32	3.28	5.60	5.178±0.69	7.08	12.26±0.69
45°	2.65	3.28	5.93	5.36±0.59	7.09	12.44±0.59
60°	2.83	3.28	6.11	6.33	7.06	13.39
90°	2.77	3.28	6.05	6.00	7.06	13.06
120°	2.01	3.28	5.29	4.44	7.06	11.50
135°	1.46	3.28	4.74	2.70	7.06	9.77
150°	1.02	3.28	4.30	1.34	7.06	8.40
180°	0.95	3.28	4.23	0.96	7.06	8.02
ϕ	Ra= 10^6 (Nr=25.6)			Ra= 10^7 (Nr=55.2)		
	\overline{Nu}_c	\overline{Nu}_r	\overline{Nu}_t	\overline{Nu}_c	\overline{Nu}_r	\overline{Nu}_t
0°	9.94±0.35	15.26	25.20±0.35	21.41±0.76	32.89	54.3±0.76
15°	11.40	15.22	26.62	24.68±1.03	32.9	57.58±1.03
30°	12.50	15.22	27.72	24.31±0.01	32.89	57.2±0.01
45°	12.8	15.27	28.07	26.39±0.21	32.89	59.28±0.21
60°	11.97±0.22	15.27	27.24±0.22	27.79±0.02	32.9	60.69±0.02
90°	11.91	15.22	27.13	27.15±0.9	32.89	60.04±0.9
120°	9.09	15.22	24.31	18.33	32.79	51.12
135°	5.05	15.22	20.27	9.46	32.89	42.35
150°	1.84	15.22	17.06	2.80	32.89	35.69
180°	0.94	15.21	16.15	0.97	32.87	33.84

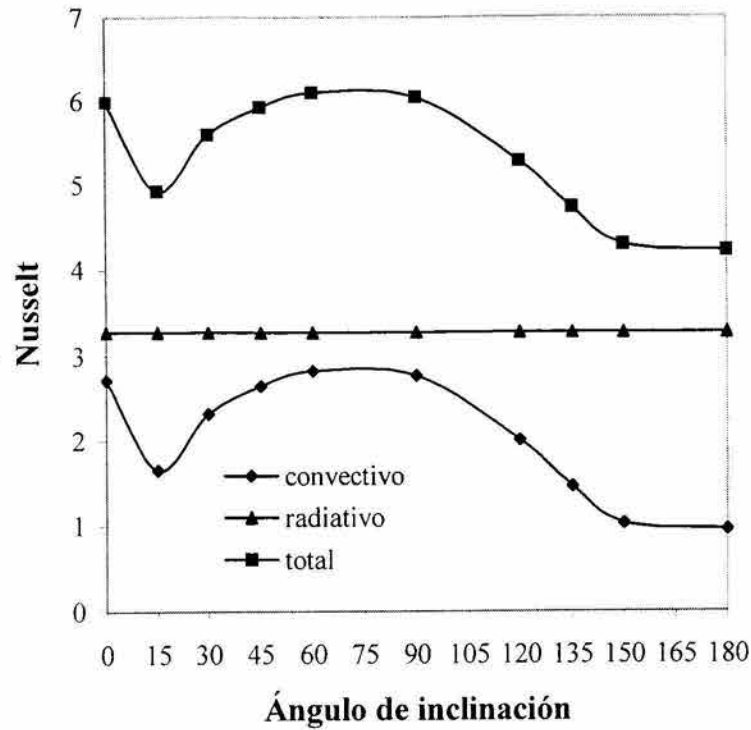


Figura 5.38 Variación del número de Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^4 .

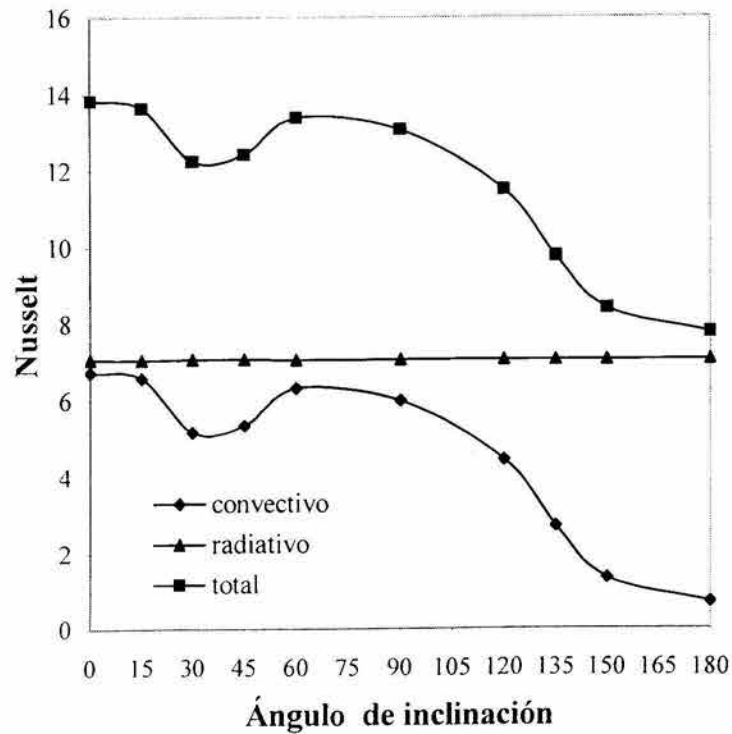


Figura 5.39 Variación del número de Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^5 .

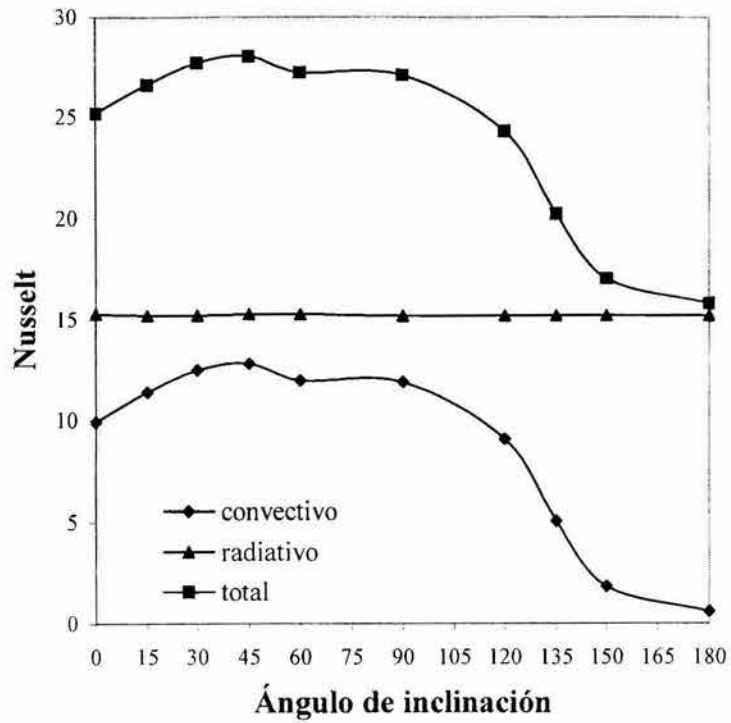


Figura 5.40 Variación del número de Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^6 .

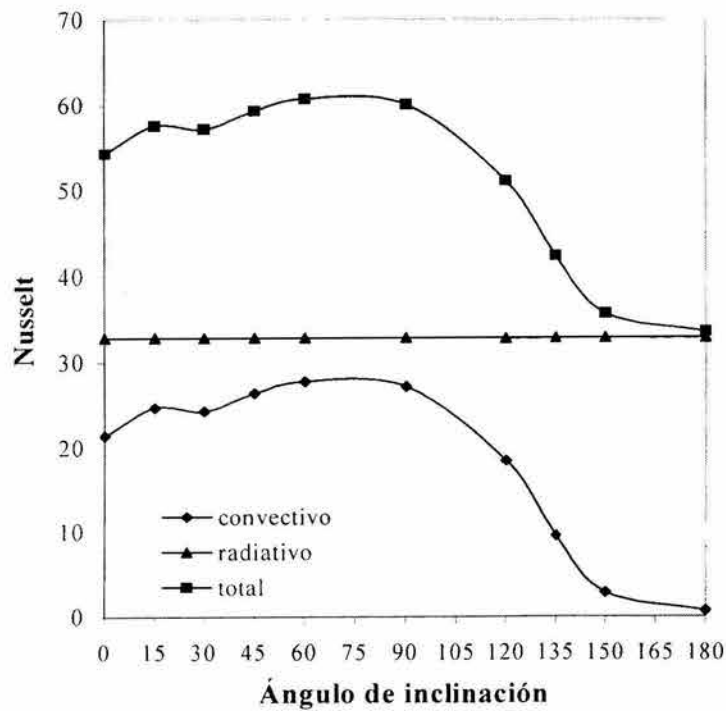


Figura 5.41 Variación del número de Nusselt con el ángulo de inclinación para un número de Rayleigh de 10^7 .

de Nusselt radiativo y en la disminución de la transferencia de calor en ángulos mayores a 90° que en $Ra=10^4$ y 10^5 . Finalmente en $Ra=10^7$ los valores mas altos en la transferencia de calor se tienen en el rango $45^\circ-90^\circ$, con las mismas características descritas anteriormente en la transferencia de calor por radiación y en valores mayores a 90° .

En la Figura 5.42, se presenta la variación del número de Nusselt total con respecto al ángulo de inclinación de la cavidad, para los diferentes valores del número de Rayleigh. Se aprecia claramente el incremento en los valores del número de Nusselt total al aumentar el valor del número de Rayleigh. Se observa además que la influencia del ángulo de inclinación sobre el Nusselt total, se vuelve más significativa con el aumento en el valor del número de Rayleigh.

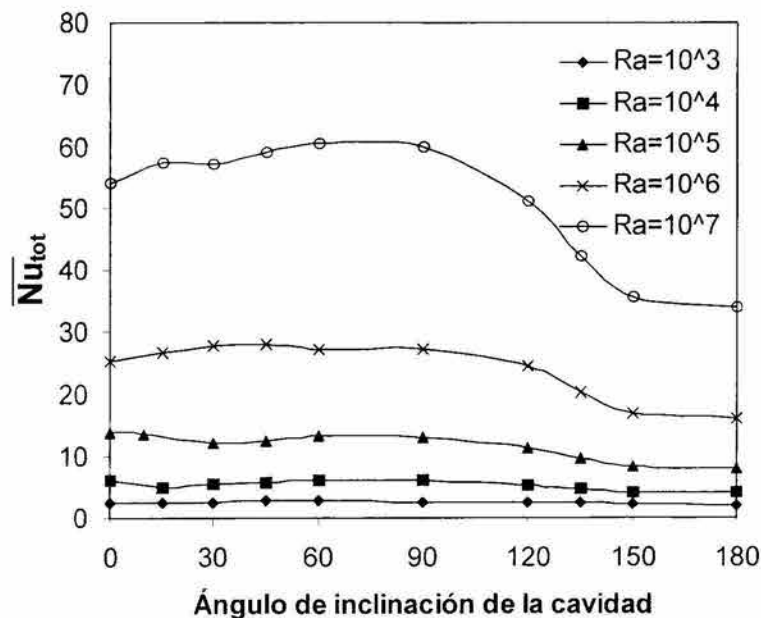


Figura 5.42 Variación del Nusselt con el ángulo de inclinación para varios valores del número de Rayleigh.

5.5 Análisis transitorio de la convección natural y el intercambio radiativo en una cavidad cuadrada abierta inclinada.

En la sección 5.3, se presentaron los cálculos de la convección natural y el intercambio radiativo, en una cavidad cuadrada abierta inclinada en el estado permanente. En esta sección se presenta el estudio de la evolución en el tiempo del campo de la temperatura y del patrón de flujo en el mismo problema. Se analiza el efecto del número de Rayleigh y de la inclinación de cavidad.

5.5.1 Efecto del número de Rayleigh.

A continuación se presenta el análisis de la variación del campo de temperatura y el patrón de flujo con el tiempo, en la convección natural dentro una cavidad cuadrada abierta con intercambio radiativo en las paredes y un ángulo de inclinación de 90° , para diferentes valores del número de Rayleigh (10^5 , 10^6 y 10^7) [63].

En la Figura 5.43, se presenta la evolución del patrón de flujo y el campo de la temperatura en el tiempo, para $Ra=10^5$. La evolución del flujo es parecida a la obtenida con el modelo convectivo. Inicialmente se forma un pequeño vórtice cerca de la pared caliente. Conforme se añade energía térmica, el vórtice se hace más grande y asciende hasta alcanzar la pared aislada superior, en donde cambia su dirección para moverse hacia el plano de la abertura, se aprecia la formación de un patrón de flujo con la entrada de fluido por la parte inferior del plano de la abertura y la salida por la parte superior. La diferencia observable con respecto al modelo convectivo, se encuentra en la vecindad de la pared aislada inferior, en donde las líneas de corriente se encuentran más cerca de la pared, indicando que la entrada del fluido es más rápida. En el caso del campo de temperatura, instantáneamente las paredes aisladas reciben radiación térmica, produciendo un calentamiento en dichas paredes, las gráficas de las isotermas muestran que inicialmente la transferencia de calor es por conducción entre las paredes y el fluido adyacente. Las isotermas en las paredes aisladas ya no son perpendiculares, indicando un calentamiento en la pared aislada inferior y un enfriamiento en la pared aislada superior. La convección también actúa rápidamente y empieza la formación de la capa límite térmica en la pared caliente. La pared aislada superior desacelera al fluido que sale y la pared aislada inferior incrementa la velocidad del fluido que entra, entonces se forman dos capas límite en la vecindad de dichas paredes.

La evolución del flujo y el campo de la temperatura en el tiempo para un $Ra=10^6$, se presentan en la Figura 5.44. Se aprecia en el patrón de flujo la formación inicial de un pequeño vórtice cerca de la pared caliente. Conforme avanza el tiempo, el vórtice se hace más grande y asciende hasta alcanzar la pared aislada superior, en donde cambia su dirección para moverse hacia el plano de la abertura, antes de que el primer vórtice alcance la abertura, se empieza a formar un segundo vórtice en la vecindad de la pared aislada inferior. El segundo vórtice crece y es desplazado por el fluido frío que entra, hasta alcanzar también la abertura. Las gráficas de las isotermas, muestran la formación de una pluma térmica en la pared aislada inferior por el calentamiento generado por el intercambio radiativo. La pluma térmica se

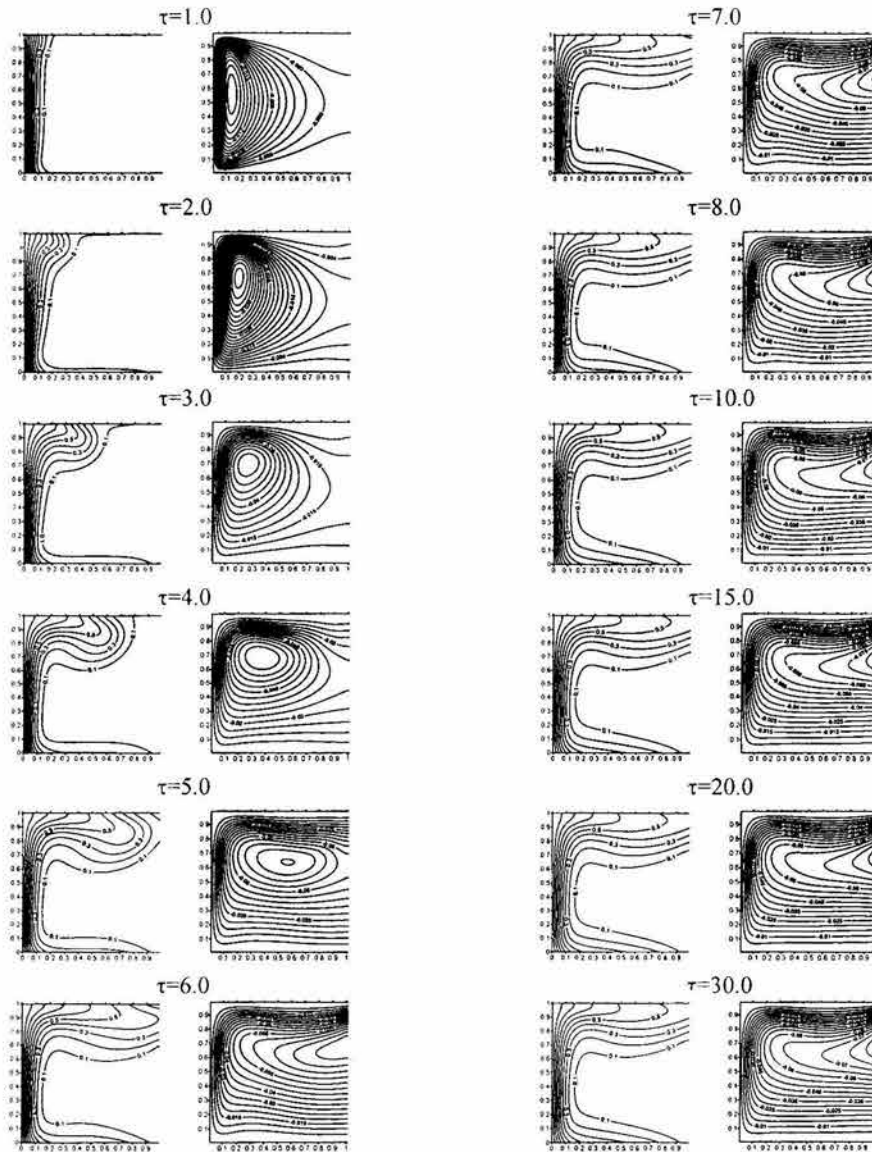


Figura 5.43 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del número de Rayleigh de 10^5 .

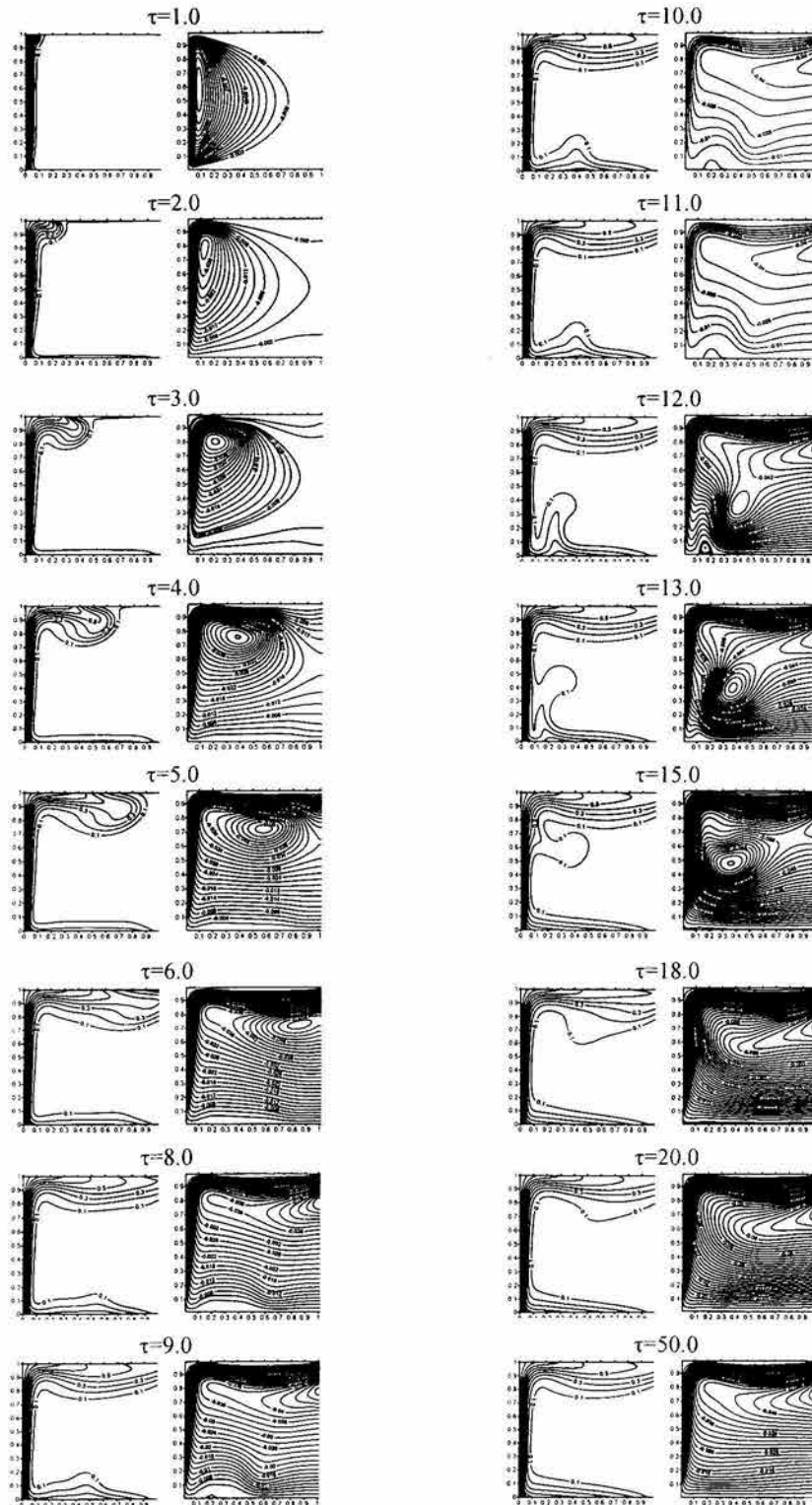


Figura 5.44 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

desplaza hasta mezclarse con la capa límite térmica de la pared caliente y asciende a lo largo de la pared hasta llegar posteriormente a la abertura.

Para un $Ra=10^7$, la evolución del flujo y el campo de temperatura en el tiempo, se presentan en la Figura 5.45. Se aprecia en el patrón de flujo la formación inicial de un pequeño vórtice cerca de la pared caliente. El vórtice se hace más grande y asciende hasta alcanzar la pared aislada superior, en donde cambia su dirección para moverse hacia el plano de la abertura. Se observan dos nuevos vórtices en la vecindad de la pared aislada inferior. Los vórtices crecen y se desplazan hasta alcanzar también la abertura. La formación de vórtices en la pared aislada inferior continúa, durante el periodo de tiempo estudiado, por lo que no se alcanzó el estado permanente. Las gráficas de las isotermas, muestran la formación inicial de dos plumas térmicas en la pared aislada inferior por el calentamiento ocasionado por el intercambio radiativo. Las plumas térmicas se desplazan hasta mezclarse con la capa límite térmica de la pared caliente y ascienden a lo largo de la pared hasta llegar posteriormente a la abertura. La aparición de plumas térmicas en la pared inferior continúa regularmente siguiendo el mismo patrón descrito previamente.

La Figura 5.46, presenta el cambio del número de Nusselt convectivo promedio con el tiempo, para diferentes valores del número de Rayleigh (10^5 , 10^6 y 10^7). Se observa en las tres curvas, que el número de Nusselt inicia con valores muy altos. Para valores del Rayleigh de 10^5 y 10^6 , conforme se avanza en el tiempo el número de Nusselt convectivo promedio disminuye hasta estabilizarse en un valor dado. Al incrementar el número de Rayleigh a 10^7 , el número de Nusselt promedio presenta un comportamiento oscilatorio y no se aprecia una tendencia a estabilizarse, lo cual concuerda con lo encontrado por Cabanillas [20]. Las oscilaciones en el número de Nusselt convectivo promedio (el número de Nusselt radiativo promedio se mantiene constante) son causadas por la formación periódica de plumas térmicas en la pared aislada inferior, como se analizó previamente.

La Tabla 5.9 presenta para $Ra=10^7$, el tiempo adimensional τ (desde $\tau=20$ hasta 50), el tiempo dimensional (t) en segundos y los valores del número de Nusselt convectivo promedio. Se determinó que el número de Nusselt convectivo promedio (y por lo tanto el número de Nusselt total promedio también) oscila con una frecuencia que se encuentra en el rango de 0.3 a 0.6 Hz.

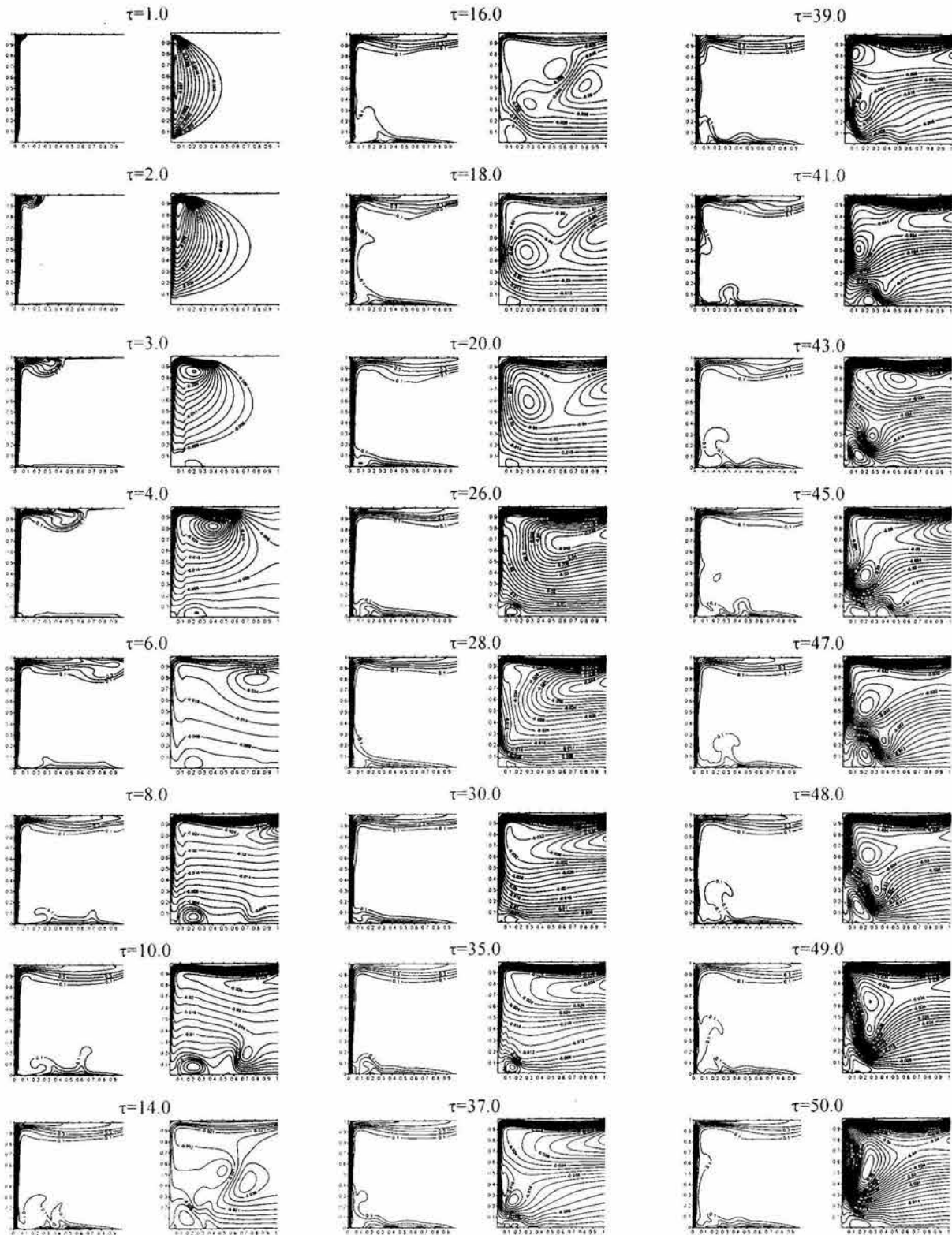


Figura 5.45 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del número de Rayleigh de 10^7 .

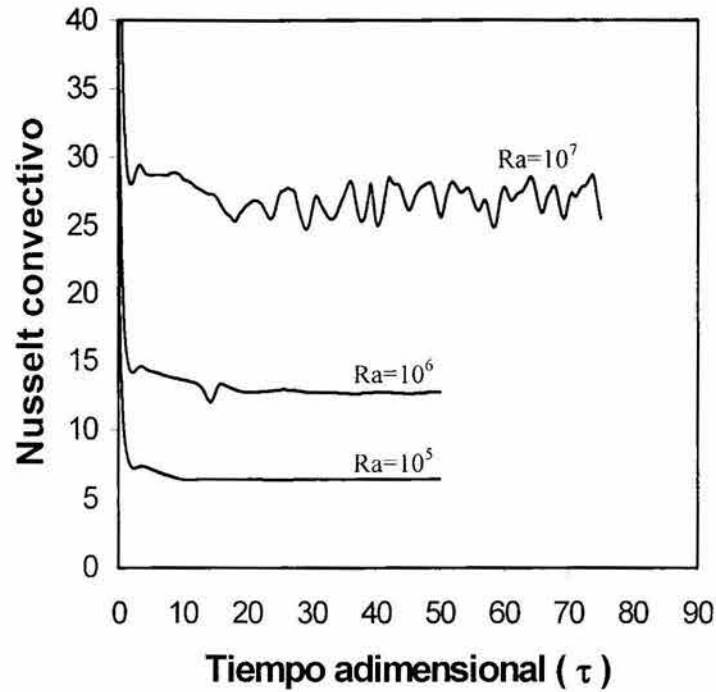


Figura 5.46 Historia del Nusselt convectivo promedio calculada con el modelo convectivo- radiativo para diferentes valores del número de Rayleigh en la cavidad a 90° .

Tabla 5.9 Valores del número de Nusselt convectivo promedio y sus correspondientes tiempos adimensional y dimensional, para $Ra=10^7$ y $\varepsilon=1$.

τ	t (s)	\overline{Nu}_c	τ	t (s)	\overline{Nu}_c
20	2.24	26.53	36	4.03	28.28
21	2.35	26.87	37	4.14	26.33
22	2.46	26.73	38	4.25	25.4
23	2.57	25.95	39	4.36	27.74
24	2.68	25.68	40	4.47	25.45
25	2.80	27.31	41	4.58	25.9
26	2.91	27.71	42	4.70	28.49
27	3.02	26.24	43	4.81	28.07
28	3.13	26.24	44	4.92	27.56
29	3.24	24.82	45	5.03	26.22
30	3.35	25.95	46	5.14	27.06
31	3.47	27.1	47	5.26	27.83
32	3.58	26.08	48	5.37	28.1
33	3.69	25.5	49	5.48	27.62
34	3.80	26.06	50	5.59	25.65
35	3.91	27.24			

5.5.2 Efecto del ángulo de inclinación de la cavidad.

Como continuación del análisis de la variación del campo de la temperatura y el patrón de flujo con el tiempo, en la convección natural dentro de una cavidad cuadrada abierta con intercambio radiativo; se presenta ahora el efecto del ángulo de inclinación de la cavidad, para un valor del número de Rayleigh de 10^6 [64]. Se presentan cinco ángulos de inclinación de la cavidad: 0° , 45° , 90° , 120° y 180° .

Para un ángulo de inclinación de la cavidad de 0° (Figura 5.47), inicialmente la transferencia de calor es dominada por la conducción entre las paredes de la cavidad y el fluido (las paredes aisladas se calientan muy rápidamente por el intercambio radiativo) por un periodo de tiempo significativamente mayor al observado a 90° . El calentamiento de las paredes verticales aisladas, ocasiona la formación de vórtices adyacentes a dichas paredes, que se desplazan en dirección de la abertura. El calentamiento del fluido cercano a la pared isotérmica ocasiona la formación de dos vórtices que ascienden hacia la abertura. Conforme avanza el tiempo, se forma un patrón de flujo inestable que entra por el centro de la cavidad y sale por las paredes verticales aisladas. La inestabilidad se manifiesta en la variación del tamaño de las celdas de circulación del fluido y en la formación de vórtices en el fondo de la cavidad. En el campo de temperatura se aprecia la formación inicial de dos plumas que ascienden en dirección de la abertura desde la parte inferior de las paredes verticales aisladas, posteriormente se forman dos nuevas plumas ahora cerca de las esquinas de la pared horizontal caliente, las cuales se mueven hacia las paredes verticales y ascienden hacia la abertura. Al avanzar el tiempo, se forma una capa límite térmica en la pared caliente y una estratificación de la temperatura en las cercanías de las paredes aisladas, debida al fluido caliente que abandona la cavidad. La evolución en el tiempo del patrón de flujo y el campo de temperatura descrito es diferente al observado con el modelo convectivo, ya que el flujo se desarrolla más rápidamente por el calentamiento de las paredes aisladas producido por intercambio radiativo. El incremento en la temperatura de las paredes aisladas (que por la orientación se encuentran verticales), induce un flujo adyacente a dichas paredes por la fuerza de flotación.

En la Figura 5.48, se muestra el comportamiento del campo de temperatura y las líneas de corriente para diferentes tiempos, en la cavidad inclinada a 45° . En las gráficas de las líneas de corriente, se observa inicialmente, la formación de un vórtice cerca de la pared caliente, que asciende hasta alcanzar la pared aislada superior, en donde cambia su dirección para moverse hacia el plano de la abertura. Posteriormente, se aprecia la formación de otro vórtice de fluido en la vecindad de la pared aislada inferior. El segundo vórtice produce una segunda circulación del fluido que entra por el centro de la abertura y sale cerca de la pared aislada inferior. Las gráficas de las isotermas, indican que inicialmente la transferencia de calor es por conducción entre las paredes de la cavidad (aisladas e isotérmica) y el fluido. Rápidamente, la convección empieza a dominar y empieza la formación de la capa límite térmica en la pared caliente. Las isotermas en las paredes aisladas no son perpendiculares, indicando un calentamiento en la pared aislada inferior y un enfriamiento en la pared aislada superior por el intercambio radiativo. Se aprecia la

formación de una pluma térmica en la pared aislada inferior por el calentamiento generado por el intercambio radiativo, la cual es desplazada a lo largo de la pared aislada hacia la abertura por la segunda circulación que entra por el centro de la abertura y sale por la pared inferior.

La Figura 5.49, presenta la evolución temporal del campo de temperatura y el patrón de flujo para la cavidad a 90° , el cual fue descrito en la sección 5.5.1. En esta orientación no se forma una segunda circulación del fluido.

El cambio en el tiempo de los campos de temperatura y líneas de corriente en la cavidad a 120° , se muestra en la Figura 5.50. En las gráficas de las líneas de corriente, se observa de nuevo la formación de un vórtice en la pared caliente. Cuando el vórtice alcanza la pared aislada superior, encuentra dificultades para desplazarse hacia la abertura por la inclinación de la pared aislada superior. Finalmente en el estado permanente, el fluido entra por la parte inferior, incrementa su velocidad al calentarse por el contacto con la pared aislada inferior y por la fuerza de flotación se desplaza en forma oblicua (diagonal) para recorrer la menor distancia posible en dirección de la abertura. En el campo de temperatura, las paredes aisladas reciben un flujo radiativo de la pared caliente (el cual se transfiere al fluido por conducción), por lo que inicialmente la transferencia de calor es dominada por conducción entre el fluido y las paredes de la cavidad. Rápidamente aparece el transporte convectivo con el desplazamiento del fluido inducido por la fuerza de flotación. En esta inclinación no se forma una pluma térmica en la pared aislada inferior. Conforme el fluido caliente se desplaza en dirección de la abertura, se forma una estratificación térmica en la parte superior de la cavidad, que ocupa alrededor de un 50% del área de la cavidad y que a diferencia de la observada a 90° , ahora se encuentra inclinada.

La historia de los patrones de flujo y temperatura en la cavidad a 180° , se presenta en la Figura 5.51. El calentamiento de las paredes aisladas verticales, induce el movimiento de fluido y origina la formación de dos celdas de fluido que giran en sentido contrario, como se aprecia en las gráficas de las líneas de corriente.

En la Figura 5.52, se muestra la variación del número de Nusselt total promedio con el tiempo, para cuatro diferentes inclinaciones de la cavidad (0° , 45° , 90° , 120° y 180°) y un número de Rayleigh de 10^6 . Se observa en las curvas, que para inclinaciones de 45° , 90° , 120° y 180° , el número de Nusselt total promedio inicia con valores muy altos y conforme se avanza en el tiempo disminuye hasta estabilizarse en un valor dado. En el caso en que la cavidad se encuentra a 0° , el número de Nusselt total promedio oscila, sin estabilizarse por lo que no se alcanza el estado permanente.

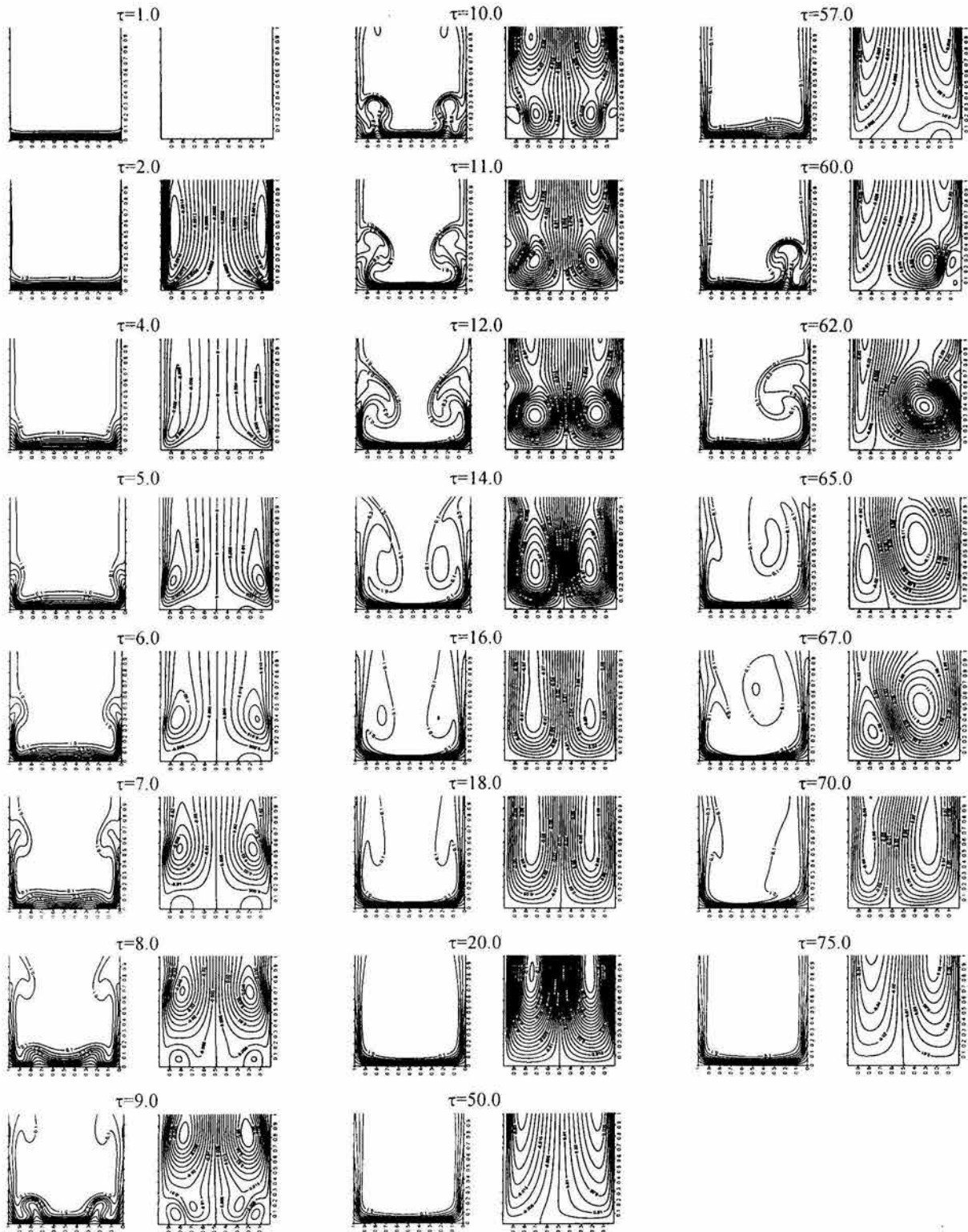


Figura 5.47 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 0° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

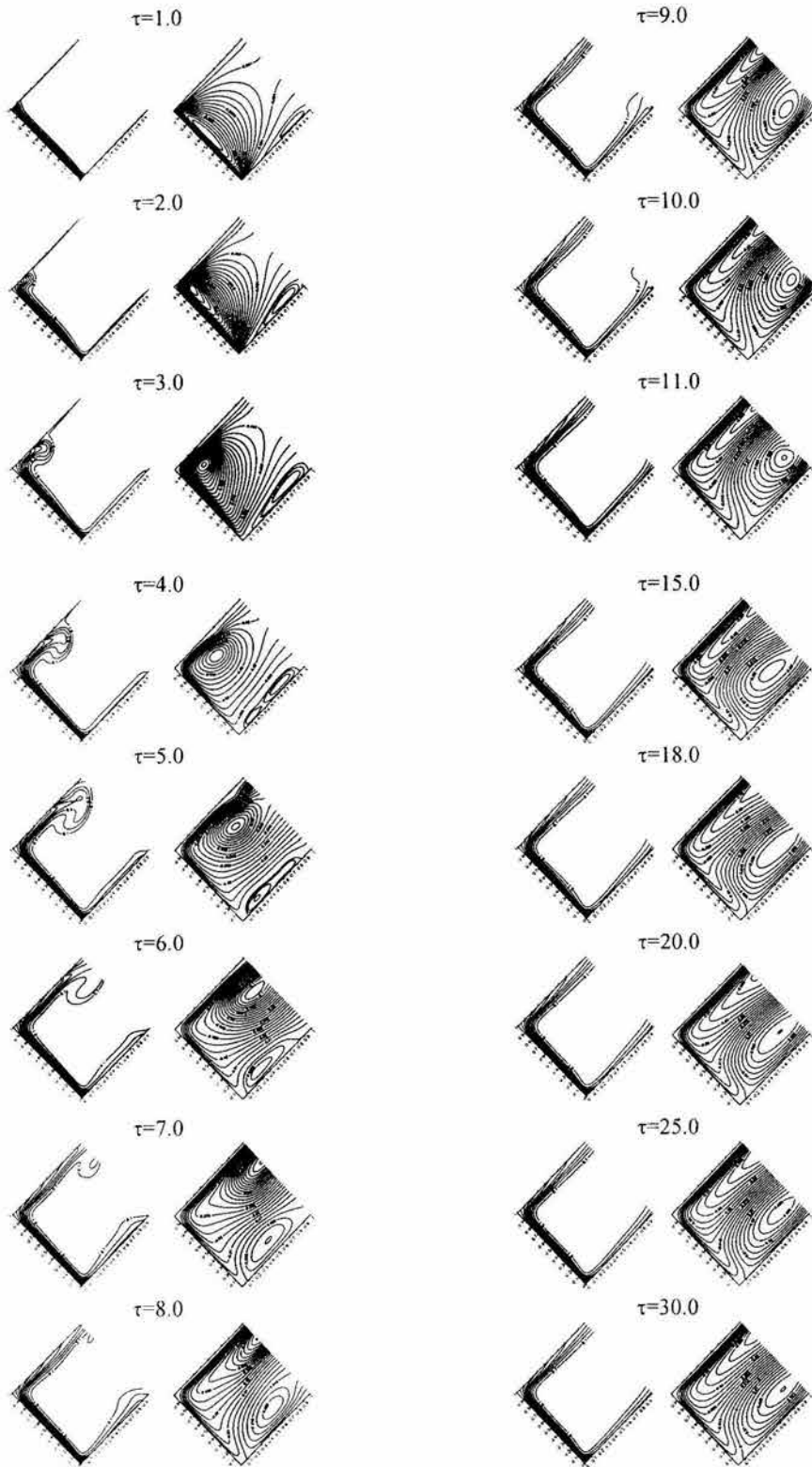


Figura 5.48 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 45° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

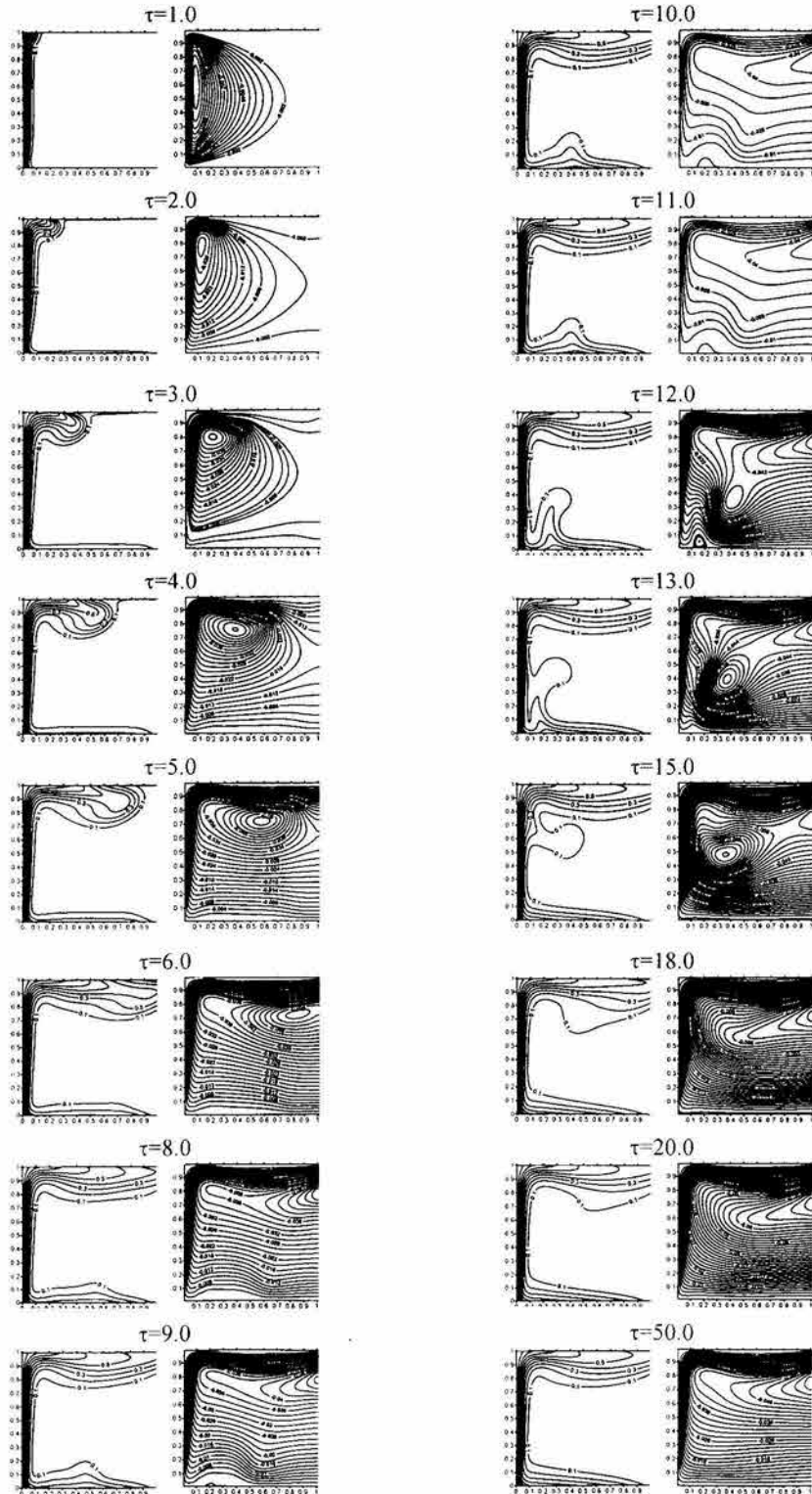


Figura 5.49 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 90° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

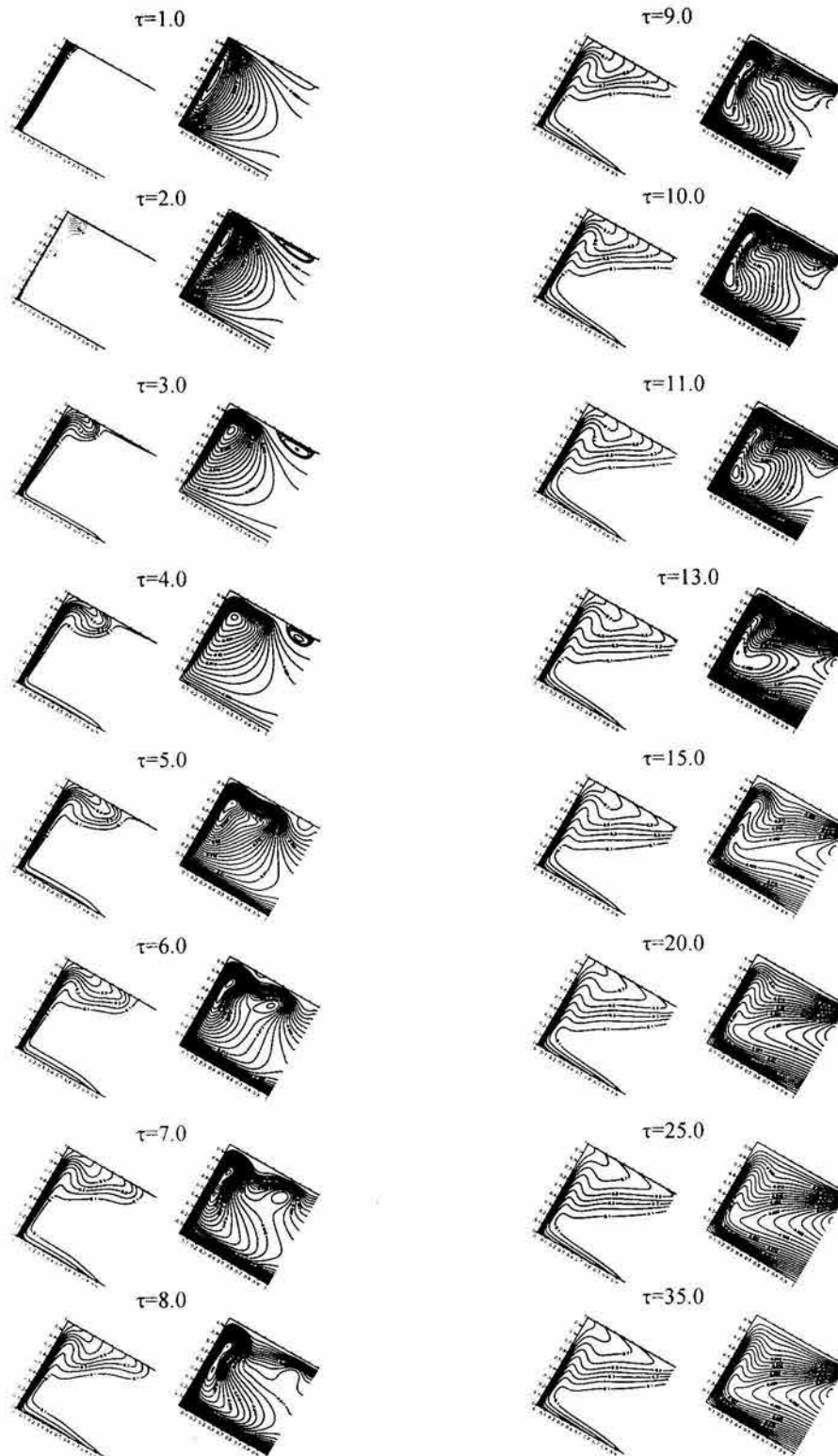


Figura 5.50 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 120° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

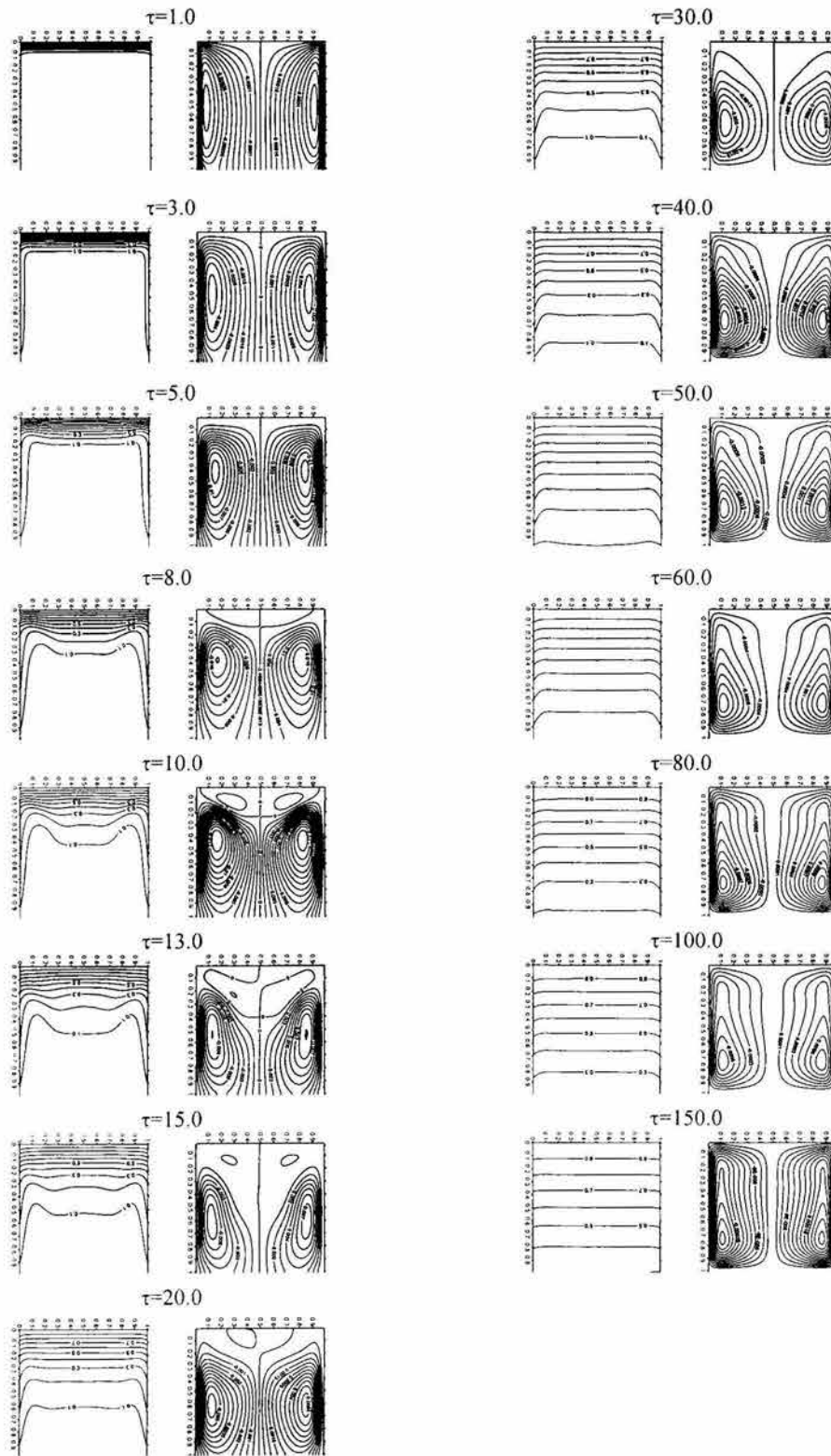


Figura 5.51 Evolución temporal del campo de la temperatura (isotermas) y el patrón de flujo (líneas de corriente), considerando la convección natural y la radiación superficial, en la cavidad abierta con un ángulo de 180° y un valor del número de Rayleigh de 10^6 .

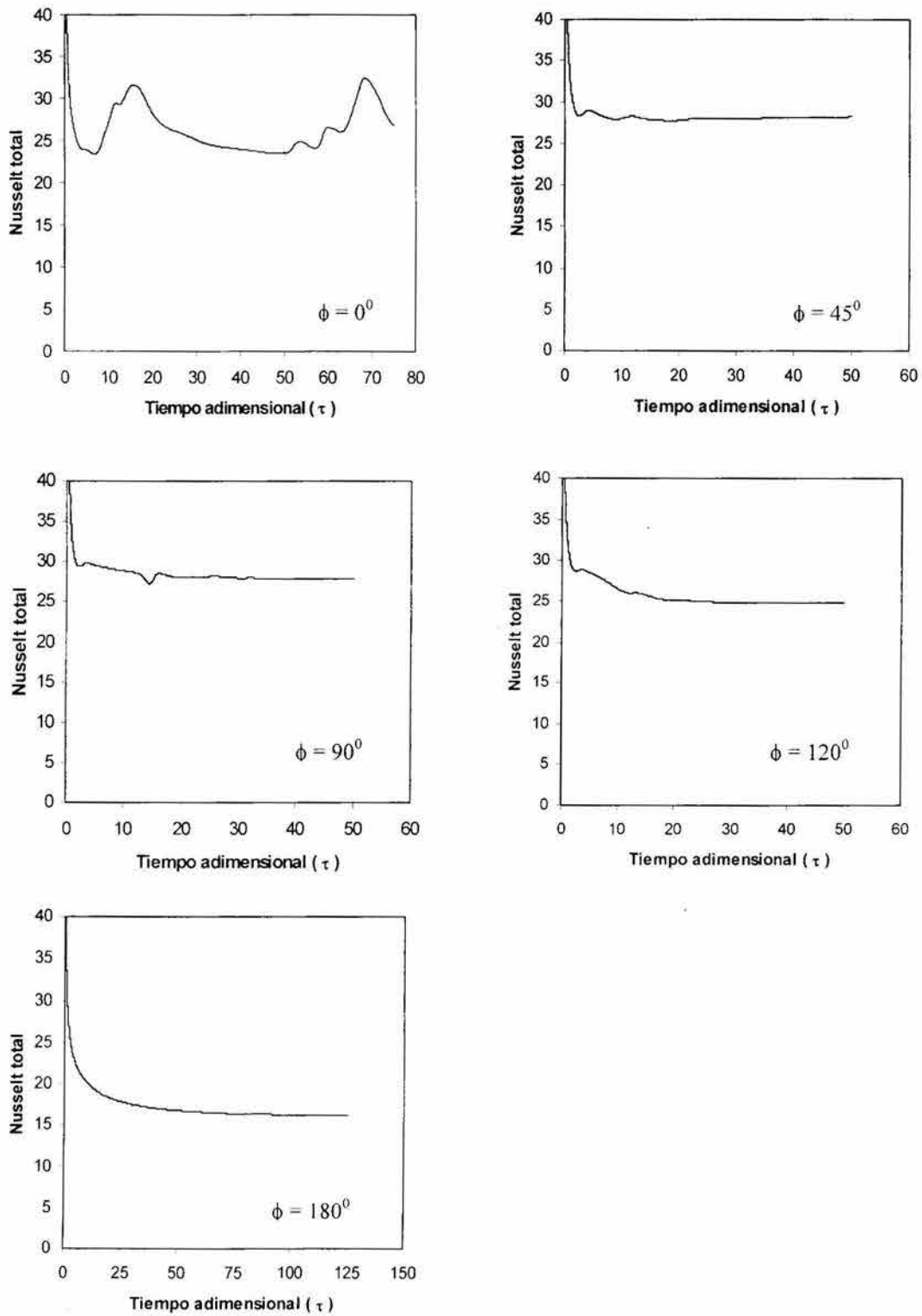


Figura 5.52 Historia del número de Nusselt total promedio calculada con el modelo convectivo-radiativo para diferentes ángulos de inclinación de la cavidad (0° , 45° , 90° , 120° y 180°) y un número de Rayleigh de 10^6 .

5.6 Correlaciones del número de Nusselt.

Como se mencionó en el Capítulo 1, en el diseño térmico de receptores de concentradores solares de foco puntual, se requiere determinar las pérdidas de calor para el rango de condiciones de operación del sistema. La forma más práctica y útil para el ingeniero que realiza los cálculos, es presentar los datos de los coeficientes de transferencia de calor en forma de correlaciones, por lo que a continuación se muestran las obtenidas en este estudio.

En las Figuras 5.53 y 5.54, se presentan los datos teóricos del número de Nusselt promedio total presentados en las Tablas 5.6 y 5.8 respectivamente. Los puntos sobre las gráficas corresponden a los datos calculados con los modelos teóricos. Las variables en los ejes coordenados de las gráficas corresponden al número de Rayleigh (Ra), el ángulo de inclinación de la cavidad (ϕ) y el número de Nusselt promedio (\overline{Nu}).

Debido a las características de las distribuciones de los datos del número de Nusselt, se tuvieron que utilizar diferentes funciones para correlacionarlos adecuadamente con el número de Rayleigh (Ra) y el ángulo de inclinación de la cavidad (ϕ). Las expresiones matemáticas se presentan a continuación.

a) Convección natural en una cavidad cúbica abierta inclinada.

$$\ln Nu = a + b\phi + c \ln Ra \quad \text{para } 0^{\circ} \leq \phi \leq 90^{\circ} \text{ y } 10^3 \leq Ra \leq 10^7$$

en donde:

$$a = -1.73425647$$

$$b = -0.00531397$$

$$c = 0.343325137$$

$$Nu^{-1} = a + b\phi + c / \ln Ra \quad \text{para } 120^{\circ} \leq \phi \leq 180^{\circ} \text{ y } 10^3 \leq Ra \leq 10^7$$

en donde:

$$a = -1.27091102$$

$$b = 0.008179907$$

$$c = 5.521404078$$

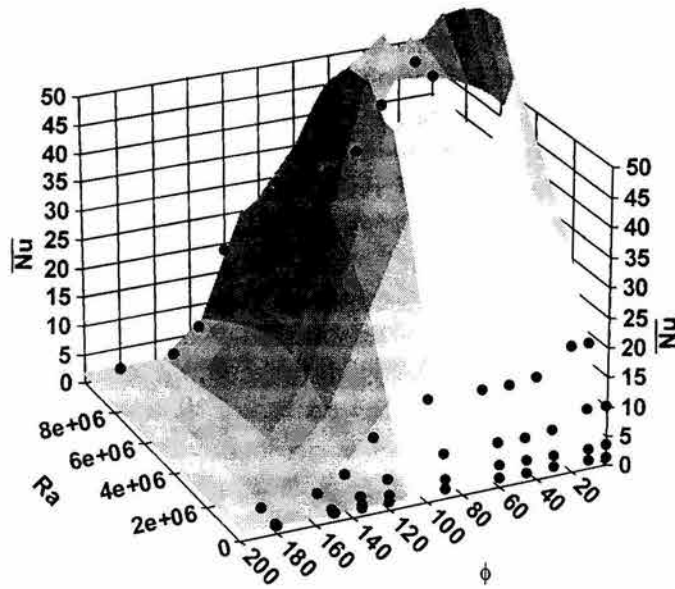


Figura 5.53 Presentación gráfica de los datos de la Tabla 5.6, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cúbica inclinada.

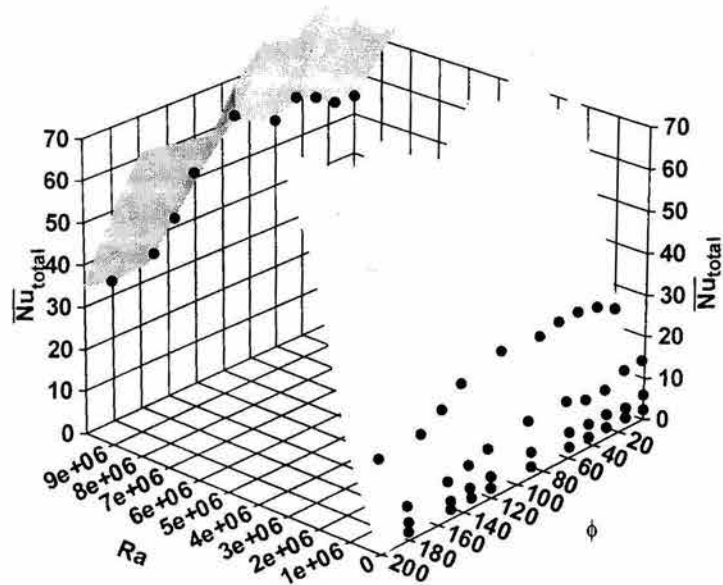


Figura 5.54 Presentación gráfica de los datos de la Tabla 5.8, correspondientes al número de Nusselt total en la cavidad cuadrada inclinada con intercambio radiativo.

b) Convección natural con intercambio radiativo entre las paredes, en una cavidad cuadrada abierta inclinada.

$$\ln Nu_{tot} = a + b\phi + c \ln Ra \quad \text{para } 0^{\circ} \leq \phi \leq 90^{\circ} \text{ y } 10^3 \leq Ra \leq 10^7$$

en donde:

$$\begin{aligned} a &= -1.28564712 \\ b &= 0.000913065 \\ c &= 0.329594835 \end{aligned}$$

$$\ln Nu = a + b/\phi + c \ln Ra \quad \text{para } 120^{\circ} \leq \phi \leq 180^{\circ} \text{ y } 10^3 \leq Ra \leq 10^7$$

en donde:

$$\begin{aligned} a &= -2.5424688 \\ b &= 158.6373616 \\ c &= 0.318262453 \end{aligned}$$

El promedio y la desviación estándar de los residuales (diferencia entre el valor del Nusselt calculado teóricamente y los estimados por las correlaciones), se presenta en la Tabla 5.10. La distribución de los residuales, se presenta en las Figuras 5.55 y 5.56.

Las superficies generadas por las correlaciones presentadas previamente, se presentan en las Figuras 5.57 y 5.58.

Tabla 5.10 Valor promedio y desviación estándar de los residuales obtenidos con las correlaciones del número de Nusselt

Correlación	Promedio	Desviación estándar
Cavidad cúbica inclinada	-0.14	1.23
Cavidad cuadrada con Intercambio radiativo	-0.04	0.82

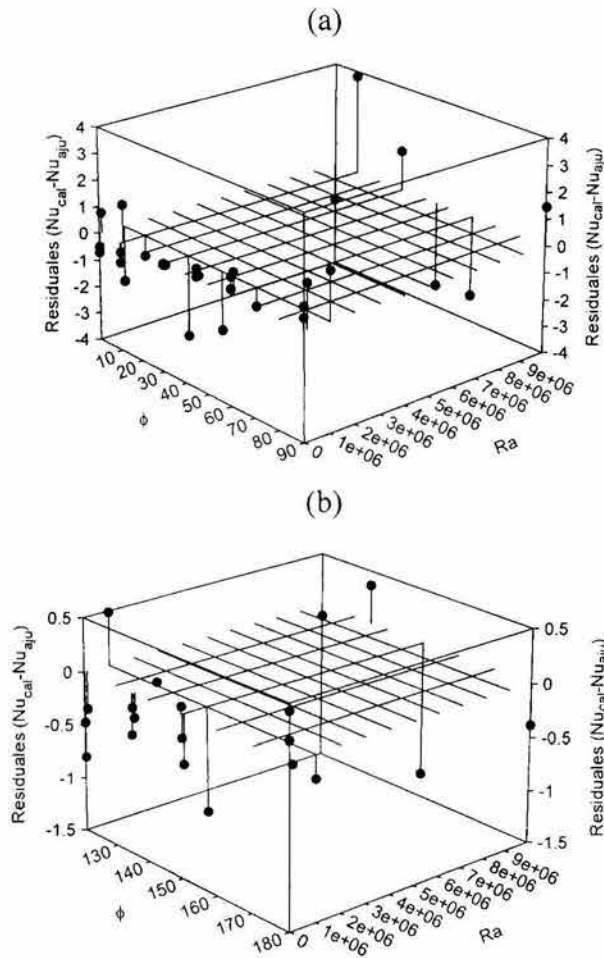


Figura 5.55 Distribución de los residuales, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cúbica inclinada: a) para ángulos de inclinación entre 0° y 90° y (b) para ángulos de inclinación entre 120° y 180° .

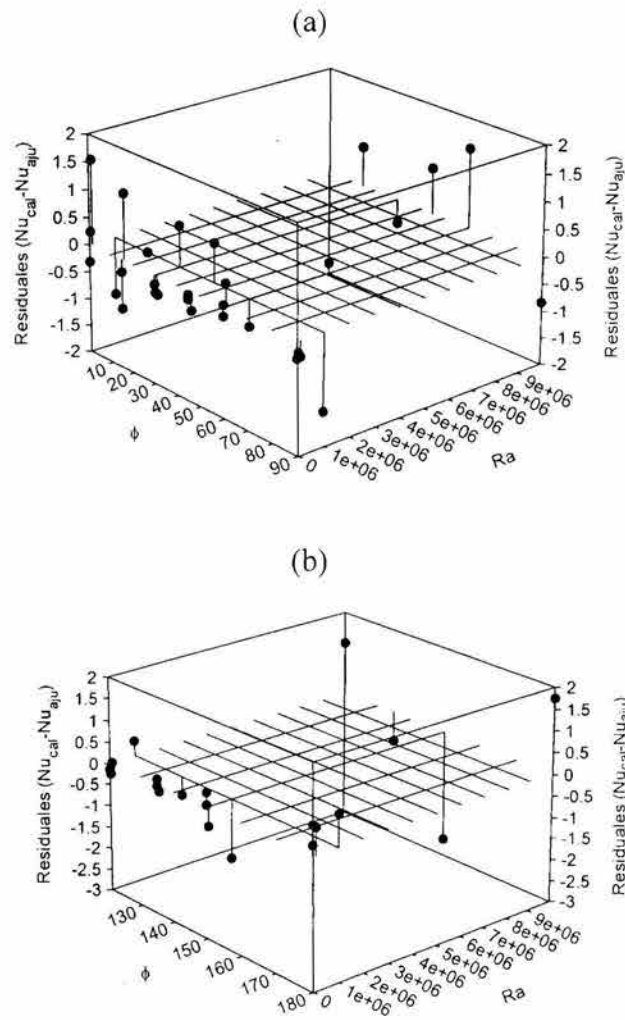
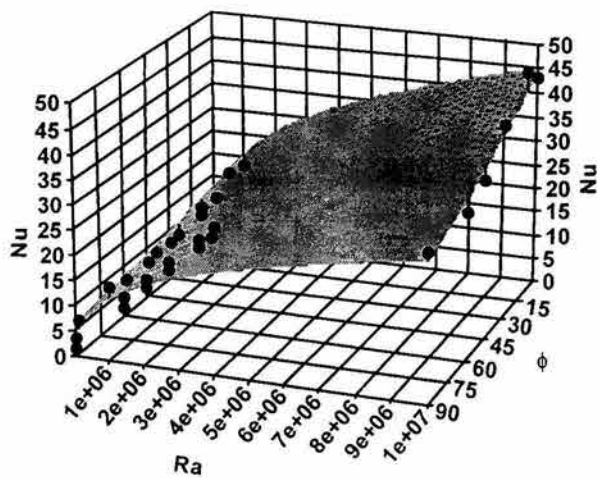


Figura 5.56 Distribución de los residuos, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cuadrada con intercambio radiativo: a) para ángulos de inclinación entre 0° y 90° y (b) para ángulos de inclinación entre 120° y 180° .

(a)



(b)

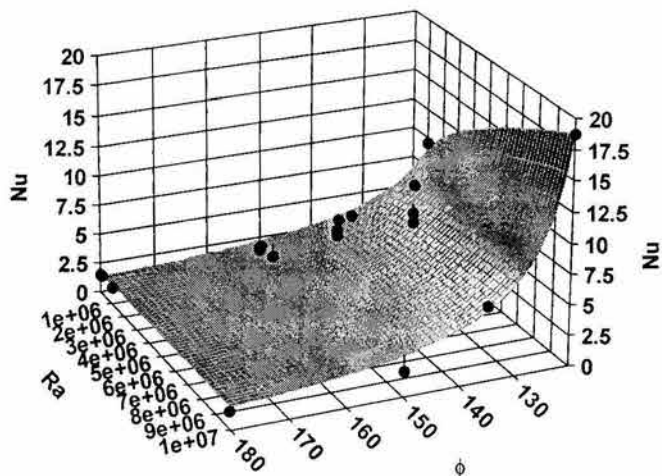


Figura 5.57 Superficie de ajuste de los datos de la Tabla 5.4, correspondientes al número de Nusselt en la cavidad cúbica inclinada: a) para ángulos de inclinación entre 0° y 90° y (b) para ángulos de inclinación entre 120° y 180° .

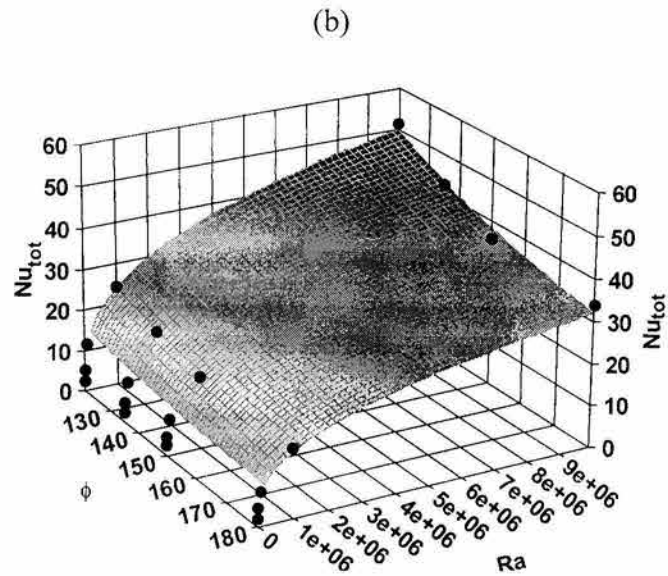
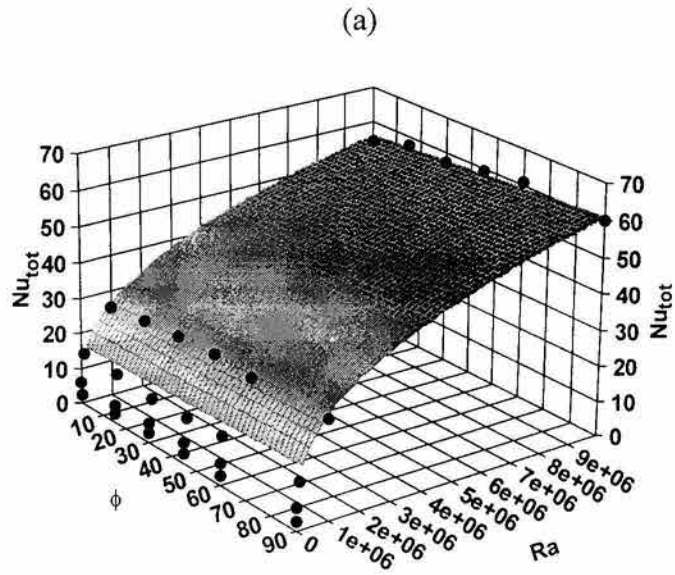


Figura 5.58 Superficie de ajuste de los datos de la Tabla 5.7, correspondientes al número de Nusselt total en la cavidad cuadrada inclinada con intercambio radiativo: a) para ángulos de inclinación entre 0° y 90° y (b) para ángulos de inclinación entre 120° y 180° .

5.7 Análisis de las pérdidas de calor en un receptor de un concentrador de foco puntual.

Como se mencionó en el Capítulo 1, en el diseño térmico de receptores de concentradores solares de foco puntual, se requiere determinar las pérdidas de calor para el rango de condiciones de operación del sistema. A continuación se presenta el análisis de las pérdidas de calor por convección natural y radiación en una cavidad con las siguientes características:

- La superficie absorbente del receptor se encuentra a temperatura constante (500 K), debido al uso de un fluido intermedio (metal líquido) para la transferencia de calor (ver Figura 1.3) que cambia de fase (se vaporiza) con el flujo de calor concentrado.
- La longitud de la superficie absorbente es de alrededor de 13 cm. (de acuerdo a los cálculos de la Tabla 2.2 le corresponde un $Ra=1 \times 10^7$).
- La temperatura del aire en el exterior de la cavidad es de 300 K (27 C).
- La relación de aspecto de la cavidad (receptor) es igual a uno.
- Las paredes de la cavidad tienen una superficie absorbente con una emisividad igual a uno.

Bajo las condiciones descritas previamente, las pérdidas de calor convectivas, radiativas y totales, para diferentes ángulos de inclinación del receptor se pueden estimar con los datos de los números de Nusselt de la Tabla 5.8. Las pérdidas de calor se muestran en la Tabla 5.11 y en la Figura 5.59. Se aprecia en los valores de las pérdidas de calor, que las pérdidas de calor por radiación resultan ser las más importantes y prácticamente permanecen constantes ($\approx 1330 \text{ W/m}^2$). Para las inclinaciones de la cavidad más comunes en los receptores de foco puntual (90° a 180°), las pérdidas radiativas son de 21% (90°) a 3288% (180°) mayores a las pérdidas convectivas, debido a que las pérdidas convectivas varían en forma

Tabla 5.11 Pérdidas de calor, para diferentes ángulos de inclinación del receptor del concentrador solar de foco puntual.

Ángulo de inclinación (ϕ)	Pérdidas convectivas (W/m^2)	Pérdidas radiativas (W/m^2)	Pérdidas totales (W/m^2)
0°	866.3	1330.8	2197.1
15°	998.6	1331.2	2329.8
30°	983.6	1330.8	2314.4
45°	1067.8	1330.8	2398.6
60°	1124.4	1331.2	2455.6
90°	1098.5	1330.8	2429.3
120°	741.7	1326.7	2068.4
135°	382.8	1330.8	1713.5
150°	113.3	1330.8	1444.1
180°	39.2	1330.0	1369.2

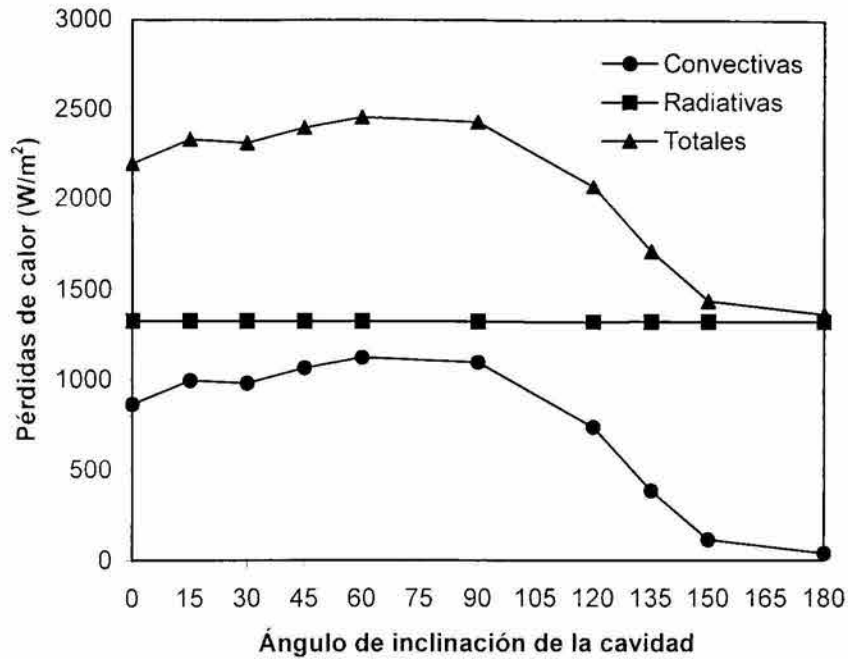


Figura 5.59 Pérdidas de calor, para diferentes ángulos de inclinación del receptor del concentrador solar de foco puntual.

Importante con el ángulo de inclinación de la cavidad. Como consecuencia de lo anterior, las mayores pérdidas totales de calor se encuentran entre 0° y 90° , con un máximo de 2455.6 W/m^2 a 60° y las menores pérdidas totales de calor corresponden a ángulos de inclinación de la cavidad entre 120° y 180° , con un mínimo de 1444.6 W/m^2 a 180° . La diferencia porcentual entre el valor más grande de la pérdida total de calor (60°), y el valor más pequeño de la pérdida total de calor (180°) es de 79%.

Capítulo 6

Conclusiones

Durante los últimos 20 años, varios estudios teóricos han sido presentados para describir la convección natural en cavidades abiertas. Dichos estudios han estado enfocados a clarificar el efecto sobre el patrón de flujo y la transferencia de calor de los siguientes factores: propiedades físicas del fluido, forma y orientación de la cavidad, tipo de régimen del flujo del fluido y la especificación de condiciones de frontera en la abertura. La gran mayoría de las investigaciones reportadas en la bibliografía, se han llevado a cabo suponiendo un comportamiento bidimensional del problema.

En este trabajo se han presentado resultados numéricos de la convección natural en una cavidad cúbica abierta en estado permanente. El rango del número de Rayleigh estudiado fue de 10^3 a 10^7 y se hizo variar la orientación de la cavidad de 0° a 180° . Las principales conclusiones del estudio 3D son:

1. Los patrones de flujo y los campos de temperatura observados en la cavidad cúbica abierta, son muy similares a los reportados en la bibliografía con modelos bidimensionales.
2. Los valores del número de Nusselt promedio obtenidos con el modelo numérico tridimensional para un ángulo de inclinación de la cavidad de 90° , fueron comparados con los resultados bidimensionales, encontrando que las mayores diferencias (13-30 %) se tienen cuando el número de Rayleigh es igual a 10^3 .
3. Para un ángulo de inclinación de la cavidad de 90° y números de Rayleigh entre 10^4 y 10^7 , las diferencias del número de Nusselt con respecto al modelo 2D, se encuentran entre 0.5 % y 7%, excepto para ángulos de 0° a 10° y de 135° a 180° , donde las diferencias son de 20% a 30 %.

4. El número de Nusselt es función del número de Rayleigh y el ángulo de inclinación de la cavidad. Los valores máximos del número de Nusselt corresponden a $Ra=10^7$ y a ángulos en el rango 0^0-30^0 .
5. Los ángulos de la cavidad, entre 0^0 y 90^0 , favorecen la transferencia de calor por convección natural, ya que facilitan la salida del fluido, mientras que los ángulos mayores a 90^0 disminuyen la transferencia de calor y el movimiento de salida de fluido en la cavidad.
6. La simulación numérica tridimensional encontró inestabilidades para varias combinaciones del número de Rayleigh y el ángulo de inclinación de la cavidad. Las combinaciones son las siguientes: $Ra=10^5$ y $\phi=0^0-10^0$, $Ra=10^6$ y $\phi=0^0-30^0$ y finalmente cuando $Ra=10^7$ y $\phi=0^0-90^0$.
7. Se presentan correlaciones del número de Nusselt y los parámetros estudiados (número de Rayleigh y ángulo de inclinación).

En este estudio también se mostraron los resultados en el estado permanente, de la transferencia de calor por convección natural e intercambio radiativo, entre las paredes de una cavidad cuadrada abierta. Los parámetros que se variaron fueron el número de Rayleigh (10^3-10^7) y el ángulo de inclinación de la cavidad (0^0-180^0). Las principales conclusiones del estudio son:

1. El intercambio radiativo modifica la distribución de temperatura en las paredes adiabáticas, por lo que los campos de temperatura y los patrones de flujo en la cavidad abierta cambian significativamente.
2. La Transferencia de calor total se incrementa por el intercambio radiativo, entre 65% ($Ra=10^4$ y $\phi=60^0$) y ¡3300%! ($Ra=10^7$ y $\phi=180^0$), dependiendo del número de Rayleigh y la inclinación de la cavidad.
3. Los ángulos del ángulo de inclinación de la cavidad, entre 0^0 y 90^0 , favorecen la transferencia de calor, mientras que los ángulos mayores a 90^0 disminuyen la transferencia de calor. Para un cierto número de Rayleigh el valor mínimo del número de Nusselt total se tiene cuando la cavidad tiene un ángulo de inclinación de la cavidad de 180^0 .
4. El número de Nusselt convectivo promedio, varía considerablemente con el ángulo de inclinación de la cavidad, mientras que el número de Nusselt radiativo promedio es prácticamente insensible al cambio en la orientación de la cavidad.
5. Los valores más altos del número de Nusselt total corresponden a $Ra=10^7$ y ángulos de inclinación de la cavidad entre 0^0 y 90^0 .
6. El modelo numérico predice inestabilidades en el flujo para $Ra=10^5$ y ángulos de inclinación de la cavidad de 30^0 y 45^0 . También para $Ra=10^6$ y ángulos de inclinación de la cavidad de 0^0 , 45^0 y 60^0 , finalmente para $Ra=10^7$ y ángulos de inclinación en el rango de 0^0 a 90^0 .
7. Para un número de Rayleigh de 10^7 y un ángulo de inclinación de 90^0 , se observa la formación de plumas térmicas y vórtices en la pared adiabática inferior por el calentamiento producido por el intercambio radiativo.
8. Se presentan correlaciones del número de Nusselt total y los parámetros estudiados (número de Rayleigh y ángulo de inclinación).

Finalmente en este trabajo, se llevó a cabo un estudio detallado de la evolución en el tiempo de los patrones de flujo y temperatura, en una cavidad cuadrada abierta con los modelos convectivo y radiativo-convectivo. Las conclusiones del estudio transitorio son:

1. La incorporación del intercambio radiativo en el modelo teórico de la transferencia de calor en la cavidad abierta, modifica considerablemente la predicción de la evolución temporal de los patrones de flujo y temperatura. Lo anterior debido a la modificación de la distribución de la temperatura en las paredes adiabáticas.
2. La variación del ángulo de inclinación de la cavidad y el número de Rayleigh, tiene una influencia significativa en la historia de los patrones de flujo y temperatura.
3. Las inestabilidades en el flujo (que producen fluctuaciones en número de Nusselt), se deben a la formación de plumas térmicas y vórtices, que se mezclan con la capa límite térmica en la pared caliente. Al entrar la pluma térmica en la capa límite térmica de la pared caliente, origina oscilaciones periódicas en el número de Nusselt convectivo promedio. La frecuencia observada en las oscilaciones del número de Nusselt convectivo promedio (y por lo tanto en el número de Nusselt total), para $Ra=10^7$ y $\phi=90^\circ$ se encuentra entre 0.3 y 0.6 Hz.

Se sugieren para estudios posteriores, las siguientes líneas de investigación:

1. Realizar un estudio experimental, para comparar con los resultados obtenidos. Debido a que se encontraron diferencias importantes con otros trabajos realizados previamente, se considera fundamental realizar una verificación experimental que clarifique la validez de los resultados presentados.
2. Extender los resultados tridimensionales a una cavidad cilíndrica o cónica. Debido a que las geometrías de los receptores de foco puntual, son mas cercanas a un cilindro o un cono, se propone continuar en esa dirección.
3. Debido a la importancia del intercambio radiativo, se sugiere siempre tomarlo en cuenta.
4. Se propone también realizar un estudio con un modelo de flujo turbulento para cubrir todo los regimenes de flujo de fluido en cavidades abiertas.

Bibliografía

1. International Energy Agency (IEA), **Key World Energy Statistics**, 2002 Edition.
2. **Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)**, *Climate Change 2001: The Scientific Basis*, 2001.
3. International Energy Agency (IEA), **The Evolving Renewable Energy Market**, 2000.
4. Secretaría de Energía, Programa Sectorial de Energía 2001-2006 del Plan Nacional de Desarrollo, 2002.
5. Winter C.J., Sizmann R.L. and Vant-Hull L.L., **Solar Power Plants**, Springer-Verlag, I Edition, 1991.
6. Kolb G.J., Strachan J.W. y Estrada C.A., *Proyecto torre central para México*, *Revista Solar*, No. 40, pp. 16-23, 2000.
7. Le Quere P., Humphrey J. A. and Sherman F. S., *Numerical Calculation of Thermally Driven Two-Dimensional Unsteady Laminar Flow in Cavities of Rectangular Cross Section*, *Numerical Heat Transfer*, vol. 4, pp. 249-283, 1981.
8. Penot F., *Numerical Calculation of Two-Dimensional Natural Convection in Isothermal Open Cavities*, *Numerical Heat Transfer*, vol. 5, pp. 421-437, 1982.
9. Clausing A. M., *Convective Losses from Cavity Solar Receivers—Comparisons Between Analytical Predictions and Experimental Results*, *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 106, pp. 98-100, 1983.
10. Chan Y.L. and Tien C.L., *A Numerical Study of two-dimensional Natural Convection in Square Open Cavities*, *Numerical Heat Transfer*, vol. 8, pp. 65-80, 1985.
11. Chan Y.L. and Tien C.L., *A Numerical Study of Two-dimensional Laminar Natural Convection in a Shallow Open Cavity*, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 28, no.1, pp. 603-612, 1985.
12. Humphrey J. A. C. and To W. M., Numerical simulation of buoyant, turbulent flow-II. Free and mixed convection in a heated cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 29, no. 4, pp. 593-610, 1986.
13. Miyamoto M., Kuehn T. H., Goldstein R. J. and Katoh Y., *Two-Dimensional Laminar Natural Convection Heat Transfer from a Fully or Partially Open Square Cavity*, *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 15, pp. 411-430, 1989.
14. Vafai K. and Etefagh J., *The Effects of Sharp Corners on Bouyancy-Driven Flows with Particular Emphasis on Outer Boundaries*, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 33, no.10, pp. 2311-2328, 1990.
15. Vafai K. and Etefagh J., *Thermal and Fluid Flow Instabilities in Bouyancy-Driven Flows in Open-Ended Cavities*, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 33, no.10, pp. 2329-2344 1990.
16. Lage J. L, Lim J.S. and Bejan A., *Natural Convection with Radiation in a Cavity with Open Top End*, *Journal of Heat Transfer*, vol. 114, pp. 479-486, 1992.
17. Angirasa D., Pourquié M.J. and Nieuwstadt F. T., *Numerical Study of Transient and Steady Laminar Bouyancy-driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity*, *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 22, pp. 223-239, 1992.

18. Balaji C. and Venkateshan S. P., *Interaction of Radiation with Free Convection in an Open Cavity*, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 15, no.4, pp. 317-324, 1994.
19. Balaji C. and Venkateshan S. P., *Combined conduction, convection and radiation in a Slot*, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 16, pp. 139-144, 1995.
20. Mohamad A.A., *Natural Convection in Open Cavities and Slots*, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 27, pp. 705-716, 1995.
21. Angirasa D., Eggels J. G. and Nieuwstadt F. T., *Numerical Simulation of Transient Natural Convection from an Isothermal Cavity Open on a Side*, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 28, pp. 755-768, 1995.
22. Abib A. H. and Jaluria Y., *Penetrative Convection in a Stably Stratified Enclosure*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 38, no.11, pp. 2489-2500, 1995.
23. Comini G., Cortella G. and Manzini M., *Natural Convection in Rectangular Open Cavities*, Advanced Computational Methods in Heat Transfer IV, pp.13-21, 1996.
24. Sezai I. and Mohamad A. A., *Three-dimensional simulation of natural convection in cavities with side opening*, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, vol. 8, no. 7, pp. 800-813, 1998.
25. Khanafer K. and Vafai K., *Bouyancy-driven flow and heat transfer in open ended enclosures: elimination of extended boundaries*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 43, no.11, pp. 4087-4100, 2000.
26. Cabanillas R., **Estudio de la transferencia de calor en una cavidad bidimensional abierta**, Tesis doctoral, DEPMI-UNAM, 2001.
27. Khanafer K. and Vafai K., *Effective boundary conditions for bouyancy-driven flows and heat transfer in a fully open two-dimensional enclosures*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 45, pp. 2527-2538, 2002.
28. Khanafer K., Vafai K. and Lighstone M., *Mixed convection heat transfer in two-dimensional open ended enclosures*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 45, pp. 5171-5190, 2002.
29. Hess C. F. and Henze R. H., *Experimental Investigation of Natural Convection Losses from Open Cavities*, Journal of Heat Transfer, vol. 106, pp. 333-338, 1984.
30. Chan Y.L. and Tien C. L., *Laminar Natural Convection in Shallow Open Cavities*, Journal of Heat Transfer, vol. 108, pp. 305-309, 1986.
31. Boehm R.F., *A Review of Convective Loss Data from Solar Central Receivers*, Journal of Solar Energy Engineering, vol. 105, pp. 29-33, 1987.
32. Leibfried U. and Ortjohann J., *Convective Heat Loss from Upward and Downward-facing Cavity Solar receivers: Measurements and Calculations*, Journal of Solar Energy Engineering, vol. 117, pp.75-84, 1995.
33. Chakroun W., Elsayed M. M. and Al-Fahed S. F., *Experimental Measurements of Heat Transfer Coefficient in a Partially/Fully Opened Tilted Cavity*, Journal of Solar Energy Engineering, vol. 119, pp. 298-303, 1997.
34. Elsayed M. M. and Chakroun W., *Effect of Aperture Geometry on Heat Transfer in Tilted Partially Open Cavities*, Journal of Heat Transfer, vol. 121, pp. 819-827, 1999.

35. Skok H., Ramadhyani S. and Schoenhals R. J., *Natural Convection in a Side-facing Open Cavity*, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 12, no.1, pp. 36-45, 1991.
36. Showole R. A. and Tarasuk J.D., *Experimental and Numerical Studies of Natural Convection with Flow Separation in Upward-Facing Inclined Open Cavities*, Journal of Heat Transfer, vol. 115, pp. 592-605, 1993.
37. Dehghan A. A. and Behnia M., *Combined Natural Convection-Conduction and Radiation Heat Transfer in a Discretely Heated Open Cavity*, Journal of Heat Transfer, vol. 118, pp.56-64, 1996.
38. Incropera F. P. and de Witt D. P., **Introduction to Heat Transfer**, Appendix A, Wiley and sons, II Edition, 1992.
39. Vierendeels J., Merci B. and Dick E., *Benchmark Solutions for the Natural Convective Heat Transfer in a Square Cavity with Large Horizontal Differences*, International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, vol. 13, No. 8, pp. 1057-1078, 2003.
40. White F. M., **Fluid Mechanics**, McGraw-Hill, IV Edition, 1999.
41. Siegel R. and Howell J. R., **Thermal Radiation Heat Transfer**, Taylor and Francis, IV Edition, 2001.
42. Van Doormaal J. P. and Raithby G.D., *Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows*, Numerical Heat Transfer, vol. 7, p.p.147-163, 1984.
43. Versteeg H. K. and Malalasekera W., **An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method**, Wiley & Sons Inc., 1995.
44. Leonard B.P. y Drummond J.E., *Why you should not use 'hibrid', 'power-law' or related exponential schemes for convective modelling –there are much better alternatives*, International Journal of Numerical Methods in Fluids, vol. 20, pp. 421-442, 1995.
45. Ghia U., Ghia K. N. and Shin C.T., *High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method*, Journal of Computational Physics, vol. 48, pp. 387-411, 1982.
46. Hinojosa J. F., Flores J. J., Xamán J. P., Álvarez G. y Estrada C. A., *Solución Numérica Transitoria del Flujo Hidrodinámico en una Cavidad con una Pared Deslizante*, Memorias de la XXV Semana Nacional de Energía Solar, vol. único, pp. 247-251, editó ANES, ISBN 968-5219-02-8, San Luis Potosí, SLP, México, 2001.
47. Spalding D. B., *A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.4, pp. 551-559, 1972.
48. Hayase T., Humphrey J. A. C. and Greif R., *A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using finite-volume iterative calculation procedures*, Journal of Computational Physics, vol. 98, pp. 108-118, 1992.
49. Gaskell P. H. and Lau A. K. C., *Curvature-compensated convective transport: SMART, a new boundedness-preserving transport algorithm*, International Journal of Numerical Methods in Fluids, vol. 8, pp 617-641, 1988.
50. Varonos A. and Bergeles G., *Development and assessment of a variable-order non-oscillatory scheme for convection term discretization*, International journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 26, pp. 1-16, 1998.

51. Leonard B.P. and Mokhtari S., *Beyond First-Order Upwinding: the ULTRA-SHARP Alternative for Non-oscillatory Steady-State Simulation of Conveccion*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 30, pp. 729-766, 1990.
52. Patankar S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
53. Stone H. L., *Iterative solution of implicit approximation of multi-dimensional partial differential equations*, Journal of Numerical Analysis, vol. 5, pp 530-558, 1968.
54. Fletcher C. A. J., **Computational Techniques for Fluid Dynamics**, Springer-Verlag, II Edition, 1991.
55. Alvarez García G., **Transferencia de calor en una cavidad con interacción térmica a través de una cara semitransparente con controlador óptico**, Tesis doctoral, DEPI-UNAM, México, 1994.
56. Hinojosa J. F., Flores J. J., Xamán J. P., Álvarez G. y Estrada C. A., *Solución Numérica de la Convección Natural en una Cavidad Cúbica Calentada Diferencialmente*, Memorias de la XXVI Semana Nacional de Energía Solar, vol. único, pp. 257-262, editó ANES, Chetumal, Quintana Roo, México, 2002.
57. Fusegi T et al., *A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.34, pp. 1543-1557, 1991.
58. de Vahl Davis G. and Jones I. P., *Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution*, International Journal of Numerical Methods in Fluids, vol.3, pp. 249-264, 1983.
59. Akiyama M. and Chong Q. P., *Numerical analysis on natural convection with surface radiation in a square enclosure*, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 33, pp. 419-433, 1997.
60. Hinojosa J. F. y Estrada C. A., *Solución Numérica Tridimensional de la Convección Natural en una Cavidad Cúbica Abierta*, Memorias de la XXVII Semana Nacional de Energía Solar, vol. Único, pp. 185-190, editó ANES, Chihuahua, Chihuahua, México, 2003
61. Hinojosa, J. F., Estrada C. A., Xamán J. P., Alvarez G., Flores J.J. y Romero M Solución Numérica Tridimensional de la Convección Natural en una Cavidad Abierta Inclinada, Congreso de la Real Sociedad Española de Física, Julio 7-11, Madrid, España, 2003.
62. Hinojosa J. F. y Estrada C. A., *Solución Numérica de la Convección natural y el Intercambio Radiativo en una Cavidad Abierta Inclinada*, Memorias de la XXVII Semana Nacional de Energía Solar, vol. Único, pp. 211-216, editó ANES, Chihuahua, Chihuahua, México, 2003.
63. Hinojosa J. F., Cabanillas R. E., Alvarez G. and Estrada C. A., *Numerical Study of Transient and Steady State Natural Convection and Surface Thermal Radiation in a Horizontal Square Open Cavity*, enviado para su publicación a la revista Numerical Heat Transfer Part A, Abril, 2004.
64. Hinojosa J. F., Cabanillas R. E., Estrada C. A. y Alvarez G., *Influencia del Intercambio Radiativo en la Evolución Temporal del Campo de Temperaturas en una Cavidad Abierta Inclinada*, Memorias de la XXVII Semana Nacional de Energía Solar, vol. único, pp. 179-184, editó ANES, Chihuahua, Chihuahua, México, 2003.