# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

# " TOPICOS ACERCA DE PRODUCTOS DERIVADOS."

## T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

**ACTUARIO**

PRESENTA:

**RODRIGO ANGULO GARFIAS**

DIRECTOR DE TESIS:

**ACT. ALBERTO DE LA ROSA ELIZALDE**



2004

VNIVERSIDAD NACIONAL AVFNOMA DE MEXICO

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: Rodrigo Angulo Garfias
FECHA: 14 de junio de 2004
FIRMA:

**ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ**
**Jefe de la División de Estudios Profesionales de la**
**Facultad de Ciencias**
**Presente**

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"TOPICOS ACERCA DE PRODUCTOS DERIVADOS"
realizado por Rodrigo Angulo Garfias

con número de cuenta 8626772-0 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

| | |
|---|---|
| Director de Tesis Propietario | ACT. ALBERTO DE LA ROSA ELIZALDE |
| Propietario | M. EN I. JUAN HORACIO ANDRADE CERVANTES |
| Propietario | ACT. MARIA AURORA VALDES MICHELL |
| Suplente | ACT. FELIPE ZAMORA RAMOS |
| Suplente | ACT. MARINA CASTILLO GARDUÑO |

**Consejo Departamental de**

ACT. JAIME VAZQUEZ ALAMILLA

FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL DE MATEMATICAS

Agradezco a mi madre, Carmen Garfias Dorantes, que con amor y paciencia ha guiado mis pasos a lo largo de mis años de estudio, y que a falta de mi padre, ella se dedicó al cuidado de mi y de mis hermanos, llegando a olvidar incluso algún beneficio para ella misma. Agradezco todo su apoyo hasta la culminación de este trabajo. Y es a ella a quien principalmente le dedico el presente trabajo de tesis.

El presente trabajo lo realicé, también, en memoria de mi padre, Raúl Angulo Romero, a quien he necesitado tanto estos años desde su fallecimiento pero a quien llevo en mi mente y en mi corazón

Le doy gracias a mi hermano mayor, Raúl Angulo Garfias, quien me ha dado su apoyo y consejos y que sin los cuales no habría podido llegar al término de mis estudios; y quien muchas ocasiones ha sido un ejemplo a seguir para mi.

De igual forma le doy un profundo agradecimiento a mi hermana, Nydia del R. Angulo Garfias, en quien siempre he encontrado apoyo y el ejemplo de lucha y perseverancia y a mi hermano, Ricardo Angulo Garfias, quien me ha apoyado en todo lo que he emprendido y me ha alentado para continuar en este difícil camino.

Finalmente, dedico este trabajo con mucho amor y cariño a mi esposa Ma. Del Carmen Estrella Rodríguez y a mis hijos Rodrigo Angulo Estrella y Alexis Gael Angulo Estrella que han sido mi motivo y fuerza para finalizar esta etapa de mi vida académica.

Le doy gracias a Dios por haberme guiado y haberme permitido vivir hasta ahora.

RODRIGO ANGULO GARFIAS.

# P R Ó L O G O

El crecimiento de los mercados financieros, en los últimos años, ha provocado la creación de nuevos productos y servicios para incrementar su competitividad. En el afán de lograrlo los Productos Derivados han llegado a ser de gran importancia. Entre éstos se encuentran las Opciones, los Contratos de Futuros, los Warrants y los Swaps.

Algunas de las funciones de los ***Productos Derivados*** son: el asegurar precios futuros en mercados con precios altamente variables; neutralizar o reducir el riesgo a variaciones en tasas de interés; proteger portafolios de inversión ante variaciones en los precios de ciertos productos financieros en los que los inversionistas aplican sus recursos; así como reducir los costos de transacciones y costos de reasignación de activos.

Más del 60% de las empresas no financieras usan los mercados de derivados para los siguientes fines específicos: el 74.4% los usan para cubrir sus riesgos, el 9% para gozar de las ventajas del apalancamiento y ampliar sus ganancias, y el 16.7% los usan para ambos motivos.

En México su historia comienza cuando se cotizan contratos de futuros sobre el peso en el *Chicago Mercantile Exchange* (1978 -1982). De 1983 a 1986 se operaron contratos de futuros sobre acciones individuales y Petrobonos en la Bolsa Mexicana de Valores. A partir de 1987 se celebran contratos *forward* sobre el dólar denominados como Contratos de Cobertura Cambiaria cuyo registro realiza el Banco de México. En 1992 se comienzan a operar Títulos Opcionales

(*Warrants*) sobre acciones individuales, canastas de acciones e índices accionarios en la Bolsa Mexicana de Valores. Los Títulos Opcionales (*Warrants*) tuvieron tal aceptación en el Mercado de Valores Mexicano que su existencia provocó el incremento del volumen operado de valores accionarios y otros productos financieros. Más adelante, el 24 de agosto de 1998 se formaliza la constitución del MexDer, Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V. el cual provee de la infraestructura necesaria para que se coticen y negocien los contratos de Futuros y Opciones en México. En meses recientes se iniciaron operaciones de opciones en el MexDer. Esto, hablando específicamente del caso mexicano, es de gran importancia ya que después de enfrentar una severa crisis financiera y de que la economía se haya visto siempre afectada significativamente por las fluctuaciones en los mercados internacionales, nos lleva a involucrarnos en la corriente de globalización e internacionalización de los mercados financieros para tener un Sistema Financiero más competitivo y atractivo ante la visión de los inversionistas nacionales e internacionales.

En este momento en el mercado de derivados mexicano (MexDer) se operan contratos de Futuros sobre el dólar estadounidense, el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), Certificados de la Tesorería, la Tasa de Interés Interbancario de Equilibrio (TIIE) a 28 días, el Bono a 10 años; y Opciones sobre el IPC y Acciones. Aunque los instrumentos están disponibles también para las personas físicas, son las empresas quienes más se benefician con este mercado, ya que todas, o la gran mayoría, tienen contratado algún tipo de crédito con tasas de interés variables, que representan cierta incertidumbre para los empresarios, ya que no se sabe cuándo se van a mover a la alza dejándolas sin capacidad de pago. Pero la falta de cultura de los pequeños y medianos empresarios mexicanos acerca de la cobertura de riesgo es uno de los grandes obstáculos para la recurrencia a este recientemente constituido Mercado Mexicano de Derivados.

Dicho lo anterior, me permito evocar lo dicho por Rüdiger Von Rossen: "La función de las bolsas modernas consiste en ofrecer servicios de administración y diversificación de riesgos. El control de riesgo financiero es una industria en expansión".

El objetivo del presente trabajo es mostrar el funcionamiento básico de los llamados ***Productos Derivados*** (Futuros y Opciones), así como exponer las diversas estrategias de cobertura de carteras de inversión y algunos otros usos que se le da a la teoría de las opciones. Esto a lo largo de cuatro capítulos en donde se ilustra con ejemplos y gráficas la utilización de los mismos.

Por lo tanto, con este trabajo se pretende: **1.** señalar la importancia del manejo de la teoría de las Finanzas en el área de aplicación de un Actuario, como lo es el área de Seguros (seguro de carteras o cobertura de carteras), área que por excelencia es la especialidad de un Actuario, **2.** difundir la cultura de la administración de riesgos a través de los *derivados* y, más aún, **3.** se propone como proyecto de libro para la materia *"Productos Derivados"* en la carrera de Actuaría en la Facultad de Ciencias de la UNAM. Es por eso que la presente tesis está dirigida a estudiantes, sin negar su utilización, claro, a todas aquellas personas cuyo interés sea el de la administración de riesgos financieros.

En el capítulo uno se cubre la definición de los Contratos de Futuros y de las Opciones, así como sus características; en el segundo capítulo se exponen los métodos de valuación de los contratos de Futuros y Opciones; en el capítulo tercero se explican las características y métodos de valuación de los Futuros y Opciones sobre índices bursátiles y tasas de interés, otras formas de opciones así como algunos otros usos que se le puede dar a la teoría de las opciones; y por último, en el capítulo cuatro se exponen ciertas estrategias de cobertura de portafolios de inversión haciendo uso de Contratos de Futuros y Opciones.

# ÍNDICE

## CAPITULO II : VALUACIÓN DE FUTUROS Y OPCIONES



## CAPITULO III : FUTUROS Y OPCIONES SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES Y OTRAS FORMAS DE DERIVADOS

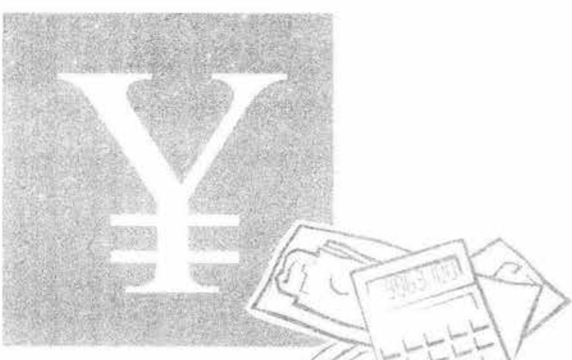
# CAPITULO IV : COBERTURA DE CARTERAS CON FUTUROS, SEGURO DE CARTERAS CON OPCIONES Y COBERTURA CON OPCIONES SOBRE FUTUROS



# APÉNDICE : RENTABILIDAD SIMPLE Y CONTINUA EN ACCIONES

# 1


# PRODUCTOS DERIVADOS (DEFINICIÓN Y USOS)



# PRODUCTOS DERIVADOS

## 1.1 INTRODUCCIÓN A LOS PRODUCTOS DERIVADOS

Si se analiza la perspectiva que ofrece el mercado de valores cuando sólo se cuenta con operaciones de compra-venta de contado, resulta claro que el inversionista al tomar decisiones de inversión se enfrenta a alternativas extremas y al mismo tiempo muy limitadas, ya que sólo puede seleccionar entre invertir o abstenerse de invertir, con todo el riesgo que ambas implican. En el primer caso, se puede enfrentar a una pérdida en caso de que la decisión sea equivocada y el título en el cual aplica los recursos llegara a bajar de precio; en el segundo caso, cuando por razones de aversión al riesgo se llega a la conclusión de abstenerse de invertir, no obstante el propio análisis o el de un agente profesional que recomiende invertir en determinado título, con la consecuente posibilidad de que si se opta por la abstinencia y el título sube de valor, se estaría enfrentando una pérdida virtual ya que el rendimiento de dicho valor podría considerarse en un cierto sentido como un costo alternativo de capital. En este último caso, al estar fuera del mercado, es decir no haber invertido, ciertamente se está en una posición de seguridad, pero de igual forma se está ciertamente dejando de lado una oportunidad de ganar dinero. Por lo tanto, cuando sólo se cuenta con operaciones al contado, el riesgo se encuentra homogéneamente distribuido y la decisión a tomar se limita a asumir el riesgo a cambio del rendimiento esperado o simplemente no asumirlo.

Tomando en cuenta lo anterior, se dice que el uso de los llamados "***Productos Derivados***" ayudan a ampliar la **penetración financiera**, es decir, que los inversionistas potenciales, que tienen diversos grados de aversión al riesgo, participen activamente en el mercado de valores sin que esto les provoque grandes pérdidas en sus bolsillos. Esto a causa de nuevas alternativas de inversión y cobertura que estos instrumentos brindan a los participantes.

Ello, en alguna medida, otorga una alternativa ante posibles bajas en la Bolsa provocando el bienestar y la confianza de los inversionistas en el mercado.

### 1.1.1 Descripción

Las Opciones, Warrants, Futuros, Bonos convertibles y Swaps son todos activos financieros que tienen en común el que su rendimiento depende del valor de otro instrumento al que están referidos o del que derivan (por ejemplo, el tipo de cambio, un barril de petróleo o una acción), es decir, el valor de estos instrumentos financieros es una función de otras variables que son, en cierta medida, más fundamentales. Por esta razón se les conoce genéricamente como **Productos Derivados**.

La introducción de los Productos Derivados a los mercados genera el efecto positivo de crear un medio para resolver las expectativas de corto plazo, filtrando su efecto de tal forma que se podría decir que en el mercado de contado o *spot*, en donde los Productos financieros son comprados y vendidos a base de negociaciones, tenderían a transmitirse más bien las expectativas de mediano y largo plazo, esperando con esto, que el mercado de contado sea menos volátil de lo que sería de no existir el mercado de Derivados.

Los Derivados son muy útiles en cuanto a que permiten al inversionista obtener patrones de rendimiento difíciles de lograr mediante operaciones tan solo en el instrumento del cual derivan. En particular esta diversidad de patrones de rendimiento permite al inversionista ya sea reducir su riesgo a fluctuaciones de tasas de interés, tipos de cambio, precios de insumos, niveles de la bolsa, precios de una divisa extranjera en que una empresa exporta, importa o ha emitido deuda;

o crear un portafolio de inversión a la medida de sus expectativas y/o su preferencia por riesgo. Estas ventajas no sólo se reflejan en el bienestar de los inversionistas, sino también en el buen funcionamiento de los mercados de los instrumentos que sirven como referencia a los Derivados, debido a que los Productos Derivados facilitan el manejo del riesgo de los participantes y generan liquidez a través de las operaciones de cobertura de los Derivados por parte de sus emisores.

La característica principal de los instrumentos Derivados que determina todas sus aplicaciones es su enorme flexibilidad, es posible diseñar y realizar operaciones de cobertura de riesgos que habrían sido imposibles antes del desarrollo de los Derivados. En el capítulo cuatro del presente trabajo se explica con más amplitud el manejo de los Derivados para la cobertura de portafolios de inversión.

Además la introducción de los Derivados da respuesta a una necesidad de internacionalización de una economía y a una captación de inversiones extranjeras, ya que los mismos inversionistas extranjeros indudablemente prefieren participar en un mercado que cuenta con operaciones de cobertura como las que los Productos financieros Derivados otorgan. Esto obliga, también, a adquirir un mayor grado de competitividad a escala internacional. De no existir dichos Productos en el mercado, los inversionistas en general preferirán operar en aquel mercado donde existan Productos Derivados dado que en él podrán realizar operaciones de cobertura o bien construir portafolios de inversión con patrones de rendimiento esperado que no pueden realizarse sin Derivados, lo cual sin duda se representa como un riesgo de desintermediación en favor de cualquier mercado exterior que ofrezca dichos Productos.

Como se mencionó anteriormente, con estos Productos financieros los inversionistas pueden participar en el mercado de valores, con la oportunidad de obtener altos rendimientos asumiendo un riesgo conocido.

En general, se puede decir que con la introducción de los Productos Derivados se genera un fenómeno de "redistribución del riesgo en el mercado".

# *CONTRATO DE FUTUROS*

## 1.2 DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS

Se le llama un "**Contrato de Futuros**" a un acuerdo entre dos partes que pactan la compra o venta de un determinado producto, en una fecha futura preestablecida y a un precio acordado en el contrato. En dicho contrato se especificará la cantidad o el número de unidades del producto cuestión de la venta, así como su calidad.

**Ejemplo:**

Un agricultor desea plantar trigo en octubre. Conoce el precio del producto ahora: $100/kg; pero tiene dudas sobre cuales serán los precios de aquí a nueve meses que es cuando verá la cosecha; bajo su experiencia el trigo puede llegar a cotizarse a $200, pero el precio puede caer a $50. Un movimiento adverso podría echar a perder sus expectativas de beneficio. Le interesará fijar un precio de acuerdo al cual pueda realizar una previsión certera y obtener un beneficio. Puede resolver esta incertidumbre con un contrato de futuros.

El agricultor se compromete a entregar al cabo de nueve meses una determinada cantidad de trigo a un precio previamente fijado. El comprador, un productor de pan, se compromete a comprar esa cantidad de trigo y pagar el precio fijado. En este caso, es independiente el costo del trigo en el mercado al término del pacto puesto que el comprador tendrá que pagar la cantidad fijada y el vendedor otorgará el producto al mismo precio establecido en el contrato.

Existen dos factores muy importantes que se deben recordar cuando se compran o venden futuros, y son:

1- Cuando se compra un contrato de futuros se acepta pagar y recibir el artículo en cuestión en algún mes designado en el futuro, pagando completamente.

2- Por otro lado, cuando se vende un contrato de futuros se acepta entregar una cierta cantidad y calidad de un artículo determinado en algún mes en el futuro, en el cuál se recibirá el dinero producto de la venta.

Los mercados de Futuros cumplen los requisitos de cualquier otro mercado al estar los contratos estandarizados en sus tres componentes, existiendo en ellos multitud de concurrentes (compradores y vendedores) formándose los precios de manera transparente por la misma concurrencia de las partes. En este mercado, a diferencia del mercado al contado, los acuerdos estandarizados son los que se compran y venden, no los artículos reales en sí.

### 1.2.1 Función básica de los futuros

La función básica de los contratos de futuros es la disminución del riesgo debido a movimientos inesperados en los precios de los productos o variables económicas, como el tipo de cambio o tasas de interés, sobre de los que se contrata el futuro.

Estos contratos se pueden considerar como pólizas de seguros contra cambios en los precios. Dichos contratos rara vez se hacen efectivos, en su mayoría se cierran con una posición "opuesta" que "cancela" la operación, esto es, cancelan la entrega de la mercancía, para en muchos de los casos evitar el liquidar en especie. Por lo tanto se puede comprar y vender en el Mercado de Futuros a pesar de si se tiene o no el artículo sujeto del Futuro.

## 1.3 LIQUIDACIÓN Y MARGEN DE GARANTÍA

Generalmente el sistema de liquidación supone la entrega del producto frente a la entrega del dinero. Sin embargo, en la práctica se ha dado en liquidar las transacciones por diferencias de precios sin entrega física de la mercancía. Por ejemplo, para el caso de un contrato sobre petróleo, el precio del barril especificado en el contrato de futuros es $21.80/barril. Si en el momento de la liquidación del contrato el precio en el mercado al contado (*spot*) es $24.00, el comprador del contrato de futuros recibirá $2.20/barril, es decir, la diferencia entre $21.80, precio de compra, y el precio actual de $24.00. En caso de recibir la mercancía recibiría 1,000 barriles, que el vendedor del contrato de futuros tendría que comprar en el mercado al contado o *spot*, pagando $24.00/barril. El efecto económico es el mismo al liquidar en especie o en efectivo tanto para el vendedor como para el comprador.

Determinados contratos de futuros liquidan obligatoriamente en dinero (sin la entrega física de la mercancía). A esto se le ha dado en llamar **liquidación por caja**. Como un ejemplo de esto podemos citar los futuros sobre divisas e índices bursátiles.

Debe de existir una entidad liquidadora en estos mercados de futuros a través de las cuales se liquiden las operaciones realizadas. En este caso los contratantes no conocen a su contrapartida. Al término del contrato el comprador pagará a la entidad liquidadora y ésta a su vez pagará al vendedor. Este mecanismo da completa seguridad al mercado puesto que la entidad liquidadora responde y todo contrato se lleva a buen término. A diferencia de cuando se negocian contratos Forward los cuales son realizados entre particulares y no media una entidad reguladora.

### 1.3.1 Margen de garantía

Una característica importante de los futuros es que cuando el contrato es iniciado, ningún capital es intercambiado entre el comprador y el vendedor.

Para el inicio de un contrato de futuros únicamente se requiere de un depósito (o garantía) inicial o margen inicial. El depósito de garantía se abona a una cuenta abierta a nombre del comprador, denominada cuenta de garantía. A medida de que el mercado de futuros registra movimientos cada día, las posiciones del comprador y vendedor se van ajustando en sus respectivas cuentas, de modo que siempre se mantenga el mínimo margen requerido y asegurar así el buen fin de la operación, esto a diferencia de otros activos financieros (acciones y bonos) en los que el beneficio o pérdida sólo se conoce el día de la venta. Por ejemplo, si el precio sube, se le abonará al comprador la diferencia entre el precio de hoy y el de ayer, y se cargará en la cuenta de garantía al vendedor. A este mecanismo se le llama **Marked to Market**.

El resultado final es que a la liquidación del contrato el perdedor habrá acumulado en las sucesivas reposiciones exactamente la cantidad necesaria para pagar la diferencia al ganador.

El beneficio o pérdida se sabe diariamente porque se abona o se carga en las respectivas cuentas del comprador y vendedor.

## 1.4 RIESGO Y RENTABILIDAD DE LOS FUTUROS

Para cancelar una posición sólo se toma una del signo contrario con las mismas especificaciones de tiempo, producto y cantidad; pero el contrato anterior queda vigente, entonces se tiene un contrato de compra y otro de venta, a diferencia de las acciones, que para deshacer una posición lo único que se hace es vender la acción.

Claramente el día de expiración del contrato de futuros, el precio del futuro y el del mercado al contado deben coincidir, y esto necesariamente se cumple siempre, de lo contrario se podría producir **arbitraje**[1]: comprando un producto en el mercado de futuros y vendiéndolo en el mercado al contado si en éste último el precio es más caro, y viceversa.

A dicha propiedad del mercado de futuros se le llama **principio de convergencia** en el mercado de futuros, por el cual, el precio del contrato de futuros y el del activo subyacente en el mercado al contado convergen en la medida en que se acerca el vencimiento del contrato de futuros. A la diferencia entre los precios del mercado de futuros y el mercado al contado se le conoce como **base** la cual representa el costo financiero, almacenaje, seguro, etc., durante el tiempo que falta para el vencimiento del contrato de futuros.

**Base** = Precio actual del producto físico – Precio del futuro

Donde **Base** = 0 al vencimiento.

[1] Operación consistente en la compra de un instrumento financiero que se considera subvaluado y la venta simultánea de otro considerado sobrevaluado, en los diferentes mercados para obtener ventaja de los diferentes precios existentes entre ellos . Los mercados pueden estar en diferentes países o bien puede tratarse de diferentes mercados en el mismo país. El arbitraje consiste, así, en identificar y aprovechar ineficiencias de los mercados que, mediante tal arbitraje, tienden a minimizarse.

## 1.5 PRECIO DEL FUTURO VS. PRECIO DEL ACTIVO SUBYACENTE

En el mercado de futuros el tenedor (comprador) de un futuro se dice que tiene una **posición larga o posición de compra**. El vendedor de un futuro se dice que tiene una **posición corta o posición de venta**.

Como el precio del futuro refleja el precio del activo subyacente en cierto modo, los cambios del precio del futuro reflejarán los cambios en el precio del activo subyacente.

Con una posición de compra, el valor de la posición se incrementa en la medida en que el precio del activo se incrementa y desciende en la misma medida en que el precio del activo desciende. Con una posición de venta, una pérdida resulta si el precio del activo crece pero se generan utilidades si el precio del activo cae. (Ver figura 1-1)

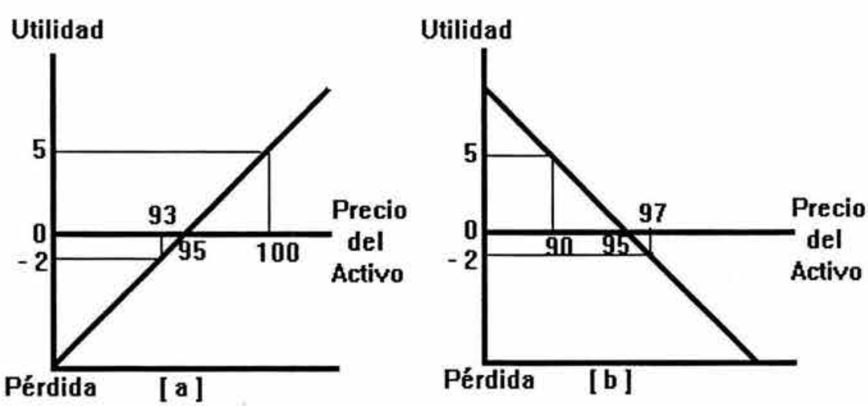



**Figura 1-1.** (a) Posición larga. (b) Posición corta.

## 1.6 ALGUNOS USOS DE LOS FUTUROS

Como ya se ha mencionado anteriormente, los futuros son usados para disminuir el riesgo por medio de la especulación o por medio de la cobertura. Veremos cada uno de estos puntos con detalle.

### 1.6.1 Especulación

Con anterioridad se mencionó que el precio del futuro se mueve en dirección al precio del activo subyacente[2], una posición larga en contratos de futuros se puede utilizar para especular en un alza en el precio del activo subyacente. Contrariamente, una posición corta se puede usar para especular en la baja del precio del activo.

Para ilustrar esto se hace referencia nuevamente a la figura 1-1. Se asume que el precio actual del futuro es $95 y el inversionista espera que el precio del activo subyacente aumente suficientemente para que el futuro cotice a $100. Si el inversionista toma una posición larga en el futuro y las expectativas de que el futuro llegara a $100 son realizadas, el futuro mostrará una utilidad de $5. Sin embargo, si el futuro llegara a cotizarse a $93, se llegará a una pérdida de $2.

Por otro lado, si el inversionista espera que el precio del activo caiga tal que el precio del futuro caiga también a $90, el inversionista puede cambiar su decisión y adoptar una posición corta (vendiendo el futuro) con la esperanza de recobrarla comprándola nuevamente (cerrando la posición) en un precio más bajo y así obtener una utilidad. Así, si el futuro fuese vendido a $95 y cayera a $90, comprándola nuevamente a $90 arrojaría una utilidad de $5. Sin embargo, en lugar de que cayese, el precio del futuro subiera a $97, por ejemplo, el inversionista recompraría a un precio mayor que aquel al cual vendió y así sufriría una pérdida, en este caso de $2.

[2] Activo financiero al cual esta referido el producto derivado.

### 1.6.2 Cobertura

Los futuros son usados para cubrir riesgo, es decir, se pretende minimizar o neutralizar completamente el efecto del movimiento en los precios. La cobertura se puede lograr cuando una posición corta de futuros es combinada con una posición larga del activo subyacente.

Por ejemplo, se asume que un inversionista tiene una posición larga del activo subyacente con precio \$95 y desea evitar cualquier fluctuación en el valor de la inversión. Se asume también que el precio del futuro derivado de aquel activo es \$95 y se mueve conjuntamente con el precio del activo subyacente. El inversionista adoptará una posición corta vendiendo un número de contratos de futuros que igualen al valor nominal de la posición larga del activo subyacente. Entonces el inversionista tendrá un portafolio combinado, compuesto por una posición larga con el activo subyacente y una posición corta con futuros. Si el precio del activo subyacente aumenta, por ejemplo a \$98, el precio del futuro hará lo mismo. Entonces, mientras del alza del precio del activo resulta una utilidad, el alza en el precio del futuro arrojará una pérdida ya que se mantiene una posición corta de éstos. En este caso el valor de este portafolio no cambia (figura 1-2).

En la realidad el precio del futuro no es idéntico al precio del activo subyacente y el precio del futuro no registra movimientos iguales a aquellos del activo subyacente. Por esta razón, una cobertura perfecta no puede ser lograda.

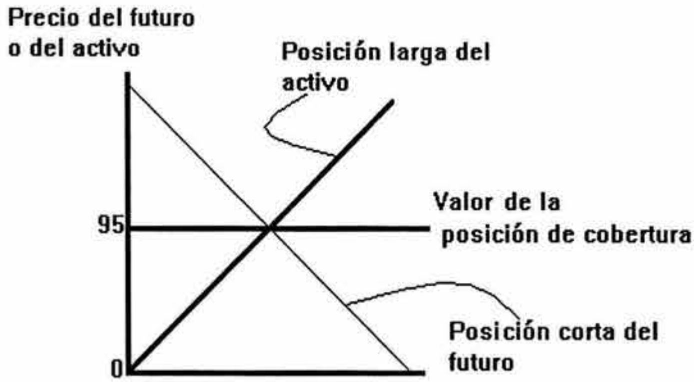



**Figura 1-2.** Cobertura con futuros.

# *O P C I O N E S*

## 1.7 DEFINICIÓN, CLASES Y USOS

Una opción es aquel instrumento bursátil o documento en virtud del cual se le otorga al tenedor del instrumento, contra el pago de una prima, el derecho (no la obligación) de comprar o vender determinado número de títulos a los que se encuentran referidos (valores de referencia), a un precio determinado (precio de ejercicio) dentro de un periodo o fecha establecida (vigencia).

El emisor se obligará a liquidar los títulos opcionales ya sea en especie o en efectivo, según se estipule en el acta de emisión.

### 1.7.1 Emisor de Opciones

Es aquel que al emitir contrae la obligación de comprar o vender títulos a un precio preestablecido, a cambio del pago de un precio de emisión o prima.

### 1.7.2 Tenedor de Opciones

Es el inversionista que obtiene el derecho descrito en la opción, mediante el pago de una prima al emisor.

### 1.7.3 Valores de referencia

Los valores de referencia (o activos subyacentes) son los títulos de los cuales se deriva la opción. Son aquéllos objeto de la opción, éstos pueden ser cualquier tipo de activo financiero: acciones, índices bursátiles, divisas, tasas de interés, etc.

### 1.7.4 Precio de ejercicio de una Opción

Es el precio preestablecido al cual el tenedor obtiene o vende los valores de referencia.

### 1.7.5 Prima de una Opción

Importe que el tenedor paga al emisor por el derecho que otorga el título opcional.

### 1.7.6 Periodo de ejercicio de una Opción

El periodo durante el cual la opción puede ser ejercida, es decir, el derecho que otorga dicho título.

En este apartado tenemos dos tipos de periodos:

a) Tipo Americano: Es en el cual el derecho puede ser ejercida durante un periodo.

b) Tipo Europeo: El derecho puede ser ejercido en una sola fecha.

## 1.8 CLASES DE OPCIONES

De acuerdo a la definición existen 2 clases de opciones:

Desde el punto de vista del tenedor:

a) Opción de compra (***call***): Es la opción en la que el tenedor adquiere el derecho (mas no la obligación) de comprar, mediante el pago de una prima, los valores de referencia, dentro de un plazo de vigencia, al precio de ejercicio establecido, sin importar cual es el precio de mercado de los valores en el momento de ejercer la opción.

Ejemplo:

Imaginemos que un inversionista a principios de junio pasado espera que el precio de la acción de TELMEX permanezca alrededor de los niveles a los que cotiza en ese momento. La acción en este momento se está cotizando - a principios de junio - a $100 y el inversionista siente que en los siguientes tres meses la acción cotizará a $120. El inversionista decide comprar una opción de compra de TELMEX con precio de ejercicio de $90.

Si para entonces el precio de TELMEX es de $120, el inversionista reportará una ganancia de $30 (120 - 90 = 30) ya que anteriormente el inversionista había pactado el precio de $90. Si por otro lado el precio de TELMEX se cotiza a $75 el inversionista no se verá obligado a ejercer la opción de compra (*call*) y ésta expirará sin valor.

| | Escenario A S=$120 | Escenario B S=$75 |
|---|---|---|
| **Utilidad** | $30 | 0 |

S = Precio de la acción.

b) Opción de venta (***put***): Es la opción donde el tenedor adquiere el derecho (mas no la obligación) de vender, mediante el pago de una prima, los valores de referencia (dentro de un plazo de vigencia) al precio de ejercicio establecido, sin importar cual es el precio de mercado de los valores al momento de ejercer la opción.

Ejemplo:

Retomando el ejemplo anterior, si en lugar de que el inversionista decida comprar opciones de compra decidiera realizar una compra a vender TELMEX (*put*), y si al paso de tres meses la acción de TELMEX llega a cotizarse a $75, el inversionista ejercería la opción y registraría una utilidad de $15.00 (90 – 75 = 15). Si por el contrario la acción de TELMEX, a la que se encuentra referida la opción cotizara a $120; el inversionista no ejercería la opción ya que puede vender en el mercado al contado más caro. Pero en este caso la opción de venta (*put*) no se ejerce y expira sin valor, el único costo que el inversionista estaría enfrentando sería el del pago de la prima de la opción.

| | Escenario A S=$75 | Escenario B S=$120 |
|---|---|---|
| Utilidad | $15 | 0 |

S = Precio de la acción.

## 1.9 PERFIL DE RIESGO Y RENTABILIDAD DE LAS OPCIONES

### 1.9.1 Compra de una opción de compra (*call*)

Recordemos que las opciones otorgan el derecho, pero no la obligación, de ejercer la compra o venta de los valores a los que están referidas, en un periodo determinado y a un precio de ejercicio establecido.

El comprador de una *call* se puede beneficiar infinitamente, pero en cuanto a las pérdidas estas pueden ser solo el costo de la *call*. Matemáticamente el perfil de riesgo/beneficio al vencimiento de la *call* sería:

| Escenario | Beneficio |
|---|---|
| $S > X$ | $S - X - C$ |
| $S \leq X$ | $-C$ |

donde:

S = Precio del activo subyacente.

X = Precio de ejercicio de la opción.

C = Precio (prima) de la opción de compra (*call*).

Ejemplo:

Un inversionista toma una opción sobre una acción de IBM, ésta tiene un precio de ejercicio (X) de $100. Si el precio de la acción (S) subiera por encima de $100 el comprador de la *call* obtendría un beneficio, ya que podría ejercer la opción, pagar los $100 y obtener una acción de IBM que podría vender inmediatamente en el mercado al contado a mayor precio. Si por lo contrario el precio de la acción (S) descendiera por debajo de $100, el comprador de la *call* no ejercería la opción, ya que no tendría sentido comprar una acción de IBM a $100 si en el mercado de contado se encuentra a menor precio. En este caso solo el inversionista enfrentará el costo de la opción (C), es decir, lo que había pagado por ella y por la cobertura que esta le brindó. (Figura 1-3)

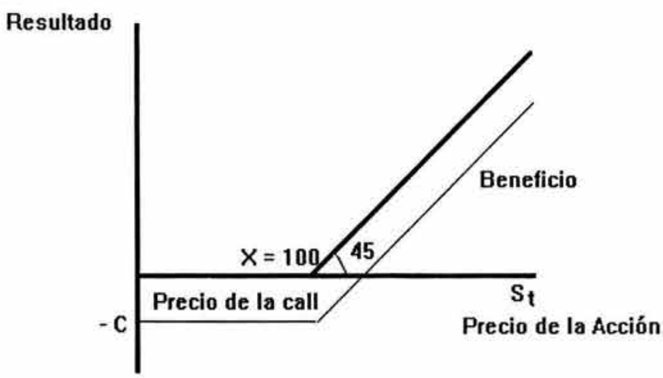



**Figura 1-3.** Perfil de riesgo de la compra de una *call.*

### 1.9.2 Venta de una opción de compra (*call*)

Igualmente el vendedor de una opción de compra se puede beneficiar. En este caso el vendedor de una *call* tiene la obligación de vender los valores de referencia, al precio de ejercicio determinado, de llevarse a cabo la opción. Aquí, si el precio de referencia sube por encima del precio de ejercicio, el emisor de la opción se verá obligado a vender y sus pérdidas pueden ser infinitas; pero si por el contrario, el precio del valor de referencia desciende por debajo del precio de ejercicio, el vendedor habrá ganado la prima que cobró por la venta de la opción, esto de no ser ejercida la opción. Es decir, pérdidas infinitas y ganancias limitadas. Matemáticamente se expresa así:

| Escenario | Beneficio |
|---|---|
| $S > X$ | $-(S - X - C)$ |
| $S \leq X$ | $C$ |

Ejemplo:

Retomando el ejemplo anterior, se sabe que el precio de ejercicio de una opción de compra (*call*) sobre una acción de IBM es de \$100, el vendedor de la opción se obligará a vender a \$100 una acción que en el mercado puede valer mucho más. Sus pérdidas pueden ser infinitas, según suba el precio de la acción. Por el contrario, si el precio de IBM es inferior a \$100 la opción no se ejercerá y el vendedor reportará una ganancia que es la prima por la venta de la opción (Figura 1 – 4).

### 1.9.3 Compra de una opción de venta (*put*)

Recordando la definición tenemos que la opción de venta da al poseedor de la misma el derecho, pero no la obligación, de vender una acción a un precio dado. En este caso el escenario es el siguiente: Cuanto más baje el precio de la acción es mejor, ya que el inversionista

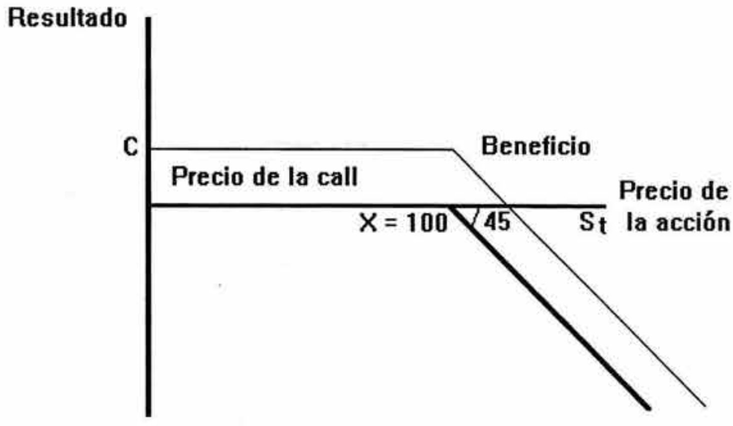



**Figura 1 - 4.** Perfil de riesgo de la venta de una *call.*

venderá a mayor precio en comparación al precio en el mercado de contado. Por el contrario, si el precio de la acción está por arriba del precio de ejercicio, el inversionista reportará una pérdida, al no ser ejercida la *put*, que es el precio de la misma.

Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

| Escenario | Beneficio |
|---|---|
| $S \geq X$ | $-P$ |
| $S < X$ | $X - S - P$ |

Donde:

P = Precio (prima) de la opción de venta (*put).*

Ejemplo:

Si el precio de ejercicio de una *put* (X) sobre una acción de IBM en Bolsa es de \$80, el inversionista podrá comprar una acción en el mercado a \$80, y posteriormente ejercer la *put*, vendiendo la acción de IBM a \$100 con una utilidad de $20 menos el precio de la *put*. Cuanto más baje el precio de IBM mejor. Por el contrario, si el precio de IBM se registró por encima de $100, no habrá ganancia posible, el inversionista no ejerce la opción y habrá perdido la prima de la *put*. (Figura 1-5).

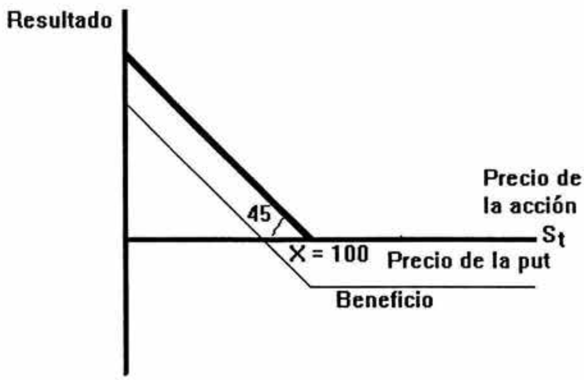



**Figura 1 - 5.** Perfil de riesgo de comprar una *put*

En resumen, al igual que para el caso de la compra de una *call,* existe un enorme potencial de ganancias y pérdidas limitadas, la prima de la *put*. Solo que en este caso el perfil es el complementario al de la *call,* se gana cuando baja la acción. Además el límite máximo de ganancia es el precio de ejercicio de la opción. Es decir, en el hipotético caso de que la acción llegara a valer cero, la ganancia nunca superaría el precio de ejercicio.

### 1.9.4 Venta de una opción de venta (*put*)

En este caso tenemos el razonamiento inverso al de la compra de una *put*. Las pérdidas pueden ser cuantiosas (100%) mientras que las ganancias se limitan a la prima de la *put*. (Figura 1 - 6).

Matemáticamente:

| <u>Escenario</u> | <u>Beneficios</u> |
|---|---|
| $S \geq X$ | $P$ |
| $S < X$ | $-(X-S-P)$ |

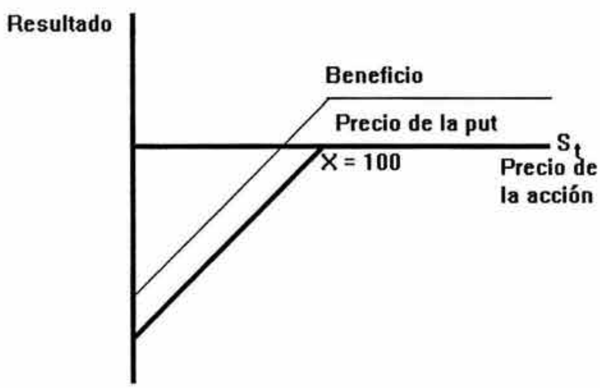



**Figura 1-6.** Perfil de riesgo de vender una *put*.

## 1.10 CIERRE DE POSICIÓN

Una característica que tienen las opciones, es el **principio de convergencia de precios**, por el que, al vencimiento, el precio de la opción coincide exactamente con la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del activo subyacente en ese momento. Es decir, que si la opción de compra (*call*) sobre IBM con precio de ejercicio de $100 vence hoy y también hoy la cotización del valor de referencia es $120, es evidente que el precio de la opción es $20, porque si no, de otra manera, éste podría ser sujeto de arbitraje.

Ejemplo:

Si se ha comprado una *call* sobre IBM con precio de ejercicio de $100, con vencimiento a 3 meses, y precio de $1 y al cabo de 2 meses la cotización de IBM es de $120 en el mercado, podemos vender una opción de compra a un mes - lo que queda de tiempo de duración de nuestra *call* -, al mismo precio de ejercicio $100. La ganancia al hacer esta transacción, por el principio de convergencia de precios de las opciones, sería aproximadamente de $20, ya que éste es el precio de venta de la *call* menos el precio de compra.

También se puede cerrar la posición al vencimiento, como se había marcado anteriormente, en lugar de ejercer la opción y vender la acción. En el mercado Americano es muy recurrido este método de cierre de posición ya que las comisiones de compra y venta de las opciones son más baratas que las de las acciones.

## 1.11 ESTRATEGIAS DE CARTERAS CON OPCIONES

Existen una variedad de usos posibles en la gestión de carteras, pero básicamente se tienen tres familias de estrategias: Especulación, Cobertura y Arbitraje.

### 1.11.1 Especulación

La especulación se puede ejercer con cualquier tipo de activo financiero, y las opciones no son la excepción. Simplemente se compra o se vende una opción con la esperanza de que suba o baje el precio del activo subyacente, para poder, después, venderlo o comprarlo obteniendo así una ganancia.

Por ejemplo, si se piensa que una acción va a subir mucho en el futuro próximo, se pueden comprar *calls*, en lugar de acciones, ya que así uno se cubre de bajas inesperadas. Si la acción sube, la ganancia será más pronunciada si se compraron Opciones en vez de acciones.

### 1.11.2 Cobertura

Se sabe que las opciones tienen su origen en la cobertura de riesgos sobre un activo que se posee previamente. La cobertura de las opciones se dirige a :

a) Limitar el riesgo de una cartera.

b) Aumentar su rentabilidad.

c) Aprovechar la volatilidad del mercado.

#### 1.11.2.1 Cobertura con opción de venta (protective *put*)

Este consiste en la compra del activo subyacente, por ejemplo una acción, y al mismo tiempo la compra de una opción de venta. En el caso de que la acción suba, los beneficios que se obtendrían de esta operación subirían, si la cotización de la acción baja, es posible ejercer la opción de venta limitando así las pérdidas. En esta estrategia se limita el riesgo de nuestra cartera. Más adelante, en el capítulo 4, se analiza con más detenimiento esta estrategia.

#### 1.11.2.2 Gestión de la volatilidad

En mercados de alta volatilidad las opciones ayudan a cubrirse de ella y además aprovechar esta situación. En el caso del anuncio de un cambio brusco en la economía, se notará un importante aumento en los precios del mercado, si el cambio es positivo, y al contrario si es negativo. Si tan solo se disponen de acciones y bonos no se puede hacer nada ante este cambio, ya que solo se tienen dos alternativas: o se liquida la cartera con el riesgo de perder el aumento en los precios, o bien, se mantiene la misma cartera con el riesgo de un descenso, en el caso de que el dato sea negativo.

La estrategia a seguir es la llamada ***straddle***, que consiste en la compra simultánea de una *call* y una *put* con el mismo precio de ejercicio y con la misma fecha de vencimiento. En esta estrategia si al momento del vencimiento de la opción el precio de la acción está muy cercana al de ejercicio, habremos incurrido en una pérdida. Si por el contrario el precio de la acción ha subido o ha bajado mucho, la ganancia será importante. Esta estrategia es muy útil para mercados volátiles[3].

### 1.11.3 Arbitraje

Mediante el arbitraje se pueden aprovechar los desequilibrios que pueden aparecer en el mercado entre unos Productos y otros. Básicamente el arbitraje consiste en la compra de un instrumento y simultáneamente realizar la venta de un grupo de instrumentos que, conjuntamente, tienen el mismo perfil de beneficio. De este modo no tenemos que desembolsar ningún dinero y los beneficios son verdaderamente altos. Pero esta situación no se presenta a menudo.

Se puede hacer arbitraje entre acciones y opciones de compra. Por ejemplo, si se quiere comprar una acción ABC, es posible comprarla directamente en la Bolsa al precio que cotice (por ejemplo, \$100) o comprar una opción de compra sobre acciones ABC con precio de ejercicio \$100. En el supuesto caso de que por un

[3] Es explicada en detalle en le capítulo cuatro.

desatino del mercado el precio de una *call* sobre acciones ABC es $5 y el precio de ejercicio es $90, claramente se podría comprar la *call* a $5, e inmediatamente ejercerla, y realizar un beneficio inmediato de $5 (pagando $90 por la acción ABC y vendiéndola a $100).

El precio de la *call* a vencimiento debe ser igual al precio al vencimiento de la acción menos el precio de ejercicio ($C = S_t - X$); si el mercado se separa de ese precio aparecerán oportunidades de arbitraje. Como es lógico estas oportunidades no aparecen muy frecuentemente.

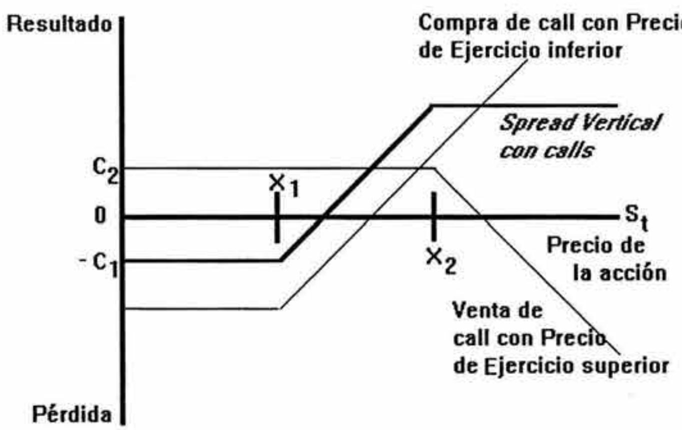
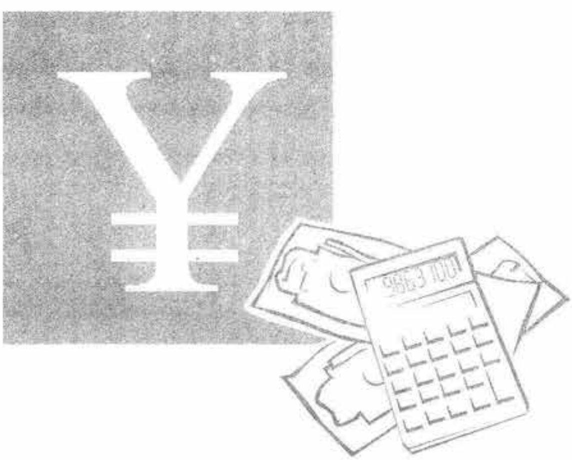



**Figura 1 - 7.** Spread vertical con *calls.*

Otra posibilidad de arbitrar se presenta aprovechando los desequilibrios de precios entre varias opciones con distinto precio de ejercicio o distinta fecha de vencimiento. A ésta técnica se le conoce con el nombre de ***spread***. Un ***spread vertical*** (*money spread* o *vertical spread*) consiste en la compra y venta simultánea de una opción de compra con distinto precio de ejercicio e igual vencimiento (figura 1 - 7).

# 2


# VALUACIÓN DE FUTUROS Y OPCIONES



# PRECIO DE UN CONTRATO DE FUTUROS

## 2.1. VALUACIÓN DE UN FUTURO

En la compra de un futuro se compra el activo correspondiente pero pagándolo dentro de varios meses. El costo de operación será el costo del futuro (F) a pagar al vencimiento del mismo. El depósito de garantía puede estar constituido por títulos de renta fija que proporcionan intereses durante la vida del contrato. Por otro lado, un inversionista puede adquirir el activo que necesitará en el futuro comprándolo ahora y almacenándolo por varios meses. El costo de esta transacción será el precio del activo subyacente en el mercado *spot* (S), más el costo de oportunidad del dinero que se inmoviliza durante aquéllos meses, es decir, el interés libre de riesgo ( r ) que se podría obtener durante este periodo ( t ).

Por lo tanto, el principio fundamental de valuación de futuros o **teorema de paridad de mercados de futuros y spot** es el siguiente:

$$F = S\,(1 + r)^{t} \qquad (2.1)$$

donde:

F = Precio del contrato de futuros.

S = Precio del activo subyacente en el mercado spot.

r = Tipo de interés libre de riesgo (al que se toma prestado).

t = Tiempo hasta la expiración.

Haciendo unos ajustes a la fórmula anterior, y tomando en cuenta que los activos subyacentes llevan anexo un rendimiento que dejaríamos de percibir en caso de contratar el futuro, la fórmula se transforma en:

$$F = S + S\,(r - y)^{t} \quad \text{ó} \quad S\,(1 + r - y)^{t} \qquad (2.2)$$

donde:

$y$ = Tasa de rendimiento del activo subyacente.

En dicha fórmula $r$ y $t$ tienen que tener alguna coherencia en cuanto a si son trimestrales, anuales, etc.

A la diferencia $(r - y)$ se le conoce como el **costo de acarreo**, que no es más que lo que cuesta pedir el dinero prestado: comprar la mercancía ahora y mantenerla hasta que el contrato de futuros se cancela y entregarla.

Suponiendo que los mercados de futuros y *spot* son perfectos, la fórmula antes citada es verdadera ya que si el precio de un futuro es mayor $(F > S\ (1 + r - y))$ un inversionista puede pedir fondos prestados , comprar un producto financiero (una acción por ejemplo) en el mercado al contado, vender un futuro y conservar el producto hasta entregarlo al vencimiento del futuro. Esta transacción generaría una cierta utilidad porque está garantizada mediante la venta del contrato de futuros. También, no habría ninguna inversión puesto que los fondos necesitados fueron pedidos prestados y el costo de utilización de esos fondos están incluidos en el cálculo del costo de acarreo. Tales oportunidades no pueden existir en un mercado racional, la oportunidad de arbitraje aparece porque el precio del futuro en el mercado al contado es muy bajo relativo al precio de los futuros. Entonces tenemos el siguiente razonamiento:

$$F \leq S\ (1 + r - y)^t \qquad (2.3)$$

La misma oportunidad de arbitraje surge cuando el precio en el mercado spot es muy alto relativo al precio del contrato de futuros.

En este caso el arbitrajista puede vender en corto pidiendo prestado el producto a otro inversionista (prestamista) pagándolo más tarde. Una vez que el producto es obtenido, el vendedor en corto lo vende y toma el dinero de la venta. El inversionista también compra un contrato de futuros para asegurarse que pueda adquirir el producto necesitado para pagarle al prestamista en la fecha de expiración del futuro. En este caso ambos precios, el del futuro y el del activo subyacente, deben obedecer la siguiente regla:

$$F > S\,(1 + r - y)^t \tag{2.4}$$

de no ser así, habrá oportunidad de arbitraje. Haciendo simultáneas las fórmulas (2.3) y (2.4) obtenemos:

$$F = S\,(1 + r - y)^t \tag{2.5}$$

la fórmula (2.5) fue obtenida con los supuestos de que ambos mercados, el de Futuros y el Spot, son perfectos.

**Ejemplo**:

Se valuará un futuro a tres meses. Se asume que el precio en el mercado spot del activo subyacente es $94.6. La tasa de interés sobre un préstamo a tres meses es del 10% el costo de acarreo tendrá una tasa de 0.02% cobrado cuatrimestralmente y el activo ganará una utilidad en un flujo constante a una tasa de 5%.

El costo de acarreo neto será 5.02% (10+0.02-5). Así el precio del futuro sería:

$$F = 94.6\,[\,(1 + 0.0502)^{1/4}] = 94.6\,[1.01232\,] = 95.7655 \tag{2.6}$$

En la práctica existen un número de razones por las cuales el precio del futuro real es distinto del precio teórico.

Primeramente, el modelo asume que no existen costos de transacción relacionados a la adquisición o a la venta del activo subyacente. En realidad, existirán probablemente impuestos y comisiones, dependiendo del tipo de instrumento.

Segundo, el modelo explicado con anterioridad asume que las tasas a las que se pide prestado y a las que se presta son iguales. En realidad, las tasas de interés a las que se pide prestado son más altas que aquellas a las que se presta. Por consiguiente la tasa de interés aplicada al arbitrajista, quien pide prestado para adoptar una posición larga (compra) con el activo subyacente y adoptar una posición corta (venta) con el contrato de futuros, será diferente a la tasa aplicable a un arbitrajista que adopta una posición corta con el activo subyacente y una posición larga con el contrato de futuros.

En tercer lugar, el modelo asume que los costos de acarreo son los mismos por toda la vida del futuro. El costo de pedir prestado fondos puede ser fijo si el arbitrajista logra un financiamiento a una tasa constante en toda la vida del futuro lo cual no es muy probable.

Se puede observar que el precio del contrato de futuros será diferente al precio del activo subyacente en el mercado al contado debido a un monto considerablemente dominado por el costo de acarreo. Este monto está en función del tiempo y las tasas de interés.

En resumen:

a) el precio del futuro se basa en:

I) el precio del activo subyacente en el mercado al contado.

II) la tasa de rendimiento del activo subyacente hasta que el contrato se llegue a cancelar.

III) el costo financiero (o interés libre de riesgo): tipo de interés al que se presta y al que se pide prestado.

b) Los precios de futuros y spot convergen cuando se acerca la fecha de expiración del contrato de futuros y son iguales en dicha fecha.

c) El riesgo de un futuro es mucho mayor que el del activo subyacente por el mayor apalancamiento.

# *PRECIO DE UNA OPCION*

## 2.3 DENTRO DEL DINERO, EN EL DINERO Y FUERA DEL DINERO

En cualquier momento *t*, una opción puede estar ***dentro del dinero, en el dinero*** o ***fuera del dinero***. Se dice que una *call* está *dentro del dinero* si el precio actual del activo subyacente es mayor que el precio de ejercicio. Una *call* se encuentra *exactamente en el dinero* cuando el precio del activo subyacente es igual al precio de ejercicio de la opción, y *fuera del dinero* cuando el precio del activo subyacente es menor que el precio de ejercicio.

| | ***Calls*** | ***Puts*** |
|---|---|---|
| ***Dentro del dinero*** | $S_t > X$ | $S_t < X$ |
| ***En el dinero*** | $S_t = X$ | $S_t = X$ |
| ***Fuera del dinero*** | $S_t < X$ | $S_t > X$ |

## 2.4 VALOR INTRÍNSECO Y VALOR POTENCIAL

En cualquier momento antes de la expiración, el precio de una opción puede ser dividido en dos partes: **el valor intrínseco** y **el valor potencial (*time value*).** El *valor intrínseco* de una *call* es el monto en que la opción se encuentra *dentro del dinero,* en caso de encontrarse *dentro del dinero.* Si la *call* se encuentra *en el dinero* o *fuera del dinero,* su valor intrínseco será cero.

Por lo tanto se definirá al valor intrínseco de una opción como la diferencia entre el precio de mercado del subyacente y el precio de ejercicio de la opción. Entonces:

$$\textbf{\textit{Valor intrínseco de una call}} = \begin{cases} S_t - X & si\ S_t > X \\ 0 & si\ S_t \leq X \end{cases}$$

Otra manera de denotarlo es:

$$\textbf{\textit{Valor intrínseco de una call}} = max[0, S_t - X]$$

Este valor representa el beneficio inmediato que el comprador de la opción puede obtener a través del ejercicio de la misma.

El *valor potencial* de una *call* es la diferencia entre el precio y su *valor intrínseco.* Por consiguiente una *call* que está *fuera del dinero* o *en el dinero* únicamente tiene *valor potencial.* Usualmente el máximo valor que puede alcanzar el *valor potencial* es cuando la *call* o la *put* (en su caso) se encuentran *exactamente en el dinero.* Antes del momento de expiración el *valor potencial* de una *call* es:

$$\textbf{\textit{Valor potencial de una call}} = C_t - \{ max[0, S_t - X] \}$$

Un concepto similar existe para una *put:*

$$\textbf{\textit{Valor potencial de una put}} = P_t - \{ max[0, X - S_t] \}$$

## 2.5 LÍMITES DEL PRECIO DE UNA OPCIÓN

Es posible notar que las opciones tienen un límite máximo de vida, que son ejercibles a un precio determinado y que pueden ser abandonadas por el comprador sin pena alguna, es decir, pueden expirar sin ejercerse. Es posible notar también que el derecho de abandonar la opción es prerrogativa del comprador; el vendedor no puede hacer lo mismo.

Por consiguiente es posible identificar tres límites o condiciones para la valuación de una opción de compra (*call*) ejercible hasta el momento de expiración. Estos límites son impuestos por el principio que trata de evitar la posibilidad de arbitraje entre el activo subyacente y la opción.

En el caso de una *call,* el primer límite es el precio del activo subyacente. Ningún inversionista pagaría más por una opción de compra sobre un activo en particular que lo que pagaría por comprar el activo en sí. Por consiguiente el límite superior del precio de una *call* es el precio del activo subyacente. En el caso de una opción de venta sobre un activo en particular (*put*), ningún inversionista pagaría más por una opción de venta sobre un activo que el precio al cual se pudiera vender ese activo. Entonces el límite superior del precio de una *put* es el precio de ejercicio.

El segundo límite es que, como la opción puede ser abandonada por el tenedor sin ninguna otra obligación, el precio de la opción no puede ser negativo. Por lo tanto el límite inferior del precio de una *put* y una *call* es cero.

El tercer límite es el mínimo valor de la opción, este depende de si la opción es Americana o Europea. Si la *call* es Americana, el mínimo valor será el máximo entre cero y la diferencia entre el precio del activo (S) y el precio de ejercicio (X), esto es:

$$C \geq \max[0, S - X]$$

$$P \geq \max[0, X - S] \tag{2.9}$$

donde:

C = Valor de una *call* Americana.

P = Valor de una *put* Americana.

Esto se debe a que la opción puede ser abandonada sin ninguna otra obligación o puede ser ejercida en cualquier momento con el pago del precio de ejercicio. En el caso de una *call*, si el precio del activo estuviera por encima del precio de ejercicio pero la *call* fuera negociada por menos de esa diferencia, los arbitrajistas comprarían la *call* e inmediatamente la ejercerían y venderían el activo en el mercado.

**Ejemplo**:

Se asume que S = \$15, X = \$10 y C = \$4.5. El arbitrajista puede comprar una *call* por \$4.5, inmediatamente ejercerla, pagando \$10 adquiriendo el activo por \$14.5. Este sería inmediatamente vendido por \$15 realizando una ganancia de \$0.5.

En cuanto a una *call* Europea, no es posible ejercerla antes del momento en que expire: por consecuencia no es posible realizar arbitraje. De cualquier manera, un límite inferior puede ser mantenido por arbitraje, este es el máximo entre cero y la diferencia entre el precio del activo y el valor presente del precio de ejercicio. Formalmente:

$$c \geq \text{máx}\,[0, S - X\,e^{-rt}]$$

$$p \geq \text{máx}\,[0, X\,e^{-rt} - S]$$

donde:

c = Precio de una *call* Europea.

p = Precio de una *put* Europea.

## 2.6. FACTORES QUE INFLUYEN EN EL VALOR DE LAS OPCIONES

Ya se ha notado que las opciones tienen vida finita. Así, los factores que llegan a influir en el valor de una opción dependerán de si la opción ya ha expirado o aún tiene vida remanente. En el instante en que la opción alcanza el momento de ejercicio, sólo existen dos factores que llegan a influir en el valor de la opción, éstos son el precio de ejercicio y el precio del activo subyacente. Si el precio del activo menos el precio de ejercicio es positivo, el valor de la *call* será la diferencia de estos dos, pero la *put* carecerá de valor. Si por el contrario, la diferencia es negativa, el valor de la *put* será la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del activo, pero la *call* carecerá de valor en este caso. Los límites de estos valores son los expuestos en el punto anterior (2.9).

| | $S - X > 0$ | $S - X < 0$ |
|---|---|---|
| ***Call*** | $S - X$ | $0$ |
| ***Put*** | $0$ | $X - S$ |

Por otro lado, si la opción todavía tiene tiempo remanente antes de alcanzar el momento de ejercicio, otros factores vienen a consideración. Estos son:

1. El precio del activo (S).
2. El precio de ejercicio (X).
3. Tiempo de madurez de la opción (t).
4. Tasa de interés libre de riesgo (r).
5. Volatilidad del activo ($\sigma$).

### 2.6.1. Precio de ejercicio (X) y el precio del activo subyacente (S)

Claramente entre más alto es el precio del activo, más valiosa puede ser una *call,* y menos valiosa lo es una *put.*

Por ejemplo, si se asume que se tiene dos *calls* sobre el mismo activo y éstos son idénticos excepto por el precio de ejercicio, es decir, una tiene el precio de ejercicio igual a \$105, y la otra igual a \$125, la *call* que tiene precio de ejercicio de \$125 tendría menor posibilidad de estar dentro del dinero (in the money) comparada con la *call* que tiene precio de ejercicio igual a \$105 con todos los factores iguales.

En resumen, cuanto más alto es el precio de ejercicio más barata será la *call* y más cara será la *put.*

### 2.6.2. El tiempo de vigencia de la opción (t)

Entre mayor sea la vigencia de la opción, mayor es la probabilidad de ejercer la opción -sea *call* o *put*- por lo tanto mayor será el precio de ambas.

### 2.6.3. La tasa de interés libre de riesgo (*r*)

Respecto al tipo de interés libre de riesgo, se tendrá que buscar el de algún activo financiero prácticamente libre de riesgo, habitualmente se toma como tales los títulos de deuda pública a corto plazo. Una vez obtenido dicho tipo de interés (*r*), para transformarlo en interés continuo calculamos el logaritmo natural de (1+*r*).

La tasa de interés libre de riesgo[1] (al que se presta o se toma prestando) influye en el valor de una *call* porque, por comprar una opción y no el activo subyacente, el inversionista está liberando capital a ser invertido a la tasa de interés libre de riesgo. Así, entre más alta sea la tasa de interés, más alto es el valor de una *call*. Se puede decir también que entre más alta sea la tasa de interés, más bajo será el valor presente del precio de ejercicio, y por consiguiente, más grande será el valor de una *call*.

En el caso de una *put*, entre más bajo sea el valor presente del precio de ejercicio, más bajo será el valor de la opción. Así, un aumento en la tasa de interés resultará un decremento en el precio de una *put*.

### 2.6.4. La volatilidad del activo subyacente ($\sigma$)

Entre más volátil sea el precio del activo subyacente, resultará más valiosa la opción. Esto es porque entre más grande sea la volatilidad, mayor probabilidad hay de ejercer la opción en el futuro, porque la acción bajará o subirá mucho en

[1] En nuestro caso se podría tomar la tasa que otorga CETES a corto plazo.

poco tiempo; por lo tanto el valor de la *call* y la *put* será mayor cuando la volatilidad del activo subyacente sea alta.

En resumen, el precio de una *call* será mayor, en tanto mayor sea el precio del activo subyacente, la volatilidad, la tasa de interés y el precio de ejercicio.

El precio de una *put* se incrementará, si el precio del activo subyacente relativo al precio de ejercicio decrece, si la volatilidad aumenta, si la tasa se interés decrece y el periodo de ejercicio es más grande.

### 2.6.4.1 Cálculo de la volatilidad histórica

Para la estimación de $\sigma$ se recurre a la histórica, asumiendo que no va a cambiar mucho en el futuro próximo. Si la opción es a tres meses, por ejemplo, se calculará la volatilidad habida en los últimos tres meses.

La volatilidad es medida por la desviación estándar del logaritmo natural de las rentabilidades simples mostradas con anterioridad del activo subyacente (consultar el apéndice). La siguiente fórmula calcula la volatilidad histórica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{\mathrm{i}=1}^{n}(\mathrm{R}_\mathrm{i} - \overline{\mathrm{R}})^2} \qquad (2.10)$$

donde:

$\mathrm{R}_\mathrm{i}$ = Logaritmo natural de la rentabilidad simple *i*;

$\overline{\mathrm{R}}$ = Media aritmética de las rentabilidades simples.

Esta ecuación tiene que estar en al misma escala que los datos usados, es decir, si se utilizaron datos diarios, el resultado será una volatilidad diaria; si son usados datos semanales, la volatilidad será semanal. De cualquier forma, los modelos de valuación de opciones requieren de una volatilidad anualizada, para esto se tiene que multiplicar la volatilidad calculada con la ecuación anterior, por la raíz cuadrada del número de observaciones por año; es decir, si los datos utilizados fueron diarios, entonces la ecuación arriba presentada se multiplicará por la raíz cuadrada de 250, asumiendo que 250 son los días hábiles en un año. O bien, si los datos tomados hubiesen sido de rentabilidad semanal, tendríamos que multiplicar por $\sqrt{52}$.

## 2.7. FÓRMULA DE BLACK-SCHOLES PARA LA VALUACIÓN DE OPCIONES

Una de las aportaciones más importantes en el campo financiero es la realizada por Fisher Black y Myron Scholes con su ya famosa fórmula para valuación de opciones. El uso de esta fórmula es común entre los participantes de los mercados financieros. La fórmula Black-Scholes tiene en cuenta todos los factores que influyen en el precio de la opción. Su formulación, para la valuación de una *call* Europea, es la siguiente:

$$c = \mathrm{S}\ \mathrm{N}(d_1) - \mathrm{X}e^{-rt}\mathrm{N}(d_2) \tag{2.11}$$

donde:

$$d_1 = \frac{\mathrm{L}(\mathrm{S}/\mathrm{X}) + t(r + \sigma^2/2)}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \tag{2.12}$$

y cuyos elementos se interpretan de la siguiente manera:

$c$ = Valor actual de la *call*.

$S$ = Valor actual de la acción o del activo subyacente.

$X$ = Precio de ejercicio.

$r$ = Tasa de interés libre de riesgo para el mismo periodo que la *call*.

$t$ = Tiempo hasta la liquidación de la *call*.

$\sigma$ = Desviación estándar esperada de la acción.

$L$ = Logaritmo neperiano.

$e$ = Base de logaritmo neperiano = 2.718281...

$N(d)$ = Probabilidad de que en una distribución normal cualquier número real "$x$" sea menor que "$d$".

### 2.7.1. Suposiciones del modelo de Black & Scholes

Estas son algunas de las suposiciones que hace el modelo de Black & Scholes:

1) Los mercados de capitales son perfectos. No existen costos de transacciones o impuestos. No hay restricciones para las ventas en corto (posición corta en acciones) y por lo tanto los inversionistas recurren a estos procedimientos.
2) Todos los inversionistas pueden pedir prestado o prestar a la misma tasa de interés libre de riesgo, la cual es constante por toda la vida de la opción.
3) La acción no paga dividendos entre el momento de compra y vencimiento de la opción. Esto significa que el modelo puede valuar *calls* Americanas o Europeas sólo si la *call* termina dentro del dinero (in the money), esto es que $S > X$, y ambas serán ejercidas en el momento de la expiración. De existir dividendos habría que estimarlos y disminuir su valor actual neto del valor total de la *call* ( es decir, Div $e^{-rt}$, donde t sería el tiempo desde la compra de la *call* hasta la fecha del pago de dividendos).
4) Los mercados son abiertos y están en constante movimiento.

### 2.7.2. Precio de una *call*

Si en la fórmula de Black-Scholes el elemento $N(d)$ es eliminado, se observará que la fórmula es exactamente igual a la siguiente:

$$C = S_0 - \frac{X}{(1+r)^t} \tag{2.13}$$

Es decir, el valor de la *call* en el momento de ejercicio es igual al precio de la acción menos el valor presente del precio de ejercicio. El elemento *N(d)* nos proporciona la probabilidad de que podamos ejercer la opción. Si *N(d)* es igual a 1, quiere decir que hay certeza absoluta en el ejercicio de la *call* y por tanto el precio será $S_0$ - $( X / (1 + r)^t )$. Si el valor de *N(d)* es igual a 0 sucede lo contrario, quiere decir que no podremos ejercer la opción y, por tanto, la *call* vale cero.

El valor de "*d* " está influenciado directamente por los factores que influyen el valor de la *call*, los cuales son: volatilidad, tipo de interés, tiempo y precio de ejercicio. La "*d* " es mayor en cuanto estos factores aumentan; en la medida en que "*d* " aumenta *N(d)* se aproxima más a uno.

La obtención de $d_1$ está dominada principalmente por $L(S_0 / X)$, y puede ser interpretada como la probabilidad de que el precio del activo sea mayor que el precio de ejercicio al momento de expiración. En otras palabras $d_1$ representa la probabilidad de que una *call* expire dentro del dinero (in the money).

La interpretación de $d_2$ es la siguiente: representa la probabilidad de que el precio de ejercicio sea más alto que el precio del activo al momento de la expiración. En otras palabras, $d_2$ representa la probabilidad de que una *put* expire dentro del dinero (in the money).

Esto conduce a una interpretación intuitiva del modelo Black & Scholes. El precio de una *call* es igual al valor futuro del precio del activo probabilísticamente ponderado, menos el valor presente del precio de ejercicio ponderado por la probabilidad de tener que pagar el mismo precio de ejercicio. El precio de una *put* es el valor presente del precio de ejercicio ponderado por la probabilidad de recibir ese precio de ejercicio, menos el valor futuro del activo probabilísticamente ponderado.

En resumen, la primera parte de la fórmula, *S* $N(d_1)$, calcula el beneficio esperado de adquirir el activo subyacente. Esto es obtenido multiplicando el precio del activo (S) por el cambio en el precio de la *call* con respecto al cambio en el precio del activo subyacente. La segunda parte del modelo, $X e^{-rt} N(d_2)$, calcula el valor presente de pagar el precio de ejercicio en la fecha de expiración.

### 2.7.3. Uso de la fórmula

Se puede hacer uso de la fórmula Black & Scholes de manera directa teniendo en cuenta que el tiempo debe de ir expresado en años, es decir, para expresar 3 meses tendríamos que tomar 0.25. Aquí se muestra un ejemplo:

Se asume que el precio del activo subyacente es $17.5, el precio de ejercicio es $15, la tasa de interés libre de riesgo es 10%, la volatilidad es 20% y el tiempo a la expiración son 3 meses. Por lo tanto: S = 17.5, X = 15, t = 0.25, r = 0.1 y $\sigma$ = 0.2. Se utilizará la fórmula de Black & Scholes para la valuación tomando en cuenta la suposiciones para el modelo presentado con anterioridad.

Primeramente se calcularán $d_1$ y $d_2$ y finalmente el valor presente del precio de ejercicio $Xe^{-rt}$:

$$d_1 = \frac{L(17.5/15) + [0.1 + ((0.2)^2/2)](0.25)}{0.2\sqrt{0.25}} = 1.841506798$$

$$d_2 = 1.841506 - 0.2\sqrt{0.25} = 1.741506$$

$$Xe^{-rt} = 15e^{-(0.1)(0.25)} = 14.62964$$

por lo tanto:

$$c = 17.5\ \mathrm{N}(1.841506) - 15e^{-(0.1)(0.25)}\ \mathrm{N}(1.741506)$$

El siguiente paso es buscar los valores de las probabilidades acumuladas de la distribución normal estándar en los puntos 1.841506 y 1.741506.

Dado que $d_1$ y $d_2$ son variables aleatorias Normal estándar, y recordando que N(.) es una probabilidad acumulada de la distribución Normal estándar, $N(d_1)$ representa el área bajo la curva Normal estándar desde $z = \infty$ a $z = d_1$; $N(d_2)$ representa el área desde $z = -\infty$ a $z = d_2$. Buscando los valores de $N(d_1)$ y $N(d_2)$ en la tabla de la distribución Normal estándar se obtiene lo siguiente: 0.9671 y 0.9591 respectivamente. Por lo tanto:

$$c = 17.5(0.9671) - 14.62964(0.9591) = 2.89296$$

### 2.7.4. Precio de una *put*

Si definimos:

$c$ = Compra de una *call*.

$-p$ = Venta de una *put*.

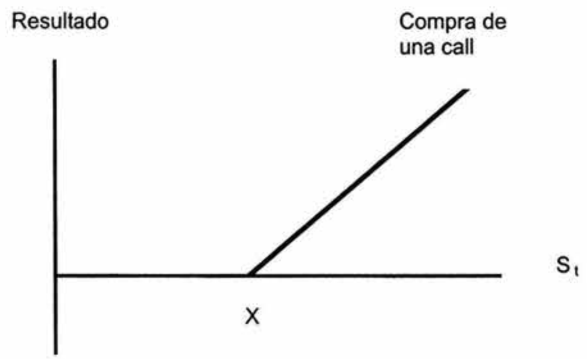
$S$ = Compra a crédito de una acción.

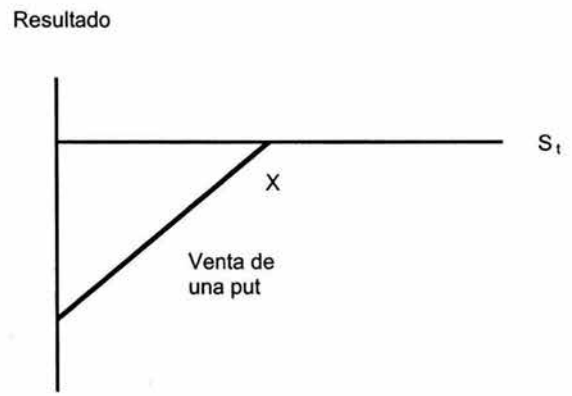
Tenemos la siguiente relación:

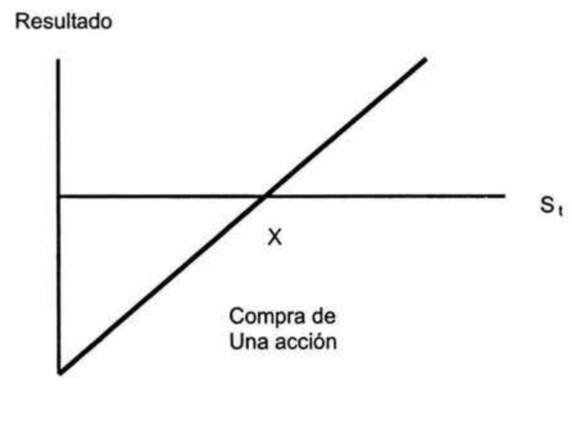
$$S = c - p \tag{2.14}$$

Compra de una acción = compra de una *call* y venta de una *put*

Podemos comprobar que esta relación es verdadera gráficamente de la siguiente manera:




**Combinación de una *call* más la venta de una *put***

Esta relación debe mantenerse siempre, de otra manera surgirían posibilidades de arbitraje. Si en el momento actual el precio de la acción ($S$) es mayor que ($c - p$), es decir, $S > c - p$; estaríamos afirmando que $S > X$, ya que la estrategia ($c - p$) equivale a comprar una acción al precio $X$. Por lo tanto se estaría en la posibilidad de comprar el paquete ($c - p$) y se vendería la acción en el *spot* al precio $S$ teniendo como utilidad $S - X$. Si por el contrario $S < c - p$, es decir $S < X$, se compraría la acción en el *spot* al precio $S$ y se vendería el paquete ($c - p$), es decir, se vendería una *call* y se compraría una *put* que es tanto como vender una acción al precio $X$, realizando una utilidad de $X - S$. En conclusión, la relación anterior es verdadera ya que de no ser así surgirían posibilidades de arbitraje comprando aquella parte de la ecuación que estuviese minusvalorada y venderíamos la que se encontrase sobrevalorada.

Analicemos el perfil de resultados de la compra de una *call* y la venta de una *put*

| | $S_t > X$ | $S_t \leq X$ |
|---|---|---|
| **Compra de *call*** | $S_t - X$ | 0 |
| **Venta de *put*** | 0 | $(X - S_t)$ |
| **Resultado** | $S_t - X$ | $S_t - X$ |

En cualquiera de los dos escenarios el resultado es $S_t - X$. Es decir, tenemos la misma situación que si hubieramos comprado una acción a precio $X$ y ahora la cotización fuera $S_t$.

De lo anterior se concluye que, en equilibrio, sin posibilidad de arbitraje, y en el momento del vencimiento, se debe dar la siguiente relación:

$$S_t - X = c - p \qquad (2.15)$$

donde:

$S_t$ = Precio de compra de la acción.

$X$ = Precio de ejercicio de la opción.

$c$ = Precio de una *call.*

$p$ = Precio de una *put.*

A la relación $S_t - X = c - p$ se le conoce con el nombre de **relación de igualdad entre *call* y *put* (*call-put* parity relationship)** que forma parte de uno de los principios básicos para la valuación de opciones.

Esta relación supone que se está en el momento de la liquidación de la opción: que hay convergencia de precios entre el mercado de opciones y el mercado *spot*; y que cualquier desequilibrio se corrige mediante el arbitraje.

Considerando el valor del dinero a través del tiempo, la cantidad a pedir como préstamo será el valor presente de $X$ a pagar en el momento del vencimiento, es decir, el valor presente de $X$. Por tanto, la relación de igualdad entre *call* y *put* para opciones Europeas que no pagan dividendos se expresa de la siguiente forma:

$$c - p = S_0 - X\, e^{-rt} \qquad (2.16)$$

despejando p:

$$p = c + X\, e^{-rt} - S_0 \qquad (2.17)$$

Por lo tanto el precio de una *put* está dado por la fórmula anterior.

Relacionado esto con el ejemplo del apartado anterior (2.5.3), asumiendo que la *put* tiene un precio de ejercicio de 15, el precio del activo es 17.5, la tasa de interés es 10%, la volatilidad es 20% y el tiempo a la expiración es 90 días. La valuación es:

p = 2.89 + 14.63 - 17.5 = 0.02

En este ejemplo la *put* está muy fuera del dinero; recordando, por lo tanto, que la *put* pierde su valor en el tiempo muy rápidamente.

## 2.8. SENSIBILIDADES DEL PRECIO DE UNA OPCION (LAS GRIEGAS)

La prima de la opción se ve influida constantemente por distintos factores. Esto hace que sea interesante medir a través de un coeficiente o parámetro los efectos que tiene sobre la prima de una determinada opción los cambios de un factor específico. Estos factores incluyen el precio del valor subyacente, la volatilidad del precio de éste, la tasa de interés y el tiempo de expiración.

### 2.8.1 Razón de cobertura (Delta de la opción)

Es de esperarse que el precio de la *call* y el del activo subyacente no presentan los mismos movimientos. Es decir, puede suceder que al incrementarse el precio de la acción en una unidad ($1), el precio de la opción no se incrementa en la misma razón. La correlación no es 1.

Al vencimiento el precio de la opción vendrá dado por la diferencia entre el precio de la acción y el precio de ejercicio. Existe un medio para medir el riesgo de nuestra posición mientras se alcanza el momento de expiración de la opción, es decir, existe una medida de la sensibilidad del precio de la opción a los movimientos en el precio de la acción, a ésta se le conoce con el nombre de **razón de cobertura**, también conocida como la **delta de la opción**. Se le define como el cociente entre el cambio de precio de una opción y el cambio en el precio del activo subyacente, ambos expresados en unidades monetarias:

$$\delta = \frac{\Delta c}{\Delta S} \tag{2.18}$$

donde:

c = precio de la *call.*

S = cotización de la acción.

$\Delta$ = cambio en unidades monetarias.

Es fácil observar que la delta o razón de cobertura es la pendiente de la función del valor de la *call* en un punto S. Es decir, la delta es la derivada (parcial) del valor de la *call* con respecto al precio de la acción S.

La delta de una *call* es siempre positiva puesto que si aumenta el precio de la acción también aumentará el precio de la *call.* Por lo tanto, se puede mencionar que la delta de una *call* debe ser mayor o igual a 0 pero menor o igual que 1.

$$\mathbf{0 \geq \delta \geq 1}$$

Lo contrario sucede con la pendiente de una *put* que es siempre negativa pero es mayor o igual a -1 y menor o igual a 0.

$$\mathbf{-1 \geq \delta \geq 0}$$

El concepto de razón de cobertura es especialmente importante para el uso de opciones en cobertura de riesgos. Sirve para ajustar el número de opciones para cubrir el riesgo de un determinado portafolio.

Por ejemplo, en el supuesto caso de que se tenga una acción que cotiza a S=$100 y se quiere lograr una cobertura ante el riesgo de pérdida comprando un *put* con precio de ejercicio X = $100, que es el precio actual de la acción. El precio de la *put* es $10. El portafolio completo (S + P) vale $110. En teoría la cobertura es perfecta. Si la acción baja, ejercemos la *put* vendiendo la acción al precio X. Si la delta de la *put* es $\delta$ = - 0.5, cada vez que la acción suba su precio en una unidad, el precio de la *put* bajará media unidad. Al cabo de unos días la cobertura tiene la siguiente forma :

| | Escenario Inicial $S$ = \$100 | Escenario A $S$ = \$110 | Escenario B $S$ = \$90 |
|---|---|---|---|
| **Valor de la acción** | 100 | 110 | 90 |
| **Valor de la *put*** | 10 | 5 | 15 |
| **Valor del portafolio** | 110 | 115 | 105 |

Se puede observar en el cuadro anterior que, en el escenario A, el valor de la *put* ha disminuido en delta por el cambio de precio de la acción (- 0.5 x \$10 = - \$5). En el escenario B sucede exactamente lo contrario. Es de importancia señalar que el portafolio no está totalmente protegido, la cobertura no es perfecta, se ha logrado disminuir la fluctuación de la acción, pero no la hemos eliminado por completo.

Hay que considerar ahora lo que sucede si en vez de la compra de una *put,* compramos dos. Al cabo de unos días los resultados serían los siguientes:

| | Escenario Inicial $S$ = \$100 | Escenario A $S$ = \$110 | Escenario B $S$ = \$90 |
|---|---|---|---|
| **Valor de la acción** | 100 | 110 | 90 |
| **Valor de las 2 *put*** | 20 | 10 | 30 |
| **Valor del portafolio** | 120 | 120 | 120 |

La *put* registra el mismo movimiento que en el ejemplo anterior, pero en este caso estamos considerando el doble por cuanto tenemos dos. El resultado del ejercicio anterior es que la cartera ha quedado totalmente cubierta, es decir, se tiene una cobertura perfecta. Se ha inmovilizado su valor en un mínimo de \$120. Por tanto, para obtener una cobertura perfecta es necesario multiplicar el número de acciones de la cartera por el **inverso** de la delta obteniendo el número de opciones necesarias para la cobertura.

Para el buen manejo de la razón, es importante saber que:

a) La delta va cambiando día tras día según cambia el precio de la acción. Normalmente se irá acercando a uno a medida que la fecha de vencimiento se aproxime, ya que a vencimiento el precio de la opción se igualará a su valor intrínseco. Por lo tanto la opción tendrá una pendiente constante igual a uno. Para la cobertura perfecta se necesita equilibrar la posición en opciones constantemente, de este modo se tendría una cobertura perfecta continua. En este caso el riesgo que se corre es que el costo de transacción y el de tiempo de gestión pueden ser muy altos.

b) La delta sólo afecta al precio de la opción mientras ésta está en vigor. Se sabe que al vencimiento el precio de la opción alcanzará el valor intrínseco.

Si se hubiese mantenido la estrategia de cobertura con 2 *puts* el resultado al final hubiera sido una sobrecobertura, es decir, si no se hubiese ajustado la posición en cuanto a *puts*. Si al final se hubiesen tenido 2 *puts* y si la acción hubiera bajado, perfecto, pero si la acción hubiera subido se habría perdido parte de la ganancia por el coste extra de la segunda *put*. Y sobretodo el objetivo principal no habría sido cumplido: el de cubrir la posición adoptada.

El modelo de Black & Scholes proporciona fácilmente la delta de la opción, concretamente la delta de una *call* está dada por $N(d_1)$ y la de una *put* es $N(d_1) - 1$.

### 2.8.2 La gamma de la opción

Debido a que la delta de la opción se modifica continuamente como consecuencia de los cambios en el valor subyacente, es importante medir estos cambios.

La gamma mide el cambio en la delta de una opción por cada cambio en una unidad en el precio del activo subyacente. Esto no es más que el efecto que la inestabilidad del mercado produce en el valor del coeficiente delta cuando el precio del activo varía en una unidad.

La gamma alcanza su valor máximo cuando la opción se encuentra en el dinero; y cuando está fuera del dinero y dentro del dinero el valor de la gamma es cero.

Formalmente la gamma está dada por:

$$\Gamma = \frac{\partial \delta}{\partial S} = \frac{1}{S \sigma \sqrt{t}} N'(x) \tag{2.19}$$

donde:

*S* = Precio del activo subyacente

$\sigma$ = Volatilidad del activo subyacente

*t* = Tiempo de madurez de la opción

$\delta$ = Razón de cobertura

*N(.)* = Función de distribución normal

Derivando N´(x) y valuándola en $d_1$ tenemos:

$$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-d_1^2/2}$$

por lo tanto:

$$\Gamma = \frac{1}{S \sigma \sqrt{t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-d_1^2/2} \tag{2.20}$$

La gamma es un indicador de que tan frecuentemente debe rebalancearse un portafolio para lograr una adecuada cobertura delta.

Ejemplo: Si el valor del activo subyacente en este momento es de \$17.5, el precio de ejercicio de la opción es de \$15, la tasa de interés libre de riesgo manejada es 10%, la volatilidad de 20% y el tiempo a la liquidación es de 3 meses. Esto es:

S = \$17.5

X = \$15

r = 0.1

$\sigma$ = 0.2

t = 0.25

y por consiguiente:

$d_1$ = 1.841506

Entonces el valor de la gamma de esta opción está dada por:

$$\Gamma = \left[\frac{1}{(17.5)\,(0.2)\,(\sqrt{0.25})}\right]\left[\frac{1}{\sqrt{2\,\pi}}\;e^{-\,(1.841506)^2/\,2}\right] = (0.5714286)\;(0.073203)$$
$$= 0.04183$$

Renombrando se dice que la gamma representa el monto por el cual la delta va a cambiar por un cambio en una unidad del precio del activo subyacente.

La gamma de las opciones es de gran utilidad cuando las opciones son utilizadas para "cubrir" portafolios. Las estrategias de cobertura (seguro de portafolios), las cuales únicamente toman en cuenta a la delta, van a ser valederas para pequeños cambios en el precio del activo.

La gamma es la que proporciona a la opción el alto grado de convexidad. En el citado ejemplo, la delta (N ($d_1$)) está muy cercana a 1, y por lo tanto, la opción cambiará en precio en la misma escala como lo hará el activo. Entonces virtualmente no habrá convexidad, lo cual es exactamente lo que indica la magnitud de la gamma. Si la opción estuviera en el dinero (at-the-money), la delta se encontraría cerca de 0.5, y la gamma se encontraría en su valor máximo.

La gamma de una opción de venta *put* es simplemente la gamma de una opción de compra pero negativa, de tal suerte las gammas de las opciones de compra son siempre positivas y las de las opciones de venta son siempre negativas.

### 2.8.3 La theta de una opción

La theta mide la variación en el precio de una opción como consecuencia de una variación en el tiempo que resta para su vencimiento. Es, por lo tanto, una medida del deterioro temporal: una theta positiva es indicativo de una posición cuyo valor aumenta con el paso del tiempo. Más formalmente:

$$\Theta = \frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{S\,N'(d_1)\,\sigma}{2\sqrt{t}} - r\,X\,e^{-rt}\,N(d_2) \qquad (2.21)$$

donde:

*S* = Precio del activo subyacente

*X* = Precio de ejercicio de la opción

$\sigma$ = Volatilidad del activo subyacente

*t* = Tiempo de madurez de la opción

*r* = Tasa de interés libre de riesgo

$\delta$ = Razón de cobertura

*N(.)* = Función de distribución normal

e = 2.718281...

Basándose en los datos proporcionados en el ejemplo del apartado 2.6.2, se obtiene el siguiente valor de theta:

$$\Theta = -\frac{(1705)\,(0.073203)\,(0.2)}{2\sqrt{0.25}} - (0.1)\left[15\,e^{-(0.1)\,(0.25)}\right](0.959426)$$
$$= -1.65981$$

Si el tiempo de ejercicio se acorta en un 1% de un año, el valor de la opción caerá (0.01) (1.65981) unidades del precio de la opción. En nuestro ejemplo si el precio de la opción era c = 2.894456 al transcurso del tiempo el precio de la opción es: c = 2.894456 – 0.0165981 = 2.877858.

La theta es más negativa cuando la opción se encuentra dentro del dinero (in-the-money), y cero cuando la opción se encuentra profundamente fuera del dinero (out-of-the-money).

La theta se vuelve cada vez más grande entre más se acerque el momento de ejercicio. Lo mismo por lo general se aplica a las opciones que se encuentran dentro del dinero y fuera del dinero, excepto que la theta se vuelve menos negativa cuando la expiración es inminente.

### 2.8.4 La vega de una opción

A la sensibilidad de una opción a los cambios en la volatilidad se le denomina vega. Si la volatilidad cambia, el precio de la opción cambiará y esto es indicado por la vega, la cual está definida por la primera derivada del precio de la opción con respecto a la volatilidad:

$$Vega = \frac{\partial\, c}{\partial\, \sigma} = \mathrm{S}\,\sqrt{t}\,\mathrm{N}\,(d_1) \tag{2.22}$$

donde:

$S$ = Precio del activo subyacente

$c$ = Precio de la *call*

$\sigma$ = Volatilidad del activo subyacente

$t$ = Tiempo de madurez de la opción

$N(.)$ = Función de distribución normal

Calculando un ejemplo numérico utilizando los mismos datos de 2.6.2:

$$Vega = (17.5)\,(\sqrt{0.25})\,(0.073203) = 0.640530$$

La vega siempre será positiva, por lo tanto, si la volatilidad se incrementa, el precio de la opción se incrementará no importando si se trata de una *put* o una *call*. Así utilizando el ejemplo: si vega = 0.64053, un aumento en la volatilidad de un 1% (0.01) causará un cambio en el precio de la opción dado por (0.01) (0.640530) unidades del precio de la opción, esto es, un aumento de 2.894456 a 2.901788. La probabilidad de que la opción expire dentro del dinero es ya muy alta; por lo tanto un incremento en la probabilidad añade muy poco a esa probabilidad y así se tiene muy poca influencia en el valor de la opción.

Esto puede ser generalizado: las opciones que se encuentren en el dinero son más sensibles a los cambios en la volatilidad, mientras que las que se encuentren muy fuera del dinero son relativamente sensitivas a dichos cambios. Las opciones son más sensitivas a los cambios en la volatilidad entre más largo sea el tiempo de ejercicio. Esto es, porque en el mundo de Black-Scholes, la volatilidad está influenciada por, de entre otros factores, la raíz cuadrada del tiempo; entre más larga sea la vida de una opción, más grande es la varianza y más largo el periodo sobre el cual la volatilidad puede trabajar en favor del comprador de la opción.

El valor de las opciones puede cambiar por causa de cambios en la volatilidad o por causa de predicciones en el futuro acerca de ésta sin que necesariamente el precio del activo subyacente cambie. Es por eso que la volatilidad futura es importante para la valuación de opciones. Consecuentemente, tiene importantes implicaciones para la cobertura, porque la posición en opciones puede cambiar en valor, y así mismo la posición para la cobertura, a pesar de que la delta y la gamma sean neutrales, simplemente porque la volatilidad futura, desde el punto de vista del mercado, ha cambiado.

### 2.8.5 Elasticidad

Un medio para medir la rentabilidad de la opción respecto a la del activo subyacente es la **elasticidad.** La elasticidad es el cociente entre la rentabilidad de una opción y la rentabilidad del activo subyacente, ambas medidas en porcentaje. Nos dice cuánto aumenta el precio de la opción en porcentaje ante un aumento del 1% en el precio de la acción.

Más formalmente:

$$\Omega = \frac{S\,\delta}{c} = \frac{S\,N(d_1)}{c} \qquad (2.23)$$

donde:

*S* = Precio del activo subyacente

$\delta =$ Coeficiente de cobertura

c = Precio de la *call*

*N(.)* = Función de distribución normal

Continuando el ejemplo:

$$\Omega = \frac{(17.5)\,(0.967458)}{2.89} = 5.8583$$

Por lo tanto un cambio del 1% en el precio del activo (es decir, de 17.5 a 17.675), la opción aumentará su precio en 5.85% (es decir, de 2.89 a 3.05).

## 2.9 MODELO DE VALUACIÓN DE *PUTS* CON BLACK-SCHOLES

Este modelo representa una alternativa para la valuación de una *put*, la cual es:

$$p = \mathrm{X}e^{-rt}\left[1 - \mathrm{N}(d_2)\right] - \mathrm{S}\left[1 - \mathrm{N}(d_1)\right] \tag{2.24}$$

donde $d_1$ y $d_2$ están definidas exactamente igual como lo están para la valuación de una *call.*

Utilizando los mismos datos de la sección 2.6.2, el valor de la *put* es el siguiente:

$$p = 14.62964(0.040573) - 17.5(0.032541) = 0.02$$

Se puede observar, en la fórmula para la valuación de una *put,* que los mismos factores afectan el valor de la *put* como el de la *call,* pero algunas veces con el efecto opuesto. En particular, entre más alto sea el precio de ejercicio, más alto será el valor de la *put*. Además, entre más alta sea la tasa de interés involucrada, más bajo será el valor de la *put*.

Las sensibilidades de una *put* en el mundo de Black-Scholes son:

$$\textit{Delta} \qquad \delta = \mathrm{N}(d_1) - 1 = 0.967458 - 1 = -0.032541 \tag{2.25}$$

$$\textit{Gamma} \qquad \Gamma = \frac{\mathrm{N}'(d_1)}{\mathrm{S}\sigma\sqrt{t}} = \frac{0.073203}{(17.5)(0.2)(\sqrt{0.25})} = 0.041830 \tag{2.26}$$

*Theta* $$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{t}} + rXe^{-rt}N(-d_2) \qquad (2.27)$$

$$= -\frac{(17.5)(0.073203)(0.2)}{2\sqrt{0.25}} + (0.1)\left[15^{-(0.1)(0.25)}\right](0.040573)$$

$$= -0.19685$$

*Vega* $$Vega = S\sqrt{t}\left[N'(d_1)\right] = (17.5)(\sqrt{0.25})(0.073203)$$

$$= 0.64053 \qquad (2.28)$$

*Elasticidad* $$\Omega = \frac{S\delta}{p} = \frac{S}{p}\left[N(d_1) - 1\right] = \left(\frac{17.5}{0.02}\right)(0.967458 - 1)$$

$$= 28.47 \qquad (2.29)$$

Con respecto a la valuación de *puts,* las aplicaciones de este método, tanto como de la *put-call* parity, están limitados a *puts* Europeas, aún cuando el activo no pague dividendos. Aunque el modelo Binomial si puede ser usado para evaluar opciones Americanas.

## 2.10 MODELO BINOMIAL PARA LA VALUACIÓN DE OPCIONES

El modelo binomial asume que le precio del activo subyacente puede ser aproximado por un proceso binomial, es decir, para cualquier periodo de tiempo la cotización del activo puede subir o bajar. Nótese que el modelo no supone que la cotización permanezca sin cambios. Como consecuencia del proceso binomial sobre el precio del activo, para el mismo periodo, una opción sobre el mismo activo, seguirá un comportamiento similar, pero no idéntico, en el proceso binomial.

El punto de partida para entender este modelo binomial es la creación de un portafolio o cartera libre de riesgo, que le llamaremos **cartera réplica**, mediante la combinación de una posición larga en el activo subyacente (compra) con una posición corta en la opción sobre ese activo (venta). La cartera réplica está libre de riesgo porque al final del periodo garantiza una utilidad equivalente a la tasa libre de riesgo. El costo de la cartera libre de riesgo es el costo del activo subyacente menos las primas de las opciones emitidas. Al final del periodo la cartera réplica deberá ganar lo generado por la tasa libre de riesgo.

El ejemplo siguiente mostrará como la cartera réplica es creada. Para esto se asumirá lo siguiente:

Precio del activo subyacente (S) = \$50.

Precio de ejercicio de la opción (X) = \$50.

Tasa de interés libre de riesgo (r) = 10%

Periodo de ejercicio = 1 año.

Además de esto, hay que asumir que al final del periodo el precio del activo habrá subido un 25% a \$62.50 o bajado 25% a \$37.50. Es posible ilustrarlo gráficamente como se muestra en la gráfica 2-1, donde ***u*** = múltiplo del movimiento al alza del precio del activo (1+ el porcentaje por el que el precio del activo aumenta), 1.25 en este ejemplo, y ***d*** = es el múltiplo del movimiento a la baja del precio del activo (1 - el porcentaje por el que el precio del activo disminuye), 0.75 en este ejemplo. Es forzoso que $d < (1 + r) < u$, ya que si ***d*** y ***u*** son menores que la tasa de interés libre de riesgo, el activo libre de riesgo siempre mostraría más altos rendimientos que el activo con riesgo, y esto contradice la teoría financiera. Si por el contrario, ***d*** y ***u*** son mayores que la tasa libre de riesgo, el activo con riesgo siempre mostraría mayores rendimientos que el activo libre de riesgo.

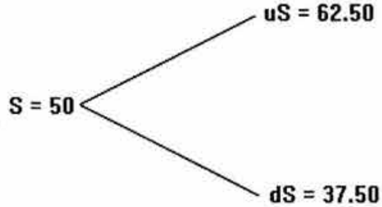



**Figura 2-1.**

***d*** debe ser menor que uno en un ejemplo de varios periodos, esto para evitar precios negativos en el activo.

Del árbol binomial mostrado con anterioridad y las condiciones que limitan el precio de una opción, podemos realizar un árbol similar utilizando el valor de una opción, en este caso una *call*.

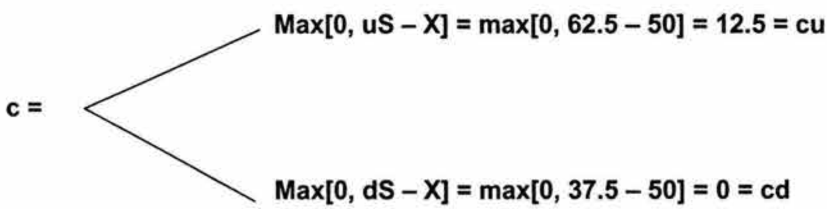



**Figura 2-2.**

El diagrama claramente muestra que si el activo sube $62.50 al final del periodo, la opción debe valer $12.50; llamaremos a este valor ***cu***. Si el activo cae hasta $37.50, la opción no valdrá nada; llamaremos a este valor ***cd***.

Para crear una cartera para la cobertura debe de estar compuesta por lo siguiente: **(S - H*c*)**, esto es, una unidad del activo subyacente (**S**) es comprada y **H** *calls* (**H*c***) son vendidas. Siendo una cobertura perfecta, el valor de la cartera seguirá valiendo lo mismo a pesar de que el precio del activo suba o baje. En términos de un árbol binomial de ésta cartera: ***u*S - H*c*** = \$37.50 = ***d*S - H*c*** = \$37.50. (Figura 2-3)

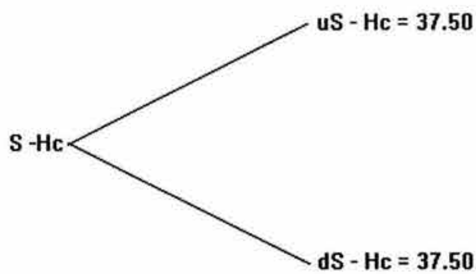



**Figura 2-3.**

Se sabe que si el precio del activo sube a ***u*S** (\$62.50), una opción valdrá \$12.5 y las pérdidas en la posición de la *call* reducirían el valor de la cartera a \$37.5. También sabemos que si el precio del activo baja a \$37.5, las *calls* no valdrán nada y así la posición de la opción no mostraría pérdidas que minen el valor de la cartera. ¿Cuál es el número necesario de opciones para construir una cartera que esté libre de riesgo?

Se supone que este número, en el ejemplo citado, es 2. Con estos datos es posible obtener el precio de las opciones. Primeramente, teniendo una cobertura perfecta, el valor final de la cartera será \$37.5.

Como la cartera tiene que ganar sólo lo generado por la tasa de interés libre de riesgo, el valor presente es 37.5/1.1 ó 34.10. Este debe ser el costo neto para establecer una cartera libre de riesgo, **S –** ***Hc*** *en* el árbol binomial que se muestra arriba.

Ahora es simple calcular el precio al que se deben de vender las opciones. Si el activo subyacente cuesta $50 y el valor de la cartera debe ser sólo $34.1, la utilidad ganada de las dos opciones debe ascender a 50 - 34.1 = 15.90. Por consiguiente una opción debe valer $7.95 (15.9/2).

Ahora únicamente queda estimar el valor de **H**, que es ni más ni menos la **razón de cobertura** el cual asegura que la cartera réplica es realmente de cobertura. La razón de cobertura puede ser obtenida de la forma mostrada en el punto 2.6.1. o utilizando árboles binomiales.

Observando los árboles binomiales presentados con anterioridad, se puede observar que el rango de los precios del activo subyacente es dado por **S(*u* - *d*)** o 50(1.25 - 0.75) = 25. El rango de los valores de la opción es dado por **(*cu* - *cd*)** o 12.25 - 0 = 12.5. De esta información es posible calcular el número de opciones necesarias sobre cada unidad del activo subyacente para lograr una cobertura perfecta en la cartera. Otra forma de calcular la **razón de cobertura (H)** es la siguiente:

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{S}\,(u-d)}{(cu-cd)} \tag{2.30}$$

Sustituyendo los valores de el ejemplo:

$$\mathrm{H} = \frac{50\,(1.25-0.75)}{(12.5-0)} = \frac{25}{12.5} = 2$$

Para dar una explicación intuitiva de esta razón, se puede notar que **S(*u* - *d*)** es el rango de los precios potenciales del activo, y **(*cu* - *cd*)** es el rango de los precios potenciales de la opción. Así, como los precios del activo tienen un rango dos veces más grande que el rango de los precios de la opción, una posición corta (venta) en dos opciones es necesaria para lograr una utilidad que compense las pérdidas en una posición larga (compra) en el activo.

El valor de una cartera en la que se mantenga una posición larga en una unidad del activo **S** y se mantenga una posición corta en opciones **H*c***, es decir, **(S - H*c*)**, obteniendo una tasa de interés libre de riesgo *r* debe ser igual al pago hecho al final del periodo ***u*S** - **H*cu***; así **(1+*r*) (S - H*c*) = (*u*S - H*cu*)**.

Esto puede ser expresado como:

$$\mathrm{c} = \frac{\mathrm{S}\left[(1+r)-u\right]+\mathrm{H}cu}{\mathrm{H}\,(1+r)} \tag{2.31}$$

Sustituyendo el valor de **H** tenemos:

$$\mathrm{c} = \frac{cu\dfrac{\left[(1+r)-d\right]}{(u-d)}+cd\dfrac{\left[u-(1+r)\right]}{(u-d)}}{(1+r)} \tag{2.32}$$

la cual es la ecuación para una *call*.

Sustituyendo los valores en la ecuación expresada arriba tenemos:

***cu*** = 12.5, ***cd*** = 0, ***u*** = 1.25, ***d*** = 0.75 y **1+r** = 1.1

$$\mathrm{c} = \frac{12.5\left[\dfrac{(1.1-0.75)}{(1.25-0.75)}\right]+0\left[\dfrac{(1.25-1.1)}{(1.25-0.75)}\right]}{1.1} = \frac{12.5\,(0.70)}{1.1} = \frac{8.75}{1.1} = 7.9545$$

Se puede simplificar el procedimiento designando a

$$p = \frac{[(1+r)-d]}{(u-d)} \quad \text{y} \quad (1-p) = \frac{[u-(1+r)]}{(u-d)}$$

entonces la ecuación se transforma en:

$$\mathrm{c} = \frac{[pcu + (1-p)cd]}{(1+r)} \tag{2.33}$$

Entonces el valor de la *call* será \$7.95. Podemos comprobar este resultado ya que esta cartera debe obtener la tasa libre de riesgo la cual es de 10%.

El costo de la cartera es (50 - ( 2 x 7.95)) = 34.1. Aquella suma invertida al interés libre de riesgo por un año resulta 34.1 (1.1) = 37.5, la cual es exactamente el valor de la cartera a un año.

Toda oportunidad de arbitraje se corrige por las mismas acciones del mercado. Supongamos que una opción es cotizada en el mercado a \$8.5. Los arbitragistas comprarían el activo subyacente y subscribirían dos opciones derivadas del mismo activo. La inversión inicial sería 50 - (2 x 8.5) = \$33. Sin embargo, la estrategia garantiza \$37.5 a una tasa libre de riesgo de 13.6%, la cual está por sobre la tasa libre de riesgo del mercado que es de 10%. Las continuas acciones de los arbitragistas harían que el precio del activo subyacente subiera y el precio de las opciones bajara hasta que dejara de existir la posibilidad de arbitraje.

### 2.10.1. Modelo binomial de periodo múltiple

En el ejemplo anterior consideramos sólo que el tiempo entre el periodo de emisión y el de expiración de la opción fue dividido en un periodo, es decir, un año. De cualquier manera el modelo binomial puede ser generalizado tal que la vida de la opción puede ser dividida en cualquier número de periodos. Entre más divisiones del tiempo de ejercicio, más exactitud para calcular el valor de la opción.

Independientemente del número de periodos en los que se divida el tiempo de ejercicio, para resolver la valuación de la opción, se utilizan los mismos principios en cada "nudo" del árbol, esto, trabajando desde el tiempo de expiración de la opción hacia atrás al presente periodo (comienzo), y así obtener el valor de la opción actualmente. En el ejemplo siguiente se asume un precio del activo subyacente igual a \$50 (**S**), un precio de ejercicio de \$50 (**X**), una tasa de interés anual libre de riesgo de 10% (**r**) y finalmente una volatilidad anual de 20%.

Hay que recordar que la tasa de interés libre de riesgo es anual y debe ser ajustada de a cuerdo al número de periodos en que se divida el tiempo de ejercicio de la opción. Recordando los principios de las matemáticas financieras:

$$(1+r)=(1+r_1)^{\mathrm{m}} \tag{2.34}$$

donde:

$\boldsymbol{r}$ = Tasa efectiva anual libre de riesgo.

$\boldsymbol{r_1}$ = Tasa efectiva pagadera m-veces al año libre de riesgo.

**m** = Periodos en los que se divide el año.

Despejando $r_1$:

$$r_1=(1+r)^{1/\mathrm{m}}-1 \tag{2.35}$$

en nuestro ejemplo:

$$r_1=(1.1)^{1/4}-1=0.024$$

ya que nuestros periodos van a ser trimestrales.

Las magnitudes de los valores ***u*** y ***d*** van de acuerdo a la volatilidad del activo subyacente, la cual se determina de acuerdo a la información del mercado y se tiene que ajustar también acorde a los periodos en que dividimos el periodo de ejercicio de la opción. Cox, Ross y Rubinstein (1979) han demostrado que *u* y *d* están relacionados con la desviación estándar de la manera siguiente:

$$u = e^{\sigma\sqrt{t/n}}$$

$$p = e^{-\sigma\sqrt{t/n}} \tag{2.36}$$

donde:

**t** es el tiempo de vida de la opción en años y **n** es el número de periodos de división de **t**. En el ejemplo el periodo de vida de la opción es de un año y estamos asumiendo trimestres, es decir, cuatro periodos, entonces: **t / n** = 0.25.

También es usual que ***u*** se defina de la siguiente forma:

***u* = 1 / *d***

donde:

***u*** = múltiplo del movimiento al azar (1 + el porcentaje por el que el precio del activo aumenta)

***d*** = múltiplo del movimiento a la baja del precio del activo (1 – el porcentaje por el que el precio del activo disminuye)

Esto asegura que si existe un alza seguido de una baja proporciona el mismo valor de partida, así como si existe una baja seguida de un alza.

Regresando al ejemplo, los valores de ***u, d,* (1 + $r_1$), *p*** y **1 - *p*** son los mostrados en la ecuación 2.37.

Recordando que la vida de la opción fue dividida en cuatro periodos, se construye el árbol mostrado en la página siguiente, figura 2-4. Es posible calcular los valores del activo subyacente a través de los cuatro periodos. Los varios valores que toma el activo dependen de qué trayectoria tomó.

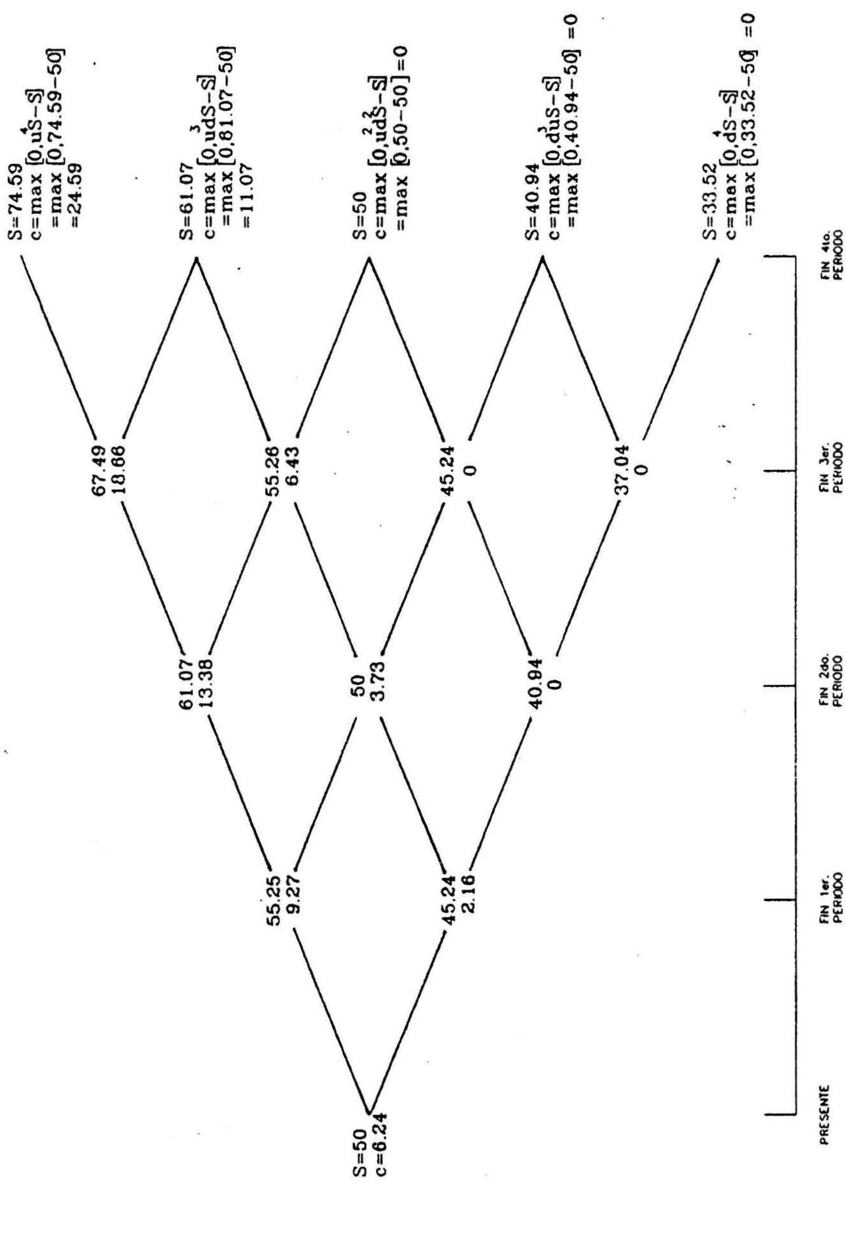



**Figura 2-4.** Ejemplo de árbol binomial de una *call*

$$
\begin{aligned}
u &= e^{0.2\sqrt{0.25}} = 1.10517 \\
d &= e^{-0.2\sqrt{0.25}} = 0.904837 \\
r_1 &= 1.024 \\
p &= \frac{[(1+r_1)-d]}{(u-d)} = 0.594824 \\
(1-p) &= \frac{[u-(1+r_1)]}{(u-d)} = 0.405176
\end{aligned}
\tag{2.37}
$$

donde:

***u*** = múltiplo del movimiento al azar (1 + el porcentaje por el que el precio del activo aumenta)

***d*** = múltiplo del movimiento a la baja del precio del activo (1 – el porcentaje por el que el precio del activo disminuye)

$r_1$ = Tasa efectiva libre de riesgo pagadera m-veces al año

**e** = 2.718281...

Por ejemplo, si el precio del activo subió en los cuatro periodos, el nudo final del árbol tomado es $u^4$ **S**, con un valor de **S** = $74.59. Si, por otro lado, el precio del activo subió en los dos primeros periodos y bajó en los dos segundos periodos, el nudo final del árbol sería $u^2 d^2$ **S**, con un valor de **S** = $50.

Este mismo árbol otorga varios valores potenciales de la opción al final del cuarto periodo (es decir, a la expiración); siendo una *call,* el valor al final del cuarto periodo es **max [0, S - X]**. Para calcular el valor presente de la opción, se comienza con el valor final de la opción al final del cuarto periodo. Después se calcula el valor de la opción al final del tercer periodo utilizando la ecuación (2.33) utilizando los parámetros mostrados en (2.37) y la información acerca de la opción al final del cuarto periodo.

El siguiente paso a seguir es el calcular los valores al final del segundo periodo tomando los valores al final del tercer periodo. Posteriormente se calculan los valores al final del primer periodo tomando los valores obtenidos al final del segundo y finalmente se calculan los valores de la opción tomando los valores que se obtuvieron al final del primer periodo, y éste será el valor actual de la opción. Ahora se explicarán con más detenimiento la obtención de dichos valores.

### 2.10.2. Las cuatro etapas empleadas en el proceso binomial

#### 2.10.2.1. Etapa 1: Utilización de los valores a la expiración para calcular los valores del tercer periodo.

En el árbol se puede observar que los posibles valores de la opción al momento de expirar son $\boldsymbol{cu^4}$ = \$24.59, $\boldsymbol{cu^3d}$ = \$11.07, $\boldsymbol{cu^2d^2}$ = \$0, $\boldsymbol{cud^3}$ = \$0 y $\boldsymbol{cd^4}$ = \$0. Echando mano de esta información, podemos calcular el valor de la opción al final del tercer periodo.

Tomando los valores ya obtenidos en (2.37) se obtiene:

$$
\begin{aligned}
cu^3 &= [\, pcu^4 + (1 - p)\, cu^3d \,] \,/\, (\, 1 + r_1 \,) \\
&= [\, (0.594824)\,(24.59) + (0.405176)\,(11.07) \,] \,/\, 1.024 \\
&= [\, 14.6267 + 4.4852 \,] \,/\, 1.024 \\
&= 18.66
\end{aligned}
$$

De la misma manera es posible calcular el valor para $cdu^2$ como sigue:

$$
\begin{aligned}
cu^2d &= [\, pcu^3d + (1 - p)\, cd^2u^2 \,] \,/\, (1 + r_1) \\
&= [\, (0.594824)\,(11.07) + (0.405176)\,(0) \,] \,/\, 1.024 \\
&= [\, 6.5847 \,] \,/\, 1.024 = 6.43
\end{aligned}
$$

A razón de que los tres últimos valores correspondientes al final del cuarto periodo son cero los valores correspondientes al final del tercer periodo son cero ($\boldsymbol{cud^2} = 0$, $cd^3 = 0$).

#### 2.10.2.2. Etapa 2: Utilización de los valores del tercer periodo para calcular los del segundo periodo.

Utilizando los datos anteriores se pueden obtener los valores de los nudos al final del segundo periodo como sigue:

$$cu^2 = [\, pcu^3 + (1 - p)\, cu^2 d\,] \,/\, (1 + r_1)$$

$$= [\, (0.594824)\,(18.66) + (0.405176)\,(\,6.43)\,] \,/\, 1.024$$

$$= [\, 11.0994 + 2.6052\,] \,/\, 1.024$$

$$cu^2 = 13.38$$

$$cud = [\, pcu^2 d + (1 - p)\, cud^2\,] \,/\, 1.024$$

$$= [\, (0.594824)\,(6.43) + (0.405176)\,(0)\,] \,/\, 1.024$$

$$= 3.73$$

#### 2.10.2.3. Etapa 3: Utilización de los valores del segundo periodo para calcular los del primer periodo.

Es posible calcular $cu$ y $cd$ fácilmente como sigue:

$$cu = [\, (0.594824)\,(13.38) + (0.405176)\,(3.73)\,] \,/\, 1.024 = 9.24$$

$$cd = [\, (0.594824)\,(3.73) + (0.405176)\,(0)\,] \,/\, 1.024 = 2.16$$

#### 2.10.2.4. Etapa 4: Utilización de los valores del primer periodo para calcular el precio actual de la opción

Finalmente, el calculo del valor actual de la opción es como sigue:

$c = [\ (0.594824)\ (9.24) + (0.405176)\ (2.16)\ ] \ /\ 1.024 = 6.22$

Ya se ha explicado entonces, el procedimiento para la obtención de los valores de la figura 2-4, en este caso, para cuatro periodos.

Tomando los valores ya obtenidos en (2.37) se obtiene:

$$
\begin{aligned}
cu^3 &= [\ pcu^4 + (1 - p)\ cu^3d\ ] \ /\ (\ 1 + r_1\ ) \\
&= [\ (0.594824)\ (24.59) + (0.405176)\ (11.07)\ ] \ /\ 1.024 \\
&= [\ 14.6267 + 4.4852\ ] \ /\ 1.024 \\
&= 18.66
\end{aligned}
$$

De la misma manera se puede calcular el valor para $cdu^2$ como sigue:

$$
\begin{aligned}
cu^2d &= [\ pcu^3d + (1 - p)\ cd^2u^2\ ] \ /\ (1 + r_1) \\
cu^2d &= [\ (0.594824)\ (11.07) + (0.405176)\ (0)\ ] \ /\ 1.024 \\
&= [\ 6.5847\ ] \ /\ 1.024 \\
&= 6.43
\end{aligned}
$$

A razón de que los tres últimos valores correspondientes al final del cuarto periodo son cero los valores correspondientes al final del tercer periodo son cero ($\boldsymbol{cud^2} = 0$, $\boldsymbol{cd^3} = 0$).

### 2.10.3. Fórmula general para la valuación de opciones

Ya se ha explicado de alguna manera la construcción, obtención y uso del modelo binomial. Así podemos aplicar la fórmula binomial de probabilidad para obtener el valor de una *call*, calculando el valor esperado superior al precio de ejercicio de la opción. Para valuar una *put,* se calcularía el valor esperado del activo por debajo del precio de ejercicio de la opción.

Aquí se muestra la fórmula general binomial para la valuación de opciones.

Para una *call:*

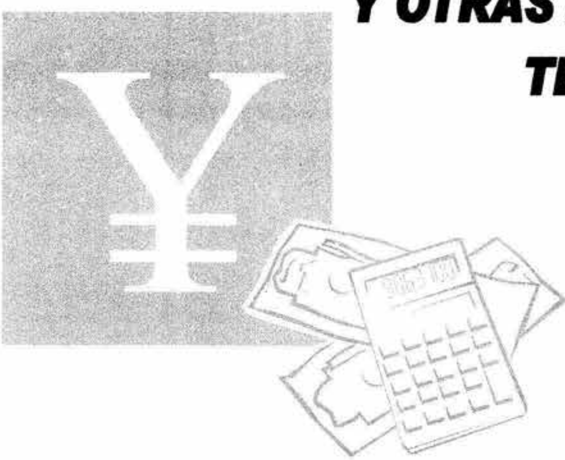
$$C = \frac{\sum_{j=0}^{n}\left[\frac{n!}{(n-j)!\,j!}\,p^{j}\,(1-p)^{n-j}\,\max(0, u^{j}\,d^{n-j}\,S)\right]}{(1+r)^{n}}$$

Para una *put*:

$$P = \frac{\sum_{j=0}^{n}\left[\frac{n!}{(n-j)!\,j!}\,p^{j}\,(1-p)^{n-j}\,\max(0, X - u^{j}\,d^{n-j}\,S\right]}{(1+r)^{n}}$$

# 3


## FUTUROS Y OPCIONES SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES, OTRAS FORMAS DE DERIVADOS Y OTRAS APLICACIONES A LA TEORÍA DE OPCIONES



# *FUTUROS SOBRE INDICES BURSATILES*

## 3.1 ¿QUE ES UN ÍNDICE ACCIONARIO[1]?

Un índice accionario representa un tipo de promedio de los precios de las acciones que componen dicho índice. Es una medida útil por el cual se conocen los efectos de eventos, políticos o económicos, en el funcionamiento del mercado accionario. En esta sección se describen 3 índices de mercado diferentes.

### 3.1.1 Índice por promedio de precios (Price-Weighted Index)

Dos claros ejemplos de este tipo de índices son el índice *Dow Jones* (DJIA), que se integra por 30 emisoras, y el índice *Nikkei 225.*

El cálculo del índice *Dow Jones* se obtiene sumando los precios de las acciones de las 30 empresas y dividiendo la suma entre el *divisor* que es publicado en el *Wall Street Journal* diariamente. El *divisor* es cambiado cuando uno de los dos eventos siguientes ocurre: Cuando una de las 30 emisoras es removida y reemplazada por la acción de otra compañía. Esto sucederá cuando una acción, componente de este índice, sea absorbida por otra compañía o una de las corporaciones se vaya a la quiebra. O cuando se decide que el índice ya no es representativo, se eliminan algunas compañías y se agregan otras.

[1] En México el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) es el principal indicador del mercado accionario y está compuesto generalmente de entre 30 y 50 empresas representativas de los siete sectores en los cuales se clasifican las empresas listadas en la Bolsa de acuerdo al sector productivo al que pertenezcan (servicios, comercio, construcción, etc.)

El divisor también se ajusta para reflejar el aumento de circulación de una emisión y los dividendos de las acciones. Estos eventos reducen los precios en las acciones; sin alguna clase de ajuste en el método de cálculo.

Para el cálculo del índice se sigue la siguiente fórmula:

$$I_t = \frac{\sum P_i}{Divisor} \tag{3.1}$$

En el día 0, el valor del índice es arbitrario y se obtiene el valor del *divisor:*

Ejemplo:

$$\sum P_i = 160$$

$I_0 = 10$

*Divisor* = ?

Utilizando la fórmula (3.1) descrita:

$$\frac{160}{Divisor} = 10$$ despejando el *Divisor:*

$$Divisor = \frac{160}{10} = 16$$

Por lo tanto, en los días subsecuentes al calcular el valor del índice se utilizará el *Divisor=16.*

### 3.1.2 Índice de promedios ponderados (Value-Weighted Average)

Un claro ejemplo de este tipo de índices es el S&P 500 además del NASDAQ Composite Index y otros. Aunque la composición de cada índice se basa en diferentes portafolios de acciones, el método para calcularlos es el mismo.

De acuerdo con el modelo (CAPM) *Capital Asset Pricing Model*[2] una correlación de la acción con el portafolio del mercado es el factor que determina su precio y ese portafolio se encuentra proporcionado. Por lo tanto para calcular el nivel de un índice de promedios ponderados (de acuerdo al valor de mercado), primero se debe encontrar el valor de mercado de cada una de las acciones que integran el índice en una fecha base, día 0. El valor de mercado de de la acción *i*, $MV_i$, es calculado multiplicando el precio de la acción *i*, $P_i$, por el número de acciones en manos del público de la acción *i*, $\mathbf{N}_i$.

$MV_i = P_i\ \mathbf{N}_i$

Después, encontrar el total del valor de mercado de todas las acciones que componen el índice. Esto es, la suma del valor de mercado de todas las acciones que componen el índice en el día 0.

$MV_0 = MV_{0,1} + MV_{0,2} + MV_{0,3} + \ldots + MV_{0,1}$

$$MV_0 \equiv \sum_{j=1}^{n} MV_{0,j} \qquad (3.2)$$

Una vez encontrado el valor de mercado de las n acciones componentes en el día 0, divida ese valor de mercado total por un divisor arbitrario para establecer el valor del índice inicial. Llame a ese valor $I_0$. Entonces para encontrar el valor del índice en cualquier día subsecuente, día *t*, encuentre el cociente de valores de mercado en los días *t* y *t-1*, y multiplique el cociente por el valor del índice del día anterior.

[2] Libro: "Invertir en Bolsa", Eduardo Martínez Abascal. Editorial McGraw Hill. Páginas 147 – 163.

$$I_t = \frac{MV_t}{MV_{t-1}} \times I_{t-1} \qquad (3.3)$$

### 3.1.3 Índice de igualdad ponderada : Value Line Index[3]

Es un promedio aritmético de igual ponderación. Para calcularlo, se elige algún valor arbitrario del índice en el día 0 (fecha base). El valor del índice en cualquier día subsecuente, día *t*, estará dado por:

$$I_t = I_{t-1} \frac{(P_{1,t}/P_{1,t-1}) + (P_{2,t}/P_{2,t-1}) + (P_{3,t}/P_{3,t-1}) + \ldots + (P_{n,t}/P_{n,t-1})}{n} \qquad (3.4)$$

donde:

$I_t$ = Valor del índice en el día *t*.

$P_{i,t}$ = Precio de la acción *i* que compone el índice, al día *t*.

*n* = Número de firmas que integran el índice.

Los principales índices accionarios en el mundo, los cuales se listan posteriormente, excluyen dividendos, lo cual significa que los índices no reflejan una apreciación entera de algún mercado en un periodo de tiempo dado.

## 3.2 DEFINICIÓN DE FUTUROS SOBRE ÍNDICES ACCIONARIOS

Un futuro sobre índices bursátiles es aquel contrato por el cual el comprador se compromete a pagar la diferencia entre el valor final del índice sobre el que se realiza el contrato, menos el valor pactado (este valor pactado se obtiene por arbitraje y no depende de las expectativas), multiplicado por una cantidad. Para el

[3] Libro: *Derivatives: Valuation and Risk Management*, David A. Dubofsky y Thomas W. Miller, Jr. Editorial Oxford University Press. Páginas 195 – 196.

caso del vendedor, este es un contrato por el cual el vendedor se compromete a recibir la diferencia entre el valor final del índice y el valor pactado, multiplicado por una cantidad. El múltiplo al que se hace referencia, es el precio de un punto del índice en cuestión. Por ejemplo, un punto del S&P500[4] vale usd$250. Si se compra un futuro a 300 y a vencimiento el S&P500 vale 320, se habrá ganado usd$250 multiplicado por los puntos de diferencia entre el valor de compra de índice (300) y el valor de vencimiento (320); el vendedor tendrá que abonar la cantidad de $250 x (320 - 300) = $5,000 al tenedor del futuro.

En el caso español, que se maneja el índice IBEX, la mecánica es similar. El precio de un punto del IBEX es de 100 ptas. Así, si hoy un futuro sobre IBEX a 2,580 es comprado, y el día del vencimiento, el IBEX cotiza a 2,700, se habrá obtenido una utilidad de $100 ptas. x (2,700 – 2,580) = $12,000 ptas.

En la tabla 3-1 se presentan algunos detalles de los principales índices objeto de los futuros sobre índices.

| | **S&P500** | **NYSE** | **MMI** | **Value Line** |
|---|---|---|---|---|
| **Bolsa** | Chicago Mercantile Exchange | New York Futures Exchange | Chicago Board of Trade | Kansas City Board of Trade |
| **Múltiplo** [a] | 250 | 500 | 250 | 500 |
| **Meses de entrega** | Marzo, junio, septiembre, diciembre | Marzo, junio, septiembre, diciembre | Cada mes | Marzo, junio, septiembre, diciembre |
| **Tamaño del tick** [b] | 10% = $25 | 5% = %25 | 5% = %12.5 | 5% = $25 |
| **Último día de negociación** | Jueves anterior al tercer viernes del mes | Jueves anterior al tercer viernes del mes | Tercer viernes del mes de entrega | Tercer viernes del mes de entrega |

a Los índices de los múltiplos son establecidos arbitrariamente por las bolsas de valores correspondientes.
b El ***tick*** es explicado con más detenimiento en la sección 3.2.1

**Tabla 3-1.** Especificaciones de algunos índices objeto de contratos de futuros.

[4] Índice Standard & Poor's de la Bolsa de Valores de New York que consta de 500 acciones.

En resumen, los futuros sobre índices accionarios son contratos estandarizados que a través de ellos se pueden aprovechar las tendencias de los mercados accionarios y a su vez pueden efectuarse coberturas sobre portafolios o canastas de acciones, sin la necesidad de llegar a la entrega física del producto.

Como ventaja de este tipo de contratos de futuros esta la de que ofrecen enorme liquidez y son de fácil ejecución, son bajos sus costos de transacción respecto a transacciones en acciones.

### 3.2.1 Límites en las fluctuaciones del precio

Cada contrato de futuros tiene un tamaño mínimo para cambios en el precio, llamado *tick*. Por ejemplo, el tamaño del *tick* para los futuros sobre lana que se negocian en la Bolsa de Futuros de Sydney, es un centavo Australiano por kilogramo, o 25 dólares australianos (A$25).

Muchos contratos de futuros también tienen límites superiores para cambios diarios en precios, lo que define el máximo monto por el cual el precio puede cambiar en un día. Nótese que las Bolsas cambiarán frecuentemente estos límites cuando ellas sientan que es apropiado o necesario, y el precio límite puede ser diferente del contrato más cercano de los contratos con entrega en meses más distantes.

El propósito de tales límites en el precio es el darle tiempo a los mercados de digerir la nueva información y desalentar posibles tendencias a reaccionar exageradamente. La desventaja de estos límites máximos en el precio es que también pueden desalentar a los operadores a liquidar o a abrir una posición deseada. Por ejemplo, suponga que una revolución en el Medio Oriente causó que el precio del petróleo subiera cerca de $45/bbl. Sin límites, el precio del futuro sobre el petróleo crudo se incrementaría cerca de $45/bbl. Pero el límite diario en el contrato de futuros sobre el crudo NYMEX es $15/bbl. Por lo tanto, tomaría tres días hábiles durante los cuales ninguna transacción ocurriría para alcanzar un precio al cual las transacciones con futuros serían hechas. El precio del futuro hoy se incrementaría de inmediato en $15/bbl (el límite diario), y habría una enorme cantidad de órdenes para comprar a ese precio, pero ninguna orden de venta. Lo mismo ocurriría mañana y al día siguiente, por un total de tres días hábiles.

Algunos piensan que sin límites en el precio, los cambios en el precio de los futuros serían algunas veces irracionales. Los límites diarios en el precio, en la opinión, sirven al útil propósito de darle a los mercados el tiempo de reunir más información, y valorar más acertadamente la implicación de las noticias. (Otros opinan que ningún cambio en el precio puede ser juzgado de irracional).

### 3.2.2 Modo de liquidación y depósito de garantía

La liquidación de estos productos financieros es siempre en dinero, y por diferencias entre el precio de compra y cotización del índice a la fecha del vencimiento. En este tipo de producto no hay valor subyacente, es decir, que al vencimiento, el vendedor del futuro no se obliga a la entrega de un paquete de acciones que replique exactamente el índice.

Los futuros sobre índices requieren, de parte del comprador y vendedor, un **margen inicial** y un **margen de mantenimiento.** Por margen inicial se hace referencia a la cantidad de dinero que hay que depositar al inicio del contrato, esta suele ser pequeña con respecto al valor total del contrato. Por margen de mantenimiento se entiende las cantidades sucesivas que hay que ir depositando para cubrir las posibles pérdidas, en el caso de que la cotización se mueva en sentido contrario al de la posición adoptada por el inversionista. Es el caso del comprador del futuro, quien tendrá que ir añadiendo dinero a medida que la cotización de su contrato descienda; lo mismo para el caso del vendedor del futuro cuando la cotización del índice suba.

Las pérdidas y ganancias se van contabilizando diariamente en las respectivas cuentas de comprador y vendedor al llevarse a cabo el **marked to market**. Para ilustrar lo anterior, supongamos que un futuro sobre el S&P500 a 300 es comprado, lo que indica que se contrae una obligación por valor de $75,000, pero sólo se tiene que depositar una garantía de $10,000 por contrato ($5,000 de margen inicial y $5,000 de mantenimiento). Si al día siguiente la cotización del contrato desciende un punto, se habrá perdido 1 ($250). Tendremos que reponer $250 en nuestra cuenta de garantía. El vendedor del futuro recibirá un abono por los $250. Los movimientos de la cuenta de garantía se realizan en dinero.

## 3.3 PRECIO DE UN CONTRATO DE FUTUROS SOBRE ÍNDICES ACCIONARIOS

El modelo de valuación de contratos de futuros, del capítulo anterior, llamado **Cost-of-Carry** o **Teorema de paridad de mercados de futuros y spot** para mercados perfectos[5], está dado por la ecuación siguiente:

[5] No es posible realizar alguna estrategia de arbitraje, ya que el supuesto que sustenta esto es que los agentes cuentan con la misma información. Es decir, no es posible realizar beneficios positivos libres de riesgo con una inversión de cero; planteado de otra forma, no es posible que una inversión o portafolio libre de riesgo, obtenga un rendimiento superior a la tasa de interés libre de riesgo. Si no se cumple lo anterior se abren posibilidades de realizar una estrategia de arbitraje lo que es incompatible con toda situación de equilibrio.

$$F_{0,t} = S\,(1 + r - y)^t$$

donde:

$F_{0,t}$ = Precio actual, en 0, de un contrato a futuro pactado en 0 para vencer en *t*, es decir, es el precio de un futuro pactado a *t* días.

*S* = Precio del producto subyacente en el mercado al contado

*r* = Tipo de interés libre de riesgo de t = 0 a t (al que tomamos prestado)

*y* = Tasa de rendimiento del activo subyacente

*t* = Periodo de ejercicio

Al adaptar la ecuación 3.1 a la valuación de futuros sobre índices accionarios uno se encuentra con una complicación, los dividendos. Si un inversionista decide invertir en acciones en el mercado al contado, dichas acciones le otorgarán dividendos; sin embargo, el valor de cualquier índice depende solamente de los precios de las acciones en las que éste se basa, no de los dividendos que las acciones puedan pagar. Los futuros están directamente ligados al valor de los índices y los precios de los futuros no incluyen dividendos. Por lo tanto, la ecuación 3.5 debe ser ajustada para incluir los dividendos que serían recibidos entre la presente fecha y el día de expiración de los futuros. En esencia, la oportunidad de recibir dividendos disminuye el costo de acarreo de las acciones. Entonces para las acciones el costo de acarreo es el costo de financiación de las mismas, menos los dividendos recibidos mientras las acciones estén en posesión del inversionista.

Por ejemplo, si se asume que ahora es el tiempo cero y un inversionista decide entrar en una transacción de autofinanciamiento. El inversionista decide comprar una acción de Widget, Inc., a $100. Así, el inversionista pide un préstamo de $100 y compra la acción. Se asume que la acción otorga dividendos de $2 en seis meses y el inversionista invertirá dichos dividendos el tiempo restante a una tasa de 10%. A continuación se muestra una tabla que contiene los flujos del inversionista (tabla 3-2).

En la tabla 3-2, el inversionista pide prestado fondos, compra y conserva una acción, recibe e invierte los dividendos, y liquida el portafolio después de un año. Al principio, la acción cuesta $100, pero su valor después de un año es desconocido. Es posible observar en la tabla 3-2 que los flujos de capital obtenidos por el inversionista en esta transacción después de un año están dados por el valor de los dividendos en el futuro, $2.10, más el valor actual de la acción, $S_1$, menos la deuda con los réditos generados, $110.

| | | |
|---|---|---|
| t = 0 | | |
| | Préstamo de $100 por 1 año al 10% | + 100 |
| | Compra de una acción de Widget, Inc. | - 100 |
| t = 6 meses | | |
| | Se reciben dividendos de $2 | + $2 |
| | Se invierten $2 por 6 meses al 10% | - $2 |
| t = 1 año | | |
| | Se recogen los réditos de $2.10 de la inversión de los dividendos | + 2.10 |
| | Se vende la acción de Widget, Inc. a $S_1$ | + $S_1$ |
| | Se paga la deuda con réditos | - 110 |
| | Utilidad total = $S_1$ + $2.10 - $110 | |

**Tabla 3-2.** Flujos de capital resultantes de la tenencia de la acción.

Del ejemplo anterior se puede entender como funciona la estrategia cost-of-carry. Primero, esta estrategia retornará el futuro valor de la acción, $S_1$, al tiempo cero. Segundo, al final del periodo la estrategia retornará el futuro valor de los dividendos -los dividendos más el interés devengado al principio del periodo-. En este caso, también el inversionista tiene que pagar el costo de financiamiento de la compra de la acción.

Ahora ya se está en la posibilidad de determinar el precio del futuro mediante la estrategia cash-and-carry. Es necesario que en la estrategia cash-and-carry el precio del futuro sea menor o igual que las utilidades generadas al momento de expiración del futuro, para negociar con oportunidad.

De aquí que el precio del futuro sobre índices accionarios esté dado por la siguiente fórmula:

$$F_{0,t} = S_0(1+r) - \sum_{i=1}^{N} D_i(1+C_i) \tag{3.5}$$

donde:

$F_{0,t}$ = Precio de un futuro sobre índices accionarios en t = 0 que expira en t .

$S_0$ = Valor de las acciones en las que se basa el índice en t = 0.

r = Costo de acarreo de la acción de t = 0 hasta el momento de expiración n, medido en porcentaje.

$D_i$ = El i - ésimo dividendo.

$C_i$ = El interés ganado por invertir el *i* - ésimo dividendo desde el momento en que se recibe hasta el momento de expiración del futuro (tiempo n)..

**Ejemplo:**

Supongamos que existe un *índice por promedio de precios* formado por cuatro acciones. La fecha en que se inicia la operación es el 1° de enero, y el vencimiento del contrato de futuros es el 21 de marzo. El divisor del índice es de 1.8. La tasa de interés a la cual serán invertidos los dividendos es de 9.5%. Considérese la siguiente tabla de datos:

| | Precio al inicio | Dividendos | No. de días de inversión de los dividendos | Intereses de los dividendos |
|---|---|---|---|---|
| Acción 1 | $100.00 | $2.00 | 30 | $0.01583 |
| Acción 2 | $ 49.00 | $1.00 | 45 | $0.01188 |
| Acción 3 | $ 80.00 | $1.60 | 15 | $0.00633 |
| Acción 4 | $125.00 | $1.90 | 20 | $0.01003 |

Valor total de las acciones: $354.00

Total de dividendos: $ 6.50

Total de intereses: $ 0.04407

El valor del índice = $354.00/1.8

= 196.67

Por lo tanto el valor del futuro será:

$F$ = [ $354 (1+( 0.095 ( 79/360) ) ) ] - $6.50 - $0.04407 = $ 354.84

Debido a que el resultado anterior se encuentra expresado en unidades de índice, se debe hacer una conversión dividiendo el costo de acarreo entre el factor del índice. Por lo tanto:

$F$ = 354.84 / 1.8 = $197.13

Si expresamos a la suma de los dividendos y el interés devengado como resultado de invertirlos como un porcentaje del índice, la fórmula del precio del futuro queda expresada de la manera siguiente:

$$F_{0,t} = S_0(1 + r - d\ ) \tag{3.6}$$

donde:

$d$ = Tasa de dividendos pagada por el índice en cuestión durante la vigencia del contrato.

La anterior deducción de la fórmula de valuación de un futuro sobre un índice accionario se realizó bajo la base de una tasa de capitalización discreta. La tasa de dividendos fue considerada de igual forma. Sin embargo, se podría pensar que se tiene una tasa de capitalización continua así como la tasa de dividendos. De esta forma (3.6), el precio de un futuro se puede expresar de la siguiente forma:

$$F_{0,t} = S_0 e^{(r-d)(t/360)}$$

**Ejemplo:**

Se considera un futuro que se pacta a tres meses sobre el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC). Supóngase, además, que en promedio el índice paga una tasa de dividendos de 3% al año y que la tasa de interés libre de riesgo es de 15 % anual. El nivel del índice al momento de ser pactado es de 2,600 y se le asigna el valor de un peso por punto. Por lo tanto:

$S_t = 2{,}600$

$r = 0.15$

$d = 0.03$

$t = 90$

$t/360 = 0.25$ (a 90 días)

Entonces, el precio del futuro es:

$$F = 2{,}600e^{(0.15-0.03)(0.25)} = 2{,}679.18$$

En este caso hay que notar que dado que los pagos de dividendos varían con el tiempo, es necesario que esa tasa sea considerada como un promedio que pagaría el índice a lo largo de un año.

# *OPCIONES SOBRE INDICES BURSATILES*

## 3.4 DEFINICIÓN Y CLASES DE OPCIONES SOBRE ÍNDICES

La opción sobre un índice bursátil da al comprador el derecho, pero no la obligación de comprar (*call*) o vender (*put*), el valor de un índice bursátil (que hace las veces de activo subyacente), a un precio dado (precio de ejercicio), multiplicado por un número de veces, según el tipo de contrato. El vendedor de la opción tiene la obligación de satisfacer el contrato. Debido a que la liquidación es siempre en efectivo (sin entrega física del índice) lo que se recibe es la diferencia entre el precio de ejercicio de la opción y del índice en el momento del ejercicio.

**Ejemplo:** Considérese una *call* sobre el S&P100 que cotiza en el Chicago Board Options Exchange (CBOE) -cada punto del índice vale $100- con precio de ejercicio de 315 y con vencimiento a tres meses, se tiene el derecho, al vencimiento de la *call* (si ésta es Europea), a comprar el índice S&P100 a 315 x $100 = $31,500. Si el S&P100 cotiza a 330, se recibirá 15 x $100 = $1,500 al ejercicio de la opción.

En definitiva, una opción sobre índices es, a efectos prácticos, igual a otra opción sobre acciones, pero en este caso el activo subyacente -equivalente a la acción- es un índice que cotiza como cualquier acción.

Las Opciones están basadas en índices que incluyen al menos 20 acciones, y a lo más 1700 acciones en las Bolsas de Valores en general.

En la tabla 3-3 se presentan todas las características principales de las Opciones sobre índices más importantes.

### 3.4.1 Margen

El funcionamiento del depósito de garantía o margen es ligeramente diferente al del caso general de Opciones.

| Índice | Bolsa [a] | Tipo |
|---|---|---|
| S&P 100 | CBOE | Americana |
| Major Market Index | Amex | Europea |
| S&P 500 | CBOE | Europea |
| NYSE Composite Index | NYSE | Americana |
| Institucional Index | AMEX | Europea |
| Value Line Index | PHLX | Europea |
| Nacional OTC Index | PHLX | Americana |
| Financial News Composite Index | PSE | Europea |

[a]Bolsas de valores:

CBOE = Chicago Board Options Exchange

AMEX = American Stock Exchange

NYSE = New York Stock Exchange

PHLX = Philadelphia Stock Exchange

PSE = Pacific Coast Stock Exchange

**Tabla 3-3.** Características principales de las Opciones sobre índices más importantes.

Para el comprador, el margen requerido es exactamente la prima o precio de la opción, que es lo máximo que puede perder. Lógicamente la prima es mayor cuanto mayor vida tiene la *call.* Para el vendedor de la opción sobre un índice, el margen es igual a la prima más un 15% del valor del activo subyacente menos la parte de la opción que está *fuera del dinero.*

Por ejemplo vendemos una *call* sobre el S&P100 con precio de ejercicio 310 y prima de $5. El S&P100 cotiza hoy a 300.

| | | |
|---|---|---|
| Valor del activo subyacente o del contrato | 310 x $100 | = $31,000 |
| a) Precio de la *call* | 5 x 100 | = $ 500 |
| b) 15% del valor del activo subyacente | 0.15 x 31,000 | = $ 4,650 |
| c) Menos parte *fuera del dinero* (310 - 300 = 10) | 10 x 100 | = - $ 1,000 |
| | | -------------------- |
| Margen total (a + b + c) | | $ 4,150 |

## 3.5 VALUACIÓN DE OPCIONES SOBRE ÍNDICES ACCIONARIOS

Para la valuación de una opción es necesario saber las características del activo subyacente y las especificaciones de la opción en cuestión (Tabla 3-3). Las características siguientes son también importantes en la valuación de las Opciones sobre índices. Primero, la composición del activo subyacente, es decir, si el índice es pequeño (por decir 20 acciones), como el Major Market Index, o uno grande (por decir de 1,600 acciones), como es el índice de NYSE. Un índice con pocas acciones es más manejable como instrumento para la cobertura que aquel que tiene muchas acciones, pero es menos representativo del mercado como un todo. Finalmente, el tiempo de expiración es un factor importante en las estrategias utilizando Opciones y en su valuación. La mayoría de las Opciones son a corto plazo, 3 o 6 meses, pero algunas llegan a expirar hasta 2 años después de su emisión.

Se comienza la explicación con el OEX, un índice compuesto por 100 acciones listadas en la Bolsa de valores de New York (NYSE). Este índice es un índice de promedios ponderados que se mide de a cuerdo al valor de mercado de las acciones (value weighted index).

Una opción en el OEX representa un valor de \$100 x índice y el cambio mínimo en el precio de la opción (tick size) es 1/6 = \$6.25. La opción es Americana, es decir, que puede ser ejercida antes del momento de expiración.

Para la valuación de Opciones sobre índices se requiere nuevamente del modelo de Black & Scholes. Aplicando el modelo de B&S para las Opciones sobre índices se deben tomar en cuenta los dividendos otorgados por las acciones que componen el índice de referencia. En la valuación de Opciones sobre índices resulta una muy buena aproximación el suponer un rendimiento constante en los dividendos. La fórmula para la valuación de una opción Europea (*call*) con un rendimiento constante en los dividendos es:

$$C = S e^{-qt} N(d_1) - X e^{-rt} N(d_2) \tag{3.7}$$

donde:

$S$ = el valor del índice

$q$ = el rendimiento en los dividendos sobre el índice

Las variables X, t, r, $d_1$ y $d_2$ ya fueron definidas con anterioridad en el capitulo 2, ecuaciones 2.11 y 2.12.

### 3.5.1 Valuación de Opciones tipo Americano sobre índices

En el caso de las Opciones Americanas sobre índices accionarios donde existe el pago de dividendos, la valuación se tiene que hacer numéricamente.

En el próximo ejemplo se muestran los valores teóricos de una opción Americana sobre un índice comparada con una opción Europea utilizando el mismo activo subyacente. Para la valuación de Opciones Europeas se utilizó la ecuación 3.7, y una técnica de aproximación por diferencias finitas[6] para resolver numéricamente los valores de las Opciones Americanas. Para tal propósito se toman en cuenta las siguientes suposiciones:

| | |
|---|---|
| Valor inicial del índice : | $S = 300$ |
| Precio de ejercicio : | $X = 300$ |
| Periodo de ejercicio : | $t = 90$ días |
| Tasa de interés : | $r = 8$ % |
| Tasa de rendimiento de los dividendos : | $q = 4$ % |
| Volatilidad : | $\sigma = 2\%$ |

En la tabla 3-4 se muestran los valores de una *call* Europea (E) y una *put* Europea así como una *call* Americana y una *put* Americana cuando las Opciones están ***en el dinero*** ($X = S$), ***dentro del dinero*** ($X < S$) y ***fuera del dinero*** ($X > S$), siendo $X$ = precio de ejercicio y $S$ = valor del activo subyacente (en este caso el valor del índice). También se muestra como los valores entre la opción Americana y la opción Europea cambian acercándose al tiempo de expiración.

[6] El ejemplo presentado fue tomado del libro "Financial Options: From theory to practice" de Figlewski, Silber y Subrahmanyam; en donde se puede encontrar una explicación más detallada del modelo utilizado (capítulo 14 ). En el presente trabajo únicamente los resultados que nos arroja este modelo son de interés.

Una *call* Americana con S = 330, X = 300 y 30 días de plazo tiene un valor de $31.21, casi idéntica a la *call* Europea que vale $31.20. La diferencia entre la *call* Europea y la Americana es pequeña, principalmente debido a la suposición de una tasa de rendimiento constante.

| Plazo | ***Call* sobre índice** | | | | ***Put* sobre índice** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **90 días** | | **30 días** | | **90 días** | | **30 días** | |
| **Valor del índice** | **Estilo Europeo** | **Estilo Amer.** | **Estilo Europeo** | **Estilo Amer.** | **Estilo Europeo** | **Estilo Amer.** | **Estilo Europeo** | **Estilo Amer.** |
| 270 | 2.49 | 2.51 | 0.24 | 0.26 | 29.28 | 30.73 | 29.16 | 30.00 |
| 300 | 13.22 | 13.24 | 7.33 | 7.35 | 10.31 | 10.51 | 6.35 | 6.39 |
| 330 | 34.91 | 34.93 | 31.20 | 31.21 | 2.29 | 2.31 | 0.32 | 0.32 |

**Tabla 3-4.** Precios teóricos de Opciones sobre índices Americanas y Europeas.

El incentivo para ejercer, en cualquier momento, depende en mucho de la cantidad de los pagos de dividendos venideros relativos a la tasa de interés, así como en otros parámetros. Dados los parámetros arriba mencionados, incluyendo el rendimiento de los dividendos, la probabilidad de ejercer una antes de la expiración es extremadamente pequeña.

Aunque para *calls* sobre índices existe una diferencia pequeña entre los valores de las Opciones Americanas y Europeas, para las *puts* sobre índices la diferencia no es legible.

Por lo tanto, se puede resumir lo presentado anteriormente como sigue: Los valores de *calls* Americanas sobre un índice son casi idénticos a los valores de las *calls* Europeas sobre un índice. Los valores de las *puts* Americanas sobre un índice pueden llegar a exceder los valores de sus contrapartes con el estilo Europeo por cantidades insignificantes, especialmente para las Opciones que están dentro del dinero.

Otro modelo para la valuación de este tipo de Opciones es el modelo Multibinomial cuyo funcionamiento es descrito en el capítulo anterior, la única variación es el activo subyacente ya que en este caso estamos hablando de un índice.

## 3.6 OPCIONES SOBRE FUTUROS

### 3.6.1 Descripción

Una *opción sobre futuros* es un contrato que garantiza al tenedor el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un contrato de futuros en un precio fijo -el precio de ejercicio- hasta una fecha de expiración específica. Una opción para comprar un futuro es una *call*, si el tenedor de una *call* sobre futuros la ejerce, él asume una posición larga en el mercado de futuros con un precio de futuros igual al precio de ejercicio. Una opción para vender un futuro es llamada *put*, para una *put* sobre futuros, el tenedor asume una posición corta con futuros. El contrato de futuros siempre expira después de la opción sobre futuros. El nuevo tenedor de los futuros establece el margen para someterlo al Marked-to-Market.

Así, mientras al ejercer una opción "ordinaria" se debe pagar $X para adquirir el activo, al ejercer una *call* sobre futuros lo que realmente se paga es su valor intrínseco (F - X). F es el precio del futuro actual al día en que la opción se ejerce.

Una opción en el mercado al contado es muy similar a una opción sobre futuros (de hecho, en algunos casos son idénticos), pero existen importantes diferencias. La mayor diferencia entre una opción en el mercado al contado y una opción sobre un futuro es que con la primera, el ejercerla implica asumir una posición con el instrumento subyacente en el mercado al contado, mientras que con la segunda, el ejercerla implica asumir una posición con futuros sobre instrumentos cotizados en el mercado al contado.

Algunas otras diferencias sólo serán aparentes sólo cuando se vea el modelo de evaluación de las Opciones sobre futuros.

### 3.6.2 Ventajas de Opciones sobre Futuros

1. Las Opciones sobre futuros son más populares ya que tienen menos requerimientos en cuanto a capital que las Opciones comunes. Al ejercicio de una opción en el mercado al contado, el inversionista debe tener suficiente capital para cubrir el precio de ejercicio. Con las Opciones sobre futuros, sin embargo, el ejercicio de la opción implica sólo la exposición del margen de garantía. Esta diferencia debe ser importante para los inversionistas con capital limitado.
2. Las Opciones sobre futuros tienen menores costos de transacción.
3. Las Opciones le ponen un límite a la pérdida mientras que los Futuros no lo hacen.

### 3.6.3 Arbitraje

Las Opciones en el mercado al contado y las Opciones sobre futuros están muy íntimamente relacionadas, así sus precios deben estar relacionados íntimamente también para prever un arbitraje libre de riesgo. Por ejemplo, sabemos que las Opciones Europeas en el mercado al contado y la Opciones sobre futuros tienen el mismo precio si las Opciones y los futuros, como instrumentos subyacentes, tienen la misma fecha de expiración. Cualquier violación a esta igualdad daría pie a oportunidades de arbitraje, ignorando las imperfecciones del mercado. Por ejemplo, si uno observó que el precio de una opción Europea en el mercado al contado fue menor que el precio de la opción sobre futuros correspondiente, comprando la opción en el mercado al contado y creando la opción sobre futuros se aseguraría una utilidad libre de riesgo. Conservando la opción en el mercado al contado hasta su madurez se asegura una utilidad, ya que el precio de la opción en el mercado al contado debe ser igual al de la opción sobre futuros creada al momento de la expiración.

### 3.6.4 Valor intrínseco de una opción Americana sobre un futuro

El mínimo valor de una *call Americana* en un futuro es su valor intrínseco. Podemos formalisarlo como sigue:

$$C_a \geq \max(0,\ F - X) \tag{3.8}$$

donde:

$C_a$ = Precio de una *call* Americana.

F = Precio de un futuro.

X = Precio de ejercicio.

En la relación expresada anteriormente el max(0, F - X) es el valor intrínseco. Si el precio de la *call* es menor que el valor intrínseco, la *call* puede ser comprada y ejercida. Esto establece una posición larga en un contrato de futuros al precio de ejercicio X. El futuro es inmediatamente vendido al precio F lográndose una utilidad libre de riesgo. Por ejemplo, si se considera una opción sobre un futuro que tiene precio de ejercicio de $230 y el precio del futuro es F=$231.95. El valor intrínseco es max(0,231.95 - 230) = 1.95. La cotización de la *call* es de $9.35. La diferencia de 9.35 - 1.95 = 7.40, esta diferencia es el **valor potencial**. El valor potencial se hace más estrecho en la medida en que el momento de expiración de la opción se acerca. En el momento de la expiración, la *call* debe de venderse a su valor intrínseco.

El valor intrínseco para una *put* Americana sobre un futuro establece su valor mínimo como sigue:

$$P_a \geq \max(0,\ X - F) \tag{3.9}$$

en donde max (0, X - F) es el valor intrínseco. Si esto no se cumpliese, el albitragista podría comprar contratos de futuros y la *put*, inmediatamente ejercer la *put*, y ganar una utilidad libre de riesgo.

Por ejemplo, se tiene una *put* con precio de ejercicio de \$240 y el valor del futuro es F = \$231.95. El valor intrínseco se obtiene como sigue:

$$P_a \geq \max(0{,}240 - 231.95) = 8.05$$

La cotización de la *put* en este momento es de \$13.10, la diferencia entre este valor y el valor intrínseco es el valor potencial, que en este caso es de \$5.05. El valor potencial va disminuyendo en la medida en que el momento de expiración de la opción se acerca, en este momento, la *put* vale su valor intrínseco.

## 3.7 EL MODELO DE BLACK PARA LA VALUACIÓN DE OPCIONES SOBRE FUTUROS

### 3.7.1 Precio de una *call* Europea sobre un Futuro

El modelo para la valuación de Opciones sobre futuros Europeas es una variación del modelo de Black-Scholes. Utilizando la suposición de que la opción y el futuro expiran simultáneamente, el precio de la opción es el siguiente:

$$c = e^{-rt}\left[\mathrm{F\,N(d_1) - X\,N(d_2)}\right] \tag{3.10}$$

donde:

$$\mathrm{d_1} = \frac{ln(\mathrm{F/X}) + (\sigma^2/2)\,t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$\mathrm{d_2} = \mathrm{d_1} - \sigma\sqrt{t}$$

F = Precio del contrato de futuros

X = Precio de ejercicio de la opción

t = Periodo de ejercicio

Nótese que la expresión para $d_1$ no contiene la tasa libre de riesgo, r, como en el Modelo de Black-Scholes. Esto es porque la tasa libre de riesgo captura el costo de oportunidad de los fondos ligados a la acción. Si la opción es sobre un contrato de futuros, no existen fondos invertidos en el futuro y por tanto no existe el costo de oportunidad. A pesar de lo anterior, el precio de una *call* sobre un futuro tendrá el mismo precio que el precio de una *call* en el mercado al contado. Esto es porque cuando la *call* sobre el futuro expira es ejercida y se obtiene una posición en futuros, los cuales inmediatamente expiran. Así, cuando la *call* sobre un futuro es ejercida establece una posición larga con el activo subyacente.

Para probar lo anterior, es necesario notar que en el Modelo de Black $N(d_1)$ es multiplicado por $Fe^{-rt}$, mientras que en el Modelo de Black-Scholes, esto es multiplicado por S. Se sabe, del capítulo 2 que $F = Se^{t(r-y)}$, como no se tienen dividendos en el activo subyacente, el precio del futuro será igual a $Se^{rt}$. Así, si se substituye $Se^{rt}$ por F en el Modelo de Black, la fórmula será la misma que la de Black-Scholes.

Por ejemplo, una *call* a diciembre tiene un precio de ejercicio igual a 230 en el S&P500 de futuros. Se sabe que el precio del futuro es 231.95, el precio de ejercicio es 230, el tiempo de vigencia es 0.2301, la desviación estándar es 0.165.

Los valores de $d_1$ y $d_2$ son:

$$d_1 = \frac{ln(231.95/230) + \left[(0.165)^2/2\right]0.2301}{0.165\sqrt{0.2301}} = 0.1462$$

$$d_2 = 0.1462 - 0.165\sqrt{0.2301} = 0.0671$$

Utilizando la tabla de la distribución Normal se tiene :

N (.15) = .5596

N (.07) = .5279

Sustituyendo en la fórmula:

$$c = e^{-(0.0532)(0.2301)}[231.95(0.5596) - 230(0.5279)] = 8.28$$

El valor real de la *call* es 9.35. Así que la *call* aparece fuera de precio, lo que un arbitrajista trataría de aprovechar para obtener una utilidad libre de riesgo comprando el activo subyacente, el contrato de futuros y vendiendo la *call*. De cualquier forma, hay que recordar que el Modelo otorga como resultado el precio de una opción Europea, y hay que tener en consideración también, que el valor de una opción Europea es menor que el valor real de una opción Americana.

### 3.7.2 Precio de una *put* Europea sobre un Futuro

La paridad *put - call* para Opciones sobre futuros es la siguiente:

$$c - p = (\mathrm{F} - \mathrm{X})\, e^{-rt} \tag{3.11}$$

Reacomodando la fórmula anterior se tiene :

$$p = c - (\mathrm{F} - \mathrm{X})\, e^{-rt} \tag{3.12}$$

Es posible sustituir c de la fórmula de Black en la fórmula anterior:

$$p = \mathrm{X} e^{-rt}[1 - \mathrm{N}(\mathrm{d}_2)] - \mathrm{F} e^{-rt}[1 - \mathrm{N}(\mathrm{d}_1)] \tag{3.13}$$

$$\Rightarrow \quad p = e^{-rt}[XN(-d_2) - FN(-d_1)] \tag{3.14}$$

Nótese que aún con la ausencia de dividendos, las *call* Americanas pueden ser ejercidas antes de su momento de expiración. Como las Opciones en el mercado al contado, las *put* Americanas pueden, también, ser ejercidas antes de su momento de expiración. El Modelo de Black no evalúa a las Opciones Americanas, y no podemos siempre apelar a la ausencia de dividendos, como se podía hacer para algunas acciones, lo que nos permitía utilizar el modelo para evaluar Opciones Europeas y para evaluar Opciones Americanas.

Desafortunadamente, los modelos de valuación para Opciones Americanas son demasiado complejos que no cumplen las expectativas del presente trabajo, por lo tanto no son presentados en el mismo. Pero la diferencia en los precios de las Opciones sobre futuros Americanas y Europeas es relativamente pequeña, esto puede ser visto en el cuadro 3-5, en el que se muestran los precios de una opción Europea sobre futuros y una aproximación al precio de una opción Americana sobre futuros. Los precios de la opción Americana se aproximaron utilizando una técnica cuadrática desarrollada por Barone-Adesi y Whaley. La tabla asume que una opción de futuros expira a la mitad del año y tiene un precio de ejercicio de 100. La tasa de interés libre de riesgo es de 8% y la desviación estándar del cambio de porcentaje del precio del futuro es 0.20.

| $r = 0.80$<br>$t = 0.5$ años | $\sigma = 0.20$<br>$X = 100$ | |
|---|---|---|
| **PRECIO DEL FUTURO** | **EUROPEA** | **APROXIMACIÓN AMERICANA** |
| **80** | **0.30** | **0.30** |
| **90** | **1.70** | **1.72** |
| **100** | **5.42** | **5.48** |
| **110** | **11.73** | **11.90** |
| **120** | **19.91** | **20.34** |

Fuente: "Understanding Futures Markets". W. Kolb, Robert. 1991. Página 586

**Tabla 4-5.** Comparación de una *call* Europea sobre futuros y una aproximación de una *call* Americana sobre futuros.

## 3.8 WARRANTS

### 3.8.1 Definición de Warrants o Títulos Opcionales

Los *warrants* o *Títulos Opcionales* (que es la denominación que las autoridades regulatorias mexicanas le dieron a los warrants) son instrumentos financieros parecidos a una opción de compra. Estos instrumentos confieren a sus tenedores, a cambio del pago de una prima de emisión, el derecho mas no la obligación de **comprar** directamente al emisor un título, un grupo o una canasta de títulos, a un determinado precio (precio de ejercicio) y durante un periodo o una fecha establecidos al realizarse la emisión.

Típicamente el precio de ejercicio del warrant excede el precio de mercado de el activo subyacente involucrado en el momento de la emisión del warrant.

### 3.8.2 Características generales

Los warrants son una variedad de las Opciones, por lo tanto, tienen características similares a las Opciones. Se presentan algunas de ellas a continuación:

- Son productos financieros de tipo Europeo y Americano (en México se manejan ambos tipos).
- Existen 2 tipos de warrants: tipo *call* y *put*.
- El precio del warrant en el mercado se integra por el valor intrínseco[7] y el

[7] El valor intrínseco es la diferencia a favor del tenedor entre el precio de ejercicio y el precio corriente del activo subyacente. En el caso de los Títulos Opcionales de compra, existe valor intrínseco cuando el precio en el mercado al contado es superior al precio de ejercicio; por otro lado, para los Títulos Opcionales de venta, existe valor intrínseco cuando el precio en el mercado al contado es inferior al precio de ejercicio.

valor del tiempo.

- Pueden ser liquidados en efectivo o en especie

### 3.8.3 Opciones vs. Warrants

Las Opciones y los warrants son instrumentos muy similares, por lo tanto el funcionamiento es similar así como los métodos de evaluación, pero existen factores que los hacen diferentes:

a) Las *Opciones* generalmente tienen un plazo de vigencia de hasta un año, la mayor parte de las Opciones negociadas en las Bolsas de Opciones tienen un plazo de vigencia máximo de 9 meses. A las Opciones que tienen un plazo mayor a un año se les conoce con el nombre de *warrants* y son generalmente negociados fuera de un organismo que se especialice en la transacción de los mismos. Sin embargo, algunos *warrants* son listados en algunas Bolsas de Valores extranjeras, pero generalmente no en Bolsas de Opciones reconocidas.

b) Un *warrant* se diferencia de una opción de compra en que éste último es emitido por el mercado, por inversionistas, mientras que el primero lo emite una compañía, generalmente la misma que emite las acciones que sirven como referencia. En el caso mexicano, los *warrants* son emitidos por casas de bolsa en general, por instituciones financieras y empresas listadas en la Bolsa. Las emisiones de *warrants* deben de ser formalizadas mediante un acta levantada ante notario o corredor público e inscribirlas en el Registro Nacional de Valores, antes de su colocación en el mercado. Por lo tanto el hecho de que no sean emitidos por la misma empresa emisora del activo subyacente, hace que puedan existir *warrants* de venta, cuando en general, en los mercados de valores no existe uno de este tipo cuando la empresa emisora es la misma. Por lo tanto en México existen *warrants* de compra y de venta y su tratamiento teórico es exactamente el mismo que para las opciones de compra y venta.

Entonces la definición para los *Títulos Opcionales o Warrants* para el caso mexicano sería la siguiente:

Un *Título Opcional o Warrant* es aquel instrumento que otorga al tenedor el derecho, pero no la obligación, de comprar (o vender) otro título o canasta de títulos, a un precio establecido con anticipación y durante un periodo determinado.

Igualmente que las Opciones, los Títulos Opcionales o *Warrants* tienen dos tipos:

a) Título Opcional de compra (Warrant) el cual otorga a su tenedor el derecho de:

1. Adquirir del emisor las acciones o canasta de referencia.
2. Recibir del emisor la suma de dinero que resulte de la diferencia positiva determinada en la fecha de ejercicio, entre el precio del activo o acción de referencia en el mercado al contado o de las acciones de la canasta de referencia y el precio de ejercicio.
3. Recibir del emisor la suma de dinero que resulte de la diferencia positiva determinada en la fecha de ejercicio, entre el valor de mercado del índice expresado en términos monetarios, en el caso en que se manejen índices bursátiles como referencia, y el precio de ejercicio.

b) Título Opcional de venta (Warrant) el cual otorga a su tenedor el derecho de:

1. Vender al emisor las acciones o canasta de referencia.

2. Recibir del emisor la suma de dinero que resulte de la diferencia positiva determinada en la fecha de ejercicio, entre el precio de ejercicio y el precio corriente en el mercado al contado de la acción de referencia o de la canasta de referencia.
3. Recibir del emisor la suma de dinero que resulta de la diferencia positiva determinada en la fecha de ejercicio, entre el precio de ejercicio y el valor de mercado del índice de referencia expresado en términos monetarios.

Los Warrants pueden especificar una relación de conversión de uno a uno. Es decir, su tenedor podría comprar tantas acciones como warrants posea. Sin embargo, no es poco frecuente el que la relación de conversión sea diferente de uno a uno, lo cual podría involucrar "fracciones" de acciones. Una emisión deberá especificar:

- La relación de conversión
- El precio al cual se deberá ejercer la acción.

## 3.9 OPCIONES COMPUESTAS

A consecuencia de los altos niveles de volatilidad y la posibilidad de un "escenario inesperado" en las Bolsas de Valores y la necesidad de la captación de inversionistas sensibles a cualquier cambio que pueda presentar la Bolsa, se han creado nuevos productos como lo son las *Opciones compuestas*.

Las *Opciones compuestas* proporcionan al tenedor el derecho, mas no la obligación, de vender o comprar una segunda opción a un precio predeterminado, dentro de un periodo de tiempo específico. Se encuentran generalmente estructuradas como Opciones a plazo más corto (por ejemplo, a tres meses), sobre Opciones a plazo más largo (i.e., a 12 meses) y pueden ser de cuatro clases principales: compra sobre compra, compra sobre venta, venta sobre compra, o venta sobre venta.

La estructura de costos de la opción compuesta es la siguiente: El inversionista paga una prima inicial que le da derecho a comprar la segunda opción, si así lo desea, a un precio determinado en el momento de la compra de la *opción compuesta*. Durante el periodo de duración de la primera opción, el tenedor tiene el derecho de ejercerla, venderla de nuevo al suscriptor, refinanciar la posición o dejarla expirar sin contraer costos adicionales.

La *opción compuesta* proporciona una ventana de oportunidad, durante la cual el inversionista puede escoger readaptar su posición.

Las principales preocupaciones de un administrador de inversiones al utilizar este tipo de producto son: la incertidumbre de los eventos venideros, las consideraciones de costo, el efecto del deterioro de la opción a través del tiempo y la sensibilidad delta. El deterioro a través del tiempo, por ejemplo, es mucho menor para la opción a largo plazo y para la opción compuesta que para la opción a corto plazo, mientras que el costo de una *opción compuesta* puede ser mucho más bajo que el de una opción a largo (*warrant*) o a corto plazo.

Es posible que el inversionista considere la *opción compuesta* como una alternativa barata, aunque con una sensibilidad (delta) más baja que una opción estándar.

Si el precio al contado se mueve en dirección favorable dentro del intervalo de tiempo previsto, es posible que el inversionista se beneficie de la inversión de bajo costo, antes de que el valor a través del tiempo sufra una severa disminución. Adicionalmente, como la *opción compuesta* se mueve por encima del precio, la baja delta inicial converge al nivel de la segunda opción.

En caso de que el inversionista aplique el principio de extracción de liquidez (compre un gran número de Opciones compuestas por la misma cantidad de dinero que podría haber invertido en Opciones estándar), y el precio al contado se mueva en la dirección prevista durante un periodo específico, la opción compuesta podrá ofrecer atractivos rendimientos.

## 3.10 OPCIONES SOBRE TASAS DE INTERÉS

Cuando las opciones sobre tasas de interés son usadas para controlar el riesgo sobre tasas de interés flotantes, se les llama *caps* y *floors,* porque crean un límite máximo en la tasa de interés el cual será pagado en el futuro, o un límite mínimo en la tasa de interés que será recibida. Un *cap* es realmente una opción *call* sobre una tasa de interés y un *floor* es realmente una opción *put.*

### 3.10.1 *CAP*

Se trata de la adquisición de un derecho de tal modo que el comprador de una opción *CAP* adquiere el derecho a que el vendedor le abone la diferencia, si ésta es positiva, entre el tipo de interés de referencia vigente en el mercado en determinadas fechas futuras y el tipo de interés fijado en la opción, precio de ejercicio, mediante el pago de una prima y para un importe nominal teórico.

Para el comprador de una *CAP* su utilidad radica en que le permite cubrirse de posibles alzas en el tipo de interés, estableciendo un tope máximo para el costo de sus financiaciones, a la vez que deja abierta la posibilidad de beneficiarse de una bajada en el tipo de interés.

En el caso del vendedor de un *CAP,* éste se protege de posibles bajadas en el tipo de interés, asegurándose una rentabilidad mínima para sus inversiones. Sin embargo el vendedor de un *CAP* puede tener pérdidas ilimitadas si el tipo de interés sube.

### 3.10.1.1 Ventajas e inconvenientes

**a) Ventajas para el comprador**

- Fija el costo máximo de su financiación
- No se ve privado del beneficio derivado de una evolución a la baja de los tipos.
- Se trata de un producto *Over The Counter*[8] *(OTC)* por lo que se puede ajustar a las necesidades del cliente.

**b) Inconvenientes para el comprador**

- Requiere del pago de una prima en el momento de la contratación

[8] Mercados *Over The Counter (OTC):* Mercados libres que no están oficialmente regulados ni poseen una ubicación física concreta, y donde se negocian valores financieros directamente entre sus participantes. La negociación se realiza normalmente por teléfono o por internet. El principal mercado no oficial de acciones en el mundo es el *Nacional Association of Security Dealers Automated Quotation, NASDAQ,* EN Estados Unidos. En estos mercados, aun cuando pueden existir acuerdos de procedimientos, no existe un órgano de compensación y liquidación que intermedie entre las partes y garantice el cumplimiento de las obligaciones convenidas por las mismas.

- Al ser un producto *OTC,* el *CAP* es un producto con menor liquidez de la que se encuentra en un mercado organizado.

La cancelación del contrato se realiza de dos formas:

1. Liquidando la posición con el intermediario financiero.
2. Tomando una posición de sentido contrario.

**Ejemplo:**

Supongamos el caso de una empresa que tiene que financiar su pasivo a corto plazo de una forma más o menos permanente. El director financiero no cree que las tasas de interés vayan a subir, pero no se siente cómodo arriesgándose a una fuerte subida de las tasas, ya que esta circunstancia dañaría significativamente su cuenta de resultados.

Considérese un principal de $8 millones con un *CAP* de 10%. La tasa de interés varía cada 3 meses y los pagos se realizan también trimestralmente. Suponga que en algún trimestre la tasa de referencia (LIBOR) sea 12%.

Con una tasa anual del 10%, la tasa trimestral será de 2.50%, y el pago trimestral será:

$$(\$8{,}000{,}000)(0.025) = \$200{,}000$$

En cambio, debido a que la nueva tasa de interés es del 12%, el pago real basado en la tasa de interés trimestral del mercado será:

$$(\$8{,}000{,}000)(0.025) = 240{,}000$$

Si el director financiero hubiera comprado un *CAP* a 10% sobre los $8 millones, la institución financiera que le vendió el *CAP* le habría pagado la diferencia entre estos montos, \$40,000. Efectivamente esto establece una tasa máxima de 10% anual.

De manera más general se define:

$P$ = Principal

$R_C$ = Tasa de interés del *CAP*

$R$ = Nueva tasa de interés (determinada por alguna tasa de interés de referencia, como la tasa LIBOR)

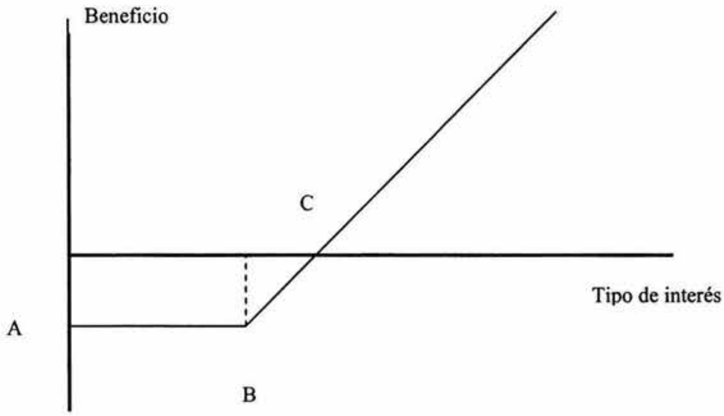
$d$ = Días hasta el próximo cambio en la tasa de interés (o su publicación)

Entonces los pagos de un *CAP* en cada uno de los días de publicación de la tasa de interés de referencia son como sigue:

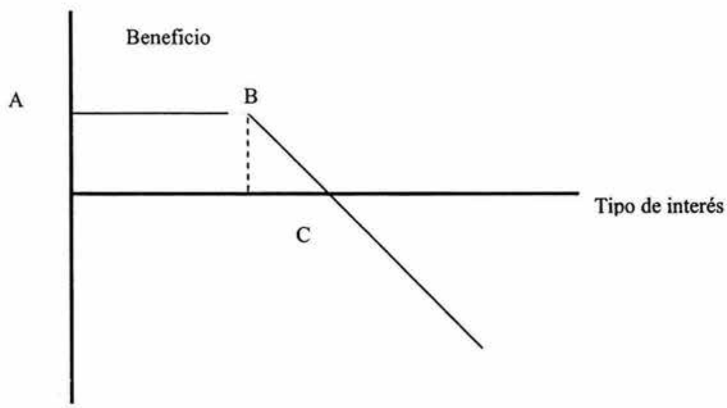
$$\begin{array}{ll} 0 & \text{si } R < R_C \\ (P)(R - R_C)\dfrac{d}{360} & \text{si } R > R_C \end{array} \qquad (3.15)$$

En el ejemplo anterior el pago es (\$8,000,000)(0.12 – 0.10)(90/360) = \$40,000, ya que 12% > 10%.

### Perfil de riesgos para un comprador de una *CAP* de tipos de interés




### Perfil de riesgos para un vendedor de una *CAP* de tipos de interés




Donde:

A = Prima satisfecha
B = Tipo de interés a partir del cual la opción entra en funcionamiento
C = Tipo de interés a partir del cual se compensa la prima pagada y entra en beneficio.

### 3.10.2 FLOOR

Un *FLOOR* es una *put* sobre una tasa de interés. Los *FLOORS* representan un seguro para la institución que se dedica a otorgar préstamos la cual nunca va a recibir menos de la tasa de interés fijada en el *FLOOR* en un crédito a tasa variable que haya otorgado. Si la tasa de referencia se ubica por encima de la tasa de ejercicio, la *put* expira sin valor. Si la tasa de interés del mercado (por ejemplo LIBOR a tres meses) se ubica por debajo de la tasa de ejercicio, la *put* le paga a la institución. Los prestatarios (las personas que piden prestado) venden contratos *FLOOR* a los prestamistas, y los prestatarios deben hacer pagos a la institución otorgadora del crédito si las tasas de interés disminuyen por debajo de la tasa estipulada en el contrato *FLOOR*.

Definamos lo siguiente:

$P$ = Principal

$R_F$ = Tasa de interés del *FLOOR*

$R$ = Nueva tasa de interés (determinada por alguna tasa de interés de referencia, como la tasa LIBOR)

$d$ = Días hasta el próximo cambio en la tasa de interés (o su publicación)

Por lo tanto los pagos de un contrato *FLOOR* están dados por:

$$\begin{array}{ll} 0 & \text{si } R \geq R_F \\ (P)(R_F - R)\dfrac{d}{360} & \text{si } R < R_F \end{array} \tag{3.16}$$

Para evaluar un *CAP* o un *FLOOR* se utiliza el modelo de Black[9] (1976) que es el

[9] *Derivatives: Valuation and Risk Management*, David A. Dubofsky y Thomas W. Miller, Jr.. Oxford, página 592.

más común, aunque existen modelos más complejos: Heath, Jarrow y Morton (1992).

#### 3.10.2.1 Ventajas e inconvenientes

**a) Ventajas para el comprador**

1. Fija el rendimiento mínimo de su inversión
2. No se ve privado del beneficio derivado de una evolución al alza en el tipo de interés
3. Al ser un producto *OTC (Over The Counter),* el *FLOOR* se adecua perfectamente a las necesidades del cliente en cuanto a importes, plazos, tasa de ejercicio, etc.

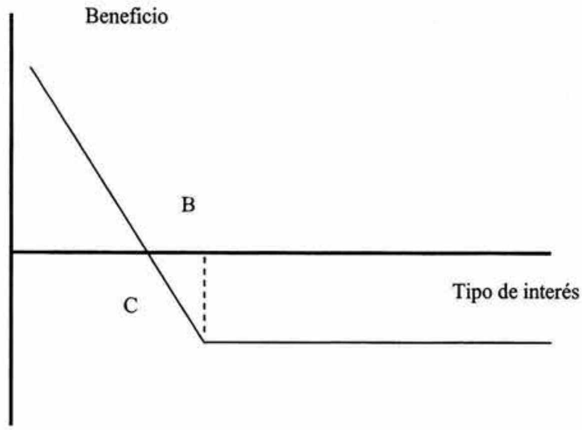
**b) Inconvenientes para el comprador**

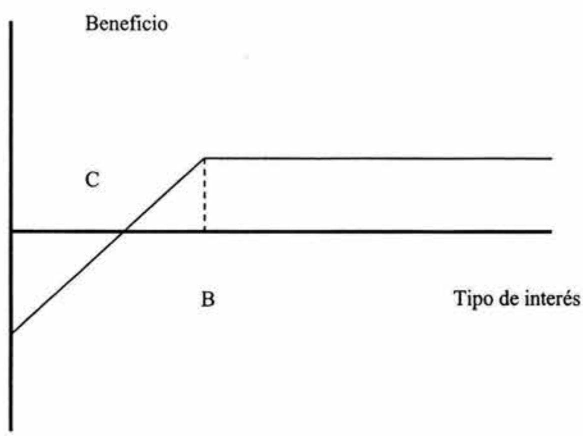
1. Requiere el pago de una prima en el momento de la contratación
2. Al ser un producto *OTC,* el *FLOOR* es un producto con menor liquidez de la que se encuentra en un mercado organizado.

## 3.11 OTRO TIPO DE OPCIONES

Existen diversos tipos de opciones como por ejemplo las *opciones sobre divisas, opciones exóticas*, los llamados *swaptios,* etc. Los ingenieros financieros están generando una gama interminable de opciones que ayuden a administrar el riesgo. Existen libros en donde se puede encontrar información más amplia acerca de otros tipos de opciones, su funcionamiento y forma de valuación.

**Perfil de riesgo para el comprador de un *FLOOR***




Donde:

B = Tipo de interés de ejercicio

C = Tipo de interés a partir del cual se entra en beneficios ya que se compensa el costo de la prima

### 3.11.1 La aparición de Opciones no tradicionales: Las llamadas Opciones Exóticas

Las opciones exóticas son todas aquellas opciones no tradicionales, es decir, aquellas que tienen funciones de pagos más complejas que las opciones europeas y americanas estándar. La mayoría de las opciones exóticas se negocian fuera de los mercados financieros establecidos (en mercados OTC[10]) y son diseñadas por instituciones financieras para satisfacer los requerimientos de sus clientes. La ventaja de estas opciones es que suelen ser más baratas que aquellas que se negocian en bolsa. Entre las opciones exóticas más conocidas se cuentan los paquetes, las opciones digitales o binarias, las opciones cuyo precio depende de la trayectoria del precio del activo subyacente – *lookback, asiáticas, barrera.*

Los **paquetes** son portafolios compuestos por *calls* estándar, *puts* europeas estándar, contratos *forward,* dinero y activo subyacente. Ejemplos de estos son los *spreads bull, bear y butterfly* y los *straddles*. Las **opciones binarias o digitales**, en tanto, son opciones con funciones de pago discontinuas. Un tipo de opción digital es la **opción pulso**. Una ***put pulso*** europea, por ejemplo, paga al momento de vencimiento un monto *$D* si $S(t) \leq X$ – donde $X$ es el precio de ejercicio de la opción, $S$ es el precio del activo subyacente y $t$ es la fecha de vencimiento de la opción y $0 si $S(t) \geq X$.

Las opciones *lookback* son aquellas cuyo valor depende de la localización máxima o mínima alcanzada por el activo subyacente durante la vida de la opción. Las *opciones asiáticas*, por su parte, son aquellas cuyo valor depende del precio

[10] Siglas en inglés de "Over the Counter"

promedio del activo subyacente observado durante la vida de la opción o parte de ella. Las *opciones barrera,* en tanto, son aquellas cuyo valor depende de si el precio del activo subyacente alcanza un cierto nivel durante un periodo de tiempo dado.

En muchas oportunidades no es posible obtener fórmulas analíticas para la valoración de opciones. Un claro ejemplo lo constituyen las opciones americanas. Si bien Roll (1977), Geske (1979) y Whaley (1981) encontraron una fórmula analítica para el precio de una *call* americana en una acción que paga dividendos y que sigue un proceso lognormal, se ha demostrado que ello no es posible para el precio de una *put* americana. Por otra parte, en el caso de algunas opciones exóticas, es posible obtener soluciones analíticas sólo bajo los supuestos del modelo Black-Scholes.

Debido a estas dificultades, se han desarrollado métodos numéricos para valorar opciones. Uno de los más simples y populares es el método del árbol binomial (ver capítulo 2). Éste es particularmente útil para valorar opciones americanas en activos que pagan dividendos y opciones cuyo precio depende de la trayectoria del precio del activo subyacente – por ejemplo, asiáticas *lookback* y barrera. Sin embargo, a fin de obtener una buena aproximación del precio de la opción, es necesario construir un árbol con muchos nodos. Ello puede ser, en ciertos casos, computacionalmente imposible o extremadamente lento. Métodos alternativos son las simulaciones de Monte Carlo y los métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales, tales como el de diferencias finitas y el de Crack-Nicholson.

Podemos encontrar también las opciones ***Chooser options*** que son también conocidas como "como usted guste" o "opciones para los indecisos" (Rubinstein, 1991). Esto es porque al comprar, la opción no es ni una *call* ni una *put*. El comprador de una ***Chooser option*** tiene el derecho, en un tiempo específico, de "escoger" si la opción expira como una *call* ordinaria o como una *put* ordinaria.

# OTRAS APLICACIONES DE LA TEORIA DE OPCIONES

## 3.12 MODELOS DE OPCIONES APLICADOS AL SEGURO

### 3.12.1 Aplicación a una empresa aseguradora

Considerando un ejemplo teórico de una compañía aseguradora, se sabe que el valor del capital de la empresa $V_e$ como el de cualquier otra, es igual al valor de sus activos $A$, menos el valor de sus obligaciones, $L$. En el supuesto de que al final del periodo la compañía se liquida, los accionistas recibirían la diferencia entre los activos y las obligaciones si los activos son mayores que las obligaciones o nada si los activos fueran menores que las obligaciones. Esta relación puede ser expresada mediante la siguiente ecuación:

$$V_e = \max[A - L, 0] \qquad (3.17)$$

Este valor al final del periodo es lo mismo que la liquidación de una opción Europea de compra, donde el valor de los activos es el valor del subyacente $A$ y el valor de las obligaciones es el precio de ejercicio $L$. Por tanto los acreedores recibirán el valor de sus siniestros, $L$, si el valor de los activos supera las obligaciones, o el valor de los activos $A$ si los activos de la compañía son menores que las obligaciones al final del periodo. El valor al final del periodo de los siniestros pendientes $V_L$, puede escribirse de la siguiente forma:

$$V_L = \min[L, A] \tag{3.18}$$

Los acreedores tienen suscrita la venta de una opción de venta que cuyo valor máximo es el valor de sus siniestros, L, si el valor de los activos, A, es mayor o igual a L, y cuyo valor mínimo es 0 si los activos carecen de valor al final del periodo.

### 3.12.2 Aplicación a un contrato de seguros

Un contrato de seguros es otro ejemplo de activo financiero que tiene las características de una opción. Supongamos que una compañía de seguros suscribe en un único periodo pólizas con una prima $\boldsymbol{P}$ con una franquicia[11] de cuantía $\boldsymbol{B}$, y tiene una siniestralidad desconocida pero que se estima en una cuantía $\boldsymbol{L}$. Ignorando el valor del dinero en el tiempo para simplificar, el valor de la póliza al final del periodo asegurado ($\boldsymbol{V_p}$) se podría escribir:

$$V_p = mín[P, P-(L-B)] = mín[P, P-L+B] \tag{3.19}$$

En este escenario el asegurador obtendrá la prima neta si no existe siniestralidad o si la siniestralidad no excede a la franquicia. En el caso de que la siniestralidad supere a la franquicia, el ingreso del asegurador se reduciría por la diferencia entre la siniestralidad y la franquicia.

[11] Importe mínimo de pérdida que ha de alcanzarse para que el asegurador pague una indemnización y, superado ese mínimo, el asegurador habrá de cubrir el siniestro.

La ecuación 5.3 es muy similar a la liquidación de una opción de compra Europea (la compañía aseguradora es la vendedora de la *call*). El asegurador, en efecto, ha vendido una opción de compra Europea con precio de ejercicio la franquicia. En este caso, el asegurado es comprador o propietario de una opción de compra Europea. El valor del siniestro asegurado $\boldsymbol{V_h}$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$V_h = \max[L - B - P, -P] \tag{3.20}$$

Esto puede ser utilizado para determinar el rendimiento de equilibrio en la valoración del seguro empleando la estructura de la valoración de opciones.

### 3.12.3 Aplicación de los modelos de valoración de opciones a la valoración del seguro

La teoría de la valoración de opciones ha sido aplicada por diversos autores para la valoración del seguro, los más destacados han sido Smith (1977), Schwartz (1979), Doherty y Garven (1986), Cummis (1990). En el trabajo desarrollado por Doherty y Garven emplean tiempo discreto para la valoración, mientras que Cummnis el tiempo continuo y la fórmula de valoración de Black-Scholes. Ambos mantienen la aleatoriedad tanto de los activos $\boldsymbol{A}$, como de las obligaciones, cuyo valor constituye el precio de ejercicio $\boldsymbol{L}$. A continuación se utilizará el modelo para tiempo discreto.

En el modelo desarrollado por Doherty y Garven supone un único periodo asegurado con un capital inicial $\boldsymbol{S_0}$ y primas netas de gastos $\boldsymbol{P_0}$. El modelo tiene por objetivo encontrar la prima que proporcione al asegurador una adecuada tasa de rendimiento del capital. Esto se puede obtener descontando el valor de mercado esperado al final del periodo e igualándolo con la cuantía al comienzo del periodo.

La suma del capital inicial y las primas representa el flujo de caja inicial del asegurador o la cartera inicial de activos $Y_0$. Esto es:

$$Y_0 = S_0 + P_0 \tag{3.21}$$

El asegurador puede inicialmente invertir esta cartera de activos a la tasa de interés $r$. El capital se puede invertir durante un periodo completo mientras que las primas solo se pueden invertir durante una parte del periodo ya que existe un lapso de tiempo desde que se reciben las primas hasta el pago de los siniestros. El tiempo que media entre el momento que se reciben las primas y el pago de los siniestros se llama *coeficiente generador de fondos* y se denota por $k$. Al final del periodo el asegurador dispone de una cartera formada por la cartera inicial $Y_0$ más los ingresos generados de la inversión de dicha cartera al tipo de interés $r$ que se puede expresar de la siguiente manera:

$$Y_1 = S_0 + P_0 + r(S_0 + kP_0) \tag{3.22}$$

Al final del periodo el asegurador dispone de un capital con valor $Y_1$ con los que deberá pagar los siniestros acaecidos. Los pagos que debe realizar el asegurador incluyen además de la siniestralidad, los impuestos que deberán pagarse.

La cuantía $Y_1$ debería de ser suficiente para pagar la cuantía de la siniestralidad $L$. Si al final del periodo el valor de los activos del asegurador es mayor o igual a $L$, los asegurados reciben la cuantía $L$. Si los activos del asegurador no cubren la siniestralidad, los asegurados reciben la cuantía $Y_1$. Al final del periodo el capital suficiente para cubrir los siniestros asegurados se representa por $H_1$ y se representa de la siguiente forma:

$$H_1 = \max\{mín[L, Y_1], 0\} \tag{3.22}$$

Lo anterior equivale a la liquidación al vencimiento para el comprador de una opción de compra Europea con precio de ejercicio ***L***.

Otro caso similar a una opción de compra es el pago de los impuestos. Si el asegurador tiene ingresos positivos, el gobierno recibe lo correspondiente sobre las utilidades del asegurador. Por otro lado, si no existen beneficios los ingresos para el gobierno por concepto de impuestos son cero. Se puede expresar el valor de los impuestos al final del periodo de la siguiente manera:

$$T_1 = \max\{i[w(Y_1 - Y_0) + P_0 - L], 0\} \tag{3.23}$$

donde:

$T_1$ = Valor de los impuestos al final del periodo.

$i$ = Tasa impositiva.

$w$ = La parte de los ingresos invertidos sujetos a gravamen.

$Y_1 - Y_0$ = Ingresos del asegurador provenientes de las inversiones.

El resultado después de pagar los siniestros y los impuestos revierte a los accionistas. Por lo tanto el valor del capital al final del periodo se expresa de la siguiente manera:

$$V_e = Y_1 - H_1 - T_1 \tag{3.24}$$

donde:

$V_e$ = Capital neto al final del periodo.

$Y_1$ = Capital inicial más intereses resultado de la inversión.

$H_1$ = Capital para cubrir los siniestros asegurados.

$T_1$ = Valor de los impuestos al final del periodo.

Sin embargo, los valores al final del periodo de la ecuación (3.24) no son conocidos en términos de certeza al inicio del mismo. El valor actual esperado del capital deberá ser estimado para poder comenzar con el proceso de obtención de la prima que permita obtener una rentabilidad adecuada sobre el capital.

De acuerdo al modelo desarrollado por Doherty y Garven, se puede expresar el valor actual de los siniestros asegurados y de los impuestos a pagar como sigue:

$$H_0 = V(Y_1) - C[Y_0; E(L)] \tag{3.25}$$

$$T_0 = iC[w(Y_1 - Y_0) + P_0; E(L)] \tag{3.26}$$

donde:

$H_0$ = Valor actual de los siniestros asegurados

$V(Y_1)$ = Valor de mercado de la cartera de activos del asegurador

$C[A\ ;\ B]$ = Valor actual de una opción de compra europea con precio de ejercicio $B$ suscrita sobre un activo con un valor $A$.

$E(L)$ = Siniestralidad esperada y gastos inherentes a la misma durante el periodo.

$T_0$ = Impuestos a pagar.

$i$ = Tasa impositiva.

$w$ = parte de los ingresos invertidos sujetos a gravamen.

$Y_1 - Y_0$ = Ingresos del asegurador provenientes de las inversiones.

$P_0$ = Primas netas.

Y el valor del capital del asegurador se encuentra dado por:

$$V_e = V(Y_1) - H_0 - T_0 = C[Y_0; E(L) - iC[w(Y_1 - Y_0) + P_0; E(L)]] \quad (3.27)$$

**Ejemplo:**

Suponga que un asegurador se encuentra en la siguiente situación (todas las cantidades se encuentran en millones de pesos):

| | | |
|---|---|---|
| **Capital inicial** | $S_0$ | 100 |
| **Primas suscritas** | | 200 |
| **Gastos** | | 40 |
| **Primas netas** | $P_0$ | 160 |
| **Siniestralidad esperada** | $E(L)$ | 150 |
| **Volatilidad del rendimiento de las inversiones** | $\sigma$ | 0.5 |
| **Desviación típica de la siniestralidad** | $\sigma$ | 0.0 |
| **Interés libre de riesgo** | $r$ | 4% |
| **Coeficiente generador de fondos** | $k$ | 1 |

Suponiendo que inicialmente no hay impuestos, el valor de la empresa aseguradora está basado en la ecuación (3.27) y en el modelo de valuación de opciones de Black-Scholes:

$$C[Y_0;E(L)] = C[100+200-40;150] = C[260;150]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{260}{150}\right) + 1\left(0.04 + \frac{(0.5)^2}{2}\right)}{0.5\sqrt{1}} = 1.43$$

$$d_2 = 1.43 - 0.5\sqrt{1} = 0.93$$

Por lo tanto :

$$C = 260N(1.43) - 150e^{-0.04(1)}N(0.93) = 260(0.9236) - 150(0.9608)(0.8238) = 121.41$$

De acuerdo a lo anterior el valor del capital de este asegurador basado en la metodología de la valoración de opciones es de 121.41 millones de pesos omitiendo impuestos.

Contablemente, en un estado de resultados, se tendría que adicionar al capital inicial de 100 millones, las primas suscritas de 200 millones y se le restarían los gastos incurridos de 40 millones y la siniestralidad de 150. En este caso se obtienen 10 millones de beneficio, con lo cual el capital después de pagar gastos y siniestros serán de 110 millones.

Como se puede apreciar, el valor obtenido a través del modelo de valuación de opciones es mayor ya que este modelo considera la probabilidad de insolvencia. De acuerdo con lo establecido en el capítulo 2 el elemento *N(d)* es un elemento probabilístico, de tal manera que si es igual a uno existe la certeza absoluta de que el capital final del asegurador será igual al flujo de capital inicial menos el valor presente de la siniestralidad al 100%.

Ahora se calculará el pago de los impuestos. Suponga que todo el ingreso por inversiones se puede calcular a efectos de impuestos. El asegurador tiene una tasa impositiva del 35%. Al final del periodo la cartera de activos invertidos será:

$$Y_1 = 100 + 160 + 0.04(100 + 1(160)) = 270.4$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} T_0 &= iC[(Y_1 - Y_0) + P_0; E(L)] \\ &= 0.35C[(270.4 - (100 + 160)) + 160;150] = 0.35C[170.4;150] \end{aligned}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{170.4}{150}\right) + 1\left(0.04 + {(0.5)^2}/{2}\right)}{0.5\sqrt{1}} = 0.5850$$

$$d_2 = 0.5850 - 0.5\sqrt{1} = 0.0850$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} C &= 170.4N(0.585) - 150e^{-0.04(1)}N(0.085) \\ &= 170.4(0.7207) - 150(0.9608)(0.5339) \\ &= 122.8 - 76.95 = 45.86 \end{aligned}$$

Entonces:

$$T_0 = 0.35(45.86) = 16.051$$

Los impuestos son asimétricos ya que existe una tributación sobre cualquier plusvalía o ganancia, pero no habrá impuestos si hay pérdidas. En realidad el tratamiento de los impuestos es mucho más complejo de lo que propone este modelo.

Finalmente se puede obtener el valor final de la compañía deduciendo los impuestos obtenidos con anterioridad:

$$\begin{aligned} V_e &= V(Y_1) - H_0 - T_0 \\ &= C[Y_0; E(L)] - iC[w(Y_1 - Y_0) + P_0; E(L)] \\ &= 121.41 - 16.051 = 105.36 \end{aligned}$$

Esta firma tiene más valor que el inicial utilizando este modelo de valoración. En este ejemplo la siniestralidad esperada se supone cierta, o al menos se considera en términos de esperanza matemática.

Como se puede observar, este modelo no es apropiado para la mayoría de los problemas del seguro en el mundo real. Pero algunos negocios pueden satisfacer las hipótesis tan rígidas de este modelo, como puede ser el no pagar antes de la fecha de vencimiento fijada en la que todos los siniestros son pagados. Es sabido que los siniestros, en la medida de lo posible, se van pagando según van ocurriendo sin necesidad de esperar al final del periodo, y que existen otros siniestros que quedan pendientes de pago durante varios periodos debido, por ejemplo, a decisiones judiciales.

Un ejemplo de una situación donde el modelo es probablemente más apropiado sin muchas modificaciones, es el cálculo del fondo de garantía a pagar a los asegurados si la compañía quiebra.

## 3.13 INVERSIÓN EN OPCIONES REALES

Un experto en valoración de empresas decía lo siguiente: "calculado bien, el *valor presente neto* (*NPV*[12]) es la mejor metodología para valorar intangibles". Una nueva teoría financiera, la de las opciones reales, ha puesto en duda esta afirmación.

Una aplicación administrativa a la teoría de las opciones tiene que ver con la capacidad de los administradores de demorar el inicio de un proyecto o, una vez iniciado, expandirlo o cancelarlo. Si no se toman en cuenta las *opciones reales* se puede caer en la subestimación del valor presente neto por parte del analista que evalúa el proyecto.

Un claro ejemplo lo proporciona la industria cinematográfica en la valuación de proyectos de inversión, ya que es común que un estudio cinematográfico compre los derechos de un guión de una película y espere a decidir si y cuando la produce. Una vez iniciada la producción y en cada paso subsecuente el estudio cinematográfico se enfrenta a la decisión de continuar el proyecto o cancelarlo en base a gastos excesivos o cambio de gustos del público que asiste a las salas de cine. Por otro lado, otra opción muy importante de la administración del negocio del cine es la opción que tiene el productor de realizar secuelas. Si la primera parte resulta ser un éxito, entonces el estudio tiene el derecho de hacer secuelas con el mismo título y personajes. La opción de realizar estas secuelas puede ser una parte significativa del valor total del proyecto de una película.

[12] El valor presente neto (*NPV, por sus siglas en inglés*) es la diferencia entre el valor presente de todos los flujos positivos de efectivo futuros menos el valor presente de todos los flujos negativos de efectivo actuales y futuros. Acepte el proyecto si su *NPV* es positivo. Rechace un proyecto si su *NPV* es negativo.

Como se puede observar, existe una similitud fundamental entre las opciones de los proyectos de inversión y las opciones de compra de las acciones: en ambos casos quien toma las decisiones tiene el derecho pero no la obligación de comprar algo de valor en una fecha futura.

La utilidad de reconocer las similitudes entre las opciones de compra y las opciones gerenciales está dada por tres razones:

- Ayuda a estructurar el análisis de proyectos de inversión como una secuencia de decisiones gerenciales a lo largo del tiempo.
- Aclara el papel de la incertidumbre en la evaluación de proyectos.
- Ofrece un método para estimar el valor de opción de proyectos mediante la aplicación de modelos desarrollados para la valuación de opciones de compra de acciones.

Retomando el caso del estudio cinematográfico, suponga que el estudio desea llevar al cine una novela de un autor que la publicará en un año, pero el autor cobra $1 millón para otorgarle al estudio los derechos exclusivos. Por lo tanto el estudio tiene dos opciones:

1. Realizar la película con la novela, si ésta es un éxito;
2. No ejercer su derecho de convertirla en película si ésta es un fracaso comercial.

La decisión que ahora debe tomar el estudio es si debe pagar el precio de $1 millón que demanda el autor. Hasta ahora sabemos que cada una de las opciones tiene probabilidad 0.5.

El valor de las opciones gerenciales como un componente del valor total de un proyecto de inversión depende del tipo de proyecto, pero es difícil pensar en cualquier proyecto de inversión en donde la administración no tiene la posibilidad de variar sus planes una vez que se ha iniciado el proyecto. Sobre todo, es importante tomar en cuenta el valor de la opción cuando se consideran inversiones en investigación y desarrollo.

### 3.13.1 Aplicación de la fórmula de Black-Scholes para valuar opciones reales

Como ya se ha notado, es importante tomar en cuenta el valor de la opción en oportunidades de inversión. Una manera de medir este valor es aplicando la fórmula de Black-Scholes para la valuación de opciones financieras.

**Ejemplo:**

Suponga que una empresa llamada Rader Inc. Está considerando adquirir otra empresa llamada Target Inc. Supongamos que ambas empresas son financiadas al 100% con capital, es decir, que ninguna de las dos tiene saldo pendiente. Cada una de ellas tiene un millón de acciones ordinarias en circulación que pueden comprarse y venderse en el mercado. El valor actual de mercado de los activos de Target Inc. es de $100 millones de dólares. Supongamos que los directivos de ésta le ofrecen a Rader Inc. una opción para adquirir 100% de sus acciones a $106 millones dentro de un año. La tasa anual de interés libre de riesgo es de 6%.

Si la opción cuesta $6 millones, la cuestión a analizar es si vale la pena la inversión.

Los directivos de Rader Inc. se enfrentan a una decisión de presupuesto de capital[13]. El desembolso de los $6 millones que costará la opción de compra de los activos de Target Inc. dentro de un año.

Para determinar el valor de esta opción se puede utilizar el modelo Back-Scholes[14] para la valuación de opciones financieras:

$$C = SN(d_1) - X e^{-rt} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + t(r + \sigma^2/2)}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

donde:

*C* = Precio de la opción.

*S* = Precio de la acción

*X* = Precio de ejercicio

*t* = Plazo en años para el vencimiento de la opción

$\sigma$ = Desviación estándar de la tasa de rendimiento anualizada con capitalización continua sobre la acción.

*r* = Tasa de interés libre de riesgo.

*N( . )* = Distribución Normal.

En el ejemplo la tabla de valores es la siguiente:

[13] Plan mediante el cual una compañía decide la adquisición de plantas, maquinarias, laboratorios de investigación, salas de exhibición, bodegas y otros activos similares de larga duración, así como instalaciones para capacitar al personal que los operará.

[14] Para el caso de que el precio de ejercicio de la opción es igual al valor futuro de la compañía compuesto con una tasa de interés libre de riesgo existe una aproximación lineal a la fórmula de Black-Scholes: $C/S = 0.4\sigma\sqrt{t}$. Libro: "Finanzas", Zvi Bodie y Robert C. Merton; Prentice Hall Primera edición revisada 2003; pp 403 – 405.

| $S$ | $X$ | $r$ | $T$ | $\sigma$ | Resultado |
|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 106 | 0.05 | 1 | .2 | $C$ = $8 millones |

El valor de la opción es casi $8 millones, por tanto el valor presente neto de la oportunidad es de $2 millones (el valor de la opción menos su costo de $6 millones) lo cual indica que el proyecto vale la pena.

**Ejemplo:**

Otro ejemplo puede ser uno que no involucre una compra explícita de una opción de compra pero que contenga una opción gerencial.

La compañía Electro Utility tiene la oportunidad de invertir en un proyecto para construir una planta generadora de energía. En la primera fase requiere desembolsar una cantidad de $6 millones para construir las instalaciones que contendrán el equipo. En la segunda fase, que esta proyectada para dentro de un año, se debe comprar equipo que cuesta $106 millones. Desde la perspectiva actual el valor de la planta terminada dentro de un año es una variable aleatoria con una media de $112 millones y una desviación estándar de 0.2.

Haciendo un análisis convencional de esta oportunidad de inversión se nos presentan dos escenarios:

1. Invertir $6 millones hoy para hacer la construcción de la primera etapa y, posteriormente, si las condiciones del económicas y el propio análisis así lo permiten, invertir $106 millones para construir la planta dentro de un año.
2. Hacer la construcción de todo el proyecto cuyo costo a futuro, dentro de un año, será de $112 millones.

Si se verifica el valor presente de las dos alternativas obtenemos:

Para el escenario uno:

$$VP_1 = \$6\,\text{millones} + \frac{\$106\,\text{millones}}{(1+0.06)} = \$6\,\text{millones} + \$100\text{millones} = \$106\,\text{millones}$$

Para el escenario dos:

$$VP_2 = \frac{\$112\,\text{millones}}{(1+0.06)} = \$105.66\,\text{millones}$$

Por lo tanto, comprando los dos proyectos:

$$VP_2 < VP_1$$

Por la teoría financiera, tomando en cuenta el valor presente de los proyectos de inversión, se concluye que conviene invertir en el segundo proyecto.

El procedimiento utilizado pasa por alto el hecho importante de que el administrador tiene el derecho de abandonar el proyecto dentro de un año ya que se puede arriesgar a perder el valor total del mismo. Más claramente, desde la perspectiva del escenario uno, el administrador invertirá \$106 millones para la segunda etapa del proyecto *si sólo si* el valor de la planta resulta ser superior a \$106 millones[15].

Una manera de evaluar esta inversión teniendo en cuenta la flexibilidad de los directivos de continuar con el proyecto si las condiciones así lo permiten, es el hacer uso de la fórmula de Black-Scholes para la valuación de opciones.

Por un lado sabemos que el emprender la primera fase del proyecto tendría un costo de \$6 millones por lo que se puede interpretar como que la Compañía Electro Utility estaría pagando \$6 millones para "comprar una opción" que tiene

[15] Por simplicidad, se supone que el gasto inicial de \$6 millones se pierde completamente si la planta no se termina. Es decir, que su valor de rescate residual es cero.

vencimiento en un año con precio de ejercicio $106 millones y tiene por objetivo emprender la fase dos del proyecto. El valor presente del proyecto terminado es de $100 millones.

Por otro lado, si se hace uso de la fórmula para la valuación de opciones se obtiene que el valor de la opción es de $8 millones. Por consiguiente, es más barato invertir $6 millones iniciales y después de un año dar el capital restante del proyecto si las condiciones son favorables.

En conclusión se puede observar que con el uso de la teoría de valuación de opciones se considera la posibilidad de no continuar con el proyecto si las condiciones no son favorables minimizando así unas posibles pérdidas.

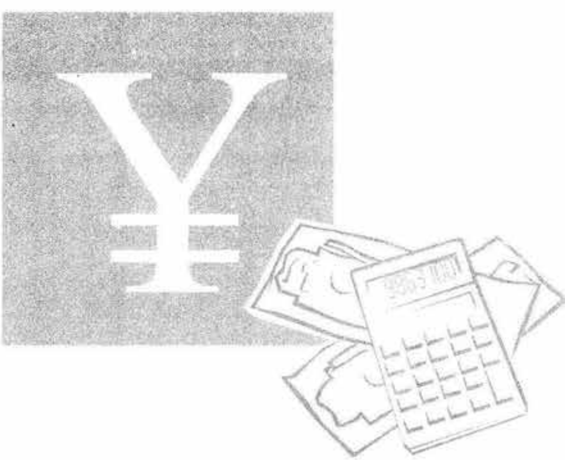
Es claro observar que entre más grande sea la volatilidad que tiene el proyecto, más atractivo lo hace.

Una de las empresas que ha utilizado este modelo de opciones reales es la empresa farmacéutica *Merck,* según su gerente de finanzas, Judy Lewent, en entrevista para la revista *Harvard Business Review, 1994.*

En conclusión, lo importante a destacar que el modelo de valuación de opciones se puede aplicar en otras áreas y que lo establecido hasta ahora puede ser la base para comenzar a adaptar el modelo a diversos problemas.

# 4


# COBERTURA DE CARTERAS CON FUTUROS, SEGURO DE CARTERAS CON OPCIONES Y COBERTURAS CON OPCIONES SOBRE FUTUROS



# *ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS CON FUTUROS EN CARTERAS DE RENTA VARIABLE*

## 4.1 INTRODUCCIÓN

En las estrategias para la cobertura de riesgo se pretende captar las posibles revalorizaciones de la cartera manteniendo el nivel mínimo de pérdidas posibles en un nivel dado. En los últimos años esta clase de estrategias ha cobrado mayor recurrencia.

Se entiende por riesgo la variabilidad en los resultados de una cartera y se mide por la desviación estándar de las rentabilidades. La variabilidad puede ser positiva o negativa, es decir, desviación positiva respecto a la media o negativa. Esta vez al hablar de riesgo, se hace referencia al riesgo de pérdidas; por lo tanto siempre se hace referencia a técnicas que limitan el riesgo de bajadas en la cartera.

Casi todas las técnicas de control de riesgo se basan en el uso de futuros y opciones y, más aún, en el uso de futuros y opciones sobre índices bursátiles. Por lo anterior, las técnicas que se presenten a continuación se basarán en el funcionamiento y uso de este tipo de futuros y opciones.

## 4.2 USO DE LOS FUTUROS PARA COBERTURA

La **cobertura de riesgo (hedging)**, consiste en limitar el riesgo de una cartera a un nivel dado previamente establecido.

Una de las herramientas de mucha utilidad en la gestión de carteras de gran tamaño la constituyen los futuros sobre índices. Para un inversionista pequeño no tiene tanto sentido a menos que quiera especular. Por ejemplo, ante una previsible baja en la Bolsa el mejor modo de cubrirse es vendiendo ahora; esto relativamente es sencillo en una cartera de pocos millones, pero tratándose de carteras constituidas por miles de millones no es tan sencillo, y en ocasiones, imposible. Sin embargo, se tiene un recurso: si se vende un número de futuros igual al valor de nuestra cartera es posible conseguir el mismo efecto que si se vendiera la cartera por completo, aunque se mantengan las acciones. El caso opuesto es igualmente aplicable: si se espera una subida fuerte en la Bolsa en los próximos meses y no se puede cambiar la estructura de la cartera, es posible comprar futuros sobre índices. Los futuros tienen la ventaja de que las comisiones son casi inexistentes a efectos prácticos y el costo de oportunidad es cero.

Se le conoce como ***short hedging*** a la cobertura de riesgo de descenso de valor en su cartera. Con este procedimiento se pueden limitar las pérdidas a un nivel dado, para éste propósito se venden futuros -en la misma cantidad que el valor de la cartera- a un precio dado. Como un ejemplo se puede citar una cartera de renta variable la cual está perfectamente correlacionada con el índice S&P500; si el índice cotiza a 300 y se prevé que va a bajar en los próximos meses y se desea cubrirse ante ese posible descenso, se vende un contrato de futuros (por ejemplo a 310), con lo que se asegura que la cartera no va a bajar de ese nivel. Si la Bolsa sube hasta 330 en lugar de bajar, se habrá dejado de ganar; pero el objetivo básico que era cubrirse ante el riesgo se habrá cumplido, pues la cartera necesariamente valdrá al cabo de los tres meses 310.

Se conoce como ***long hedging*** a la cobertura ante posibles subidas en la Bolsa, de modo que la cartera no pierda el ritmo de la subida. Por ejemplo, en el caso de que se tenga una cartera constituida en una alta proporción de renta fija y se cree que la Bolsa va a subir, sería interesante posesionarse de renta variable; pero es muy difícil de lograr por el costo importante que puede tener liquidar la parte de renta fija de la cartera si el volumen es importante. Si el S&P500 cotiza a 300 y se piensa que va a subir en los tres próximos meses, se compraría un futuro a 310, con la esperanza de que en 3 meses el índice se sitúe por encima de 310, y realizar una ganancia. Si por lo contrario, el índice se cotizara a menos de 310 no se alteraría para nada la estrategia. Lo que se pretende es cubrirse ante una posible subida, es decir, se asume que después de una cuidadosa valoración se piensa que al nivel actual de precios de la Bolsa es más rentable invertir al 100% en acciones, pero no se puede hacer de inmediato y se quiere asegurar que en el futuro el precio que se va a pagar no superará el precio establecido como objetivo.

## 4.3 MODELO DE LAS BETAS

### 4.3.1 Cobertura con Futuros sobre Índices Accionarios

Si se cuenta con datos históricos, un inversionista puede utilizar una regresión sobre cambios que, tanto el futuro como el valor del portafolio de inversión, han registrado mensualmente:

$$\Delta P = \alpha + \beta\, \Delta F \tag{4.1}$$

donde:

$\beta =$ beta del portafolio respecto al futuro;

$\Delta P =$ cambio en el valor del portafolio que se desea cubrir;

$\Delta F =$ cambio en valor de un futuro sobre un índice accionario.

Normalmente al usar la regresión se usan datos mensuales o semanales durante los últimos seis meses. Las razones de cambio en los valores tanto del portafolio como del futuro los obtenemos de la siguiente forma:

$$\Delta P(t) = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \qquad \Delta F = \frac{F_t - F_{t-1}}{F_{t-1}}$$

donde:

$P_t =$ Valor del portafolio en el periodo *t*.

$F_t$ = Valor del futuro en el periodo *t*.

De acuerdo a la teoría de carteras la beta de la regresión se obtiene de la siguiente manera:

$$\beta = \frac{\mathrm{Cov}\,(\Delta \mathrm{P}, \Delta \mathrm{F})}{\mathrm{Var}\,(\Delta \mathrm{F})} \tag{4.2}$$

donde:

Cov = covarianza;

Var = varianza.

El valor de la *beta* señala el porcentaje de cambio en el valor del portafolio a ser cubierto ante un cambio de uno por ciento en el valor del futuro. Una vez estimado el valor del coeficiente *beta*, éste es usado como la tasa de cobertura, la cual determina el número de contratos necesarios para cubrir un portafolio. Por lo tanto, se define a *N* como el número de contratos de futuros sobre índices necesarios para cubrir un portafolio accionario y, como ya se hizo con anterioridad, $P_t$ y $F_t$ como el valor de mercado del portafolio en *t* y el precio de mercado del futuro en *t*, respectivamente. De esta forma *N* se puede calcular de la siguiente forma:

$$N = \beta \frac{P_t}{F_t}$$

No todos los futuros sobre cualquier índice pueden ser igual de eficientes para cubrir un portafolio. Un indicador estadístico importante que nos señala que tan bueno puede ser un futuro sobre índices accionarios para cubrir el portafolio en cuestión es el estadístico $R^2$ de la regresión. A este estadístico se le conoce como ***coeficiente de determinación***. El coeficiente $R^2$ es el cuadrado del coeficiente de correlación de las dos variables en la regresión, y su rango de valores es $0 \leq R^2 \leq 1$ . $R^2$ mide el porcentaje de variabilidad de la variable dependiente *($\Delta P$)* que se encuentra en función de la variable independiente *($\Delta F$)*. Conforme el valor de éste se acerque a uno, mejor será el futuro en cuestión para cubrir el portafolio de inversión.

**Ejemplo:**

Suponga que par el día 25 de junio un inversionista observa que a precios de mercado el portafolio que mantiene en su poder es de $87,566,100.00 y que existe un futuro sobre el IPC con vencimiento en septiembre cuyo precio es de $107,650.00. El inversionista está interesado en cubrir su postura ante una posible caída en los precios de las acciones que componen el portafolio debido a una alta incertidumbre política que vive el país. El inversionista entonces obtiene datos históricos sobre el valor del futuro y de su portafolio, con ellos estima el valor de la *beta* y obtiene que ésta es de 0.75, entonces determina que para cubrir su portafolio necesita entrar en una posición corta *(short hedging)* sobre la siguiente cantidad de futuros.

$$N = 0.75(87{,}566{,}100/107{,}650) = 610.075 \approx 610 \text{ contratos}$$

De acuerdo a lo anterior, el inversionista entonces, debe entrar en una posición corta sobre 610 contratos de futuros. Evidentemente, conforme cambien los precios, sobre todo a favor del inversionista, éste debe ir recalculando el número de contratos que debe mantener en posición corta.

# SEGURO DE CARTERAS CON OPCIONES

## 4.5 CARACTERÍSTICAS

Los principios del **seguro de carteras con opciones** se basan en los mismos principios que la cobertura con futuros. La diferencia consiste en que en los futuros se cierra definitivamente la posición. Con las opciones se pueden limitar las pérdidas pero percibir las ganancias que la cartera pueda experimentar.

En la cobertura de los riesgos con opciones tenemos dos posibilidades:

a) Desaparecer el riesgo vendiendo la cartera. Por supuesto, esta decisión se toma cuando se está muy convencido de que los riesgos son más grandes que las ventajas que puede producir la cartera.

b) La segunda posibilidad es contratar un seguro, en este caso un seguro de pérdidas con opciones. Recordemos que en general los seguros son más caros en cuanto más amplias son sus coberturas. En el caso de las carteras el nivel de protección (o lo máximo que se está dispuesto a perder) lo marca el precio de ejercicio de la opción y el precio actual de la cartera.

Por supuesto, no es lo mismo asegurar una cartera muy especulativa que una cartera muy estable en cuanto a su valor y riesgo. Por otro lado, sabemos que en cuanto más largo sea el seguro, más caro será su costo.

Otra de las ventajas de las opciones como instrumento de cobertura, es que se pueden decidir varios límites de pérdidas; en los futuros, sin embargo, sólo se puede vender al precio actual de mercado.

## 4.6 SEGUROS DE CARTERA CON OPCIONES DE VENTA

### 4.6.1 Cobertura con *put* sobre índices

La cobertura con *put* sobre índices (protective *put* with index options) consiste en comprar una *put* sobre un índice bursátil correlacionado con la cartera de acciones (Figura 4-1).

La operativa es la misma que la cobertura con futuros, se tiene, primeramente, que ajustar el número de opciones necesarias con la beta de la cartera respecto al índice que se utilice. Si no se mantiene la opción hasta su vencimiento se tiene que calcular también la volatilidad de la opción respecto al índice.

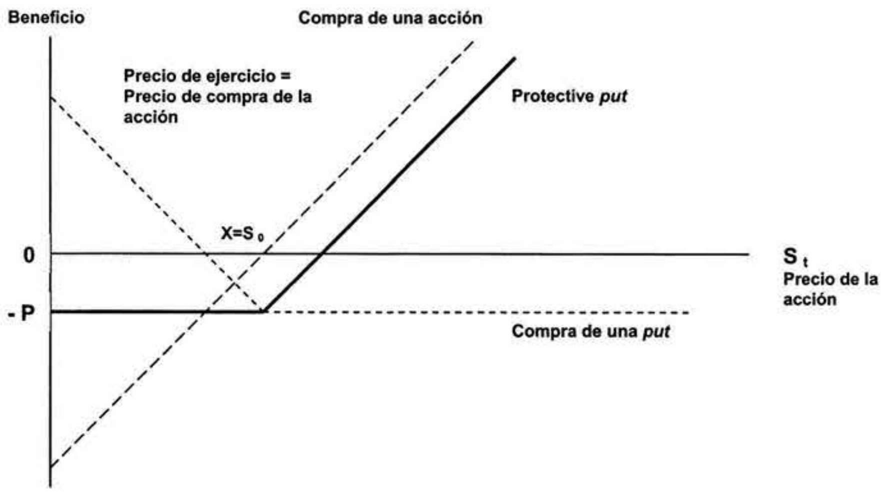



**Figura 4-1.** Protective *put*. Compra de *put* y de acciones (o índices)

Por ejemplo, si se tiene una cartera con valor de \$10 millones al 2 de febrero, con una beta de 1.1. Se quiere una cobertura con una opción sobre el S&P100[1]. El índice cerró a 324.49. Se elige la fecha de ejercicio de la opción en

[1] Índice S&P100 que esta compuesto por 100 acciones y cuyo multiplicador es \$100.

función del horizonte de cobertura (y en algunos casos en función del mejor precio de alguna de las opciones, si es que están minusvaloradas). Si se quiere que la cobertura sea completa, se comprará una *put* con precio de ejercicio a 325.

Número teórico ($N_T$) de *puts* necesarias:

$$N_T = \frac{\text{Valor de la cartera}}{\text{Valor en \$ del precio de ejercicio}} = \frac{\$10'000{,}000}{(325)(\$100)} = \frac{\$10'000{,}000}{\$32{,}500} = 307.7 \text{ opciones}$$

Ajuste por volatilidad: (307.7) (1.1) = 338.5 opciones. Por lo tanto se necesitarían 339 opciones de venta.

Si se piensa en no mantener las opciones hasta vencimiento se necesitaría multiplicar además por el inverso de la delta de la *put* a la fecha en que se piensa ejercer la opción. Se debe recordar que cuando la fecha de vencimiento está aún lejos, la *put* y su activo subyacente no se mueven igual, por lo que la cobertura no es perfecta. Este procedimiento es algo complicado, por lo que es recomendado mantener las *puts* hasta vencimiento y no hacer el ajuste por volatilidad de la *put* respecto a la volatilidad del índice.

La ventaja que aporta esta estrategia está en que se conoce con exactitud el costo del seguro. Además de que las *put* sobre índices tienen una gran liquidez y se pueden encontrar en el mercado con una gran diversidad de precios de ejercicio.

La desventaja más importante del uso de opciones para cobertura es el alto costo de la opción.

### 4.6.2 Cobertura con opciones de venta sobre acciones

Se pueden utilizar *puts* para la cobertura sobre cada una de las acciones que componen una cartera (protective *put* with stock options). La ventaja de este sistema es que la cobertura es perfecta, no se tiene que preocupar por ninguna correlación existente. Adicionalmente, se capturan todos los rendimientos positivos de cualquiera de las acciones sin estar expuestos a ninguno de los negativos, por lo que el rendimiento de la cartera es mucho mayor. Si se compra una opción de venta sobre cada una de las cuatro acciones que componen un portafolio de inversión; el resultado a vencimiento es el mostrado en el cuadro 4-1.

Se podrían haber comprado 4 opciones de venta sobre un índice compuesto por las cuatro acciones (se correlacionará perfectamente con la cartera) y con precio de ejercicio de $400. Al vencimiento el portafolio hubiera seguido valiendo $400, ya que el valor del índice (la suma de las 4 acciones) no ha cambiado y las *puts* valdrán cero. Sin embargo, comprando una opción de venta por cada acción, el portafolio pasa a valer $430. Esto porque con las opciones sobre acciones se captura el efecto positivo de cada una de las acciones que suben; y al mismo tiempo no se sufren pérdidas por los descensos. En el caso de las opciones sobre índice, las subidas y descensos de las acciones en la cartera se compensan entre sí.

| Acción | Precio actual | Precio de ejercicio | Cotización a vencimiento | Valor de la *put* | Valor total |
|---|---|---|---|---|---|
| **Acción 1** | 100 | 100 | 90 | 10 | 100 |
| **Acción 2** | 100 | 100 | 110 | 0 | 110 |
| **Acción 3** | 100 | 100 | 120 | 0 | 120 |
| **Acción 4** | 100 | 100 | 80 | 20 | 100 |
| | | | | | |
| **Cartera + 4 *put s/Ind.*** | 400 | | 400 | 0 | 400 |
| **Cartera + *put* s/acción** | 400 | | 400 | 30 | 430 |

**Tabla 4-1.**

Las desventajas de la cobertura con opciones sobre acciones es su costo más alto, puesto que supone una mayor cobertura, y además no existe oferta de opciones para todas las acciones y en mucho de los casos el mercado es muy estrecho. En la práctica no se utiliza este sistema para cubrir portafolios completos. Si se utiliza, sin embargo, para cubrir posiciones importantes de la cartera.

## 4.7 COBERTURA CON OPCIONES DE COMPRA

### 4.7.1 Cobertura con opciones de compra sobre índices

Se puede replicar el comportamiento de una *protective put* utilizando una *call* e instrumentos libres de riesgo como son las Letras del tesoro o los CETES en el caso mexicano. Se invierte el valor de la cartera en CETES y al mismo tiempo se compran opciones de compra por el valor de la cartera con precio de ejercicio igual al índice en el momento actual (en el dinero). Como se muestra a continuación en la figura 4-3 el perfil de beneficio es exactamente igual al del **protective put.**

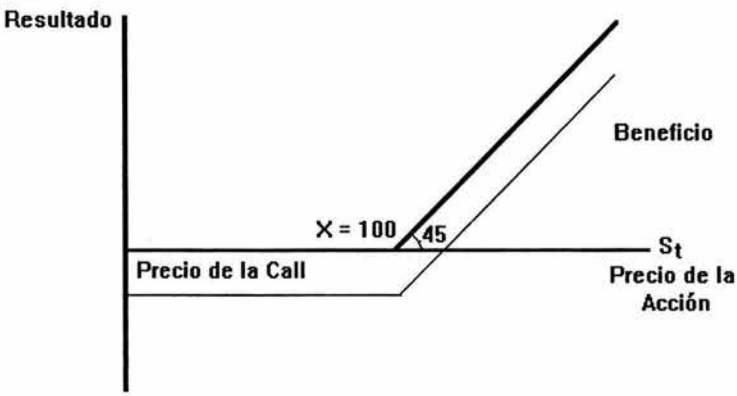



**Figura 4-3.** Perfil de compra de una *call* y Letras del Tesoro

Esta estrategia es útil cuando se está en posición de liquidez. No sirve para cubrir una cartera que previamente se posee. Si el mercado se encuentra en un momento de especial volatilidad o incertidumbre, la compra de *calls* puede permitir aprovechar las subidas del mercado sin estar expuesto a las bajadas, ya que se mantiene la cartera en liquidez (Letras del Tesoro o CETES). Por ejemplo, si se tiene una cartera con valor de $100 millones, se compran *calls* con valor de $100 millones. El monto invertido en las *calls* es de $3 millones y se invierten los $97 millones restantes en Letras del Tesoro al 1 % mensual. El beneficio mínimo, al cabo de los 6 meses, será los intereses menos el precio de la opción, esto es, $97M (0.06) - $3M = $2.82 millones. Entonces el valor mínimo final será $102.82 millones. Además si la Bolsa sube se puede aprovechar esta alza con todos los beneficios que esto implica.

## 4.8 OTRAS FORMAS DE COBERTURA: COMBINACIÓN DE *CALL* Y *PUT*

En casi todos los casos mostrados a continuación se parte de la estrategia básica - *protective put* - y se trata de completarla, para mejorar la cobertura, o bien, para reducir el costo de la cobertura.

Cualquiera de las estrategias que a continuación se mencionan se pueden utilizar indistintamente, tanto con opciones sobre acciones como con opciones sobre índices. Para facilitar la explicación se toma una cartera simple que contiene una acción. Por supuesto que en el caso de una cartera con muchos valores, se tendría que realizar el mismo proceso que se utilizó en el *protective put:* cálculo de betas, ajuste del número de opciones por el coeficiente de cobertura *h*, etc. y esto para cada uno de los tipos de opciones que se compren.

### 4.8.1 *Straddle*: cobertura ante situaciones de alta volatilidad

En el *straddle* en vez de la compra de una *put* para cubrir el valor total del portafolio, se compran dos. Es decir, se asegura por duplicado. El perfil de beneficios se muestra en la figura 4-4.

Se muestra en la figura que en caso de que la acción suba, se reportará una ganancia, y así mismo en caso de que baje. La desventaja estriba en que el costo va a ser el doble del que se tenía en el caso de la protección con una sola *put*. El costo doble marca cual va a ser la pérdida

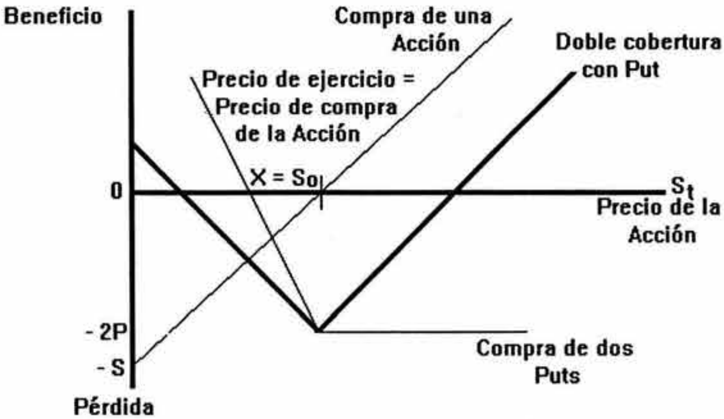



**Figura 4-4.** Straddle: acción más dos *puts*.

máxima en el peor escenario (el precio de 2 *puts*), y en qué medida disminuirá la rentabilidad cuando el escenario sea favorable. Es decir, para obtener una rentabilidad se necesita que la acción suba o baje en precio el equivalente al costo de 2 *puts*.

Esta estrategia es útil en periodos de alta volatilidad del mercado. Un caso típico es el anuncio de fusión entre varias empresas.

En el caso contrario, cuando el mercado se muestre muy estable, se puede utilizar la estrategia inversa al *straddle*: vendiendo 2 *calls*, con precio de ejercicio igual al índice de hoy, mientras que se mantiene la cartera. El beneficio máximo será la prima de las dos *calls* (en el caso de que la Bolsa no se mueva); pero las pérdidas pueden ser muy grandes.

### 4.8.2 *Strangle* o combinación

El *strangle* es una estrategia modificada del *straddle,* consiste en formar una figura triangular como con el *straddle,* pero disminuyendo las pérdidas en caso de que la acción se mantenga estable. A cambio, las ganancias en caso de alta volatilidad serán menores. Es decir, el costo de esta estrategia será mayor que un *straddle*, pero el riesgo será menor.

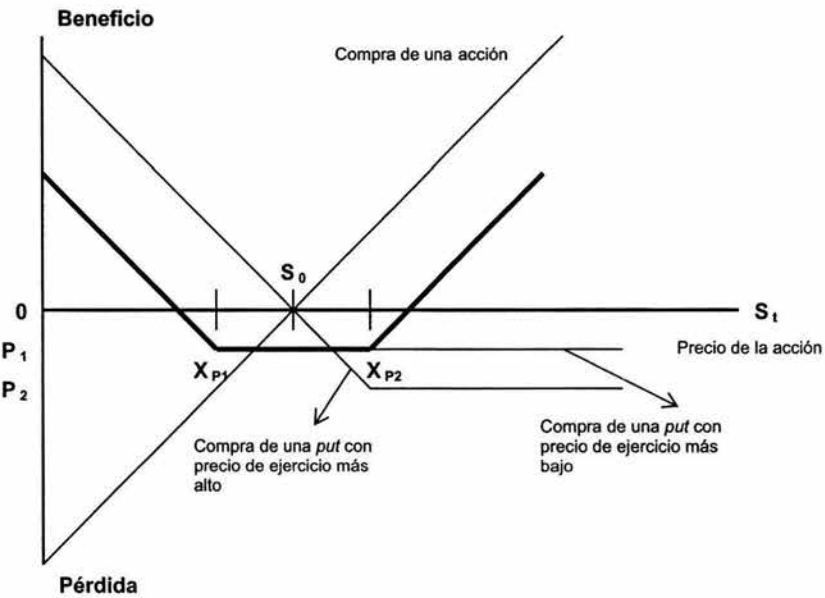



**Figura 4-5.** *Strangle*: acción más dos *put* con distintos precios de ejercicio.

El *strangle* se construye comprando 2 *puts,* con precio de ejercicio distinto, uno por encima y otro por debajo del valor actual de la cartera. Por ejemplo, si la cartera vale ahora 100, se compra una *put* con precio de ejercicio a 130 y otra con precio de ejercicio a 70. Se puede observar el resultado en la figura 4-5.

La pérdida máxima es el precio de la *put* que está fuera del dinero (precio de ejercicio por debajo del precio actual de la acción). Normalmente, el precio de esta *put* será pequeño y más si el precio de ejercicio está alejado -por debajo- del precio actual de la acción. Sin embargo las ganancias se verán disminuidas por el precio de la *put* dentro del dinero (precio de ejercicio alto). El precio de esta *put* será alto (como mínimo la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio de la acción). El resultado total de la estrategia será una menor rentabilidad en el escenario positivo y una menor pérdida en el escenario negativo.

Esta estrategia sólo dará beneficio una vez que el precio de la acción se sitúe fuera del rango de precios de ejercicio. En el ejemplo citado, mientras la acción se sitúe entre 70 y 130 no existe posibilidad de obtener algún beneficio.

He aquí un posible escenario de resultados de ambas estrategias -*straddle* y *strangle*-:

| | |
|---|---|
| Valor actual de la acción: | 100 |
| Valor de una *put* con precio de ejercicio a 100: | 2 |
| Valor de una *put* con precio de ejercicio a 130: | 33 |
| Valor de una *put* con precio de ejercicio a 70: | 1 |
| Costo del *straddle:* 2 *put* a 100 | 4 |
| Costo del *strangle*: 1 *put* a 70 y otra a 130: | 34 |

| **Estrategia** | **Costo** | **Máxima pérdida** | **Disminución de beneficios** | **Rango de precios con pérdidas** |
|---|---|---|---|---|
| *Straddle* | 4 | 4 | 4 | 96-104 |
| *Strangle* | 34 | 1 | 34 | 66-134 |

Se puede notar que el costo del *straddle* es inferior. Los posibles beneficios del *strangle* se verán disminuidos en 34, y en el caso del *straddle* en sólo 4. Pero lo más importante es que en el caso del *strangle* sólo se obtendrán beneficios si la acción cotiza fuera del entorno 66 - 134. En el caso del *straddle* este intervalo es mucho más estrecho.

Si la volatilidad implícita en el precio de la opción es más baja que la esperada en la vida de la opción, es apropiado desarrollar una estrategia que proporcionará beneficios por un aumento en la volatilidad. Dos estrategias para este propósito son: el *long straddle* y el *long combination.* El primero implica la compra de una *put* y una *call* con el mismo precio de ejercicio y con el mismo periodo de ejercicio. La segunda implica también la compra de una *put* y una *call,* excepto que en este caso, tienen diferentes precios de ejercicio. El resultado de cada una de las estrategias es mostrado en la figura 4-6 (a) y (b).

Para ilustrar el uso el uso del *long straddle* desde el punto de vista de la volatilidad a corto plazo, se considera el siguiente escenario. El precio del activo subyacente es de $150, se compra una *call* a tres meses con precio de ejercicio $150 a $8.0, delta =0.62, gamma = 0.025, theta = – 19.9 y vega =28.60. Se compra otra *put* a tres meses con precio de ejercicio $150 a $4.25, delta = – 0.38, gamma = 0.025, theta = 15.28 y vega = 28.6.

La apertura del *long straddle* tiene un costo de $12.25; la delta neta será de 0.24, y la vega neta será de 57.20.

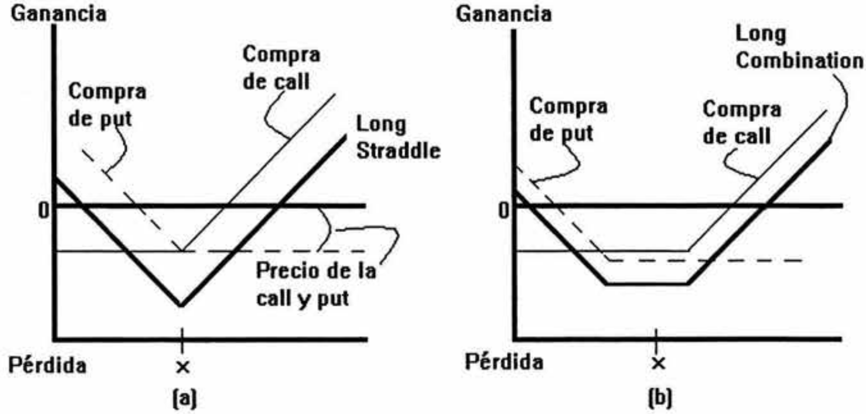



**Figura 4-6.** (a) Long straddle. (b) Long combination.

Si el precio del activo aumenta a \$160, y la volatilidad aumenta a 25% al cabo de 6 días, la *call* valdrá \$16.0 y la *put* \$2.50, arrojando un costo neto de 18.5.

Si el precio del activo desciende hasta \$140 al cabo del mismo periodo, pero la volatilidad continúa a 25%, la *call* valdrá \$4.0 y la *put* \$10.5, arrojando un costo neto de \$14.50 contra los \$12.25 anteriores.

Si la volatilidad no ha descendido tal que el precio del activo descienda, la *call* se cotizará a \$2.75 y la *put* a \$9.50, lo que arrojaría un costo neto de \$12.25. Esta estabilidad, en lugar de deberse a la caída en el precio del activo, se debe a la delta de la *put* que va aumentando en cuanto la *put* se coloca dentro del dinero y la delta de la *call* va descendiendo en cuanto la *call* se coloca fuera del dinero.

Son recurridas estas estrategias poco antes de que se espere un incremento en la volatilidad, tal como el anuncio de información pública - algún dato económico o utilidades anunciadas - lo causaría. Sin embargo, la volatilidad implicada puede haber subido substancialmente con anticipación al anuncio. En tales circunstancias, la recurrencia de los *straddles* y *combinations* serían de gran utilidad si la volatilidad desciende después del anuncio.

Si la volatilidad en el mercado es mayor que la que se esperaba, resultaría útil vender el *straddle* o *combination* si la volatilidad cae como se esperaba.

Generalmente estas estrategias deben ser establecidas tal que contengan una muy pequeña delta neta al principio, aislando la estrategia contra pequeños cambios en el precio del activo subyacente.

Estas estrategias son más apropiadas para mapear desde el punto de vista volatilidad en vez del precio.

### 4.8.3 Collar

La estrategia denominada *collar* consiste en la compra de una opción de venta a un precio de ejercicio dado "X" y la venta simultánea de una opción de compra a un precio de ejercicio superior a "Y", ambas con la misma fecha de ejercicio. Al mismo tiempo se mantiene la cartera de renta variable. En la figura 4-7 se puede observar el perfil de beneficio del *collar.*

Esta estrategia limita las pérdidas de la misma forma que el *protective put,* pero a su vez limita las utilidades. La razón de su uso es disminuir el costo que supone el seguro de carteras, puesto que al costo de la *put* hay que descontar lo que se gana por la venta de la *call.*

En un escenario positivo el beneficio de la estrategia será la diferencia entre el precio de ejercicio de la *call* y el precio actual de la acción ($X_2$ - S), menos lo que se había pagado por la *put* y más lo que se ha obtenido por la venta de la *call.* Beneficio máximo = ($X_2$ - S) + (C - P).

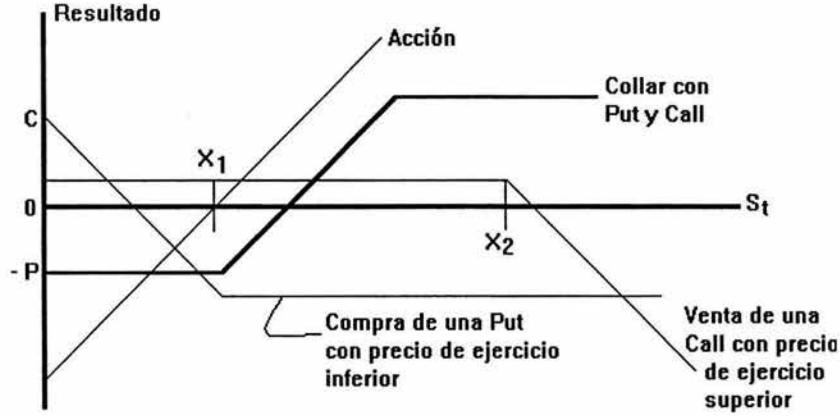



**Figura 4-7.** *Collar* con *put* y *call*

La pérdida máxima será el precio actual de la acción (S) menos el precio de ejercicio de la *put* comprada ($X_1$); a esto se añade la prima cobrada por la venta de la *call* y se resta la prima pagada por la compra de la *put.* Pérdida máxima: $(S - X_1) + (C - P)$. Si se comprara la *put* con un precio de ejercicio igual a la cotización actual de la acción, la pérdida sería sólo la prima de la *put* menos el precio cobrado por la *call.* Pérdida máxima: C - P. Normalmente (C -P) será negativo (un costo) puesto que la *call* está fuera del dinero y, por lo tanto, será más barata que la *put* que se encuentra en el dinero. Esta diferencia será el costo del seguro que siempre será menor que si simplemente se hubiera comprado una *put* como se hacía en el *protective put.*

Comparando ambas estrategias (*protective put* y *collar*) siguiendo el ejemplo del apartado anterior:

| | |
|---|---|
| Valor actual de la acción: | 100 |
| Valor de una *put* con precio de ejercicio de 100: | 2 |
| Valor de una *call* con precio de ejercicio de 110: | 1 |
| Costo del *collar*: 1 *put* a 100 menos 1 *call* a110: | 1 |

Costo de la *protective put*: 1 *put* a 100: 2

| Estrategia | Costo | Máxima pérdida | Disminución de beneficios | Rango de precios |
|---|---|---|---|---|
| *Collar* | 1 | 1 | 1 | 110 |
| *Protective Put* | 2 | 2 | 2 | Infinito |

El menor costo del seguro que supone esta estrategia, se contrarresta con una disminución notable en las ganancias potenciales. Es por eso que interesará utilizar esta estrategia sólo en aquellos casos en que se prevea que la acción no va a subir mucho.

## 4.9 ESTRATEGIAS CON OPCIONES UTILIZANDO COMBINACIONES DE OPCIONES

Las estrategias que se pueden utilizar para la cobertura de portafolios involucrando a las opciones son:

- ***Spreads verticales:*** El beneficio que esta estrategia otorga surge de la diferencia en las *deltas* y *gammas* de opciones con diferentes precios de ejercicio pero con periodos de ejercicio idénticos.
- **Butterfly *spread***: Una pequeña ganancia será hecha sólo si el precio del subyacente permanece constante en un rango establecido.
- ***Calendar spreads u horizontales:*** El beneficio que esta estrategia otorga surge de la diferencia del tiempo restante al momento de expiración (*theta*) de las opciones con el mismo precio de ejercicio pero con diferentes periodos de ejercicio.

- ***Spreads diagonales:*** El beneficio que esta estrategia otorga surge de la diferencia tanto de las deltas como de las *thetas* de las opciones.

### 4.9.1 *Spreads Verticales*

Los spreads verticales implican la compra simultánea de una opción y la venta de otra con el mismo periodo de ejercicio pero diferente precio de ejercicio.

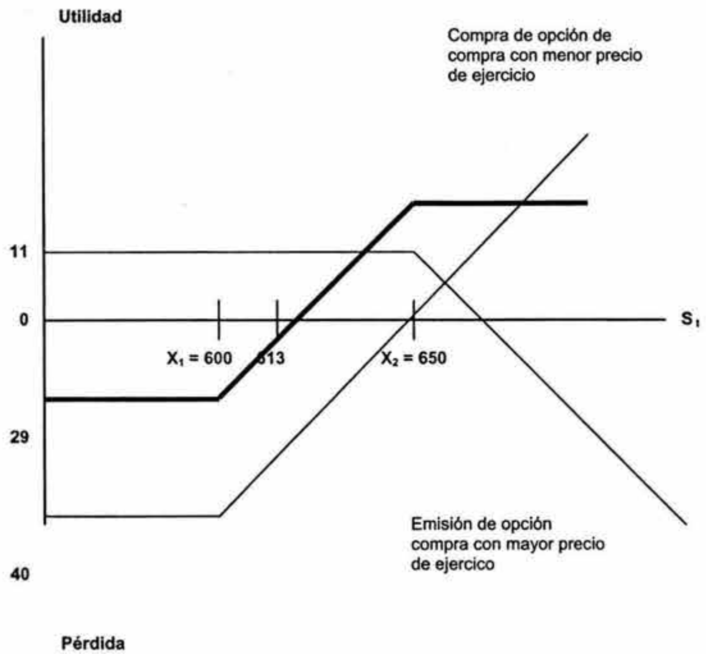



**Figura 4-8.** *Spread Vertical.*

**Ejemplo:**

Se tiene un activo el cual cotiza en este momento a \$613, una *call* "A" con precio de ejercicio de \$600, un periodo de 3 meses, de precio \$40, una delta = 0.69, gamma = 0.006, theta = –81.52, y una vega = 107.12; y una *call* "B" con precio de ejercicio de $650, un periodo de 3 meses, de precio $11, delta = 0.39, gamma = 0.006, theta = –70.0, y vega = 117.37.

Comprando la *call* "A" y vendiendo la *call* "B" el costo neto, excluyendo el costo por transacciones, es de 29. El resultado de esta estrategia en el momento de la expiración se muestra en la figura 4-8.

Como se observa en la gráfica en cuanto se eleva el precio del activo subyacente, la ganancia va aumentando hasta $X_2$, desde donde con mayores incrementos, la ganancia permanece constante.

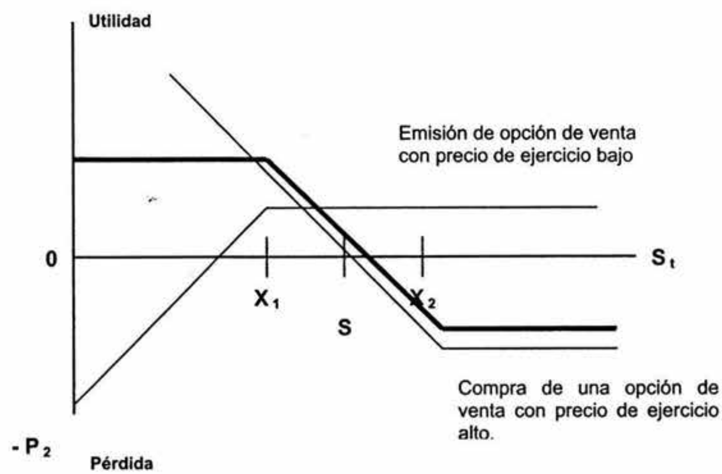
Antes de que el periodo de ejercicio se termine, el resultado depende de la delta, gamma, theta y vega de cada opción. La opción A tiene una delta mayor que la de la opción B, pero sus gammas son similares. La theta de la opción A es mayor que aquella que tiene la opción B. Por lo tanto la opción A perderá su valor más rápido en cuanto el tiempo transcurre.

Si el precio del activo registra una alza tal que la opción B se encuentre en el dinero, dicha opción será más sensible a cambios en la volatilidad lo cual puede tener buenos o malos efectos en cuanto a las utilidades se refiere, esto depende del comportamiento de la utilidad.

Si el precio del activo aumenta mucho y las dos opciones se encuentran dentro del dinero y por consiguiente sus deltas son unitarias y las gammas cero, entonces el valor de la estrategia será la diferencia entre los precios de ejercicio y la utilidad estará dada por la diferencia entre ese monto y el costo de la estrategia.

A esta estrategia se le conoce también como ***spread vertical bull*** debido a que cualquier incremento en el precio del activo subyacente conlleva a un incremento en el valor del *spread,* esto es, el inversionista se beneficia del incremento en el precio de la acción subyacente, pero no de la reducción del precio de la misma.

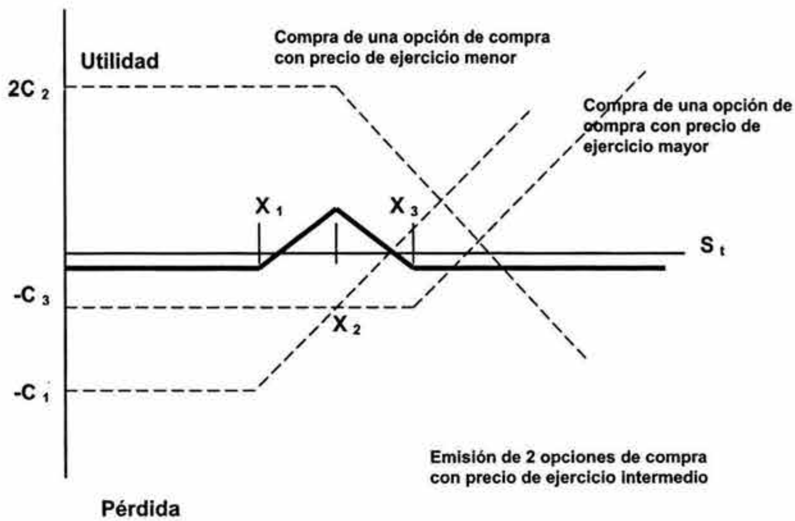
Otra versión del *spread* es el ***spread vertical bear*** el cual se forma con la compra de una opción con el mayor precio de ejercicio y la emisión de una opción con un precio de ejercicio menor; las dos opciones con la misma fecha de vencimiento. En esta estrategia el inversionista se beneficia cuando el precio del subyacente disminuye ya que el valor del *spread* aumenta. En el cuadro **4-9** se muestra una estrategia de este tipo pero con opciones de venta (hay que recordar que los *spread* se forman con dos opciones de la misma clase).




**4-9.** *Spread vertical bear*

### 4.9.3 *Butterfly Spread*

Este tipo de *spread* se elabora con dos opciones cuyo precio de ejercicio sea el mismo y esté en medio de los de otras dos opciones con precio de ejercicio diferente. Hay que notar que esta estrategia envuelve cuatro opciones. Se forma mediante la emisión de dos opciones de compra de en medio y la adquisición de las opciones de compra de los extremos. En la figura **4-10** se ilustra un *spread mariposa* donde se puede apreciar que una pequeña ganancia será hecha sólo si el precio del subyacente permanece en la vecindad inmediata al precio de ejercicio de las opciones de en medio emitidas. Esta posición puede ser interpretada como un portafolio de *spreads* ya sea de *bull* o de *bear,* o bien un portafolio que se compone tanto de un *spread bull* con uno de *bear.*




**4-10.** *Butterfly Spread* (*Spread* mariposa)

Observemos que los precios de ejercicio tienen las siguiente característica: $X_1<X_2<X_3$ donde $C_2$ es la opción intermedia. Recuerde que la mariposa se obtiene también de la suma vertical con respecto al eje horizontal de los integrantes del *spread.*

### 4.9.3 Spreads horizontales o Calendar spreads

Este tipo de estrategias involucran la compra de una opción con un periodo de ejercicio largo y la venta de una opción con un periodo de ejercicio corto, las dos con el mismo precio de ejercicio. Esta estrategia es adecuada si se espera que el precio del activo subyacente permanezca estable hasta que la opción a corto plazo expire. Como la theta de la opción a corto plazo será mayor que aquella que la opción a largo plazo tiene, la posición debe mostrar una utilidad si el precio del activo no registra bajas y/o la volatilidad esperada de la opción a largo plazo no registra bajas en relación a la volatilidad de la de corto plazo.

Sin embargo, si el precio del activo no se muestra estable, el valor de la posición será influenciado por las deltas, gammas y vegas de las opciones. Para ilustrar lo anterior, se retomaran los datos de la opción A y del activo subyacente del apartado anterior, pero esta vez la opción A es vendida. Los datos de la opción B son como sigue:

Opción B

| | |
|---|---|
| Periodo de ejercicio: | 6 meses |
| Precio de ejercicio: | \$600 |
| Precio: | \$59 |
| $\Delta$: | 0.72 |

$\Gamma$: 0.004

$\Theta$: −67.44

*vega:* 146.5

La delta neta de la estrategia es de +0.03, la gamma neta de −0.002 y la theta neta de +14.08. Nótese que ésta es positiva ya que la opción a corto plazo tiene la theta mayor y es la que se vendió. La vega neta es de +39.38.

La opción con el periodo de ejercicio más corto se volverá más sensible a los cambios en el precio del activo de modo creciente, ya que su delta será mayor en cuanto el tiempo transcurra por encontrarse fuera del dinero. Por otro lado, la opción con periodo de ejercicio más largo será sensible a cambios en la volatilidad. Por lo tanto, si la volatilidad aumenta con la misma velocidad que el precio del activo desciende, la opción a largo plazo arrojará un beneficio.

### 4.9.4 Spreads diagonales

Los *Spreads diagonales* confieren la compra de una opción con mayor periodo de ejercicio (A) y la venta de una opción con periodo corto (B).

Esta estrategia asume que el activo registrará un alza en cualquier momento inmediato anterior al momento de expiración de la opción A. Sin embargo el movimiento en el precio puede o no puede darse antes de que la opción B expire. Si el activo aumenta en su precio, ambas opciones también aumentarán en precio, pero la opción comprada (largo plazo) aumentará su precio más rápido por su delta, la cual es alta.

Si el activo cae en su precio, la opción comprada (A) disminuirá en precio más rápido, esto por su delta la cual es mayor que la de la opción vendida (B).

Para ilustrar dicha estrategia, se considera una *call* a seis meses con precio de ejercicio \$600 y con un precio de \$58.65, con delta = 0.72, gamma = 0.004, theta = – 67.44 y vega = 146.50. También se asume una *call* a tres meses sobre el mismo activo, con precio de ejercicio \$650 y con un precio de \$11.10, con delta = 0.39, gamma =0.006, theta = – 70.02 y vega = 117.37.

Comprando la *call* a seis meses y con precio de ejercicio \$600 y vendiendo la de tres meses con precio de ejercicio \$650, el costo neto de la estrategia es de \$47.55. La posición tendría una delta neta de + 0.33, una gamma neta de – 0.002, una theta neta de +2.68 y una vega positiva de 29.13.

Esta estrategia es perfecta para tiempos en que un aumento del precio del activo es esperado pero el tiempo con respecto al momento de ejercicio de la opción es incierto.

# *ESTRATEGIAS CON OPCIONES SOBRE FUTUROS*

## 4.10 COMPRA DE UNA *CALL* SOBRE UN FUTURO

Virtualmente cualquier estrategia que puede llevarse a cabo con opciones sobre el mercado al contado, puede realizarse también con opciones sobre futuros.

A continuación se examinará la estrategia de compra de una *call* sobre futuros.

La utilidad de la compra de una *call* sobre futuros, que es conservada hasta que el periodo de ejercicio expire, está dada por la siguiente ecuación:

$$\Pi = \text{Max}\,(0, F - X) - C$$

donde:

F = Precio del futuro.

X = Precio de ejercicio.

C = Precio de la *call*.

Los resultados que pueden surgir de lo anterior son:

$$\Pi = -\,C \qquad \text{Si } F \leq X$$
$$\Pi = F - X - C \qquad \text{Si } F > X$$

El precio del futuro al momento de expiración es igual a X + C. El resultado de esta estrategia es el mismo que si se tuviera una opción sobre el mercado al contado, por supuesto, el futuro y la opción tienen que tener el mismo tiempo de ejercicio, es decir, que expiren simultáneamente.

Por ejemplo, se compra la *call* sobre futuros marzo 230 en el S&P500. El precio de la *call* es $13.05. A razón de que el contrato tiene un múltiplo de 250, el precio real de la *call* es 250(13.05) = $3,375. En la figura 4-11 se muestra la utilidad para varios valores del precio del futuro al momento de la expiración.

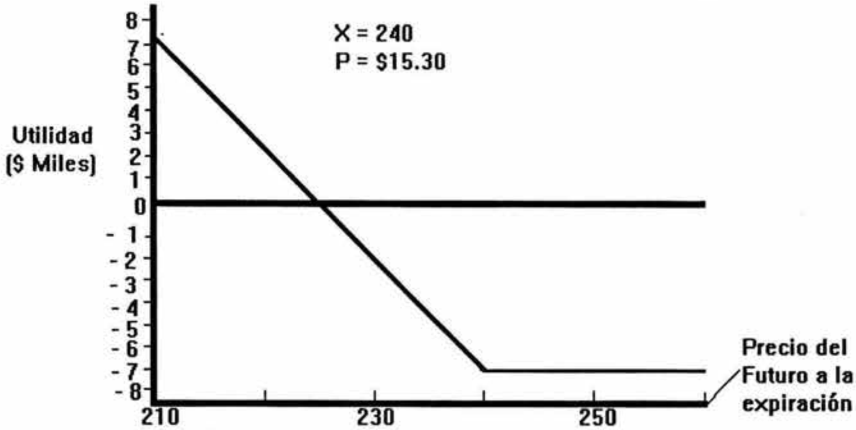



**Figura 4-11.** Compra de una *call* sobre futuros.

Supongamos que el precio del futuro se cotiza a 245 a la expiración. Entonces la *call* es ejercida, lo cual representa que se compra el futuro al precio de ejercicio de $230 e inmediatamente es vendido a $245. Sustrayendo el costo de la *call* de 13.05 arroja una utilidad de 245 - 230 - 13.05 = 1.95. Por lo tanto la utilidad será 500(1.95) = $975. Si el precio del futuro cotiza por debajo de 230, la opción expira sin valor y el poseedor de la opción tendrá como pérdida el precio de la *call*, $6,525. Entre más bajo sea el precio de ejercicio de la *call* ésta es más cara, pero ofrece un potencial de utilidad más grande. Entre más corto sea el periodo de ejercicio, la utilidad generada será mayor pero esto permite menor movimiento en el precio del futuro.

## 4.11 COMPRA DE UNA *PUT* SOBRE UN FUTURO

La utilidad de una *put* sobre un futuro, retenida hasta el momento de expiración, está dada por la siguiente ecuación:

$$\Pi = \text{Max}\,(0, X - F) - P$$

Los dos posibles resultados son:

$$\Pi = X - F - P \qquad \text{Si } F < P$$

$$\Pi = -P \qquad \text{Si } F \geq X$$

El precio del futuro a la expiración es X - P. La utilidad es la misma que para una *put* en el mercado al contado, siempre y cuando las dos *put* expiren simultáneamente.

Por ejemplo, se compra una *put* sobre un futuro en el S&P500 con precio de ejercicio 240. El costo de la *put* es $15.30. Como el múltiplo es 500, el costo real es de $7,650. En la figura 4-10 se muestra la utilidad para varios precios en el futuro en el momento de la expiración.

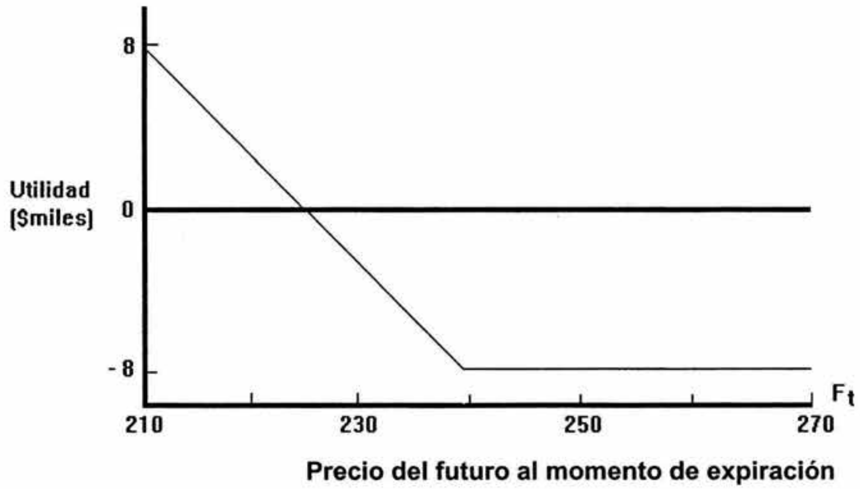



**Figura 4-10.** Compra de una *put* sobre un futuro.

Si el precio del futuro a la expiración es 220, entonces el inversionista compra el futuro a 220 y ejercita la *put,* vendiendo el futuro a 240. La utilidad generada es 240 - 220 - 15.30 (el costo de la *put*) = 4.70, ó $4.70(500) = $2,350.

Si el precio del futuro llegara a ser menor que 240, la *put* expira sin valor alguno y el inversionista perdería el precio de la *put*, $7,650.

## 4.12 SPREAD VERTICAL CON *CALLS* SOBRE FUTUROS

Un inversionista que quiere especular en el Mercado de Valores puede usar opciones sobre futuros en el S&P500. Puede comprar *calls* sobre un futuro. Alternativamente, puede reducir su desembolso inicial comprando un *spread vertical* con una *call* sobre un futuro, esto es, comprando una *call* sobre un futuro y vendiendo otra. En la figura 4-11 se muestra el diagrama de la utilidad para esta estrategia.

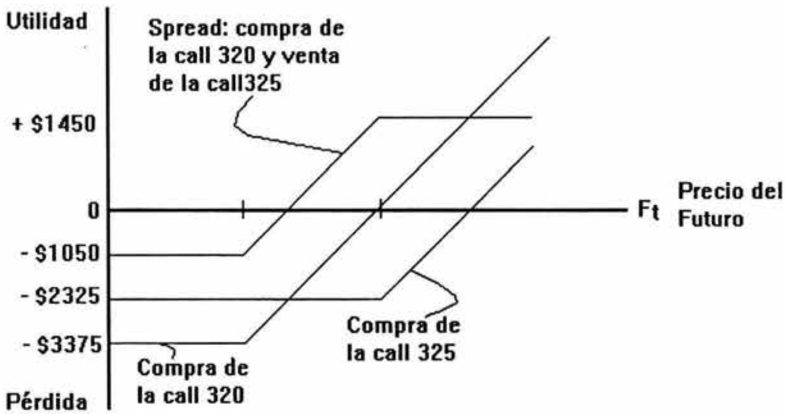



**Figura 4-11.** *Spread Vertical* con *calls* sobre futuros.

Se vende una *call* (A) con expiración en febrero, precio de ejercicio 325 y con prima de 4.65. Al mismo tiempo se compra una *call* (B) con expiración en febrero, precio de ejercicio 320 y una prima de 6.75. Las tres estrategias ofrecen una ventaja: la pérdida está limitada si la decisión del inversionista es errónea. Observe los posibles escenarios de resultados de esta estrategia:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Valor Actual del futuro | 315 | 323 | 330 |
| Valor de la *call* con precio de ejercicio 325 | +4.65 | +4.65 | +4.65 |
| Valor de la *call* con precio de ejercicio 320 | - 6.75 | - 6.75 | - 6.75 |
| Ejercicio de la *call* (A) | | | + 325 |
| Ejercicio de la *call* (B) | | + 320 | - 320 |
| Venta del Futuro | | + 323 | |
| | | | |
| Resultado | - 2.10 Pérdida | + 0.90 Utilidad | + 2.90 Utilidad |

Los resultados son los siguientes:

· \$2.10(500) = \$1050 Pérdida máxima si las dos *calls* están bajo par.

· \$0.90(500) = \$450 Utilidad si la *call* con precio de ejercicio 325 está bajo par y la que tiene precio de ejercicio se encuentra sobre par.

· \$2.90(500) = \$1450 Utilidad si las dos *calls* se encuentran sobre par.

Por lo tanto con esta estrategia se limitan las pérdidas, en el ejemplo a \$1050, pero también se limitan las ganancias, en el ejemplo a \$1450.

## 4.13 STRANGLE CON OPCIONES SOBRE FUTUROS

Un inversionista cree que el precio de un futuro se mantendrá estable en un futuro próximo, para protegerse venderá una *call* sobre futuros con precio de ejercicio 235 y con vencimiento en diciembre, la prima en este caso es de \$13.05; al mismo tiempo vende una *put* sobre futuros con precio de ejercicio de 225 y con vencimiento en diciembre, la prima en este caso es de \$12.00.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Cotización | 230 | 220 | 260 |
| Valor de la *call* con precio de ejercicio 235 | + 13.05 | + 13.05 | + 13.05 |
| Valor de la *put* con precio de ejercicio 225 | + 12.00 | + 12.00 | + 12.00 |
| Ejercicio de la *call* sobre futuros | | | + 235 |
| Ejercicio de la put sobre futuros | | - 225 | |
| Compra de un futuro | | | - 260 |
| Resultados | + 25.05 Utilidad | - 199.95 Pérdida | - 0.05 Pérdida |

La cotización actual del futuro es de 230. Los posibles escenarios de resultados de esta estrategia son mostrados en el cuadro de la página anterior.

Se puede observar que las pérdidas pueden ser cuantiosas si la cotización del futuro se sale del rango 225 - 235, pero las ganancias se limitan, en este ejemplo a $25.05 que es la utilidad máxima. Veamos el diagrama de la figura 4-12.

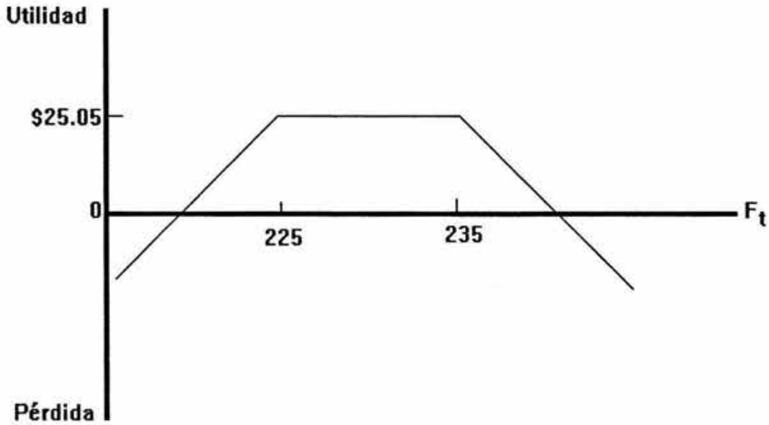
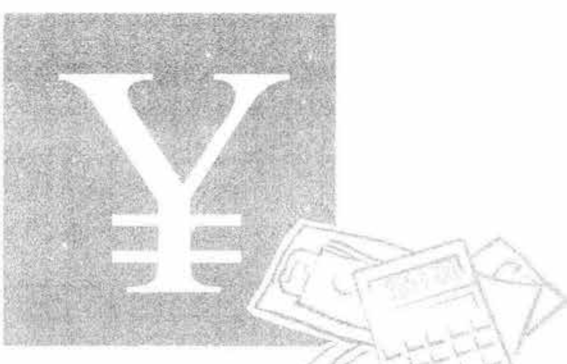



**Figura 4-12.** Strangle con opciones sobre futuros.


# CONCLUSIONES



# C O N C L U S I O N E S

A lo largo de estos cinco capítulos se han visto las definiciones y el uso de los ***Futuros y Opciones Financieras***. Se puede entonces, concluir de manera global que los *Productos Derivados* contribuyen al desarrollo del Mercado de Valores básicamente en los siguientes aspectos:

1. **La realización de estrategias de cobertura:**

   Hoy en día la mayoría de las estrategias de inversión requieren el uso de productos derivados -futuros y opciones-, he ahí la creciente actividad y la cada vez mayor contratación de las acciones que se ha registrado últimamente en las Bolsas de Valores, ya que la contratación de opciones y futuros multiplica por cuatro, aproximadamente, la contratación de acciones, como se puede observar, por ejemplo, en el mercado norteamericano de renta variable.

   Una de las partes más importantes para la realización de estrategias de cobertura de portafolios de inversión, es el conocimiento y el manejo de las sensibilidades del precio de una opción (la delta, la gamma, la theta, la vega, la épsilon, la lambda, la kappa y la elasticidad), ya que miden el riesgo de la posición en *opciones* adoptada en ese momento, puesto que dependiendo de la información proporcionada por éstas, la posición mantenida en opciones puede llegar a cambiar en valor y consecuentemente la posición para una buena cobertura.

2. **La penetración financiera**:

   Debido a la posibilidad del diseño de instrumentos de cobertura, es decir, a la gama de combinaciones de riesgo-rendimiento que se pueden lograr con los productos derivados, se permite la integración de cada vez más inversionistas, con diversidad de aversiones al riesgo en el mercado de valores, ya que con las cuales, mediante su uso, se satisfacen las necesidades de los inversionistas de graduar el riesgo con el objetivo de participar en el mercado con mayor certidumbre, generada por la transferencia del riesgo. Por lo tanto se puede decir que se obedece únicamente a una necesidad de Mercado.

3. **La internacionalización del Mercado**:

Con la existencia de un "mercado de derivados", como ya se mencionó en el punto 1, se introducen también mecanismos de cobertura los cuales son atractivos para los inversionistas nacionales, pero aún más, para los inversionistas extranjeros que podrían estar interesados en cubrir otro tipo de riesgos, los cuales pueden ser: el "riesgo cambiario" o de una forma más global el "riesgo del país", etc. Por lo tanto, el universo de inversionistas dispuestos a participar en el mercado será mayor. En un primer plano, para cubrir el riesgo específico de una acción (microeconómico), o incluso en el segundo plano, para cubrir riesgos macroeconómicos, como pueden ser los riesgos de divisas, tasas de interés, etc.

4. **La estabilidad del mercado**:

Las técnicas de cobertura, ya explicadas e ilustradas en el capítulo cuatro del presente trabajo, han tomado mucho mayor importancia en los últimos meses debido a los recientes declines en las Bolsas de Latinoamérica así como a los incrementos en los índices de volatilidad registrados en los mercados. He ahí que se aprecie la existencia de un "Mercado de Derivados" en cuanto a que toma ventaja de estos declines y ayudan así a la estabilidad de los mercados.

5. **Cultura de los derivados**:

En México el MexDer, Mercado Mexicano de Derivados, se ha ocupado de ofrecer productos acorde a las cambiantes necesidades del mercado, por lo que se han listado distintos tipos de productos que han permitido por un lado administrar de manera eficiente los riesgos financieros a los que puede encontrarse expuesta una empresa o un individuo, y por otro mejorar los perfiles de rendimiento de los inversionistas. Además de contar con opciones sobre ciertas acciones y contratos de futuros sobre tasas de interés, del dólar americano y sobre el IPC, ha incorporado un contrato de futuros de la UDI que marca un hito en el mercado de derivados por ser uno de los primeros derivados listados en el mundo que está referenciado a la inflación.

A pesar de todo el desarrollo del mercado de los derivados en México, hace falta que los empresarios conozcan de sus bondades, por tanto este trabajo pretende contribuir a la difusión de una cultura de los Derivados.

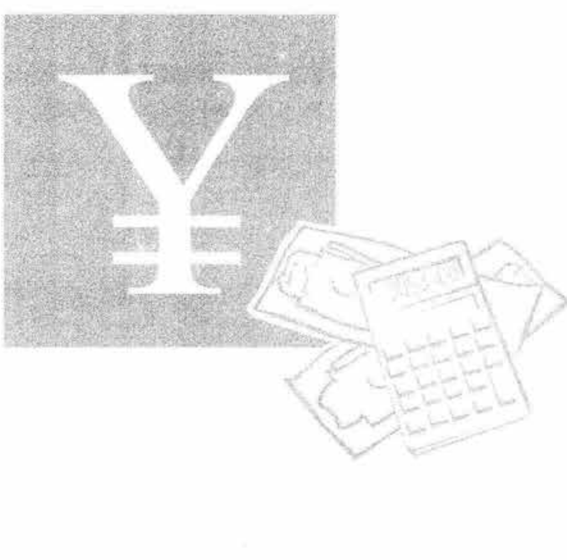
6. **Uso de la teoría de las opciones en otras áreas.**

Como se pudo observar en el capítulo tres, la teoría de las opciones tiene aplicaciones más allá de los mercados de valores ya que este modelo envuelve la toma de decisiones. Este tipo de implicaciones se encuentra en una etapa inicial, pero no existe la menor duda que el desarrollo de nuevos modelos adaptados a diversos problemas basados en la teoría de las opciones tenga un auge en los próximos años como lo ha sido la creación de numerosos productos financieros basados en esta teoría pero adaptados más a las necesidades de los participantes en los mercados de valores del mundo.

Es por eso la importancia del conocimiento y estudio de la teoría de los futuros y opciones en el área de aplicación de un Actuario, puesto que permite a este último aplicar todo el conocimiento matemático a la teoría de las finanzas y al incremento de la eficiencia, en este caso, de los mercados financieros ya que toda esta teoría gira al rededor de proporcionar un tipo de "seguro" a los inversionistas, y esto, por excelencia, es el área del licenciado en Actuaría.

Por tanto se propone que este trabajo sea considerado como un texto al cual puedan recurrir los estudiantes de la carrera de Actuaría para la materia de *Productos Derivados.*


# APENDICE



# APENDICE: RENTABILIDAD SIMPLE Y CONTINUA EN ACCIONES

## A.1 RENTABILIDAD SIMPLE POR PERIODO APLICADO A LAS ACCIONES

Se obtiene sumando el valor de la acción al final del periodo, más dividendos, derechos y otros ingresos inherentes a la acción y el total dividido entre el valor de la acción al inicio del periodo, todo menos uno:

$$R_i = \frac{P_{t+n} + \mathrm{Div} + \mathrm{Otros}}{P_t} - 1$$

Es frecuente que los precios vengan ajustados por dividendos, derechos y otras remuneraciones, en cuyo caso, la rentabilidad simple de un periodo (día, mes, año, etc.) viene dada por:

$$R_i = \frac{P_{t+n}}{P_t} - 1$$

De acuerdo a esta razón, la rentabilidad simple anual estaría dada por el cociente entre el valor de la acción al final del último mes del año $P_{12}$ y el valor al principio del primer mes $P_0$ menos uno.

## A.2 INTERÉS (RENTABILIDAD) COMPUESTO

El interés es una función directa del tiempo (t), consideraremos que el monto de un capital dado es una función continua del tiempo (figura A-1).

Sea:

$f(0)$ = Capital en el tiempo cero.

$f(t)$ = Monto al cabo de un tiempo $t$.

$f(t+\Delta)$ = Monto al cabo de un tiempo $t+\Delta$.

Crecimiento del monto en un tiempo $\Delta$:

$$f(t+\Delta)-f(t)$$

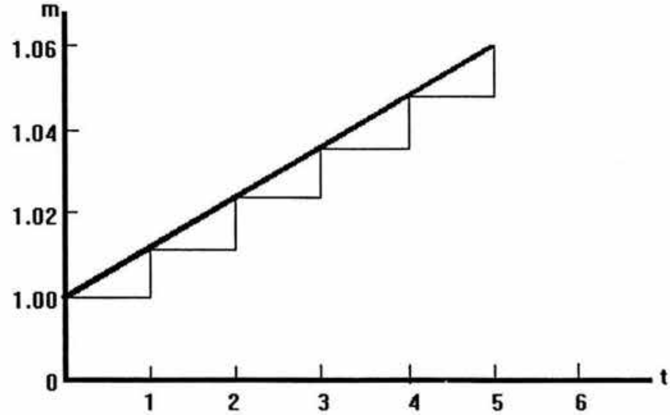



**Figura A-1.**

Crecimiento unitario del monto

$$\frac{f(t+\Delta)-f(t)}{\Delta\, f(t)}$$

Tomando el límite cuando el tiempo transcurrido tiende a cero:

$$\lim_{\Delta\to 0}\frac{f(t+\Delta)-f(t)}{\Delta\, f(t)}=\frac{1}{f(t)}\lim_{\Delta\to 0}\frac{f(t+\Delta)-f(t)}{\Delta}=\frac{1}{f(t)}\,\frac{d f(t)}{d t}$$

Sabemos por el cálculo Diferencial, que la derivada de una función multiplicada por su recíproco es igual a la derivada del logaritmo natural de la función:

$$\frac{1}{f(t)}\,\frac{d f(t)}{d t}=\frac{d\, ln\, f(t)}{d t}$$

Por definición:

$$\frac{\mathrm{d}\, ln\, \mathrm{f}(t)}{\mathrm{d}t} = \delta \quad \text{entonces: } \mathrm{d}\, ln\, \mathrm{f}(t) = \delta \;\; \mathrm{d}t$$

donde:

δ = Tasa de crecimiento instantáneo o fuerza de interés.

Integrando con límites 0 y 1:

$$\int_0^1 \mathrm{d}\, ln\, \mathrm{f}(t) = \int_0^1 \delta\,(t)\,\mathrm{d}t$$

$$ln\, \mathrm{f}(t)\, \Big|_0^1 = \int_0^1 \delta\,(t)\,\mathrm{d}t$$

$$ln\, \mathrm{f}(1) - ln\, \mathrm{f}(0) = \delta\,(t) \quad \text{si} \quad \delta\,(t) = \delta \text{ (constante)}$$

Por lo tanto:

δ = L f ( 1 ) - L f ( 0 ) pero de acuerdo a la gráfica f(0) = 1 entonces L f(0) = L (1) = 0

entonces:

δ = L f(1)

Pero el valor de una unidad después de un año a una tasa efectiva de interés (i) es evidente (1 + i), puesto que la unidad original está intacta y a ésta se le suma el interés (i). Por consiguiente :

δ = L (1 + i)

### A.3 RENTABILIDAD CONTINUA

Si en vez de calcular la rentabilidad anual de una sola vez queremos calcular la rentabilidad a partir de las rentabilidades obtenidas cada mes. La rentabilidad anual es el producto de las rentabilidades mensuales. Efectivamente, por ejemplo, la rentabilidad de febrero se aplica sobre el principal de la inversión más la rentabilidad obtenida en enero; es una situación equivalente a la del interés compuesto, que se devenga cada mes. En nuestra notación, y utilizando rentabilidades mensuales, la rentabilidad anual sería:

$$\left[\frac{P_1}{P_0}\bullet\frac{P_2}{P_1}\bullet\ .\ .\ .\ \bullet\frac{P_{11}}{P_{10}}\bullet\frac{P_{12}}{P_{11}}\right]-1=(1+R_1)\bullet(1+R_2)\bullet\ .\ .\ .\ \bullet(1+R_{12})-1$$

si tomáramos logaritmos en ambos lados de la ecuación tendríamos:

$$ln\left[\frac{P_1}{P_0}\bullet\frac{P_2}{P_1}\bullet\ .\ .\ .\ \bullet\frac{P_{12}}{P_{11}}\right]-ln\,(1)=ln\,\frac{P_1}{P_0}+ln\,\frac{P_2}{P_1}+\ .\ .\ .\ +ln\frac{P_{12}}{P_{11}}$$
$$=ln\,(1+R_1)+ln\,(1+R_2)+\ .\ .\ .\ +ln\,(1+R_{12})=R_C$$

donde $R_C$ es la rentabilidad continua de la acción durante el año, es decir, aquella tasa de rentabilidad que compuesta continuamente nos da la tasa simple anual. Así definimos:

$$R_C=ln\,(1+R_t)=ln\,\frac{P_{t+n}}{P_t}$$

(aquí es donde tenemos la equivalencia el interés compuesto puesto que anteriormente teníamos que $\delta = L\ (\ 1\ +\ i\ )$ de acuerdo a esta razón, la rentabilidad continua anual está dada por el logaritmo natural del cociente entre el valor de la acción al final del último mes del año $P_{12}$ y el valor al principio del primer mes $P_0$ .

Tomando antilogaritmos tenemos:

$$\frac{P_{t+n}}{P_t} = e^{Rc} = (1 + R_t)$$

$$P_{t+n} = P_t \ e^{Rc} = P_t \ (1 + R_t)$$

$$e^{Rc} - 1 = R_t$$

Con estas fórmulas tenemos un método rápido de saber cuál será el valor de una acción para una rentabilidad continua dada: sólo basta multiplicar el precio inicial $P_t$ por $e^{Rc}$ .

# *BIBLIOGRAFÍA*

## *LIBROS*

Barenblat, Scot G. y T. Mesler, Donald. *"Stock Index Options".* Editorial Probus, Primera edición, 1992; 206 pp. Estados Unidos de América

Chance, Don M. *"An Introduction to Options and Futures".* Editorial The Dryden Press, Segunda edición, 1991; 605 pp. Estados Unidos de América

Dubofsky, David A. *"Options and Financial Futures: valuation and uses".* Editorial McGrawa Hill, Primera edición, 1992; 699 pp. Estados Unidos de América

Figlewsky, Stephen, Silber, William L. y Subrahmanyam, Marti G. *"Financial Options: From theory to practice".* Editorial business One Irwin, Primera edición, 1990; 580 pp. Estados Unidos de Amérca

Hull, John y Cliffs, Englewood. *"Introduction to Futures and Options Markets".* Editorial Prentice Hall, Primera edición, 1991; 390 pp. Estados Unidos de América

Kolb, Robert W. *"Understanding Futures Merkets".* Editorial New York Institute of Finance, Tercera edición, 1991;728 pp. Estados Unidos de América

Martínez A., Eduardo. *"Futuros y Opciones en la Gestión de Carteras".* Editorial McGraw Hill, Primera edición, 1993; 356 pp. Madrid, España

Tucker, Alan L. *"Financial Futures, Options and Swaps".* 1991; 520 pp. Estados Unidos de América

Tucker, Alan L. *"Options and Financial Futures".* Primera edición, 1991; 520 pp. Estados Unidos de América

Watsham, Terry J. *"Options and Futures in International Portfolio Managment"*. Primera edición,1990; 376 pp. Londres, Inglaterra

Whaley, Robert E. y R. Stoll, Hans. *"Futures and Options: theory and applications"*. Editorial South – Western, Primera edición, 1993; 419 pp. Estados Unidos de América

Zvi Bodie y Robert C. Merton . *"Finanzas"*. Prentice Hall, Primera edición revisada, 2003; 479 pp. Estados Unidos de América

David A. Dubofsky y Thomas W. Miller, Jr. *"Derivatives: Valuation and risk management"*. Oxford University Press, 2003; 645 pp. New York

Philippe Jorion. *"Valor en riesgo: El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados"*. Editorial Limusa, 2002; 357 pp. México

Díaz Tinoco y Hernández Trillo. *"Futuros y opciones financieras: Una introducción"*. Editorial Limusa, Tercera edición, 2000; 191 pp. México

Francisco Mochón Morcillo y Rafael Isidro Aparicio. *"Diccionario de términos financieros y de inversión"*. Editorial McGraw Hill, Primera edición, 1995; 413 pp.

## *REVISTAS*

Bolsa Mexicana de Valores. *Artículo: "Hacia los Productos Financieros Derivados"*. Revista: Ejecutivos en Finanzas # 5, Edición Especial, 1993

Strasser, Mickey. *Atículo: "Getting a Hedge"*. Rvista: Latin Finance # 64, marzo,1995.

Suárez Coppel, Juan J. *Artículo: "Productos Derivados en México"*. Revista: Ejecutivos en Finanzas # 11, 192

Weeks, Scout. *Artículo: "Opciones Compuestas"*. Revista: Latin Finance México, julio/agosto 1994

## *DOCUMENTOS*

Ballescá Loyo, Luis. *"Warrants"*. Instituto del Mercado de Valores, 1992

Bolsa Mexicana de Valores. *"Ventajas de la introducción de Warrants y Opciones en el Mercado de Valores"*. Bolsa Mexicana de Valores, 1992

Jaime Villaseñor Zertuche. *Artículo: "Futuro de la UDI como cobertura empresarial"*. Publicación especializada del Mercado Mexicano de Derivados, 14 de octubre de 2003

Extracto del discurso de Oscar Medina Mora, D.G. Afore Banamex. *Artículo: "Entran Afores al MexDer"*. Publicación especializada del Mercado Mexicano de Derivados, 10 de febrero de 2004

Juan Fernández, Director de Finanzas y Tesorería de Grupo TMM. *Artículo: "La administración de riesgos cambiarios en las empresas"*. Publicación especializada del Mercado Mexicano de Derivados, 10 de febrero de 2004

Guillermo Prieto Treviño. *Artículo: "10 razones de éxito del mercado de opciones"*. Publicación especializada del Mercado Mexicano de Derivados, 13 de abril de 2004

Jorge Alegría Formoso, Director General del MexDer. *Artículo: "Opciones... invirtiendo en México"*. Publicación especializada del Mercado Mexicano de Derivados, 13 de abril de 2004

Mtro Juan Francisco Islas Aguirre. *Artículo: "Lo que realmente se negocia en un mercado de opciones: Volatilidad"*. Publicación especializada del Mercado Mexicano de Derivados, 13 de abril de 2004

## *Sitios de internet*

*"¿Cuál es la mejor metodología para valorar intangibles?"*
http://www.docentes.up.edu.pe/DWong/QUE_VALORA_MEJOR.htm

Juan Mascareñas, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales Universidad Complutense de Madrid. *"Las decisiones de inversión como opciones reales: Un enfoque conceptual"*
http://www.ucm.es/BUCM/cee/doc/0061/03010061.htm

Viviana Fernández, Universidad de Chile. *"Teoría de opciones: una síntesis"*
http://www.dii.uchile.cl/-ceges/publicaciones/ceges16.pdf

Abanfin.com Asesores Bancarios y Financieros, 2003. *"Derivados financieros, sistemas de cobertura del riesgo empresarial".*
http://www.abanfin.com/dirfinan/derivados/derivados.htm