01149

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN

INGENIERIA

MODELO ELASTOVISCOPLASTICO (EVP) PARA EL ESTUDIO DE LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL DE LOS SUELOS.

T E S I S

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRA EN INGENIERÍA

(GEOTECNIA)

QUE PRESENTA:

ALEXANDRA OSSA LÓPEZ

DIRECTOR DE TESIS
DR. EFRAÍN OVANDO SHELLEY

CIUDAD UNIVERSITARIA, 2004

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Efraín Ovando Shelley por la asesoría brindada durante el desarrollo de este trabajo de tesis, y por compartir sus conocimientos académicos.

A cada uno de los sinodales: Ing. Jesús Alberro, Dr. Rigoberto Rivera, Dr. Miguel P. Romo, y Dr. Boris Simpser, por sus valiosos aportes en la revisión de esta tesis.

Al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, por la beca recibida durante el desarrollo de esta tesis y por el uso de sus instalaciones.

RESUMEN

En este trabajo se describe un modelo elasto-viscoplástico (EVP) para la consolidación de los suelos. Los parámetros requeridos para la evaluación de este modelo se obtienen a partir de pruebas de odómetro convencional.

Se calibra el modelo con los resultados de pruebas de odómetro realizadas a muestras provenientes de la ciudad de México y del antiguo lago de Texcoco. Posteriormente, se aplica el modelo EVP al caso de un depósito sometido a una carga, se adapta este modelo para el caso del hundimiento regional introduciendo la variación de las condiciones de frontera con el tiempo. Se considera también, el caso de los suelos estratificados y la variación de la permeabilidad con el tiempo. Para la implementación del modelo se resuelve el sistema no lineal de ecuaciones diferenciales a través del método de las diferencias finitas.

Para la calibración y aplicación del modelo EVP al caso del hundimiento regional, se utilizó información piezométrica, geotécnica y de bancos nivel instalados en el Centro Histórico de la ciudad. En general, los asentamientos obtenidos con el modelo EVP, son una buena aproximación a los valores observados. Finalmente, se presenta una discusión en la que compara el modelo EVP modificado (Nash, 2001) con el modelo desarrollado por Juárez Badillo (1981). Se muestra que existe una gran similitud en la forma de sus ecuaciones, pese a que fueron desarrolladas utilizando conceptos diferentes.

INDICE

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

Cuando un suelo saturado se somete a un incremento de carga, inicialmente el agua presente en los poros del suelo es la que soporta dicha carga, entonces se genera un aumento en la presión de poro de igual magnitud que la carga aplicada. Dicha presión de poro se disipa de forma diferida y es así como la carga aplicada se transfiere al esqueleto de suelo. Si durante el proceso de consolidación, se considera que el suelo es un medio poroso únicamente, su deformación es función solamente de las propiedades hidráulicas del suelo, de su compresibilidad y de la magnitud de carga aplicada. No interviene la velocidad de aplicación de la carga, ni el tiempo que permanece aplicada.

Durante las últimas décadas, el proceso de consolidación de los suelos y su dependencia con el tiempo, se ha convertido en un fenómeno ampliamente aceptado y estudiado. Sin embargo, aún no existe un concepto unificado que permita explicarlo.

Modelos que involucran el tiempo como un factor importante en el proceso de consolidación, comenzaron a ser desarrollados tan sólo una década después de que Terzaghi diera a conocer su teoría. A través de pruebas de laboratorio y observaciones de campo, Buisman (1936) y Taylor

(1942) identificaron la relación del tiempo con la compresibilidad de las arcillas. Buisman encontró que los asentamientos se incrementaban de forma lineal con el logaritmo del tiempo cuando el suelo se encontraba bajo un esfuerzo efectivo constante.

Todas las teorías coinciden en definir la consolidación primaria como el proceso en el que a través del incremento de esfuerzos efectivos ocurre una disminución de volumen del suelo. Este proceso finaliza cuando el exceso de presión de poro generado por el incremento de carga se disipa en su totalidad. El fenómeno está gobernado por el flujo de agua a través del suelo.

La consolidación secundaria es un fenómeno gobernado por las propiedades mecánicas del suelo y también ocasiona una disminución en el volumen del mismo. Existen trabajos que apoyan el hecho de que este proceso ocurre de forma simultánea a la consolidación primaria, aunque hay otros investigadores que opinan lo contrario.

La alta compresibilidad del suelo de la cuenca del valle de México, ha obligado a los ingenieros geotecnistas a prestar especial atención al fenómeno de la consolidación de los suelos. La construcción y desempeño de cimentaciones, obras subterráneas y de drenaje, se ve afectada adicionalmente por el hundimiento regional. Este fenómeno se debe a la sobreexplotación de los acuíferos, y origina una disminución en el exceso en la presión de poro lo que a su vez se traduce en un aumento de los esfuerzos efectivos, que actúan comprimiendo la masa de suelo. Fue Nabor Carrillo (1948) quien haciendo uso de la teoría de Terzaghi, por primera vez relacionó el hundimiento regional con la extracción del agua del subsuelo. Sin embargo, es necesario considerar explícitamente a la consolidación secundaria para avanzar en el estudio de este fenómeno.

1.2 Objetivo y alcances

El objetivo de este trabajo es modelar el comportamiento del suelo bajo condiciones de compresibilidad unidimensional incluyendo el fenómeno de la consolidación secundaria.

Para lograr este objetivo se llevaron a cabo las siguientes actividades:

- Se realizó una revisión del estado del arte de la consolidación unidimensional de los suelos.
- Se eligió un modelo elasto- viscoplástico, que toma en cuenta los conceptos aceptados y probados acerca de la influencia del tiempo en el proceso de consolidación. Además, involucra parámetros que pueden obtenerse mediante pruebas de odómetro.

- Para la aplicación del modelo elasto- viscoplástico, se construyó el programa de computadora IINCON, el cual permite resolver un sistema de ecuaciones diferenciales no lineal a través del método de las diferencias finitas. Este programa permite además, resolver la ecuación de consolidación de Terzaghi con la misma herramienta numérica.

- Para verificar el funcionamiento del modelo elasto- viscoplástico se simularon diferentes pruebas de odómetro. También se aplicó el modelo al caso de una sobrecarga de longitud infinita actuando sobre un depósito de suelo estratificado. En ambos casos los resultados fueron comparados con los obtenidos a través de la teoría de Terzaghi.

Por último, se propuso una alternativa para modelar el proceso de hundimiento regional de la ciudad de México debido al bombeo de sus acuíferos, para lo cual se introdujo al modelo el concepto de condiciones de frontera variables en el tiempo. Se aplicó y calibró el modelo elasto- viscoplástico para el hundimiento regional mediante información piezométrica y geotécnica de un sondeo ubicado en el Patio de la Emperatriz del Palacio Nacional en el Centro Histórico de la ciudad.

2. TEORÍAS DE LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL

2.1 Introducción

Terzaghi describió el comportamiento que experimentan algunos suelos finos saturados, cuando se les aplica una carga constante, mediante la siguiente ecuación:

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.1}$$

donde, C_v es el coeficiente de consolidación vertical, u el exceso en la presión hidrostática, t el tiempo y z coordenada vertical del elemento suelo.

$$C_v = \frac{k}{\gamma_w m_v} \tag{2.2}$$

El coeficiente de consolidación C_v indica la rapidez con la que se disipa la presión de poro, una vez se aplica un incremento de carga Δp. Depende de la permeabilidad k y de la compresibilidad volumétrica m_v del suelo.

El coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v se define como la relación esfuerzo-deformación y expresa la compresibilidad del suelo, referida a su volumen inicial. Ver figura 2.1.

$$m_v = \frac{a_v}{1+e_o} \tag{2.3}$$

a_v es el coeficiente de compresibilidad y e_o la relación de vacíos inicial del estrato analizado. El coeficiente de compresibilidad expresa la razón de variación de la relación de vacíos con la presión (ver Figura 2.2) y está dado por la siguiente expresión:

$$a_v = \frac{de}{dp} \tag{2.4}$$

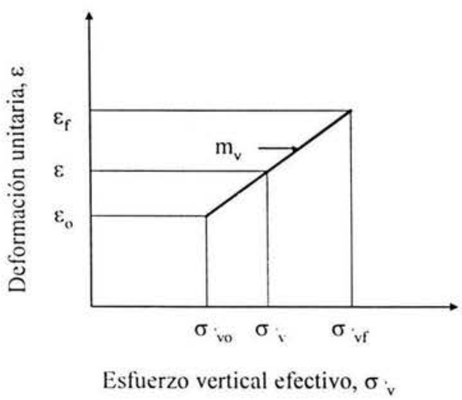


Figura 2.1 Coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v.

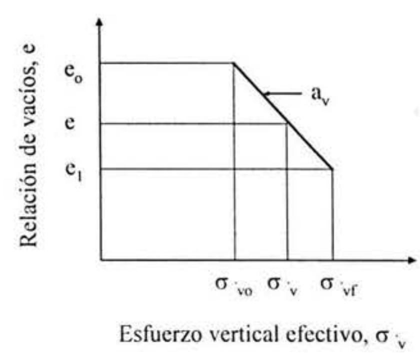
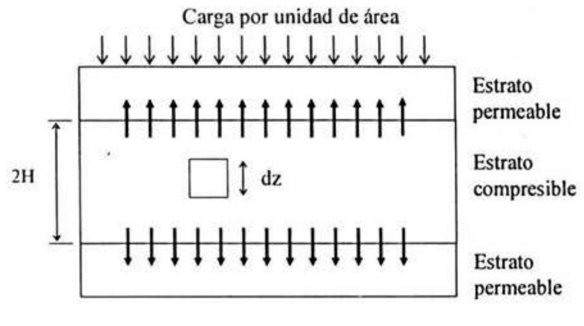


Figura 2.2 Coeficiente de compresibilidad a_v.

La ecuación 2.1 expresa cómo el exceso de la presión de poro generada ante la aplicación de dicha carga varía con el tiempo, con la posición del elemento suelo analizado y con las propiedades del mismo. La teoría está basada en suponer que el agua y los granos del suelo son incompresibles, la homogeneidad del estrato de suelo, la validez de la ley de Darcy, la invariabilidad de la permeabilidad a través del estrato, la relación lineal esfuerzo-deformación, el principio de esfuerzos efectivos y la existencia de flujo en una sola dirección.

La solución de la ecuación 2.1 depende de las condiciones de frontera del estrato compresible. En la Figura 2.3 se muestran los casos de un estrato confinado por uno o dos estratos permeables, que permiten la expulsión del agua una vez se aplica un incremento de esfuerzo al suelo.



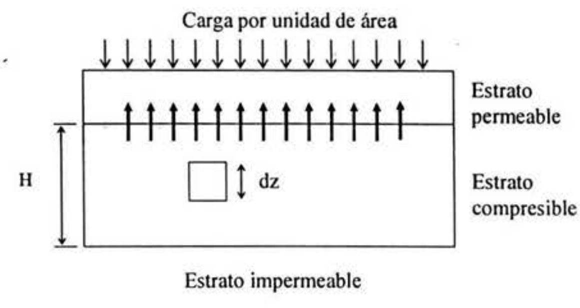


Figura 2.3a Estrato doblemente drenado

Figura 2.3b Estrato simplemente drenado

Las condiciones de frontera que se presentan, para el caso de la Figura 2.3a son:

Para $t = 0^{+}$,	$0 \leq z \leq 2H$,	$u = \Delta p$
Para $t > 0^{-}$,	$z = 0$,	$u = 0$
Para $t > 0^{-}$,	$z = H$,	$u = 0$
Para $t = \infty$	$0 \leq z \leq 2H$,	$u = 0$

De esta forma, la solución de la ecuación 2.1 para el caso de un estrato compresible confinado por dos estratos permeables está dada por la siguiente ecuación:

$$u(z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2\Delta p}{M} \operatorname{sen}\left(M.\frac{z}{H} \right).e^{-M^2 T} \qquad (2.5)$$

donde, $M = \frac{\pi(2m+1)}{2}$ con $m = 0, 1, 2, \ldots\infty$, H es la longitud máxima de la trayectoria de drenaje,

T el factor adimensional denominado factor de tiempo, definido como:

$$T = \frac{C_v t}{H^2} \qquad (2.6)$$

La ecuación 2.5 puede ser representada por un conjunto de isocronas que indican la variación del exceso de la presión u, con la profundidad z y el tiempo t, tal como se muestra a continuación:

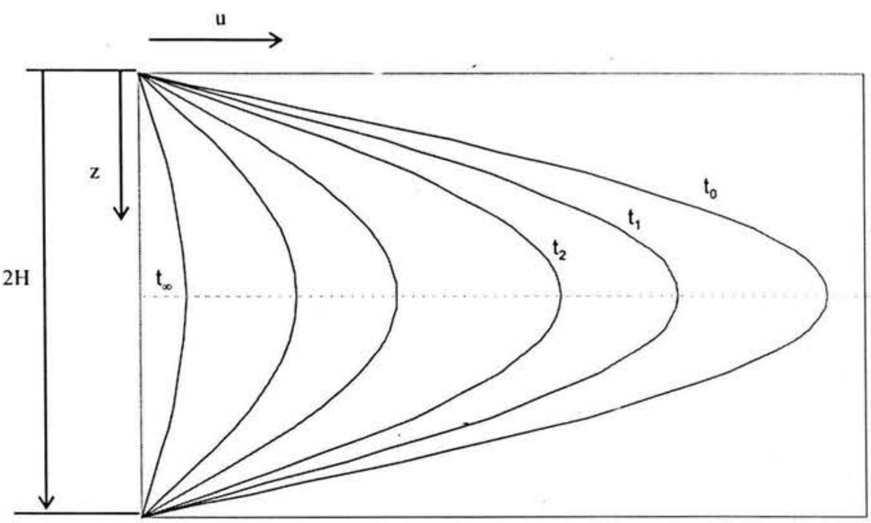


Figura 2.4 Curvas isocronas, estrato con drenaje doble

El grado de consolidación del suelo a una profundidad z en un instante t, se define como la relación de la consolidación desarrollada hasta el instante t entre la consolidación total que ha de producirse bajo el incremento de carga Δp, y se expresa mediante la ecuación.

$$U(\%) = 100\left(\frac{\Delta P - u}{\Delta P}\right) \tag{2.7}$$

Para el caso de un estrato de suelo compresible, con drenaje doble se tiene:

$$U(\%) = 100\left[1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2}.e^{-M^2T}\right] \tag{2.8}$$

El grado de consolidación del estrato del suelo es sólo función del factor T. La figura 2.5 muestra la relación teórica entre U y T, llamada curva de consolidación.

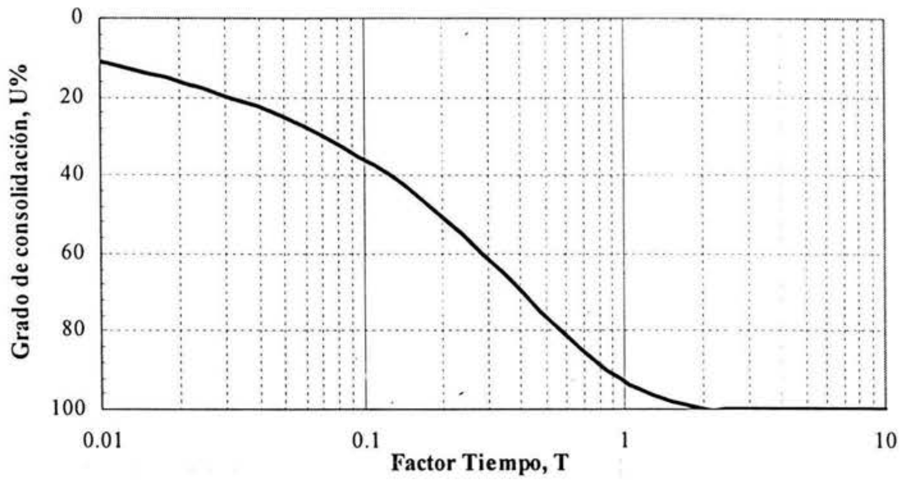


Figura 2.5 Curva de consolidación teórica

2.2 Otras Teorías

En 1936 Buisman, presentó la ecuación que corresponde a la primera expresión relacionada con el fenómeno de consolidación total de los suelos. Expresa cómo los asentamientos totales que experimenta el suelo ante la aplicación de una carga, son función del proceso de consolidación primaria y de consolidación secundaria siendo esta última a su vez, proporcional al logaritmo del tiempo:

$$\delta_t = \delta_p + \delta_s \tag{2.11}$$

Buisman sugirió además, que ambos procesos ocurren de manera simultánea y fue el primero en nombrarlas como "primaria" y "secular" aunque se le denominó posteriormente "secundaria".

A partir de la idea de Buisman han surgido hasta la fecha varias teorías que han pretendido darle una explicación al fenómeno observado. Hasta ahora se distinguen dos enfoques mediante los cuales se ha estudiado el fenómeno de la consolidación.

Enfoque A: Algunos autores como Mesri et al (1985), Jamiolkwski et al (1985) y Leonards et al (1995), definen la consolidación primaria como un proceso durante el cual ocurre una disminución de volumen del suelo, debido a la expulsión de agua presente en los poros del suelo. Esta primera parte del proceso finaliza en un tiempo t_p, cuando el exceso en la presión de poro es nula o imperceptible. La disminución en el volumen del suelo para tiempos mayores a t_p, se debe entonces a la consolidación secundaria.

Enfoque B: Otros autores como Marshall (1961), Bjerrum (1967), Zeevart (1967), Larsson (1986), Leroueil (1988), Martins et al (1985), han definido a la consolidación primaria, como un proceso en el que el incremento de esfuerzos efectivos provoca una disminución de volumen del suelo, debido a la disipación del exceso de presión de poro hasta alcanzar un valor nulo o muy cercano a él. De otra parte, la consolidación secundaria se define como un proceso de disminución en el volumen del suelo, cuyos efectos más notorios se presentan cuando la disipación de la presión de poro se completa o está próxima a hacerlo. Ambos procesos ocurren de forma simultánea.

Se ha tratado de establecer cuál de los dos enfoques, representa de mejor forma el comportamiento de los suelos. Aún no existe claridad acerca del tema.

2.2.1 La Viscosidad del suelo.

La viscosidad es la propiedad que tienen algunos materiales de responder con variaciones en el tiempo, cuando se les somete a una carga constante o a procesos de carga lentos. La respuesta fundamental de estos materiales es la fluencia lenta. Algunos investigadores han atribuido el fenómeno de consolidación secundaria a esta propiedad de los suelos. Basados en ello, han desarrollado modelos reológicos y matemáticos que logran describir el fenómeno, en ocasiones en forma aproximada.

La teoría de Zeevaert

Zeevaert en 1967, propuso un modelo reológico formado por una serie infinita de sólidos Kelvin, similar a la propuesta por Terzaghi, a la cual le adicionó un nuevo elemento o unidad "Z", formada por dos amortiguadores en paralelo, uno de fluidez lineal y otro no lineal.

Las hipótesis en las que está basada esta teoría son:

- El suelo está conformado por dos estructuras básicas; la primera está formada por granos microscópicos carentes de cohesión, y la segunda esta formada por flóculos de granos submicroscópicos que forman aglomeraciones de minerales de arcilla, ver Figura 2.6.

- La estructura primaria está constituida por granos más gruesos saturados, formando un esqueleto continuo, capaz de soportar esfuerzos efectivos. La deformación volumétrica de esta estructura es de naturaleza elastoplástica y ocurre hasta que la disipación del exceso de la presión de poro se completa. La teoría de Terzaghi la describe.

- La estructura secundaria está constituida por suelo fino de tipo coloidal, saturado. Durante el proceso de consolidación el agua presente en los poros de esta estructura es expulsada. La deformación volumétrica es de naturaleza viscosa, debido a la película de agua adsorbida que rodea los minerales de arcilla, y que controla el movimiento entre los granos submicroscópicos.

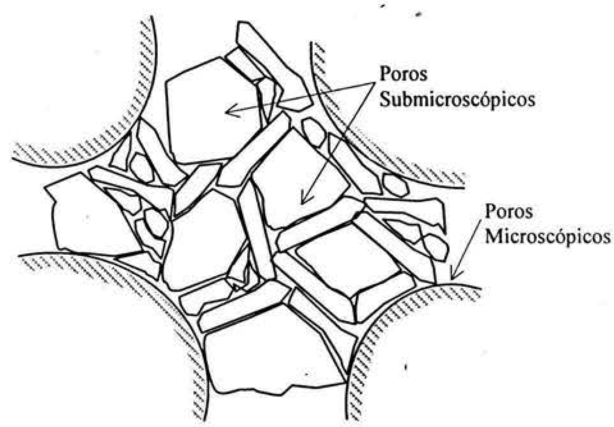


Figura 2.6 Arreglo estructural del suelo

- La deformación volumétrica de las dos estructuras ocurre simultáneamente, por lo tanto la deformación total de suelo es la suma de las deformaciones ocurridas en cada una de las estructuras.

La consolidación primaria se analiza mediante el modelo reológico de Kelvin, las deformaciones ocurridas debidas a este fenómeno son finitas. El modelo consiste en dos elementos en paralelo, el primero es resistente y capaz de tomar carga permanente al final del proceso primario, el otro representa el amortiguamiento con fluidez lineal, ϕ_1 (ver Figura 2.7). La deformación volumétrica de la estructura primaria se puede escribir como:

$$\Delta\varepsilon_{v1} = m_v.\Delta p.F(T) \tag{2.12}$$

Donde, m_v es el coeficiente de compresibilidad volumétrica, Δp el incremento de presión y $F(T_v)$ es la función de Terzaghi definida como :

$$F(T) = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2}.e^{-M^2T} \tag{2.13}$$

La consolidación secundaria se analiza mediante un modelo reológico denominado Z, el cual representa el comportamiento viscoso intergranular del suelo. Este modelo está constituido por dos elementos ambos newtonianos, uno de fluidez no lineal que representa la fluidez intergranular que disminuye con el tiempo, y el otro que representa un amortiguador de fluidez lineal ϕ_2, el cual retarda la deformación volumétrica unitaria de la estructura secundaria.

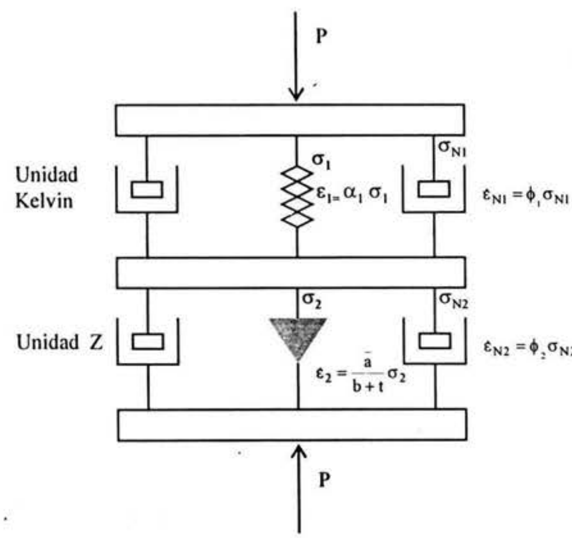


Figura 2.7 Modelo reológico

Resolviendo para $\Delta\varepsilon_{v2}$ se obtiene la siguiente ecuación diferencial para el modelo Z mostrado en la figura 2.7:

$$\Delta\varepsilon_{v2} = \frac{\bar{a}}{b + \frac{\bar{a}}{\phi_2} + t} \tag{2.14}$$

Al integrar la ecuación 2.12, considerando que para t = 0 $\Delta p = \Delta\sigma_{N2}$ y $\Delta\varepsilon_{N2} = \phi_2 \Delta\sigma_{N2}$ y b = 0, se tiene:

$$\Delta\varepsilon_{v2} = m_t.\log\left(1 + \frac{4.62}{\beta}.\frac{\phi_2}{\phi_1}.T\right)\Delta p \tag{2.15}$$

Donde,

m_t = coeficiente de compresibilidad volumétrica secundario, definido como:

$$m_t = 2.31\bar{a} = \frac{C_t}{2H.\Delta\sigma} \tag{2.16}$$

β= Coeficiente de viscosidad intergranular, definido como:

$$\beta = \frac{m_t}{m_v} \tag{2.17}$$

Sea $\xi = \frac{4.62}{\beta} \cdot \frac{\phi_2}{\phi_1}$, la deformación total del estrato de suelo está dado por la siguiente expresión:

$$\Delta\varepsilon_v = m_v \Delta p\big(F(T) + \beta \log(1 + \xi T)\big) \tag{2.18}$$

La Teoría de Mesri

En 1974 Mesri reunió los conceptos más aceptados, en cuanto a la consolidación total de los suelos. Su teoría está basada en considerar la ecuación propuesta por Garlanger en 1972 como la ecuación real del estado del suelo, la cual corresponde a una modificación de la ecuación de consolidación unidimensional de Terzaghi:

$$\frac{de}{dt} = \left(\frac{\partial e}{\partial \sigma'_z}\right)\frac{d\sigma'_z}{\partial t} + \left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_c \tag{2.19}$$

donde $\partial e/\partial \sigma'_z$, es la compresibilidad del suelo y $(\partial e/\partial t)_c$ representa la variación de la relación de vacíos, debido a las propiedades viscosas del suelo. Posteriormente, introduce el concepto de la variabilidad de la permeabilidad con el cambio de la relación de vacíos.

La ecuación 2.19 puede escribirse de la siguiente manera:

$$\Delta e = \int_0^{t_p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial \sigma`_z}\right)_t \frac{d\sigma`_z}{dt} + \left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_{\sigma`_z}\right] dt \; + \; \int_{t_p}^{t} \left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_{\sigma`_z} dt \tag{2.20}$$

Lo anterior indica que para tiempos mayores a t_p, $d\sigma'_z/dt=0$. El intervalo de tiempo comprendido hasta el tiempo t_p representa el periodo en el cual el esfuerzo efectivo se incrementa, y es aquí donde ocurre la consolidación primaria. Posteriormente, cuando el esfuerzo permanece constante, la disminución en la relación de vacíos es función del tiempo, y en este periodo ocurre la consolidación secundaria (ver Figura 2.8).

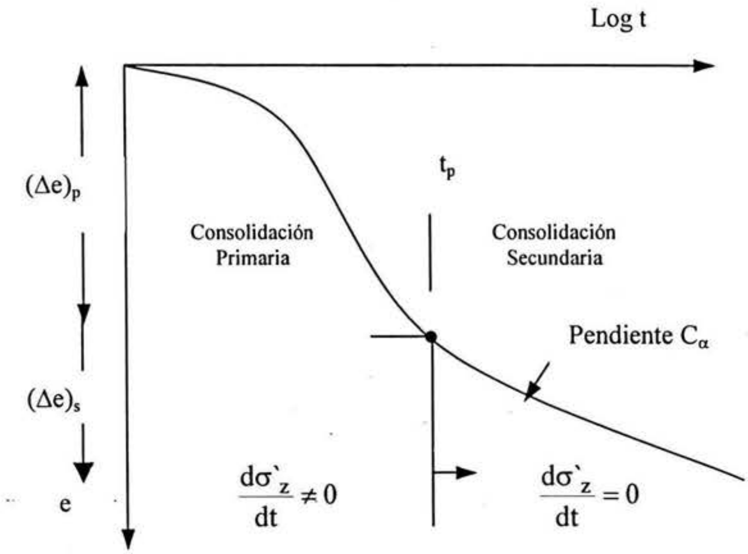


Figura 2.8 Curva típica de compresibilidad

La componente hidrodinámica del proceso de consolidación, cuyo comportamiento obedece a la ley de Darcy, esta representado por la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{\partial e}{\partial \sigma'_z}\right)_t \frac{d\sigma'_z}{dt} = \frac{(1+e_0)^2}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k}{1+e}\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{\sigma'_z} \tag{2.21}$$

donde, u es el exceso en la presión de poro, k es el coeficiente de permeabilidad en sentido vertical, z es la distancia vertical medida desde la frontera permeable, y γ_w es el peso unitario del agua.

Durante la consolidación, el coeficiente de permeabilidad en la ecuación 2.21 varía con la profundidad y disminuye con el tiempo, debido a que la relación de vacíos también decrece con el tiempo, por lo tanto, se establece la siguiente relación:

$$\log k = \log k_0 - \frac{e_0 - e}{C_k} \tag{2.22}$$

El valor de C_k puede considerarse constante. Además, algunos estudios realizados demuestran que existe una relación directa entre la relación de vacíos inicial del estrato considerado y el coeficiente C_k. Este tema será tratado más adelante.

La ecuación 2.20 puede resolverse utilizando las siguientes expresiones:

Para $0 < t < t_p$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial \sigma'_z}\right)_t = -\frac{0.434.C_c}{\sigma'_z} \tag{2.23}$$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_{\sigma'_v} = -\frac{0.434.\bar{\beta}.C_\alpha}{t} \tag{2.24}$$

Para $t > t_p$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_{\sigma'_z} = -\frac{0.434.C_\alpha}{t} \tag{2.25}$$

Donde $\bar{\beta}=(e_0-e)/(e_0-e_p)$, C_c índice de compresión y C_α índice de compresión secundaria.

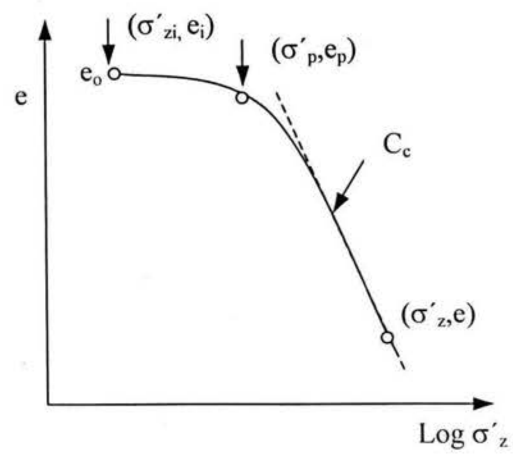


Figura 2.9 Definición de C_c.

El valor del índice de compresibilidad C_c, se define como la pendiente de la línea virgen en la curva de compresibilidad del suelo (ver Figura 2.9). El índice de compresibilidad secundario C_α, se define como la pendiente de la curva de consolidación una vez se ha completado el cien por ciento de la consolidación primaria tal como se ilustró en la Figura 2.8.

Mesri ha encontrado que el valor de C_α/C_c para cada tipo de suelos tiende a ser constante, y varía entre 0.03 y 0.05 para la mayoría de las arcillas inorgánicas. Para el caso del suelo de la ciudad de México se han encontrado valores de C_α/C_c aproximadamente igual a 0.046 (Mesri, 1975), y de C_α entre 0.1 y 0.001 (Jaime, 1988).

Los asentamientos debidos a la consolidación primaria, pueden expresarse así:

$$S_p = \frac{Ho}{1+e_0}\left(C_r \log\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{zi}} + C_c{}'\log\frac{\sigma'_z}{\sigma'_p}\right) \tag{2.26}$$

donde C_r es el índice de compresibilidad en el tramo de recompresión, $C_c{}'$es el índice de compresión observado, y Ho el espesor del estrato. Por lo tanto, es valida la siguiente expresión:

$$C_{c'} \log\frac{\sigma'_z}{\sigma'_p} = \left(C_c \log\frac{\sigma'_z}{\sigma'_p} + \bar{\beta} C_\alpha \log\frac{t}{t_p}\right) \tag{2.27}$$

Los asentamientos debidos a la consolidación secundaria, están dados por la siguiente ecuación:

$$Ss = \frac{Ho}{1+e_0}\left(\left(\frac{C_\alpha}{C_c{}'}\right)C_{c'} \log\frac{t}{t_p}\right) \tag{2.28}$$

Tal como lo explican Prakash y Shridaran (1998), la forma de la curva de consolidación una vez finaliza el proceso de consolidación primaria, no es siempre una línea recta. Por lo tanto, el cálculo de asentamientos en algunos casos puede ser erróneo si es que se considera el criterio del coeficiente de consolidación constante C_α para evaluar los asentamientos secundarios.

Mesri en su teoría considera que la relación de vacíos al final de la consolidación primaria, para un estrato de suelo no depende de su espesor es decir, ha de esperarse una misma relación de vacíos en un estrato pequeño y en uno grande. Además considera que el valor del coeficiente de consolidación secundaria es constante, mientras que otros autores como Larsson (1986), Martins y Lacerda (1989) opinan que este parámetro varía con el estado de esfuerzos del suelo y con el tiempo.

Tanto la teoría de Zeevaert como la de Mesri y Choi (1985), consideran que el esfuerzo de preconsolidación es independiente de la velocidad de deformación, y que la deformación unitaria para un tiempo t_p, no depende de la velocidad de deformación del suelo.

Cuando ciertos materiales se someten a procesos de deformación volumétrica constante, experimentan una disminución progresiva del esfuerzo efectivo. Este comportamiento llamado relajación, se presenta en materiales con propiedades elastoviscosas. Lo anterior implica además, que el material admite una cierta cantidad de deformación elástica, que desaparecerá al quitar el esfuerzo y una deformación de tipo viscoso que será permanente.

La teoría de Marsal.

Marsal en 1961, presento la teoría X para la consolidación de los suelos. Esta teoría se basa en suponer que el proceso de transferencia de cargas exteriores a la fase sólida de un suelo por disipación del exceso de la presión de poro no está regulado únicamente por el flujo del agua, sino también por el acomodo que deben sufrir las partículas antes de alcanzar su condición de reposo.

Las hipótesis en que está basada la teoría X son:

- El suelo está saturado y es homogéneo, es válida la ley de Darcy, el flujo de agua ocurre en sentido vertical, el agua es incompresible comparada con la matriz sólida del suelo.

- Los movimientos de los granos no tienen una trayectoria predeterminada. El fenómeno interno es esencialmente tridimensional, aún en pruebas de consolidación convencionales.

- El suelo tiene un comportamiento viscoso que genera una resistencia en la transferencia de esfuerzos a este y por lo tanto, existe un retardo en la disipación en el exceso de presión de poro. No obstante, cuando la disipación ha concluido, el suelo continúa fluyendo.

- La deformación de la fase sólida del suelo, se divide en dos componentes: una instantánea y otra diferida en el tiempo.

- La componente instantánea de la deformación es de tipo elástico y es función lineal del incremento de esfuerzos efectivos:

$$\varepsilon_v' = \frac{\Delta\sigma'_z}{M_i} \tag{2.29}$$

donde, M_i es el módulo de deformación instantánea y $\Delta\sigma'_z$ es el incremento de esfuerzos efectivos.

- La deformación diferida es proporcional al aumento de esfuerzos efectivos y a una función exponencial del tiempo.

$$\varepsilon_v'' = \frac{\Delta\sigma'_z}{M_d}(1 - e^{-\alpha t}) \tag{2.30}$$

donde, M_d es el módulo de deformación diferida, t el tiempo y α el coeficiente de relajación , cuyo parámetro depende de los esfuerzos efectivos actuantes. Esta deformación es de tipo viscoplástica por consiguiente es de carácter no recuperable.

- La velocidad de la deformación diferida es proporcional a la compresión que falta para que el suelo logre su condición de reposo.

$$\frac{d\varepsilon_v''}{dt} = \alpha(\varepsilon_{vf}'' - \varepsilon_v'') \tag{2.31}$$

Donde ε_{vf}"(ver Figura 2.10), es la deformación diferida total del elemento de suelo, definida como:

$$\varepsilon_{vf}'' = \frac{\Delta\sigma'_z}{M_d} \tag{2.32}$$

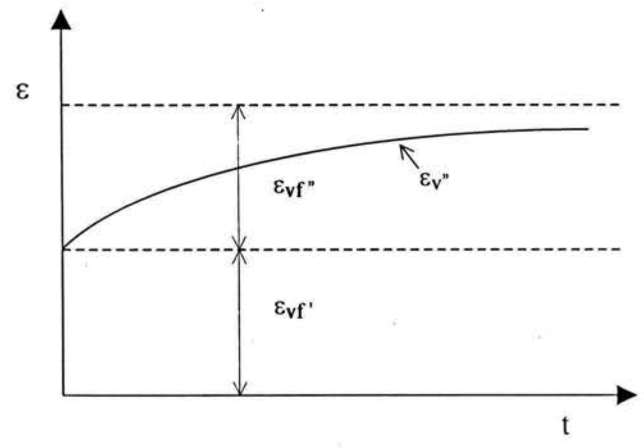


Figura 2.10. Esquema de deformaciones del suelo.

Esta hipótesis fue propuesta originalmente por Taylor (1942) y está restringida al comportamiento del suelo después de haberse disipado el exceso de la presión de poro.

- La deformación total del suelo es proporcional al incremento de esfuerzos efectivos, y puede expresarse de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{vf} = \Delta\sigma'_z\left(\frac{1}{M_i} + \frac{1}{M_d}\right) \tag{2.33}$$

Sin embargo, Marsal considera que si bien las deformaciones elásticas se dan de forma inmediata una vez que se aplica un incremento de esfuerzos efectivos, las deformaciones diferidas se combinan con la transferencia de esfuerzos a la fase sólida del suelo por disipación del exceso de presión de poro u. Al realizar un proceso convolutivo entre las funciones u(t) y ε_v"(t), las deformaciones diferidas pueden expresarse así:

$$\varepsilon_v''(t)=\frac{1}{M_d}\left[[\Delta\sigma'_z-u(0)][1-e^{-\alpha t}]-\int_0^t u'(\tau)\ \ [1-e^{-\alpha(t-\tau)}]d\tau\right] \tag{2.34}$$

Con lo anterior se pueden expresar las deformaciones totales del suelo de la siguiente manera:

$$\varepsilon_v(t)=\frac{1}{M_i}[\Delta\sigma_z-u(t)]+\frac{1}{M_d}\left[[\Delta\sigma'_z-u(0)][1-e^{-\alpha t}]-\int_0^t u'(\tau)\ \ [1-e^{-\alpha(t-\tau)}]d\tau\right] \tag{2.35}$$

Para plantear la ecuación diferencial de la consolidación en términos del exceso de presión de poro u, se debe conocer la variación de la deformación volumétrica con respecto al tiempo e igualarla con la ecuación de continuidad de flujo en suelos así:

$$-\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial t}=\frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \tag{2.36}$$

Al derivar la ecuación 2.35 y reemplazarla en la ecuación 2.36 se tiene:

$$\frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{M_i}\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+\frac{\alpha}{M_d}\left[[u(0)-\Delta\sigma'_z]e^{-\alpha t}+\int_0^t u'(\tau)\ \ [1-e^{-\alpha(t-\tau)}]d\tau\right] \tag{2.37}$$

La ecuación 2.37 describe el proceso de consolidación unidimensional de los suelos. Nótese que si el valor de α se hace igual a cero o M_d a infinito, la ecuación 2.37 se reduce a la ecuación de consolidación de Terzaghi.

En la fecha en que se dio a conocer esta teoría, Marsal no encontró un sentido físico al coeficiente de relajación ni tampoco la forma de hallarlo mediante pruebas de laboratorio. Sin embargo, según se define en la ecuación 2.31 el coeficiente α podría interpretarse como la variación del coeficiente C_α traducido al espacio ε_v vs t.

La Teoría de Leroueil: Comportamiento Viscoplástico del Suelo

Leroueil (2001), dio a conocer su modelo de comportamiento viscoplástico de los suelos aplicado a las arcillas de Berthierville, Canadá. En él expresa cómo la variación de deformación total de suelo sometido a un esfuerzo efectivo σ'_z es la suma de dos componentes uno elástico y otro viscoplástico.

$$\dot{\varepsilon}_v=\dot{\varepsilon}_v^{\,e}+\dot{\varepsilon}_v^{\,vp} \tag{2.38}$$

A través de un gran número de pruebas de laboratorio Leroueil (1985) ha demostrado que el comportamiento de las arcillas sometidas a un proceso de consolidación, depende de sus propiedades de viscosidad y que este comportamiento está regido por una relación única entre el esfuerzo efectivo σ'_z, la deformación volumétrica ε_v y la velocidad de deformación $\dot{\varepsilon}_v$.

El comportamiento elástico de la velocidad de deformación está dado por la siguiente expresión:

$$\dot{\varepsilon}_v^{\,e} = \frac{\kappa}{1+e_0}\frac{\dot{\sigma}'_z}{\sigma'_z} \tag{2.39}$$

Donde κ, es el índice de recompresión Cs/ln10, e_o la relación de vacíos inicial, $\dot{\sigma}'_z$ la variación del esfuerzo efectivo σ'_z con el tiempo, ver Figura 2.11.

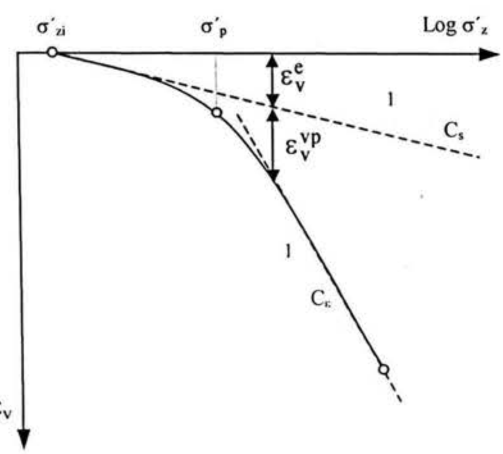


Figura 2.11 ε_v vs. log σ'_z

El comportamiento viscoplástico se define de forma experimental a través de curvas de esfuerzo de preconsolidación-velocidad de deformación. La velocidad de deformación viscoplástica está dada por:

$$\dot{\varepsilon}_v^{\,vp} = 10^{[(\log\sigma'_z - \Gamma - \varepsilon_{oi} - C_\varepsilon \varepsilon_v^{vp})/C_p]} \tag{2.40}$$

Donde, ε_{oi} es el valor de la ordenada al origen de la línea con pendiente $(1/C_\varepsilon)$, que describe el comportamiento $\log(\sigma'_z/\sigma_p)$ versus ε_v^{vp}; Γ es el valor de σ'_p para una velocidad de deformación, $\dot{\varepsilon}_v^{vp} = 10^{o}$. Cp es el índice de preconsolidación, ver Figura 2.12.

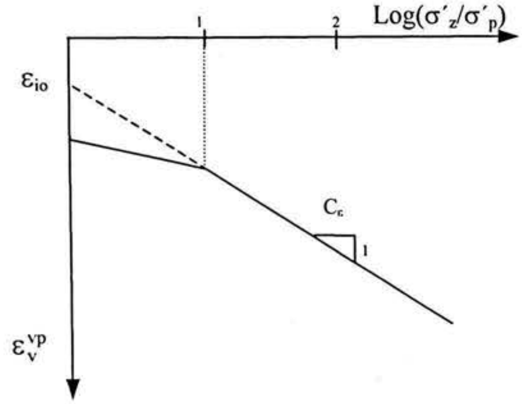


Figura 2.12a $\text{Log}(\sigma'_z/\sigma'_p)$ vs. ε_v^{vp}

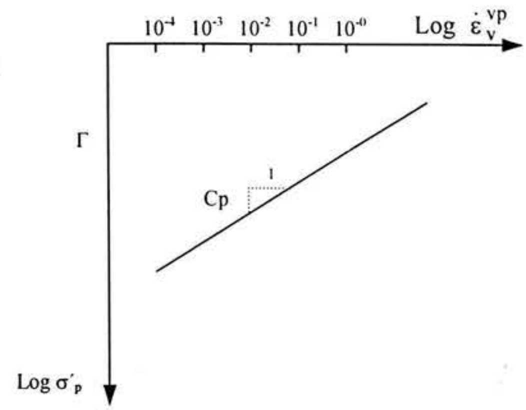


Figura 2.12b $\text{Log}\,\dot{\varepsilon}_v^{vp}$ vs. σ'_p

El valor de C_p definido por Leroueil como la pendiente de la línea $\dot{\varepsilon}_v^{vp}$ vs. σ'_p (ambos valores en escala logarítmica), corresponde al mismo valor de C_α/C_c definido por Mesri en su teoría de consolidación, donde C_α = de/d log t y C_c= de/d log σ'_z.

Ahora, si se remplazan las ecuaciones 2.39 y 2.40 en la ecuación 2.38 se tiene que la velocidad de deformación total del suelo es la siguiente:

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{\kappa}{1+e_0}\frac{\dot{\sigma}'_z}{\sigma'_z} + 10^{[(\log\sigma'_z - \Gamma - \varepsilon_{oi} - C_c\varepsilon_v^{vp})/C_p]} \tag{2.41}$$

Para obtener las deformaciones totales que presentará el estrato de suelo considerado cuando se somete a un proceso de consolidación es el siguiente:

$$\varepsilon_v = \int \dot{\varepsilon}_v dt \tag{2.42}$$

La deformación total del suelo es la suma de un componente elástico y otro viscoplástico. Este último es mayor cuando el suelo se encuentra en estado normalmente consolidado y disminuye cuando el suelo está preconsolidado.

La ecuación de continuidad para la consolidación de los suelos, según Berry y Poskit (1972) puede representarse de la siguiente forma:

$$-\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial t} = \frac{(1+e_0)}{\gamma_w}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k}{1+e}\frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{2.43}$$

Donde, u es el exceso en la presión de poro, k es el coeficiente de permeabilidad vertical, z es la distancia vertical medida desde la frontera permeable, e es la relación de vacíos, ε la deformación volumétrica del suelo y γ_w es el peso unitario del agua.

Remplazando la ecuación 2.43 en la ecuación 2.41 se obtiene la variación del esfuerzo efectivo durante el proceso de consolidación:

$$\dot{\sigma}'_z = -\left(\frac{(1+e_0)}{\gamma_w}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k}{1+e}\frac{\partial u}{\partial z}\right) + 10^{[(\log\sigma'_z - \Gamma - \varepsilon_{oi} - C_\varepsilon \varepsilon_v^{vp})/C_p]}\right)\frac{(1+e_0)\sigma'_z}{\kappa} \qquad (2.44)$$

El estado de esfuerzos efectivos para un instante dado, luego de aplicarle al suelo una sobrecarga L, está dado por:

$$\sigma'_z = \sigma'_{zi} + L - u \qquad (2.45)$$

Donde σ'_{zi} es el esfuerzo efectivo inicial, L la sobrecarga aplicada y u el exceso en la presión de poro.

La variación en el tiempo del esfuerzo efectivo puede expresarse también mediante:

$$\dot{\sigma}'_z = \dot{L} - \dot{u} \qquad (2.46)$$

Al reemplazar la ecuación 2.44 en la 2.46 se tiene:

$$\dot{u} = \dot{L} + \left(\frac{(1+e_0)}{\gamma_w}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k_v}{1+e}\frac{\partial u}{\partial z}\right) + 10^{[(\log\sigma'_z - \Gamma - \varepsilon_{oi} - C_\varepsilon \varepsilon_v^{vp})/C_p]}\right)\frac{(1+e_0)\sigma'_z}{\kappa} \qquad (2.47)$$

De la ecuación 2.47 puede deducirse que el exceso en presión de poro durante el proceso de consolidación varía debido a la sobrecarga del suelo, a la disipación de ella misma y a la relajación de esfuerzos que ocurre debido al comportamiento viscoplástico del suelo; así:

$$\frac{\partial u}{\partial t}_{\text{Sobrecarga}} = \dot{L} \qquad (2.48)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}_{\text{Disipación}} = \left(\frac{\sigma'_z(1+e_0)^2}{\gamma_w \kappa}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k}{1+e}\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right) \qquad (2.49)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}_{\text{Def.Viscoplástica}} = \left(\left(10^{[(\log \sigma'_z - \Gamma - \varepsilon_{oi} - C_\varepsilon \varepsilon_v^{vp})/C'_p]} \right) \frac{(1+e_o)\sigma'_z}{\kappa} \right) \tag{2.50}$$

Si se considera el valor de k constante, la ecuación 2.49 coincide con la ecuación 2.1 presentada por Terzaghi.

Cuando la deformación volumétrica ε_v permanece constante, ocurre un aumento en el exceso de la presión de poro, debido a la relajación de los esfuerzos efectivos. En efecto, si la deformación total es constante, ante un aumento en la deformación viscoplástica, debe disminuir la deformación elástica, la cual es función directa del esfuerzo efectivo del suelo.

Otros autores tales como Kabbaj et al (1988), Rajot (1992), Yin y Graham(1989), enfocan el comportamiento de los suelos compresibles de forma similar a Leroueil, considerando de igual forma, las expresiones 2.38 y 2.39. La diferencia de cada uno de sus enfoques radica en la forma de plantear expresiones que definen la velocidad de deformación diferida del suelo o creep.

La Teoría de Martins y Lacerda.

Esta teoría supone que durante el proceso de consolidación unidimensional, cuando se aplica al suelo un aumento de carga constante, los esfuerzos cortantes disminuyen y tienden a disiparse hasta desaparecer. Por lo tanto, el coeficiente de empuje lateral en reposo K_o, aumentará hasta llegar a la unidad y es en ese momento cuando la deformación volumétrica en el suelo habrá finalizado. Se define entonces como consolidación secundaria a aquel proceso mediante el cual la relajación de esfuerzos cortantes ocasiona una deformación en el suelo adicional a la que ocurre debido a la expulsión de agua en los poros. Ambos fenómenos ocurren de forma simultánea.

El estado de esfuerzos de un elemento de suelo, puede expresarse de la siguiente forma:

$$p' = \frac{\sigma'_z(1+2Ko)}{3} \tag{2.51}$$

$$q = \frac{\sigma'_z(1-Ko)}{2} \tag{2.52}$$

Donde p´ es el esfuerzo normal equivalente y q el esfuerzo desviador.

Esta teoría está basada en suponer al suelo como un medio isótropo, en el cual durante el proceso de consolidación, la relajación del esfuerzo desviador o del cortante equivalente, es proporcional al cortante mismo:

$$\frac{dq}{dt} = -\Omega q \tag{2.53}$$

Donde, Ω es un coeficiente que depende del tipo de suelo y controla la velocidad de la consolidación secundaria.

De acuerdo al principio de esfuerzos efectivos, la variación volumétrica de un elemento de suelo sometido a un proceso de consolidación, puede representarse mediante la siguiente expresión:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta p'}{M'_v} \tag{2.54}$$

Donde, M'_v representa el inverso del módulo de compresibilidad volumétrica isótropa, m'_v.

Al derivar la ecuación 2.52 e igualarla con la ecuación 2.53, se llega a la ecuación que define la variación del coeficiente K_o en el tiempo.

$$\frac{dK_o}{dt} = \Omega[1 - K_o(t)] + \frac{[1 - K_o(t)]}{\sigma'_z(t)} \cdot \frac{d\sigma'_z(t)}{dt} \tag{2.55}$$

Mediante operaciones matemáticas, se encuentra que la ecuación que define la variación de la deformación volumétrica ε_v es la siguiente:

$$\varepsilon_v(t) = \frac{\sigma'_z(t) - \sigma'_{zi}}{M_v} + \left[\frac{2}{3}\frac{\sigma'_{zi}}{M_v}(1 - K_{on})(1 - e^{-\Omega t})\right] \tag{2.56}$$

donde, σ'_{zi} es el esfuerzo efectivo al inicio del proceso de carga y K_{on}, corresponde al valor del coeficiente de reposo inicial. Martins y Lacerda, asocian el primer término de la ecuación 2.56 con la consolidación primaria, la que a su vez utilizando la teoría de Terzaghi puede expresarse de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{vp}(t) = \frac{\sigma'_{zf} - \sigma'_{zi}}{M_v}\left\{1 - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{4}{(2n+1)\pi}\left[\operatorname{sen}\left((2n+1)\left(-\frac{\pi}{2}\cdot\frac{z}{H}\right)\right)\right] \times \right.$$

$$\left. \exp-\left(\frac{\pi^2.(2n-1)^2.T}{4}\right)\right\} \tag{2.57}$$

Donde, σ'_{zf} es el esfuerzo efectivo final, z es la distancia medida desde la parte superior del estrato de suelo considerado (ver Figura 2.12), 2H el espesor del estrato y T Factor tiempo ya definido. Finalmente, el grado de consolidación del suelo esta dado por la expresión 2.58.

$$U(\%) = \frac{\left(\frac{\sigma'_{zf}}{\sigma'_{zi}} - 1\right)\left[1 - \sum_{n=0}^{\omega} \frac{2}{N^2}.\exp(-N^2.T)\right]}{\left(\frac{\sigma'_{zf}}{\sigma'_{zi}} - 1\right) + \frac{2}{3}(1 - K_{on})} + \frac{\frac{2}{3}(1 - K_{on})[1 - \exp(-\theta T)]}{\left(\frac{\sigma'_{zf}}{\sigma'_{zi}} - 1\right) + \frac{2}{3}(1 - K_{on})} \tag{2.58}$$

Donde, $N = \frac{\pi(2n+1)}{2}$ con n= 0, 1, 2, ...∞, $\theta = \Omega \frac{H^2}{C_v}$ y Ω es un parámetro que depende del tipo de suelo.

La Figura 2.13 muestra la solución gráfica de la ecuación 2.58.

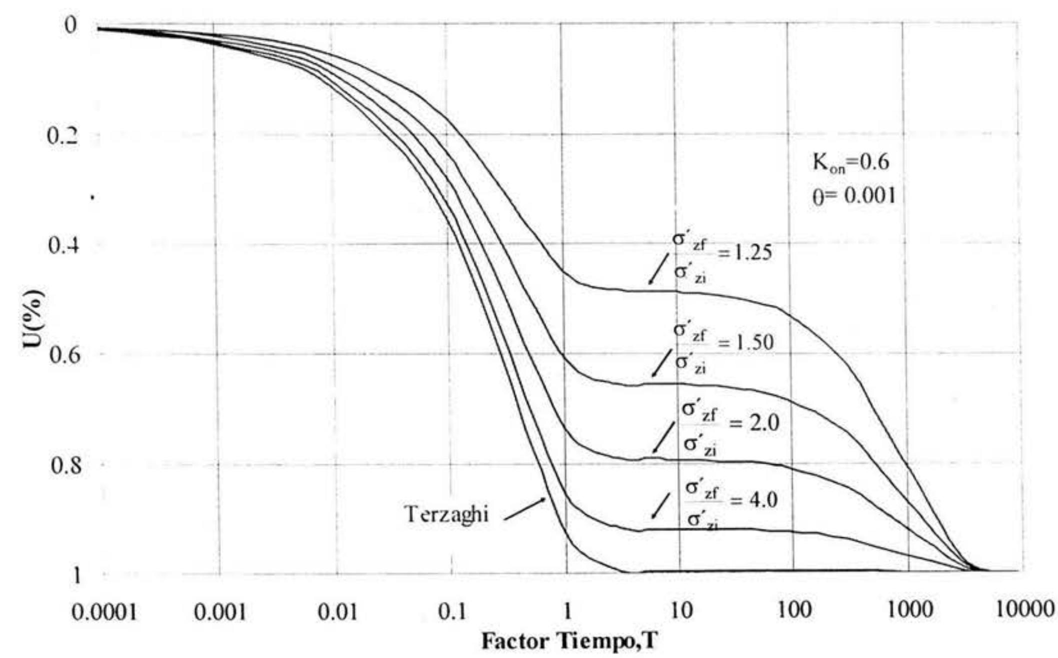


Figura 2.13a.Curva de consolidación, K_{on} y θ, constantes

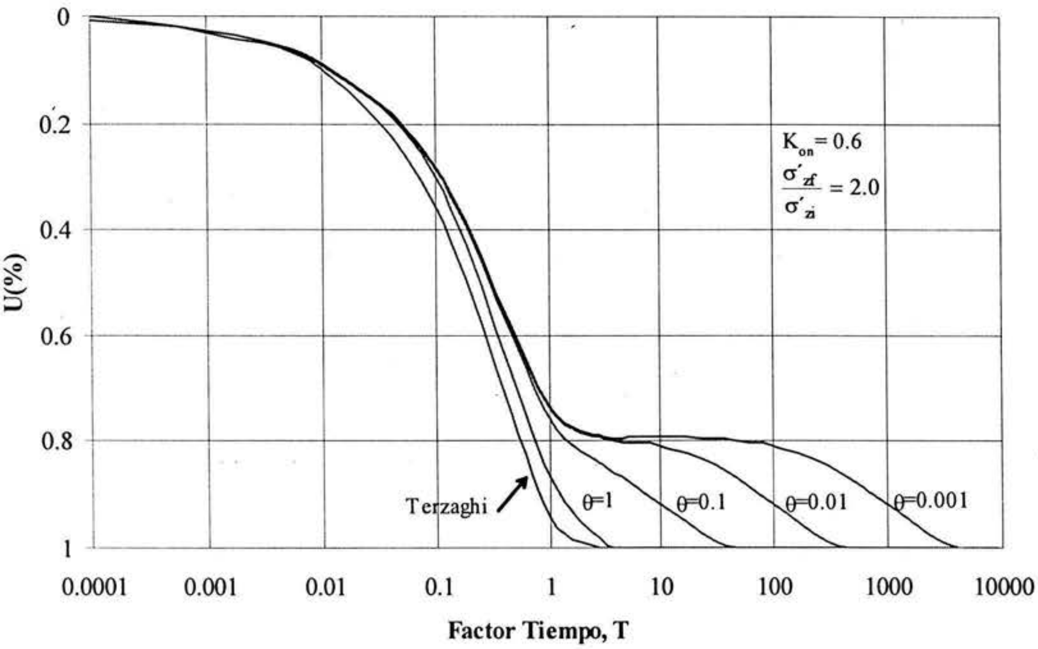


Figura 2.13b. Curva de consolidación, K_{on} y $\sigma'_{zf}/\sigma'_{zi}$, constantes

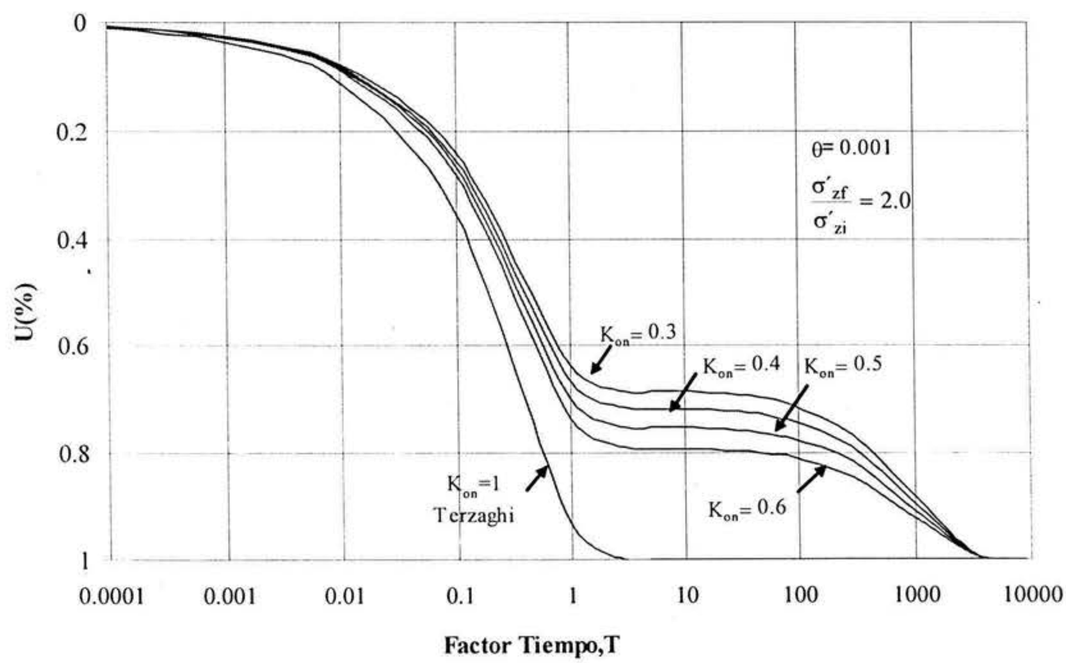


Figura 2.13c. Curva de consolidación,θ y $\sigma'_{zf}/\sigma'_{zi}$, constantes

Actualmente los autores investigan la forma de determinar el parámetro θ. Para encontrar este parámetro se deben conocer los valores de C_v, H y. Ω, este último puede ser hallado a través de pruebas triaxiales o pruebas de odómetro instrumentadas en las que se pueda medir la variación del esfuerzo lateral durante el proceso de consolidación.

2.2.2 La Variación de Permeabilidades.

Existen autores que consideran que la consolidación total obedece a un mecanismo único: la reducción de volumen del suelo debido a la expulsión del agua presente en los poros, cuando se aplica un incremento de esfuerzos efectivos. Esta reducción de volumen, ocurre de forma menos acelerada en aquellas zonas del suelo que poseen permeabilidades menores que las demás, lográndose de esta forma una compresión diferida del elemento de suelo. Bajo estas circunstancias en todo momento existe exceso de presión de poro, sólo que a partir de cierto momento deja de ser percibida por los instrumentos comúnmente utilizados para su medición.

La Teoría de Figueroa: Un Suelo Dual

Esta teoría propone un procedimiento novedoso que permite calcular los asentamientos de un estrato de suelo saturado, ante la aplicación de una carga constante o variable. Figueroa considera al fenómeno de consolidación como uno solo, cuyo comportamiento está gobernado por la no homogeneidad del suelo, el que a su vez clasifica en dos: tipos primario y secundario o coloidal (ver Figura 2.14). Distingue además dos etapas del proceso, la primaria y la secundaria. En la primera el exceso en la presión de poro se disipa hasta alcanzar un valor muy cercano a cero, en la segunda el suelo continúa consolidándose pero el exceso en la presión es tan pequeño que no puede ser percibido por los instrumentos convencionales.

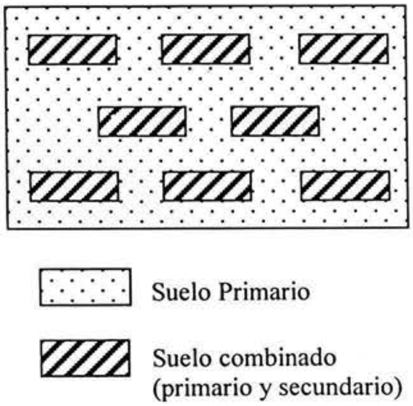


Figura 2.14 Suelo Dual

Se define suelo primario a aquel que posee una macropermeabilidad y suelo secundario a aquel de tipo coloidal que posee una micropermeabilidad , ambos conforman el elemento de suelo, a través del cual fluye agua como si se tratara de canales interconectados de diferentes tamaños donde lo más pequeños ejercen una resistencia al flujo logrando una compresión diferida en el suelo.

Las hipótesis en las que se apoya esta teoría son las mismas que plantea Terzaghi, en este caso aplicadas de forma independiente a cada tipo de suelo (primario y combinado). El modelo representa a un suelo heterogéneo con permeabilidad variable.

Un concepto importante que se introduce en esta teoría es que el suelo dual tiene un comportamiento dual (e-p) y (e-t), siendo e, p y t la relación de vacíos, esfuerzo efectivo y el tiempo respectivamente.

El comportamiento (e-p) está asociado a la disminución de volumen del suelo con el incremento de esfuerzos efectivos, mientras que el comportamiento (e-t) tiene que ver con la disminución de volumen cuando se encuentra sometido a una carga constante.

Sea α_H la razón existente entre los factores tiempo de una pastilla de suelo combinado, y de la muestra o estrato en proceso de consolidación cuyo valor es diferente en cada caso. La siguiente ecuación describe la consolidación total de los suelos saturados, en la cual el primer término representa la consolidación del suelo primario y el segundo término la del suelo combinado.

$$U_t = U(T) + U_s(\alpha_H T) \tag{2.59}$$

U(T) corresponde a la solución tradicional de Terzaghi y $Us(\alpha_H T)$ esta dada por la expresión 2.60.

$$Us(\alpha_H T) = U(T) - \left(\frac{U(T) - U(\alpha_H T)}{1 - \alpha_H} \right) \tag{2.60}$$

El hundimiento esperado para una pastilla o estrato de suelo, está dado por la siguiente ecuación:

$$\Delta H = \Delta P * H\left(M_1 * U(T) + M_2 * U_s(\alpha_H T)\right) \tag{2.61}$$

Donde, $M_1 = m_1\rho$ y $M_2 = m_2(1-\rho)$ son las compresibilidades relativas del suelo primario y combinado. ρ la fracción del suelo primario, m_1 y m_2 los coeficientes de variación volumétrica de los suelos primario y combinado, respectivamente.

Sea $r = M_1/(M_1+M_2)$, la solución gráfica a la ecuación 2.59 está dada por la siguiente familia de curvas:

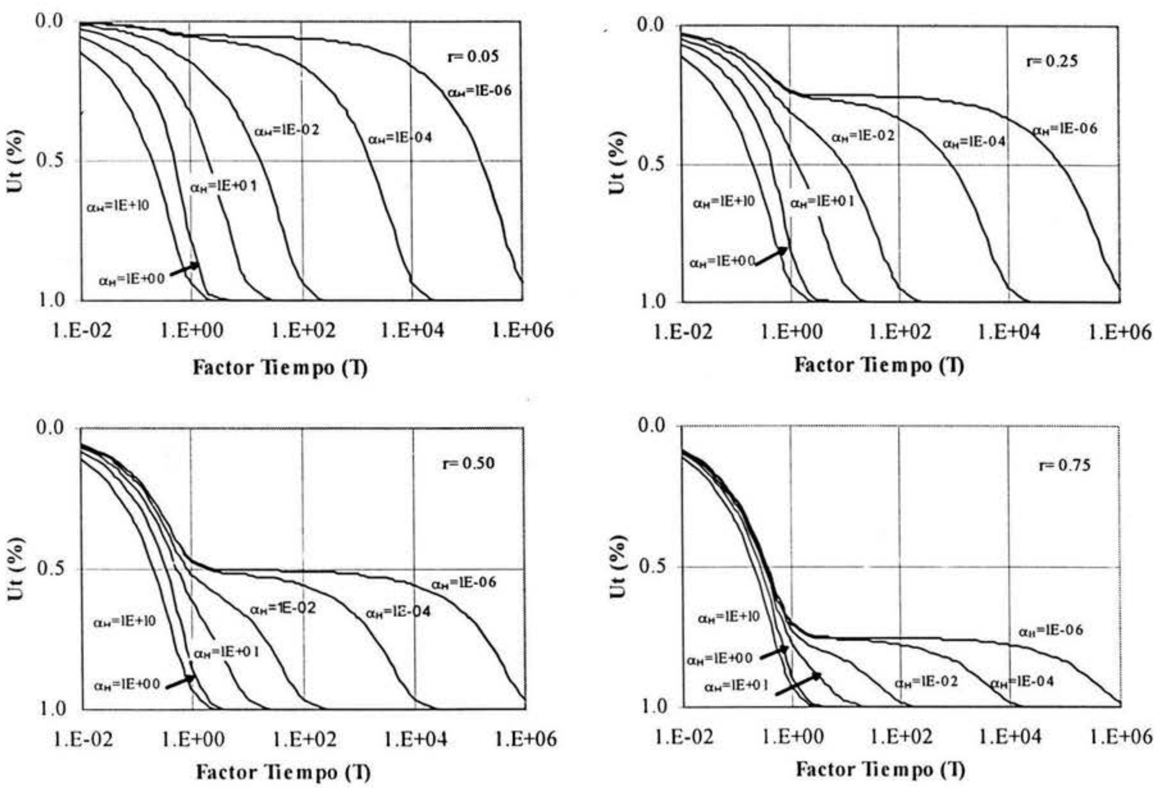


Figura 2.15 Solución gráfica de la ecuación de consolidación total de los suelos saturados.

A manera de ejemplo, si r es igual 0.20, significa que del valor total de la consolidación que sufre el suelo, el 20% de ella es debida al suelo primario y el 80% restante al suelo combinado.

Las curvas de consolidación mostradas en la Figura 2.15 muestran una gran similitud con las obtenidas por Martins y Lacerda (Figura 2.13). Sin embargo, ambas teorías no presentan ninguna similitud en sus planteamientos.

El Fenómeno del Hundimiento Regional

Para espesores de estrato muy grandes $\alpha_H \rightarrow \omega$, la solución a la ecuación 2.60 corresponde a la misma de Terzaghi. Ahora, si la variación del hundimiento anual Vh del estrato en cuestión es constante, la ecuación 2.61 puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\Delta H = \frac{\gamma_w (M_1 + M_2) H^3 Vh}{C_{v1}} \int_0^T U(T)dT \tag{2.62}$$

Al integrar la función U(T) se nota cierta tendencia para valores de T mayores y menores a la unidad, con lo cual se establecen dos ecuaciones diferentes para cada caso.

Para $T \leq 1$

$$\Delta H = \frac{0.695 \gamma_w (M_1 + M_2) H^3 V h T^{1.45}}{C_{v1}} \tag{2.63}$$

Para $T > 1$

$$\Delta H = \frac{\gamma_w (M_1 + M_2) H^3 V h (T - 0.305)}{C_{v1}} \tag{2.64}$$

2.2.3 La Teoría de Juárez Badillo: El principio de Proporcionalidad Natural

Juárez Badillo (1975, 1981) mediante su principio de proporcionalidad natural, describe a través de algunas ecuaciones la compresibilidad y expansibilidad de suelos finos, y su evolución en el tiempo. Aunque esta teoría se aleja de todos los principios expuestos con anterioridad, cuando se aplica a datos de campo y laboratorio, en ambos casos produce resultados satisfactorios.

Las hipótesis en las que está basada esta teoría son las siguientes:

- Para un tiempo $t = 0$ el suelo está sometido a un esfuerzo inicial σ
- El tiempo varía de 0 a ∞,
- Para un tiempo $t = 0$, el hundimiento es igual a 0,
- Para un tiempo $t = \infty$, el hundimiento es igual ΔH_T,
- Para un esfuerzo $\sigma = 0$ el volumen del suelo es Vo,
- Para un esfuerzo $\sigma = \infty$ el volumen del suelo es $V = 0$.
- Los asentamientos tienden a un valor final.

La ecuación que describe la variación de los asentamientos del suelo en el tiempo es:

$$\Delta H = \frac{(\Delta H)_T}{1 + \left(\frac{t}{t^*}\right)^{-\delta}} \tag{2.65}$$

Donde t* es el tiempo necesario para que ocurra un 50% del hundimiento total $(\Delta H)_T$ que experimentará el suelo, y δ coeficiente de fluidez.

Según Juárez Badillo, todas las curvas de consolidación están compuestas de tres partes, la primera con concavidad negativa, otra aproximadamente lineal seguida de una tercera parte con concavidad positiva. Cada una de ellas representa una tercera parte "a", del asentamiento total que sufrirá el estrato de suelo durante el proceso de consolidación, ver Figura 2.16.

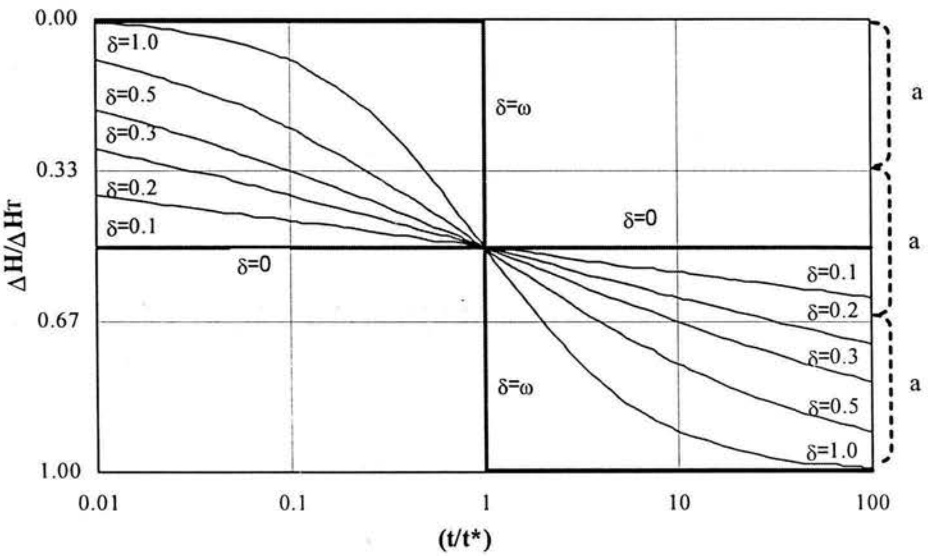


Figura 2.16 Curva de Consolidación, Juárez Badillo

El coeficiente de fluidez depende del tipo de suelo, pero aún no existe una expresión mediante la cual pueda determinarse directamente. Juárez Badillo mediante datos históricos de hundimientos en diferentes sitios de la ciudad de México ha encontrado que el valor de δ para las arcillas del valle de México es aproximadamente igual a 1. Sin embrago, al realizar pruebas de laboratorio de estos mismos suelos se ha encontrado que δ es variable.

Aunque esta teoría aún no ha sido desarrollada en su totalidad, se ha observado que es de gran utilidad en la predicción de asentamientos, cuando se conoce una o dos de las partes de la curva asentamiento vs. tiempo, pues es posible con estos datos determinar el valor de δ y a.

La "Ecuación general de compresibilidad", describe la variación del volumen del elemento de suelo cuando se le aplica esfuerzo σ. Con esta ecuación es posible predecir los asentamientos de un estrato de suelo cuando se dispone de pruebas de laboratorio. Asimismo, permite calcular la variación de volumen debido a la consolidación secundaria para un tiempo ∞, a través de la curva EOS (End of Secondary Compression). Dicha ecuación es:

$$v = \frac{V_o}{1 + \left(\left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^{\gamma} \times \left(\left[\frac{V_o}{v_1} \right] - 1 \right) \right)} \tag{2.66}$$

Sea σ^* igual a la presión σ_l que reduce el volumen del suelo a la mitad, entonces v_l=0.5Vo, la ecuación 2.66 puede escribirse de la siguiente forma:

$$v = \frac{V_o}{1 + \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^{\gamma}} \tag{2.67}$$

Donde, γ es el coeficiente de compresibilidad volumétrica, V_o es el volumen para σ'_{zo} igual a cero.

Para el caso de suelos altamente compresibles V_o se considera infinito. A partir de la ecuación 2.66 se tiene:

$$\frac{v}{v_1} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^{-\gamma} \tag{2.68}$$

La ecuación 2.68 puede expresarse tal como se indica a continuación:

$$e = (1 + e_1) \left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^{-\gamma} - 1 \tag{2.69}$$

Donde (σ_1, e_1) es un punto conocido en la curva de compresibilidad del suelo.

A través de pruebas de consolidación donde se han aplicado esfuerzos constantes durante periodos de tiempo muy grandes, Juárez Badillo (1988) ha encontrado que existe una relación entre la curva de compresibilidad primaria (EOP) y la curva de compresibilidad secundaria (EOS). Ambas curvas son paralelas y para el caso específico de la ciudad de México se ha encontrado que la relación $(1+e_\infty)/(1+e_p)$ es igual a 0.8, como se ve en la Figura 2.17.

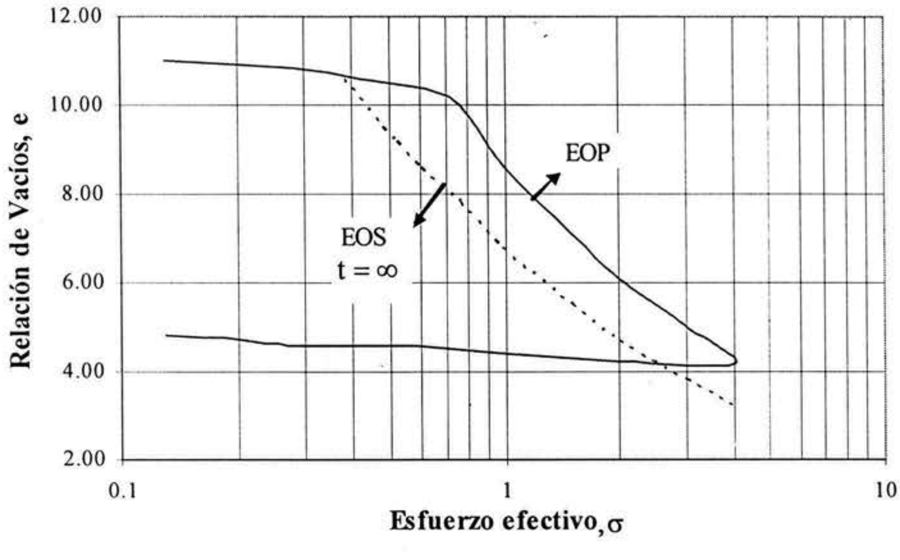


Figura 2.17 Curvas EOP y EOS

A partir de esfuerzos cercanos al de preconsolidación, las curvas EOP y EOS para cualquier tiempo son paralelas es decir, presentan un mismo coeficiente de compresibilidad volumétrica.

Para determinar los asentamientos de un estrato de suelo es posible conocer el valor de γ a partir de la curva EOP. Conocida γ, y evaluando en uno o dos puntos la variación de e debido a la consolidación secundaria es posible construir la curva EOS. Los asentamientos que experimentará el estrato del suelo, podrán calcularse a través de la siguiente expresión:

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_o} H \qquad (2.70)$$

3. MODELO ELASTOVISCOPLASTICO (EVP).

3.1 Introducción

Durante una prueba convencional de odómetro la duración de aplicación de cada incremento de carga es de 24 horas, usualmente. A dicha prueba corresponde una curva esfuerzo deformación tal como se ilustra en la Figura 3.1. No obstante, si se varía el tiempo durante el cual se deja aplicado cada incremento de carga, la deformación será diferente. Aumentará si el tiempo es mayor y viceversa.

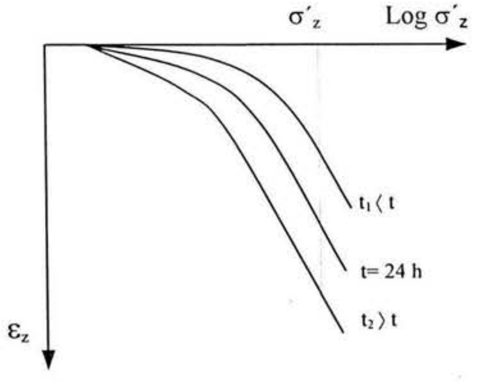


Figura 3.1. Curvas de compresibilidad para diferentes duraciones de carga

Asimismo, el denominado esfuerzo de preconsolidación en cada una de estas curvas será diferente: a menor velocidad de deformación, menor esfuerzo de preconsolidación. Este efecto puede observarse con mayor claridad a través de pruebas de deformación constante (CRS), en las que al ensayar un mismo suelo a diferentes velocidades de deformación, la curva esfuerzo-deformación, varía al igual que el esfuerzo de preconsolidación. Esto ha sido observado por Bjerrum (1967), Leroueil et al (1985), Mesri et al (1992) y López (2002). Lo anterior pone en evidencia la relación del tiempo con la deformación del suelo, durante el proceso de consolidación.

Una forma de modelar el proceso de consolidación de un suelo, es considerarlo como un medio filtrante, con características elásticas, plásticas y viscosas.

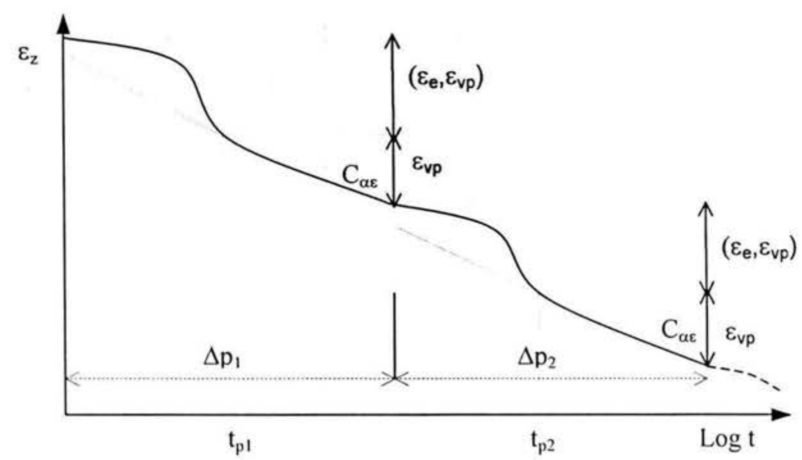


Figura 3.2 Curva de consolidación durante un proceso de carga.

La Figura 3.2 muestra la relación tiempo-deformación durante un proceso de carga. Los términos ε_e y ε_{vp}, se refieren a las deformaciones elásticas y viscoplásticas del suelo, respectivamente. $C_{\alpha\varepsilon}$ es la pendiente del tramo recto de la curva de consolidación, Δp_1 y Δp_2 el incremento de esfuerzos aplicado al suelo.

En esta figura se observa que la deformación total del suelo ε_z, se debe a la expulsión del agua presente en los poros y a las características viscosas del suelo. Desde el inicio del proceso hasta un tiempo t_p ambos procesos ocurren de forma simultánea; una vez se disipa la presión de poro, la deformación que ocurre es de características viscosas solamente.

Bjerrum (1967) realizó pruebas de odómetro variando la duración en la aplicación de la carga, y demostró que la posición de la curva de compresibilidad en el espacio ε_z-$\log\sigma'_z$, es función del logaritmo del tiempo, tal como se ilustra en la Figura 3.3.

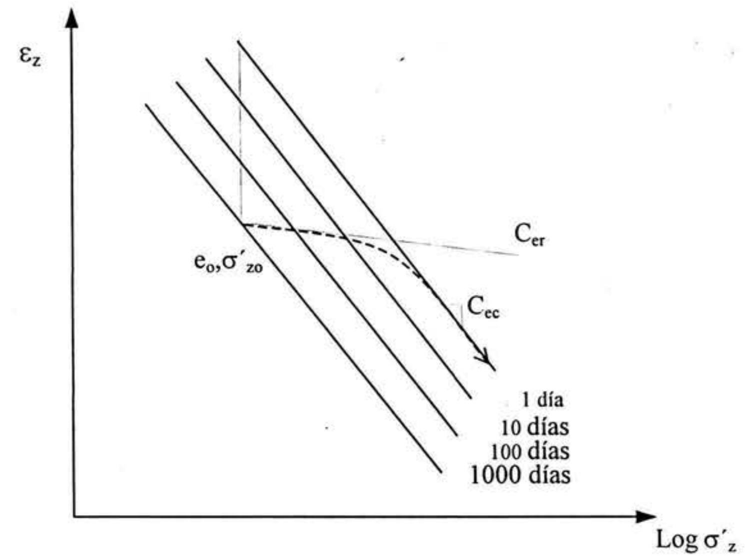


Figura 3.3 Líneas de tiempo

Según Bjerrum(1967), la deformación del suelo es función de la magnitud y tiempo de aplicación del esfuerzo, $\varepsilon = f(\sigma, t)$ y puede expresarse de la siguiente forma:

$$d\varepsilon = \frac{C_{\varepsilon r}}{2.3}\left(\frac{\Delta\sigma'_z}{\sigma'_z}\right) + \frac{C_{\alpha\varepsilon}}{2.3}\left(\frac{dt}{t}\right) \qquad \sigma < \sigma_c \qquad (3.1a)$$

$$d\varepsilon = \frac{C_{\varepsilon c}}{2.3}\left(\frac{\Delta\sigma'_z}{\sigma'_z}\right) + \frac{C_{\alpha\varepsilon}}{2.3}\left(\frac{dt}{t}\right) \qquad \sigma > \sigma_c \qquad (3.1b)$$

Donde, $C_{\varepsilon r}$ y $C_{\varepsilon c}$, son las pendientes de la línea de recompresión y línea virgen respectivamente.

Cuando se realizan pruebas a deformación constante (CRS) las curvas de compresibilidad resultantes son como las mostradas en la Figura 3.3, debido a que para cada velocidad de deformación constante $\dot{\varepsilon}$, está asociada una línea de tiempo.

3.2 Consideraciones

A continuación se presentan algunos conceptos desarrollados por Yin y Graham (1994,1996) para la construcción de un modelo de consolidación unidimensional elasto-viscoplastico (EVP), en el cual, como su nombre lo indica, se considera al suelo como un medio elástico y viscoplástico.

Luego de que Bjerrum (1967) diera a conocer el concepto que relaciona el tiempo con la forma de la curva de compresibilidad del suelo, algunos autores como Garlanger (1973) desarrollaron esta misma idea. Posteriormente, otros estudios entre los que figuran los realizados por Leroueil et al (1985), Kabbaj et al (1988), permitieron demostrar que la línea de tiempo resultante para una duración de carga dada no es única, por lo tanto fue necesario redefinir su concepto. Se considera entonces a las líneas de tiempo a aquellas formadas por coordenadas (σ_z, ε_z), donde a cada línea le corresponde un tiempo equivalente t_e, el cual es un parámetro que permite cuantificar la velocidad de deformación del suelo $\dot{\varepsilon}$. De esta forma la relación (σ_z, ε_z, t_e) o (σ_z, ε_z, $\dot{\varepsilon}$) es única para cada tipo de suelo.

De manera ilustrativa, tal como se muestra en la Figura 3.4, si se aplica al suelo un esfuerzo σ_{z1}, se produce un deformación instantánea, alcanzando la posición 1" y posteriormente si esta carga se deja aplicada durante un tiempo dado, se logrará que la coordenada (σ_z, ε_z) se sitúe en el punto 1. Por otro lado, si al suelo se le aplica un esfuerzo σ'_{z2} durante un tiempo t, de forma similar la coordenada (σ_z, ε_z), se posicionará en el punto 2, al cual le corresponde una deformación ε_2. Si posteriormente, se descarga el suelo hasta alcanzar un esfuerzo efectivo igual a σ'_{z1}, la coordenada esfuerzo-deformación se trasladará conservando la misma pendiente de la línea instantánea hacia el punto 1. Para estas dos trayectorias de esfuerzos, ambas con tiempo de duración diferentes, esta asociado un único valor de t_e y $\dot{\varepsilon}$.

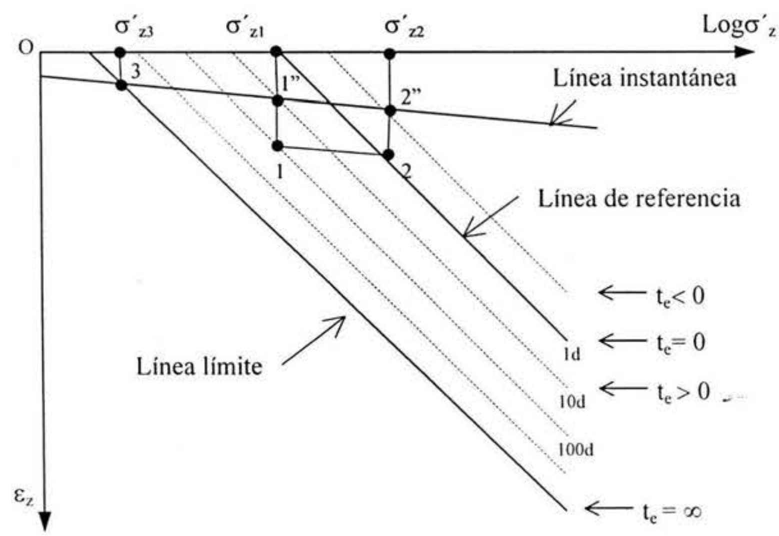


Figura 3.4 Modelo EVP

La línea instantánea, conocida también como línea de recompresión y de descarga, representa la respuesta inmediata del esqueleto del suelo, a cambios en los esfuerzos efectivos. Aunque la deformación que se produce realmente ocurre de forma diferida, varios autores acostumbran llamarla instantánea para expresar que esta parte del proceso de consolidación no depende del tiempo. Este concepto es ampliamente aceptado y aunque parte de las deformaciones de tipo instantáneo no son recuperables, se consideran en general de tipo elástico.

Rajot (1992), a través de su modelo reológico de consolidación unidimensional considera las deformaciones por "creep" o no recuperables, durante la compresión instantánea. Sin embargo, tal como se observa en las pruebas a deformación constante (CRS) realizadas por Leroueil (1988) y López (2002), la curva esfuerzo-deformación en el tramo de esfuerzos menores al de preconsolidación, no difiere considerablemente cuando se varían las velocidades de deformación, y su pendiente es aproximadamente igual a la línea de descarga en cada una de las curvas.

La ecuación de la línea elástica es la siguiente:

$$\varepsilon_z{}^e = \varepsilon_{zu}{}^e + \frac{\kappa}{v_o} \mathrm{Ln}\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zu}}\right) \tag{3.2}$$

Donde $\kappa/v_o = C_{\varepsilon r}/(2.3)$, y $\varepsilon_{zu}{}^e$ es la deformación correspondiente al esfuerzo $\sigma'_z = \sigma'_{zu}$, (ver Figura 3.5). La relación κ/V describe la rigidez elástica del suelo, v_o es el volumen específico inicial del suelo. Por otro lado κ se define como $\Delta e/[\ln(\sigma'_z/\sigma'_{zu})]$.

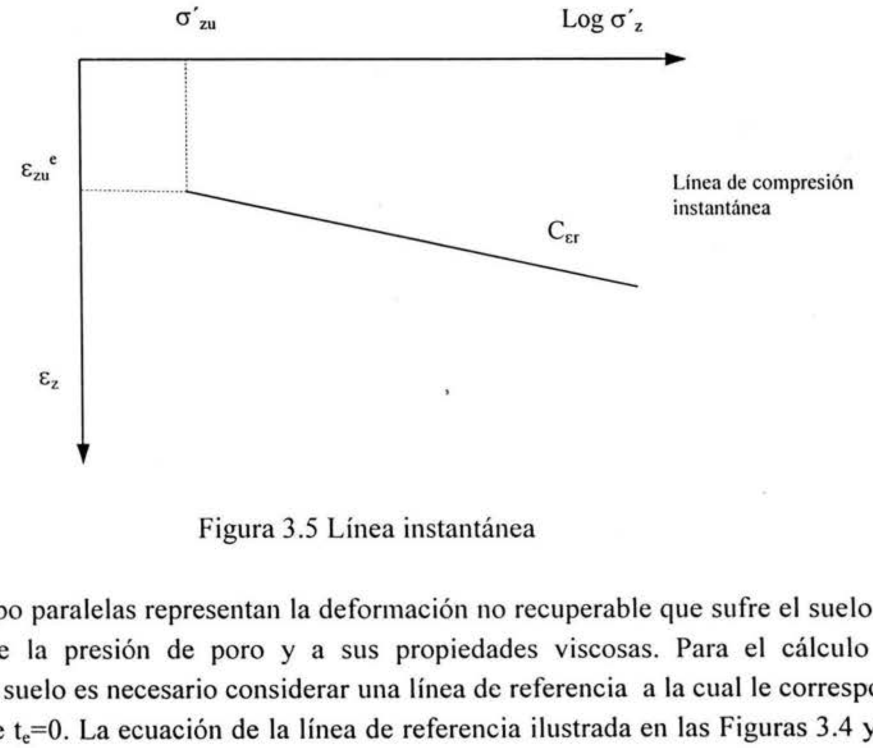


Figura 3.5 Línea instantánea

Las líneas de tiempo paralelas representan la deformación no recuperable que sufre el suelo debido a la disipación de la presión de poro y a sus propiedades viscosas. Para el cálculo de las deformaciones del suelo es necesario considerar una línea de referencia a la cual le corresponde un tiempo equivalente t_e=0. La ecuación de la línea de referencia ilustrada en las Figuras 3.4 y 3.6, es la siguiente:

$$\varepsilon_z{}^{vp} = \varepsilon_{zo}{}^{vp} + \frac{\lambda}{v_o} \mathrm{Ln}\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right) \tag{3.3}$$

Donde, λ/ v_o es la pendiente de la línea esfuerzo deformación en el rango normalmente consolidado, para cualquier velocidad de deformación constante. En una prueba de odómetro convencional donde cada incremento de carga tiene una duración de 24 horas, este tiempo es suficiente en la mayoría de los suelos para que el exceso de presión de poro se disipe. Por lo anterior, puede asumirse que cada uno de los puntos que conforman la línea de consolidación normal (LNC) o línea virgen, tienen una misma velocidad de deformación, y puede considerarse entonces que $\lambda/ v_o = C_{\varepsilon c}/2.3$.

σ'_{zo}, ε_{zo}^{vp} son las coordenadas de un punto ubicado sobre la línea de referencia; σ'_{zo} puede tomarse como la intersección de la línea de referencia con el eje log σ'_z, en este caso ε_{zo} sería igual a cero. Si el suelo careciera de propiedades viscosas la línea de referencia sería independiente del tiempo, y por consiguiente, la curva de consolidación del suelo sería única.

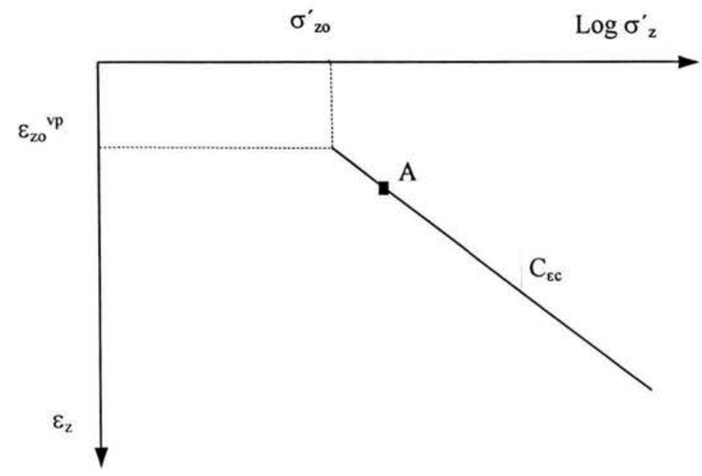


Figura 3.6 Línea de referencia

Tal como lo ilustra al Figura 3.7 la línea de compresión diferida representa las deformaciones ocurridas en el suelo durante el proceso de consolidación, estas deformaciones son función del tiempo y se deben a las propiedades viscosas del suelo. La ecuación de la línea de compresión diferida es:

$$\varepsilon_z^{\ c} = \frac{\psi}{v_o} \mathrm{Ln}\left(\frac{t_o + t_e}{t_o}\right) \qquad -t_o < t_e < \infty \tag{3.4}$$

Donde, t_o es el tiempo requerido para que la presión de poro debido a un incremento $\Delta\sigma$ se disipe, cuando el suelo se encuentra sometido a un esfuerzo efectivo σ'_{zA} en el rango normalmente consolidado. Pequeñas variaciones en el valor de t_o no genera diferencias significativas en el valor de $\varepsilon_z^{\ c}$. El término $\psi/ v_o = C_{\alpha\varepsilon}/2.3$, es la pendiente de la línea de compresión diferida.

Lo anterior explica por qué este modelo es aplicable sólamente para predecir asentamientos para suelos normalmente consolidados, ya que t_o y $\psi/\ v_o$ se consideran constantes y es en este rango donde puede hacerse esta suposición. Los parámetros t_o y ψ/v_o varían considerablemente para suelos sometidos a esfuerzos efectivos en el rango de recompresión comparados con los que se tienen en materiales normalmente consolidados. Nótese que el tiempo equivalente t_e, puede tomar valores negativos y por lo tanto, la ecuación 3.5 es válida para tiempos menores a t_o (ver Figura 3.7).

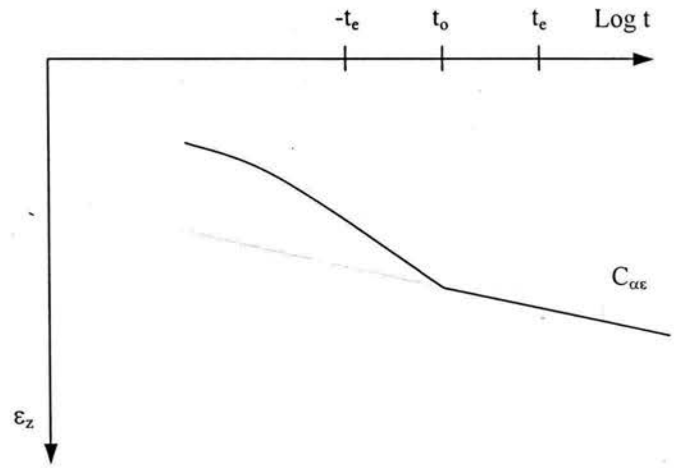


Figura 3.7 Línea de compresión diferida.

En la práctica, la línea de tiempo límite no puede ser calculada, pero puede ser medida a través de pruebas de consolidación de larga duración. Tal como se mencionó en el capítulo 2, Juárez Badillo realizó pruebas de larga duración en algunas arcillas de la ciudad de México, encontrando que la relación $(1+e_p)/(1+e_\infty)$ es igual a 0.8. Yin et al. (2002) presentan una expresión conservadora que permite calcular la deformación límite del suelo.

$$\varepsilon_{lim} = \frac{e_o}{1+e_o} \tag{3.5}$$

donde, e_o es la relación de vacíos del suelo antes de aplicarle un incremento de esfuerzo.

En la práctica es común que los procesos de carga se hagan a diferentes velocidades por lo tanto la velocidad de deformación del suelo no es constante. La curva de compresibilidad de un proceso de carga para velocidad de deformación variable, es similar a la que se ilustra en la Figura 3.8 en la cual se observa cómo entre los tramos AB y BC disminuye la velocidad de deformación, ($d\dot{\varepsilon}$ es menor que cero) es decir, aumenta la compresibilidad del suelo. En el tramo CD la velocidad de deformación permanece constante, la compresibilidad no varía. Por último, en el tramo DE se observa que el suelo presenta únicamente deformaciones por "creep", debido a que el esfuerzo σ'_{zD} permanece constante durante un incremento de tiempo Δt. Si no ocurre un incremento de carga adicional esta deformación se continuará presentando hasta alcanzar la línea límite.

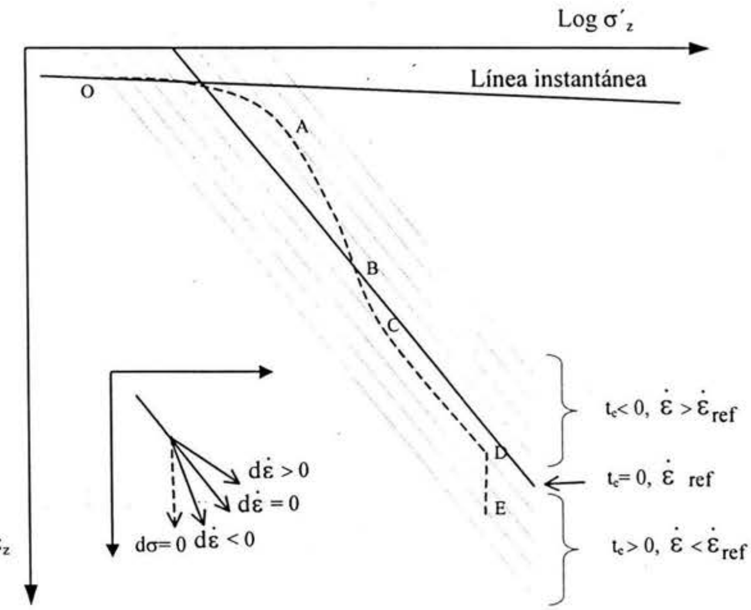


Figura 3.8 Curva de compresibilidad con velocidad de deformación variable.

Otra forma de ilustrar el comportamiento elasto-viscoplástico del suelo es a través de la Figura 3.9, en la cual se observa un proceso de consolidación con velocidad de deformación constante el cual se interrumpe dejando aplicado un esfuerzo σ'_{zB} por un periodo de tiempo Δt, y se reanuda conservando la velocidad de deformación que se tenía antes de suspender el proceso.

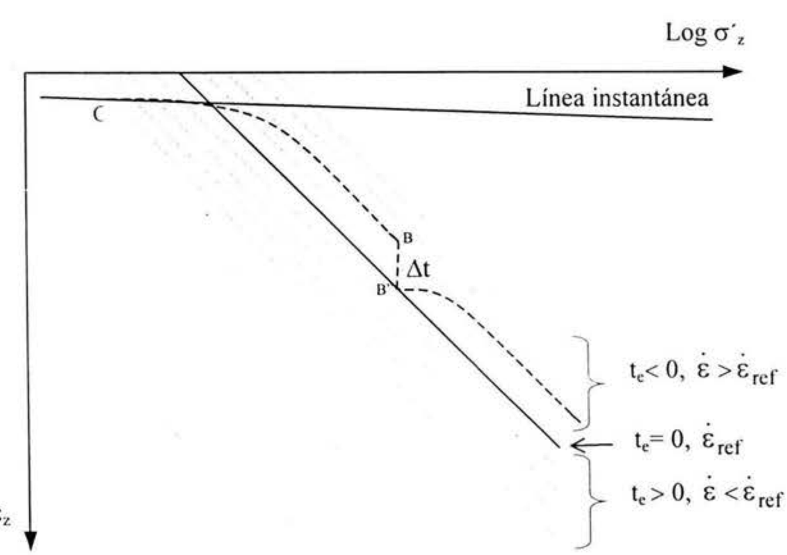


Figura 3.9 Curva de compresibilidad con velocidad de deformación constante

3.3 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad para el proceso de consolidación obtenida a partir del principio de la conservación de la masa y de la ley de Darcy puede expresarse de la siguiente forma:

$$-\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \tag{3.6}$$

Donde k es la permeabilidad del suelo y γ_w el peso volumétrico del agua.

3.4 Ecuaciones generales

Si para un esfuerzo dado σ'_z, se conoce el tiempo equivalente t_e, la deformación ε_z se puede expresar de la siguiente manera:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{zo}{}^{vp} + \frac{\lambda}{v_o}\mathrm{Ln}\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right) + \frac{\psi}{v_o}\mathrm{Ln}\left(\frac{t_o + t_e}{t_o}\right) \tag{3.7}$$

De la ecuación 3.7 se puede despejar el valor de t_e, conocido el par de valores $(\sigma_z, \varepsilon_z)$ así:

$$t_e = -t_o + t_o \exp\left[\left(\varepsilon_z - \varepsilon_{zo}{}^{vp}\right)\frac{v_o}{\psi}\right]\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right)^{-\lambda/\psi} \tag{3.8}$$

Cuando se aplica un incremento de esfuerzo $d\sigma'_z$, la variación en la deformación $d\varepsilon_z$ que resulta, es la suma del incremento de deformación elástica $d\varepsilon_z{}^e$, y de la deformación diferida o por "creep" $d\varepsilon_z{}^c$.

$$d\varepsilon_z = d\varepsilon_z{}^e + d\varepsilon_z{}^c \tag{3.9}$$

Al diferenciar las ecuaciones 3.2 y 3.4 se tiene:

$$d\varepsilon_z = \frac{\kappa}{v_o}\left(\frac{1}{\sigma'_z}\right)d\sigma'_z + \frac{\psi}{v_o}\left(\frac{1}{t_o + t_e}\right)dt \tag{3.10}$$

Reemplazando la ecuación 3.8 en la ecuación 3.10 se tiene la ecuación que describe un modelo EVP para consolidación total del suelo.

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = \frac{\kappa / v_o}{\sigma'_z}\left(\frac{\partial \sigma'_z}{\partial t}\right) + \frac{\psi / v_o}{t_o} \exp\left[-\left(\varepsilon_z - \varepsilon_{zo}{}^{vp}\right)\frac{v_o}{\psi}\right]\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right)^{\lambda/\psi} \tag{3.11}$$

El esfuerzo efectivo puede ser expresado como $\sigma'_z = \sigma_z - u$ Considerando el caso en que la carga total aplicada no varía con el tiempo es decir $\partial\sigma_z/\partial t = 0$, se tiene:

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = -\frac{\kappa / v_o}{\sigma'_z}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) + \frac{\psi / v_o}{t_o} \exp\left[-\left(\varepsilon_z - \varepsilon_{zo}{}^{vp}\right)\frac{v_o}{\psi}\right]\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right)^{\lambda/\psi} \tag{3.12}$$

Introduciendo la ecuación 3.5 en la 3.12 se obtiene:

$$\frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\kappa / v_o}{\sigma'_z}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) - \frac{\psi / v_o}{t_o} \exp\left[-\left(\varepsilon_z - \varepsilon_{zo}{}^{vp}\right)\frac{v_o}{\psi}\right]\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right)^{\lambda/\psi} \tag{3.13}$$

Finalmente, las deformaciones del suelo durante el proceso de consolidación pueden hallarse resolviendo simultáneamente las ecuaciones 3.12 y 3.13 las cuales pueden rescribirse de la siguiente manera:

$$c_{ve}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{m_{ve}} g(u, \varepsilon_z) \tag{3.14}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = -m_{ve}\frac{\partial u}{\partial t} + g(u, \varepsilon_z) \tag{3.15}$$

$$g(u,\varepsilon_z) = \frac{\psi / v_o}{t_o} \exp\left[-\left(\varepsilon_z - \varepsilon_{zo}{}^{vp}\right)\frac{v_o}{\psi}\right]\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_p}\right)^{\lambda/\psi} \tag{3.16}$$

Donde, $cv_e = k/(m_{ve}\gamma_w)$, $m_{ve} = \partial\varepsilon_z^{e}/\partial\sigma'_z = (\kappa/v_o)/(\sigma'_z)$.

Existen suelos como algunas arcillas del valle de México cuyas curvas de compresibilidad son similares a las de la Figura 3.10; donde se observa que la pendiente de la línea en el rango normalmente consolidado, es variable. Por lo anterior, Nash (2001) propone un nuevo modelo EVP similar al propuesto por Yin et al (1994).

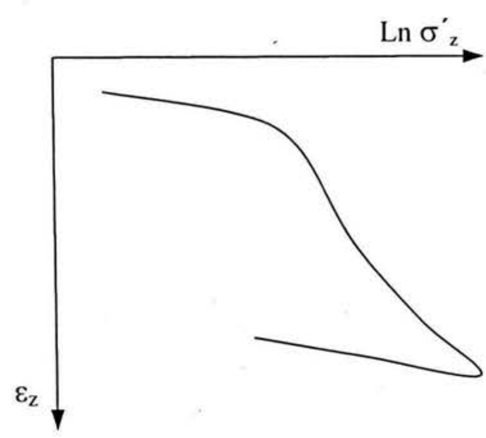


Figura 3.10 Curva de Compresibilidad con pendiente λ/V variable

Este modelo se expresa en términos de deformaciones naturales. En el se utiliza el concepto de deformación natural definido por Butterfield (1979) y también por Juárez Badillo (1975), como se indica después. La deformación total es:

$$\varepsilon = -\int_{v_o}^{v} \frac{dv}{v} = -\ln\left(\frac{v}{v_o}\right) = -\ln(1-\varepsilon) \tag{3.17}$$

Donde ε es la deformación volumétrica, v_o y v representan el volumen especifico inicial del suelo, y en un punto dado durante el proceso de carga, respectivamente.

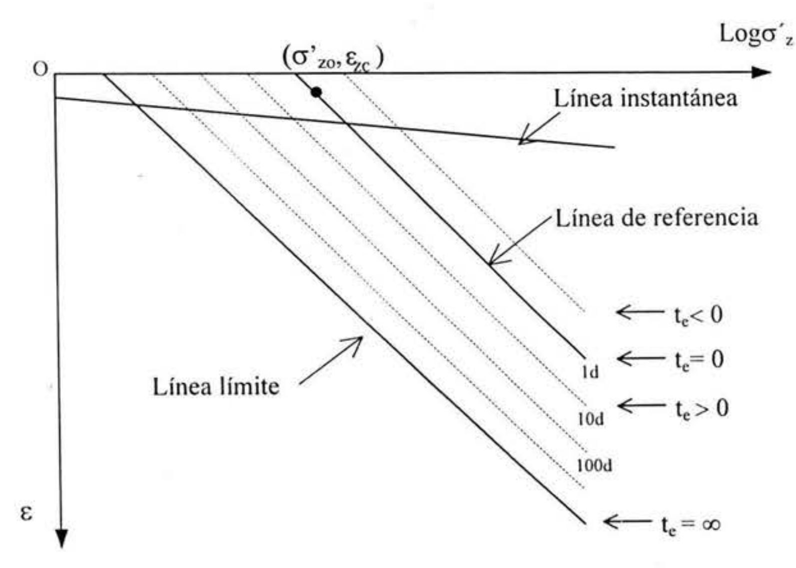


Figura 3.11 Modelo EVP modificado

La línea de referencia mostrada en la Figura 3.11, tiene una pendiente λ^*/v_o, la ecuación que describe esta línea es la siguiente:

$$\ln(v^{vp}) = \ln(v_o{}^{vp}) - \frac{\lambda^*}{v_o}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right) \tag{3.18}$$

La ecuación 3.18 puede expresarse en términos de deformaciones naturales así:

$$\bar{\varepsilon}^{vp} = \bar{\varepsilon}_o{}^{vp} + \frac{\lambda^*}{v_o}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right) \tag{3.19}$$

De esta forma, la variación en la deformación debida a un incremento en el esfuerzo efectivo del suelo, esta dada por la siguiente expresión:

$$d\varepsilon_z = d\varepsilon_z{}^e + d\bar{\varepsilon}_z{}^c = \frac{\kappa^*}{v_o}\left(\frac{1}{\sigma'_z}\right)d\sigma'_z + \frac{\psi^*}{v_o}\left(\frac{1}{t_o + t_e}\right)dt \tag{3.20}$$

Donde κ^*/v_o es la pendiente de la línea $\bar{\varepsilon}$ vs ln σ'_z, en el tramo de recompresión o de descarga, ψ^*/v_o es la pendiente de la línea de compresión diferida $\bar{\varepsilon}$ vs ln t. El tiempo equivalente t_e, se expresa de la siguiente forma:

$$t_e = -t_o + t_o \exp\left[\left(\varepsilon_z - \varepsilon_{zo}{}^{vp}\right)\frac{v_o}{\psi^*}\right]\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right)^{-\lambda/\psi} \tag{3.21}$$

Por último, la ecuación que define las deformaciones totales del suelo es:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{zo}{}^{vp} + \frac{\lambda^*}{v_o}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right) + \frac{\psi^*}{v_o}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{t_o + t_e}{t_o}\right) \tag{3.22}$$

3.5 Solución mediante el método de las diferencias finitas

El método de las diferencias finitas es una herramienta numérica de aproximación, cuya ventaja principal es que permite resolver conjuntos de ecuaciones diferenciales, a través de la solución de sistemas matriciales de la forma AX=b. Otra ventaja de este método numérico es su fácil utilización a través de programas de computadora.

Las ecuaciones 3.14 y 3.15, tienen la forma de un sistema de ecuaciones diferenciales no lineal que puede ser resuelto mediante el método de las diferencias finitas utilizando el método implícito de Crank-Nicholson.

Con base en el esquema mostrado en la Figura 3.12, el método de las diferencias finitas permite expresar las derivadas parciales de una variable en términos de diferencias, tal como su nombre lo expresa, así:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\left[\left(u_{i+1,j+1} - 2u_{i,j+1} + u_{i-1,j+1}\right) + \left(u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}\right)\right]}{2(\Delta z)^2} \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\left(u_{i,j_{+1}} - u_{i,j}\right)}{\Delta t} \tag{3.24}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = \frac{\left(\varepsilon_{zi,j_{+1}} - \varepsilon_{zi,j}\right)}{\Delta t} \tag{3.25}$$

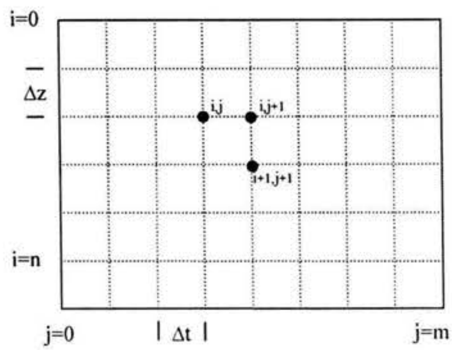


Figura 3.12 Esquema de diferencias finitas

En este desarrollo de las diferencias finitas, se supone que el valor de la permeabilidad en cada uno de los nodos es el mismo del sub-estrato ubicado en la parte superior del nodo. Utilizando las expresiones anteriores, la ecuación 3.14 puede escribirse así:

$$(c_{ve})_{i,j} \frac{1}{2(\Delta z)^2}\left[\left(u_{i+1,j} - 2u_{i,j_{+1}} + u_{i-1,j+1}\right) + \left(u_{i+1,j} - 2_{ui,j} + u_{i-1,j}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\Delta t}\left(u_{i,j+1} - u_{i,j}\right) - \frac{1}{m_{ve}} g(u, \varepsilon_z) \tag{3.26}$$

Definiendo $r = cv_e * \Delta t / \Delta z^2$, donde, $\Delta z = z_{i+1} - z_i$, $\Delta t = t_{j+1}, t_j$, la ecuación 3.15 puede escribirse de la siguiente forma:

$$-\frac{r}{2} u_{i-1,j+1} + (1 + r)u_{i,j+1} - \frac{r}{2} u_{i+1,j+1}$$

$$= \frac{r}{2} u_{i-1,j} + (1-r)u_{i,j} + \frac{r}{2} u_{i+1,j} + \Delta t\left(\frac{1}{m_{ve}} g(u,\varepsilon_z)\right)_{i,j} \tag{3.27}$$

De forma similar la ecuación 3.16 queda:

$$(\varepsilon_z)_{i,j+1} = (\varepsilon_z)_{i,j} - (m_{ve})_{ij}(u_{i,j+1} - u_{i,j}) + \Delta t\left[(g(u,\varepsilon_z)\right]_{i,j} \tag{3.28}$$

Los asentamientos que experimentará el estrato de suelo, pueden calcularse al integrar las deformaciones en cada intervalo de tiempo así:

$$Sj = \int_{z=0}^{z=2H} \varepsilon_z(j,z)dz = \left(0.5(\varepsilon_z)_{0,j} + \sum_{i=1}^{i=n-1} (\varepsilon_z)_{i,j} + 0.5(\varepsilon_z)_{n,j}\right) \tag{3.29}$$

Donde, *2H* es el espesor del estrato, i= 1,2,3, ...n-1, representa la variación en la profundidad y j=0,1,2,3,....., m-1, representa la variación en el tiempo.

En depósitos de suelos estratificados cuyos valores de permeabilidad pueden cambiar significativamente entre cada estrato, al utilizar el método de diferencias finitas para resolver las ecuaciones que describen el modelo EVP, se requiere conocer el valor de la permeabilidad en la interfaz de los sub-estratos. Tomando en cuenta el esquema mostrado en la Figura 3.13, para garantizar la continuidad del flujo en el punto X situado en la interfaz de dos estratos p y q con características de permeabilidad diferente, se debe cumplir la siguiente condición, (Nash y Ryde, 2001):

$$V = \frac{k_p \Delta h_p}{L_p} = \frac{k_q \Delta h_q}{L_q} = k'_x \frac{\Delta h_p + \Delta h_q}{L_p + L_q} \tag{3.30}$$

Donde, V es la velocidad de flujo, Δh es la carga de presión en cada uno de los puntos esquematizados y L la separación entre el nodo y la interfaz.

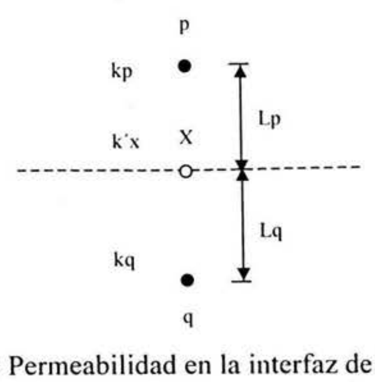


Figura 3.13 Permeabilidad en la interfaz de dos estratos

Para el caso en que L_p sea igual a L_q, el valor de la permeabilidad k'_x, en la interfaz de dos estratos con permeabilidades k_p y k_q es la siguiente:

$$k'_x = \frac{2k_p k_q}{k_p + k_q} \tag{3.31}$$

Si el estrato que representa el nodo p, fuese impermeable es decir $kp=\infty$, el valor de k'_x sería entonces, igual a $2K_q$.

Teniendo en cuenta las dos consideraciones anteriores, la ecuación de continuidad para el proceso de consolidación es:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{k_z}{\gamma_w}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right] = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{m_{ve}} g(u, \varepsilon_z) \tag{3.32}$$

Con base en el esquema mostrado en la Figura 3.14, la parte izquierda de la ecuación 3.32, puede expresarse en términos de diferencias finitas así:

$$\frac{1}{\gamma_w}\left[\frac{k'_t\left[\dfrac{u^*_{i-1} - u^*_i}{\Delta z}\right] + k'_b\left[\dfrac{u^*_{i+1} - u^*_i}{\Delta z}\right]}{\Delta z}\right] \tag{3.33}$$

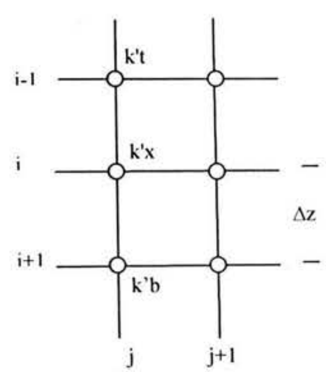


Figura 3.14 Esquema de diferencias finitas

Sea:

$$u^*_{i-1} = \frac{u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j}}{2} \tag{3.34a}$$

$$u^*_i = \frac{u_{i,j+1} + u_{i,j}}{2} \tag{3.34b}$$

$$u^*_{i+1} = \frac{u_{i+1,j+1} + u_{i+1,j}}{2} \tag{3.34c}$$

$$r_1(i) = \frac{k'_t * \Delta t}{m_{ve}(i) * \gamma_w(i) * \Delta z^2} \tag{3.35a}$$

$$r_2(i) = \frac{(k'_t + k'_b) * \Delta t}{m_{ve}(i) * \gamma_w(i) * \Delta z^2} \tag{3.35b}$$

$$r_3(i) = \frac{k'_b * \Delta t}{m_{ve}(i) * \gamma_w(i) * \Delta z^2} \tag{3.35c}$$

Donde $k'_t = \dfrac{2k_i k_{i-1}}{k_i + k_{i-1}}$ y $k'_b = \dfrac{2k_i k_{i+1}}{k_i + k_{i+1}}$, para i = 1,2 3,...n-1.

Por lo anterior, la ecuación 3.32 puede expresarse en términos de diferencias finitas así:

$$-\frac{r_1(i)}{2} u_{i-1,j+1} + (1 + r_2(i)) u_{i,j+1} - \frac{r_3(i)}{2} u_{i+1,j+1}$$
$$= \frac{r_1(i)}{2} u_{i-1,j} + (1 - r_2(i)) u_{i,j} + \frac{r_3(i)}{2} u_{i+1,j} + \Delta t \left(\frac{1}{m_{ve}} g(u, \varepsilon_z) \right)_{i,j} \tag{3.36}$$

Durante el proceso de consolidación, la permeabilidad varía conforme lo hace la relación de vacíos del suelo. Taylor (1948) y posteriormente Mesri (1974), hicieron notar que existe una relación entre estos dos parámetros, así:

$$\ln k = \ln k_o - \left(\frac{e_o - e}{C_k} \right) \tag{3.37}$$

Tavenas et al (1983), relacionaron el valor de C_k con la relación de vacíos inicial del suelo e_o, para el caso de algunas arcillas de Québec, encontraron que $C_k = 0.5e_o$ (considerando la relación log k-e). En este trabajo, se revisaron los resultados de varias pruebas de consolidación hechas en muestras provenientes del subsuelo de la ciudad de México y del suelo del antiguo lago de Texcoco, a partir de las cuales se definió la relación entre la permeabilidad y la relación de vacíos. Para el caso de las pruebas provenientes de varios sitios de la Ciudad de México pudo observarse que el valor de C_k es aproximadamente 0.11 veces la relación de vacíos inicial de la muestra de suelo, mientras que para las muestras provenientes del antiguo lago de Texcoco, la relación fue de 0.07 veces. Lo anterior, se ilustra en las Figuras 3.15 y 3.16

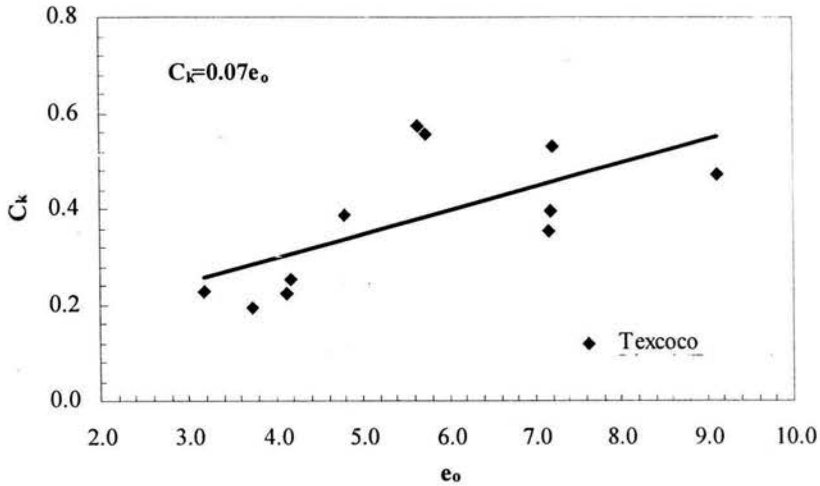


Figura 3.15 C_k vs e_o, Lago de Texcoco

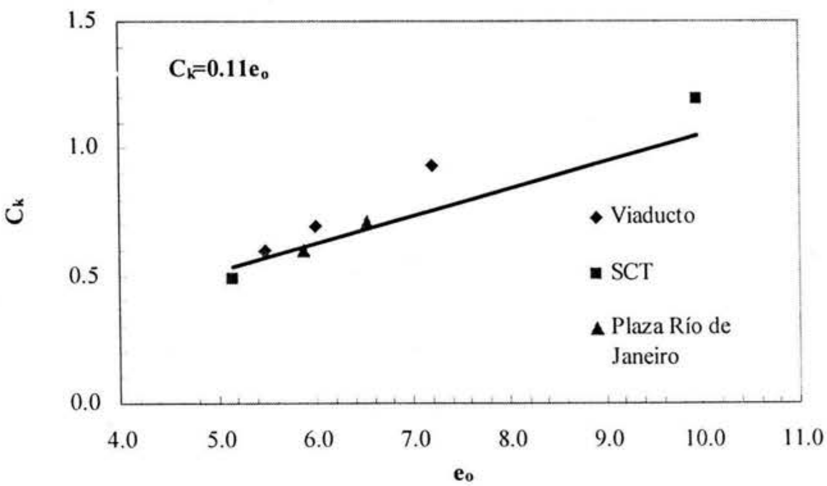


Figura 3.16 C_k vs e_o, Ciudad de México

Conocida la deformación del suelo a través de la ecuación 3.28, la evolución de la relación de vacíos puede hallarse de la siguiente forma:

$$e_{i,j} = \left[\left((\varepsilon_z)_{i,j} - (\varepsilon_z)_{i,j-1}\right) \times \left(1 + e_{i,j-1}\right)\right] - e_{i,j-1} \qquad (3.38)$$

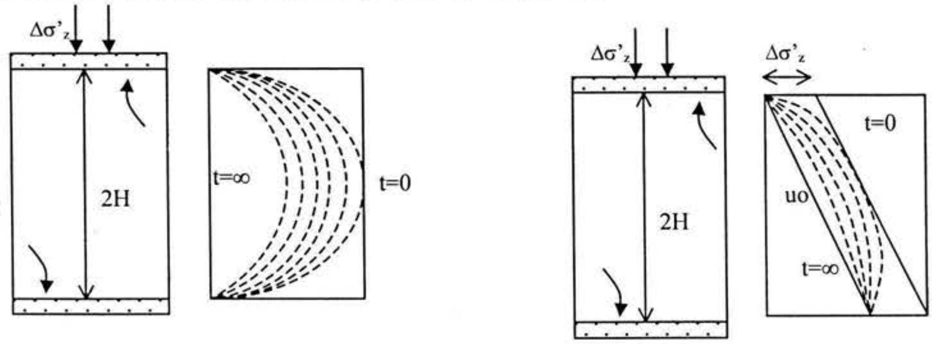
Posteriormente, utilizando la ecuación 3.37 se conoce el valor de la permeabilidad para cada uno de los sub-estratos de suelo.

$$k_{i,j} = k_{i,j-1} \times \exp\left[\frac{e_{i,j} - e_{i,j-1}}{C_k}\right] \tag{3.39}$$

Para i= 1,2,3, ...n-1, representa la variación en la profundidad y j= 0,1,2,3,....., m-1.

3.6 Condiciones iniciales y de frontera

Para resolver ecuaciones 3.14 y 3.15 es necesario conocer la distribución inicial de la presión de poro a través del estrato de arcilla considerado, así como la evolución de la presión de poro en los extremos permeables (ver Figura 3.17). Adicionalmente, se debe conocer el estado de deformaciones del suelo antes de ser cargado, lo cual no resulta difícil, si se trata de predecir el comportamiento del suelo durante una prueba de odómetro.



$u(z.t) = ue(z.t)$

Condición inicial:
$u(z.0) = \Delta\sigma'_z$

Condiciones de frontera
Para $t>0$
$u(0,t) = 0$, $u(2H,t) = 0$

a) Prueba convencional de odómetro

Condición inicial:
$u(z,0) = uo + \Delta\sigma'_z$
$ue(z,0) = \Delta\sigma'_z$

Condiciones de frontera
Para $t>0$
$u(0,t) = uo(0)$,
$u(2H,t) = uo(2H)$
$ue(0.t) = 0$, $ue(2H.t) = 0$

b) Estrato de suelo, doblemente drenado

Figura 3.17 Condiciones Iniciales y de Frontera

4. CALIBRACIÓN Y APLICACIÓN DEL MODELO EVP

Con el propósito de validar el modelo EVP propuesto por Yin y Graham (1994, 1996), se construyó a través del lenguaje MATLAB, el programa IINCON, el cual permite resolver las ecuaciones 3.14 y 3.15 y también la ecuación de consolidación unidimensional de Terzaghi, utilizando el método de las diferencias finitas.

4.1 Prueba de Odómetro

Para calibrar el modelo se simularon dos de los incrementos de carga correspondientes a una prueba de odómetro realizada por Berre e Iversen (1972), a una muestra de arcilla proveniente de Drammen, Noruega. Se decidió modelar esta prueba para comparar los resultados con los obtenidos por Yin y Graham (1996). Posteriormente, se modelaron algunas pruebas de odómetro convencional realizadas en el suelo de la ciudad de México y en el lago de Texcoco.

El odómetro utilizado en la prueba de Berre e Iversen, fue instrumentado en la base inferior, en la cual no se permitía el drenaje. Las tablas 4.1 y 4.2, presentan los parámetros utilizados para modelar la respuesta del suelo después de aplicar dichos incrementos de carga. Ho representa la altura de la muestra antes de ser ensayada y t, la duración del incremento de carga.

Tabla 4.1 Parámetros del suelo proveniente de Drammen, Noruega. Berre e Iversen (1972).

κ/v_o	λ/v_o	σ'_{zo}	ψ/v_o	t_o min	k cm/seg	ε_{zo}^{ep}
0.004	0.158	79.2	0.007	40	1.67E-7	0

Tabla 4.2 Información de la prueba de Odómetro, Modelo EVP

Prueba	**Incremento**	**Ho (m)**	$\varepsilon_z(z,0)$	σ'_{zo} **kPa**	$\sigma_z(z,0)$ **kPa**	$u(z,0)=\Delta\sigma_z$ **kPa**	**t min**
7	4	0.0188	2.25	55.3	92.5	37.2	7055
	5	0.0188	6.08	92.5	140.2	47.7	1000

Condición inicial

$u_e(z,0) = \Delta\sigma'_z$

$\varepsilon_z(z,0)= \varepsilon_z(z,0)$

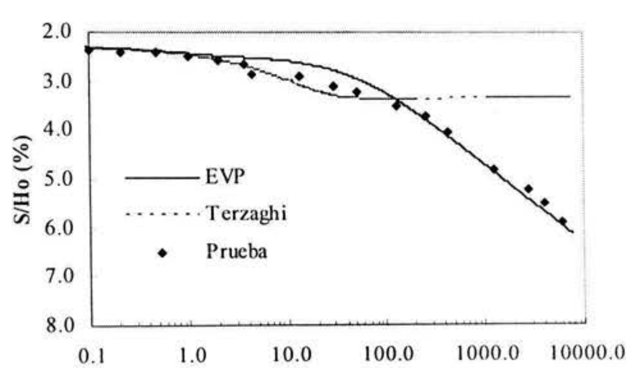
$\sigma_z(z,0)= \sigma'_z(z,0)+ \Delta\sigma'_z$

Condiciones de Frontera

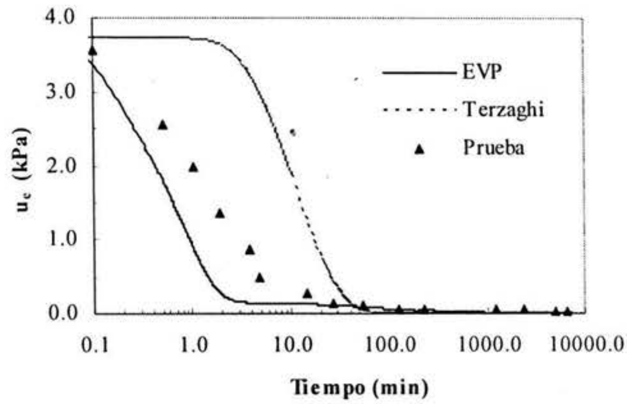
Para $t>0$

$u_e(0,t) =0$, $u_e(Ho,t) =\partial u/\partial z=0$

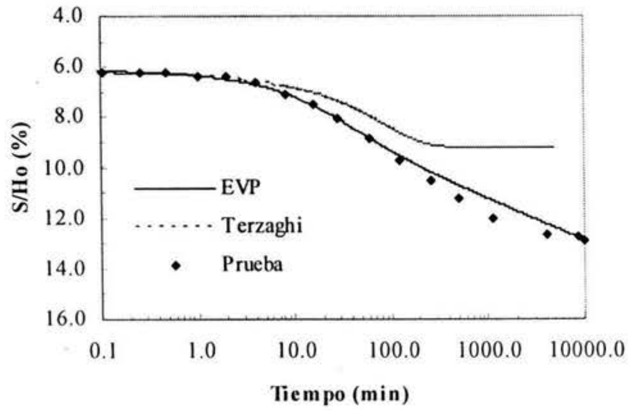
Adicionalmente, ambos incrementos de carga se modelaron utilizando la teoría de Terzaghi. La condición inicial de la distribución de presión de poro y las condiciones de frontera fueron las mismas que las mostradas anteriormente. Los resultados de la calibración del programa IINCON se muestran en la Figura 4.1, en ella se observa una buena aproximación de los resultados obtenidos utilizando el modelo EVP en cuanto a la evolución de las deformaciones y del exceso de la presión de poro en el tiempo, obtenidos para ambos incrementos de carga. La diferencia entre los resultados obtenidos con el desarrollo del modelo EVP y la teoría de Terzaghi, difieren significativamente.



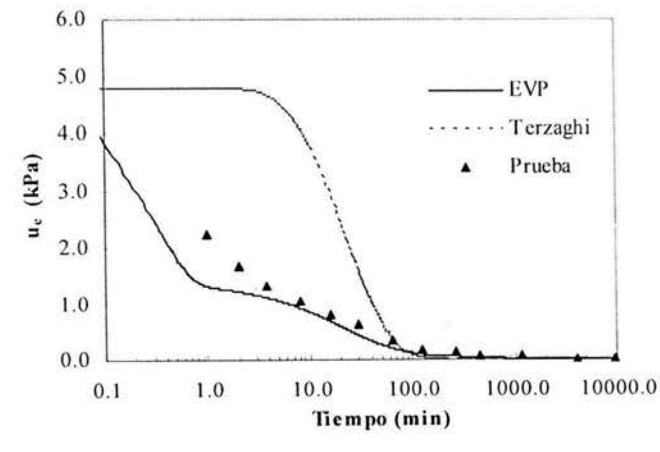
a) S/Ho vs tiempo, prueba 7-4



b) u_e vs tiempo, prueba 7-4



c) S/Ho vs tiempo, prueba 7-5



d) u_e vs tiempo, prueba 7-5.

Figura 4.1 Prueba de Odómetro, Berre e Iversen, 1972.

Una vez se comprobó que el procedimiento IINCON funcionaba adecuadamente, se modelaron las pruebas de odómetro convencional realizadas a las muestras SS-21-05 y SMS-13, provenientes del suelo de la ciudad de México y el antiguo lago de Texcoco, respectivamente.

Muestra SS-21-05

Esta muestra proviene de la ciudad de México, fue obtenida a una profundidad media de 25.5 metros en un sitio ubicado en la denominada zona de transición, donde los espesores de suelo compresible no sobrepasan 20 metros. Algunas de las propiedades físicas del suelo muestreado se presentan en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Propiedades físicas, muestra SS-21-05

Descripción	**W %**	**Ss**	**e_o**	**Gw %**	**LL %**	**IP %**
Arcilla color gris verdoso, con contenido de materia orgánica.	311.0	2.279	7.201	98.4	315.4	52.6

- Determinación de κ / v_o , λ / v_o , σ'_{zo} y ε'_{zo}.

Para la determinación de de κ / v_o , λ / v_o se midieron las pendientes de la línea de de descarga y la línea de referencia, respectivamente. Ver Figura 4.2.

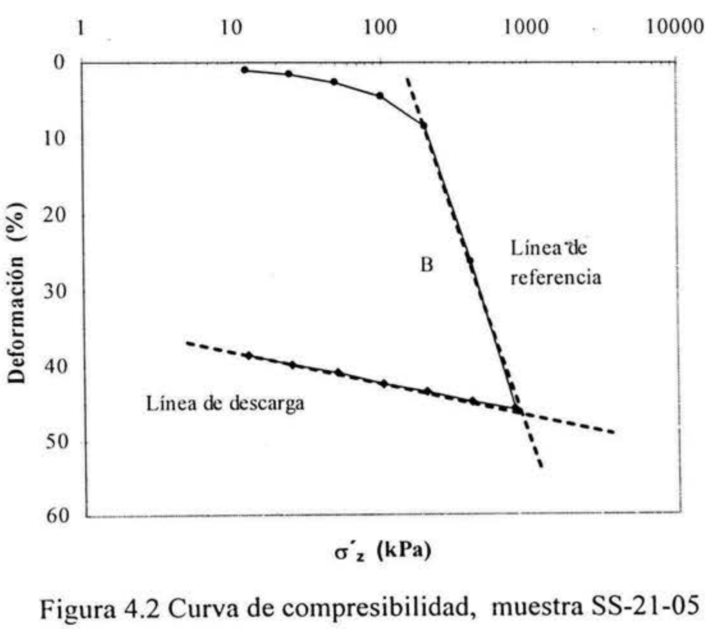


Figura 4.2 Curva de compresibilidad, muestra SS-21-05

Por facilidad se consideró σ'_{zo} como la intersección de la línea de referencia con el eje $\ln(\sigma'_z)$, por lo tanto el valor de ε_{zo} es igual a cero.

- Determinación de ψ/v_o y t_o.

Para la determinación de estos dos parámetros se eligió la curva de consolidación correspondiente al punto B en la Figura 4.2. El valor de ψ/v_o es la pendiente de la línea de compresión diferida en la Figura 4.3, t_o es el tiempo que tarda en disiparse la presión de poro en su totalidad.

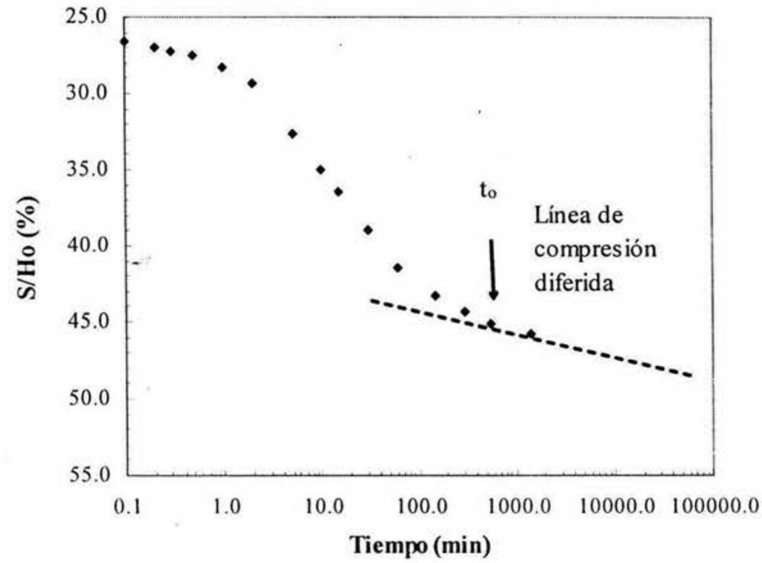


Figura 4.3 Curva de consolidación, punto B (800 kPa)

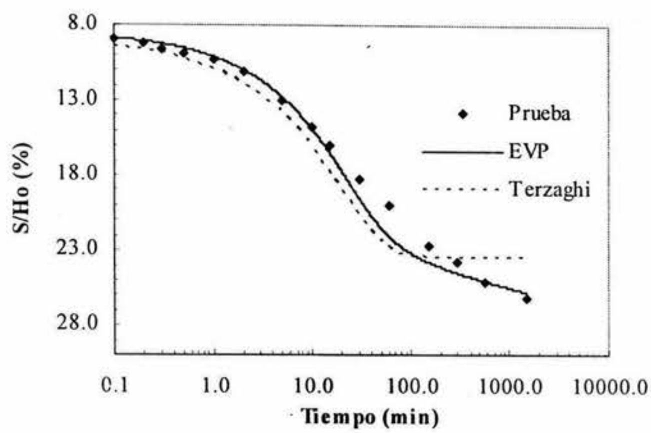
- Determinación de k

El modelo EVP tal como lo presentan Yin y Graham, no considera la variación de la permeabilidad durante la consolidación, para este caso el valor de la permeabilidad de la muestra de suelo, se obtuvo a partir de los resultados de la prueba de odómetro.

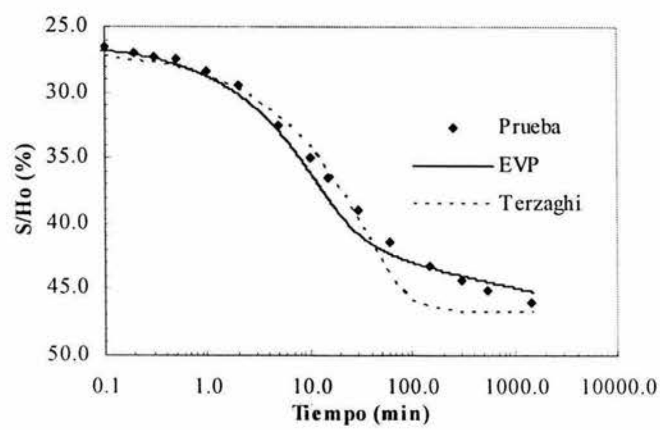
Los valores de los parámetros obtenidos se muestran en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Parámetros muestra SS-21-05

κ/v_o	λ/v_o	ψ/v_o	σ'_{zo} kPa	ε'_{zo}	t_o min	k cm/seg
0.018	0.29	0.007	158	0	540	2.5E-08



a) S/Ho vs tiempo, σ'_z =400 kPa



b) S/Ho vs tiempo, σ'_z =800 kPa

Figura 4.4 Resultados modelo EVP, muestra SS-21-05

Tabla 4.5 Información de la prueba de Odómetro (SS-21-05), Modelo EVP y Terzaghi

Incr.	EVP					Terzaghi				
	Ho (m)	$\varepsilon_z(z,0)$ %	$\sigma'_z(z,0)$ kPa	$u(i,0)=\Delta\sigma_z$ kPa	t min	Ho m	m_v m^2/kN	c_v m^2/min	$\Delta\sigma_z$ kPa	t min
1	0.0189	8.60	200	200	1500	0.0173	7.5E-04	1.5E-06	200	1500
2	0.0189	26.10	400	400	1500	0.0140	6.6E-04	5.8E-07	400	1500

En la Figura 4.4, se presentan las curvas de consolidación obtenidas después de aplicar los dos incrementos de esfuerzo a la prueba de consolidación de la muestra SS-21-05, así como las curvas obtenidas con el programa IINCON. En ellas se observa que los resultados obtenidos usando el modelo EVP, son muy similares al comportamiento presentado por el suelo. También, se aplicó la teoría de Terzaghi para simular el comportamiento de la pastilla de suelo. La Tabla 4.5 muestra la información de los dos incrementos de carga simulados.

Muestra SMS-8-13

Esta muestra proviene del antiguo lago de Texcoco, fue obtenida a una profundidad media de 13.5 metros. La Tabla 4.6 muestra algunas de las propiedades físicas del suelo muestreado.

Tabla 4.6 Propiedades físicas, muestra SMS-8-13

Descripción	**W %**	**Ss**	**e_o**	**Gw %**
Arcilla de alta plasticidad, color café olivo con fisuras de arcilla café claro	262.0	2.782	6.7978	100

- Determinación de κ/v_o , λ/v_o , σ'_{zo} y ε'_{zo}.

Para la determinación de de κ/v_o , λ/v_o V se midieron las pendientes de la línea de de descarga y la línea de referencia, respectivamente. Ver Figura 4.5.

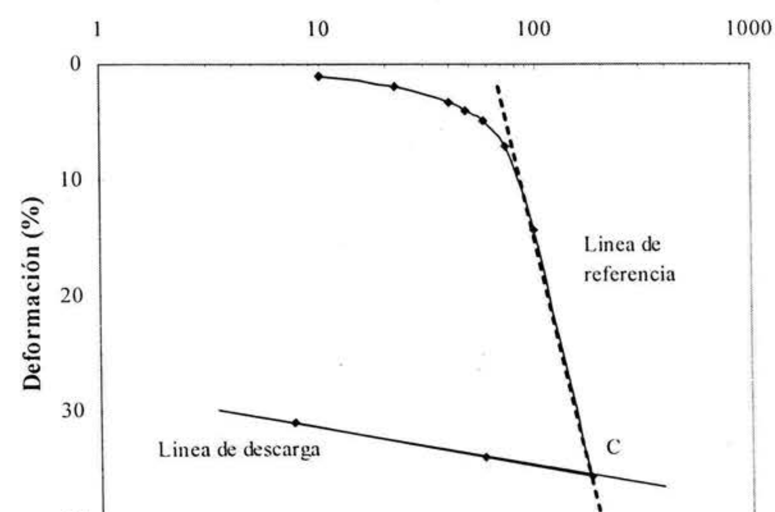


Figura 4.5 Curva de compresibilidad, muestra SMS-8-13

De igual manera, se consideró σ'_{zo} como el intercepto de la línea de referencia con el eje $\ln(\sigma'_z)$, por lo tanto el valor de ε_{zo} es igual a cero.

- Determinación de ψ/v_o y t_o.

La determinación de estos dos parámetros se hizo a partir de la curva de consolidación correspondiente al punto C de la Figura 4.5.

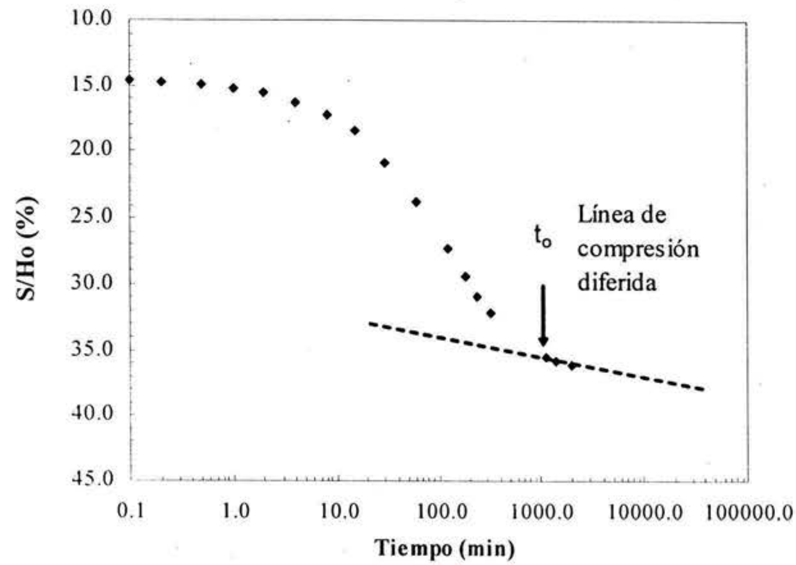


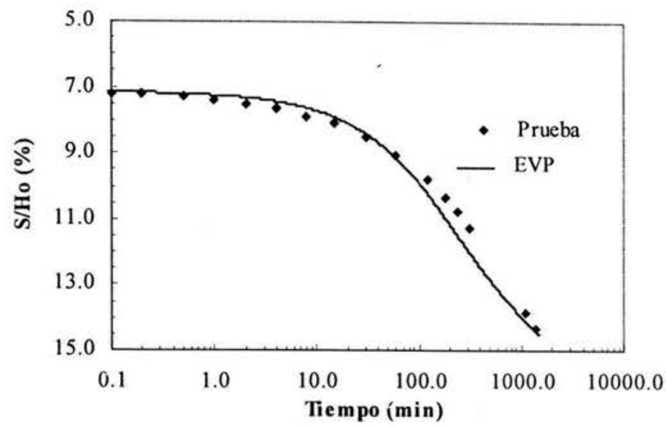
Figura 4.6 Curva de consolidación, punto C (177.5 kPa)

Los valores de los parámetros obtenidos se muestran en la Tabla 4.7.

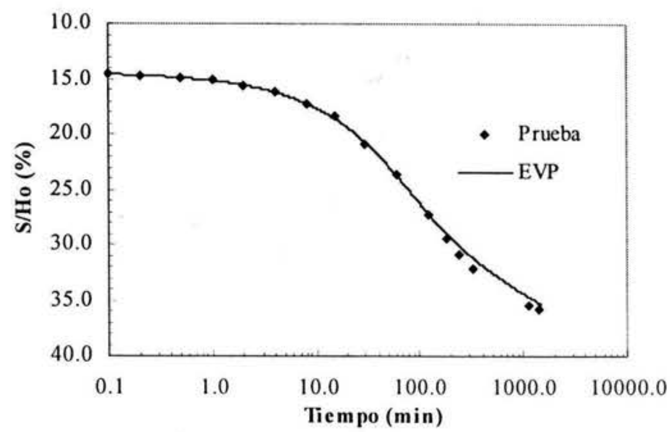
Tabla 4.7 Parámetros muestra SMS-8-13

κ/v_o	λ/v_o	ψ/v_o	σ'_{zo} kPa	ε'_{zo}	t_o min	k cm/seg
0.016	0.36	0.010	64	0	1405	2.0E-08

Las curvas de consolidación obtenidas después de aplicar los dos incrementos de esfuerzo a la prueba de consolidación de la muestra SMS-8-13, así como las curvas obtenidas con el programa IINCON, se muestran en la Figura 4.7. En esta figura se observa, que los resultados obtenidos con el modelo EVP, tienen una gran similitud con el comportamiento presentado por el suelo. La Tabla 4.8 muestra la información de los dos incrementos de carga simulados.



a) S/Ho vs tiempo, σ'_z =97.5 kPa



b) S/Ho vs tiempo, σ'_z =177.5 kPa

Figura 4.7 Resultados modelo EVP, muestra SMS-8-13

Tabla 4.8 Información de la prueba de Odómetro (SMS-8-13), Modelo EVP

Incr.	Ho (m)	$\varepsilon_z(z,0)$ %	$\sigma'_z(z,0)$ kPa	$u(z,0)=\Delta\sigma_z$ kPa	t min
1	0.020	7.11	72.5	25	1500
2	0.020	14.35	97.5	80	1500

Análisis Paramétrico

Para medir la influencia de las variables que involucra el modelo EVP, se realizaron análisis variando cada una de ellas. Los resultados de este análisis se presentan en las Figuras 4.8 a 4.11.

En la Figura 4.8 se observa que al variar el parámetro κ/v_o, no se presentan cambios significativos en los resultados, sólo hasta que la proporción de variación alcanza valores mayores a 5. Es decir, la evolución de la deformación del suelo con el tiempo no es sensible a la compresibilidad volumétrica en la rama recarga-descarga, κ.

En la Figura 4.9 se observa que al variar el parámetro λ/v_o en un ±25%, los resultados varían de forma apreciable. Al aumentar el valor de λ/v_o, la muestra de suelo presenta mayor compresibilidad y viceversa.

Al variar los parámetros ψ/v_o y k en un ±50%, se observa que si bien se presentan cambios menores que los mostrados en la Figura 4.9, estos resultados no pueden considerarse despreciables. En la Figura 4.10 se nota que la muestra de suelo se tarda más tiempo en disipar completamente el exceso en la presión de poro, en la medida que el parámetro ψ/v aumenta.

En la Figura 4.11 se observa que para todas las muestras con diferente valor en la permeabilidad, una vez finaliza la disipación del exceso de la presión de poro, la compresibilidad del suelo es sólo función del parámetro ψ/v_o.

De lo anterior se concluye, que el modelo elasto- viscoplástico EVP es más sensible a cambios en las variables k y λ/v_o, que para κ/v_o y ψ/v_o.

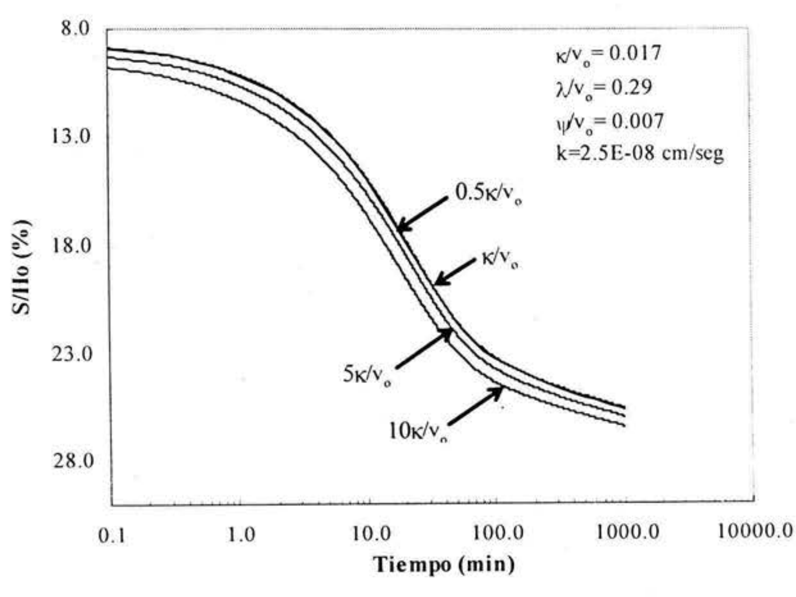


Figura 4.8 Curva de consolidación, κ/v_o variable

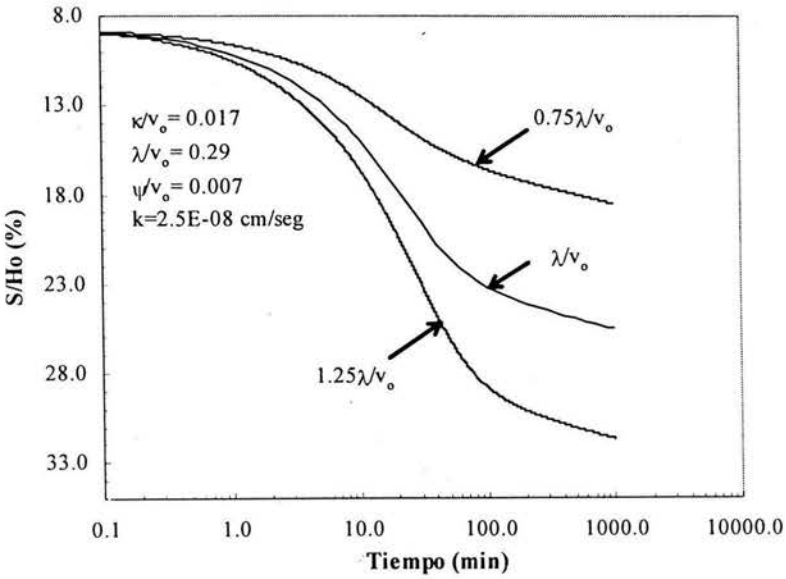


Figura 4.9 Curva de consolidación, λ/v_o variable

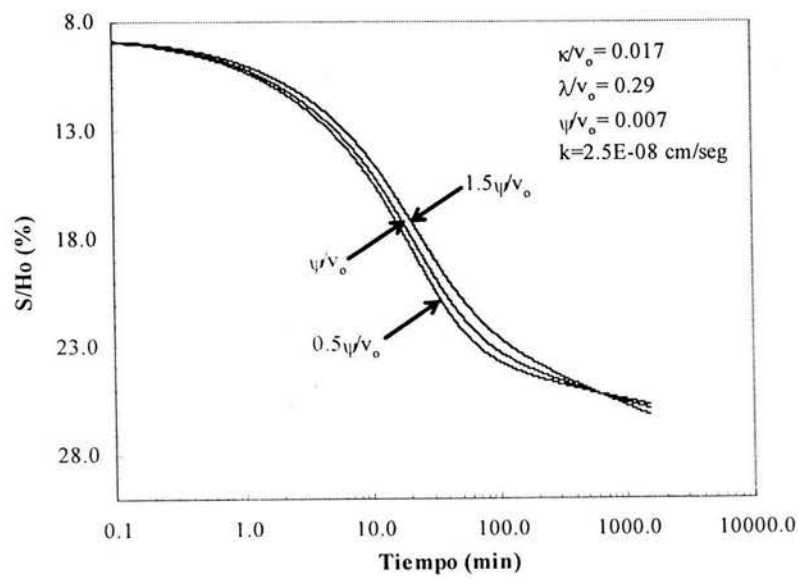


Figura 4.10 Curva de consolidación, ψ/v_o variable

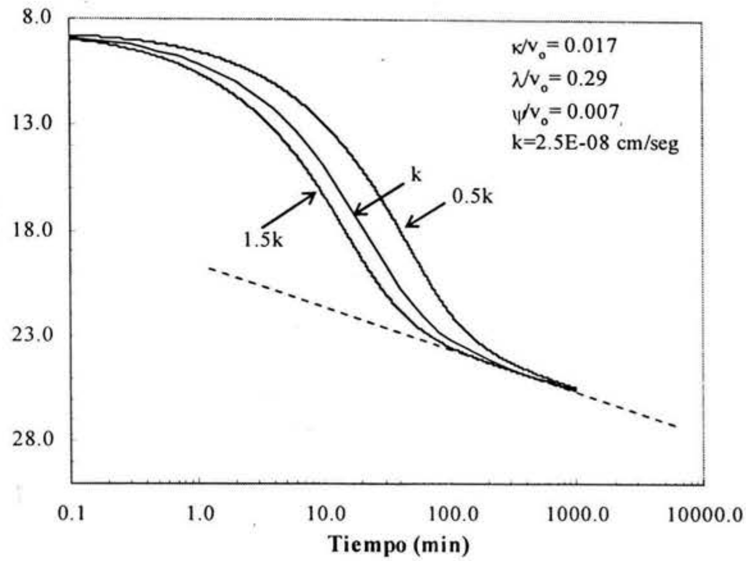


Figura 4.11 Curva de consolidación, permeabilidad variable

4.2 Sobrecarga uniforme

Se aplica el modelo EVP para el caso de una sobrecarga actuando sobre un estrato compresible, doblemente drenado y bajo condiciones de permeabilidad variable y constante durante el proceso de consolidación, para lo cual se utilizó la aplicación del programa IINCON, que permite calcular los asentamientos por consolidación de un depósito de suelo estratificado, así como la evolución de la presión de poro con el tiempo. Con el propósito de establecer diferencias, la evolución de la distribución de la presión de poro y los asentamientos también se calcularán utilizando la teoría de Terzaghi. Ambos modelos serán evaluados para un periodo de 20 años.

Consideraciones

Se analizó un depósito de suelo estratificado, cuyas propiedades son típicas del suelo que subyace al Centro Histórico de la ciudad de México. En la superficie se aplica una carga de 75 kPa, tal como se indica en la Figura 4.12.

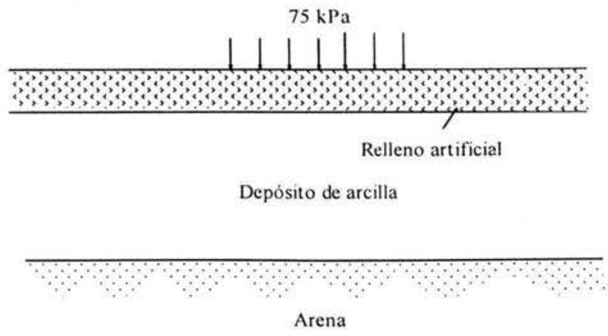


Figura 4.12 Esquema de carga del depósito compresible.

El análisis se hace bajo las hipótesis de que el relleno artificial es incompresible y que la carga aplicada en la superficie se transmite totalmente al depósito de arcilla. La condición inicial en este caso, corresponde a la distribución de presiones poro medida en el sitio de interés. Esta distribución inicial puede expresarse de forma polinomial así:

$$u(z,0) = a_1 z^n + a_2 z^{n-1} + ...a_{n+1.} \tag{4.1}$$

Donde, los valores de a_{n+1} son los coeficientes del polinomio de grado n.

Como se vio en la Figura 3.11 (capitulo 3), las condiciones de frontera de un estrato doblemente drenado, pueden expresarse tal como se indica a continuación:

$$u_e(0,t) = 0, u_e(2H,t) = 0, \qquad \text{para} \quad t\rangle 0 \tag{4.2}$$

Para resolver la ecuación unidimensional de consolidación de Terzaghi (eq. 2.1), se utilizó el método de las diferencias finitas, tomando en cuenta el valor de la permeabilidad en la interfaz de los estratos, de forma similar que en el capítulo 3, así:

$$-\frac{r_1(i)}{2}u_{i-1,j+1} + (1 + r_2(i))u_{i,j+1} - \frac{r_3(i)}{2}u_{i+1,j+1} = \frac{r_1(i)}{2}u_{i-1,j} + (1 - r_2(i))u_{i,j} + \frac{r_3(i)}{2}u_{i+1,j} \tag{4.3}$$

Donde,

$$r_1(i) = \frac{k'_t * \Delta t}{m_v(i) * \gamma_w(i) * \Delta z^2} \tag{4.4}$$

$$r_2(i) = \frac{(k'_t + k'_b) * \Delta t}{m_v(i) * \gamma_w(i) * \Delta z^2} \tag{4.5}$$

$$r_3(i) = \frac{k'_b * \Delta t}{m_v(i) * \gamma_w(i) * \Delta z^2} \tag{4.6}$$

El valor del módulo de compresibilidad del suelo m_v, se cálculo a través de la siguiente expresión:

$$m_v = \frac{\lambda}{(1 + e_o) * \sigma'_{zi}} \tag{4.7}$$

donde, σ'_{zi} es el esfuerzo efectivo inicial de cada sub-estrato de suelo.

Para el análisis considerando que la permeabilidad es función de la relación de vacíos, durante el proceso de consolidación, se emplearon las ecuaciones 3.38 y 3.39.

- Condición inicial. A continuación, se presenta la distribución de presión de poro, registrada a través de piezómetros ubicados a diferentes profundidades, en una estación piezométrica del centro Histórico de la Ciudad.

$$u(z,0) = -2.05E-3 \times z^4 + 5.86E-2 \times z^3 - 4.26E-1 \times z^2 + 10.21 \times z + 55.42 \qquad R^2 = 0.993 \tag{4.8}$$

Donde $0 \leq z \leq 2H$ y 2H es el espesor del depósito de suelo analizado.

- Definición de parámetros. En la Tabla 4.10 se presentan las propiedades de cada uno de los estratos que conforman el depósito de suelo analizado.

Tabla 4.10 Parámetros del suelo, utilizados en el análisis.

Descripción	**Profundidad (m)**	γ **kN/m³**	e_o	κ	λ	ψ	$\frac{\sigma'_{zo}}{\sigma'_{zc}}$	k_o **cm/seg**	C_k/e_o
Relleno Artificial	0.0-5.0	17	-	-	-	-	-	-	-
Arcilla gris verdosa	5.0-8.9	13	7.15	0.103	2.683	0.049	1.5	1.5E-8	0.11
Arcilla café rojizo	8.9-10.1	13	6.45	0.174	1.738	0.058	1.5	6.0E-8	0.11
Arcilla gris verdosa	10.1-15.9	13	5.88	0.100	2.148	0.066	1.5	6.0E-8	0.11
Arcilla café rojizo	15.9-16.6	13	5.61	0.070	1.720	0.058	1.5	6.0E-8	0.11
Arcilla gris verdosa	16.6-30.5	13	5.86	0.174	2.235	0.082	1.5	6.7E-8	0.11

Para el análisis se dividió el depósito de suelo en 20 sub-estratos a los cuales se les asignó parámetros con base en la Tabla 4.10. El intervalo de tiempo considerado es de 10 días, (ver Figura 4.13).

La elección del número de sub-estratos e intervalo de tiempo a utilizar en la solución de las ecuaciones que describen el modelo EVP mediante el método de las diferencias finitas, se hizo luego de probar otros valores y encontrar que a partir de un ne=20 y Δt= 10 dias, los resultados no presentaban variaciones significativas comparados con los que se obtenían al aumentar el número de sub-estratos y/o disminuía Δt.

Es importante mencionar que pese a que el método de diferencias finitas implícito de Cranck Nicholson es incondicionalmente estable, los resultados obtenidos en ciertas ocasiones presentaron un comportamiento errático que se atribuye a los términos exponencial y potencial que conforman la ecuación 3.16. Este inconveniente se corrigió al modificar algunos parámetros tales como λ y ψ en porcentajes pequeños los cuales no alteraban de forma importante los resultados, pero si mejoraban la estabilidad del método de las diferencias finitas.

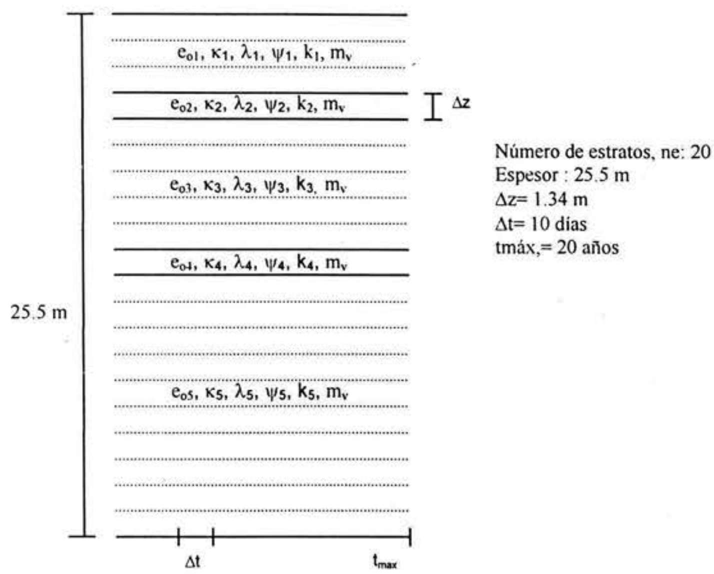


Figura 4.13 Esquema de diferencias finitas

En las Figuras 4.14 a 4.19 se presentan los resultados del análisis de la evolución de la presión de poro, realizado con el modelo EVP y la teoría de Terzaghi. Con base en estas figuras se puede decir:

Al realizar los análisis con el modelo EVP y la teoría de Terzaghi considerando la permeabilidad constante durante el proceso de consolidación y variable como función de la relación de vacíos, se observa que en general para los dos tipos de análisis la disipación del exceso de la presión de poro es mayor cuando se calcula con el modelo EVP. Lo anterior se observa con más claridad en la Figura 4.18, donde se presentan las curvas isocronas para un periodo de 20 años.

En la Figura 4.19 se presenta la relación entre los valores de la presión de poro calculados con la teoría de Terzaghi y el modelo EVP para un periodo de 20 años, considerando la condición de permeabilidad variable y constante. En ambos casos, se observa que dicha relación es mayor o igual a al unidad en casi todo el estrato, excepto en las cercanías a la parte inferior del mismo. En esta figura también se observa que la relación entre las presiones de poro es mayor en casi todo el estrato, cuando se considera constante la permeabilidad.

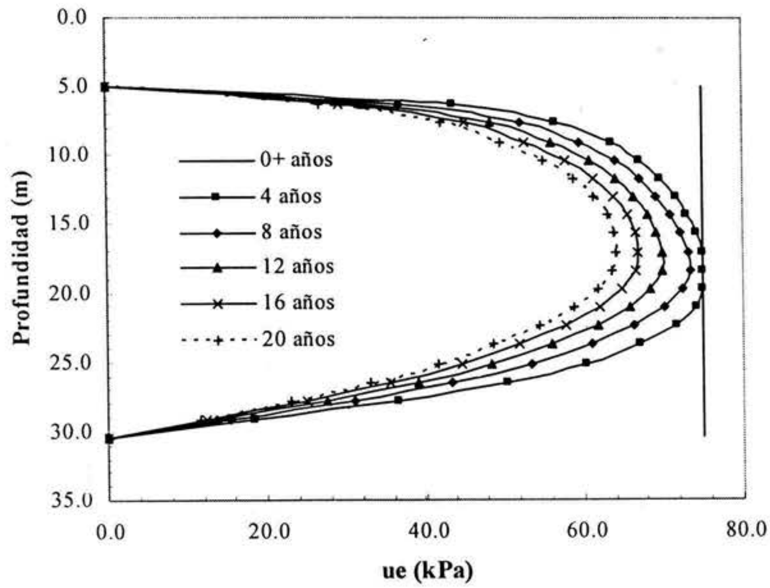


Figura 4.14 Evolución del exceso de la presión de poro, modelo EVP y k como función de la relación de vacíos.

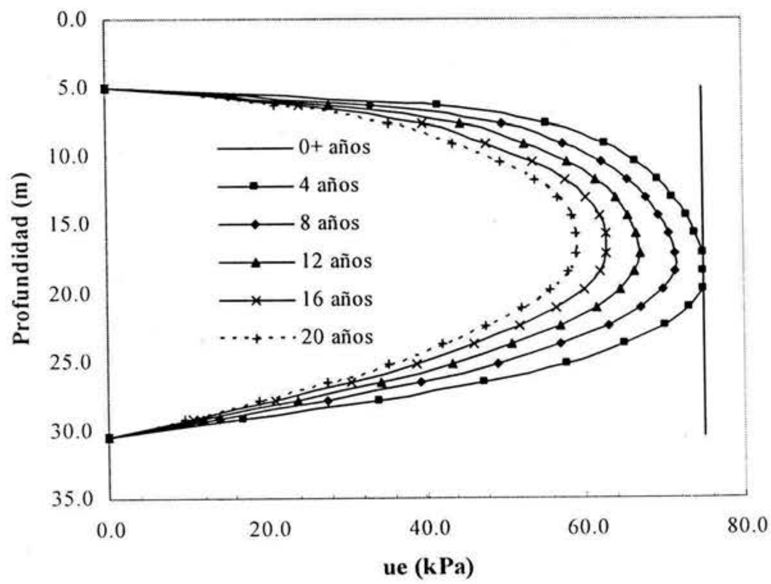


Figura 4.15 Evolución del exceso de la presión de poro, modelo EVP y k constante.

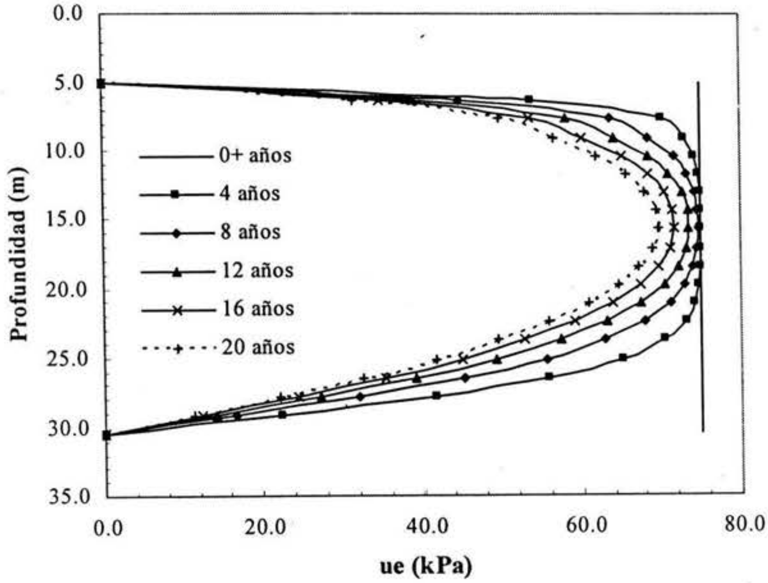


Figura 4.16 Evolución del exceso de la presión de poro, teoría de Terzaghi y k como función de la relación de vacíos.

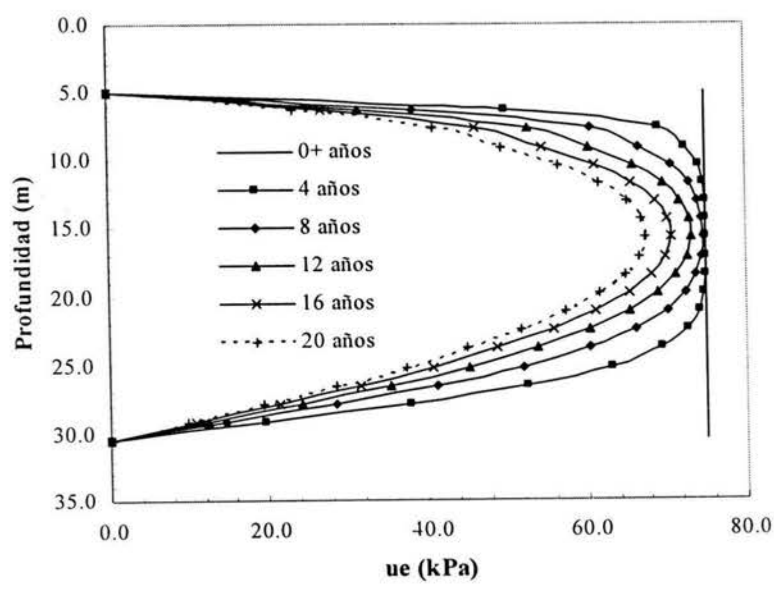


Figura 4.17 Evolución del exceso de la presión de poro, teoría de Terzaghi y k constante.

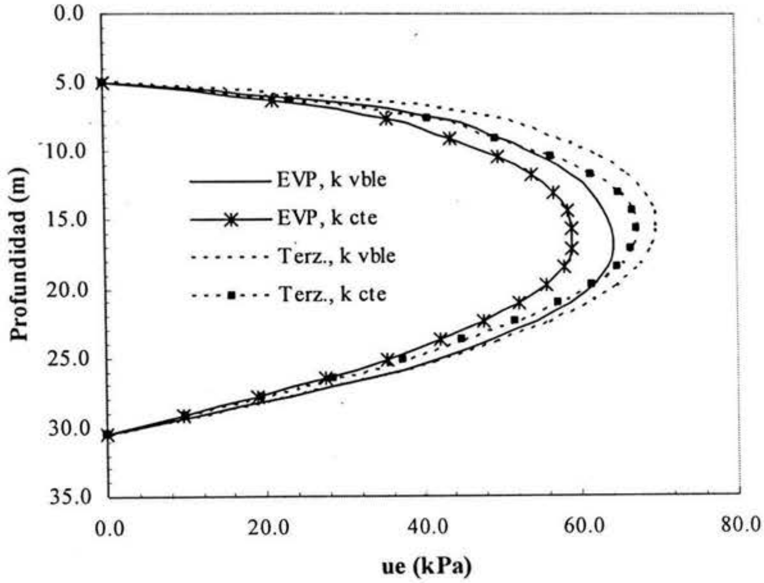


Figura 4.18 Comparación del exceso de la presión de poro, para un periodo de 20 años.

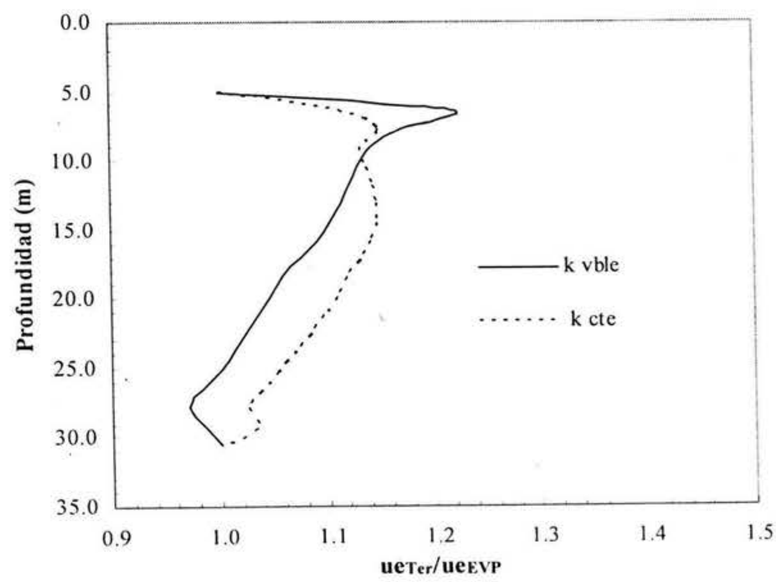


Figura 4.19 ue_{Ter}/ue_{EVP}, para un periodo de 20 años.

En las siguientes figuras se presentan los resultados de la evolución de las deformaciones y asentamientos.

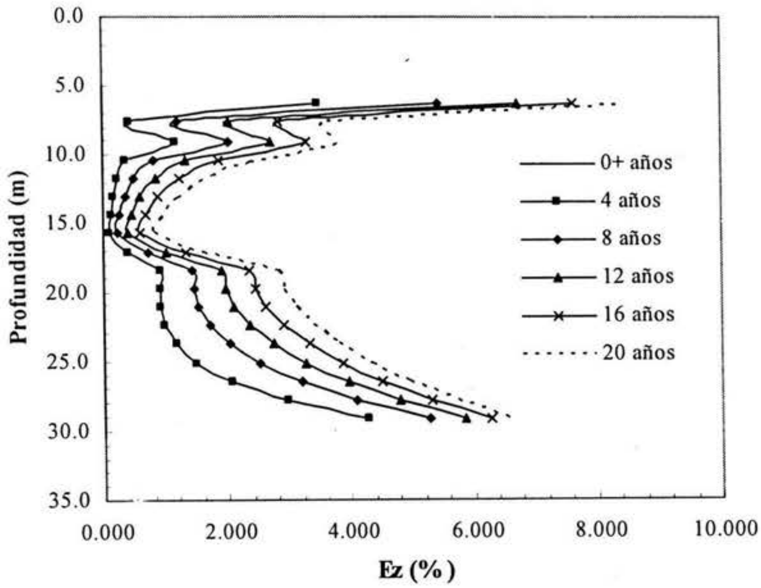


Figura 4.20 Evolución de las deformaciones, modelo EVP y k como función de la relación de vacíos.

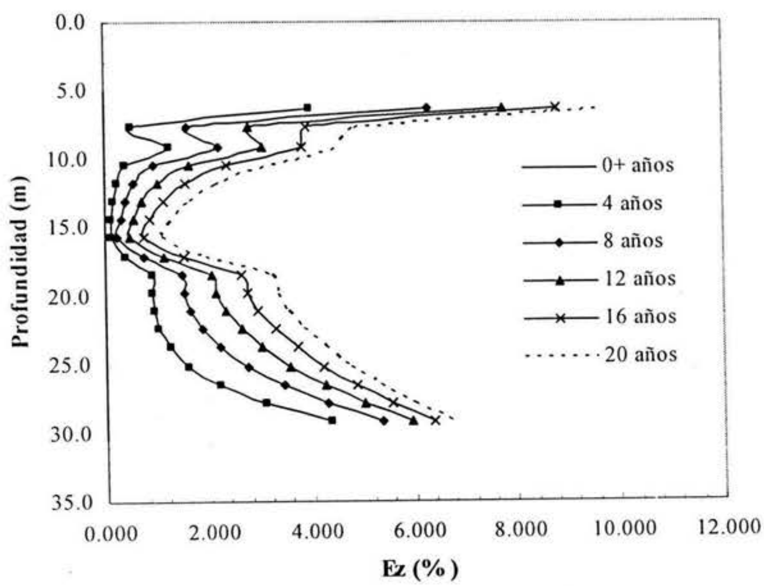


Figura 4.21 Evolución de las deformaciones, modelo EVP y k constante

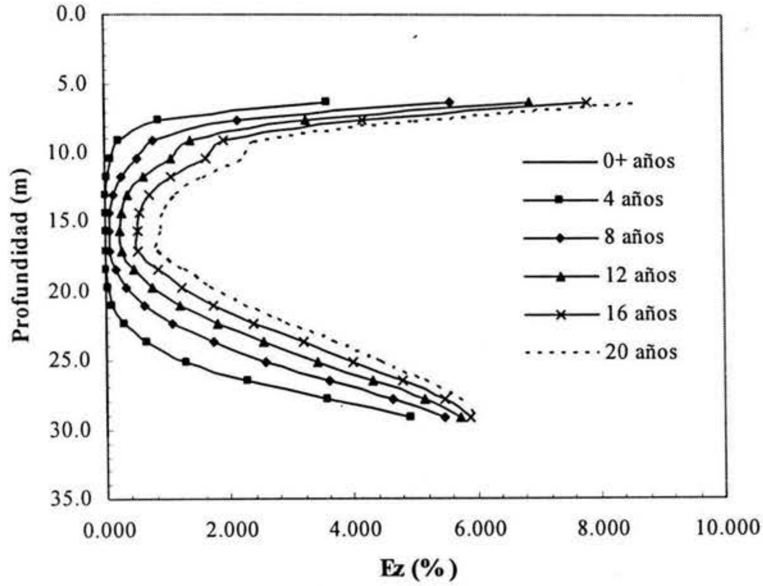


Figura 4.22 Evolución de las deformaciones, teoría de Terzaghi y k como función de la relación de vacíos.

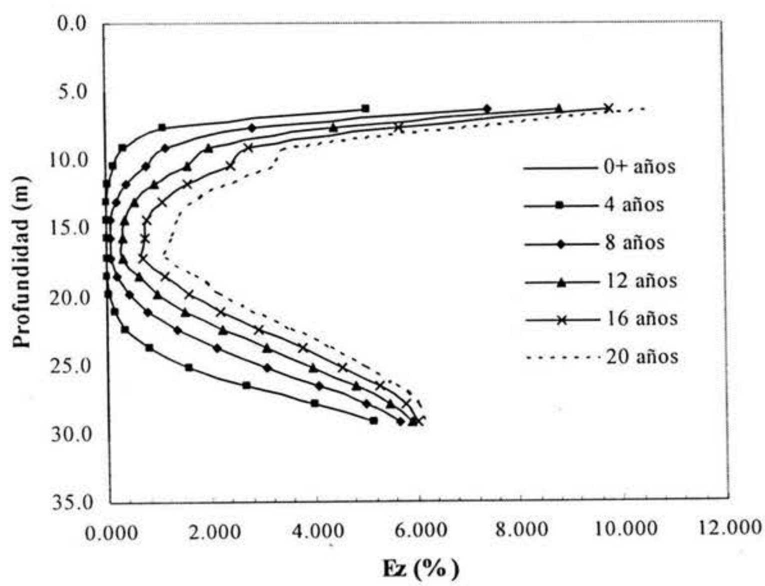


Figura 4.23 Evolución de las deformaciones, teoría de Terzaghi y k constante

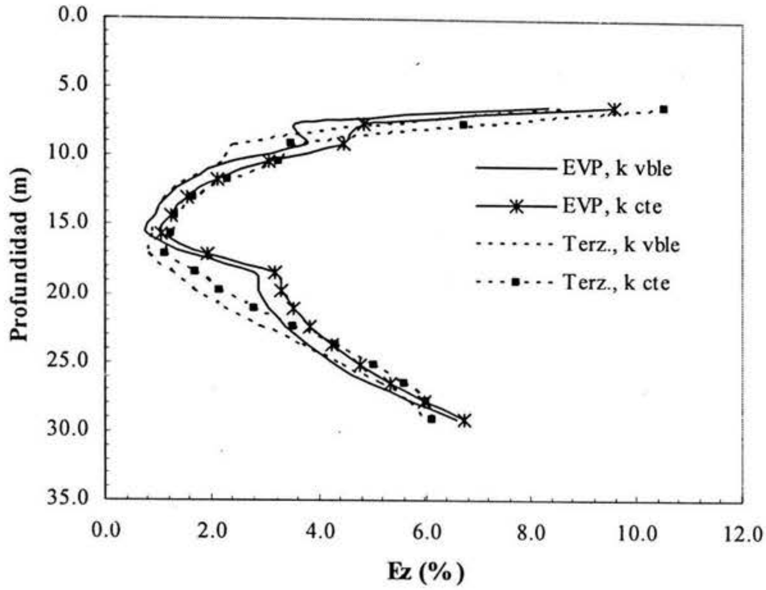


Figura 4.24 Comparación de las deformaciones, para un periodo de 20 años.

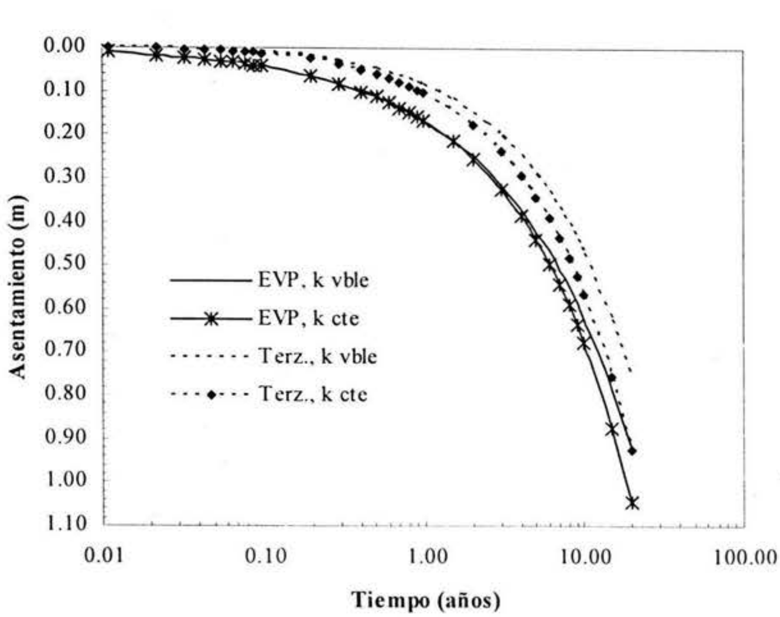


Figura 4.25 Evolución de los asentamientos

En las Figuras 4.20 a 4.24, se puede apreciar que en términos generales las deformaciones calculadas con el método EVP son mayores que con la teoría de Terzaghi, como cabría esperase. En la Figura 4.24 se observa con claridad que existe una similitud en la forma en que se distribuyen las deformaciones del depósito de suelo, calculadas con los dos métodos mencionados.

En la Figura 4.25 se muestra la comparación de los resultados del análisis de la evolución de los asentamientos, calculados con el modelo EVP y la teoría de Terzaghi. En esta figura se observa una diferencia de aproximadamente un 18% y 12% entre las dos teorías, para la condición de k variable y para k constante, respectivamente, al final del periodo de estudio (20 años). Los resultados obtenidos son cualitativamente congruentes con lo esperado.

4.3 Hundimiento Regional

El fenómeno del Hundimiento regional que afecta a la ciudad de México y algunas de sus zonas aledañas, se explica al considerar que los cambios en la presión de poro debidos al bombeo de agua, incrementan los esfuerzos efectivos del suelo por lo cual, la extracción de agua por bombeo de los acuíferos, equivale a sobrecargar efectivamente el suelo. Este proceso de carga lenta ha ocurrido desde hace más de 150 años por lo tanto, se justifica incluir el comportamiento viscoplástico del suelo para estudiarlo.

En la ciudad de México existe un gran número de estaciones piezométricas, cuyos registros han permitido identificar ciertas tendencias de la evolución de las presiones de poro en las arenas y limos arenosos que confinan los estratos arcillosos. La profundidad, distribución de las bombas, así como las características del bombeo, y las características de los materiales térreos sujetos al efecto del bombeo, tal como su compresibilidad y su permeabilidad, son algunos de los factores de los cuales depende la evolución de la presión de poro, en las fronteras de los estratos arcillosos.

Consideraciones

Una forma de modelar el hundimiento regional ocasionado por bombeo, se logra resolviendo las ecuaciones que gobiernan el proceso de consolidación. En este trabajo se emplea para estos fines el modelo EVP (eq.3.14 y eq.3.15), bajo condiciones de frontera que simulan la evolución de la presión de poro en los materiales permeables que confinan a los estratos de arcilla, mediante el programa IINCON. Se incluye también, el análisis de asentamientos mediante la teoría de Terzaghi utilizando la metodología propuesta por Blanch (1999), en la cual se considera un coeficiente de consolidación C_v equivalente para todo el depósito de suelo, que permanece constante durante todo el proceso de consolidación.

La condición inicial en este caso, corresponde a la distribución de presiones poro medida en el sitio de interés, al comienzo del periodo bajo estudio y puede expresarse tal como lo define la ecuación 4.1.

Para determinar las condiciones de frontera, es necesario conocer la velocidad de abatimiento de la presión de poro, en la parte superior e inferior del estrato confinado. Conocidas estas velocidades, se pueden especificar las funciones que definen las condiciones de frontera del estrato arcilloso:

$$
\begin{aligned}
u(0,t) &= u(0,0) - (V_s * t) \\
u(2H,t) &= u(2H,0) - (V_i * t)
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

Donde, V_s y V_i son las velocidades de abatimiento de la presión de poro, en la frontera superior e inferior, del estrato arcilloso; 2H es su espesor, y t es el tiempo.

Calibración y aplicación del modelo

Para la calibración del modelo EVP aplicado al proceso de hundimiento regional, se eligió el sitio Patio de la Emperatriz, ubicado en el Palacio Nacional del Centro Histórico de la ciudad de México. En este sitio, se dispone de amplia información geotécnica y piezométrica, (Blanch, 1999).

Se considera que los asentamientos registrados en el sitio analizado, obedecen al bombeo de agua en el subsuelo, ya que la participación del peso de las de las estructuras allí edificadas, en el proceso de consolidación es mínima o casi nula, debido a que estas estructuras fueron construidas hace más de 100 años.

- Estratigrafía. Con Base en el sondeo SCE-10, la estratigrafía del suelo que subyace el Palacio Nacional está conformada tal como se describe a continuación (Blanch, 1999):

De 0.0 a 12.5 m. Relleno artificial constituido por material heterogéneo y costra natural formada principalmente por limo arcilloso café, preconsolidado por secado solar, con lentes finos de arena pumítica.

De 12.5 a 38 m. Serie arcillosa superior, formada por estratos arcillosos, separados por lentes de arena y limo.

De 38 a 42 m. Capa dura, constituida por una secuencia de lentes duros y blandos, los primeros formados por arenas finas y limosas y los segundos principalmente por limos arcillosos.

De 42 a 51 m. Serie arcillosa inferior, formada por estratos arcillosos separados por lentes duros.

A 51 m. Depósitos aluviales inferiores, compuestos por arenas finas con fragmentos de conchas y gravas pumíticas en lentes delgados.

- Definición de parámetros. La calibración del modelo EVP se efectuó con base en los asentamientos observados durante el periodo 1991 a 1999, ocurridos en la serie superior arcillosa, en la cual, a través de los resultados de pruebas de odómetro se identificaron cinco estratos arcillosos con características diferentes.

Tabla 4.11 Parámetros del suelo, utilizados en el análisis.

Descripción	Profundidad (m)	γ kN/m³	e_o	κ	λ	ψ	$\sigma'_{zo}/\sigma'_{zc}$	k_o cm/seg	C_k/e_o
Relleno Artificial	0.0-12.5	17	-	-	-	-	-	-	-
Arcilla gris verdosa	12.5-16.4	13	7.15	0.103	2.683	0.049	1.5	7.5E-9	0.11
Arcilla café rojizo	16.4-17.6	13	6.45	0.174	1.738	0.058	1.5	3.0E-8	0.11
Arcilla gris verdosa	17.6-23.4	13	5.88	0.100	2.148	0.066	1.5	3.0E-8	0.11
Arcilla café rojizo	23.4-24.1	13	5.61	0.070	1.720	0.058	1.5	3.0E-8	0.11
Arcilla gris verdosa	24.1-38.0	13	5.86	0.174	2.235	0.082	1.5	3.4E-8	0.11

Con base en los resultados de las pruebas de odómetro disponibles se observó que los diferentes estratos de suelo se encuentran en un estado ligeramente preconsolidado, con un valor de la relación de preconsolidación (OCR) de 1.3 aproximadamente. A partir de esta último valor se calculó el esfuerzo crítico de cada uno de los sub-estratos, y por consiguiente los valores de σ'_{zo} y ε'_{zo}. El valor de t_o se consideró para todos los estratos igual a 1 día. El volumen específico inicial del suelo v_o, se tomo como $1+e_o$.

Para modelar el depósito de suelo con el programa IINCON, se dividió el depósito de suelo compresible en 20 sub-estratos, a los cuales se les asignó las propiedades mostradas en la Tabla 4.11, el periodo de evaluación del modelo fue de 8 años, considerando incrementos de tiempo de un día (ver Figura 4.27) . En este análisis se consideró al valor de la permeabilidad en la interfaz de los sub-estratos, así como la variación de la permeabilidad durante el proceso de consolidación.

La elección del número de estratos e intervalo de tiempo a utilizar en el método de las diferencias finitas se hizo de la misma forma que se describió en el numeral 4.2.

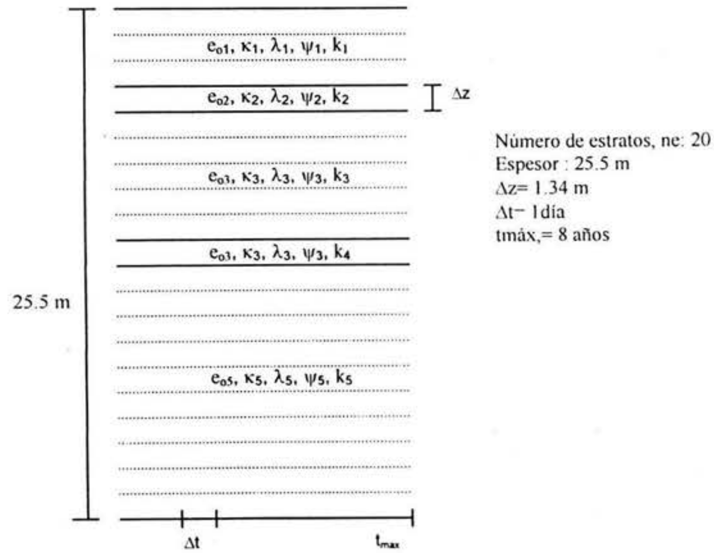


Figura 4.26 Esquema de diferencias finitas, modelo EVP.

La estabilidad de los resultados se vio afectada de la misma forma en que se describió para el caso de la sobrecarga uniforme.

• Condición inicial. En la Figura 4.26 se presentan los valores de la presión de poro medidos a través de diferentes piezómetros ubicados a diferentes profundidades en la estación piezométrica EP-10. Estos valores se registraron durante el mes de marzo de 1991. La ecuación que mejor se ajusta a la tendencia que describe la distribución de presión de poro, es la siguiente:

$$u(z,0) = -2.05E-3 \times z^4 + 5.86E-2 \times z^3 - 4.26E-1 \times z^2 + 10.21 \times z + 55.42 \qquad (4.12)$$
$$R^2 = 0.993$$

Donde $0 \leq z \leq 2H$ y 2H es el espesor del depósito de suelo analizado.

• Condiciones de frontera. Las velocidades de abatimiento en la frontera superior e inferior de la serie arcillosa superior, para el periodo comprendido entre marzo de 1991 y marzo de 1999, en el sitio Palacio Nacional , son las siguientes, (Blanch, 1999):

Velocidad de abatimiento frontera superior, Vs = 2.021 kPa/año
Velocidad de abatimiento frontera inferior, Vi = 2.259 kPa/año

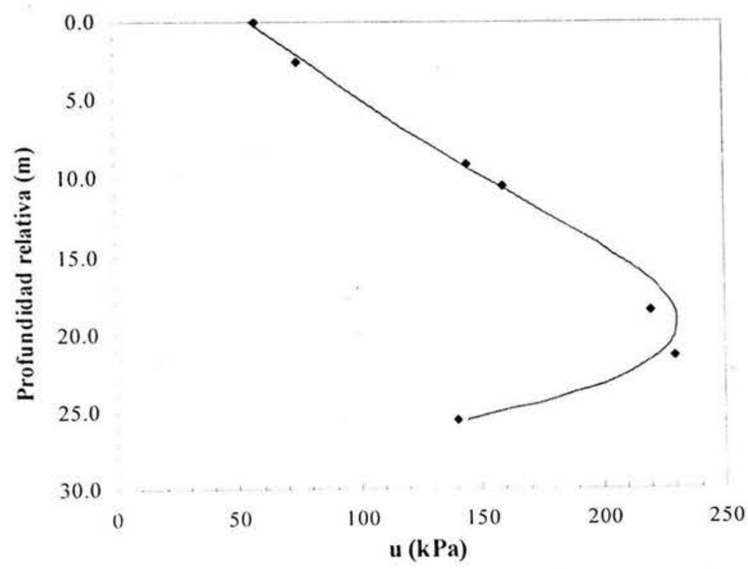


Figura 4.26 Distribución de presión de poro, marzo de 1991

A continuación se presentan los resultados de la evolución de la presión de poro y asentamientos debidos al fenómeno de hundimiento regional, en el sitio Patio de la Emperatriz del Palacio nacional.

En la Figura 4.28 se presenta la evolución de la distribución de la presión de poro calculada con el con el método EVP para el periodo comprendido entre marzo de 1991 y marzo de 1999. La Figura 4.29 muestra los valores calculados de la presión de poro para marzo de 1999, y los registrados en la estación piezométrica EP-10. En ella se observa una buena concordancia entre los datos reales y los teóricos.

En la Figura 4.30 se nota que entre los 12.5 y 15.5 metros de profundidad aproximadamente, las deformaciones son menores que en el resto del depósito de suelo. Lo anterior ocurre, debido a que para estas profundidades la relación ψ/v_o es muy pequeña, por lo tanto el componente secundario de la deformación es menor. Adicionalmente, entre estas profundidades se presenta poca disipación en el exceso de presión de poro.

En la Figura 4.31 se presentan los asentamientos calculados con el método EVP y con la teoría de Terzaghi, para el sitio Patio de la Emperatriz del Palacio Nacional. Desafortunadamente no se cuenta con mediciones de los hundimientos reales en este sitio, por lo cual los resultados de la Figura 4.31, se comparan con los valores registrados en el mismo periodo de tiempo, en la serie arcillosa superior en la Catedral Metropolitana, en un sitio ubicado a unos 200 metros del Patio de la Emperatriz. En esta figura se observa una diferencia de aproximadamente un 40% entre los resultados obtenidos a través del modelo EVP y la teoría de Terzaghi, a los 8 años a partir de marzo de 1991. Los resultados obtenidos con el modelo EVP son levemente menores que los medidos en la Catedral Metropolitana, lo cual resulta congruente con el hecho de que el suelo sobre el cual se apoya el Palacio Nacional es un poco mas duro que el suelo sobre el cual esta cimentada la Catedral.

Con base en un sistema de bancos de medición ubicados en la torre oeste de la Catedral Metropolitana, se sabe que para el periodo en que se está efectuando este análisis, aproximadamente el 48% de los asentamientos totales registrados, corresponden a la serie arcillosa superior y un 52% aproximadamente a la serie arcillosa inferior. Es interesante mencionar, que durante los últimos años estos porcentajes han ido cambiando, pues se ha reconocido que los depósitos profundos que antes se consideraba no contribuían significativamente en el proceso del hundimiento regional en el sitio, ahora sufren asentamientos que no son despreciables, (Ovando, 2003).

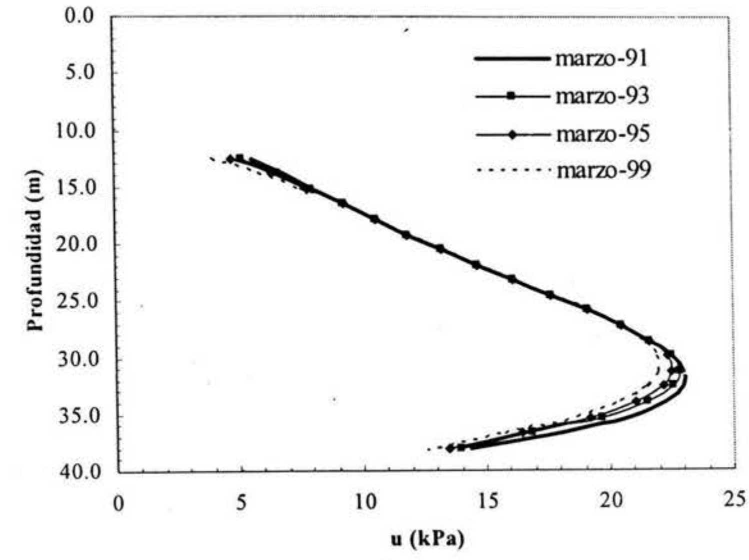


Figura 4.28 Evolución de la presión de poro.

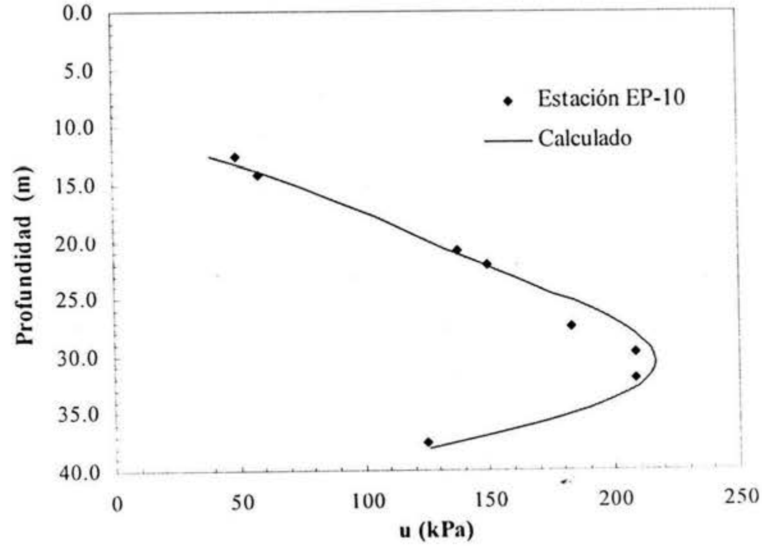


Figura 4.29 Distribución de presión de poro, marzo de 1999.

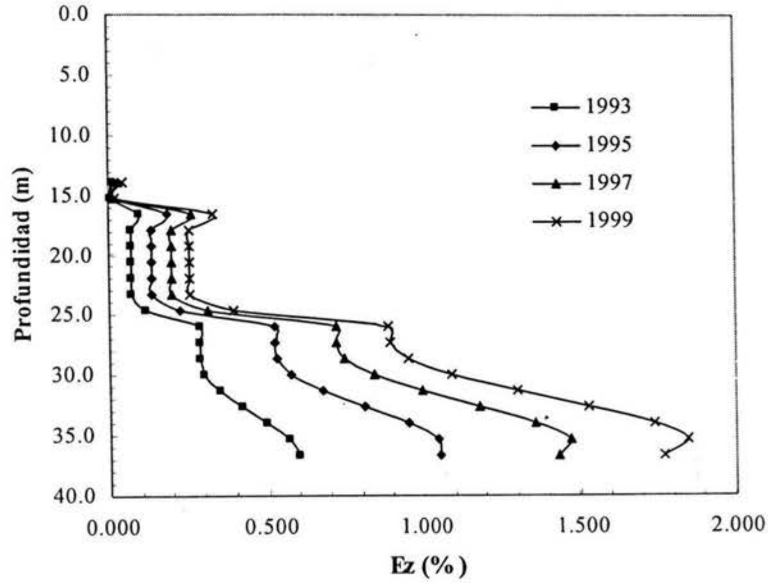


Figura 4.30 Evolución de las deformaciones modelo EVP

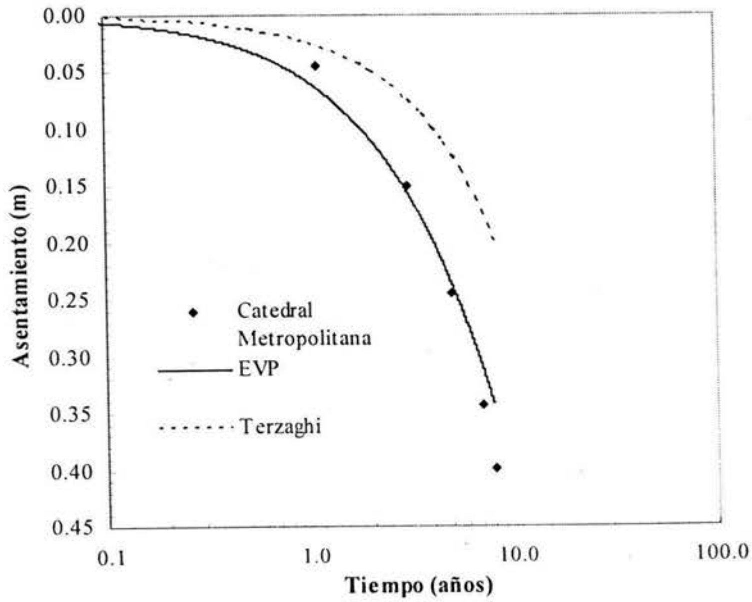


Figura 4.31 Evolución de asentamientos

5. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

- La ecuación de consolidación unidimensional de Terzaghi, en rigor debe ser aplicada para casos en que las deformaciones esperadas sean pequeñas, de tal forma que la variación del espesor del estrato con en el tiempo pueda despreciarse. Sin embargo, esta ecuación en su estado original o bien con algunas modificaciones, se aplica para predecir el comportamiento compresible de depósitos de suelo con espesores mayores, sin que se conozca con certeza si esta simplificación afecta significativamente los resultados. Cabe expresar que en procesos de carga relativamente lentos, tal efecto es menos notorio que en procesos de carga rápidos.

- El Fenómeno del hundimiento regional que afecta a la ciudad de México y otros sitios aledaños, ha despertado el interés de los ingenieros geotecnistas durante varias décadas. La seguridad y funcionalidad de las estructuras, así como la preservación de los monumentos históricos de la ciudad, han motivado el estudio detallado de las propiedades del subsuelo y del comportamiento del mismo, con el propósito de entender mejor el fenómeno y poder predecir asentamientos.

- La importancia de considerar los asentamientos adicionales a los ocurridos debido a la disipación del exceso de presión de poro, es ampliamente aceptada. Pese a lo anterior, aún no existe una única teoría que tenga la aceptación unánime de los especialistas. Existen un gran número de teorías sobre la consolidación secundaria, lo cual genera confusión y escepticismo.

- De lo expuesto en este trabajo puede sugerirse que una manera sencilla de calcular los efectos viscosos del comportamiento del suelo es a través del parámetro ψ, también llamado C_{α}. Para determinar este parámetro, al menos un incremento de carga debe dejarse aplicado, hasta que la pendiente de la parte recta en la "curva de consolidación", se aprecie con claridad. También, se pueden realizar pruebas a velocidad de deformación controlada (CRS).

- Una de las ventajas principales del modelo EVP de Yin y Graham es que puede ser aplicado con facilidad debido a la forma de sus ecuaciones y a los parámetros que involucra (κ, λ, ψ).

- En el modelo EVP de Yin y Graham, los valores de λ y la permeabilidad k, son variables que ante pequeños cambios generan variaciones importantes en los resultados. La determinación de la permeabilidad inicial del suelo debe hacerse mediante pruebas específicas en campo y laboratorio.

- La utilización del modelo EVP de Yin y Graham mediante el método de las diferencias finitas, es un primer intento por validar su funcionamiento. No obstante, para este problema en particular este método numérico presenta limitaciones en cuanto a la estabilidad de los resultados, lo que se traduce en cierta dificultad para realizar los cálculos, ya que en ocasiones se requiere variar algunos parámetros en porcentajes mínimos para poder obtener información consistente, de lo contrario se obtienen resultados erráticos.

- Los resultados de los análisis efectuados mediante el modelo EVP se compararon con los obtenidos a través de la teoría de Terzaghi, con el propósito de demostrar la importancia de considerar los efectos viscosos en el cálculo de asentamientos por consolidación.

- Los resultados obtenidos con el método EVP y la teoría de Terzaghi, para el caso del depósito de suelo sometido a una sobrecarga uniforme, no presentan diferencias importantes. Sin embargo, este concepto no puede generalizarse ya que para el caso del hundimiento regional, los asentamientos calculados con el método EVP corresponden cuantitativamente a los registrados en la zona durante el periodo de estudio y difieran considerablemente de los calculados con la teoría de Terzaghi.

- Debido a que no se dispone de suficiente evidencia documentada del comportamiento de los suelos compresibles, en particular de la relación de la deformación con el tiempo, en etapas posteriores a la de construcción; existe la necesidad de instalar instrumentos en el suelo en el que se apoyan diferentes estructuras de cimentación. Con lo anterior, se podrían validar teorías de la consolidación que funcionan en algunos casos, pero que deben ser probadas en otro tipo de suelos y de condiciones.

- Como se explica en el Anexo I, al comparar el modelo de Yin y Graham modificado por Nash (1994, 2000), con el Principio de Proporcionalidad Natural de Juárez Badillo (1975,1981), se encuentra una gran similitud en la forma de sus ecuaciones. Ambos modelos consideran las deformaciones naturales del suelo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Berry, P., Poskit, T.J. (1972). "The consolidation of peat". Geotechnique Vol. 22, No. 1, pp. 27-52.

Bjerrum, L. (1967). "Engineering geology of Norwegian normally consolidated marine clays as relates settlements of buildings". 7th Ranking Lecture. Geotechnique Vol. 17, No. 2, pp. 81-118.

Blanch, I, (1999). "Hundimiento regional del centro histórico de la ciudad de México: Situación actual y Predicciones". Tesina. Universidad Politécnica de Cataluña. UPC. Barcelona.

Butterfield, R. (1979). "A natural compression law for soils". Geotechnique Vol 29, No.4, pp. 469-480.

Isaacson, E., Keller, H. B. (1996). "Analysis of numerical methods". John Wiley and sons, New York.

SEDUE (1990). "Catedral y Sagrario Metropolitano". Dirección General de Estudios y Monumentos del Patrimonio Cultural. México D.F.

Figueroa, G. (1996). "La consolidación total unidimensional de los suelos saturados y su aplicación al fenómeno de hundimiento regional". Tesis de Doctorado. DEPFI, UNAM.

Gibson, R. E., Schiffman, R. L., y Cargill, K. W. (1967). "The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays I. Finite non-linear consolidation of thin homogeneous layers". Geotechnique Vol. 17, No. 3 , pp 261-273.

Gibson, R. E., England, G. L., y Hussey, M. J. L. (1981). "The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays II. Finite non-linear consolidation of thick homogeneous layers". Canadian Geotechnical Journal Vol. 18, pp 280-293.

Jamiolkowski et al. (1985). "New developments in field and laboratory testing of soils". Proceedings of XI International Conference on Soils Mechanics and Foundation Engineering". San Francisco, pp 517-153.

Jaime, A. (1988). "Geotecnia y sismicidad en el valle de México". Publicación D-29, Instituto de Ingeniería, UNAM. México D.F.

Juarez Badillo, E., Rico Rodríguez I. (1963). "Mecánica de suelos tomo I". México DF. ED. Limusa. Pp. 256-350

Juarez Badillo, E. (1975). "Constitutive relationships for soils". Symposium on recent developments in the analysis of soil behaviour and their application to the geotechnical structures. Kensington, 231-257.

Juarez Badillo, E. (1981). "General compressibility equation for soils". Proceedings of X International Conference on Soils Mechanics and Foundation Engineering". Stockolm, pp 171-178.

Juarez Badillo, E. (1988). "Postsurcharge secondary compression equation for clays". Can. Geotechnical J., 25, 594-599.

Juárez Badillo, E. (2003). Comunicación Personal.

Kabbaj, M., Leroueil, S. (1988). "In situ and laboratory stress-strain relationships". Geotechnique Vol. 38 No. 1, pp. 83-100.

Larsson, R. (1986). "Consolidation of soft soils". Swedish Geotechnical Institute, Report No. 29. Sweden.

Leroueil, S., Kabbaj, M., Tavenas, F., Bouchard, R. (1985). "Stress-strain-strain-rate relation for the compressibility of sensitive natural clays". Geotechnique Vol. 32 No. 2, pp. 159-180.

Leroueil, S. (1988). "Tenth Canadian geotechnical colloquium: Recent developments in consolidation of natural clays". Canadian Geotechnical Journal, Vol. 25, No.4, pp. 85-107.

López, O. (2002). "Compresibilidad unidimensional de la ciudad de México bajo diferentes condiciones de carga y determinación del coeficiente K_o". Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. UNAM. México D.F.

Marsal, R. (1961). " Estudio sobre la predicción de asentamientos y de presiones de poro en suelos saturados". Publicación 38, Instituto de Ingeniería, UNAM. México D.F.

Martins, I., Lacerda, W. (1985). "A theory of consolidation with secondary compression. Proceedings of XI International Conference on Soils Mechanics and Foundation Engineering". San Francisco pp 567-570.

Martins, I., Lacerda, W. (1989). "Discussion: C_α/C_c concept and K_o during secondary compression". ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE. Vol. 115, GT2, pp 264-267.

Mesri, G., Choi, Y. K. (1974). "Theory of consolidation of clays". ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE. Vol.100, GT8, pp 889-904.

Mesri, G., Rokhsar, A., Bohor, B.F. (1975). "Composition and compressibility of typical samples of Mexico city clay". Geotechnique Vol. 25 No. 3, pp 527-554.

Mesri, G., Choi, Y. K. (1985). "The uniqueness of the end of primary (EOP) void ratio-effective stress relationship". Proceedings, 11^{th} International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco, pp 587-590 .

Mesri, G., Choi, Y. K. (1985). "Settlement analysis of embankments on soft clays". ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE. Vol 111, No.4, pp 441-465.

Mesri, G., Feng, T.W. (1992). "Constant rate strain consolidation testing of soft clays". Volumen Raúl J. Marsal, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, SMMS, México DF., pp. 49-59.

Mesri, G., Shaien, M. (1995). "Compressibility parameters during primary consolidation". International Symposium on Compression and Consolidation of Clayey Soils Hiroshima, pp. 1021-1036.

Nash, D. (2001). "Modelling the effects of surcharge to reduce de long term settlement of reclamations over soft clays: A numerical case study". Soils and Foundations, Vol. 41, No. 5, pp 1-13.

Nash, D., Ryde, S. (2001). "Modelling consolidation accelerated by vertical drains in soils subject to creep". Geotechnique Vol. 51 No. 3, pp 257-273.

Ovando, E. et al. (2003). " Effects on soils properties of future settlements in downtown Mexico city due to ground water extraction ". Geofísica Internacional, Vol. 42, No. 2, pp 185-204.

Ovando, E. (2003). Comunicación Personal.

Prakash, K., Sridharan, A. (1998). "Secondary compression factor". Geotechnical Testing Journal. Vol. 131, No 2, pp 96-103.

Taylor, D.W. & Merchant, W. (1940). "A theory of clay consolidation accounting for secondary compression". Journal Mathematical Physics. 19, No. 3, 167-185.

Taylor, D.W. (1942). "Research on consolidation of clays". Department of Civil and Sanitary Engineering. Massachusetts Institute of Technology.

Taylor, D.W. (1948). "Fundamentals of Soils Mechanics". John Wiley and Sons. New York.

Tavenas F, Jean, P., Leblond, P, Leroueil., S. (1983). "The permeability of natural soft clays, part II; Characteristics". Canadian Geotechnical Journal, Vol. 20, No.4, pp 645-660.

Terzaghi, K. (1943). "Theoretical soil mechanics". London: Chapman & Hall; New York: Wiley.

Terzaghi, K. & Peck R.B. (1948). "Soil mechanics in engineering". London: Chapman & Hall; New York: Wiley.

Yin, J.H., Graham, J. (1994). "Equivalent times and one dimensional elastic viscoplastic modelling of time dependent stress-strain behaviour of clays". Canadian Geotechnical Journal, Vol. 31, No.1, pp. 42-52.

Yin, J.H, Graham J. (1996). "Elastic visco-plastic modelling of one dimensional consolidation" Geotechnique Vol. 46 No. 3, pp 515-527.

Yin, J.H, Graham J., Zhu J.G (2002). "A new elastic- viscoplastic model for time dependent behaviour of normally and overconsolidated clays: theory and verification". Canadian Geotechnical Journal, Vol. 39 No. 1, pp. 157-173.

Zeevaert, L. (1986). "Viscosidad intergranular en suelos finos saturados". División de estudios de postgrado, Facultad de Ingeniería UNAM, publicación D-59. Octubre de 1985. México DF.

ANEXO I.

El Principio de Proporcionalidad Natural de los suelos (PPN) de Juárez Badillo (1975, 1981), aplicado a la compresibilidad de los suelos expresa la relación del volumen de suelo con el esfuerzo efectivo a través de la siguiente ecuación:

$$\frac{dz}{z} = \gamma \frac{d\sigma'_z}{\sigma'_z} \tag{A.1.1}$$

Donde z = (1/v)-(1/Vo), γ es el coeficiente de compresibilidad volumétrica y Vo es el volumen a $\sigma'_z=0$, y es igual a ∞ para arcillas.

Al integrar la ecuación A.1.1, se llega a la siguiente expresión:

$$\ln\left(\frac{v}{v_1}\right) = \gamma \ln\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z1}}\right) \tag{A.1.2}$$

Teniendo en cuenta que (Juárez Badillo ,1975) expresa que :

$$d\varepsilon = -\frac{dv}{v} = -\ln\left(\frac{v}{v_1}\right) \tag{A.1.3}$$

La ecuación A.1.2, puede escribirse de la siguiente forma:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \gamma \ln\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z1}}\right) \tag{A.1.4}$$

Se nota que las ecuaciones A.1.4 y 3.19 son idénticas, en ambos casos los parámetros γ y λ^*/v_o, representan la pendiente de la línea ε -lnσ'_z en el rango normalmente consolidado. Nótese además, que la definición de deformación natural propuesta por Juárez Badillo (1975), es la misma que hizo Buterfield (1979) y que se presenta en el capitulo 3 (eq. 3.17).

Juárez Badillo (1988) mediante pruebas de laboratorio observó que existe una relación entre la curva de compresibilidad al final de la consolidación primaria (EOP), la cual tiene la forma de la ecuación A.1.4, y la curva de compresibilidad para tiempos que tienden a infinito (EOS). Ambas curvas tienen la misma pendiente γ, y para el caso específico de la ciudad de México se ha encontrado que la relación $(1+e_\infty)/(1+e_p)$ es igual a 0.8.

Con base en lo anterior, puede decirse que las deformaciones naturales totales según el Principio de Proporcionalidad Natural pueden expresarse a través de la siguiente ecuación:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_1 + \gamma \ln\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z1}}\right) + \bar{S} \qquad \text{(A.1.5)}$$

Donde $\bar{S}$ es el valor de la deformación secundaría, hallado de forma experimental.

Al comparar las ecuaciones A.1.5 y 3.22 se ve que ambas tienen la misma forma, la diferencia entre el modelo EVP modificado y el PPN esta en la forma en que se determinan el componente secundario de las deformaciones. Lo sorprendente de la similitud entre estas dos teorías, es que ambas fueron concebidas utilizando principios y conceptos que difieren enormemente, por una lado el modelo EVP se basa en las leyes de los materiales que expresan que el suelo es de características elásticas, plásticas y viscosas, y de otra parte Juárez Badillo quien niega la validez de estos conceptos, se apoya en el Principio de Proporcionalidad Natural, cuyo fundamento es de carácter filosófico.

Para que se cumpla la siguiente igualdad, t_e debe ser igual a infinito, y necesariamente el parámetro ψ debe disminuir con el tiempo, de lo contrario el término al lado derecho de la ecuación tendería a infinito, lo cual no es cierto debido a que durante el proceso de consolidación, los asentamientos tienden a ser constantes con el tiempo.

$$S_{\infty} = = \frac{\psi^*}{v_0} \mathrm{Ln}\left(\frac{t_0 + t_e}{t_0}\right) \qquad \text{(A.1.6)}$$

La afirmación anterior, coincide con el concepto de algunos investigadores en el sentido de que el parámetro ψ, no es constante, cambia con el tiempo y probablemente con el estado de esfuerzos del suelo.