01962

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN PSICOLOGIA
RESIDENCIA EN PSICOLOGIA ESCOLAR

REPORTE DE EXPERIENCIA PROFESIONAL

APRENDIZAJE DE CONCEPTOS MATEMATICOS A PARTIR DEL DISEÑO DE SITUACIONES DIDACTICAS EN EL AULA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRIA EN PSICOLOGIA

P R E S E N T A :

ADRIANA HERNANDEZ MORALES

DIRECTOR DEL REPORTE: DRA. ROSA DEL CARMEN FLORES MACIAS
JURADO DE EXAMEN: MTRA. HILDA PAREDES DAVILA
DR. MIGUEL LOPEZ OLIVAS
DRA. BENILDE GARCIA CABRERO
DRA. LIZBETH OBDULIA VEGA PEREZ
MTRA. FABIOLA JUANA ZACATELO RAMIREZ
MTRO. HUGO ROMANO TORRES

MEXICO, D. F. 2004

Agradecimientos:

En los ojos de mi padre, aprendí a mirar al mundo,
con su ejemplo de constancia se formó mi persistir,
las palabras que me daba fueron sabias enseñanzas;
y su temple ante los embates, me enseño a sonreír.
A través de su esfuerzo valoré el infinito,
y es ejemplo inigualable que quisiera repetir.

Cada día me enseñaba algo digno de imitar
aun ahora siempre encuentro mil motivos en su ser.
Con silencios reflexivos, apoyo mis desvaríos
y sus conceptos profundos me hacían resistir.

Hoy quisiera yo anunciarle tantas cosas a la vez
sin embargo las palabras se me apagan sin decirlas
y guardo los sentimientos en el fondo de mi ser.

Gracias por todo lo que me diste Papá.

A mi madre:

Por encontrar siempre el justo elogio para infundirme valor,
estando siempre a mi lado en el logro de mis sueños
y por mantener siempre su mano firme sin temor.

A mis herman@s:

El tiempo nos ha ido cambiando,
cada quien a tomado su propio rumbo
mas yo se que el faro sigue firme,
pues día a día se llena con su cariño
Gracias por estar conmigo.

A mis compañer@s:
Marisol, Maye, Miguel, Greis, Yun
Por apoyarme cuando más lo necesite

A la Dra. Rosa del Carmen
Por confiar en mí,
y por motivarme día a día.

A la escuela secundaria Ludmila Yivkova
y especialmente al profesor Gonzalo,
por brindarme todas las facilidades
en la realización de este trabajo.

A todas las personas que estuvieron conmigo
apoyándome de distinta manera
para que yo pudiese culminar este sueño.

Resumen

La acción matemática esta dirigida a ofrecer una amplia variedad de situaciones procurando el desarrollo de competencias intelectuales y prácticas, para operar en la realidad, sobre todo en la acción reflexiva y en la aplicación de estrategias originales ante los problemas a resolver. La preparación de matemáticas para estudiantes es una tarea didáctica que requiere un mayor análisis global de carácter sistémico centrándose en tres componentes fundamentales: el saber, los alumnos, el profesor y las relaciones que se generan entre ellos (Artigue 1992, citado en Farfán, 1997). Brousseau (1986) adopta la didáctica de las matemáticas como campo de investigación, e identifica en ella las situaciones didácticas las cuales analiza considerando: Acción, formulación, validación e institucionalización. Con el fin de promover su aplicación la presente investigación tuvo como objetivo el aprendizaje de conceptos matemáticos a través de situaciones didácticas en el aula tratando de abordar, los comportamientos cognoscitivos de los alumnos, los tipos de situaciones que se ponen en marcha para enseñarlos y los fenómenos a los cuales la comunicación del saber da lugar. Participaron un grupo experimental y un grupo control de 28 alumnos cada uno pertenecientes a tercer grado de secundaria, y un profesor del grado. Se aplicó la prueba no-paramétrica T de Wilcoxon para comparar el aprendizaje de conceptos matemáticos antes y después de la intervención en cada uno de los grupos, y para hacer una comparación entre grupos se aplicó la prueba no-paramétrica U de Mann-Whitney, estableciéndose diferencias significativas entre pre y postest. De manera cualitativa se tomo en cuenta un diálogo de una clase basada en la propuesta de situación didáctica y la entrevista hecha al profesor.

Índice

INTRODUCCION

En la actualidad, la actividad matemática está inmersa en una situación de experimentación y cambio, posee cualidades que se deben tomar en cuenta para redefinir al planteamiento que hace la transformación educativa. La idea de que el aprendizaje de las matemáticas mejora si los alumnos resuelven y discuten problemas en el salón de clases no es reciente; sin embargo ha prosperado poco en la educación básica.

Es necesario determinar que la acción matemática esta dirigida a ofrecer una amplia variedad de situaciones procurando el desarrollo de competencias intelectuales y prácticas, para operar en la realidad, sobre todo en la acción reflexiva y en la aplicación de estrategias originales ante los problemas a resolver.

Se trata de proponer situaciones y problemas cuya solución enriquezca adquisiciones anteriores y permita avanzar hacia la comprensión y asimilación de nuevos conocimientos. Para ello es necesario que:

- Los problemas sean interesantes.
- Provoquen una actitud de búsqueda, orientada a proponer conjeturas y posibles soluciones.
- Contenga los elementos que permitan a los alumnos validar sus propias conjeturas y soluciones o desecharlas cuando sean incorrectas.

Sobre esto, la preparación de matemáticas para estudiantes no es un proceso de elementarizar el conocimiento en cualquier sitio, ni adaptarlo a un conocimiento previo y habilidades cognitivas del estudiante, más bien es una tarea didáctica que requiere un mayor análisis global de carácter sistémico centrándose en tres componentes fundamentales: el saber, los alumnos, el profesor y las relaciones que se generan entre ellos (Artigue 1992, citado en Farfán, 1997).

Partiendo de este interés, Brousseau adopta la didáctica de las matemáticas como campo de investigación, identificando en ella *un campo de estudio de las actividades que tienen por objeto la enseñanza de esta disciplina*, en la perspectiva de Brousseau (1986, citado en Ávila, 2001b) la presente investigación trató de abordar, los comportamientos cognoscitivos de los alumnos, los tipos de situaciones que se ponen en marcha para enseñarlos y los fenómenos a los cuales la comunicación del saber da lugar.

La presente investigación plantea la necesidad de diseñar, desarrollar y evaluar situaciones didácticas desde la perspectiva de Guy Brosseau, que permitan al estudiante el desarrollo de un conocimiento matemático y al docente e investigador un mayor entendimiento y adopción de las situaciones didácticas.

Para ello, en el presente trabajo se considera necesario presentar en primer lugar un breve análisis teórico, abarcando tres apartados (1) Matemáticas, (2) Problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, (3) Didáctica de las matemáticas desde la perspectiva de Brosseau, intentando con ello ampliar la comprensión del conocimiento matemático.

En segundo lugar se presenta el Método y los resultados cuantitativos y cualitativos obtenidos, describiendo la manera en que se llevo a cabo el proyecto.

En la tercera parte del trabajo se presenta la discusión y conclusiones, analizando aspectos claves para entender como los alumnos van adquiriendo el conocimiento de conceptos matemáticos en relación con congruencia de triángulos, así mismo se hace una reflexión sobre posibles implicaciones de trabajo a futuro.

I: MATEMÁTICAS

1.1 DEFINICIONES Y CONCEPCIONES TEORICAS

La matemática es una actividad vieja que a lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos. Se consideró como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad.

Entre los pitagóricos, fue utilizada como un importante elemento disciplinador del pensamiento; en el Medievo, fue la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo, y es a partir del Renacimiento que constituyó una magnífica guía del pensamiento filosófico, entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos.

Ha sido un instrumento de creación de belleza artística y un campo de ejercicio lúdico entre los matemáticos de todos los tiempos. La matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante de manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos. Y aun en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento, sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo (Guzmán, 1989).

La matemática representa una herramienta que acompaña cotidianamente a la actividad de los seres humanos, ya que, prácticamente todas las labores realizadas por el hombre involucran desde un manejo simple hasta los más complejos cálculos matemáticos.

Una de las características de la matemática es su uso en prácticamente todas las áreas del quehacer humano, desde las actividades cotidianas hasta la investigación científica, la producción y prestación de servicios.

La matemática que desde el renacimiento contribuye a crear el marco teórico de la física y es una herramienta fundamental para el desarrollo de esa ciencia, actualmente lo es para otras disciplinas científicas y técnicas que hasta hace poco tiempo estaban completamente alejadas de ella, como la biología y la economía para mencionar sólo dos ejemplos. Asimismo, la prestación de servicios a gran escala y la industria, recurre día a día cada vez más a la matemática.

La matemática no es ocupación exclusiva de un grupo reducido de especialistas, a su creación contribuye el quehacer colectivo de las sociedades. Un ejemplo lo constituye el desarrollo de los sistemas de numeración y el uso de la geometría en el arte decorativo y la arquitectura de la antigüedad. Este aspecto de la matemática tiene implicaciones importantes para la educación ya que el aprendizaje y la creación matemática están al alcance de todo ser humano (SEP, 1997).

La matemática es un producto social que permite compartir significados a los miembros inmersos en una comunidad, y es por medio del intercambio social que se aprende; su conocimiento permite la socialización de las personas, de hecho para Resnick (1988, y Schoenfeld 1992, citado en Parra 2003) la educación matemática es un proceso de socialización más que un proceso instruccional, entendido éste como una mera transmisión de conocimientos que permanecen inertes.

La matemática del último cuarto de siglo, ha renunciado, por fin, a ser exacta. Los potentes métodos de la matemática continua y exacta que se gestaron en el siglo XVIII, alcanzaron su plenitud en el siglo XIX y permanecen aún en algunas de nuestras aulas, llegando profundamente en su lado más cercano a la matemática aplicada y, tras largos años, algunos matemáticos con menos prejuicios, viendo cómo en todas las ciencias se producían avances a los que ellos estaban ajenos y, viendo sobre todo que las ciencias aplicadas estaban pidiendo a gritos modelos matemáticos que estructuraran los métodos aproximados que en su seno iban surgiendo por pura necesidad, decidieron abandonar el pedestal de lo exacto/continúo y, bajándose a la realidad donde se tratan las cosas de verdad, se instalaron por fin, sin abandonar el potente bagaje de siglos anteriores, en el terreno de lo aproximado/discreto. Comenzando así una época distinta, que no ha hecho sino dar los primeros pasos.

Como hemos visto, la matemática, se origina como un intento por explorar, en su peculiar modo, las diferentes estructuras complejas que se prestan a ello. Bajo este rubro la creación del matemático se realiza espontáneamente en este intento por dominar aspectos matematizables de la realidad.

Santos (1997, citado en Parra 2003) menciona que la matemática debe conducir a elaborar un ambiente de aprendizaje que tienda hacia la aceptación de un salón de clases como una comunidad matemática, donde los alumnos desarrollen su razonamiento matemático y no solo memoricen formulas y procedimientos, ni den solo respuestas mecánicas; por el contrario participen activamente en actividades matemáticas con el fin de que exploren diversas soluciones, hagan conjeturas, utilicen representaciones y comuniquen resultados de manera oral y escrita.

Por tanto, el quehacer matemático es un acto de encontrarle sentido a las ideas matemáticas. Durante esta actividad, es común el buscar patrones y relaciones, el comunicar las ideas, el utilizar métodos empíricos, y el trabajar a nivel comunidad. En este contexto es importante que estas ideas se vean reflejadas en el salón de clases, es decir, es importante que la instrucción matemática sea un medio para que los estudiantes participen en la construcción de ideas matemáticas y asimismo le encuentren sentido.

La Matemática es una ciencia formal que se recrea a sí misma con los avances de la investigación en el área. Su aprendizaje se concibe como un proceso personal de construcción permanente en situaciones de interacción social, a partir del cual cada persona se apropia de un saber que le permite interpretar la realidad.

A partir de sus indudables condiciones organizativas y dinámicas, la matemática ofrece una amplia variedad de situaciones para procurar el desarrollo de competencias intelectuales y prácticas, para operar en la realidad, sobre todo en la acción reflexiva y en la aplicación de estrategias originales ante los problemas a resolver.

1.2 EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La Matemática, como el resto de las disciplinas científicas aglutina un conjunto de conocimientos con características propias y estructuras determinadas, que relaciona a sus componentes, símbolos, conceptos, teoremas, etc. La utilización de distintos sistemas de notación simbólica (número, gráficos, tablas, letras y signos diversos) le confiere un carácter distintivo en su modo de comunicación y le permite en forma muy diversa poner de relieve aspectos y relaciones no observables directamente, así como anticipar situaciones que todavía no se han producido.

En este contexto la matemática, debe vincular su sistema formal con algunos aspectos del mundo real. Por tanto nuestra enseñanza ideal debe tratar de reflejar el carácter real de la matemática, ganando con ello, dinamismo, interés y atractividad.

Ahora bien las capacidades implicadas en la matemática incluyen el dominio de una amplia base de conocimientos y procedimientos específicos, por lo cual aprender matemáticas supone no solo dominar reglas lógicas, ya que un estudiante que entiende las reglas lógicas necesarias para relacionar procedimientos matemáticos, todavía debe aprender conceptos, procedimientos y situaciones en las cuales se pueda aplicar lo aprendido (Callejo, 1994).

Nunes y Bryan (1998) subrayan que el aprendizaje de conceptos matemáticos es modular, ya que los estudiantes tienen que absorber y dominar una gran cantidad de conocimientos, y después llevar a buen fin toda una serie de sistemas matemáticos convencionales; que le permitan aprender ciertas relaciones matemáticas, que originalmente consideraban vinculadas a situaciones específicas.

Una de las tendencias más difundidas hoy en día hace hincapié en la transmisión de los conocimientos matemáticos más que en la mera transferencia de información. Las matemáticas son, sobre todo desarrollar conocimientos para saber actuar ante problemas. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refiere a los procesos mentales de resolución de problemas, mas que ha recitar contenidos sin comprensión (Guzmán, 1991).

Es claro que la oportunidad de seguir un ritmo propio de aprendizaje da lugar a los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con rapidez, y esta oportunidad es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes. En nuestro mundo científico e intelectual tan rápidamente mutante vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamiento útiles, que de información sin sentido. Por lo que la inclusión de una instrucción adecuada, que incluya el máximo control de los principales factores para promover el aprendizaje, favorecerá el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Brousseau (1986) dice que la matemática constituye el campo en el que el estudiante puede iniciarse más tempranamente en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de las relaciones autónomas y sociales. Desde esta óptica, hace hincapié en la importancia de organizar desde la infancia relaciones más vivas con la matemática, y más próximas al funcionamiento real.

En la actualidad, la actividad matemática escolar está inmersa en una situación de experimentación y cambio, posee cualidades que se deben tomar en cuenta para redefinir al planteamiento que hace la transformación educativa.

Es pues necesario determinar que la acción matemática está dirigida a aportar bases esenciales como: desarrollo del juicio crítico, exactitud y precisión en el lenguaje, búsqueda permanente de soluciones alternativas, aplicación de estrategias originales, incorporación del mundo tecnológico como herramienta facilitadora del accionar del pensamiento reflexivo y también como campo de aplicación generador de experiencias recreativas.

Desde este marco se consideran los siguientes propósitos para su enseñanza (Velásquez, Flores, García, Gómez y Nolasco 2001):

- Desarrollar la capacidad de reflexionar sobre las relaciones que se ponen en juego en la estructuración del conocimiento matemático y los modos de construcción de dichas relaciones.
- Buscar modelos de resolución de diferentes problemas, tanto de la vida cotidiana, como de las otras ciencias y de la matemática misma, a través de expresiones capaces de ser generalizadas a diversas situaciones.

- Favorecer la formación de un pensamiento espacial a través del estudio de las diversas geometrías.
- Generar y promover actitudes de curiosidad, indagación, problematización, búsqueda de argumentaciones para explicar y predecir.

Esto es especialmente importante en la educación básica donde la enseñanza de las ciencias llamadas exactas, sobre todo de la matemática, plantea diversos problemas relacionados no sólo con las características propias del discurso científico sino, también, con las necesidades y particularidades específicas de los educandos.

La matemática es la ciencia que, en casi todos los países resulta más difícil de aprender y de enseñar, es decir, es la más ardua para alumnos y maestros. Es, conjuntamente con la enseñanza de la lengua oficial, la que social y curricularmente está considerada como la más importante, puesto que ella está en la base, conjuntamente con la computación, de la sociedad tecnológica actual y, vinculado a esto, es la de mayor prestigio pues, por lo general, se asocia el éxito de un alumno en la misma con su "inteligencia" y calidad de "buen estudiante", a la vez que, a futuro, se le pronostica que tendrá más y mejores oportunidades de empleo (Markarian, 1997).

La matemática como actividad posee una característica fundamental: La Matematización que permite, organizar y estructurar la información que aparece en un problema, identificar los aspectos matemáticos relevantes, descubrir regularidades, relaciones y estructuras.

Treffer (1978, citado en García, 2003) en su tesis distingue dos formas de Matematización, la Matematización horizontal y la vertical.

a) La Matematización horizontal, lleva del mundo real al mundo de los símbolos y posibilita tratar matemáticamente un conjunto de problemas.

En esta son característicos los siguientes procesos:

1. Identificar y esquematizar las matemáticas en contextos generales

2. Formular y visualizar un problema de varias maneras

3. Descubrir relaciones y regularidades

4. Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas

5. Transferir un problema real a un modelo matemático conocido

b) La Matematización vertical, consiste en el tratamiento específicamente matemático de las situaciones, y en tal actividad son característicos los siguientes procesos:

1.- Representar una relación mediante una fórmula
2.- Utilizar diferentes modelos
3.- Refinar y ajustar modelos
4.- Combinar e integrar modelos
5.- Probar regularidades
6.- Formular y generalizar un concepto matemático nuevo

Estos dos componentes de la Matematización pueden ayudarnos a caracterizar los diferentes estilos o enfoques en la enseñanza de la matemática.

- ✓ *Estructuralismo:* Para el estructuralismo, la matemática es una ciencia lógico deductiva y ese carácter es el que debe informar la enseñanza de la misma.

El estilo *estructuralista* hunde sus raíces históricas en la enseñanza de la geometría euclidiana y en la concepción de la matemática como logro cognitivo caracterizado por ser un sistema deductivo cerrado y fuertemente organizado. Bajo este enfoque, a los alumnos se les debe enseñar la matemática como un sistema bien estructurado, siendo además la estructura del sistema la guía del proceso de aprendizaje. Siendo el principio fundamental de la reforma conocida con el nombre de Matemática Moderna y cuyas consecuencias llegan hasta nuestros días. El estilo estructuralista carece del componente horizontal pero cultiva en sobremanera la componente vertical.

- ✓ *Mecanicismo:* Se caracteriza por considerar la matemática como un conjunto de reglas. A los alumnos se les enseña las reglas y las deben aplicar a problemas que son similares a los ejemplos previos. Raramente se parte de problemas reales o cercanos al alumno, más aún, se presta poca atención a las aplicaciones como génesis de los conceptos y procedimientos, y mucha a la memorización y automatización de algoritmos de uso restringido.

El estilo mecanicista se caracteriza por una carencia casi absoluta de los dos tipos de matematización.

Sin embargo Freudenthal (1991) realiza una critica a este planteamiento de enseñanza diciendo que: *"De acuerdo con la filosofía mecanicista el hombre es como una computadora, de tal forma que su actuación puede ser programada por medio de la práctica. En el nivel más bajo, es la práctica en las operaciones aritméticas y algebraicas (incluso geométricas) y la solución de problemas que se distinguen por pautas fácilmente reconocibles y procesables. Es en este, el más bajo nivel dentro de la jerarquía de los más potentes ordenadores, donde se sitúa al hombre".*

- ✓ *Empirismo:* Toma como punto de partida la realidad cercana al alumno, lo concreto. La enseñanza es básicamente utilitaria, los alumnos adquieren experiencias y contenidos útiles, pero carece de profundización y sistematización en el aprendizaje. El empirismo está enraizado profundamente en la educación utilitaria inglesa.
- ✓ *Realista:* El estilo *realista* parte así mismo de la realidad, requiere de matematización horizontal, pero al contrario que en el empirismo se profundiza y se sistematiza en los aprendizajes, poniendo la atención en el desarrollo de modelos, esquemas, símbolos, etc. El principio didáctico es la reconstrucción o invención de la matemática por el alumno, así, las construcciones de los alumnos son fundamentales. Es una enseñanza orientada básicamente a los procesos. Este estilo surgió en los Países Bajos partiendo de las ideas de Freudenthal y ha sido desarrollado por los actuales miembros del Freudenthal Institut de la Universidad de Utrecht .

Los estilos *empirincista* y *realista* desarrollan bastante la componente horizontal pero sólo el último presta atención a la componente vertical, que es casi inexistente en el primero (García, 2003).

Una vez expuestas algunas de las características que adopta la enseñanza de la matemática, ¿Cómo vincular su enseñanza con el aprendizaje para un mejor conocimiento de esta?

La respuesta no es única, ni universal, pues cada maestro ha de construir sus "puentes" apoyado en su experiencia y en la de otros, en las propuestas propias y de otros, y en los materiales que tiene a su alcance; ya que, no hay dos maestros ni dos niños iguales, y cada uno sea docente o alumno es un creador de sentidos que trae a la situación educativa una dimensión personal: "desde su familia, desde su historia, desde la cultura del hogar" y la de la comunidad. Todo lo cual, los hará participar en una experiencia educativa matemática que será, también, muy particular (Bichop, 1991).

Por tanto el aprendizaje no es un proceso aislado en el sujeto, es un proceso que se va formando por medio de la intervención de otros (padres, maestros, amigos, etcétera), esto implica en el desarrollo humano un proceso de culturización, que al estar mediado por los distintos actores, se desenvuelve en un contexto social, como lo es la escuela, la familia o la comunidad; donde el aprendizaje es un proceso interno de construcción del conocimiento que supone una reorganización de estructuras o esquemas cognitivos preexistentes en el aprendiz (Monereo y Sole, 1996), y es a partir de la interacción con los distintos medios sociales en los cuales se desarrolla, que se vuelve un mediador fundamental para el aprendizaje, a través de la ayuda pedagógica, que busca la interiorización del aprendizaje, así como la apropiación de representaciones y procesos en el estudiante. Las cuales según Newell y Simon (1972, citados en Bruer 1995) buscan a través del aprendizaje, que el principiante se convierta en experto. Por consiguiente, enseñar a los alumnos cuando aprenden significa traspasarles la función reguladora que inicialmente realiza el maestro, para que autorregulen su aprendizaje y puedan así planificar, controlar y evaluar sus operaciones mentales mientras aprenden (Rosenshine y Meister 1992, citados en Monereo, Castelló, Clariana, Palma & Pérez 2001).

La actividad matemática no sólo contribuye a la formación de los alumnos en el ámbito del pensamiento lógico-matemático, sino también en otros aspectos muy diversos de la actividad intelectual, como la creatividad, la intuición y la capacidad de análisis y crítica. También ayuda al desarrollo de hábitos y actitudes positivas frente al trabajo, favoreciendo la concentración ante las tareas, la tenacidad y búsqueda de solución de problemas y la flexibilidad necesaria para producir cambios en los alumnos.

1.2.1 El aprendizaje de las matemáticas una construcción social

Actualmente hay un alto grado de consenso respecto a que el aprendizaje escolar, es un proceso de construcción socialmente mediada. En el caso particular de las matemáticas, esto significa que el conjunto de elementos cognitivos y afectivos en el uso experto de las matemáticas se adquieren a través de ese proceso de construcción social y culturalmente mediada.

Dos aspectos merecen resaltarse en relación con esta construcción progresiva y negociada del conocimiento matemático. El primero es la importancia de los conocimientos informales de los alumnos, y los que el profesor debe plantear en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, esta base de conocimientos incluye nociones, habilidades y estrategias relativas a un amplio conjunto de aspectos, desde la numeración y el conteo hasta la resolución de problemas aritméticos, la organización y representación del espacio o la proporción pasando por la planificación y la toma de decisiones sobre precios o compras.

El segundo aspecto, relacionado con el anterior, es la indicación de que la mejor manera de aprender matemáticas en la enseñanza obligatoria es en el seno de un contexto relevante de aplicación y toma de decisiones específicas, como es la solución de problemas matemáticos. En este entorno, y gracias a la ayuda del profesor, los alumnos pueden ir progresando, en un proceso gradual que parte de los conocimientos previos de cada uno y avanza hacia niveles cada vez más elevados de complejidad y abstracción (. Coll, C. Palacios, J. Marchesi, A 1990).

Nunes y Bryan (1998), subrayan tres facetas de los conceptos matemáticos que se consideran medulares del aprendizaje de las matemáticas: 1) Los estudiantes tienen que absorber una gran cantidad de conocimientos 2) deben dominar, y después llevar a buen fin, toda una serie de sistemas matemáticos convencionales; 3) y tienen que vincular las relaciones matemáticas formales a situaciones específicas.

Por ende, aprender matemáticas supone algo más que simplemente dominar las reglas lógicas. Un alumno que entiende las reglas lógicas necesarias para relacionar procedimientos matemáticos, todavía deben enseñarle convenciones y también algunos procedimientos, pues las técnicas matemáticas obedecen a las reglas de la lógica, pero van más allá; ya que las convenciones son necesarias para dominar las técnicas además de que proporcionan maneras de representar conceptos para así poder pensar en ellos y hablar de ellos. Por ejemplo en nuestra cultura el sistema decimal ayuda a mantener el orden de designaciones fijadas mediante la compresión de esas convenciones para reagrupar las unidades de conteo sobre base diez.

El panorama que han mostrado los autores hasta aquí es bastante familiar, existen principios lógicos e inventos culturales, que los escolares deben dominar, ya que cuando el alumno aprende estos inventos culturales, en realidad le será más fácil incrementar la capacidad de respetar principios lógicos

Hasta aquí se han considerado diferentes aspectos de la matemática, sin embargo falta mencionar uno muy importante para su aprendizaje: las situaciones en las que se utilizan las matemáticas, y es necesario hacer mención de este ultimo porque, en muchas ocasiones los alumnos no saben o se encuentran con la problemática de qué procedimiento utilizar para resolver un problema, o bien los alumnos tienen dificultad para utilizar técnicas matemáticas como herramientas del pensamiento que se derivan de la relación entre el dominio de los procedimientos generales y su utilización en situaciones específicas, pues dominar un procedimiento general no necesariamente nos indica que, este es una buena elección para resolver el problema. Por lo tanto, se tiene que comprender la situación del problema para después razonarlo matemáticamente.

Por ende, comprender diversas situaciones es lo que da sentido a los procedimientos matemáticos generales, permitiendo conocer lo que se significa mantener algo invariante. Por tanto la diferencia entre aprender procedimientos generales y comprender situaciones particulares es vital en las matemáticas.

Ante esto, aprender matemáticas abarca más que el aprendizaje de conceptos, procedimientos y su aplicación. Supone, también, el desarrollo de una cierta disposición hacia las matemáticas, que incluye tanto un conjunto de actitudes como una sensibilidad hacia el desarrollo de las actuaciones apropiadas y una inclinación y motivación hacía este ámbito de conocimiento.

Finalmente, el aprendizaje de las matemáticas al ser un conocimiento dual y de un proceso de aprendizaje mediado debe cumplir su objetivo: Que el estudiante logre el desarrollo de habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento, por lo que la instrucción debe cumplir con una serie de criterios, para alcanzar esos dominios.

Brousseau (1994) define el sentido de un conocimiento matemático, no solo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; ni solo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc.
El alumno debe ser capaz de repetir o rehacer, de resignificar en situaciones nuevas, así como de adaptar y de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas.

Con base a lo expuesto, el siguiente punto pretende dar una visión sobre el aprendizaje de las matemáticas, dando a conocer las características de los alumnos y de cómo estos acceden al conocimiento.

1.3 APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA

Cada alumno tiene características muy diferenciadas del resto de sus condiscípulos y estas deben ser tomadas en consideración en el proceso educativo. Las experiencias educativas que los alumnos adquieren, combinadas con otras experiencias, no escolares o extraescolares, llevadas a las concepciones sobre el número, la forma y las relaciones, determinan una personalidad que se deriva de un modo de organizar ideas, relacionar magnitudes, hacer generalizaciones y expresar inferencias, entre muchas otras cosas más, que le llevan a tener apreciaciones del mundo, de su entorno, de la sociedad en sus relaciones cuantitativas y a resolver los problemas que día con día se le presentan. Sin embargo el nivel de competencia de un alumno puede diferir bastante del resto de sus compañeros, expresado en capacidades, habilidades, saberes y actitudes.

Las ideas que tienen los alumnos sobre conceptos matemáticos no siempre son muy precisas y a veces resultan deformadas, manifestándose mediante una serie de errores cuando se manipulan los objetos matemáticos. Es en este punto cuando la labor del maestro es sumamente significativa y su competencia se mostrara en el diseño e implantación de actividades de corrección que permitan al alumno hacer los ajustes conceptuales correspondientes para arribar al concepto en su integridad y plenitud.

Por lo que los errores que cometen los alumnos pueden convertirse en orientaciones correctivas para la actividad en el aula y replantear las actividades a realizar y se conviertan en aprendizajes significativos e importantes cuando han sido depuradas las impresiones y cuando los conceptos se han expresado en diversos contextos para los cuales existen significaciones, categorizaciones e interpretaciones que difieren y que pueden llevar a situaciones conflictivas y contradictorias. El que el alumno tome conciencia para cada situación de la aplicabilidad y significado de un concepto, permite enriquecer las posibilidades de recreación de los conceptos y derivarse en actitudes creadoras donde la imaginación y la intuición sean promotoras de aprendizajes significativos.

Por tanto es deseable que las actividades de aprendizaje se entiendan y desarrollen como acciones de grupo y a través de ellas se descubran las contradicciones entre teoría y práctica, entre la unidad y la diversidad, entre lo estático y lo dinámico y entre la naturaleza y el conocimiento mismo, ya que este no se encuentra entre algo establecido de antemano y acabado, sino el hecho mismo de aprender es la elaboración fina del conocimiento a través de uno con los demás, en una constante y permanente dialéctica de cuestionamientos (Valiente, 2000).

Sin embargo muchos profesores entienden por "enseñanza" la simple transmisión de conocimientos, pero esta postura restringe considerablemente la importancia y sentido de la actividad docente. Si enseñar sólo se limitara a informar, decir, exponer de forma oral, comunicar conocimientos, entonces el aprender sólo sería memorizar los contenidos; por lo tanto bastaría con el dominio de la asignatura y, en consecuencia, en la práctica áulica ésta sería la única condición para aprender. En este caso la acción pedagógica no tendría razón de ser.

El sentido de la enseñanza depende del sentido que se le dé al aprendizaje y éste dependerá, en buena medida de las actividades diseñadas. Para la enseñanza, todo parece indicar que hay confusión sobre lo que es «enseñar» y lo que es «aprender». Si enseñar se concibe como la mera transmisión de información es porque aprender se entiende como la memorización de esa información, por lo tanto las actividades de enseñanza se reducen a lograr la actividad cognitiva de bajo nivel, sin llegar a una comprensión más profunda que implique habilidades de mayor nivel.

Pero, hoy en día en la práctica docente la pedagogía pretende ir más allá, su función es proveer de los conocimientos y habilidades necesarias a los alumnos que, junto con el estilo del docente, ayuden a seleccionar los medios necesarios para interesarlos de manera independiente en lo que han de aprender.

En ocasiones los profesores se decepcionan de los resultados de la evaluación del aprendizaje de los alumnos diciendo: "eso ya lo había explicado bien", en esta afirmación se puede estar confundiendo, la acción de enseñar con la acción de informar, exponer o comunicar, sin embargo, es evidente que aquí no hubo una enseñanza estratégica.

Un profesor que enseña estratégicamente debe saber que:

a) Los diferentes modos de enseñar implican diferentes modos de aprender.
b) Hay diferentes tipos de enseñanza para diferentes tipos de aprendizaje
c) La actividad del alumno guarda una estricta relación con la enseñanza que ha recibido
d) El trabajo del docente se refleja en el aprendizaje del estudiante.

A principio de los años 80, el consejo nacional para la enseñanza de las matemáticas (N.C.T.M.), influyente organización del profesorado de matemáticas en Estados Unidos, dio a conocer una agenda para la acción; en ella, se recogían las directrices básicas que deberían tenerse en cuenta para configurar la educación matemática secundaria en las siguientes décadas. Una de esas directrices señalaba, por vez primera, la resolución de problemas como uno de los núcleos básicos de todo currículum de matemáticas en secundaria. Desde entonces y, transcurridos ya casi 20 años, esta recomendación ha sido asumida por muchos grupos e instituciones y divulgada en numerosos documentos hasta convertirse en algo familiar. En muchos foros de vanguardia, es tenido como la actividad alrededor de la cual debe girar el aprendizaje (Valiente, 2000).

1.3.1 Enfoque De Las Matemáticas En La Escuela Secundaria

Las matemáticas proveen a las personas de conceptos, procedimientos y formas de razonamiento, que les ayudan a entender lo que ocurre en su entorno, les permite comprender otras disciplinas y el papel que juegan la información y la tecnología en el mundo actual.

Por ende la matemática es una parte importante de la riqueza cultural de la humanidad que debe ser compartida por todos. Desde esta perspectiva, *la enseñanza de las matemáticas en los niveles básicos* tiene como propósitos fundamentales:

a) Trasmitir a l@s adolescentes parte del acervo cultural de la sociedad

b) Desarrollar en l@s adolescentes nociones y conceptos que le sean útiles para comprender su entorno

c) Proporcionarles un conjunto de procedimientos e instrumentos del pensamiento que les permitan el acceso a otras áreas del conocimiento y de la actividad humana

por tanto en la escuela *el aprendizaje de las matemáticas* deberá favorecer en el estudiante:

a) La apreciación de su trabajo personal

b) Capacidad para explorar y buscar soluciones a problemas

c) Aptitud para comunicar, analizar y justificar sus afirmaciones

En este sentido el aprendizaje de las matemáticas no puede reducirse a la memorización de hechos y definiciones, ni a la práctica rutinaria de procedimientos. Es necesario que, los contenidos se presenten a partir de situaciones y actividades con sentido como: problemas de exploración y búsqueda necesarios para la formación de conceptos, problemas de aplicaciones que sirven para relacionar ciertos conceptos con su uso en la vida cotidiana, así como ejercicios que favorezcan la apropiación de conocimientos básicos que permitan al estudiante generar conjeturas, analizarlas con sus compañeros y poner en juego de manera conciente, los conocimientos adquiridos con anterioridad.

Todo esto permitirá que el alumno logre un aprendizaje más permanente, en cierta medida construido por el mismo y que no le ha sido dado de antemano, partiendo del criterio de que la resolución de problemas es el punto de arranque por medio del cual construye el conocimiento matemático que le permite generar otro más, ya que puede poner en juego estrategias, habilidades, destrezas y los conocimientos que traía de cursos anteriores. Con esta concepción se pretende una matemática contextualizada y llena de significados en donde los objetos matemáticos se perciban en distintas situaciones en la que es necesaria la comunicación por medio de los signos y símbolos matemáticos que permitan leer e interpretar graficas, tablas, esquemas, modelos, etc., en donde es mas importante el significado que el símbolo y que le lleve a comprender y comunicar las relaciones cuantitativas de su entorno.

Es necesario tomar en cuenta que todo nuevo conocimiento es una confrontación con experiencias previas. Él discutirlas con sentido y con un propósito evitara que nos quedemos girando siempre en los mismos contextos, y evitando con esto, actitudes dogmáticas y apreciaciones erróneas.

La estructuración de los nuevos contenidos permite que los alumnos manipulen los objetos (entes) matemáticos, estos pueden ser en un momento dado los números, en otro las formas geométricas, en otro más las situaciones azarosas, pero también es un objeto de conocimiento una escuadra, un dado, la carta de una baraja o una noticia periodística.

El conjunto de actividades que se realicen en el aula debe estar en un conveniente equilibrio entre la práctica y la teoría, entre la manipulación y la reflexión, entre opinión e investigación.

Es obligado que el estudiante comprenda que la matemática es una arma y una herramienta útil para despejar muchas incógnitas diarias; para interpretar la realidad, para conocer la verdad y el engaño, la belleza y la fealdad, lo simple y lo complejo, lo definido y lo indefinido, lo real y lo imaginativo.

Los contenidos programáticos apelan al desarrollo de muchas habilidades y la adquisición de otras: fundamentalmente las referentes a conceptos, a los procedimientos y a las actitudes; esto es, al qué hacer, cómo hacer y para qué hacer. Para esto hay que buscar el desarrollo de la creatividad del alumno, dejando que las ideas novedosas afloren, los diversos caminos se discutan, apreciando los procesos más que los resultados e interpretando adecuadamente éstos.

En esta perspectiva la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria tiene como propósito central que los alumnos aprendan a utilizar las matemáticas para resolver problemas, no solo las que se resuelven con procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela, sino también aquellos cuyo descubrimiento y solución requieren de la curiosidad y la imaginación creativa.

El plan y programas de estudio de la escuela secundaria (SEP, 1993) refieren que los alumnos deben desarrollar capacidades para:

- ✓ Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de la solución de problemas.
- ✓ Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema.
- ✓ Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas.
- ✓ Conocer situaciones similares.
- ✓ Escoger o adaptar estrategias adecuadas para la solución de problemas.
- ✓ Comunicar estrategias, procedimientos y resultados de manera clara y concisa.
- ✓ Predecir y generalizar resultados
- ✓ Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo.

El programa esta agrupado en cinco áreas: aritmética, álgebra, geometría, presentación y tratamiento de la información y nociones de probabilidad. Sin embargo este no esta concebido como una sucesión de temas que deban agotarse uno tras otro, se puede organizar de acuerdo a las conveniencias de su aprendizaje, para que el alumno pueda percibir las relaciones existentes entre las diferentes partes de las matemáticas y pueda practicar día con día los conocimientos adquiridos.

Sin embargo en el plano de las matemáticas no todos los alumnos aprenden con facilidad, existe una importante población de estudiantes con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas ya sea por el tipo de enseñanza o por dificultades del propio alumno. En este sentido el siguiente apartado da a conocer una serie de situaciones que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas.

II: PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

2.1 ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

La enseñanza es todo proyecto social de hacer que un alumno o una institución designados se apropien de un saber constituido, o en vías de constitución. (Brousseau, citado en Fregona 1999).

En los albores de los años setenta, la enseñanza de las matemáticas elementales se orientaba según la selección y organización del saber que pretendía el conocimiento, tal es el caso de, la ejercitación de las funciones mentales, la precisión y la exactitud, así como la satisfacción de las necesidades de cálculo propias de la vida diaria. Este saber parecía ajustarse a las ideas, expectativas y formas de acción de los docentes. Sin embargo mas tarde y envueltos en una innovadora ola mundial, los encargados de la política educativa impulsaron e incorporaron la "matemática moderna" (conjuntos, sistemas posiciónales de numeración etc.)

No obstante veinte años mas tarde, con un conocimiento no tan claro de lo que pasaba en las escuelas mexicanas, pero contando con los resultados y criticas de la "matemática moderna" se decidió nuevamente modificar los programas y textos oficiales que hasta la fecha siguen en vigor, el objetivo de esta nueva reforma es que los estudiantes aprendan matemáticas resolviendo problemas. (Ávila 2001a)

Esta postura fue radical, aunque distinta a la que diera origen a la reforma de los años setenta. Pues la novedad de la nueva reforma no la constituye la incorporación de contenidos a saber, mas bien reside en las nuevas relaciones y formas que se pretenden impulsar para acceder a los saberes matemáticos, por ende en los últimos años los didactas han reconocido la relevancia de la participación docente en el proceso educativo.

Ávila (2001a) supone que, aunque en escasa medida, las instrucciones oficiales tienen alguna repercusión en la vida de las escuelas, en los recortes y adecuaciones que los objetos de la enseñanza sufren, en las relaciones didácticas que se establecen, en los contratos que se celebran, pero las raíces de la acción no se encuentran solo ahí, sino también, en una cultura escolar que remite lo mismo al sentido común que a la historia de las ideas educativas y la diversidad de explicaciones existentes sobre el aprendizaje. En el extremo junto con los profesores que buscan asumirlas, otros se declaran al margen de las reformas, pues sus acciones se encuentran fundamentadas en la tradición escolar, en la historia de formación profesional, en los saberes que construyen en eventos de formación o en las lecturas que eventualmente realizan, también en los resultados que ven cotidianamente en su trabajo.

Sobre esta base de concepciones y creencias los profesores establecen una cierta relación didáctica que actualizan día con día y cuyo funcionamiento es regulado por un contrato didáctico, el cual define la relación de los alumnos con los objetos de enseñanza, también delinea las formas de mostrar que algo se sabe y de hacer que esas muestras de saber aparezcan.

Por otro lado, la reforma curricular puesta en marcha en 1993 también trajo como consecuencia para el caso de matemáticas, el crecimiento del interés por conocer y analizar lo que ocurre en las aulas como resultado de las innovaciones introducidas.

Brousseau (1986) es uno de los principales interesados en analizar la interacción (relación didáctica) entre el profesor y los alumnos alrededor de los saberes matemáticos, y supone que la institución escolar fue creada para cumplir una función: la de comunicar a las nuevas generaciones los saberes socialmente producidos considerados como válidos y relevantes en un momento histórico determinado. La comunicación de los contenidos escolares, aspectos del saber que son seleccionados como objetos de enseñanza da lugar a la relación didáctica, es decir a la relación que se establece entre el maestro, los alumnos y el saber, con el fin de que estos se apropien de el, esta perspectiva aborda tanto los conocimientos cognitivos de los alumnos, como los tipos de situaciones que se ponen en marcha para enseñarlos y los fenómenos a los cuales la comunicación del saber da lugar.

Para Brousseau (1983, citado en Socas, 1999) un medio sin intenciones didácticas es manifiestamente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que adquiera. Considera que los obstáculos que se presentan en el sistema didáctico pueden ser:

De origen ontogénico o psicogénico, debidos a las características y desarrollo del niño.
De origen didáctico, resultado de una opción o de un proyecto del sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen para establecer la situación de enseñanza.
De origen epistemológico, intrínsicamente relacionado con el propio concepto. Se pueden encontrar en la historia de los mismos conceptos y deben su existencia a la aparición y resistencia de ciertos conceptos matemáticos a lo largo de la historia.

Bajo este rubro Bachelard como Brousseau (citados en Socas, 1999) caracterizan un obstáculo como: aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fijan en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas.

Entonces podemos decir que un obstáculo es un conocimiento adquirido, no una falta de conocimiento. De manera más explicita es algo que se conoce positivamente y que tiene un dominio de eficacia, puesto que el alumno lo utiliza para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto en el que el dominio de ese conocimiento es eficaz y adecuado, pero cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto produce respuestas inadecuadas, incluso incorrectas y el dominio resulta falso.

Este conocimiento es resistente y resultara aún más resistente, cuanto mejor adquirido esté o cuanto más haya demostrado su eficacia y su potencia en el anterior dominio de validez, pero es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.

Sin embargo el contexto del desarrollo del pensamiento matemático esta lleno de obstáculos caracterizados como epistemológicos, pero éstos no están especificados en términos de experiencia de enseñanzas regladas y organizadas en el sistema educativo; no obstante podemos aceptar que las organizaciones de las matemáticas en el sistema escolar pueden originar obstáculos que podemos caracterizar como didácticos. Sin embargo, la adquisición por parte de los alumnos de nuevos esquemas conceptuales está salpicada también de obstáculos que podemos considerar cognitivos.

Para Richard (1993) la construcción efectiva de un sistema conceptual es algo que cada individuo ha de hacer por sí mismo. Pero el proceso puede acelerarse enormemente si, por así decir, los materiales están a la mano. Esto es equivalente a la diferencia que existe entre construir un barco a partir de piezas de madera preparadas, en su tamaño y forma, o tener que realizarlo yendo al bosque a cortar los árboles, traerlos a casa, hacer los tablones, extrayendo antes de la mina cierta cantidad de hierro y fundiéndolo para fabricar una sierra y una hacha.

En este sentido el criterio para poseer un concepto no es el de ser apto para designarlo por su nombre, sino el de conducirse en un modo indicativo para clasificar nuevos datos de acuerdo con las similitudes que conducen a formar este concepto.
En el aprendizaje matemático, aunque hemos de crear todos los conceptos de nuevo en nuestras propias mentes, solo somos aptos para hacerlo mediante el empleo de los conceptos logrados por matemáticos anteriores.

Para tal efecto los didactas han enfatizado el hecho de que el trabajo fundamental realizado por los matemáticos en su labor de creación es precisamente resolver problemas (y luego verificar la validez de los conocimientos producidos) y que es ese el trabajo que los niños deben desarrollar en la escuela para aprender significativamente los conceptos. En términos de la teoría de las situaciones didácticas, (que veremos en él apartado tres): se trataría de hacer que los niños se apropien del saber previsto, a partir de la producción de un conocimiento personal.

Conforme a lo anterior, plantear problemas y situaciones promotoras de nuevos conocimientos constituye una de las nuevas y principales responsabilidades que ha de asumir el docente, pero no es esta su única tarea. De acuerdo con la propuesta plasmada en los nuevos materiales, a la creación de condiciones para que se produzca el conocimiento se agrega el compromiso de "hacerlo visible", trasformándolo en un saber que además de útil en futuras ocasiones, sea una marca de saber reconocida socialmente. Es decir, se trata de formular y luego institucionalizar el saber.

Se debe asumir que, en el proceso de construcción de nuevos conocimientos los alumnos ponen en marcha los saberes que han construido previamente y el reconocimiento de tales saberes implica por una parte que el maestro debe admitir que no trata con un ignorante a secas, sino con un ignorante a la medida y, por otra parte, que el acercamiento a una cierta situación se hará con base en la perspectiva de quien esta aprendiendo (Ávila, 2001a).

Por tanto el trabajo de profesor primero consiste en entrelazar las concepciones de los alumnos con su proyecto de enseñanza y después construir situaciones adecuadas para ello, por lo que su mayor reto en clase es producir un saber oficial basándose en los conocimientos de base de sus alumnos, por lo que pueden suponerse dificultades en su aceptación. (Briand y Chevalier 1996, citado en Ávila 2001a)

Brousseau (1988) afirma que si el profesor no participa en las actividades que tienen como objetivo que los niños se apropien del saber, y más bien los ponga en contacto directo con el saber a través del medio, puede suponerse un obstáculo efectivo en la posibilidad de incorporar la resolución de problemas como vía del aprendizaje escolar.

Sin embargo para Brousseau no es esta la única dificultad que encuentra como vía al aprendizaje en las aulas. A esto le suma las dificultades que derivan no del ámbito de las creencias y de la tradición, si no de las destrezas que una propuesta curricular de tal naturaleza demanda y que, probablemente, no resulta simple desarrollar.

Para Brousseau (2000) el profesor no debe ser un trasmisor de saberes, tampoco un promotor de descubrimientos, debe ser mas bien un creador de situaciones y problemas que permitan un vínculo directo entre el alumno y el saber matemático escolar, aunado a que debe ser un coordinador de las interacciones, discusiones y validaciones del saber, para que finalmente se encargue de la institucionalización, es decir, es quien establecerá el vínculo entre los conocimiento locales y el edificio del saber organizado que la escuela y la sociedad han legitimado.

2.2 DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Las matemáticas son una materia con gran consideración social, la apreciación social es algo incontrovertible, lo cual, como todo tiene su lado bueno (prestigio social) y su aspecto malo (como asignatura, que en el mal sentido es contraria al juego y al placer), pero aún con esto las matemáticas constituyen la única asignatura que se estudia en todos los países del mundo, en todos los niveles y en cada uno de ellos el programa es prácticamente el mismo (Corbalán, 2000).

El desarrollo de habilidades matemáticas, constituye un aspecto importante, que asegura a los estudiantes un desempeño exitoso en su vida laboral y social, y esto puede ser posible, pues las habilidades matemáticas están conformadas por un sistema de acciones que se desarrollan principalmente, al trabajar con series de problemas y secuencias didácticas para abordarlos, coincidiendo esto con el enfoque oficial de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas expresado en los materiales de apoyo del docente (SEP, 1997), en los que se fundamenta la necesidad de que los alumnos se responsabilicen de su aprendizaje por medio de la solución de problemas.

La educación matemática es, pues, muy importante para todos, pero, siendo así, ¿a qué se debe el fracaso y el rechazo, por parte de los educandos y los educadores? Bishop (1991) a través de su *perspectiva cultural* trata de responder a este cuestionamiento y considera, tres cuestiones fundamentales: el currículum de la matemática en la educación básica la "enseñanza impersonal" y el recurso de los libros de texto.

El currículum de la matemática que durante años ha prevalecido en muchos países influidos por la cultura occidental ha estado fuertemente orientado hacia la técnica, es decir, a la adquisición de procedimientos, métodos, habilidades, reglas, y algoritmos donde "la práctica hace la perfección". Un currículum de esta naturaleza presenta a la matemática como una materia en la que lo importante es "hacer" y no, *pensar*, o no reflexionar. De esta manera, la matemática no es vista como una forma de conocer y de aprender sino, ante todo, de "adoptar el procedimiento adecuado", de "usar el método correcto de solución", de "seguir las reglas y obtener la respuesta correcta", es decir, "ejecutar la técnica".

Un currículum orientado de esta manera no permite que el estudiante desarrolle una postura crítica y, por lo tanto, no es, como tal, educativo; tan sólo entrena. No se quiere decir con esto que en el cumplimiento del mismo no sea necesario pensar, sino que es una forma de pensar muy restringida y limitada que distorsiona y hace perder de vista la importancia y utilidad del pensamiento matemático, ocasiona la pérdida de sentido a quienes participan en su enseñanza y aprendizaje.

Una segunda característica de la matemática en la escuela es, según este autor, lo que él llama el "aprendizaje impersonal", es decir, la idea de que el aprendizaje que cada alumno debe realizar es independiente de la persona y del aprendiz. Esto es algo propio del sistema de educación matemática que, lógicamente, no está desvinculado del punto anterior. Lo importante aquí es que el alumno aprenda lo que establece el currículum, por lo que ha de aprender ciertas verdades matemáticas que son las que el currículo indica. Así, que en estas clases de matemáticas no interesan los puntos de vista, las opiniones, ni los sentidos personales, esto es, "las conexiones que se hagan entre las ideas, (de las cuales) sólo algunas tendrán sentido entre las conexiones matemáticas acordadas, compartidas y oficialmente establecidas". Por ende, mucho menos importa el tipo de persona que el aprendiz es, ni su estilo de aprendizaje, si es alguien que se apoya en su memoria visual o si prefiere recorrer los caminos de la lógica. Lo dicho para el alumno, puede hacerse extensivo al maestro. De esta manera, la educación matemática, al desconocer estos sentidos personales, "despersonaliza" el aprendizaje.

Relacionado con el currículum y con la enseñanza impersonal, se halla el tercer aspecto: la enseñanza centrada en el libro de texto. Es éste un punto en el que se ha insistido mucho desde diversas instancias educativas: el libro de texto ha de servir de guía para abordar una propuesta de trabajo en el aula. Sin embargo, es el maestro el encargado de traducir una propuesta en acción y es el alumno quien trabajará concretamente con el material indicado.

En este sentido, (Alatorre, Bengoechea, López, Mendiola y Sáiz, 1999) mencionan que, el libro de texto no debe convertirse nunca en una "Biblia" que controle tanto al maestro como al alumno limitando su creatividad en la construcción de sus propias actividades y propuestas. En cuanto al estudiante, debemos tener claro que ningún libro de texto por sí solo es educativo: éste debe ir acompañado de un ambiente humano cálido, intelectualmente estimulante y que lo involucre, asimismo de un maestro formado en la claridad de los objetivos educativos que persigue.

Sin embargo en la educación secundaria a pesar de que se dispone de diversos materiales de apoyo como el plan y programas de estudio, la organización y secuencia de contenidos, el libro del maestro, libro del alumno y el fichero de actividades didácticas, aun no es posible instrumentarlos de manera adecuada y en consecuencia el aprendizaje de las matemáticas genera dificultades en los alumnos, y estas dificultades a su vez se conectan y refuerzan en redes complejas, concretándose en la practica en forma de obstáculos y manifestándose en los alumnos en forma de errores, y estos errores tienen procedencias diferentes pero están presentes en el alumno a través de un esquema cognitivo inadecuado (Socas, 1999).

Bajo este rubro en el conocimiento matemático se pueden considerar aspectos abstractos y concretos, una al ser representados a un nivel cognoscente y la otra al ser aplicados en el mundo real. La coordinación de estos dos significados resulta compleja y es un obstáculo central en el aprendizaje de las matemáticas.

Por tanto las dificultades y los errores en el aprendizaje de las matemáticas no se reducen a los menos capaces. En general algunos alumnos, casi siempre y en algunas ocasiones, casi todos, tienen dificultades y cometen errores en el aprendizaje de las matemáticas.

Estas dificultades que se dan en la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas son de procedencia diferente y se abordan desde perspectivas diferentes.

2.2.1 Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas

Este conflicto nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos, puesto que en el lenguaje habitual usado en la comunicación se puede expresar significado aunque se cometan errores como, roturas de reglas gramaticales o falta de ortografía, pues se puede entender por alusión o asociación lo que se esta expresando, muy por el contrario, el lenguaje de las matemáticas es mas preciso y esta sometido a reglas exactas ya que comunica algún significado solo si la interpretación de sus signos es exacta. Este conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario dentro del lenguaje matemático es un conflicto de precisión.

Otro problema es el originado por el vocabulario común que tiene un significado en matemáticas y otro muy diferente en el lenguaje habitual, por ejemplo, palabras como: raíz, potencia, producto, matriz, primo, integral, función, etc., por tanto el uso de estas palabras puede producir dificultades a causa de la confusión semántica implicada (Socas, 1999).

En relación con los conceptos, tenemos palabras específicamente matemáticas, por ejemplo, hipotenusa, paralelogramo, coeficiente, isósceles, divisor, múltiplo etc., que por ser poco familiares y frecuentemente mal entendidas, presentan en el alumno considerables dificultades.

También, las palabras de igual significado en la lengua común y en matemáticas tienen su principal problema en saber que , en efecto, el significado es el mismo, ya que muchas veces los alumnos piensan que una palabra del lenguaje habitual tiene un sentido muy distinto en matemáticas y esto es en función del contexto en el que se anuncia, ocasionando una infinidad de cuestionamientos en los alumnos en función de que la palabra se encuentre en un contexto o en otro, y de alguna manera, las preguntas o cuestiones que planteamos a los alumnos están también influenciadas por el contexto.

Por tanto el lenguaje de las matemáticas opera en dos niveles, los cuales integran el objeto de la matemática:

- ✓ SEMANTICO- Los signos son dados con un significado claro y preciso

- ✓ SINTACTICO- Los signos son operados mediante reglas sin referencia directa a ningún significado

Es decir los objetos de las matemáticas (números, lenguaje algebraico, funciones) se presentan bajo un aparente dilema con estatus diferentes:

* Operacional: Dinámico, donde los objetos son vistos como un proceso

* Conceptual: Estático, donde los objetos son vistos como una entidad conceptual

2.2.2 Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático

Se ponen de manifiesto en la naturaleza lógica de las matemáticas y en las rupturas que se dan necesariamente en relación con los modos de pensamiento matemático.

Una de las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas es el aspecto deductivo formal y algunos programas de matemáticas en la secundaria han abandonado estas demostraciones, pero esto no incluye el abandono sobre el pensamiento lógico; es decir, el abandonar ciertas demostraciones formales en beneficio de una aplicación más practica de las reglas matemáticas, no debe implicar de ninguna manera el abandono del pensamiento lógico, por ser este una destreza de alto nivel que resulta necesario para alcanzar determinados niveles de competencia matemática.

Fomentar esta capacidad para tener argumentos lógicos no debe contraponerse a los métodos intuitivos, a las conjeturas, a los ejemplos y contraejemplos, ya que también permiten obtener resultados y métodos correctos, asimismo esta capacidad de argumentar de forma lógica se desarrolla con la práctica de estos métodos informales. No obstante la deducción lógica no debe confundirse ni con la deducción formal ni con los procedimientos algorítmicos, pero si debe estar presente en todas las actividades matemáticas.

Sin embargo la lógica de las matemáticas escolares depende muchas veces de la situación en la que se encuentre el alumno, pues generalmente, cuando planteamos cuestiones buscamos el interés matemático, el planteamiento de la ecuación, pero, en ocasiones el contexto escogido es socialmente absurdo (Socas, 1999).

Ejemplo:

Dos obreros instalan doce metros de tubería en nueve horas, completa el cuadro:

Numero de obreros	Metros instalados	horas
2	12	9
¿	24	9
6	12	¿
1	¿	18

Parece de lo más normal, pero profundizando no es razonable, ya que sabemos que el trabajo en equipo no genera un trabajo proporcional al número de personas, sino al ritmo de cada una de ellas.

Por lo que en el ámbito escolar se genera una "lógica escolar" diferente de la "lógica social" y para aminorar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas es necesario conjugar el pensamiento lógico de las matemáticas con la lógica social en la que está inmerso el alumno.

No obstante, otras veces esta lógica social dificulta el verdadero sentido de los objetos matemáticos, decimos: Víctor mide un metro ochenta y no se trata del numero 1, 80, sino de dos números enteros 1 y 80 con dos unidades distintas. Este modelo del número decimal se presenta en la vida corriente como pareja de números enteros y es de naturaleza social, quedando implícito en la mente del alumno.

Sin embargo estas dificultades, no se pueden evitar ya que forman parte del proceso normal de construcción del conocimiento matemático, pero los profesores tienen que conocerlos y reflexionar sobre ellos para facilitar su explicación por parte de los alumnos. Si se quedan implícitos, es muy dificil incorporar otro saber nuevo.

2.2.3 Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza

En los últimos diez o quince años, la búsqueda de las causas del fracaso escolar en matemáticas ha destacado la importancia de un aspecto antes poco atendido: la manera como se enseña la disciplina. En años anteriores este análisis se había centrado de manera muy particular en las carencias individuales de los estudiantes o en los contenidos matemáticos propuestos en el programa, pero es manifiesto que los alumnos tienen un proceso particular a través del cual construyen su conocimiento y que en este, la interacción del niño con el medio juega un papel fundamental (Block, 1991).

Hoy en día y para bien se tiene una mayor conciencia de que los fracasos de los alumnos en su intento de aprender matemáticas son, en muchos casos, consecuencia de una mala adaptación de la metodología que se implementa para enseñar a los estudiantes y que estos a su vez se apropien del conocimiento.

Bajo esta perspectiva, las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de matemáticas y con los métodos de enseñanza.

A) La institución escolar debe propiciar una organización escolar que tienda a reducir las dificultades del aprendizaje de las matemáticas dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de enseñanza. Esta organización afecta tanto a los elementos espacio-temporales como a los agrupamientos en clases homogéneas o heterogéneas, de acuerdo con sus habilidades en matemáticas.

B) La organización curricular en matemáticas puede originar diferentes dificultades en las mismas. Cuatro serían los elementos básicos a considerar como dificultades en el currículo de las matemáticas:

- habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno
- necesidad de contenidos anteriores

- nivel de abstracción requerido
- naturaleza lógica de las matemáticas escolares

Sin embargo, trabajar en un currículo que ponga énfasis no únicamente en el dominio de los contenidos, sino también en enseñar como aprender, requiere un cambio de paradigma en los profesores; en sus concepciones sobre lo que es el aprendizaje, la enseñanza y los conocimientos necesarios para reformar la práctica (Flores, 2001).

Al respecto Thompson (citado por Flores, Alfinio, Philipp, Sowder, 1994) señala que la concepción que tiene el profesor acerca de la enseñanza de las matemáticas determina su desempeño docente. Flores, Alfinio, Philipp, y Sowder, (1994) señalan que los profesores de matemáticas que tiene un desempeño extraordinario, conciben la enseñanza como un proceso de constante cambio y desarrollo, y asumen una actitud participativa en una serie de actividades relacionadas con sus tareas.

C) Por ultimo nos referimos a los métodos de enseñanza, que deben estar ligados tanto a los elementos organizativos de la institución, como a la organización curricular, considerando aspectos como: adaptar el lenguaje a las capacidades y comprensión de los alumnos, adaptar la secuencia de las unidades de aprendizaje a la lógica interna de las matemáticas, respeto a la individualidad que tiene que ver con el ritmo de trabajo en clase.

Carrillo y Contreras (1995) consideran que una cierta concepción del profesor sobre la matemática puede determinar los errores de aprendizaje y los obstáculos epistemológicos a los que se enfrentan sus alumnos, y orientar una determinada opción de selección de los contenidos, así como la búsqueda de situaciones didácticas. La práctica docente como un factor, influye en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las actitudes del docente hacia la enseñanza de esta asignatura recae dentro de esta orientación.

2.2.4 Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos

Las matemáticas han sido un campo particularmente problemático para todo tipo de aprendiz. En los últimos años se ha vuelto prioritario no solo el aprendizaje de habilidades básicas de computación, sino el empleo de estrategias de razonamiento para la solución de problemas. (Flores, 2001)

Roditi (1993, citado en Flores, 2001) considera que los estudiantes deben ser aprendices activos que construyen el conocimiento haciendo matemáticas, mas que conociéndolas memorizando conceptos y procedimientos. La enseñanza debe estar dirigida a conocimientos declarativos y a los procedimientos matemáticos, así como al desempeño eficaz y eficiente de destrezas de cómputo; partiendo su enseñanza del perfil de actitudes y aprendizaje del estudiante

En esta perspectiva, se hace necesario tener información sobre la naturaleza de los procesos de aprendizaje y conocimiento del desarrollo intelectual, que permita conocer el nivel de dificultades, realizaciones y respuestas a cuestiones esperadas de los alumnos. También se debe conocer los estadíos generales del desarrollo intelectual del alumno, representados cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por tareas especificas de matemáticas que los alumnos son capaces de hacer, todo lo anterior constituye una información valiosa para los profesores a la hora de diseñar el material de enseñanza (Socas,1999).

Sin embargo, diferentes teorías sobre el desarrollo cognitivo no han tenido un efecto claro y directo en las aulas de matemáticas de secundaria, ya que en realidad muy pocas se han ocupado de manera específica al estudio de las matemáticas

2.2.5 Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas

Aprender matemáticas abarca más que el aprendizaje de conceptos, procedimientos y su aplicación. Supone, también, el desarrollo de una cierta disposición hacia las matemáticas, que incluye tanto un conjunto de actitudes como una sensibilidad hacia el desarrollo de las actuaciones apropiadas y una inclinación y motivación al conocimiento.

Por lo cual, para el estudiante de secundaria esto hace que el aprendizaje de las matemáticas dependa de una buena enseñanza. Sin embargo, saber matemáticas es una cosa y ser apto para enseñar y comunicar a aquellos con un nivel conceptual más bajo es otra (Richard, 1993).

Por ello a muchos estudiantes no les gustan las matemáticas, la mayoría de ellos tienen sentimientos de tensión y miedo hacia ellas Exisistiendo diferentes aspectos que influyen en esta aversión:

-La naturaleza jerárquica del conocimiento matemático
-La actitud de los profesores de matemáticas hacia los alumnos
-Los estilos de enseñanza
-Las actitudes y creencias hacia las matemáticas

Muchas de las actitudes hacia las matemáticas están asociadas a la ansiedad y miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación, etc., genera bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos y como resultado muchos estudiantes adquieren en la escuela un desagrado, e incluso temor a las matemáticas, para toda su vida (Socas, 1999).

Cabe mencionar que para el alumnado las matemáticas es la asignatura más útil y más importante, pero a la vez es la más difícil y la más aburrida (Corbalán, 2000).

Por tanto esta es una preocupación general que se observa en el ambiente y que, conduce a la búsqueda de la motivación del alumno desde un punto de vista más amplio, que no se limite al posible interés intrínseco de la matemática y de sus aplicaciones. Se trata de hacer patentes los impactos mutuos que la evolución de la cultura, la historia, los desarrollos de la sociedad, por una parte, y la matemática, por otra, se han proporcionado.

Cada vez va siendo más patente la enorme importancia que los elementos afectivos que involucran a toda la persona pueden tener incluso en la vida de la mente en su ocupación con la matemática. Es claro que una gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de nuestros estudiantes tienen su origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus propias potencialidades en este campo, que es provocado, en muchos casos, por la inadecuada introducción por parte de sus maestros. Por eso se intenta también, a través de diversos medios, que los estudiantes perciban el sentimiento estético, el placer lúdico que la matemática es capaz de proporcionar, a fin de involucrarlos en ella de un modo más hondamente personal y humano.

En nuestro ambiente contemporáneo, con una fuerte tendencia hacia la deshumanización de la ciencia, a la despersonalización producida por nuestra cultura computarizada, es cada vez más necesario un saber humanizado en que el hombre y la máquina ocupen cada uno el lugar que le corresponde. La educación matemática adecuada puede contribuir eficazmente en esta importante tarea.

Pero también es claro que no podemos esperar que nuestros alumnos descubran en un par de semanas lo que la humanidad elaboró tal vez a lo largo de varios siglos de trabajo intenso de mentes muy brillantes. Pero es cierto que la búsqueda con guía, sin aniquilar el placer de descubrir, es un objetivo alcanzable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como la detección de técnicas concretas, de estrategias útiles de pensamiento en el campo en cuestión y de su transmisión a los estudiantes.

La teoría, así concebida, resulta llena de sentido, plenamente motivada y mucho más fácilmente asimilable. Su aplicación a la resolución de los problemas, que en un principio aparecían como objetivos inalcanzables, puede llegar a ser una verdadera fuente de satisfacción y placer intelectual, de asombro ante el poder del pensamiento matemático eficaz y de una fuerte atracción hacia la matemática.

Al respecto y como apoyo a la enseñanza matemática habría que tomar en consideración los siguientes criterios para abordarla:

1. Contextualizar el aprendizaje de las matemáticas en actividades auténticas y significativas para los alumnos
2. Orientar el aprendizaje de los alumnos hacia la comprensión y la resolución de problemas.
3. Vincular el lenguaje formal matemático con su significado referencial.

4. Activar y emplear como punto de partida el conocimiento matemático previo, formal e informal, de los alumnos.
5. Avanzar de manera progresiva hacia niveles cada vez más altos de abstracción y generalización.
6. Enseñar explícitamente y de manera informada estrategias y habilidades matemáticas de alto nivel.
7. Secuenciar adecuadamente los contenidos matemáticos, asegurando la interrelación entre las distintas capacidades implicadas en la adquisición del conocimiento matemático.
8. Apoyar sistemáticamente la enseñanza en la interacción y la cooperación entre alumnos.
9. Ofrecer a los alumnos oportunidades suficientes de "hablar matemáticas en el aula".
10. Atender los aspectos afectivos y motivacionales implicados en el aprendizaje de las matemáticas.

Una de las razones para estudiar matemáticas en nuestros días es desarrollar elementos para poder entender críticamente los mensajes que se difunden, poniendo de manifiesto los estrechos vínculos entre las matemáticas y la vida cotidiana, además de mostrar mediante la utilización de todos los instrumentos a nuestro alcance que las matemáticas son imprescindibles para entender el mundo que nos rodea y que a su vez nos permita plantear y/o resolver los problemas que se nos presenten (Corbalán 2000).

Una alternativa para poder enseñar y aprender matemáticas es el diseño de situaciones didácticas, tomando como eje rector la didáctica de las matemáticas, y que son explicadas a detalle en el siguiente apartado.

III: DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS DESDE LA PERSPECTIVA DE BROSSEAU

3.1 DIDACTICA DE LAS MATEMÁTICAS

La institución escolar fue creada para cumplir una función: la de comunicar a las nuevas generaciones los saberes socialmente producidos considerados como validos y relevantes en un momento histórico determinado (Ávila, 2001a).

La preparación de matemáticas para estudiantes no es un proceso de elementarizar el conocimiento en cualquier sitio, ni adaptarlo a un conocimiento previo y habilidades cognitivas del estudiante. Se le percibe como una tarea didáctica que requiere un mayor análisis global de carácter sistémico centrándose en tres componentes fundamentales: el saber, los alumnos, el profesor y las relaciones que se generan entre ellos. (Artigue 1992, citado en Farfán, 1997)

- El saber

Se pueden distinguir diferentes saberes:

-el saber sabio

-el saber de las instituciones de enseñanza (maestro, programas, etc.)

-el saber que se convierte en objeto de enseñanza

-el saber del alumno

La comunicación de un saber a un público dado supone la trasformación de ese saber Peltier (1993).

- El alumno

Interés en estudiar las concepciones del sujeto que aprende.

Por concepción se entiende:

-las clases de problemas que dan sentido a un concepto para el alumno

-el conjunto de significantes que es capaz de asociar (imagen mental, expresión simbólica)

-los instrumentos, teoremas, algoritmos, que es capaz de poner en marcha

Es importante tomar en cuenta la relación del alumno con el saber, la representación que el se hace acerca de la escuela, de las matemáticas y su implicación en el proyecto de enseñanza que es realizado por el (Peltier, 1993).

El maestro

Interés en las representaciones que el profesor tiene de las concepciones de sus alumnos, por la interpretación que él hace de ellas; por la forma según la cual las tiene en cuenta para construir su proyecto de enseñanza.

Sobre esta línea y para tal efecto se necesitan los medios para la comprensión y organización de las relaciones con el conocimiento matemático de los diferentes actores del sistema didáctico.

La didáctica nació del interés de encontrar medios para mejorar la enseñanza de las matemáticas, y de la esperanza de encontrar esos medios en diversos estudios científicos apropiados y la función de este campo científico condujo a reorganizar la didáctica, a ampliarla y finalmente ha presentarla como una disciplina autónoma.

Cabe resaltar que la didáctica no se limita a establecer las técnicas especificas de dirección del aprendizaje, como son las de planear, motivar, orientar, fijar, examinar y otras; abarca también los principios generales, los criterios y las normas practicas que regulan la acción del docente, encuadrándola en un conjunto racional de amplio sentido y dirección. Por lo tanto la didáctica es mucho más amplia y comprehensiva que la simple metodología (Mattos, 1974).

En este sentido y a partir de la década de los 60 en Francia, con la aparición de los Institutos de Investigación sobre la Enseñanza de la Matemática en las Universidades, se creó desde las propias instituciones un clima favorable que permitió concretar el proyecto de conformar una Didáctica entendida como disciplina científica, con el objetivo de estudiar las condiciones de enseñanza. Se logró consolidar el encuentro de matemáticos interesados en la Didáctica y algunos psicólogos inclinados hacia el estudio del aprendizaje de esta disciplina. Esto perfiló la construcción de una Didáctica de la Matemática, fundamentalmente construida desde la investigación en la disciplina. En esta línea pueden señalarse la existencia de tres grandes perspectivas teóricas muy utilizadas en la actualidad (CINVESTAV, 1994):

La teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud

Vergnaud es considerado el primer Psicólogo que abordo la cuestión de los contenidos escolares desde la perspectiva de la psicología del desarrollo cognitivo (Brun 1994, citado en Ávila 2001a).

El interés de Vergnaud fue el estudio de los procesos de construcción de conocimientos matemáticos escolares tales como las operaciones aritméticas, la noción y aritmetización del volumen, o la función lineal. Después de estos estudios, realizo su teoría de los campos conceptuales.

Vergnaud propone que un concepto adquiere su significado a lo largo del desarrollo y en los diferentes contextos en que el individuo actúa. El campo de aplicación de los conceptos se modifica conforme se vincula con otros conceptos y principios matemáticos, se vincula con nuevas situaciones o con diversas herramientas de simbolización.

En la teoría de los campos conceptuales se propone que los conceptos matemáticos adquieren un significado en virtud de la interrelación entre invariantes, representaciones, y su aplicación a diferentes situaciones (Flores, 2003)

En palabras de Vergnaud (1990, citado en Ávila 2001a) esta teoría pretende proporcionar un marco coherente y algunos principios básicos para el estudio del desarrollo y aprendizaje de competencias complejas, principalmente a las que derivan de la ciencia y la técnica. Esta teoría no es en sí una teoría didáctica, pero como se centra en el aprendizaje tiene interés para la didáctica.

Esta teoría se enfoca en el entendimiento del proceso del desarrollo de los conceptos matemáticos. Plantea que el conocimiento matemático surge de un proceso interno de reflexión y de la participación activa del niño en su cultura. Este proceso es constructivo pues el estudiante trata de entender el conocimiento que surge de situaciones novedosas a partir del conocimiento ya existente (Flores, 2003).

Esta definición marca los procesos de pensamiento, en donde se ven involucrados aspectos psicológicos y matemáticos, haciendo énfasis en el papel de los diferentes conocimientos matemáticos y en las situaciones en que serán empleados estos conocimientos.

Vergnaud (citado en Flores 2003) define tres nociones clave en su teoría de los campos conceptuales:

✓ Los conceptos adquieren su significado a partir de las situaciones, invariantes y representaciones. Se organizan en estructuras de conocimientos denominadas campos conceptuales.

✓ El esquema es considerado como una organización invariante de la conducta y de la actividad para cierta clase de situaciones.

✓ La representación se refiere a estructuras de significantes (símbolos, signos, lenguaje, etc.) y significados que se construyen en interacción con el mundo.

Surgiendo de esta las siguientes ideas:

* El desarrollo y el funcionamiento de los conceptos no se explica en forma aislada sino a partir de las relaciones que guardan entre sí.

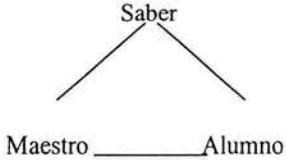
* El conocimiento surge ante la necesidad de dominar situaciones que se presentan como problemas a resolver.

* Los procesos de conceptualización ocupan un largo período de tiempo.

* En dichos procesos se pueden reconocer etapas diferenciables, pero como las mismas ofrecen diversos grados de dificultad a los que aprenden, no es factible un orden absoluto de prioridad.

El sistema didáctico, objeto de estudio de la didáctica y La visión antropológica de los conocimientos desde el enfoque de Yves Chevallard.

De acuerdo con la didáctica de matemáticas francesa, el proyecto de la escuela tiene como cuestión central la comunicación de saberes. Así, según sus postulados, la que ahí se establece es una relación entre el profesor y los alumnos alrededor de un cierto objeto de saber; el siguiente esquema, resume esta relación ternaria: (Ávila, 2001b)



Chevallard (1991, citado en Ávila 2001b), en este triángulo encuentra una virtud: la distancia que hay entre las perspectivas parciales que durante mucho tiempo buscaron comprender los hechos didácticos "relación enseñante-enseñado" y su propia perspectiva, en la cual los sujetos no se estudian de manera aislada, sino en interacción con los otros, mediante las reacciones que sus acciones puedan producir en esos otros.

La comunicación de los contenidos escolares-aspectos del saber que son seleccionados como objeto de enseñanza da lugar a la relación didáctica, es decir a la relación que se establece entre el maestro, los alumnos y el saber con el fin de que estos se apropien de él (Chevallard, citado en Ávila, 2001b).

Conviene señalar que esta triada resulta insuficiente si se interpreta literalmente, por que el sistema didáctico (M-A-S-) no funciona independientemente de la situación en la cual se actualiza. El sistema didáctico debe actualizarse considerando la situación efectiva en la que se encuentra ubicado (situación escolar).
Esta pone en el centro de la discusión el problema de la transposición didáctica, analizando los procesos de modificación que sufre el conocimiento científico en su larga transformación hacia el conocimiento enseñado y los problemas que ello puede generar en el proceso de aprendizaje del alumno, así como la pérdida de rigurosidad del propio conocimiento.

Ya en los años ochenta Chevallard (citado en Ávila 2001a) introdujo un enfoque de carácter antropológico centrado en el saber. Esta perspectiva pone de manifiesto que no es posible interpretar adecuadamente la matemática escolar ni la actividad matemática sino se toman en cuenta los fenómenos relacionados con la reconstrucción escolar de las matemáticas, estos fenómenos tienen su origen en la institución donde se produjo el saber matemático. Desde esta perspectiva podemos decir que los saberes matemáticos sufren modificaciones en el transcurso de su difusión

Los fenómenos relativos a la enseñanza matemática deben abordarse adecuadamente, y para esto es necesario tomar en cuenta el fenómeno de la transposición didáctica (proceso que traduce el saber académico en una versión didáctica de ese saber (Chevallard 1991, citado en Ávila, 2001b).

Una de las aportaciones de esta teoría es la noción de transposición didáctica y a la que posteriormente se agrego la de -relación con el saber- que se define en las instituciones y que se actualiza mediante la puesta en funcionamiento de un contrato didáctico (Chevallard 1989, citado en Ávila 2001a), en este punto este autor afirma estar interesado en las condiciones de posibilidad del funcionamiento del sistema didáctico y no tanto en el funcionamiento como tal.

En su postura Chevallard diferencia la complejidad del enfoque antropológico en relación con el cognitivo: al analizar lo escolar, trata de considerar lo cognitivo, pero sin limitares solo a él, ya que este es un ámbito donde el sujeto cognoscente funciona de una manera particular derivada del sistema didáctico. De manera concreta la situación escolar conjuga las razones de la cognición con las propias de la institución, siendo estas últimas las que se derivan de la intención de hacer que alguien aprenda algo.

Finalmente Chevallard dice que la enseñanza de las matemáticas debe entenderse como una actividad humana, y no considerarla solo como la construcción de un sistema de conceptos, como la utilización de un lenguaje o como un proceso cognitivo.

Transposición didáctica

La transposición didáctica es una modificación de conocimientos que altera su papel, es una condición y un efecto de la relación didáctica (Brousseau, 2000)

La transposición didáctica da cuenta de los procesos de trasposición del saber, de la institución de los matemáticos a las instituciones de enseñanza (planes de estudio, programas, manuales, clases impartidas) en cada una de estas instituciones el saber obedece a motivaciones y sujeciones de muy distinta índole y, en el paso de una institución a otra, sufre trasformaciones, incluso a nivel de su sentido, trasformaciones inevitables, necesarias pero que es indispensable estudiar y a la postre controlar (Chevallard, 1992).

En el sentido tradicional, la transposición didáctica, explica él transito del saber sabio al saber susceptible de ser enseñado o con un carácter didáctico. Estos tipos de saber se distinguen por la naturaleza que tienen:

✓ El saber sabio, es generado en un ambiente científico, proviene del trabajo intelectual de una élite científica, mantiene su riqueza conceptual compuesta de problemas, situaciones y significados, no es un conocimiento que se disponga para masificarse puesto que no responde a intereses o preocupaciones generalizadas dentro de la sociedad, sino pertenecen a un grupo y nace de sus prácticas y de sus necesidades

✓ El saber con un carácter didáctico incrustado en una textura social, tiene trascendencia social ocurre cuando este conocimiento responde a ciertas practicas sociales, llegando a tener un status de constructor de conocimiento matemático cuando se reconocen sus practicas cotidianas y el conocimiento que de estas se deriva. Tiene una realidad objetiva y mantiene una influencia, mas o menos explícita, sobre la sociedad en donde esta incrustado (Castañeda, 2000).

- ✓ El saber enseñado, es el que encuentra un observador en una clase. Se supone que el docente tiene un conocimiento de ese objeto de saber y al preparar la clase elabora la textualización de ese saber basado en el programa, los manuales, la tradición. Esa textualización no existe previamente en ninguna parte y aparece en la clase bajo la forma de un discurso oral o escrito. Es allí desde la perspectiva de la transposición didáctica, que el docente ejerce su fuertemente limitado poder de elección, invertirá el orden de presentación de ciertos objetos, incluirá o eliminará ejercicios y/o demostraciones (Fregona, 1999).

Se tiene así, una caracterización de la afluencia de los saberes, el sabio que pasa a saber enseñable y el saber socio cultural que se integra modificando este saber enseñable y que en conjunto, ambos ejercen una notable influencia al saber sabio, al reclamar por ejemplo, la fundamentación teórica de un saber a través del sistema social que otorga al conocimiento un status y un reconocimiento a través del uso generalizado de ese conocimiento (Castañeda, 2000).

Saber sociocultural

Saber sabio　　　　Saber enseñable

Bajo estos supuestos la construcción de la matemática responde a ciertos intereses o preocupaciones; ya sea sabio o sociocultural, pero no se crea con el propósito expreso de ser enseñable, de hecho no tendría sentido un conocimiento con un origen así. De ahí que la disposición del saber para la transmisión o incorporación a un sistema de enseñanza no sea del todo transparente, es un complejo proceso en donde los conceptos sufren un conjunto de transformaciones adaptativas, que finalmente desemboca en la formulación de un saber escolar (Chevallard 1985, citado en Castañeda, 2000).

El proceso de transposición didáctica es una obra cultural, puesto que las formas, en como se ajusta un saber a un escenario didáctico responde a variables de tipo social, tales como el desarrollo tecnológico, los descubrimientos geográficos o la política económica de un país.

El enfoque de las situaciones didácticas de Guy Brousseau

Uno de los investigadores que han liderado tanto la promoción como el desarrollo de la didáctica de las matemáticas ha sido Guy Brousseau, profesor e investigador del IREM (Instituto de Investigación en Educación Matemática) de Burdeos, Brousseau (citado en Gálvez, 1994) propone el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos; el control de estas condiciones permitirá reproducir y optimizar los procesos de adquisición escolar de conocimientos.

Partiendo de este interés, Brousseau inicia la didáctica de las matemáticas como campo de investigación, identificando en ella "un campo de estudio de las actividades que tienen por objeto la enseñanza de esta disciplina", en la perspectiva de Brousseau (1986 citado en Ávila 2001b) la investigación se encargaría de abordar, los comportamientos cognitivos de los alumnos, como los tipos de situaciones que se ponen en marcha para enseñarlos y los fenómenos a los cuales la comunicación del saber da lugar.

Para Brousseau (1986) la didáctica de las matemáticas estudia las actividades didácticas, es decir, las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que tiene de específicas respecto de las matemáticas.

Los resultados, en este dominio, son cada vez más numerosos se refieren a los comportamientos cognitivos de los alumnos, pero también a los tipos de situaciones que ponen en juego para enseñarles y sobre todo de los fenómenos a los cuales da lugar la comunicación del saber.

Por ende y de manera concreta, la didáctica de las matemáticas estudia los procesos de transmisión y adquisición de los conceptos y principios matemáticos, principalmente en el medio escolar, y tiene como objetivo crear ***situaciones didácticas.***

Esta teoría constituye una de las contribuciones más importantes que se han hecho en los últimos años al estudio del proceso de enseñanza de las matemáticas, es precisamente con el interés de analizar los procesos a que da lugar tal intencionalidad e indagar las mejores condiciones de su realización que Brousseau inicia la didáctica de las matemáticas, para ofrecer a la enseñanza apoyo teórico, explicaciones, medios de prevención y de análisis incluso métodos (Brousseau, 1986).

Brousseau (1994, citado en Ávila, 2001a) considera la didáctica un ámbito institucional que trasciende los límites de la escuela, asumiendo que ciertas instituciones e individuos interactúan alrededor de tareas que hacen necesaria la creación, la trasformación, el intercambio y la difusión de conocimientos matemáticos.

Este investigador parte del estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos. Entiende que del control de las mismas dependerá el éxito de los aprendizajes escolares. Profundiza en el análisis de los obstáculos a los cuales se pueden enfrentar los alumnos en la construcción del conocimiento y las trabas que deben sortear los docentes en la enseñanza.

En este marco la Didáctica de la Matemática tiene como objetivo fundamental ver cómo funcionan las situaciones didácticas a las que analiza para su estudio experimental considerando: **Acción:** Que generan la interacción de los alumnos con el mundo físico, **Formulación:** A través de las que se comunican las informaciones, modificando el lenguaje cotidiano, precisándolo al interior de la disciplina, **Validación:** Donde se exige a los alumnos elaborar pruebas para dar sustento conceptual a sus afirmaciones, **Institucionalización:** Las que orientan a los alumnos para lograr la significación socialmente establecida del saber y su transferencia a otros casos. (Más adelante se verán con detalle).

A partir de lo anterior, en el ámbito escolar, la educación en las matemáticas jerarquiza la posibilidad de acceso por parte de los alumnos a los procesos de pensamiento propios de esta disciplina sobre la mera retención de sus contenidos. La competencia matemática se pone en evidencia a partir de un saber hacer, que necesita sin lugar a dudas del saber, pero que no se agota en él.

Para esto plantea Brousseau (2000) que al enseñar matemáticas debemos considerar que el trabajo escolar debe aspirar a que cada estudiante logre:

-competencias técnicas
En donde el valor del conocimiento surge en función del saber estratégico, actuaciones técnicas y situaciones concretas y que resultan básicas para avanzar en el aprendizaje de la disciplina.

-competencias prácticas
Implica aprender a explicar los conocimientos para atender las demandas reales del contexto y tiene relación con la capacidad para interpretar significados para poder elaborar juicios.

-competencias críticas
Se vinculan con la autonomía del pensamiento y de la acción, concretándose en la autorreflexión; a estas competencias se accede a través de lo que aportan las matemáticas en la formación del pensamiento lógico-formal y del juicio crítico.

Es claro que no hay una recepción pasiva del conocimiento, pues la participación activa del estudiante constituye una parte integral de su proceso educativo, esto significa que la construcción del conocimiento por parte del sujeto es un proceso personal, y por ello, es necesario que haya una negociación de significados entre los diferentes sujetos a fin de construir una especie de "conocimiento objetivo", compartible por una comunidad, sin embargo, muchos educadores si bien aceptan que el sujeto construye su conocimiento, enseguida sostienen que este es un proceso de reconstrucción de un "objeto conceptual" que ya existe (CINVESTAV, 1994).

Por tanto en el terreno didáctico, a la relación sujeto-objeto, a nivel epistemológico, debe sumarse la dimensión social del proceso educativo, ya que la dimensión social nos sugiere que

Por tanto en el terreno didáctico, a la relación sujeto-objeto, a nivel epistemológico, debe sumarse la dimensión social del proceso educativo, ya que la dimensión social nos sugiere que en un proceso de aprendizaje, aparte del aspecto puramente cognitivo, es decir de cómo asimila el estudiante, hay que considerar que asimila, lo cual depende, no de las estructuras cognitivas del sujeto, sino del entorno social que entrega ya legitimadas como objeto de enseñanza, determinadas estructuras conceptuales.

Esto nos enfrenta a lo que parecen dos formas diferentes de conocimiento: el que se construye dentro de la practica de la investigación en el interior de la matemática, y el que se trasforma en conocimiento enseñable como resultado de una transposición didáctica. Pareciera que el proceso de (re)-construcción del conocimiento por parte del alumno, es decir su proceso de aprendizaje, tiene como uno de sus propósitos centrales "des-construir" el conocimiento transpuesto (el enseñable) para recuperar un significado mas profundo del conocimiento que se pierde a causa de la transposición. Por ende la didáctica al reconocer estos dos niveles de conocimiento con los que tiene que tratar, estará en condiciones de enunciar que la construcción del significado es parte esencial del aprendizaje de la matemática.

Desde este punto de vista, la intervención del profesor en el proceso de aprendizaje, ya sea a partir de un punto de vista pedagógico o mediante otras formas de interacción con los estudiantes queda justificada.

Las adquisiciones espontáneas de los conocimientos no son resultado de una intervención didáctica, pero la reproducción de sus condiciones es potencialmente un medio de enseñarlas y esto es lo que esta en el corazón de la didáctica (Brousseau, 1994).

La búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de sus nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno en él cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de método de estudio.

Por ende el objetivo fundamental de la didáctica de las matemáticas es averiguar como funcionan las situaciones didácticas, es decir cuales de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los alumnos y subsecuentemente, de sus conocimientos. En el siguiente punto se aborda de forma específica estas situaciones.

3.2 SITUACIONES DIDÁCTICAS

Una situación es la interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado como recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable (Brousseau, 2000).

En Francia, el interés por el estudio sistémico de los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas se inicia en los años sesenta (C.f. Perrin-Glorian 1994, citado en Ávila, 2001b), sin embargo fue hasta el año de 1972 que aparece un artículo escrito por Brousseau bajo el titulo de *procesos de Matematización* en el cual, dicho autor afirmaba "deseamos precisar cuál es el proceso pedagógico que creemos indispensable para obtener un buen conocimiento de la matemática" y fue desde ese entonces que delineó los elementos básicos para sus posteriores trabajos, los cuales tendrían como objeto de investigación ***las situaciones didácticas*** puesto que su interés radicaba en conocer las condiciones de producción del conocimiento matemático, particularmente en situación escolar (Ávila, 2001b).

Bajo este rubro de la didáctica, se promueve el diseño y la organización de situaciones didácticas que dentro del proceso enseñanza-aprendizaje han de transformarse, en aprendizajes para los alumnos.

Con base en estas nociones Brousseau (1986) define las situaciones didácticas como: "El conjunto de relaciones establecidas explícita o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, cierto medio (que comprende herramientas y objetos) y un sistema educativo (el profesor) con objeto de que los alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución".

Este investigador y a través de su interés construye una teoría para investigar de manera sistemática los procesos de aprendizaje de los objetos matemáticos (conceptos, relaciones, algoritmos, etc.) a la que denomina "teoría de las situaciones didácticas".

Por medio de las "situaciones didácticas" intenta convertir el salón de clase en un micro laboratorio a través de una modelación teórica previa del juego de variables didácticas que intervendrán en la situación. Con la modelación se trata también de conseguir un "control" y una "reproductibilidad" de las "situaciones didácticas" a fin de propiciar que éstas puedan servir a propósitos predictivos y explicativos propios del conocimiento científico.

La "situación didáctica" se diseña entonces cuando los saberes son construidos socialmente, considerando al aula como un micro laboratorio, se inicia con el planteamiento de un problema o pregunta, aunque también puede servir a este fin un juego o actividad cognoscitiva.

Las situaciones didácticas se pueden definir como el conjunto de ***relaciones establecidas*** entre un alumno, o un grupo de alumnos, el conocimiento matemático y un sistema educativo y tiene como propósitos:

*Que los alumnos realicen un trabajo independiente, en el que desarrollen su Ingenio, su creatividad y capacidad de solucionar problemas

*Que los alumnos se apropien de un saber matemático

Esta teoría de las situaciones didácticas se presenta actualmente como un instrumento científico. Tiende a unificar y a integrar los aportes de otras disciplinas y proporciona una mejor comprensión de las posibilidades de mejoramiento y de regulación de la enseñanza de las matemáticas.

De esta forma en los orígenes de la teoría de las situaciones didácticas, Brousseau (2000) plantea, que con frecuencia se concibe a la enseñanza como parte de las relaciones entre el sistema educativo y el alumno que conciernen a la transmisión de un saber, y entonces se interpreta a la relación didáctica como una comunicación de informaciones.

Las situaciones didácticas, no sólo plantean la manera de enseñar los conocimientos matemáticos, sino también las condiciones en las cuales se aprenden; las transformaciones que se operan en el alumno y en quienes tienen la función de enseñarlos (docentes).

Dichas situaciones ponen en juego un sistema de relaciones, (explícito o implícito), entre el docente, el conocimiento, los alumnos y un contexto particular (aula) y poseen un objetivo preciso: "que alguien aprenda algo".

Ahora bien el pasaje de una situación didáctica a una situación de aprendizaje como principio metodológico es posible en la medida que los contenidos de aprendizaje se presenten de una manera coherente, que garantice su continuidad y el acceso a niveles de profundidad y complejidad cada vez mayores; de tal forma que al ser congruentes con las características cognoscitivas del alumno, éste les otorgue a los contenidos sentido y significado.

Por tanto este principio metodológico enfatiza la importancia de reconocer que el aprendizaje se desarrolla en determinadas situaciones de interacción cognoscitiva, en las que el alumno organiza o reorganiza el conocimiento de modo personal en el contexto social de la comunicación, que se genera en y por el trabajo escolar cotidiano.

Un elemento fundamental de la situación didáctica es la situación problema que se propone a los alumnos, relativa a un conocimiento específico. Esta situación debe satisfacer las siguientes condiciones:

✓ El problema que se plantea al alumno es significativo, es decir el alumno puede comprender de lo que se trata, y por lo tanto puede tener por lo menos un procedimiento de resolución, poniendo en juego sus conocimientos previos.

✓ A través del manejo de variables determinadas de la situación problema, generar obstáculos, cuya intención es invalidar las estrategias de base que el alumno ha movilizado hasta ahora; en esta perdida momentánea de control sobre la situación por parte del alumno, es la que da sentido al conocimiento que está por construirse.

✓ Una condición indispensable para que las estrategias desplegadas por el alumno sean susceptibles de evolucionar, es que exista un diálogo entre el alumno y la situación; esta ultima debe devolver al alumno información de cada una de sus acciones, información que le permitirá evaluarlas y eventualmente reorganizarlas

✓ La exclusión de la mediación de un tercero en este diálogo (maestro, por ejemplo) es importante en la medida en que se quiera que el alumno se responsabilice totalmente de la organización de su actividad.

- ✓ Finalmente otro elemento a considerar, es que diversos problemas pueden funcionalizar un concepto, de manera sensiblemente diferente, propiciando interpretaciones también diferentes. Al pasar de un problema a otro puede generar un enriquecimiento del concepto. Sobre esta perspectiva y según Mascareño (1997) enseñar matemáticas implica resignificar las situaciones didácticas.
- ✓ Los conocimientos matemáticos, no se acumulan, sino que se suceden integrándose en redes de significación de complejidad y jerarquía crecientes.
- ✓ Es fundamental el rol de la acción en la construcción de conceptos, entendida ésta como un operar con los objetos matemáticos. Este operar supone una dialéctica pensamiento-acción.
- ✓ También es importante el rol de la anticipación, es decir la elaboración de estrategias y procedimientos que permitan anticipar el resultado de una acción, no realizada todavía, sobre la cual se dispone de ciertas informaciones.

Bajo este punto sólo se genera una situación de aprendizaje, cuando el alumno se plantea un problema a resolver. El conocimiento no es preexistente ni simplemente empírico, sino el resultado de una interacción problematizadora: sujeto-objeto.

Por tanto para Artigue (1995) el trabajo del maestro es proponer y organizar una serie de situaciones con distintos propósitos y diversos desafíos. Para ello en necesario tener en cuenta las diferentes fases de una propuesta didáctica: acción, formulación, validación e institucionalización y reconocer que el proceso que pone en juego el docente, es inverso al del científico. Buscando situaciones que den sentido a los conocimientos a enseñar, es decir contextualizando y personalizando el saber; los problemas serán entonces extraídos de todos los contextos posibles: de origen cotidiano, tecnológicos, funcionales y aquellos propios de la ciencia misma.

En este sentido, el docente debe prever los efectos de la situación que ha diseñado antes de ponerla a prueba en el aula. Una vez implementada analiza las acciones y las estrategias de los alumnos en esa situación, hecho que servirá para replantear la misma, modificando aquellas condiciones que no resultaron totalmente satisfactorias, o estableciendo otras para ampliar o reformular concepciones, en función de la interrelación de contenidos propuestos.

En esta preparación se efectúa el pasaje de un conocimiento científico a una **situación didáctica**.

3.2.1 Características

Brousseau (citado en Block, 1991) distingue, en el proceso de construcción de conocimientos matemáticos cuatro Fases a saber: acción, formulación, validación, institucionalización. Esta categorización representa un paso importante en lo que se refiere al proyecto de construir una teoría que permita diseñar situaciones didácticas y analizar el proceso de construcción del conocimiento matemático en relación a éstas.

- ***Fase de acción***

El conocimiento de un alumno, antes de asumir la forma de saber (explícito), puede manifestarse, a los ojos del observador, como recurso implícito de resolución. Es posible inferir la presencia de un conocimiento a través de las decisiones y de las acciones de un alumno en situaciones de resolución de un problema, sin que el necesariamente sepa que lo ha puesto en juego, y por lo tanto sin que necesariamente sea capaz de hacerlo explícito.
El conocimiento funciona como recurso eventualmente implícito en la acción. Este conocimiento puede ser comprendido por el observador, maestro o investigador, desde el saber que subyace.

Esta fase exige al alumno desplegar aquellas estrategias que deben aparecer como la mejor posibilidad de solución del problema planteado. Y para que sea buena una situación de acción, debe permitir al alumno juzgar el resultado de su acción y de ajustar esta ultima sin la intervención del maestro.

En esta fase las cosas suceden de tal forma que el alumno es obligado a mejorar su modelo, de manera individual o en grupo, el alumno actúa, participa, formula hipótesis, las prueba; creando nuevos modelos. Las situaciones de acción testimonian una comprensión instrumental de la situación (Brousseau, 1986).

La fase de acción corresponde al momento en el que el alumno actúa sobre la situación, guiado por un objetivo preciso: la búsqueda de un resultado determinado (ganar un juego, construir algo). El alumno esta en condiciones (por experiencias y conocimientos anteriores) de comprender claramente lo que plantea el problema, de ensayar algún procedimiento de resolución (que puede ser ensayo y error o estar estructurado en una estrategia más o menos consiente) y de estimar si se ha aproximado o no a su objetivo (Block, 1991).

Por ende se genera una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado (Gálvez, 1995).

Fase de formulación

Ciertas situaciones con características específicas pueden exigir la comunicación de algo acerca de ese conocimiento. La función del conocimiento es ahora también la de comunicar algo a alguien para resolver el problema. Puede tratarse de una comunicación que se hace al alumno a través de la consigna para que el realice una tarea, o bien de una comunicación que el alumno mismo hace.

En este ultimo caso, la comunicación puede ser espontánea, por ejemplo entre pares, en el seno de un trabajo en equipo, puede provenir de una demanda expresa del maestro (explica lo que hiciste), o bien puede formar parte de la situación problema. La situación se organiza de tal manera que resolver el problema pasa por solicitar a alguien una información que no se puede obtener por uno mismo. Estas situaciones propician un proceso en el que se hacen explícitos aspectos relativos al conocimiento implícito, y en el que se crea un lenguaje informal al principio, para dar cuenta de ellos.

Uno de los objetivos de esta fase es la explicitación de los modelos implícitos que fueron movilizados en la fase de acción. Se intenta que esta explicitación no sea una exigencia artificial para el alumno. Para ello se diseñan situaciones especiales en las que comunicar algo a alguien sea una necesidad que sirva para lograr determinado objetivo. Con esto se intenta que la formulación tenga un sentido para el alumno, y que por otro lado el proceso de formulación se realice a través de una dialéctica entre emisores y receptores para favorecer su recepción.

El proceso de formulación da lugar a la construcción progresiva de un lenguaje, y las insuficiencias de este lenguaje que se detecten (ambigüedades, falta de información, etc.) reflejan la mala interpretación que el receptor hace de él. La misma situación al igual que en la fase de acción proporciona a los interlocutores los medios para verificar el éxito o fracaso de una comunicación. Así a través de comunicaciones sucesivas el lenguaje se precisa, se abrevia, adopta convenciones locales aproximándose de esta manera al lenguaje matemático (Block, 1991).

Por lo tanto el objetivo principal de la fase de formulación es la comunicación de informaciones, entre alumnos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar (Gálvez, 1994).

El logro de este objetivo será a través de Confrontación de problemas, puesta aprueba, (eventualmente un regreso al trabajo individual con restricciones diferentes). Destaca aquí el papel de las variables didácticas, elementos que el profesor puede manejar y que tienen incidencia en los procedimientos que los alumnos ponen en marcha, para que cada uno ponga a prueba sus propuestas y las de los otros; las pruebe, se las apropie (Peltier, 1993).

Fase de validación

La necesidad de argumentar por que algo que se afirma es correcto (o mejor que otras alternativas) lleva al alumno a elaborar demostraciones. El sentido está dado por la necesidad de convencer a sus pares. Las demostraciones pueden ser variadas, dependiendo de las proposiciones ya validadas, del tipo de razonamiento que los alumnos estén en posibilidad de realizar, y de las exigencias del interlocutor (Block, 1991).

Las demostraciones pueden ser de nivel muy elemental de la prueba empírica o consistir en relaciones entre proposiciones ya validadas. En ocasiones los instrumentos que los alumnos utilizan varían y evidentemente no corresponden siempre al modelo matemático de la deducción lógica.

En este sentido esta fase consiste en probar una declaración acerca del conocimiento, un resultado, una propiedad, una regla. No se trata ya de una prueba pragmática, sino de una prueba semántica o sintáctica, se prueba a partir de conocimientos que ya se han establecido y es aun mayor la exigencia de hacerse explicito, ahora se ponen de manifiesto vínculos con otras nociones, el conocimiento tiende a devenir un objeto explicito de estudio, reconocido, nombrado y definido. Finalmente, en el momento de institucionalización se otorga a este conocimiento un estatuto especial.

Durante esta fase se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que, lo que dicen es cierto; hay que explicar que, necesariamente, debe ser así.

Por último es importante señalar que los interlocutores deben ser los niños y no el maestro. Ya que la validación que pudiera proporcionar el profesor corre el riesgo de estar cargada de una autoridad suplementaria que esta erigida en sentencia incuestionable. Es cierto que este problema pueda darse entre los mismos compañeros, puede ocurrir que acepten la validez de algo sólo por el hecho de que quien lo propone tiene algún tipo de prestigio, pero el efecto de estas autoridades entre alumnos no es comparable con la de un adulto. Por otro lado, el tipo de razonamiento que el maestro utilice para validar o invalidar una preposición puede resultar ajeno y sin ningún significado para los alumnos (Block, 1991).

Fase de institucionalización

Corresponde al momento de explicitar el nuevo conocimiento implicado en las estrategias exitosas que los alumnos han logrado poner en juego, nombrándolo y simbolizándolo de una manera convencional.

Durante esta fase la situación esta destinada a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y validación (llamada situación adidáctica).

Esta fase describe el proceso en el que el maestro, en tanto portador de un saber cultural, interviene en la situación para ayudar a tender un puente entre los conocimientos, siempre fuertemente contextualizados, y los saberes institucionales, que son objeto de enseñanza.

Con la institucionalización culmina un ciclo que se origina ante la necesidad de resolver un problema se trata de pasar dice Freudenthal (citado en Block, 1991) de la Belleza Glacial a la invención en caliente, reinvirtiendo una inversión que ha hecho la didáctica (Block, 1991).

En esta fase el maestro gestiona las relaciones entre las respuestas personales del alumno y el saber esperado escolarmente; el profesor institucionaliza los conocimientos que surgieron inicialmente como respuesta al medio que aparecía como problemático. En esta etapa se canoniza un procedimiento en algoritmo, un saber, una teoría, se selecciona una definición, una convención lingüística y gramatical (Brousseau, 1986).

En las situaciones de institucionalización el maestro da nuevamente a los conocimientos generados como respuesta a una situación un estatuto de saber. En estas situaciones se fija convencional y explícitamente el estatuto cognitivo de un conocimiento o de un saber.

3.2.2 Situación adidáctica

Una situación funciona de manera adidáctica cuando el alumno y el maestro logran que el primero asuma el problema planteado como propio, y entre en un proceso de búsqueda autónomo, sin ser guiado por lo que pudiera suponer que el maestro espera.

Por tanto el docente es el artífice que diseña la situación, pero no interviene (o interviene lo menos posible) para auxiliar al alumno en la definición del problema y la búsqueda de solución. Los psicólogos y didactas franceses han llamado ***situaciones adidacticas*** a este tipo de situaciones porque la construcción de los conocimientos se produce como consecuencia de las exigencias de la situación misma y no como respuesta a los deseos del docente.

Una situación adidáctica es siempre específica de un conocimiento. Para dar lugar a un funcionamiento adidáctico, es necesario que el problema sea adecuado y esto significa, en primer lugar que implique dicho conocimiento como recurso optimo de solución. Además, el problema debe poderse abordar sin disponer aún de este conocimiento, puesto que de lo contrario no se trataría de una situación de aprendizaje, sino de evaluación, o de aplicación. Debe poderse abordar sin el conocimiento en el sentido de poder realizar aproximaciones a la solución, pero no de resolver el problema de manera optima puesto que esto requeriría *ya saber*. O bien puede resolverse una variante del problema a partir de conocimientos previos, pero mediante el manejo de ciertas variables de la situación, se debe poder generar variantes para las cuales los conocimientos previos resultan insuficientes (Brousseau, 2000).

En este sentido el conocimiento del alumno surge como resultado de su interacción con el problema o conjuntos de problemas, mediatizadas por los aportes del docente, del contexto (áulico, institucional, etc.) y por la interacción con nuevas fuentes de información. La comprensión de los contenidos depende de cómo el alumno los incorpora, los identifica y los utiliza en el proceso de resolución de situaciones problemáticas. Sostenemos que los contenidos son significativos para el alumno cuando "funcionan" en la acción (para resolver el problema). Es decir que existe un vínculo directo entre la significatividad y la funcionalidad de los aprendizajes

En consecuencia el docente debe ser muy precavido y evitar ponerse a explicar antes de tiempo. A menos que el discurso forme parte de la explicación de ciertos organizadores previos, o del planteo de la situación, por ejemplo para que los alumnos se apropien de ella y la entiendan, el docente deberá abstenerse de brindar conocimientos antes de que el alumno aborde y accione sobre los problemas.

La situación adidáctica debe ofrecer al alumno una forma de control sobre el grado de éxito, o de error, de sus tentativas de resolución, es decir una forma de validar por sí mismo, sin la necesidad de intervención del juicio de un tercero. Esta condición es fundamental para dar lugar a un diálogo entre el alumno y el problema, permitiendo al alumno ver sus errores, corrigiendo o revalorando sus propios recursos.

Sobre esta perspectiva el alumno solo habrá adquirido verdaderamente un conocimiento cuando él mismo sea capaz de ponerlo en acción, en situaciones que encontrara fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional (Brousseau, 1986).

Sin embargo, cabe señalar que los alumnos no pueden resolver de golpe cualquier situación adidáctica, el maestro debe procurar las situaciones adidacticas que estén a su alcance.

3.2.3 Contrato didáctico

el concepto de contrato didáctico fue introducido como una causa posible del fracaso electivo en matemáticas, es decir el fracaso de niños que tienen déficits de adquisición , dificultades de aprendizaje o falta de gusto pronunciado en el dominio de las matemáticas, pero que se desempeñan actualmente en otras disciplinas (Brousseau 1986, citado en Ávila 2001b).

De acuerdo con Zarrazy (citado en Ávila 2001b) no es simple coincidencia el hecho de que el concepto de contrato didáctico haya aparecido en una investigación que trataba los fracasos electivos en matemáticas. Teniendo al centro el concepto de contrato didáctico, en la didáctica de las matemáticas las causas del fracaso no son consideradas como exteriores al proceso de enseñanza sino constitutivas de este (Brousseau 1980, Sarrazy 1996, citado en Ávila 2001b).

Contrariamente a las hipótesis entonces vigentes (problemas de aprendizaje, carencias culturales, entre otras) esta vía deja entrever modalidades de acción posibles en el cuestionamiento del contrato mismo. Es decir que la noción hace pasar de una centración en las dificultades de comprensión derivadas del cognoscitivismo, a una perspectiva interaccionista al interior del sistema didáctico. Su emergencia entonces marca una ruptura con los modelos deterministas o psicologístas del fracaso escolar (Sarrazy 1995, citado en Ávila 2001b).

La noción de contrato didáctico es entonces portador de la obligación de aprender, permitiendo explicar la interpretación que el alumno hace de la situación escolar y la forma en que su participación y sus respuestas se ven afectadas por tal interpretación. Por tanto el contrato didáctico es un concepto que formula y explica la tensión existente entre las razones intelectuales y didácticas que subyacen a las conductas y respuestas que los alumnos ofrecen en la escuela, a las formas en que participan en la relación didáctica (Ávila, 2001a).

En todas las situaciones didácticas el profesor intenta hacer saber al alumno lo que quiere que haga. Teóricamente el paso de la información y de la consigna del profesor a la respuesta esperada, debiendo exigir por parte del alumno la puesta en acción del conocimiento buscado, ya sea este conocido o en vías de aprendizaje. El maestro debe por tanto efectuar no la comunicación de un conocimiento, sino la devolución de un buen problema. Si esta devolución se lleva a cabo, el alumno entra en el juego y si termina ganando, el aprendizaje se ha realizado (Brousseau, 1986).

Sin embargo, el profesor no puede comprometerse a "hacer comprender" un conocimiento, y aún menos hacer que se produzca: nadie sabe como se hacen matemáticas nuevas, y mucho menos como se puede "hacer hacerlas" de manera certera. Por ende la relación didáctica no puede dar lugar formalmente a un contrato; las cláusulas no pueden escribirse; las sanciones en caso de ruptura no pueden ser previstas, etc. No obstante la ilusión de que hay un contrato es indispensable para que la relación se dé y eventualmente, tenga éxito. Por tanto el maestro y el alumno, se hacen una idea de lo que el otro espera de el y de lo que cada uno piensa de lo que el otro piensa, esta idea crea la posibilidad de intervención de devolución de la parte adidáctica de las situaciones y de la institucionalización. Esta ilusión permite la ficción de que el profesor enseña un saber definitivo preparando las adquisiciones posteriores sin tropiezos. La teoría de las situaciones muestra que la situación didáctica no puede depender del mismo tipo de modelos que las situaciones no didácticas (de uso didáctico) del alumno. Por lo tanto el ***contrato didáctico existe*** como una ficción necesaria. El juego entre situaciones reales y situaciones ficticias también es indispensable (Brousseau, 2000).

En síntesis, para Brousseau (1986, citado en Ávila 2001a) el contrato didáctico es lo que cada participante, el profesor y el alumno, tienen la responsabilidad de hacer y de lo cual será de una u otra manera, responsable frente al otro.

Para Chevallard (1988, citado en Ávila 2001a) el contrato didáctico regula las relaciones que maestro y alumnos mantienen con el saber, establece derechos y obligaciones de unos y otros en relación con cada contenido escolar. En tal sentido lo que se sabe del sujeto cognoscente no siempre es aplicable de forma directa a las acciones o respuestas del alumno, ya que en muchos casos estas son solo aplicables recurriendo a las pautas del contrato didáctico.

El contrato didáctico implica una distribución de responsabilidades entre el profesor y los alumnos.

3.2.4 Implicaciones de trabajo (que implica en el aula Brosseau)

Brousseau (2000) en sus reflexiones, se plantea cuales son los aportes de los conocimientos matemáticos necesarios para la educación y la sociedad y como llevar al aula dichos aportes.

Así en sus elaboraciones afirma que el comportamiento racional de una sociedad, es decir su relación tanto con la verdad como en la realidad, no descansa únicamente en las virtudes individuales de sus miembros. Exige una práctica social y una cultura que debe ser enseñada en la escuela. Las matemáticas constituyen el campo en el que el niño puede iniciarse más tempranamente en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de relaciones autónomas y sociales.

Para Douady (1995) existen diferentes situaciones que se pueden presentar en un momento determinado en la didáctica:

A) *El conocimiento matemático no es una manifestación de las relaciones didácticas ni para el profesor ni para los estudiantes:* la clase se restringe a una ficción didáctica donde el profesor "enseñara" cualquier cosa y los estudiantes la "aprenderán" ¿Cómo? Los estudiantes ejecutan tareas, que se dividen en sub-tareas más elementales, algoritmizadas según las necesidades de los estudiantes.

Bajo este supuesto la actividad matemática se sacrifica y los estudiantes no tienen otro medio de controlar sus producciones, solo la revaloración del trabajo, siendo esto poco confiable y esto los maestros lo saben, pero a pesar de esto los maestros siguen con sus lecciones y escogiendo adecuadamente las pruebas para su evaluación algunos estudiantes pasaran al siguiente grado, y así estará asegurada la supervivencia tanto para el que enseña como para el que aprende. Sin embargo algunos estudiantes se niegan a entrar en este juego y su suerte no es satisfactoria y otros fracasan a pesar de su buena voluntad.

B) *El conocimiento matemático es una manifestación de las relaciones didácticas para el profesor pero no para los estudiantes:* esta requiere que los estudiantes puedan entrar en una actividad intelectual y que ellos estén convencidos de que esto vale la pena, no solo desde el punto de vista de su inserción en la escuela, sino también desde un punto de vista social y cultural. Por tanto el profesor debe de disponer de un mínimo de medios para lograr esto. Sin embargo en este tipo de acciones los estudiantes aceptan involucrarse en el papel de actor y no se refugian en el papel único de ejecutores. En este contexto de aprendizaje el profesor no puede definir el *juego de la devolución* (Brousseau 1990, citado en Douady 1995). Para Brousseau, "*la devolución es el acto por el cual el profesor hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didáctica) o de un problema, y acepta él mismo las consecuencias de esa transferencia*".

La tentación de renunciar al conocimiento y de caer en un aprendizaje de técnicas más o menos memorizadas es atractiva para el maestro, pero no para los estudiantes ya que los aleja de aquello que pudiera tener significada para ellos.

C) *El conocimiento matemático es una manifestación de las relaciones didácticas para el profesor y para los estudiantes:* esta es una situación favorable desde el punto de vista de la matemática. Sin embargo, la construcción de significado no implica necesariamente la apropiación del conocimiento. Bajo algunas condiciones, tal construcción favorece la estructuración, que es la condición para que se pueda memorizar. Pero lo que se desea es que los estudiantes se esfuercen por conceptuar la realidad.

Bajo este marco teórico la presente investigación pretende dar una alternativa para todos aquellos alumnos que presenten dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, ya que es a través de la intervención como se puede apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje, enfrentando todos los problemas que se presenten.

El objetivo es ofrecer una propuesta práctica experimentada en el aula, con el objeto de que pueda ser experimentada en la tarea docente y que permita planificar mejor el proceso de enseñar y aprender matemáticas, y sabiendo con mayor profundidad la función especifica de cada una de las fases de las situaciones didácticas permita ejercer ajustes en el caso de ser empleadas en todas y cada una de las áreas establecidas en el plan y programas de estudio de la educación básica.

Como señala Brousseau (citado en fregona, 1999) la finalidad de la didáctica es comprender los fenómenos de la enseñanza, y de situaciones efectivas, especificas de cada saber que den la posibilidad al profesor de ejercer en su trabajo el margen de libertad que le otorga la sociedad, preservando los conceptos fundamentales, las palabras necesarias para utilizarlos, los ejercicios para aprenderlos, así como las situaciones que les dan sentido. En este sentido la búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos constituyen el interés del trabajo realizado dentro del aula de clases en una escuela secundaria, y que en la siguiente sección se abarca de forma más explicita.

Cabe señalar que el trabajo realizado se enfoco en el area de geometría, específicamente en el tema de congruencia de triángulos, por convenir a los interese del profesor.

MÉTODO

Variables:

- Dependiente

Aprendizaje de conceptos matemáticos relacionados con congruencia de triángulos.

- Independiente

Situaciones didácticas

Diseño:

Cuasi-experimental

Pretest-postest con grupo control y experimental. Los datos se sometieron a los siguientes análisis:

1. *Análisis descriptivo:*

Se utilizo una escala ordinal para medir el número de aciertos que tenía cada sujeto; obteniendo con esto la media de calificación de cada grupo.

2. *Análisis inferencial*:

Grupo Experimental: se realizo una comparación entre dos muestras de datos (pre y post test) y se aplico la prueba no-paramétrica T de Wilcoxon.

Grupo Experimental y Grupo Control: se cumplió con el supuesto de independencia. Se aplicó la prueba no-paramétrica U de Mann-Whitney, ya que se realizó una comparación entre dos muestras pequeñas no relacionadas.

Participantes:

- Participaron dos grupos de alumnos hombres y mujeres de tercer grado de secundaria. El primer grupo (experimental), estaba conformado por 28 alumnos con nivel de conocimiento bajo en matemáticas y el segundo grupo estaba conformado por 28 alumnos con un nivel más alto en cuanto conocimientos en matemáticas. Estos niveles fueron referidos por el maestro de grupo, al considerar las calificaciones y promedio general de cada uno de los grupos.

- 1 profesor de 3° de secundaria que imparte la asignatura de matemáticas

Escenario:

Escuela secundaria 229 "Ludmila Yivkova"

Materiales:

Diferentes tipos de triángulos manipulables, hojas tamaño carta, pizarrón, regla, compás, lápices, colores, gis, libro de Matemáticas.

Recolección de datos:

- Observación
- Entrevista al profesor
- Aplicación de pretest y postest
- Intervención por parte del profesor

Instrumentos:

- Bitácora
- Entrevista semiestructurada
- Pretest – postest

Procedimiento

Fase 1:

- Entrevista con el profesor: Primero se llevó a cabo una plática con el profesor para ver la posibilidad de trabajar con él dentro del aula. El profesor se mostró interesado.

- Acuerdos con Directivos: Una vez que el profesor aceptó la propuesta de trabajo, se llegaron a acuerdos con directivos, para ver la posibilidad de poder llevar a cabo el trabajo en la escuela a su cargo. Cabe mencionar que sin este permiso sería imposible trabajar en alguna institución de educación pública, puesto que el reglamento así lo confiere.

- Determinación de población: Se determinó conjuntamente con el profesor cuáles serían los grupos que tomaríamos en cuenta para llevar a cabo dicha propuesta. Se decidió lo siguiente:

Grupo experimental: nivel bajo en conocimientos matemáticos

Grupo control: nivel alto en conocimientos matemáticos.

- Discusión conjunta de conceptuación acerca de las situaciones didácticas y de su ubicación en el avance programático. Se llegó al acuerdo de trabajar con la unidad temática de geometría.

- Observaciones dentro del aula (grupo experimental) para poder apreciar la práctica educativa y de esta manera estructurar las actividades (situaciones didácticas), y por otro lado para que los alumnos se fueran adaptando a la presencia del investigador en el aula durante la clase de matemáticas.

- Planeación, diseño y discusión con el profesor de las situaciones didácticas: En este momento del trabajo se revisó nuevamente el avance programático del profesor, así como el plan y programas de estudios, para determinar qué campo temático se tomaría en cuenta y de esta forma diseñar las situaciones didácticas. En este caso, se consideró como campo temático triángulos y cuadriláteros, y como contenido de éste, congruencia de triángulos.

En esta etapa tanto el investigador como el profesor planeaban la tarea de manera conjunta, así como el material de apoyo que se necesitaría.

Fase 2:

- Aplicación del pretest (ver anexo3): Previo a la aplicación de las situaciones didácticas se realizó una evaluación individual con el fin de tener un parámetro de los conocimientos que los alumnos tenían en cuanto a conceptos matemáticos con relación a congruencia de triángulos,. Durante esta fase se pudo constatar que los alumnos del grupo control efectivamente tenían más conocimientos matemáticos de congruencia de triángulos, como: Nombres de triángulos, relación entre lados, suma de ángulos, y medición de ángulos, que los del grupo experimental, tal como lo refirió el profesor.

- Desarrollo de las situaciones didácticas por parte del profesor dentro del aula: Se trabajaron 3 sesiones de aproximadamente 40'. Las sesiones se condujeron conforme a los planteamientos de la teoría de las situaciones didácticas.

Durante esta fase el profesor a cada momento tomo en cuenta las cuatro fases de la situaciones didácticas y trato de llevar a cabo cada paso que determinan estas.

En el desarrollo de las situaciones didácticas el investigador solo fue observador y en algunos momentos intervino sobre todo cuando el maestro se acercaba a preguntar sobre el desarrollo del trabajo

- Retroalimentación (profesor-investigador): después de llevar a cabo el trabajo en el grupo, el profesor y el investigador se reunían para poder analizar el cómo se había llevado la actividad dentro del grupo, y así dar sugerencias y reestructurar en caso de ser necesario las siguientes actividades, siempre favoreciendo actitudes positivas de los alumnos hacia la actividad, tomando en cuenta diferentes estrategias y conocimientos.

Fase 3:

- Aplicación de postest: Posterior a la intervención se aplicó la misma evaluación que en el pretest, para obtener datos del aprendizaje de conceptos matemáticos que los alumnos habían alcanzado y de esta manera ver las diferencias obtenidas antes y después de la intervención.

- Entrevista al profesor: Se realizó con el fin de poder apreciar y saber la percepción que el profesor tenía del trabajo realizado en grupo, de cómo se había sentido y de qué tan pertinente es llevar a cabo este tipo de propuestas dentro del aula. Del mismo modo, ver la importancia que tiene el trabajar de manera conjunta profesionales de la educación.

- Análisis de resultados: Se aplicó la prueba no-paramétrica T de Wilcoxon para comparar el aprendizaje de conceptos matemáticos antes y después de la intervención en cada uno de los grupos.

- Para hacer una comparación entre grupos se aplicó la prueba no-paramétrica U de Mann-Whitney.

- Comunicación de resultados (profesor y directivos): Con el fin de dar a conocer los resultados obtenidos durante el trabajo en la escuela secundaria se entregó la investigación realizada a las estancias correspondientes, lo cuál pretende dar mayor difusión a este tipo de investigaciones, ya que estas son herramientas importantes a tomar en cuenta en toda institución educativa.

RESULTADOS

1. ANALISIS DESCRIPTIVO

1.1 Categorías de respuestas correctas: ambos grupos

Reactivo 1: Se pedía al alumno que agrupara a cada triángulo en la familia que correspondía, el máximo que se podía obtener fue 4 puntos, un punto por cada inciso.

Tabla 1: Número de alumnos que contestaron correctamente cada inciso del reactivo 1

	Grupo experimental (28alumnos)								**Grupo control (28 alumnos)**							
	Pretest				**Postest**				**Pretest**				**Postest**			
Incisos	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Alumnos	19	16	25	21	23	24	28	27	21	21	23	26	19	19	24	27

En la tabla 1, se presenta el total de alumnos de cada grupo, que realizaron correctamente el agrupamiento por familias en cada una de los incisos, en ambas condiciones. En la mayoría de los reactivos se observa un incremento en el postest para el grupo experimental.

Reactivos 2, 3, 4 y 5: En cada uno se pedía al alumno que especificara el criterio de agrupamiento. Se obtenía un punto por cada categoría definitorias del triángulo (nombre, lados, forma, ángulos). El máximo que se podía obtener fue 4 puntos por alumno.

Tabla 2: Número de alumnos que contestaron correctamente los reactivos 2, 3, 4 y 5

categoría	Grupo experimental (28 alumnos)								Grupo control (28 alumnos)							
	Pretest				Postest				Pretest				Postest			
	Reactivos				Reactivos				Reactivos				Reactivos			
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
Nombres de triángulos	2	1	0	0	7	6	2	8	12	9	6	11	8	9	9	12
Relación entre lados	6	3	5	1	12	10	13	3	9	11	10	2	14	7	8	2
Relación entre ángulos	2	0	4	3	2	1	4	6	2	1	1	6	3	1	2	7
Forma	7	8	11	11	2	3	4	4	2	5	2	3	2	3	7	5

En la tabla 2, se presenta el total de alumnos de cada grupo, que tuvieron la categoría definitoria del triángulo correcta en cada uno de los reactivos, en ambas condiciones. En la mayoría de los reactivos se observa un incremento en el postest para el grupo experimental. Sin embargo, para la categoria *Forma* observamos que en el pretest existe mayor número de alumnos con respuesta correcta, esto puede deberse a que antes de la intervención los alumnos se guiaban más por la observación perceptual y menos en sus conocimientos acerca de los triángulos.

El grupo control mostró similitud en sus puntajes tanto en pretest como en postest, cabe mencionar que aun sigue teniendo mayor puntaje que el grupo experimental, sin embargo, su nivel de conocimientos en cuanto a conceptos en relación con congruencia de triángulos no fue diferente después de la intervención.

Reactivo 6: En este reactivo tuvo valor de un punto la respuesta correcta

Tabla 3. Número de alumnos que contestaron correctamente el reactivo

	Grupo experimental (28 alumnos)		**Grupo control (28 alumnos)**	
Ubicación de ángulos	**Pretest**	**Postest**	**Pretest**	**Postest**
	25	27	28	25

En la tabla 3 se presenta el reactivo referido a ubicación de ángulos. Se observa que no hubo mucha diferencia en cuanto los puntajes obtenidos antes y después de la intervención debido a que la mayoría de los alumnos tenían este conocimiento.

Reactivo 7: Este reactivo se refiere a la suma de ángulos de un triángulo. Tiene valor de un punto si la respuesta es contestada correctamente.

Tabla 4: Número de alumnos que contestaron correctamente el reactivo

	Grupo experimental (28 alumnos)		**Grupo control (28 alumnos)**	
Suma de ángulos de un triángulo 180°	**Pretest**	**Postest**	**Pretest**	**Postest**
	3	22	15	24

En la tabla 4, se observa que los alumnos del grupo experimental obtuvieron mayor número de respuestas después de la intervención. En tanto que los del control no tuvieron un incremento tan marcado.

Reactivo 8, 9, 10: Este reactivo tuvo valor de tres puntos: Al medir correctamente los ángulos del triangulo rectángulo (T.R.); al medir correctamente el triangulo equilátero (T:E); y al medir correctamente el triangulo irregular (T.I.).

Tabla 5: Número de alumnos que contestaron correctamente el reactivo

	Grupo experimental (28 alumnos)						**Grupo control (28 alumnos)**					
	Pretest			**Postest**			**Pretest**			**Postest**		
Medición	T. R.	T. E.	T. I.	T. R	T. E.	T. I	T. R.	T. E.	T. I.	T. R	T. E.	T. I
de ángulos	22	11	4	24	12	14	28	18	12	27	22	18

En la tabla 5, no se observa mucha diferencia en el grupo experimental ya que los puntajes obtenidos en el T.R. muestran que más del 78% de los alumnos conocen este tipo de triángulos. En el T.E. no hubo diferencia, menos del 50% de los alumnos no ubica que siempre un triángulo de esta naturaleza va a tener ángulos iguales. Con respecto a T.I. llamado también triangulo escaleno, se observa diferencias en los puntajes obtenidos en ambas condiciones, puede ser posible que al dificultárseles más el manejo del transportador en este aspecto se mostraron interesados en saber la respuesta correcta, aunado a que la mayoría de los alumnos se sorprendía al descubrir que existían triángulos que la medida de sus ángulos era mayor a 90°.

Al igual que en el grupo experimental los puntajes obtenidos por el grupo control en el T.R. no muestran diferencias puesto que más del 90% de los alumnos conocen este tipo de triángulos, en el T.E. no se observa mucha diferencia en sus puntajes, con respecto a T.I, se observan diferencias en los puntajes, sin embargo no son tan marcadas como en el grupo experimental.

2. ANÁLISIS ESTADISTICOS

2.1 Comparación de medias por grupo y por reactivo

Tabla 6: Diferencias entre medias por reactivo, para el grupo control y para el experimental

	Grupo experimental					Grupo control				
Reactivo	Pretest	Postest	Diferencias	SD.		Pretest	Postest	Diferencias	SD.	
				Pretest	Postest				Pretest	Postest
1	3.03	3.71	.68 **	1.07	.59	3.35	3.28	-.07	1.02	.97
2	.10	.78	.68**	.41	1.39	1.46	1.35	-.11	1.47	1.54
3	.57	1.35	.78**	1.06	1.41	1.17	1.10	-07	1.44	1.22
4	.32	.42	.10	.54	.69	.35	.50	.15	.82	.83
5	1.35	.50	-.85**	1.25	.88	.50	.64	.14	1.10	1.02
6	.89	.96	.07	.31	.18	1.00	.89	-.11	.00	.31
7	.10	.82	.72**	.31	.39	.60	.85	.25	.49	.35
8	.82	.85	.03	.39	.35	1.00	.96	-.04	.00	.18
9	.39	.46	.07	.49	.50	.60	.78	.18	.49	.41
10	.14	.42	.28**	.35	.50	.42	.64	.22	.50	.48

** p = .00

En la tabla 6, se presentan por grupo y por reactivo las diferencias entre medias, que en este caso, son un indicador de la ganancia lograda de una a otra condición. En general se observa que para el grupo experimental, hubo ganancias en la mayoría de los reactivos, pero sólo fueron significativas (p =.00) para los reactivos: 1, 2, 3, 5, 7, 10, En el reactivo 5 se observa un decremento, esto puede atribuirse a que los alumnos antes de la intervención se guiaban más por la observación perceptual y menos en sus conocimientos acerca de los triángulos.

En relación con el grupo control puede observarse que hubo ganancias en los reactivos 4, 5, 7, 9, y 10. Sin embargo, no tuvo diferencias significativas en ningún reactivo. En los reactivos 1, 2, 3, 6, 8 se observa un decremento, esto puede ser debido a que este grupo continuó con la misma práctica de enseñanza, sin que existiera una intervención a través de situaciones didácticas.

2.2 Comparación global por grupo: prueba no paramétrica T Wilcoxon

Tabla 7: Diferencias entre medias para el grupo control y para el experimental en el puntaje global en la prueba.

Grupo	**medias**			**SD.**	
	Pretest	**postest**	**Diferencias**	**Pretest**	**Postest**
experimental	9.12	10.67**	1.55	2.99	2.57
control	10.50	11.03	.53	3.02	3.22

** p = .00

En la tabla 7, se observa una comparación global entre pre y postest de cada grupo. En el grupo experimental se encontraron diferencias significativas (p =.00) mientras que en el grupo control no se encontró.

2.3 Comparación entre grupos independientes: prueba no paramétrica U de Mann-Whitney

Tabla 8: Comparación entre grupos en el pretest y en el postest

Grupo	Medias		Puntaje Z	
	Pretest	Postest	Pretest	Postest
Experimental	21.20**	26.96	-3.374	-.713
Control	35.80**	30.04		

** p = .00

En la tabla 8, se presenta una comparación entre ambos grupos, observándose que en el pretest existen diferencias significativas entre el grupo control y el grupo experimental, y en el postest no difieren. Esto puede deberse a que antes de la intervención el grupo control tenía mayor conocimiento matemático que el del grupo experimental. Sin embargo, después de la intervención el grupo experimental aumentó su conocimiento matemático, mientras que el del grupo control fue similar antes y después de la enseñanza.

3. ANÁLISIS CUALITATIVO DE UNA CLASE BASADA EN LA PROPUESTA DE SITUACIÓN DIDÁCTICA

3.1 Fases de una situación didáctica y diálogo de una clase basada en la propuesta de situación didáctica

Descripción general de la actividad 1: (ver anexo 2)

(No fue posible presentar las otras actividades, ya que no se pudieron grabar por cuestiones ajenas a la investigación, por tanto fue imposible obtener todos los diálogos realizados por los alumnos y el profesor).

El diálogo presentado es de la primera actividad realizada, el objetivo era que los alumnos conocieran los elementos que determinan una figura geométrica, en particular, criterios de igualdad o congruencia de triángulos.

En la actividad se dividió al grupo en equipos (4 alumnos por equipo) y se les proporcionaron diferentes tipos de triángulos para que formaran figuras geométricas especialmente cuadrados, durante la actividad se requirió que los alumnos manipularan diferentes tipos de triángulos para que identificaran los elementos que determinan una figura geométrica

El siguiente cuadro esta dividido en: 1) Fases que se requieren para construir una situación didáctica, 2) Cuestiones didácticas, que dan a conocer el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos del alumno, 3) Acciones del docente, que permiten ver como va actuando a través de los diferentes momentos de la situación didáctica, 4) Diálogo durante la situación didáctica en el aula. (El diálogo que a continuación se presenta es de un equipo de alumnos durante la situación didáctica).

FASE	CUESTIONES DIDACTICAS	ACCIONES DEL DOCENTE	UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA DENTRO DEL AULA
Acción	Aparece mentalmente una representación mediadora entre el sujeto y la situación. El alumno imagina la solución requiriendo de sus conocimientos prácticos. En esta fase se involucra aspectos cognitivos como cuestiones de índole practico	Adopta el rol de un guía, interviene solamente como facilitador de la búsqueda, aclara las consignas, alerta sobre obstáculos agregados por los alumnos. Pero se abstiene de brindar información que condicione la acción del alumno. El profesor promueve la aparición de muchas idas, pues esta fase es la más creativa, también se limita a favorecer la generación de propuestas de solución.	***Consignas por parte del profesor (P)*** P: Formen equipos -Van a formar lo que quieran con estos triángulos -Me van a decir cómo podemos armar diferentes cuadrados con sus triángulos -Piensen ¿por qué no podemos armar cuadrados con triángulos equiláteros **Diálogo entre alumnos** A1: hay que separarlos A2: no, no A3: trae estos para acá A:1 estos van aquí, porque son los mismos A4: éstos no A1: es que hay que ir triángulo, por triángulo A:3 no es exactamente, pero sí lo vemos en otra dimensión A4 ¿Cómo vamos a saber los cuadrados? A2-A1: pues deben de coincidir A1: ¿Cómo le hacemos? A3: pon tu mano aquí (para sujetar el material) A2: hay que guiarnos por esto (señala los lados del triángulo)

Formulación	Esta fase exige que el alumno explicite los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender y para ello utiliza medios de representación convencional	Esta siempre vigilante para evitar que los alumnos pierdan el "hilo" del proceso, y procura que se organicen de modo que puedan diseñar y materializar la solución. (Selecciona los materiales, divide las tareas, etc.). Sondea él "estado del saber y los aspectos afectivos y actitudinales, detecta procedimientos inadecuados y dificultades.	**Dialogo entre alumnos y profesor** A4: maestro no tenemos grandes, nos faltan P: a ver que pretenden hacer Alumnos: pues un cuadrado P: y qué características tiene un cuadrado A3: cuatro lados P: y cómo son sus lados A1: lados iguales P: entonces ¿esto puede ser un cuadrado?, por qué no intentan con éstos A3: ¿éstos? P: piénselo A2-A3: entonces ¿los triángulos tienen que ser iguales? A4: estoy de acuerdo y luego el otro, para que vaya al lado de este (señala) A3: cada quien agarre uno para que sea más fácil A1: pero va al revés A2: con todos estos que sobraron debemos hacer otro A2: no sale este cuadrado, maestro

Validación	Es una fase de presentación de resultados y de confrontación de procedimientos, durante esta fase el alumno es quien verifica sus resultados sin tener que recurrir a lo que el profesor dicta. Aquí comienza un proceso de "metacognición" que se completa en la fase siguiente.	El profesor estimula y coordina las exposiciones, los ensayos, los debates y las justificaciones. Devuelve al grupo las dudas y las contradicciones que aparecen, señala procedimientos diferentes, lenguajes inapropiados, trata de condensar para validar los saberes. Es en este momento que crece el valor de la intervención del profesor. Coordina y resume las conclusiones que son clave para la próxima fase.	P: ¿por qué creen que no les sale? A1: porque estos triángulos no son iguales P: a ver, estos triángulos ¿tienen sus lados iguales? A3: no P: entonces A3: son distintos triángulos A1: ah! Acuérdense de los nombres A2: los que son diferentes P: ¿como cuáles? A4: equiláteros A2: isósceles P: ¿Qué características tienen? A3-A4:sus lados iguales P: ¿cómo se llamarán entonces? A:1 estos son isósceles y estos escalenos P: ¡muy bien!, ¿Por qué? A2: por sus dos lados iguales A4: y los otros, por qué no tienen lados iguales A3: entonces ¿los equiláteros? A1: todos sus lados iguales A2: pero, no podemos formar un cuadrado solo con equiláteros P: no, ¿Por qué? A4: por que sus lados son iguales P: entonces A3: necesitamos un par de estos A1: triángulos rectángulos P: ¿Cuáles son esos? A2: esos son escalenos A4: pero también pueden ser triángulos rectángulos

Institucionali-zación	El saber se descontextualiza, aquí se debe explicitar y reordenar el lenguaje apropiado y avanzar en los niveles de abstracción correspondientes. La síntesis conceptual produce una especie de "cierre" en la elaboración del saber además de contribuir a resignificar el aprendizaje en el contexto global del alumno.	El rol del profesor es un aspecto decisivo en esta fase como mediador de códigos de comunicación. En esta fase el profesor explica, sintetiza, resume, explicita, y rescata los conocimientos puestos en juego para resolver la situación planteada. Tal vez habrá contenidos nuevos y viejos pero estos pueden ampliarse o consolidarse. Mediante la reflexión compartida con sus alumnos sobre "o que hicimos", extrae de la experiencia realizada en el aula los contenidos que quiere enseñar.	P: por supuesto, ¿Por qué creen? A3: tiene todos sus lados diferentes A2: pero con esto podemos formar un cuadrado A1: pues sí, por sus ángulos de 90° A4: entonces, si dos triángulos de este tipo son iguales podemos formar un cuadrado P: muy bien, perfecto Alumnos: ya terminamos P: muy bien, ahora yo les preguntaría, ¿qué tipo de triángulos tienen? A4: equiláteros A2: isósceles A3: este es un escaleno por sus lados diferentes P: a ver jóvenes, ustedes ya deben saber ¿Qué tipo de triángulos usaron para poder formar los cuadrados? Alumnos: sí P: Qué otra respuesta me pueden dar A4: por sus ángulos P: claro, por sus ángulos interiores, ya les dije que pueden fijarse en sus escuadras, todas ellas forman triángulos, pero de diferentes ángulos, ¿Cómo cuales? A2: una de 90° y 45° A1: otros de 60° y 30° P: ahora les pregunto, ¿usaron los triángulos como rompecabezas, o con un método especial? A3: al principio sí, pero poco a poco fuimos viendo sus formas o características como usted les llama P: ¿Cuáles características? Diferentes Alumnos: que existen diferentes tipos de triángulos, que sus ángulos son diferentes, que no se pueden formar cuadrados con triángulos equiláteros por que no tienen un ángulo recto.

En el diálogo presentado, podemos observar que el profesor pretendió en todo momento llevar la situación didáctica paso a paso, de manera tal que los alumnos fueran apropiándose del saber, sin que él tuviese que intervenir o dar los conocimientos ya establecidos. El profesor trató de que los alumnos construyeran su propio conocimiento para que de esta manera pudiesen conceptuar sus conocimientos matemáticos en relación con congruencia de triángulos. Los alumnos construyeron entendimientos acerca de congruencia de triángulos a través de las cuatro fases didácticas propuestas por Brosseau, esto se nota pues a principio ellos trabajaban de manera intuitiva, y no por aspectos cognitivos, conforme pasaba el tiempo ellos fueron conjugando aspectos prácticos y cognitivos, para que al final construyeran los conceptos requeridos para el tema.

Observando lo anterior, podríamos decir que trabajando a través de situaciones didácticas, los alumnos pueden acceder más fácilmente a los conocimientos matemáticos, sin que vean a las matemáticas aburridas o difíciles.

2. Fragmentos de la entrevista realizada al docente (ver anexo 4)

La entrevista se realizó con el fin de conocer la visión del profesor después del diseño y aplicación de situaciones didácticas, así mismo nos permite conocer su experiencia de trabajar con esta alternativa. Por otro lado, permite conocer su visión de haber trabajado conjuntamente con un psicólogo de la educación en pro de mejorar el aprendizaje de los alumnos

Punto de vista sobre situaciones didácticas

✓ ¿Las actividades realizadas fueron paralelas y ajenas a las cotidianas?

R: No, se complementó con las que tenemos ahí, inclusive están completas

✓ ¿Las actividades propuestas hicieron que todos los alumnos participaran más de lo acostumbrado?

R: Podría decirse que fue normal y en algunos casos si participaron un poco más

✓ ¿Las actividades propuestas implicaron descuidar algunos aspectos de su programa?

R: No, estuvo bien, estuvo dentro del programa

✓ ¿Las actividades implicaron modificar determinados aspectos de sus prácticas de enseñanza?

R: Al contrario, creo que me ayudaron

✓ ¿Fueron claras las actividades para poderlas realizar?

R: Sí, totalmente

✓ ¿Las actividades propuestas requirieron condiciones imposibles de lograr y tener disponibles recursos extraordinarios?

R: No, me parece que fue una actividad que no se había llevado a cabo y sobre todo tuvieron el material adecuado

✓ ¿Se puede articular este tipo de actividades a diferentes temas?

R: Sí, principalmente en geometría, e, inclusive en álgebra.

✓ ¿Estas actividades apoyaron a los alumnos en su aprendizaje?

R: si, si, al 100%, por que ven físicamente la geometría y no nada más a base de trazos.

Experiencia obtenida

✓ ¿Qué obstáculos enfrento al trabajar en el aula?

R: el espacio, el espacio no es adecuado, necesitamos otro tipo de espacio, lo hubiéramos podido realizar mejor en el taller

✓ ¿Usted cree que estas actividades contribuyeron a lograr los propósitos del tema?

R: claro, definitivamente al 100%

✓ ¿El tema se presta para este tipo de actividades?

R: Si, y todo los temas de geometría son muy buenos para este tipo de actividades, les gusta a los muchachos inclusive, yo creo que trabajando con ese tipo de material y con algo más, inclusive muñecos y algún tipo de papel papiroflexia inclusive, a lo mejor les gustaría trabajarlo de esa forma.

✓ ¿Usted llevaría a cabo este tipo de actividades a otros grupos?

R: si, si, de hecho las voy a llevar, pero complementándolas, y no es que no estuviera completo, si no que aprovechando ya esa parte que se hizo, pues poderla adecuar para otros temas.

✓ ¿Que logros o tendencias de mejoramiento pudo observar?

R: Yo pude ver que entendieron más lo que era un triangulo, y se acordaron bien de lo que era un triangulo equilátero, isósceles, un triangulo rectángulo, y me dio menos problema después el siguiente tema.

✓ ¿Que capacidades y actitudes esperaba que lograran los alumnos con estas actividades?

R: pues yo esperaba precisamente eso, que se dieran cuenta físicamente de lo que pueden hacer y armar con los triángulos a final de cuentas, y se pudieran dar cuenta que todo es bien fácil, nada más que si lo visualizan se les facilita más.

✓ ¿Que opinión tiene usted acerca del trabajo realizado y de las actividades planeadas?

R: Yo siento que es bueno, pero también voy a insistir en algo, los tiempos a veces no se nos dan, y no por que vaya uno corriendo, porque la idea total de la educación es que aprendan, y lo poco que aprendan lo aprendan bien, no que se vea todo el temario y no lo hayan aprendido, pero si definitivamente hay temas en los que no nos podemos tardar mucho tiempo.

Trabajo conjunto

✓ ¿Cree que el trabajo conjunto (docente-Psicólogo) puede fortalecer el aprendizaje en los alumnos?

R: Sí, sobre todo en conjunto, porque de alguna manera podría o podrían traer un programa, pero tendríamos que verlo, como vimos este y ver si es adecuado para los muchachos.

✓ ¿Para usted cuales serían las principales razones de trabajar conjuntamente (docente-psicólogo)?

R: La idea que yo tengo de todo esto es que siempre va a ser bueno, una tercera, inclusive una cuarta persona que este trabajando con los niños en el mismo momento siempre va ayudar, porque uno no tiene la idea total de la educación, sobre todo nosotros los profesores a veces no tenemos esa finura del Psicólogo que ve mas haya de los conceptos generales, los psicólogos en lo particular tienen pues a veces ese don inclusive de tratar al muchacho mejor que uno, entonces si hay una participación de un psicólogo y de un profesor a veces hasta le pueden hacer ver a uno errores en cuanto a la enseñanza y no de este tema en particular si no en general e inclusive de los errores que tiene uno como persona, y ojala se los hicieran ver a uno, pues yo no estoy en contra de que me hagan observaciones, si no al contrario es una manera de cooperar.

✓ ¿Cuales considera usted que pueden ser las vías adecuadas para trabajar conjuntamente en pro del aprendizaje de los alumnos?

R: Yo creo que son acuerdos más que nada, ver con mucho tiempo antes de dar o impartir una clase las actividades a realizar, ponerse de acuerdo en como llevarla a cabo, pero también es bueno abordarlo de otra forma en cuanto a que hacer con el muchacho para que capte más rápido, que sería creo yo su parte, bueno es trabajo de los dos, sobre todo por que es la parte más interesante.

Creo que si no hay un trabajo conjunto, definitivamente no puede haber nada, y sobre todo eso de estar viendo las formas de trabajo desde antes, porque si no las vemos antes y las vemos en el momento no va a tener éxito ni aquí ni en ningún lado y la planeación siempre debe estar antes y sobre todo con acuerdos.

✓ ¿Usted estaría dispuesto a volver a trabajar con este tipo de actividades?

R: Si, yo estoy abierto y dispuesto a cualquier trabajo siempre y cuando sea positivo, y como yo no vi nada de impositivo y nada malo en todo esto, al contrario creo que fue de ayuda mutua, inclusive los que salen beneficiados son los muchachos, por lo tanto yo seguiré adelante, sobre todo porque no perjudica en nada la labor que estamos haciendo, ni los temas que estamos viendo, y mucho menos no nos salimos del programa

A partir de la entrevista realizada podríamos decir que el trabajar con el profesor puede ayudar a mejorar el aprendizaje de los alumnos, sobre todo por que los profesores y nosotros podemos tener puntos de referencia para abordar los obstáculos cotidianos en el aula y a su vez expresar opiniones y sugerencias. Conscientes de la importancia de reformular las funciones y canales de comunicación entre todos los protagonistas del proceso educativo.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los datos encontrados en la presente investigación contribuyen al estudio de los factores involucrados en el aprendizaje matemático. Así mismo, los resultados permiten discutir situaciones sociales y psicológicas que favorecen el aprendizaje de conceptos matemáticos en la escuela secundaria.

La Matemática es una ciencia formal que se recrea a sí misma con los avances de la investigación en el área. Su aprendizaje se concibe como un proceso personal de construcción permanente en situaciones de interacción social, a partir del cual cada persona se apropia de un saber que le permite interpretar la realidad.

A través del desarrollo del trabajo se pretendió propiciar un cambio significativo en el aprendizaje de conceptos matemáticos a partir de un modelo didáctico basado en la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, que sustenta los actuales planes y programas de estudio de la educación secundaria. Uno de los conceptos básicos de este enfoque es concebir a la resolución de problemas como el motor del aprendizaje matemático.

De acuerdo a los planteamientos didácticos de esta teoría, en la investigación, se planteó el "problema" como una situación que despertara el interés del alumno, retándolo intelectualmente y propiciando su reflexión. Además, se permitió la presentación de muchas soluciones para provocar en el aula la discusión e intercambio de opiniones entre todos los alumnos.

La socialización de los conocimientos matemáticos permite, tal como lo menciona Santos (1997, citado en Parra, 2003), que la enseñanza conduzca a crear un ambiente de aprendizaje que tienda hacia la aceptación de un salón de clases como una comunidad matemática, en donde los alumnos participen activamente en actividades matemáticas, con el fin de que exploren diversas soluciones, hagan conjeturas, utilicen representaciones y comuniquen resultados de manera oral y escrita.

Como lo afirman Nunes y Bryan (1998), el aprendizaje de conceptos matemáticos es medular, ya que los estudiantes tienen que construir una gran cantidad de conocimientos acerca de las relaciones lógicas, de los conceptos y principios matemáticos y sobre los sistemas de representación matemática convencionales. Este conocimiento debe guardar una relación estrecha con situaciones específicas.

Así mismo, Brousseau (1994) define el sentido de un conocimiento matemático, no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática, ni sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc.

Por ende y coincidiendo con el enfoque oficial de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas expresado en los materiales de apoyo del docente (SEP, 1993), creemos que el empleo de situaciones didácticas dentro del aula, permite que los alumnos se responsabilicen de su aprendizaje por medio de la solución de problemas, constituyendo esto un aspecto importante que asegura a los estudiantes un desempeño exitoso en la construcción del conocimiento. El conjunto de actividades que se realizaron en el aula trataron de establecer un conveniente equilibrio entre la práctica y la teoría, entre la manipulación y la reflexión, entre la opinión e investigación.

Al respecto, Ávila (2001a) considera que en el proceso de construcción de nuevos conocimientos, los alumnos ponen en marcha los saberes que han construido previamente y el reconocimiento de tales saberes implica que el maestro debe admitir que los alumnos tienen conocimientos previos y que es necesario el acercamiento a una actividad de enseñanza con base en la perspectiva de quién está aprendiendo.

Como señala Brousseau, el profesor no debe ser un trasmisor de saberes, tampoco un promotor de descubrimientos, debe ser mas bien un creador de situaciones y problemas que permitan un vínculo directo entre el alumno y el saber matemático escolar, aunado a que debe ser un coordinador de las interacciones, discusiones y validaciones del saber, para que finalmente se encargue de la institucionalización, es decir, es quien establecerá el vinculo entre los conocimiento locales y el edificio del saber organizado que la escuela y la sociedad han legitimado.

Bajo esta perspectiva, el papel del docente en la presente investigación consistió en diseñar conjuntamente con el psicólogo situaciones didácticas que fueran significativas para los alumnos. Es decir, que les permitieran aproximarse a su solución utilizando sus conocimientos previos y que a la vez, la situación enfrentada ofreciera una dificultad que ayudara a los alumnos a evolucionar en sus conocimientos.

Por tanto, en su quehacer didáctico el profesor en vez de plantear problemas estereotipados, planteó problemas abiertos; y en vez de observar resultados, observa estrategias de solución; sustituyendo el trabajo individualizado por el trabajo en equipo, propiciando la confrontación de opiniones.

En este sentido, para Artigue (1995) el trabajo del maestro es proponer y organizar una serie de situaciones con distintos propósitos y diversos desafíos. Para ello, es necesario tener en cuenta las diferentes fases de una propuesta didáctica: acción, formulación, validación e institucionalización y reconocer que el proceso que pone en juego el docente, es inverso al del científico pues en lugar de crear el conocimiento busca situaciones que den sentido a los conocimientos a enseñar. Es decir contextualizando y personalizando el saber para lo cual presenta problemas extraídos de todos los contextos posibles: de origen cotidiano, tecnológicos, funcionales y aquellos propios de la ciencia misma.

Ahora bien, sabemos que una de las limitantes que enfrentan los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas formales es que el docente les presenta las tareas desvinculadas de sus conocimiento. En este contexto, la presente propuesta fue de utilidad para mejorar el aprendizaje, ya que existió una formación constante del docente participante, con relación a: el análisis del sustento teórico, el conocimiento matemático a enseñar, las posibilidades cognoscitivas del alumno y las secuencias del eje conceptual a trabajar. De esta forma se garantizó un adecuado planteamiento didáctico de las situaciones de aprendizaje diseñadas y que éstas, en consecuencia, ayudaron a promover aprendizajes significativos en los alumnos.

En este sentido, el trabajo presenta puntos de coincidencia con lo planteado por Brousseau (1994, citado en Ávila 2001a) pues considera la didáctica un ámbito institucional que trasciende los límites de la escuela, asumiendo que ciertas instituciones e individuos interactúan alrededor de tareas que hacen necesaria la creación, la trasformación, el intercambio y la difusión de conocimientos matemáticos

Lo anterior, evidencía que esta propuesta facilita el trabajo del docente pues le permite acceder a las capacidades cognitivas de los alumnos, ya que la observación permanente y constante de lo que acontecía en el grupo, en el momento mismo que se llevaba a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje favoreció el registro puntual de los resultados obtenidos. Además, le permite constatar que las dificultades y los errores en el aprendizaje de las matemáticas no se reducen a los menos capaces. Ya que, casi siempre algunos y en algunas ocasiones todos, tienen dificultades y cometen errores en el aprendizaje de las matemáticas. El conocimiento que el docente logra de sus alumnos favorece que ellos aborden más fácilmente los contenidos curriculares en este caso a congruencia de triángulos.

Los resultados de esta investigación coinciden con lo planteado por Brousseau (1986), Ávila (2001b), Coll, Palacios, Marchesi (1990), Block.(1991), Richard (1993) con respecto a que al aprender matemáticas, los alumnos siguen un proceso individual a través del cual construyen su conocimiento y que en éste, la interacción del alumno con el medio juega un papel fundamental.

Se puede ver que a través de la implementación de situaciones didácticas en el aula, se logra que los alumnos adquirieran mayor conocimiento de conceptos matemáticos, lo cual se ve reflejado en la evolución de sus respuestas a lo largo de las actividades. Se confirma que la calidad del aprendizaje es superior cuando las matemáticas pueden son enseñadas a través de situaciones didácticas.

Sin embargo, es conveniente señalar algunas limitaciones del presente trabajo: La contribución de la propuesta al aprendizaje de conceptos matemáticos se vio limitada por la diversidad de actividades que la propia escuela y el calendario escolar determinaban. Si bien estos datos son elementos importantísimos para mejorar el aprendizaje de las matemáticas a través de situaciones didácticas a partir de sus cuatro fases, es necesario que estas se implementen a un mayor número de grupos, que permita probar su eficiencia.

En este mismo contexto se debe tener una visión a futuro, de abordar otros contenidos matemáticos implementando otras experiencias con la teoría de las situaciones didácticas, las cuales sirvan como herramienta que ayude al profesor de secundaria en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los diferentes grados.

Así mismo el hecho de compartir con docentes diferentes estrategias de enseñanza que estimulen el aprendizaje matemático en los alumnos, resulta ser un trabajo pertinente y benéfico, por que se pueden lograr efectos positivos tanto en la aplicación de situaciones didácticas, como en el aprendizaje matemático a través de programas de intervención que estimulen las habilidades matemáticas en los alumnos

Es importante enfatizar, que al trabajar con docentes, el investigador debe negociar con ellos, pues esto posibilita la actitud colaboradora en torno a la aplicación de programas. Promoviendo que se diseñen de manera conjunta, negociada y co-participativa la mayoría de las actividades. En este proceso, es útil destinar un periodo de intercambio de ideas y otro de sensibilización entre los participantes del contexto educativo (docentes, psicólogo, alumnos) para facilitar la aceptación tanto de ideas como de expectativas de las partes implicadas.

Es pertinente enfatizar que todas las actividades deberán realizase en un ambiente estimulante, de colaboración y respeto mutuo, donde los alumnos tengan la oportunidad de expresar su pensamiento, comunicar y discutir ideas.

Es importante que el maestro evite transmitir la impresión de que enseña algo difícil a alguien que nada sabe o entiende. Los errores de los alumnos más que penalizados, deberán ser utilizados para que reflexionen y mejoren su aprendizaje.

Es conveniente que al diseñar las actividades, se consideren las otras asignaturas que se imparten en secundaria, como son la física, química, biología, etc. Puesto que estas asignaturas requieren del apoyo de matemáticas, al mismo tiempo que son una fuente rica de ejemplos y actividades que sirven al maestro para mostrar a los alumnos las aplicaciones de las matemáticas y sus relaciones con otras disciplinas.

Se considera necesario seguir investigando en contextos educativos mexicanos las condiciones de aprendizaje que los estudiantes de secundaria desarrollan, para así proponer alternativas psicopedagógicas que ayuden a mejorar la adquisición de los conocimientos a través de la tarea didáctica, centrándose en tres componentes fundamentales: el saber, los alumnos, el profesor y las relaciones que se generan entre ellos (Artigue 1992, citado en Farfán, 1997).

Por otro lado, es importante que se evalué constantemente a los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje en el momento y el lugar donde se lleva a cabo dichos procesos (en este caso el salón de clases), para poder ofrecer respuestas más claras y precisas acerca de las prácticas educativas más pertinentes.

BIBLIOGRAFÍA

Alatorre, S., Bengoechea N., López L., Mendiola E. y Sáiz M. (1999). *El texto gratuito de matemáticas en la educación primaria. Un método de análisis para optimizar su uso.* Correo del Maestro, núm. 33. Documento en línea, disponible en: **http://www.correo** del maestro.com/anteriores/1999/Abril/indice35.htm.

Artigue, M. (1995). "Ingeniería didáctica". En:Artigue, M., Douady, R., Moreno, P. Gómez (Eds.) *Ingeniería didáctica en educación matemática.* México: Iberoamérica. 33-59.

Ávila, S. A. (2001 a). *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar.* Tesis de Doctorado en Pedagogía. Facultad de Filosofía y Letras, UNAM.

Ávila, S. A. (2001b). "El maestro y el contrato en la teoría Brousseauniana". *Educación matemática.* 13, 3, 5-21.

Bishop, A. (1991). Mathematical enculturation. *A cultural perspective on mathematics education.* Boston: Kluwer Academic Publishers.

Block, D. (1991) Una corriente de investigación en didáctica de las matemáticas en el nivel básico. *Cuarto nivel,* México. 1, 2, 52-56.

Bosch, C., Gómez, C. (1999). *Matemáticas 3, Secundaria.* México: nuevo México.

Bruer, J. (1995*). Escuela para pensar: Una ciencia del Aprendizaje en el aula.* Barcelona: Paidos. 13-30.

Brousseau, G. (1986). "Fondements et méthodes de la didactique des mathemátiques". *Recherches en Didacthiques des Mathemátiques.* 7, 2, 33-115.

Brousseau, G. (1988). "Le contrat didactique: le milieu". *Recherches en Didactique des Mathématiques. 9, 3,* 309-336.

Brousseau, G. (1994). "Los diferentes roles del maestro" En: Parra, C. Sainz I. (compiladoras). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. México: Paidos. 65-94.

Brousseau, G. (2000). "Educación y didáctica de las matemáticas". *Educación matemática*.12, 1, 5-38.

Callejo, M. (1994). *Un club matemático para la diversidad*. México: Narcea

Carrillo, J. y Contreras, L. (1995) Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza en: *Educación Matemática. 7*, 3, 79-92.

Castañeda, A. (2000). *Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión*: una aproximación socioepistemológica. CINVESTAV. 13-20.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par un aproche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 12, 12, 73-112.

CINVESTAV (1994). *Lecturas en didáctica de las matemáticas. Escuela Francesa*. México: IPN

Coll, C. Palacios, J. Marchesi, A. (1990). *Desarrollo Psicológico y educación*. Madrid: Alianza

Corbalan F. (2000). En: Goñi, J. M., Alsina, C., Ávila, D., Burgués, C., Comellas, J., Corbalán, F., García, M., Hahn, C., Serra, J. (2000). *El currículo de matemáticas en los inicios del siglo XXI*. Barcelona: Graó de Irif.

Douady, R. (1995). "La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento". En: Artigue, M., Douady, R., Moreno, P. Gómez (Eds.) *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Iberoamérica. 61-79.

Farfán, R. M. (1997). *Ingeniería didáctica un estudio de la variación y el cambio*. México: Iberoamérica.

Flores, R. (2001). Aprendizaje e instrucción estratégica en alumnos con problemas de aprendizaje. *Revista mexicana de psicología.* 18, 2, 247-256

Flores, R. (2003). *El conocimiento matemático en problemas de adición y sustracción: un estudio sobre las relaciones entre conceptos, esquemas y representación.* México: Universidad Autónoma de Aguascalientes.

Flores, P., Alfinio, R. A., Philipp, J. T., Sowder, B. S. (1994) La reflexión en la práctica de la enseñanza de las matemáticas en: *Educación Matemática.* 6, 1.

Fregona, D. (1999). "La didáctica de la matemática y la formación de profesores de matemáticas".*Educación matemática.* 11, 2, 5-15

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education.* Kluwer Academic Publisher

Gálvez, G. (1994), "La didáctica de las matemáticas 1" En: Parra, C. Sainz I. (compiladoras). *Didáctica de matemáticas aportes y reflexiones.* México: Paidos.39-50.

Gálvez, G. (1995). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición Para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria.* Tesis de Doctorado en Ciencias. CINVESTAV. IPN.

García, C. A. (2003) "La didáctica de las matemáticas: una visión general". *Matemáticas en secundaria.* Documento en línea disponible en: *Red telemática educativa europea* http://nti.educa.rcanarias.es/rtee.htm.

Guzmán, M. (1989). Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática, Estudio pedagógico. *Revista de Ciencias de la Educación.* l, 21, 19-26.

Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor.* Barcelona: Labor.

Mattos, L. (1974). *Compendio de didáctica general.* Buenos Aires: Kapelusz

Markarian, R. (1997) La matemática en la escuela, *El correo del maestro*. Nov., 18, 36-42.

Martínez, J. (1994). *Matemáticas fáciles 3*. México: Herrero

Martínez, M., Struck, F., Palmas, O., Álvarez, M. (2001). *Matemáticas 3*. México: Pearson Educación.

Mascareño, H. (1997) *El perfil didáctico constructivista del problema matemático en el libro del alumno de II grado de educación primaria*. Tesis de Licenciatura.UPN

Monereo, F. & Solé G. (1996). *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista*. España: Alianza.

Monereo, F. Castelló, M. Clariana, M. Palma, M. Pérez, M. (2001). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en la escuela*. España: Gráo.

Nunes, T. y Bryant, P. (1998). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*. México: Siglo XXI. Segunda edición.

Parra, M. (2003). *La instrucción por medio de la resolución de problemas dentro de una comunidad de aprendizaje matemático*, Tesis de maestría en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM.

Peltier, M. L. (1993). Una visión general de la didáctica de las matemáticas en Francia. *Educación Matemática*. 5, 2, 5-10.

Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos Psicológicos*. Barcelona: Paidos

Richard R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*, Madrid: Morata

SEP (1993). *Plan y programas de estudio*. Educación secundaria. México.

SEP. (1997). *El libro del maestro.* Matemáticas educación secundaria. México

Socas, M. (1999). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. *Cuaderno de formación del profesorado.* Barcelona: MEC.

Valiente, S. (2000). *Didáctica de las matemáticas el libro de los recursos*, Madrid: La muralla.

Velásquez, B., Flores, L., García G., Gómez, E., Nolasco, H. (2001). *El desarrollo de habilidades matemáticas en situación escolar*. México: Ibero América.

ANEXO 1

Los nuevos programas de estudio (SEP, 1993) enfatizan los siguientes aspectos en la enseñanza de la geometría:

* Trazos y construcciones geométricas, como una forma de explorar y conocer las propiedades y características de las figuras geométricas.
* El conocimiento y uso efectivo de los diferentes instrumentos de medida, así como favorecer el desarrollo de las capacidades para estimar magnitudes físicas y geométricas.
* Exploración de las simetrías de una figura, favoreciendo la manipulación, el dibujo, la medida y la investigación de las trasformaciones de dos o más simetrías.
* El conocimiento, la manipulación y la representación plana de sólidos comunes, para desarrollar en los alumnos la imaginación espacial, comprendiendo y utilizando adecuadamente el lenguaje utilizado.
* Aplicación de formulas para el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, así como de los teoremas y semejanzas.
* Iniciación gradual del razonamiento deductivo, considerando que la demostración matemática es un objetivo que requiere de tiempo y una preparación cuidadosa.

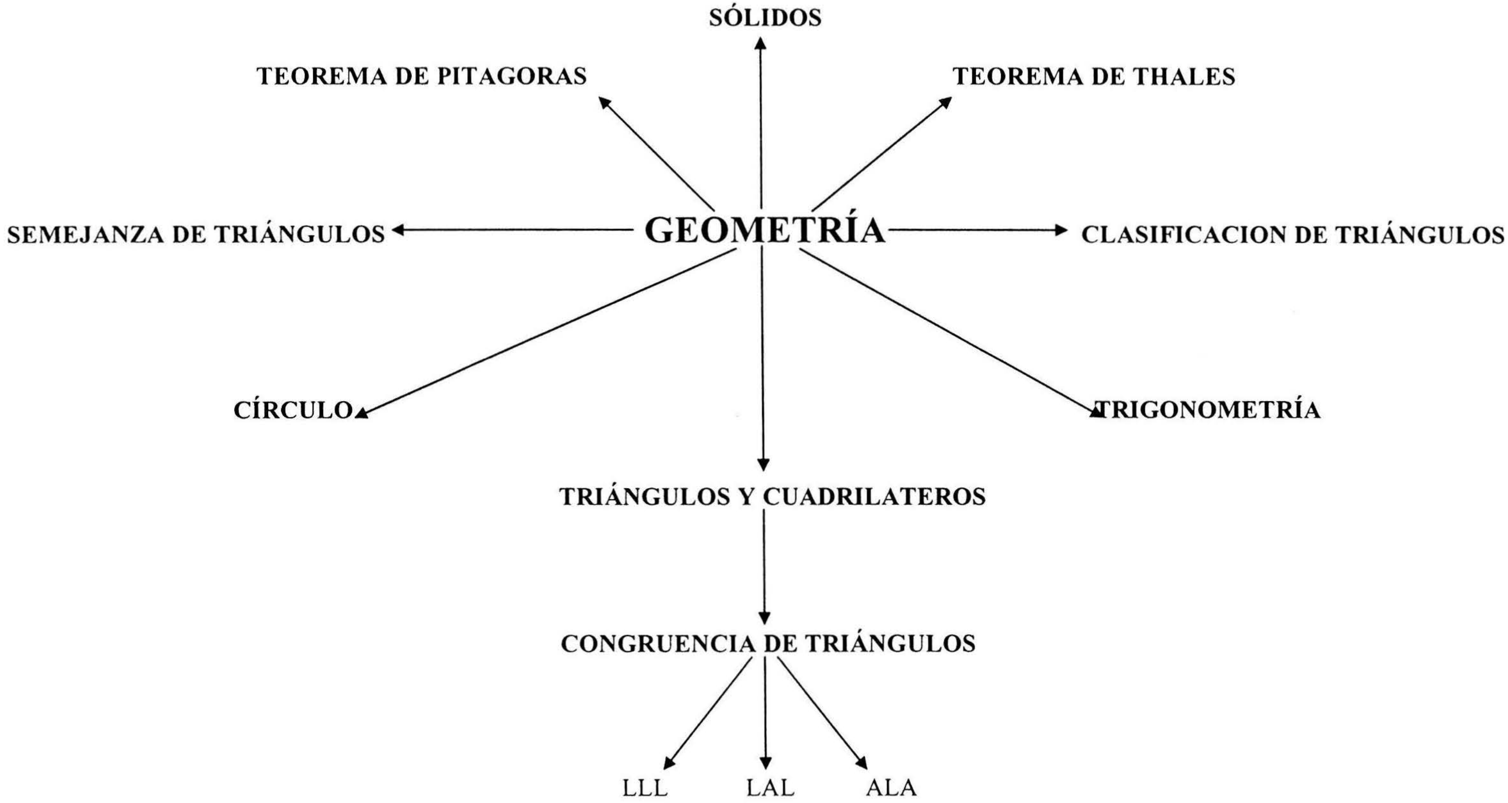
Tomando en cuenta los aspectos antes mencionados, en el tercer grado de secundaria se presentan los siguientes campos temáticos para la enseñanza de la geometria: (ver cuadro 1)

En la presente investigación se trabajo con el campo temático de triángulos y cuadriláteros, teniendo como contenidos:

- ✓ Observación de los elementos que determinan una figura geométrica, en particular, criterios de igualdad y congruencia de triángulos (LLL, LAL, ALA)
- ✓ Aplicación de los criterios de congruencia en la justificación de construcciones geométricas.

CUADRO 1

Campos temáticos de la Geometría



LA GEOMETRÍA

La geometría tiene su origen en Egipto, posteriormente se exporto a Grecia, lo que permitió que Thales de Mileto regresara a Egipto para calcular la altura de la gran pirámide a partir de la medición de su sombra. Surgiendo así como una ciencia empírica.

Esta geometría empírica, constituye una teoría del espacio físico, que no puede nunca darse por valida con certeza matemática, por muchas pruebas experimentales a la que sea sometida, ya que solo puede conseguir un grado mayor o menor de confirmación.

Pitágoras continuo el trabajo de sistematización de la geometría iniciado por Thales 50 años antes. Cerca de 200 años, el y sus seguidores contribuyeron al desarrollo de las matemáticas conocieron las propiedades de las paralelas y así probaron que la suma de los ángulos interiores de cualquier triangulo es igual a dos rectos, impulsando así el álgebra geométrico. Se les atribuye el descubrimiento independiente y la demostración por métodos deductivos del teorema que hoy lleva su nombre.

El momento culminante en el desarrollo de la geometría como rama de la matemática, se produce cuando Euclides escribe *los elementos,* sintetizando el saber geométrico de su época. Esta geometría euclidiana constituyo, durante muchos siglos, un paradigma para el resto de las matemáticas e incluso para el resto de las ciencias. En efecto fue la primera axiomatización en la historia de las matemáticas (Gálvez, 1995).

Serres (1981, citado en Gálvez 1995) hace un análisis etimológico de los términos empleados en la geometría euclidiana: el triangulo isósceles se llama así porque posee "dos piernas iguales", a diferencia del escaleno cuyo nombre alude a su inclinación, debido a que "esta cojo", etc. El hecho es que la geometría griega se razona rigurosamente sobre trazado cualquiera; no se habla de un dibujo en particular sino de cualquier dibujo que posea las propiedades consideradas en el enunciado. De esta manera, constituye un hito fundamental en el proceso de separación de lo sensible, de estatización de los conceptos geométricos.

En síntesis la geometría de las matemáticas no es el estudio del espacio, sino el lugar en el que se ejercita una racionalidad llevada a su excelencia máxima (Laborde 1984, citado en Gálvez, 1995).

Diversos grupos de transformaciones caracterizan a las diversas geometrías, permitiendo estudiar los entes que las integran desde el punto de vista de las propiedades invariantes en las transformaciones de cada grupo. Las geometrías quedan subordinadas a un grupo único, del que llegan a ser casos particulares.

Después el trabajo científico se volvió cada vez mas difícil pues durante la edad media el interés por la matemática decayó en Europa y los descubrimientos griegos sólo se salvaron del olvido total gracias a los eruditos árabes, debemos al pueblo y la civilización árabe haber sabido conservar y transmitir a la posteridad esta parte de la cultura humana (SEP, 1997).

Ahora bien el sistema educativo mexicano es relativamente joven, por lo que el estudio de la geometría todavía no tiene la tradición que se observa en otras culturas, además la enseñanza de esta disciplina fue desfavorecida por su ubicación entre las ultimas unidades de los programas anteriores del primer y segundo grado de la escuela secundaria.

Sin embargo existen varias razones para continuar con el estudio de esta disciplina en los niveles básicos. Por un lado desarrolla la imaginación espacial en los alumnos, así como capacidad para explorar, representar y describir su entorno físico. Por otro lado, le proporciona un conocimiento útil en la vida cotidiana, también los prepara para comprender mejor las ideas relacionadas con el numero, la medición y otras partes de las matemáticas.

Cabe mencionar que uno de los inconvenientes que presenta la enseñanza de la geometría en los niveles básicos y medio, tanto en México como en el resto del mundo, es que con frecuencia sus contenido están poco definidos y no se ve con claridad cuales son los medios para lograr un aprendizaje significativo de esta disciplina (SEP, 1997).

En este sentido y tomando en cuenta los nuevos planes y programas de la escuela secundaria, esta investigación tiene como propósito que los alumnos aprenda conceptos matemáticos en relación con congruencia de triángulos, y para esto se retomaron los siguientes puntos:

Congruencia. Martínez (1994), Bosch y Gómez (1999).

Dos triángulos son congruentes si:

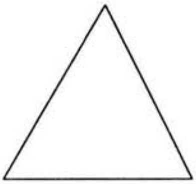
A) Miden lo mismo sus tres lados (LLL)
B) Miden lo mismo dos de sus lados y un ángulo (LAL)
C) Miden lo mismo uno de sus lados y dos ángulos (ALA)

Clasificación de triángulos

Los triángulos se clasifican por sus ángulos y por sus lados en los siguientes:

1. Rectángulo: tiene un ángulo de 90°
2. Equilátero: tiene sus tres lados iguales
3. Isósceles: tiene solo dos de sus lados iguales
4. Escaleno: tiene todos sus lados desiguales, también es llamado triángulo irregular

Propiedades de un triángulo
Las principales propiedades de un triangulo son:
a) la suma de sus angulos internos es de 180°
b) un ángulo externo X es igual a la suma de los dos internos no adyacentes X=A+B



Criterios para la congruencia de triángulos (Martínez, Struck, Palmas y Álvarez , 2001).

1. Si dos triángulos tiene lados iguales y el ángulo formado por esos lados es igual los triángulos son congruentes (LAL).

2. Si dos triángulos tiene un lado igual y los ángulos adyacentes a este lado son iguales, los triángulos son congruentes (ALA).

3. Si dos triángulos tienen sus tres lados iguales, son congruentes (LLL)

Significado de las partes que integran un triángulo

a) Lado: longitud o distancia entre un vértice y otro del triangulo

b) Ángulo: abertura entre dos lados que equidistan entre sí (salen de un mismo punto), existen tres tipos de ángulos:

-Agudos, miden menos de 90°
-Rectos, miden 90°
-Obtusos, miden más de 90° y menos de 180°

c) Tamaño: medida de longitudes de cada lado

d) Forma: Manera en que esta constituido un cuerpo geométrico, en el caso de triángulos se clasifican en: equiláteros, isósceles, rectángulos, escalenos.

ANEXO 2

PLANEACIÓN DE LAS "SITUACIONES DIDÁCTICAS"

Unidad temática	Campo temático	Contenido	Objetivo	Material	Tiempo	observaciones
Geometría	Triángulos y cuadriláteros	1. Observación de los elementos que determinan una figura geométrica, en particular, criterios de igualdad o congruencia de triángulos. 2. aplicación de los criterios de congruencia en la justificación de construcciones geométricas y algunas propiedades de los triángulos y los paralelogramos	Se busca que, a partir del planteamiento de algún problema, los alumnos utilicen los criterios de congruencia de triángulos, para justificar algunas construcciones y que ponga a prueba el dominio que han venido desarrollando sobre las propiedades de los triángulos	Diferentes tipos de triángulos manipulables, hojas tamaño carta, pizarrón, regla, compás, lápices, colores, gis, libro de Matemáticas	3 actividades de 40' cada una.	-.Realizar la actividad de la ficha "triángulos con palillos", Pág. 94 y 95 del fichero de actividades didácticas (FAD). -Resolver el problema 1 de la pag. 238 del libro del maestro(LM.) -Resolver los dos primeros problemas de la pag. 282 del LM.

(Actividad 1)

Se divide el grupo por equipos (del modo que desee)

Se proporciona a cada equipo una serie de triángulos (isósceles, escaleno, triangulo rectángulo)

Se pide a cada equipo que formen lo quieran con esos triángulos

Después de un tiempo se pide que traten de formar figuras geométricas (cuadrados) del mismo tamaño con los triángulos que tienen

Se pide que comenten todo lo que observan

Posterior a esto se pide que saquen la medida de los ángulos de diferentes triángulos

Se pide comenten sus hallazgos y observaciones

Los alumnos construyen sus propios conceptos a través de lluvia de ideas

Para finalizar la actividad, con ayuda del profesor se institucionalizar el concepto.

(Actividad 2)

Formar triadas

Proporcionarles un plano cartesiano con límite (10, 10)

Posteriormente explicar la actividad

1) A partir de coordenadas formaran un hexágono en el equipó contrario, tratando de lograrlo primero. Las coordenadas se darán por turnos y esta debe ser una a la vez.

2) una vez finalizada esta tarea, trataran de trazar triángulos al interior del hexágono del equipo contrario, a través de coordenadas.

3) a partir de los triángulos formados, se pedirá a cada equipo que localice triángulos con tres lados iguales y los ilumine de rojo, 2 lados iguales y los ilumine de azul, tres lados desiguales y los ilumine de amarillo.

4) con la medida de los triángulos encontrados, dibuje en su cuaderno 2 o 3 de cada uno, marcando la medida de sus ángulos.

Una vez terminada la actividad es muy importante pedir sus observaciones e incitar a los alumnos a que ellos construyan sus conceptos, para después institucionalizarlo.

(Actividad 3)

Trace un cuadrado de 20cm

En el interior del cuadrado trazar 4 triángulos equiláteros.

Después que identifique los siguientes triángulos, iluminarlos de diferente color:

a) isósceles
b) escaleno
c) equilátero
d) rectángulo

Una vez identificados medir sus ángulos.

Identificar congruencias.

Formalizar los conceptos por parte de los alumnos.

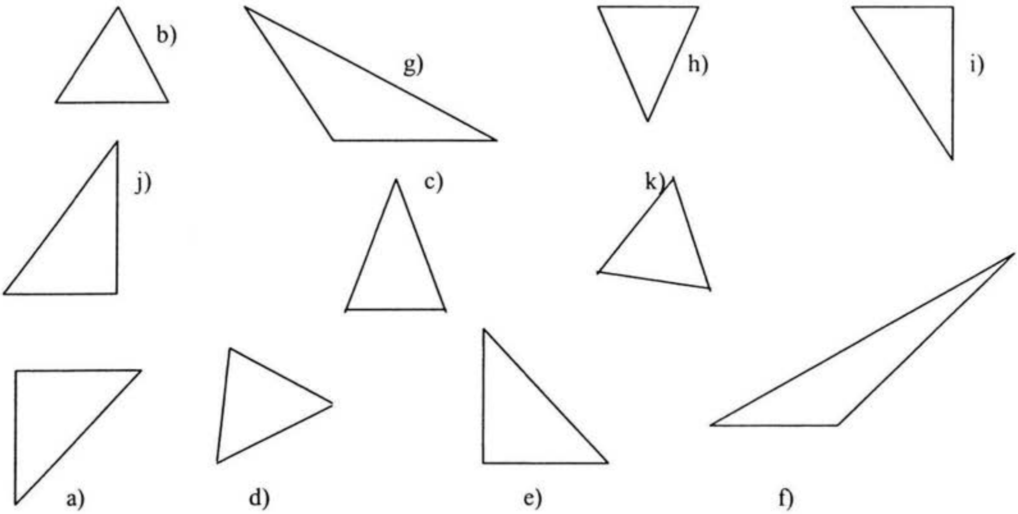
Institucionalizar el concepto

ANEXO 3
Instrumento de evaluación

Hola mi nombre es Adriana Hernández Morales y como tú sabes estoy realizando un proyecto, por lo cual te pido me ayudes resolviendo las siguientes actividades:

"Recuerda para que sepas que hacer, es importante que primero leas con atención las instrucciones, estoy segura que leyéndolas te será más fácil ayudarme".

I.- INSTRUCCIÓN
Con los siguientes triángulos forma grupos que creas que son iguales, una vez que hayas terminado de agrupar los triángulos indica por que crees que son iguales.



GRUPO1: ¿Por qué son iguales? ____

GRUPO 2: ¿Por qué son iguales?____

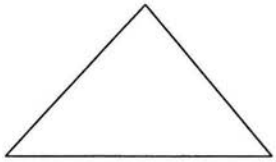
GRUPO 3: ¿Por qué son iguales?____

GRUPO 4: ¿Por qué son iguales?____

¿Consideras que no se pueden formar grupos?_____ ¿Porqué?___________________________

II.- INSTRUCCIÓN

En el siguiente triángulo indica cuales son sus ángulos



III.- INSTRUCCIÓN

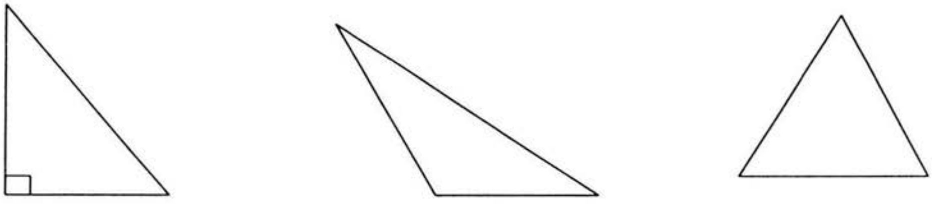
Contesta la siguiente pregunta encerrando la respuesta que tú crees es la correcta

¿Cuánto crees que suman los ángulos de un triángulo?

a) 360°
b) depende del tamaño del triángulo
c) 45°
d) depende de los lados del triángulo
e) 90°
f) depende de la posición del triángulo
g) 180°
h) no tiene una cantidad fija

IV.- INSTRUCCIÓN

Mide los ángulos marcados en los siguientes triángulos y anota el valor de cada uno de ellos



Nombre del alumno: ______________________________

Gracias por tu cooperación.

ANEXO 4

Entrevista al docente

¿Las actividades realizadas fueron paralelas y ajenas a las cotidianas?

¿Las actividades planeadas fueron excesivas?

¿Las actividades propuestas hicieron que todos los alumnos participaran más de lo acostumbrado?

¿Las actividades propuestas implico descuidar algunos aspectos de su programa?

¿Las actividades implicaron modificar determinados aspectos de sus prácticas de enseñanza?

¿Cuáles?

¿Las actividades propuestas requirieron condiciones imposibles de lograr y tener disponibles recursos extraordinarios?

¿Las actividades fueron claras para realizar?

¿Este tipo de actividades sirven para todos los grupos y todos los grados?

¿Que obstáculos enfrento al trabajar en el aula con este tipo de actividades?

¿Cuales fueron las principales dificultades a las que se enfrento al realizar este tipo de actividades?

¿Cree que exista un mayor aprovechamiento con este tipo de actividades?

¿En que medida cree que contribuyen estas actividades para lograr el propósito del tema?

¿Usted llevaría a cabo este tipo de actividades a otros grupos?

¿Este tipo de actividades fomenta la participación de los alumnos?

¿Estas actividades apoyaron a los alumnos en su aprendizaje?

¿Que logros o tendencias de mejoramiento pudo observar?

¿Cree que los materiales utilizados fueron acordes?

¿Cuales fueron los avances en el aprendizaje?

¿Que diferencias observa en los resultados de los alumnos de los diferentes grupos?

¿Que capacidades y actitudes esperaba que lograran los alumnos con estas actividades?

¿Que tipo de conocimientos debió adquirir el alumno con este tema?

¿Se podría articular este tipo de actividades a diferentes temas?

¿A partir de las actividades realizadas podría usted considerar en su enseñanza las situaciones didácticas?

¿Que opinión tiene usted acerca del trabajo realizado?

¿Que modificación haría usted a las actividades planteadas?

¿Para usted cuales serían las principales razones de trabajar conjuntamente (docente-psicólogo)?

¿Cree que el trabajo conjunto (docente-Psicólogo) puede fortalecer el aprendizaje en los alumnos?

¿Cómo se puede lograr el trabajo conjunto para apoyar en el aprendizaje en los alumnos?

¿Cuales considera usted que pueden ser las vías adecuadas para trabajar conjuntamente en pro del aprendizaje de los alumnos?