

01162



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA

T E S I S

**“Transporte de Sedimentos fuera de Rompiente,
Estado del Arte y Comparación de Modelos”**

Como requisito para obtener el grado de:

**Maestro en Ingeniería Civil
(Hidráulica)**

Presenta:

ING. FERNANDO JAVIER DE LA PAZ LOPEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. PAULO SALLES AFONSO DE ALMEIDA



MÉXICO D. F.

MAYO DEL 2004



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

AGRADECIMIENTOS

- Silvia y Joshua Gracias por su apoyo porque ustedes son la razón en el camino que andamos y compartimos desde ayer y hasta siempre.
- Familia mía Gracias por todo el apoyo, discreto, voluntario, inconsciente, espontáneo, insignificante, enorme, etc., en especial tu Madre mía (†), quien por otros medios sigues motivándome. Gracias Padre, hermanos y sobrinos. Gracias suegros.
- Dr. Paulo Salles Agradezco el tiempo y apoyo técnico que me ofreciste, pero agradezco aún más tu confianza y amistad, sin ello no hubiera tenido forma esta meta personal.
- Dr. Rodolfo Silva Independiente de los conocimientos que procuras dentro y fuera de aula, mi agradecimiento se dirige hacia los sabios consejos que me brindaste para iniciar esta aventura.
- Dr. Carlos Escalante Gracias por impartir las clases más didácticas y amenas e influir decisivamente en la formación de especialistas en la materia.
- Amigos, Compañeros y Becarios del Instituto de Ingeniería de la UNAM Como siempre, no son todos los que están ni están todos los que son, por eso respeto su anonimato y agradezco el apoyo que me han brindado.
- Mi alma mater Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México, por haberme abierto de nuevo sus puertas para concretar así un posgrado en mi casa.
- CONACYT Gracias al apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, sin el cual este camino hubiera sido incierto.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: de la Paz López

Fernando Javier

FECHA: 28/Mayo/04

FIRMA: 

**TRANSPORTE DE SEDIMENTOS FUERA DE ROMPIENTE,
ESTADO DEL ARTE Y COMPARACION DE MODELOS**

INDICE GENERAL

LISTA DE TABLAS	iii
LISTA DE FIGURAS	iii
NOTACION	iv
1 INTRODUCCION	1
1.1 Exposición de Motivos	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Alcances del Estudio	2
1.4 Organización del Documento	3
2 ESTADO DEL ARTE	4
2.1 Primeras Aproximaciones	4
2.1.1 <i>Aproximación de Einstein</i>	4
2.1.2 <i>Formula de Meyer–Peter & Müller</i>	6
2.2 Acercamientos Energéticos	7
2.2.1 <i>Metodología de Ackers & White</i>	7
2.2.2 <i>Metodología de Bailard</i>	10
2.3 Acercamientos “Integral cu”	13
2.4 Acercamientos “Partícula–Trayectoria”	14
3 FLUJO DEL FLUIDO	16
3.1 Introducción	16
3.1.1 <i>La Capa Límite de Fondo</i>	17
3.2 Solución de la Ecuación de Gobierno	17
3.2.1 <i>Método de la “Integral de Momentum”</i>	19
3.2.2 <i>Métodos Basados en la Viscosidad de Remolino</i>	20
3.3 Procedimiento de Solución a la Ecuación de Gobierno	24
4 INTERACCION FLUJO–SEDIMENTO	26
4.1 Iniciación de Movimiento	26
4.1.1 <i>Parámetro de Shields</i>	26
4.1.2 <i>Criterio de Shields Modificado</i>	27
4.1.3 <i>Efecto de la Pendiente en la Intensidad del Flujo</i>	28
4.1.4 <i>Parámetro de Shields de Rugosidad de Grano</i>	29
4.2 Formas de Fondo	29
4.2.1 <i>Geometría de los Rizos de Vórtice</i>	31
4.2.2 <i>Rugosidad del Fondo</i>	32
4.2.3 <i>Fricción de Grano</i>	33
4.3 Estimación de la Interacción Flujo–Sedimento	34
4.3.1 <i>Cálculo de la Rugosidad de Fondo Móvil</i>	35

	4.3.2	<i>Modelo de Interacción Oleaje–Corriente</i>	36
5		SUSPENSION DE SEDIMENTOS	39
	5.1	Medición de la Concentración	39
	5.2	Aproximación Conceptual	41
		5.2.1 <i>Ecuación de Gobierno</i>	41
		5.2.2 <i>Condiciones de Frontera</i>	42
		5.2.3 <i>Función de Levante de Sedimentos (Pickup Function)</i>	44
	5.3	Distribución de la Concentración en la Vertical	46
		5.3.1 <i>Modelo Difusivo de Madsen</i>	46
		5.3.2 <i>Modelo Difusivo–Convectivo</i>	47
6		TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	49
	6.1	Transporte de Fondo	50
		6.1.1 <i>Modelo de Wilson para Transporte de Fondo</i>	51
		6.1.2 <i>Adaptación de la formula de Meyer–Peter & Müller</i>	52
	6.2	Transporte en Suspensión	53
	6.3	Transporte por flujo Permanente	56
	6.4	Transporte por Flujo Oscilatorio	58
	6.5	Transporte Total	59
		6.5.1 <i>La suma del Transporte de Fondo y en Suspensión</i>	59
		6.5.2 <i>La suma del Transporte por Flujos Permanente y Oscilatorio</i>	59
7		APLICACION DE MODELOS Y ANALISIS DE RESULTADOS	61
	7.1	Definición de Escenarios	61
		7.1.1 <i>Características del Medio</i>	61
		7.1.2 <i>Hidrodinámica Reinante del Estado de Mar</i>	61
		7.1.3 <i>Hidrodinámica Extrema del Estado de Mar</i>	63
	7.2	Análisis de Resultados para Condiciones Reinantes	63
		7.2.1 <i>Variando el Diámetro</i>	63
		7.2.2 <i>Variando la Pendiente del Fondo</i>	65
		7.2.3 <i>Variando la Altura de la Ola</i>	66
		7.2.4 <i>Variando el Periodo de la Ola</i>	67
		7.2.5 <i>Variando la Profundidad</i>	68
		7.2.6 <i>Variando la Velocidad de la Corriente</i>	69
		7.2.7 <i>Variando el Angulo de Aproximación entre Flujos</i>	70
	7.2	Análisis de Resultados para Condiciones Extremas	71
	7.3	Comparación del Transporte de Fondo y en Suspensión	73
	7.4	Comportamiento del Fondo	77
8		CONCLUSIONES	82
	8.1	Comentarios Finales	82
	8.2	Futuras Líneas de Acción	83
		ANEXO A RESULTADOS DE LA TASA DE TRANSPORTE	85
		ANEXO B REFERENCIAS	91

LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1	Intensidad de Flujo y Características del Fondo según Madsen.....	35
Tabla 4.2	Intensidad de Flujo y Características del Fondo según Nielsen.....	36
Tabla 7.1	Características Hidrodinámicas y del Medio (Condición Reinante).....	62
Tabla 7.2	Características Hidrodinámicas y del Medio (Condición Extrema).....	63

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1	Esquema de variación en la velocidad para flujo oscilatorio.....	16
Figura 3.2	Esquema exagerado del perfil de velocidades para flujo oscilatorio y permanente.....	17
Figura 3.3	Esquema conceptual de las distribuciones de viscosidad turbulenta.....	22
Figura 4.1	Diagrama de Shields para iniciación de movimiento en flujo turbulento.....	28
Figura 4.2	Formación de rizos de vórtice bajo flujo oscilatorio.....	30
Figura 4.3	Conceptualización de esfuerzos sobre fondo con rizos y flujo turbulento.....	34
Figura 5.1	Perfiles de concentración en flujo oscilatorio sobre fondo rizado.....	40
Figura 5.2	Esquema conceptual de conservación de sedimento.....	42
Figura 5.3	Distribución de velocidades y función de levante de sedimentos para flujo oscilatorio.....	45
Figura 6.1	Esquema cualitativo del espesor del transporte de fondo ($7d$).....	54
Figura 6.2	Esquema con la definición de coordenadas, ángulos y signos.....	60
Figura 7.1	Transporte total vs. el diámetro del sedimento.....	64
Figura 7.2	Transporte total vs. la inclinación del fondo.....	65
Figura 7.3	Transporte total vs. la altura de la ola.....	66
Figura 7.4	Transporte total vs. el período de la ola.....	67
Figura 7.5	Transporte total vs. la profundidad.....	68
Figura 7.6	Transporte total vs. la velocidad de la corriente.....	69
Figura 7.7	Transporte total vs. el ángulo de aproximación entre flujos.....	70
Figura 7.8	Q_T vs. d . Condición de flujo combinado extremo.....	72
Figura 7.9	Q_T vs. d . Condición de flujo oscilatorio extremo.....	72
Figura 7.10	Tasa de transporte vs. el diámetro del sedimento.....	73
Figura 7.11	Tasa de transporte vs. la inclinación del fondo.....	74
Figura 7.12	Tasa de transporte vs. la altura de la ola.....	74
Figura 7.13	Tasa de transporte vs. el período de la ola.....	75
Figura 7.14	Tasa de transporte vs. la profundidad.....	76
Figura 7.15	Tasa de transporte vs. la velocidad de la corriente.....	76
Figura 7.16	Tasa de transporte vs. el ángulo de aproximación entre flujos.....	77
Figura 7.17	Geometría del rizo al variar el diámetro.....	78
Figura 7.18	Geometría del rizo para una altura de ola $H=0.5m$	79
Figura 7.19	Geometría del rizo al variar el período de la ola.....	79
Figura 7.20	Geometría del rizo al variar la profundidad.....	80
Figura 7.21	Geometría del rizo al variar la corriente.....	80

NOTACION

A	[-]	Parámetro de ajuste según Ackers & White
A_B	[m ²]	Area unitaria según Einstein
A_{bm}	[m]	Amplitud de excursión orbital de la ola en fondo
$c(z, t)$	[-]	Concentración local e instantánea de sedimentos
$\bar{c}(x, z)$	[-]	Concentración media de partículas suspendidas
$c_r = c(z, t)$	[-]	Concentración de referencia, promedio en la horizontal
c_B	[-]	Concentración dentro de la capa límite, según Einstein
c_0	[-]	Concentración de sedimentos en el fondo
c_2	[-]	Constante numérica (modelos turbulentos, capítulo 3)
c_3	[-]	Constante numérica (modelos turbulentos, capítulo 3)
$c_{4,7}$	[-]	Constante numérica (modelos turbulentos, capítulo 3)
C	[-]	Parámetro de ajuste según Ackers & White
C_f	[-]	Coefficiente de arrastre en fondo
C_Z	[m ^{1/2} /s]	Coefficiente de Chezy
C_μ	[-]	Parámetro de interacción flujo-sedimento (ecuación 4.27)
d	[m]	Diámetro medio del sedimento
D_{gr}	[-]	Tamaño adimensional del grano según Ackers & White
f_w	[-]	Factor de fricción en fondo por oleaje
$f_{2.5}$	[-]	Factor de fricción en fondo asociado con una rugosidad 2.5 <i>d</i>
F_{gr}	[-]	Capacidad de movimiento del sedimento según Ackers & White
$F(z)$	[-]	Función de distribución convectiva adimensional (capítulo 5)
g	[m/s ²]	Aceleración de la gravedad
G_{gr}	[-]	Función de transporte de sedimentos según Ackers & White
h	[m]	Profundidad media del flujo
i	[N/ms]	Peso total inmerso por unidad de ancho del transporte de sedimentos
k	[m ² /s ²]	Energía cinética turbulenta
k_N	[m]	Rugosidad equivalente de Nikuradse
K_B	[s ³ /m ²]	Coefficiente de transporte en fondo según Bailard (ec. 2.39)
K_S	[s ³ /m ²]	Coefficiente de transporte en suspensión según Bailard (ec. 2.39)
ℓ	[m]	Longitud de mezclado
l_d	[m]	Escala de la longitud de la turbulencia
l_x	[m]	Distancia media de recorrido de las partículas suspendidas
L	[m]	Escala vertical de distribución convectiva de sedimentos suspendidos
m	[-]	Parámetro de ajuste según Ackers & White
n	[-]	Parámetro de ajuste según Ackers & White
p	[-]	Probabilidad de partículas por unidad de área (ecuación 2.3)
\bar{p}	[m/s]	Tasa media de levante según Nielsen

$p(t)$	[m/s]	Tasa de levante según Nielsen
Q	[m ² /s]	Gasto total de la mezcla agua-sedimento según Bogardi
Q_B	[m ² /s]	Transporte de fondo
Q_J	[m ² /s]	Transporte en saltación
\bar{Q}_o	[m ² /s]	Transporte asociado con el flujo oscilatorio
Q_p	[m ² /s]	Transporte asociado con el flujo permanente
Q_s	[m ² /s]	Transporte en suspensión
Q_T	[m ² /s]	Transporte total
Q_w	[m ² /s]	Transporte de lavado
r_c	[-]	Parámetro de resuspensión (ecuación 5.7)
Re.	[-]	Número de Reynolds de capa límite (ecuación 2.7)
s	[-]	Densidad relativa del grano
S	[-]	Pendiente de la corriente
S_*	[-]	Parámetro sedimento-flujo
t	[s]	Variable tiempo
t^d	[s]	tiempo de inicio de descenso de la función de levante (Figura 5.3)
t^u	[s]	tiempo de inicio de ascenso de la función de levante (Figura 5.3)
T	[s]	Período de la ola
u	[m/s]	Velocidad en sentido horizontal, asociada con el eje z
u_*	[m/s]	velocidad al cortante
u_{bm}	[m/s]	Velocidad máxima orbital en fondo producida por el oleaje
\tilde{u}_{wc}	[m/s]	Velocidad de corriente equivalente que en flujo sin oleaje (capítulo 2)
$u_s(z, t)$	[m/s]	Velocidad horizontal e instantánea de las partículas sólidas
u_∞	[m/s]	Velocidad de corriente libre
u'	[m/s]	Fluctuaciones turbulentas de velocidad sobre la dirección x
\vec{U}	[m/s]	Vector de velocidad,
\bar{U}	[m/s]	Componente media de velocidad en sentido longitudinal
\tilde{U}	[m/s]	Componente oscilatoria de velocidad en sentido transversal
v	[m/s]	Velocidad en sentido horizontal, asociada con el eje y
v'	[m/s]	Fluctuaciones turbulentas de velocidad sobre las dirección y
\bar{V}	[m/s]	Componente media de velocidad en sentido longitudinal
\tilde{V}	[m/s]	Componente oscilatoria de velocidad en sentido transversal
V^d	[m]	Cantidad de arena puesta en suspensión asociada con t^d
V^u	[m]	Cantidad de arena puesta en suspensión asociada con t^u
w	[m/s]	Velocidad en sentido vertical, asociada con el eje z
w_0	[m/s]	Velocidad media de la caída del sedimento en suspensión
w'	[m/s]	Fluctuaciones turbulentas de velocidad sobre la dirección z
x	[m]	Eje en sentido de propagación del oleaje, coordenada horizontal
y	[m]	Eje transversal al sentido de propagación del oleaje
z	[m]	Eje vertical con origen en el fondo

z_r	[m]	Elevación de referencia, generalmente para el registro de la corriente
z_0	[m]	Elevación de referencia incluyendo los efectos de rugosidad en fondo
z_{0a}	[m]	Parámetro de interacción flujo-sedimento (ecuación 4.35)
β	[°]	Angulo de inclinación del fondo
δ	[m]	Espesor de la capa límite
ε_B	[-]	Coefficiente de eficiencia en fondo según Bailard
ε_s	[-]	Coefficiente de eficiencia en suspensión según Bailard (capítulo 2)
ε_s	[m ² /s]	Coefficiente de difusión del sedimento
ϕ_d	[°]	Angulo de fricción dinámica
ϕ_m	[°]	Angulo medio de fricción interna
ϕ_s	[°]	Angulo estático de fricción interna del sedimento
ϕ_{wc}	[°]	Angulo entre flujos permanente y oscilatorio
Φ	[-]	Tasa de transporte adimensional
φ	[°]	Angulo de cambio de fase
φ_s	[°]	Angulo de cambio de fase asociado con el sedimento
Γ	[-]	Parámetro de interacción flujo-sedimento (ecuación 4.22)
γ	[N/m ³]	Gravedad específica del fluido
γ_s	[N/m ³]	Gravedad específica del sedimento
η	[m]	Altura de rizo en fondo
κ	[-]	Constante de von Karman
λ	[m]	Longitud de rizo en fondo
μ	[-]	Parámetro de interacción flujo-sedimento (ecuación 4.26)
μ_d	[-]	Fricción dinámica, tangente del ángulo de fricción dinámica ϕ_d
ν	[m ² /s]	Viscosidad cinemática del fluido
ν_t	[m ² /s]	Viscosidad de remolino
\mathcal{G}	[-]	Constante numérica (modelos turbulentos, capítulo 3)
ρ	[Kg/m ³]	Densidad específica del fluido
ρ_s	[Kg/m ³]	Densidad específica del sedimento
σ	[-]	Constante numérica (modelos turbulentos, capítulo 3)
τ	[Pa]	Esfuerzo cortante
τ_F	[Pa]	Esfuerzo cortante efectivo, transmitido por el fluido
τ_G	[Pa]	Esfuerzo cortante efectivo, transmitido por interacción entre granos
τ'_b	[Pa]	Esfuerzo cortante efectivo en fondo
τ''_b	[Pa]	Fricción de forma
τ_{cr}	[Pa]	Esfuerzo cortante crítico
ω	[Hz]	Frecuencia angular del movimiento del oleaje
Ω	[N/ms]	Tasa de producción energética de la corriente

ξ	[-]	Parámetro de ajuste según Gambino
Ψ	[-]	Parámetro de Shields
Ψ_{cr}	[-]	Parámetro de Shields crítico
$\Psi_{cr,\beta}$	[-]	Parámetro de Shields crítico en fondo con inclinación β
$\Psi_{2.5}$	[-]	Parámetro de Shields asociado con una rugosidad $2.5d$
Ψ'	[-]	Parámetro de Shields de fricción de grano
ζ	[-]	Número de movilidad (ecuación 4.10)

Operadores Generales

—	Promediado en el tiempo o componente uniforme
~	Componente periódica
'	Asociado con la fricción de grano

Subíndices

B, b	asociado con el fondo
S, s	asociado con la suspensión
m	asociado a una condición máxima, generalmente para eventos oscilatorios
c	correspondiente a la corriente
w	correspondiente al oleaje
cw	condición conjunta oleaje–corrientes
θ	condiciones iniciales o asociadas con aguas profundas
*	asociado con la capa límite

1 INTRODUCCION

En diferentes grados de magnitud, la morfología de cuerpos de agua costeros se ve influenciada por el flujo de las masas de agua que en su movimiento, asociado generalmente a fuerzas gravitatorias y viento, provoca el transporte de sedimentos no consolidados y cambios en la configuración física de la zona costera en cuestión.

Desde un punto de vista enfocado al estudio del entorno costero, el transporte de sedimentos se genera por medio de dos mecanismos. El primero de ellos ocurre cuando el oleaje en su tránsito hacia aguas de menor profundidad, rompe por inestabilidad disipando grandes cantidades de energía y cantidad de movimiento, creando corrientes paralelas a la playa, contribuyendo al transporte mismo de sedimentos. Esta forma de arrastre es común en profundidades del orden de la altura de ola o menores, por lo cual queda confinada entre el inicio de rompimiento del oleaje y la zona de chapoteo en playa.

El segundo mecanismo de transporte y objetivo particular del presente estudio, se lleva a cabo fuera de la zona de rompiente, comúnmente desde la profundidad de cierre o una profundidad igual o menor a media longitud de ola, que de acuerdo con la teoría del oleaje de Airy, es el umbral de inicio de afectación del movimiento oscilatorio de las olas. Su proceso se manifiesta cuando la velocidad de flujo asociado a la presencia de corrientes y/o oleaje es suficientemente intensa para arrastrar sedimento y modificar el fondo.

El transporte de sedimentos fuera de la zona de rompiente es causado por el flujo, que por influencia del fondo ve modificado su patrón de comportamiento, principalmente en una capa contigua al fondo denominada capa límite, donde los esfuerzos producidos por el flujo en fondo pueden provocar el deslizamiento, rodamiento, saltación y puesta en suspensión de las partículas sueltas. Dependiendo del tipo e intensidad del flujo, será el comportamiento de la capa límite y por lo tanto de los esfuerzos cortantes en fondo, por lo que flujos oscilatorios son generalmente relacionados con capas delgadas y esfuerzos cortantes mayores (proporcionales al gradiente vertical de la velocidad horizontal), mientras que flujos permanentes se asocian con grandes capas límite y esfuerzos cortantes de menor magnitud.

1.1 Exposición de Motivos

Aunque de manera general, el transporte en la franja de rompiente es el de mayor atención y estudio en lo que respecta a su asociación con la dinámica morfológica y la evolución playera, fuera de esta franja, es decir en zonas donde no se presenta el rompimiento del oleaje (por ejemplo en dársenas y canales de navegación), el movimiento del fondo puede ser considerable e incluso fundamental. Este tipo de transporte de sedimentos es de gran importancia para la estabilidad de las vías de comunicación entre cuerpos de agua costeros (lagunas, puertos, marinas, etc.) influyendo por ejemplo en la calidad del agua y/o la navegabilidad, lo cual puede impactar social, económica y ambientalmente por efecto del azolve o la erosión por sedimentos.

Un ejemplo de lo anterior lo constituye el desarrollo de un proyecto turístico-costero, donde la posibilidad de construir obras de protección, canales de navegación,

rellenos en áreas marinas o tiro marino del material producto del dragado, pudieran modificar considerablemente las condiciones de pesca interior y exterior, el turismo en playa, la explotación local de recursos, la afectación de vías de comunicación marítima existentes y/o la creación de áreas de aguas estancadas entre otros efectos.

Así las cosas, la investigación y entendimiento del transporte de sedimentos fuera de la zona de rompiente cobra importancia, particularmente en entradas a puertos y bocas de lagunas, zonas rivereñas o de playa con rompiente ligera o nula (de pendiente suave y tendida), así como para zonas de tiro marino de material producto de su dragado o excavación, donde el ingeniero de costas debe dar respuesta a diversas interrogantes vinculadas con su evolución en el tiempo y el espacio.

1.2 Objetivos

El objetivo general corresponde al compendio de herramientas teóricas, que permitan evaluar el patrón de comportamiento y destino en el tiempo y el espacio del material suelto en fondo y fuera de la zona de rompiente, examinando para ello las técnicas y metodologías más populares y aceptadas dentro del estado del arte de la Ingeniería de Costas, mientras que los objetivos particulares corresponden a:

- La investigación del estado del arte al respecto de los modelos conceptuales y metodologías que existen para abordar el problema del transporte de sedimentos fuera de la zona de rompiente, mencionando las bases teóricas en que se apoyan y comentando las particularidades de cada metodología.
- Con base en la utilización de las metodologías mencionadas, el desarrollo de los programas respectivos para estimar la tasa de transporte.
- Para todos los modelos y bajo los mismos escenarios, calcular la tasa de transporte identificando sus ventajas, desventajas y limitaciones, procurando reproducir registros existentes de campo o laboratorio.

1.3 Alcances del Estudio

Los alcances del estudio consideran la implementación numérica de los modelos de transporte para reproducir, dadas las características físicas y geométricas de un entorno con oleaje estable, la tasa de transporte tanto en fondo, como en suspensión, comparando y discutiendo los resultados entre modelos.

Con base en el enfoque particular del presente estudio, solo son considerados los sedimentos clasificados por su composición mineral como arenas, donde las fuerzas entre granos son asociadas con el peso propio y la fricción, a diferencia de materiales arcillosos donde la cohesión entre partículas no es incluida dentro de los modelos de transporte a utilizar.

Dada la complejidad del transporte de sedimentos, proceso influenciado por fenómenos aleatorios como el clima marítimo y variaciones en las características físicas del medio como su pendiente y rugosidad, distribución granulométrica, etc., e independiente de su estudio exhaustivo por más de 5 décadas, a la fecha no existe la teoría que conduzca a su determinación exacta, razón por la cual el patrón de comportamiento y destino en el tiempo y el espacio del transporte de sedimentos es aproximado y con carácter tendencial.

Dada la cantidad de elementos contenidos en el presente documento, se indica que todas las fórmulas y variables, coeficientes y parámetros son expresados en concordancia con las dimensiones del Sistema Internacional de Unidades (SI). Adicionalmente, con el objeto de facilitar su presentación y manejo, la notación utilizada es ordenada y concentrada en el Índice al inicio de este documento, donde cada literal es acompañada por su unidad respectiva.

1.4 Organización del Documento

Conformando la parte teórica del trabajo, los siguientes cinco capítulos incluyen la descripción de aproximación al problema del transporte de sedimentos fuera de la zona de rompiente. Iniciando por el estado del arte, el capítulo 2 contiene una breve descripción de los modelos de transporte, desde sus primeras aproximaciones hasta metodologías más complejas.

Posteriormente y como antecedente de aproximación a la mecánica del fluido, el capítulo 3 contiene las bases teóricas para el estudio del flujo del fluido. La interacción del flujo con el fondo es incluida en el capítulo 4, donde los conceptos desarrollados son fundamentales para el cálculo de la tasa de transporte. Por su parte, el capítulo 5 describe los acercamientos para definir analíticamente la variación de los sedimentos suspendidos, posibilitando el hecho de estimar en tiempo y espacio la cantidad de sedimentos en movimiento por suspensión y continuando, el capítulo 6 incluye la mayoría de las fórmulas matemáticas para el cálculo del transporte de sedimentos fuera de rompiente.

Constituyendo la parte práctica de la tesis, el capítulo 7 contiene la aplicación de los modelos de transporte, así como la discusión de sus resultados y finalmente, el capítulo 8 concentra las conclusiones y comentarios finales al respecto.

2 ESTADO DEL ARTE

Los primeros trabajos asociados con el arrastre de sedimentos, consideraron la investigación del fenómeno en relación con la estabilidad de la sección hidráulica en corrientes sin revestimiento, asociando de manera simple el efecto de la velocidad sobre el arrastre mismo, dando paso a conceptos como el de velocidad permisible (Bogardi, 1977), donde son fijados los límites de velocidad media para evitar erosión y/o sedimentación en paredes y plantillas. Reconociendo que el problema de transporte es más complejo, fueron definidos conceptos como el de fuerza tractiva (Fredsoe, 1992) donde la comparación de esfuerzos actuante por flujo y estabilizador por peso propio, definen las características del flujo que provocan erosión o azolvamiento.

Diferentes aproximaciones han sido desarrolladas, entre las que se encuentran las relaciones teóricas (Bailard, 1981), los experimentos de laboratorio (Nielsen, 1992), las formulas predictivas apoyadas en mediciones de campo (Ackers & White, 1973, Madsen, 1993) y/o la mezcla de varias o todas estas técnicas. Las relaciones teóricas son derivadas a partir de ciertas suposiciones para poder conceptualizar el problema, mientras que los experimentos de laboratorio buscan relacionar su comportamiento, dadas las características físicas del evento y finalmente las formulas predictivas son relaciones empíricas obtenidas a partir de la reproducción de mediciones en campo.

Este capítulo agrupa y describe el estado del arte al respecto de los modelos y metodologías que existen para el cálculo del transporte de sedimentos fuera de rompiente y bajo la acción conjunta del oleaje y las corrientes, evento común y predominante en la naturaleza costera. En este sentido, los apuntes al inicio corresponden a una descripción superficial de los primeros desarrollos para el cálculo del transporte de sedimentos, citando por supuesto la formula de Meyer-Peter & Müller (Bogardi, 1977). Posteriormente, son abordados de manera detallada los “modelos energéticos”, dada su simpleza y posibilidad de representación con pocos parámetros y variables. Finalmente, son introducidos de manera enunciativa los acercamientos “Integral cu” y “Partícula-trayectoria”.

2.1 Primeras Aproximaciones

Las primeras aproximaciones a las que hace alusión el presente documento, se basan en los acercamientos iniciales al problema de arrastre de sedimentos desarrollados entre los años 1940 a 1950.

2.1.1 Aproximación de Einstein

El trabajo en referencia corresponde al acercamiento de H. A. Einstein (Fredsoe, 1992), donde por medio de la aplicación de teorías probabilísticas son estimadas variaciones estadísticas en la cantidad de sedimentos suspendidos cerca del fondo y por lo tanto en la tasa de transporte.

El principio de Einstein argumenta que el número de partículas depositadas en un área unitaria, depende del número de partículas en movimiento y en la probabilidad de que las fuerzas dinámicas permitan el depósito de los granos en suspensión. Asimismo, el

número de partículas erosionadas de la misma área unitaria depende del número de partículas dentro del área y de la probabilidad de que las fuerzas hidrodinámicas impuestas sobre los granos, sean suficientemente intensas para moverlos. De esta forma, en condiciones de equilibrio el número de granos depositados debe igualar al número de partículas erosionadas.

Eisntein sugirió que la concentración en el fondo debe ser proporcional a la concentración de partículas arrastradas en el fondo, definiendo

$$Q_B = 2dc_B A_B \quad (2.1)$$

donde Q_B es el volumen asociado con las partículas sólidas,

$$c_B = \frac{\pi}{12} P \quad (2.2)$$

corresponde a la concentración dentro de la capa límite de espesor igual a dos veces el diámetro medio de la partícula, A_B es el área unitaria, d es el diámetro medio del material de fondo,

$$P = \left[1 + \left(\frac{\pi \mu_d / 6}{\Psi' - \Psi_c} \right)^4 \right]^{1/4} \quad (2.3)$$

es la probabilidad de partículas por unidad de área; definida experimentalmente a partir de las observaciones realizadas por Luke y Guy y coautores (Fredsoe, 1992), μ_d es la fricción dinámica dada por la tangente del ángulo de fricción dinámica ϕ_d ,

$$\Psi' = \frac{\tau'_b}{\rho g (s-1) d} \quad (2.4)$$

corresponde al parámetro de Shields de fricción de grano o esfuerzo cortante efectivo adimensional, τ'_b al esfuerzo cortante efectivo en fondo, ρ a la densidad específica del fluido (con valor general de 1,025kg/m³ para agua de mar), g a la aceleración de la gravedad con un valor medio de 9.81m/s², s a la densidad relativa del grano definida como

$$s = \frac{\gamma_s}{\gamma} = \frac{\rho_s}{\rho} \quad (2.5)$$

donde γ_s se refiere a la gravedad específica del sedimento, γ a la gravedad específica del fluido y ρ_s a la densidad específica del sedimento (con valor general de 2,650kg/m³ para arenas) y

$$\Psi_{\sigma} = \Psi_{\sigma}(\text{Re}_*) \quad (2.6)$$

corresponde al parámetro de Shields crítico de fricción de grano, que marca el umbral de inicio de movimiento de los granos de fondo, donde Re_* es el número de Reynolds de capa límite, definido por

$$\text{Re}_* = \frac{u_* k_N}{\nu} \quad (2.7)$$

donde

$$u_* = \sqrt{\tau / \rho} \quad (2.8)$$

es la velocidad al cortante, k_N es la medida lineal de rugosidad del grano conocida como rugosidad equivalente de Nikuradse y ν es la viscosidad cinemática del fluido con un valor de $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ para una temperatura del agua de mar igual a 20°C .

Posteriormente investigaciones al respecto incluyeron los trabajos de Bagnold (Fredsoe, 1992), donde fueron evidenciados defectos en la propuesta de Einstein, dado que para intensidades de flujo excediendo la condición crítica contra movimiento, $\Psi' > \Psi_{\sigma}$, todas las partículas expuestas al flujo serían desalojadas y dispersadas inmediatamente, permitiendo que la siguiente capa de partículas quedara expuesta al flujo y por lo tanto desalojada y dispersada nuevamente y así hasta erosionar todo el fondo sin permitir la posibilidad de su estabilidad.

2.1.2 *Formula de Meyer–Peter & Müller*

Resultado de ardua investigación experimental apoyada en casi 20 años de trabajo, Meyer–Peter y Meyer–Peter & Müller publicaron en 1948 una formula de validez general para el cálculo de la tasa de transporte de sedimentos, físicamente fundada y teóricamente correcta aplicable originalmente a corrientes naturales. Siendo probablemente la formula de mas empleo a nivel global para corrientes de montaña, la formula de Meyer–Peter & Müller ha experimentado una gran variedad de adaptaciones en su haber, donde la versión original (Bogardi, 1977) obedece a

$$Q^{2/3} S = 0.17d + 0.004Q_B^{2/3} \quad (2.9)$$

donde Q corresponde al gasto total de la mezcla agua–sedimento, S a la pendiente de la corriente y Q_B al gasto sólido en fondo. De acuerdo con Bogardi (1977), J. Zeller aplicó ciertas transformaciones a la formula general (expresión 2.9), demostrando que puede ser expresada como

$$Q_B = K (\tau'_b - \tau_{\sigma})^{3/2} \quad (2.10)$$

donde

$$K = \frac{8}{\rho^{3/2}} \frac{1}{(s-1)g} \quad (2.11)$$

y donde, en opinión de Nielsen (1992), la constante igual a 8 en la expresión (2.11) es pequeña para flujo permanente de gran intensidad, ajustándose mejor el valor de 12. Ahora bien, expresando (2.10) en términos del parámetro de Shields (2.4) y tomando en cuenta el valor de K se llega a

$$Q_B = 8\sqrt{(s-1)gd^3} (\Psi' - \Psi_{cr})^{3/2} \quad (2.12)$$

Posteriormente, se podrá observar la bondad de la ecuación (2.12) al adecuarla y aplicarla para el cálculo de la tasa de transporte, en condiciones de flujos permanente y oscilatorio combinados.

2.2 Acercamientos Energéticos

Estos acercamientos abordan el problema considerando que el agente causante del arrastre es la energía que para ello consume el fluido o corriente. Los autores al respecto se apoyaron en el concepto de fuerza de corriente (*stream power*), donde el transporte de sedimentos es gobernado por la producción energética del flujo que en analogía con una máquina, observa una eficiencia como resultado del proceso.

Su simplicidad se justifica en el objetivo de los acercamientos, ya que la teoría utilizada evita refinamientos que en opinión de Ackers & White (1973), no aumentan la precisión del modelo. Por otra parte y de acuerdo con Bagnold (Bailard, 1981), el fin se halla en la predicción del transporte sólido del fluido, no en el flujo del fluido mismo.

2.2.1 Metodología de Ackers & White

La presente metodología fue desarrollada por Ackers & White (1973) para su aplicación sobre corrientes y ríos, mientras que su adecuación para considerar el efecto del oleaje fue desarrollada por Scheffner (Gambino, 1998).

Por medio del análisis dimensional, la función predictiva fue desarrollada experimentando con las propiedades físicas del sedimento (diámetro y densidad) y las características del medio (velocidad, profundidad, etc.), desarrollando su metodología en términos de tres grupos adimensionales; tamaño del grano (D_{gr}), capacidad de movimiento del sedimento (F_{gr}) y función de transporte de sedimentos (G_{gr}).

La capacidad adimensional de movimiento fue obtenida con base en la comparación de los esfuerzos actuante y estabilizador, adecuando la función resultante para representar el comportamiento observado experimentalmente. De esta forma surge una especie de número adimensional de movilidad definido por

$$F_{gr} = \frac{u_*^n}{\sqrt{gd(s-1)}} \left[\frac{\bar{u}}{\sqrt{32} \log\left(\frac{12.3h}{k_N}\right)} \right]^{1-n} \quad (2.13)$$

donde \bar{u} corresponde a la velocidad de la corriente promediada en la vertical, h a la profundidad media del flujo y n a un coeficiente de ajuste. El valor de n distingue el tamaño del grano, con umbrales de $n = 0$ para sedimentos gruesos y $n = 1$ para sedimentos finos.

Los autores definen el tamaño adimensional del grano, eliminando la velocidad de caída del coeficiente de arrastre y del número de Reynolds asociado, llegando a

$$D_{gr} = d \left[\frac{g(s-1)}{v^2} \right]^{1/3} \quad (2.14)$$

La función adimensional de transporte de sedimentos (G_{gr}), depende de D_{gr} y F_{gr} . Para el caso de granos gruesos, esta función utiliza el producto del esfuerzo cortante neto del grano y la velocidad de corriente como la fuerza por unidad de área de fondo, mientras que para granos finos utiliza el total de la fuerza de la corriente, dando origen a una expresión que evalúa la eficiencia del proceso de transporte, es decir,

$$G_{gr} = C \left(\frac{F_{gr}}{A} - 1 \right)^m \quad (2.15)$$

donde C , A , m , al igual que n , son parámetros de ajuste que según los autores varían en función del tamaño del grano, de acuerdo con

Sedimentos Gruesos $D_{gr} > 60$

$$n = 0.00 \quad (2.16)$$

$$A = 0.17 \quad (2.17)$$

$$m = 1.50 \quad (2.18)$$

$$C = 0.025 \quad (2.19)$$

Sedimentos en Zona de Transición y Finos $1.0 < D_{gr} < 60$

$$n = 1.00 - 0.56 \log D_{gr} \quad (2.20)$$

$$A = \frac{0.23}{\sqrt{D_{gr}}} + 0.14 \quad (2.21)$$

$$m = \frac{9.66}{D_{gr}} + 1.34 \quad (2.22)$$

$$\log C = 2.86 \log D_{gr} - (\log D_{gr})^2 - 3.53 \quad (2.23)$$

Finalmente, la ecuación correspondiente a la predicción de la tasa de transporte para flujo permanente unidireccional, originada de convertir la función de transporte (2.15), de flujo de masa a tasa volumétrica por unidad de tiempo es

$$Q_T = G_{gr} \bar{u} d \left(\frac{\bar{u}}{u_*} \right)^n \quad (2.24)$$

donde Q_T es el gasto sólido total, con magnitud válida para el rango $0.04\text{mm} < d < 4\text{mm}$.

Para tomar en cuenta el efecto de oleaje y corrientes combinados, Scheffner (1996) adecuó el trabajo de Ackers & White. La modificación propuesta por Scheffner considera que la velocidad de la corriente debe ser incrementada por presencia del oleaje, incluyendo su efecto por medio un parámetro que relaciona el factor de fricción de fondo con ésta nueva velocidad (\tilde{u}_{wc}) tal y como se indica a continuación

$$\tilde{u}_{wc} = \bar{u} \sqrt{10 + 0.5 \left(\xi \frac{u_{bm}}{\bar{u}} \right)^2} \quad (2.25)$$

donde \tilde{u}_{wc} es la velocidad de corriente equivalente que en flujo sin oleaje, produciría el mismo transporte que el correspondiente al efecto combinado de oleaje-corriente. Por su parte \bar{u} es la velocidad media de la corriente y u_{bm} es la velocidad máxima orbital en fondo producida por el oleaje y predicha por teoría lineal de oleaje. El parámetro ξ puede ser estimado a partir de

$$\xi = C_z \sqrt{\frac{f_w}{2g}} \quad (2.26)$$

donde

$$C_z = 18 \log \left(12 \frac{h}{d} \right) \quad (2.27)$$

$$f_w = \exp \left(-5.977 + 5.213 \left(\frac{d}{A_{bm}} \right)^{0.194} \right) \quad (2.28)$$

$$A_{bm} = \frac{u_{bm}}{\omega} \quad (2.29)$$

C_z corresponde al coeficiente de Chezy, f_w al factor de fricción de fondo, A_{bm} a la amplitud de excursión orbital de la ola y ω a la frecuencia angular de su movimiento.

Así las cosas, se cuenta con todos los elementos para calcular el transporte de sedimentos fuera de rompiente, donde \bar{u}_{wc} , debe ser utilizada en la ecuación (2.13) y así hasta la aplicación de la ecuación (2.24).

2.2.2 Metodología de Bailard

Basado en el modelo energético de transporte de sedimentos para corrientes de Bagnold, Bailard (1981) desarrolló el modelo, variable en el tiempo, de transporte de sedimentos sobre un fondo plano inclinado.

La metodología de Bagnold, (Bailard, 1981), establece que el sedimento es transportado de dos modos, por fondo y en suspensión, difiriendo entre ellos por la forma de sustentación de las partículas. El sedimento transportado en fondo es considerando como el que experimenta una capa de fluido granular, mientras que el sedimento transportado en suspensión es soportado por el flujo de la corriente vía difusión turbulenta, aunque en ambos modos la corriente consume energía para el transporte.

Bagnold (Bailard, 1981), desarrolló la ecuación de transporte total de sedimentos para flujo permanente bidimensional, de acuerdo con

$$i = i_B + i_S = \left(\frac{\varepsilon_B}{\tan \phi_m - \tan \beta} + \frac{\varepsilon_S}{(w_0 / \bar{u}) - \tan \beta} \right) \Omega \quad (2.30)$$

donde i es el peso total inmerso por unidad de ancho del transporte de sedimentos (compuesto por la suma de los pesos inmersos de fondo i_B y en suspensión i_S), Ω es la tasa de producción energética de la corriente, $\tan \beta$ es la pendiente del fondo, w_0 es la velocidad de caída del sedimento, $\varepsilon_B \approx 0.10$ y $\varepsilon_S \approx 0.02$, son los factores de eficiencia de fondo y en suspensión respectivamente –propuestos así por Bailard para flujo combinado

con oleaje y corrientes-, y ϕ_m corresponde al ángulo medio de fricción interna con valor aproximado a los 40° (Gambino, 1998).

Las variables incluidas en (2.30) pueden ser estimadas por medio de

$$\Omega = \rho C_f |\bar{u}|^3 \quad (2.31)$$

donde C_f es el coeficiente de arrastre en fondo con un valor común según Bailard de 0.003,

$$w_0 = \frac{\sqrt{(s-1)gd}}{\frac{5.1}{S_*} + 0.9} \quad (2.32)$$

es la velocidad de caída y

$$S_* = \frac{d}{4\nu} \sqrt{(s-1)gd} \quad (2.33)$$

corresponde al parámetro sedimento-flujo, definido así por Grant & Madsen (1979).

Estimado el peso inmerso por unidad de ancho (ecuación 2.30), éste puede ser relacionado con su tasa volumétrica por unidad de tiempo, de acuerdo con la siguiente expresión

$$Q_s = \frac{i}{\rho g (s-1)} \quad (2.34)$$

donde Q_s es el gasto sólido.

Ahora bien, aunque la metodología de Bailard se apoya en los trabajos de Bagnold, existe una diferencia en la definición de la componente de peso inmerso en suspensión propuesta por Bailard. Esta diferencia surge porque Bagnold considera que la aportación energética de la corriente para suspender los granos, contribuye directamente en el transporte en suspensión, en vez de considerarlo a través de un factor de eficiencia como lo establece Bailard.

Así las cosas, la ecuación de transporte de carga total de sedimentos para flujo permanente bidimensional de Bailard, sobre un fondo plano inclinado corresponde a

$$i = i_B + i_S = \left(\frac{\varepsilon_B}{\tan \phi - \tan \beta} + \frac{\varepsilon_S}{(w_0/\bar{u}) - \varepsilon_S \tan \beta} \right) \Omega \quad (2.35)$$

Al comparar la expresión (2.35) de Bailard, contra la ecuación (2.30) de Bagnold, se puede apreciar esta ligera diferencia, la cual es despreciable para fondos con pendiente reducida como en el caso de arroyos naturales en planicies, no así para perfiles playeros en equilibrio donde la pendiente es pronunciada.

Para tomar en cuenta la presencia de flujo oscilatorio y permanente combinados, Bailard extendió la ecuación (2.35), promediándola en el tiempo y expresándola en términos del volumen por unidad de ancho y por unidad de tiempo. De esta forma, la componente normal obedece a

$$Q_x = K_B \left\{ \langle |\bar{U}|^2 \bar{U} \rangle + \langle |\bar{U}|^2 \bar{U} \rangle - \frac{\tan \beta}{\tan \phi} \langle |\bar{U}|^3 \rangle \right\} + K_S \left\{ \langle |\bar{U}|^3 \bar{U} \rangle + \langle |\bar{U}|^3 \bar{U} \rangle - \frac{\varepsilon_s}{w} \tan \beta \langle |\bar{U}|^5 \rangle \right\} \quad (2.36)$$

mientras que la componente tangencial corresponde a

$$Q_y = K_B \left\{ \langle |\bar{U}|^2 \bar{V} \rangle + \langle |\bar{U}|^2 \bar{V} \rangle - \frac{\tan \beta}{\tan \phi} \langle |\bar{U}|^3 \rangle \right\} + K_S \left\{ \langle |\bar{U}|^3 \bar{V} \rangle + \langle |\bar{U}|^3 \bar{V} \rangle - \frac{\varepsilon_s}{w} \tan \beta \langle |\bar{U}|^5 \rangle \right\} \quad (2.37)$$

donde \bar{U} es el vector de velocidad, \bar{U} es la componente media de velocidad en sentido transversal a la playa, \bar{U} es la componente oscilatoria de velocidad en sentido transversal, \bar{V} es la componente media de velocidad en sentido longitudinal, \bar{V} es la componente oscilatoria de velocidad en sentido transversal y $\langle \rangle$ indica que el interior del corchete es promediado en el tiempo, de acuerdo con

$$\langle x \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x dt \quad (2.38)$$

mientras que los coeficientes K_B y K_S son definidos como

$$K_B = \frac{\rho C_f \varepsilon_B}{(\rho_s - \rho) g \tan \phi} \quad (2.39)$$

$$K_S = \frac{\rho C_f \varepsilon_S}{(\rho_s - \rho) gw} \quad (2.40)$$

Operando en (2.36) y (2.37), integrando en términos de la velocidad media de la corriente \bar{u} y la velocidad máxima orbital de fondo u_{bm} , se obtienen las siguientes expresiones (Gambino, 1998)

$$Q_x = K_B \left\{ u_{bm}^2 \bar{u} B + \bar{u}^3 B + \frac{1}{2} u_{bm}^2 \bar{u} B - \frac{\tan \beta}{\tan \phi_m} I_1 \right\} + K_S \left\{ I_2 + I_3 - I_4 \frac{\varepsilon_s}{w} \tan \beta \right\} \quad (2.41)$$

$$Q_y = K_B \left\{ \bar{u}^3 D + \frac{1}{2} u_{bm}^2 \bar{u} D - \frac{\tan \beta}{\tan \phi} I_1 \right\} + K_S \left\{ I_5 - I_4 \frac{\varepsilon_s}{w} \tan \beta \right\} \quad (2.42)$$

donde

$$B = \cos \phi_{wc} \quad (2.43)$$

$$D = \text{sen} \phi_{wc} \quad (2.44)$$

$$I_1 = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\bar{u}^2 + (u_{bm}^2 \cos \omega t + 2u_{bm} \bar{u} B) \cos \omega t \right]^{3/2} dt \quad (2.45)$$

$$I_2 = \frac{1}{T} \int_0^T \left[(\bar{u}^2 + (u_{bm}^2 \cos \omega t + 2u_{bm} \bar{u} B) \cos \omega t)^{3/2} u_{bm} \cos \omega t \right] dt \quad (2.46)$$

$$I_3 = \frac{1}{T} \int_0^T \left[(\bar{u}^2 + (u_{bm}^2 \cos \omega t + 2u_{bm} \bar{u} B) \cos \omega t)^{3/2} \bar{u} B \right] dt \quad (2.47)$$

$$I_4 = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\bar{u}^2 + u_{bm}^2 \cos^2 \omega t + 2u_{bm} \bar{u} B \cos \omega t \right]^{5/2} dt \quad (2.48)$$

$$I_5 = \frac{1}{T} \int_0^T \left[(\bar{u}^2 + (u_{bm}^2 \cos \omega t + 2u_{bm} \bar{u} B) \cos \omega t)^{3/2} \bar{u} D \right] dt \quad (2.49)$$

donde ϕ_{wc} es el ángulo que existe entre la dirección de la ola y la dirección de la corriente, t es la variable tiempo, T es el periodo de la ola, x es el eje en sentido de propagación del oleaje, mientras que y es un eje perpendicular al anterior y ω fue definido con anterioridad.

Resolviendo numéricamente los operadores I_n , se pueden estimar (2.41) y (2.42) encontrando la tasa de arrastre de sedimentos, bajo la acción de oleaje-corrientes.

2.3 Acercamientos "Integral cu "

En zonas costeras, una considerable cantidad del arrastre de sedimentos se lleva a cabo por suspensión de partículas que se mueven al son de la velocidad local del fluido. Lo anterior llevó a la investigación y desarrollo de las metodologías que toman en cuenta este proceso.

Para este tipo de acercamientos “Integral cu ” –integral de la concentración veces la velocidad–, la tasa de transporte de sedimentos a través de un ancho unitario sobre un plano vertical, perpendicular a la dirección x , puede ser calculada como

$$Q(t) = \int_{z=0}^h c(z,t)u_s(z,t)dz \quad (2.50)$$

donde $Q(t)$ es la tasa de transporte de sedimentos, $c(z,t)$, es la concentración local e instantánea de sedimentos, es decir, la cantidad adimensional que existe entre el volumen de sólidos de sedimento dividido por el volumen total de la mezcla agua-sedimento. Por su parte, $u_s(z,t)$ es la velocidad horizontal e instantánea de las partículas sólidas, generalmente considerada igual a la velocidad horizontal del flujo inmediatamente alrededor.

De mayor utilidad e interés es la tasa promedio en el tiempo de arrastre, la cual puede calcularse como

$$\bar{Q} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{z=0}^h c(z,t)u_s(z,t)dzdt \quad (2.51)$$

El principal reto en la aplicación de este tipo de acercamientos radica en la determinación de la distribución en el tiempo y el espacio de la concentración, debido a la cantidad de variables y parámetros involucrados en su descripción: x , y , z , t , rugosidad, elevación donde la concentración es máxima y el sedimento se encuentra efectivamente en suspensión, etc.

Capítulos posteriores abordarán de manera particular el tema, sin embargo se adelanta que la forma de aproximación al problema considera que las partículas son puestas y mantenidas en suspensión por fluctuaciones turbulentas en la velocidad, mientras que su distribución en la vertical obedece a un proceso convectivo y/o difusivo, donde el movimiento de las partículas suspendidas puede simularse en semejanza con el flujo por gradiente (proceso convectivo), o en conexión con la teoría cinemática de los gases donde el flujo de materia o energía se presenta de una zona con mayor concentración a una de menor concentración, tendiendo a equilibrar su distribución (proceso difusivo).

2.4 Acercamientos “Partícula–Trayectoria”

Generalmente, la mayoría de los modelos que existen para el cálculo de la tasa de transporte, se basan en acercamientos del tipo “Integral cu ”, sin embargo modelos alternos basados en los acercamientos “Partícula–trayectoria” pueden ser más simples y precisos, principalmente para un rango de sedimentos más gruesos (Nielsen, 1992).

La idea básica de los acercamientos de este tipo considera que la tasa de transporte promedio en el tiempo (\bar{Q}), puede ser expresada en términos de la *tasa media de levante*

(\bar{p}) , veces la distancia media recorrida por las partículas de sedimento (l_x), o lo que es lo mismo,

$$\bar{Q} = \bar{p}l_x \quad (2.52)$$

La tasa de levante $p(t)$ fue sugerida originalmente por van Rijn en 1984 para flujo permanente y por Nielsen y coautores en 1988 para flujo oscilatorio (Nielsen, 1992), como la herramienta alterna para separar los procesos de depósito y puesta en suspensión de sedimentos. Luego entonces, la tasa instantánea para la cual los sedimentos son puestos en suspensión hasta un nivel de referencia z , esta dada en términos de la función de levante $p(t)$, donde su media en el tiempo corresponde a \bar{p} .

Dicho de otra forma, la función de levante es un proceso inverso al depósito de sedimentos –concentración veces la velocidad de caída ($c_0 w_0$)–, mediante el cual puede ser estimada la cantidad de material en suspensión para un tiempo y espacio dados.

Para ilustrar lo anterior, se considera el caso más simple con un proceso sin variaciones en el tiempo. Así las cosas, la tasa media de levante en el proceso sería igual a la concentración veces la velocidad de caída o

$$\bar{p} = p = c_0 w_0 \quad (2.53)$$

Más adelante, en capítulos posteriores será detallado el concepto. Con relación a l_x , ¿cómo puede ser estimada la distancia media de recorrido de las partículas? Según Nielsen (1992), aunque la trayectoria individual de una partícula pudiera ser muy compleja y altamente variable, generalmente no es tan difícil describir de manera simple y precisa el valor de l_x . La propuesta de Nielsen al respecto, considera asociar dicha magnitud con la amplitud de excursión orbital de la ola en fondo, de acuerdo con

$$A_{bm} = \frac{u_{bm}}{\omega} = l_x \quad (2.54)$$

Capítulos posteriores abordarán de manera detallada tales acercamientos.

3 FLUJO DEL FLUIDO

Este capítulo incluye la definición y desarrollo de conceptos fundamentales, los cuales serán utilizados como apoyo en capítulos posteriores, principalmente en los temas en conexión con la interacción flujo-sedimento y el cálculo del transporte de sedimentos. En este sentido, a lo largo del capítulo son presentadas tres formas de aproximación para evaluar la distribución entre esfuerzos y velocidades sobre un fondo plano, donde la aproximación basada en la viscosidad de remolino, aventaja a sus contrapartes por el hecho de contar con expresiones analíticas en su propuesta de solución.

3.1 Introducción

La condición de estudio que nos atañe corresponde al flujo combinado oleaje-corrientes, donde, debido a la viscosidad y sobre todo a la turbulencia, las partículas se mueven sobre trayectorias erráticas sin un orden establecido, creándose componentes de velocidad en direcciones transversales.

Debido a la presencia de estas fluctuaciones en la velocidad principal, (ver ejemplo para flujo oscilatorio en la **Figura 3.1**), se origina un mezclado intenso que consume parte de la energía del movimiento por efecto de fricción interna. Igualmente se presenta el consumo de energía por fricción externa, en este caso sobre las fronteras físicas como el fondo y la superficie, provocando entre otros efectos la formación de esfuerzos tangenciales o cortantes y/o la deformación de sus fronteras.

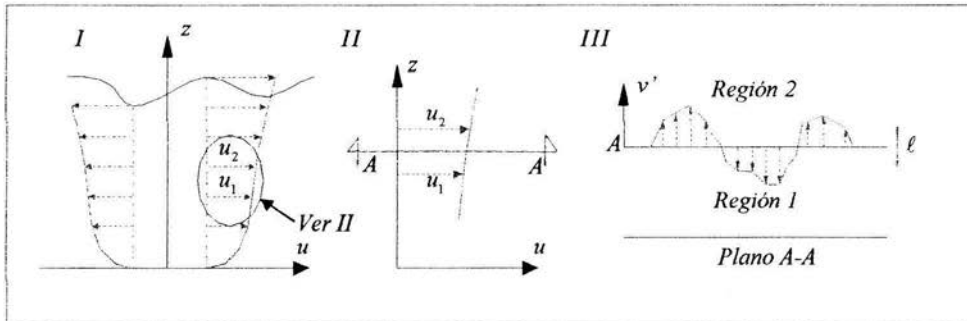


Figura 3.1 Esquema de variación en la velocidad para flujo oscilatorio. *I* Perfil $u-z$ en el valle de la ola (velocidad negativa) y en la cresta de la ola (velocidad positiva). *II* Detalle aumentado del perfil $u-z$ en dos regiones contiguas. *III* Intercambio de cantidad de movimiento perpendicular a la dirección de aproximación del flujo (*Plano A-A*). En el esquema, v' se refiere al eje de velocidad sobre el eje y , mientras que ℓ corresponde a la longitud de mezclado, magnitud sobre la cual son escaladas las fluctuaciones de velocidad positivas (*Región 2*) y negativas (*Región 1*).

Así las cosas, la turbulencia y los esfuerzos cortantes en fondo son elementos clave para tratar de aproximarnos al problema.

Para flujo uniforme sobre fondo liso, la distribución vertical del esfuerzo cortante medio puede ser determinada por medio de consideraciones estáticas, llegando a

$$\bar{\tau} = \rho ghS \left(1 - \frac{z}{h} \right) \quad (3.1)$$

donde h se refiere al tirante del agua y S a la pendiente de la superficie que conduce a la corriente. Ahora bien para el caso de flujo oscilatorio, esta relación solo aspira a ser una aproximación, dada la gran cantidad de variables aleatorias involucradas en el proceso y la carencia por lo tanto de la metodología de solución exacta. Un objetivo del presente capítulo, es la introducción a los acercamientos de solución al problema de flujo combinado, tal y como se refiere en líneas posteriores.

3.1.1 La Capa Límite de Fondo

La capa límite de fondo o simplemente capa límite, se define intuitivamente como el estrato dentro del cual el flujo es altamente influenciado por el fondo (ver **Figura 3.2**). Fuera de este estrato, el flujo puede ser aproximado adecuadamente por medio de la teoría potencial, sin embargo el proceso que nos atañe se genera dentro de esta capa oscilatoria, donde los granos de sedimento son sujetos de gran dinámica y se da el inicio del transporte de sedimentos, luego entonces, el avance teórico por aplicar deberá superar en su desarrollo los defectos impuestos por la aplicación de la teoría potencial.

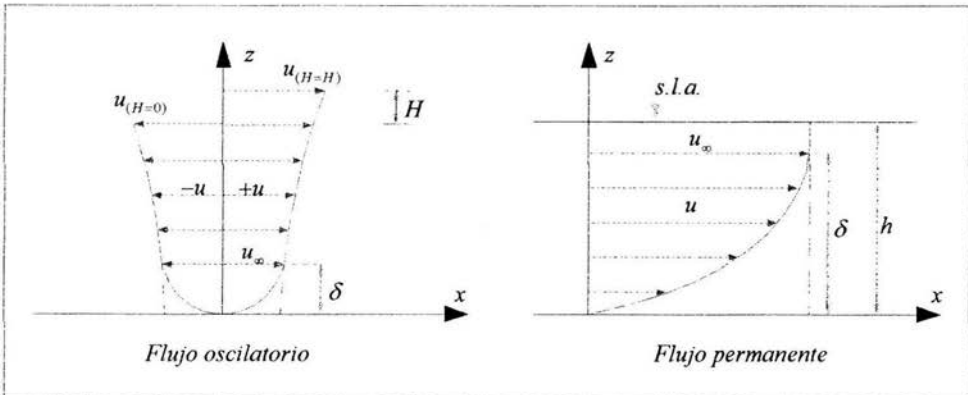


Figura 3.2 Esquema del perfil de velocidades para flujo oscilatorio y permanente, donde δ se refiere al espesor de la capa límite y H a la altura de la ola. Las líneas punteadas corresponden al perfil impuesto por el uso de teoría potencial, mientras que las líneas continuas toman en cuenta el efecto de no deslizamiento en fondo.

3.2 Solución de la Ecuación de Gobierno

Como se mencionó previamente, la simplicidad de los modelos energéticos se justifica en su objetivo, ya que el fin se halla en la predicción del transporte sólido del

fluido, no en el flujo del fluido mismo. Modelos más complejos consideran básico su estudio, buscando la forma de interacción entre los esfuerzos cortantes y la velocidad, dando origen a los desarrollos teóricos descritos a continuación.

El punto de partida es la ecuación de gobierno para un flujo bidimensional, homogéneo e incompresible sobre una frontera plana (Madsen, 1993), que en la dirección del flujo (x) obedece a

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xx}/\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xz}/\rho)}{\partial z} \quad (3.2)$$

donde u y w corresponden a las velocidades asociadas a las direcciones x y z respectivamente, p corresponde a la presión, mientras que τ_{xx} es el esfuerzo cortante normal y τ_{xz} es el esfuerzo cortante tangencial. Las demás variables han sido definidas con anterioridad.

Fuera de la zona de rotura del oleaje, la turbulencia generalmente se restringe a la capa límite donde el flujo es altamente influenciado por el fondo, observando grandes variaciones en su plano horizontal en relación con su variación en la vertical, entonces pueden despreciarse los términos de aceleración convectiva, es decir los términos $u\partial u/\partial x$ y $w\partial u/\partial z$.

Dada la magnitud del penúltimo término de la expresión (3.2), este puede despreciarse en concordancia con la precisión de teoría lineal de oleaje, llegando a la forma linealizada de la ecuación de flujo en la capa límite, leyendo

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p_\delta}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (3.3)$$

donde δ se refiere al interior de la capa límite y los subíndices del esfuerzo tangencial han sido omitidos por no ser requeridos. Para solucionar (3.3), es necesario relacionar los esfuerzos cortantes con las características representativas del flujo, donde para el caso de flujo laminar, la ecuación de viscosidad de Newton

$$\tau = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.4)$$

representa dicha solución. Sin embargo, para el caso de flujo turbulento es necesario su desarrollo particular, pudiendo considerarse desde la aplicación de procedimientos de solución aproximada hasta acercamientos turbulentos de gran refinación, como es descrito a continuación.

3.2.1 Método de la "Integral de Momentum"

Una de las formas de solución para (3.3) la más simple según Fredsøe (1992), considera la aplicación del método de su autoría, denominado "Integral de Momentum". Para llegar a su aplicación, un poco de desarrollo matemático previo. Así las cosas y de acuerdo con teoría potencial, el gradiente de presiones por oleaje puede ser expresado en términos de la velocidad en fondo, predicha por teoría lineal de oleaje es decir

$$\rho \frac{\partial u_{\infty}}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.5)$$

donde

$$u_{\infty} = u_{bm} \cos \omega t \quad (3.6)$$

se conoce comúnmente como velocidad de corriente libre, en virtud de no incluir efectos viscosos en fondo o ubicarse precisamente fuera de la capa límite, donde sus secuelas son despreciables (ver **Figura 3.2**).

Restando (3.5) a (3.3), para corregir el efecto de deslizamiento en fondo por utilizar (3.6) procedente de la teoría potencial, se llega a

$$\rho \frac{\partial (u_w - u_{\infty})}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (3.7)$$

donde la diferencia $(u_w - u_{\infty}) = u_d$ se denomina déficit de velocidad y el subíndice w se refiere por supuesto al efecto del oleaje.

El modelo de Fredsøe, sugiere la integración de una ecuación que evalúa la conservación de cantidad de movimiento, ecuación (3.2) que deriva en (3.7). Dicha integral corresponde a

$$\rho \int_{z_0}^{\delta+z_0} \frac{\partial}{\partial t} (u_w - u_{\infty}) dz = \int_{z_0}^{\delta+z_0} \frac{\partial \tau}{\partial z} dz = \tau_b \quad (3.8)$$

donde z_0 es la elevación de referencia que incluye los efectos de rugosidad en fondo y τ_b es el esfuerzo cortante en fondo.

Según Fredsøe, la solución de (3.8) debe asumir una forma razonable en la distribución de las velocidades, satisfaciendo la condición de no deslizamiento en fondo, pudiendo considerarse distribuciones logarítmicas continuas en la frontera de la capa límite, tal es el caso de

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (3.9)$$

donde κ corresponde a la constante de von Karman con un valor de 0.4.

De esta forma se cuenta con los elementos para la solución de (3.8), ya sea numéricamente o con base en la utilización de diagramas que relacionan la variación de z_0 vs. u_* (Fredseøe, 1992).

Resumiendo, hay que proponer un perfil de velocidades el cual siendo parte de la *Integral de Momentum*, debe solucionarse para encontrar así dicho perfil de velocidades.

3.2.2 Métodos Basados en la Viscosidad de Remolino

La inclinación general para solucionar (3.3) apunta hacia la elección de una constante artificial, de acuerdo con

$$\tau = \rho v_t \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.10)$$

donde v_t es la viscosidad de remolino definida así por Boussinesq a principios de 1900, en analogía con la con la ley de viscosidad de Newton de esfuerzos cortantes para flujo laminar.

Incluyendo (3.10) en (3.3), se llega a

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.11)$$

Ahora bien, considerando que la viscosidad de remolino es independiente del tiempo, entonces se puede disgregar (3.11) separando las variables u y p en sus componentes permanentes (corrientes) y variantes en el tiempo (oleaje), es decir

$$u = u_c + u_w \quad (3.12)$$

$$p = p_c + p_w \quad (3.13)$$

dando origen nuevamente a (3.7) para el caso del oleaje y a

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial u_c}{\partial z} \right) \quad (3.14)$$

para el caso de las corrientes. Sustituyendo (3.10) en (3.7) y expresando el resultado en términos de u_d , se obtiene que

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial u_d}{\partial z} \right) \quad (3.15)$$

Así las cosas, (3.14) y (3.15) son las ecuaciones a resolver para encontrar la forma en que τ y u se distribuyen, sin embargo hay que contar con la ley de variación de v_t , la cual se propone generalmente como función creciente de z , con una forma de variación dentro de la capa límite y con otra fuera de ella.

Para la obtención de v_t , algunos autores se han basado en conceptos teóricos como la hipótesis de longitud de mezclado de Prandtl, donde se establece que por efecto de fluctuaciones transversales escaladas con ℓ (la longitud de mezclado), el fluido se mezcla al ajustar su velocidad longitudinal, pasando de un nivel con velocidad u_1 a otro de velocidad u_2 y viceversa (ver **Figura 3.1**), llegando a

$$\frac{\tau}{\rho} = \ell^2 \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.16)$$

donde ℓ es prescrita de manera general por

$$\ell = \kappa z \quad (3.17)$$

De esta forma, al considerar (3.16) y (3.17), así como lo indicado por (3.14) y (3.15), Madsen (1991) sugiere una forma de variación para v_t acorde con

$$v_t = \begin{cases} \kappa u_{*wc} z & z < \delta \\ \kappa u_{*c} z & z > \delta \end{cases} \quad (3.18)$$

donde δ y u_{*wc} son el espesor de la capa límite y la velocidad combinada de cortante respectivamente, definidos por

$$\delta = \frac{\kappa u_{*wc}}{\omega} \quad (3.19)$$

y

$$u_{*wc} = \sqrt{\frac{\tau_m}{\rho}} \quad (3.20)$$

donde τ_m corresponde al esfuerzo cortante máximo de fondo, definido por

$$\tau_m = |\tau_m| = \sqrt{\tau_w^2 + \tau_c^2 + 2\tau_c \tau_w \cos \phi_{wc}} \quad (3.21)$$

mientras que τ_w corresponde al esfuerzo cortante asociado con el oleaje y τ_c corresponde al esfuerzo cortante asociado con las corrientes.

Otros autores en cambio, han definido v_t en afinidad con resultados experimentales, tal es el caso de Nielsen (1992). Siguiendo la línea de investigación de Lundgren, Nielsen asume que fuera de la capa límite la viscosidad turbulenta es gobernada por la corriente, mientras que dentro de ella el oleaje es dominante. De esta forma se tiene que

$$v_t = \begin{cases} \kappa u_* \delta & z < \delta \\ \kappa u_* z & z > \delta \end{cases} \quad (3.22)$$

Más aún, de acuerdo con los trabajos de Nielsen al respecto de capas límite oscilatorias, v_t puede ser aproximada como

$$v_t = 0.004 \omega k_N A_{bm} \quad (3.23)$$

con lo cual v_t es definida y el problema esta resuelto.

Así las cosas, la inclusión de (3.18), (3.23) u otra expresión diferente en (3.14) y (3.15), nos brinda los elementos necesarios para definir u y τ , así como la relación entre ellos. Al respecto, la **Figura 3.3** muestra como ejemplo algunas de las leyes de variación más populares de v_t .

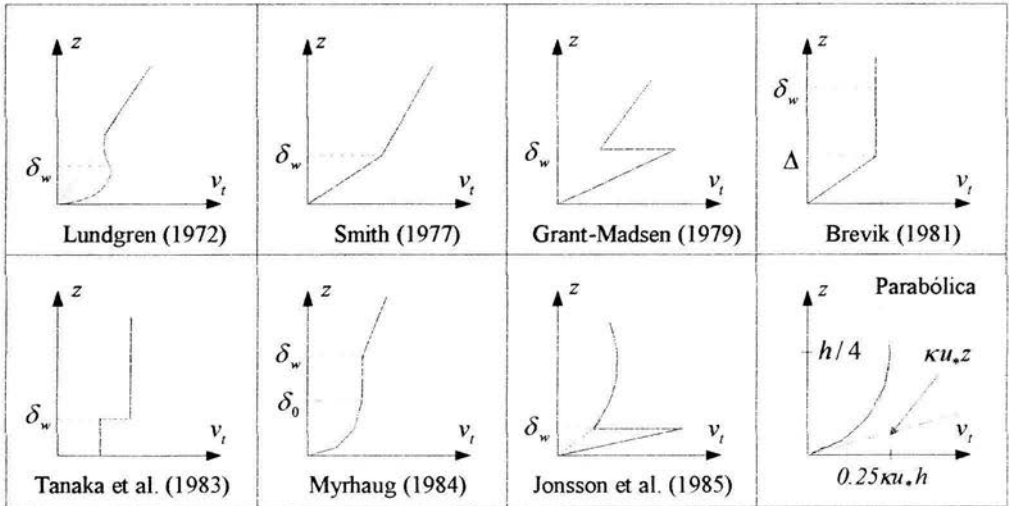


Figura 3.3 Esquema conceptual de las distribuciones de viscosidad turbulenta. Viscosidad media para modelos de viscosidad invariante en el tiempo, donde δ_w corresponde al espesor de la capa límite por oleaje. La distribución parabólica corresponde a flujo uniforme. Fuente: Fredsøe (1992).

En la formulación del modelo turbulento de una ecuación (*k model*), la ecuación de transporte de energía cinética turbulenta es incluida en la descripción del flujo, permitiendo una descripción mas precisa en la distribución de la turbulencia. De esta forma, la energía cinética turbulenta (*k*) es definida como

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (3.24)$$

donde u' , v' y w' son las fluctuaciones turbulentas de velocidad promediadas en el tiempo sobre las direcciones x , y y z respectivamente.

El punto de inicio para estimar el transporte de energía cinética turbulenta considera la aplicación de las ecuaciones de Navier–Stokes, promediando en el tiempo el vector velocidad instantánea, formado por su componente principal (u) y su componente aleatoria (u'), llegando a

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(v_t \frac{\partial k}{\partial z} \right) + v_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - c_2 \frac{k^{3/2}}{l_d} \quad (3.25)$$

(tasa de cambio = difusión + producción – disipación), donde c_2 es una constante numérica (≈ 0.08) y l_d es la escala de longitud de la turbulencia, aproximada por

$$l_d = \kappa \sqrt[4]{c_2} \quad 0.213z \quad (3.26)$$

En el modelo de una ecuación, v_t se relaciona con k a través de la expresión de Kolmogorov–Prandatl

$$v_t = l_d \sqrt{k} \quad (3.27)$$

La forma de solución al problema consiste en la generación del sistema cerrado de ecuaciones (3.24 a 3.27) a resolver numéricamente, generalmente por medio de un esquema en diferencias finitas.

Ahora bien en un modelo turbulento de dos ecuaciones (*k – ε model*), se considera que la escala de longitud varía en tiempo y espacio, requiriendo la inclusión de otra ecuación para mantener cerrado el sistema a resolver. De esta forma, la ecuación adicional corresponde usualmente a la de transporte de disipación energética ε , estructurada de igual manera que (3.25). Esta ecuación es

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_t}{\sigma \mathcal{G}} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_3 \varepsilon \frac{v_t}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{c_4 \varepsilon^2}{k} \quad (3.28)$$

donde c_3 , c_4 , σ y \mathcal{S} son constantes a determinar mediante experimentación.

Al igual que para el *modelo-k*, la solución del esquema en diferencias finitas nos permite obtener el valor de k y a su vez v_t , con lo cual se obtiene el patrón de comportamiento dinámico en el fondo (esfuerzos-velocidades).

A diferencia de los modelos basados en la definición simple de v_t , la aplicación de los modelos k permite definir su variación en tiempo y espacio, permitiendo que la utilización de los últimos modelos sea considerada generalmente como de mayor precisión y detalle.

3.3 Procedimiento de Solución a la Ecuación de Gobierno

El objetivo último corresponde a la determinación de la distribución de velocidades y su relación con los esfuerzos cortantes o a los parámetros que permiten su descripción. En este sentido, han sido presentadas tres metodologías de aproximación al problema, donde su solución considera de manera general y como condiciones de frontera, que fuera del fluido el flujo es nulo y que no hay deslizamiento en el fondo, es decir

$$u_w - u_{\infty} \rightarrow 0 \quad \text{si} \quad z \rightarrow \infty \quad (3.29)$$

y

$$u_w - u_{\infty} = -u_{\infty} \quad \text{en} \quad z = z_0 \quad (3.30)$$

Sin embargo, independientemente de contar con la información que caracteriza el problema como u_{bm} , T , ϕ_{wc} , d , h , etc., cada una de las metodologías descritas considera cuando menos lo siguiente:

Integral de Momentum Resolver numéricamente (3.8), para encontrar los valores de u_* y z_0 que satisfagan en conjunto con las condiciones de frontera la ecuación (3.9). Finalmente, el resultado corresponde a la determinación de la distribución de esfuerzos y velocidades.

Métodos basados en v_t Elegir la forma de variación de v_t , tal y como lo indican (3.18), (3.22-3.23) o inclusive la **Figura 3.3**. Circunscribir dicha variación en (3.14-3.15) y resolver de acuerdo con las condiciones de frontera y los datos que describen al problema, obteniendo así los valores de u_{*wc} y u_{*c} . Dado que (3.14) corresponde a un proceso invariante en el tiempo su solución es de relativa simpleza sin embargo, la solución de (3.15) considera alternativamente, la utilización de variables complejas y funciones de *Bessel* y *Kelvin* de orden cero como

el método de aproximación analítica (Madsen, 1993). A manera de ejemplo, a continuación son incluidas las ecuaciones correspondientes a la solución analítica de (3.14) y (3.15) de acuerdo con la propuesta de variación de v_t , según lo establece Madsen con (3.18).

$$u_c = \frac{u_{*c}}{\kappa} \left[\ln \frac{z}{\delta_{wc}} + \frac{u_{*c}}{u_{*m}} \ln \frac{\delta_{wc}}{z_0} \right] \quad (3.31)$$

y

$$u_w = u_{bm} \left[\left(\ln \frac{\kappa u_{*wm}}{z_0 \omega} - 1.15 \right)^2 + \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \right]^{-1/2} \ln \frac{z}{z_0} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.32)$$

donde el ángulo de fase entre las velocidades horizontales dentro y fuera de la capa límite esta dado por

$$\tan \varphi = \frac{\pi / 2}{\ln \frac{\kappa u_{*wm}}{z_0 \omega} - 1.15} \quad (3.33)$$

Modelos Turbulentos

Dependiendo del orden del modelo, pudiendo ser de una ecuación (*k-model*) o dos ecuaciones (*k-ε model*), hay que resolver el sistema cerrado de ecuaciones (3.24 a 3.27 o 3.24 a 3.28), con la aplicación de un esquema en diferencias finitas, obteniendo como resultado la variación de k , v_t y el patrón de comportamiento en el tiempo y el espacio de los esfuerzos y las velocidades.

4 INTERACCION FLUJO–SEDIMENTO

En el capítulo anterior se incluyeron las bases teóricas para el estudio del flujo del fluido y su interacción con un fondo plano, representados por medio del esfuerzo cortante τ_b y una rugosidad hidráulica referida en función de la escala z_0 . Sin embargo, falta apuntar que según la intensidad del flujo es la respuesta del fondo, manifestándose con variaciones en su capacidad de fricción o rugosidad y por lo tanto en los esfuerzos de fondo, así como en el transporte de sedimentos. En este sentido, el capítulo a continuación muestra las herramientas para evaluar la intensidad del flujo y su influencia en el comportamiento del fondo, tomando como base las aproximaciones basadas en la viscosidad turbulenta ν_t y los desarrollos teórico–experimentales de Madsen (1993) y Nielsen (1992).

4.1 Iniciación de Movimiento

Para estimar la tasa de transporte, algunos de los primeros acercamientos consideraban que cualquier condición de flujo por mínima que fuera ella, produciría el movimiento de granos y por lo tanto el transporte mismo. Rigurosamente, una condición de flujo con poca intensidad pudiera provocar el movimiento de algunos granos, originando en consecuencia un valor diferente de cero para la tasa de transporte. De esta forma y dependiendo del enfoque particular, pudiera establecerse como inicio de movimiento cualquier situación donde un porcentaje del material en fondo se encuentre en movimiento.

Para evitar este tipo de ambigüedades, investigadores del tema consideraron adecuada su definición en términos de las fuerzas que actúan sobre los granos, definiendo dicho umbral en acuerdo con los trabajos desarrollados al respecto por Shields.

4.1.1 Parámetro de Shields

En 1936 y con base en el análisis dimensional, Shields definió el parámetro que lleva su nombre (Ψ), relacionando las fuerzas de arrastre producidas por el flujo, contra las fuerzas estabilizadoras por efecto de la gravedad.

Una forma de obtención de Ψ considera que las fuerzas de movilización son proporcionales al esfuerzo en fondo, donde el número de granos en un área unitaria es aproximadamente igual a $1/d^2$, de esta forma

$$F_{D \text{ grano}} \propto \tau_b d^2 \quad (4.1)$$

Por otro lado, para un grano no cohesivo sumergido y apoyado sobre el fondo, la fuerza de resistencia contra movimientos horizontales es asociada al peso sumergido. Expresando analíticamente lo anterior se llega a

$$W_{\text{grano}} \propto \rho g (s-1) d^3 \quad (4.2)$$

Ahora bien, la relación entre ambas fuerzas es decir, el parámetro de Shields permite constatar que

$$\Psi = \frac{u_*^2}{(s-1)gd} \quad (4.3)$$

donde u_* representa la velocidad al cortante según la expresión (2.8).

El parámetro que determina las características de flujo en fondo y por lo tanto la fuerza de movilización que actúa sobre un grano es el *número de Reynolds de capa límite*, tal y como lo expresa (2.7) con $k_N = d$. De esta forma, la situación de estabilidad o igualdad de fuerzas sobre un grano, es relacionada con un estado crítico en el cual

$$\Psi = \Psi_{cr} = \frac{u_{*cr}^2}{(s-1)gd} = f(\text{Re}_*) \quad (4.4)$$

Al respecto, los trabajos de Shields incluyeron la construcción de un diagrama que reflejara el inicio de movimiento para flujo permanente, graficando Re_* contra Ψ , y encontrando así la frontera de movimiento o $\Psi_{cr} = f(\text{Re}_*)$, dados u_* y las características físicas del sedimento.

Luego entonces Ψ define el umbral de movimiento para un grano representativo con características (s_{50}, d_{50}) , sin embargo dentro de una muestra cualquiera existirán granos con características diferentes a las medias, pudiendo estar en movimiento sin implicar necesariamente que ha sido rebasado su umbral. Al respecto, la **Figura 4.1** incluye el diagrama construido por Shields, donde se han integrado los resultados de Grant & Madsen (1979), así como los de otras fuentes (CEM, 2002).

4.1.2 Criterio de Shields Modificado

Dado que en el diagrama de Shields, el parámetro de flujo de interés aparece tanto en Re_* como en Ψ_{cr} , su manejo no es directo y la obtención del parámetro de Shields crítico tiene que hacerse de manera iterativa.

Para hacer mas adecuado y favorable su manejo, Grant & Madsen (1979) modificaron el diagrama de Shields, definiendo al parámetro *sedimento-flujo* (S_*), el cual es comparable con Re_* y depende únicamente de las características del medio físico y las características del sedimento (ver ecuación 2.33). De esta forma, Ψ vs. S_* consideraría el cambio de variable en el eje horizontal del diagrama y por supuesto un comportamiento equivalente al mostrado por la curva intermitente de la **Figura 4.1**.

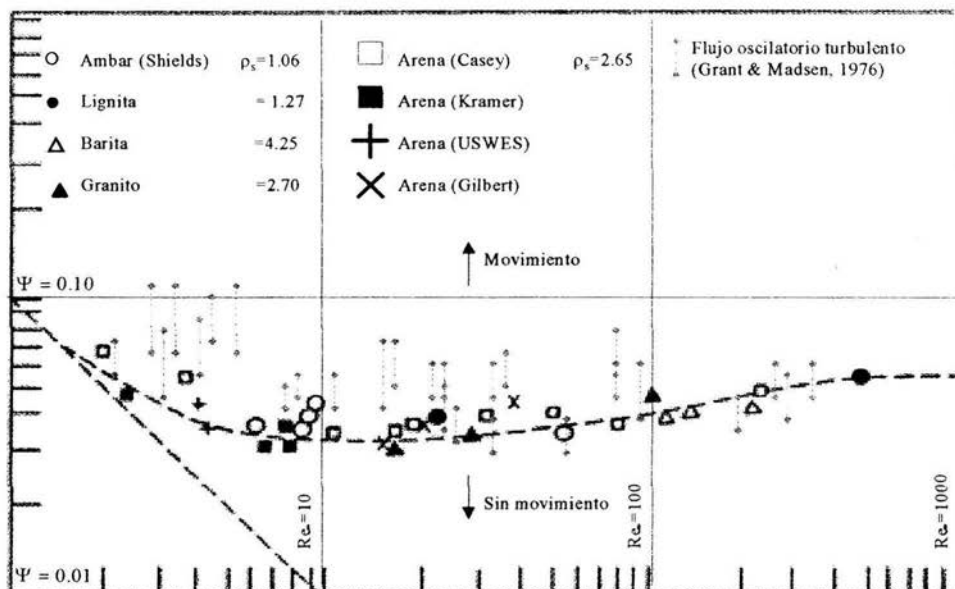


Figura 4.1 Diagrama de Shields para iniciación de movimiento en flujo turbulento. Fuente: Grant & Madsen (1979).

Como se comentó, los trabajos de Shields consideraron solamente flujo permanente, sin embargo, para flujo oscilatorio o combinado suelen tomarse en cuenta los esfuerzos máximos (expresión 3.21), considerando la velocidad de cortante definida por la expresión (2.8).

Sintetizando, dados los esfuerzos de fondo y las características del sedimento, se puede estimar la intensidad del flujo al valuar y comparar Ψ vs. Ψ_{cr} , donde $\Psi > \Psi_{cr}$ implica movimiento, $\Psi = \Psi_{cr}$ implica estabilidad crítica y $\Psi < \Psi_{cr}$ implica que no hay transporte, independiente del movimiento de algunos granos. Por otra parte, para $Re_s > 100$ es práctico considerar que $\Psi_{cr} = 0.055$.

4.1.3 Efecto de la Pendiente en la Intensidad del Flujo

Comúnmente el lecho marino presentará una pendiente natural, que algunas veces es de consideración (en ciertas zonas marinas con aguas bajas). En consecuencia y con el objeto de estimar la tasa de transporte, la determinación de Ψ_{cr} deberá considerar este importante efecto.

Seguramente, la comparación de fuerzas de movilización y estabilización permite obtener una expresión para $\Psi_{cr,\beta}$ donde $\tan \beta$ representa la pendiente del fondo. De esta forma, la elaboración de un diagrama de cuerpo libre sobre un grano apoyado en un fondo con inclinación β , verifica que

$$\Psi_{cr,\beta} = \Psi_{cr} \left\{ \cos \beta \left[1 + \frac{\tan \beta}{\tan \phi_s} \right] \right\} \quad (4.5)$$

donde ϕ_s corresponde al ángulo estático de fricción interna del sedimento, con valor cercano a los 50° (Madsen, 1993).

4.1.4 Parámetro de Shields de Rugosidad de Grano

De acuerdo con los trabajos de Engelund y Hansen, Nielsen (1992) adopta un valor igual a $2.5d$ para definir la rugosidad apreciada por un fondo plano de arena con tamaño medio igual a d_{50} . En este sentido, la contribución de Nielsen se asocia con el cálculo del parámetro de Shields respectivo, obedeciendo a

$$\Psi_{2.5} = \frac{f_w u_{bm}^2}{(s-1)gd} \quad (4.6)$$

donde f_w corresponde al factor de fricción de oleaje definido por Jonsson (Nielsen, 1992) como

$$\tau = \frac{1}{2} \rho f_w u_{bm}^2 \quad (4.7)$$

que vinculado con una rugosidad de grano igual a $2.5d$, puede ser estimado por medio de

$$f_{2.5} = \exp \left[5.213 \left(\frac{2.5d_{50}}{A_{bm}} \right)^{0.194} - 5.977 \right] \quad (4.8)$$

La importancia de $\Psi_{2.5}$ radica en las investigaciones realizadas ex profeso en conexión con una rugosidad igual a $2.5d$, donde han sido proporcionadas las metodologías de cálculo para estimar parámetros que influyen en el cálculo de la tasa de transporte, como las formas de fondo que serán abordadas a continuación.

4.2 Formas de Fondo

Raramente el fondo marino se encuentra plano. Por el contrario, es común ver o saber de formaciones de gran tamaño como barras, o formaciones de baja escala como rizos, dunas o antidunas. Las formaciones de fondo de gran tamaño influyen en el patrón de flujo, refractando, difractando o rompiendo el oleaje incidente y reflejando parte de su energía hacia mar adentro. Por su parte, las formaciones de fondo de baja escala o simplemente formas de fondo, intervienen sobremano en la estructura de la capa límite y en la intensidad turbulenta cerca del fondo, influyendo considerablemente en el transporte

de sedimentos. Por lo tanto, el desprecio de formas de fondo en el cálculo del transporte de sedimentos, por ejemplo para fines ingenieriles, puede producir errores considerables.

El presente documento considera que el patrón de flujo es un dato, razón por la cual la atención se concentra únicamente en las formas de fondo, básicamente en los rizos de vórtice, llamados así por el hecho de permitir bajo flujo oscilatorio y durante cada periodo de ola T , la formación de dos vórtices en el abrigo de sus crestas.

Para entender la aparición de estas formas, hay que considerar como condición inicial un estado de fondo plano e intensidades reducidas de flujo oscilatorio. Bajo este esquema, una cantidad de arena será movida hacia adelante y hacia atrás durante un periodo de ola, permitiendo la acumulación de arena y la formación de diminutos montículos. La terminación de otro ciclo o n ciclos, provocaría mas acumulación y en un momento dado la separación de flujo en fondo, la formación de vórtices y el aporte de arena hacia la zona protegida del montículo y así de manera periódica hasta que alcanza su condición máxima de estabilidad creándose finalmente el rizo.

Posteriormente, un aumento en la intensidad del flujo ocasionaría el incremento de la fuerza de arrastre en comparación con la fuerza asociada al vórtice, provocando el desgaste o lavado de este rizo y así continuamente, con variaciones naturales en el flujo y por ende construyéndose o lavándose estas formas. El esquema respectivo trata de ser representado por la **Figura 4.2**.

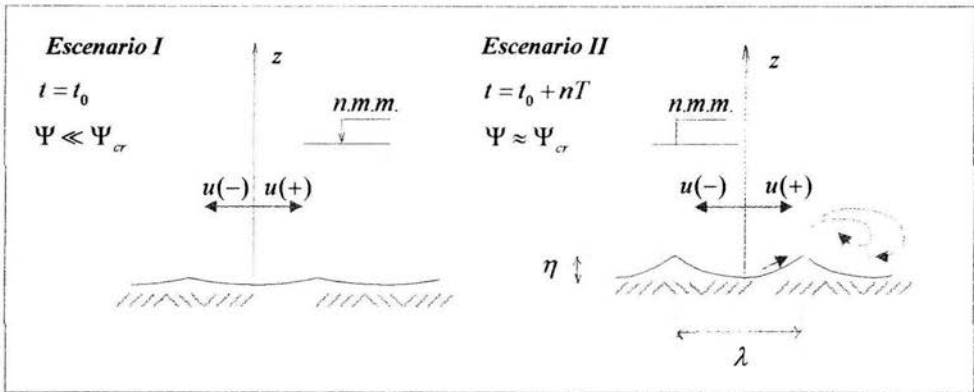


Figura 4.2 Formación de rizos de vórtice bajo flujo oscilatorio. *Escenario I* Estado inicial del fondo sobre flujo oscilatorio de baja intensidad, mucho menor que la crítica. *Escenario II* Estado posterior del fondo, donde el aumento en la intensidad del flujo (cerca de la crítica), ha permitido la formación del rizo. Los signos asociados con la velocidad, corresponden a la cresta $u(+)$ y al valle $u(-)$ respectivamente. La geometría del rizo es representada por su altura η y su longitud λ .

4.2.1 Geometría de los Rizos de Vórtice

La geometría de los rizos juega un papel preponderante en el cálculo de la tasa de transporte, dado que influye considerablemente en la rugosidad hidráulica del fondo. Sobre rizos de vórtice (o ripples), representados por su altura η y su longitud λ (ver **Figura 4.2**), la distribución de sedimentos es escalada con η , mientras que sobre otras formas como barras, la distribución de sedimentos es escalada con el espesor de la capa límite de fondo plano δ .

Madsen (1993) considera que una vez alcanzada o rebasada modestamente la condición crítica, los rizos son pronunciados y agudos en sus crestas, esencialmente bidimensionales y alineados con las crestas del oleaje, mientras que un aumento en la intensidad del flujo, provoca su suavizado y el tendido de sus caras, por lo que sus características geométricas obedecen a formas tridimensionales como lo es un montículo.

Según Nielsen (1992), investigadores del tema coinciden que bajo flujo combinado paralelo, los rizos migran en dirección de la corriente, deformando su geometría al pronunciar las caras aguas abajo de sus crestas, mientras que flujos oblicuos permiten la coexistencia de dos sistemas de rizos, definido con mayor detalle generalmente el correspondiente a la dirección del flujo más intenso.

La forma y tamaño de formas de fondo, fue estudiada a detalle por primera vez por Bagnold, quien describió el flujo y el transporte encima de las formas. Estudios posteriores principalmente de laboratorio, determinaron que λ es proporcional a las características del flujo. En afinidad Nielsen (1992) sugiere que

$$\frac{\lambda}{A_{bm}} = \exp \left[\frac{693 - 0.37 \ln^8 \zeta}{1000 + 0.75 \ln^7 \zeta} \right] \quad (4.9)$$

donde ζ corresponde al número de movilidad, definido para oleaje real por

$$\zeta = \Psi_{2.5} \frac{u_{bm}^2}{u_*^2} \quad (4.10)$$

De igual manera, asociando $\Psi_{2.5}$ a una altura de ola significativa fue obtenido que

$$\frac{\eta}{\lambda} = 0.342 - 0.34 \sqrt[4]{\Psi_{2.5}} \quad (4.11)$$

Por su parte, Madsen (1993) considera que

$$\frac{\eta}{A_{bm}} = \begin{cases} 0.018 \left(\frac{\Psi'_m}{S_*} \right)^{-0.5} & 0.0016 < \frac{\Psi'_m}{S_*} < 0.012 \\ 0.0007 \left(\frac{\Psi'_m}{S_*} \right)^{-1.23} & 0.012 < \frac{\Psi'_m}{S_*} < 0.18 \end{cases} \quad (4.12)$$

y

$$\frac{\eta}{\lambda} = \begin{cases} 0.15 \left(\frac{\Psi'_m}{S_*} \right)^{-0.009} & 0.0016 < \frac{\Psi'_m}{S_*} < 0.012 \\ 0.0105 \left(\frac{\Psi'_m}{S_*} \right)^{-0.65} & 0.012 < \frac{\Psi'_m}{S_*} < 0.18 \end{cases} \quad (4.13)$$

representan el comportamiento de las formas, donde Ψ'_m corresponde al esfuerzo máximo efectivo detallado en líneas posteriores. La comparación de ambas propuestas para el cálculo de rizos será realizada en los ejemplos numéricos respectivos.

4.2.2 Rugosidad del Fondo

La descripción geométrica del fondo es representada de manera simple por medio de la longitud k_N , denominada comúnmente como rugosidad equivalente de Nikuradse en honor a su autor, o simplemente como rugosidad hidráulica.

Con base en una considerable cantidad de experimentos para flujo permanente, adhiriendo granos uniformes de arena para crear aspereza artificial sobre las paredes de tuberías de conducción, Nikuradse encontró que z_0 , –el nivel z de velocidad nula de acuerdo con la ecuación (3.9)–, se ajusta perfectamente con

$$z_0 = \frac{k_N}{30} \quad \text{para} \quad \frac{k_N u_*}{\nu} \geq 3.3 \quad (4.14)$$

donde k_N es la rugosidad de la pared, especificada lógicamente por Nikuradse como el diámetro d del grano de arena. De acuerdo con lo anterior, para flujo permanente sobre un fondo plano con partículas esféricas densamente acomodadas, el valor de la rugosidad obedece obviamente a

$$k_N = d = 30z_0 \quad (4.15)$$

lo cual es cierto para flujo turbulento rugoso, donde el caso contrario ($k_N u_* / \nu < 3.3$) corresponde a flujo turbulento suave o incluso flujo laminar sin embargo, estos flujos son

poco comunes o incluso raros para condiciones naturales en ambientes marinos, por lo cual no son considerados en el presente documento.

El resultado de la ecuación (4.15) no es elemental para otras geometrías y otros flujos donde su obtención es indirecta. Para flujo oscilatorio sobre fondo móvil, Madsen (1993) asocia la disipación energética en la capa límite encima de rizos, igualando su magnitud registrada contra la teórica, estimando el factor de fricción y traduciéndolo en términos de la rugosidad equivalente, sugiriendo con base en los resultados obtenidos que

$$k_N = 4\eta \quad (4.16)$$

es la rugosidad que experimenta un fondo con rizos. En estudios similares mas recientes, Salles (1997) propone un coeficiente igual a 12.3 en ves de 4 para la expresión (4.16).

En correspondencia, Nielsen (1992) propone una expresión para estimar la rugosidad sobre rizos, basado en resultados previos sobre rizos fijos y en el hecho de considerar que la rugosidad se compone de una parte fija del fondo y otra parte del sedimento en movimiento, sugiriendo que

$$k_N = 8 \frac{\eta^2}{\lambda} + 5d\Psi_{2.5} \quad (4.17)$$

Finalmente, la rugosidad de fondo plano y móvil sobre flujo oscilatorio para intensidades mucho mayores a la crítica, puede ser aproximada según Madsen (1993) por

$$k_N = 15\Psi'd \quad (4.18)$$

mientras que Nielsen (1992), sugiere en contraparte que

$$k_N = 170d\sqrt{\Psi_{2.5} - \Psi_{cr}} \quad (4.19)$$

Otra vez, ejemplos numéricos más adelante considerarán la comparación indirecta de (4.16) y (4.17), así como de (4.18) y (4.19).

4.2.3 Fricción de Grano

Intensidades de flujo cercanas a la condición crítica provocan la aparición de formas de fondo. Estas formas modifican el patrón de flujo y la distribución de esfuerzos, ocasionando la creación de fuerzas de arrastre por diferencias de presión, así como fuerzas de superficie, esquematizadas a continuación por la **Figura 4.3**.

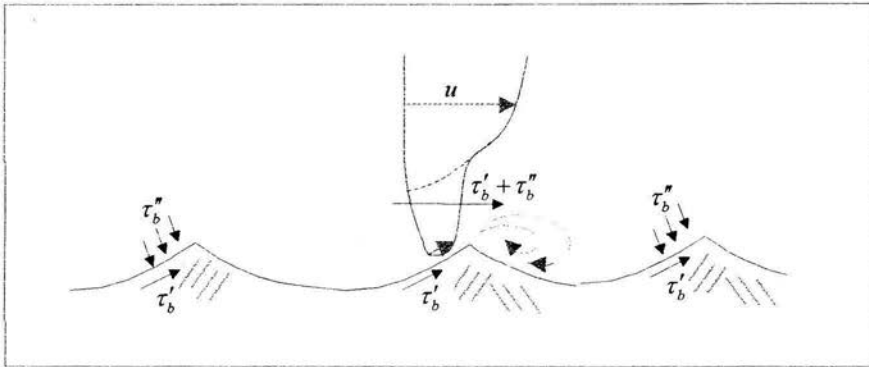


Figura 4.3 Conceptualización de esfuerzos sobre fondo con rizo y flujo turbulento. El esfuerzo cortante total τ_b se compone del esfuerzo de grano o efectivo τ'_b y del esfuerzo de arrastre por presión o fricción de forma τ''_b . Fuente: Madsen (1993).

Las fuerzas de arrastre actúan sobre las formas de fondo, mientras que las fuerzas de superficie actúan sobre los granos, siendo las responsables de su movilización y por ende las más importantes en conexión con el transporte de sedimentos, por lo que a menudo son referidas como fuerzas efectivas.

Ambas fuerzas o mas bien su representación en esfuerzos, conforman el esfuerzo en fondo de acuerdo con

$$\tau_b = \tau'_b + \tau''_b \quad (4.20)$$

donde τ'_b corresponde a la fricción de grano o esfuerzo efectivo y τ''_b a la fricción de forma. Igualmente, Ψ' corresponde al parámetro de Shields de fricción de grano definido tal como lo indica (2.4), utilizado frecuentemente para predecir el inicio de movimiento y la magnitud de la concentración de sedimentos en suspensión.

4.3 Estimación de la Interacción Flujo-Sedimento

El Capítulo 3 incluyó la forma de evaluar τ_b y obtener $u(z)$, dadas las características del medio y el flujo, sugiriéndose al respecto tres diferentes formas de acercamiento. Sin embargo, fue dado por hecho que el fondo es plano y ausente de la componente de arrastre de forma, lo cual es cierto solamente para intensidades de flujo menores a la crítica, donde $\tau_b = \tau'_b$.

Luego entonces, hay que evaluar el esfuerzo efectivo o factores relacionados como la velocidad al cortante, el factor de fricción y/o la misma rugosidad del fondo, para intensidades de flujo iguales o mayores a la crítica.

4.3.1 Cálculo de la Rugosidad de Fondo Móvil

En principio, Madsen (1993) propone despreciar la presencia de la corriente para evaluar la rugosidad del fondo móvil y determinar si el fondo es plano o con rizos, considerando que

$$k_N = k'_N = d \quad (4.21)$$

donde el superíndice “prima” denota su asociación con el esfuerzo efectivo o de grano. De esta forma, la solución asociada con el oleaje según Gambino (1998) considera calcular

$$\Gamma = \frac{C_\mu u_{bm}}{k'_N \omega} \quad (4.22)$$

donde la primera iteración asume que $C_\mu = 1$. Acto siguiente, corresponde al cálculo del factor de fricción f'_w , de acuerdo con

$$f'_w = \begin{cases} C_\mu \exp(7.02\Gamma^{-0.078} - 8.82) & 0.2 < \Gamma < 100 \\ C_\mu \exp(5.61\Gamma^{-0.109} - 7.30) & 100 < \Gamma < 10,000 \end{cases} \quad (4.23)$$

Posteriormente, hay que evaluar u'_{*wm} y Ψ'_m para constatar que $\tau_b \neq \tau'_b$ sabiendo que

$$u'_{*wm} = u_{bm} \sqrt{\frac{f'_w}{2}} \quad (4.24)$$

y

$$\Psi'_m = \frac{(u'_{*wm})^2}{(s-1)gd} \quad (4.25)$$

La comparación entre Ψ'_m y Ψ_{cr} arrojará como resultado tres posibles condiciones de flujo, tal y como lo concentra la **Tabla 4.1**, donde podrá concluirse acerca del estado del fondo, así como del movimiento de los sedimentos.

Tabla 4.1 Intensidad de Flujo y Características del Fondo según Madsen

Condición de Flujo	Intensidad	Fondo	Movimiento	Rugosidad Hidráulica
$\Psi'_m < 0.5\Psi_{cr}$	Débil	Plano	No existe	d
$0.5\Psi_{cr} < \Psi'_m < 0.35$	Moderada	Rizado	Existe	Ecuación (4.16)
$\Psi'_m > 0.35$	Intensa	Plano	En capas	Ecuación (4.18)

Ahora bien, considerando la propuesta de Nielsen (1992) para el cálculo de la rugosidad de fondo móvil, análogamente hay que comparar $\Psi_{2.5}$ y Ψ_{cr} , donde las características de flujo y fondo corresponderán a lo incluido por la **Tabla 4.2**.

Tabla 4.2 Intensidad de Flujo y Características del Fondo según Nielsen

Condición de Flujo	Intensidad	Fondo	Movimiento	Rugosidad Hidráulica
$\Psi_{2.5} < \Psi_{cr}$	Débil	Plano	No existe	d
$\Psi_{cr} < \Psi_{2.5} < 1$	Moderada	Rizado	Existe	Ecuación (4.17)
$\Psi_{2.5} > 1$	Intensa	Plano	En capas	Ecuación (4.19)

4.3.2 Modelo de Interacción Oleaje-Corriente

Continuando con la propuesta de Madsen y cumpliéndose que $0.5\Psi_{cr} < \Psi'_m$, el autor propone un proceso iterativo de solución al problema de interacción oleaje-corriente, partiendo en la condición inicial con $\mu=0$, calculando

$$\mu = \frac{u_{*c}^2}{u_{*wm}^2} \quad (4.26)$$

y

$$C_\mu = \sqrt{1 + 2\mu \cos \phi_{wc} + \mu^2} \quad (4.27)$$

Obtenidos μ y C_μ , deben calcularse Γ , f_{cw} y u_{*wm} de acuerdo con las expresiones (4.22–4.24), encontrando finalmente el esfuerzo efectivo máximo combinado. Posteriormente y para encontrar el valor de velocidad al cortante, deben aplicarse las siguientes expresiones

$$u_{*m} = (C_\mu u_{*wm}^2)^{0.5} \quad (4.28)$$

$$\delta_{wc} = \kappa \frac{u_{*m}}{\omega} \quad (4.29)$$

y

$$u_{*c} = u_{*m} \frac{k_1}{k_2} \left[-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \kappa \frac{u_c(z_r) k_2}{u_{*m} k_1^2}} \right] \quad (4.30)$$

donde

$$k_1 = \ln \frac{z_r}{\delta_{cw}} \quad (4.31)$$

$$k_2 = \ln \frac{\delta_{cw}}{z_0} \quad (4.32)$$

hasta converger en μ y C_μ finalizando el proceso iterativo. Según Madsen, al momento se cuentan con los elementos para evaluar los perfiles de velocidades asociados a flujo combinado, leyendo

$$u_c = \begin{cases} \frac{u_{*c}^2}{\kappa} \frac{1}{u_{*m}} \ln \frac{\delta_{cw}}{z_0} & \text{para } z < \delta_{cw} \\ \frac{u_{*c}^2}{\kappa} \ln \frac{z}{z_{0a}} & \text{para } z > \delta_{cw} \end{cases} \quad (4.33)$$

y

$$u_w = u_{bm} \left[\left(\ln \frac{\kappa u_{*wm}}{z_0 \omega} - 1.15 \right)^2 + \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \right]^{-1/2} \ln \frac{z}{z_0} \cos(\omega t + \varphi) \quad (4.34)$$

donde

$$z_{0a} = \delta_{wc} \exp \left(-\kappa \frac{u_c(\delta_{cw})}{u_{*c}} \right) \quad (4.35)$$

y

$$\tan \varphi = \frac{\pi / 2}{\ln \frac{\kappa u_{*wm}}{z_0 \omega} - 1.15} \quad (4.36)$$

Sin embargo, para definir los parámetros relacionados con la fricción de grano, debe ser resuelto nuevamente el problema de interacción oleaje–corriente (ecuaciones 4.26–4.32), utilizando para ello una rugosidad $k_N = d$, una elevación de referencia $z_r = \delta_{wc}$ y una magnitud de flujo permanente $u_c(z_r) = u_c(\delta_{wc})$, dado que el modelo de interacción oleaje–corriente presume que fuera de la capa límite, la variación de la velocidad de la corriente es gobernada por la rugosidad de grano ($k_N = k'_N = d$).

Recordando que el objetivo de este apartado se relaciona con la obtención de $u_c(z)$ o la evaluación del esfuerzo efectivo y factores asociados, se incluye la propuesta de Nielsen al respecto, donde

$$u_* = \frac{\kappa u_c(z_r)}{\ln \frac{z_r}{z_0} - \ln \frac{0.44 u_{bm}}{u_*}} \quad (4.37)$$

y

$$u_c(z) = \begin{cases} \frac{u_*^2}{\kappa} \frac{z}{1.196 z_0 u_{bm}} & \text{para } z < \frac{1.196 z_0 u_{bm}}{u_*} \\ \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z u_*}{0.44 z_0 u_{bm}} & \text{para } z > \frac{1.196 z_0 u_{bm}}{u_*} \end{cases} \quad (4.38)$$

5 SUSPENSION DE SEDIMENTOS

Cuando la intensidad del flujo es suficiente para que la turbulencia permita expulsar granos de la capa límite del fondo, lo cual es común en condiciones naturales, puede apreciarse la suspensión de material del fondo, fenómeno originado por fluctuaciones verticales a la dirección principal de flujos turbulentos, las cuales mueven y dispersan granos en su trayecto.

Para medir la cantidad de sedimentos suspendidos dentro de un fluido, generalmente se estima la cantidad de sólidos entre la cantidad total de la mezcla fluido-sedimento, pudiendo expresarse dicha relación de manera adimensional, como el volumen de sólidos entre el volumen total de la mezcla fluido-sedimento. A pesar de que existen otras formas de expresar la concentración de partículas, como partes por millar (ppm), peso por volumen (mg/L), o en forma porcentual (masa/masa), etc., aquí se utiliza la relación adimensional entre volúmenes.

5.1 Medición de la Concentración

Existen diversos dispositivos para medir la concentración, desde tomadores de muestras por succión, hasta aparatos más sofisticados que miden indirectamente su magnitud, apoyándose en técnicas ópticas-acústicas (Hughes, 1993) o basándose en principios físicos como la absorción o radiación electromagnética. Sin embargo, los registros de algunos de estos aparatos son difíciles de interpretar (Nielsen, 1992), ya que dependen considerablemente de las características de los granos como el tamaño, la forma, la graduación e incluso el color.

Diversas fuentes como Horikawa, Bosman, McFetridge y coautores (Nielsen, 1992), experimentalmente han registrado la concentración promediada en el tiempo de partículas suspendidas $\bar{c}(x, z)$, sobre fondos con rizos de vórtice y sobre fondos planos, encontrando un comportamiento semejante al mostrado por la **Figura 5.1**.

En congruencia con dichas fuentes, las curvas mostradas por la **Figura 5.1** revelan el comportamiento de distribución en la vertical para granos en suspensión; pudiendo ser con curvatura cóncava hacia arriba (curva izquierda) y con curvatura convexa hacia arriba (curva derecha), manifestando anticipadamente un comportamiento complejo.

De acuerdo con Nielsen (1992), curvaturas cóncavas corresponden a periodos de ola grandes y diámetros mayores, mientras que curvaturas convexas son asociadas con periodos de ola y diámetros menores relativamente. Lo anterior se aprecia parcialmente en la **Figura 5.1**, donde la curva de la izquierda corresponde a un rango tamizado $0.42\text{mm} < d < 0.60\text{mm}$, mientras que la curva de la derecha se relaciona con un rango tamizado $0.06\text{mm} < d < 0.11\text{mm}$.

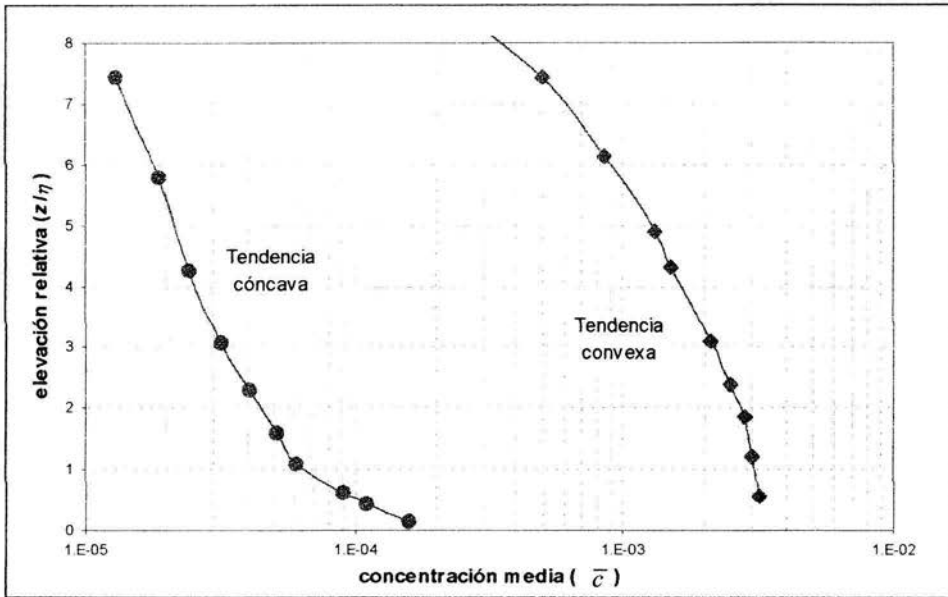


Figura 5.1 Perfiles de concentración en flujo oscilatorio sobre fondo rizado. De acuerdo con Nielsen (1992), las curvas mostradas corresponden a dos fracciones tamizadas de arena suspendida, contenidas ambas fracciones en el mismo flujo. $(h, T, H, d_{50}, \lambda, \eta) = (0.3\text{m}, 1.51\text{s}, 0.13\text{m}, 0.19\text{mm}, 0.078\text{m}, 0.011\text{m})$.
 ● $0.42\text{mm} < d < 0.60\text{mm}$; ◆ $0.06\text{mm} < d < 0.11\text{mm}$.

Para tratar de reproducir matemáticamente los resultados de registrar la concentración de partículas suspendidas, han sido definidas algunas expresiones analíticas como por ejemplo

$$\bar{c}(z) = c_0 \exp(-zw_0 / \varepsilon_s) \tag{5.1}$$

donde $\bar{c}(z)$ es el promedio en el tiempo de $c(z,t)$, c_0 es la concentración en fondo para flujo oscilatorio $c_0 = c_{(z=0)}$, w_0 es la velocidad de caída y ε_s es el coeficiente de difusión del sedimento relacionados ambos por medio de

$$c_0 = \begin{cases} 0.007(\Psi_{2.5} - \Psi_{cr})^{1.5} & \text{para fondo plano} \\ 0.005 \left(\frac{\Psi_{2.5}}{(1 - \pi\eta/\lambda)^2} \right)^3 & \text{para fondo rizado} \end{cases} \tag{5.2}$$

y

$$\varepsilon_s \approx 0.016\omega k_N A_{bm} \tag{5.3}$$

donde $\Psi_{2,5}$, corresponde al parámetro de Shields de rugosidad de grano, Ψ_{cr} al parámetro de Shields crítico, η y λ a la altura y longitud del rizo en fondo respectivamente, ω a la frecuencia angular del oleaje, k_N a la rugosidad de Nikuradse y A_{bm} a la amplitud de excursión del oleaje.

5.2 Aproximación Conceptual

Para determinar la distribución en la vertical de la concentración, varios autores consideran adecuado su acercamiento conceptuándolo con base en un proceso difusivo por gradiente, en el cual las fluctuaciones ascendentes generadas por mezclado vertical, deben estar presentes para equilibrar la caída de granos en suspensión. Este concepto fue desarrollado en conexión con la teoría cinemática de los gases, para la cual el flujo de materia o energía se presenta de una zona con mayor concentración a una de menor concentración tendiendo a equilibrar su distribución.

En la mecánica de un proceso difusivo, la velocidad cambia por efecto de colisiones entre partículas provocando que sus trayectos sean movimientos erráticos. En conexión con el transporte de sedimentos, estos movimientos son escalados con la longitud de mezclado ℓ . Otros autores consideran que la difusión por gradiente no es la herramienta mas adecuada para modelar sedimentos suspendidos, ya que no permite describir detalles de mezclado a una escala menor a la impuesta por ℓ . Según Nielsen (1992) el acercamiento con difusión por gradiente es valido para flujos donde ℓ es pequeña en relación con la columna del agua h ; por ejemplo en flujo permanente y uniforme con fondo plano y sedimento fino. Sin embargo, si ℓ es del mismo orden de magnitud que h el proceso será mejor descrito por un mecanismo de mezclado a mayor escala, por ejemplo en analogía con un proceso convectivo.

Un proceso convectivo se presenta en el interior de un líquido o un gas, cuando diferencias de temperatura producen el flujo del fluido con dirección de mayor temperatura y menor densidad a menor temperatura y mayor densidad, por ejemplo al calentar el agua. En semejanza, este concepto puede ser aplicado en la puesta en suspensión de sedimentos por la formación y migración de vórtices en fondo, donde al ser arrastrado el sedimento tiende a zonas de menor concentración.

Resumiendo, si $\ell \ll h$ el proceso será dominado por su componente difusiva, mientras que el caso contrario implica el dominio de la componente convectiva, requeridas ambas en una mejor descripción del fenómeno.

5.2.1 Ecuación de Gobierno

Tomando en cuenta ambas componentes y el efecto gravitatorio a que está sujeto el flujo de sedimento, la forma para describir su distribución en la vertical corresponde a la aplicación de la ecuación de conservación para un volumen de control, tal como lo describe la **Figura 5.2**.

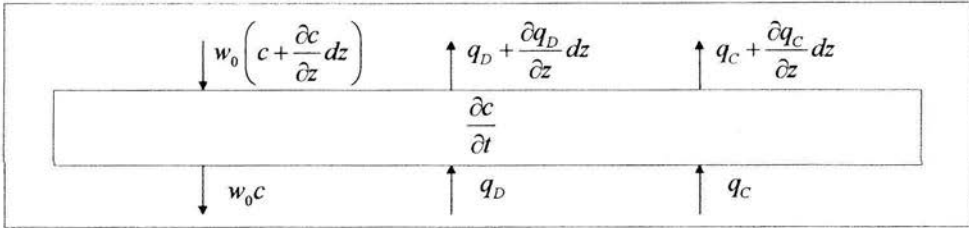


Figura 5.2 Esquema conceptual de conservación de sedimento, expresado en términos de tres componentes verticales de flujo: flujo de depósito w_0c ; flujo difusivo q_D ; y flujo convectivo q_C .

De acuerdo con el esquema de la **Figura 5.2** se puede demostrar que

$$\frac{\partial c}{\partial t} = w_0 \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial q_D}{\partial z} - \frac{\partial q_C}{\partial z} \quad (5.4)$$

donde c denota la concentración y q la tasa de transporte por unidad de área, mientras que los subíndices D y C se refieren a la componente difusiva y convectiva del flujo asociado al sedimento respectivamente y w_0 corresponde a la velocidad de caída considerada como independiente del tiempo y el espacio (ver expresión 2.32). Pevio a la solución de la ecuación (5.4), hay que revisar las condiciones de frontera relacionadas así como los caminos alternos de aproximación al problema.

5.2.2 Condiciones de Frontera

De acuerdo con Nielsen (1992), algunas veces la concentración de partículas es diferente para una misma condición de flujo, lo cual puede originarse por detalles como la micro-topografía evidenciando la complejidad de este proceso. Para evitar una de tantas complicaciones en su manejo, a menudo se utiliza una cantidad promediada en la horizontal reconocida como concentración de referencia $c_r = c(z, t)$, o en su defecto una cantidad conocida como concentración media $\bar{c}(x, z)$.

Para flujos permanentes y uniformes, se considera un equilibrio instantáneo entre las características del flujo y la concentración de sedimentos representándolos por ejemplo por medio del parámetro de Shields $c = c(\Psi) = f(\tau)$. En este sentido, Madsen (1993) extiende dicho concepto para flujo combinado proponiendo como condición de frontera, un estado donde la concentración de granos suspendidos cerca del fondo (c_{sB}) puede ser relacionada con las características del flujo de acuerdo con

$$c_{sB} \propto \frac{|\tau'_b(t)|}{\tau_{cr,\beta}} - 1 \quad (5.5)$$

Generalizando, Madsen propone que la expresión (5.5) se puede expresar como concentración de referencia leyendo

$$c_R = r_c c_{bm} \left(\frac{|\tau'_b(t)|}{\tau_{cr,\beta}} - 1 \right) \quad (5.6)$$

donde c_{bm} es la concentración máxima del sedimento en fondo para una condición de contacto intergranular, considerada generalmente con valor igual a 0.65 y r_c es el parámetro de resuspensión, magnitud que toma en cuenta el estado del fondo rigiéndose por

$$r_c = \begin{cases} 2 \cdot 10^{-3} & \text{para fondo rizado} \\ 2 \cdot 10^{-4} & \text{para fondo plano} \end{cases} \quad (5.7)$$

Antes de continuar se debe enfatizar que r_c está íntimamente relacionado con una elevación de referencia, la cual es definida por Madsen (1993) como $z_R = 7d$. Fuera de esta elevación, los valores indicados por (5.7) serían diferentes.

Operando en (5.6), considerando que el oleaje domina sobre las corrientes ($\tau'_c \ll \tau'_{wm}$), los esfuerzos máximos en fondo son mucho mayores que el esfuerzo crítico ($\tau_{cr} \ll \tau'_{wm}$), que el fondo es de ligera inclinación relativa ($\tan \beta \ll \tan \phi_d$) donde β corresponde al ángulo de inclinación observado en el fondo y ϕ_d se refiere al ángulo de fricción dinámica ($\approx 30^\circ$), y que la concentración puede disgregarse en sus componentes permanente y oscilatoria, se llega a

$$\bar{c}_R = r_c c_{bm} \left[\frac{2 \tau'_{wm}}{\pi \tau_{cr}} - 1 \right] \quad (5.8)$$

y

$$\tilde{c}_R = r_c c_{bm} \left[\frac{4 \tau'_c}{\pi \tau_{cr}} \cos \phi_{wc} - \frac{\tau'_{wm}}{\tau_{cr}} \frac{\tan \beta_w}{\tan \phi_m} \right] \cos(\omega t + \varphi') \quad (5.9)$$

donde \bar{c}_R y \tilde{c}_R son la concentración de referencia permanente y oscilatoria, y φ' es el ángulo de fase efectivo definido por

$$\tan \varphi' = \frac{\pi / 2}{\ln \frac{\kappa u'_m}{z_0 \omega} - 1.15} \quad (5.10)$$

relacionados nuevamente \bar{c}_R , \bar{c}_R y r_c unívocamente con una elevación de referencia igual a $7d$, la frontera matemática establecida por Madsen (1993) para separar el transporte de fondo y el transporte en suspensión.

La otra condición de frontera considera que el sedimento no es transportado a través de la superficie del fluido o que la concentración de granos en suspensión tiende a desvanecerse con la elevación, esto es

$$c \rightarrow 0 \quad \text{si} \quad z \rightarrow \infty \quad (5.11)$$

5.2.3 Función de Levante de Sedimentos (Pickup Function)

La forma de acercamiento tradicional para modelar sedimentos suspendidos en flujo permanente y uniforme, ha sido bajo la consideración de equilibrio entre el esfuerzo cortante en fondo y la concentración de sedimentos cerca del fondo, tal y como lo propone Madsen (1993), al considerar la expresión (5.5).

Bajo este enfoque, es posible relacionar directamente la tasa de transporte con los esfuerzos de fondo, sin embargo esta consideración no es tan real cuando el flujo no es permanente y ni uniforme como ocurre en ambientes marinos, donde para cierto instante el esfuerzo cortante en fondo puede ser nulo, mientras que la concentración de sedimentos es abundante al ir cayendo granos suspendidos por peso propio; justificación de acercamientos alternos que consideran al efecto de puesta en suspensión y depósito de sedimentos como procesos independientes.

Así las cosas, el efecto de puesta en suspensión representado en términos de la función de levante $p(t)$, se debe interpretar como un proceso inverso e independiente del depósito de sedimentos ($c_0 w_0$).

Apoyado en los trabajos de van Rijn al respecto, Nielsen (1992) sugiere que para fondo plano y oleaje tipo seno que

$$\bar{p} \approx 0.007 w_0 (\Psi_{2.5} - \Psi_{cr})^{1.5} \quad (5.12)$$

donde \bar{p} corresponde a la media en el tiempo de la tasa de levante. Ahora bien para fondo con rizos, la variación del esfuerzo cortante es mas complicada y no bien comprendida. Sin embargo, Nielsen (1992) propone que

$$\bar{p} \approx 0.005 w_0 \left[\frac{\Psi_{2.5}}{(1 - \pi \eta / \lambda)^2} \right]^3 \quad (5.13)$$

No obstante, reconoce que sobre fondo con rizos la tasa de levante varía como lo muestra cualitativamente la **Figura 5.3**, con dos máximos distintos durante un periodo de

ola t^d y t^u (tiempo de inicio de ascenso y tiempo de inicio de descenso), dados en el cambio de dirección de la velocidad de corriente libre u_∞ .

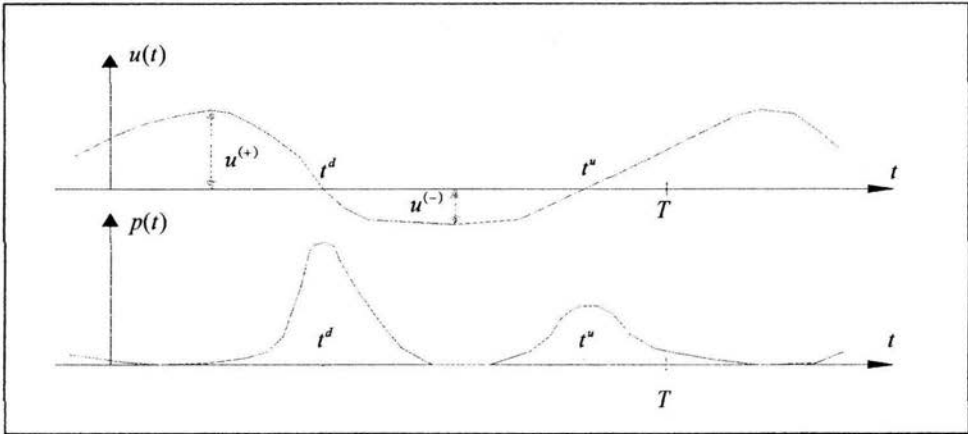


Figura 5.3 Distribución de velocidades y función de levante de sedimentos para flujo oscilatorio. Según Nielsen los máximos son agudos en fondo rizado, mientras que en fondo plano son más suaves. $u^{(+)}$ y $u^{(-)}$ se refieren a la magnitud positiva y negativa de la velocidad de corriente libre, mientras que t^d y t^u corresponden a los tiempos de cambio en la dirección de esta velocidad.

Por lo anterior, Nielsen define una expresión alterna para evaluar $p(t)$ dado el caso de oleaje irregular contando por supuesto con su registro en términos de series de tiempos $(H_{(i)}, T_{(i)}, u_{bm(i)}, t_{(i)})$ (altura de ola, periodo de ola, velocidad orbital máxima en fondo, paso de tiempo) donde i se refiere al registro de datos asociados particularmente con ese tiempo.

De esta forma, la expresión respectiva al cálculo de la tasa de levante sobre oleaje irregular corresponde a

$$p(t) = V^d \Delta_T(t - t^d) + V^u \Delta_T(t - t^u) \quad (5.14)$$

donde

$$\Delta_T(t - t_0) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cos \frac{2n\pi}{T}(t - t_0) \quad (5.15)$$

$$V^d + V^u = w_0 c_0 T \quad (5.16)$$

y

$$V^d / V^u \approx (u^{(+)} / u^{(-)})^6 \quad (5.17)$$

y donde los superíndices d , u , (+) y (-) deben diferenciarse de operadores de potencias, mas bien deben interpretarse en asociación con el hecho de cambio en la dirección de la velocidad orbital.

Asumiendo efectivamente el desequilibrio entre el esfuerzo de fondo y la concentración de sedimentos suspendidos cerca del fondo, las condiciones de frontera establecidas en conexión con la función de levante, obedecen a (5.11) y a

$$w\bar{c}_{(z=0)} - \bar{p} = n \left(\frac{\partial z_b}{\partial t} \right) \quad (5.18)$$

donde n representa el volumen de sólidos contenido en un volumen unitario y z_b es la elevación inicial para $z = 0$; el nivel del fondo antes de depósito o erosión susceptible de su variación temporal.

5.3 Distribución de la Concentración en la Vertical

Existen al menos dos corrientes de aproximación al problema; el modelo difusivo propuesto por Madsen (1993) y el modelo difusivo–convectivo propuesto por Nielsen (1992) ambos descritos a continuación.

5.3.1 Modelo Difusivo de Madsen

Esta propuesta considera las condiciones de frontera especificadas por las expresiones (5.8 a 5.11) y la componente difusiva del flujo de sedimento, según lo indica la ecuación (5.4) con $q_c = 0$, donde se asume que la mezcla sedimento–flujo se comporta como un solo fluido en el cual los sedimentos se encuentran diluidos, moviéndose al unísono con las partículas del fluido.

De esta forma, puede considerarse que el grado de difusión del sedimento (ε_s) es comparable con la viscosidad de remolino (ν_t), es decir

$$\varepsilon_s = \nu_t = \kappa u_*^m \quad (5.19)$$

llegando a

$$\frac{\partial c}{\partial t} = w \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial q_D}{\partial z} \quad (5.20)$$

donde

$$q_D = -\nu_t \frac{\partial c}{\partial z} \quad (5.21)$$

De acuerdo con Madsen (1991), dentro de la capa límite con flujo combinado, la concentración de sedimentos suspendidos $c(z)$ puede ser resuelta en términos de su valor medio $\bar{c}(z)$ y su valor dependiente del tiempo asociado con el oleaje $\tilde{c}(z)$, utilizando como herramienta de solución variables complejas y funciones de *Bessel* y *Kelvin de orden cero*, encontrando que

$$\bar{c}(z) = \begin{cases} \bar{c}_r \left[\frac{z}{7d} \right]^{-w/\lambda u_{*m}} & \text{para } z < \delta_{wc} \\ \bar{c}_r \left[\frac{\delta_{cw}}{7d} \right]^{-w/\lambda u_{*m}} \left[\frac{z}{\delta_{cw}} \right]^{-w/\lambda u_{*c}} & \text{para } z > \delta_{wc} \end{cases} \quad (5.22)$$

$$\tilde{c}(z) = \tilde{c}_r \cos(\omega t + \varphi') - \frac{2}{\pi} \ln \frac{z}{7d} \tilde{c}_r \sin \varphi_s \cos(\omega t + \varphi' + \varphi_s) \quad (5.23)$$

donde φ_s se obtiene con (5.10), sustituyendo u'_{*m} por u_{*m} y z_0 por $7d$, contando entonces con las expresiones analíticas para evaluar la distribución en la vertical de los sedimentos en suspensión.

5.3.2 Modelo Difusivo-Convectivo

Dadas las características de flujo y fondo, la distribución vertical de sedimentos suspendidos puede representarse adecuadamente con base en la aplicación de mecanismos difusivos, convectivos o la mezcla de ambos en el acercamiento del problema. Considerar la mezcla de ambos mecanismos requiere la solución completa de (5.4) contando por supuesto con información de q_D y q_C . De acuerdo con Nielsen, estas componentes verticales de flujo de sedimento pueden representarse por medio de

$$q_D = -\varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial z} \quad (5.24)$$

y

$$q_C(z, t) = p \left(t - \frac{z}{w_c} \right) F(z) \quad (5.25)$$

donde w_c se refiere a la velocidad promediada en la vertical con la cual los granos de arena son puestos en suspensión por un mecanismo convectivo expresada por

$$w_c = 0.12\omega \sqrt{k_N A_{bm}} \quad (5.26)$$

y $F(z)$ corresponde a la función de distribución convectiva adimensional, que determina la fracción de arena puesta en suspensión a un nivel z . En general, $F(z) \rightarrow 0$ si $z \rightarrow \infty$ pudiendo representarse por medio de una simple función exponencial como por ejemplo

$$F(z) = \exp(-zw_0 / \varepsilon_s) \quad (5.27)$$

Introduciendo (5.24) y (5.25) en (5.4) y operando, se llega a

$$\frac{\partial c}{\partial t} = w_0 \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{1}{w_c} \frac{dp}{dt} \left(t - \frac{z}{w_c} \right) F(z) - p \left(t - \frac{z}{w_c} \right) \frac{dF(z)}{dz} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (5.28)$$

cuya solución al promedio en el tiempo considerando que ε_s no depende de z puede ser escrita como

$$\bar{c}(z) = \frac{\bar{p}}{w_0} \left\{ \frac{\exp(-z/L)}{1 - \varepsilon_s / w_0 L} + \left(1 - \frac{1}{1 - \varepsilon_s / w_0 L} \right) \exp(-w_0 z / \varepsilon_s) \right\} \quad (5.29)$$

donde L se refiere a la escala vertical de distribución convectiva de sedimentos suspendidos, a estimar por medio de

$$L = \begin{cases} 0.075 \frac{u_{bm}}{w_0} \eta & \text{para } \frac{u_{bm}}{w_0} < 18 \\ 1.4\eta & \text{para } \frac{u_{bm}}{w_0} > 18 \end{cases} \quad (5.30)$$

A primera vista, se aprecia que el cálculo de L es viable bajo condiciones de flujo moderado donde es posible la existencia de rizos en fondo (ver **Tablas 4.1** y **4.2**), resaltando el dominio de la componente convectiva en el proceso. Fuera de esta condición peculiar y bajo un estado de fondo plano, L debe ser remplazada por ε_s / w_0 implicando la tendencia obligada hacia un proceso difusivo por gradiente. Por otra parte, si la difusión relativa $\varepsilon_s / w_0 L$ tiende a cero entonces $c(z)$ tenderá hacia una solución convectiva pura, asemejándose a lo indicado por la ecuación (5.1).

En resumen, contando con los datos de las variables involucradas es posible calcular la distribución vertical de sedimentos suspendidos, utilizando para ello simplemente la ecuación (5.1), o expresiones más elaboradas como (5.22) y (5.23) o incluso más rigurosas como (5.29).

6 TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

Desde siempre, la mayoría de las aproximaciones para el cálculo del transporte de sedimentos, consideran que su magnitud reconocida por Q , se compone de dos elementos, siendo estos el transporte de fondo (Q_B) y el transporte en suspensión (Q_S), aunque diversos autores definen la existencia de otra componente reconocida como transporte de lavado (Q_W), o incluso una más denominada transporte en saltación (Q_J).

Dependiendo del enfoque, el transporte de fondo ha sido definido en diferentes formas, a menudo de manera pragmática como la fracción que viaja bajo cierto nivel de referencia suficientemente cerca del fondo, moviéndose mediante saltos, rodamiento y/o deslizamiento (CEM, 2002), ocasionados estos movimientos por colisiones entre granos. Sin contraponerse y con el enfoque de modelación, se adopta la definición de Bagnold (Bailard, 1981) que precisa al transporte de fondo como la parte del transporte total que es soportada por fuerzas intergranulares, incluyéndose si es el caso de la componente en saltación.

Por su parte, el transporte en suspensión corresponde a la fracción que se mueve fuera del fondo y por efecto de fluctuaciones o remolinos, siendo así la parte del transporte total que es soportada por el flujo de la corriente vía difusión turbulenta.

El transporte de lavado se compone de granos muy finos en migración, los cuales no están en equilibrio en relación con granos locales, por exceso en la capacidad de suspensión en comparación con su capacidad de sedimentación ($p(t) \gg cw_0$). En general, este transporte es reducido en relación con Q_B y Q_S , razón suficiente para despreciarlo o considerarlo parte del transporte en suspensión, mas aún cuando la mecánica de ambas componentes obedecen a la misma naturaleza y Q_W corresponde a un proceso transitorio, apreciable generalmente en bocas de ríos con alimentación del río hacia el mar.

De esta forma,

$$Q_T = Q_B + Q_J + Q_S + Q_W \quad (6.1)$$

o simplemente

$$Q_T = Q_B + Q_S \quad (6.2)$$

Si la definición no es simple, menos lo es el establecimiento de fronteras entre arrastre y suspensión o incluso decidir si la saltación corresponde en un momento dado al transporte en suspensión. Ante esto y con un enfoque de ingeniería, suele simplificarse el problema considerando que el espesor del transporte en fondo es reducido (δ , $2.5d$, $7d$, etc.), calculando Q_S en la vertical menos el espesor asociado con el transporte de fondo, o desarrollando metodologías que no requieren tal información o al menos no de manera explícita.

En función de la forma de acercamiento para estimar Q , otros autores consideran que el transporte de sedimentos puede ser aproximado al calcular sus componentes normales y tangenciales o incluso sus componentes asociadas con flujo permanente y asociadas con flujo no permanente, haciendo omisión a su clasificación por efecto del tipo de fuerza que soporta al grano.

En este sentido, el presente documento incluye dos tipos de aproximaciones, las representadas por la ecuación (6.2) y otra más, obedeciendo a

$$Q_T = Q_p + \bar{Q}_o \quad (6.3)$$

donde Q_p representa la componente de transporte asociada con flujo permanente y \bar{Q}_o representa la componente promediada en el tiempo asociada con flujo oscilatorio.

Con el objeto de trabajar con variables adimensionales para facilitar su manejo, suele relacionarse la tasa de transporte con su representación adimensional, utilizando

$$\Phi = \frac{Q}{d\sqrt{(s-1)gd}} \quad (6.4)$$

donde Φ corresponde a la tasa de transporte adimensional, Q es la tasa de transporte, d es el diámetro representativo del sedimento, s es la densidad relativa del grano definida por la ecuación (2.5) y g es la aceleración de la gravedad. De aquí en adelante será indistinto el uso de Q o Φ , refiriéndose por supuesto a la tasa de transporte.

6.1 Transporte de Fondo

En esencia, la componente de fondo puede ser representada por diversas clases de aproximaciones, pudiendo fundamentarse en i) el equilibrio de fuerzas; ii) el concepto de la *integral-cu* y iii) la adaptación de la fórmula de Meyer-Peter & Müller.

Las aproximaciones basadas en el equilibrio de fuerzas son desarrolladas, al relacionar las fuerzas de agitación por flujo y las fuerzas estabilizadoras por peso propio, encontrando así la velocidad media de transporte de los sedimentos y por lo tanto la tasa de transporte, restringiendo su validez de aplicación para flujos moderados (ver **Tablas 4.1** y **4.2**) sin la presencia de corrientes, limitando en consecuencia su utilización e induciendo su exclusión del presente documento.

Por su parte, las aproximaciones fundamentadas en el concepto de integración de la velocidad veces la concentración, carecen de popularidad al considerar un espesor de transporte en fondo, así como una velocidad del fondo móvil y una concentración asociada de sedimentos, sin concilio universal. Finalmente, las aproximaciones basadas en la fórmula de Meyer-Peter & Müller, son más aceptadas por su capacidad de adaptación, fácil aplicación y reproducción de resultados. A continuación la descripción de ambas metodologías.

6.1.1 Modelo de Wilson para Transporte de Fondo

La propuesta de Wilson (Fredsoe, 1992), fue desarrollada para evaluar la tasa de transporte en condiciones de flujo intenso y fondo móvil, con transporte de fondo clasificado como flujo en capas, donde la suspensión de sedimentos es despreciable.

Basado en la hipótesis de la longitud de mezclado y en el hecho que el esfuerzo efectivo se conforma por sus componentes, transmitida por el fluido (τ_F) e interacción entre granos (τ_G), Wilson relaciona al esfuerzo efectivo con la velocidad de los sedimentos en el fondo móvil, estimando la tasa de transporte al integrar dicha velocidad con una concentración lineal, con valor máximo en fondo y nulo en la frontera superior del espesor del fondo móvil.

Iniciando conceptualmente con la hipótesis de la longitud de mezclado en la cual $l = \kappa z$ (ver ecuación 3.17), Wilson propone que

$$\sqrt{\frac{\tau_F}{\rho}} = l \frac{du}{dz} \quad (6.5)$$

donde τ_F es la parte del esfuerzo cortante efectivo τ' transmitida por el fluido, relacionándose ambas por medio de

$$\tau' = \tau_F + \tau_G \quad (6.6)$$

donde τ_G es la parte del esfuerzo cortante efectivo τ' transmitida por interacción entre granos.

Según Wilson, la variación de τ' puede ser expresada en términos de sus componentes constitutivas, leyendo

$$\tau_F = \tau_{bm} \left[\frac{2z}{\delta_s} - \left(\frac{z}{\delta_s} \right)^2 \right] \quad (6.7)$$

y

$$\tau_G = \mu_d \int_z^{\delta_s} \rho g (s-1) c dz \quad (6.8)$$

donde δ_s corresponde al espesor de la lámina del flujo en capas cumpliendo con

$$\delta_s = \frac{2d\Psi'}{c_0\mu_d} \quad (6.9)$$

Considerando (6.6) a (6.9) es posible resolver (6.5) encontrando que

$$u(z) = 2 \frac{u'_*}{\kappa} \sqrt{\frac{2z}{\delta_s}} \quad (6.10)$$

Combinando (6.10) con un perfil de concentración lineal impuesto por

$$c(z) = c_0 \left(1 - \frac{z}{\delta_s} \right) \quad (6.11)$$

donde la concentración es nula fuera de δ_s , implicando despreciar el efecto de granos en suspensión, permite, integrando $c(z)u(z)$ obtener una expresión para la tasa de transporte de sedimentos, leyendo

$$\Phi_B \approx 12(\Psi')^{3/2} \quad (6.12)$$

Una de las principales dificultades para validar formulaciones como la presente, estriba en el cálculo de la velocidad del fluido y los sedimentos dentro del fondo móvil, ya que los trabajos teóricos al respecto han sido desarrollados bajo suposiciones con sustento experimental limitado. Sin embargo y solo por efecto de comparación entre resultados, es incluido el modelo de Wilson.

6.1.2 Adaptación de la formula de Meyer-Peter & Müller

Muchos autores han utilizado la ecuación de Meyer-Peter & Müller (ecuación 2.10) o versiones adecuadas para fines particulares, obteniendo resultados razonables (Madsen, 1993; Nielsen, 1992; Fredsøe, 1992). Considerando la propuesta de Madsen al respecto, (2.10) puede ser adecuada para flujo combinado expresándose en función del tiempo, leyendo

$$\Phi_B(t) = \frac{8}{1 + \mu_b} \left(|\Psi'(t)| - \Psi_{cr,\beta} \right)^{3/2} \frac{\tau'_b(t)}{|\tau'_b(t)|} \quad (6.13)$$

donde

$$\mu_b = \frac{\tan \beta}{\mu_d} \quad (6.14)$$

$\Psi_{cr,\beta}$ representa el esfuerzo critico adimensional en fondo con inclinación (expresión 4.5), β corresponde al ángulo de inclinación observado en el fondo y μ_d se refiere a la fricción dinámica dada por la tangente del ángulo de fricción dinámica ϕ_d ($\approx 30^\circ$).

Mas que el valor instantáneo, de mayor utilidad e interés es su cantidad media en el tiempo, razón por la que Madsen promedia temporalmente la ecuación (6.13), considerando nuevamente que el oleaje domina sobre las corrientes ($\tau'_c \ll \tau'_{wm}$), los esfuerzos máximos en fondo son mucho mayores que el esfuerzo crítico ($\tau_{cr} \ll \tau'_{wm}$) y que el fondo es de ligera inclinación relativa ($\tan \beta \ll \tan \phi_d$).

De esta forma y después de operar, resulta que

$$[\Phi_B]_\beta = 4.5(\Psi'_{wm})^{3/2} \{-\mu_b, 0\} \quad (6.15)$$

donde $[\Phi_B]_\beta$ se refiere a la tasa de transporte asociada con el efecto del oleaje sobre fondo inclinado y la notación vectorial $\{ , \}$ denota dos componentes, una en el sentido del oleaje y la otra en el sentido transversal. De igual forma

$$[\Phi_B]_{wc} = 6(\Psi'_{wm})^{3/2} \frac{u'_{wm}}{u'_c} \left\{ \frac{3}{2} \cos \phi_{wc}, \text{sen} \phi_{wc} \right\} \quad (6.16)$$

donde $[\Phi_B]_{wc}$ se refiere a la tasa de transporte asociada con el efecto combinado oleaje–corrientes, mientras que el transporte total de fondo Φ_B se asocia en correspondencia con la suma vectorial de (6.15) y (6.16), leyendo obviamente

$$\Phi_B = [\Phi_B]_\beta + [\Phi_B]_{wc} \quad (6.17)$$

Independiente de las los resultados que arroja la aplicación de (6.17), se aprecia que la metodología ofrece ventajas en comparación con el modelo de Wilson, al considerar el efecto de las corrientes y mas aún, con dirección diferente de la impuesta por el oleaje y sobre un fondo con inclinación $\tan \beta$, aunque debe tenerse presente que los resultados serán más apropiados con el apego en las suposiciones de su aproximación, generalmente cumplidas en ambientes marinos con grandes intensidades de flujo ($\Psi'_m > 0.35$).

6.2 Transporte en Suspensión

A continuación es descrita la metodología propuesta por Madsen (CEM, 2002) para el cálculo de la tasa de transporte en suspensión para flujo combinado. Esta metodología utiliza el concepto de la integral $c(z)u(z)$, resolviendo

$$\bar{Q}_s = \int_{7d}^h \overline{uc} dz = \int_{7d}^h \overline{u_c} \bar{c} dz + \int_{7d}^h \overline{u_w} \bar{c} dz \quad (6.18)$$

donde la barra horizontal superior denota a la cantidad de interés, asociada con su promedio en el tiempo; u_c , u_w , \bar{c} y \bar{c} obedecen respectivamente a (4.33), (4.34), (5.22) y (5.23); $7d$ corresponde a la elevación relacionada con la concentración de referencia, mientras que el primer miembro a la derecha de (6.18) denota la contribución asociada con cantidades medias asociadas con las corrientes y el segundo miembro a la derecha de (6.18) indica la contribución que concierne a cantidades variables en el tiempo, asociadas con el oleaje.

Al momento se cuenta con la información suficiente para abordar (6.18), sin embargo previo a su solución debe examinarse la magnitud relativa de $7d$ en comparación con z_0 . Ya que $z_0 = f(k_N)$ y $k_N = f(d, \Psi)$ es factible que $z_0 < 7d$ o $z_0 > 7d$. Dada la segunda opción, la operación de (6.18) consideraría una parte negativa de $u(z)$ en la operación de integración (ver **Figura 6.1**), incurriendo en errores de tipo conceptual y asociados con la precisión en el cálculo.

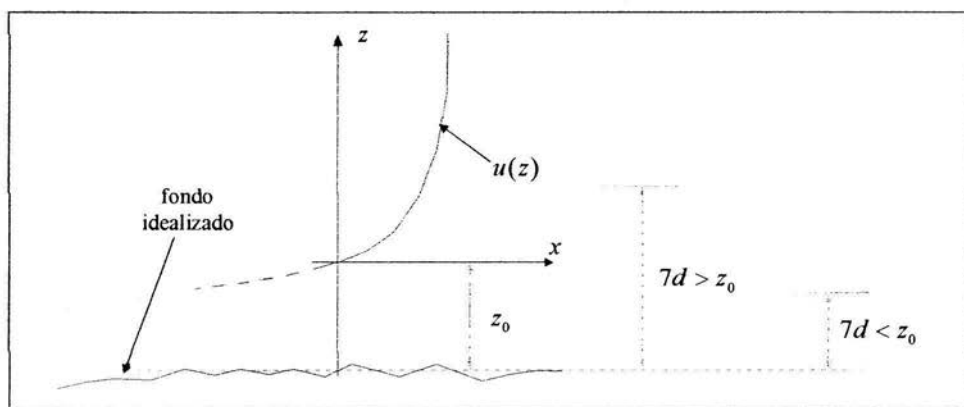


Figura 6.1 Esquema cualitativo del espesor del transporte de fondo ($7d$), donde su magnitud es comparada contra la escala de rugosidad en fondo de acuerdo con la expresión (3.9). En la figura z_0 define la frontera valida del perfil de velocidades, donde $u(z)$ para $z < z_0$ carece de sentido físico.

Para librar el obstáculo, Madsen (1993) propone modificar $u(z)$ extendiendo el perfil hacia abajo, ajustándolo en $7d = z_0$ de acuerdo con

$$\ln \frac{z}{z_0} = \ln \frac{\delta_{cw}}{z_0} \left[\ln \frac{\delta_{cw}}{7d} \right]^{-1} = \Gamma_1 \quad (6.19)$$

Resaltado el artificio, la solución de la componente permanente asociada con las corrientes (primer miembro del lado derecho de la ecuación 6.18), corresponde a

$$[\bar{Q}_S]_c = \begin{cases} \frac{u_{*c}}{\kappa} \bar{c}_r \left[\frac{\delta_{wc}}{\gamma d} \right]^{\frac{-W_0}{\kappa u_{*m}}} \delta_{wc} (J_1 + J_2) & \text{para } \gamma d > z_0 \\ \frac{u_{*c}}{\kappa} \bar{c}_r \left[\frac{\delta_{wc}}{\gamma d} \right]^{\frac{-W_0}{\kappa u_{*m}}} \delta_{wc} (J_2 + J_3) & \text{para } \gamma d < z_0 \end{cases} \quad (6.20)$$

mientras que la solución de la componente no permanente asociada con el oleaje (segundo miembro del lado derecho de la ecuación 6.18), corresponde a

$$[\bar{Q}_S]_w = \begin{cases} \Theta \left(\cos(\varphi - \varphi') J_4 - \frac{2}{\pi} \sin \varphi_s \cos(\varphi - \varphi' - \varphi_s) J_5 \right) & \text{para } \gamma d > z_0 \\ \Theta \left(\cos(\varphi - \varphi') J_6 - \frac{2}{\pi} \sin \varphi_s \cos(\varphi - \varphi' - \varphi_s) J_7 \right) & \text{para } \gamma d < z_0 \end{cases} \quad (6.21)$$

donde

$$J_1 = \frac{\kappa u_{*c}}{\kappa u_{*m} - W_0} \left[\ln \frac{\delta_{wc}}{z_0} - \frac{\kappa u_{*m}}{\kappa u_{*m} - W_0} \left[\frac{\gamma d}{\delta_{cw}} \right]^{\frac{\kappa u_{*m} - W_0}{\kappa u_{*m}}} \left[\ln \frac{\gamma d}{z_0} - \frac{\kappa u_{*m}}{\kappa u_{*m} - W_0} \right] \right] \quad (6.22)$$

$$J_2 = \frac{\kappa u_{*c}}{\kappa u_{*c} - W_0} \left[\left[\frac{h}{\delta_{wc}} \right]^{\frac{\kappa u_{*c} - W_0}{\kappa u_{*c}}} \left[\ln \frac{h}{z_{0a}} - \frac{\kappa u_{*c}}{\kappa u_{*c} - W_0} \right] - \left[\ln \frac{\delta_{wc}}{z_{0a}} - \frac{\kappa u_{*c}}{\kappa u_{*c} - W_0} \right] \right] \quad (6.23)$$

$$J_3 = \frac{\Gamma_1 \kappa u_{*c}}{\kappa u_{*m} - W_0} \left\{ \ln \frac{\delta_{wc}}{\gamma d} - \frac{\kappa u_{*m}}{\kappa u_{*m} - W_0} \left[1 - \left[\frac{\gamma d}{\delta_{wc}} \right]^{\frac{\kappa u_{*m} - W_0}{\kappa u_{*m}}} \right] \right\} \quad (6.24)$$

$$\Gamma_2 = \ln \frac{\delta_{wc}}{\pi z_0} \left[\ln \frac{\delta_{wc}}{\pi \gamma d} \right]^{-1} \quad (6.25)$$

$$J_4 = \ln \frac{\delta_{wc}}{\pi z_0} - 1 - \frac{\gamma d \pi}{\delta_{wc}} \left[\ln \frac{\gamma d}{z_0} - 1 \right] \quad (6.26)$$

$$J_5 = \ln \frac{\gamma d}{z_0} \left[\ln \frac{\delta_{wc}}{\gamma d \pi} - 1 + \frac{\gamma d \pi}{\delta_{wc}} \right] + \left[\ln \frac{\delta_{wc}}{\gamma d \pi} \right]^2 - 2 \ln \frac{\delta_{wc}}{\gamma d \pi} + 2 \left[1 - \frac{\gamma d \pi}{\delta_{wc}} \right] \quad (6.27)$$

$$J_6 = \ln \frac{\delta_{wc}}{7d\pi} - 1 + \frac{7d\pi}{\delta_{wc}} \quad (6.28)$$

$$J_7 = \left[\ln \frac{\delta_{wc}}{7d\pi} \right]^2 - 2 \ln \frac{\delta_{wc}}{7d\pi} + 2 \left[1 - \frac{7d\pi}{\delta_{wc}} \right] \quad (6.29)$$

$$z_{0a} = \delta_{wc} \exp \left(-\kappa \frac{u_c(\delta_{wc})}{u_{*c}} \right) \quad (6.30)$$

$$\Theta = \frac{u_{bm} \bar{c}_r \delta_{wc} \Gamma_2}{\pi^2} \sin \varphi \quad (6.31)$$

y

$$\Phi_s = [\bar{\Phi}_s]_c + [\bar{\Phi}_s]_w \quad (6.32)$$

En resumen, considerando que se cuenta con la información del flujo y fondo o que esta puede ser obtenida con base en los criterios descritos en los capítulos 4 y 5, simplemente hay que sustituir en (6.20) y (6.21) para encontrar el transporte en suspensión, donde la expresión (6.20) es referida en la dirección de la corriente, es decir, con un ángulo ϕ_{wc} respecto de la dirección de propagación del oleaje. Por supuesto, la expresión (6.21) es referida en la dirección de propagación del oleaje.

6.3 Transporte por flujo Permanente

En líneas precedentes fue considerado que el transporte de sedimentos está formado por su componente de fondo y su componente en suspensión. Sin embargo, existen otras propuestas que consideran adecuada su aproximación al separar el transporte por efecto de los flujos que lo provocan.

En este sentido, la propuesta de Nielsen (1992) considera la solución de (6.18) en su parte permanente, utilizando para ello el concepto de *integral c(z)u(z)*, leyendo

$$Q_p = \int_{z=0}^h u_c(z) \bar{c}(z) dz \quad (6.33)$$

donde \bar{Q}_p se refiere a la tasa total de transporte asociada con flujo permanente, la cual incluye los granos moviéndose en suspensión y los granos moviéndose por arrastre, al considerar el operador integral la totalidad de la profundidad (desde $z=0$ hasta $z=h$).

Los ingredientes para solucionar (6.33), corresponden al perfil de velocidades para flujo permanente, así como la concentración media de sedimentos suspendidos regidos ambos por (4.38) y (5.29) respectivamente.

Según Nielsen (1992), modelos exponenciales de $c(z)$ tal como lo indica (5.1) son adecuados para cierto rango de condiciones, básicamente para fondos con rizos y elevaciones relativas $z/\eta < 10$. Considerando lo anterior y para simplificar las cosas, se supone que la difusión relativa ε_s/w_0L tiende a cero entonces $c(z)$ tenderá hacia una solución convectiva pura, asemejándose a lo indicado por la ecuación (5.1).

De esta forma, la tasa de transporte de sedimentos promediada en el tiempo puede obtenerse al solucionar

$$Q_p = \frac{c_0 \bar{u}_*}{\kappa l} \int_{z=0}^{z=l} z \exp(-z/L) dz + \frac{c_0 \bar{u}_*}{\kappa} \int_{z=l}^{z=h} \ln \frac{z}{z_a} \exp(-z/L) dz \quad (6.34)$$

pudiendo aproximarse con error relativo del 3% si $l/L \geq 2$, por medio de

$$Q_p = c_0 \frac{\bar{u}_* L^2}{\kappa l} \quad (6.35)$$

donde

$$l = 0.44 \frac{u_{bm}}{\bar{u}_*} z_0 \exp(1) \quad (6.36)$$

y donde \bar{u}_* corresponde a la velocidad de cortante propuesta por Nielsen según lo indica la expresión (4.37).

Ahora bien si el fondo es carente de rizos, Nielsen propone como expresión razonable para el cálculo de la tasa de transporte, que

$$Q_p = c_0 \frac{\bar{u}_*}{\kappa} z_1 \quad (6.37)$$

donde

$$z_1 = 0.09 \sqrt{k_N A_{bm}} \quad (6.38)$$

El caso general, donde la dirección de las corrientes es oblicua en relación con la dirección de aproximación del oleaje ($\phi_{wc} \neq 0$), es resuelto al proyectar previamente u_c en sus componentes paralela y transversal al oleaje, es decir,

$$u_{c,x}(z) = u_c \cos \phi_{wc} \quad (6.39)$$

y

$$u_{c,y}(z) = u_c \sin \phi_{wc} \quad (6.40)$$

donde \bar{u}_x se asocia con $u_{c,x}$ y $Q_{p,x}$, el gasto permanente en la dirección del oleaje, mientras que \bar{v}_y se asocia con $u_{c,y}$ y $Q_{p,y}$, el gasto permanente en dirección perpendicular al oleaje. De esta forma, \bar{v}_y sustituye a \bar{u}_x en (4.37), (6.35 a 6.38) para estimar la tasa perpendicular de transporte dada la presencia de flujos oblicuos.

6.4 Transporte por Flujo Oscilatorio

La forma de aproximación propuesta por Nielsen (1992), considera la aplicación del concepto *partícula-trayectoria*, donde su filosofía básica plantea expresar al transporte de sedimentos como la cantidad de arena puesta en suspensión, veces la distancia media de trayecto de los granos, dividiéndola posteriormente en el respectivo intervalo de tiempo para obtener así la tasa media de transporte.

Para el caso de oleaje regular, donde las cantidades V^d y V^u son puestas en suspensión respectivamente durante los dos cambios de sentido en la velocidad orbital (ver **Figura 5.3**), la tasa de transporte corresponde a

$$\bar{Q}_o = \frac{1}{T} (V^d I_x^d + V^u I_x^u) \quad (6.41)$$

donde \bar{Q}_o representa la tasa de transporte promediada en el tiempo y asociada con el flujo oscilatorio, V^d y V^u representan la cantidad total de arena levantada por unidad de tiempo y por unidad de área (expresiones 5.16 y 5.17) y I_x^d y I_x^u representan la distancia media de recorrido por las partículas de sedimento, asociadas con los tiempos t^d y t^u respectivamente.

De acuerdo con Nielsen, la distancia media de recorrido asociada con el flujo oscilatorio puede ser expresada como

$$I_x^i = \frac{u_{bm} L}{w_0} \left(\frac{\omega L / w_0}{1 + (\omega L / w_0)^2} \right) \quad (6.42)$$

que al ser insertada en (6.41) produce

$$\bar{Q}_o = \frac{(V^u - V^d)u_{bm}L}{w_0 T} \left(\frac{\omega L / w_0}{1 + (\omega L / w_0)^2} \right) \quad (6.43)$$

A diferencia de las variables involucradas en (6.43), no se cuenta con información suficiente para el cálculo de V^d y V^u (ver expresión 5.17), a menos de obtenerla indirectamente al considerar los resultados de Nielsen (1992), procedentes de aplicar la metodología incluida en la bibliografía mencionada. De esta forma, se infiere que $V^d/V^u = 0.0348$ puede ser utilizado de manera particular para el cálculo de la tasa de transporte, dada la semejanza con los cálculos a desarrollar actualmente.

6.5 Transporte Total

De acuerdo con la expresión (6.2) Q_T puede ser estimado al momento, sumando simplemente las componentes de fondo y suspensión, o las componentes permanente y oscilatoria mostradas en líneas precedentes.

6.5.1 La suma del Transporte de Fondo y en Suspensión

Partiendo por lo más simple y continuando con la línea de investigación de Madsen, el cálculo de Q_T requiere la consideración de Q_B y Q_S , obedeciendo a lo establecido por (6.17) y (6.32), restringiéndose la última con la comparación de la rugosidad en fondo y el espesor del transporte en fondo ($7d$ y z_0), recordando por supuesto que ambas componentes se asocian vectorialmente con la dirección de propagación del oleaje y la dirección de la corriente, mediante ϕ_{wc} . De esta forma

$$\Phi_T = \Phi_S + \Phi_B = [\bar{\Phi}_S]_c + [\bar{\Phi}_S]_w + [\Phi_B]_\beta + [\Phi_B]_{wc} \quad (6.44)$$

6.5.2 La suma del Transporte por Flujos Permanente y Oscilatorio

Ahora bien, el cálculo del transporte total aplicando la propuesta de Nielsen considera la suma vectorial de la componente permanente según las ecuaciones (6.35) o (6.37) y la componente oscilatoria según la ecuación (6.43), tomando en cuenta las proyecciones de la componente permanente, según lo indican (6.39) y (6.40). De esta forma,

$$Q_T = \hat{i}(Q_{p,x} + \bar{Q}_o) + \hat{j}Q_{p,y} \quad (6.45)$$

donde los vectores unitarios \hat{i} y \hat{j} , reiteran el hecho de la suma vectorial. Como punto final y con el objeto de facilitar su comprensión, es incluido a continuación el esquema que especifica las coordenadas, ángulos y convención de signos que rigen para cálculo.

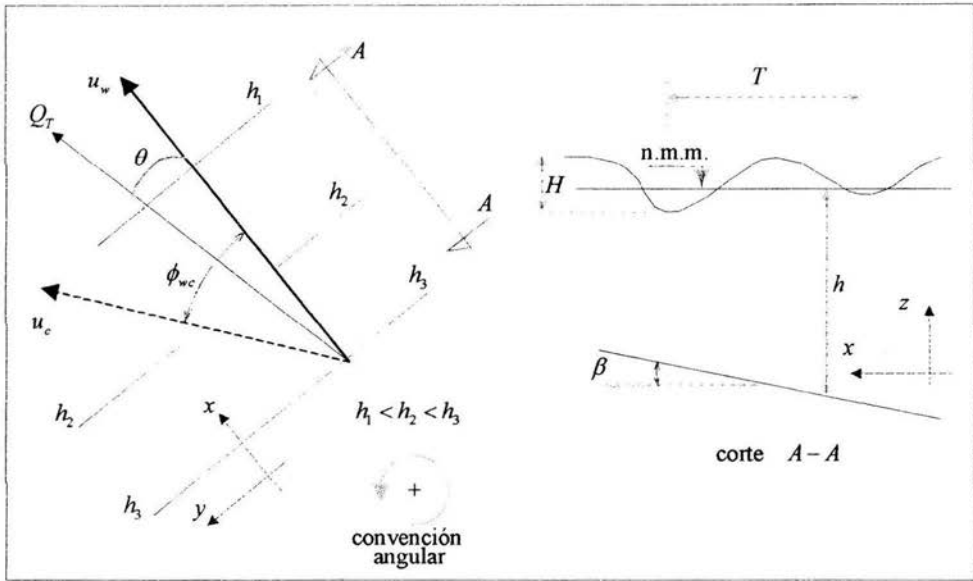


Figura 6.2 Esquema con la definición de coordenadas, ángulos y convención de signos y variables para el cálculo de la tasa de transporte.

7 APLICACION DE MODELOS Y ANALISIS DE RESULTADOS

Simbolizando la parte práctica de la tesis, el presente capítulo contiene la aplicación de los modelos de transporte descritos con anterioridad, donde inicialmente son justificados los parámetros de cálculo a utilizar y posteriormente son comparados y discutidos los resultados de la tasa de transporte, así como de las características del fondo, obtenidos todos al variar individualmente cada una de las variables incluidas en el gobierno del proceso.

7.1 Definición de Escenarios

Con sentido físico, la definición de los escenarios a simular considera características semejantes a las observadas en la naturaleza. De esta forma, el paso previo en la aplicación de los modelos de transporte, corresponde a la definición de los límites de variación de las características del medio (d , β) y de la hidrodinámica (H , T , h , u_{bm} , u_c , ϕ_{wc}), así como el establecimiento de las propiedades físicas del fluido, siendo este agua de mar con densidad específica $\rho = 1,025 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

7.1.1 Características del Medio

En general, las playas se conforman por arenas y algo de gravas con diámetro medio de arena en zonas templadas con rango $0.15 \text{ mm} < d_{50} < 0.40 \text{ mm}$, composición mineral a base de cuarzo y densidad específica promedio $\rho_s = 2,650 \text{ kg/m}^3$. En latitudes más frías donde la acción glacial ha afectado el abastecimiento de sedimentos y el clima es más severo, la composición mineral de las arenas es más variada presentando además de cuarzo, silicatos y compuestos óxidos, mientras que el tamaño de granos tiende a su incremento.

Con el objeto de cubrir una gama más amplia de sedimentos catalogados como arenas, se considera la clasificación de sedimentos por su tamaño (CEM, 2002-b), definiendo como rango de variación y análisis $0.07 \text{ mm} \leq d_{50} \leq 2 \text{ mm}$, el cual corresponde a los límites inferiores de arena fina y gruesa (mallas número 200 y 10 respectivamente).

A diferencia de las aguas bajas en playas reflejantes, la pendiente del fondo marino es en general muy suave a tal grado que algunos autores la desprecian en sus acercamientos. Tratando de observar su influencia en los resultados, con base en la aplicación de los modelos que sí consideran tal efecto, es definido como rango de variación $0^\circ \leq \beta \leq 12^\circ$, correspondiendo a un fondo plano para el extremo inferior y una pendiente considerable en playa para el extremo superior.

7.1.2 Hidrodinámica Reinante del Estado de Mar

Para flujo oscilatorio y dependiendo de H , T y h , el rango de variación de u_{bm} queda definido por tales variables, permitiendo que su cálculo sea directo. Por otra parte en condiciones reinantes incluyéndose un estado de mar con calma, H puede variar desde su valor despreciable hasta unos 3m, mientras que alturas de ola mayores son consideradas en

el presente documento como extremas, definiéndose así como rango de variación y análisis el correspondiente a $0.1\text{m} \leq H \leq 3\text{m}$.

Hablando del período de la ola, es común observar oleajes con $4\text{s} < T < 20\text{s}$. Sin embargo, aunque existen ondas marinas con valores fuera de tal rango como por ejemplo las mareas e incluso las ondas capilares, sus efectos son despreciables o no considerados en conexión con flujos oscilatorios y el transporte de sedimentos, quedando definido así el rango de variación y análisis para tal variable.

En lo que respecta a h , fue considerado como rango de variación $1\text{m} \leq h \leq 20\text{m}$, donde los límites inferior y superior se asocian en general con aguas cercanas a la playa y una profundidad suficiente para visualizar de manera adecuada el comportamiento de la tasa de transporte en aguas intermedias o profundas.

Dentro de este documento, el flujo permanente es considerado como una manifestación de las mareas, así como de las diferencias de temperatura entre las masas de agua. En cuanto a su velocidad, la literatura al respecto cita magnitudes oscilando entre $0\text{m/s} < u_c < 1\text{m/s}$, mientras que su dirección de aproximación en relación con el oleaje puede ser cualquiera. A pesar de lo anterior, solo se considera el abanico $0^\circ \leq \phi_{wc} \leq 180^\circ$ ya que ángulos mayores corresponden a la duplicación de operaciones dada la simetría matemática del proceso.

Al examinar la influencia de una sola variable sobre la tasa de transporte, las otras variables deben permanecer constantes. Buscando condiciones comunes y frecuentes del medio y la hidrodinámica, han sido definidos los valores representativos de cada variable, tal y como lo indica la **Tabla 7.1**; que concentra además de las características del medio e hidrodinámica a emplear en las simulaciones, los rangos de variación definidos para el análisis particular de cada variable.

Tabla 7.1 Características Hidrodinámicas y del Medio (Condición Reinante)

Variable	d [mm]	β [°]	H [m]	T [s]	h [m]	u_c [m/s]	ϕ_{wc} [°]
VR	0.2	0	0.56	8	5	0.35	0
Rango	$.07 \leq d \leq 2$	$0 \leq \beta \leq 12$	$0.1 \leq H \leq 3$	$4 \leq T \leq 20$	$0.1 \leq h \leq 20$	$0 \leq u_c \leq 1$	$0 \leq \phi_{wc} \leq 180$

VR = Valor representativo.

De manera ilustrativa, se explica que el análisis de q vs. d implica el cálculo de la tasa de transporte al variar d según el rango mostrado en la **Tabla 7.1** ($0.07 \leq d \leq 2$), tomando como constantes de cálculo los valores representativos de las otras variables y así de manera semejante al examinar individualmente cada una de las otras variables incluidas en dicha tabla.

7.1.3 Hidrodinámica Extrema del Estado de Mar

También hay que considerar los valores extremos de las variables, para tratar de reproducir los efectos de transporte ante la presencia de un evento intenso como lo representa un huracán. Así las cosas, las magnitudes consideradas son concentradas por la **Tabla 7.2**.

Tabla 7.2 Características Hidrodinámicas y del Medio (Condición Extrema)

Condición de Flujos	d [mm]	β [°]	H [m]	T [s]	h [m]	u_c [m/s]	ϕ_{wo} [°]
Combinado extremo	$0.07 < d < 2$	0	6.0	16	7.5	1	0
Oscilatorio extremo	$0.07 < d < 2$	0	6.0	16	7.5	0	0

7.2 Análisis de Resultados para Condiciones Reinantes

Para facilitar su comparación, los resultados asociados con el cálculo de la tasa de transporte son presentados de manera gráfica, sin embargo las magnitudes obtenidas son incluidas en las tablas respectivas, contenidas todas en el Anexo A del presente documento.

Estrictamente, los resultados asociados con el modelo de Wilson corresponden al cálculo de una tasa de transporte de sedimentos de fondo. No obstante lo anterior y con la intención única de comparar, sus resultados son manejados como una tasa total de transporte.

7.2.1 Variando el Diámetro

Los resultados se encuentran vaciados en la **Figura 7.1**, donde se grafica un solo punto con la propuesta de Wilson, correspondiendo a flujo intenso dado el diámetro del grano y las características del flujo; basado en que el flujo se da en capas cuando $\Psi'_m / S_* = Z > 0.18$ (Madsen, 1993).

En la **Figura 7.1**, las curvas de Ackers & White y Nielsen son graficadas hasta $d \leq 1\text{mm}$, ya que diámetros mayores ocasionan de manera particular y dada la combinación de los parámetros utilizados, la indeterminación de las ecuaciones constitutivas (expresiones 2.24 y 6.37 respectivamente).

Como puede apreciarse en la figura, la propuesta de Ackers & White no es aplicable para arenas finas ($d < 0.4\text{mm}$) ya que a diferencia de las otras metodologías y contrario a lo esperado, reproduce tasas decrecientes de transporte al reducirse el diámetro. Este error analítico es ocasionado por la función adimensional de transporte de sedimentos (expresión 2.13), la cual depende de parámetros de ajuste con origen estadístico, que probablemente están sesgados al representar muestras con arenas y arcillas. Sin embargo, para diámetros mas grandes ($d \geq 0.4\text{mm}$) el modelo asemeja en tendencia y magnitud relativa a sus contrapartes, con resultados medios entre las propuestas de Grant & Madsen y Nielsen.

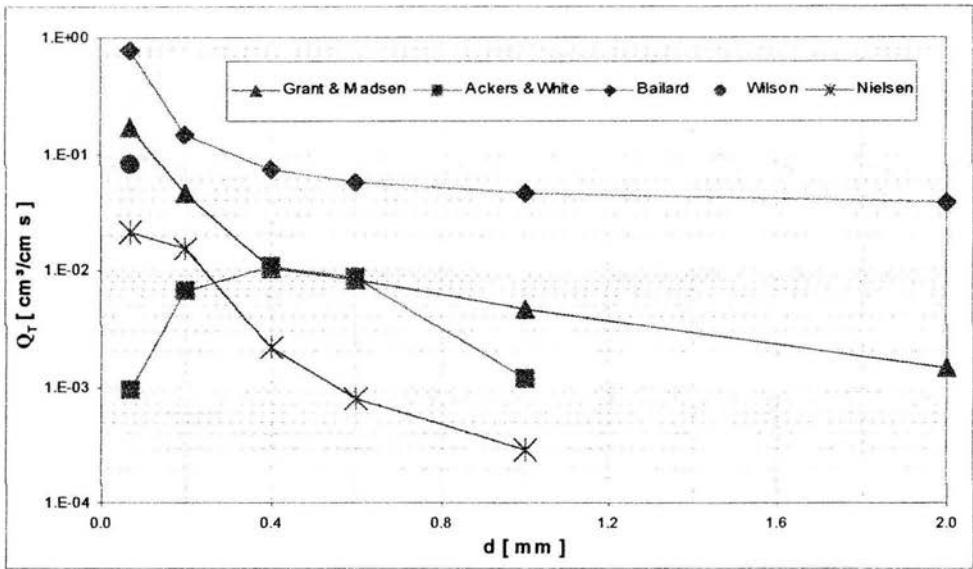


Figura 7.1 Transporte total vs. el diámetro del sedimento. $(T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (8s, 5m, 0.56m, 0.35m/s, 0.35m/s, 1.0m, 0^\circ, 0^\circ)$.

De acuerdo con la figura, la metodología de Bailard sobreestima relativamente el transporte total mientras que la de Nielsen lo subestima relativamente, con diferencias entre ambos resultados de hasta dos órdenes de magnitud, quedando en término medio los resultados de Grant & Madsen, con diferencias oscilando por el orden de magnitud.

En relación con los resultados de la tasa de transporte asociada con el modelo de Grant & Madsen, el modelo de Bailard amplifica los resultados. Ante esto, hay que recordar que $\varepsilon_B=0.10$, $\varepsilon_S=0.02$ y $C_f=0.003$ no corresponden a constantes universales, más bien son parámetros experimentales que dependen del flujo y el fondo, establecidos así por Bailard (Gambino, 1998) para flujo combinado.

Concediendo la posibilidad de ajuste en tales parámetros, pudieran reducirse las diferencias entre los resultados de Bailard y Grant & Madsen, sin embargo, el objetivo del presente trabajo no contempla en sus alcances, la revisión particular de ε_B , ε_S o incluso el mismo C_f y tampoco se cuentan con los elementos que demuestren que los resultados de Grant & Madsen son más precisos. Con el mismo enfoque, se resalta que los resultados de aplicar el modelo de Nielsen, consideran que $V^d/V^u = 0.0348$, donde su variación permitiría diferencias en los resultados obtenidos.

Resumiendo, para arenas gruesas ($d \geq 0.4mm$) la tasa de transporte tiende a su decremento según se aprecia en las curvas respectivas, sin embargo las diferencias entre resultados aumentan considerablemente. Mientras que en la zona $0.2mm \leq d \leq 1mm$, e independientemente de la tendencia de las curvas, las diferencias son menores a un orden

de magnitud; resultado conveniente dado el hecho de contar en la naturaleza con una gran cantidad de ambientes marinos presentando un tamaño de grano, circunscrito en el rango mencionado.

7.2.2 Variando la Pendiente del Fondo

Solo los modelos de Bailard y Grant & Madsen consideran la inclinación del fondo como influencia explícita en el transporte de sedimentos, razón por la cual el análisis de la variable se realiza únicamente con estos modelos, mostrándose los resultados asociados en la **Figura 7.2**, donde obviamente entre mayor es la inclinación mayores serán las pérdidas del flujo y por lo tanto, menor la tasa de transporte, comportamiento mostrado de manera apropiada por las dos curvas de la figura.

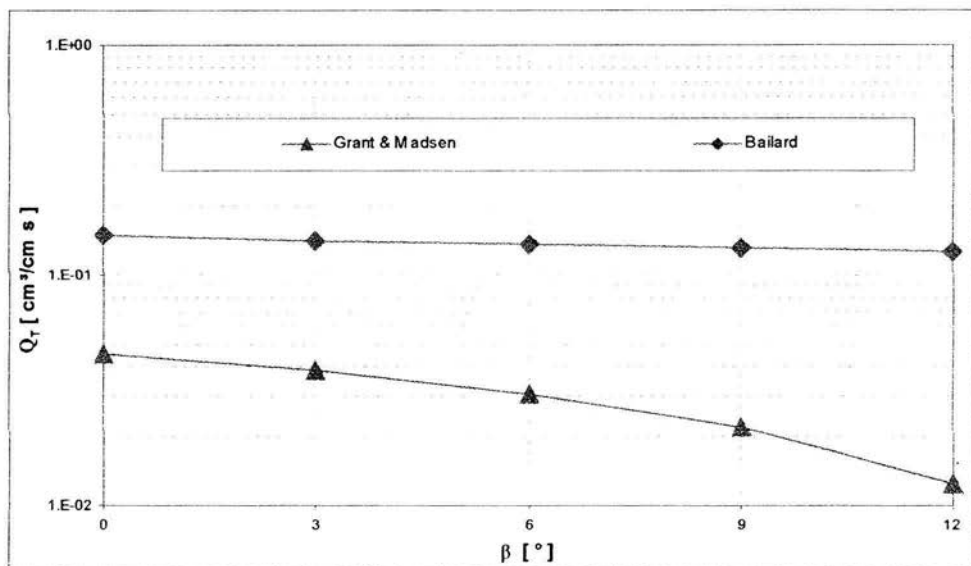


Figura 7.2 Transporte total vs. la inclinación del fondo. $(d, T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \phi_{wc}) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ)$.

De acuerdo con la gráfica, el modelo de Grant & Madsen es más sensible a la inclinación del fondo en relación con el modelo de Bailard, ya que arroja como resultado una tasa de transporte siempre menor y disminuyendo más rápidamente que su contraparte, la cual decrece gradualmente. Lo anterior se debe a que en la formulación de Bailard, β tiene menor peso relativo (ver expresiones 2.41 y 2.42).

Así las cosas para ángulos de inclinación pequeños ($\beta < 6^\circ$), puede considerarse el empleo de cualquiera o ambas metodologías, más aún cuando el ángulo de inclinación en fondos naturales es generalmente pequeño y las diferencias entre resultados son reducidas, particularmente con valores menores a cuatro veces.

7.2.3 Variando la Altura de la Ola

Siendo función monótona de la altura de la ola, la velocidad orbital crece o disminuye al igual que H . De esta forma y de manera indirecta se analiza el comportamiento de Q_T al variar u_{bm} , donde los resultados al respecto son incluidos a continuación por la **Figura 7.3**.

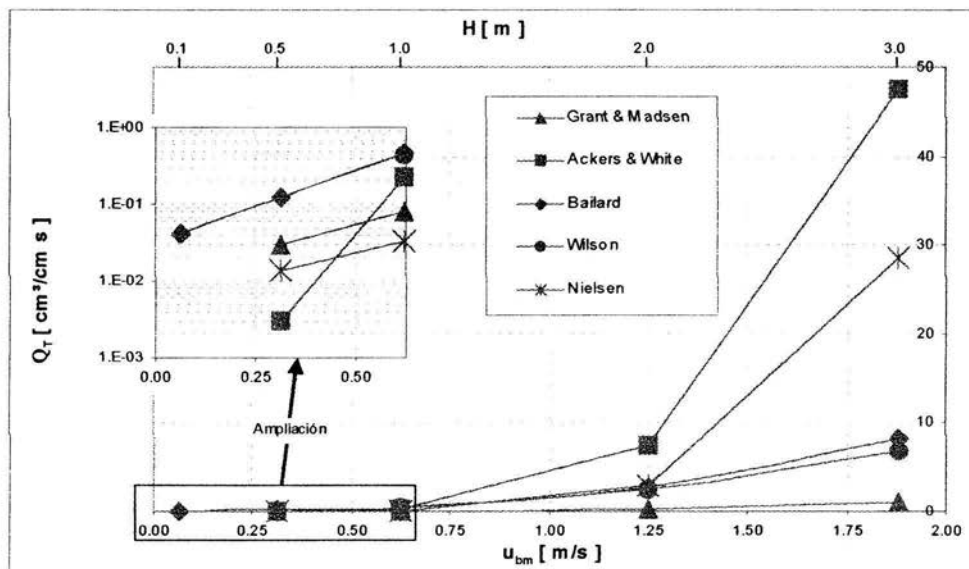


Figura 7.3 Transporte total vs. la altura de la ola. $(d, T, h, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

Por facilidad de lectura y comprensión, la gráfica de la **Figura 7.3** incluye una ampliación en escala logarítmica de la región $0\text{m} \leq H \leq 1\text{m}$.

Revisando en la zona ampliada de la **Figura 7.3**, se distingue que el modelo de Bailard es el único que arroja resultados de transporte para $H=0.1\text{m}$. Lo anterior se debe a que de manera opuesta a los demás autores, erróneamente Bailard no distingue una frontera de inicio de movimiento, permitiendo un valor para la tasa de transporte bajo cualquier condición de flujo. También puede apreciarse en la zona ampliada, que no existen valores de la tasa de transporte para el modelo de Wilson, esto es porque para $H \leq 1\text{m}$ el flujo es moderado.

Entre $0\text{m} \leq H \leq 1\text{m}$, la aplicación de cualquier modelo es indistinto, ya que las diferencias entre sí son en general menores a un orden de magnitud, sin embargo empiezan los problemas cuando $H > 1.25\text{m}$, donde las discrepancias entre la mayor y la menor de las magnitudes es de hasta 50 veces, como es el caso de $Q_T = Q_T(H=3\text{m})$.

Estas diferencias pueden reducirse, al obviar de manera particular los resultados correspondientes a la aplicación de los modelos de Ackers & White y Nielsen, obteniendo en consecuencia variaciones menores a cinco veces en Q_T . Generalizando, los modelos de Bailard, Wilson y Grant & Madsen, pueden considerarse adecuados en estudios donde la variable más importante es la altura de ola.

7.2.4 Variando el Periodo de la Ola

Un cambio en el periodo de ola manteniendo fijos su altura y la profundidad, se refleja a la par en la velocidad orbital en fondo con su disminución o aumento respectivo; luego entonces este análisis involucra nuevamente y de manera implícita la influencia de dos variables, donde el resultado particular es graficado a continuación en la **Figura 7.4**.

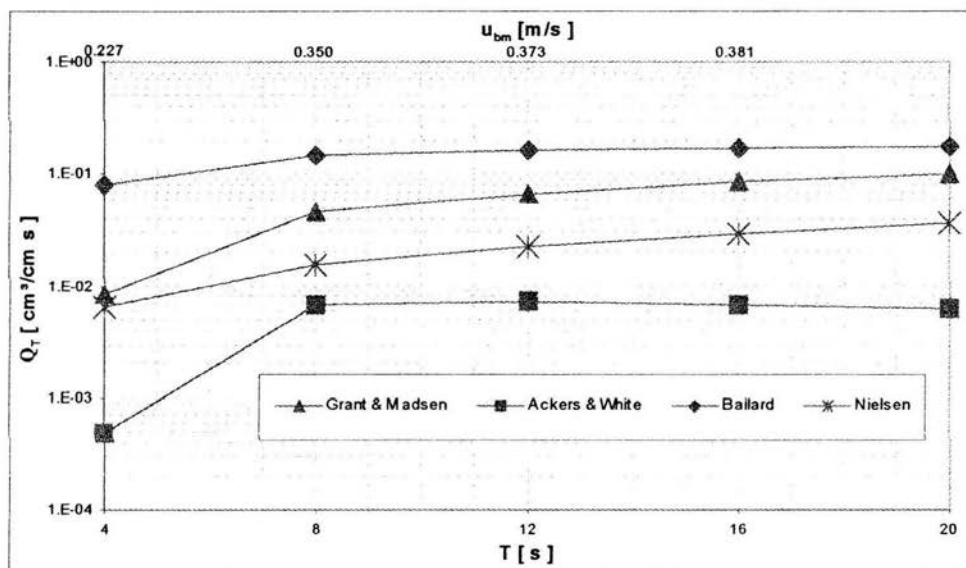


Figura 7.4 Transporte total vs. el periodo de la ola. $(d, h, H, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 5\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

A diferencia de los resultados del modelo de Ackers & White, la tendencia de los modelos es semejante en magnitud y tendencia, con tasa de transporte creciente al aumentar el periodo de la ola, comportamiento lógico y esperado ya que para una condición de oleaje dada, entre mayor es el tiempo entre cresta y cresta, mayor es el tiempo que tiene la capa límite para formarse y por lo tanto mayor es su espesor, así como el material susceptible de ser arrastrado y/o puesto en suspensión.

De acuerdo con los resultados del modelo de Ackers & White, la tasa de transporte aumenta al disminuir el periodo de la ola. Como se comentó previamente, esta falla en el comportamiento de Q_T se debe a la utilización de una función adimensional de transporte, sesgada en sus coeficientes de ajuste al no estimar correctamente la tendencia del proceso.

Aunque esta vez, la diferencia entre resultados es menor o igual a un orden de magnitud, nuevamente el modelo de Bailard produce tasas en el límite superior de la gráfica, permitiendo identificarlo como una sobreestimación del evento. De esta forma, a excepción del modelo energético de Ackers & White, la aplicación de cualquier metodología es adecuada, o mejor dicho T es una variable de ligera sensibilidad al compararla entre modelos.

7.2.5 Variando la Profundidad

Nuevamente, variar la profundidad implica su reflejo de variación en la velocidad orbital, solo que esta vez de manera inversa. Sin embargo y como pudo apreciarse, variar el periodo de la ola, su altura o la misma profundidad, se refleja con magnitudes diferentes en la velocidad orbital y por lo tanto en la tasa de transporte (ver Figuras 7.3 a 7.5).

A continuación es mostrada la Figura 7.5, donde para $h > 2\text{m}$ no hay puntos graficados con el modelo de Wilson, debido a que este rango es considerado con flujo moderado. Por otra parte y también por facilidad de lectura y comprensión, la gráfica de la Figura 7.5 incluye una ampliación en escala logarítmica de la región $5\text{m} \leq h \leq 20\text{m}$.

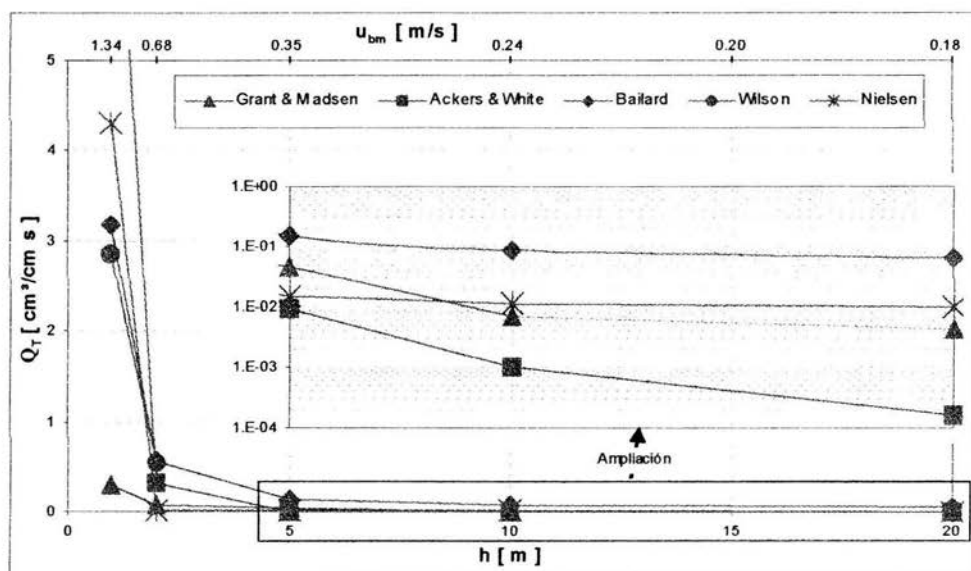


Figura 7.5 Transporte total vs. la profundidad. $(d, T, H, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

Revisando la gráfica se aprecia una tendencia compatible entre modelos, aunque nuevamente con discrepancias entre resultados los cuales se pronuncian al aumentar la profundidad, con diferencias rebasando los dos órdenes de magnitud como se aprecia particularmente al comparar las curvas Q_T , originadas con los modelos de Bailard y Ackers & White.

Omitiendo los resultados de Ackers & White, pueden ser considerados todos los modelos, incluso en aplicaciones donde la profundidad se clasifica como de aguas intermedias a profundas, ya que las diferencias son relativamente reducidas.

7.2.6 Variando la Velocidad de la Corriente

La importancia de u_c es fundamental, ya que conceptualmente la teoría de oleaje utilizada (*teoría lineal de Airy*), considera que los esfuerzos cortantes en fondo plano son iguales sobre un valle que sobre una cresta, cancelándose entre ellos en el tiempo y anulando la posibilidad del transporte neto.

Con este enfoque el oleaje sería el encargado de remover los granos de arena del fondo, permitiendo su transporte por medio de las corrientes. Para mostrar este efecto, los resultados respectivos son graficados en la **Figura 7.6**.

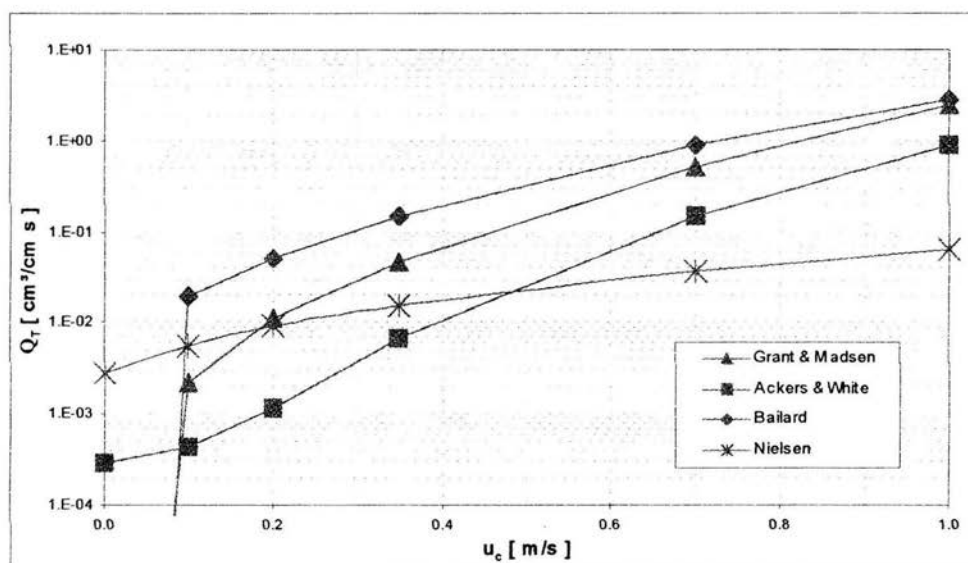


Figura 7.6 Transporte total vs. la velocidad de la corriente. $(d, T, h, H, u_{bm}, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5.0\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

De acuerdo con la figura y como se intuye en principio, se aprecia que independientemente de las características del flujo oscilatorio, la intensidad de las corrientes es proporcional a la tasa de transporte, es decir, tasas pequeñas de transporte se asocian con velocidades de corriente reducidas y viceversa.

A pesar de estas coincidencias, el modelo de Nielsen discrepa ligeramente en resultados principalmente para velocidades de corrientes $u_c > 0.5\text{m/s}$, donde Q_T siendo la menor relativamente tiende a separarse de resultados convergentes, siendo esta vez Q_T

hasta 25 veces mas pequeña que sus contrapartes. Sin embargo, muchos de los casos prácticos en ingeniería consideran que $u_c < 0.5\text{m/s}$.

Analizando el modelo de Nielsen y recordando que $Q_T = Q_p + \bar{Q}_o$, se puede comprobar que la componente oscilatoria es la de menor peso en el resultado (ecuación 6.43), efecto que puede deberse a la elección de $V^d/V^n (=0.0348)$, sin embargo no se cuenta con la información explicita que corrobore su validez o sugiera una forma alterna para su obtención.

Con base en los resultados, se concluye que todos los modelos perciben de manera adecuada el efecto de las corrientes, principalmente cuando $u_c < 0.5\text{m/s}$.

7.2.7 Variando el Angulo de Aproximación entre Flujos

Este caso en particular no puede ser evaluado con el empleo del modelo de Ackers & White, ya que no considera flujos oblicuos entre sí. Por otro lado, las condiciones hidrodinámicas elegidas corresponden a flujo moderado según Madsen & Grant y Nielsen, razón que impide la aplicación del modelo de Wilson. Al respecto de los resultados, la **Figura 7.7** ilustra a continuación el comportamiento de la tasa de transporte al variar el ángulo de aproximación entre flujos.

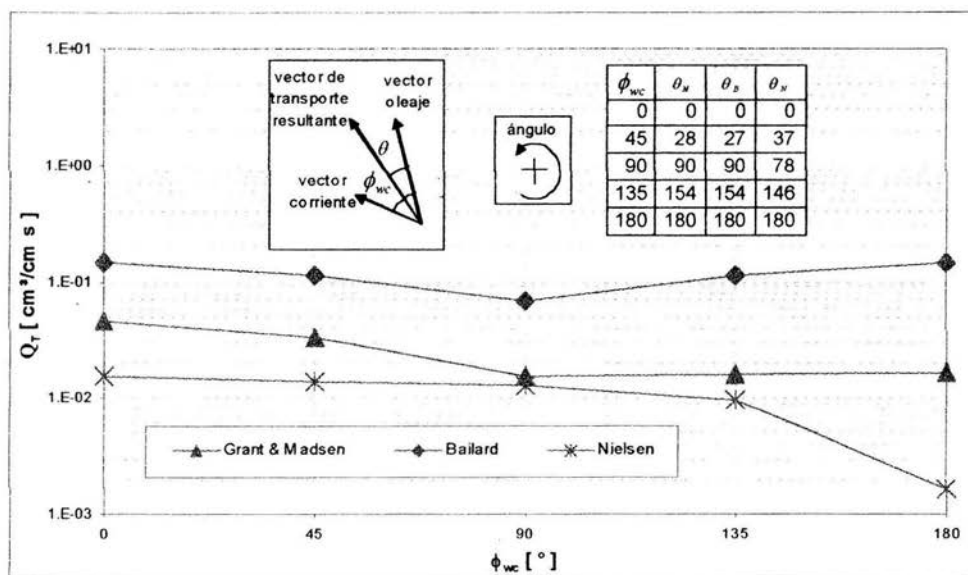


Figura 7.7 Transporte total vs. el ángulo de aproximación entre flujos. $(d, T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5.0\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ)$.

En particular este análisis consideró al flujo permanente variando desde $\phi_{wc} = 0^\circ$ (flujo coincidente), hasta $\phi_{wc} = 180^\circ$ (flujo opuesto) en relación con la dirección de

aproximación del flujo oscilatorio. No fue examinado el abanico comprendido entre $180^\circ < \phi_{wc} < 360^\circ$, por considerar que el ángulo de aproximación del oleaje es normal a una línea hipotética de playa, la cual es paralela a las líneas batimétricas del fondo. El caso opuesto obligaría el análisis de aproximación con flujos combinados, incidiendo en todas las direcciones.

Examinando los resultados se aprecia que la tasa de transporte es altamente influenciada por las corrientes (ver θ en la **Figura 7.7**). Para todos los modelos, el oleaje como movimiento oscilatorio solo remueve el material de fondo hacia delante y hacia atrás, mientras que las corrientes son las encargadas de su trayecto y destino. En cuanto a su magnitud, Bailard considera que flujos transversales producen la menor de las tasas de transporte, situación que se invierte simétricamente al cambiar ϕ_{wc} . Por su parte, Grant & Madsen y Nielsen enfatizan adecuadamente el hecho de no linealidad del oleaje, ya que sentidos opuestos en los flujos permanente y oscilatorio, producen tasas de transporte menores en relación con sentidos coincidentes, lo cual es más pronunciado para el caso de Nielsen.

7.2 Análisis de Resultados para Condiciones Extremas

Aunque no han sido mostrados más que de manera gráfica, la mayoría de los resultados discutidos con antelación, corresponden a condiciones donde el flujo es moderado y el fondo con ondulaciones. Tratando de cubrir la condición extrema con flujo en capas y fondo plano, fue analizado el comportamiento de la tasa de transporte bajo condiciones plenas de flujo intenso, utilizando para ello la información contenida en la **Tabla 7.2**.

A continuación son presentadas las **Figuras 7.8** y **7.9**, las cuales contienen los resultados de simular flujo combinado extremo y flujo oscilatorio extremo respectivamente.

Para la condición de flujo combinado extremo (ver **Figura 7.8**), a diferencia de los resultados con el modelo de Wilson, Q_T converge en tendencia y magnitud, resultado alentador dada la posibilidad que existe de tratar con problemas de transporte asociados a condiciones extremas.

Retomando los resultados de Wilson, se observa que erróneamente Q_T aumenta si d aumenta. Este comportamiento se debe a la relación directa y proporcional entre ambas variables donde la influencia de d es de mayor peso (ver ecuaciones 6.4 y 6.12).

Ahora bien en lo que atañe a la condición de flujo oscilatorio extremo, se aprecia una total discrepancia en cuanto a la magnitud de $Q_T > O(10)$, situación que obliga la necesidad de acompañar los cálculos analíticos, con registros de campo frecuentes y extremos.

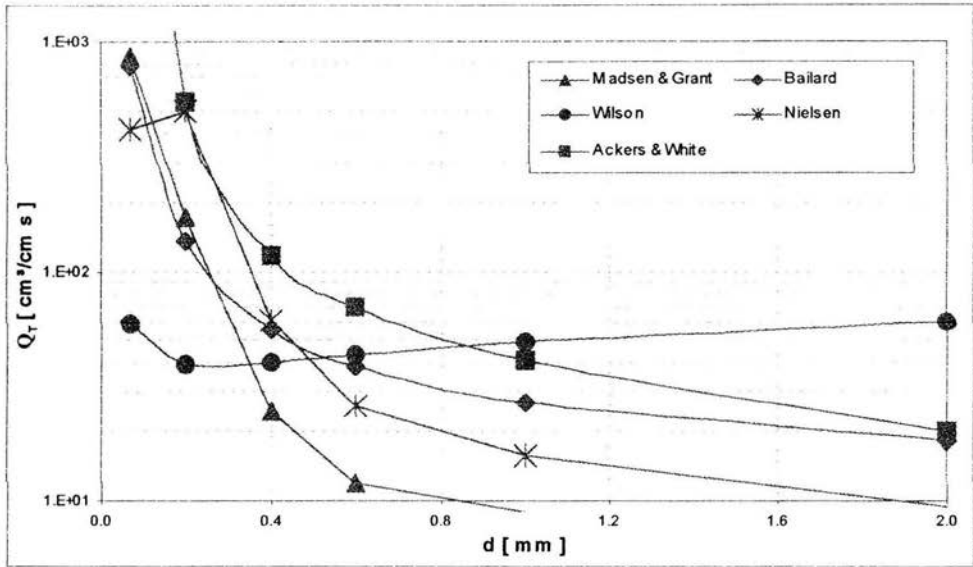


Figura 7.8 Q_T vs. d . Condición de flujo combinado extremo. $(T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (16s, 7.5m, 6.0m, 3.296m/s, 1.0m/s, 1.0m, 0^\circ, 0^\circ)$.

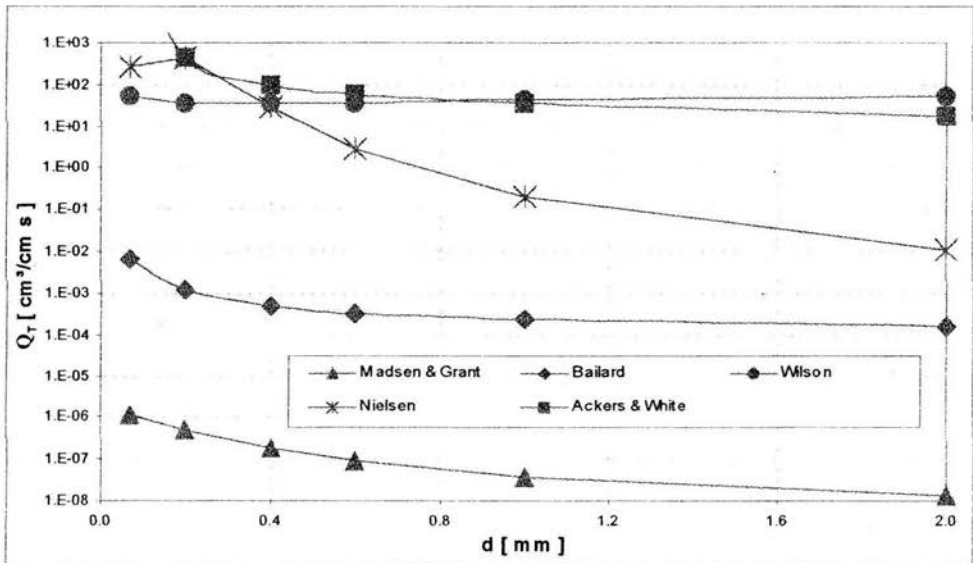


Figura 7.9 Q_T vs. d . Condición de flujo oscilatorio extremo. $(T, h, H, u_{bm}, u_c, \phi_{wc}, \beta) = (16s, 7.5m, 6.0m, 3.296m/s, 0m/s, 0^\circ, 0^\circ)$.

7.3 Comparación del Transporte de Fondo y en Suspensión

Una ventaja de los modelos de Grant & Madsen y Bailard, se basa en la posibilidad de poder diferenciar Q_T , separándola en sus componentes de fondo Q_B y en suspensión Q_S . A continuación son analizados los resultados particulares al disgregar la tasa total de transporte (incluida en el apartado 7.2), en sus componentes constitutivas según lo indican las expresiones (6.44) para el caso del modelo de Grant & Madsen y (2.41–2.42) para el caso del modelo de Bailard, donde los resultados son mostrados por las Figuras 7.10 a 7.16 y discutidos a continuación.

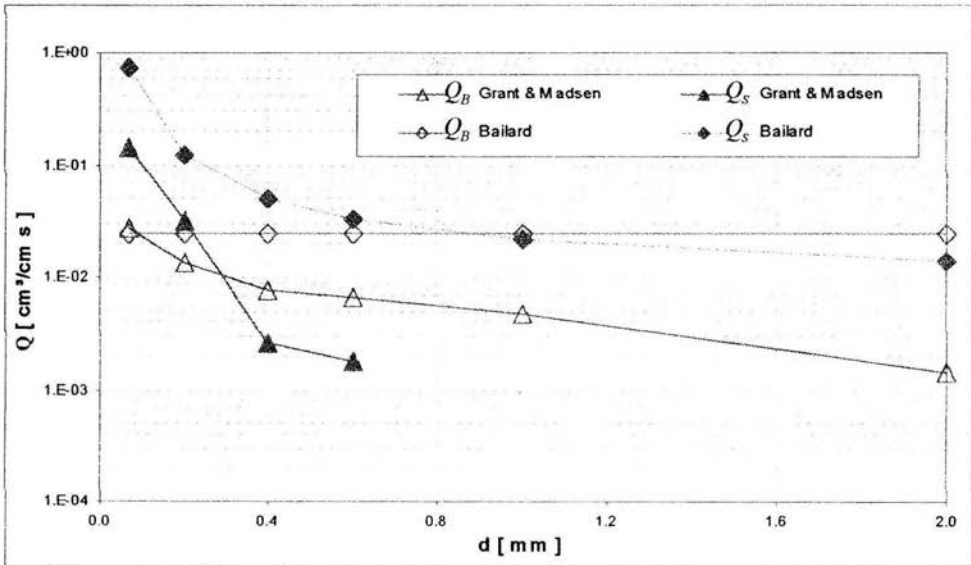


Figura 7.10 Tasa de transporte vs. el diámetro del sedimento. $(T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (8s, 5m, 0.56m, 0.35m/s, 0.35m/s, 1.0m, 0^\circ, 0^\circ)$.

De acuerdo con la Figura 7.10, $Q_S(d \geq 0.6)$ con el modelo de Grant & Madsen carece de información por indefinirse sus ecuaciones. Lo anterior significa que $Q_S = 0$ ya que el peso individual de los granos solo permite su movimiento por arrastre. Fuera de los aspectos descritos en el apartado 7.2, se aprecia que Q_B según Bailard es independiente de d y permanece constante como puede anticiparse al revisar la expresión (2.35).

Como se aprecia más adelante en la Figura 7.11, según Grant & Madsen Q_B es la componente de mayor dependencia hacia β , mientras que Q_S puede considerarse de ligera dependencia; lo anterior resulta lógico al recordar que el arrastre está supeditado al fondo mismo. Por su parte Bailard considera que β es de ligera influencia en el proceso.

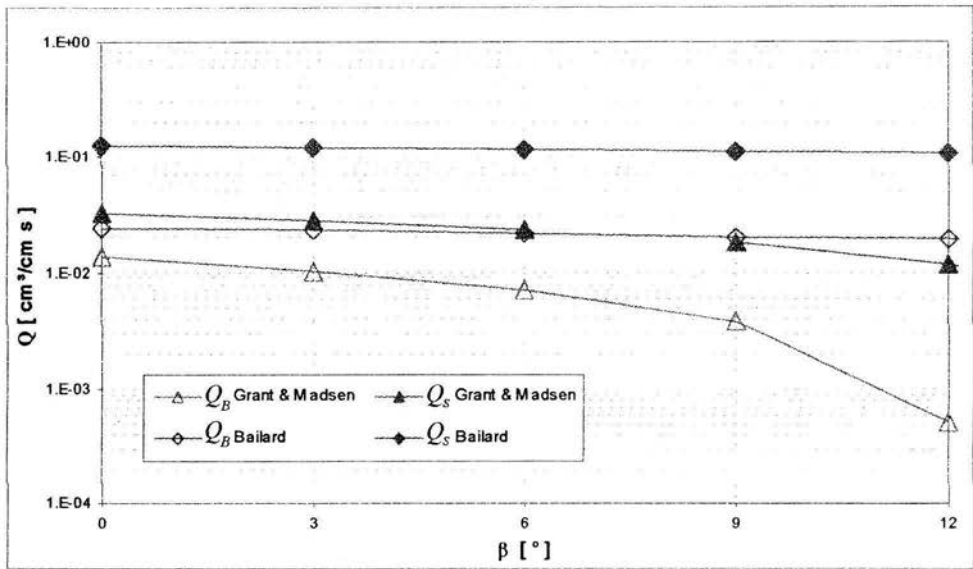


Figura 7.11 Tasa de transporte vs. la inclinación del fondo. $(d, T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \phi_{wc}) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ)$.

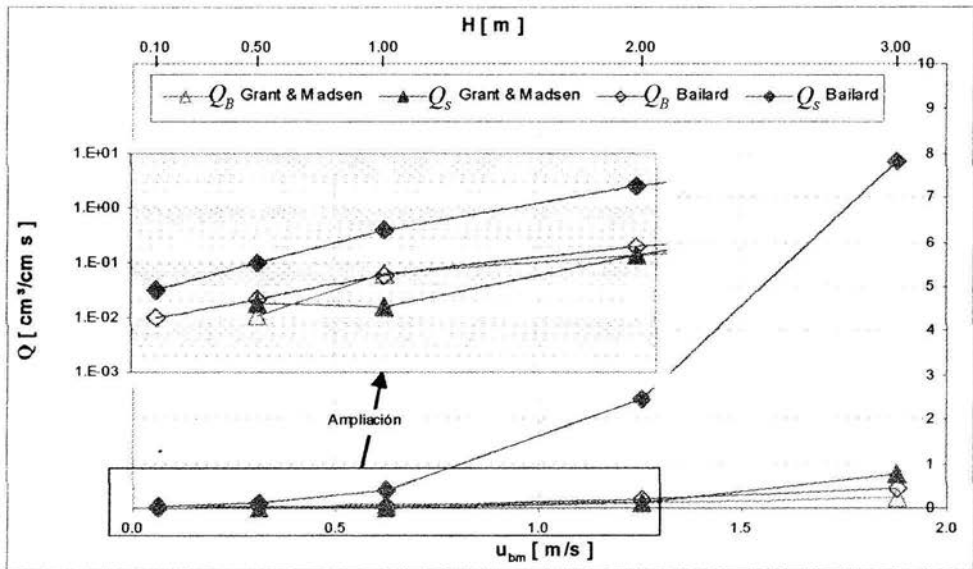


Figura 7.12 Tasa de transporte vs. la altura de la ola. $(d, T, h, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

Analizando la **Figura 7.12**, se aprecia que la causante de amplificación para Q_T asociada con el modelo de Bailard, es Q_S . Nuevamente se reitera la necesidad de observar hacia los factores de eficiencia, principalmente hacia ε_S .

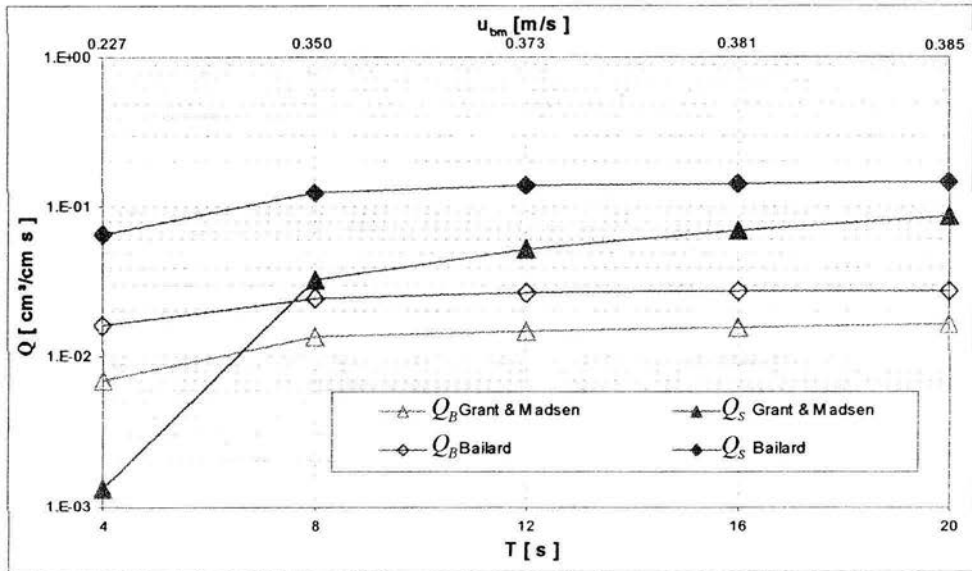


Figura 7.13 Tasa de transporte vs. el período de la ola. $(d, h, H, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 5\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

Por su parte, el comentario al respecto de la **Figura 7.13** resalta la gran semejanza en Q_B para ambos modelos, independientemente de utilizar los autores acercamientos totalmente opuestos, como lo representan el acercamiento energético propuesto por Bailard y la adecuación de la fórmula de Meyer–Peter & Müller, propuesta por Grant & Madsen.

De acuerdo con los resultados graficados en la **Figura 7.14**, se aprecia que $Q_S (h \geq 10)$ al aplicar el modelo de Grant & Madsen, deja de colaborar en la tasa total de transporte. Nuevamente, las condiciones del flujo y el medio provocan que el transporte se de únicamente por medio de su arrastre en fondo, es decir, $Q_S (h > 10) = 0$.

Como puede apreciarse en la **Figura 7.14** y como ha venido ocurriendo sistemáticamente (ver **Figuras 7.10 a 7.14**), la tasa de transporte en suspensión correspondiente al modelo de Bailard, es siempre mayor en relación con las demás tasas graficadas, siendo esta vez menor a un orden de magnitud (unas seis veces), hecho que se refleja en la tasa total de transporte de Bailard, la cual indica de manera general el umbral superior en todas las gráficas presentadas.

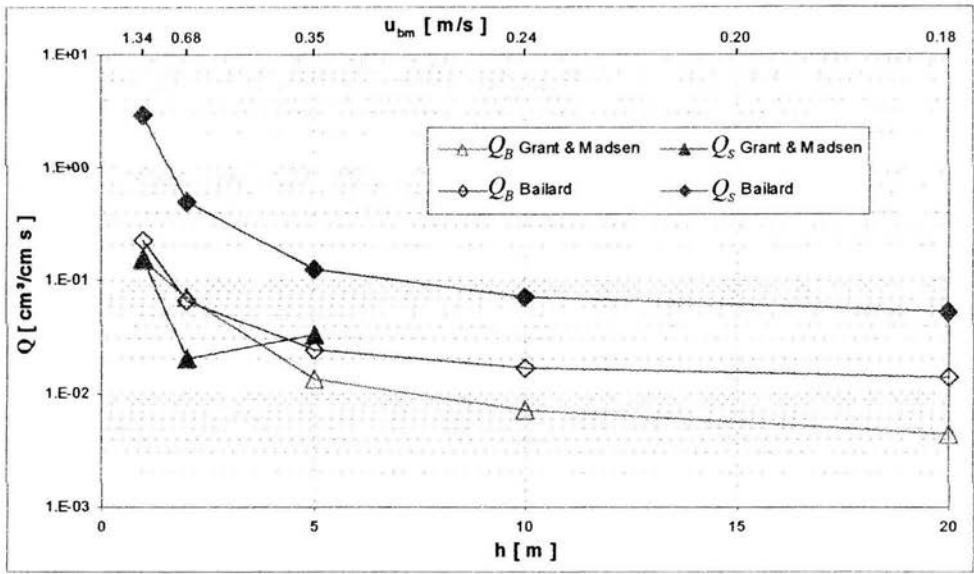


Figura 7.14 Tasa de transporte vs. la profundidad. $(d, T, H, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

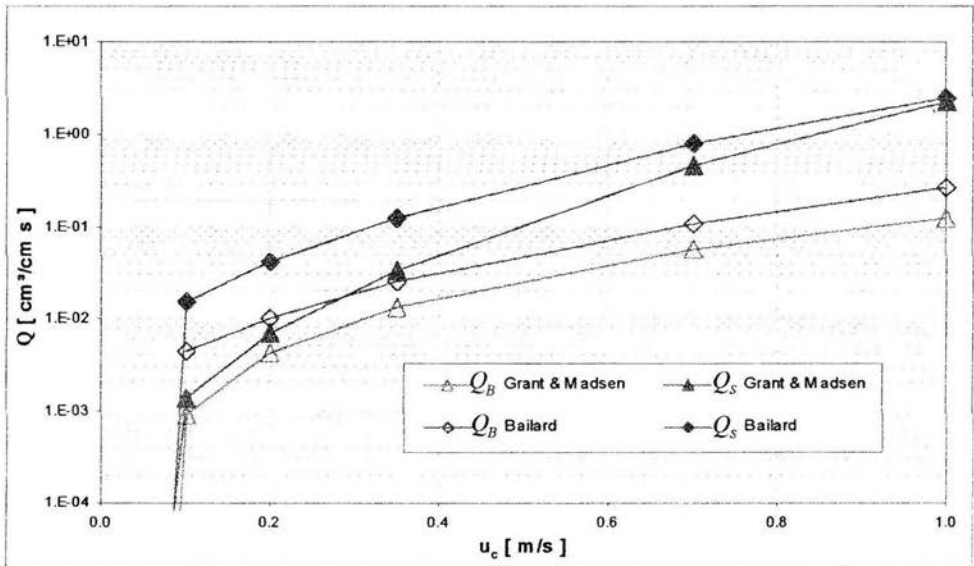


Figura 7.15 Tasa de transporte vs. la velocidad de la corriente. $(d, T, h, H, u_{bm}, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5.0\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

Al examinar la grafica de la **Figura 7.15**, se aprecia de manera reiterada que $Q_S > Q_B$. También se observa que Q_B procedente de los modelos de Bailard y Grant & Madsen es semejante y en general con diferencias mucho menores a un orden de magnitud. Luego entonces las discrepancias apuntan hacia Q_S , componente que amerita su revisión y comprobación experimental.

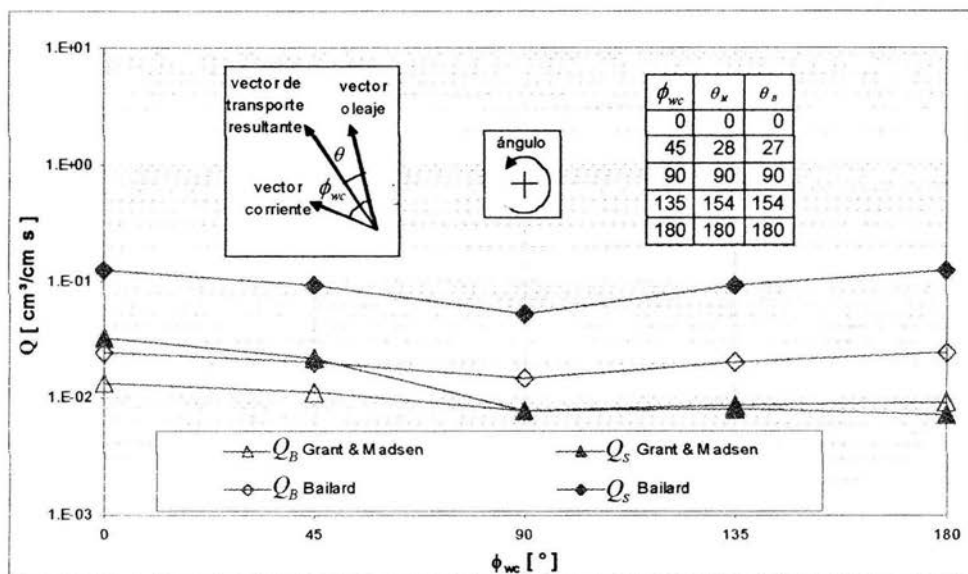


Figura 7.16 Tasa de transporte vs. el ángulo de aproximación entre flujos. $(d, T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5.0\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ)$.

Fuera de los aspectos resaltados hasta este momento, e incluyendo los resultados de la **Figura 7.16**, se afirma el hecho que $Q_S > Q_B$ y que Q_B procedente de los modelos de Bailard y Grant & Madsen es semejante, con diferencias mucho menores a un orden de magnitud.

7.4 Comportamiento del Fondo

Como fue indicado en su oportunidad, los modelos de Grant & Madsen y Nielsen consideran en la interacción flujo-sedimento, parámetros que definen la presencia de rizos en fondo (Ψ'_m o $\Psi_{2.5}$ respectivamente), influenciando estas ondulaciones la rugosidad hidráulica y por lo tanto la tasa de transporte; de ahí la relevancia del estado que observa el fondo.

Al proponer parámetros de movimiento diferentes (Ψ'_m y $\Psi_{2.5}$) aunque semejantes en naturaleza, es posible encontrar contrastes entre los resultados de ambos modelos. Por lo anterior a continuación son revisadas las características del fondo, dadas las condiciones del medio y la hidrodinámica, según lo indica la **Tabla 7.1**.

La geometría del fondo es graficada a partir de los datos concentrados en las tablas “Parámetros de Fondo”, incluidas en el Anexo A del presente documento. Con el fin de facilitar su interpretación, la información es graficada de manera adimensional al dividir los resultados de la altura del rizo η y la longitud del rizo λ , por la altura del rizo y la longitud del rizo asociados con el modelo de Grant & Madsen $-\eta_{G\&M}$ y $\lambda_{G\&M}$ respectivamente-, implicando una representación unitaria para ésta último modelo, así como una representación relativa a la unidad para el modelo de Nielsen.

Así las cosas, los resultados de $\eta_i / \eta_{G\&M}$ y $\lambda_i / \lambda_{G\&M}$ son mostrados a continuación por las Figuras 7.17 a 7.21.

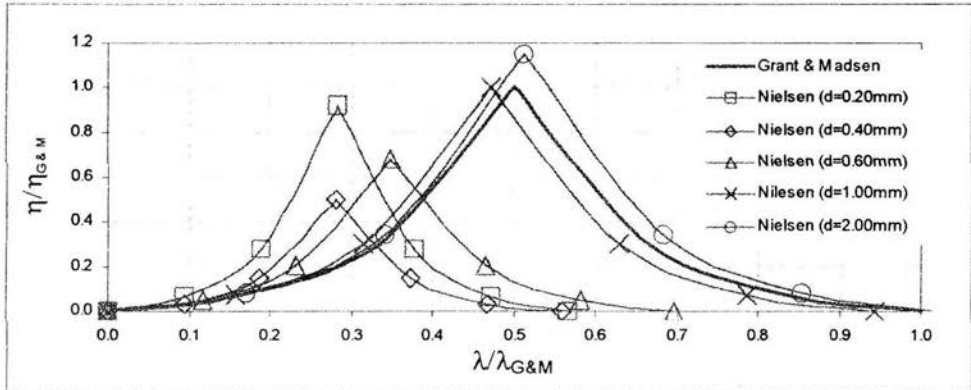


Figura 7.17 Geometría del rizo al variar el diámetro. $(T, h, H, u_{bm}, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (8s, 5m, 0.56m, 0.35m/s, 0.35m/s, 1.0m, 0^\circ, 0^\circ)$.

De acuerdo con la Figura 7.17, se aprecia que diámetros pequeños ($d < 0.4mm$) se asocian con discrepancias en las magnitudes del rizo, de hasta un 50% para η y un 30% para λ , mientras que diámetros mayores ($d > 0.6mm$) se asocian a convergencias entre resultados.

Ante las discrepancias hay que recordar que ambas metodologías definen la geometría del rizo a partir de observaciones en laboratorio, lo que implica mayor investigación y experimentación al respecto. Se aclara que no fue construida la gráfica correspondiente a $d=0.07mm$, ya que Grant & Madsen consideran a diferencia de Nielsen que el fondo es liso y el flujo es en capas.

Ahora bien, en lo que atañe al efecto de H , solo se grafica $f(H=0.5)$ según se muestra en la Figura 7.18, ya que alturas de ola menores y dada su baja intensidad no permiten la formación de rizados, más bien el fondo es plano y el transporte nulo. Por otra parte, si $H > 0.5$ según Grant & Madsen o $H > 1.0$ según Nielsen, el fondo es plano y el flujo en capas. Nuevamente, la frontera que separa al flujo moderado del intenso es más amplia para el modelo de Nielsen. Comparando las magnitudes entre resultados, se observa que η difiere un 10% mientras que λ un 30%.

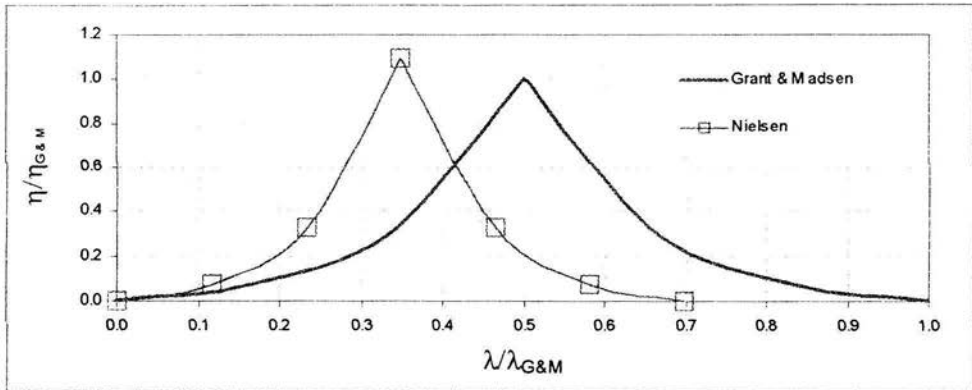


Figura 7.18 Geometría del rizo para una altura de ola $H=0.5\text{m}$. $(d, T, h, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

El comportamiento del fondo al variar el período de la ola es mostrado a continuación por la **Figura 7.19**, donde $T \neq 8\text{s}$ se asocia con discrepancias significativas en η y λ siendo estas de hasta 2.4 veces y 1.6 veces respectivamente. Luego entonces, la variación en el período implica discrepancias de importancia en las características del fondo, no obstante la semejanza en Q_T (ver **Figura 7.4**). Cabe aclarar que todo el rango de variación considerado para T , corresponde a condiciones de flujo moderado y fondo con rizos.

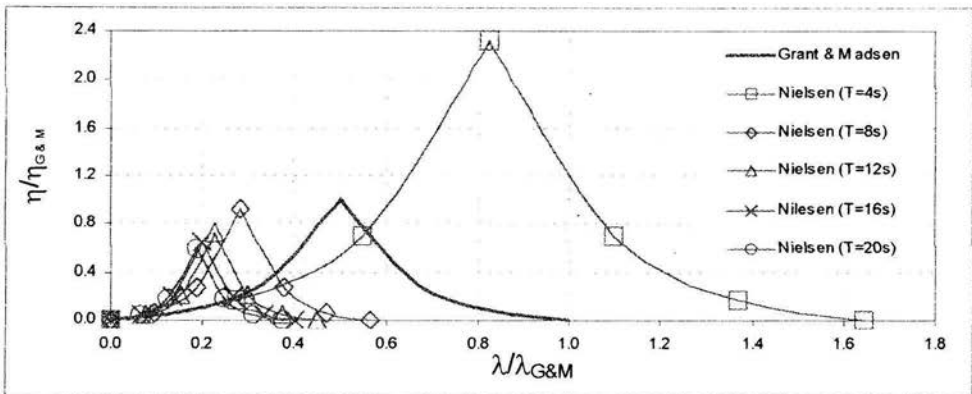


Figura 7.19 Geometría del rizo al variar el período de la ola. $(d, h, H, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 5\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

Recordando que los rizos en fondo inician su crecimiento y después son lavados al aumentar de manera continua el período de la ola y por lo tanto la intensidad del flujo, se esperaría que $\eta_{Nielsen}$ y $\lambda_{Nielsen}$ disminuyeran al disminuir T (ver la **Figura 7.19**, para $T=4\text{s}$), comportamiento inesperado que obliga la revisión y/o ajuste de la ecuación (4.9).

Continuando con la profundidad como variable, la **Figura 7.20** incluye las curvas resultantes, donde nuevamente son notables las discrepancias, principalmente para grandes profundidades ($h \geq 10\text{m}$), donde $\eta_{Nielsen}$ y $\lambda_{Nielsen}$ deberían disminuir. Al igual que para el caso del análisis del fondo en función del período de la ola, este comportamiento inesperado obliga la revisión de la ecuación (4.9). De acuerdo con los resultados, $f(h=1\text{m})$ corresponde a flujo en capas sin rizos en fondo, mientras que $f(h=2\text{m})$ se asocia con flujo en capas según Grant & Madsen, situación que impide graficar las curvas específicas.

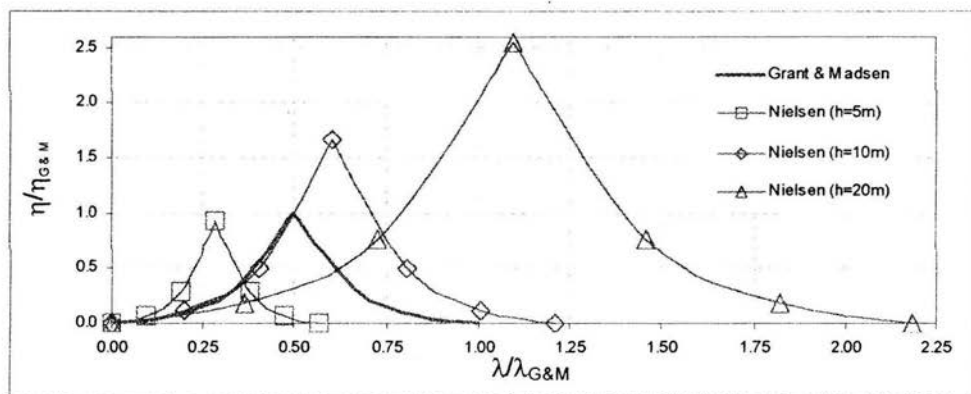


Figura 7.20 Geometría del rizo al variar la profundidad. $(d, T, H, u_c, z_R, \phi_{wc}, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ, 0^\circ)$.

Finalmente, son presentados los resultados del fondo al variar la velocidad de la corriente u_c y el ángulo de aproximación respecto del oleaje ϕ_{wc} (ver **Figura 7.21** a continuación), donde independientemente de los valores que tomen dichas variables, el resultado es el mismo. Lo anterior es consecuencia de la independencia entre el flujo permanente y el fondo en los acercamientos al estudio del fondo

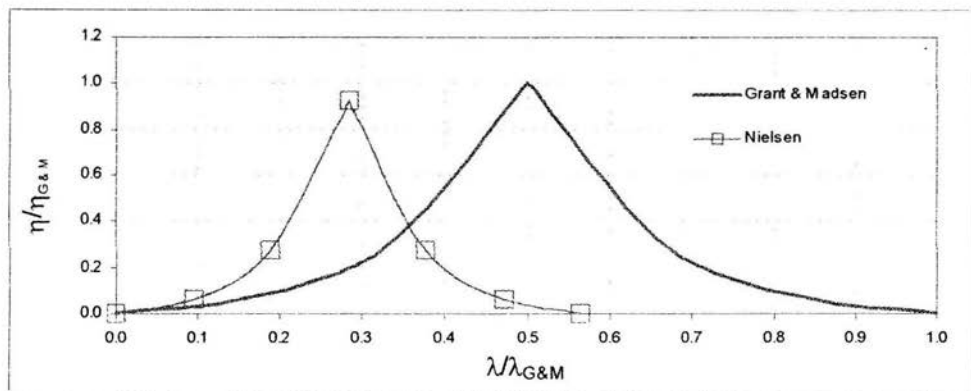


Figura 7.21 Geometría del rizo al variar la corriente. $(d, T, h, H, u_{bm}, z_R, \beta) = (0.2\text{mm}, 8\text{s}, 5.0\text{m}, 0.56\text{m}, 0.35\text{m/s}, 1.0\text{m}, 0^\circ)$.

En cuanto a los resultados del fondo al variar la corriente nos atañe, las diferencias son de poca consideración, más aún cuando η es la variable de mayor peso en conexión con el transporte de sedimentos.

Resumiendo, en general, Madsen y Nielsen coinciden en la ondulación del fondo dadas las características del medio y la hidrodinámica, difiriendo en el establecimiento de la frontera que separa el flujo moderado del intenso, que según Madsen se presenta a menores intensidades. En relación con la magnitud obtenida de η y λ , las diferencias oscilan entre el 10% y el 50%; dentro de proporciones dado que por una parte las mayores diferencias corresponden al parámetro menos importante (λ) y por otra, hay carencia de información existente y disponible que permita precisar sobre el fenómeno.

8 CONCLUSIONES

Como parte final del presente trabajo, a continuación son resaltadas las conclusiones al respecto de los resultados obtenidos de aplicar los modelos de transporte. También son apuntadas futuras líneas de acción, para darle continuidad al estudio del problema de transporte de sedimentos fuera de la zona de rompiente.

8.1 Comentarios Finales

- El modelo de Ackers & White no es aplicable para arenas finas ($d < 0.4\text{mm}$) ya que a diferencia de los demás modelos utilizados y contrario a lo esperado, reproduce tasas decrecientes de transporte al reducirse el diámetro. El análisis particular definió arenas finas cuando $d < 0.4\text{mm}$, sin embargo, lo anterior no significa que este umbral corresponda al límite de arenas finas, más bien debe interpretarse como el límite particular con el cual el modelo en referencia produce resultados erróneos, dada la combinación de variables utilizadas.
- En general, la metodología de Bailard sobreestima relativamente el transporte total mientras que la de Nielsen lo subestima relativamente, con diferencias entre ambos resultados de hasta dos órdenes de magnitud, quedando en término medio los resultados de Grant & Madsen, con diferencias oscilando por el orden de magnitud.
- El modelo de Grant & Madsen es más sensible a la inclinación del fondo en relación con el modelo de Bailard, ya que arroja como resultado una tasa de transporte siempre menor y disminuyendo más rápidamente que su contraparte, la cual decrece gradualmente. Para ángulos de inclinación pequeños ($\beta < 6^\circ$), puede considerarse el empleo de cualquiera o ambas metodologías, más aún cuando el ángulo de inclinación en fondos naturales es generalmente pequeño y las diferencias entre resultados son reducidas.
- Erróneamente, el modelo de Bailard no distingue una frontera de inicio de movimiento, permitiendo un valor para la tasa de transporte bajo cualquier condición de flujo, por mínima que esta sea.
- Los modelos de Bailard, Wilson y Grant & Madsen, pueden considerarse adecuados en estudios donde la variable más importante es la altura de ola.
- Con excepción al modelo energético de Ackers & White, T es una variable de ligera sensibilidad al compararla entre modelos.
- De acuerdo con los resultados obtenidos, se concluye que tasas pequeñas de transporte se asocian con velocidades de corriente reducidas y viceversa. También se concluye que todos los modelos perciben de manera adecuada el efecto de las corrientes, principalmente cuando $u_c < 0.5\text{m/s}$.

- El oleaje como movimiento oscilatorio principalmente remueva hacia delante y hacia atrás el material del fondo, mientras que las corrientes son las encargadas de su destino.
- Para la condición de flujo combinado extremo y a diferencia de los resultados con el modelo de Wilson, Q_T converge en tendencia y magnitud, resultado alentador dada la posibilidad que existe de tratar con problemas de transporte asociados a condiciones extremas.
- Para el modelo de Wilson, se observa que erróneamente Q_T aumenta si d aumenta.
- Para flujo oscilatorio extremo, se aprecia una total discrepancia en cuanto a la magnitud de Q_T , situación que obliga la necesidad de acompañar los cálculos analíticos, con registros de campo frecuentes y extremos.
- De acuerdo con los resultados de transporte de fondo y en suspensión, se aprecia que $Q_S > Q_B$. También se observa que Q_B procedente de los modelos de Bailard y Grant & Madsen es semejante y en general con diferencias mucho menores a un orden de magnitud. Luego entonces las discrepancias apuntan hacia Q_S , componente que amerita su revisión y comprobación experimental.
- En general, Madsen y Nielsen coinciden en la ondulación del fondo dadas las características del medio y la hidrodinámica, difiriendo únicamente en el establecimiento de la frontera que separa el flujo moderado del intenso, que según Madsen se presenta a menores intensidades. En relación con la magnitud obtenida de η y λ , las diferencias oscilan entre el 10% y el 50%; dentro de proporciones dado que por una parte las mayores diferencias corresponden al parámetro menos importante (λ) y por otra, hay carencia de información existente y disponible que permita precisar sobre el fenómeno.
- Considerando todo lo anterior, se reconoce que el modelo de Grant & Madsen es el modelo más confiable al arrojar como resultados valores comprendidos siempre entre los umbrales, y más completo al permitir el cálculo explícito de la geometría del fondo así como de Q_B y Q_S . Sin embargo, el modelo de Nielsen representa una herramienta adecuada cuando se requiere analizar de manera separada el transporte asociado con el flujo, mientras que el modelo de Bailard además de ser más simple, es apropiado cuando el fondo es inclinado.

8.2 Futuras Líneas de Acción

- Es patente la dependencia de los modelos hacia coeficientes experimentales. Dada la diferencia entre resultados de modelos, una futura línea de acción apunta hacia la revisión de tales parámetros, considerando por supuesto la presencia de flujos combinados.

- Según Dyer & Soulsby (1988), uno de los defectos en el establecimiento de formulas predictivas para el transporte de sedimentos, ha sido el limitado equipo con que se cuenta para medir concentraciones de sedimento o flujo de sedimento. Consecuentemente, pueden presentarse grandes e incluso desconocidos errores en la estimación del transporte. Una futura línea de acción considera la definición de metodologías adecuadas para registrar el transporte, calibrando y extrapolando en posteriores aplicaciones.
- Otra futura línea de acción considera el estudio particular del fondo, ya que la investigación de la materia es limitada y de relativa juventud.

ANEXO A RESULTADOS DE LA TASA DE TRANSPORTE

Tabla A.1 Transporte total al variar el diámetro

d [mm]	Q_T [cm ² /s]				
	Madsen	Ackers	Bailard	Wilson	Nielsen
0.07	1.7E-01	9.5E-04	7.7E-01	8.1E-02	2.1E-02
0.20	4.6E-02	6.6E-03	1.5E-01	●	1.6E-02
0.40	1.0E-02	1.1E-02	7.4E-02	●	2.2E-03
0.60	8.3E-03	8.7E-03	5.7E-02	●	8.0E-04
1.00	4.7E-03	1.2E-03	4.6E-02	●	2.9E-04
2.00	1.4E-03	0.0E+00	3.8E-02	●	1.7E-04

● Modelo no aplicable por ser flujo moderado

Tabla A.2 Transporte total al variar la inclinación del fondo

β [°]	Q_T [cm ² /s]	
	Madsen	Nielsen
0.0	4.6E-02	1.5E-01
3.0	3.8E-02	1.4E-01
6.0	3.0E-02	1.4E-01
9.0	2.2E-02	1.3E-01
12.0	1.2E-02	1.3E-01

Tabla A.3 Transporte total al variar la altura de la ola

H [m]	u_{bm} [m/s]	Q_T [cm ² /s]				
		Madsen	Ackers	Bailard	Wilson	Nielsen
0.1	0.063	-	-	4.1E-02	●	-
0.5	0.313	3.0E-02	3.0E-03	1.2E-01	●	1.4E-02
1.0	0.626	8.0E-02	2.2E-01	4.6E-01	4.4E-01	3.3E-02
2.0	1.253	2.8E-01	7.4E+00	2.7E+00	2.4E+00	2.9E+00
3.0	1.879	1.0E+00	4.8E+01	8.3E+00	6.9E+00	2.9E+01

● Modelo no aplicable por ser flujo moderado

Tabla A.4 Transporte total al variar el periodo de la ola

T [s]	u_{bm} [m/s]	Q_T [cm ² /s]			
		Madsen	Ackers	Bailard	Nielsen
4	0.227	8.3E-03	4.9E-04	8.2E-02	6.6E-03
8	0.350	4.6E-02	6.6E-03	1.5E-01	1.6E-02
12	0.373	6.8E-02	7.3E-03	1.7E-01	2.3E-02
16	0.381	8.6E-02	6.8E-03	1.7E-01	2.9E-02
20	0.385	1.0E-01	6.2E-03	1.7E-01	3.6E-02

Tabla A.5 Transporte total al variar la profundidad

H [m]	u_{bm} [m/s]	Q_T [cm ² /s]				
		Madsen	Ackers	Bailard	Wilson	Nielsen
1	1.34	3.1E-01	8.3E+00	3.2E+00	2.9E+00	4.3E+00
2	0.68	9.0E-02	3.3E-01	5.7E-01	5.4E-01	2.9E-02
5	0.35	4.6E-02	9.3E-03	1.5E-01	●	1.6E-02
10	0.24	7.0E-03	9.7E-04	8.7E-02	●	1.1E-02
20	0.18	4.4E-03	1.7E-04	6.6E-02	●	1.0E-02

● Modelo no aplicable por ser flujo moderado

Tabla A.6 Transporte total al variar la velocidad de la corriente

u_c [m/s]	Q_T [cm ² /s]			
	Madsen	Ackers	Bailard	Nielsen
0.00	4.4E-12	2.9E-04	2.3E-18	2.8E-03
0.10	2.3E-03	4.4E-04	2.0E-02	5.6E-03
0.20	1.1E-02	1.2E-03	5.1E-02	9.1E-03
0.35	4.6E-02	6.6E-03	1.5E-01	1.6E-02
0.70	5.3E-01	1.5E-01	9.1E-01	3.7E-02
1.00	2.5E+00	9.0E-01	2.9E+00	6.4E-02

Tabla A.7 Transporte total al variar el ángulo de aproximación entre flujos

ϕ_{wc} [°]	Q_T [cm ² /s]			θ [°]		
	Madsen	Bailard	Nielsen	Madsen	Bailard	Nielsen
0	4.6E-02	1.5E-01	1.6E-02	0	0	0
45	3.3E-02	1.1E-01	1.4E-02	28	27	37
90	1.5E-02	6.8E-02	1.3E-02	90	90	78
135	1.6E-02	1.1E-01	9.9E-03	154	154	146
180	1.6E-02	1.5E-01	1.7E-03	180	180	180

Nota: El parámetro θ corresponde al ángulo del vector de transporte resultante (ver Figuras 6.2 y 7.7).

Tabla A.8 Q_T vs. d . Condición de flujo combinado extremo

d [mm]	Q_T [cm ² /s]				
	Madsen	Ackers	Bailard	Wilson	Nielsen
0.07	8.6E+02	5.2E+05	7.9E+02	5.9E+01	4.2E+02
0.20	1.7E+02	5.4E+02	1.3E+02	4.0E+01	5.0E+02
0.40	2.5E+01	1.2E+02	5.6E+01	4.0E+01	6.2E+01
0.60	1.2E+01	6.9E+01	3.9E+01	4.3E+01	2.6E+01
1.00	9.0E+00	4.1E+01	2.7E+01	4.9E+01	1.6E+01
2.00	8.8E+00	2.0E+01	1.8E+01	6.1E+01	9.5E+00

Tabla A.9 Q_T vs. d . Condición de flujo oscilatorio extremo

d [mm]	Q_T [cm ² /s]				
	Madsen	Ackers	Bailard	Wilson	Nielsen
0.07	1.1E-06	3.9E+05	7.0E-03	5.6E+01	2.7E+02
0.20	5.1E-07	4.6E+02	1.2E-03	3.5E+01	4.4E+02
0.40	1.9E-07	1.0E+02	5.0E-04	3.5E+01	3.0E+01
0.60	9.4E-08	6.2E+01	3.4E-04	3.7E+01	3.0E+00
1.00	3.8E-08	3.7E+01	2.4E-04	4.2E+01	2.0E-01
2.00	1.4E-08	1.8E+01	1.6E-04	5.2E+01	1.1E-02

Tabla A.10 Tasa de transporte vs. el diámetro del sedimento

d [mm]	Q_B [cm ² /s]		Q_T [cm ² /s]	
	Madsen	Bailard	Madsen	Bailard
0.07	2.7E-02	2.5E-02	1.4E-01	7.5E-01
0.20	1.4E-02	2.5E-02	3.2E-02	1.2E-01
0.40	7.6E-03	2.5E-02	2.6E-03	5.0E-02
0.60	6.5E-03	2.5E-02	1.8E-03	3.3E-02
1.00	4.7E-03	2.5E-02	-	2.2E-02
2.00	1.4E-03	2.5E-02	-	1.4E-02

Tabla A.11 Tasa de transporte vs. la inclinación del fondo

d [mm]	Q_B [cm ² /s]		Q_T [cm ² /s]	
	Madsen	Bailard	Madsen	Bailard
0.0	1.4E-02	2.5E-02	3.2E-02	1.2E-01
3.0	1.0E-02	2.3E-02	2.8E-02	1.2E-01
6.0	7.1E-03	2.2E-02	2.3E-02	1.2E-01
9.0	3.8E-03	2.1E-02	1.8E-02	1.1E-01
12.0	5.1E-04	1.9E-02	1.2E-02	1.1E-01

Tabla A.12 Tasa de transporte vs. la altura de la ola

H [m]	u_{bm} [m/s]	Q_B [cm ² /s]		Q_T [cm ² /s]	
		Madsen	Bailard	Madsen	Bailard
0.1	0.06	-	1.0E-02	-	3.1E-02
0.5	0.31	1.1E-02	2.2E-02	1.9E-02	1.0E-01
1.0	0.63	6.4E-02	5.7E-02	1.6E-02	4.1E-01
2.0	1.25	1.4E-01	2.0E-01	1.4E-01	2.5E+00
3.0	1.88	2.3E-01	4.4E-01	8.0E-01	7.8E+00

Tabla A.13 Tasa de transporte vs. el periodo de la ola

T [s]	u_{bm} [m/s]	Q_B [cm ² /s]		Q_T [cm ² /s]	
		Madsen	Bailard	Madsen	Bailard
4	0.23	7.0E-03	1.6E-02	1.3E-03	6.6E-02
8	0.35	1.4E-02	2.5E-02	3.2E-02	1.2E-01
12	0.37	1.5E-02	2.7E-02	5.3E-02	1.4E-01
16	0.38	1.6E-02	2.7E-02	7.0E-02	1.4E-01
20	0.38	1.6E-02	2.8E-02	8.6E-02	1.5E-01

Tabla A.14 Tasa de transporte vs. la profundidad

h [m]	u_{bm} [m/s]	Q_B [cm ² /s]		Q_T [cm ² /s]	
		Madsen	Bailard	Madsen	Bailard
1.0	1.34	1.5E-01	2.3E-01	1.6E-01	3.0E+00
2.0	0.68	7.0E-02	6.6E-02	2.0E-02	5.0E-01
5.0	0.35	1.4E-02	2.5E-02	3.2E-02	1.2E-01
10.0	0.24	7.0E-03	1.7E-02	-	7.1E-02
20.0	0.18	4.4E-03	1.4E-02	-	5.2E-02

Tabla A.15 Tasa de transporte vs. la velocidad de la corriente

u_c [m/s]	Q_B [cm ² /s]		Q_T [cm ² /s]	
	Madsen	Bailard	Madsen	Bailard
0.0	5.8E-19	0.0E+00	4.4E-12	2.3E-18
0.1	9.0E-04	4.5E-03	1.4E-03	1.5E-02
0.2	4.3E-03	1.0E-02	7.1E-03	4.1E-02
0.4	1.4E-02	2.5E-02	3.2E-02	1.2E-01
0.7	5.7E-02	1.1E-01	4.7E-01	8.0E-01
1.0	1.3E-01	2.7E-01	2.4E+00	2.6E+00

Tabla A.16 Tasa de transporte vs. el ángulo de aproximación entre flujos

ϕ_{wc} [°]	Q_B [cm ² /s]		Q_T [cm ² /s]	
	Madsen	Bailard	Madsen	Bailard
0	1.4E-02	2.5E-02	3.2E-02	1.2E-01
45	1.1E-02	2.0E-02	2.2E-02	9.3E-02
90	7.8E-03	1.5E-02	7.7E-03	5.3E-02
135	8.5E-03	2.0E-02	7.9E-03	9.3E-02
180	9.2E-03	2.5E-02	7.2E-03	1.2E-01

Tabla A.17 Geometría del rizo al variar el diámetro

d [mm]	Madsen		Nielsen	
	η [cm]	λ [cm]	η [cm]	λ [cm]
0.07	+	+	0.2	2.3
0.20	1.1	16.2	1.0	9.2
0.40	7.5	47.9	3.8	26.9
0.60	11.7	74.4	8.0	51.9
1.00	20.5	129.0	20.6	121.8
2.00	43.6	270.3	50.2	277.0

+ Flujo en capas

Tabla A.18 Geometría del rizo al variar la altura de la ola

H [m]	u_{bm} [m/s]	Madsen		Nielsen	
		η [cm]	λ [cm]	η [cm]	λ [cm]
0.1000	0.063	◇	◇	◇	◇
0.5000	0.313	1.29	16.21	1.41	11.32
1.0000	0.626	+	+	0.22	4.50
2.0000	1.253	+	+	+	+
3.0000	1.879	+	+	+	+

◇ Fondo plano y transporte nulo o incipiente; + Flujo en capas

Tabla A.19 Geometría del rizo al variar el periodo de la ola

T [s]	Madsen		Nielsen	
	η [cm]	λ [cm]	η [cm]	λ [cm]
4	0.73	7.23	1.69	11.89
8	1.14	16.20	1.05	9.17
12	1.80	25.79	1.32	11.61
16	2.56	35.82	1.66	14.38
20	3.38	46.18	2.02	17.23

Tabla A.20 Geometría del rizo al variar la profundidad

h [m]	Madsen		Nielsen	
	η [cm]	λ [cm]	η [cm]	λ [cm]
1.00	+	+	+	+
2.00	+	+	0.17	4.66
5.00	1.14	16.20	1.05	9.17
10.00	1.74	16.22	2.91	19.59
20.00	2.35	16.21	6.00	35.44

+ Flujo en capas

Tabla A.21 Geometría del rizo al variar la corriente

Madsen		Nielsen	
η [cm]	λ [cm]	η [cm]	λ [cm]
1.14	16.20	1.05	9.17

ANEXO B REFERENCIAS

- Ackers & White, 1973: Ackers, P. and White, W. R. "Sediment Transport: New approach and analysis". *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 99(11), 2041-2060, 1973.
- Bailard, 1981: Bailard, J. A. "An energetics total load sediment transport model for a plane sloping beach", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 86, 10938-10954, 1981.
- Bogardi, 1977: Bogardi, J. Sediment Transport in Alluvial Streams,
- CEM, 2002: "Coastal Engineering Manual", Vol III, Chapter 6, Sediment Transport Outside the Surf Zone, U.S. Army Corps of Engineers, 2002.
- CEM 2002-b: "Coastal Engineering Manual", Vol III, Chapter 1, Coastal sediment Properties, U.S. Army Corps of Engineers, 2002.
- Dyer & Soulsby, 1988: Dyer, K. R. and Soulsby, R. L. "Sand Transport on the Continental Shelf", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 20, 295-324. 1988.
- Fredsøe, 1992: Fredsøe, J. and Deigaard R. "Mechanics of Coastal sediment Transport". Advanced Series on Ocean Engineering—Volume 3, World Scientific. 1992.
- Gambino, 1998: Gambino, J. P. "A Comparison of Sediment Transport Models for Combined Current and Wave Flows" MS dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Ma. 1998.
- Grant & Madsen, 1979: Grant, W. D., and Madsen, O. S. "Combined Wave and Current Interaction with a Rough Bottom". *Journal of Geophysical Research*, Vol. 85, No. C4, pp 1797-1808.
- Hughes, 1993: Hughes, S. A. "Physical Models and Laboratory Techniques in Coastal Engineering. Advanced Series on Ocean Engineering—Volume 7, World Scientific. 1992.
- Madsen, 1991: Madsen, O. S. and Wikramanayake, P. N., "Simple Models for Turbulent Wave-Current Bottom Boundary Layer Flow. Dredging Research Program, U.S. Army Corps of Engineers, 1991.
- Madsen, 1993: Madsen, O. S. "Sediment Transport on the Shelf", Ralph M. Parsons Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Ma. 1993.
- Nilesen, 1992: Nielsen, P. "Coastal Bottom Boundary Layers and Sediment Transport". Advanced Series on Ocean Engineering—Volume 4, World Scientific. 1992.

- Salles, 1997: Salles A. de A., P. « Eddy Viscosity Models for Pure Waves Over Large Roughness Elements”. MS dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Ma. 1997.
- Scheffner, 1996: Scheffner, N. W. “Systematic analysis of long-term fate of disposal dredged material”, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 127-133, 1996.