

01162



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Modelo no lineal de propagación de tsunamis

T E S I S

Como requisito para obtener el título de

**Maestro en Ingeniería Civil
(Hidráulica)**

P r e s e n t a

ALBERTO ÁVILA ARMELLA

DIRECTOR DE TESIS

DR. RODOLFO SILVA CASARÍN



MÉXICO, D.F.

MAYO 2004

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mis padres:
Alberto y Cristina,
coautores de cada uno de mis logros*

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, parte fundamental de lo que ahora soy. Retribuiré a México todo lo que me ha dado a través de ella.

A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, especialmente a sus profesores, por la formación que he recibido.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por que su apoyo fue imprescindible durante la totalidad de mis estudios de maestría.

A la Dirección General de Estudios de Posgrado de la UNAM, ya que su ayuda me permitió ampliar los medios de aprendizaje.

Al Instituto de Ingeniería, por haberme incluido en su exitosa labor de formación de recursos humanos dentro del Grupo de Ingeniería de Costas y Puertos.

Al Dr. Rodolfo Silva Casarín, por su confianza, apoyo, orientación, enseñanza y ejemplo.

Al Dr. Yoshimitsu Okada y al Dr. Phillip Watts, por que su disposición para transmitir sus conocimientos hizo posible este trabajo.

Gracias por todo Dulce.

ÍNDICE

Lista de símbolos	III
Lista de figuras	V
Lista de tablas	VI
Introducción	VII
<i>Motivación del trabajo</i>	<i>VII</i>
<i>Objetivo de la tesis</i>	<i>X</i>
<i>Metodología</i>	<i>X</i>
<i>Aportaciones</i>	<i>XI</i>
<i>Organización de la tesis</i>	<i>XII</i>
1 Aspectos fundamentales del estudio de tsunamis y su ocurrencia en México	1
1.1 <i>Causas de un tsunami</i>	<i>1</i>
1.1.1 Sismos	2
1.1.2 Deslizamientos de tierra submarinos	4
1.1.3 Flujos piroclásticos	6
1.2 <i>Escalas de magnitud e intensidad de tsunamis</i>	<i>7</i>
1.2.1 Escalas de Magnitud	7
1.3 <i>Mediciones de tsunamis</i>	<i>9</i>
1.3.1 Instrumentos para medir superficie libre	9
1.3.2 Levantamientos topográficos para medir runup	10
1.3.3 Estudio de documentos históricos	11
1.3.4 Métodos geológicos	11
1.3.5 Definición de la altura del tsunami y del nivel del mar	11
1.3.6 Problemas con el nivel del mar y línea de costa	12
1.4 <i>Incidencia de tsunamis en México</i>	<i>12</i>
2 Modelo geofísico de generación del tsunami	19
2.1 <i>Movimientos cosísmicos y fallas</i>	<i>19</i>
2.2 <i>Cambios en el fondo marino y desplazamientos en la superficie del agua</i>	<i>21</i>
2.3 <i>Definición de la deformación del fondo en función del tipo de falla</i>	<i>22</i>
2.3.1 Fuente puntual	23
2.3.2 Fuente finita rectangular	24
3 Principales teorías de oleaje y su aplicabilidad para el estudio de tsunamis	29
3.1 <i>Clasificación de las ondas de agua</i>	<i>30</i>
3.2 <i>Clasificación de las teorías y modelos de oleaje</i>	<i>31</i>
3.3 <i>Ecuaciones de gobierno y condiciones de frontera</i>	<i>33</i>
3.4 <i>Teorías para fondo horizontal</i>	<i>34</i>
3.4.1 Aproximaciones de Stokes	34
3.4.2 Teoría Cnoidal	35

ÍNDICE

Lista de símbolos	III
Lista de figuras	V
Lista de tablas	VI
Introducción	VII
<i>Motivación del trabajo</i>	<i>VII</i>
<i>Objetivo de la tesis</i>	<i>X</i>
<i>Metodología</i>	<i>X</i>
<i>Aportaciones</i>	<i>XI</i>
<i>Organización de la tesis</i>	<i>XII</i>
1 Aspectos fundamentales del estudio de tsunamis y su ocurrencia en México	1
1.1 <i>Causas de un tsunami</i>	<i>1</i>
1.1.1 Sismos	2
1.1.2 Deslizamientos de tierra submarinos	4
1.1.3 Flujos piroclásticos	6
1.2 <i>Escalas de magnitud e intensidad de tsunamis</i>	7
1.2.1 Escalas de Magnitud	7
1.3 <i>Mediciones de tsunamis</i>	9
1.3.1 Instrumentos para medir superficie libre	9
1.3.2 Levantamientos topográficos para medir runup	10
1.3.3 Estudio de documentos históricos	11
1.3.4 Métodos geológicos	11
1.3.5 Definición de la altura del tsunami y del nivel del mar	11
1.3.6 Problemas con el nivel del mar y línea de costa	12
1.4 <i>Incidencia de tsunamis en México</i>	12
2 Modelo geofísico de generación del tsunami	19
2.1 <i>Movimientos cosísmicos y fallas</i>	19
2.2 <i>Cambios en el fondo marino y desplazamientos en la superficie del agua</i>	21
2.3 <i>Definición de la deformación del fondo en función del tipo de falla</i>	22
2.3.1 Fuente puntual	23
2.3.2 Fuente finita rectangular	24
3 Principales teorías de oleaje y su aplicabilidad para el estudio de tsunamis	29
3.1 <i>Clasificación de las ondas de agua</i>	30
3.2 <i>Clasificación de las teorías y modelos de oleaje</i>	31
3.3 <i>Ecuaciones de gobierno y condiciones de frontera</i>	33
3.4 <i>Teorías para fondo horizontal</i>	34
3.4.1 Aproximaciones de Stokes	34
3.4.2 Teoría Cnoidal	35

Falta página

N° II

LISTA DE SÍMBOLOS

b	Longitud inicial de la masa en movimiento en un deslizamiento submarino.
d	Profundidad media de un deslizamiento submarino.
d	Profundidad de la base del plano de falla sísmico (capítulo 2).
d_{g-m}	Distancia entre el punto de generación y el punto de medición de un tsunami.
g	Aceleración de la gravedad.
h	Tirante de agua.
i	Escala de intensidad de tsunamis de Soloviev.
k	Número de onda.
m	Escala de magnitud de tsunamis de Imamura-Iida.
p	Presión.
t	Tiempo.
\bar{u}_α	Velocidad horizontal referida a la elevación $z = \alpha$.
\bar{u}_b	Velocidad de flujo promediada en la vertical.
\bar{u}	Movimiento medio de las placas de una falla (capítulo 2).
$\bar{u} = (u, v, w)$	Vector velocidad, de componentes u, v, w en un sistema cartesiano X, Y, Z .
u_b	Velocidad de flujo en el fondo.
x	Coordenada cartesiana en la dirección X .
y	Coordenada cartesiana en la dirección Y .
z	Coordenada cartesiana en la dirección Z .
z_α	Elevación de referencia.
A	Amplitud de onda, de cresta a valle
A	Área de falla (capítulo 2).
F	Factor de relación entre los cambios del fondo oceánico y los cambios de la superficie del agua.
H	Altura de ola.
\bar{H}	Altura de ola promediada en el tiempo.
K	Coeficiente de fricción.
L	Longitud de onda.
L	Longitud del plano de falla (capítulo 2).
M_0	Momento sísmico.
M_s	Magnitud de sismo en escala Richter.
M_t	Escala de magnitud de tsunamis de Abe.
R	Radio de curvatura de la superficie de falla de un desprendimiento submarino.
R_b	Término que considera la rotura del oleaje.
R_f	Término que considera la fricción de fondo.
R_u	Runup.
T	Espesor máximo de un deslizamiento de tierra submarino (capítulo 1).
T	Período de onda.
U_1, U_2, U_3	Ejes locales de la superficie de falla.

W	Ancho del plano de falla.
α	Elevación de referencia como parte proporcional del tirante de agua.
β	Proporción que divide a la profundidad en dos partes.
δ	Ángulo de inclinación de una falla, dip (capítulo 2).
δ	Ancho de ranura para simular runup (capítulo 4).
δ_b	Coefficiente de longitud de mezclado turbulento.
$\delta_{j,k}$	Delta de Kronecker.
ε	Parámetro de no linealidad.
ϕ_b	Potencial de velocidades en el fondo.
ϕ_s	Azimut, ángulo de orientación de una falla respecto al norte, strike.
η	Elevación instantánea de la superficie libre del agua.
$\eta_i^{(I)}, \eta_i^{(F)}$	Marcas de inicio y final de la rotura.
λ	Ángulo de dirección de movimiento de las placas que conforman una falla.
λ, μ	Constantes de Lamè (capítulo 2).
μ	Módulo de rigidez al cortante (capítulo 2).
μ	Profundidad relativa de una onda (capítulo 4).
θ	Ángulo de inclinación del fondo marino.
ν_i	Viscosidad turbulenta.
$\Delta\phi$	Rotación de un desprendimiento de tierra submarino.
Φ	Potencial de velocidades.
∇	Operador nabra.
∇_h	Operador nabra proyectado en un plano horizontal.

LISTA DE FIGURAS

Figura i.1 Tsunamis recientes en el océano Pacífico por el origen del sismo (1991-2003)	VIII
Figura i.2 Placas tectónicas frente a las costas del pacífico mexicano y epicentros de sismos	VIII
Figura i.3 Fotografías de daños ocasionados por el Tsunami del 9 de octubre de 1995 en costas cercanas a Manzanillo, Colima.	IX
Figura 1.1 Placas tectónicas de la tierra	2
Figura 1.2 Subducción de la Placa de Cocos bajo la Plataforma Continental de Norteamérica	2
Figura 1.3 Movimiento cosísmico	3
Figura 1.4 Mecanismo de generación de un tsunami por un deslizamiento submarino	4
Figura 1.5 Desprendimiento submarino	5
Figura 1.6 Generación de un tsunami por flujo piroclástico	7
Figura 1.7 Flujo piroclástico vertido al mar por el volcán Stromboli, Italia, el 30 de diciembre de 2002	7
Figura 1.8 Mareógrafos mecánicos	9
Figura 1.9 Dispositivos acústicos	10
Figura 1.10 Ejemplo del registro de un tsunami en un mareograma, definición de amplitud y altura	11
Figura 1.11 Epicentros de sismos generadores de tsunamis que han llegado a costas mexicanas	13
Figura 1.12 Sitios en México donde hay registro de runup por tsunami	13
Figura 2.1 Tipos de fallas sísmicas	20
Figura 2.2 Ángulos strike ϕ , dip δ , y slip λ , de una falla	20
Figura 2.3 Sistemas de referencia y parámetros para la formulación de Okada (1985)	23
Figura 2.4 Batimetría para el ejemplo	27
Figura 2.5 Desplazamientos verticales para el ejemplo	27
Figura 3.1 Frecuencia – energía de las ondas (Tomada de Ávila, 2002)	31
Figura 3.2 Clasificación de modelos en 1D, 2D, y 3D	32
Figura 3.3 Comparación de la superficie libre entre Teoría Lineal y Stokes 2º Orden	35
Figura 3.4 Comparación entre ondas cnoidales de diferente k, y una onda solitaria	36
Figura 3.5 Diagrama de refracción para el tsunami de 1960 en Chile	37
Figura 3.6 Ejemplo de propagación utilizando la ecuación de la pendiente suave	38
Figura 3.7 Ejemplo de propagación con el programa OLUCA	39
Figura 3.8 Corrientes generadas por marea obtenidas mediante el Módulo de ecuaciones de aguas someras del Mike 21	41
Figura 3.9 Ejemplo de propagación con el programa SimWave	42
Figura 4.1 Oleaje propagándose sobre el eje X	47
Figura 4.2 Definición esquemática de Runup	60
Figura 4.3 Esquema de las ranuras angostas para estudiar el runup en playas porosas	61
Figura 5.1 Dominio de cálculo en diferencias finitas	64
Figura 5.2 Área de estudio, 19 de septiembre de 1985	70
Figura 5.3 Batimetría, epicentro y puntos de registro de altura de ola para el tsunami del 19 de septiembre de 1985	70
Figura 5.4 Forma inicial del tsunami del 19 de septiembre de 1985	71
Figura 5.5 Evolución en el tiempo del tsunami del 19 de septiembre de 1985	72
Figura 5.6 Máximas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 19 de septiembre de 1985	73
Figura 5.7 Mínimas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 19 de septiembre de 1985	74
Figura 5.8 Altura de ola máxima para el tsunami del 19 de septiembre de 1989	74
Figura 5.9 Registro de evolución de la superficie libre del agua para el tsunami del 19 de septiembre de 1985 en Ixtapa, Playa Azul y Manzanillo, comparados con los registros existentes	74
Figura 5.10 Área de estudio, 9 de octubre de 1995	75
Figura 5.11 Batimetría, epicentro y puntos de registro de altura de ola para el tsunami del 9 de octubre de 1995	76
Figura 5.12 Forma inicial del tsunami del 9 de octubre de 1995	77
Figura 5.13 Evolución en el tiempo del tsunami del 9 de octubre de 1995	78
Figura 5.14 Máximas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 9 de octubre de 1995	79

Figura 5.15 Mínimas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 9 de octubre de 1995	79
Figura 5.16 Altura de ola máxima para el tsunami del 9 de octubre de 1995	80
Figura 5.17 Registro de evolución de la superficie libre del agua para el tsunami del 9 de octubre de 1995 en Cabo San Lucas, Isla Socorro y Manzanillo, comparados con los registros existentes	80

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1 Tsunamis detectados en costas mexicanas. Villarreal y Rascón (1974), NOAA (2004), IMCGM Rusia (2004).	15
Tabla 3.1 Clasificación de las ondas por su período	30
Tabla 5.1 Datos del sismo del 19 de septiembre de 1985	71
Tabla 5.2 Datos del sismo del 9 de octubre de 1995	76

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

Motivación del trabajo

México es un país favorecido por sus vastos recursos marítimos, distribuidos a lo largo de más de 11000 km de litoral, y a pesar de ello no cuenta con los recursos humanos, científicos y materiales para aprovecharlos sustentablemente. Aunado a lo anterior, es común que en las zonas costeras se asienten poblaciones con escasas posibilidades económicas y culturales, que además de carecer de recursos y tecnología para explotar el mar eficientemente, están sujetas a los riesgos propios de los fenómenos hidrometeorológicos del océano, como huracanes, mareas, tsunamis, etc. Actualmente los esfuerzos en México se encaminan más hacia la prevención de desastres relacionados con huracanes, quizá porque sean los de mayores consecuencias y de mayor impacto en los medios de comunicación, sin embargo eso no debería restar importancia a los demás fenómenos, que a pesar de ser menos devastadores, no dejan de cobrar vidas humanas y pérdidas económicas.

Por otro lado, la costa pacífica mexicana presenta una intensa actividad sísmica, la cual sí es estudiada y monitoreada, pero con miras a la prevención de desastres en tierra, en sitios como la Ciudad de México, donde sin duda tiene consecuencias importantes.

La actividad sísmica y volcánica en un océano lo hace propenso a la ocurrencia de tsunamis, asociados a ondas sísmicas o maremotos, que son grandes olas provocadas por movimiento de masas de tierra en el fondo oceánico. A pesar de ser imperceptibles en grandes profundidades, al propagarse hacia la costa en la mayoría de los casos adquieren una altura importante propiciada por el someramiento o disminución de la longitud de onda, con lo que pueden alcanzar carreras de ascenso sobre el talud de la playa (runup) del orden de decenas de metros en vertical.

Entre los océanos del mundo, el Pacífico es el que presenta mayor ocurrencia de tsunamis, tanto por la movilidad tectónica como por la configuración de la batimetría, que favorece que las alturas de olas se agudicen importantemente en las costas. Con el objeto de ilustrar lo anterior, en la Figura i.1 se muestra gráficamente la localización de sismos generadores de tsunamis entre los años 1991 y 2003, también se indican magnitud del sismo e intensidad del tsunami.

La dinámica tectónica que produce la mayoría de los tsunamis en México, consiste en una zona de subducción a lo largo del Pacífico que abarca desde las costas de Jalisco hasta la frontera con Guatemala. Una placa relativamente pequeña, llamada Placa de Cocos forma el piso oceánico del Pacífico mexicano, como se muestra en la Figura i.2, y se mueve hacia el continente con una velocidad promedio de siete centímetros al año (Iglesias-Mendoza, et al, 2000) El movimiento relativo entre la placa de Cocos y la placa de Norteamérica, sobre la cual yace México no es constante, sino que se lleva a cabo en deslizamientos súbitos y episódicos de la zona de contacto. Cada vez que se acumula energía suficiente en un cierto segmento de la falla ocurre un desplazamiento que puede llegar a ser del orden de uno a tres metros, originando así un terremoto, que de presentar condiciones específicas genera un

tsunami. En algunas partes de la costa mexicana, como por ejemplo ciertas zonas de Oaxaca y Guerrero, los grandes sismos parecen repetirse aproximadamente cada 35 ó 40 años; éste puede considerarse como el lapso de tiempo necesario para acumular suficiente energía capaz de generar un gran sismo.

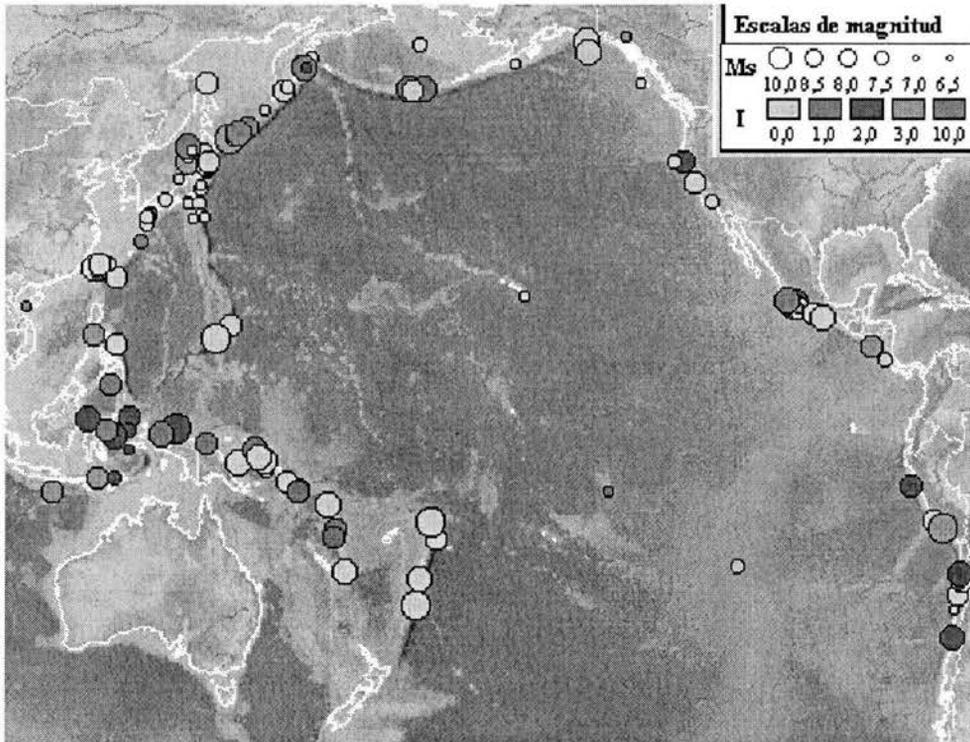


Figura i.1 Tsunamis recientes en el océano Pacífico por el origen del sismo (1991-2003)

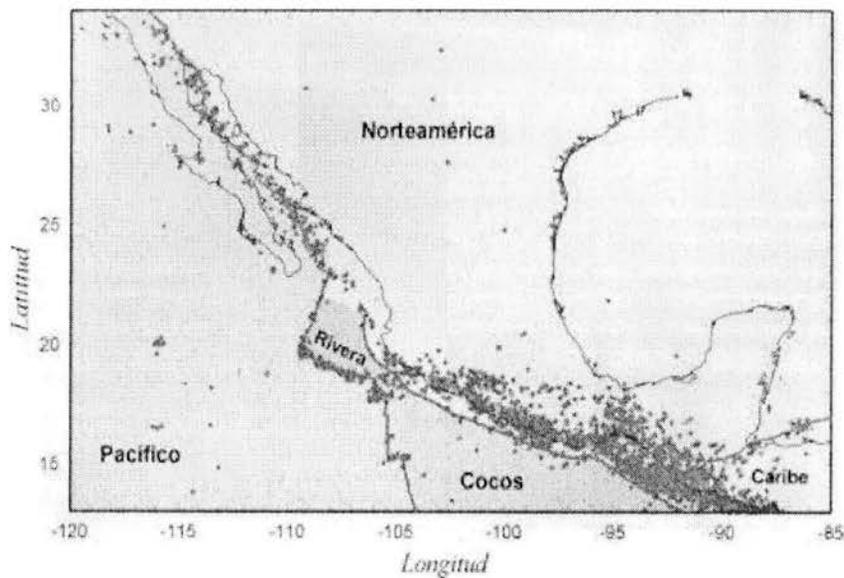


Figura i.2 Placas tectónicas frente a las costas del pacífico mexicano y epicentros de sismos

En lo que se refiere a la ocurrencia de tsunamis en México, es muy difícil hablar de sus consecuencias, ya que a pesar de que existen redes mareográficas que los detectan, no puede asegurarse a ciencia cierta la magnitud de sus repercusiones en la costa, únicamente se cuenta con registros basados en entrevistas a pobladores. Tampoco se ha estudiado a fondo la relación causa efecto de los tsunamis en México, es decir, no se han realizado estudios de correlación entre la actividad sísmica y tectónica, y la ocurrencia y características morfológicas de los tsunamis. Es por ello que resultaría aventurado evaluar con las herramientas actuales el nivel de riesgo por incidencia de tsunamis que afecta a las comunidades e infraestructura costera del pacífico mexicano; para hacerlo es necesario estudiar a fondo el fenómeno, utilizando la experiencia y datos provenientes del monitoreo sísmico existente.

Los registros de tsunamis en México se basan ya sea en observaciones de los pobladores recopiladas a través de entrevistas, mediciones de marcas de agua encontradas en las playas, o en datos de mareógrafos instalados en la zona. En la Figura i.3 se muestran repercusiones documentadas del tsunami que en 1995 afectó comunidades cercanas a Manzanillo. Este tipo de fenómenos poco se ha estudiado en nuestro país, salvo por los trabajos de Cox et al, 1967. Cruz y Wyss, 1983; Singh et al, 1984; Farreras y Sánchez, 1987; Sánchez et al, 1991; Farreras y Sánchez 1991; Ortiz et al, 1995; Borrero et al, 1997; Ortiz et al, 1998; Cox et al, 2000; Ortiz et al, 2000; e Iglesias-Mendoza et al, 2000.



Boca de Iguanas



La Manzanilla



Puerto de Manzanillo



Playa de Cuyutlán

Figura i.3 Fotografías de daños ocasionados por el Tsunami del 9 de octubre de 1995 en costas cercanas a Manzanillo, Colima.

Como resulta evidente, para el estudio integral de los tsunamis se requiere de la intervención de distintas disciplinas, dentro de las que destacan la geofísica, que describe los mecanismos de perturbación de la superficie libre del agua en función de los cambios en el fondo marino, y la hidráulica marítima (mecánica de fluidos), encargada de modelar la transmisión de los efectos de la onda generada hasta la costa o cualquier otro punto de interés. Este trabajo se concentra en la segunda de las áreas, concretamente en la transmisión de la onda de agua hasta su llegada a la costa, donde también se estudia el ascenso máximo que puede alcanzar sobre el talud (runup).

Objetivo de la tesis

El objetivo general de este trabajo es implementar una herramienta numérica capaz de caracterizar la génesis y evaluar la transformación y disipación de tsunamis al propagarse hacia la costa.

Los objetivos particulares son:

- Adecuar un modelo de generación de tsunamis por movimientos cosísmicos basado en la teoría de dislocación elástica.
- Aplicando los últimos avances en el estado del arte, implementar un modelo numérico de transformación del oleaje basado en las ecuaciones tipo Boussinesq.
- Establecer una herramienta para la evaluación de las inundaciones inducidas por la presencia de tsunamis.
- Aplicar el modelo propuesto a dos casos específicos que se han presentado en las costas mexicanas del océano Pacífico.

Metodología

Como metodología de trabajo para la modelación, desde su generación hasta la evaluación de su efecto en la costa, se hizo una división en los siguientes sub-modelos:

- Modelo de generación del tsunami, consistente en generar una perturbación inicial en la superficie libre de acuerdo a la modificación geofísica del fondo, basado en el modelo de movimiento tectónico de Okada, 1985.
- Modelo de restitución y propagación de la onda. Consiste en el mecanismo por el cual la superficie libre del agua trata de volver a su posición inicial de reposo después de haber sido modificada. También incluye la transmisión tanto de la onda inicial como de las ondas remanentes por la restitución, desde su punto de generación, hasta su llegada a los sitios de afectación. Dicha transmisión incorpora la modelación de los fenómenos propios de la propagación del oleaje, como la

refracción, disipación por fricción de fondo, difracción, reflexión, rotura, etc. Para ello se utilizan las ecuaciones tipo Boussinesq propuestas por Wei et al, 1995.

- Modelo de inundación. Una vez que la onda llega a la costa, debe modelarse la forma en que se desliza sobre el talud de la playa (runup), y por ende la magnitud de la inundación que provoca. Para ello se hace uso de la formulación de runup con ecuaciones tipo Boussinesq propuesta por Kennedy et al, 2000.

Aportaciones

La principal aportación de este trabajo consiste en aplicar para el modelo de propagación (transmisión) e inundación (runup) de tsunamis las ecuaciones tipo Boussinesq, que últimamente han mostrado ser las más potentes para el modelado de oleaje en aguas someras (Ávila et al, 2003). Cabe aclarar que una onda de tsunami tiene periodos del orden de minutos, lo cual implica longitudes de onda de decenas de kilómetros, por lo que se puede considerar que casi cualquier profundidad es somera para un tsunami. Hasta el momento los tsunamis se habían modelado utilizando ecuaciones lineales, que si bien son una buena aproximación, no alcanzan a incluir muchos fenómenos que sí pueden ser estudiados con las ecuaciones no lineales tipo Boussinesq, como la interacción entre componentes, efectos no lineales del peraltamiento, difracción completa, reflexión, rotura, runup, etc.

Los alcances en la modelación de tsunamis con ecuaciones tipo Boussinesq son muy amplios, principalmente por la cantidad de fenómenos que pueden estudiarse en conjunto, incluyendo su interacción. Puede considerarse que esta familia de ecuaciones se encuentra aún en fase de investigación y validación, debido primordialmente a la gran cantidad de recursos computacionales requeridos para su aplicación práctica, y en segundo término a las complicaciones numéricas de su implementación; sin embargo, el acelerado desarrollo de las computadoras augura que los requerimientos de cómputo muy pronto dejarán de ser una limitante.

Concretamente, las aportaciones fundamentales del modelo desarrollado en este trabajo de investigación están basadas, por una parte en la contribución de Watts et al (2003), que separa la génesis tsunami de su propagación mediante el uso de una posición inicial de la superficie libre del agua dictada por el movimiento tectónico, lo cual lleva a la generación interna de las ondas de restitución, a diferencia de modelos anteriores que calculan una señal de oleaje generada por el sismo y la introducen al dominio de estudio a través de las fronteras. Por otro lado, se utilizan las ecuaciones tipo Boussinesq de Wei et al (1995) en el modelo de propagación, lo cual permite ampliar su rango de validez, dado que a pesar de que esta familia de ecuaciones fueron diseñadas originalmente para oleaje en aguas poco profundas, la versión extendida de Wei es correcta también en aguas de transición. Finalmente la formulación de rotura de Kirby et al (2000), implementado en el modelo, por los resultados favorables que ha obtenido en sus validaciones documentadas en la literatura para representar el comportamiento del oleaje en interacción con la playa, representa también un avance en el estudio de la inundación provocada por el tsunami.

Organización de la tesis

Para cumplir las expectativas planteadas en el objetivo, este trabajo se organizó de la siguiente forma:

Capítulo 1. Aspectos fundamentales del estudio de tsunamis y su ocurrencia en México.

Trata de los conceptos básicos a conocer para el estudio de tsunamis, entre otros, sus posibles causas, mecanismos de generación, escalas de magnitud e intensidad, instrumentación utilizada para medirlos, etc. También se presentan datos sobre la ocurrencia documentada de inundaciones por tsunamis en la costa pacífica mexicana.

Capítulo 2. Modelado del mecanismo de generación de un tsunami.

Se describen los principios de dinámica tectónica ligados a la generación de tsunamis, principalmente los llamados movimientos cosísmicos y los tipos de falla que los provocan. Se analiza la forma en que cambia la superficie libre del agua en función del deslizamiento del fondo, y se presentan las expresiones que lo calculan, para una fuente puntual y para una fuente finita idealizada como un rectángulo. Finalmente se muestra un ejemplo del cálculo del desplazamiento vertical del fondo marino y del agua para un caso hipotético.

Capítulo 3. Principales teorías para el modelado matemático de la propagación de ondas.

Se analizan cada una de las principales teorías de oleaje planteadas hasta el momento, reseñando en forma breve su origen y características. Se enfatizan sus alcances y limitaciones, con el objetivo de señalar la conveniencia que cada una de ellas tiene para el estudio de tsunamis.

Capítulo 4. Modelado de oleaje con ecuaciones tipo Boussinesq.

Se hace una reseña del desarrollo histórico de la modelación de oleaje con las ecuaciones tipo Boussinesq. Se presentan las ecuaciones originales y algunas de las ecuaciones extendidas más importantes, hasta llegar a las más recientes llamadas completamente no lineales. Se tratan las principales formulaciones para el modelado de otros fenómenos, como la disipación de energía, rotura y runup mediante este tipo de ecuaciones. Finalmente se presentan los detalles del modelo integrado de propagación, rotura y runup que se utiliza para la modelación de tsunamis.

Capítulo 5. Implementación numérica y Resultados.

Se detalla la implementación numérica del modelo conjunto de generación, transmisión e inundación de tsunamis, explicando el esquema utilizado para resolver

las ecuaciones presentadas al final del capítulo anterior, sus criterios de diferenciación en el tiempo y en el espacio, y las condiciones de frontera empleadas. Se presentan los resultados de la aplicación del modelo a la simulación de los tsunamis del 19 de septiembre de 1985 y del 9 de octubre de 1995.

Conclusiones y futuras líneas de trabajo.

Se presentan las conclusiones derivadas tanto de la implementación del modelo como de los resultados obtenidos de su aplicación, acompañadas de recomendaciones para futuros análisis de este tipo de fenómenos en nuestro país. Se mencionan algunos aspectos que quedan por desarrollar en futuras investigaciones y que permitirán mejorar la calidad y confiabilidad de los estudios.

CAPÍTULO 1.
ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL
ESTUDIO DE TSUNAMIS Y SU
OCURRENCIA EN MÉXICO

1 ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL ESTUDIO DE TSUNAMIS Y SU OCURRENCIA EN MÉXICO

Los tsunamis son ondas oceánicas gravitacionales generadas por movimientos súbitos del fondo marino, atribuidos principalmente a sismos, deslizamientos de tierra, actividad volcánica, y procesos geológicos en general. También pueden considerarse tsunamis las ondas generadas por impacto de meteoritos en el agua. La mayoría de los tsunamis son provocados por sismos someros, que naturalmente se distribuyen alineados con las franjas de choque tectónico. La mayoría son casi imperceptibles en aguas profundas, pero los efectos de someramiento provocan que al llegar a la playa alcancen grandes alturas y puedan causar daños. Tsunami es una palabra japonesa que significa onda de puerto.

El periodo de los tsunamis (del orden de minutos a pocas horas) es muy diferente al del oleaje que generalmente se observa en el océano, que es generado por viento y tiene periodos del orden de segundos a minutos; y aunque más cercano, es menor que el de mareas astronómicas o meteorológicas (varias horas).

El estudio de los tsunamis requiere la interacción de varias disciplinas. Su generación se relaciona a procesos geológicos y geofísicos; su propagación concierne a la oceanografía, hidráulica marítima e hidrodinámica; y finalmente su comportamiento en la costa, como el runup (ascenso sobre talud) y la resonancia en bahías, es materia de la ingeniería costera. Además, los riesgos a que someten los tsunamis a una región deben ser estudiados tanto para la planeación demográfica y de infraestructura, como para la protección civil.

1.1 Causas de un tsunami

Como ya se mencionó, un tsunami puede generarse por la componente vertical de un movimiento del fondo marino, como el choque y acomodo de placas tectónicas, o el deslizamiento de masas de tierra en el fondo oceánico; por gradientes de temperatura debidos a flujos volcánicos; o por el impacto de masas desde el exterior, como derrumbes o meteoritos. La forma en que se modifique inicialmente la superficie libre del agua tras la ocurrencia de alguno de estos fenómenos varía dependiendo cual sea éste, y pueden encontrarse en la literatura diversas formas de estimar las características del tsunami generado por cada uno de ellos, sin embargo los más estudiados son los sismos y deslizamientos, principalmente porque son los causantes de la mayoría de los eventos. A continuación se describen brevemente los mecanismos de generación de tsunamis por movimientos tectónicos, deslizamientos de tierra y flujos piroclásticos.

1.1.1 Sismos

La superficie terrestre se compone de placas tectónicas separadas, ver Figura 1.1, que debido a su movilidad chocan entre ellas. Una de las formas más comunes en que chocan es el mecanismo llamado subducción, en que una de las placas se inserta debajo de otra. En la Figura 1.2 se muestra la subducción de la Placa de Cocos por debajo de la Plataforma Continental de Norteamérica, lo cual sucede frente a las costas mexicanas de Colima, Jalisco, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas.

Durante el movimiento de las placas, la frontera entre ellas se mantiene temporalmente inmóvil, a costa de una flexión de las placas. Un sismo ocurre cuando se vence la fricción estática que mantiene inmóvil la frontera, liberándose parte de la energía acumulada en la flexión. Un sismo generador de tsunami ocurre mediante este mecanismo, y el desplazamiento experimentado por la superficie de la corteza terrestre es llamado movimiento cosísmico (*coseismic movement*), Figura 1.3.

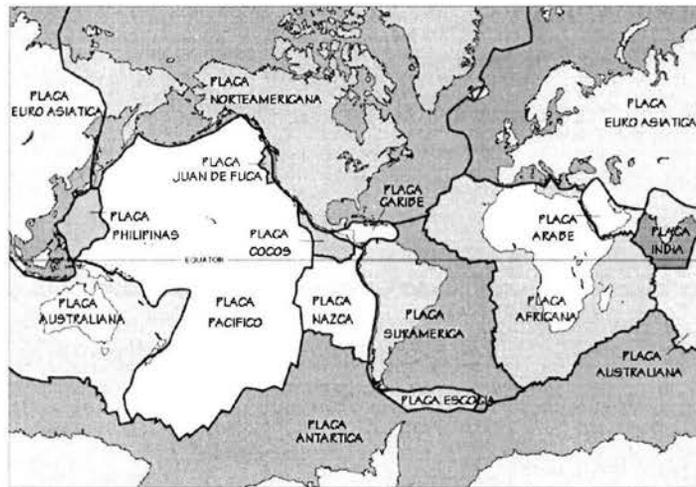


Figura 1.1 Placas tectónicas de la tierra

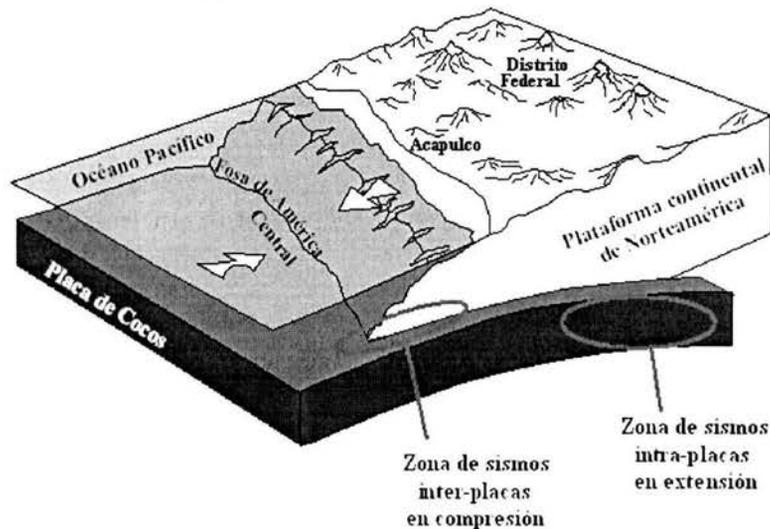


Figura 1.2 Subducción de la Placa de Cocos bajo la Plataforma Continental de Norteamérica

En general, puede asumirse que la superficie libre del agua reproduce la forma de la componente vertical del desplazamiento cosísmico (Watts et al, 2003) durante la relativamente corta duración del terremoto.

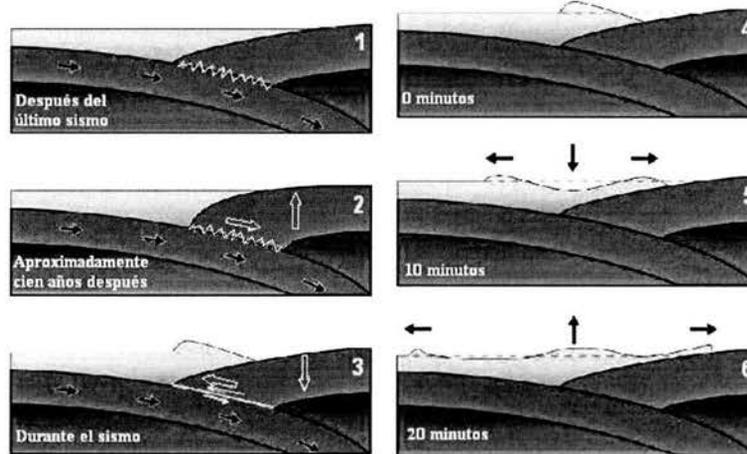


Figura 1.3 Movimiento cosísmico

La propagación del tsunami en forma de ondas se debe a que la superficie libre del agua después de haberse modificado trata de encontrar de nuevo su nivel de reposo, y durante ese proceso genera un vaivén vertical en el punto de generación. Esto explica por qué un tsunami se compone en realidad de varias ondas superpuestas. Las ondas emitidas viajan alejándose de su lugar de origen y se esparcen por todo el cuerpo de agua.

El máximo desplazamiento cosísmico puede estimarse a partir de la magnitud del sismo. Si la totalidad del movimiento se desarrolla verticalmente, entonces la estimación arrojará la máxima amplitud posible del tsunami generado. Sólo el 20% de los sismos oceánicos generan tsunamis que se aproximan en magnitud a lo estimado por la siguiente expresión (Geist y Dmowska, 1999).

$$A = 10^{0.5M_s - 3.3} \quad (1.1)$$

donde

A es la amplitud del tsunami en metros, y
 M_s es la magnitud del sismo en escala Richter.

La expresión (1.1) es válida para un rango de M_s entre 5.5 y 8 grados, y debe destacarse que no es la única ni es general, sólo debe utilizarse para estimaciones preliminares, en el capítulo 2 se tratará la forma de realizar un cálculo más cuidadoso.

Como ejemplo, un sismo de magnitud $M_s = 7.5$, podrá generar un tsunami de máximo 2.8 m de amplitud sobre el epicentro. La incertidumbre implícita de la expresión (1.1) significa

que ese sismo puede no generar un tsunami, o bien que los efectos de la ruptura sísmica cambien significativamente el desplazamiento cosísmico.

1.1.2 Deslizamientos de tierra submarinos

Algunas porciones del fondo oceánico están compuestas por material sedimentado, que en caso de no estar bien consolidado puede fallar bajo condiciones propicias, provocando deslizamientos. En buena parte de los casos la falla es provocada por sismos.

Los deslizamientos submarinos son comunes en lugares donde la erosión y la movilidad tectónica son intensas. Se ha observado que un temblor de magnitud $M_s > 7$ puede provocar cientos de deslizamientos de tierra locales (Watts et al, 2003). Los sismos no son la única causa de deslizamientos, también la depositación de sedimentos, mareas astronómicas, mareas meteorológicas, etc. pueden provocarlos.

Por lo general, los deslizamientos ocurren en lugares donde la pendiente del fondo marino es muy pronunciada, y se desencadenan cuando una porción de la masa de sedimentos pierde cohesión y se resbala cuesta abajo. Una pendiente pronunciada no es indicador suficiente de la inminencia de un deslizamiento. Mucho de los deslizamientos submarinos son muy pequeños o muy profundos como para generar tsunamis importantes.

Un tsunami provocado por un deslizamiento de tierras se genera de la siguiente forma: la parte frontal de la masa fallada empuja agua en la dirección de su movimiento, mientras que la parte posterior jala agua detrás de si. El movimiento del agua resulta en una sobre-elevación de la superficie libre en la parte frontal del deslizamiento y de una depresión en la parte trasera. Ver Figura 1.4.

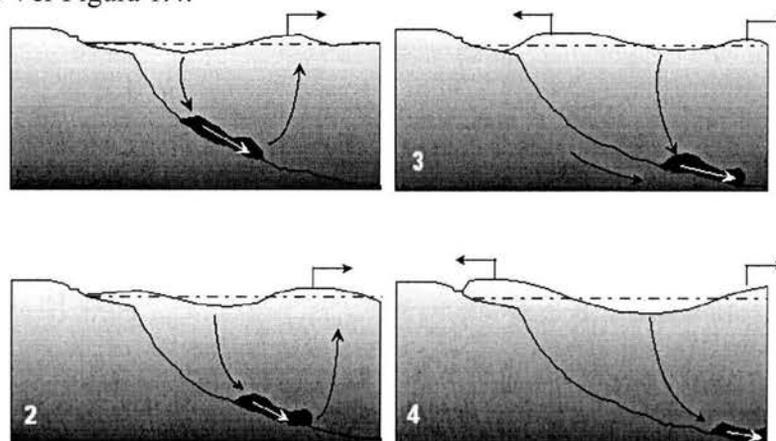


Figura 1.4 Mecanismo de generación de un tsunami por un deslizamiento submarino

En tanto más profundo sea el deslizamiento menor será la onda que genere. Las ondas creadas se propagan hacia fuera de la zona de origen debido a los movimientos de restitución por los cuales la superficie del agua intenta regresar a su posición de equilibrio.

La máxima amplitud posible del tsunami generado puede estimarse a través de la forma y composición geológica del material desplazado.

Como se había mencionado, una causa común de los deslaves son los sismos; si es el caso pueden presentarse tsunamis compuestos, debidos tanto al movimiento del general del fondo debido al sismo, como al desplazamiento de masa local debida al derrumbe, las fuentes generadoras pueden diferenciarse a través de estimaciones de la amplitud generada por cada una. Aproximadamente un 30% de los tsunamis registrados deben su amplitud máxima a deslizamientos submarinos (Watts et al, 2003). También es fácil distinguir una fuente de la otra debido a que los tsunamis generados por movimientos cosísmicos tienen períodos más grandes que los originados por deslizamientos, así que en un registro de oleaje puede apreciarse un pico angosto sobre otro pico ancho de la elevación de la superficie libre.

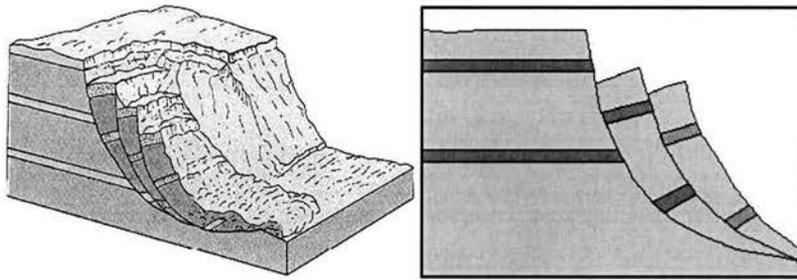


Figura 1.5 Desprendimiento submarino

Las fallas de suelo oceánico pueden tener una amplia gama de formas, relacionadas directamente con la geología marina local, destacan dos: deslizamientos (Figura 1.4) y desprendimientos (Figura 1.5); estas últimas son fallas del suelo subsuperficial que provocan una depresión súbita del fondo marino. Ambos modos de fallo tienen diferente forma, diferente dinámica, diferentes niveles de deformación del suelo, y lógicamente las ondas de tsunami que provocan son distintas.

Un deslizamiento submarino puede definirse como una capa larga y delgada de material no cohesivo que se desliza de una superficie inferior. La relación espesor – longitud es típicamente de entre 0.5 y 2 % (Watts et al, 2003). La falla superficial suele ser plana y el sedimento viaja poco lejos del punto donde originalmente descansaba (Figura 1.4). La amplitud máxima del tsunami provocado, asumiendo que el ancho es infinito, puede aproximarse con la siguiente expresión (Watts, 1998), (deslizamientos con anchura finita provocan tsunamis más pequeños)

$$A = 0.224T(b/d)^{1.25} \left[(\sin \theta)^{1.29} - 0.75(\sin \theta)^{2.29} + 0.17(\sin \theta)^{3.29} \right] \quad (1.2)$$

donde

A es la amplitud del tsunami generado, en metros,
 T es el espesor máximo del deslizamiento, en metros,

- b es la longitud inicial de la masa de material deslizado, en metros,
 d es la profundidad media del deslizamiento, en metros, y
 θ es el ángulo de inclinación media, en grados.

La expresión (1.2) tiene un error relativo esperado de $\pm 5.3\%$, y es válida en el rango de $\theta < 30^\circ$, $T/b < 0.2$ y $d/b < 0.6$.

Un desprendimiento submarino puede definirse como una capa corta y delgada de material cohesivo que se desprende. La relación espesor – longitud se encuentra en el rango de 5 a 15%. La superficie de falla es generalmente curva, y el material desprendido apenas se mueve de su posición original (Figura 1.5). La amplitud máxima del tsunami generado puede aproximarse con la expresión siguiente (Watts, 1998), que asume que el ancho de la falla es infinito, anchos finitos arrojarán amplitudes menores

$$A = 0.0654T(b/d)^{1.25} (\sin \theta)^{0.22} \Delta\phi^{1.39} (R/b)^{0.37} \quad (1.3)$$

- A es la amplitud del tsunami generado en metros,
 T es el espesor máximo de la porción de material desprendido, en metros,
 b es la longitud inicial del desprendimiento, en metros,
 d es la profundidad media a la que ocurre el desprendimiento, en metros,
 θ es el ángulo de inclinación medio en grados,
 $\Delta\phi$ es la rotación del desprendimiento en radianes, y
 R es el radio de curvatura de la superficie de falla, en metros.

La expresión (1.3) tiene un error relativo esperado de $\pm 2.1\%$ dentro del rango $\theta < 30^\circ$, $T/b < 0.2$, $d/b < 0.06$, $\Delta\phi < 0.53$ y $1 < R/b < 2$.

1.1.3 Flujos piroclásticos

El flujo de material piroclástico es un fenómeno altamente dinámico, común en las explosiones volcánicas. En su forma más básica, el flujo piroclástico es caliente, rico en gases, repleto de fragmentos de roca, y fluye por gravedad. Sus características y propiedades físicas varían considerablemente en función de la proporción que en su composición tengan los elementos mencionados. Se les encuentra con variantes de energía térmica adjunta, contenido de gases y componentes sólidos.

Descripciones geológicas, localización en mapas de depósitos piroclásticos y observaciones históricas de erupciones, muestran que durante las erupciones de volcanes costeros, el flujo piroclástico suele alcanzar el mar, y así generar ondas. El gradiente térmico, explosiones de vapor, solidificación de material, y principalmente el flujo denso de material basáltico fundido, son los factores que generan las ondas de agua (de Lange, 2001), ver Figura 1.6.

Tsunamis generados de esta forma son riesgos importantes a tomarse en cuenta, especialmente en islas volcánicas donde el flujo de lava pueda alcanzar al océano.

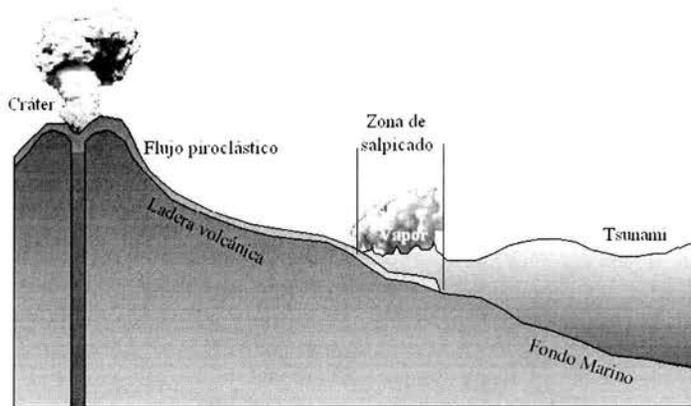


Figura 1.6 Generación de un tsunami por flujo piroclástico



Figura 1.7 Flujo piroclástico vertido al mar por el volcán Stromboli, Italia, el 30 de diciembre de 2002

En la Figura 1.7 se muestran fotografías del flujo piroclástico de más de 17 millones de metros cúbicos que derivó en el mar, en la isla volcánica de Stromboli, Italia, el 30 de diciembre de 2002. El tsunami causó fuertes afectaciones en las islas Stromboli y Panarea (Tinti et al, 2003).

1.2 Escalas de magnitud e intensidad de tsunamis

1.2.1 Escalas de Magnitud

1.2.1.1 Escala “*m*” de Imamura-Iida

La escala tradicional de magnitud de tsunamis es la llamada escala “*m*” de Imamura-Iida. Aunque su definición original era descriptiva, su valor se aproxima a

$$m = \log_2 R_u \quad (1.4)$$

donde R_u es la altura máxima de runup en metros (Iida et al., 1967). Esta escala es similar a la de intensidad de los sismos, y es especialmente conveniente para tsunamis de tiempo atrás, de los que no se cuenta con registro de instrumentación.

Hitori (1979) extendió la escala “ m ” de Imamura-Iida para incluir más datos del tsunami. Consideró los efectos de la distancia respecto al punto de generación, d_{g-m} , y construyó una gráfica de R_u vs. $\sqrt{d_{g-m}}$ en escala log-log. La gráfica, y por lo tanto la escala, se ajustó de tal forma que para los datos $R_u = 0.5$ m y $d_{g-m} = 1000$ km, la magnitud del tsunami sea $m = 3$. Esta escala no es lineal, un incremento unitario de m representa una quintuplicación de la energía, esto puede expresarse como

$$m = 3 + \frac{\log \left[(R_u / 0.5) (d_{g-m} / 1000)^{1/2} \right]}{\log \sqrt{5}} \quad (1.5)$$

donde R_u está en metros y d_{g-m} en kilómetros. Esto indica que la disminución de la altura del tsunami respecto a la distancia a su punto de origen es proporcional a $d_{g-m}^{-1/2}$, lo cual también puede deducirse con teorías de propagación de oleaje.

1.2.1.2 Escala de intensidad “ i ” de Soloviev

Soloviev (1970) consideró que la escala m de Imamura-Iida es más una escala de intensidad de sismo que una magnitud de tsunami. También diferenció a la máxima altura del tsunami, H , de la altura media, \bar{H} . Definió a la intensidad de un tsunami, i , como

$$i = \log_2 \left(\sqrt{2} \bar{H} \right) \quad (1.6)$$

Comparando esta escala con la de Imamura-Iida, ecuaciones (1.4) y (1.6), se intuye que la altura media del tsunami es $1/\sqrt{2}$ veces la altura máxima. La intensidad máxima i en la costa más cercana a la fuente se utiliza para cuantificar la generación del tsunami.

1.2.1.3 Escala de magnitud M_t de Abe

Para un tsunami trans-pacífico la magnitud es (Abe, 1979):

$$M_t = \log H + C + 9.1 \quad (1.7)$$

y para un tsunami regional (Abe, 1981):

$$M_t = \log H + \log d_{g-m} + 5.8 \quad (1.8)$$

donde H es la máxima altura del tsunami en metros, C es un factor de distancia que depende de la localización de la fuente y de los puntos de observación, y d_{g-m} es la distancia al punto de generación en kilómetros. Las expresiones (1.7) y (1.8) fueron calibradas con la escala sísmica de Richter. La ecuación (1.8) indica que para M_l constante, la altura H decrece con $1/d_{g-m}$, lo cual difiere de la hipótesis utilizada para la escala m de Imamura-Iida, y es válido sólo para tsunamis regionales.

1.3 Mediciones de tsunamis

1.3.1 Instrumentos para medir superficie libre

1.3.1.1 Mareógrafos en puertos

Se han hecho mediciones de tsunamis en bahías y puertos utilizando mareógrafos. En México, el Instituto de Geofísica de la UNAM ha operado la red del Servicio Mareográfico Nacional desde 1952. El mareógrafo tradicional consta de un artefacto mecánico y de un pozo amortiguador de oleaje. El movimiento vertical de un flotador sumergido en el pozo es registrado en un dispositivo analógico. Para movimientos de largo período, puede asumirse que el nivel de agua en el pozo es el mismo que el nivel en el mar. Aunque el sistema no es muy delicado, su instalación es costosa y requiere mantenimiento periódico. Una opción más económica es un dispositivo neumático lleno con gas o aire, el cual registra las variaciones de presión dentro de él. Como los mareógrafos están diseñados específicamente para medir mareas, que tiene períodos típicos de 12 h, el intervalo de muestreo o de almacenamiento de datos puede no ser adecuado para la medición de tsunamis, que tienen períodos típicos de entre 5 y 30 minutos.

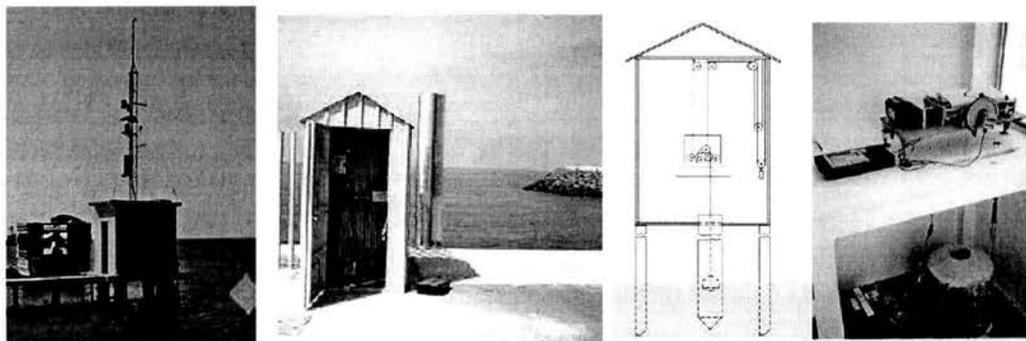


Figura 1.8 Mareógrafos mecánicos

1.3.1.2 Dispositivos acústicos en mar abierto

En años recientes, se han hecho mediciones de tsunamis en aguas continentales, pero fuera de puertos o bahías para evitar la influencia local de su configuración batimétrica. Para ello se han utilizado dispositivos acústicos que se colocan en el fondo o sobre la superficie libre. En Japón, el Instituto de Investigación Portuaria y Aeroportuaria opera una red de 50 dispositivos acústicos fijados en el fondo fuera de puertos, llamada NOWPHAS.

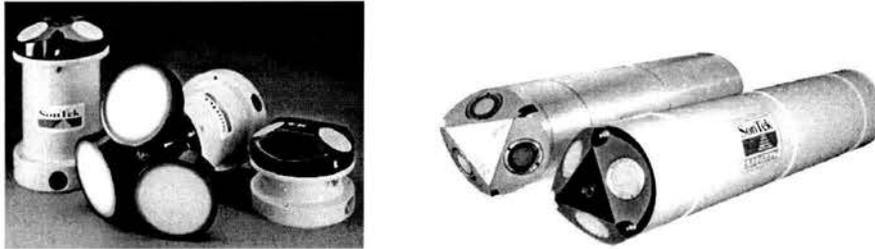


Figura 1.9 Dispositivos acústicos

1.3.1.3 Sensores de presión en aguas profundas

En aguas profundas, se espera que la forma de los tsunamis sea más simple y libre del efecto de la batimetría de aguas intermedias y someras, aunque sus amplitudes sean menores. En Japón y Estados Unidos se han hecho mediciones de tsunamis en aguas profundas utilizando sensores de presión en el fondo, con el objetivo de implementar sistemas de alerta temprana. Los sistemas japoneses mandan su señal a la central a través de cables, y los sistemas norteamericanos lo hacen a través de satélites.

El transductor de cristal de cuarzo que poseen los sensores de presión es sensible a cambios en el nivel del agua de hasta 1 mm, sin embargo, son también muy sensibles a la temperatura, y pueden llegar a registrar pequeñas ondas sísmicas del fondo marino, por lo cual debe ponerse especial atención al filtrado de estos ruidos.

1.3.2 Levantamientos topográficos para medir runup

Para completar las mediciones instrumentales, con el fin de estimar la elevación alcanzada por el runup se hacen levantamientos topográficos en las zonas costeras afectadas por un tsunami. Para referenciar la elevación alcanzada por el agua se utilizan evidencias como las marcas húmedas en paredes, daño en construcciones, rajaduras en los troncos u hojas muertas en árboles, algas marinas o algún otro material transportado por el mar. También se realizan entrevistas con los pobladores locales, con el conocimiento de que este tipo de datos suelen ser subjetivos y poco precisos.

1.3.3 Estudio de documentos históricos

Los daños causados por un tsunami que están registrados en documentos históricos son de mucha utilidad en el estudio de sismos y grandes tsunamis en que no se dispone de datos medidos. Algunos países como Japón o Italia tienen amplios registros históricos de estos eventos, que han ayudado a encontrar datos precisos de sismos y tsunamis pasados, principalmente en cuanto a su período de retorno. Este tipo de datos también es útil en el estudio de tsunamis trans-pacíficos.

1.3.4 Métodos geológicos

Aún los tsunamis más antiguos pueden ser estudiados mediante depósitos geológicos. Los estudios geológicos de depósitos de material por tsunamis se han popularizado durante la última década. No sólo hay evidencias geológicas de tsunamis generados por sismo, también por deslaves submarinos y por impacto de meteoritos.

1.3.5 Definición de la altura del tsunami y del nivel del mar

1.3.5.1 Período, amplitud y altura

El período de un tsunami es el intervalo de tiempo entre sus dos primeras crestas. La amplitud es la distancia vertical desde el nivel de aguas tranquilas hasta la cresta o valle. La altura de ola, también llamada doble amplitud, se mide de valle a cresta. Por lo anterior, en los mareogramas la altura del tsunami se mide desde el valle hasta la cresta, y la amplitud desde el nivel de marea estimado hasta la cresta o valle, como se muestra en la Figura 1.10.

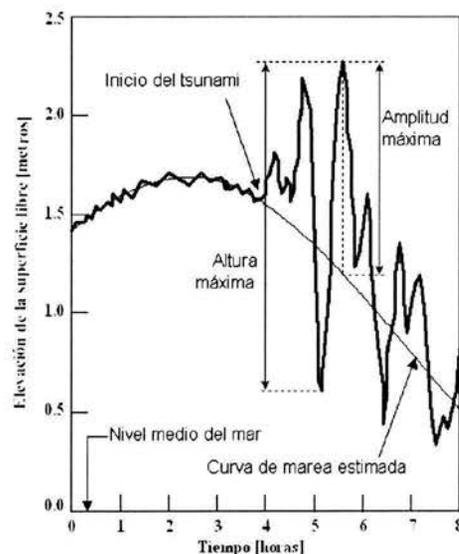


Figura 1.10 Ejemplo del registro de un tsunami en un mareograma, definición de amplitud y altura

1.3.5.2 Elevación de runup e inundación

Cuando no hay datos de mareógrafo, los datos de inundación de un tsunami se recaban con levantamientos topográficos, como se explicó en el apartado 1.3.2. La altura en tierra alcanzada por el tsunami, medida desde el nivel medio del mar es conocida como *elevación de inundación*. La distancia horizontal invadida por el agua que transporta el tsunami, medida desde la línea de costa (en su posición justo antes del arribo del tsunami) se llama *distancia de inundación*. La elevación de runup generalmente se refiere a la elevación de inundación en la máxima distancia de inundación. Runup y elevación de inundación no son siempre lo mismo.

1.3.6 Problemas con el nivel del mar y línea de costa

Hay distintas elevaciones de referencia para medir niveles de agua o profundidades. El nivel medio del mar, que se define como la elevación promedio de la superficie libre del mar observada durante períodos del orden de años, es la elevación de referencia más utilizada para levantamientos topográficos en tierra. Por otro lado, la mayoría de los levantamientos batimétricos (profundidades) son referidos a niveles de bajamar (mareas mínimas), por ejemplo en Estados Unidos se utiliza la bajamar media inferior mientras que en Japón la bajamar mínima registrada. Lo anterior implica un hueco entre los niveles cero de referencia geodésica e hidrográfica, el cual se conoce como el *problema de la línea de costa*.

1.4 Incidencia de tsunamis en México

México cuenta con un Servicio Mareográfico Nacional, operado por el Instituto de Geofísica de la UNAM, el cual consta de 15 estaciones mareográficas distribuidas a lo largo del litoral pacífico y atlántico, algunas de ellas operan desde 1952. A partir del 2001 el CICESE (Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada) y la Secretaría de Marina Armada de México comenzaron a operar redes propias, que en un futuro podrán complementar el acervo de información. El limitado número de estaciones mareográficas, así como el corto tiempo en que han operado impiden contar con suficientes datos para una buena caracterización instrumentada de la incidencia de tsunamis en México. Esto ha orillado a obtener la mayoría de los datos disponibles a través de las estrategias referidas en los apartados 1.3.2 y 1.3.3.

No existe hasta el momento alguna base de datos mexicana con información pública accesible y detallada de la incidencia de tsunamis, pero existen catálogos de tsunamis en todo el mundo publicados principalmente por dos organismos: la National Oceanic and Atmospheric Administration de Estados Unidos (NOAA), y por el Instituto de Matemáticas Computacionales y Geofísica Matemática de Rusia (SSCC). En la Tabla 1.1 se presentan los tsunamis observados en la costa pacífica mexicana, tomados de las bases de datos de la NOAA, del SSCC y de Villarreal & Rascón (1974).

En México se han llegado a registrar tsunamis distantes, es decir, cuyo punto de generación se encuentra lejos del territorio nacional, sin embargo las cotas de inundación para tsunamis generados en aguas territoriales nacionales son mayores. La Figura 1.11 muestra gráficamente los epicentros de los sismos cuyo tsunami generado ha llegado a costas mexicanas, según datos tomados de la Tabla 1.1. Dentro de los tsunamis distantes o transpacíficos destacan los provenientes de Rusia, Japón, Alaska, Chile, Perú, Colombia, Ecuador y Nicaragua.

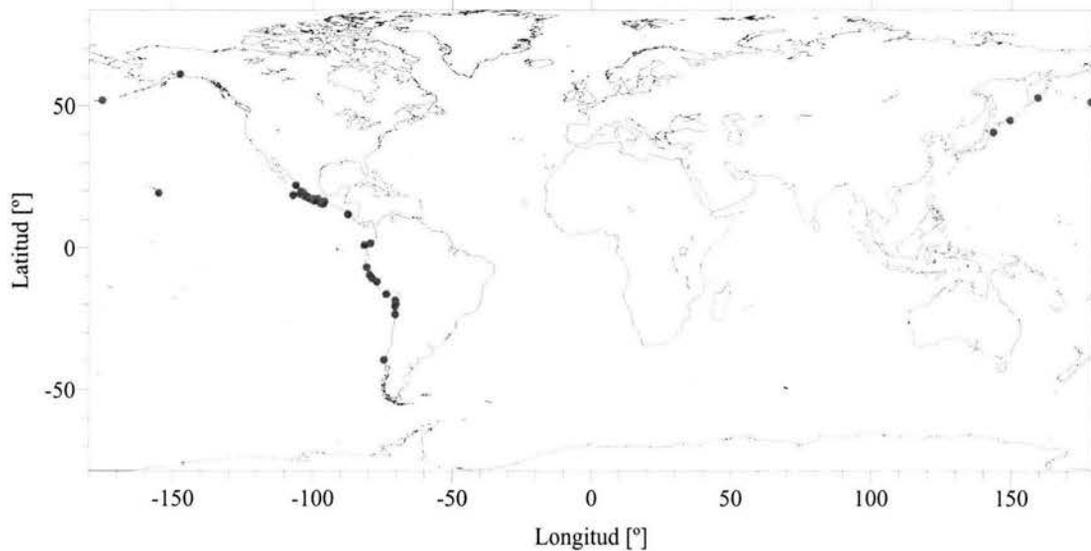


Figura 1.11 Epicentros de sismos generadores de tsunamis que han llegado a costas mexicanas

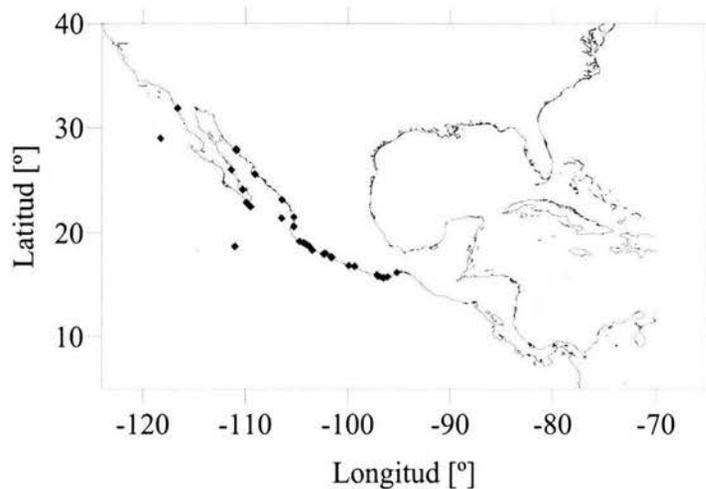


Figura 1.12 Sitios en México donde hay registro de runup por tsunami

En la Figura 1.12 se muestran los sitios en México donde se han detectado tsunamis. Cabe destacar que la inmensa mayoría de los datos conocidos procede tanto de entrevistas como de levantamientos topográficos y geológicos, los cuales no precisan si las elevaciones reportadas corresponden a la altura de ola frente a la costa o a la elevación del runup. Se sabe también que la metodología seguida en los levantamientos puede hacer que lo medido se aleje considerablemente de la realidad, tampoco debe dejarse de considerar el grado de subjetividad que acarrearán las entrevistas con habitantes locales. El análisis de estos datos lleva implícito un alto nivel de incertidumbre, y deben utilizarse preferiblemente como una referencia del orden de magnitud.

En este trabajo se profundiza sobre la generación de tsunamis por movimientos cosísmicos por los siguientes motivos:

1. De acuerdo a la información presentada en la Tabla 1.1, casi la totalidad de los tsunamis registrados en el pacífico mexicano tienen origen sísmico.
2. La actividad sísmica y tectónica en esta zona es monitoreada y se ha caracterizado parcialmente por diversas instituciones, aunque con fines puramente geofísicos.
3. Existen teorías geofísicas ampliamente aceptadas para el modelado del cambio morfológico de la superficie terrestre debida a movimientos cosísmicos, las cuales permiten asociar su ocurrencia con la de tsunamis.
4. La caracterización del riesgo por derrumbes submarinos es sumamente complicada y aleatoria, por lo que nunca se ha hecho en México, e inclusive en países desarrollados es muy escasa.
5. La actividad volcánica costa afuera no es significativamente intensa o riesgosa para la incidencia de tsunamis.

Tabla 1.1 Tsunamis detectados en costas mexicanas. Villarreal y Rascón (1974), NOAA (2004), ICMGM Rusia (2004).

Fecha	Origen	longitud	latitud	Magnitud	Intensidad	Lugar de Observación	Runup (m)
25/02/1732	México Sur	-99	17	1.6	1.5	Acapulco	3
29/10/1746	Perú	-77	-12	4.6	3.5	Acapulco	
01/09/1754	México Sur	-99.2	16.7	2	2	Acapulco	4
28/03/1787	México Sur	-98.5	16.5	2	2.5	Acapulco	4
03/04/1787	México Sur	-97	15.5	2	1	Costa de Oaxaca	4
						Pochutla	4
						Juquila	4
04/05/1820	México Sur	-99.5	16.5	1	1.5	Acapulco	2
10/05/1820	México Sur					Acapulco	3.4
10/03/1833	México Sur	-99.6	16.6	1	0.5	Acapulco	
14/03/1834	México Sur			1		Acapulco	
07/04/1845	México Sur	-101.5	17.5		1.5	Acapulco	
04/12/1852	México Sur	-100	17			Acapulco	
25/05/1868	Acapulco, México	-100	17			Acapulco	
13/08/1868	Chile Norte	-70.4	-18.5	4.2	3.5	Acapulco	
11/05/1870	Puerto Ángel, México	-96.3	15.4			Puerto Ángel	
23/02/1875	México Sur					Manzanillo	
09/05/1877	Chile Norte	-70.5	-20.5			Acapulco	1
10/05/1877	Chile Norte	-70.2	-19.6	4.4	3.5	Acapulco	
03/03/1887	México Norte	-109	31		1	Cabo Haro	
31/01/1906	Colombia-Ecuador	-81.5	1	2.3	3		
14/04/1907	México Sur	-100	17	2	1	Acapulco	2
						San Marcos	
30/07/1909	México Sur	-100.5	17	3.2		Acapulco	9
16/06/1920	Puerto Ángel, México ¹					Puerto Ángel	
16/11/1925	México Sur	-107	18.5	3.5	3	Zihuatanejo	11
22/03/1928	México Sur	-96.1	15.7			Puerto Ángel	
16/06/1928	México Sur	-98	16.3		1.5	Huatulco	
17/06/1928	México Sur	-97.7	16.3	3	1	Chacalma	
						Huatulco	
						Puerto Ángel	
03/06/1932	México Centro	-104	19.8	1.5	2	Barra de Navidad	
						Cuyutlán	
						Manzanillo	
						San Blas	
18/06/1932	México Centro	-103.5	19.5	1	0.5	Manzanillo	
22/06/1932	México Centro	-104.5	19	3.3	1.5	Cuyutlán	10
						Manzanillo	
04/12/1948	México	-106	22	1	1.5	Islas Tres Marias	
14/12/1950	México Sur	-98.1	17.2	-1.7	1	Acapulco	0.3
04/11/1952	Kamchatka, Rusia	159.5	52.8	4.2	4	Acapulco	0.5
						La Paz	0.5
						Salina Cruz	1.2
						Salina Cruz	0.6
09/03/1957	Islas Aleutianas, Alaska, Centro	-175.3	51.9	3.9	3.5	Ensenada	1
						Acapulco	
						Mazatlán	
						Salina Cruz	0.4
						Topolobampo	
						Isla Socorro	
						Salina Cruz	
						Mazatlán	
						Manzanillo	
						Ensenada	
						Guaymas	
						Manzanillo	
						La Paz	
						Acapulco	
28/07/1957	México Sur	-99	16.6	1.3	1.5	Acapulco	1.3
						Salina Cruz	0.1

Fecha	Origen	longitud	latitud	Magnitud	Intensidad	Lugar de Observación	Runup (m)
22/05/1960	Chile Centro	-74.5	-39.5	4.6	4	Acapulco	
						Guaymas	
						Mazatlán	
						Salina Cruz	
						Topolobampo	
						La Paz	
23/05/1960	Chile Centro	-74.5	-39.5	4.6	4	Salina Cruz	0.6
						Acapulco	1
						Mazatlán	1.1
						La Paz	1.4
						Topolobampo	0.2
						Guaymas	0.4
Ensenada	2.5						
20/11/1960	Perú	-80.7	-6.8	3.2	2.5	Acapulco	0.1
11/05/1962	México Sur	-99.6	17.2	-0.3		Acapulco	0.8
19/05/1962	México Sur	-99.6	17.2			Acapulco	
13/10/1963	Islas Kuril, Rusia	149.6	44.9	2.3	2.5	Acapulco	0.7
						La Paz	
						Mazatlán	
						Salina Cruz	
28/03/1964	Golfo de Alaska- Pen. Alaska ²	-147.5	61.1	6.1	5	Ensenada	2.4
						Topolobampo	
						Manzanillo	
						La Paz	
						Guaymas	
						Mazatlán	
						Acapulco	0.6
						Salina Cruz	
						Acapulco	
						La Paz	
Guaymas							
04/02/1965	Islas Aleutian, Alaska, Oeste	178.6	51.3	3.3	2.5	Acapulco	
						Manzanillo	
						Mazatlán	
						Salina Cruz	0.1
23/08/1965	México	-95.8	16.3	-1.3		Acapulco	0.4
14/01/1966	Manzanillo, México	-104.33	19.05			Acapulco	0.2
						Cabo San Lucas	
						Manzanillo	
						Puerto Vallarta	
						Salina Cruz	
17/10/1966	Perú	-78.8	-10.7	1.6	1.5	Salina Cruz	0.1
16/05/1968	Trinchera Japonesa	143.6	40.7	2.3	-0.5	Acapulco	
						Ensenada	0.1
						La Paz	
						Manzanillo	
						Mazatlán	
30/01/1973	México Sur	-103.2	18.4	0.1		Acapulco	
						La Paz	
						Manzanillo	
						Mazatlán	
						Salina Cruz	
29/11/1975	Hawaii ²	-155	19.3	3	3	Acapulco	
						Cabo San Lucas	
						Ensenada	0.3
						Isla Guadalupe	
						Loreto	
						Manzanillo	
						Puerto Vallarta	
						Salina Cruz	
29/11/1978	México	-96.6	16	0.6		Puerto Escondido	1.5
14/03/1979	México Sur	-101.3	17.5	-3.3		Manzanillo	0.4
						Acapulco	0.2

Fecha	Origen	longitud	latitud	Magnitud	Intensidad	Lugar de Observación	Runup (m)
12/12/1979	Colombia-Ecuador	-79.3	1.6	2.3	2.5	Acapulco	0.3
25/10/1981	México	-102.1	18			Acapulco	0.1
19/09/1985	México	-102.5	18.2	1.6		Acapulco	1.5
						Acapulco	0.8
						Boca de Apiza	1.5
						Cuyutlán	2
						Faro de Bucerías	3
						Ixtapa	1
						Lázaro Cárdenas	2.8
						Manzanillo	1
						Playa Azul	1
						Zihuatanejo	3
21/09/1985	México	-101.6	17.8	0.3		Acapulco	1.2
02/09/1992	Nicaragua	-87.4	11.7	3.3	2.8	Isla Socorro	0.1
30/07/1995	Chile Norte	-70.5	-23.4	1.6	1.5	Cabo San Lucas	0.1
						Isla Socorro	0.1
14/09/1995	México	-98.6	16.8	-1.3	-1	Manzanillo	0.4
						Acapulco	
						Puerto Vallarta	
09/10/1995	México	-104.1	18.9	2.3	2.5	Cabo San Lucas	0.2
						Manzanillo	2.5
						Isla Socorro	0.1
21/02/1996	Perú	-79.6	-9.6	2.3	1.9	Isla Socorro	0.1
23/06/2001	Perú	-73.64	-16.27			Cabo San Lucas	0.25

Causas:

Sin superíndice.- Sismo

1.- Sismo y Volcán

2.- Sismo y deslizamiento submarino.

CAPÍTULO 2.
MODELO GEOFÍSICO DE GENERACIÓN
DEL TSUNAMI

2 MODELO GEOFÍSICO DE GENERACIÓN DEL TSUNAMI

Un sismo se desarrolla en la corteza terrestre generando ondas en un medio elástico. Un tsunami es una onda de agua que se desarrolla en un medio fluido. En consecuencia, los tsunamis generados por sismos deberían estudiarse considerando la interacción dinámica entre un medio sólido elástico (tierra) y un medio fluido (agua). Estrictamente hablando el sistema conjunto tierra-agua, excitado por un sismo, genera ondas en ambos medios que interactúan entre ellas, sin embargo la baja compresibilidad del agua permite estudiar la propagación de las ondas sólidas y de las ondas de agua por separado. Las escalas de tiempo en que ocurren ambos fenómenos son muy diferentes, mientras que las ondas sísmicas elásticas viajan sobre un medio sólido a velocidades del orden de kilómetros por segundo, las ondas de agua características de un tsunami lo hacen cientos o miles de veces más lento. Lo anterior permite estudiar al mecanismo de generación de un tsunami por un movimiento sísmico del fondo marino mediante una aproximación estática, es decir, las características del tsunami generado dependen únicamente del cambio de forma que sufre el fondo marino y no de la velocidad con que éste sucede.

2.1 Movimientos cosísmicos y fallas

Como se mencionó anteriormente, la actividad sísmica está íntimamente relacionada con la dinámica de las placas tectónicas que forman la corteza terrestre. El mecanismo de choque entre la Placa de Cocos y la Plataforma Continental de Norteamérica es una subducción (ver Figura 1.2), manifestada en fallas geológicas en la superficie de contacto entre ambas (ver Figura 1.3). El punto interior de la Tierra donde se origina un temblor se denomina hipocentro o foco, y el de la superficie terrestre, directamente por arriba del foco, epicentro. La profundidad a que se encuentra el foco de un sismo varía desde pocos kilómetros hasta más de 650 km.

Una falla es una fractura que separa dos bloques de roca, los cuales se deslizan en forma paralela a la fractura. Generalmente cada bloque corresponde a distinta placa tectónica. A cada deslizamiento repentino de estos bloques se produce un temblor, y al desplazamiento superficial provocado por la falla se le conoce como Movimiento Cosísmico. Las fallas geológicas pueden clasificarse como:

- Fallas de Rumbo o Transcurrentes (strike-slip). Son fallas verticales (o casi verticales) donde los bloques se mueven horizontalmente. Este movimiento horizontal puede ser de tipo lateral derecho o de tipo lateral izquierdo, dependiendo de si un observador parado en uno de los bloques ve que el bloque de enfrente se mueve hacia la derecha o hacia la izquierda.
- Fallas Normales (normal dip-slip). Son fracturas inclinadas con bloques que se deslizan principalmente en forma vertical. En este caso los bloques reciben el

nombre de Techo y Piso, siendo el techo el bloque que yace sobre la fractura inclinada. Si el techo de la falla se mueve hacia abajo la falla es de tipo normal.

- Fallas Inversas (reverse dip-slip) Son el caso contrario de las anteriores, cuando el techo de la falla se mueve hacia arriba.
- Fallas Oblicuas. Cuando el movimiento de los bloques es una combinación de movimiento horizontal y vertical se trata de una falla oblicua.

La Figura 2.1 ilustra los tipos de falla explicados anteriormente.

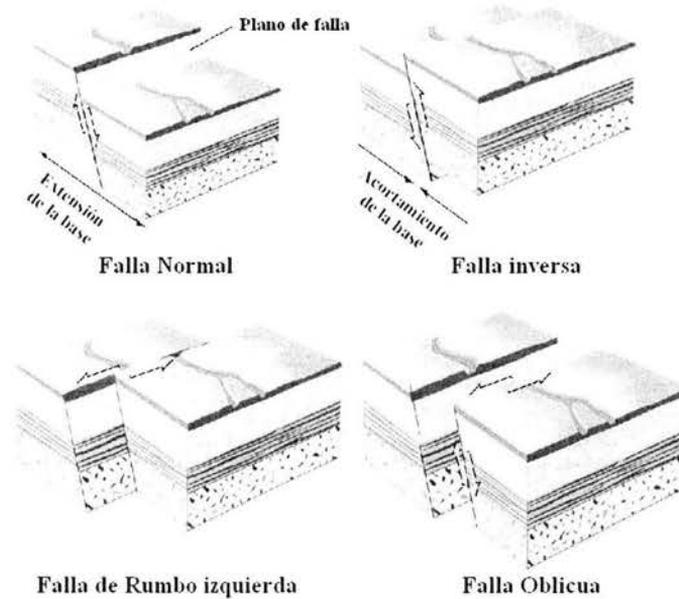


Figura 2.1 Tipos de fallas sísmicas

Para definir geoméricamente la forma general de una falla y el desplazamiento que en esta sucede se utiliza la convención de ángulos mostrada en la Figura 2.2

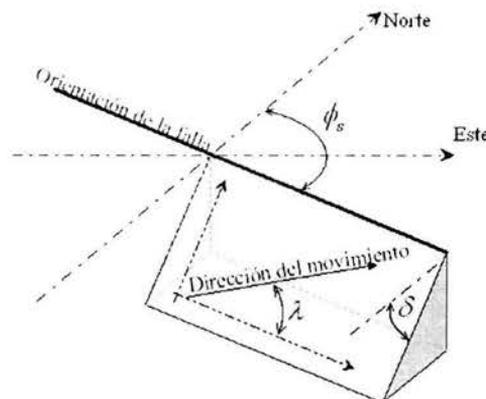


Figura 2.2 Ángulos strike ϕ_s , dip δ , y slip λ , de una falla

El ángulo ϕ_s (strike) es el azimut de la proyección horizontal de la falla, es decir, la orientación respecto al norte en sentido horario de la línea de falla. El ángulo δ (dip) es la inclinación del plano de falla respecto a la horizontal. λ (rake) es ángulo de dirección del movimiento de los bloques que forman la falla, respecto al sistema de referencia local del plano de falla.

2.2 Cambios en el fondo marino y desplazamientos en la superficie del agua

Diversos investigadores han obtenido soluciones analíticas para la generación de ondas gravitacionales de agua en función de distintas formas de movimientos del fondo. Kajiura (1963) generalizó las soluciones mediante la introducción de la función de Green y demostró que los cambios en el fondo oceánico se relacionan con los cambios en la superficie libre del agua mediante un factor

$$F = \frac{1}{\cosh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \quad (2.1)$$

donde L es la longitud de onda de la deformación del fondo y h es el tirante de agua. Cuando $L \gg 2\pi h$, que es lo que sucede en la inmensa mayoría de los tsunamis, F tiende a 1. Esto quiere decir que si la longitud de onda de la deformación del fondo es mucho más grande que el tirante de agua, puede asumirse que el desplazamiento de la superficie libre del agua es igual al desplazamiento del fondo. Esta es una de las hipótesis básicas del estudio de tsunamis, y es lo que permite hacer una separación franca entre la modelación de su generación y su propagación. Esto implica que en la medida en que la ingeniería geofísica logre representar en mejor forma el cambio que sufre el fondo del mar, mejores herramientas tendrá la hidráulica marítima para modelar fielmente su propagación desde el origen.

De lo anterior también puede concluirse que la componente vertical del desplazamiento del fondo es realmente la única responsable de la generación de un tsunami, y por ejemplo, una falla de tipo transcurrente (de rumbo) no provocaría tsunami alguno.

Kajiura (1970) estudió el intercambio de energía entre la tierra sólida y el océano debida a deformaciones verticales del fondo en tiempos finitos. Demostró que la eficiencia de generación de un tsunami, definida como la relación de su energía dinámica y su energía estática, es prácticamente de 100% cuando la duración de la deformación del fondo es pequeña comparada con el tiempo que le toma al tsunami propagarse y alejarse de su punto de origen, lo cual sucede en prácticamente todos los tsunamis generados por movimientos cosísmicos. Lo anterior conduce a otra hipótesis fundamental en el estudio de tsunamis, consistente en aceptar que el movimiento del fondo puede ser considerado instantáneo. Si el

tiempo de duración del desplazamiento es menor a $2\sqrt{h/g}$, parte de la energía se transforma en ondas acústicas.

2.3 Definición de la deformación del fondo en función del tipo de falla

La deformación del fondo marino debida a alguna falla, o movimiento cosísmico, puede calcularse mediante la Teoría de la Dislocación Elástica, introducida originalmente por Steketee (1958). El desplazamiento en un medio homogéneo infinito debido a una dislocación en una falla está dado por el Teorema de Volterra (Steketee, 1958), y en la literatura pueden encontrarse diversas expresiones analíticas explícitas, entre las que destacan las de Okada (1985) como las más ampliamente aceptadas y aplicadas (Geist y Dmowska 1999 y Geist 1998). Como se mencionó anteriormente, es común que sólo se considere la componente vertical del movimiento en la generación del tsunami, sin embargo, en caso de que la fuente se ubique sobre un sitio con pendiente muy pronunciada puede llegar a influir la componente horizontal, aunque no en forma determinante (Geist, 1998).

Los parámetros de la falla necesarios para calcular la deformación de la superficie libre son: la localización del hipocentro, la geometría de la falla (strike ϕ_s , dip δ y rake λ), las dimensiones del plano de falla (A), el desplazamiento medio de los bloques (\bar{u}), el momento sísmico (M_0) y el módulo de rigidez al cortante (μ), relacionados los tres últimos mediante la siguiente expresión:

$$M_0 = \mu \bar{u} A \quad (2.2)$$

El momento sísmico M_0 se relaciona con la magnitud del terremoto M_s por medio de la fórmula

$$M_s = \frac{\log M_0 - 9.1}{1.5} \quad (2.3)$$

En este trabajo se utiliza la formulación de Okada (1985) por ser la de mayor aceptación, de relativa fácil aplicación y por sus ventajas sobre otros trabajos, las cuales consisten principalmente en la ausencia de puntos singulares y discontinuidades en sus funciones, lo cual es consistente con asumir que el desplazamiento del fondo es igual al de la superficie libre del agua. Okada considera el medio sólido como homogéneo e isotópico, y aunque en la realidad no es así, en la práctica es una buena aproximación al primer orden, ya que es muy difícil tener perfectamente definidas las características mecánicas de los distintos estratos y materiales los bloques que componen la falla, más bien se conocen características medias.

Okada presentó dos opciones para la representación de los desplazamientos: debido a una fuente puntual y debido a una fuente finita representada por un rectángulo. Para ello utilizó el sistema de referencia mostrado en la Figura 2.3.

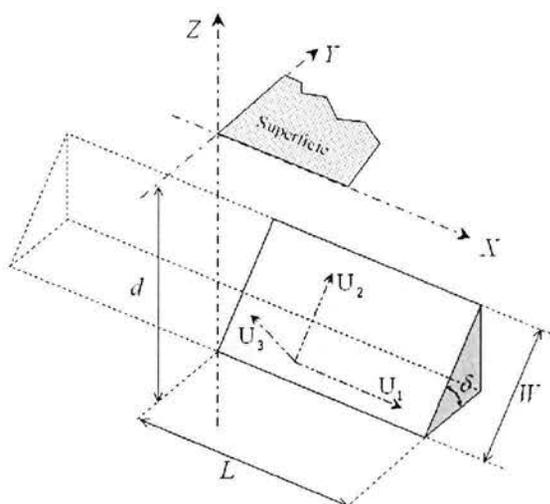


Figura 2.3 Sistemas de referencia y parámetros para la formulación de Okada (1985)

Steketee (1958) demostró que el campo de desplazamientos $\bar{u}_i = (x_1, x_2, x_3)$ debido a la dislocación $\Delta\bar{u}_j = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ sobre la superficie de falla Σ en un medio isotrópico está dada por

$$\bar{u}_i = \frac{1}{F} \iint_{\Sigma} \Delta\bar{u}_j \left[\lambda \delta_{j,k} \frac{\partial \bar{u}_i^n}{\partial \xi_n} + \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i^j}{\partial \xi_k} + \frac{\partial \bar{u}_i^k}{\partial \xi_j} \right) \right] v_k d\Sigma \quad (2.4)$$

donde $\delta_{j,k}$ es la delta de Kronecker, λ y μ son las constantes de Lamè, y v_k es el coseno director de la normal al elemento diferencial de área de falla $d\Sigma$. \bar{u}_i^j es la i -ésima componente del desplazamiento en (x_1, x_2, x_3) debido a la j -ésima dirección de la fuerza puntual de magnitud F en (ξ_1, ξ_2, ξ_3) .

De acuerdo al sistema cartesiano de referencia de la Figura 2.3, el medio elástico ocupa la región en que $z \leq 0$, y el eje X se coloca paralelo a la dirección horizontal de la falla (strike). Los ejes locales de la superficie de falla, U_1 , U_2 y U_3 , corresponden a las componentes del deslizamiento en una falla oblicua: transcurrente, normal o inversa, y de tensión respectivamente (ver apartado 2.1). Cabe aclarar que aunque el eje U_2 de la Figura 2.3 marca la dirección de una falla inversa, si el ángulo δ es mayor de 90° la misma dirección indicará una falla normal.

2.3.1 Fuente puntual

Con lo anterior, Okada obtuvo que el campo de desplazamientos de la superficie terrestre para una falla oblicua puntual está dado por

$$\begin{cases} u_x^0 = -\frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{3xpq}{R^5} - I_3^0 \sin \delta \cos \delta \right] \Delta\Sigma \\ u_y^0 = -\frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{3ypq}{R^5} - I_1^0 \sin \delta \cos \delta \right] \Delta\Sigma \\ u_z^0 = -\frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{3dpq}{R^5} - I_5^0 \sin \delta \cos \delta \right] \Delta\Sigma \end{cases} \quad (2.5)$$

donde

$$\begin{cases} I_1^0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} y \left[\frac{1}{R(R+d)^2} - x^2 \frac{3R+d}{R^3(R+d)^3} \right] \\ I_2^0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} x \left[\frac{1}{R(R+d)^2} - y^2 \frac{3R+d}{R^3(R+d)^3} \right] \\ I_3^0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[\frac{x}{R^3} \right] - I_2^0 \\ I_5^0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[\frac{1}{R(R+d)} - x^2 \frac{2R+d}{R^3(R+d)^2} \right] \end{cases} \quad (2.6)$$

y

$$\begin{cases} p = y \cos \delta \sin \delta \\ q = y \sin \delta - d \cos \delta \\ R^2 = x^2 + y^2 + d^2 = x^2 + p^2 + q^2 \end{cases} \quad (2.7)$$

El superíndice 0 indica que se trata del caso de falla puntual.

2.3.2 Fuente finita rectangular

En términos prácticos, suele ser mejor caracterizar a una falla por sismo no como una fuente puntual sino como una fuente finita idealizada como un rectángulo de dimensiones W y L , como se muestra también en la Figura 2.3, lo cual es compatible con los datos geofísicos disponibles sobre el área de ruptura de los sismos. Para ello Okada realizó las siguientes sustituciones en las ecuaciones para fuente puntual:

$$\begin{cases} x = x - \xi' \\ y = y - \eta' \\ d = d - \eta' \end{cases} \quad (2.8)$$

Además desarrolló la siguiente integral

$$\int_0^L d\xi' \int_0^W d\eta' \quad (2.9)$$

después aplicó un segundo cambio de variable como sigue

$$\begin{cases} x - \xi' = \xi \\ p - \eta' = \eta \end{cases} \quad (2.10)$$

donde, como antes $p = y \cos \delta + d \sin \delta$. Posteriormente realizó la integral

$$\int_x^{x-L} d\xi \int_p^{p-W} d\eta \quad (2.11)$$

Para representar las sustituciones enunciadas en las expresiones (2.8) y (2.10) en forma condensada en los resultados finales, se utilizará notación de Chinnery || de la siguiente forma

$$f(\xi, \eta) || = f(x, p) - f(x, p - W) - f(x - L, p) + f(x - L, p - W). \quad (2.12)$$

Si se toma una falla rectangular con longitud $2L$, como muestra la línea punteada de la Figura 2.3, sólo es necesario remplazar x por $x + L$ en el primer y segundo término del lado de la expresión (2.12).

Para una falla oblicua finita rectangular, Okada (1985) define el campo de desplazamientos en la superficie de la siguiente forma.

$$\begin{cases} u_x = -\frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{q}{R} - I_3 \sin \delta \cos \delta \right] || \\ u_y = -\frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{\tilde{y}q}{R(R+\xi)} + \cos \delta \tan^{-1} \frac{\xi\eta}{qR} - I_1 \sin \delta \cos \delta \right] || \\ u_z = -\frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{qd}{R(R+\xi)} + \sin \delta \tan^{-1} \frac{\xi\eta}{qR} - I_5 \sin \delta \cos \delta \right] ||, \end{cases} \quad (2.13)$$

donde

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[\frac{-1}{\cos \delta} \frac{\xi}{R + \tilde{d}} \right] - \frac{\sin \delta}{\cos \delta} I_5 \\ I_3 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[\frac{1}{\cos \delta} \frac{\tilde{y}}{R + \tilde{d}} - \ln(R + \eta) \right] + \frac{\sin \delta}{\cos \delta} I_4 \\ I_4 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \frac{1}{\cos \delta} \left[\ln(R + \tilde{d}) - \sin \delta \ln(R + \eta) \right] \\ I_5 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \frac{2}{\cos \delta} \tan^{-1} \frac{\eta(X + q \cos \delta) + X(R + X) \sin \delta}{\xi(R + X) \cos \delta}, \end{cases} \quad (2.14)$$

y

$$\begin{cases} p = y \cos \delta + d \sin \delta \\ q = y \sin \delta - d \cos \delta \\ \tilde{y} = \eta \cos \delta + q \sin \delta \\ \tilde{d} = \eta \sin \delta - q \cos \delta \\ R^2 = \xi^2 + \eta^2 + q^2 = \xi^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{d}^2 \\ X^2 = \xi^2 + q^2. \end{cases} \quad (2.15)$$

En caso de que $\cos \delta = 0$, en lugar de las expresiones (2.14) debe utilizarse lo siguiente

$$\begin{cases} I_1 = -\frac{\mu}{2(\lambda + \mu)} \frac{\xi q}{(R + \tilde{d})^2} \\ I_3 = \frac{\mu}{2(\lambda + \mu)} \left[\frac{\eta}{R + \tilde{d}} + \frac{\tilde{y} q}{(R + \tilde{d})^2} - \ln(R + \eta) \right] \\ I_4 = -\frac{\mu}{\lambda + \mu} \frac{q}{R + \tilde{d}} \\ I_5 = -\frac{\mu}{\lambda + \mu} \frac{\xi \sin \delta}{R + \tilde{d}}. \end{cases} \quad (2.16)$$

Algunos términos de las expresiones anteriores pueden indeterminarse para ciertos valores de sus literales. De acuerdo a la integral (2.11), pueden observarse las siguientes reglas para evitar la aparición de dichas indeterminaciones:

- Si $q = 0$, hacer el término $\tan^{-1}(\xi \eta / q R) = 0$ en las ecuaciones (2.13).
- Si $\xi = 0$, tomar $I_5 = 0$ en las ecuaciones (2.14).
- Si $R + \eta = 0$ (lo cual sólo ocurre si $\sin \delta < 0$ y $\xi = q = 0$), remplazar $\ln(R + \eta)$ por $-\ln(R + \eta)$ en las ecuaciones (2.14) y (2.16).

Finalmente cabe recalcar que para la inmensa mayoría de los tsunamis es suficiente con calcular sólo la componente vertical del movimiento u_z .

2.3.2.1 Ejemplo para una fuente finita rectangular

Para la batimetría ideal que se muestra en la Figura 2.4 se supone la existencia de un sismo de magnitud $M_s = 8.2$, con hipocentro en $(0, 0, -10\ 000)$, y una falla con ángulos $\phi_s = 300^\circ$, $\delta = 10^\circ$, $\lambda = 90^\circ$. Se considera un módulo de rigidez al cortante de $\mu = 5.0 \times 10^{10}$ N/m·s², y un área de falla de $L = 50\ 000$ m y $W = 30\ 000$ m. Con la expresión (1.1) se calcula una amplitud de tsunami o desplazamiento máximo de 6.3 m.

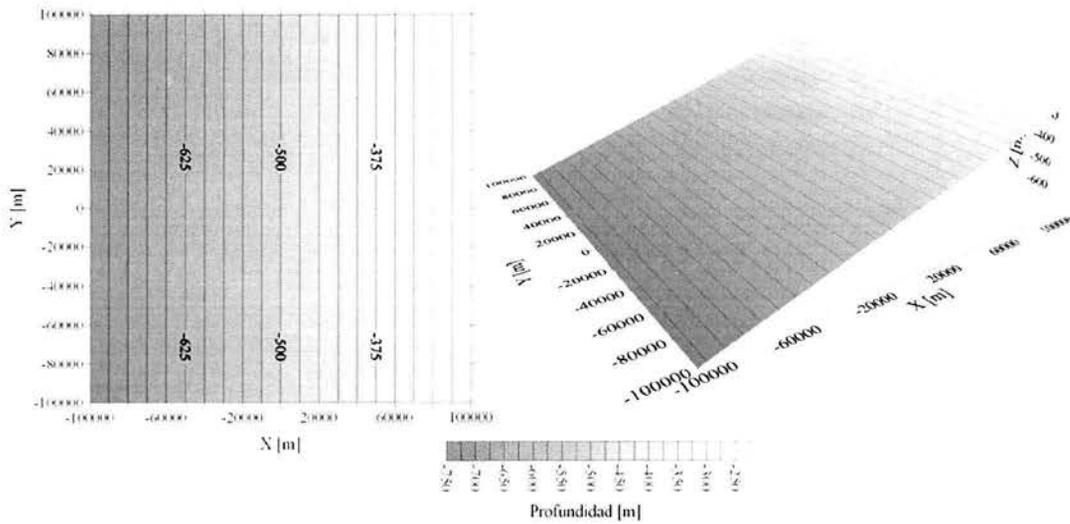


Figura 2.4 Batimetría para el ejemplo

Con los datos anteriores se obtiene el campo de desplazamientos verticales mostrado en la Figura 2.5. Como la profundidad máxima de la batimetría es de 750 m, y la longitud de onda del desplazamiento L , puede asumirse igual a $W = 30\,000$ m, se cumple que $L \gg 2\pi h$, lo cual quiere decir que el campo de desplazamientos del fondo oceánico puede considerarse igual a la modificación inicial de la superficie libre del agua, es decir, a la forma inicial del tsunami.

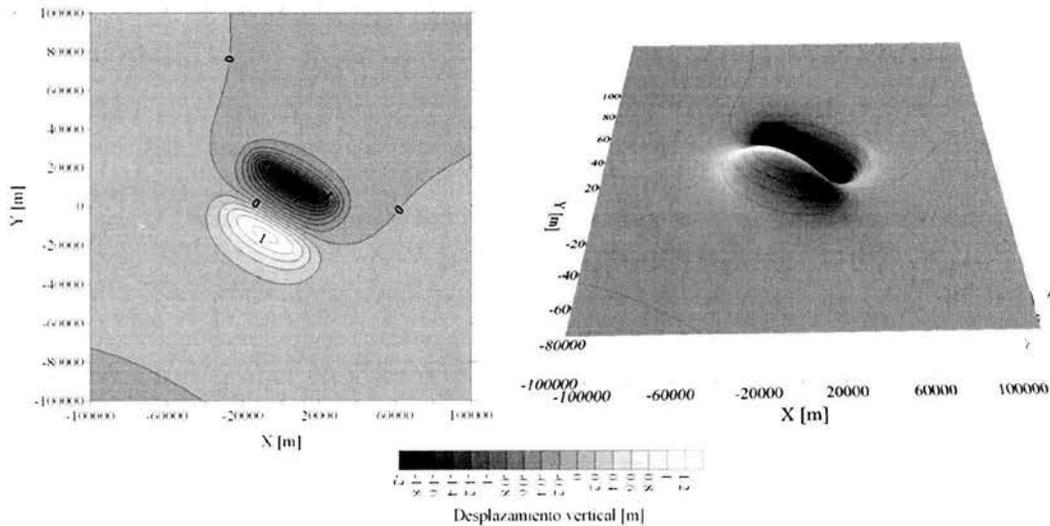


Figura 2.5 Desplazamientos verticales para el ejemplo

CAPÍTULO 3
PRINCIPALES TEORÍAS DE OLEAJE Y SU
APLICABILIDAD PARA EL ESTUDIO DE
TSUNAMIS

3 PRINCIPALES TEORÍAS DE OLAJE Y SU APLICABILIDAD PARA EL ESTUDIO DE TSUNAMIS

En lo que a la hidráulica marítima y mecánica de fluidos corresponde, la propagación de un tsunami, como cualquier onda de agua, debe ser tratada a través de una teoría de oleaje. Este capítulo hace un breve repaso de las teorías de oleaje existentes con miras a justificar la que mejor aplique a ondas sísmicas. Se presentan las principales teorías y formulaciones existentes en la literatura para propagar oleaje sobre fondo variable, o bien para representar su comportamiento en la columna de agua, describiéndose el origen de su derivación con énfasis en las diferencias entre cada una y en su rango de aplicación. Se incluye dentro de la teoría de ondas sobre fondo horizontal a las aproximaciones de Stokes, la Teoría Lineal, la Teoría Cnoidal y a la Onda Solitaria. Para fondo variable en aguas profundas se presenta la ecuación de la pendiente suave (mild slope equation), y sus simplificaciones: modelos de refracción-difracción, difracción, y refracción. Para fondo variable en aguas someras se describen las ecuaciones de aguas someras (shallow water equations) y la familia de modelos tipo Boussinesq.

La modelación matemática de oleaje puede tener tres principales objetivos: predecir cambios en su régimen por modificaciones artificiales o naturales en el entorno, transmitir información conocida en un punto distante a un punto de interés, o distribuir geoméricamente mediciones puntuales; para el estudio de tsunamis, objeto de este trabajo, los dos últimos son los intereses principales. Los datos a conocer, que fungen como variables dependientes son: la elevación de la superficie libre del agua η , el campo de presiones p , y el campo de velocidades $\vec{u}=(u,v,w)$, mientras que las variables independientes suelen ser la batimetría y la señal de entrada.

Los procesos físicos que ocurren dentro de la propagación del oleaje son innumerables, sin embargo dentro de los más importantes para fines ingenieriles se encuentran los siguientes: refracción, difracción, someramiento y reflexión. Bajo circunstancias específicas cobran importancia otros fenómenos, como la interacción entre las componentes del oleaje, fricción por el fondo, etc. Cuando se desean conocer los efectos directos de la hidrodinámica del oleaje en alguna playa o estructura es importante representar procesos como la rotura y el ascenso máximo en un talud (runup), tal es el caso de este trabajo.

Uno de los caminos más utilizados para resolver este y otro tipo de problemas es la modelación física, en algunos casos es la única forma, sin embargo tiene desventajas técnicas como los efectos de escala, fronteras cerradas reflejantes y los espacios requeridos, pero principalmente desventajas económicas dado que es sumamente costoso representar fielmente en laboratorio un escenario real. Por lo anterior, el esfuerzo constante de los investigadores se concentra en desarrollar herramientas matemáticas que permitan representar cualitativa y cuantitativamente los fenómenos de propagación del oleaje, de forma que los estudios de ingeniería puedan realizarse con mayor certidumbre. En sus orígenes, estos modelos se basaron en métodos semi-gráficos, pero hoy en día, gracias al acelerado desarrollo de las herramientas de cálculo, se avanza rápidamente en el grado de precisión cuantitativa de las predicciones realizadas.

3.1 Clasificación de las ondas de agua

El oleaje es un fenómeno en el que interactúan diversas fuerzas, agrupadas en dos bloques, de acuerdo al papel que juegan: fuerzas generadoras y fuerzas restauradoras.

Las fuerzas generadoras son las que inicialmente perturban el equilibrio estático en la superficie libre del agua, es decir, son las que forman la onda en sí, como los efectos de la componente vertical del viento, lluvia, desplazamientos del fondo marino, atracción gravitatoria de cuerpos celestes, entre otros.

Por otro lado, las fuerzas restauradoras son las que intentan regresar la superficie libre del agua a su estado de equilibrio original, y además son las que dan lugar a la propagación del oleaje en el tiempo y en el espacio, aún cuando las fuerzas generadoras hubiesen cesado su acción. A ellas se debe en gran parte la característica de periodicidad del fenómeno. Son: el peso del agua (fuerza de gravedad) principalmente; y la tensión superficial y fuerza de Coriolis en menor medida.

La mayoría de las olas en un cuerpo de agua son generadas por viento, sin embargo ondas largas como los tsunamis y mareas de tormenta son las que provocan mayor inundación en la costa.

Las ondas que componen un registro de oleaje son de una amplia gama de períodos, alturas y longitudes. De acuerdo a su período, se pueden distinguir los siguientes tipos de ondas:

Nombre	Período T	Longitud L	Altura H	Fuerza generadora	Fuerza restauradora
Capilares	0 – 0.1 s	2 – 7 cm	1 – 2 mm	viento	tensión superficial
Ultragravedad	0.1 s – 1 s	centímetros	milímetros	viento	tensión superficial y gravedad
Gravedad	1 s – 30 s	metros a cientos de metros	centímetros – 15 m	viento	gravedad
Infragravedad	30 s – 5 min	100 – 200 m	pequeña	viento	gravedad, Coriolis
Largo período	5 min – 24 hr	-	1 – 5 m	sismo, derrumbes, atracción de cuerpos celestes	gravedad, Coriolis
Transmarea	más de 24 hr	-	-	atracción de cuerpos celestes	gravedad, Coriolis

Tabla 3.1 Clasificación de las ondas por su período

En la Figura 3.1 se muestra de forma esquemática la cantidad de energía que normalmente portan las ondas de acuerdo a su período.

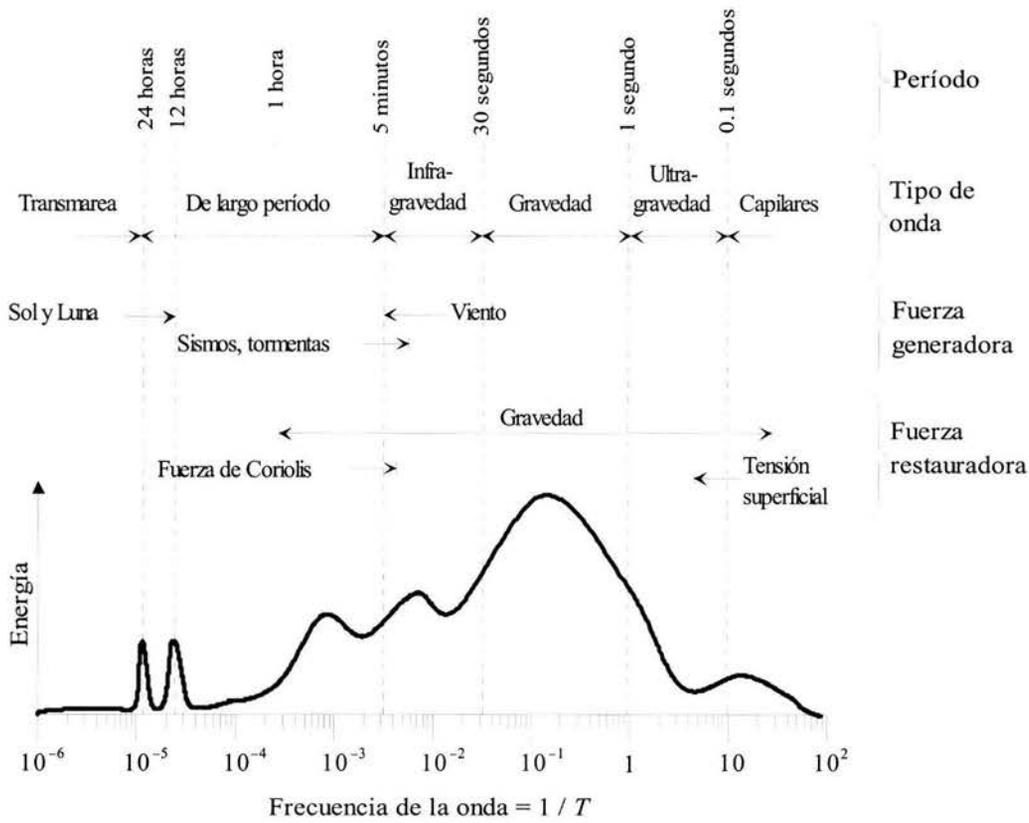


Figura 3.1 Frecuencia – energía de las ondas (Tomada de Ávila, 2002)

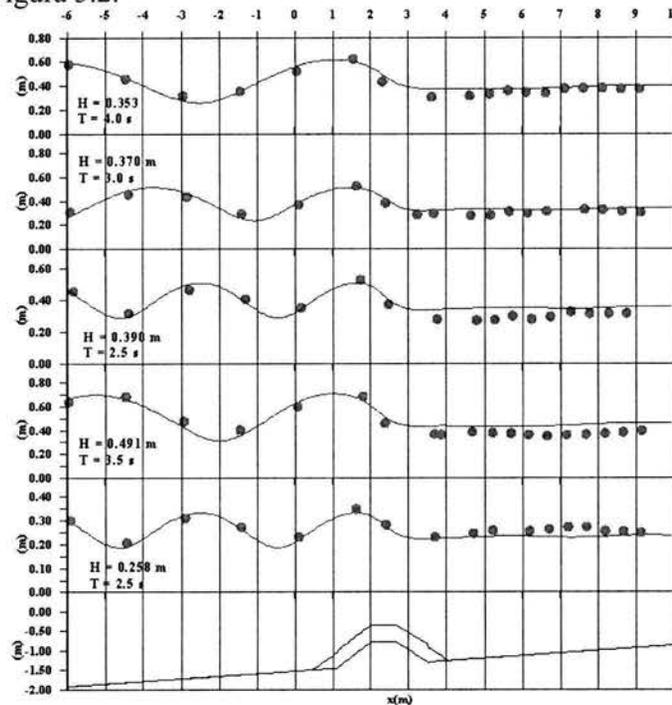
3.2 Clasificación de las teorías y modelos de oleaje

A pesar de que los desarrollos científicos y tecnológicos actuales son muy avanzados, por la inmensa variedad de factores que influyen en la propagación del oleaje sigue siendo prácticamente imposible modelarlo por completo y en forma general. Es por ello que a lo largo de los últimos siglos los esfuerzos se han encaminado al desarrollo de modelos matemáticos y numéricos que representen los fenómenos físicos más relevantes que se presentan bajo circunstancias específicas. Esto significa que cada una de las formulaciones existentes para el estudio de la hidrodinámica y propagación del oleaje, fue desarrollada bajo distintos conjuntos de necesidades y herramienta de cálculo disponibles, de ahí que sus limitantes se deban tanto a la cantidad de fenómenos descritos, como a los recursos y conocimientos necesarios para implementarlas.

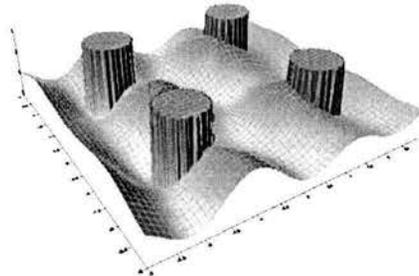
Una forma de clasificar a las distintas formulaciones existentes para estudiar la propagación del oleaje, es separar a los modelos que resuelven la fase y los que no lo hacen. Los modelos que resuelven la fase son aquellos que resuelven la amplitud máxima del oleaje separando a la variable tiempo, es decir, dan una solución armónica; por otro lado, los modelos que no resuelven la fase son los que describen el movimiento de la superficie libre del agua como un fenómeno transitorio, normalmente empiezan con la suposición del agua

en reposo y siguen paso a paso en el tiempo la variación del nivel del agua a partir de una señal de entrada en al menos una frontera. La propagación de un tsunami es un fenómeno transitorio, por lo que requiere un modelo que no resuelva la fase.

Por otro lado, la propagación del oleaje es estrictamente un fenómeno tridimensional, y los modelos que así lo resuelven son denominados modelos 3D; sin embargo, dado que en muchas ocasiones se puede asumir que las ondas se transportan sobre un plano horizontal, algunas formulaciones (la mayoría) separan lo que sucede en la vertical y en el plano horizontal, dando paso a un tipo de modelos llamados 2D; no obstante, en aguas poco profundas la interacción entre los fenómenos horizontales y verticales suele ser altamente no lineal, por lo que un modelo 2D no cuenta con la rigurosidad de uno 3D. En ocasiones los modelos 2D por el hecho de arrojar resultados en la vertical son mal llamados 3D. Finalmente, cuando interesa describir la propagación del oleaje considerando que los frentes de onda son rectas paralelas, se puede resolver sobre un plano vertical, utilizando un modelo 1D, ver Figura 3.2.



Problema para Modelo 1D



Problema para Modelo 2D ó 3D

Figura 3.2 Clasificación de modelos en 1D, 2D, y 3D

Una manera de clasificar al medio en que se propaga el oleaje es a través de la profundidad: aguas profundas, aguas de transición o aguas someras. Se le llama aguas profundas al medio donde el oleaje no se ve influenciado por la batimetría, es decir, el rango en que el movimiento armónico de las partículas de agua no se modifica por efectos del fondo, y sucede cuando la altura de ola y la longitud de onda son muy pequeñas en comparación con la profundidad. Se ha encontrado que cuando $kh > \pi$ se trata de aguas profundas, donde kh es la profundidad relativa, $k = 2\pi/L$ es el número de onda, L es la longitud de onda y h es la profundidad. Se entiende por aguas someras aquellas profundidades en que el comportamiento del oleaje está regido en forma determinante por la forma del fondo, y se delimita por $kh < \pi/10$. Por la magnitud de la longitud de onda que suele representarlo, un tsunami puede considerarse como una onda en aguas someras o de transición casi en cualquier profundidad.

3.3 Ecuaciones de gobierno y condiciones de frontera

Gran parte de los problemas en la física se resuelven a través de una ecuación diferencial obtenida con el planteamiento matemático de los fenómenos que sucedan dentro de un dominio de análisis, llamada ecuación de gobierno, y para resolverse deben conocerse las características del flujo en los límites del dominio, también llamadas condiciones de frontera. La solución de una ecuación de gobierno puede ser analítica, cuando los conceptos y artificios matemáticos lo permitan, o numérica, utilizando esquemas de diferencias finitas, elemento finito o volumen finito, entre otros.

Las dos ecuaciones principales que rigen el movimiento de los fluidos en todos los problemas de hidráulica son: La ecuación de la continuidad, y la de impulso y cantidad de movimiento (derivada de la segunda ley de Newton); la segunda tiene diversas formas de expresarse, sin embargo la más general es a través de las llamadas ecuaciones de Navier-Stokes, que incluyen satisfactoriamente la mayoría de los factores que intervienen en el comportamiento del agua, sin embargo hasta el momento no existe alguna forma práctica de solucionarlas completamente, por lo que debe hacerse uso de simplificaciones derivadas de asumir diversas hipótesis. La diferencia fundamental entre cada uno de los modelos de oleaje radica principalmente en las hipótesis utilizadas para simplificar las ecuaciones de Navier-Stokes, es decir, en la forma en que se obtuvieron tanto las ecuaciones de gobierno como las condiciones de frontera.

Casi todos los modelos de oleaje utilizan la teoría del flujo potencial, que considera al agua incompresible, con lo que la ecuación de Laplace, $\nabla \cdot \vec{u} = \nabla^2 \Phi = 0$, queda como la ecuación de gobierno a resolver. Las condiciones de frontera pueden ser de varios tipos, destacan por su importancia:

- Condición cinemática del fondo, que en el caso de fondo impermeable indica que no hay flujo de agua a través del fondo, o bien, en otros casos, describe el flujo a través de él.

- Condición cinemática de superficie libre, que describe el movimiento de las partículas de agua que a lo largo del tiempo permanecen en la superficie libre.
- Condición dinámica de superficie libre, indica que la presión sobre la superficie libre del agua es igual a la presión atmosférica.
- Condiciones laterales de contorno, definen el comportamiento del flujo en los límites laterales del dominio, por ejemplo la línea de costa o estructuras artificiales; o bien describen el comportamiento periódico de las ondas progresivas. Pueden ser absorbentes, reflejantes, parcialmente reflejantes o de radiación.

La mayoría de los modelos coinciden en las tres primeras y aplican la última de diferente forma. La condición dinámica de superficie libre se define por lo general con la Ecuación de Bernoulli, que se deriva de la integración en la vertical de las Ecuaciones de Euler (simplificación de las de Navier-Stokes que desprecia la viscosidad).

3.4 Teorías para fondo horizontal

El desarrollo de estas teorías fue motivado por la necesidad de representar el comportamiento de la superficie libre, o los perfiles de velocidad y presión en una columna de agua donde se conocen características como el período y la amplitud de onda. Cuando la profundidad es constante, fenómenos como la rotura, refracción y someramiento no intervienen en la propagación del oleaje, por ello este grupo de teorías en su origen no pretende representarlos, sin embargo es indispensable conocerlas porque son la base del desarrollo de las teorías de propagación en fondo variable.

3.4.1 Aproximaciones de Stokes

La solución a la ecuación de Laplace (continuidad), utilizando las condiciones de frontera antes mencionadas, con condición lateral de periodicidad en tiempo y espacio, para oleaje monocromático y fondo horizontal impermeable, deriva en la llamada **Teoría de ondas de Stokes**, de la cual hay aproximaciones de varios órdenes, dependiendo el grado de exactitud conservado en el desarrollo algebraico (aproximaciones de Stokes de 1°, 2°, 3°,... orden). La aproximación de primer orden, en la cual se desprecian todos los términos no lineales, es la llamada **Teoría Lineal, Teoría de Airy, o Teoría de ondas de pequeña amplitud**, que llega a una solución analítica y explícita del potencial de velocidades, y a una ecuación analítica implícita que relaciona al período, profundidad y longitud de onda de una ola monocromática propagándose en fondo plano, conocida como ecuación de la dispersión lineal ($\sigma^2 = kg \tanh kh$, $\sigma = 2\pi/T$, T es el período). Conforme se avanza en el orden de aproximación, los resultados de superficie libre van perdiendo simetría con respecto al nivel de agua en reposo, es decir, el primer orden o Teoría Lineal arroja una variación sinusoidal de la superficie libre del agua, mientras que órdenes superiores generan crestas más acusadas y valles más extendidos, como se muestra en la Figura 3.3.

Estrictamente, este grupo de teorías sólo es válido en aguas profundas e intermedias, ya que durante su desarrollo, en el que la variable z es separada, se desprecian términos de orden

superior, que son producto de la interacción de la propagación horizontal de las ondas con el campo de velocidades verticales. Sin embargo, para fines de ingeniería es la herramienta más utilizada, principalmente, por su sencillez de implementación.

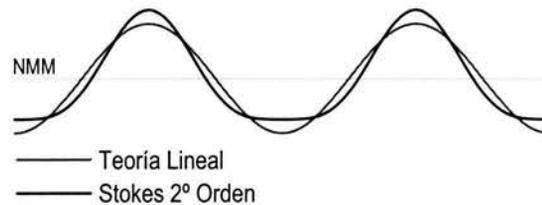


Figura 3.3 Comparación de la superficie libre entre Teoría Lineal y Stokes 2º Orden

No es adecuado estudiar a un tsunami con una aproximación de Stokes por dos razones: un tsunami se comporta como una onda en aguas someras, y es un fenómeno transitorio, no armónico.

3.4.2 Teoría Cnoidal

Fue diseñada para describir el campo de velocidades y de presiones de una onda periódica propagándose en fondo plano y somero. Su desarrollo fue motivado por la limitación de las aproximaciones de Stokes. Se basa en el trabajo hecho por Korteweg y de Vries en 1895 (KdV). A diferencia de la teoría de Stokes, que resulta en una serie de funciones trigonométricas, la teoría Cnoidal expresa su solución utilizando funciones Jacobianas elípticas, abreviadas como **cn**, de ahí el nombre de Cnoidal. Existen aproximaciones de varios órdenes, y la más utilizada es la de primer orden, ya que es suficientemente capaz de describir ondas de amplitud finita en aguas someras.

El rango de correcta aplicabilidad de ésta teoría comienza cuando acaba el rango de validez de la teoría lineal, y tiene como limite la teoría de la onda solitaria, cuando la longitud de onda tiende a infinito, es decir, que la teoría cnoidal converge hacia aguas profundas a la teoría lineal, y hacia aguas someras a la onda solitaria.

Diversos autores han presentado soluciones analíticas y semi-gráficas, pero todas son muy complicadas o tediosas en su aplicación, al extremo que algunos de esos autores han recomendado como más aplicable en aguas someras a las aproximaciones de Stokes que a la teoría Cnoidal.

A pesar de tener validez en aguas de transición, tampoco es adecuada su utilización en el estudio de tsunamis por ser únicamente para ondas periódicas.

3.4.3 Teoría de la onda solitaria

Una onda solitaria sólo tiene cresta, no tiene valle, es decir, que el desplazamiento de la superficie libre se presenta únicamente sobre el nivel de aguas tranquilas. Es aplicable en fondo plano. Las teorías anteriores se referían a ondas periódicas, una onda solitaria es transitoria.

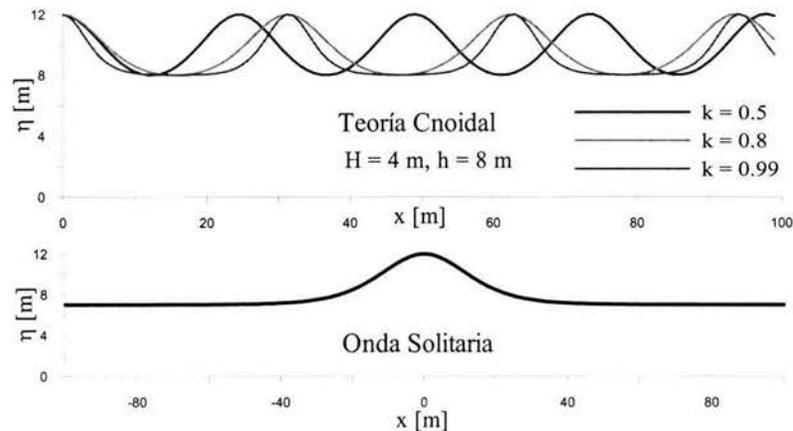


Figura 3.4 Comparación entre ondas cnoidales de diferente k , y una onda solitaria

Ha sido ampliamente utilizada para el análisis de tsunamis, las desventajas de hacerlo radican en limitar su forma a una onda única, y aunque suelen tener una componente mayor, la interacción entre todas ellas es importante.

3.5 Teorías para fondo variable

3.5.1 Teoría del Rayo

La teoría del rayo es un método semi-gráfico basado en conceptos óptico-geométricos, principalmente en la ley de Snell de refracción óptica. Fue utilizado ampliamente por los ingenieros en décadas pasadas. Sirve para calcular únicamente refracción y someramiento de una onda sinusoidal simple propagándose sobre fondo uniforme (pendiente constante y líneas batimétricas paralelas). Existen versiones modificadas de este método que permiten utilizarlo en batimetrías ligeramente irregulares, pero con muchas limitaciones.

Los rayos son líneas que representan las trayectorias de varios puntos equidistantes sobre la cresta de una onda, desde aguas profundas hasta la línea de costa. El espacio comprendido entre dos rayos se llama canal de energía, ya que se considera que la energía contenida en una sección transversal se mantiene constante durante toda la propagación de la recta. Con base en lo anterior y en algunos otros conceptos tomados de la teoría lineal, se calcula la desviación del frente de onda mientras se va refractando (alineando paralelo a la línea de costa), y el someramiento producto de la reducción del ancho de los canales de energía.

La teoría del rayo ha sido ampliamente utilizada para analizar tsunamis, tanto para describir su refracción y someramiento, como para calcular el tiempo de recorrido entre su origen y la costa. En la Figura 3.5 se muestra un ejemplo de un diagrama de tiempo de recorrido del tsunami de 1960 en Chile, obtenido a través de la teoría del rayo. Muestra los frentes de onda a cada hora después de generado el tsunami.

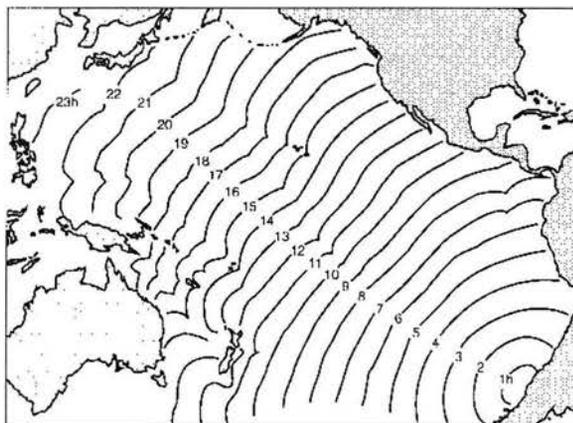


Figura 3.5 Diagrama de refracción para el tsunami de 1960 en Chile

Aunque un diagrama de rayos ilustra de manera sencilla la desviación que sufre la dirección del oleaje debido a la refracción, este método ha quedado prácticamente obsoleto, ya que sus limitaciones son muchas, por ejemplo: no sirve para fondos irregulares (reales), considera que no hay transferencia de energía entre los rayos, no incluye difracción, etc., además de que su aplicación es sumamente laboriosa. No obstante, tiene el mérito de haber sido, después del método de Iribarren de los planos de oleaje, uno de los primeros esfuerzos por modelar matemáticamente la propagación del oleaje en fondo variable.

3.5.2 Ecuación de la Pendiente Suave

Existen muy diversas aproximaciones de cómo abordar matemática y numéricamente el problema de la transformación del oleaje en fondo variable desde aguas profundas hasta la rotura (Dingemans, 1997), siendo las basadas en la teoría lineal las que hasta hoy en día han demostrado ser la más prácticas para hacerlo, en particular la solución elíptica que incluye todo los procesos que están involucrados en la transformación: reflexión, someramiento, transmisión, difracción y disipación, tanto por rotura como por fricción, sin embargo en aguas someras, donde los fenómenos no lineales y la interacción entre componentes son importantes, deja de tener validez.

La ecuación básica de pendiente suave (mild slope equation, MSE) como un recurso para estimar la transformación de un oleaje monocromático lineal sobre un fondo impermeable variando gradualmente fue originalmente desarrollada por Berkhoff (1972), y descrita más concisamente por Smith & Sprinks (1975). Desde entonces diversos estudios han sido llevados a cabo para estudiar la propagación del oleaje sobre un fondo impermeable con

cualquier configuración. La solución clásica de la MSE es sólo válida para pendientes de 1:3 o menores, tal y como fue comprobado por Booij (1983). Posteriormente, trabajos como los de Kirby et al (1986), Massel (1993), Chamberlain & Porter (1995), Porter & Staziker (1995), Panchang y Pearce (1991), Li y Anastasiou (1992), y Zhao y Anastasiou (1996), Borthwick et al. (1997), Panchang et al (1991), Silva et al (2003), etc., han eliminado casi la totalidad de sus restricciones.

A pesar de su versatilidad, confiabilidad, y falta de restricciones en últimas versiones, la ecuación de la pendiente suave tiene como principal desventaja que su solución requiere de grandes esfuerzos computacionales, y que la inclusión de las condiciones de frontera suele ser complicada, por ello se han hecho aproximaciones parabólicas e hiperbólicas, enfocadas a estudiar condiciones en las que el efecto de alguno de los fenómenos es débil.

En la Figura 3.6 se presentan ejemplos resueltos con el módulo elíptico del software Mike 21 y el programa WAPO respectivamente.

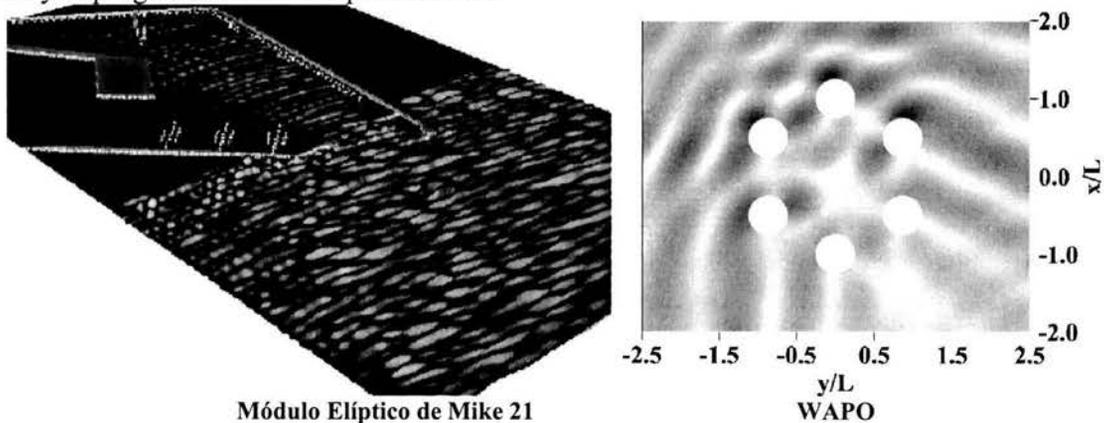


Figura 3.6 Ejemplo de propagación utilizando la ecuación de la pendiente suave

Aunque existen soluciones transitorias de la ecuación de la pendiente suave, la mayoría son armónicas, y aunado a que se basa en la Teoría Lineal, no apta en aguas someras, no es aplicable en el estudio de ondas largas, es decir, a pesar de su potencia para gran cantidad de problemas ingenieriles no es útil en el estudio de tsunamis.

3.5.2.1 Modelos de Refracción - Difracción

Partiendo de la ecuación de la pendiente suave, suponiendo que los efectos de la difracción son débiles, y despreciando la reflexión, a través de un desarrollo en series de Padé se llega a la aproximación parabólica de la ecuación de la pendiente suave, que es la ecuación de gobierno de los llamados *modelos de Refracción-Difracción*. Este conjunto de modelos son los más utilizados hoy en día en los proyectos de ingeniería, debido principalmente a que su implementación es mucho más sencilla que la ecuación de la pendiente suave completa. Entre las versiones programadas pueden mencionarse el *Red-Dif*, de la Universidad de Delaware, y *OLUCA*, de la Universidad de Cantabria; de este último se muestra un ejemplo en la Figura 3.7.

Son muy útiles y precisos cuando se analizan problemas en donde domina la refracción y el someramiento, y los efectos de difracción no son muy importantes, como irregularidades del fondo, o líneas batimétricas no paralelas, pero no deben usarse cuando se tengan obstáculos bruscos que provoquen difracción fuerte, como islas, ensenadas, escolleras, etc., ya que las ecuaciones se vuelven inestables y arrojan resultados ilógicos, además que tienen la limitación intrínseca de no considerar los efectos de reflexión, por tanto no son válidos para estudios de resonancia en áreas cerradas.

Al igual que su origen, la ecuación de la pendiente suave, los modelos de refracción – difracción no son aptos para el estudio de ondas largas.

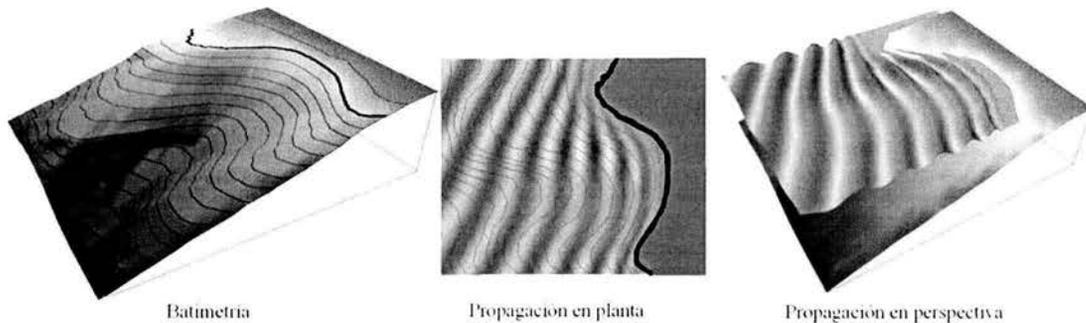


Figura 3.7 Ejemplo de propagación con el programa OLUCA

3.5.2.2 Modelos de Refracción

Una forma alternativa a la teoría del rayo para estudiar casos donde influyan únicamente refracción y someramiento, es derivar de la ecuación de gobierno de los modelos anteriores, otra ecuación que desprece por completo a la difracción y reflexión, cuya resolución será mucho más fácil, y podrá implementarse de manera relativamente sencilla en cualquier computadora personal, lográndose resultados mucho más confiables, mayor rango de aplicación y cálculos menos tediosos que la teoría del rayo.

Aunque su aplicabilidad se limita a problemas donde sólo intervengan refracción y someramiento, es útil porque su solución es sencilla y económica en cuanto a requerimientos de cómputo. Como ejemplo de un modelo de este tipo puede mencionarse al *Refract*, de Robert Dean, Universidad de Florida.

Al igual que la teoría del rayo, modelos de refracción y someramiento han sido aplicados a tsunamis, representándolos mediante un período y longitud de onda característicos, sin embargo a pesar de ser una aproximación cualitativa, su aplicación no es adecuada para este tipo de ondas.

3.5.2.3 Modelos de difracción

Si de la ecuación de la pendiente suave se desprecian las variaciones del fondo, se omitirán los efectos de someramiento y refracción, y se llega a los llamados *Modelos de difracción*, que son útiles cuando se desea analizar únicamente el proceso de difracción totalmente aislado, en fondo plano, y provocado por obstáculos rectos verticales e impermeables. Como solución a esta ecuación de gobierno con sus respectivas condiciones de frontera, puede llegarse a expresiones analíticas explícitas para obtener el coeficiente de difracción, sin embargo, como dicha solución normalmente se expresa en coordenadas cilíndricas y por tanto es necesario el uso de los números de Bessel, en ocasiones es más común utilizar diagramas adimensionalizados para presentar resultados, como los encontrados en el Shore Protection Manual (1984).

Es obvio que son muy pocos los casos reales en los que intervenga únicamente la difracción, la práctica común ha sido analizar a la difracción aislada mediante un modelo de este tipo y por otro lado a la refracción y someramiento con un modelo de refracción, empalmando posteriormente los resultados, como es el caso de la teoría de una sola línea (One line model). Para los casos cuando se presenten fenómenos no lineales, como la interacción de componentes, este tipo de modelos no es válido.

3.6 Modelos para aguas someras

Como ya se comentó, se considera aguas someras cuando la longitud y la amplitud de la onda son comparables en magnitud con la profundidad. Esto se puede presentar en dos casos: el primero, cuando se trata de ondas largas, como mareas y tsunamis, cuyo período y longitud de onda son tan grandes que casi cualquier fondo es somero; y el segundo, cuando ondas generadas por viento, como las que analizan los modelos anteriores, se encuentren en profundidades muy reducidas.

3.6.1 Ecuaciones de Aguas Someras

Cuando se estudian escenarios en los que la hidrodinámica está dominada por ondas de marea, cuyos períodos son grandes y sus efectos actúan a gran escala, no pueden utilizarse los planteamientos anteriores. Para ello existen las llamadas ecuaciones de aguas someras (shallow water equations), una de continuidad y otra de cantidad de movimiento, formuladas especialmente para estos casos, y cuya solución es transitoria.

Las ecuaciones de aguas someras desprecian aspectos que en los casos anteriores son importantes, e incorporan otros que dada la escala del problema se hacen trascendentes. Pueden obtenerse de muchas formas, la más común es a partir de la integración en la vertical de las ecuaciones de Euler. Dentro de los efectos que incorporan destacan: la fuerza de Coriolis, fuerzas turbulentas mediante el concepto de viscosidad turbulenta, transmisión

de energía del viento al agua, y fricción de fondo. Dado que los períodos son muy grandes, pueden despreciarse las componentes verticales de la velocidad y la aceleración.

En la literatura hay gran variedad de versiones de las ecuaciones de aguas someras, que se diferencian por número de fenómenos que consideren, la forma en que son introducidos, y el grado de precisión conservado en la derivación de las ecuaciones. Las hay lineales (*LSWE*, linear shallow water equations), ligeramente no lineales (*WNSWE*, weakly nonlinear shallow water equations) y completamente no lineales (*FNSWE*, fully nonlinear shallow water equations).

Como ejemplos de programas para resolver problemas de hidrodinámica de esta naturaleza pueden mencionarse: Los modelos *RMA*, desarrollados por la empresa Resource Management Associates, y el *H2D* programado en la Universidad de Cantabria.

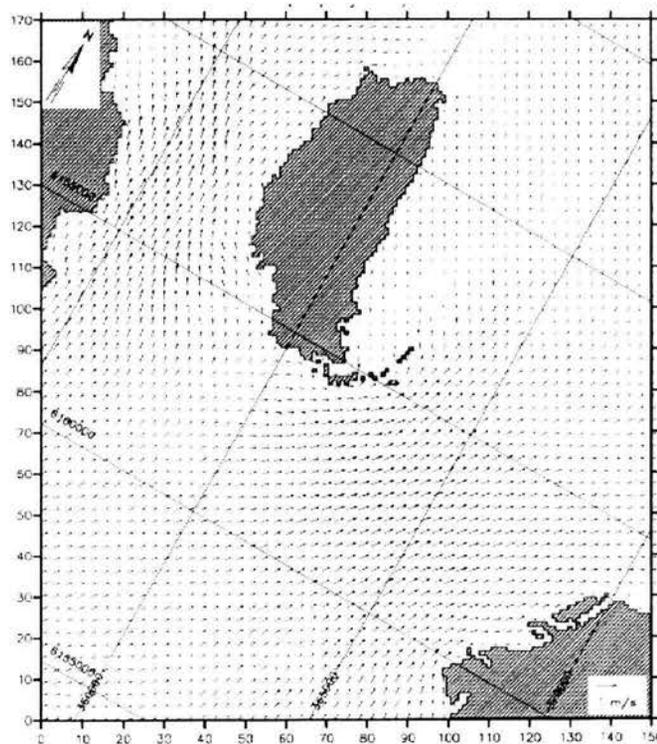


Figura 3.8 Corrientes generadas por marea obtenidas mediante el Módulo de ecuaciones de aguas someras del Mike 21

En los últimos años las ecuaciones para aguas someras han sido las más utilizadas para el estudio de tsunamis, siendo una excelente aproximación, ya que sus cualidades y posibilidades de modelación concuerdan muy bien con las características de las ondas sísmicas. Sin embargo no debe olvidarse que el desarrollo de estas ecuaciones siempre ha sido regido por la necesidad de representar mareas, que son generadas y restauradas por fuerzas distintas. Mientras que un tsunami es una onda gravitacional, una marea es una onda astronómica, además de que el período de los primeros va de los minutos a pocas horas, y el de los segundos es de 12 o más horas.

3.6.2 Modelos tipo Boussinesq

Los modelos tipo Boussinesq fueron desarrollados originalmente con el objetivo de representar al mismo tipo de ondas que los modelos basados en la ecuación de la pendiente suave representan en aguas profundas (ondas generadas por viento y restauradas por gravedad), pero con la diferencia de estar diseñados expresamente para profundidades someras, cercanas a la zona de rompiente, o para ondas restituidas después de la rotura. Son sumamente importantes, ya que es justo en esta zona donde se encuentra la inmensa mayoría de las obras de interés de la Ingeniería Marítima, Portuaria y Costera. Su capacidad para representar refracción, someramiento, difracción y reflexión, los hace muy potentes.

Su nombre se debe a que están basados en ecuaciones tipo Boussinesq, una de continuidad y otra de cantidad de movimiento, cuya solución es transitoria. La primer versión fue presentada por M.J. Boussinesq en 1872 derivada a través de la integración de la ecuación de Laplace, válida para fondo horizontal. Peregrine en 1967 presentó una versión modificada capaz de modelar la propagación del oleaje en aguas someras con fondo variable. Estas dos ecuaciones tenían como principal defecto el ser válidas únicamente en aguas someras, dificultándose su aplicación práctica, sin embargo, posteriormente varios investigadores han presentado versiones modificadas para ampliar su rango de validez hasta aguas de transición y para modelar de forma más completa la interacción no lineal entre componentes.

La precisión de estos modelos en aguas someras ha impulsado el estudio del ascenso máximo (runup) y de la hidrodinámica de rotura, lo cual ha servido para mejorar otros modelos, como los de dinámica de sedimentos en la zona de rompiente y en la zona de lavado.

A pesar de ser mucho más adecuados para casi cualquier problema de ingeniería costera, son muy difíciles de implementar, por lo que hasta ahora su uso se ha restringido a la investigación aplicada, sin embargo en muy pocos años serán llevados a su aplicación práctica. Entre algunas versiones programadas pueden mencionarse al *Funwave*, de la Universidad de Delaware, al *Coulwave* de la Universidad de Cornell, al Módulo de Boussinesq del paquete Mike 21, y al programa *SimWave* de la Universidad de Rhode Island, del cual se presenta un ejemplo en la Figura 3.9.

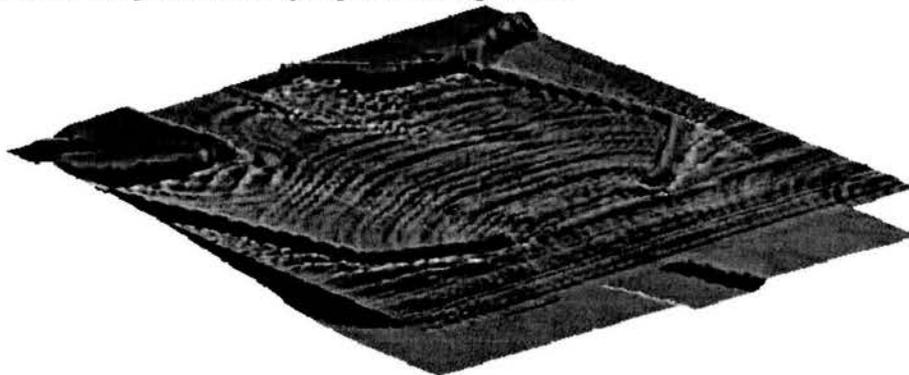


Figura 3.9 Ejemplo de propagación con el programa SimWave

Si bien estos modelos fueron pensados originalmente para ondas gravitacionales generadas por viento propagándose en aguas someras, todas las hipótesis y procedimientos de su desarrollo son perfectamente compatibles con lo aplicable a tsunamis, que también son ondas gravitacionales. Ambos casos se tratan de ondas en aguas poco profundas, la diferencia es que para el oleaje por viento la profundidad es lo que lo hace somero, mientras que con tsunamis lo hace la longitud de onda.

Por lo anterior, en concepto es más consistente estudiar tsunamis con modelos tipo Boussinesq que con las ecuaciones para aguas someras, sin embargo el desarrollo de los primeros es muy reciente. El tradicional estudio de ondas sísmicas con las ecuaciones para aguas someras se debe a que durante mucho tiempo fueron la herramienta disponible más adecuada para su análisis.

3.7 Conclusiones

Un tsunami es una onda que por sus características puede considerarse somera casi en cualquier profundidad. Durante mucho tiempo, principalmente antes de que se contara con computadoras como las actuales, fue práctica común estudiarlos con modelos diseñados para ondas periódicas en aguas profundas o en el mejor de los casos como ondas solitarias, y aunque representaron una buena aproximación cualitativa, no permiten llegar al grado de definición cuantitativa de los modelos actuales.

En años recientes los tsunamis se han modelado satisfactoriamente con las ecuaciones para aguas someras, sin embargo los conceptos en que se basan no son perfectamente compatibles con la naturaleza de una onda sísmica.

Recientemente se ha desarrollado una nueva familia de modelos, los tipo Boussinesq, cuyos principios concuerdan con los tsunamis mejor que las ecuaciones de aguas someras, sin embargo se encuentran aún en una fase de investigación. Por la velocidad con que se están desarrollando los modelos tipo Boussinesq resulta oportuno aplicarlos desde ahora a la propagación de tsunamis.

CAPÍTULO 4
MODELADO DE OLEAJE CON
ECUACIONES TIPO BOUSSINESQ

4 MODELADO DE OLEAJE CON ECUACIONES TIPO BOUSSINESQ

Dada la necesidad de describir la propagación del oleaje en profundidades reducidas, donde interacciones no lineales entre componentes son intensas y los modelos lineales tienen muchas restricciones, en los últimos años, el modelado matemático de la transformación del oleaje con las llamadas ecuaciones tipo Boussinesq ha recibido gran atención de investigadores alrededor del mundo. La importancia de estas ecuaciones radica en su capacidad para describir la hidrodinámica cerca de la zona de rompiente, del tal forma que dicha información alimenta modelos de transporte de sedimentos, de circulación o de inundación (runup); el último de éstos de carácter vital para los intereses del estudio de riesgo por incidencia de tsunamis.

En este capítulo se presenta de forma resumida la deducción de las ecuaciones de Boussinesq originales, sus hipótesis básicas y los diferentes conjuntos de ecuaciones que se han desarrollado tomando como base el trabajo de Peregrine (1967), y que son conocidas como “ecuaciones tipo Boussinesq”, señalando las diferencias, alcances y limitaciones de cada una de ellas. En la parte final se describen detalladamente las ecuaciones utilizadas en el presente trabajo para la propagación de tsunamis, así como los criterios de rotura y runup aplicados.

4.1 Orígenes y parámetros representativos

La descripción del oleaje con este tipo de modelos fue introducida originalmente por Boussinesq (1872), para fondo plano unidimensional, pero sólo en forma de ecuaciones, ya que para entonces no había herramientas de cálculo que permitieran resolverlo fácilmente. El mérito de retomar este tipo de modelación, pero ya disponiendo de computadoras, es de Peregrine (1967) en un trabajo sobre propagación de ondas largas en una playa, donde presenta como principal aporte una modificación en las ecuaciones para hacerlas válidas en fondo variable. Por lo anterior, a las ecuaciones presentadas por Peregrine en 1967 se les conoce como *ecuaciones tipo Boussinesq clásicas*. Años después, Madsen, Murray y Sorensen (1991) propusieron una nueva forma de las ecuaciones de Boussinesq mejorando sus características de dispersión lineal. Con un procedimiento alternativo, Nwogu (1993) derivó un conjunto de ecuaciones en términos de la elevación y la velocidad a una altura arbitraria. La elevación, z , en este conjunto de ecuaciones es un parámetro libre a través del cual se mejora la dispersión lineal en comparación con las ecuaciones derivadas por Peregrine (1967). De los trabajos de Madsen et al. y Nwogu en adelante, las ecuaciones se conocen como *ecuaciones tipo Boussinesq extendidas*.

En las ecuaciones tipo Boussinesq existen dos parámetros de gran importancia: $\mu = kh$ (donde k es el número de onda y h la profundidad) que representa la profundidad relativa; y $\varepsilon = H/h$ (donde H es la altura de ola) que es un parámetro de no linealidad. En los trabajos tanto de Madsen et al. (1991) como de Nwogu (1993) se presentan aproximaciones de Padé para la solución de la ecuación de la dispersión, ambos conjuntos de ecuaciones son

conocidos como débilmente no lineales pues conservan la hipótesis tradicional de asumir la no linealidad y la dispersión al mismo orden de aproximación. Subsecuentemente, Liu (1994) o Wei et al. (1995) extendieron el trabajo de Nwogu incluyendo términos de orden superior en las ecuaciones, bautizando a sus modelos como “completamente” no lineales, señalando así que todos los términos de la expansión de la velocidad hasta el segundo orden $O(\mu^2)$ son retenidos en el desarrollo las ecuaciones.

Así entonces, la derivación de las ecuaciones tipo Boussinesq no consiste en un procedimiento único, sino que éstas se obtienen bajo diferentes suposiciones. Una derivación clásica propuesta por Peregrine (1967) y seguida por Nwogu (1993) entre otros, consiste en utilizar las ecuaciones de Euler y de continuidad integradas en la vertical. Otra derivación clásica es la seguida por Boussinesq (1872), Mei y Méhauté (1966), Svendsen (1974) en la que utiliza la ecuación de Laplace combinada con las condiciones de frontera cinemática y dinámica de la superficie libre, en función del potencial de velocidades. Autores como Wei et al. (1995), Chen y Liu (1995), Madsen y Schaffer (1998) han señalado que es posible modificar esta derivación por medio del empleo de la ecuación de continuidad integrada en la vertical, en lugar de la condición cinemática de frontera para la superficie libre.

A continuación se muestran las principales ecuaciones tipo Boussinesq así como las modificaciones propuestas por los diversos autores mencionados, se hace una discusión de sus virtudes, limitantes y diferencias.

4.2 Modelos del tipo Boussinesq

Se utiliza el término “Modelos *del tipo* Boussinesq” porque todos ellos son asintóticamente equivalentes, aunque para propósitos ingenieriles pueden encontrarse grandes diferencias. Los modelos se distinguen entre sí por las “ecuaciones *del tipo* Boussinesq” (una de continuidad y otra de cantidad de movimiento) que tienen por ecuaciones de gobierno, y el rango de validez de dichas ecuaciones depende de los términos y fenómenos involucrados en cada una de ellas. En aplicaciones de ingeniería suele ser necesario caracterizar también lo que sucede en aguas intermedias y profundas, rango donde la mayoría de estos modelos dejan de ser válidos, por ello es necesario conocer los alcances y limitaciones de cada formulación.

4.2.1 Ecuaciones originales de Boussinesq (1872)

La primer pareja de ecuaciones de gobierno (continuidad y cantidad de movimiento) fue presentada por M. J. Boussinesq en 1872, y tenía como objetivo describir la propagación del oleaje en fondo plano y profundidad somera, sin embargo para entonces no existía herramienta de cálculo alguna que permitiera su solución numérica.

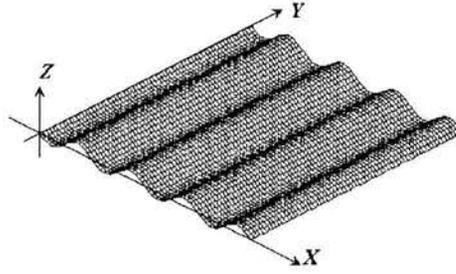


Figura 4.1 Oleaje propagándose sobre el eje X

Considerando un oleaje propagándose en la dirección del eje X , como se muestra en la Figura 4.1, de modo que pueda omitirse del análisis a la componente en Y , la ecuación de Laplace, que es la ecuación de continuidad para un fluido incompresible es

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1)$$

y puede expresarse también como sigue

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z^2} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x^2} \quad (4.2)$$

Para conocer el potencial de velocidades $\Phi(x, z, t)$ la ecuación anterior se integra dos veces con respecto a z , con lo que se obtiene que el potencial de velocidades total en cualquier elevación z , el cual es función de una contribución del fondo y una integral en z de la segunda derivada de Φ en x . Subsecuentemente, utilizando un esquema de aproximaciones sucesivas de Picard (mejor conocido como método de aproximaciones sucesivas para ecuaciones diferenciales), la contribución del fondo es introducida en la integral y se obtiene con ello una siguiente aproximación. El procedimiento anterior se repite hasta tener en la integral una derivada parcial del potencial respecto a x de 4º orden, esto es

$$\Phi(x, z, t) \approx \phi_b(x, t) - \frac{(z+h)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi_b}{\partial x^2} + \frac{(z+h)^4}{4!} \frac{\partial^4 \phi_b}{\partial x^4} \quad (4.3)$$

donde ϕ_b es el potencial de velocidades en el fondo. La ecuación anterior también puede derivarse a través de una expansión en serie de Taylor alrededor de $z = -h$ (h es el tirante de agua). El potencial de velocidades de la expresión (4.3) se introduce en las condiciones de contorno dinámica y cinemática de superficie libre, y cinemática de fondo, operando y manteniendo términos no lineales hasta el cuarto orden, se llega finalmente a las ecuaciones tipo Boussinesq originales:

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial u_b}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{2} h^2 \frac{\partial^3 u_b}{\partial x^2 \partial t} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta) u_b] = \frac{1}{6} h^3 \frac{\partial^3 u_b}{\partial x^3} \quad (4.5)$$

donde u_b es la velocidad en el fondo y η es la elevación de la superficie libre respecto al nivel de aguas tranquilas. Cabe resaltar que estas ecuaciones son válidas únicamente para

propagación unidimensional en fondo plano. Los términos con tercera derivada que se observan en los miembros de lado derecho son resultado de la dispersión de frecuencias. Si se omiten dichos términos se obtienen las ecuaciones clásicas de aguas someras (shallow water equations):

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial u_b}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u_b] = 0 \quad (4.7)$$

4.2.2 Ecuaciones de Peregrine (1967)

Fue hasta 1967 cuando D.H. Peregrine, con el respaldo de las herramientas computacionales de esa época, rescató las ecuaciones originales de Boussinesq y las modificó para que pudieran modelar la propagación del oleaje en fondo variable, agregó también un término de dispersión frecuencial, que amplió el rango de validez a profundidades relativas (kh) mayores. Peregrine se basó en las ecuaciones planteadas por Boussinesq (1872), considerando también inicialmente el fondo plano, pero durante el desarrollo no eliminó las diferenciales parciales que involucran cambios en el fondo y agregó un parámetro de escala, α , que consideraba cambios en la batimetría. Las ecuaciones que presentó, y que son conocidas como las *ecuaciones tipo Boussinesq clásicas* son:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + \varepsilon \eta) \bar{u}_m] = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_m}{\partial t} + \nabla \eta + \varepsilon (\bar{u}_m \cdot \nabla) \bar{u}_m + \mu^2 \left\{ \frac{h^2}{6} \nabla \cdot \left(\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial t} \right) - \frac{h}{2} \nabla \cdot \left[\nabla \cdot \left(h \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial t} \right) \right] \right\} = 0 \quad (4.9)$$

donde \bar{u}_m es la velocidad promediada en la vertical. La ecuación (4.8) es de continuidad y (4.9) es de cantidad de movimiento. Debe aclararse que fueron obtenidas asumiendo las siguientes tres hipótesis principales: la amplitud de onda es pequeña respecto a la profundidad, la longitud de onda es grande respecto a la profundidad, los cambios en la batimetría son muy graduales en comparación con la longitud de onda (cambios bruscos en la batimetría generan inestabilidades); sin embargo, la aproximación es bastante aceptable para fines ingenieriles. La principal limitación de este conjunto de ecuaciones es que pierde validez rápidamente cuando se incrementa la profundidad relativa kh , lo cual se refleja en inconsistencias e inestabilidades en la solución.

4.2.3 Ecuaciones de Madsen, Murray y Sorensen (1991)

Madsen et al. (1991) realizaron una perturbación a las ecuaciones de Peregrine, con la que obtuvieron un término adicional de dispersión frecuencial, el cual les permitió obtener ecuaciones igualmente válidas en aguas someras que las de Peregrine, pero con mayor

rango de aplicación hacia aguas más profundas. Para la ecuación de gobierno hicieron uso de la siguiente forma de la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.10)$$

donde $\bar{u}_m = (u, v)$ es la velocidad promediada en la vertical, y de la ecuación de cantidad de movimiento en x y y

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{h+\eta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{uv}{h+\eta} \right) + g(h+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ - \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y \partial z} \right) - Bgh^3 \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v^2}{h+\eta} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{uv}{h+\eta} \right) + g(h+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ - \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left(\frac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial t} + \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} \right) - Bgh^3 \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^3} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial x^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

donde B es un parámetro de calibración.

4.2.4 Ecuaciones de Nwogu (1993)

En 1993 Nwogu publicó una forma alternativa de obtener las ecuaciones, diferente a la de Boussineq, partiendo directamente de las ecuaciones de movimiento de Euler (simplificación de las de Navier-Stokes para flujos no viscosos), e integrándolas desde el fondo hasta la superficie libre, y a diferencia de las anteriores, que tenían a la velocidad promediada en la vertical como variable dependiente, las expresó en función de la velocidad referida a una profundidad cualquiera; con esto amplió radicalmente el rango de valores de kh para los cuales las ecuaciones son válidas. Las ecuaciones bidimensionales, en forma vectorial, se muestran a continuación:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \left[(h + \varepsilon \eta) \bar{u}_\alpha \right] + \mu^2 \nabla \cdot \left\{ \left(\frac{z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \bar{u}_\alpha) + \left(z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla \left[\nabla \cdot (h \bar{u}_\alpha) \right] \right\} = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} + \nabla \eta + \varepsilon (\bar{u}_\alpha \cdot \nabla) \bar{u}_\alpha + \mu^2 \left\{ \frac{z_\alpha^2}{2} \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} \right) + z_\alpha \nabla \left[\nabla \cdot \left(h \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} \right) \right] \right\} = 0 \quad (4.13)$$

donde $\bar{u}_\alpha = (u_\alpha, v_\alpha)$ es el vector velocidad referido a una elevación arbitraria $z = z_\alpha$. El rango de validez de las ecuaciones varía según la elevación de referencia z_α que se elija. Nwogu propone el siguiente valor para minimizar errores

$$z_\alpha = -0.531h \quad (\alpha = 0.531) \quad (4.14)$$

aplicable al rango $0 < kh < \pi$ (aguas someras e intermedias).

La ecuación (4.12) es de continuidad, y (4.13) es de cantidad de movimiento. Obsérvese que, aunque las ecuaciones de Nwogu y de Peregrine tienen distinta velocidad como variable dependiente (\bar{u}_α y \bar{u}_m respectivamente), las ecuaciones de cantidad de movimiento (4.9) y (4.13) son perfectamente análogas; sin embargo las ecuaciones de continuidad (4.8) y (4.12) difieren, ya que la de Nwogu contiene un término de dispersión frecuencial (segundo término de la ecuación (4.12)) que la de Peregrine no contiene. Éste término representa, junto con la expresión de la velocidad referida a una elevación arbitraria, un incremento en el rango de validez del modelo, haciéndose válido para profundidades relativas kh mucho mayores que las ecuaciones clásicas.

4.2.5 Ecuaciones de Wei, Kirby, Grilli y Subramanya (1995)

Las ecuaciones de Madsen et al. (1991) y Nwogu (1993) fueron derivadas considerando que los efectos no lineales son moderados, y por eso son llamadas *débilmente no lineales*. Wei et al. utilizaron el mismo procedimiento que Nwogu (1993) pero considerando la interacción completamente no lineal, es decir, no despreciaron ningún término de los que omitió Nwogu bajo dicha hipótesis.

Es importante hacer mención que Wei et al. (1995) derivaron dos conjuntos de ecuaciones de Boussinesq, uno de ellos presentado previamente por Chen y Liu en 1994, en el que las ecuaciones están en función del potencial de velocidades promediado en la profundidad.

Las ecuaciones derivadas por Wei y conocidas como *completamente no lineales* son la ecuación de continuidad y cantidad de movimiento, respectivamente:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{M} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} + \varepsilon (\bar{u}_\alpha \cdot \nabla) \bar{u}_\alpha + \nabla \eta + \mu^2 \mathbf{V}_1 + \varepsilon \mu^2 \mathbf{V}_2 - O(\mu^4) = 0 \quad (4.16)$$

donde

$$\mathbf{M} = (h + \varepsilon \eta) \left[\bar{u}_m + \mu^2 \left\{ \left[\frac{1}{2} z_\alpha^2 - \frac{1}{6} (h^2 - h\varepsilon\eta + (\varepsilon\eta)^2) \right] \nabla (\nabla \cdot \bar{u}_\alpha) \right. \right. \\ \left. \left. + \left[z_\alpha + \frac{1}{2} (h + \varepsilon\eta) \right] \nabla (\nabla \cdot (h\bar{u}_\alpha)) \right\} \right] + O(\mu^4) \quad (4.17)$$

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{2} z_\alpha^2 \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} \right) + z_\alpha \nabla \left(\nabla \cdot \left(h \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} \right) \right) - \nabla \left[\frac{1}{2} (\varepsilon\eta)^2 \nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} + \varepsilon\eta \nabla \cdot \left(h \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial t} \right) \right] \\ \mathbf{V}_2 = \nabla \left[(z_\alpha - \varepsilon\eta) (\bar{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot (h\bar{u}_\alpha)) + \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - (\varepsilon\eta)^2) (\bar{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot \bar{u}_\alpha) \right] \\ + \frac{1}{2} \nabla \left[(\nabla \cdot (h\bar{u}_\alpha) + \varepsilon\eta \nabla \cdot \bar{u}_\alpha)^2 \right] \quad (4.18)$$

Las expresiones anteriores representan un ventaja importante respecto a sus antecesoras (Nwogu), ya que ampliando el orden del desarrollo se logra incrementar el rango de validez hacia aguas más profundas, debido en gran medida a la capacidad de resolver de forma más estricta el problema de la interacción entre componentes.

4.2.6 Ecuaciones de Gobbi, Kirby y Wei (2000)

Las ecuaciones de Gobbi, et al. (2000) derivadas para fondo horizontal, mejoran la representación de la cinemática del oleaje, especialmente en rangos de profundidades intermedias a aguas profundas. Fueron obtenidas por medio de un procedimiento similar al seguido por Nwogu (1993) y Wei et al. (1995), conservando términos de $O(kh)^4$ en el desarrollo. Esto implica una evidente mejoría en la descripción tanto de la interacción entre componentes como de la dispersión de frecuencias con respecto a la aproximación que incluye términos al $O(kh)^2$, especialmente en aguas profundas. Una segunda aportación importante es que, al hacer la integración de las ecuaciones de Euler desde el fondo hasta la superficie libre, no lo hizo como sus dos predecesores, en un solo paso, sino que divide a la profundidad total en dos partes, buscando incluir completamente a la capa límite en una de ellas, esto lleva a debilitar una de las limitantes básicas de este tipo de modelos: suponer que la velocidad horizontal varía muy poco en la vertical, es decir, despreciar las derivadas parciales de la velocidad respecto a z . Sus ecuaciones se presentan a continuación.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left[H \nabla \tilde{\phi} + \frac{1}{2} \mu^2 \left(BH - \frac{1}{3} (1 + 3\varepsilon \eta) \right) \nabla (\nabla^2 \tilde{\phi}) \right] \\ \left[+ \frac{1}{4} \mu^4 \left(B^2 - \frac{1}{3} B - \frac{1}{6} D + \frac{1}{30} \right) \nabla (\nabla^2 \nabla^2 \tilde{\phi}) \right] \end{array} \right\} - O(\mu^6) = 0 \quad (4.19)$$

es la ecuación de continuidad, y

$$\begin{aligned} \eta + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + \frac{1}{2} \mu^2 [B - (1 + \varepsilon \eta)] \nabla^2 \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + \frac{1}{4} \mu^4 \left(B^2 - B - \frac{1}{6} D + \frac{1}{6} \right) \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} \\ + \frac{1}{2} \varepsilon \left[(\nabla \tilde{\phi})^2 + \mu^2 (B - 1) \nabla \tilde{\phi} \cdot \nabla (\nabla^2 \tilde{\phi}) + \mu^2 (\nabla^2 \tilde{\phi})^2 \right] - O(\mu^6, \varepsilon \mu^4) = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

es la ecuación de cantidad de movimiento, donde

$$\begin{aligned} \tilde{\phi} &\equiv \beta \phi_a + (1 - \beta) \phi_b \\ B &\equiv \beta (1 + z_a)^2 + (1 - \beta) (1 - z_b)^2 \\ D &\equiv \beta (1 + z_a)^4 + (1 - \beta) (1 - z_b)^4 \end{aligned} \quad (4.21)$$

ϕ_a y ϕ_b son los potenciales de velocidad a las elevaciones z_a y z_b respectivamente, y β es un parámetro que indica la proporción en que es dividida la profundidad.

Las propiedades de dispersión lineal de este modelo son excelentes, sin embargo, cabe resaltar que el comportamiento no lineal del oleaje es suficientemente bien capturado por

una aproximación de orden inferior, como la de Wei et al. (1995). De igual forma, es necesario señalar que la mejora de las propiedades de dispersión lineal va ligada a un alto costo computacional y numérico para su implementación, ya que las soluciones de los polinomios de cuarto orden que se utilizan requieren de derivadas espaciales de quinto orden en un sistema de ecuaciones más complejo. Más aún, existen dificultades para definir condiciones de frontera con significado físico para las derivadas de orden superior.

4.2.7 Ecuaciones multi-capas de Lynett, (2002)

Lynett (2002) propuso un nuevo procedimiento para derivar las ecuaciones integradas en la vertical a órdenes de aproximación superiores, esto es, que a diferencia de Gobbi et al. (2002) quien dividió la profundidad en dos capas, Lynett la divide en más partes. Su desarrollo se basa en emplear una aproximación basada en múltiples polinomios cuadráticos (uno por capa) en lugar del uso de polinomios de orden superior para definir al flujo vertical, definiendo las capas y sus interfases a lo largo de la columna de agua, con el objeto de acoplar los resultados obtenidos por cada polinomio cuadrático. La principal diferencia de esta aproximación, con respecto a la propuesta por Gobbi et al. (2002), es que se obtiene un modelo preciso sin la inclusión de derivadas espaciales de orden superior (5to) y el consecuente esfuerzo numérico y computacional que se requiere para resolverlas es menor.

Su conjunto de ecuaciones para N capas, esta conformado por:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \sum_{n=1}^N \left(\frac{b_n - 1}{h_0} \eta_{n-1} - \frac{b_n}{h_0} \eta_n \right) u_n \\
 & - \nabla \cdot \sum_{n=1}^N \mu_n^2 \frac{d_n}{h_0} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{\left(\frac{b_{n-1}}{d_n} \eta_{n-1} \right)^3 - \left(\frac{b_n}{d_n} \eta_n \right)^3}{6} - \frac{\left(\frac{b_{n-1}}{d_n} \eta_{n-1} - \frac{b_n}{d_n} \eta_n \right) z_n^2}{2} \right] S_n \\ & + \left[\frac{\left(\frac{b_{n-1}}{d_n} \eta_{n-1} \right)^2 - \left(\frac{b_n}{d_n} \eta_n \right)^2}{2} - \left(\frac{b_{n-1}}{d_n} \eta_{n-1} - \frac{b_n}{d_n} \eta_n \right) z_n \right] \nabla T_n \end{aligned} \right\} - O(\mu_n^4) = 0 \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial u_1}{\partial t} + \varepsilon_0 u_1 \cdot \nabla u_1 + \nabla \zeta + \mu_1^2 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\kappa_1^2}{2} \nabla S_1 + \kappa_1 \nabla T_1 \right\} \\
 & + \varepsilon_0 \mu_1^2 \left[(u_1 \cdot \nabla \kappa_1) \nabla T_1 + \kappa_1 \nabla (u_1 \cdot \nabla T_1) + \kappa_1 (u_1 \cdot \nabla \kappa_1) \nabla S_1 + \frac{\kappa_1^2}{2} \nabla (u_1 \cdot \nabla S_1) \right] \\
 & + \varepsilon_0 \mu_0^2 \left[T_1 \nabla T_1 - \nabla \left(\zeta \frac{\partial T_1}{\partial t} \right) \right] + \varepsilon_0 \mu_0^2 \nabla \left(\zeta S_1 T_1 - \frac{h_0 \zeta^2}{d_1} \frac{\partial S_1}{\partial t} - \zeta u_1 \cdot \nabla T_1 \right) \\
 & + \varepsilon_0^2 \varepsilon_1 \mu_0^2 \nabla \left[\frac{\zeta^2}{2} \left(S_1^2 - \frac{h_0}{d_1} u_1 \cdot \nabla S_1 \right) \right] - O(\mu_0^2 \mu_1^2) = 0 \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& u_n + \mu_n^2 \left\{ \frac{\kappa_n^2 - \left(\frac{b_{n-1}}{d_n} \eta_{n-1}\right)^2}{2} \nabla S_n + \left(\kappa_n - \frac{b_{n-1}}{d_n} \eta_{n-1}\right) \nabla T_n \right\} = u_{n-1} \\
& + \mu_{n-1}^2 \left\{ \frac{\kappa_{n-1}^2 - \left(\frac{b_{n-1}}{d_{n-1}} \eta_{n-1}\right)^2}{2} \nabla S_{n-1} + \left(\kappa_{n-1} - \frac{b_{n-1}}{d_{n-1}} \eta_{n-1}\right) \nabla T_{n-1} \right\} + O(\mu_{n-1}^4, \mu_n^4)
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Este modelo sigue en etapa experimental dado que únicamente ha sido validado en su versión para dos capas, de igual manera, es importante mencionar que el tiempo de cálculo para la solución de estas ecuaciones es linealmente proporcional al número de capas que se utilizan. En otras palabras, si se utilizan dos capas, el tiempo de cálculo es el doble del que requieren las ecuaciones propuestas por Wei et al. (1995) o Chen y Liu (1995).

Al igual que Gobbi et al. (2000), Lynett señala que la virtud del conjunto de ecuaciones que propone se encuentra en la adecuada captura de las propiedades de dispersión lineal hacia aguas profundas, logrando con esto una ampliación al rango de aplicabilidad de las ecuaciones de Boussinesq.

4.3 Mecanismos para la disipación de energía

En un interés por ampliar el rango de aplicación de las ecuaciones de Boussinesq, más allá de la zona de rotura y hasta la zona de lavado (swash), diversos autores han propuesto dos mecanismos de disipación o pérdidas de energía, estos son, fricción de fondo y rotura del oleaje.

Ambos mecanismos se incluyen en las ecuaciones originales por medio de términos “ad hoc”, denominados así por que no provienen del procedimiento de deducción de las ecuaciones sino que son dos términos que se incluyen para modificar la ecuación de cantidad de movimiento, tal que la ecuación toma la forma:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \dots + R_f - R_b = 0 \tag{4.25}$$

donde R_f es el término que considera la fricción de fondo y R_b la rotura del oleaje. En esta sección se presentan algunos de los términos comúnmente empleados y propuestos por varios investigadores.

4.3.1 Fricción de Fondo

Con respecto a este mecanismo parece haber coincidencias en la forma de tratarlo, investigadores como Chen et al. (1999), Kennedy et al. (2000), Lynett et al. (2000), entre otros, emplean la siguiente aproximación cuadrática:

$$R_f = \frac{f}{H} \bar{u}_b |\bar{u}_b| \quad (4.26)$$

donde f representa el coeficiente de fricción de fondo, que según diversas investigaciones como la de Kobayashi et al. (1997) puede tomar valores entre 10^{-3} y 10^{-2} . H representa la profundidad total y \bar{u}_b es la velocidad horizontal en el fondo.

4.3.2 Modelos de Rotura

La rotura es uno de los procesos más importantes a tomar en cuenta si se desea propagar el oleaje hasta la costa. Es sabido que este fenómeno se acompaña de gran vorticidad y turbulencia, por lo que es difícil representarlo a través de un modelo que basa sus ecuaciones en el concepto de irrotacionalidad o rotacionalidad débil.

En este sentido, si se desea incluir la rotura dentro de las ecuaciones, es necesario parametrizar las características principales de dicho fenómeno. Dentro de la literatura, se encuentran dos formas principales para añadir la rotura a la propagación del oleaje con las ecuaciones de Boussinesq integradas en la vertical, la primera de ellas consiste en imponer una disipación numérica artificial, dependiente del intervalo de tiempo y el espaciamiento entre puntos de la malla y la segunda, más comúnmente empleada por los investigadores, añade los términos “ad hoc” antes mencionados.

Hasta el momento, las formulaciones propuestas bajo la dirección de añadir términos “ad hoc” son:

- Eddy viscosity formulation (Kennedy et al, 2000);
- Surface roller formulation (Shäffer et al, 1993);
- Vorticity formulation (Svendsen et al, 1996).

Para el modelo de propagación e inundación de tsunamis presentado en este trabajo se emplea la formulación de viscosidad de remolino propuesta por Kennedy et al. (2000), que toma como base el trabajo de Zelt (1991). Kennedy et al. (2000) utilizan las ecuaciones de Wei et al. (1995) para validar su criterio, el cual se basa exclusivamente en resultados de laboratorio, dicho criterio consiste en la introducción de un término de viscosidad de remolino en la ecuación de cantidad de movimiento, mismo que permite simular la disipación de energía durante este fenómeno. Utilizan un parámetro η_i^* que indica el momento en que la rotura comienza y termina, y por lo tanto el período durante el cual actúa la viscosidad turbulenta. La dinámica de la rotura se representa en forma similar a un salto hidráulico.

4.4 Modelado del Runup y Rundown

La propagación del oleaje con las ecuaciones de Boussinesq en aguas intermedias es una tarea que se encuentra bien entendida y representada por las ecuaciones hasta ahora

desarrolladas, sin embargo, otros procesos como el del runup y rundown (flujo de ascenso y descenso sobre un talud) siguen siendo tareas por perfeccionar en futuras investigaciones.

Dentro del dominio de las ecuaciones de Boussinesq, en la literatura, hasta ahora dos técnicas numéricas han sido propuestas para modelar la condición de frontera que simula el movimiento de la línea de costa.

La primera, conocida como técnica del *slot* fue propuesta por Madsen et al. (1997) y modificada por Kennedy et al. (2000). Modela el runup en una playa que se considera como “permeable” a través de una ranura que da continuidad de masa a todo el dominio, lo que permite evaluar las ecuaciones de Boussinesq para profundidades negativas (por encima del nivel medio del mar). Es importante mencionar que esta técnica puede arrojar errores de hasta 10% del valor máximo de run up, y sus resultados son sólo útiles en el campo de las elevaciones alcanzadas por el agua, no así en velocidades. Esta formulación es la utilizada en el modelo de inundación por tsunamis presentado en este trabajo.

Por otra parte, Lynett et al. (2002) propusieron lo que se conoce como algoritmo de frontera móvil, que considera el mojado y secado de celdas dentro del dominio de cálculo. Esta condición es un artificio numérico que consiste en extrapolar a partir del último punto considerado como mojado los últimos seis puntos identificados como secos, con el objeto de poder evaluar las derivadas numéricas cerca de la interfase de la superficie libre del mar con la playa. El criterio que determina la condición de mojado para cada nodo queda determinado por medio de un parámetro umbral que se define en base a la estabilidad numérica del modelo, que por recomendación de sus autores debe tener un valor de 1/50 de la altura de ola incidente.

De acuerdo con los resultados de una comparación de ambos criterios, realizada por Otta y Pedrozo (2003), el criterio propuesto por Lynett et al. (2002) se apega más a las condiciones reales de hidrodinámica en la zona de lavado (velocidades), mientras que la técnica del slot es más precisa en la determinación de la elevación de la superficie libre del agua. Lo anterior indica que el criterio de Lynett es más adecuado para modelos de transporte de sedimentos y la técnica del slot es mejor para modelos de inundación.

4.5 Modelo de propagación de tsunamis y su inundación en la costa

La diferencia fundamental entre las ecuaciones presentadas en el apartado 4.2 radica en su capacidad para representar adecuadamente el oleaje hacia las aguas de transición. Todas ellas son adecuadas para aguas someras, pero las más recientes son mejores que las primeras para reproducir la cinemática de las ondas en aguas de transición. Otra de las diferencias es la capacidad que tienen de representar la no linealidad y la interacción entre componentes, que igualmente mejora en las ecuaciones más recientes. Obviamente la dificultad de implementación aumenta en función de la calidad de modelación deseada, y en algunos casos las ventajas que añade una formulación no son del nivel del incremento en la dificultad de resolución.

Se ha observado que en muchas aplicaciones ingenieriles las ecuaciones de Nwogu (1993) arrojan resultados adecuados, aunque las de Wei et al. (1995), que provienen del mismo desarrollo pero son más potentes, lo hacen todavía mejor, y sin incrementar demasiado la dificultad de resolución. De ahí en adelante las dificultades de implementación son excesivas para lo que realmente se mejora en términos ingenieriles. Por esto se considera que utilizar las ecuaciones de Wei et al. (1995) es la mejor opción en términos dificultad-precisión para la modelación de tsunamis en este trabajo. Sin embargo, dichas ecuaciones, y en general todas las del apartado 4.2, sólo son válidas para oleaje no rompiente, por lo que deben agregarse términos que hagan posible modelar la disipación de energía durante la rotura. Problemas aparte son la inclusión de fricción de fondo y el modelado del runup (inundación), fundamentales en el estudio de tsunamis.

Como ya se mencionaba en los apartados 4.3 y 4.4, Kennedy, Chen, Kirby y Dalrymple (2000) presentaron un modelo integrado de propagación de oleaje basado en las ecuaciones de Wei et al. (1995), dotado con un criterio de rotura y otro de runup, el cual ha sido validado por ellos mismos. Por la conveniencia en el uso y aplicabilidad de las ecuaciones de Wei et al. (1995) y su compatibilidad con los criterios de rotura y runup de Kennedy et al. (2000) se considera que son la mejor opción para el modelo de propagación – inundación de tsunamis de este trabajo.

Las ecuaciones del modelo integrado de Kennedy et al. (2000), ya con rotura, runup y fricción incluida son

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = E(\eta, u, v) + \gamma E_2(\eta, u, v) + f(x, y, t) \quad (4.27)$$

de continuidad, y

$$\frac{\partial U(u)}{\partial t} = F(\eta, u, v) + \frac{\partial F_1(v)}{\partial t} + \gamma \left[F_2(\eta, u, v) + F' \left(\eta, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] + F_b + F_{br} + F_{sp} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial V(v)}{\partial t} = G(\eta, u, v) + \frac{\partial G_1(u)}{\partial t} + \gamma \left[G_2(\eta, u, v) + G' \left(\eta, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] + G_b + G_{br} + G_{sp} \quad (4.29)$$

de cantidad de movimiento en X y Y respectivamente, donde u y v son las componentes horizontales en X y Y de la velocidad $\bar{u}_\alpha = (u, v)$, y γ es un parámetro de control que de ser unitario convierte a las ecuaciones en *completamente no lineales* (Wei et al., 1995), y de ser cero las convierte en *débilmente no lineales* (Nwogu, 1993). Las variables U , V , E , E_2 , F , F_1 , F_2 , G , G_1 , G_2 , F' y G' son funciones de η , u , v ó v_i , y están definidas como sigue

$$U = u + h \left[b_1 h \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (hu) \right] \quad (4.30)$$

$$V = v + h \left[b_1 h \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} (hv) \right] \quad (4.31)$$

$$E = -\frac{1}{\kappa} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\Lambda u) + \frac{\partial}{\partial y} (\Lambda v) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ a_1 h^3 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + a_2 h^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (hu) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (hv) \right] \right\} \quad (4.32)$$

$$- \frac{\partial}{\partial y} \left\{ a_1 h^3 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + a_2 h^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (hu) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (hv) \right] \right\} \\ F = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4.33)$$

$$G = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (4.34)$$

$$F_1 = -h \left[b_1 h \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (hv) \right] \quad (4.35)$$

$$G_1 = -h \left[b_1 h \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (hu) \right] \quad (4.36)$$

$$E_2 = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[a_1 h^2 \eta + \frac{1}{6} \eta (h^2 - \eta^2) \right] \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \right\} \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[a_2 h \eta + \frac{1}{2} \eta (h + \eta) \right] \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} (hu) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (hv) \right) \right\} \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[a_1 h^2 \eta + \frac{1}{6} \eta (h^2 - \eta^2) \right] \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right\} \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[a_2 h \eta + \frac{1}{2} \eta (h + \eta) \right] \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (hu) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (hv) \right) \right\} \quad (4.37)$$

$$F_2 = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2} (z_a^2 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial x} \left[u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \right\} \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2} (z_a - \eta) \frac{\partial}{\partial x} \left[u \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) \right] + v \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) \right] \right] \right\} \\ - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) + \eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right]^2 \right\} \quad (4.38)$$

$$G_2 = -\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial x} \left[u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} (z_\alpha - \eta) \frac{\partial}{\partial x} \left[u \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) \right] + v \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) \right] \right] \right] \right\} \quad (4.39)$$

$$- \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) + \eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right]^2 \right\} \\ F^t = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2} \eta^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] + \eta \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] \right\} \quad (4.40)$$

$$G^t = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{2} \eta^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] + \eta \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] \right\} \quad (4.41)$$

donde a_1 , a_2 , b_1 y b_2 son constantes que se relacionan con la profundidad adimensional de referencia $\alpha = z_\alpha / h = -0.531$ de la siguiente forma

$$a_1 = \frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{1}{6}; \quad a_2 = \alpha + \frac{1}{2}; \quad b_1 = \frac{1}{2} \alpha^2; \quad b_2 = \alpha \quad (4.42)$$

Los términos Λ y κ en (4.32) resultan de la aplicación de la técnica slot para el modelado del runup, serán descritos posteriormente. Para no aplicar esta técnica puede hacerse $\Lambda = h + \eta$ y $\kappa = 1$.

El término $f(x,y,t)$ de la ecuación (4.27) es la señal de entrada de la simulación.

El vector (F_b, G_b) en las ecuaciones (4.28) y (4.29) provienen de la fricción de fondo, dada por

$$(F_b, G_b) = \frac{K}{h + \eta} \bar{u}_\alpha |\bar{u}_\alpha| \quad (4.43)$$

donde K es el coeficiente de fricción, que vale aproximadamente $K = 1 \times 10^{-5}$, aunque debe detallarse experimentalmente.

El vector (F_{br}, G_{br}) que aparece en las ecuaciones (4.28) y (4.29) es producto del modelo de rompiente, descrito a continuación.

4.5.1 Modelo de rotura

Existen varias técnicas para modelar la rotura con ecuaciones tipo Boussinesq. Para que la modelación sea exitosa se requiere un mecanismo de disipación localizado espacialmente en el frente de onda, y temporalmente mientras dure este fenómeno.

En orden cronológico y de complejidad pueden mencionarse las siguientes técnicas existentes: la formulación de viscosidad turbulenta de Zelt (1991); el modelo *surface roller*

de corrección de momento, de Schäffer et al. (1993); y una versión mejorada del anterior presentada por Svendsen et al. (1996). Hasta el momento no existe evidencia contundente de que los modelos más complejos (Schäffer y Svendsen) arrojen resultados significativamente mejores al más sencillo (Zelt), por lo que se utilizará el de Zelt (1991).

Los términos $\bar{R}_b = (R_{bx}, R_{by})$ de las ecuaciones (4.28) y (4.29) que incluyen rotura por mezclado turbulento se definen como sigue

$$R_{bx} = \frac{1}{h+\eta} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_t \frac{\partial}{\partial x} ((h+\eta)u_a) \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \frac{\partial}{\partial y} ((h+\eta)u_a) + \nu_t \frac{\partial}{\partial x} ((h+\eta)v_a) \right] \right) \quad (4.44)$$

$$R_{by} = \frac{1}{h+\eta} \left(\frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \frac{\partial}{\partial y} ((h+\eta)v_a) \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_t \frac{\partial}{\partial y} ((h+\eta)u_a) + \nu_t \frac{\partial}{\partial x} ((h+\eta)v_a) \right] \right) \quad (4.45)$$

donde ν_t es la viscosidad turbulenta localizada en el frente de onda rompiente.

La viscosidad turbulenta se define mediante la siguiente expresión

$$\nu_t = B\delta_b^2 (h+\eta)\eta_t \quad (4.46)$$

donde δ_b es el coeficiente de longitud de mezclado. De varios resultados de laboratorio, se acepta que $\delta_b = 1.2$. Se ha observado que los cálculos son poco afectados por variaciones de δ_b , y valores entre 0.9 y 1.5 arrojan resultados muy semejantes. El parámetro B varía gradualmente entre 0 y 1, y sirve para controlar el comienzo y final de la disipación de energía, queda definido de la siguiente forma:

$$B = \begin{cases} 1, & \eta_t \geq 2\eta_t^* \\ \frac{\eta_t}{\eta_t^*} - 1, & \eta_t^* < \eta_t \leq 2\eta_t^* \\ 0, & \eta_t \leq \eta_t^* \end{cases} \quad (4.47)$$

El parámetro η_t^* marca el principio y final de la rotura, y es

$$\eta_t^* = \begin{cases} \eta_t^{(F)}, & t \geq T^* \\ \eta_t^{(I)} + \frac{t-t_0}{T^*} (\eta_t^{(F)} - \eta_t^{(I)}), & 0 \leq t-t_0 < T^* \end{cases} \quad (4.48)$$

donde T^* es el tiempo total que dura la rotura, t_0 es el tiempo en que inicia, y $t-t_0$ es el tiempo que lleva rompiendo ("edad de rotura"), que obviamente es siempre positivo. Se acepta que

$$\begin{aligned} 0.35\sqrt{gh} &< \eta_t^{(I)} < 0.65\sqrt{gh} \\ \eta_t^{(F)} &= 0.15\sqrt{gh} \\ T^* &= 5\sqrt{h/g}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Los límites de $\eta_t^{(I)}$ son para batimetrías irregulares y pendientes constantes respectivamente. Los valores para $\eta_t^{(I)}$, $\eta_t^{(F)}$ y T^* propuestos en la expresión (4.49) deben tomarse con cautela, ya que fueron ajustados con datos de laboratorio.

4.5.2 Modelo de runup de línea de costa móvil

Para modelar el runup en playas naturales, es necesario simular de forma realista la interfase tierra-agua. Para hacerlo, se utiliza un método basado en el de las ranuras de Tao (1983, 1984); en él se considera activo a todo el dominio de cálculo, pero se resuelven las ecuaciones modificadas en secciones donde el tirante de agua es muy reducido, o bien, no existe. Dichas ecuaciones asumen que en lugar de terreno sólido, la playa es conformada por terreno poroso, o bien con delgadas ranuras, con lo que se hace posible que el nivel del agua este por debajo de la elevación de la playa, como sucede en un medio poroso (Figura 4.3).



Figura 4.2 Definición esquemática de Runup

Remplazar un fondo sólido por uno ranurado resulta en una modificación a través de κ a la ecuación de continuidad, (4.27) y (4.32), donde

$$\kappa = \begin{cases} 1, & \eta > z^* \\ \delta + (1-\delta)e^{\lambda(\eta-z^*)/h_0}, & \eta \leq z^* \end{cases} \quad (4.50)$$

y

$$\Lambda = \begin{cases} \delta(\eta + h_0) + \frac{(1-\delta)h_0}{\lambda} \left(e^{\lambda \frac{(\eta-z^*)}{h_0}} - e^{-\lambda \frac{(h_0+z^*)}{h_0}} \right), & \eta \leq z^* \\ (\eta - z^*) + \delta(z^* + h_0) + \frac{(1-\delta)h_0}{\lambda} \left(1 - e^{-\lambda \frac{(h_0+z^*)}{h_0}} \right), & \eta > z^* \end{cases} \quad (4.51)$$

En las expresiones (4.50) y (4.51) δ es el ancho de la ranura respecto al ancho unitario de la playa, λ es un parámetro que suaviza la transición entre la unidad y δ , h_0 es la profundidad del agua antes de la rotura, ver Figura 4.3.

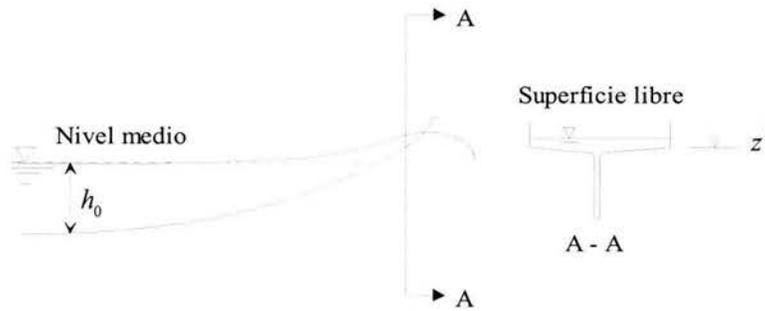


Figura 4.3 Esquema de las ranuras angostas para estudiar el runup en playas porosas

Madsen et al. (1997) utilizaron una variable del método de las ranuras en un modelo extendido de Boussinesq formulado en términos del volumen de flujo y de la elevación de la superficie libre. Aunque la concordancia entre datos numéricos y medidos es relativamente buena, comparaciones con la solución analítica de Carrier y Greenspan (1958) para el runup en una playa impermeable indican que este método tiende a subestimar la máxima altura alcanzada por el runup hasta en un 10%, aún si se utiliza un ancho de ranura muy pequeño. Lo anterior se debe a que antes de que el agua pueda cubrir áreas secas, el llenado de la primer ranura reduce ligeramente el volumen que asciende en el runup, y debido a que la máxima altura de éste es muy sensible a él, tiende a ser subestimada. Para evitar lo anterior Kennedy et al. (2000) proponen una formulación ligeramente diferente, que asegura que cuando el agua se encuentra por debajo de la entrada de la primer ranura, no habrá fugas de flujo. A pesar de lo anterior existen pequeñas pérdidas, pero son totalmente despreciables. Con base en lo anterior, Kennedy et al. (2000) propusieron para el valor de z^* incluido en la expresión (4.50) lo siguiente:

$$z^* = \frac{-h}{1-\delta} + h_0 \left(\frac{\delta}{1-\delta} + \frac{1}{\lambda} \right) \quad (4.52)$$

donde z^* es la elevación de la ranura.

Kennedy et al. (2002) encontraron que los valores de δ y λ que mejor concuerdan con la solución de Carrier y Greenspan (1958) son 0.002 y 80, respectivamente.

CAPÍTULO 5
IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA Y
RESULTADOS

5 IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA Y RESULTADOS

5.1 Implementación numérica

Como se mencionó en la introducción, la modelación de tsunamis en este trabajo se dividió en tres submodelos: Generación, propagación e inundación; el primero utiliza las expresiones presentadas en el capítulo 2, mientras que los dos segundos, como se vio en el capítulo 4, se incluyen dentro de un mismo modelo gracias a las características de las ecuaciones tipo Boussinesq utilizadas.

Las expresiones para calcular la deformación vertical del fondo marino debida a un movimiento cosísmico, obtenidas de la formulación de Okada (1985), por ser analíticas y explícitas no requieren esquema numérico alguno. Se programaron en lenguaje FORTRAN con ayuda de fragmentos del código *TOPICS*, proporcionado por el Dr. Philip Watts de Applied Fluids Engineering, Inc., y de los programas *DCSURF* y *DC3D* facilitados por el Dr. Yoshimitsu Okada, de la Universidad de Tskuba, Japón.

Para el modelado de la propagación e inundación se utilizaron como base dos códigos de FORTRAN: *GeoWave*, facilitado por el Dr. Philip Watts, y *FunWave*, por el Dr. James T. Kirby de la Universidad de Delaware. El esquema numérico se describe en los siguientes apartados.

El modelo completo se adaptó para ser ejecutado en computadora personal y en estación de trabajo, para los casos de aplicación presentados se utilizó la computadora Cray Origin 2000 propiedad de la UNAM.

5.1.1 Esquema de diferencias finitas

La solución numérica de ecuaciones tipo Boussinesq puede alterarse significativamente si se permite que los errores de truncado producto de la diferenciación e integración discreta se propaguen. Muchos de los esquemas desarrollados para solucionar este tipo de ecuaciones hacen uso de artificios como restar explícitamente a los resultados magnitudes del orden de los errores esperados. En este modelo le hace frente al problema utilizando esquemas de orden superior. Para incrementar los pasos de tiempo a partir de $n = 4$ se utiliza un sistema compuesto Adams-Bashforth-Moulton de cuarto orden (predictores Adams-Bashforth de tercer orden y correctores Adams-Moulton de cuarto), los tres primeros se calculan con el método de Runge Kutta. Los términos que incluyen derivadas parciales espaciales de primer orden son diferenciados con un grado de precisión $O(\Delta x^4)$, utilizando cinco puntos para la derivación. La derivación espacial y temporal de términos dispersivos de orden superior se realiza con precisión de segundo orden, que reduce una vez más los errores de truncado.

El dominio de estudio se representa espacialmente por una malla en diferencias finitas de $M \times N$ nodos $\mathcal{G}(i, j, n)$, como la mostrada en la Figura 5.1, donde los enteros i, j y n refieren al número de orden de cada nodo de la malla en el eje X , eje Y y tiempo, respectivamente.

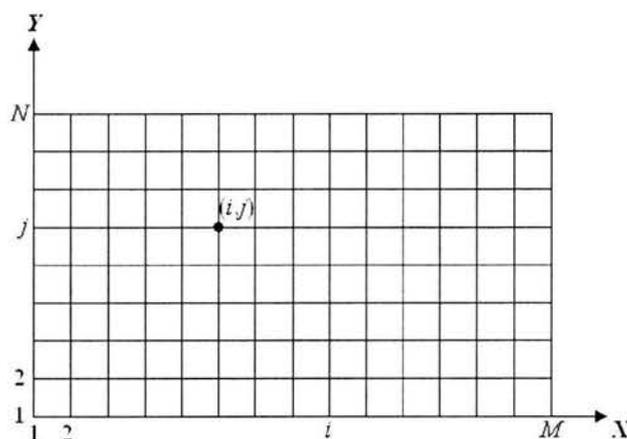


Figura 5.1 Dominio de cálculo en diferencias finitas

5.1.1.1 Diferenciación temporal

Las derivadas parciales temporales cruzadas, y las diferenciales no lineales encontradas en los miembros derechos de las ecuaciones (4.28) y (4.29), hacen que las matrices correspondientes a los miembros izquierdos sean tridiagonales. Las ecuaciones de gobierno se derivan numéricamente utilizando un esquema centrado en $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$, $t = n\Delta t$. El paso de tiempo actual es representado por n . El predictor es un esquema Adams-Bashforth explícito de tercer orden, definido por

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} \left[23(E')_{i,j}^n - 16(E')_{i,j}^{n-1} + 5(E')_{i,j}^{n-2} \right] \quad (5.1)$$

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} \left[23(F')_{i,j}^n - 16(F')_{i,j}^{n-1} + 5(F')_{i,j}^{n-2} \right] + \frac{\Delta t}{12} \left[23 \left(\frac{\partial F_1}{\partial t} \right)_{i,j}^n - 16 \left(\frac{\partial F_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-1} + 5 \left(\frac{\partial F_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-2} \right] \quad (5.2)$$

$$V_{i,j}^{n+1} = V_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} \left[23(G')_{i,j}^n - 16(G')_{i,j}^{n-1} + 5(G')_{i,j}^{n-2} \right] + \frac{\Delta t}{12} \left[23 \left(\frac{\partial G_1}{\partial t} \right)_{i,j}^n - 16 \left(\frac{\partial G_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-1} + 5 \left(\frac{\partial G_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-2} \right] \quad (5.3)$$

donde

$$E' = E + \gamma E_2 + f(x, y, t) \quad (5.4)$$

$$F' = F + \gamma (F_2 + F') + F_{br} + F_b + F_{sp} \quad (5.5)$$

$$G' = G + \gamma (G_2 + G') + G_{br} + G_b + G_{sp} \quad (5.6)$$

Todas las variables de los miembros derechos de las ecuaciones (5.1) y (5.2) se conocen de cálculos previos. La elevación de la superficie libre en el siguiente paso de tiempo $\eta_{i,j}^{n+1}$ es aquello que se desea obtener. La evaluación de velocidades horizontales para un siguiente paso de tiempo requiere la solución simultánea de una matriz tridiagonal de $n+1$ incógnitas lineales. Esto es, para cada j , $u_{i,j}^{n+1}$ ($i=1,2,\dots,M$) se obtiene con la solución de una matriz tridiagonal. Igualmente las incógnitas $v_{i,j}^{n+1}$ ($i=1,2,\dots,N$) se resuelven con una matriz tridiagonal para cada i . Estas matrices permanecen constantes en todos los pasos de tiempo.

Después, una vez obtenidas las variables dependientes $\{\eta, u, v\}_{i,j}^{n+1}$ para el paso de tiempo $(n+1)$ con las ecuaciones (5.1) a (5.3), se evalúan los coeficientes $\{E', F', G'\}_{i,j}$ para los pasos de tiempo $(n+1)$, (n) , $(n-1)$, $(n-2)$, con las expresiones (5.4) a (5.6) y se aplican los correctores Adams-Mouton de cuarto orden que se presenta a continuación

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} \left[9(E')_{i,j}^{n+1} + 19(E')_{i,j}^n - 5(E')_{i,j}^{n-1} + (E')_{i,j}^{n-2} \right] \quad (5.7)$$

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} \left[9(F')_{i,j}^{n+1} + 19(F')_{i,j}^n - 5(F')_{i,j}^{n-1} + (F')_{i,j}^{n-2} \right] \\ + \frac{\Delta t}{24} \left[9 \left(\frac{\partial F_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} + 19 \left(\frac{\partial F_1}{\partial t} \right)_{i,j}^n - 5 \left(\frac{\partial F_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-1} + \left(\frac{\partial F_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-2} \right] \quad (5.8)$$

$$V_{i,j}^{n+1} = V_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} \left[9(G')_{i,j}^{n+1} + 19(G')_{i,j}^n - 5(G')_{i,j}^{n-1} + (G')_{i,j}^{n-2} \right] \\ + \frac{\Delta t}{24} \left[9 \left(\frac{\partial G_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} + 19 \left(\frac{\partial G_1}{\partial t} \right)_{i,j}^n - 5 \left(\frac{\partial G_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-1} + \left(\frac{\partial G_1}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-2} \right] \quad (5.9)$$

Por las expresiones (4.40) y (4.41), se observa que el cálculo de F' y G' para un determinado paso de tiempo requiere los valores de $\partial u / \partial t$ y $\partial v / \partial t$. También los términos $\partial F_1 / \partial t$ y $\partial G_1 / \partial t$ involucran derivadas temporales. Definiendo w como

$$w = \{u, v, F_1, G_1\} \quad (5.10)$$

su derivada temporal $\partial w / \partial t$ a utilizar en el predictor es

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{i,j}^n = \frac{1}{2\Delta t} \left[3w_{i,j}^n - 4w_{i,j}^{n-1} + w_{i,j}^{n-2} \right] + O(\Delta t^2) \quad (5.11)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-1} = \frac{1}{2\Delta t} \left[w_{i,j}^n - w_{i,j}^{n-2} \right] + O(\Delta t^2) \quad (5.12)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{i,j}^{n-2} = \frac{1}{2\Delta t} \left[3w_{i,j}^{n-2} - 4w_{i,j}^{n-1} + w_{i,j}^n \right] + O(\Delta t^2) \quad (5.13)$$

y $\partial w / \partial t$ para el corrector es

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{6\Delta t} \left[11w_{i,j}^{n+1} - 18w_{i,j}^n + 9w_{i,j}^{n-1} - 2w_{i,j}^{n-2} \right] + O(\Delta t^3) \quad (5.14)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^n = \frac{1}{6\Delta t} [2w_{i,j}^{n+1} + 3w_{i,j}^n - 6w_{i,j}^{n-1} + w_{i,j}^{n-2}] + O(\Delta t^3) \quad (5.15)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^{n-1} = \frac{-1}{6\Delta t} [2w_{i,j}^{n-2} + 3w_{i,j}^{n-1} - 6w_{i,j}^n + w_{i,j}^{n+1}] + O(\Delta t^3) \quad (5.16)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^{n-2} = \frac{-1}{6\Delta t} [11w_{i,j}^{n-2} - 18w_{i,j}^{n-1} + 9w_{i,j}^n - 2w_{i,j}^{n+1}] + O(\Delta t^3) \quad (5.17)$$

Sustituyendo $\partial F_1 / \partial t$ y $\partial G_1 / \partial t$ en las ecuaciones (5.2), (5.3), (5.8) y (5.9), sus últimos términos se transforman en lo siguiente

$$\frac{\Delta t}{12} \left[23 \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^n - 16 \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^{n-1} + 5 \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^{n-2} \right] = 2w_{i,j}^n - 3w_{i,j}^{n-1} + w_{i,j}^{n-2} \quad (5.18)$$

$$\frac{\Delta t}{24} \left[9 \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^{n+1} + 19 \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^n - 5 \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^{n-1} + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{i,j}^{n-2} \right] = w_{i,j}^{n+1} - w_{i,j}^n \quad (5.19)$$

donde $w = \{F_1, G_1\}$.

El paso corrector se itera hasta que el error entre dos iteraciones sucesivas sea menor que alguna tolerancia requerida. Para cada una de las tres variables dependientes η , u y v , el error se calcula como

$$\Delta f = \frac{\sum_{i=1,j=1}^{i=M,j=N} |f_{i,j}^{n+1} - f_{i,j}^*|}{\sum_{i=1,j=1}^{i=M,j=N} |f_{i,j}^{n+1}|} \quad (5.20)$$

donde $f = \{\eta, u, v\}$, f^{n+1} y f^* denotan el actual y anterior resultado, respectivamente. El paso corrector se itera si alguno de los Δf 's excede 10^{-4} o 10^{-3} . Cuando inicia la corrida del modelo, el denominador de la expresión (5.20) es cero, lo cual llevaría a un valor infinito de Δf . Para evitar este problema se calcula primero el denominador, y si resulta menor que un valor pequeño, por ejemplo 10^{-3} , sólo se utilizará el valor obtenido en el numerador para el cálculo de Δf .

5.1.2 Diferenciación espacial

Para calcular derivadas espaciales de primer orden se utiliza el esquema de cinco puntos mostrado a continuación

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{1,j} = \frac{1}{12\Delta x} (-25w_{1,j} + 48w_{2,j} - 36w_{3,j} + 16w_{4,j} - 3w_{5,j}) \quad (5.21)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{2,j} = \frac{1}{12\Delta x} (-3w_{1,j} - 10w_{2,j} + 18w_{3,j} - 6w_{4,j} + w_{5,j}) \quad (5.22)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{1}{12\Delta x} \left[8(w_{i+1,j} - w_{i-1,j}) - (w_{i+2,j} - w_{i-2,j}) \right] \quad (5.23)$$

$$(i = 3, 4, \dots, M-2)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{M-1,j} = \frac{1}{12\Delta x} (3w_{M,j} + 10w_{M-1,j} - 18w_{M-2,j} + 6w_{M-3,j} - w_{M-4,j}) \quad (5.24)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{M,j} = -\frac{1}{12\Delta x} (25w_{M,j} - 48w_{M-1,j} + 36w_{M-2,j} - 16w_{M-3,j} + 3w_{M-4,j}) \quad (5.25)$$

donde $w = \{\eta, u, v\}$, $M_k = M - k$ ($k = 1, 2, 3, 4$), y M es el número de nodos en dirección X .

Para las segundas derivadas se utiliza el siguiente esquema de tres puntos

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}; \quad (i = 2, 3, \dots, M-1) \quad (5.26)$$

Para derivadas respecto a y se utilizan expresiones análogas a las anteriores.

Las derivadas cruzadas se calculan con

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{w_{i+1,j+1} + w_{i-1,j-1} - w_{i-1,j+1} - w_{i+1,j-1}}{4\Delta x \Delta y}; \quad (5.27)$$

$$(i = 2, 3, \dots, M-1; j = 2, 3, \dots, N-1)$$

5.1.3 Condiciones de frontera

Existen dos tipos principales de frontera: reflejante y absorbente. Para las condiciones de mar abierto en que se propaga un tsunami el segundo es más apegado a la realidad, ya que las ondas salen del dominio sin provocar reflexión hacia su interior. Dentro de las fronteras absorbentes también pueden distinguirse varios tipos, en este modelo se la llamada *esponja*, que absorbe la energía del oleaje que se acerca a la frontera, evitando que se refleje al dominio. Aunque esta condición de frontera requiere extrapolar puntos fuera del dominio, su aplicación optimiza el cómputo y favorece la estabilidad numérica.

Los términos encargados de la absorción de energía son F_{sp} y G_{sp} , y se incluyen en las ecuaciones de cantidad de movimiento, (4.40) y (4.41). F_{sp} y G_{sp} están definidos por

$$F_{sp} = -w_1(x, y)u + w_2(x, y)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + w_3(x, y)\sqrt{\frac{g}{h}}\eta \quad (5.28)$$

$$G_{sp} = -w_1(x, y)v + w_2(x, y)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + w_3(x, y)\sqrt{\frac{g}{h}}\eta \quad (5.29)$$

donde w_1 , w_2 y w_3 son funciones de tres diferentes tipos de absorción de energía, conocidos como enfriamiento Newtoniano, amortiguamiento viscoso y filtro esponja, respectivamente.

5.2 Resultados

El modelo presentado es capaz de reproducir la evolución de un tsunami generado por un sismo, desde su generación hasta su arribo y disipación en la costa, a partir de los datos geofísicos del movimiento tectónico, así como de la batimetría del lugar. Para verificar sus resultados en escenarios de interés nacional, se decidió modelar tsunamis originados frente a las costas mexicanas, de los cuales se tuvieran registros de inundaciones también en nuestro litoral. Las principales dificultades encontradas y sus soluciones se describen a continuación:

- Los datos de altura de ola y runup de la mayoría de los tsunamis registrados en México se obtuvieron de entrevistas o levantamientos topográficos, los cuales contienen altos niveles de incertidumbre, al grado de que las distintas fuentes se contradicen en los datos de un mismo sitio, hasta en varios órdenes de magnitud. Además, no especifican si se trata de altura de ola frente a la costa o runup, y por supuesto tampoco especifican si el dato tiene filtrada la marea astronómica. Inclusive hasta los escasos datos reportados por las estaciones mareográficas se contradicen de un informe a otro. A pesar de lo anterior se encontraron registros cuya variación entre fuentes no es significativa, que fueron los utilizados para comparar los resultados del modelo.
- La información sísmica medida que necesita el modelo de generación es incompleta, y en gran parte de los casos nula, debido principalmente a que los parámetros que influyen en la generación del tsunami no son útiles en el estudio tradicional del efecto de sismos en tierra, y a que el monitoreo sísmico en México en escala temporal de incidencia de tsunamis es reciente. A falta de datos medidos se utilizaron datos calculados, publicados por el Harvard Seismology Centroid-Moment Tensor Project, que son obtenidos para cada sismo a partir de su registro en varios acelerogramas y de características físicas de las placas causantes.
- No existen batimetrías o cartas náuticas con la resolución necesaria para analizar satisfactoriamente el runup. Aunque hay batimetrías de detalle de la mayoría de los puertos, no se tiene esa misma resolución en los alrededores del epicentro ni en el espacio de propagación. La mejor resolución constante y disponible encontrada para los dominios de estudio fue un levantamiento satelital propiedad de la Comisión Federal de Electricidad que incluye todo el territorio nacional y mar próximo, con definición de 2' (3.7 km aproximadamente). Aunque una malla con esa definición no alcanza a presentar mojado de celdas en el runup, el modelo registra la elevación alcanzada por este en el primer nodo de agua, es decir, que a pesar de que no se aprovecha por completo la potencia de definición, sí arroja datos de runup.

De los tsunamis ocurridos hasta el momento, los del 19 de septiembre de 1985 y del 9 de octubre de 1995 son los que tienen más registros, aunque no están exentos de las deficiencias explicadas. A continuación se presentan las características de ambos tsunamis así como los resultados de su modelación numérica.

5.2.1 Tsunami del 19 de septiembre de 1985

El sismo del 19 de septiembre de 1985 es quizá el fenómeno natural más devastador de la historia de México, por ello es que está ampliamente documentado y estudiado, aunque sólo en cuanto a sus repercusiones en tierra.

Según cifras oficiales de la Asamblea Legislativa del Distrito Federal, este sismo, de magnitud $M_s = 8.1$, causó de 3 a 4 mil millones de dólares en daños materiales y cobró al menos 6,000 vidas, 38,000 lesionados y 90,000 familias damnificadas, concentrados en su mayoría en la Ciudad de México, donde se colapsaron 412 edificios y muchos otros quedaron inutilizables.

El sismo tuvo su epicentro en -101.99° longitud y 17.91° latitud, frente a las costas de Michoacán. El tsunami generado causó daños en el Puerto de Lázaro Cárdenas, Michoacán, donde el mar retrocedió 60 metros durante los primeros 30 segundos de duración del sismo. El corto período de este retroceso indica que posiblemente también generó derrumbes submarinos. A su retorno, el mar invadió hasta 500 m de playa en horizontal y 2.5 m en vertical, erosionando las playas y destruyendo 1500 m del tramo ferroviario Las Truchas – FertiMex. El perfil de playa experimentó cambios en su configuración de hasta 2 m en vertical por depósitos de arena. La onda *bore* del tsunami penetró 9.5 km aguas arriba del Río Balsas (Farreras y Sánchez, 1991).

En Playa Azul, Michoacán, 25 km al norte de Lázaro Cárdenas, el tsunami erosionó fuertemente la playa y penetró en tierra 150 m, arrasando con palapas e inundando restaurantes. Aquí el tsunami arribó aproximadamente un minuto después que a Lázaro Cárdenas, y se observaron cuatro ondas con período cercano a los 30 minutos.

En Ixtapa, Guerrero, el tsunami inundó albercas de hoteles en la playa. Según reportes de turistas, el nivel del mar bajó y regresó con una altura de 1.5 m, medida en la alberca del hotel Sheraton, donde penetró en tierra aproximadamente 25 m. (Denver Post, Septiembre 20, 1985). En Zihuatanejo, Guerrero, también se reportaron restaurantes playeros destruidos.

Se estiman alturas de ola de 3 m en Zihuatanejo, 2.5 m en Lázaro Cárdenas y Playa Azul, 1.15 m en Acapulco (medida con mareógrafo) y 1.0 m en Manzanillo (Farreras y Sánchez, 1991)

En cuanto a registros de mareógrafos, en Acapulco se midió una altura de ola de 1.15 después de 23 minutos de iniciado el sismo; en Manzanillo se registró 1 m; 60 cm en La Libertad, Ecuador; 58 cm en Acajutla, El Salvador; 24 cm en Kahuli, Hawai y Pago Pago, Samoa; 22 cm en Hilo; 21 cm en la Isla Baltra, Galápagos; 14 cm en Apia, Samoa; 7 cm en Rikitea, Islas Gambier; y 5 cm en Papeete, Tahiti. Existen reportes no confirmados de la pérdida de embarcaciones pesqueras mexicanas. (Farreras y Sánchez, 1991, Denver Post, Septiembre 20, 1985).

En la Figura 5.2 se muestra el dominio de estudio de la simulación, que fue escogido por incluir la mayoría de los puntos en los que el tsunami fue observado. En la Figura 5.3 se presenta la batimetría utilizada junto con la localización del epicentro y de algunos puntos donde el tsunami fue observado.

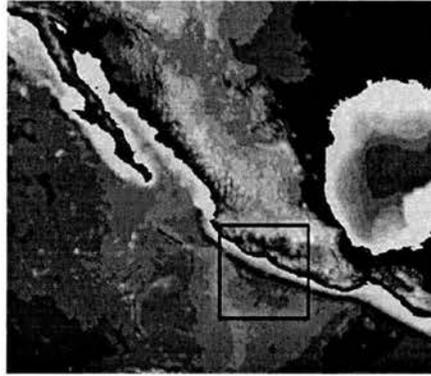


Figura 5.2 Área de estudio, 19 de septiembre de 1985

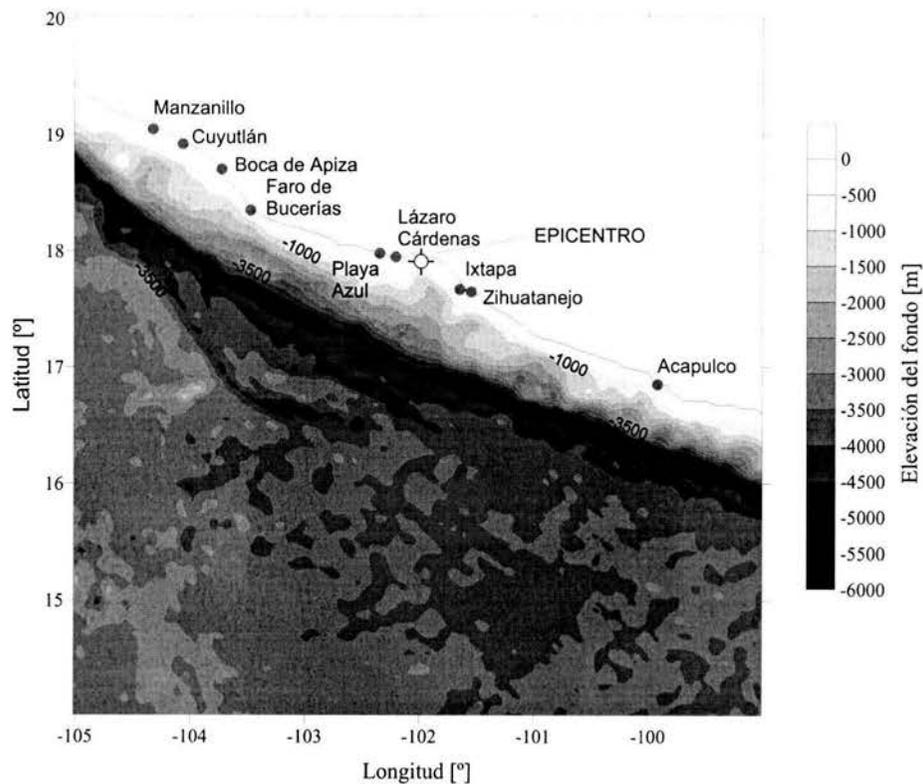


Figura 5.3 Batimetría, epicentro y puntos de registro de altura de ola para el tsunami del 19 de septiembre de 1985

En la Tabla 5.1 se presentan los datos del sismo, obtenidos del Harvard Seismology Centroid-Moment Tensor Project.

Magnitud	$M_s = 8.1$
Epicentro	-101.99° lat., 17.91° long.
Profundidad	$d = -21\,300$ m
Strike	$\phi_s = 301^\circ$
Dip	$\delta = 18^\circ$
Slip	$\lambda = 105^\circ$
Longitud de la falla	$L = 135\,000$ m
Ancho de la falla	$W = 75\,000$ m
Módulo de rigidez al cortante	$\mu = 5.0 \times 10^{10}$ N/m \cdot s 2

Tabla 5.1 Datos del sismo del 19 de septiembre de 1985

Finalizado el sismo, la forma original del tsunami obtenida con el modelo de generación, ecuaciones (2.13), (2.14) y (2.15), se muestra en la Figura 5.4. La cotas máxima y mínima alcanzadas por la superficie inicial son de 0.69 m y -1.32 m respectivamente, lo cual representa una altura de ola inicial de 2.01 m.

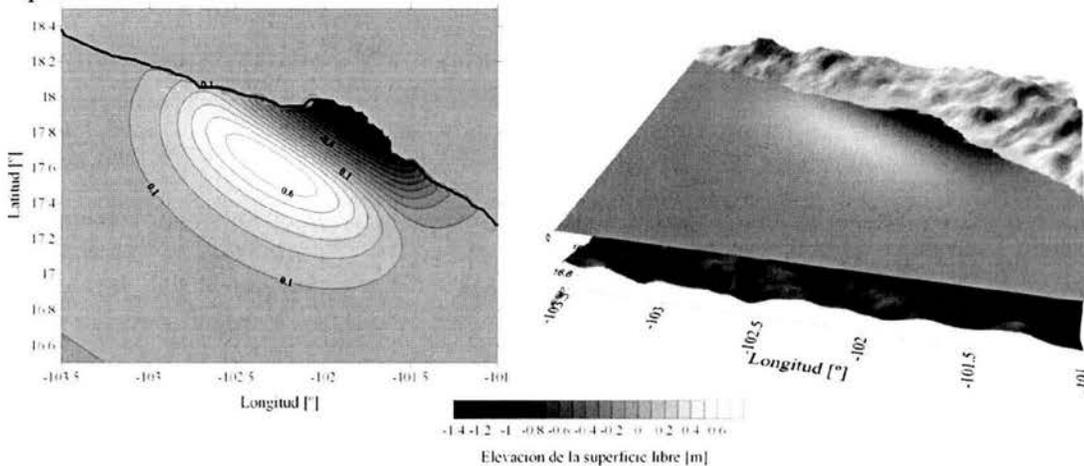


Figura 5.4 Forma inicial del tsunami del 19 de septiembre de 1985

Se modelaron 200 minutos a partir del momento en que terminó el sismo, en la Figura 5.5 se muestra gráficamente el comportamiento y avance de la onda de tsunami respecto al tiempo. La Figura 5.6 muestra la máxima elevación alcanzada por el nivel del agua. Cabe destacar que las mayores elevaciones se observan tanto en el sitio de generación, como en algunos los lugares pegados a la costa en los que el efecto de someramiento y de runup así lo propician.

La Figura 5.7 muestra las elevaciones mínimas alcanzadas por la superficie libre del agua durante el tiempo de modelación. Puede observarse que la distribución de los mínimos no coincide del todo con la distribución de los máximos, inclusive en algunos sitios es mayor la magnitud de lo descendido sobre el nivel de aguas en reposo. Esto se debe a la asimetría vertical que tiene una onda larga como ésta, así como a las características del sismo generador y a los desplazamientos del fondo que provoca, lo cual puede apreciarse en la

Figura 5.4, donde se observa que la mayor parte del área afectada por el movimiento sísmico sufre un desplazamiento hacia abajo.

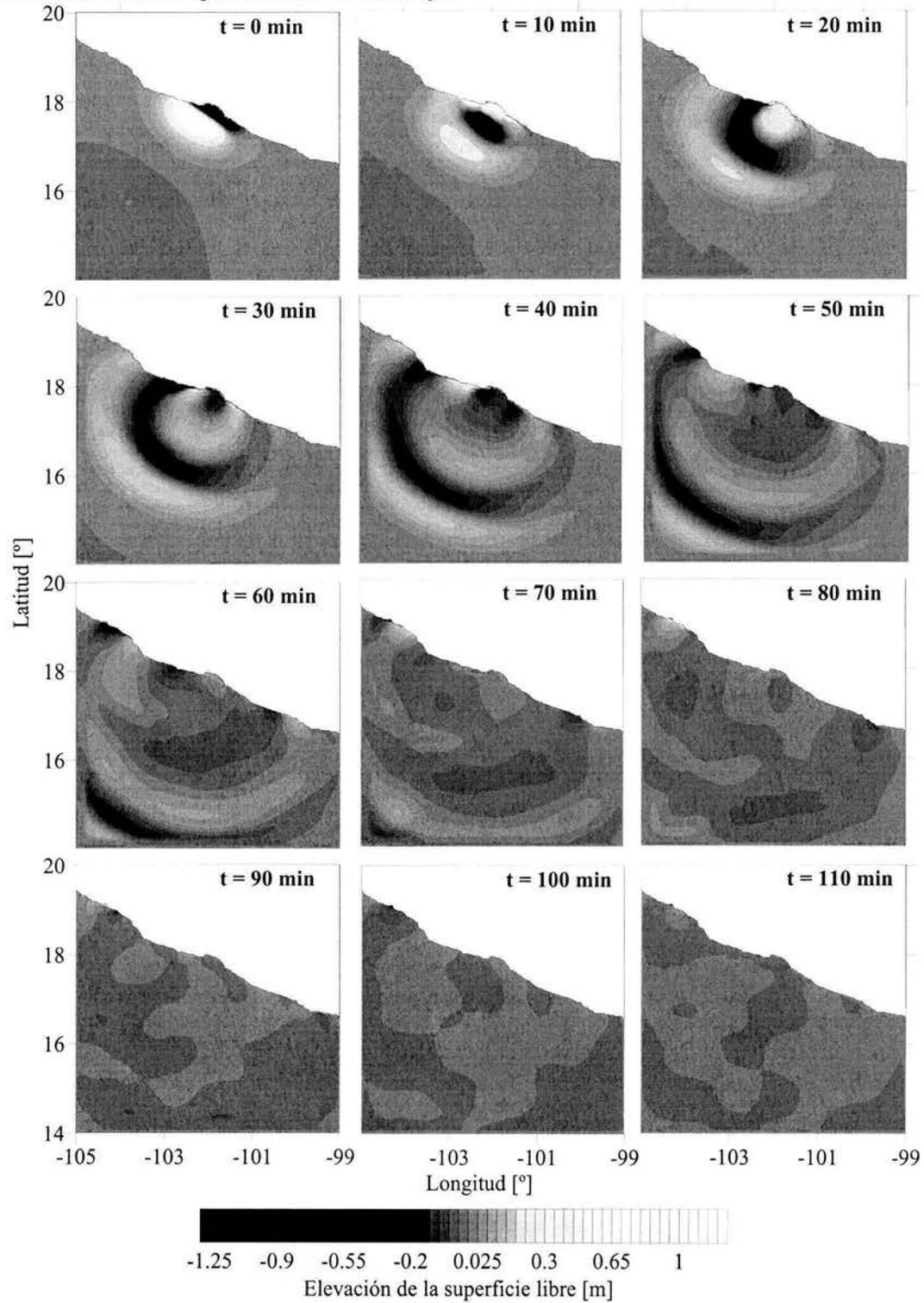


Figura 5.5 Evolución en el tiempo del tsunami del 19 de septiembre de 1985

En la Figura 5.8 se muestra la altura de ola máxima ocurrida durante el tiempo de modelación, cuya distribución es consistente con la de mínimos y máximos de la superficie libre. Igualmente se observa que tanto la zona de generación como aguas cercanas a la costa registran las mayores alturas de ola, debido también a los efectos de someramiento.

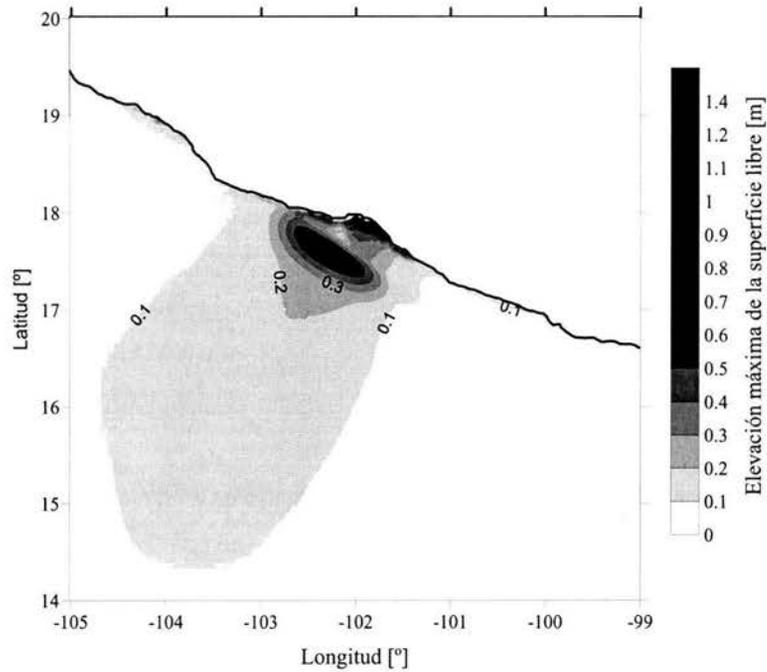


Figura 5.6 Máximas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 19 de septiembre de 1985

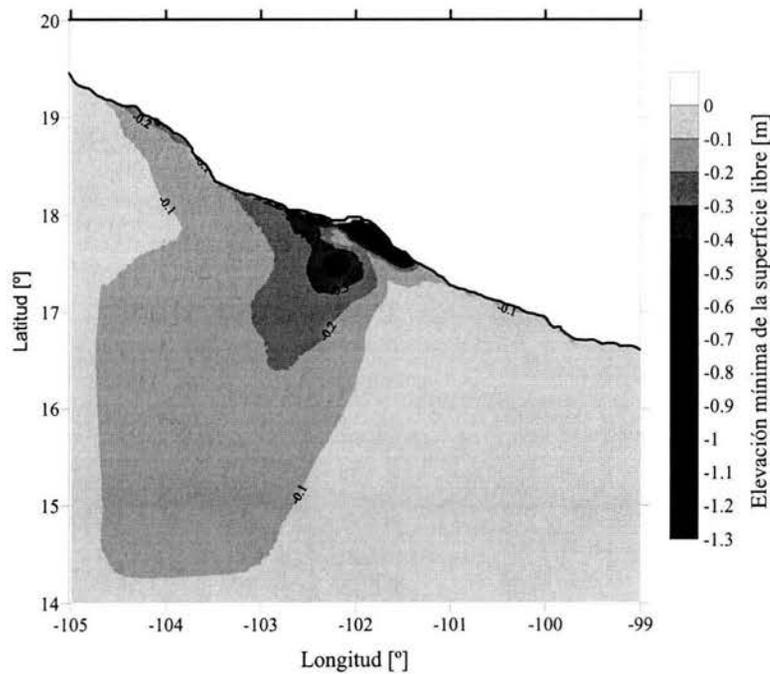


Figura 5.7 Mínimas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 19 de septiembre de 1985

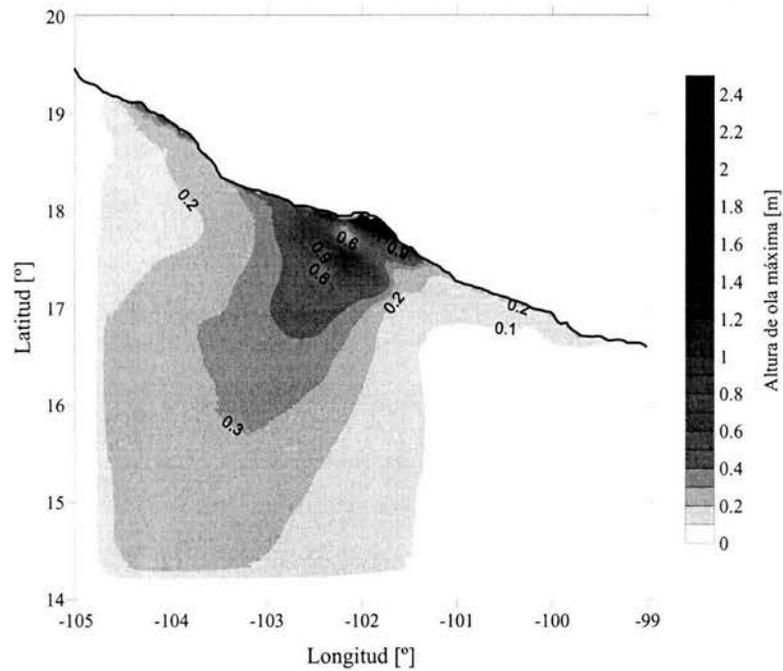


Figura 5.8 Altura de ola máxima para el tsunami del 19 de septiembre de 1989

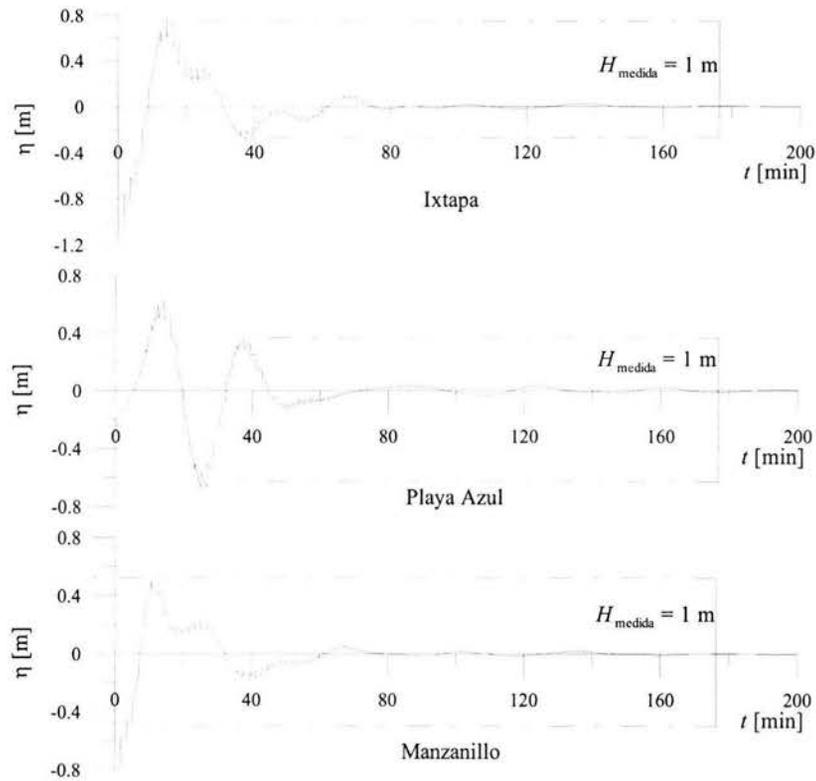


Figura 5.9 Registro de evolución de la superficie libre del agua para el tsunami del 19 de septiembre de 1985 en Ixtapa, Playa Azul y Manzanillo, comparados con los registros existentes

El modelo tiene la capacidad de arrojar evoluciones puntuales de la superficie libre, en la Figura 5.9 se muestran los obtenidos en la modelación para Ixtapa, Playa Azul, Manzanillo, y se comparan con el valor de altura de ola reportada. De acuerdo a la calidad de los datos medidos, puede afirmarse que los resultados arrojados por el modelo se apegan satisfactoriamente a la realidad.

5.2.2 *Tsunami del 9 de octubre de 1995*

El 9 de octubre de 1995 se registró un sismo de magnitud $M_s = 7.3$ con epicentro localizado frente a la costa de Jalisco. El Sistema Estatal de Protección Civil de Colima cuantificó los daños en 49 muertos, 100 lesionados y alrededor de 1000 damnificados, casi todos en tierra.

El sismo generó un tsunami que afectó alrededor de 200 km de litoral. En playas con pendiente pronunciada el daño fue menor que las que tienen pendiente tendida. Algunos lugares en la bahía de Tenacatita presentaron inundaciones, y el puerto de Manzanillo sufrió daños de erosión. En Barra de Navidad hubo movimiento intenso de arena y el mar penetró 100 m, dañando hoteles, casas, carreteras, restaurantes y puentes.

En Manzanillo y zonas aledañas se observó un repliegue del mar 15 minutos después del inicio del sismo. Los mayores daños en la bahía de Manzanillo se debieron a las corrientes de 6 m/s provocadas por el tsunami, que socavaron y arrojaron al mar dos construcciones y un tramo de carretera. Algunos lobbies de hoteles se inundaron y quedaron con depósitos de arena.

Los mayores daños ocurrieron en un poblado llamado La Manzanilla, en la bahía de Tenacatita, donde el mar penetró 200 m, apreciable en las marcas dejadas en la iglesia del pueblo y en un hotel. Igualmente se registró un retroceso del mar, que a su regreso destruyó casas en la playa. En los muelles para yates de Puerto Vallarta se registraron daños en las embarcaciones debido a choques entre ellas cuando el nivel del agua disminuyó. (Lander et al., 2003).

Se tienen datos en la Isla Socorro, Cabo San Lucas y Manzanillo, por lo que se escogió el área de estudio de la Figura 5.10. En la Figura 5.11 se presenta el detalle de la batimetría utilizada y la localización de los puntos mencionados.

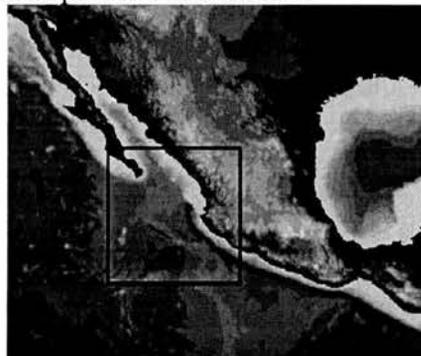


Figura 5.10 Área de estudio, 9 de octubre de 1995

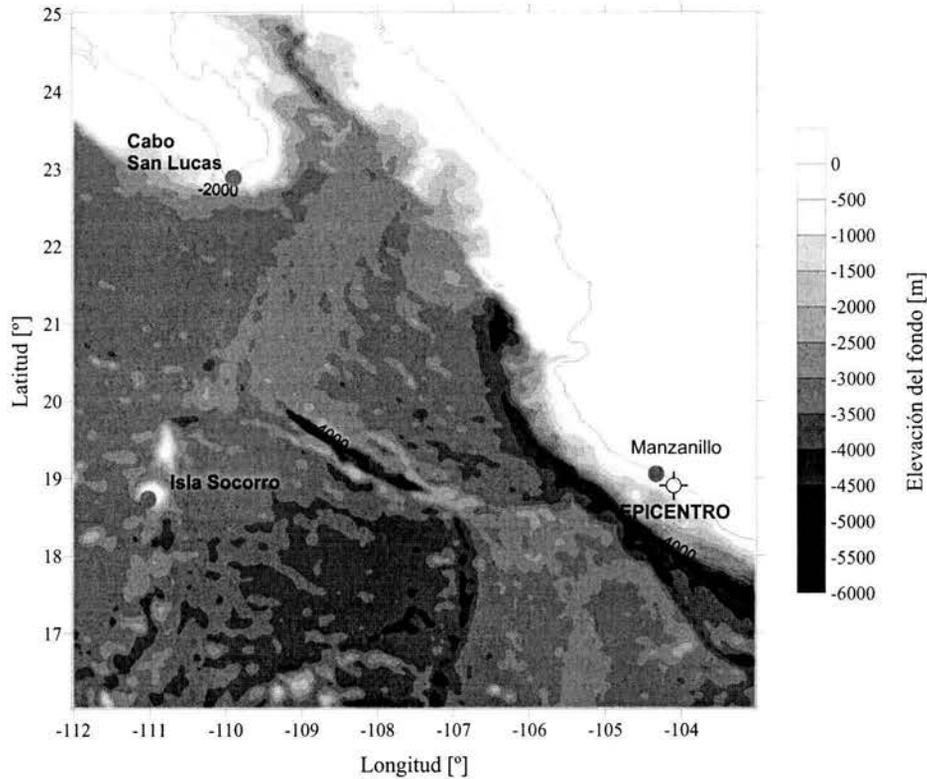


Figura 5.11 Batimetría, epicentro y puntos de registro de altura de ola para el tsunami del 9 de octubre de 1995

Los parámetros sísmicos de la generación del tsunami, que fueron obtenidos del Harvard Seismology Centroid-Moment Tensor Project, se muestran en la Tabla 5.2.

Magnitud	$M_s = 7.3$
Epicentro	-104.21° lat., 19.06° long.
Profundidad	$d = -15\ 000$ m
Strike	$\phi_s = 302^\circ$
Dip	$\delta = 9^\circ$
Slip	$\lambda = 92^\circ$
Longitud de la falla	$L = 130\ 000$ m
Ancho de la falla	$W = 80\ 000$ m
Módulo de rigidez al cortante	$\mu = 5.0 \times 10^{10}$ N/m \cdot s 2

Tabla 5.2 Datos del sismo del 9 de octubre de 1995

Los resultados de la forma inicial del tsunami para los datos de la Tabla 5.2, obtenidos con el modelo de generación, ecuaciones (2.13), (2.14) y (2.15), se muestran en la Figura 5.12.

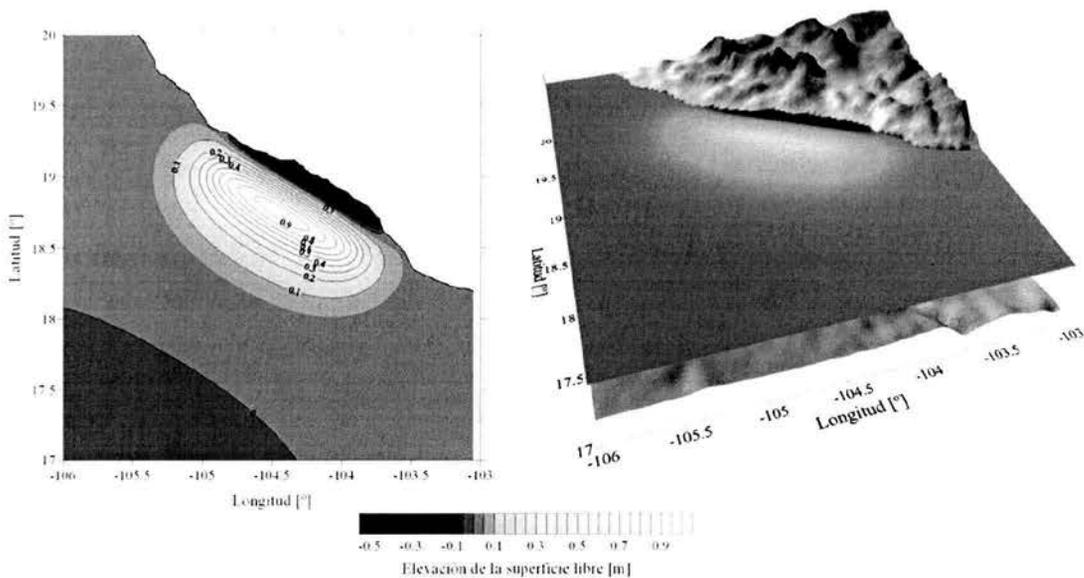


Figura 5.12 Forma inicial del tsunami del 9 de octubre de 1995

La propagación del tsunami se modeló para un tiempo total de 250 minutos, mayor que el del apartado 5.2.1, ya que la magnitud del dominio es mayor. En la Figura 5.13 se muestra en forma resumida los resultados obtenidos para distintos tiempos, observándose la evolución del tsunami tanto en su avance como en amplitud.

En la Figura 5.14 se presentan las máximas elevaciones de la superficie libre que se presentaron en el dominio de estudio durante el tiempo de modelación. Puede observarse que el efecto directo e inminente del tsunami se concentra básicamente en los alrededores del punto de generación, sin embargo también se registran incrementos en aguas someras cercanas a la costa, fuera de la zona de afectación más franca, como en la Isla Socorro y en una porción del litoral del Estado de Sinaloa. Esto implica que la configuración batimétrica del sitio propicia efectos de someramiento importantes en estas zonas.

La Figura 5.15 presenta las mínimas elevaciones de la superficie del agua ocurridas durante el paso del tsunami por el dominio de estudio. En comparación con las elevaciones máximas de la Figura 5.14 puede observarse que al igual que el tsunami de 1985, este también es asimétrico respecto al nivel de aguas tranquilas, sin embargo el anterior se caracterizó por que las subelevaciones fueron de mayor magnitud de las sobreelevaciones, mientras que en esta caso la magnitud de los desplazamientos sobre el nivel medio fue mayor.

Las alturas de ola máximas registradas durante el tiempo de modelado están ilustradas en la Figura 5.16, y de observarlas se confirma lo concluido en las figuras anteriores, el radio de afectación directa del tsunami abarca las cercanías de la zona de generación, así como las playas donde la batimetría favorece el someramiento (sitios con pendiente poco pronunciada).

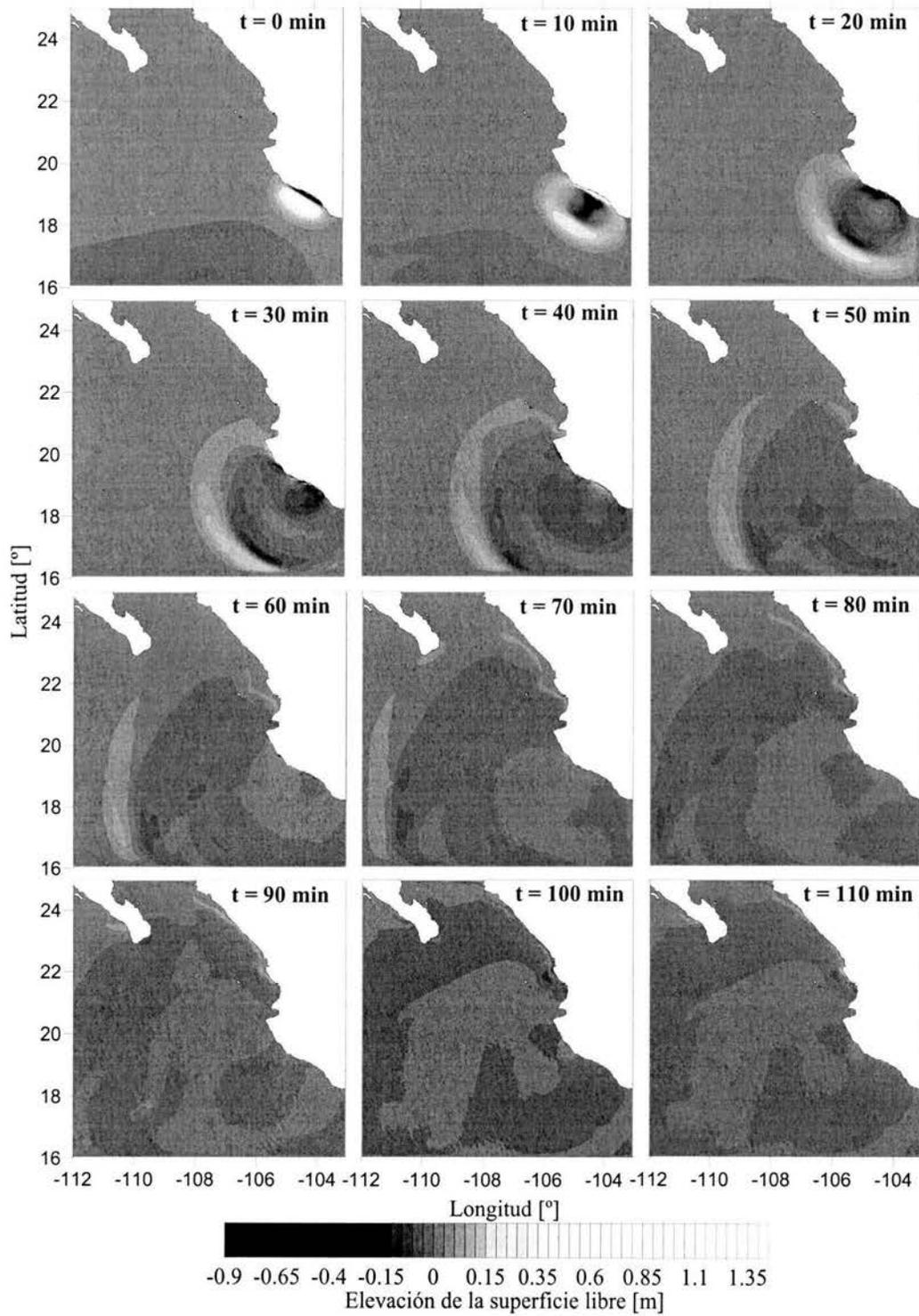


Figura 5.13 Evolución en el tiempo del tsunami del 9 de octubre de 1995

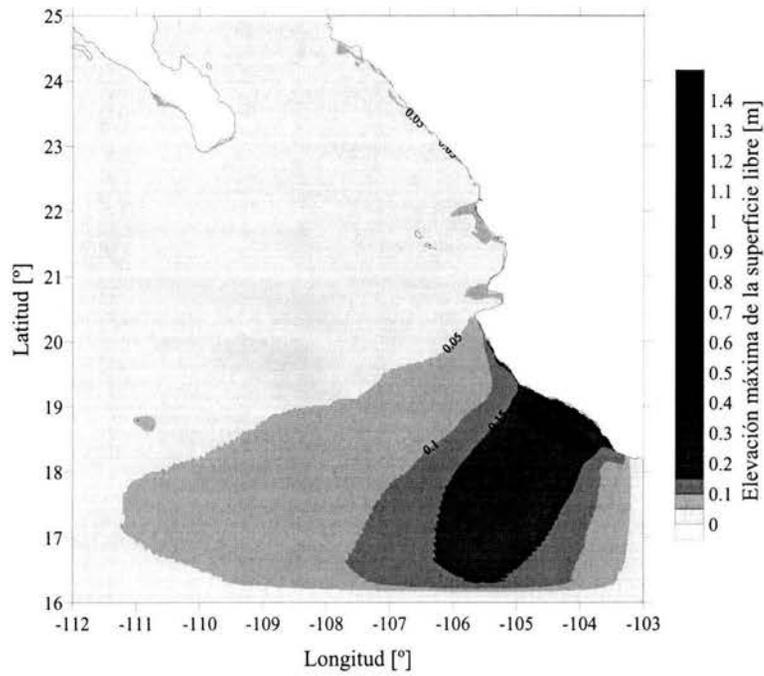


Figura 5.14 Máximas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 9 de octubre de 1995

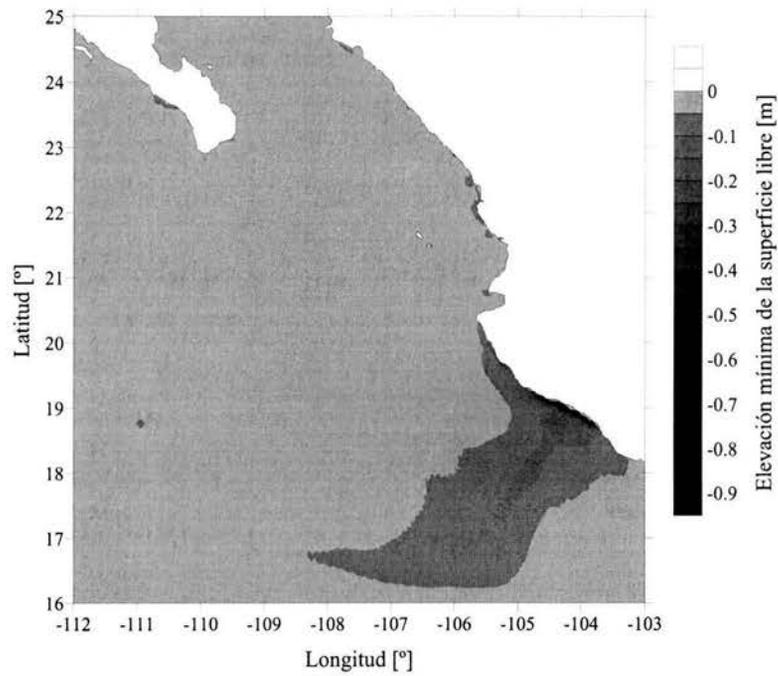


Figura 5.15 Mínimas elevaciones de la superficie libre para el tsunami del 9 de octubre de 1995

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

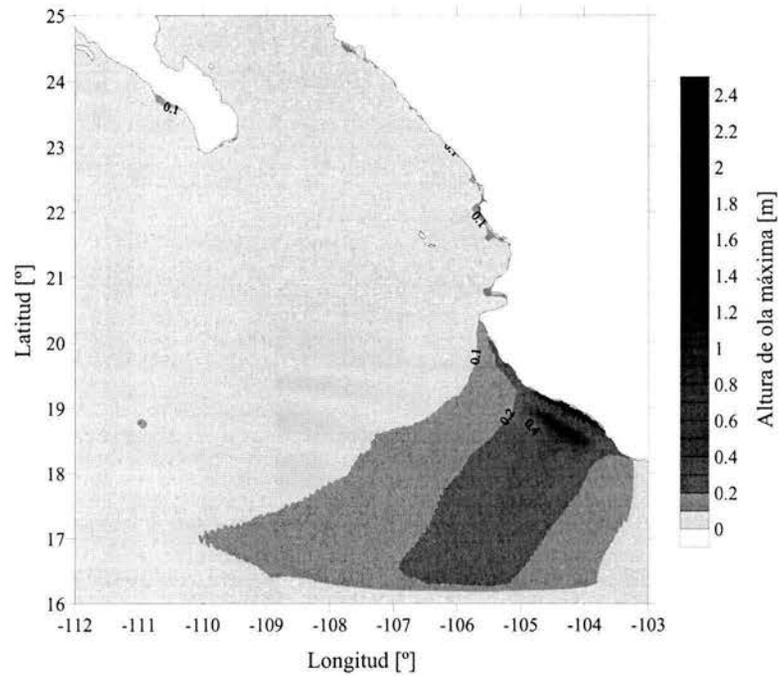


Figura 5.16 Altura de ola máxima para el tsunami del 9 de octubre de 1995

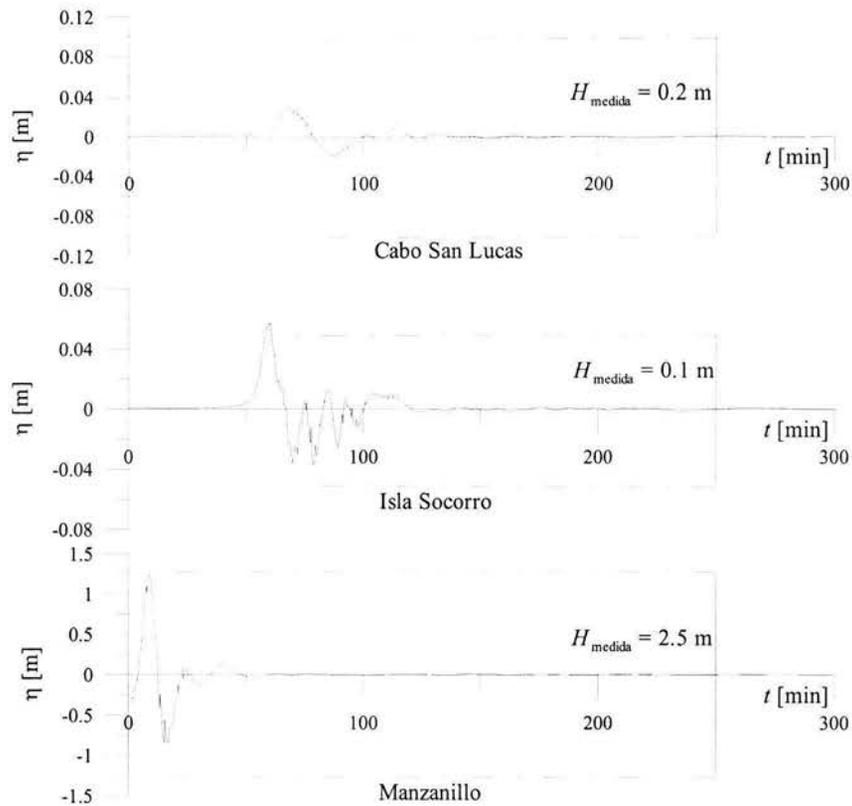


Figura 5.17 Registro de evolución de la superficie libre del agua para el tsunami del 9 de octubre de 1995 en Cabo San Lucas, Isla Socorro y Manzanillo, comparados con los registros existentes

En la Figura 5.17 se muestran las series de tiempo de superficie libre arrojadas por el modelo en los tres sitios donde fue reportado el tsunami: Cabo San Lucas, Isla Socorro y Manzanillo; gráficamente se compara el dato reportado con el resultado del modelo, por la calidad de los datos no se justifica un análisis cuantitativo del error. Se observa que tanto para Manzanillo como para Isla Socorro la concordancia entre datos reales y modelados es satisfactoria, sin embargo no sucede lo mismo en Cabo San Lucas. En este último sitio el dato encontrado en los reportes es de más del doble que el calculado, sin embargo hay que considerar que por la magnitud de las elevaciones ($H_{medida} = 0.2$ m y $H_{calculada} = 0.05$ m) es probable que existan errores humanos en la medición. A pesar de lo anterior, la causa más probable de la disparidad es la ocurrencia de algún deslizamiento submarino en la zona, provocado por el sismo. Como se mencionaba en el apartado 1.1.2, según Watts et al (2003), sismos de magnitud mayor a 7.0 provocan cientos de deslizamientos submarinos, los cuales suelen observarse como picos de corto periodo superpuestos a los picos de mayor período, correspondientes al tsunami original producido por el movimiento cosísmico. Puede pensarse lo anterior debido a la fuerte pendiente del fondo marino justo frente a Cabo San Lucas (a sólo 44 km de la costa hay una profundidad de 3 km), ver Figura 5.11.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo se mencionan las principales causas que motivan el estudio de la incidencia de tsunamis en el litoral mexicano del Pacífico, se describen los conceptos fundamentales para su análisis y se presenta un modelo capaz de representarlos desde su generación por sismo hasta su llegada y afectación en la costa. Se presentan los resultados obtenidos de la aplicación del modelo a los tsunamis del 19 de septiembre de 1985 y del 9 de octubre de 1995.

Una de las aportaciones más importantes del presente trabajo es la implementación y adaptación de un modelo tipo Boussinesq para el estudio de la transformación de los tsunamis desde su génesis hasta su disipación en la costa, siendo que esto se ha analizado tradicionalmente con las ecuaciones para aguas someras e incluso modelos más limitados.

En la presente investigación, se describen los motivos por los cuales se considera adecuado modelar a los tsunamis con ecuaciones tipo Boussinesq, destacando que en investigaciones recientes se ha demostrado la capacidad que tienen para representar el comportamiento del oleaje en aguas someras. Aunque un tsunami puede generarse en grandes profundidades de altamar, la magnitud de sus períodos y longitudes de onda lo hacen comportarse como somero en casi cualquier profundidad, además de que las ecuaciones tipo Boussinesq utilizadas son más precisas en la modelación de oleaje en aguas de transición que los modelos predecesores.

La introducción de los modelos tipo Boussinesq al estudio de tsunamis se hizo de la siguiente forma:

- Se separó la generación del tsunami del inicio de su propagación, con base en la propuesta de Watts et al (2003) de introducir al dominio de estudio de la propagación una superficie libre del agua perturbada, lo cual permite generar las ondas de transmisión dentro de éste mismo, y no introducir las por una frontera como normalmente se ha hecho.
- Como ecuaciones de gobierno para la propagación se utilizaron las ecuaciones tipo Boussinesq completamente no lineales de Wei et al (1995), que son válidas en aguas someras y de transición, escenarios de ocurrencia de los tsunamis.
- El criterio de runup para evaluar la inundación en la costa fue el de Kennedy et al (2000) que se basa en las ecuaciones de Wei et al (1995), y por lo tanto es plenamente compatible con ellas.

A pesar de que las costas mexicanas del Pacífico están sometidas al riesgo por incidencia de tsunamis, los estudios que hasta el momento se han hecho son insuficientes para emitir algún tipo de evaluación del riesgo. La herramienta de modelación presentada en este trabajo colaborará sin duda a la caracterización de este fenómeno, los resultados obtenidos de su aplicación para tsunamis ocurridos así lo auguran, sin embargo quedan muchas cosas por hacer, principalmente en cuanto a su validación con registros temporales que contengan toda la historia de la señal medida.

Una de las principales limitantes encontradas durante el desarrollo de la tesis fue la escasez, y en muchos casos nulidad de datos para validar el modelo propuesto. Si bien existen registros documentados de bastantes tsunamis ocurridos en México, la mayoría de ellos fueron obtenidos a través de entrevistas con pobladores, o con levantamientos topográficos basados en marcas de inundación en construcciones y vegetación, lo cual les resta rigurosidad y limita a una validación cualitativa, no cuantitativa. Por otro lado, a pesar de que ha existido un Servicio Mareográfico Nacional desde 1952, las estaciones son muy escasas, y la información no es accesible. Desde el año 2001 instituciones como el CICESE y la Secretaría de Marina Armada de México han instalado nuevas redes mareográficas, que junto con otras del Servicio Mareográfico Nacional que se están modernizando formarán la Red Mareográfica Nacional, cuyo objetivo será mejorar la administración y accesibilidad de las mediciones, sin embargo sus frutos no serán un hecho hasta después de que hayan operado el tiempo suficiente para registrar varios eventos.

Como en cualquier estudio es importante hacer calibraciones o validaciones en laboratorio, pero el caso particular de los tsunamis, cuya altura de ola en el origen es drásticamente menor que la profundidad, limita técnicamente los ensayos por efectos de escala y requerimientos de espacio. Por el momento sólo el laboratorio de la Universidad Estatal de Oregon cuenta con un tanque especial para el estudio de Tsunamis, de 48.8 m de largo por 26.5 m de ancho y 2.1 m de profundidad, que a pesar de su tamaño no está exento de las limitaciones descritas. Esto lleva a concluir que a pesar de que es muy necesario realizar experimentos controlados, estos deben acompañarse ineludiblemente de datos de campo.

El modelo de generación de tsunamis por movimiento cosísmicos (deformación de la superficie de la corteza terrestre por un sismo) requiere datos geométricos y energéticos de la falla que provoca un terremoto, los cuales están en posibilidad de ser medidos gracias a los últimos avances en métodos de detección geofísica. Por lo reciente de esta tecnología no se cuenta con datos medidos de los eventos ya sucedidos, sin embargo existen métodos en sismología para estimarlos con base en acelerogramas. Aunque la actividad sísmica de la costa pacífica mexicana es monitoreada, los datos registrados y procesados obedecen a los requerimientos del estudio de las afectaciones sísmicas en tierra. Esta falta de información es parcialmente cubierta por el Centroid-Moment Tensor Project de la Universidad de Harvard, que publica datos calculados para sismos sucedidos desde 1977.

Sería muy conveniente que México contara con un sistema de información geográfica e hidrometeorológica accesible al menos a propósitos académicos y de investigación. Para este trabajo sólo fue posible utilizar una batimetría propiedad de la Comisión Federal de Electricidad, cuya resolución a pesar de haber sido útil, no permite aprovechar totalmente la potencia de modelación del runup por las ecuaciones tipo Boussinesq. La Secretaría de Marina posee cartas náuticas con definición mucho mejor, pero su uso es restringido bajo el argumento de ser información militar.

Aunque no puede todavía evaluarse en su totalidad el riesgo por incidencia de tsunamis en México, de este trabajo se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- El modelado de la propagación y runup de tsunamis con ecuaciones tipo Boussinesq arrojó resultados satisfactorios, acordes a los registros disponibles.

- La utilización de las ecuaciones de Wei et al (1995) con el criterio de runup de Kennedy et al (2000) es la mejor opción, tanto por su precisión individual como por su compatibilidad para ser adaptadas dentro de un mismo modelo.
- Aunque casi la totalidad de los tsunamis en México se han debido a movimientos cosísmicos, no debe olvidarse que un terremoto también causa derrumbes de tierra submarinos, los cuales pueden tener efectos locales y globales en la magnitud del tsunami, sin embargo su predicción e identificación es sumamente complicada.
- En cuanto mejor sea la definición batimétrica, mejores serán los resultados obtenidos, particularmente en el runup.
- De acuerdo a resultados previos de validación de ecuaciones tipo Boussinesq, por el momento los resultados del modelo presentado están más limitados por la simulación geofísica de la generación del tsunami que por la simulación de la transmisión e inundación de este.
- Los efectos destructivos de un tsunami son mucho más intensos cuando proviene de altamar en dirección a la costa, que cuando se generan cerca del litoral y se propaga hacia mar abierto y lateralmente hacia la costa. Esto se debe principalmente a que es el decrecimiento de la profundidad lo que propicia de forma eficiente el someramiento.
- En México la incidencia de tsunamis no es tan catastrófica como en otros lugares (Japón, Hawaii, Alaska, etc.) porque afortunadamente la zona de ruptura entre las placas de Cocos y Norteamérica es muy cercana a la costa, lo cual no permite que las altura de ola crezcan como lo harían si provinieran de mar abierto.
- El análisis de riesgo por incidencia de tsunamis no ha sido implementado en México, sin embargo no debe despreciarse en la planeación de infraestructura, protección civil y primas de seguros.
- Aunque las herramientas de cómputo más eficientes para los cálculos requeridos por este modelo no están aún al alcance de cualquier persona, la velocidad con que avanza el desarrollo de las computadoras hace prever que muy pronto lo estarán.

Futuras líneas de investigación

El estudio de tsunamis en México está aún en sus primeros pasos, y existen muchos aspectos a mejorar para incrementar los beneficios del modelo aquí presentado y para completar la caracterización de factores sísmicos e hidráulicos. Dentro de los trabajos más convenientes para realizarse en un futuro cercano pueden mencionarse los siguientes:

- Adaptación de los sistemas de medición de variables oceanográficas dentro de un sistema nacional de información capaz de administrar los datos eficientemente para su consulta.
- Implementación de las modificaciones necesarias a los sistemas de monitoreo sísmico para que sean capaces de registrar los parámetros tectónicos de generación de un tsunami.

- Validación y calibración del modelo para el Pacífico mexicano con datos de mareógrafo y batimetrías de detalle superior.
- Calibración de los parámetros hidráulicos del Pacífico Mexicano, principalmente factores de fricción y materiales de fondo.
- Cambios a las ecuaciones del modelo para incluir interacción de los tsunamis con mareas astronómicas y corrientes oceánicas.
- Análisis estadístico de la incidencia de tsunamis y elaboración de mapas de inundación para distintos períodos de retorno.

REFERENCIAS

- Abe, K. (1979). *Size of great earthquakes of 1873-1974 inferred from tsunami data*. Journal of Geophysical Research, Vol. **84**: 1561-1568.
- Abe, K. (1981). *Physical size of tsunamigenic earthquakes of the northwestern Pacific*. Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. **27**: 197-205.
- Ávila, A. (2002). *Sobre la estabilidad hidrodinámica de pilas cilíndricas*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Ávila, A., Pedrozo, A., Silva, R., Simmonds, D. (2003). *Principales teorías para el modelado matemático de la propagación de oleaje*. IV Congreso Internacional de la Asociación Mexicana de Ingeniería Portuaria, Marítima y Costera, Acapulco, México.
- Berkhoff, J.C.W. (1972). *Computation of combined refraction-diffraction*. International Conference on Coastal Engineering, Vancouver: 471-490.
- Borrero, J., Ortiz, M., Titov, V., y Synolakis, C. (1997). *Field survey of Mexican tsunami produces new data, unusual photos*. EOS., Vol. **78**(8): 85-88.
- Borthwick, A., Yiu, K.F., Anastasiou, K. (1997). *GMRES solution of the mild-slope equation on quadtree grids*. Proceedings of the XVII IAHR Congress, San Francisco, USA.
- Boussinesq, J. (1872). *Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal de vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond*. J. Math. Pures Appl. **2nd Series**(17): 55-108.
- Cox, C., Iida, K., y Pararas-Carayannis, G. (1967). *Preliminary Catalog of Tsunamis Occurring in the Pacific Ocean*. University of Hawaii, 274 p.
- Cox, C., Iida, K., Soloviev, S.L. y Pararas-Carayannis, G. (2000). *Pacific Tsunami Historic File*. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA), Boulder, Colorado (manuscrito no publicado).
- Cruz, G. y Wiss, M. (1983). *Large earthquakes mean sea level, and tsunamis along the Pacific coast of Mexico and Central America*. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. **73**: 553-570.
- Chamberlain, P.G. y Porter, D. (1995). *The modified mild-slope equation*. Journal of Fluid Mechanics **291**.
- Chen, Y., y Liu, P. (1995). *Modified Boussinesq equations and associated parabolic models for water wave propagation*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. **288**: 351-381.

- Chen, Q., Dalrymple, R.A., Kirby, J. T., Kennedy, A. y Haller, M. C. (1999). *Boussinesq modeling of a rip current system*. Journal of Geophysical Research, Vol **104**: 617-637.
- De Lange, W. P., Prasetya, G. S., y Healy, T. R. (2001). *Modelling of tsunamis generated by pyroclastic flows (ignimbrites)*. Natural Hazards, Vol. **24**: 251-266. 2001.
- Dingemans, M. (1997). *Water Wave Propagation Over Uneven Bottoms*. Part 1 – Linear Wave Propagation. Advanced Series on Ocean Engineering, Vol. **13**. Word Scientific.
- Farreras, S.F., y Sánchez A.J. (1987). *Generation, wave form and local impact of the September 19, 1985 Mexican tsunami*. Science of Tsunami Hazards, Vol. **5**: 3-13.
- Farreras, S.F., y Sanchez A.J. (1991). *The tsunami threat on the Mexican West Coast: A historical analysis and recommendations for hazard mitigation*. Natural Hazards, Vol. **4**: 301-316.
- Geist, L. (1998). *Local Tsunamis and earthquake source parameters*. Advances in Geophysics, Vol. **39**: 117-209.
- Geist L., y Dmowska R. (1999). *Local Tsunamis and Distributed Slip at the Source*. Pure and Applied Geophysics, Vol. **154**: 485-512.
- Gobbi, M., Kirby, J., T., y Wei, G., (2000). *A Fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 2. Extension to $O(kh)^4$* . Journal of Fluid Mechanics, Vol. **405**: 181-210.
- Iglesias-Mendoza, S. K., Singh, J.F., Pacheco, N.M., Shapiro, B., Hernández V.M. y Cruz Atienza (2000). *Recientes temblores intraplaca en México: inversión cinemática de la fuente sísmica a partir de datos locales y regionales*. Reunión Anual de la Unión Geofísica Mexicana (UGM), Puerto Vallarta, México, Geos, Vol. **20**: 346.
- Iida K., Cox D.C. y Pararas-Carayannis, G. (1967). *Preliminary Catalog of Tsunamis Occurring in the Pacific Ocean*. Data Report No. 5, HIG-67-10. University of Hawaii, Honolulu.
- Kajiura, K. (1963). *The leading wave of a tsunami*. Bulletin of the Earthquake Research Institute, Universidad de Tokyo, Vol. **41**: 535-571.
- Kajiura, K. (1970). *Tsunami source, energy and the directivity of wave radiation*. Bulletin of the Earthquake Research Institute, Universidad de Tokyo, Vol. **48**: 835-869.
- Kennedy, A., B., Chen, Q., Kirby, J., T., y Dalrymple, R., A., (2000). *Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking, and Runup. Part I: 1D*. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. **126**(1): 39-47.
- Kirby, J.T. Dalrymple, R.A. (1986). *An approximate model for nonlinear dispersion in monochromatic wave propagation models*. Coastal Engineering, Vol: **9**(6): 545-561.

- Kobayashi, N., Karjadi, E.A., y Johnson, B.D. (1997). *Dispersion effects on longshore currents in surf zones*. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. **123**(5): 240-248.
- Lander J., Whiteside L., Lockridge P. (2003). *Two Decades of Global Tsunamis 1982-2002*. Science of Tsunami Hazards, Vol. **21**.
- Lee W., Kanamori H., Jennings P., Kisslinger C. (editors). (2003). *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*. Academic Press, Elsevier.
- Li, B. y Anastasiou, K. (1992). *Efficient elliptic solvers for the mild-slope equation using the multigrid technique*. Coastal Engineering, Vol. **16**(3): 245-266.
- Liu, P. (1994). *Model equations for wave propagations from deep water to shallow water*. Advances in Coastal and Ocean Engineering. P. L.-F. Liu, World Scientific. **4**.
- Lynett, P., y Liu, P. (2002). *A Two-Dimensional, Depth-Integrated Model for Internal Wave Propagation*. Wave Motion, Vol. **36**: 221-240.
- Lynett, P., Wu, T.R., y Liu, P. (2002). *Modelling wave runup with depth-integrated equations*. Coastal Engineering, Vol. **46**: 89-107.
- Madsen, P., A., Murray, R., Sørensen, O.,R., (1991). *A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics*. Coastal Engineering, Vol **15**: 371-388.
- Madsen, P., A., Sørensen, O.,R., Schäffer, H., A., (1997). *Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves*. Coastal Engineering, Vol. **32**: 255-287.
- Madsen, P., y Schäffer, H. (1998). *Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis*. Phil. Trans. R. Soc. London A(356): 3123-3184.
- Massel, S.R. (1993). *Extended refraction-diffraction equation for surface waves*. Coastal Engineering, Vol. **19**(1/2): 97-126.
- Mei, C., y Le Méhauté, B. (1966). *Note on the equations of long waves over an uneven bottom*. Journal of Geophysical Research, Vol. **71**(2): 393-400.
- Nwogu, O. (1993). *Alternative form of Boussinesq Equations for Nearshore Propagation*. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. **119**(6): 618-638.
- Okada, Y. (1985). *Surface Deformation due to Shear and Tensile Faults in a Half-Space*. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. **75**: 1135-1154.

- Ortiz, M., Singh, S.K., Pacheco, J., y Kostoglodov, V. (1998). *Rupture length of the October 9, 1995 Colima-Jalisco earthquake (Mw 8) estimated from tsunami data.* Geophysical Research Letters, Vol. **25**: 2857-2860.
- Ortiz, M., Singh, S.K., Kostoglodov, V., y Pacheco, J. (2000). *Constraint on the rupture areas of the Acapulco-San Marcos, Mexico earthquakes of 1962 (M 7.1; 7.0) and 1957 (M7.7), based on the analysis of tide records.* Geofísica Internacional, Vol. **39**: 337-348.
- Otta, A. K., y Pedrozo-Acuña, A. (2003). *Swash boundary and cross-shore variation of horizontal velocity on a slope.* 29th International Conference on Coastal Engineering Lisbon, Portugal (en revision).
- Panchang, V.G., Pearce, B.R., Wei, G. Chushman-Roisin, B. (1991). *Solution of the mild-slope wave problem by iteration.* Applied Ocean Research, Vol. **13**(4), 11: 187-199.
- Pedrozo, A., Ávila, A., Simmonds, D., Silva, R. (2003). *Descripción del oleaje con modelos del tipo Boussinesq.* IV Congreso Internacional de la Asociación Mexicana de Ingeniería Portuaria, Marítima y Costera, Acapulco, México.
- Pedrozo, A., Chadwick, A., Ávila, A., Simmonds, D., Silva, R. (2003). *Modelación a gran escala de playas compuestas por sedimentos gruesos.* IV Congreso Internacional de la Asociación Mexicana de Ingeniería Portuaria, Marítima y Costera, Acapulco, México.
- Peregrine, D. H. (1967). *Long waves on a beach.* Journal of Fluid Mechanics, Vol. **27**: 815-827.
- Sanchez, A.J. y Farreras, S. (1991). *Catalog of Tsunamis on the Western Coast of Mexico.* Directorate General of Naval Oceanography and Department of Physical Oceanography Ensenada, B.C., México (CICESE).
- Schäffer, H., A., Madsen, P., A., y Deigaard, R., (1993). *A Boussinesq model for waves breaking in shallow water.* Coastal Engineering, Vol. **20**: 185-202.
- Silva, R., Borthwick, A.G.L. and Eatock Taylor, R. (2003). *Numerical Implementation of the harmonic modified mild-slope equation.* Coastal Engineering (en arbitraje).
- Singh, S. K., Domínguez, R., y Castro, M. (1984). *P waveform of large, shallow earthquakes along the Mexican subduction zone.* Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. **74**: 2135-2156.
- Smith, R. and Sprinks, T. (1975). *Scattering of surface waves by a conical island.* Journal of Fluid Mechanics, Vol. **72**: 373-384.
- Soloviev S.L. (1970). *Recurrence of tsunamis in the Pacific.* Tsunamis of the Pacific Ocean (Ed. W.M. Adams), pp. 149-164. East-West Center Press, Honolulu.

- Stekeetee, J. A. (1958). *On Volterra's dislocation in a semi-infinite elastic medium*. Can. J. Phys., Vol. **144**: 747-767.
- Svendsen, I., A., (1974). *Cnoidal waves over a gently sloping bottom*. Lyngby, Technical University of Denmark.
- Svendsen, I. A., y Yu, K., (1996). *A Boussinesq breaking wave model with vorticity*. 24th International Conference on Coastal Engineering, ASCE, Orlando, USA.
- Tao J. (1983). *Computation of wave run-up and wave breaking*. Internal Report, Danish Hydraulics Institute, Horsholm, Dinamarca.
- Tao, J. (1984). *Numerical modelling of wave runup and breaking on the beach*. Acta Oceanologica Sinica, Beijing, Vol. **6**(5): 692-700.
- Tinti S., Pagnoni G., Zaniboni F., Armigliato A. (2003). *Simulations of the 30th December 2002 Stromboli Tsunami, Italy*. Journal of Geophysical Research, Vol. **5**.
- Villareal A. y Rascon, O. (1974). *Estudio Estadístico de Tsunamis Observados en la Costa Mexicana del Pacífico*. Series del Instituto de Ingeniería, Vol. **328**. México.
- Watts P., Grilli S.T., Kirby J.T., Fryer G.J. y Tappin D.R. (2003). *Landslide tsunami case studies using a Boussinesq model and fully nonlinear tsunami generation model*. Natural Hazards and Earth System Sciences, Vol. **3**: 391-402.
- Watts, P. (1998). *Wavemaker curves for tsunamis generated by underwater landslides*. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. **124**, 3: 127-137.
- Wei, G., Kirby, J., T., Grilli, S., T., y Subramanya, R., (1995). *A Fully nonlinear Boussinesq Model for Surface Waves. I. Highly nonlinear, Unsteady waves*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. **11**: 1-27.
- Zelt, J.A. (1991). *The run-up of nonbreaking and breaking solitary waves*. Coastal Engineering, Vol. **15**: 205-246.
- Zhao, Y., Anastasiou, K. (1993). *Economical random wave propagation modelling taking into account non-linear amplitude dispersion*. Coastal Engineering, Vol. **20**: 59-83.