

00861



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

---

---

UNIDAD ACADÉMICA DE CICLOS DE PROFESIONAL Y DE  
POSGRADO

MAESTRIA EN CIENCIAS ECONÓMICAS

CONVERGENCIA EN EL PRODUCTO PER CAPITAL ESTATAL:  
UN ESTUDIO DE PANEL CON RAIZ UNITARIA

**JESUS DIAZ PEDROZA**

ASESOR: MTR. MIGUEL ANGEL MENDOZA GONZALEZ

SEPTIEMBRE 2002<sup>4</sup>



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

<b>HIPÓTESIS DE TRABAJO</b> .....	2
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	4
<b>CAPITULO 1 MARCO TEÓRICO</b> .....	7
HECHOS DEL CRECIMIENTO .....	8
<i>Hechos estilizados del crecimiento económico</i> .....	8
<i>Sobre los hechos del crecimiento</i> .....	9
MODELO DE SOLOW-SWAN .....	15
<i>Supuestos básicos</i> .....	16
<i>Solución al modelo de Solow</i> .....	19
<i>Análisis del estado estacionario</i> .....	21
EXTENSIONES DEL MODELO .....	22
<i>La regla de oro y la eficiencia dinámica</i> .....	22
<i>Modelo de Ramsey, Cass y Koopmans</i> .....	24
<i>Modelos con capital Humano</i> .....	29
<b>CAPITULO 2. CONVERGENCIA</b> .....	34
HIPÓTESIS DE CONVERGENCIA .....	35
<i>El concepto de convergencia</i> .....	36
<i>Convergencia condicionada</i> .....	37
<i>Convergencia Regional</i> .....	45
EVIDENCIA EMPÍRICA .....	46
<i>Evidencia empírica internacional</i> .....	47
<i>Evidencia empírica para México</i> .....	54
<b>CAPITULO 3 CONVERGENCIA EN EL PRODUCTO PER CÁPITA ESTATAL: UN ESTUDIO DE PANEL CON RAÍZ UNITARIA.</b> .....	58
INTRODUCCIÓN: .....	59
METODOLOGÍA ECONÓMÉTRICA .....	60
<i>Panel de Datos con Raíz Unitaria</i> .....	60
<i>Test de Levin y Lin</i> .....	61
<i>Test de Im, Pesaran y Sheen</i> .....	65
<i>Test de Hadri</i> .....	67
LOS DATOS .....	71
RESULTADOS ECONÓMÉTRICOS DE LA APLICACIÓN DE LAS PRUEBAS .....	72
INFERENCIA SOBRE CONVERGENCIA $\beta$ .....	78
<b>CONCLUSIONES</b> .....	80
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	84

## Hipótesis de trabajo

La Economía mexicana a atravesado por una serie de transformaciones que van desde aquellos años en que la estrategia de crecimiento se sustitución de importaciones hasta la de nuestros días que se sustenta en las exportaciones como motor de crecimiento. En este sentido cabe aclarar que se han escrito diversos artículos sobre el tema de la convergencia. Los hay algunos que destacan que dentro de sus resultados han encontrado el cumplimiento de ésta, sin embargo existen otros que contradicen tal hipótesis.

El documento que a continuación se presenta versa sobre la hipótesis de convergencia para la economía mexicana. El planteamiento del problema y que es el que se tomará como hipótesis nula en esta tesis es "***La existencia de convergencia en los 32 estados de la República Mexicana***". Quizá, se podría argumentar que el cumplimiento de la hipótesis nula se deba a las condiciones muy restrictivas de la homogenización de gustos, preferencias y procesos de producción en cada uno de las regiones mexicanas. Sin embargo ello fue necesario para comprobar el objetivo de la técnica de raíces unitarias en datos de panel. Evidentemente surgirán planteamientos adicionales derivados de incluir algunas variables dentro del modelo propuesto aquí. Como ejemplo concreto se tiene a la inversión pública como un elemento determinante en la convergencia. Entonces una pregunta adicional podría surgir e incluso se podría convertir en una hipótesis auxiliar el planteamiento sería el siguiente ¿es la Inversión Pública causante de un mayor desarrollo estatal? Sin embargo, para probar ésta última sería necesario contar con datos adicionales sobre la inversión pública de cada uno de los Estados e introducirla como una variable más dentro del modelo. Posteriormente intentaríamos verificar si la variable Inversión Pública resulta con significancia estadística y establecer que tanto es su contribución hacía la convergencia de los distintos estados que conforman la República Mexicana. No hay que olvidar que este punto es importante en la medida en que en economías

como Estados Unidos esta variable resulta estadísticamente no significativa. Sin embargo en economías como la española, italiana y algunas de menor desarrollo la variable Inversión Pública resulta ser significativa y ser la causante de un mayor impulso a la convergencia.

Una vez establecida la hipótesis, nos resta indicar la forma en como se contrastará la hipótesis central. La metodología es: primero establecer el marco teórico sobre el problema, después establecer una metodología estadística y por último establecer los principales resultados. En el primer capítulo se abordan los principales modelos teóricos que sirven de sustento a esta tesis. El modelo de Solow sirve como elemento central de cualquier hipótesis que verse sobre crecimiento económico, su contrastación empírica más directa corrió a cargo de Mankiw, Romer y Weill. Modelo que será tratado dentro de este trabajo. El modelo de Ramsey, Cass y Koopmans sirve como elemento central por que es a partir de este modelo de donde provienen las estimaciones empíricas sobre convergencia económica. La forma en como se lleva a cabo las contrastaciones de la hipótesis de convergencia consiste en utilizar paneles de datos con raíz unitaria, esta metodología es la utilizada por Danny Quah, quien fue pionero en buscar la existencia de convergencia para modelos dinámicos, dinámicos en el sentido que involucran a la dimensión tiempo y espacio para la contrastación empírica sobre convergencia económica. Cabe destacar que se describen los trabajos realizados en México por Alvaro Cermeño y Gerardo Esquivel. En Esquivel por ejemplo el autor trabaja con un modelo de Cross-Section y encuentra que la convergencia estatal se da pero en menor medida que la encontrada en otras partes del mundo. En Cermeño, trabajando con un modelo similar al de Albert Marcet encuentra que la velocidad de convergencia es mayor pero para ello utiliza simulaciones de montecarlo.

Resta por decir que en este trabajo se acota lo más posible debido a que está hipótesis podría extenderse en un trabajo mucho más exhaustivo y que pudiera servir como objeto de investigación para una tesis doctoral.

## **Introducción**

La explicación de las diferencias existentes en los niveles de vida entre países o regiones ha sido desde hace mucho tiempo uno de los retos más importantes a los que se han enfrentado los economistas. Estas diferencias entre países son manifiestas, como también el hecho de que muchas economías son hoy en día más ricas que hace varias décadas. La evidencia empírica constata que algunos países han crecido a tasas mucho más elevadas que otros incluso durante largos periodos de tiempo. Las implicaciones a largo plazo de estas diferencias entre países en las tasas de crecimiento son muy importantes. Mientras que algunos países asiáticos como Corea, Hong Kong o Taiwan han visto cómo durante el periodo que va de 1960 a 1990 el ingreso per capita entre dos generaciones se multiplicaba aproximadamente por cinco, en otros, principalmente del Africa sub-sahariana como el caso del Chad, el ingreso per capita disminuía en una tercera parte en el mismo periodo de tiempo. ¿Cómo podemos explicar estas diferencias tan importantes? ¿Cuáles son los determinantes del crecimiento a largo plazo? ¿Bajo qué condiciones incorpora el proceso de crecimiento una tendencia inexorable al acercamiento de ingresos entre países? Estas son sólo algunas de las cuestiones que aborda la literatura del crecimiento económico.

Una vez que las economías desarrolladas empezaban a superar las profundas recesiones de mediados de los años setenta y de principios de los ochenta, y cuando las elevadas tasas de desempleo han dejado de ser un fenómeno coyuntural convirtiéndose en un problema persistente, los economistas han vuelto a enfatizar la necesidad de asegurar un crecimiento sostenido de la productividad

como medio para alcanzar niveles de bienestar más elevados. Este renovado interés y rejuvenecimiento de las teorías del crecimiento económico a partir de mediados de los años ochenta, ha dado lugar a lo que Solow ha denominado una tercera oleada o generación de modelos de crecimiento.

Las razones del florecimiento de tantos trabajos teóricos y empíricos son bastantes variadas. En primer lugar, existía una evidente insatisfacción con los modelos neoclásicos de crecimiento de los años cincuenta y sesenta, ya que únicamente habían sido capaces de formalizar el crecimiento económico como un proceso exógeno, aun a sabiendas de que se trataba de un fenómeno bastante más complejo, resultado de múltiples decisiones de los agentes económicos. En segundo lugar, la abundante literatura sobre los modelos reales de ciclo que surge a principios de los años ochenta ha utilizado generalmente como punto de partida modelos de crecimiento en los que se han incorporado perturbaciones transitorias, ante las que los agentes económicos responden racionalmente, dando lugar a oscilaciones de carácter cíclico. Es por ello que muchas de las contribuciones a la moderna literatura del crecimiento económico se deben a autores que con anterioridad se habían centrado en el análisis del ciclo económico, y que desde hacía tiempo eran conscientes de que ciclo y crecimiento económico, aunque se estudiaban por separado para simplificar los problemas que se querían analizar, están íntimamente ligados. Por lo tanto parecía sólo una cuestión de tiempo que, igual que se trataba de dar una explicación de los ciclos económicos obviando el comportamiento a largo plazo de las variables macroeconómicas, los economistas empezaran a preguntarse cuáles eran las causas del progreso técnico. Por último, y no menos importante, se elaboraron bases de datos relativamente completas para analizar las características del crecimiento económico, con una dimensión temporal (e.g.: Maddison (1982, 1991)) o espacial (e.g.: Summers y Heston (1991)) muy amplia. Sin lugar a dudas, buena parte del atractivo de las aportaciones más recientes, en particular los contrastes de modelos alternativos de crecimiento, se debe al uso de la evidencia empírica disponible.

Por otro lado, no hay que olvidar que el artículo de Paul Romer *Increasing Returns and Long Run Growth* (1986) fue una de las aportaciones que hicieron resurgir la Teoría del Crecimiento Económico. Esta interesante aportación reorientó el foco de las investigaciones. Economistas como Lucas, Barro, Prescott y Sargent comandaron la revolución de las expectativas racionales pero, es hasta el trabajo antes mencionado de Romer cuando los macroeconomistas empiezan a darle la importancia que merece el análisis sobre la Teoría del Crecimiento Económico dentro de la macroeconomía. De hecho hoy en día la mayoría de los libros de texto le dedican un capítulo especial.

En este documento repasaremos algunos de los aspectos más importantes de la literatura sobre crecimiento económico. En primer lugar, se presentan algunos de los hechos estilizados que caracterizan el crecimiento económico de los países. A continuación se presenta el modelo de crecimiento neoclásico de Solow, que permite obtener una explicación satisfactoria de muchos de estos hechos, se analizan sus proposiciones sobre convergencia y se presentan algunos resultados empíricos. Posteriormente se verá el caso del modelo de Ramsey, Cass y Koopmans. Este modelo es el que servirá de base para construir las estimaciones empíricas de la convergencia para el caso de la economía mexicana.

Por último, se examina cuáles han sido algunas de las distintas explicaciones que se han ofrecido en la literatura sobre crecimiento económico a las causas del progreso técnico.



***Capítulo 1 Marco Teórico***

## *Hechos del Crecimiento*

### **Hechos estilizados del crecimiento económico**

En 1961 Kaldor propuso seis hechos estilizados básicos que toda teoría del crecimiento debería tratar de explicar. Se trata, por tanto, de una descripción de las "tendencias amplias" que muestran los datos, sin embargo se debe destacar que en la teoría del crecimiento económico no son sólo los seis hechos de Kaldor los que explican su comportamiento sino que existen otra serie de características de los datos que podemos considerar como otros hechos estilizados para los que también existe un consenso relativamente amplio. Estos hechos son los siguientes:

1. El volumen agregado de producción y la productividad del trabajo han crecido continuamente en las economías occidentales.
2. La relación capital por trabajador muestra un crecimiento continuado.
3. La tasa de beneficio del capital ha sido estable a largo plazo.
4. La relación capital-producto ha permanecido estable en largos periodos de tiempo.
5. La participación de las rentas del trabajo (salarios) y del capital (beneficios) en la producción total también han permanecido relativamente estables.
6. Se aprecian diferencias sustanciales en las tasas de crecimiento de la producción y de la productividad del trabajo entre los países.
7. Cuando se utilizan muestras que incluyen un número elevado de países, sus tasas de crecimiento no están correlacionadas con sus niveles iniciales de ingreso per capita.
8. El crecimiento en el volumen de comercio se correlaciona positivamente con el crecimiento del output.
9. Las tasas de crecimiento de la población se correlacionan negativamente con el nivel de ingreso.

10. El crecimiento de los factores de producción no es suficiente para explicar el crecimiento del output; esto es, siempre se obtiene un residuo al hacer contabilidad del crecimiento.
11. Tanto la mano de obra cualificada, como la no cualificada tiende a emigrar hacia los países de ingresos altos.

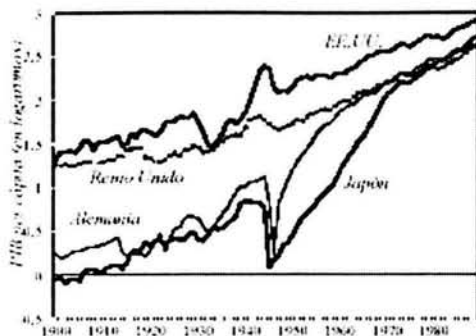
Hay que tener en cuenta que los hechos mencionados arriba no son todos independientes entre sí. Si se denota a  $Y, K, L$  y  $r$  por el output, el stock de capital, la cantidad de trabajo y la remuneración del capital, respectivamente es posible comprobar que: Si  $(Y/L)$  crece (Hecho 1) y el Hecho 4 ( $Y/K$ ) se mantiene constante entonces es posible que  $(K/L)$  debe estar creciendo (Hecho 2). Por otra parte, Si  $(Y/K)$  es constante (Hecho 4) y  $(rK/Y)$  es constante (Hecho 5), entonces  $r$  debe de ser constante (Hecho 3).

Una vez señalada la dependencia de algunos de los hechos enunciados por Kaldor, basta concentrarse en los cuatro restantes (Hechos 1, 4, 5 y 6). Con la excepción es el quinto, sobre los tres restantes sigue existiendo un amplio consenso de que representan caracterizaciones estilizadas adecuadas de la realidad. En síntesis, en el hecho 5 parece constatarse una cierta tendencia a la disminución (aumento) de la participación del capital (trabajo) a lo largo del tiempo.

### **Sobre los hechos del crecimiento**

#### **Hecho1: Crecimiento continuado en el volumen agregado de producción y en la productividad del trabajo.**

Desde una perspectiva de largo plazo no hay duda alguna de que ha existido un sustancial crecimiento acumulado, tanto en el PNB, como en el PNB per capita



**Cuadro 1**  
PIB per capita, 1879-1992

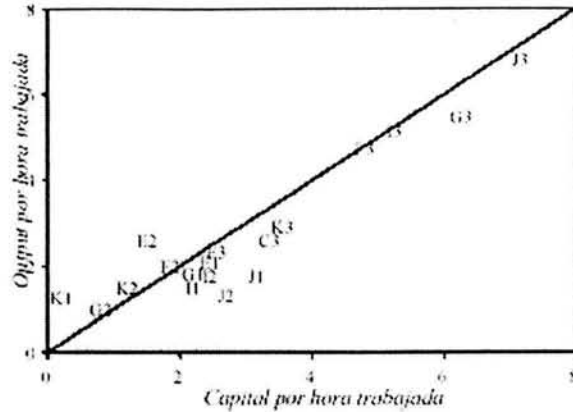
País	1870	1992	Ratio
Austria	1875	17160	9.2
Bélgica	2640	17165	6.5
Canadá	1620	18159	11.2
Dinamarca	1927	18293	9.5
España	1376	12498	9.1
Francia	1858	17959	9.7
Alemania	1913	19361	10.1
Italia	1167	16229	11.1
Holanda	2640	16898	6.1
Suecia	1661	16927	10.2
Reino Unido	3263	15738	4.8
Estados Unidos	2157	21558	8.8

Fuentes: Internationales de 1990; Maddison (1995)

(cuadro 1) y en el PNB por trabajador. Consideremos el análisis que realiza Maddison para los cuatro países para los que se dispone de series históricas bastante amplias: Estados Unidos, Japón, Alemania y el Reino Unido. En el siguiente Gráfico se presenta una evidencia que se abordará extensamente, si tomamos el PIB per capita como medida de bienestar se puede comprobar que éste se ha multiplicado en el periodo de referencia por 4.9 en Estados Unidos (3.8, 11.1 y 15.9 en Reino Unido, Alemania y Japón, respectivamente). También hay que señalar que en estos países la población ha crecido en menor medida de lo que lo ha hecho el nivel de producción, por lo que los individuos han podido disfrutar de ganancias importantes en sus niveles de bienestar.

#### **Hecho 4: Relación capital-producto estable en largos periodos de tiempo.**

Para comprobar este hecho se procede a ver si la relación  $(K/Y)$  es estable en el tiempo, Maddison (1991), utiliza datos de siete países industrializados en tres períodos de tiempo distintos (1870- 1913, 1913-1950 y 1950-1979). En el eje de abcisas del siguiente Gráfico se representa la tasa de crecimiento del capital por hora trabajada, mientras que en el eje de ordenadas esta la tasa de crecimiento del output por hora trabajada. Como se puede apreciar la ratio  $(K/Y)$  es relativamente estable, ya que las observaciones están situadas en un entorno muy cercano a la diagonal. Asimismo, mediante la observación del cuadro 1, se puede comprobar que esta relación se cumple.



Fuente: Maddison (1991).

**Hecho 5: Participación constante de las rentas del trabajo (salarios) y del capital (beneficios) en la producción total.**

La participación estable de las rentas de los factores en el ingreso total ha sido puesta en duda. En el siguiente Cuadro se presentan algunas estimaciones de la participación de las rentas del capital en el ingreso total. Hay que señalar que por razones metodológicas las estimaciones de los distintos países no son directamente comparables. A pesar de ello, parece apreciarse una tendencia a la disminución de la participación del capital del 40 al 30 por ciento. El problema de estas comparaciones intertemporales es la medición correcta de lo que son rentas del capital y rentas del trabajo, por ejemplo, en el caso de las rentas de los trabajadores por cuenta propia.

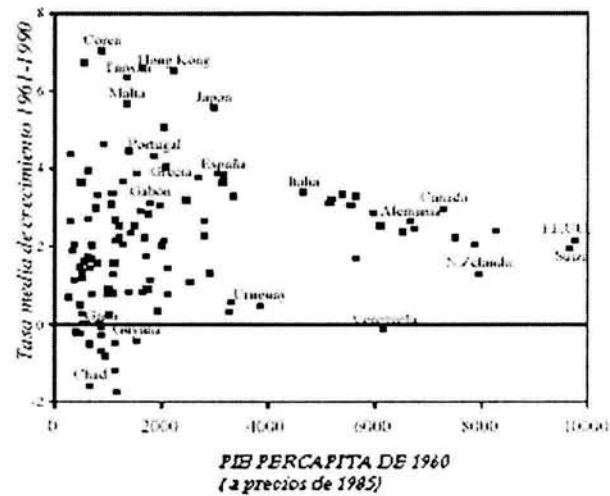
Estimaciones de la Participación del Capital en el ingreso Total			
País	Fecha	(rK/Y)	Referencia
Reino Unido	1856-1871	0.41	Matthews, Feinstein y Odling-Smee (1982)
Reino Unido	1873-1913	0.43	" "
Reino Unido	1913-1951	0.33	" "
Reino Unido	1951-1973	0.27	" "
EE.UU	1899-1919	0.35	Kendrick (1961)
EE.UU	1919-1953	0.25	
EE.UU	1929-1953	0.29	Kendrick (1963)

Fuente: Maddison (1991)

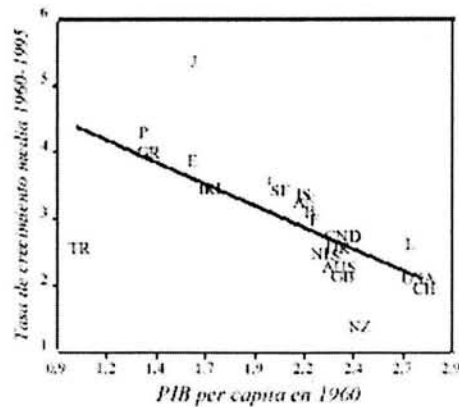
**Hechos 6 y 7: Diferencias sustanciales en las tasas de crecimiento de la producción y de la productividad del trabajo entre los países no correlacionadas con el nivel inicial de renta per capita.**

En el Gráfico 2.4 resulta evidente que las tasas de crecimiento han sido muy distintas entre países y que no están correlacionadas con el nivel de PIB Per cápita al inicio del periodo considerado. Sin embargo se observa que se presenta un amplio rango de oscilación de las tasas de crecimiento para el periodo 1961-90. Corea, Hong Kong y Taiwan son los países con mayores tasas de crecimiento superando a aquellas como Chad en más de 10 veces.

De hecho el análisis de Jones (1998) señala que los ingresos de los países más pobres son inferiores al 5% de los ingresos per cápita de los países más ricos. La ausencia de una relación negativa plantea evidencia en contra de la idea de que los países pobres tienden a crecer más rápido que los ricos y, por lo tanto, tienden a converger con estos.



A pesar de ello, hay que señalar que aun es posible encontrar muestras más reducidas de países, o regiones, para los que es posible encontrar esa relación negativa y hablar de convergencia, como se hará más adelante. En concreto, esta idea será completamente desglosada en el siguiente capítulo pero que sin embargo hay que indicar que literatura sobre el crecimiento se ha encontrado una clara evidencia de una relación negativa entre niveles de renta de partida y tasas de crecimiento. Por ejemplo, para una muestra de países de la OCDE, que comparten muchas características económicas e institucionales. Por lo tanto, la evidencia a favor o en contra de la convergencia depende de la muestra de países o regiones analizados, basta tan sólo observar el siguiente gráfico en el cual se presenta convergencia para los países de la OCDE.



**Hecho 9: El crecimiento de los factores de producción no es suficiente para explicar el crecimiento del PIB.**

La explicación de este hecho económico se debe básicamente a que el crecimiento económico se presenta por las siguientes razones. Por un lado se tienen que tomar en cuenta el progreso técnico; es decir, la acumulación de factores productivos y el crecimiento de la productividad dado un volumen de recursos fijo. En este punto hay que aclarar que la evidencia empírica muestra que hay una parte que permanece sin explicar en los modelos de crecimiento tradicionales y que esta parte no explicada, lo teóricos del crecimiento la han denominado residual de Solow. Esta definición surge ante la discrepancia existente cuando se

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} \quad (1)$$

contrasta la hipótesis de crecimiento del modelo de Solow; veámoslo de manera intuitiva. Por ejemplo, al resolver el modelo de Solow, se obtiene la siguiente expresión:

Es decir que se puede comprobar que las tasas de crecimiento del PIB per capita y del stock de capital per capita son iguales.



Sin embargo, existe un pequeño problema ya que al contrastarse con datos reales de la economía es fácilmente demostrable la ecuación (1) no se cumple y que la ecuación (2) describe mejor el comportamiento de la economía:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{rK}{Y} \frac{\dot{k}}{k} \quad (2)$$

### **Hecho 10: Las tasas de crecimiento de la población e ingresos está correlacionados negativamente.**

Si recurrimos a la literatura empírica podemos apreciar que en la mayoría de los documentos escritos se observa que existe una correlación negativa entre el PIB per capita inicial de 1960 y la tasa de crecimiento de la población. ¿Cuál es la causa? Existen al diversas explicaciones, aunque una de las más aceptadas es la creencia de que los países desarrollados han completado la transición desde altas tasas de natalidad y mortalidad a otras más bajas, mientras que en los países en desarrollo este proceso no ha terminado. Una posible debilidad a esta explicación es que las tasas de mortalidad han descendido de manera considerable en estos últimos. Por lo tanto, en los países en desarrollo existe todavía un desfase que tiene que ver con su inferior nivel de ingreso, y que se traduce en una reducción en la tasa de natalidad inferior a la experimentada por la tasa de mortalidad.

### ***Modelo de Solow-Swan***

En este apartado se desarrolla el modelo de Solow y Swan. Se establecen las principales hipótesis y supuestos del modelo y los resultados que se obtienen. En un apartado posterior se desarrollará el modelo con capital humano y se resaltarán las principales diferencias con el modelo de esta sección. El modelo comienza con una serie de supuestos que ya se han estandarizado en la literatura

económica y que son pertinentes para que el modelo funcione de manera adecuada.

### **Supuestos básicos**

Supongamos que se tiene una economía que produce un único bien  $Y$ . Este bien puede tener dos finalidades ya sea que se consume,  $C$ , o se ahorra,  $S$ . El objetivo es el análisis del funcionamiento de esta economía en el largo plazo, para tal cometido se supone que el mercado de bienes y servicios y el del trabajo se encuentran en equilibrio. Que la inversión planeada  $I$  coincide con el ahorro  $S$ , dando lugar a un incremento de la capacidad instalada,  $K$ . Además, se hace uso de los siguientes supuestos:

1. Aunque el modelo de Solow se puede resolver con distintas funciones de producción que satisfacen las propiedades de buen comportamiento,

$$Y = F(K, AL) \quad (3)$$

también conocidas como condiciones de Inada

Para simplificar se supone que las posibilidades técnicas de producción se representan mediante la función de producción del tipo Cobb-Douglas:

$$Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \quad (4)$$

en donde el progreso técnico es neutral en sentido de Harrod y su tasa de crecimiento viene dada por:

$$\frac{\dot{A}}{A} = g \quad (5)$$

Como esta función presenta rendimientos constantes a escala, se puede escribir como:

$$\frac{Y}{AL} = \left( \frac{K}{AL} \right)^\alpha \quad (6)$$

Y en términos per cápita:

$$y = k^\alpha \quad (7)$$

En todo este documento las variables en letras minúsculas son referenciadas como variables per capita. Además hay que señalar que tanto  $y$  como  $k$  están normalizadas por medio del progreso técnico, por lo que se denominan a la variables PIB (output o producto) y capital por trabajador en unidades de eficiencia o por trabajador eficiente. Además, la función producción tienen que cumplir con una serie de propiedades de buen comportamiento. Estas propiedades para una función de producción del tipo Cobb-Douglas son las siguientes:

$$\begin{aligned} ii) \quad f''(k) &= \alpha(\alpha - 1)k^{\alpha-2} < 0 \\ i) \quad f'(k) &= \alpha k^{\alpha-1} > 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$iii) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$$

$$iv) \quad \lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$$

Entonces,

a las condiciones anteriores se les suele llamar condiciones de Inada.

$$f'(0) = (0)^\alpha = 0$$

$$f(\infty) = (\infty)^\alpha = \infty$$

2. La fuerza de trabajo crece a una tasa proporcional constante y exógena  $n$ :

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \quad (9)$$

3. El ahorro supone una fracción constante del ingreso:

$$S = sY \quad (10)$$

en donde la tasa de ahorro  $s$  es un parámetro exógeno contenido en el intervalo  $(0, 1)$ .

$$I \equiv \dot{K} + \delta K \quad (11)$$

4. El capital se deprecia a la tasa  $\delta$  de forma que:

Esta expresión no es una función de inversión sino tan sólo una identidad que relaciona la acumulación de capital y su depreciación con la inversión en el marco de las cuentas nacionales.

5. El último supuesto de haremos uso se refiere a las leyes de Walras y a la condición de vaciado de mercados, lo que da lugar a los precios de equilibrio. En este supuesto, la flexibilidad de  $r, w$  y  $p$  garantiza el pleno empleo de los factores productivos en todo momento.

$$F(K, L)_L = (1 - \alpha) \frac{Y}{L} = \frac{w}{p} \quad (12)$$

$$F(K,L)_K = \alpha \frac{Y}{K} = r \quad (13)$$

cuya condición de vaciado de mercado exige que se satisfaga lo siguiente:

$$\begin{aligned} K^d &= K(r, w/p) \\ N^d &= N(r, w/p) \end{aligned} \quad (14)$$

que en términos más intuitivos es el cumplimiento de oferta es igual a demanda de factores.

### **Solución al modelo de Solow**

Ahora ya se tienen las condiciones necesarias para solucionar el modelo de Solow y obtener algunos de los resultados más importantes que permitirán realizar la contrastación de la hipótesis de la convergencia económica. Si se utilizan las ecuaciones (4) y (7) y se deriva con respecto al tiempo se puede obtener la ecuación que gobierna al movimiento del comportamiento del modelo de crecimiento neoclásico.

$$\dot{y} = \frac{\partial f(k)}{\partial t} = \alpha f'(k)^{\alpha-1} \dot{k} \quad (15)$$

Las condiciones para el crecimiento de la relación capital/trabajo eficiente, y la convergencia hacia el estado de crecimiento sostenido  $k$  puede representarse como:

$$\frac{dk}{dt} = \dot{k} = \left[ \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} - \frac{\dot{A}}{A} \right] \frac{K}{AL} \quad (16)$$

sustituyendo (5), (9), (10) y (11) en (16) se tiene:

$$\dot{k} = \left[ \frac{I}{K} - n - g - \delta \right] k \quad (17)$$

haciendo uso de la relación entre ahorro e inversión se llega a la siguiente expresión:

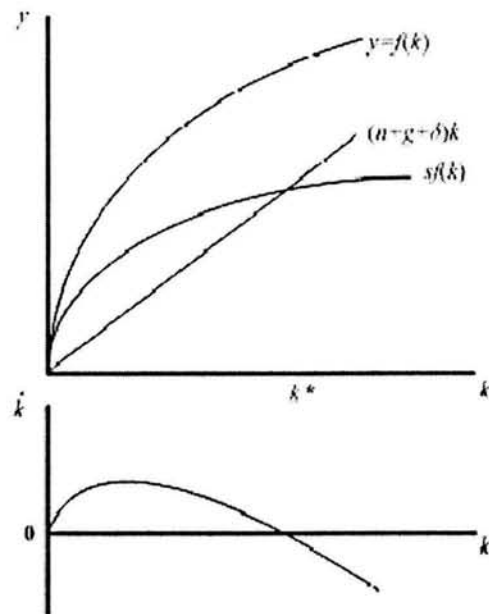
$$\dot{k} = sk^\alpha - (n + g + \delta)k \quad (18)$$

Expresión conocida en la literatura del crecimiento económico como **"la ecuación fundamental del crecimiento en el modelo neoclásico"**, que no es más que una relación de comportamiento que lleva implícita a la función de ahorro, siendo el resto relaciones de tipo tecnológico o identidades. La interpretación de esta ecuación de crecimiento es muy sencilla: el stock de capital por persona aumenta con la diferencia entre el ahorro bruto de la economía y la tasa de reposición del capital  $(n + g + \delta)k$ . Cuando aumenta la tasa de ahorro, la inversión agregada aumenta (esto es suponiendo que la economía es cerrada y la inversión es igual al ahorro). Como la inversión sirve para aumentar la cantidad de maquinaria y equipo, el stock de capital aumenta. Volviendo a la ecuación (18), primer término del lado derecho es el ahorro total por trabajador en unidades de eficiencia. Cuando la acumulación de capital  $\dot{k} = 0$  entonces  $sk^\alpha = (n + g + \delta)k$  indica cuál es el ahorro necesario por trabajador eficiente para mantener  $k$  constante. Si las máquinas se deprecian ( $\delta$ ) a una tasa mayor, entonces el stock de capital por persona deberá aumentar en menor medida. Lo mismo ocurre con el aumento de la tasa de fertilidad o crecimiento de la población ( $n$ ), cuanto más personas nazcan el stock de capital por persona disminuye.

En términos escuetos la ecuación (18) nos dice que el stock de capital per capita disminuye por dos razones: la primera es que una fracción de capital se deteriora o deprecia en cada instante del tiempo. La segunda por la que el stock de capital por persona decrece sino se invierte nada es que el número de personas aumenta. Sin embargo hay que tener presente de que existen dos aspectos muy importantes acerca de este resultado. El primero es que la relajación de los supuestos básicos de este modelo alteraría el resultado obtenido. Segundo, el hecho de que la productividad marginal de capital sea decreciente con un rango de variación entre  $\infty$  y 0. Esto asegura, la existencia y estabilidad de un estado estacionario, en el que la economía experimenta crecimiento sostenido con pleno empleo. Es decir, la productividad media del capital es igual a una constante que viene determinada por los parámetros  $n$ ,  $g$ ,  $\delta$ ,  $s$  y  $\gamma$ .

### **Análisis del estado estacionario**

La ecuación fundamental del modelo de Solow y Swan nos indica el aumento del stock de capital por persona como función de algunas constantes ( $A, s, \delta$  o  $n$ ) y del stock existente,  $k$ . Hay que resaltar que la ecuación se cumple en cada instante del tiempo, desde el instante inicial hasta el periodo infinito. Una manera sencilla de visualizar y llevar a cabo un análisis de las predicciones del modelos de Solow y Swan es mediante el siguiente gráfico, en el eje horizontal ponemos  $k$ . La primera función importante es la de la producción,  $f(k)$ . Como se trata de una función neoclásica,  $f(k)$  es creciente (el producto marginal del capital es positivo) y es cóncava (existen rendimientos decrecientes del capital). Además, la función de producción es vertical cuando el capital es cero, por la condición de Inada, se requiere que el producto marginal del capital sea infinito y que la pendiente se vuelva horizontal cuando  $k$  se aproxima a infinito.



La ecuación fundamental de Solow- Swan, el aumento de capital per cápita es igual a la diferencia entre dos funciones. La curva de ahorro,  $sf(k)$ , es proporcionalmente inferior a  $f(k)$  como se aprecia en la gráfica anterior que aparece por debajo de la función de producción  $f(k)$ . Finalmente, la función  $(n + g + \delta)k$  es una línea recta que pasa por el origen y que tiene pendiente constante e igual a  $(n + g + \delta)$ .

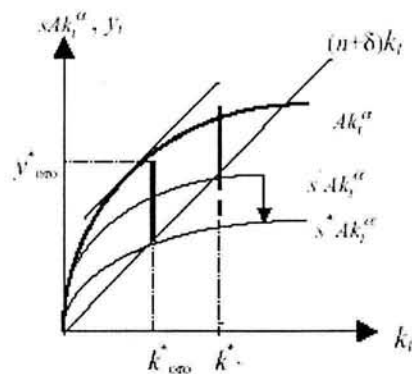
### ***Extensiones del modelo***

#### **La regla de oro y la eficiencia dinámica**

Continuando con el modelo de Solow-Swan, mostrado en líneas arriba. El nivel de capital correspondiente a la Regla de Oro se representa por medio de  $k^*_{oro}$  y el consumo por medio de  $c^*_{oro}$ . En particular en el nivel de Capital de la Regla de Oro, la función de producción y la línea recta de  $(n + g + \delta)k$  tienen la misma pendiente y el consumo se encuentra en su nivel máximo. Si el capital per per está por encima del nivel de la regla de oro, en este caso se dice que se ha acumulado demasiado capital y la economía se encuentra en una situación de ineficiencia

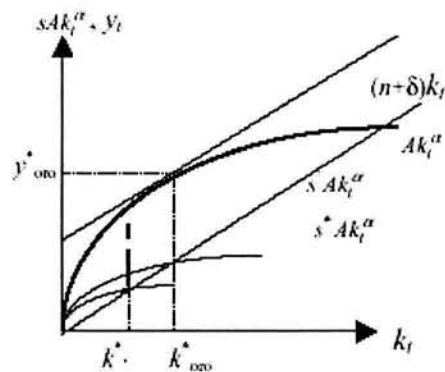


dinámica. En esta situación reduciendo los ahorros de hoy, se puede consumir



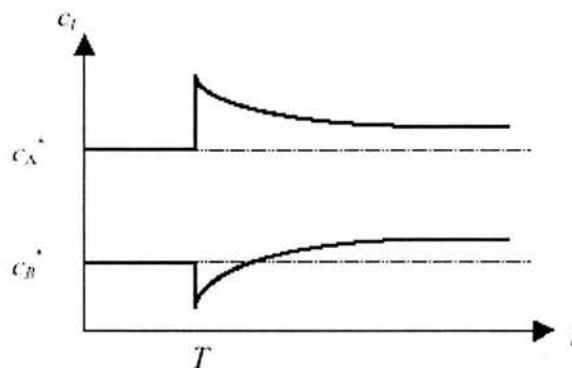
más, tanto hoy como en el futuro.

Ahora bien, también se puede presentar el caso en que el capital per capita sea inferior al de la regla de oro como se muestra en el siguiente gráfico.



en este caso ya que tanto el nivel de producción como de consumo per cápita podrían ser más altos, pero solamente en el largo plazo. Entonces se dice que la economía es dinámicamente eficiente, porque si hoy se tiene una cantidad inferior de la de estado estacionario las familias tienen que renunciar a parte de su consumo de hoy, de forma que las generaciones futuras puedan consumir más. Dicho de otra manera; en una economía dinámicamente eficiente, las generaciones futuras pueden beneficiarse de una tasa de ahorro de hoy más alta, pero las generaciones de hoy perderían en términos de consumo.

En términos del consumo consideremos la siguiente gráfica. Donde A y B son regiones o países.



Este gráfico nos presenta dos importantes resultados:

- En una economía dinámicamente eficiente (*País B*), si se quiere subir la cantidad de consumo per cápita de las generaciones futuras, se tiene que reducir hoy el consumo de las generaciones presentes.
- En una economía dinámicamente ineficiente (*País A*), se puede subir la cantidad de consumo per cápita de las generaciones futuras sin reducir el consumo per cápita de las generaciones presentes.

### **Modelo de Ramsey, Cass y Koopmans**

En el siguiente modelo es muy similar al de Solow, con la salvedad de que se apoya en supuestos microeconómicos. A pesar de ello, las tasas de crecimiento del trabajo y de la tecnología siguen considerándose exógenas, la evolución del stock de capital se hace ahora depender de la interacción entre el comportamiento maximizador de las economías domésticas y el de las empresas en un mercado competitivo, de modo que la tasa de ahorro ya no tiene por que ser constante. El modelo de Ramsey, Cass y Koopmans, se desarrolla bajo el esquema de la teoría de control óptimo. En las líneas que siguen se describirá la forma en como es resuelto el modelo.

## Supuestos

Los supuestos básicos sobre los que descansa el modelo es que las decisiones de ahorro y el consumo son los óptimos. Entonces el problema estándar se establece de la siguiente manera:

- El agente económico quiere controlar una serie de variables, a las que llamaremos variables de control.
- El agente económico quiere maximizar una función objetivo (de utilidad, beneficio, etc.) sujeto a un determinado conjunto de restricciones.
- Las restricciones son dinámicas, y explican la evolución de las variables de estado, las cuales describen el estado de la economía.

Se establece una función de utilidad que refleja las preferencias de los consumidores con las siguientes características:

Para la solución del modelo se plantean tres escenarios cada uno con supuestos adicionales:

a) Modelo de mercado.

### Supuestos de comportamiento de las familias.

- Las familias determinan óptimamente el consumo y el ahorro, además son propietarias factores productivos y de activos financieros.
- Las empresas alquilan trabajo y capital y venden su producto.
- Existen 3 mercados: el de capital, trabajo y producto

$$U(0) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) L_t dt = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} L_t dt = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} dt \quad (19)$$

donde la función de utilidad es del tipo CARA y es una suma descontada de funciones de utilidad instantáneas. La función de utilidad es cóncava con horizonte de tiempo infinito. La tasa de egoísmo está representada por  $\rho$  mientras que  $\theta$  representa la disposición de los hogares o familias a la sustitución intertemporal del consumo. Asimismo, la función de utilidad instantánea es cóncava.

## Restricción presupuestaria

- Las familias poseen activos  $B_t$ , los cuales prestan y perciben  $rB_t$  ingresos o si se endeudan tienen que pagar  $rB_t$ .
- Las familias poseen trabajo  $L_t$  por lo cual ellas perciben un salario  $wL_t$ .
- Las familias tienen un ingreso total por lo que ellas tienen que decidir si

$$\dot{b} = w_t + rb_t - c_t - nb_t \quad (20)$$

acumulan activos o consumen. Formalmente la restricción presupuestal es la siguiente:

Entonces el problema de las familias es maximizar 19 sujeto a la restricción presupuestaria denotada por 20. Entonces el problema se resuelve mediante el hamiltoniano siguiente:

$$H = e^{-(\rho-n)t} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \lambda(w_t + (r-n)b_t - c_t) \quad (21)$$

donde  $\lambda$  es el precio implícito de los activos financieros.

Las condiciones de primer orden para este modelo son las siguientes:

$$H_c = 0 \Rightarrow e^{-(\rho-n)t} c_t^{-\theta} = \lambda \quad (22)$$

$$H_b = -\dot{\lambda} \Rightarrow \lambda(r-n) = -\dot{\lambda} \quad (23)$$

con la condición de transversalidad siguiente:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t b_t = 0 \quad (24)$$

esta última ecuación nos indica que si hay un comportamiento óptimo entonces no se permite dejar al final nada de valor.

La tasa de crecimiento del consumo estará dada por:

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}(r_t - \rho) \quad (25)$$

De manera intuitiva se puede ver mediante la ecuación de Euler:

$$\theta \frac{\dot{c}_t}{c_t} + \rho = r_t \quad (26)$$

Es decir, el valor marginal del consumo (lado izquierdo de la ecuación) es igual al valor marginal de la inversión.

### Comportamiento de las empresas

- Las empresas alquilan trabajo al salario  $w_t$  y capital a la tasa  $R$ . Si  $\delta=0$  (no hay depreciación) entonces  $R=r$  de lo contrario se establece que  $R-\delta=r$  (es decir se cumple la paridad de rentabilidades)
- Venden su producto a precio unitario.
- Son competitivas.
- Utilizan tecnología neoclásica: función de producción  $F(K,L)$  con los siguientes supuestos:
  - Rendimientos constantes de escala.
  - Rendimientos factoriales decrecientes.
  - Condiciones de Inada.

El objetivo de las empresas es la maximización de los beneficios.

$$\pi = f(k_t) - (r_t + \delta)k_t - w_t \quad (27)$$

De la cual se derivan las siguientes condiciones de maximización de los beneficios ( $\pi$ ):

$$f'(k_t) = r_t + \delta \quad (28)$$

$$w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t \quad (29)$$

- Al igual que en el modelo de Solow, existe equilibrio en los mercados de trabajo, capital, producto y, también, en el mercado financiero.
- Para fines prácticos prescindimos del sector público y del sector exterior.
- Lo que los individuos prestan y piden prestado debe coincidir.
- El tipo de interés se ajusta hasta que  $b = k$ .

Manteniendo el supuesto anterior, entonces las ecuaciones que van desde 21 hasta 28 y que involucran a  $b$  tienen que ser sustituidas por  $k$ , obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\dot{k} = f'(k_t) - c_t - (n + \delta)k_t \quad (30)$$

y sustituyendo las condiciones de primer orden (CPO) en la condición de transversalidad, se obtiene:

$$\gamma_c \equiv \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (f'(k_t) - (\delta + \rho)) \quad (31)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t k_t = 0 \quad (32)$$

si la función es Cobb-Douglas:

$$y_t = f(k_t) = Ak_t^\alpha \quad (33)$$

$$\gamma_t = \frac{1}{\theta} (\alpha k_t^{\alpha-1} - (\delta + \rho)) \quad (34)$$

$$\dot{k}_t = Ak_t^{\alpha-1} k_t - c_t - (n + \delta)k_t \quad (35)$$

Estado estacionario. Al igual que se hizo en el modelo de Solow, en el modelo de Ramsey es posible determinar un estado estacionario el cual quedará determinado por las ecuaciones anteriores.

$$\gamma_t \equiv \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (\alpha k_t^{\alpha-1} - (\delta + \rho))$$

$$\dot{k}_t = Ak_t^{\alpha-1} k_t - c_t - (n + \delta)k_t$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t k_t = 0$$

se debe tener en cuenta que en el estado estacionario las tasas de crecimiento de las variables per capita son iguales a cero.

$$\gamma_c^* = \gamma_k^* \quad (36)$$

por lo que en tales circunstancias, los valores para el consumo y el capital son:

$$k^* = \left( \frac{\alpha A}{\delta + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (37)$$

$$c^* = Ak_t^{*\alpha} - (n + \delta)k^* \quad (38)$$

**b)** Modelo de Ramsey a la Robinson Crusoe o modelo de familias productoras.

## Supuestos del modelo

- Las familias determinan de manera óptima tanto el consumo como el ahorro y, se dedican a la Ecuaciones de bienes;
- Tanto la inversión como el ahorro coinciden (se trata de una economía cerrada);
- La inversión bruta es igual a la inversión neta más la Ecuaciones en.

En base a los supuestos se pueden establecer las Ecuaciones del comportamiento para este modelo:

- Preferencias.

$$U(0) = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} dt \quad (19)$$

- Restricción presupuestaria

$$\dot{k} = f'(k_t) - c_t - (n + \delta)k_t \quad (30)$$

que al plantearse el hamiltoniano:

$$H = e^{-(\rho-n)t} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \lambda(f(k_t) - c_t - (\delta + n)k_t) \quad (39)$$

nótese la diferencia con (21). Aplicando las CPO se tiene:

$$H_c = 0 \Rightarrow e^{-(\rho-n)t} c_t^{-\theta} = \lambda \quad (40)$$

$$H_b = -\dot{\lambda} \Rightarrow \lambda(f'(k_t) - \delta - n) = -\dot{\lambda} \quad (41)$$

las ecuaciones así obtenidas son muy similares a 22 y 23.

- c) Modelo con planificador social. Los resultados que se han obtenido para el modelo con familias productoras serán idénticos que cuando se introduce un planificador. Lo único que hay que tener bien claro es que el planificador es una mecanismo por el cual la economía adopta siempre las decisiones correctas.

## Modelos con capital Humano

A raíz de las contribuciones de Romer (1986) y Lucas (1988) la teoría del crecimiento económico se convierte en uno de los campos de investigación más

activos de los últimos tiempos. Se trata de modelos en los cuales, a diferencia del modelo de Solow o Cass-Koopmans, el crecimiento económico surge de forma endógena. En esencia se trata de la incorporación explícita al modelo de ~~o~~ bien otros factores reproducibles (como es el caso del capital humano) o bien la generación de nuevas tecnologías, tal que la economía puede experimentar crecimiento sin acudir a un factor exógeno. La tecnología surge o bien como subproducto de la actividad económica o bien como fruto de una actividad (I+D) guiada por incentivos económicos individuales.

Teodore Shultz (1960) fue uno de los pioneros dentro de la teoría del crecimiento económico con capital humano. En su análisis señala la importancia cuantitativa de la inversión en capital humano, su impacto en el crecimiento de la economía y ofrece las primeras estimaciones de esta rama de la teoría económica. Vendrían los trabajos de Denison (1962) y Uzawa (1965) para proporcionar evidencia a favor de incorporar formalmente el capital humano en los modelos de crecimiento económico.

### **Capital humano, progreso tecnológico y crecimiento:**

El capital humano es considerado como uno de los elementos de mayor trascendencia en el análisis de la competitividad de las economías. Muchos son los analistas económicos que han puesto énfasis en la necesidad de desarrollar un potencial de capital humano suficiente para que las economías puedan alcanzar ritmos de crecimiento económico y competitividad a nivel exterior adecuados.

La necesidad de abrirse al exterior de los países en el proceso de globalización de las economías en el que estamos inmersos, supone por lo tanto ser tan competitivo como los países de nuestro entorno, este hecho está condicionado en gran medida a la dotación de capital humano de la que dispone cada país. Es así que en los modelos de Lucas o Romer, la convergencia entre los países ya no está



tan claro que se produzca y se señala, además, que los países pobres que sepan dotarse con rapidez de capital humano sí tienen posibilidad de acercarse a los ricos, en tanto que aquellos que no sepan desarrollar políticas de fomento del capital humano avanzarán inexorablemente hacia la divergencia.

### **Modelo con capital humano**

El punto de partida es mediante la función de producción del tipo Cobb-Douglas

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t H_t)^{1-\beta} \quad (42)$$

en un horizonte temporal continuo.

Donde Y, K y A son similares a los definidos en la ecuación de Solow. El punto importante de este modelo gira en torno al capital humano denotado por H. Se supone que cada uno de los trabajadores tiene la misma oportunidad de educación (E) y que es constante en el tiempo por lo que la dinámica de H quedará de la

$$H_t = L_t G(E) \quad (43)$$

siguiente manera:

Donde  $L_t$  es la cantidad de trabajadores como en el modelo de Solow y  $G(E)$  es el capital humano por trabajador en función del número de años invertidos en

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^\beta H_t^\gamma \quad (44)$$

educación por trabajador. Con fines prácticos se simplifica la ecuación (43) quedando de la siguiente manera:

Se toman diferencias logarítmicas en (44) y se tiene una relación que resulta más manejable a la hora de realizar las estimaciones. Esta ecuación indica la relación que existe entre el crecimiento de la producción y las tasas de acumulación de los factores empleados en la producción.

$$\Delta \ln Y = \Delta \ln A + \alpha \Delta \ln K + \beta \Delta \ln L + \gamma \Delta \ln H$$

## Evidencia empírica

El siguiente cuadro muestra las estimaciones realizada por varios autores cuando se incorpora el capital humano en la función de producción.

	1	2	3	4	5
	Coef. (t)	Coef. (t)	coef. (t)	Coef. signif	Coef. signif.
constante	0,0046 (0,78)	0,0049 (0,92)	-0.0137 (-1.28)	1,968 (0,00)	2,074 (0,00)
ln y				-0,190 (0,00)	-0,246 (0,00)
$\Delta$ ln K	0,441 (5,07)	0,432 (5,09)	0.417 -6.24	0,530 0	0,469 (,00)
$\Delta$ ln L	0,213 (0,73)	0,2878 (0,97)	0.387 -1.49	0,225 (0,245)	0,413 (0,035)
$\Delta$ ln H	-0,154 (1,71)	-0,221 (-2.22)	0.0359 (-0.34)	-0,080 (0,215)	
h ln H	0,0112 (2,61)				
h		0,0744 (2,61)	0,0101 (3,25)		0,203 (0,004)
h <sup>2</sup>			-0,001 (3,07)		
Países	87	87	87	78	78
R <sup>2</sup>					0,714
				Benh ySp	Benh ySp

Fuente: Angel de la Fuente: Notas sobre la economía del crecimiento I y II.

Como se muestra en el cuadro anterior los trabajos de Kyriacou (1991) y Benhabib y Spiegel (1992), investigan la relación que existe entre el capital humano y el

crecimiento, para tal cometido los autores utilizan los índices de educación elaborados por Kyriacou junto con las diferentes estimaciones del stock de capital físico construidas por Summer y Heston (1991). Siguiendo a los trabajos de Azariadis y Drazen (1990), Kyriacou realiza una estimación con los países más ricos. En su trabajo pretende ver el efecto que tiene la educación sobre la productividad: para recoger este efecto el autor propone como un supuesto que la elasticidad del producto con respecto al capital humano sea una función creciente del nivel medio de educación "h" (como se aprecia en el cuadro anterior). Sin embargo ante la falta de significatividad de los coeficientes para el capital humano y trabajo, H y L respectivamente se suponen varias dudas acerca del modelo.

Benhabib y Spiegel siguen una metodología muy parecida y obtienen resultados más consistentes con la teoría. En sus estimaciones los coeficientes aparecen con el signo esperado y sus regresores son estadísticamente significativos. En sus análisis concluyen que el capital humano contribuye al crecimiento económico mediante el progreso tecnológico. Aunque señalan que debido a problemas econométricos en sus estimaciones no les es posible encontrar el efecto de nivel sobre el crecimiento económico.

## Capítulo 2. Convergencia

## ***Hipótesis de Convergencia***

En líneas anteriores hemos llevado a cabo el marco teórico en el que está sustentada la hipótesis de convergencia. El recién estudiado modelo de Ramsey, nos proporciona los elementos para llevar a cabo el análisis empírico de la convergencia. En esta sección, lo que se hará es dar una explicación acerca de lo que es la convergencia y como se presenta.

Desde la década de 1980 varios estudios han retomado los temas de crecimiento económico y convergencia en los niveles de ingreso per cápita de los países y las divisiones subnacionales. Cabe destacar los de Abramovitz (1986), Baumol (1986), Romer (1986), Lucas (1988), Barro y Sala-i-Martin (1990, 1991 y 1992).

Como se ha señalado en la parte de los hechos del crecimiento, la teoría neoclásica del crecimiento económico predice que las disparidades en el nivel de ingreso per cápita tienden a reducirse con el paso del tiempo y por lo tanto, la tasa de crecimiento per cápita estaría inversamente relacionada con el nivel inicial del ingreso. Esta relación inversa entre el ingreso inicial y su tasa de crecimiento es lo que se conoce como la hipótesis de convergencia. Como se ha visto, la teoría económica identifica tanto fuerzas que tienden a promover la convergencia en niveles de ingreso per capita como otras que tienen un efecto contrario. La evolución observada de los niveles de ingreso y el grado de desigualdad será pues el resultado conjunto de la interacción de las fuerzas endógenas del sistema, y de las distintas acciones de política emprendidas por los gobiernos de los distintos territorios. La importancia relativa de los distintos factores, y la fuerza de la tendencia neta resultante hacia la convergencia es una cuestión empírica a la que ahora se pasará

Comenzaremos desarrollando un modelo susceptible de estimación empírica que se puede interpretar como una forma reducida del desarrollado en la sección anterior. Este modelo, que permite contrastar distintas hipótesis de convergencia, servirá de marco para un repaso de la evidencia disponible sobre convergencia a nivel nacional y regional.

$$y_{i,t+1} = \alpha_i + (1 - \beta)y_{i,t} + \varepsilon_{it} \quad (45)$$

donde  $y_{i,t} = \ln Y_{it}/Y_t$  denota el logaritmo del ingreso per capita del país  $i$  éximo en el periodo  $t$ , normalizada por el ingreso per capita media en los países de la muestra,  $Y_t$ .  $\varepsilon_{it}$  representa un shock aleatorio con media cero y varianza  $\sigma_\varepsilon^2$ , distribuido de manera independiente para los distintos países y periodos y no correlacionado con  $y_{i,t}$  y  $\alpha_i$ . El coeficiente  $\beta$  mide la velocidad media de convergencia hacia un equilibrio a largo plazo. También suponemos que  $\alpha_i$  se mantiene constante sobre el tiempo distribuida entre países con media cero y varianza  $\sigma_\alpha^2$ . Este parámetro refleja las características del territorio  $i$  que determinan su nivel relativo de ingreso en un equilibrio a largo plazo, y refleja por tanto, en primer lugar sus tasas de acumulación de distintos factores y, segundo, preferencias y tecnología, así como las políticas adoptadas por su gobierno y diversas particularidades geográficas o institucionales que pueden incidir sobre la tasa de inversión.

### **El concepto de convergencia**

En la terminología de Barro y Sala i Martín (1990, 1992), existe convergencia condicional cuando el valor del coeficiente  $\beta$  se encuentra entre cero y uno, esto es, cuando cada economía tiende a converger a su propio estado estacionario, y convergencia  $\beta$  "absoluta" cuando además el coeficiente  $\alpha_i$  es el mismo para todas las economías, es decir, cuando todas las regiones convergen hacia un mismo nivel de ingreso. De acuerdo con estos autores, existe convergencia  $\sigma$  cuando la dispersión de los ingresos (medida por la varianza de  $y_{it}$ ,  $\sigma_t^2$ ) tiende a reducirse en

el tiempo. En las líneas que siguen se da una descripción con más detalle acerca del significado de convergencia.

## **Convergencia condicionada**

### ***a) Dos definiciones de convergencia (real)***

En relación con lo que mencionamos en el párrafo anterior, la literatura reciente sobre crecimiento económico y convergencia ha acuñado dos términos que han acabado por popularizarse dentro de este campo. Estos dos términos son los ya vistos: convergencia beta ( $\beta$ ) y convergencia sigma ( $\sigma$ ), cada uno de ellos se corresponde con una definición diferente de convergencia real. Así, por ejemplo, considerando la variable "PIB real per cápita", para un conjunto dado de economías (países, regiones, provincias, etc), y para un período de tiempo determinado (normalmente un número de años lo suficientemente largo como para poder hablar de crecimiento a largo plazo o tendencial), se dice que existe *convergencia* si se obtiene una relación inversa entre el *crecimiento* medio anual del PIB per cápita y el *nivel* de PIB per cápita del año inicial. Dicho en otros términos, para el período analizado, se da convergencia si las economías más atrasadas (en el período inicial) crecen (en promedio) a un ritmo mayor que las más avanzadas. Por su parte, se dice que existe *convergencia* si durante el período analizado se reduce la dispersión de niveles de ingreso per cápita entre el conjunto de economías consideradas.

Los abundantes estudios empíricos realizados en los últimos años sobre esta materia arrojan un resultado calificable, quizás, como de "regularidad empírica", "ley empírica" o "hecho estilizado del crecimiento", y que consiste en lo siguiente: entre grupos de economías consideradas como homogéneas o similares (en virtud de algún tipo de criterio económico o institucional) se da el fenómeno de convergencia real a largo plazo, independientemente de la definición utilizada. Tal

resultado constituye una manifestación del llamado fenómeno de "*convergencia relativa o condicional*" (existe convergencia sólo entre conjuntos de economías que comparten una serie de variables; o dicho de una forma más coloquial, entre economías que pertenecen a un "*club de la convergencia*" Quah Danny (1993).

*b) El modelo de crecimiento neoclásico y el de catch-up tecnológico.*

La información empírica mencionada en el punto anterior, como se acaba de sugerir, puede ser interpretada como la prueba de la existencia del "hecho estilizado" relativo al fenómeno de la convergencia. Siguiendo con esta metodología, el paso siguiente habría de ser el de especificar cuáles son las hipótesis teóricas que dan una explicación adecuada de tal "hecho", hipótesis que, naturalmente, habrán de ser, a su vez, sometidas a una contrastación empírica ulterior. En este caso se dispone de dos líneas teóricas bien definidas, que son las relacionadas con el *modelo de crecimiento neoclásico* (Barro y Sala (1995)) y con el *modelo de catch-up tecnológico* de Abramovitz (1986), que conducen a la misma la predicción: se dará convergencia, pero tan sólo entre grupos de economías con una serie de rasgos en común (*convergencia condicional*).

En efecto, el modelo neoclásico sencillo y el de aproximación tecnológica aportan dos explicaciones diferentes del fenómeno de la convergencia, las cuales, muy sucintamente, se puede decir que operan como sigue: por ejemplo, suponiendo dos países con características económico-institucionales similares y un nivel tecnológico mundial dado, en el caso del modelo neoclásico, lo que sucede es que el país más atrasado (que se caracteriza por tener un menor stock de capital per cápita) crece más que el más avanzado porque, por la ley de los rendimientos decrecientes, la productividad marginal de su stock de capital será mayor que la del país avanzado (es decir,  $(K/L)_P < (K/L)_R$ ,  $PMgK_P > PMgK_R$ ); dicho de otra forma, en el país atrasado es mayor la rentabilidad del capital; se trata de una economía con mayores oportunidades de inversión (en ella el capital es



relativamente escaso). En cambio, el modelo de catch-up tecnológico asume explícitamente que las dos economías tienen unos niveles tecnológicos diferentes (funciones de producción diferentes), de suerte que la difusión internacional de la tecnología desde el país líder hacia el país seguidor es lo que explica que se dé convergencia. En definitiva, en el primer caso el fenómeno de la convergencia se explica a partir de la ley de los rendimientos decrecientes aplicados al capital, en tanto que en el segundo se produce por el efecto de la difusión internacional de los conocimientos, tratándose en los dos casos de un fenómeno de convergencia condicional. No obstante, el que se trate de fenómenos de naturaleza diferente no significa que sean dos mecanismos incompatibles; antes bien, parece que son mecanismos que pueden actuar al unísono, retroalimentándose, como parecen indicar algunos modelos que incorporan ambos efectos. Conviene recalcar, finalmente, que aquí se está hablando de *convergencia condicional*, de forma que si se hiciese referencia a dos países con características económico-institucionales significativamente distintas, no tendría por qué darse convergencia (dicha similitud requerida para converger con la economía más avanzada es lo que Abramovitz considera dentro del concepto de *Social Capability*; en cuanto al modelo neoclásico, esta misma cuestión se aclara en los párrafos siguientes).

Por otra parte, en lo que respecta a los *determinantes del crecimiento de largo plazo*, en primer lugar, en el modelo de crecimiento neoclásico, para simplificar, se asume explícitamente que el progreso técnico (es decir, el crecimiento de la productividad total de los factores) tiene lugar a una tasa constante y exógenamente dada, y que es del tipo neutral en el sentido de Harrod (es decir, equivale a un aumento en la eficacia del factor trabajo), de tal forma que cada economía converge a largo plazo y suavemente (asintóticamente) a un determinado nivel de capital y output "per cápita eficaz" de estado estacionario (de equilibrio a largo plazo), denotados por  $(K/AL)^*$  y  $(Y/AL)^*$ , siendo  $A$  el coeficiente de eficiencia o de Productividad total de los factores (*PTF*). Así, si una economía alcanzara dichos niveles de equilibrio de estado estacionario, su crecimiento per

cápita sería igual al del crecimiento de la productividad total de los factores (progreso técnico exógeno), de tal forma que los mencionados cocientes permanecerían constantes. Por otra parte dichos niveles de equilibrio de largo plazo dependen de variables como: tasa de ahorro/inversión, nivel de inversión en capital humano, crecimiento de la población, aspectos institucionales y política económica aplicada, etc.

Sin embargo, como se acaba de sugerir, el tramo relevante es el de la dinámica de transición o trayectoria de aproximación hacia dicho equilibrio de largo plazo (de acuerdo con las estimaciones empíricas recientes, la economía tardaría unos 35 años en recorrer la mitad de la distancia que la separa de su estado estacionario), de forma que cuanto más alejada esté la economía de esta situación mayor será el crecimiento per cápita que experimentará (esta es, de nuevo, la explicación neoclásica del fenómeno de la convergencia condicional). En este contexto, un aumento de la tasa de ahorro o una mejora en cualesquiera de las variables que determinan el estado estacionario, también se traducirá en un mayor crecimiento per cápita, ya que la brecha entre los niveles actuales de  $K/AL$  e  $Y/AL$  y los correspondientes a la situación de estado estacionario se habrán incrementado.

Todo lo mencionado se puede resumir en la *ecuación de convergencia* que hemos visto antes (ecuación 33), que es la utilizada con frecuencia con fines de estimación empírica:

Como se ha mencionado, los distintos conceptos de convergencia están muy relacionados entre sí, la existencia de convergencia  $\beta$  (ya sea absoluta o condicional) es una condición necesaria, pero no suficiente, para la existencia de convergencia  $\sigma$ . Es decir, si se presenta un valor negativo de  $\beta$ , entonces  $\sigma$  tendería a crecer sin límite.

Conviene resaltar que los dos tipos de convergencia  $\beta$  tienen implicaciones muy distintas, tanto desde un punto de vista positivo como para la formulación de la política regional. La convergencia beta absoluta dentro de un grupo de países o regiones implica una tendencia a la igualación de los ingresos o PIB per capita. En tales circunstancias, los países inicialmente más pobres tienden a crecer a un ritmo mayor hasta alcanzar a los más ricos. A largo plazo, el nivel esperado de ingresos per capita es el mismo para todos los miembros del grupo, independientemente de su valor inicial. Esto no quiere decir que la desigualdad vaya desaparecer completamente, ya que siempre habrá shocks aleatorios con efectos desiguales sobre distintos territorios. Sin embargo, éstos tendrán tan sólo efectos transitorios, lo que implica que, a largo plazo, deberíamos observar una distribución fluida en la que las regiones cambian rápidamente su posición relativa. En tal situación, la política regional debería estar orientada a aliviar los efectos de shocks adversos, y funcionaría más como un mecanismo de reparto de riesgos que como una política tradicional de fomento del desarrollo. Este último tipo de políticas, sin embargo, podría tener aún un lugar como instrumento para acelerar la transición hacia el estado estacionario, contribuyendo a eliminar más rápidamente las diferencias iniciales en niveles de ingresos.

La convergencia  $\beta$  condicional, con diferentes estados estacionarios, daría lugar a una situación muy distinta. Aunque cada territorio tenderá a converger a su propio estado estacionario, éstos podrían ser muy distintos entre sí. Por lo tanto, podrán persistir diferencias importantes entre territorios, incluso a largo plazo, y se observará una gran persistencia en las posiciones relativas de los mismos. En otras palabras, los pobres tenderán a seguir siéndolo, y los ricos también. En tal situación, habría más necesidad de una política regional, y ésta debería intentar corregir los factores responsables de las diferencias de ingresos a largo plazo

### **Análisis del estado estacionario bajo la hipótesis de convergencia**

Para determinar el estado estacionario, rescribamos la ecuación (45) de la siguiente forma:

$$\Delta y_{i,t+1} = \alpha_i - \beta y_{i,t} + \varepsilon_{it} \quad (46)$$

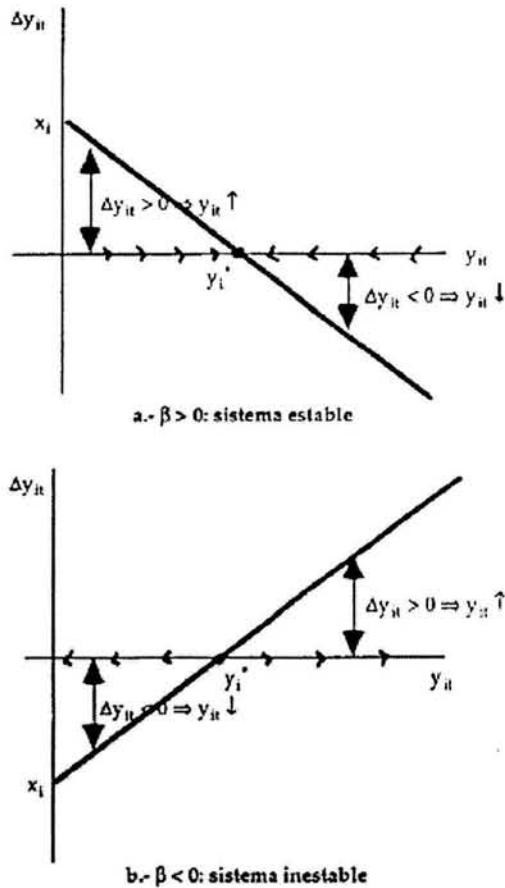
A pesar de su sencillez, la ecuación (46) es capaz de generar comportamientos muy variados del ingreso relativo o PIB y su distribución, acomodando así las predicciones de distintos modelos teóricos. La estimación de sus coeficientes, por tanto, permite realizar un primer contraste de la validez de diversas teorías que implican distintos valores de algunos parámetros o diferentes hipótesis sobre la significatividad de distintas variables condicionantes. El signo del coeficiente  $\beta$  resulta, como hemos visto, de especial interés y a la hora de contrastar la hipótesis de convergencia será de vital importancia.

Si eliminamos el componente aleatorio de la ecuación (46) e igualamos el término de la derecha a cero, entonces obtenemos el estado estacionario del PIB esperado

$$y_i = \frac{x_i}{\beta} \quad (47)$$

de la región  $i$  en función de sus fundamentos,  $x_i$ , y del parámetro de convergencia,  $\beta$ :

Gráficamente la dinámica del sistema puede analizarse al recurrir al digrama de fase siguiente.



Como se aprecia en la figura de arriba. Dado un valor de  $y_{it}$ , el primer paso es comprobar si la línea de fase está por encima o por debajo del eje horizontal. En el primer caso  $\Delta y_{it}$  es positivo y por lo tanto  $y_{it}$  aumenta con el tiempo, lo que se indica por medio de una "flecha de movimiento" que apunta hacia la derecha a lo largo del eje horizontal. Para el segundo caso la situación se invierte, ahora  $\Delta y_{it}$  es ahora negativo y  $y_{it}$  se mueve hacia la izquierda. Siguiendo este procedimiento es fácil determinar la dirección de movimiento del sistema en la región situada a cada lado del estado estacionario. Por último, se puede reconstruir la trayectoria de  $y_{it}$  siguiendo las flechas de movimiento a partir de su valor inicial. Si las flechas nos llevan hacia el estado estacionario  $y_{it}^*$  desde cualquier posición inicial, diremos que  $y_{it}^*$  es estable y si esto no ocurre entonces se dirá que el sistema es inestable.

Como se señalaba anteriormente, el comportamiento dinámico del sistema depende crucialmente del signo de  $\beta$ . Cuando éste es positivo, el incremento del ingreso relativo es una función decreciente del nivel de ingresos. Puesto que la línea de fase corta al eje horizontal desde arriba en el estado estacionario,  $y_{it}^*$ ,  $\Delta y_{it}$  es positivo cuando  $y_{it}$  está por debajo de  $y_{it}^*$  y es negativo en caso contrario. Entonces, se puede indicar que el modelo es estable e  $y_{it}$  converge a  $y_{it}^*$  con el paso del tiempo.

El estado estacionario  $y_{it}^*$ , puede interpretarse como un equilibrio a largo plazo hacia el que tiende la economía y, además, es una función que depende de las características de cada territorio pero no de su PIB inicial. En vista de lo anterior, vale la pena mencionar que las disparidades en PIB o ingresos, se deben a factores transitorios (tales como una reducida dotación inicial de capital o algún shock adverso de carácter sectorial) y desaparecerán con el paso del tiempo. Sin embargo, hay que tener bien claro que las diferencias fundamentales entre países o regiones (xi) permanecen con el tiempo.

Cuando  $\beta < 0$ , el nivel relativo de ingresos diverge hacia cero o infinito (véase el diagrama b de la figura anterior). El sistema es ahora inestable y el estado estacionario corresponde a un umbral mínimo de ingreso por encima del cual el crecimiento tiende a dispararse y por debajo del cual el crecimiento es imposible. En esta situación, territorios que difieren tan sólo en su nivel inicial de ingresos pueden seguir trayectorias muy distintas y el grado de desigualdad tiende a aumentar con el paso del tiempo.

Claramente, la dispersión del PIB per cápita tenderá a aumentar en el tiempo cuando  $\beta < 0$ , ya que las economías ricas y pobres se alejarán progresivamente unas de otras. Sin embargo, un  $\beta$  positivo no implica necesariamente la igualación a largo plazo de los niveles de ingreso. En primer lugar, cada territorio converge a su propio estado estacionario y éstos serán distintos si las economías difieren entre

sí en términos de las características resumidas por  $x_i$ . En segundo lugar, la existencia de perturbaciones aleatorias constituye una fuente adicional de variabilidad. Aunque el modelo sea estable, la dispersión del PIB per cápita no desaparece, incluso a largo plazo, pero sí tiende a estabilizarse a un nivel que viene determinado por la importancia de las diferencias entre países o regiones y la varianza de las perturbaciones aleatorias.

### **Convergencia Regional**

La convergencia económica regional ha sido tema de diversos trabajos desde la aparición del trabajo de Robert Barro y Xavier Sala-I-Martin (1990). Desde la década de 1980 varios estudios han retomado los temas de crecimiento económico y convergencia en los niveles de ingreso per cápita de los países, las regiones, estados o de las divisiones subnacionales, destacando los trabajos de Abramovitz (1986), Baumol (1986), Romer (1986), Lucas (1988), Barro y Sala I-Martin (1990, 1991 y 1992).

La teoría neoclásica del crecimiento económico predice que las disparidades en el nivel de ingreso per cápita tienden a reducirse con el paso del tiempo y por lo tanto, la tasa de crecimiento per cápita estaría inversamente relacionada con el nivel inicial del ingreso. Como se había indicado en el primer apartado de este capítulo, a la relación inversa entre la renta o ingreso inicial y su tasa de crecimiento se le conoce como la hipótesis de convergencia.

Para el análisis del crecimiento de las regiones de un mismo país, el modelo neoclásico de crecimiento supone movilidad perfecta de los factores, competencia perfecta y funciones de producción regionales idénticas, en las que el producto total depende de la cantidad de factores productivos y del progreso técnico, que se determina de manera exógena. Los factores reciben su remuneración marginal al producto y los rendimientos son decrecientes.

Al trabajar con el supuesto de que los factores tienen rendimientos decrecientes, en la medida en que se produce una mayor acumulación de un factor se producirá una disminución en su remuneración, con lo cual se generarán incentivos para la movilidad del factor a regiones con menor dotación relativa del mismo, donde alcanzará una remuneración mayor.

Si se trabaja bajo el mismo esquema entonces la definición de variables y ecuaciones no tiene que cambiar y las ecuaciones seguirán siendo las mismas que (45), (46) y (47). En este sentido y bajo el supuesto en que los factores tienen rendimientos decrecientes, en la medida en que se produce una mayor acumulación de un factor se producirá una disminución en su remuneración, con lo cual se generarán incentivos para la movilidad del factor a regiones con menor dotación relativa del mismo, donde alcanzará una remuneración mayor.

Es importante señalar que la hipótesis de convergencia planteada en el modelo neoclásico es posible, en el caso de que la única diferencia entre las regiones sea en sus niveles iniciales de capital. Si, por el contrario, existen diferencias a nivel de la tecnología, del ahorro, del nivel de depreciación o de la tasa de crecimiento de la población, el modelo no predice un mayor crecimiento de las regiones más pobres.

### ***Evidencia empírica***

Como ya se ha visto, a lo largo de este documento se ha intentado explicar los fundamentos de la hipótesis de la convergencia. La parte formal del modelo ha involucrado el previo conocimiento de la teoría del control óptimo y algo de instrumental matemático. Sin embargo, en las líneas que siguen se presentarán una serie de modelos que se han elaborado por todo el orbe; el principal resultado es que en una gran cantidad de los análisis se ha encontrado una constante del



2%, principalmente debido a Barro y Sala-i-Martin. Más adelante se verá que esta constante puede deberse a otras causas distintas a los fundamentos económicos de las regiones. Hay que señalar que sin embargo que la diferencia fundamental entre la literatura actual y la pasada sobre el crecimiento económico, es que hoy en día los economistas del crecimiento tratan los asuntos empíricos con mucha mayor seriedad. A continuación se presentan una serie de estudios que vale la pena mencionar debido al interés que han despertado entre los economistas y teóricos del crecimiento, los estudios son muchos pero sólo se mencionarán algunos que de alguna manera han dejado huella dentro de la teoría del crecimiento.

De la misma manera es importante mencionar que en la segunda parte de este documento se elabora un modelo para México, desde la perspectiva de convergencia regional con raíz unitaria en datos de panel.

### **Evidencia empírica internacional**

Al analizar muestras compuestas para muchos países, la literatura empírica sobre convergencia parece confirmar la presencia de convergencia relativa y no de convergencia absoluta. Una de las formas más sencillas de comprobar este resultado es llevando a cabo la estimación de una ecuación del siguiente tipo.

$$\ln \tilde{y}_{iT} - \ln \tilde{y}_{it} = \alpha - \beta \ln \tilde{y}_{it} + u_{it}$$

Según lo visto anteriormente, la definición de convergencia implica que  $\beta$  tiene que ser negativo. Este tipo de regresiones se han estimado utilizando datos de la Tabla de Summer and Heston. Algunos de los trabajos más recientes sobre convergencia (entre los que destacan Barro y Sala-i-Martin (BS, 1990,1992) y Mankiw, Romer y Weil (MRW, 1992) exploran las cuestiones planteadas por el trabajo de Romer utilizando ecuaciones estructurales de convergencia derivadas de diversas extensiones del modelo neoclásico de crecimiento.

### **Modelo de Mankiw, Romer y Weil**

Mankiw, Romer y Weil (1992) estiman una ecuación similar a la (34). Con una muestra de 98 países no productores de petróleo. Con  $y_t$  y  $y_T$  siendo el PIB por persona en edad de trabajar,  $t$  es 1960 y  $T$  es 1985. El resultado de su estimación para el parámetro " $\beta$ " para estos 98 países resultó ser igual a 0.094 aunque es estadísticamente no significativo. Ello no significa que la hipótesis de convergencia no se cumpla sino que estadísticamente no hay evidencia apoyada por los datos de la existencia de convergencia absoluta. Si la muestra se restringe a un grupo de 22 países de la OCDE, la hipótesis de convergencia absoluta se cumple, con  $\beta$  igual a 0.34 y significativo. Este resultado parece indicar a primera vista que cuando los países son más parecidos tienden a converger entre ellos, de manera que sus estados estacionarios son relativamente parecidos.

Esto les permite relacionar el coeficiente estimado de convergencia con algunas propiedades de la tecnología y extraer de este ejercicio algunas conclusiones de considerable interés teórico. Los resultados de estos trabajos tienden a confirmar la hipótesis de que la inversión en capital humano y tecnológico juega un papel importante en el proceso de crecimiento y apuntan, por lo tanto, a un concepto del capital más amplio que el implícito en los modelos tradicionales.

### **Evidencia empírica del $\beta=2\%$ en los trabajos de Barro y Sala-i-Martin**

Como se señaló en la parte introductoria de la evidencia empírica y con base en la gran cantidad de material que se ha publicado por todo el planeta, que un  $\beta$  con valor aproximado del 2% se cumple para muchas regiones o grupos de países con similar grado de desarrollo. Sin embargo, hay que tener cuidado en establecer tal resultado como concluyente, veamos porque.

Para el análisis del valor de  $\beta$  es importante acudir a los trabajos realizados por Barro y Sala i Martín (1990, 1991 y 1992), estos documentos se han convertido en nuestros días en el punto de partida y, quizás, también en el punto obligado de referencia para cualquier discusión sobre la literatura empírica reciente sobre crecimiento y convergencia. Si se parte del modelo neoclásico tradicional de crecimiento para una economía cerrada con progreso técnico exógeno, Barro y Sala i Martín derivan una ecuación similar a (30). Esta última la estiman (ver cuadro siguiente) para distintas muestras de países, incorporando variables adicionales para intentar controlar por los determinantes del estado estacionario, así como por la posibilidad de shocks aleatorios que pudieran afectar a distintos subgrupos de territorios de forma sistemática. La siguiente estimación la llevarón a cabo para tres muestras: la primera de ellas incluye 98 países, la segunda es para los originales 20 países miembros de la OCDE y la última la realizan para los 48 estados de los Estados Unidos de América. La técnica econométrica que ellos utilizan es la de Cross-Section o de corte transversal.

<b>Convergencia entre países y regiones</b>			
Muestra y Período	BETA [s.e.]	R2	Otras variables
[1] 98 países 1960-85	-0,0037 [0,00181]	0,04	no
[2] 98 países 1960-85	0,0184 (0,00451)	0,52	si
[3] OCDE 1960-85	0,0095 [0,00281]	0,45	no
[4] OCDE 1960-85	0,0203 [0,00681]	0,69	si
[5] 48 estados USA 1963-1986	0,0218 [0,0053]	0,38	no
[6] 48 estados USA 1963-1986	0,0236 [0,00131]	0,61	si

Fuente: Barro y Sala-i-Martin (1992a).

Otras Variables on las tasas de escolarización primaria y secundaria en 1960, el consumo público (excluyendo defensa y educación) como fracción del PIB, el promedio anual de asesinatos políticos per cápita, el número medio de revoluciones y golpes de estado y la desviación sobre la unidad de un índice de paridad de poder de compra para los bienes de inversión (construido por Summers y Heston) en 1967.

A raíz de las estimaciones de Barro y Sala, se pueden extraer los siguientes resultados para las tres muestras;

- Al analizar los contrastes de convergencia absoluta, los resultados son diferentes para las tres muestras.
- Para la muestra más grande, si no hay variables de control, entonces el valor del beta es negativo. Esto es un indicador de que los países más ricos crecen más deprisa que los pobres.
- La velocidad de convergencia es mayor para los estados de USA que para los países miembros de la OCDE. De hecho si se comparan las regresiones 3 vs 5 se ve de manera clara que es más del doble, Barro y Sala-i-Martin señalan que ello se debe a la importancia relativa del estado estacionario de cada una de las muestras.
- La incorporación de variables adicionales como se indica en 2, 4 y 6 respalda el resultado del 2% para beta.
- La obtención de un valor de  $\beta$  próximo al 2% en cada una de las muestras ofrece evidencia indirecta a favor de la hipótesis de convergencia absoluta entre regiones.

### **Albert Marcet (1996) y su crítica al 2%**

Albert Marcet (1996) señala que existe evidencia de que los países convergen a diferentes niveles y que estas diferencias pueden ser explicadas a través de variables que miden el capital humano y la política gubernamental.

En su trabajo, Marcet propone un procedimiento estadístico que utiliza el conjunto de información completa para todos los periodos y todas las regiones, al hacer

esto junto con un análisis bayesiano a priori, se puede estimar un valor diferente del parámetro para cada región.

Señala, además, que es posible demostrar que hay convergencia tanto a nivel regional como a nivel nacional, hacia un estado estacionario que no es el mismo para todos los países; los países ricos tienden a permanecer ricos a lo largo del tiempo, aunque estas diferencias se han ido reduciendo a una velocidad muy ligera. Si la estimación de convergencia se realiza mediante procedimientos usuales (cross-section), entonces se introduce un sesgo por exceso en la estimación. La consecuencia es que la tasa de convergencia es empujada hacia el valor de uno debido a la pérdida de información intrínseca en el tratamiento de datos. Este hecho explica la aparición del 2% en la tasa de convergencia encontrada por Barro y Sala-i-Martin y que se trata de un sesgo del modelo econométrico. En sus resultados, Marcet contrasta diferentes muestras y encuentra que mediante la utilización del enfoque bayesiano la tasa de convergencia duplica a la encontrada por Barro y Sala-i-Martin e incluso puede ser superior.

Ante estos resultados Marcet señala que la regresión mediante cross-section es inadecuado y no que la tasa de convergencia sea la misma para todos los conjuntos de datos. De esta manera, los datos estarían indicando una inconsistencia en cuanto a la conclusión más tradicional de que los países o regiones convergen lentamente al mismo estado estacionario.

Como conclusión Marcet encuentra en sus estimaciones una tasa de convergencia rápida hacia un nivel en que las diferencias persisten. Una región pobre, únicamente puede esperar que la brecha entre su nivel de ingresos y el agregado se reduzca en tan sólo un 10% en términos de promedios temporales. En síntesis, podría señalarse que las políticas actuales de redistribución y desarrollo no están funcionando; puede gravarse en mayor cuantía a las regiones más ricas a favor de las más pobres por razones de solidaridad, pero no con la esperanza de que tal

medida fomentará el desarrollo de las regiones con bajos niveles de ingreso “ los pobres siguen siendo pobres y los ricos siguen siendo ricos” según Marcet.

### **Modelo de Paul Romer(1987)**

Como hemos visto en los dos modelos anteriores, la tasa de convergencia es consistente con la del modelo neoclásico tradicional de rendimientos decrecientes a escala. A pesar de ello, la tasa de convergencia es inferior al valor predicho bajo la hipótesis neoclásica. Esto tiene implicaciones muy serias ya que desde esta perspectiva parecería indicar que la tecnología no presenta rendimientos decrecientes muy pronunciados, lo cual constituiría un clara violación a los supuestos tecnológicos convencionales en la función de producción. Una posible solución a este dilema fue propuesta por Paul Romer (1986), en ella Romer señala que el coeficiente del capital físico estaría más próximo a la unidad que a un tercio, resultado que ya se visto en el modelo de Solow ampliado en Mankiw, Romer y Weill.

Este resultado deja ver la existencia de externalidades asociadas con la inversión. Asimismo, la presencia de rendimientos crecientes podría generar un proceso de divergencia en el parámetro  $\beta$ . Romer (1987) lo toma en consideración y señala que la acumulación de capital genera externalidades positivas. Para contrastar esta hipótesis se apoya en una ecuación de la siguiente forma:

$$Y = AK^\alpha L^{1+\gamma-\alpha}$$

Si se toman logaritmos en ambos lados de la ecuación y se diferencia con respecto al tiempo:

$$g_Y = g_a - \alpha\delta + (1 - \alpha + \gamma)g_L + \alpha A^{1/\alpha} s_K L^{\gamma/\alpha} Q^{(\alpha-1)/\alpha}$$

Con  $g_x$  siendo las tasas de crecimiento de la variable en cuestión,  $s_K$  es el peso de la inversión en el PIB,  $\delta$  es la depreciación,  $\gamma$  es una variable que incorpora la externalidad,  $Q$  es el producto por trabajador ( $Y/L$ ). Entonces en la ecuación que

estima Romer, la tasa de crecimiento es una función creciente del ingreso per cápita siempre y cuando se presenten rendimientos crecientes en el capital, mientras que un valor positivo de  $\gamma$  sería un indicador de la presencia de rendimientos crecientes tanto en el capital como en el trabajo. Los resultados de la estimación de Romer se presentan en el siguiente cuadro.

Resultados del modelo de Romer					
	$a = g_A - \alpha\delta$	$\eta = \alpha - \gamma$	$b = \alpha A^{1/\alpha}$	$\alpha$	$\gamma/\alpha$
[1]	-0.27 [0.74]	0.51 [0.23]	12.0 [2.50]	0.77 [0,04]	0.01 [0.02]
[2]	-0.24 [0.74]	0.51 [0.23]	11.5 [1.90]	0.77 [0.04]	
[3]	0.35 [0.47]		10.2 [1.80]	0.74 [0.03]	

Fuente: Romer (1987b) con datos de Summers y Heston (1991)

En el cuadro anterior se muestran los resultados obtenidos por Romer para la ecuación (\*\*). En su estimación utiliza datos de sección transversal para 115 economías de mercado durante el período 1960-81. Si se observa el valor de  $\gamma$  se podrá apreciar que estadísticamente no es significativamente distinto de cero en la primera de las estimaciones. Con este resultado se procede a imponer la hipótesis de rendimientos constantes en la ecuación [2] y con ello se obtienen dos estimaciones distintas para  $\alpha$  (0.51 y 0.77), recuérdese que el valor de  $\gamma=0$ . Sin embargo, se aprecia que los dos estimadores no son significativamente distintos. Por último si se impone en la última de las ecuaciones la restricción de que ambos términos sean iguales, Romer, obtiene un estimador de  $\alpha$  con valor igual a 0.74, lo que implica un coeficiente de 0.26 para el trabajo.

El análisis de esta regresión brinda algunos resultados interesantes:

- En primer lugar éstos implican convergencia condicional hacia estados estacionarios determinados por el coeficiente de inversión y la tasa de crecimiento de la población.
- Se presenta el problema de que bajos la hipótesis de rendimientos constantes a escala, competencia perfecta y ausencia de externalidades, el coeficiente de cada uno de los factores de la producción debería de ser de  $1/3$  para el capital y de  $2/3$  para el trabajo. Sin embargo, de acuerdo al cuadro mostrado arriba, los valores estimados de los coeficientes distan mucho de ser los establecidos por la teoría. Romer señala que esto se debe a la acumulación de capital y el crecimiento de la fuerza de trabajo podrían estar generando externalidades de signo opuesto.
- El modelo de Romer presenta algunas dificultades teóricas que según algunos autores como Lucas pueden ser subsanados al incorporar el capital humano como en el modelo de Mankiw, Romer y Weill.

Por otro lado, es importante mencionar que algunos autores como Benhabib y Jovanovic (1991), consideran que los resultados de Romer podrían estar sesgados debido a la omisión de variables y a la posible endogeneidad de alguno de sus regresores. De hecho, en un artículo posterior (1990), el propio Romer parece reconocer que el coeficiente que obtuvo (cuadro de arriba) se debe en parte a la correlación con las variables omitidas.

### **Evidencia empírica para México**

Para el caso mexicano, también se han presentado una serie de estudios relacionados con la hipótesis de la convergencia, no se mencionarán todos sino únicamente dos de los más importantes. Por un lado está el documento de Gerardo Esquivel (1999) y el segundo documento que se analiza aquí es el de Cermeño (2000). Ambos documentos encuentran convergencia, sin embargo la velocidad con que se presenta difiere en ambos documentos.



## Estudio de convergencia regional Esquivel (1999)

Gerardo Esquivel analiza la existencia de convergencia en los distintos estados de la República Mexicana. Su trabajo se centra en el periodo comprendido entre 1940–1995 y lleva a cabo sus estimaciones por medio del método de mínimos cuadrados no lineales. es decir, lleva a cabo una estimación muy parecida a la realizada por Barro y Sala-i-Martin. Los resultados obtenidos por este autor se presentan en el cuadro siguiente:

Estimaciones de la tasa de convergencia absoluta para los estados						
(Variable dependiente: tasa de crecimiento promedio anual del ingreso estatal per cápita)						
Regresión	Periodo	Tasa de convergencia		R <sup>2</sup>	Observaciones	
		Coefficiente	Desviación			
1	1940-1995	0.0116 *	0.0029	0.507	32	
2	1940-1960	0.0323 *	0.0082	0.505	32	
3	1960-1995	0.0089**	0.0048	0.134	32	
4	1960-1980	0.014**	0.0076	0.128	32	
5	1980-1995	0.003	0.0052	0.012	30	

Tomado de Esquivel (1999).

\*significativo al 1% \*\* significativo al 5% . Todas la regresiones incluyen una constante

- La tasa instantánea de convergencia encontrada por el autor es de cerca de 1.2% que si la comparamos con la predicha por el modelo de Barro y Sala-i Martin se observa que está muy por debajo.
- Se observa que para el periodo 1940-60 la tasa de convergencia absoluta es muy superior cerca del 3.3%.

- Para el último periodo 1980-95, se aprecia que no hay evidencia de convergencia absoluta para los estados de la República Mexicana.

En su análisis, Gerardo Esquivel, señala que este resultado implica que los estados que son relativamente pobres tienden a acercarse a los relativamente ricos a una tasa muy lenta y, si se vuelve a mirar a la primera de las estimaciones, se notará que las desigualdades regionales en México no son solamente grandes sino además persistentes.

La explicación que da Gerardo Esquivel de la baja tasa de convergencia tanto interestatal como interregional se debe a dos principales razones, según el autor: por un lado se deben de tomar en cuenta las características del proceso de migración interestatal y, segundo, el comportamiento regional de la educación. Aunque también hay que mencionar que otra posible variable que pudiera estar afectando sea la inversión pública estatal.

### **Estudio de convergencia regional Cermeño (2001)**

Cermeño en el 2001 lleva a cabo una investigación sobre la convergencia en los estados de la República Mexicana encontrándose lo siguiente. Mediante un análisis de simulaciones de montecarlo señala que haciendo la evaluación de la magnitud de los sesgos de estimación del parámetro autoregresivo es mejor hacer correcciones de sesgos tomando como referencia el estimador Mínimos Cuadrados Ordinario (MCO).

Los resultados obtenidos por Cermeño arrojan tasas de convergencia de entre 4.2% hasta 5.3%. Además señala que en base a pruebas que él realizó se demuestra la inexistencia de la no convergencia.

Si comparamos con las estimaciones llevadas a cabo por Gerardo Esquivel se nota que ambas discrepan. En el mejor de los casos, de acuerdo con los resultados de

Esquivel, la tasa de convergencia para el periodo de 1940-60 es de tan sólo 3.3% muy inferior a la obtenida por Cermeño. El punto clave aquí debe de ser la forma en como se llevaron a cabo las estimaciones de ambos autores, mientras que para el modelo planteado por Esquivel se asemeja más a los análisis propuestos por Barro y Sala-i-Martin, el modelo de Cermeño es parecido al de Marcet. Como se señaló en líneas arriba, Marcet demuestra que bajo un modelo de Simulación de Montecarlo es posible demostrar que los resultados de Barro y Sala-i-Martin estén reflejando el sesgo de una estimación de corte transversal y no una tasa de convergencia. Por otro lado, sería válida la crítica de que bajo el modelo de Cermeño los estados más pobres de México lograrían alcanzar a los más ricos dado que se tienen un conjunto de características y preferencias muy similares entre estos estados.

**Capítulo 3 Convergencia en el Producto per cápita Estatal: un estudio de panel con raíz unitaria.**

### ***Introducción:***

Durante los años posteriores a la aparición del trabajo de Romer P (1986) la literatura del crecimiento ha sufrido una extraordinaria dinamización al añadirse el análisis sobre convergencia regional al tradicional enfoque nacional. La aparición de nuevas bases de datos desagregadas y las peculiares condiciones de estas unidades territoriales (libertad de movimiento de los factores, características culturales comunes, etc.) han estimulado la aparición de numerosos estudios sobre el tema.

El principal interés de este trabajo se ha centrado en realizar una medición de velocidad a la que las distintas regiones convergen. Tomando como variable de referencia la producción per capita o el producto por trabajador, se pueden establecer diferentes tipos de medidas de la situación relativa de las economías como son la convergencia beta o la convergencia sigma. Alrededor de este tema se han situado dos corrientes contrapuestas. Por un lado autores como Barro y Sala-i-Martin (1990) en los primeros estudios sobre el tema encontraron una cierta regularidad, alrededor de un 2% anual, en la velocidad de convergencia de diferentes estados norteamericanos. Otros estudios, ya mencionados en anterior capítulo, le siguieron a este trabajo y encontraron tasas de convergencia muy similares. Sin embargo, en estudios más recientes se han encontrado velocidades de convergencia más elevadas pero hacia estados de equilibrio finales diferentes.

Hasta el momento, los estudios realizados para México seguían esta tónica y, como se señalaba en el capítulo anterior, los dos estudios más importantes obtenían tasas de convergencia muy distintas. Mientras que Esquivel (2000) encuentra un beta de 1.2%, Cermeño (2001) encuentra que beta se encuentra por encima del 4%.

En las líneas que siguen el trabajo se abordará desde una óptica un poco diferente a las dos anteriores y en el se contrastará la hipótesis de convergencia regional mediante una metodología que es relativamente nueva en la literatura. En este sentido, vale la pena mencionar que el trabajo sigue un poco más la metodología propuesta inicialmente por Quah Danny(1994); en el se prueba si el panel es o no estacionario, para ello será necesario aplicar algunas pruebas que en los párrafos siguientes se explican de manera detallada.

### ***Metodología Econométrica***

#### **Panel de Datos con Raíz Unitaria**

Los paneles con grandes dimensiones (Cross-Section ) y de grandes periodos de tiempo han sido ampliamente utilizados por economista aplicados. Por ejemplo, Bernard y Jones (1996) los utilizan para probar la hipótesis de convergencia en ingresos dentro de la teoría del crecimiento. Frankel and Rose (1996), los utilizan para probar la determinación del tipo de cambio bajo la hipótesis del poder de paridad de compra. Mientras que las propiedades de las series de tiempo para una variable es primordial para los economistas, las propiedades estadísticas de los estimadores de las series temporales dependen de si los datos son o no estacionarios. Si las variables son estacionarias, la distribución limite de la mayoría de las series será aproximadamente normal cuando  $T \rightarrow \infty$  ; entonces, las tablas para la normal y la Chi cuadrada pueden utilizarse para construir intervalos de confianza o para probar hipótesis. Si los datos son no estacionarios o contienen raíces unitarias, los estimadores estándar serán con distribuciones no estándar en cuanto  $T \rightarrow \infty$  . El Test de Wald convencional no podrá ser aproximado de manera correcta por una distribución *t* o una *chi-Cuadrada*. Bajo estos criterios entonces tendríamos que apelar a simulaciones por computadora para encontrar los valores críticos de la hipótesis nula. Sin embargo, con los paneles de datos uno puede explotar la información dimensional que se presenta por parte del Cross-Section para inferir estacionariedad contra no estacionariedad utilizando aproximaciones a las distribuciones normal o *t* al invocar el teorema del límite central. En esta

segunda parte analizaremos tres test estadísticos para comprobar la hipótesis de convergencia. Cada uno de ellos se describe a continuación.

### **Test de Levin y Lin.**

Los trabajos de Levin y Lin (1992,1993) son una continuación del trabajo iniciado por Quah. Sin embargo, los artículos de estos autores pueden considerarse pioneros en cuanto a la propuesta de la utilización de conjuntos de datos de panel con el fin de mejorar la potencia de los tests tradicionales de raíces unitarias aplicados a las series temporales, considerando la hipótesis nula de que cada individuo del panel exhibe perturbaciones integradas frente a la alternativa de estacionariedad conjunta.

Los procedimientos propuestos por estos autores son sensiblemente flexibles, permitiendo la máxima heterogeneidad entre individuos en muchos aspectos; pueden incorporar términos independientes y tendencias específicas y permiten que la varianza residual y el patrón de la correlaciones seriales de orden superior a la unidad varíen libremente entre individuos.

Dado este punto de partida, el procedimiento de análisis de estacionariedad propuesto por los autores puede esquematizarse en las siguientes etapas:

#### **Etapa 1: Filtro de dependencia transversal**

Los tests propuestos por los autores requieren que los datos hayan sido generados independientemente para el corte transversal considerado. Sin embargo, en un modelo de datos de panel estacionario, se permite la presencia de una limitada dependencia en virtud de la presencia de efectos específicos de naturaleza temporal comunes a todos los individuos. La posible existencia de estos efectos en los datos observados, obliga a filtrar los mismos mediante alguna transformación que no interfiera en la aplicación posterior de los estadísticos de contraste. Esta

transformación consistirá en sustraer a las series  $y_{it}$  las medias transversales calculadas conforme a la expresión.

$$\bar{y}_t = \sum_{i=1}^N y_{it}$$

**Eta 2.- Estimación para cada individuo las regresiones auxiliares necesarias para construir posteriormente el test único de datos de panel.**

La expresión utilizada por Levin y Lin es la que usualmente se utiliza en series de tiempo univariadas ADF:

$$\Delta y_{it} = \gamma_i y_{it-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \beta_{iL} \Delta y_{it-L} + a_{mt} d_{mt} + \varepsilon_{it}$$

En la ecuación anterior el número de retardos  $p_i$  para cada uno de los individuos puede ser distinto en la variable en diferencias.

Los términos  $a_{im}$  y  $d_{mt}$  son representaciones de los parámetros y variables deterministas que se pueden incluir en el modelo de regresión. De esta manera en lugar de estimar la regresión en un solo paso, la estimación se lleva cabo mediante regresiones auxiliares. Es decir, se plantea el siguiente modelo para su posterior estimación:

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_{it} &= \Delta y_{it} - \sum_{L=1}^{p_i} \hat{\beta}_{iL} \Delta y_{it-L} - \hat{a}_{1it} d_{mt} \\ \hat{\nu}_{it-1} &= y_{it-1} - \sum_{L=1}^{p_i} \hat{\beta}_{2iL} \Delta y_{it-L} - \hat{a}_{2it} d_{mt} \end{aligned}$$

Entonces el modelo que se busca estimar es el siguiente:

$$\hat{\varepsilon}_{it} = \gamma_i \hat{\nu}_{it-1} + \varepsilon_{it}$$



Sin embargo, como señalan los autores del Test, se debe de tomar en cuenta que hay que estandarizar los componentes de la regresión anterior con la finalidad de tener panel homogéneo. Una vez realizada la estandarización sugerida por Levin y Lin, la ecuación para ser estimable queda como sigue:

$$\tilde{e}_{it} = \gamma_i \tilde{v}_{it-1} + \varepsilon_{it}$$

Donde

$$\tilde{e}_{it} = \frac{\hat{e}_{it}}{\hat{\sigma}_{it}}$$

De esta manera se pueden llevar a cabo la estimación de los parámetros por medio de la técnica de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Es decir, el parámetro  $\gamma$  va a estar determinado mediante la siguiente expresión:

$$\hat{\gamma} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+pi}^T \tilde{v}_{it-1} \tilde{e}_{it}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+pi}^T \tilde{v}_{it-1}^2}$$

Con desviación estándar.

$$sd(\hat{\gamma}) = \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+pi}^T \tilde{v}_{it-1}^2}}$$

Que de acuerdo con las propiedades de los MCO, el estadístico  $t$  quedará determinado mediante el cociente entre el valor del parámetro  $\gamma$  y su desviación estándar.

$$t_\gamma = \frac{\tilde{\gamma}}{sd(\tilde{\gamma})}$$

Resta por deducir el estadístico t para cuando se tienen muestras pequeñas.

### **Etaapa 3.- Corrección de la ratio "t" para muestras pequeñas y modelos con componentes deterministas**

La convergencia asintótica del ratio "t" a una normal estándar requiere un ajuste del coeficiente calculado tanto en términos de media como de desviación típica. En todo caso, además, en el espacio finito la corrección es deseable incluso para el caso del modelo más sencillo. Levin y Lin sugieren que para llevar a cabo este ajuste, la corrección del parámetro "t" se apoyará en el cálculo previo del ratio entre las desviaciones estándar a corto y largo plazo para cada individuo ( $\mathbf{s}$ ), quedando la expresión de la siguiente manera:

$$t^* = \frac{t_\gamma - N\tilde{T}S_{NT}\hat{\sigma}_\varepsilon^{-2}sd_\gamma\mu_{\tilde{T}}}{\sigma_{\tilde{T}}},$$

donde

$$S_{NT} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{\hat{w}_{yi}}{\hat{\sigma}_{ei}},$$

y el cuadrado del último término es un estimado de la varianza de largo plazo de

$$\hat{w}_{yi}^2 = (T-1)^{-1} \sum_{t=2}^T \Delta y_{it}^2 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} W_{\infty}(j) \left[ (T-1)^{-1} \sum_{t=j+2}^T \Delta y_{it} \Delta y_{i,t-j} \right],$$

$y_i$ ; es decir,

donde  $W_k(j)$  representa el término de ponderación para las autocovarianzas y, siguiendo a Newey y West (1987), sugieren que los pesos sean de acuerdo a:

los términos,  $\mu_T$  y  $\sigma_T$  son la media y la desviación estándar necesarios para el ajuste.

$$W_{\mu}(j) = \begin{cases} 1 - \frac{j}{T} & \text{si } j < \bar{K}, \\ 0 & \text{si } j \geq \bar{K}. \end{cases}$$

### **Test de Im, Pesaran y Sheen.**

Como se señalaba en líneas arriba, existen diferentes test de raíces unitarias para paneles de datos que se han propuesto en los últimos años. Entre ellos destacan los test de Levin y Lin (1993) (LL) ya explicado en el apartado anterior, el de Im, Pesaran y Shin (1997) (IPS) y el de Maddala y Wu (1999). Al mismo tiempo, se han propuesto test que permiten contrastar la hipótesis nula de estacionariedad frente a la hipótesis alternativa de raíz unitaria en paneles de datos, como el de Hadri (1999). Cada uno de estos test tiene ventajas pero resulta especialmente atractivo el test IPS debido no sólo a su facilidad de cálculo, sino también a sus buenas propiedades asintóticas. Además de permitir la existencia de heterogeneidad entre los componentes del panel, también permite tener en cuenta la existencia de autocorrelación en los residuos y de correlación entre los miembros del panel aunque tan sólo de forma limitada. El test IPS se puede derivar como una aplicación del test de DFA a un panel de datos.

$$y_{it} = \mu_i \alpha_i(1) + \sum_{j=1}^{p_i+1} \alpha_{ij} y_{it-j} + \varepsilon_{it}$$

Que es el modelo más general y en el que si los errores estuvieran autocorrelacionados se deben de tomar en cuenta a la hora de establecer los test

sobre la prueba Dickey Fuller Aumentada (ADF) en el modelo. Entre las especificaciones estudiadas por IPS la más sencilla es el denominado **LM-bar** o el **test t-bar**.

En concreto, el estadístico LM-bar se define como:

$$LM_{NT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^T LM_{iT}(p_i, \beta_i),$$

con

$$\beta_{ij} = \sum_{h=j+1}^{pi+1} \alpha_{ih}$$

mientras que el estadístico t-bar se define como:

$$t - bar = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i$$

Donde  $\tau$  es el estadístico t obtenido al aplicar el test de DFA a cada una de las series individualmente. Im et al. (1997) han propuesto una corrección paramétrica a aplicar dependiendo de los retardos empleados en los test de DFA y el tamaño temporal de las series:

$$T - Bar = \sqrt{N} \left( \frac{(t - bar) - a_T}{\sqrt{b_T}} \right) \sim N(0,1)$$

El estadístico T-Bar (corregido), que se construye a partir del estadístico t-bar, se distribuye como una normal estándar. En Im et al. (1997) se tabulan los valores para la media ( $a_T$ ) y la varianza ( $b_T$ ). El estadístico T-Bar contrasta la hipótesis nula de que exista una raíz unitaria en todas y cada una de las series del panel contra la hipótesis alternativa de que todas, o algunas, de las series del panel sean estacionarias.

Como se a señalado en los párrafos anteriores de esta sección, el Test de IPS quizás sea la alternativa más flexible para el contraste de raíz unitaria. Bajo este esquema se permite la formulación de una hipótesis alternativa significativamente más flexible. De esta manera, se permite controlar en grado suficiente la heterogeneidad de los individuos del panel y, además, resuelve en buena medida los problemas del sesgo asintótico de algunos de los test inicialmente propuestos, como el test de Quah (1994). Asimismo, este Test es menos vulnerable a la existencia de correlación transversal entre individuos del panel.

### **Test de Hadri**

Resta por abordar, en último lugar el test de Hadri (1999). Se pueden completar los anteriores análisis planteando la utilización de una modalidad alternativa de contraste representada por los tests desarrollados por Hadri. Se debe recordar que, frente a las dos estrategias anteriores, la característica diferencial de estos contrastes es la formulación de una hipótesis nula de estacionariedad frente a la alternativa de raíz unitaria. La representación del modelo de contraste de Hadri se ajusta al contexto general desarrollado por los test anteriores y se convierte en un paso previo a la aplicación de test cuyo objetivo es el de contraste de cointegración en datos de panel.

Los desarrollos de Hadri, permiten el cálculo de cuatro estadísticos de contraste:  $Z_{\mu}$ ,  $Z_{\tau}$ ,  $LM_{\mu}$  y  $LM_{\tau}$ . La diferencia entre los representados con el subíndice  $\mu$  frente a  $\tau$  estriba en la consideración o no de tendencia determinista. Por otro lado, la diferencia entre los tests Z y LM radica en la diferente utilización de la estimación de la varianza a largo plazo: en el segundo caso, es decir, para los tests LM, se computa separadamente la varianza a largo plazo para cada individuo o región generándose el resultado para el panel como promedio de aportaciones individuales por lo que, implícitamente, se consideran patrones de correlación y/o heteroscedasticidad heterogéneos. Los resultados son, nuevamente, bastante claros para el panel de datos. La hipótesis nula de estacionariedad puede

rechazarse para los cuatro contrastes mostrados con un elevado margen de confianza. La corrección por autocorrelación incide en la aplicación del test de Hadri, más en el caso del test Z-Panel que en el caso del test promedio. Así mismo, las notables diferencias entre estos los tests panel y promedio en cada caso, ponen en evidencia la heterogeneidad en las propiedades de la perturbación aleatoria y la trascendencia de su consideración.

El modelo considerado inicialmente recuerda, lógicamente, al correspondiente a los contrastes de series temporales KPSS y LMC. Se trata de un procedimiento para contrastar si los coeficientes de un modelo de regresión son estocásticos y siguen un paseo aleatorio.

Inicialmente se consideran los dos modelos siguientes, con y sin tendencia determinista para la secuencia  $y_{it}$ :

$$\begin{aligned} y_{it} &= r_{it} + \varepsilon_{it}, & \text{con } i &= 1, \dots, N \\ y_{it} &= r_{it} + \beta_i t + \varepsilon_{it} & t &= 1, \dots, T \end{aligned}$$

En el que  $r_{it}$  se considera un camino aleatorio sin deriva.

La hipótesis nula de estacionariedad de la secuencia  $y_{it}$  puede formularse como  $H_0: \sigma_u^2 = 0$  ya que eso significa igualdad para todos los valores de  $r_{it}$  o lo que es igual  $r_{it} = r_{i0}$  para todo "t", de modo que el componente I(1) habría desaparecido. Así, bajo la hipótesis nula,  $y_{it}$  sería estacionaria alrededor de un nivel (modelo 1) ó sobre una tendencia (modelo 2). Si se sustituyen los valores para  $y_{it}$  y para  $r_{it}$  en el segundo modelo se tiene la expresión siguiente:

$$y_{it} = r_{i0} + \beta_i t + e_{it}$$

Hadri deriva una expresión para contrastar la hipótesis de estacionariedad en datos de panel para los estadísticos Z y LM como sigue:

$$LM_{\mu} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2}{\hat{\sigma}_{\epsilon}},$$

$$Z_{\mu} = \frac{\sqrt{N}(LM_{\mu} - \xi_{\mu})}{\zeta_{\mu}} \sim N(0,1)$$

siendo  $\xi_{\mu}=1/6$  y  $\zeta_{\mu}^2=1/45$  y reemplazando estos valores en la expresión anterior, se puede ahora contrastar la hipótesis nula de estacionariedad frente a la alternativa de no raíz unitaria utilizando una normal estándar.

Para el modelo con tendencia determinista, a fin de contrastar la hipótesis nula de estacionariedad alrededor de una tendencia frente a la de no estacionariedad, y de forma análoga al caso anterior, se puede definir estadísticos idénticos al caso anterior pero derivados de un proceso generador de datos con tendencia determinista. Así, se tienen expresiones muy parecidas excepto por el subíndice que en lugar de ser  $\mu$  será  $\tau$  y  $\xi_{\mu}=1/15$  y  $\zeta_{\mu}^2=11/3600$ .

Cabe mencionar que la potencia y tamaño del test aumentan a medida que las dimensiones N y T crecen, siendo estadísticamente aceptables valores de  $T > 10$  para el test  $LM_{\mu}$  y  $T > 25$  para el test  $LM_{\tau}$ .

El cálculo de los test LM o Z, puede perfeccionarse permitiendo heterogeneidad en la perturbación aleatoria entre los distintos N individuos. Para ello, debe sustituirse el cálculo de  $\sigma_{\epsilon}^2$  por el de  $\sigma_i^2$  considerando exclusivamente en cada caso la serie temporal de residuos correspondiente a cada individuo:

$$LM_{\mu}^{\hat{}} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2}{\hat{\sigma}_i},$$
$$Z_{\mu} = \frac{\sqrt{N}(LM_{\mu}^{\hat{}} - \xi_{\mu})}{\zeta_{\mu}} \sim N(0,1)$$



### ***Los Datos.***

Los datos recolectados del Producto Interno de cada uno de los Estados abarcan el periodo comprendido entre los años 1970 a 2001. Desafortunadamente, no se cuentan con datos oficiales del producto estatal bruto (PEB) para los años anteriores 1970. Además, las cifras oficiales que presenta el INEGI son a partir del año 1993, a pesar de ello, siguiendo la metodología que utilizó Esquivel, es posible construir los datos para el periodo 1970-2001, esto se realizó mediante la búsqueda de información en fuentes no oficiales y siempre respetando las tasas de crecimiento del PEB oficial para los quinquenios 1970,75,80,85 y 90. Al hacerlo de esta manera se tiene un número de observaciones que son compatibles con los resultados oficiales.

Para la variable población, se utilizó la fórmula de crecimiento exponencial para la población y se utilizó las cifras para cada uno de los decenios proporcionadas por la CONAPO .

Así pues, se utilizaron cuantas observaciones fueron posibles entre los distintos Estados, aprovechando la dimensión transversal para el análisis de la estacionariedad de las series involucradas en el análisis. El objetivo aquí, es la convergencia bivariada de largo plazo entre los estados de la República Mexicana con respecto al Distrito Federal ya que se debe ser consciente de que en un análisis orientado a largo plazo lo interesante es disponer de una muestra que cubra un amplio espacio temporal. En ese sentido, ampliar la muestra por elevación de la frecuencia, sin añadir nuevo contenido informativo no parece una solución razonable a un caso de muestra limitada.

Por otro lado, si el objetivo último es contrastar relaciones tendenciales de equilibrio a largo plazo, el análisis deberá seguir centrándose en la frecuencia cero. Sin embargo, la presencia de raíces unitarias en frecuencias estacionales puede

provocar la estimación inconsistente de la relación de cointegración en esa frecuencia cero. Así pues, parecería en este caso necesario eliminar el componente estacional de las variables analizadas mediante un procedimiento de desestacionalización con filtros lineales clásicos.

En virtud de lo anterior, la única alternativa interesante, aunque técnicamente más compleja, consistiría en la aplicación de contrastes de cointegración en todas las frecuencias, frecuencia cero y estacionales simultáneamente. Sin embargo, el problema de la cointegración en datos de panel no se abordará en el presente documento, únicamente se expondrán los pasos necesarios para determinar la presencia de raíces unitarias.

Los diferenciales en el producto son definidos con respecto al Distrito Federal como sigue:

$$x_{it} = y_{it} - y_{jt}$$

donde  $i=1,2,\dots,N=31$  son los demás estados mexicanos distintos al D.F.,  $j$ =Distrito Federal,  $t=1970,\dots,2001$  es el periodo de tiempo.

Como se nota en la ecuación anterior se va a suponer que la variable  $x_{it}$  es generada por un proceso Auto regresivo.

### ***Resultados Econométricos de la aplicación de las pruebas.***

Como se mencionaba en el capítulo anterior, el test de convergencia económica ha encontrado un gran auge en los estudios de datos de panel. Sin embargo como se señala en el modelo elaborado por Cermeño (2000), se encuentran pequeñas dificultades de estacionariedad en las series.

A nivel internacional, se señalaba en el capítulo anterior, hay que destacar los trabajos de Quah(1994) quien fue pionero en considerar, formalmente, la

importancia y utilidad del test simple de raíces unitarias en los modelos de convergencia económica. En el modelo propuesto por Quah, se suponen perturbaciones aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, tanto en el corte transversal como en el corte temporal. Haciendo uso de la teoría asintótica, Quah, demuestra normalidad asintótica del test de Dickey Fuller aun en presencia de raíz unitaria. Así, de esta manera al incrementar la dimensión transversal al análisis de series de tiempo, podían derivarse test y estimadores convergentes en distribución a variables aleatorias normales como aquellos obtenidos para paneles estacionarios.

En este capítulo se examina la convergencia en producción per cápita desde un nuevo ángulo que consiste en examinar la presencia de raíces unitarias en datos de panel. El enfoque aquí presentado destaca la convergencia de largo plazo entre los distintos Estados que forman parte de la República Mexicana. La contrastación de la presencia de raíz unitaria en los datos de panel ofrece un mecanismo de sobreponerse a los problemas de baja potencia que se presentan cuando se trabaja con los test Dickey Fuller Aumentados (DFA) para series univariadas, según se verá en los test que se describen abajo.

En resto de este capítulo se desarrollarán tres test para verificar o no la presencia de raíces unitarias en datos de panel. Se resaltan dos importantes resultados. Primero, el rechazo de la hipótesis nula de "***no estacionariedad***" conjunta en un panel puede deberse a que individualmente las series en el panel se comportan de manera estacionaria. Segundo, estos procedimientos tienen una clara ventaja sobre los test que tradicionalmente se venían aplicando sobre los paneles. Sin embargo, estas técnicas también presentan desventajas como se verá con el test de Im, *et al.* debido a que no explota, de manera satisfactoria, la información en las covarianzas del término estocástico.

## Resultados obtenidos con el test de Levin y Lin

A continuación se presenta una tabla para los resultados con el test de Levin y Lin que se obtuvieron para la variable  $\Delta y_{it}$  con 31 Estados de la República Mexicana para el modelo de convergencia. Se utilizaron 1 y 2 rezagos.

---

Test de Levin y Lin para $\Delta y_{it}$				
Número de Rezagos	Coefficiente	t-value	t-star	P > t
1	-0.05684	-7.891	-2.16979	0.0150
2	-0.06324	-8.217	-2.22451	0.0131

---

El resultado del test permite rechazar la hipótesis nula de no estacionariedad; sin embargo ello no implica que las todas las series del panel sean estacionarias y que se descarte la presencia de raíz unitaria en algunas de las series.

## Resultados obtenidos con el test de Im, Pesaran y Shin

A continuación se presenta una tabla para los resultados con el test de Im, Pesaran y Shin que se obtuvieron para la variable  $\Delta y_{it}$  con 31 Estados de la República Mexicana para el modelo de convergencia. Se utilizaron 1, 2 y 3 rezagos.

---

Test de Im, Pesaran y Shin para la variable  $\Delta y_{it}$

---

Rezagos	t-bar	Valores Críticos			Psi(t-bar)	p-value
		1%	5%	10%		
1	-1.747	-1.810	-1.730	-1.680	-1.386	0.083
2	-1.800	-1.810	-1.730	-1.680	-1.949	0.026
3	-1.721	-1.810	-1.730	-1.680	-1.480	0.069

---

Los resultados obtenidos al aplicar los test de panel (Tabla de arriba) apuntan al cumplimiento de la hipótesis de la convergencia económica entre el Producto estatal Bruto (PEA) y la del Distrito Federal porque se puede rechazar, la presencia de una raíz unitaria en todas y cada una de las series que conforman el panel de datos. Sin embargo, se puede apreciar en la misma Tabla que de acuerdo con los datos no se puede rechazar la hipótesis de raíz unitaria a un 1% de significancia.

Si bien los resultados obtenidos hasta el momento resultan favorables al cumplimiento de la convergencia económica entre PEA, persisten algunas dudas que deben ser resueltas antes de extraer una conclusión definitiva. El test que a continuación se presenta nos ayudara en este sentido, ya que resultaría excesivo concluir que la convergencia se mantiene para todos los miembros del panel.

## Resultados de la aplicación del Test de Hadri.

A continuación se presenta una tabla para los resultados con el test de Hadri que se obtuvieron para la variable  $\Delta y_{it}$  con 31 Estados de la República Mexicana para el modelo de convergencia. Asimismo, se realizó el contraste con la misma serie en diferencias.

---

Test de Hadri la variable $\Delta y_{it}$				
eps	Z(MU)	P-value	Z(tau)	P-value
Homo	57.038	0.000	64.614	0.000
Hetero	66.040	0.000	51.683	0.000
SerDep	17.212	0.000	20.106	0.000

---

H0: all 30 timeseries in the panel are stationary processes

Homo: homoskedastic disturbances across units

Hetero: heteroskedastic disturbances across units

SerDep: controlling for serial dependence in errors (lag trunc=2)

Ahora el mismo test pero con la variable en diferencias:

---

Test de Hadri la variable $\Delta y_{it}$ en diferencias				
eps	Z(MU)	P-value	Z(tau)	P-value
Homo	14.185	0.000	19.321	0.000
Hetero	10.219	0.000	14.395	0.000
SerDep	3.614	0.000	5.877	0.000

---

H0: all 30 timeseries in the panel are stationary processes

Homo: homoskedastic disturbances across units

Hetero: heteroskedastic disturbances across units

SerDep: controlling for serial dependence in errors (lag trunc=2)

A la luz de los resultados, la conclusión en este caso debería ser la aceptación de la no estacionariedad para la variable  $\Delta y_{it}$  en todos los casos. Esto de alguna

manera va en contra de los que resultaba en bajo el Test de Levin y Lin y el de IPS, sin embargo hay que remarcar que la hipótesis nula del test de Hadri enuncia que todas las series en el panel son estacionarias, lo cual de ninguna manera entonces contradice a los anteriores test ya que es posible que algunas de las series presenten raíces unitarias.

### ***Inferencia sobre convergencia $\beta$***

Los resultados tras la utilización de los procedimientos de Levin y Lin parecen evidenciar el rechazo de la presencia de raíces unitarias en el PEA para todas las regiones del panel de datos, sin embargo, esto no es un indicativo del rechazo de la existencia de, al menos, una raíz unitaria dentro del panel. Conclusiones muy similares se obtienen si se analiza el caso bajo el esquema propuesto por IPS. Evidentemente, no debe pensarse que la sensibilidad a la especificación elegida para el contraste de los tests de análisis de estacionariedad con datos de panel es nula. De hecho, la utilización para cada contraste de las modalidades enfocadas el tratamiento heterogéneo de los paneles es muy recomendable, lo que necesariamente implica una etapa de observación pormenorizada de cada serie de cara a especificar los vectores de retardos y elementos deterministas individuales a incluir después en el modelo de contraste para el panel.

La utilización de modalidades de contraste de Hadri con tratamiento heterogéneo de los elementos del panel vuelven a señalar la presencia de una raíz unitaria en el PEA. Las sensibles diferencias entre los valores del contraste para el caso homogéneo y heterogéneo (la raíz parece más evidente en este segundo caso) parecen señalar que la suposición de un único modelo para todos los individuos puede resultar una aproximación demasiado burda a la heterogénea realidad del panel.

Sin embargo, hay que mencionar que bajo el esquema de Levin y Lin, la hipótesis de convergencia se cumple y, para el caso de México, se apega más a los resultados obtenidos por Cermeño(2001): el valor del parámetro de convergencia es de un poco más del 5%. Con una vida media de 11.84 años. Resultado que viene a ser respaldado por la prueba de IPS, como se recordará, la aplicación del contraste t de Levin y Lin, obliga a que el coeficiente de autocorrelación parcial



para  $y_i$ , sea idéntico para todos los individuos del panel. Im *et al.* sugieren promedios de los tests LM individuales que son consistentes bajo la hipótesis alternativa de que exista, dentro del panel, una fracción de procesos individuales estacionarios no nula.

De acuerdo al modelo propuesto y a la hipótesis nula de no estacionariedad conjunta en las pruebas de Levin y Lin y de IPS, tal hipótesis resulta rechazada por ambas pruebas a un nivel de significancia del 5%, indicando convergencia real.

Sin embargo, resulta excesivo concluir que la convergencia regional se mantiene para todos los miembros del panel. La prueba de t-Bar, no nos permite saber cuantos y cuales miembros del panel presentan raíces unitarias, para ello se necesitarían otro tipo de pruebas que salen del alcance de esta tesis. Para ello basta mencionar que, pese a los resultados de la prueba de Hadri, el análisis no es concluyente y la ausencia de convergencia tampoco puede ser un resultado que ya este dado. El enfoque de cointegración en panel de datos sería un elemento trascendental en la demostración de la existencia o ausencia de convergencia, ya que mediante este enfoque se incorporarían variables que también inciden en la convergencia; variables como gasto público por estado, capital humano estatal, investigación y desarrollo etc, serían tan sólo algunas de las variables que tendrían repercusiones sobre la convergencia y sobre la velocidad de está.

## Conclusiones

Si bien los resultados obtenidos hasta el momento resultan favorables al cumplimiento de la convergencia económica entre PEA , persisten algunas dudas que deben ser resueltas antes de extraer una conclusión definitiva. En primer lugar, ¿dependen los resultados obtenidos de la inclusión o exclusión de alguna de las series del panel? En segundo lugar, ¿dependen los resultados obtenidos de utilizar al Producto Bruto del D.F como indicador? La primera cuestión puede ser abordada mediante la inclusión de variables como capital humano, de la creación de infraestructura en los distintos Estados de México, de la inversión pública estatal. Sin embargo esto no fue posible debido a que muchas de las variables no se encuentran disponibles, pese a ello es posible que la inversión en obra pública afecte de manera positiva en el cumplimiento de la hipótesis de convergencia. Pero ello implicaría realizar un análisis desde el punto de vista de cointegración de las series en el panel.

Los resultados sugieren ser cautos con las conclusiones extraídas de la aplicación del Test de Levin y Lin, el de Im, Pesaran y Shen ya que como es posible ver mediante el test de Hadri, existe la posibilidad de que algunas series del panel presenten raíces unitarias. Estos resultados plantean algunas dudas sobre el comportamiento estacionario del PEA.

A la luz de los datos resulta excesivo concluir que la convergencia regional se mantiene para todos los miembros del panel. La prueba de t-Bar, no nos permite saber cuantos y cuales miembros del panel presentan raíces unitarias, para ello se necesitarían otro tipo de pruebas que salen del alcance de esta tesis. Para ello basta mencionar que, pese a los resultados de la prueba de Hadri, el análisis no es concluyente y la ausencia de convergencia tampoco puede ser un resultado que ya este dado. El enfoque de cointegración en panel de datos sería un elemento

trascendental en la demostración de la existencia o ausencia de convergencia, ya que mediante este enfoque se incorporarían variables que también inciden en la convergencia; variables como gasto público por estado, capital humano estatal, investigación y desarrollo etc, serían tan sólo algunas de las variables que tendrían repercusiones sobre la convergencia y sobre la velocidad de está.

Quizá el cumplimiento de la hipótesis nula, de acuerdo con los dos primeros test, se deba a las condiciones muy restrictivas. Es decir, se ha partido del supuesto de que existe homogenización en los gustos, preferencias y procesos de producción en cada una y todas de las regiones mexicanas. Esto parecería extraño sobre todo si consideramos que las regiones sureñas guardan ciertos patrones culturales y de comportamiento muy distintos a los de las regiones norteñas y del centro. En cuanto a los procesos productivos, las ciudades como Chiapas, Oaxaca y algunos estados más pobres podrían ser más intensos en mano de obra, mientras que en las regiones como Nuevo León, Chihuahua y Coahuila son más intensivos en capital.

Una de las principales críticas que se les hacen a los test de raíces unitarias de panel, tiene que ver con que no se tiene en cuenta la posible existencia de correlación entre los miembros de la muestra. Esta es una posibilidad nada despreciable en el análisis de la convergencia entre el Producto Estatal Bruto (PEB) en la medida en que los PEB reales se calculan empleando la misma metodología, las mismas tecnologías y una moneda común como numerario. Una de las principales ventajas del test IPS consiste en que se puede controlar por la existencia de relaciones entre los miembros del panel si se introducen efectos temporales comunes mediante la transformación de las series en desviaciones respecto a la media. Desgraciadamente, O'Connell (1998) y Maddala y Wu (1999) han señalado que en la realidad las relaciones entre los miembros del panel pueden ser muy complicadas como para ser recogidas por la transformación propuesta por Im et al. (1997) En estos casos se recomienda la simulación de los

valores críticos por la técnica denominada Bootstrapping, aunque este método se sale del alcance de este trabajo.

La literatura revisada en este trabajo se ha mostrado que la hipótesis de convergencia no siempre se cumple, y que, cuando lo hace, la persistencia de sus desviaciones es muy prolongada. Por este motivo, para estimar una relación entre el PEA per cápita y otra variable se requiere el uso de técnicas econométricas que tengan en cuenta estas características de los datos. Precisamente algunos avances recientes en la econometría de datos de panel han dirigido sus esfuerzos a la estimación de relaciones de cointegración, constituyendo en la actualidad un campo de investigación muy fructífero. Estas técnicas también son apropiadas para el análisis de relaciones entre variables estacionarias pero muy persistentes debido a la potencial aparición de problemas de simultaneidad y fuerte autocorrelación entre las variables [Strauss (1999)]. Entre los modelos de cointegración en paneles de datos destacan los estimadores PFMOLS (Panel Fully Modified Ordinary Least Square) propuesto por Kao y Chiang (1997), Pedroni (1997) y Phillips y Moon (1999) y PDOLS (Panel Dynamic Ordinary Least Square) propuesto por Kao y Chiang (1997) y Mark y Sul (2001). En la medida en que Kao y Chiang (1997) han demostrado que el estimador PDOLS presenta menores sesgos en muestras pequeñas que el estimador POLS (Panel Ordinary Least Square) y PFMOLS y, por lo tanto, es más adecuado para la estimación en paneles cointegrados, y en la medida en que Mark y Sul (2001) han señalado la facilidad en la aplicación del estimador PDOLS, en este trabajo se ha optado por su uso. Sin embargo, estas técnicas no se han tratado aquí pero podrían utilizarse para un trabajo posterior.

Asimismo, con respecto a los modelos con panel de datos con los test presentados se presenta la posibilidad del enriquecimiento teórico y la utilización práctica de modelos de panel dinámicos. El incremento de datos tanto de corte transversal estático, facilita comprensión de fenómenos en los que resultaba clave la dinamicidad en las relaciones entre variables.

Por otro lado, como contrapartida, una mayor dimensión temporal ha obligado a complementar el análisis transversal tradicional con una atención progresiva hacia el componente temporal de los datos lo que ha obligado a considerar aspectos que antes "se obviaban" y que, sin embargo, se sabían absolutamente claves en una dimensión puramente temporal (tratamiento de la heterocedasticidad o la autocorrelación temporal en las perturbaciones).

## Bibliografía

- Abramovitz, Moses. (1986) "Catching Up, Forging Ahead and Falling Behind." *Journal of Economic History* 46.
- Barro R and Lee J.W. (1993), "International comparisons of educational attainment". *Journal of Monetary Economics*, 32, pp 363-94.
- Barro R and X. Sala-I-Martin (1991). "Economic Growth in a Cross Section of Countries", *Quarterly Journal of Economics*, 106, pp 407-473.
- Barro R and X. Sala-I-Martin (1992), "Convergence", *Journal of Political Economy*, 100, pp 223-251.
- Barro R and X. Sala-I-Martin (1995). *Economic Growth*. Mc Graw Hill
- Benhabib ,J and Mark M. Spiegel (1992) "The Role Of Human Capital And Political Instability In Economic Development", New York University C.V. Starr Center
- Bernard, A y Steven N. Durlauf (1995), "Convergence in International Output", *Journal of Applied Econometrics*, nº 10, pp. 97-108.
- Cermeño, Rodolfo (2001), "Decrecimiento y Convergencia de los Estados Mexicanos", *el Trimestre Económico*, 272 pp. 603-629.
- De la Fuente A. y Doménech R. (2000): "Schooling Data, Technological Diffusion and the Neoclassical Model" *American Economic Review*, , *Papers & Proceedings*, May,
- Engel, C. (2000): "Long-run PPP may not hold after all", *Journal of International Economics*, vol. 57, nº 2, pp. 243-273.
- Esquivel Gerardo (2000), "Convergencia Regional En México, 1940-1995", *el Trimestre Económico*, pp. 725-761.
- Frankel, J.A. and A.K. Rose. (1996). "A Panel Project on Purchasing Power Parity: Mean Reversion Within and Between Countries". *Journal of Econometrics*, 80, pp. 287-296.
- Greasley , David y Les Oxley (1997), "Times Series Test of the convergence Hypotesis: Some Positive Results", *Economics Letters*, nº 56, pp. 143-147.
- Hadri, K. (1999): "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root in panel data with serially correlated errors", *The Econometrics Journal*, nº 3, pp. 148-161.
- Hsiao C. (2003), *Analysis of Panel Data*, 2ª ed. Cambridge University Press.
- Im, K., Pesaran, H. y Shin, Y. (1997): "Testing for unit roots in heterogeneous panels", *mimeo* Trinity College, University of Cambridge.
- Islam, N. (1995), "Growth Empirics: A Panel Data Approach", *Quarterly Journal of Economics*, 110, pp. 1127-1170.
- Kao, C. (1999): "Spurious regression and residual-based tests for cointegration in panel data", *Journal of Econometrics*, vol. 90, pp. 1-44.

- Kao, C. y Chiang, M-H. (1997): "On the estimation and inference of a cointegrated regression in panel data", *mimeo* Department of Economics, Syracuse University.
- Levin, A. y Lin, C. (1993): "Unit root tests in panel data: new results", *Discussion Paper 93-56*, University of California, San Diego.
- Luintel, K. (1998): "Heterogeneous panel unit root tests and purchasing power parity", *Working Papers n° 98-09*, University of Wales Swansea, Department of Economics.
- Maddala, G. (1999): "On the use of panel data methods with cross country data", *Annales d'Economie et de Statistique*, vol. 55-56, pp. 429-448.
- Maddala, G. y Wu, S. (1999): "A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 61, pp. 631-652.
- Mankiw, N. G., D. Romer y D. N. Weil (1992), "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, 107, pp. 407-437.
- Mark, N. y Sul, D. (2001): "A computationally simple cointegration vector estimator for panel data", *mimeo* Department of Economics, The Ohio State University.
- McCoskey, S. y Kao, C. (1998): "A residual-based test of the null of cointegration in panel data", *mimeo* Department of Economics, Syracuse University.
- Pedroni, P. (1999): "Critical values for cointegration tests in heterogeneous panels with multiple regressors", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 61, pp. 653-678.
- Phillips, P. y Moon, H. (1999): "Linear regression limit theory for nonstationary panel data", *Econometrica*, vol. 67, pp. 1057-1111.
- Quah, D (1993a), "Empirical Cross-Section Dynamics in Economic Growth", *European Economic Review*, 37, pp. 426-434.
- (1993), "Galton's Fallacy and Test of Convergence Hypothesis", *Scandinavian Journal of Economics*, v. 95, n. 4,
- (1994), "Convergence Empiries Across Economies with (Some) Capital Mobility", *Journal of Economic Growth*, 1 (1), pp. 95-124.
- (1996), "Twin Peaks: Growth and Convergence in Models of Distribution Dynamics", *Economic Journal*, 106, pp. 1045-1055.
- Romer P. (1986), "Increasing Returns and Long-Run Growth" , *Journal of Political Economy*, 94, pp 1002-1037.
- Sala-i-Martin, X (1996), " The clasical Approach to Convergence Análisis", *The Economics Journal*, 106, pp. 1019-1036.
- (2000), *Apuntes de Crecimiento Económico*, 2ª Ed. Antoni Bosch.