



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE QUÍMICA**

**DISEÑO DE UN FASCÍCULO SOBRE FLUJO DE FLUIDOS  
A DOS FASES**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

**INGENIERO QUÍMICO**

PRESENTA

**ALVAREZ MACIEL CARLOS**



México, D.F.



2004

**EXAMENES PROFESIONALES  
FACULTAD DE QUÍMICA**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Jurado asignado:**

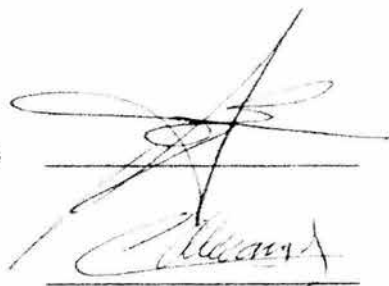
<b>Presidente</b>	Prof. Antonio Valiente Barderas
<b>Vocal</b>	Prof. Lucila Cecilia Méndez Chávez
<b>Secretario</b>	Prof. José Antonio Ortiz Ramírez
<b>1er. Suplente</b>	Prof. Mariano Pérez Camacho
<b>2º. Suplente</b>	Prof. Martín Rivera Toledo

**Sitio donde se desarrolló el tema**

Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Química  
Laboratorio de Ingeniería Química

**Asesor del tema:** Dr. Antonio Valiente Barderas

**Sustentante:** Carlos Alvarez Maciel



Handwritten signature of Dr. Antonio Valiente Barderas, written over a horizontal line.

# AGRADECIMIENTOS

## **A la Universidad Nacional Autónoma de México:**

Por darme la oportunidad de formarme como profesionista en sus magníficas instalaciones.

## **Al Dr. Antonio Valiente Barderas:**

Por su dedicación, amabilidad y paciencia en la realización del presente trabajo. Gracias por su apoyo y por sus oportunas observaciones sobre los aspectos medulares de este fenómeno del flujo de fluidos.

## **A los profesores Antonio Ortiz Ramírez y Cecilia Méndez Chávez:**

Por sus comentarios y señalamientos que permitieron enriquecer este trabajo de tesis. Agradezco, además, su amabilidad y atención prestadas siempre.

# DEDICATORIAS

## **A Susana:**

Eres el aliento y la luz que me han impulsado para concluir esta carrera. Gracias por tu paciencia y cariño, por tus sonrisas y sacrificios. Tu recompensa será grande.

## **A mi familia:**

Porque siempre me acompañaron en las buenas y en las malas.

## **A los profesores Eugenio Fautsch Tapia y Antonio Reyes Chumacero:**

Por su amistad desinteresada y sincera brindada a lo largo de la carrera. Gracias por su apoyo y sus sabios consejos.

## **A mis amigos y compañeros:**

Por compartir sus vivencias conmigo y por acompañarme en la cercanía o en la lejanía.

# ÍNDICE

	Página
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1.- FLUJO A DOS FASES SISTEMA GAS-LÍQUIDO	3
+ Introducción	4
+ Patrones de flujo en tuberías horizontales	5
+ Predicción de los patrones de flujo en tuberías horizontales	7
+ Predicción de la caída de presión en tuberías horizontales	16
+ Patrones de flujo en tuberías verticales	43
+ Predicción de los patrones de flujo en tuberías verticales	47
+ Predicción de la caída de presión en tuberías verticales	50
+ Consideraciones generales	74
+ Problemas propuestos	75
CAPÍTULO 2.- FLUJO A DOS FASES SISTEMA GAS-SÓLIDO	79
+ Introducción	80
+ Clasificación de las partículas sólidas	81
+ Patrones de flujo en tuberías horizontales	84
+ Predicción de los patrones de flujo en tuberías horizontales	87
+ Predicción de la caída de presión en tuberías horizontales	95
+ Patrones de flujo en tuberías verticales	106
+ Predicción de los patrones de flujo en tuberías verticales	113
+ Predicción de la caída de presión en tuberías verticales	122
+ Consideraciones generales	135
+ Problemas propuestos	138
CAPÍTULO 3.- FLUJO A DOS FASES SISTEMA LÍQUIDO-SÓLIDO	141
+ Introducción	142
+ Clasificación de las partículas sólidas	143
+ Patrones de flujo en tuberías horizontales	144
+ Predicción de los patrones de flujo en tuberías horizontales	147
+ Predicción de la caída de presión en tuberías horizontales	152
+ Patrones de flujo en tuberías verticales	159
+ Predicción de los patrones de flujo en tuberías verticales	162
+ Predicción de la caída de presión en tuberías verticales	168
+ Consideraciones generales	179
+ Problemas propuestos	180
CONCLUSIONES	183

	Página
NOMENCLATURA	185
BIBLIOGRAFÍA	191

# INTRODUCCIÓN



Por *flujo a dos fases* se entiende al movimiento paralelo de dos sustancias o mezclas homogéneas en diferente estado de agregación. De esta manera, los sistemas de flujo bifásico factibles de encontrar en la industria o en cualquier otro lugar son tres: gas-líquido, gas-sólido y líquido-sólido. Debido a la serie de diferencias existente entre los tres estados de agregación de la materia, las características y comportamiento de cada uno de los tres sistemas bifásicos mencionados va a diferir y, por ende, serán tratados de manera separada a lo largo de la presente obra.

El conocimiento de la estructura del flujo de ambas fases, conocida como *patrón de flujo*, y de la *caída de presión* a lo largo de la tubería, es importante para diseñar y operar los ductos que transporten dos fluidos en diferente estado de agregación. Estos dos parámetros cambian respecto al sistema bifásico y a la posición del tubo. De esta manera, al tratar cada sistema de flujo se marcará la diferencia entre los patrones de flujo y caídas de presión existentes en tuberías horizontales, tuberías verticales ascendentes y tuberías verticales descendentes. La presencia del fenómeno de flujo a dos fases en tuberías inclinadas no será expuesta en este texto por presentar características intermedias a lo sucedido en tuberías horizontales y verticales.

A pesar de la existencia milenaria de ductos y canales para el manejo de fluidos, la ingeniería comenzó a estudiar el flujo a dos fases a principios del siglo XX. Por razones de economía y practicidad de transporte, esta rama de la mecánica de fluidos se ha desarrollado con éxito creciente. De ser un arte practicado sólo por unos cuantos técnicos e ingenieros experimentados, se ha transformado en una ciencia bien fundamentada, capaz de predecir las condiciones de flujo al interior de los tubos, útil para diseñar y dimensionar los sistemas de flujo, e indispensable en la optimización del diseño y operación de dichos sistemas.

El gran interés que ha mostrado la ingeniería por este fenómeno se refleja en la bastedad de información publicada principalmente en revistas técnicas, entre las cuales están la *Chemical Engineering*, *Chemical Engineering Progress*, *Chemical Engineering Science*, *A.I.Ch.E. Journal*, *International Journal of Multiphase Flow*, entre otras más. A pesar de esto, la ingeniería no ha logrado desarrollar un modelo general de flujo a dos fases, por lo que continúa investigando.

En los capítulos siguientes se expone la recopilación de los métodos de cálculo de mayor utilidad y sencillez, asimismo, se ofrece la información más actualizada y completa sobre el flujo a dos fases a través de tuberías. Al final de cada capítulo se incluye una breve exposición sobre otros aspectos importantes de los sistemas de flujo bifásico, como son los fenómenos de *erosión* y *corrosión* en el interior de los tubos, los cuales proporcionan al ingeniero una mejor visión sobre el flujo a dos fases y, por ende, le permiten realizar un mejor diseño y mantener una operación más segura.

CAPÍTULO 1  
FLUJO A DOS FASES  
SISTEMA GAS-LÍQUIDO

## INTRODUCCIÓN

El conocimiento del flujo en corriente paralela de gases y líquidos es esencial para el diseño y la operación de tuberías donde se presenta este fenómeno, así como en el diseño y operación de muchos equipos empleados en el procesamiento de materiales.

Los reactores químicos, los rehervidores, condensadores parciales y aparatos de contacto de masa son ejemplos típicos de equipos en los cuales el gas y el líquido fluyen en corrientes paralelas. El diseño de estos equipos de proceso también requiere del conocimiento de las caídas de presión, pero a su vez se necesita predecir los coeficientes de transferencia de calor y de masa para su adecuado desempeño.

En el diseño de tuberías con flujo a dos fases, el ingeniero se preocupa principalmente por el cálculo de la caída de presión, la cual puede estimarse con bastante precisión. Desde hace años se reconoció que para mejorar la predicción de los diferentes parámetros constituyentes de este fenómeno, los cuales son la fracción volumétrica de cada fase (*holdup*), la caída de presión, la transferencia de calor y masa, así como otros parámetros hidráulicos, era necesario considerar la estructura detallada de la configuración del flujo. A estas configuraciones, las cuales están relacionadas con la distribución de las fases dentro de la tubería, se les denomina *patrones o regiones de flujo*.

Se han efectuado muchos trabajos experimentales y teóricos para predecir la caída de presión y el tipo de patrón de flujo producido en las tuberías, pero hasta ahora no se ha encontrado una correlación general, similar a las gráficas del factor de fricción vs. el número de Reynolds, muy útiles para calcular la caída de presión para el flujo a una fase. Esto se debe a la existencia de un cierto número de complicaciones que dificultan el uso de una sola correlación. La mayor de ellas en el flujo a dos fases es la variedad de patrones de flujo que pueden presentarse. El tipo de patrón de flujo encontrado depende de las propiedades de los fluidos, los gastos y la geometría del equipo.

Aunque no se ha encontrado una correlación general aplicable a todos los tipos de flujo, se han desarrollado correlaciones para patrones de flujo específicos. Uno de los primeros en hacer una clasificación visual de los patrones de flujo fue Alves<sup>1</sup>. Los patrones de flujo son correlacionados empíricamente en función de los gastos y de las propiedades de los fluidos. El mecanismo de la transferencia de momento varía con el patrón de flujo, pero falta por esclarecerse si la descripción visual del patrón es suficiente para identificar las regiones en donde estos mecanismos cambian. Los límites o fronteras entre los patrones no son precisos pues existe un cambio gradual y, en muchos casos, estas fronteras dependen de las interpretaciones particulares de los diferentes investigadores.

La predicción de la caída de presión se efectúa mediante correlaciones de diferente índole. Los primeros en proponer una de ellas fueron Lockhart y Martinelli<sup>27</sup>, la cual depende del tipo de flujo. Actualmente se cuenta con correlaciones semiempíricas independientes del patrón de flujo presente en la tubería, lo cual nos acerca al desarrollo de un modelo general del flujo bifásico gas-líquido en un futuro quizá no lejano.

## PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

Existen básicamente siete tipos generales de patrones de flujo en las tuberías horizontales (figura 1). Estos patrones, arreglados en orden creciente de flujo de gas a un flujo de líquido constante, son los siguientes:

### **Flujo Burbuja** (*Bubble flow*)

Este flujo se caracteriza por burbujas de gas dispersas en el líquido, las cuales se mueven en la parte superior de la tubería a aproximadamente la misma velocidad del líquido. Se presenta con velocidades superficiales de gas de 0.3 a 3 m/s y velocidades superficiales de líquido entre 1.5 y 5 m/s. Si la velocidad del líquido es alta, las burbujas se dispersan a través de todo el tubo, conociéndose a este patrón como *flujo espuma* (*froth flow*) o *flujo burbuja dispersa*.

### **Flujo Tapón** (*Plug flow*)

Se presentan tapones o pistones alternados de líquido y de gas. El gas se mueve en la parte superior de la tubería debido a la fuerza de gravedad. Se da a velocidades superficiales de gas menores a 0.9 m/s y velocidades superficiales de líquido inferiores a 0.6 m/s. También se le suele llamar *flujo de burbuja alargada* (*elongated bubble flow*) o *flujo pistón*.

### **Flujo Estratificado** (*Stratified flow*)

En este caso el líquido fluye en la parte inferior de la tubería y el gas en la parte superior, produciéndose una interfase gas-líquido suave y uniforme. Se da cuando la velocidad superficial del líquido es menor a 0.15 m/s y la del gas fluctúa entre los 0.6 y 3 m/s. También se le conoce como *flujo estratificado suave* (*stratified smooth flow*).

### **Flujo Onda** (*Wave flow*)

Es similar al estratificado, sólo que en este caso hay ondas u olas viajando en la dirección del flujo. Se presenta cuando la velocidad superficial del líquido es menor a 0.3 m/s y la del gas superior a 5 m/s. También se le suele llamar *flujo estratificado ondulado* (*stratified wavy flow*).

### **Flujo Ariete** (*Slug flow*)

Al aumentar aún más la velocidad del gas, la altura de las olas aumenta hasta el punto en que tocan la superficie interna superior del tubo y forman un ariete espumoso. La velocidad de estos arietes es mayor que la velocidad promedio del líquido.

Los arietes de líquido causan severas vibraciones en el equipo usado debido al impacto del líquido a alta velocidad contra las conexiones y retornos. También causa erosión en las paredes internas del sistema por donde fluye. Por

ello debe evitarse este tipo de flujo. Se presenta en un amplio rango de velocidades superficiales tanto del gas como del líquido. Se le conoce también como *flujo picos*, *flujo pulsante* o *flujo con golpeteo*.

### **Flujo Anular** (*Annular flow*)

El líquido fluye formando una película alrededor de la pared interna del tubo, con el gas en el centro. Una parte del líquido es arrastrada en forma de pequeñas gotas por el centro gaseoso. Ocurre a velocidades superficiales de gas mayores a 6 m/s. Se le conoce también como *flujo película* (*film flow*).

### **Flujo Disperso** (*Dispersed flow*)

En este patrón de flujo prácticamente todo el líquido es arrastrado en forma de gotitas en el gas. Se produce a velocidades superficiales de gas superiores a 60 m/s. También se le suele denominar *flujo neblina* (*mist flow* o *fog flow*) o *flujo rocío* (*spray flow*). Cuando algunas porciones de la pared interna del tubo están cubiertas por una fina película de líquido, se le conoce como *flujo anular-neblina*.

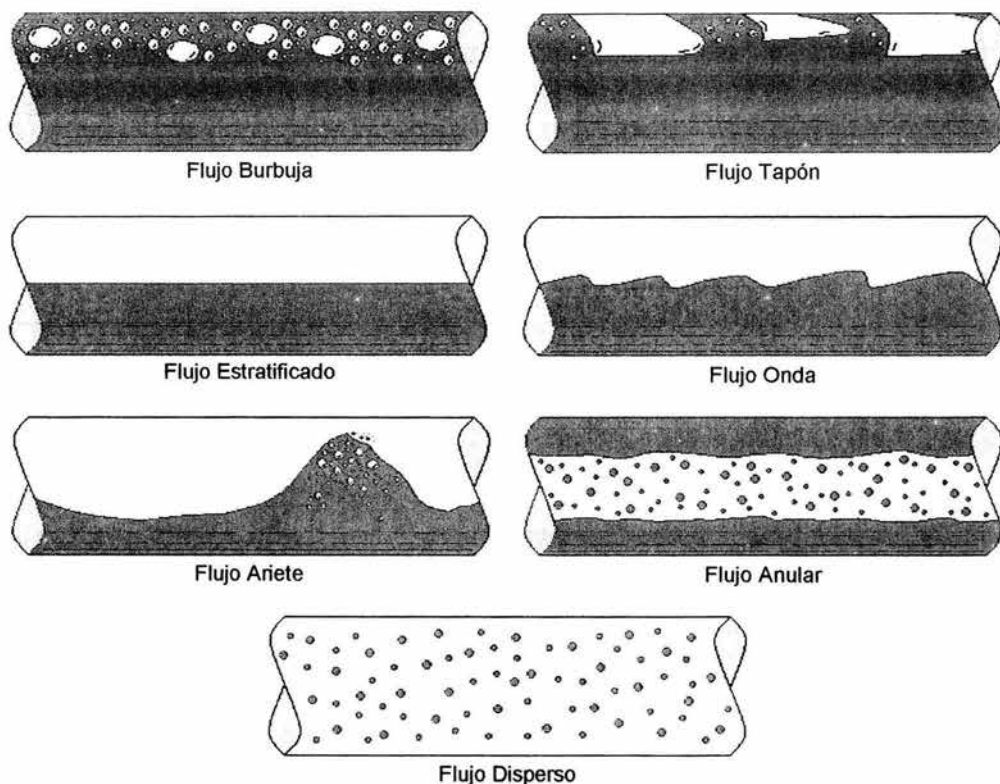


Figura 1.- Patrones de flujo a dos fases sistema gas-líquido en tuberías horizontales.

A estos patrones de flujo se les clasifica en grupos de acuerdo a la distribución de las fases:

**Flujo Segregado:** cada fase fluye en forma de capa o lámina: flujos estratificado, onda y anular.

**Flujo Intermitente:** cada fase fluye de manera alternada y periódica: flujos tapón y ariete.

**Flujo Distribuido:** una fase se encuentra dispersa en la otra, la cual fluye de manera continua: flujos burbuja y disperso.

## PREDICCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

El cálculo de la caída de presión en el flujo a dos fases depende del patrón de flujo, por ello la primera etapa del cálculo requiere de la predicción de ese patrón. La identificación de los patrones de flujo es quizá una de las áreas de flujo de fluidos en dos fases que ha causado más controversia, debido a la dependencia en la técnica utilizada en la experimentación (éstas pueden variar desde visuales, pasando por fotografía de alta velocidad, video de alta resolución, hasta detectores de fluctuaciones de presión). Se han preparado numerosas cartas para predecir aproximadamente el patrón a partir de las condiciones del flujo, las propiedades de los fluidos y la geometría del tubo. A partir de esas cartas, también llamadas *mapas de patrones de flujo*, el ingeniero puede predecir con un cierto grado de aproximación qué tipo de flujo se presenta en un problema determinado. Baker<sup>3</sup> presentó uno de esos mapas para el flujo horizontal elaborado a partir de los datos proporcionados por varios autores (figura 2).

Los bordes, fronteras o límites entre los patrones de flujo presentes en este mapa, son mostrados como funciones de la masa velocidad de la fase gaseosa y del cociente de flujos máxicos de ambas fases. Estas fronteras no son en realidad líneas sino zonas de transición entre los diferentes patrones de flujo. Al utilizarlo, el diseñador debe tener en cuenta que el mapa proporciona una idea aproximada del patrón de flujo más probable de obtenerse.

El mapa de la figura 2 fue elaborado a partir de datos de aire y agua a presión atmosférica y a temperatura ambiente. Con la finalidad de emplearlo para cualquier otro sistema, Baker utilizó factores de corrección que ajustaran las propiedades físicas del agua y del aire a las de otros fluidos y a otras condiciones de presión y temperatura.

Los datos usados por Baker corresponden a experimentos efectuados en tuberías cuyo diámetro va de 1 pulgada hasta 4 pulgadas. Las regiones de los diferentes patrones de flujo no cambian significativamente para diámetros de tubería mayores a 4 pulgadas, pero para diámetros menores a 1 pulgada, la región del flujo onda tiende a desaparecer, modificando las áreas correspondientes a los flujos estratificado y anular.

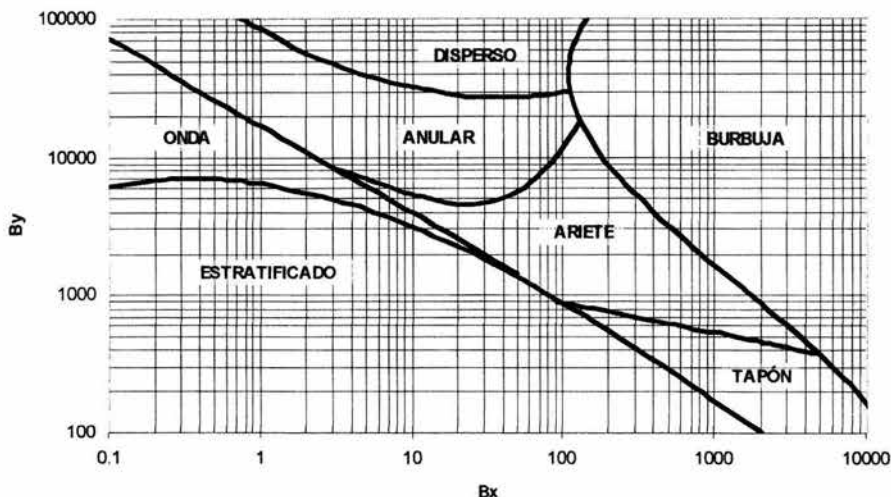


Figura 2.- Mapa de patrones de Baker para flujo horizontal en sistemas gas-líquido. (1954)

Para determinar el patrón de flujo empleando el mapa de Baker, se deben calcular primero los parámetros de Baker ( $B_x$  y  $B_y$ ), con los cuales se determina en la gráfica el tipo de flujo esperado:

$$B_x = 0.0341 \frac{W_L}{W_G} \frac{\rho_G^{1/2} \mu_L^{1/3}}{\sigma_L \rho_L^{1/6}} \left[ \text{cp}^{1/3} \right] \quad (1)$$

$$B_y = 7.092 \frac{W_G}{A \sqrt{\rho_G \rho_L}} \left[ \frac{\text{lb}}{\text{hft}^2} \right] \quad (2)$$

En donde:

$B_x$  y  $B_y$  = abscisa y ordenada del mapa de Baker.

$\rho_L$  = densidad del líquido en  $\text{kg/m}^3$ .

$\rho_G$  = densidad del gas en  $\text{kg/m}^3$ .

$\mu_L$  = viscosidad del líquido en centipoise.

$\sigma_L$  = tensión superficial del líquido en  $\text{kgf/m}$ .

$A$  = área transversal de flujo del tubo en  $\text{m}^2$ .

$W_L$  = flujo másico del líquido en  $\text{kg/h}$ .

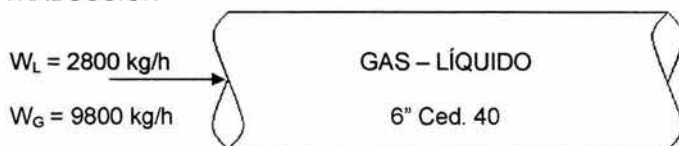
$W_G$  = flujo másico del gas en  $\text{kg/h}$ .

Nótese las unidades de cada una de las coordenadas y las unidades de las variables ahí presentes. Para transformar dina/cm a  $\text{kgf/m}$ , multiplicar por  $1.02 \times 10^{-4}$ .

## Ejemplo 1

¿Cuál será el patrón de flujo esperado en una tubería horizontal de 6 pulgadas cédula 40 por la cual fluyen 2800 kg/h de líquido con una densidad de 834 kg/m<sup>3</sup>, viscosidad de 0.1 cp y tensión superficial de 6.25 dinas/cm? Por la tubería fluyen además 9800 kg/h de vapor con 30.75 kg/m<sup>3</sup> de densidad y una viscosidad de 0.01 cp.

### 1.-TRADUCCIÓN



### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

Se deberá encontrar el tipo de flujo presente mediante el empleo de los parámetros y el mapa de Baker.

#### 2.2.-Parámetros de Baker

$$B_x = 0.0341 \frac{W_L}{W_G} \frac{\rho_G^{1/2} \mu_L^{1/3}}{\sigma_L \rho_L^{1/6}} \left[ \text{cp}^{1/3} \right] \quad B_y = 7.092 \frac{W_G}{A \sqrt{\rho_G \rho_L}} \left[ \frac{\text{lb}}{\text{hft}^2} \right]$$

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Parámetros de Baker

Para una tubería de 6" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es:

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.154 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = 0.018639 \text{ m}^2$$

$$B_y = 7.092 \frac{9800 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{0.018639 \text{ m}^2 \sqrt{30.75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 834 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}} = 23284$$

$$\sigma_L = 6.25 \text{ dina/cm} = 6.37 \times 10^{-4} \text{ kgf/m}$$

$$B_x = 0.0341 \frac{\left( \frac{2800 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{9800 \frac{\text{kg}}{\text{h}}} \right) \left( 30.75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^{1/2} (0.1 \text{ cp})^{1/3}}{6.37 \times 10^{-4} \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \left( 834 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^{1/6}} = 12.83$$



### 3.2.-Determinación del tipo de flujo

Con los valores de  $B_x$  y  $B_y$ , se localiza en el mapa de Baker el patrón de flujo correspondiente a la intersección de estos valores. Se puede observar que la intersección se presenta en la región de flujo anular.

### 4.-RESULTADO

El flujo obtenido es anular.

Las fronteras entre los patrones de flujo se pueden aproximar mediante ecuaciones<sup>10</sup> obtenidas con una regresión por el método de mínimos cuadrados, las cuales se usan como base para determinar el régimen prevaeciente para cualquier flujo dado y para cualesquier propiedades físicas del líquido y del gas.

Las ecuaciones matemáticas que representan las fronteras de los distintos regímenes de flujo son:

$$C1: \ln B_y = 8.67694 - 0.1901(\ln B_x) \quad (3)$$

$$C2: \ln B_y = 9.774459 - 0.6548(\ln B_x) \quad (4)$$

$$C3: \ln B_y = 11.3976 - 0.6084(\ln B_x) + 0.0779(\ln B_x)^2 \quad (5)$$

$$C4: \ln B_y = 10.7448 - 1.6265(\ln B_x) + 0.2839(\ln B_x)^2 \quad (6)$$

$$C5: \ln B_y = 14.569802 - 1.0173(\ln B_x) \quad (7)$$

$$C6: \ln B_y = 7.8206 - 0.2189(\ln B_x) \quad (8)$$

En donde C1, C2, C3, C4, C5, C6 corresponden a las líneas representadas en el gráfico siguiente:

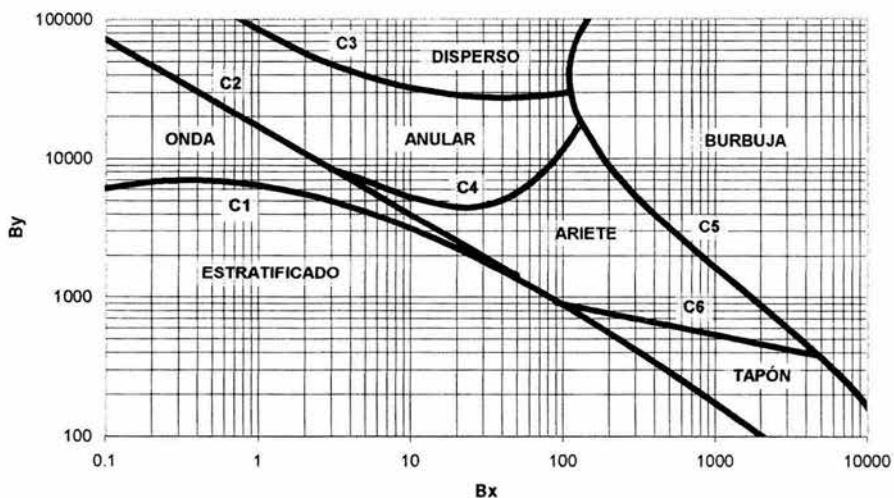


Figura 3.- Numeración de las fronteras entre patrones de flujo en el mapa de Baker.

Como las fronteras de los distintos patrones de flujo no están muy bien delimitadas, en la práctica han aparecido algunas versiones modificadas del mapa de Baker, entre ellas una debida a Scott<sup>34</sup> en la que se muestran las fronteras de incertidumbre:

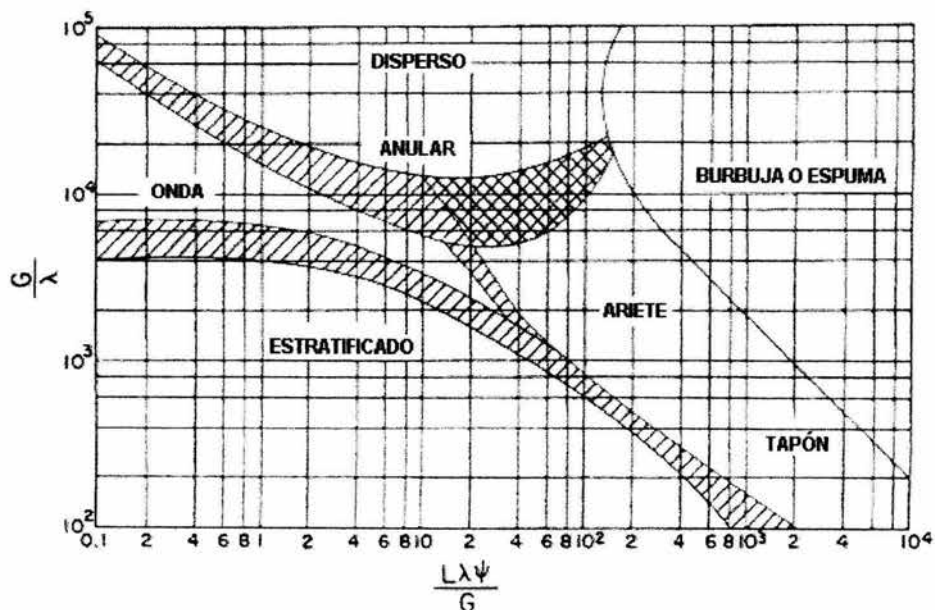


Figura 4.- Mapa de patrones de Scott para flujo horizontal en sistemas gas-líquido. (1963)

En donde:

$$\frac{L\lambda\psi}{G} = Bx \quad (9)$$

$$\frac{G}{\lambda} = By \quad (10)$$

$$\lambda = \left[ \left( \frac{\rho_G}{0.075} \right) \left( \frac{\rho_L}{62.3} \right) \right]^{1/2} \quad (11)$$

$$\psi = \left( \frac{73}{\sigma_L} \right) \left[ \mu_L \left( \frac{62.3}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (12)$$

L = masa velocidad de la fase líquida en lb/(h ft<sup>2</sup>).  
 G = masa velocidad de la fase gaseosa en lb/(h ft<sup>2</sup>).  
 $\rho_L$  = densidad del líquido en lb/ft<sup>3</sup>.  
 $\rho_G$  = densidad del gas en lb/ft<sup>3</sup>.

$\mu_L$  = viscosidad del líquido en centipoise.

$\sigma_L$  = tensión superficial del líquido en dina/cm.

En los últimos años se han utilizado con mayor frecuencia las gráficas de velocidades superficiales, en las cuales se presentan con mejor precisión las fronteras de los diferentes regímenes de flujo. Entre esas gráficas están las de Govier<sup>20</sup>, Mandhane<sup>28</sup> y Taitel<sup>35</sup>, en las que se grafica la velocidad superficial del gas contra la del líquido. Una modificación de esas cartas o mapas es la presentada por González Ortiz<sup>19</sup> (figura 5), la cual fue elaborada a partir de experimentos realizados con sistemas aire-agua.

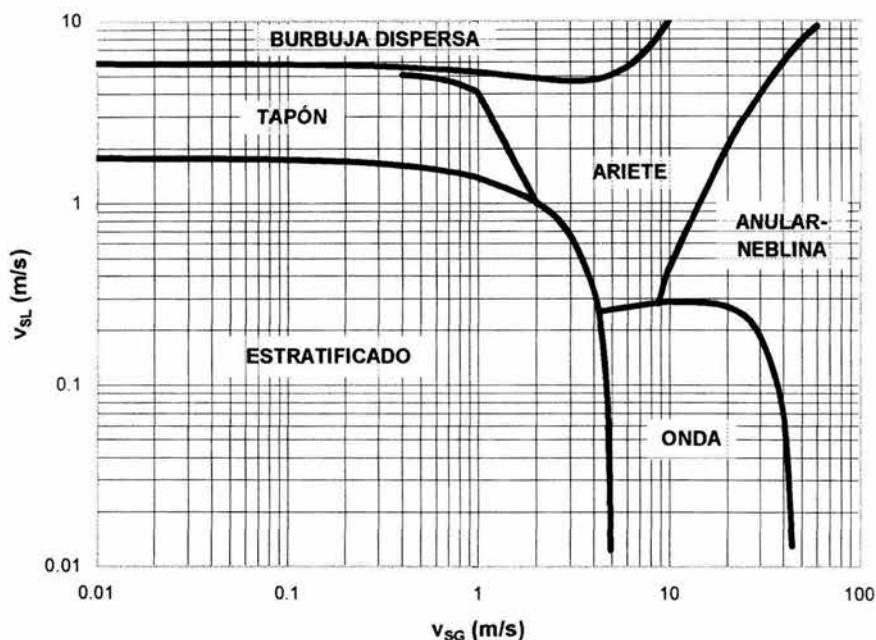


Figura 5.- Mapa de patrones de González Ortiz para flujo horizontal en sistemas gas-líquido. (1995)

Este tipo de mapas surgieron al observar que los factores de corrección de propiedades respecto al aire y al agua tienen generalmente un valor unitario. De esta manera, los mapas de velocidades superficiales son aplicables para cualquier sistema diferente al aire-agua.

La *velocidad superficial*<sup>12</sup> en flujo a dos fases es aquella que tendría el fluido si estuviera fluyendo solo por la tubería, por lo tanto es igual al flujo volumétrico o caudal dividido entre el área transversal de la tubería:

$$v_s = \frac{Q}{3600A} = \frac{W}{3600\rho A} \quad (13)$$

En donde:

$v_s$  = velocidad superficial del fluido en m/s.

$Q$  = flujo volumétrico del fluido en  $m^3/h$ .

$A$  = área transversal de la tubería en  $m^2$ .

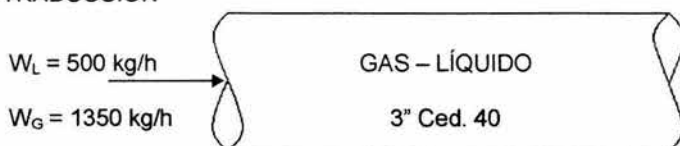
$W$  = flujo másico del fluido en kg/h.

$\rho$  = densidad del fluido en  $kg/m^3$ .

## Ejemplo 2

Una mezcla de líquido y vapor fluye por una tubería horizontal de 3 pulgadas de diámetro cédula 40. Si el flujo de vapor es de 1350 kg/h y el de líquido de 500 kg/h, evalúe el tipo de flujo que se presenta si las propiedades de los fluidos son: densidad del vapor =  $1.25 \text{ kg/m}^3$ ; densidad del líquido =  $1000 \text{ kg/m}^3$ ; viscosidad del líquido = 1 cp; tensión superficial del líquido = 15 dinas/cm.

### 1.-TRADUCCIÓN



### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

Para obtener el patrón de flujo se emplearán los mapas de Baker y de González Ortiz.

#### 2.2.-Parámetros de Baker

$$B_x = 0.0341 \frac{W_L}{W_G} \frac{\rho_G^{1/2} \mu_L^{1/3}}{\sigma_L \rho_L^{1/6}} \left[ \text{cp}^{1/3} \right]$$

$$B_y = 7.092 \frac{W_G}{A \sqrt{\rho_G \rho_L}} \left[ \frac{\text{lb}}{\text{hft}^2} \right]$$

#### 2.3.-Velocidad superficial

$$v_{sG} = \frac{W_G}{3600 \rho_G A} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$v_{sL} = \frac{W_L}{3600 \rho_L A} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Obtención del patrón de flujo mediante el mapa de Baker

$$D = 3.068 \text{ in} = 0.0779 \text{ m}$$

$$A = 0.004769 \text{ m}^2$$

$$\sigma_L = 15 \text{ dina/cm} = 1.53 \times 10^{-3} \text{ kgf/m}$$

$$B_x = 2.918$$

$$B_y = 56777$$

En el mapa de Baker, las coordenadas  $B_x$  y  $B_y$  indican flujo disperso, pero el punto se encuentra casi sobre el borde limitante con el flujo anular.

### 3.2.-Obtención del patrón de flujo con el mapa de González Ortiz

$$v_{SG} = \frac{1350 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.004769 \text{m}^2)} = 62.91 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{SL} = \frac{500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.004769 \text{m}^2)} = 0.0291 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En el mapa de González Ortiz, el flujo resultante es anular-neblina, pero la intersección de las coordenadas se encuentra cerca de la frontera con el flujo onda.

### 4.-RESULTADO

El patrón de flujo más probable es el disperso, debido a la coincidencia de este flujo en ambos mapas, mas no se descarta la posibilidad del desarrollo de los flujos anular u onda dentro de la tubería.

La distribución de los patrones de flujo del mapa de González Ortiz puede representarse mediante las ecuaciones siguientes:

$$C1: v_{SL} = 0.1174 v_{SG}^2 - 0.7499 v_{SG} + 5.881 \quad (14)$$

$$C2: v_{SL} = 0.746 v_{SG}^3 - 3.3173 v_{SG}^2 + 1.7162 v_{SG} + 4.865 \quad (15)$$

$$C3: v_{SL} = -0.003 v_{SG}^3 + 0.0297 v_{SG}^2 - 0.4343 v_{SG} + 1.7838 \quad (16)$$

$$C4: v_{SL} = -4 \times 10^{-5} v_{SG}^3 + 0.0041 v_{SG}^2 + 0.0633 v_{SG} - 0.5537 \quad (17)$$

$$C5: v_{SL} = 6 \times 10^{-6} v_{SG}^3 - 0.0007 v_{SG}^2 + 0.015 v_{SG} + 0.203 \quad (18)$$

En donde C1, C2, C3, C4, C5 son las fronteras entre los patrones de flujo en la siguiente gráfica:

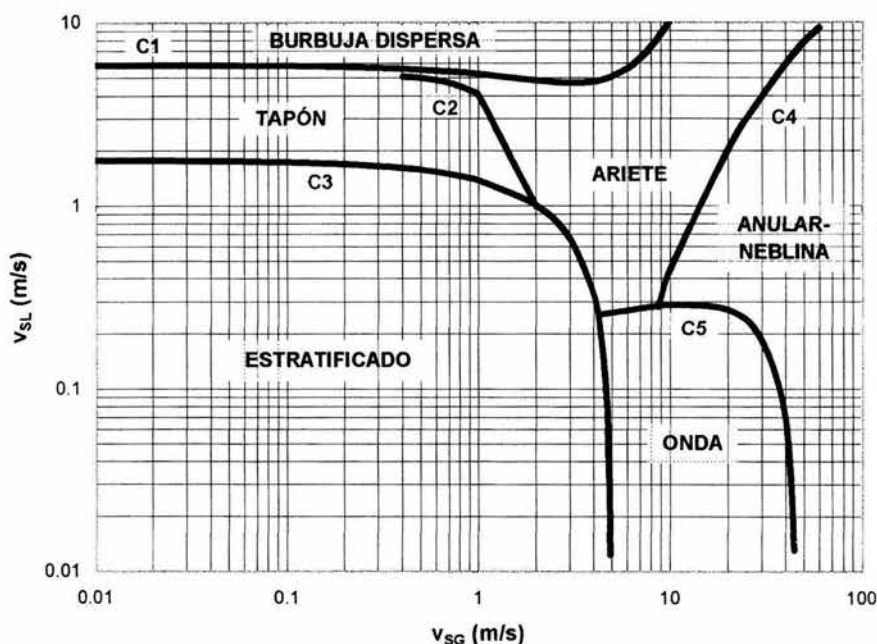


Figura 6.- Numeración de las fronteras entre patrones de flujo en el mapa de González Ortiz para flujo horizontal.

Los mapas de Baker y de González Ortiz, entre muchos otros, han sido elaborados para determinar los diferentes patrones de flujo para sistemas gas-líquido newtoniano. De esta misma manera, Chhabra y Richardson<sup>8</sup> realizaron un mapa (figura 7), basándose en el de Mandhane<sup>28</sup>, para poder incluir al flujo de sistemas gas-líquido no newtoniano.

Este mapa es una gráfica de velocidades superficiales, como la de González Ortiz, y aplica para líquidos pseudoplásticos y dilatantes (líquidos cuyo comportamiento está dado por la ley de la potencia), y para los líquidos viscoelásticos (soluciones poliméricas), es decir, aplica para líquidos cuya viscosidad no depende del tiempo. Como los líquidos newtonianos se comportan de acuerdo a la ley de la potencia (con exponente igual a 1), entonces este mapa también aplica para los sistemas gas-líquido newtoniano. Para mayores detalles respecto a los líquidos no newtonianos y su reología, se recomienda al lector consultar las obras de Valiente Barderas, de Schetz y Fuhs, y de Chhabra y Richardson.

Las fronteras entre los patrones de flujo en el mapa de la figura 7 tampoco son líneas sino regiones de transición. El flujo intermitente en este mapa abarca a los flujos tapón y ariete. Para diseñar sistemas donde fluyan mezclas gas-líquido no newtoniano, empleando este mapa, es recomendable evitar esta región de flujo debido a su inestabilidad y al posible daño a la tubería ocasionado por los tapones

o los arietes. Esto se logra seleccionando adecuadamente las velocidades superficiales de ambas fases, las cuales son función de los flujos máscicos del líquido y del gas.

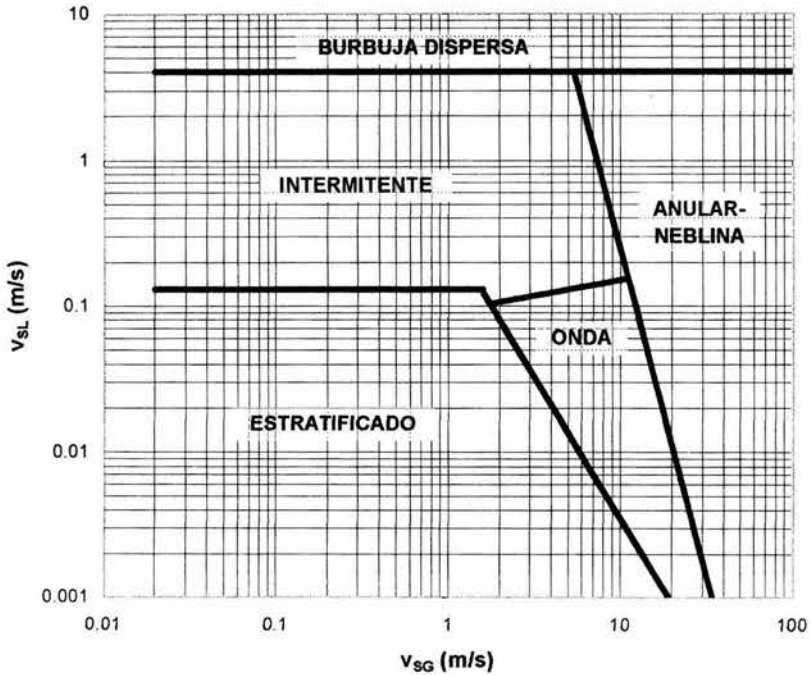


Figura 7.- Mapa de patrones de Chhabra-Richardson para flujo horizontal en sistemas gas-líquido. (1984)

Para obtener información sobre otros mapas de patrones de flujo horizontal a dos fases para sistemas gas-líquido, es recomendable consultar las obras de Núñez Alba y de los hermanos Varela Juárez.

### PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN TUBERÍAS HORIZONTALES

La caída de presión, en general, recibe contribuciones de tres efectos diferentes: fricción, aceleración y elevación. En el caso del flujo horizontal, este último efecto no interviene en la caída de presión.

El cálculo más simple de la caída de presión en flujo a dos fases líquido-gas está basado en los trabajos de Lockhart y Martinelli<sup>27</sup>. Ellos encontraron que la ecuación general para el cálculo de las pérdidas de presión por fricción en el flujo a dos fases estaba dada por:

$$\Delta P_{2F} = \phi^2 \Delta P_{1F} \quad (19)$$

En donde:

$\Delta P_{2F}$  = caída de presión en flujo a dos fases.

$\Delta P_{1F}$  = caída de presión en una de las fases.

$\phi$  = función que depende del módulo de Lockhart-Martinelli (X):

$$X = \left( \frac{\Delta P_L}{\Delta P_G} \right)^{1/2} \quad (20)$$

Donde:

X = módulo de Lockhart-Martinelli para flujo a dos fases líquido-gas.

$\Delta P_L$  = caída de presión en la fase líquida.

Posteriormente otros investigadores se dieron a la tarea de desarrollar modelos teóricos más detallados y complejos, los cuales brindan al ingeniero una mayor precisión en el cálculo de caídas de presión en flujo a dos fases.

### **Correlación de Lockhart-Martinelli**

La idea básica de esta correlación es, que la caída de presión en el flujo concurrente a dos fases puede ser calculada empleando las ecuaciones y gráficas comúnmente utilizadas para el cálculo de la caída de presión en el flujo a una sola fase fluida, una vez conocidas las velocidades individuales de cada fase. Mediante la suposición de que las dos fases están circulando por la línea totalmente separadas entre sí, es posible definir sus respectivas velocidades en términos de un diámetro denominado hidráulico y de un factor de forma. En su artículo, ellos publican en detalle el análisis del fenómeno y el desarrollo de esta correlación.

Lockhart y Martinelli lanzaron para su análisis dos postulados básicos:

- 1.- La caída de presión estática para la fase líquida es siempre equivalente a la de la fase gaseosa sin importar el patrón de flujo adoptado por la mezcla en movimiento, asimismo no existe una diferencia de presión estática radial apreciable.
- 2.- El volumen ocupado por la fase líquida más el volumen ocupado por la fase gaseosa en cualquier instante y posición, debe ser igual al volumen total de la tubería.

Estos postulados sugieren la no existencia de un cambio en el modelo de flujo a lo largo de la tubería. De esta manera, los flujos tapón y ariete quedan eliminados en esta consideración.

En base a sus observaciones experimentales, Lockhart y Martinelli graficaron  $\phi$  vs. X de forma semejante a la mostrada en la figura 8. Estos investigadores en realidad obtuvieron cuatro curvas de  $\phi$  para cada fase, pues definieron los siguientes regímenes de flujo:

- 1.- Ambas fases líquido y gas en régimen turbulento (tt).
- 2.- Flujo turbulento en la fase líquida y flujo viscoso en la fase gas (tv).
- 3.- Flujo viscoso en el líquido y turbulento en la fase gas (vt).



#### 4.- Ambas fases en régimen viscoso (vv).

Las gráficas se hicieron en escala logarítmica con objeto de angostar los datos esparcidos alrededor de una sola curva de correlación.

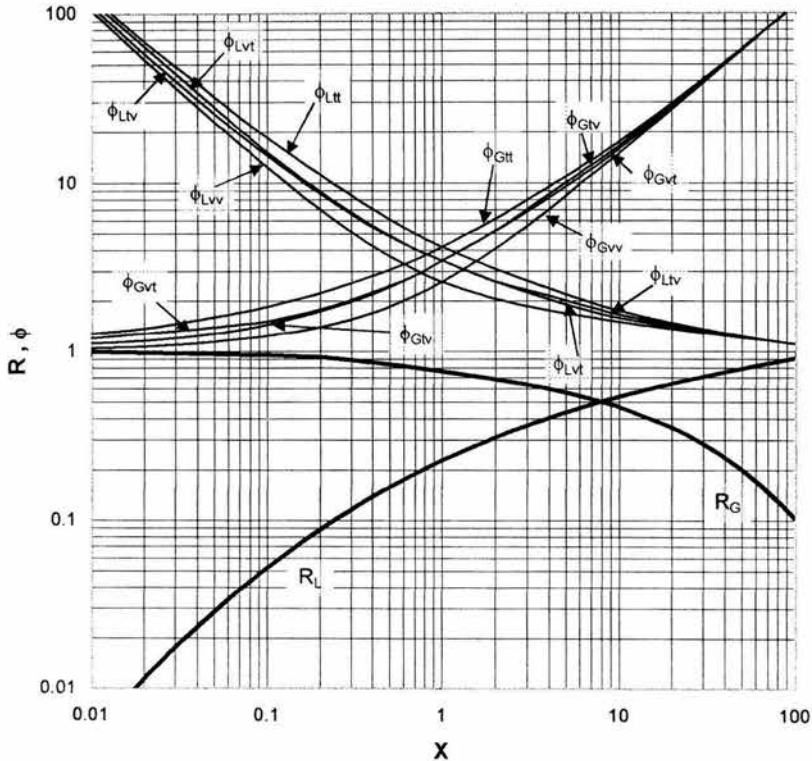


Figura 8.- Gráfica de Lockhart-Martinelli para  $\phi$  y R en función de X. (1949)

En esta gráfica, R es la fracción del volumen total de la tubería ocupada por una de las fases, conocida en inglés como *holdup*. Calculando el valor de X, se puede obtener el valor de R para cada fase a partir de la gráfica de la figura 8.

Las ecuaciones de  $\phi$  correspondientes a la fase gaseosa presentadas en la figura anterior son:

$$\log \phi_{Gtt} = 0.00176(\log X)^3 + 0.1148(\log X)^2 + 0.4821(\log X) + 0.6358 \quad (21)$$

$$\log \phi_{Gtv} = 0.00197(\log X)^6 + 0.0027(\log X)^5 - 0.0154(\log X)^4 - 0.02136(\log X)^3 + 0.1531(\log X)^2 + 0.5493(\log X) + 0.5651 \quad (22)$$

$$\log \phi_{Gvt} = -0.00807(\log X)^4 + 0.00158(\log X)^3 + 0.16(\log X)^2 + 0.4917(\log X) + 0.5622 \quad (23)$$

$$\log \phi_{Gw} = 0.00543(\log X)^6 + 0.00335(\log X)^5 - 0.0505(\log X)^4 - 0.0279(\log X)^3 + 0.2707(\log X)^2 + 0.5704(\log X) + 0.425 \quad (24)$$

Aunque el método de Lockhart-Martinelli sólo da soluciones aproximadas de las caídas de presión, la manera como atacan ambos investigadores al problema basándolo en un modelo físico idealizado es quizás la solución más satisfactoria disponible y a partir de la cual se han desarrollado numerosos trabajos y correlaciones.

### Método de Lockhart-Martinelli:

- 1.- Determinar el régimen de flujo de cada fase de acuerdo al criterio de Lockhart-Martinelli, obteniendo para ello el Reynolds superficial:

$$Re = \frac{D v_s \rho}{\mu} \quad (25)$$

Donde:

D = diámetro interno de la tubería en m.

$v_s$  = velocidad superficial de la fase en m/s.

$\rho$  = densidad de la fase a las condiciones de operación en  $\text{kg/m}^3$ .

$\mu$  = viscosidad de la fase en  $\text{kg/(m s)}$ .

Si  $Re < 1000$ , el régimen de la fase es *viscoso* (v).

Si  $Re > 2000$ , el régimen de la fase es *turbulento* (t).

- 2.- Calcular la caída de presión para cada fase, empleando la ecuación de Darcy:

Para la fase líquida:

$$\Delta P_L = \frac{f_D v_{SL}^2 L \rho_L}{2 g_c D} \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (26)$$

Donde:

$f_D$  = factor de fricción de Darcy.

$v_{SL}$  = velocidad superficial de la fase líquida en m/s.

L = longitud del tramo de tubería en m.

$\rho_L$  = densidad de la fase líquida en  $\text{kg/m}^3$ .

$g_c = 9.81 \text{ m kg/(s}^2 \text{ kgf)} = 32.2 \text{ ft lb/(s}^2 \text{ lbf)}$

D = diámetro interno de la tubería en m.

Para convertir  $\text{kgf/m}^2$  a  $\text{kgf/cm}^2$ , dividir entre 10000, y para convertir de  $\text{kgf/m}^2$  a  $\text{lbf/in}^2$  o psi, multiplicar por 0.0014.

Para la fase gaseosa:

$$\Delta P_G = 6.379 \times 10^{-7} L W_G^2 \left( \frac{f_D}{D^5 \rho_G} \right) \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (27)$$

Donde:

$L$  = longitud del tramo de tubería en m.  
 $W_G$  = flujo másico del gas en kg/h.  
 $f_D$  = factor de fricción de Darcy.  
 $D$  = diámetro interno de la tubería en m.  
 $\rho_G$  = densidad de la fase gaseosa en kg/m<sup>3</sup>.

Si  $Re < 2100$ , la fase se encuentra a régimen laminar. El factor de fricción de Darcy es sólo función del número de Reynolds y se obtiene utilizando la gráfica de Moody (figuras 9 ó 10) o se calcula mediante la ecuación de Hagen-Poiseuille:

$$f_D = \frac{64}{Re} \quad (28)$$

Si  $Re > 2100$ , la fase en cuestión se encuentra en régimen de transición. Si  $Re > 10000$ , la fase fluye a régimen turbulento. Para estos dos últimos regímenes, el factor de fricción de Darcy es entonces función de la rugosidad relativa de la tubería ( $\epsilon/D$ ) y del número de Reynolds, y puede obtenerse empleando la gráfica de Moody o mediante la ecuación de Chen<sup>9</sup>:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon}{3.7065D} - \frac{5.0452}{Re} \log \left( \frac{1}{2.8257} \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{1.1098} + \frac{5.8506}{Re^{0.8981}} \right) \right] \quad (29)$$

Cabe resaltar la diferencia existente entre este criterio de transición de régimen laminar a turbulento ( $Re = 2100$ ), y el de Lockhart-Martinelli definido en el paso 1 del presente método.

Si se emplea la figura 9, el factor de fricción obtenido es el de Fanning ( $f_r$ ), cuyo valor es la cuarta parte del factor de fricción de Darcy ( $f_D$ ).

- 3.- Calcular el parámetro  $X$  con la ecuación 20, ó con la siguiente ecuación, la cual aplica sólo para el flujo turbulento-turbulento (tt):

$$X^2 = 0.0084 \left( \frac{W_L}{W_G} \right)^{1.8} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) \left( \frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.2} \quad (30)$$

- 4.- En la gráfica de Lockhart-Martinelli (figura 8), con  $X$  se lee el parámetro  $\phi_G$  correspondiente al tipo de flujo (tt, tv, vt ó vv). Se pueden emplear las ecuaciones 21 a 24 en lugar de la figura 8.
- 5.- Calcular la caída de presión a dos fases con la ecuación 19, empleando la caída de presión para la fase gaseosa:

$$\Delta P_{2F} = \phi_G^2 \Delta P_G \quad (19)$$

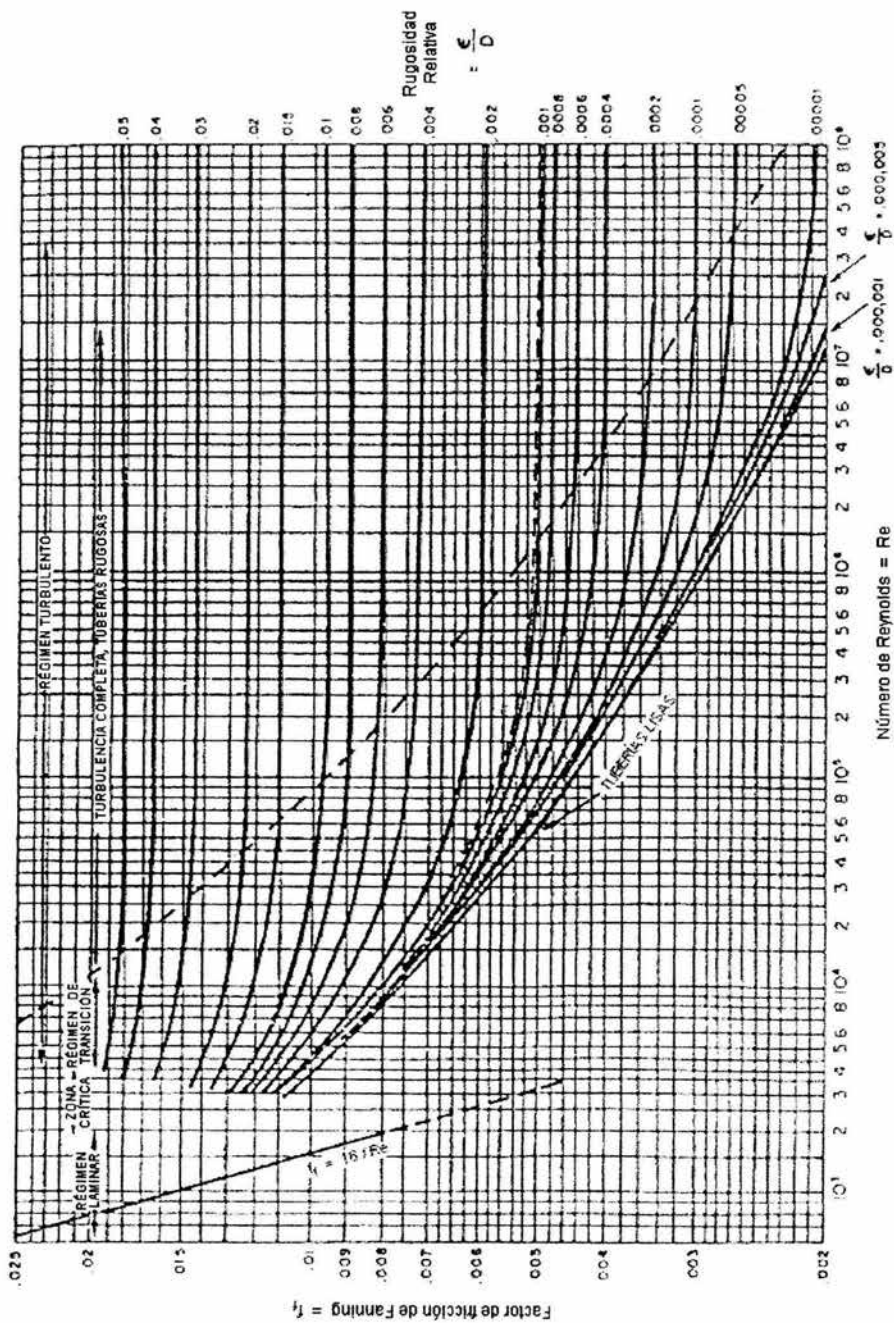


Figura 9.- Gráfica de Moody del factor de fricción para cualquier tipo de tubería.

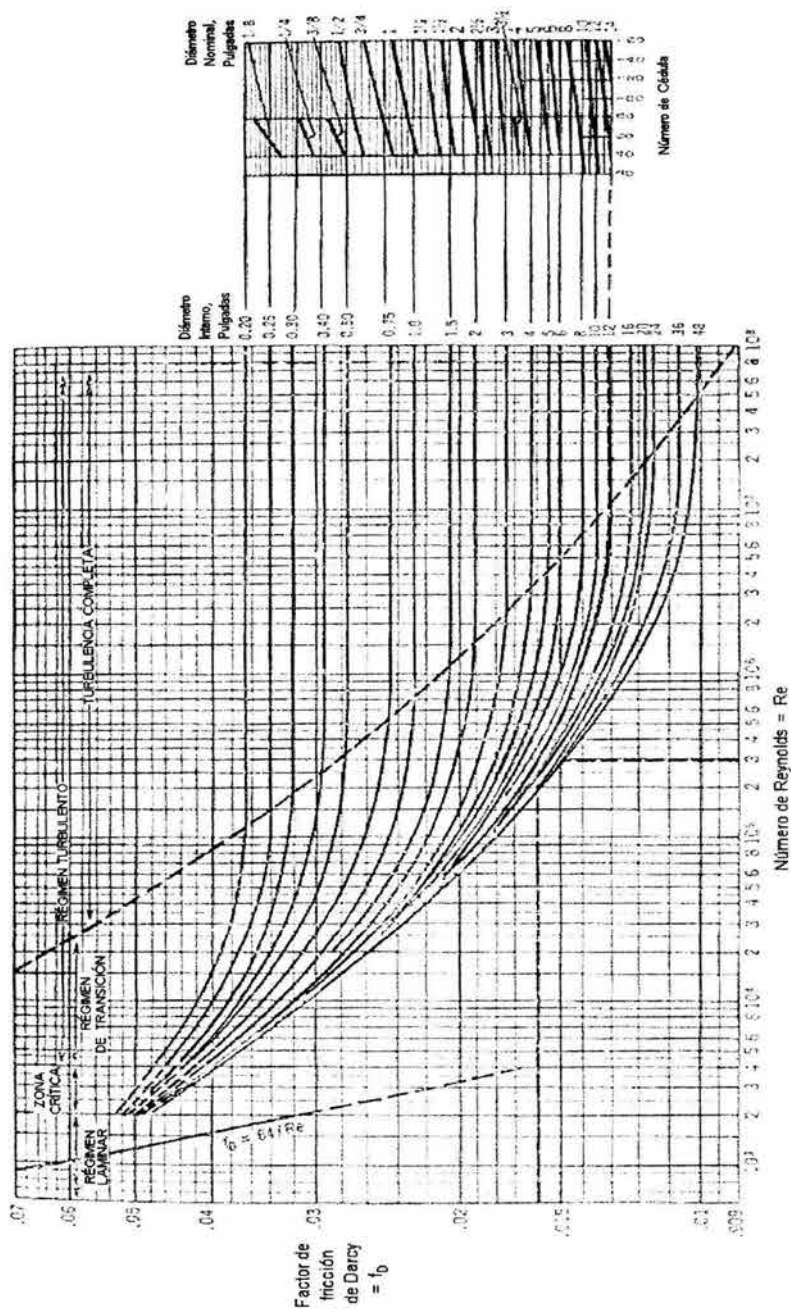


Figura 10.- Gráfica de Moody del factor de fricción para tuberías de acero comercial y de hierro forjado.

Empleando la correlación de Lockhart y Martinelli, Baker<sup>3</sup> elaboró una serie de ecuaciones para cada patrón de flujo, en las cuales, relaciona de manera diferente al parámetro X con el parámetro  $\phi$ , de tal modo que su aplicación constituye un método más exacto para estimar el valor de la caída de presión a dos fases. Cabe hacer notar que la aplicación del método de Baker está limitada a un solo caso particular de flujo en dos fases: aquél en el cual ambas fases de la mezcla tienen un flujo turbulento de acuerdo con la clasificación de Lockhart-Martinelli. Por consiguiente, la modificación de Baker consiste en sustituir la curva  $\phi_{Gtt}$  por las ecuaciones propuestas por este investigador.

El parámetro  $\phi_{Gtt}$  para los diferentes patrones de flujo de acuerdo con Baker está dado por las siguientes ecuaciones<sup>26</sup>:

$$\text{Flujo burbuja:} \quad \phi_{Gtt} = \frac{16.64 X^{0.75}}{\left(\frac{W_L}{A}\right)^{0.1}} \quad (31)$$

$$\text{Flujo tapón:} \quad \phi_{Gtt} = \frac{35.766 X^{0.855}}{\left(\frac{W_L}{A}\right)^{0.17}} \quad (32)$$

$$\text{Flujo estratificado:} \quad \phi_{Gtt} = \frac{54756 X}{\left(\frac{W_L}{A}\right)^{0.8}} \quad (33)$$

$$\text{Flujo ariete:} \quad \phi_{Gtt} = \frac{2629 X^{0.815}}{\left(\frac{W_L}{A}\right)^{0.5}} \quad (34)$$

$$\text{Flujo anular:} \quad \phi_{Gtt} = (4.8 - 12.303D)X^{(0.343 - 0.827D)} \quad (35)$$

$$D = 0.254 \text{ m para } D > 10 \text{ in}$$

$$\text{Flujo onda:} \quad \Delta P_{2F} = 9.074 \times 10^{-12} \frac{f_H W_G^2}{D^5 \rho_G} \quad [\text{psi}] \quad (36)$$

$$f_H = 0.0043 \left(\frac{W_L \mu_L}{W_G \mu_G}\right)^{0.214} \quad (37)$$

$$\text{Flujo disperso:} \quad \phi_{Gtt} = \exp\{1.4659 + 0.49138(\ln X) + 0.04887(\ln X)^2 - 0.000349(\ln X)^3\} \quad (38)$$

En donde:

$W_L$  = flujo másico del líquido en kg/h.  
 $A$  = área transversal de la tubería en  $m^2$ .  
 $D$  = diámetro interno de la tubería en m.  
 $f_H$  = factor de fricción de Huntington para flujo onda.  
 $W_G$  = flujo másico del gas en kg/h.  
 $\rho_G$  = densidad del gas en  $kg/m^3$ .  
 $\mu_L$  = viscosidad del líquido en cp.  
 $\mu_G$  = viscosidad del gas en cp.

Para convertir psi en  $kgf/m^2$ , multiplicar por 703.07.

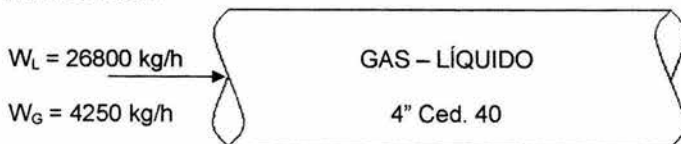
### **Método de Lockhart-Martinelli modificado por Baker:**

- 1.- Determinar el patrón de flujo con los parámetros y el mapa de Baker.
- 2.- Determinar el régimen de flujo para cada fase, calculando el Reynolds superficial correspondiente con la ecuación 25.
- 3.- Calcular la caída de presión para la fase gaseosa con la ecuación 27.
- 4.- Calcular el parámetro X con la ecuación 20. Si el régimen de flujo es turbulento-turbulento, se puede emplear la ecuación 30.
- 5.- Obtener el parámetro  $\phi_G$  correspondiente al régimen de flujo, en la gráfica de Lockhart-Martinelli (figura 8). Se pueden emplear las ecuaciones 21 a 24 en lugar de la figura 8. Si el régimen es turbulento-turbulento, se pueden usar las ecuaciones de Baker (ecuaciones 31 a 38).
- 6.- Calcular la caída de presión a dos fases con la ecuación 19.

### **Ejemplo 3**

¿Cuáles son las pérdidas por fricción en una tubería horizontal 100 m de longitud y de 4 pulgadas de diámetro cédula 40, por la que pasan 26800 kg/h de un líquido con una densidad de  $500 kg/m^3$ , viscosidad de 0.11 cp y 5.07 dina/cm de tensión superficial? Por la misma tubería viajan 4250 kg/h de vapores con una densidad de  $27 kg/m^3$  y una viscosidad de 0.0105 cp.

#### 1.-TRADUCCIÓN



## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

Para obtener las pérdidas por fricción se requiere determinar primeramente el tipo de patrón de flujo presente en la tubería. Esto puede lograrse usando el mapa de Baker.

Las pérdidas por fricción se calculan con el método de Lockhart-Martinelli y las ecuaciones de Baker complementarias correspondientes al parámetro  $\phi$ .

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Patrón de flujo

Para una tubería de 4" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es:

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.10226 \text{ m}$$

$$A = 8.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$By = 31585$$

$$\sigma_L = 5.07 \text{ dina/cm} = 5.17 \times 10^{-4} \text{ kgf/m}$$

$$Bx = 367$$

Con estas coordenadas, del mapa de Baker se lee flujo burbuja.

#### 3.2.-Caída de presión en la fase gaseosa

$$v_{SG} = \frac{4250 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 27 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 8.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \right)} = 5.3322 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_{SG} = \frac{0.10226 \text{ m} \left( 5.3322 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 27 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{\left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) \left( 0.0105 \text{ cp} \right)} = 1.4 \times 10^6 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00045$$

$$f_D = 0.0165$$



$$\Delta P_G = 6.379 \times 10^{-7} \left( 4250 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \right)^2 (100\text{m}) \left( \frac{0.0165}{(0.10226\text{m})^5 \left( 27 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} \right) = 62968 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 3.3.-Caída de presión en la fase líquida

$$v_{\text{SL}} = \frac{26800 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 8.2 \times 10^{-3} \text{m}^2 \right)} = 1.8157 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_{\text{SL}} = \frac{0.10226\text{m} \left( 1.8157 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{\left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) \left( 0.11\text{cp} \right)} = 8.44 \times 10^5 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00045$$

$$f_D = 0.017$$

$$\Delta P_L = \frac{0.017 \left( 1.8157 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \left( 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (100\text{m})}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right) (0.10226\text{m})} = 1397 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 3.4.-Caída de presión a dos fases

$$X = \left( \frac{1397}{62968} \right)^{0.5} = 0.149$$

Para flujo turbulento-turbulento y flujo burbuja:

$$\phi_{\text{Gtt}} = \frac{16.64 (0.149)^{0.75}}{\left( \frac{26800 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{8.2 \times 10^{-3} \text{m}^2} \right)^{0.1}} = 0.89$$

$$\Delta P_{2F} = (0.89)^2 \left( 62968 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right) = 49877 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

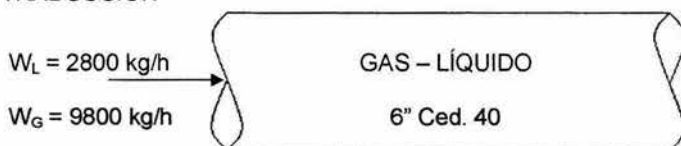
#### 4.-RESULTADO

Las pérdidas de presión por fricción serán de 49877 kgf/m<sup>2</sup> por cada 100 m de longitud de tubo.

#### Ejemplo 4

¿Cuál será la caída de presión esperada en una tubería horizontal de 6 pulgadas de diámetro cédula 40 y 10 m de longitud, por la cual fluyen 2800 kg/h de líquido con una densidad de 834 kg/m<sup>3</sup>, viscosidad de 0.1 cp y tensión superficial de 6.25 dina/cm? Por la tubería fluyen además 9800 kg/h de vapor con 30.75 kg/m<sup>3</sup> de densidad y una viscosidad de 0.01 cp.

##### 1.-TRADUCCIÓN



##### 2.-PLANTEAMIENTO

###### 2.1.-Discusión

Para resolver el problema se debe encontrar el tipo de flujo presente con objeto de poder seleccionar la correlación de Baker apropiada para el cálculo de la caída de presión.

##### 3.-CÁLCULOS

###### 3.1.-Patrón de flujo

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.154 \text{ m}$$

$$A = 0.018639 \text{ m}^2$$

$$B_y = 23285$$

$$B_x = 12.82$$

Con estos valores se obtiene flujo anular en el mapa de Baker.

###### 3.2.-Caída de presión a dos fases

$$Re_{SG} = 2.25 \times 10^6 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\epsilon/D = 0.0003$$

$$f_D = 0.015$$

$$\Delta P_G = 3450.22 \text{ kgf/m}^2$$

Para calcular el parámetro X, se emplea la ecuación 30:

$$X^2 = 0.0084 \left( \frac{2800}{9800} \right)^{1.8} \left( \frac{30.75}{834} \right) \left( \frac{0.1}{0.01} \right)^{0.2} = 5.15 \times 10^{-5}$$

$$X = \sqrt{5.15 \times 10^{-5}} = 0.0072$$

Para flujo anular:

$$\phi_{Gtt} = (4.8 - 12.303(0.154\text{m}))0.0072^{(0.343 - 0.827(0.154\text{m}))} = 1.0026$$

$$\Delta P_{2F} = (1.0026)^2 \left( 3450.22 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right) = 3468.50 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

#### 4.-RESULTADO

La caída de presión por fricción es de 3468.50 kgf/m<sup>2</sup>.

La correlación de Lockhart-Martinelli se debe emplear preferentemente para tuberías menores a 4 pulgadas, y las ecuaciones de Baker aplican para tuberías de hasta 10 pulgadas. Baker<sup>3,26</sup> encontró que las pérdidas de presión por fricción en tuberías de gran diámetro son menores en hasta un orden de magnitud respecto a las predichas por el método original de Lockhart-Martinelli.

Además, mediante estos métodos sólo se calcula la caída de presión por fricción, y por ende, la contribución por aceleración debe ser estimada de manera independiente. La experiencia demuestra que generalmente ésta última no es significativa, y por tanto, la caída de presión por fricción es aproximadamente igual a la total, como lo propusieron Lockhart y Martinelli.

#### Modelos homogéneos

Así como las correlaciones anteriores, las cuales se pueden llamar semiempíricas, están basadas en los trabajos de Lockhart y Martinelli relativos a las caídas de presión mediante un modelo físico de mezcla, es también posible considerar los fenómenos de flujo de fluidos en dos fases mediante el concepto de *flujo homogéneo*<sup>13</sup>.

La visualización del flujo en dos fases como mezcla homogénea, supone que el gas y el líquido se pueden considerar como una sola fase uniforme y por lo tanto no existe una diferencia entre las velocidades de ambas fases. A la diferencia de velocidades mencionada, se le conoce comúnmente con el nombre de *velocidad de deslizamiento (slip velocity)*.

En el modelo homogéneo se parte del postulado esencial de que la velocidad promedio de la fase líquida es continuamente igual a la velocidad promedio de la fase gaseosa. De esta manera, no hay diferencia entre las velocidades de ambas fases, como se mencionó en el párrafo anterior, y por tanto una fase no se desliza sobre la otra por el hecho de viajar con mayor rapidez, sino más bien fluyen juntas a la misma velocidad.

Basándose en este postulado, Dukler y colaboradores<sup>16</sup> estudiaron este fenómeno empleando un análisis de similaridad, cuya premisa básica es: Si dos sistemas de flujo en una sola fase son dinámicamente similares, entonces los números de Reynolds y de Euler para cada sistema son iguales. El número de Euler es el doble del factor de fricción de Fanning, el cual a su vez es la cuarta parte del factor de fricción de Darcy:

$$Eu = 2f_r \quad (39)$$

$$f_D = 4f_r \quad (40)$$

En forma simplificada, la caída de presión de un fluido homogéneo en una tubería puede expresarse con la siguiente ecuación:

$$\left[ \frac{\Delta P}{\Delta L} \right]_{\text{Total}} = \left[ \frac{\Delta P}{\Delta L} \right]_{\text{aceleración}} + \left[ \frac{\Delta P}{\Delta L} \right]_{\text{fricción}} + \left[ \frac{\Delta P}{\Delta L} \right]_{\text{elevación}} \quad (41)$$

El primer término da la caída de presión por aceleración, el segundo término corresponde al de las pérdidas de presión por fricción y el tercer término es la caída de presión por elevación, el cual toma el valor de cero para tuberías horizontales.

Para el estudio de la caída de presión, Dukler propone cuatro casos, siendo dos los más empleados a saber:

#### Caso I: Sin deslizamiento y flujo homogéneo

No hay deslizamiento relativo entre las fases y se considera al flujo en dos fases como homogéneo. En este caso, las propiedades de la mezcla son obtenidas mediante relaciones sencillas entre las propiedades de ambas fases, como se observa a continuación:

$$\rho_{NS} = \rho_L \lambda + \rho_G (1 - \lambda) \quad (42)$$

$$\mu_{NS} = \mu_L \lambda + \mu_G (1 - \lambda) \quad (43)$$

En donde:

$\rho_{NS}$  = densidad de la mezcla homogénea sin deslizamiento (*non slip*).

$\mu_{NS}$  = viscosidad de la mezcla homogénea sin deslizamiento (*non slip*).

$\lambda$  = fracción del volumen de la tubería ocupado por la fase líquida sin deslizamiento:

$$\lambda = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} = \frac{v_{SL}}{v_{SL} + v_{SG}} \quad (44)$$

$Q$  = flujo volumétrico de las fases líquida y gaseosa.

El número de Reynolds puede ser expresado en términos de estas propiedades de mezcla:

$$Re_{NS} = \frac{D v_{NS} \rho_{NS}}{\mu_{NS}} \quad (45)$$

En donde:

$v_{NS}$  = velocidad superficial de la mezcla homogénea sin deslizamiento:

$$v_{NS} = v_{SL} + v_{SG} \quad (46)$$

Para el cálculo del factor de fricción sin deslizamiento de fases, Dukler empleó la ecuación de Koo<sup>16</sup> para el factor de fricción en una sola fase:

$$f_{NS} = 0.0014 + \frac{0.125}{Re_{NS}^{0.32}} \quad (47)$$

La caída de presión por fricción sin deslizamiento entre fases está dada por la ecuación de Fanning:

$$\left[ \frac{\Delta P_{NS}}{L} \right]_{fricción} = \frac{2 f_{NS} v_{NS}^2 \rho_{NS}}{g_C D} \quad (48)$$

Para obtener la caída total de presión suponiendo flujo homogéneo, Dukler propuso la siguiente ecuación:

$$\left[ \frac{\Delta P_{NS}}{L} \right]_{Total} = \frac{\left[ \frac{\Delta P_{NS}}{L} \right]_{fricción}}{1 - AC} \quad (49)$$

En donde:

$AC$  = caída de presión por aceleración:

$$AC = \frac{16 W_T W_G P_{av}}{\pi^2 g_C D^4 P_1 P_2 P_{Gav}} \quad (50)$$

$W_T$  = flujo másico total en kg/s:

$$W_T = W_L + W_G \quad (51)$$

$W_L$  y  $W_G$  = flujos másicos del líquido y del gas, respectivamente, en kg/s.

$P_{av}$  = presión promedio en el tramo de tubo de longitud  $L$ , en  $kgf/m^2$ .

$P_1$  = presión a la entrada del tramo de tubo en  $kgf/m^2$ .

$P_2$  = presión a la salida del tramo de tubo en  $kgf/m^2$ .

$\rho_{Gav}$  = densidad promedio del gas en el mismo tramo de tubo en  $\text{kg/m}^3$ .

Para transformar atmósferas en  $\text{kgf/m}^2$ , multiplíquese la presión por 10332.7

La caída de presión en este caso siempre es menor a la caída de presión real presente en una tubería, por lo tanto, la suposición de un flujo homogéneo sin deslizamiento entre fases (*non slip*) permite obtener la caída de presión más baja posible, proporcionando al ingeniero un caso límite en el diseño de una tubería con flujo a dos fases gas-líquido.

### Caso II: Deslizamiento constante

En este caso, la razón de la velocidad de las fases a la velocidad promedio es constante a través de la sección. Cuando las fases fluyen simultáneamente, en general el gas fluye más rápido que el líquido, causando un incremento en el volumen de la tubería ocupado por el líquido. A este fenómeno se le conoce como *deslizamiento de las fases (slip)*, y a la fracción del volumen de la tubería ocupado por el líquido bajo estas condiciones se le conoce como *holdup* ( $R_L$ ). Es evidente que  $R_L$  no puede ser determinada a partir de los gastos de entrada, por lo cual se utilizan correlaciones especiales resultado de mediciones experimentales. En su artículo, Dukler<sup>15</sup> recomienda el empleo de la correlación de Hughmark<sup>24</sup> para calcular dicha fracción volumétrica o holdup.

Para este caso, Dukler definió al siguiente parámetro:

$$\beta = \frac{\rho_L}{\rho_{NS}} \left( \frac{\lambda^2}{R_L} \right) + \frac{\rho_G}{\rho_{NS}} \left[ \frac{(1-\lambda)^2}{R_G} \right] \quad (52)$$

En donde:

$\lambda$  = fracción volumen de líquido sin deslizamiento entre fases.

$R$  = holdup de las fases líquida y gaseosa.

El número de Reynolds para flujo a dos fases puede expresarse como:

$$\text{Re}_{2F} = \frac{4 W_T}{\pi D \mu_{NS}} \beta \quad (53)$$

Para poder calcular la caída de presión por fricción, él definió un factor de fricción supuesto, basándose en la ecuación de Koo para el factor de fricción en una sola fase:

$$f_o = 0.0014 + \frac{0.125}{\text{Re}_{2F}^{0.32}} \quad (54)$$

Empleando un banco de datos cuidadosamente seleccionado por él, cuyas fuentes son los trabajos de investigadores como Lockhart y Martinelli<sup>27</sup>, Baker<sup>3</sup>, Bankoff<sup>4</sup>, entre otros más, Dukler encontró una relación entre el factor de fricción

supuesto ( $f_o$ ) y el real a dos fases ( $f$ ), a la que llamé  $\alpha(\lambda)$ , los cuales están relacionados mediante la gráfica de la figura 11.

El comportamiento de la figura 11 puede ser representado por la siguiente ecuación:

$$\alpha(\lambda) = \frac{f}{f_o} = 1 - \frac{\ln \lambda}{1.281 + 0.478(\ln \lambda) + 0.444(\ln \lambda)^2 + 0.094(\ln \lambda)^3 + 0.00843(\ln \lambda)^4} \quad (55)$$

Con todos los parámetros y variables bien definidos, se puede calcular la caída de presión debida a la fricción en el flujo a dos fases:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{fricción}} = \frac{2G_T^2 f_o}{g_c D \rho_{NS}} \alpha(\lambda) \beta \quad (56)$$

En donde:

$G_T$  = masa velocidad total en  $\text{kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ :

$$G_T = \frac{W_L + W_G}{3600 A} \quad (57)$$

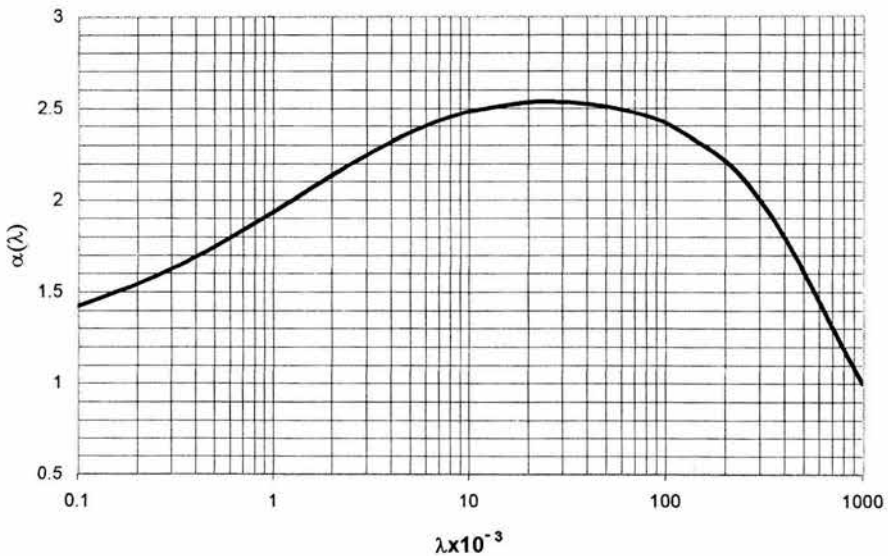


Figura 11.- Gráfica de Dukler para  $\alpha(\lambda)$ . (1964)

Además de la caída de presión debida exclusivamente a los efectos de la fricción, es importante considerar las pérdidas por aceleración debidas a la expansión de la fase gaseosa en la mezcla bifásica, conforme ésta avanza por la tubería horizontal. La caída de presión por aceleración dada por Dukler es:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{aceleración}} = \frac{1}{g_c A^2 L} \left[ \frac{W_G^2}{R_G} \left( \frac{1}{\rho_{G2}} - \frac{1}{\rho_{G1}} \right) + \frac{W_L^2}{\rho_L R_L} \right] \quad (58)$$

En donde:

$R_G$  y  $R_L$  = holdup de las fases gaseosa y líquida, respectivamente.

$\rho_{G1}$  = densidad del gas a la entrada del tramo de tubo de longitud  $L$ .

$\rho_{G2}$  = densidad del gas a la salida del mismo tramo de tubo.

La caída total de presión en una tubería horizontal es igual a la suma de los efectos de fricción y aceleración:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{Total}} = \left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{fricción}} + \left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{aceleración}} \quad (59)$$

De esta manera, el efecto de aceleración sólo es importante cuando se manejan flujos muy grandes o presiones muy bajas.

### **Método de Dukler:**

1.- Calcular la fracción del volumen de la tubería ocupada por el líquido sin deslizamiento entre las fases ( $\lambda$ ) con la ecuación 44:

$$\lambda = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} = \frac{v_{SL}}{v_{SL} + v_{SG}} \quad (44)$$

2.- Calcular la densidad sin deslizamiento entre fases con la ecuación 42:

$$\rho_{NS} = \rho_L \lambda + \rho_G (1 - \lambda) \quad (42)$$

3.- Calcular la viscosidad sin deslizamiento entre fases con la ecuación 43:

$$\mu_{NS} = \mu_L \lambda + \mu_G (1 - \lambda) \quad (43)$$

4.- Calcular el holdup de líquido ( $R_L$ ) mediante el *método de Hughmark*:

4.1.- Suponer el valor de  $R_L$ . Un valor inicial puede ser:

$$R_L = \lambda$$

4.2.- Obtener el Reynolds en función de  $R_L$ :

$$Re = \frac{D G_T}{R_L \mu_L + (1 - R_L) \mu_G} \quad (60)$$

4.3.- Calcular el número de Froude:



$$Fr = \frac{v_{NS}^2}{gD} \quad (61)$$

4.4.- Calcular el parámetro Z de Hughmark:

$$Z = \frac{Re^{1/6} Fr^{1/8}}{\lambda^{1/4}} \quad (62)$$

4.5.- Obtener el parámetro K de Hughmark<sup>29</sup>:

Si  $Z < 10$ :

$$K = -0.163673 + 0.310372 Z - 0.0352491 Z^2 + 0.001366 Z^3 \quad (63)$$

Si  $Z > 10$ :

$$K = 0.755454 + 0.00358499 Z - 1.43604 \times 10^{-5} Z^2 \quad (64)$$

4.6.- Calcular  $R_L$ :

$$R_L = 1 - (1 - \lambda) K \quad (65)$$

4.7.- Comparar el valor de  $R_L$  supuesto en el paso 4.1 con el calculado en el paso 4.6. Si son iguales, continuar con el paso 4.8; y si son diferentes, regresar al paso 4.2 empleando el  $R_L$  calculado en el paso 4.6.

4.8.- Calcular  $R_G$ :

$$R_G = 1 - R_L \quad (66)$$

5.- Calcular  $\beta$  con la ecuación 52:

$$\beta = \frac{\rho_L}{\rho_{NS}} \left( \frac{\lambda^2}{R_L} \right) + \frac{\rho_G}{\rho_{NS}} \left[ \frac{(1-\lambda)^2}{R_G} \right] \quad (52)$$

6.- Calcular el Reynolds con deslizamiento entre fases empleando la ecuación 53:

$$Re_{2F} = \frac{4 W_T}{\pi D \mu_{NS}} \beta \quad (53)$$

7.- Calcular el factor de fricción supuesto con la ecuación 54:

$$f_o = 0.0014 + \frac{0.125}{Re_{2F}^{0.32}} \quad (54)$$

8.- Obtener  $\alpha(\lambda)$  de la figura 11, ó con la ecuación 55:

$$\alpha(\lambda) = \frac{f}{f_0} = 1 - \frac{\ln \lambda}{1.281 + 0.478(\ln \lambda) + 0.444(\ln \lambda)^2 + 0.094(\ln \lambda)^3 + 0.00843(\ln \lambda)^4} \quad (55)$$

9.- Calcular la caída de presión por fricción con la ecuación 56:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{fricción}} = \frac{2 G_T^2 f_0}{g_C D \rho_{NS}} \alpha(\lambda) \beta \quad (56)$$

10.- Obtener la caída total de presión:

10.1.- Suponer una caída de presión en el tramo de tubería de longitud L.  
Un valor inicial puede ser el de la caída de presión por fricción:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{supuesto}} = \left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{fricción}}$$

10.2.- Calcular la presión de salida del tramo de tubo en cuestión:

$$P_2 = P_1 - L \left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{supuesto}} \quad (67)$$

10.3.- Obtener las densidades del gas a la entrada y salida del tramo de tubo.

10.4.- Obtener la caída de presión por aceleración con la ecuación 58:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{aceleración}} = \frac{1}{g_C A^2 L} \left[ \frac{W_G^2}{R_G} \left( \frac{1}{\rho_{G2}} - \frac{1}{\rho_{G1}} \right) + \frac{W_L^2}{\rho_L R_L} \right] \quad (58)$$

10.5.- Calcular la caída total de presión con la ecuación 59:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{Total}} = \left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{fricción}} + \left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right]_{\text{aceleración}} \quad (59)$$

Si la caída de presión total no es aproximadamente igual a la supuesta en el paso 10.1, regresar a ese paso y suponer otra presión. Puede emplearse el valor de la caída de presión total calculado en el paso 10.5, para hacer la nueva suposición.

### Ejemplo 5

Estime la caída de presión en 100 m de tubo de acero de cuatro pulgadas cédula 40, por el que pasan 2400 kg/h de agua y 950 kg/h de aire a 20°C. La presión inicial en la tubería es de 7 kgf/cm<sup>2</sup>. La viscosidad del líquido es de 1 cp y la del gas de 0.018 cp. La

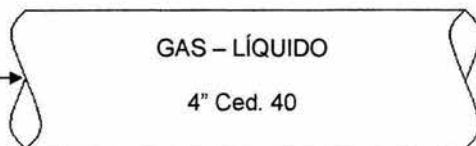
densidad del líquido es de  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Utilice el método de Lockhart-Martinelli y el caso I de Dukler.

### 1.-TRADUCCIÓN

$$P_1 = 7 \text{ kgf/cm}^2$$

$$W_L = 2400 \text{ kg/h}$$

$$W_G = 950 \text{ kg/h}$$



### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

De acuerdo al enunciado del problema, se emplearán las metodologías de Lockhart-Martinelli y Dukler Caso I para estimar las caídas de presión.

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Método de Lockhart-Martinelli

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.1023 \text{ m}$$

$$A = 0.0082 \text{ m}^2$$

Caída de presión en la fase líquida:

$$v_{SL} = \frac{2400 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.0082 \text{ m}^2)} = 0.0813 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_{SL} = \frac{0.1023 \text{ m} \left( 0.0813 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{\left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) (1 \text{ cp})} = 8317$$

Régimen turbulento

$$\varepsilon/D = 0.00045$$

$$f_D = 0.032$$

$$\Delta P_L = \frac{0.032 \left( 0.0813 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (100 \text{ m})}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{ kgf}} \right) (0.1023 \text{ m})} = 10.54 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Caída de presión en la fase gaseosa:

$$P_G = \frac{PM}{RT} = \frac{7 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \left( 0.9678 \frac{\text{atm}}{\text{kgf}/\text{cm}^2} \right) \left( 29 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}} \right)}{0.082 \frac{\text{m}^3 \text{atm}}{\text{kgmolK}} (20 + 273.15) \text{K}} = 8.173 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v_{SG} = \frac{950 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 8.173 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.0082 \text{m}^2)} = 3.938 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_{SG} = \frac{0.1023 \text{m} \left( 3.938 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 8.173 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{\left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) (0.018 \text{cp})} = 1.83 \times 10^5 \quad \text{Régimen turbulento}$$

$$\varepsilon/D = 0.00045$$

$$f_D = 0.0185$$

$$\Delta P_G = 6.379 \times 10^{-7} \left( 950 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \right)^2 (100 \text{m}) \left( \frac{0.0185}{(0.1023 \text{m})^5 \left( 8.173 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} \right) = 11630.86 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Parámetro X:

$$X = \left( \frac{10.54}{11630.86} \right)^{0.5} = 0.0301$$

Para flujo turbulento-turbulento:

$$\log \phi_{Gt} = 0.00176(\log 0.0301)^3 + 0.1148(\log 0.0301)^2 + 0.4821(\log 0.0301) + 0.6358$$

$$\log \phi_{Gt} = 0.1619$$

$$\phi_{Gt} = 1.4516$$

Caída de presión por fricción a dos fases:

$$\Delta P_{2F} = (1.4516)^2 \left( 11630.86 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right) = 24507.88 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 3.2.-Caso I de Dukler

$$\lambda = \frac{0.0813 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.0813 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3.938 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.0202$$

$$\rho_{\text{NS}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (0.0202) + 8.173 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (1 - 0.0202) = 28.208 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\mu_{\text{NS}} = 1\text{cp}(0.0202) + 0.018\text{cp}(1 - 0.0202) = 0.038\text{cp}$$

$$v_{\text{NS}} = 0.0813 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3.938 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.019 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Re}_{\text{NS}} = \frac{0.1023\text{m} \left( 4.019 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 28.208 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{0.038\text{cp} \left( 0.001 \frac{\text{kg}/\text{ms}}{\text{cp}} \right)} = 305198$$

$$f_{\text{NS}} = 0.0014 + \frac{0.125}{(305198)^{0.32}} = 0.003597$$

$$\Delta P_{\text{NS}} = \frac{2(0.003597) \left( 4.019 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \left( 28.208 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (100 \text{ m})}{9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} (0.1023\text{m})} = 326.61 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 4.-RESULTADO

Con el método de Lockhart-Martinelli se obtiene una caída de presión de 24507.88 kgf/m<sup>2</sup> por cada 100 m de tubo, y mediante el caso I de Dukler se obtiene una caída de presión de 326.61 kgf/m<sup>2</sup> por cada 100 m de tubo. Recordando que el caso I de Dukler proporciona la mínima caída de presión real posible, la caída de presión calculada con el método de Lockhart-Martinelli es válida, pues da un valor superior al del caso I de Dukler.

### Ejemplo 6

Por una tubería lisa de 100 m de longitud y de 1 pulgada de diámetro cédula 40, fluyen 450 kg/h de agua y 7 kg/h de aire. La entrada de la tubería está a 1.4 atm y el sistema es isotérmico a 20°C. Encuentre la caída de presión por el método de Dukler.

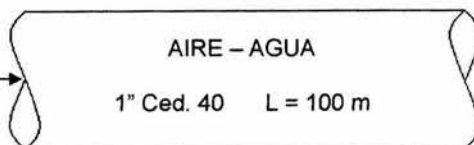
Las propiedades físicas de los fluidos son:  $\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_G = 1.4 \text{ kg/m}^3$ ;  $\mu_L = 1 \text{ cp}$ ;  $\mu_G = 0.018 \text{ cp}$ .

### 1.-TRADUCCIÓN

$$P_1 = 1.4 \text{ atm}$$

$$W_L = 450 \text{ kg/h}$$

$$W_G = 7 \text{ kg/h}$$



### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

Se empleará el método de Dukler para obtener la caída total de presión en el tramo de tubería.

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Cálculo de las propiedades de mezcla sin deslizamiento entre fases (non slip)

$$D = 1.049 \text{ in} = 0.0266 \text{ m}$$

$$A = 5.576 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = \frac{450 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 5.576 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \right)} = 0.2242 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{SG} = \frac{7 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 1.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 5.576 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \right)} = 2.4909 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{0.2242 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.2242 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2.4909 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.0826$$

$$\rho_{NS} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (0.0826) + 1.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (1 - 0.0826) = 83.853 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\mu_{NS} = 1 \text{ cp} (0.0826) + 0.018 \text{ cp} (1 - 0.0826) = 0.0991 \text{ cp}$$

### 3.2.-Obtención del holdup mediante el método de Hughmark

Primera iteración:

$$R_L = 0.75$$

$$G_T = \frac{450 \frac{\text{kg}}{\text{h}} + 7 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{5.576 \times 10^{-4} \text{m}^2} = 819584 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

$$Re = \frac{0.0266 \text{m} \left( 819584 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{h}} \right) \left( \frac{1 \text{h}}{3600 \text{s}} \right)}{\left[ 0.75(1 \text{cp}) + (1 - 0.75)(0.018 \text{cp}) \right] \left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{cp}} \frac{\text{ms}}{\text{cp}} \right)} = 8026$$

$$v_{NS} = 0.2242 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2.4909 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.7151 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Fr = \frac{\left( 2.7151 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0.0266 \text{m})} = 28.25$$

$$Z = \frac{(8026)^{1/6} (28.25)^{1/8}}{(0.0826)^{1/4}} = 12.67 > 10$$

$$K = 0.755454 + 0.00358499 (12.67) - 1.43604 \times 10^{-5} (12.67)^2 = 0.799$$

$$R_L = 1 - (1 - 0.0826) (0.799) = 0.267 \neq 0.75$$

Segunda iteración:

$$R_L = 0.267$$

$$Re = 21583$$

$$Z = 14.94 > 10$$

$$K = 0.755454 + 0.00358499 (14.94) - 1.43604 \times 10^{-5} (14.94)^2 = 0.806$$

$$R_L = 1 - (1 - 0.0826) (0.806) = 0.26 \approx 0.267$$

Por lo tanto:  $R_L = 0.26$

$$R_G = 1 - 0.26 = 0.74$$

### 3.3.-Cálculo de la caída de presión por fricción

$$\beta = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{83.853 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \left[ \frac{(0.0826)^2}{0.26} \right] + \frac{1.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{83.853 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \left[ \frac{(1-0.0826)^2}{0.74} \right] = 0.332$$

$$W_T = 450 \frac{\text{kg}}{\text{h}} + 7 \frac{\text{kg}}{\text{h}} = 457 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$Re_{2F} = \frac{4 \left( 457 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \right) \left( \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right)}{\pi (0.0266\text{m}) (0.0991\text{cp}) \left( 0.001 \frac{\text{kg}/\text{ms}}{\text{cp}} \right)} (0.332) = 20353$$

$$f_o = 0.0014 + \frac{0.125}{(20353)^{0.32}} = 0.0066$$

$$\alpha(\lambda) = \frac{f}{f_o}$$

$$= 1 - \frac{\ln 0.0826}{1.281 + 0.478(\ln 0.0826) + 0.444(\ln 0.0826)^2 + 0.094(\ln 0.0826)^3 + 0.00843(\ln 0.0826)^4}$$

$$= 2.451$$

$$[\Delta P_{2F}]_{\text{fricción}} = \frac{2 \left[ \left( 819584 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{h}} \right) \left( \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right) \right]^2 (100\text{m}) (0.0066)}{9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} (0.0266\text{m}) \left( 83.853 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} (2.451)(0.332) = 2554.24 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 3.4.-Cálculo de la caída de presión por aceleración

$$[\Delta P_{2F}]_{\text{supuesto}} = 2555 \text{ kgf/m}^2$$

$$P_1 = 1.4 \text{ atm} = 14466 \text{ kgf/m}^2$$

$$P_2 = 14466 \text{ kgf/m}^2 - 5110 \text{ kgf/m}^2 = 9356 \text{ kgf/m}^2 = 0.91 \text{ atm}$$

$$\rho_1 = \frac{1.4 \text{ atm} \left( 29 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}} \right)}{0.082 \frac{\text{m}^3 \text{ atm}}{\text{kgmolK}} (20 + 273.15)\text{K}} = 1.69 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



$$\rho_2 = \frac{0.91 \text{ atm} \left( \frac{29 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right)}{0.082 \frac{\text{m}^3 \text{ atm}}{\text{kgmolK}} (20 + 273.15) \text{ K}} = 1.10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$[\Delta P_{2F}]_{\text{aceleración}} = \frac{1}{9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} (5.576 \times 10^{-4} \text{ m}^2)^2} * \left[ \frac{\left( \frac{7 \text{ kg}}{\text{h}} \right)^2}{\left( \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}} \right)^2 (0.74)} \left( \frac{1}{1.10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - \frac{1}{1.69 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right) + \frac{\left( \frac{450 \text{ kg}}{\text{h}} \right)^2}{\left( \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}} \right)^2 \left( \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \right) (0.26)} \right]$$

$$[\Delta P_{2F}]_{\text{aceleración}} = 20.23 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 3.5.-Cálculo de la caída total de presión

$$[\Delta P_{2F}]_{\text{Total}} = 2554.24 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} + 20.23 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 2574.47 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Como este valor es cercano al supuesto para obtener la caída de presión por aceleración, entonces los cálculos están correctos.

## 4.-RESULTADO

La caída de presión estimada por el caso II de Dukler es de 2574.47 kgf/m<sup>2</sup> por 100 m de longitud de tubo. Mediante el caso I de Dukler, se obtiene una caída total de presión de 2404.22 kgf/m<sup>2</sup> por 100m de tubo, la cual es menor a la obtenida mediante el caso II y por tanto es válido este ejemplo.

El método de Dukler es el mejor que existe hasta la fecha, pues predice con una mayor precisión (de ± 15% a ± 20% de error) las caídas de presión a dos fases gas-líquido en tuberías horizontales, respecto a otras metodologías. Sin embargo, el método de Lockhart-Martinelli es aún el más empleado debido a su simplicidad de cálculo, a pesar de su menor precisión (de hasta ± 50% de error).

A través de los años han aparecido muchas otras correlaciones para encontrar las caídas de presión y el holdup de líquido para flujo horizontal a dos fases gas-líquido. El lector interesado puede consultar entre ellas las de Hoogendoorn<sup>23</sup>, Bertuzzi<sup>7</sup>, Baxendell<sup>5</sup>, Eaton<sup>17</sup>, Beggs<sup>6</sup>, Bankoff<sup>4</sup>, entre otras metodologías.

## PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

En las tuberías verticales se pueden presentar dos direcciones de flujo: ascendente y descendente. La serie de patrones de flujo existente en el flujo ascendente es diferente a la presente en el flujo descendente. En ambas direcciones, los patrones de flujo presentan un eje de simetría, el cual coincide con el de la tubería, pues el efecto de la fuerza de gravedad actúa sobre este eje, a diferencia del flujo horizontal, en donde esta fuerza actúa perpendicularmente al eje de simetría del tubo. Aunque presentan similitudes los patrones de flujo ascendente con su contraparte en flujo descendente, se les suele tratar de manera independiente.

### **Patrones de flujo vertical ascendente**

Nicklin y Davidson<sup>30</sup> clasificaron visualmente estos patrones en cinco categorías (figura 12). Una breve descripción de cada uno de ellos es la siguiente:

#### **Flujo Burbuja** (*Bubble flow*)

El líquido fluye hacia arriba conformando a la fase continua, y el gas se encuentra disperso en el líquido en forma de burbujas individuales. Estas burbujas se hallan distribuidas en toda la sección transversal de la tubería, e incrementan su número, tamaño y velocidad al aumentar el flujo de gas. La velocidad de una burbuja difiere enormemente de la velocidad de la fase líquida. Ocurre a velocidades superficiales de gas inferiores a 0.6 m/s. También se le conoce como *flujo aerado* (*aerated flow*).

#### **Flujo Bala** (*Plug flow* o *Slug flow*)

Al aumentar el flujo del gas, las burbujas se fusionan entre sí formando tapones alargados de gas en forma de bala, de ahí el nombre de flujo bala, cuya punta superior es parabólica. A estos tapones alargados se les denomina *burbujas de Taylor*, y se encuentran rodeadas por una fina película de líquido. Estos tapones están separados por tapones o pistones de líquido, en el cual generalmente hay burbujas más pequeñas en forma dispersa.

Al ascender los tapones de gas, el líquido desciende por la película en torno a ellos, hasta llegar al pistón de líquido inmediatamente inferior a la burbuja de Taylor. Los tapones de líquido ascienden a una menor velocidad respecto a la del gas. Se da para velocidades superficiales de gas de entre 0.6 y 9 m/s. También se le suele llamar *flujo tapón*, *flujo pistón* o *flujo ariete*.

#### **Flujo Revuelto** (*Churn flow*)

Al aumentar la velocidad del gas, el líquido en descenso alrededor de los tapones de gas prácticamente se detiene, ocasionando inestabilidad en las burbujas de Taylor y su consiguiente ruptura. El líquido comienza a fluir en forma turbulenta y oscilatoria. Ambas fases fluyen en forma de una mezcla turbulenta,

cuyos elementos estructurales se encuentran en un proceso continuo de colapso y reformación. Se presenta en un amplio rango de velocidades superficiales de gas. También se le conoce como *flujo espuma (froth flow)* o *flujo transición (transition flow)*.

### **Flujo Anular (Annular flow)**

El líquido fluye hacia arriba como una película sobre las paredes internas de la tubería, formando un anillo, por cuyo centro asciende el gas. Como la velocidad de la fase gaseosa es mayor a la de la fase líquida, el gas arrastra una porción del líquido en forma de gotitas, las cuales fluyen a la velocidad del gas. Al aumentar la velocidad del gas, el arrastre del líquido en forma de gotas aumenta y, a su vez, el grosor de la película de líquido disminuye. Se da con velocidades superficiales de gas mayores a 9 m/s y con velocidades superficiales de líquido menores a 0.6 m/s. Se le suele denominar también como *flujo película (film flow)* o *flujo película ascendente (climbing film flow)*.

### **Flujo Neblina (Mist flow)**

A velocidades de gas muy altas, la cantidad de líquido arrastrada por la fase gaseosa aumenta hasta desaparecer la película de líquido. Entonces la fase líquida fluye en forma de gotitas dispersas en el gas, el cual constituye la fase continua. Se presenta a velocidades superficiales de gas de 20 m/s a 30 m/s. También se le llama *flujo disperso (dispersed flow)*, *flujo niebla (fog flow)*, *flujo rocío (spray flow)* o *flujo gota (droplet flow)*.

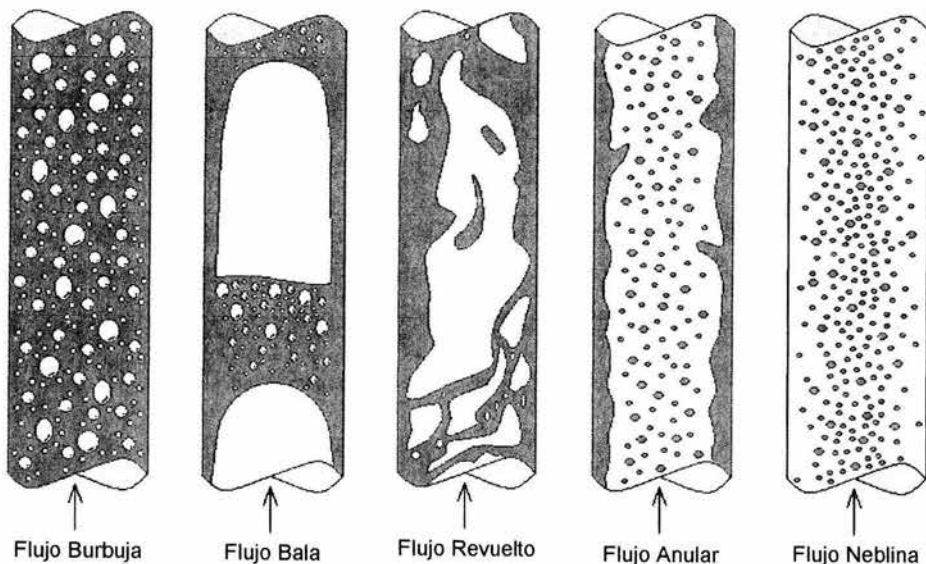


Figura 12.- Patrones de flujo ascendente a dos fases sistema gas-líquido en tuberías verticales.

## **Patrones de flujo vertical descendente**

Oshinowo y Charles<sup>32</sup> clasificaron visualmente a los patrones obteniendo seis tipos de flujo, tres de los cuales se encuentran comprendidos en una sola categoría (figura 13). De esta manera, los patrones de flujo pueden ser reagrupados como sigue:

### **Flujo Burbuja Nucleada** (*Coring-bubble flow*)

La fase gaseosa se encuentra dispersa en la fase líquida, en forma de burbujas individuales. Estas burbujas descienden junto con el líquido, pero a diferencia del flujo burbuja ascendente, no están dispersas en la sección transversal de la tubería. Al descender, las burbujas migran hacia el eje de simetría del tubo formando un núcleo de burbujas de diferentes formas y tamaños.

### **Flujo Bala Burbujeante** (*Bubbly-slug flow*)

La fase gaseosa desciende en tapones con forma de bala, es decir, formando burbujas de Taylor, cuyo extremo superior es redondeado y está libre de burbujas más pequeñas, y su extremo inferior forma una pequeña estela de espuma, ocasionada por el drene del líquido. De esta manera, los tapones de líquido presentan un gran número de burbujas pequeñas, concentrándose principalmente en el extremo superior del tapón de líquido.

Al incrementarse la velocidad del gas, las burbujas de Taylor se distorsionan en un movimiento en espiral hacia abajo, más cercano a las paredes internas del tubo.

### **Flujo Espuma** (*Froth flow*)

Este patrón de flujo es similar al flujo revuelto ascendente, pues los tapones de gas son muy inestables y se revuelven con los de líquido. La mezcla de las fases es turbulenta, pero no se presenta tan agitada como la de su contraparte ascendente.

### **Flujo Película Descendente** (*Falling film flow*)

Es similar al flujo anular ascendente, pues el líquido desciende por las paredes del tubo en forma de una película, y el gas desciende por el centro del tubo. La superficie del líquido es ondulada y una porción de éste es arrastrada por el gas en forma de gotitas. A velocidades muy bajas de gas y de líquido, se presentan ocasionalmente puntos secos en la pared interna del tubo. A velocidades altas de líquido, la película contiene pequeñas burbujas de gas y su grosor aumenta.

Este patrón de flujo abarca al *flujo película burbujeante descendente* (*falling bubbly-film flow*) y al *flujo anular* (*annular flow*), descritos por Oshinowo y Charles.

### Flujo Neblina (Mist flow)

Su descripción es similar al flujo neblina ascendente, ya que el líquido fluye en forma de finas gotitas dispersas en el gas, el cual constituye la fase continua. Fue descrito por Oshinowo y Charles como un caso límite del flujo película descendente, en donde el gas fluye a una velocidad suficientemente alta como para arrastrar a todo el líquido, formando una neblina o una lluvia de gotitas. Por esta razón, estos investigadores lo denominaron también *flujo anular-neblina (annular-mist flow)*.

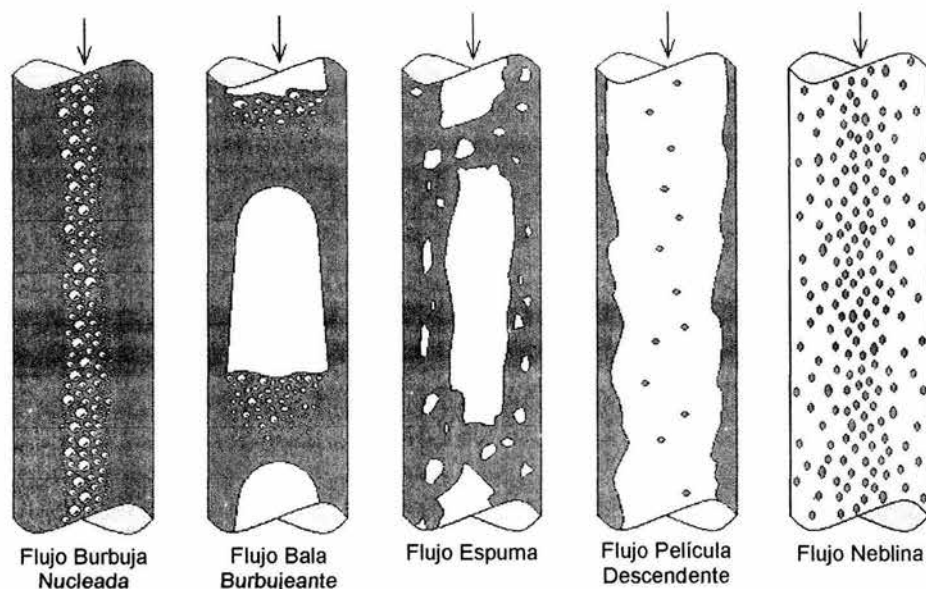


Figura 13.- Patrones de flujo descendente a dos fases sistema gas-líquido en tuberías verticales.

Los patrones de flujo vertical también pueden ser clasificados en grupos de acuerdo a la distribución de las fases, de la misma manera que a los patrones de flujo horizontal:

**Flujo Segregado:** cada fase fluye en forma de capa o lámina. En flujo ascendente: flujo anular. En flujo descendente: flujo película descendente.

**Flujo Intermitente:** cada fase fluye de manera alternada y periódica. En flujo ascendente: flujos bala y revuelto. En flujo descendente: flujos bala burbujeante y espuma.

**Flujo Distribuido:** una fase se encuentra dispersa en la otra, la cual fluye de manera continua. En flujo ascendente: flujos burbuja y

neblina. En flujo descendente: flujos burbuja nucleada y neblina.

## PREDICCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

Basándose en los trabajos de Griffith y Wallis<sup>21</sup>, Oshinowo y Charles<sup>32</sup> correlacionaron los patrones de flujo mediante grupos adimensionales, obteniendo un mapa de patrones de flujo ascendente adimensional (figura 14), el cual fue probado con los datos experimentales propios y de otros investigadores. Además, extendieron su método para obtener un mapa de patrones de flujo descendente adimensional (figura 15), al cual probaron sólo con sus propios datos experimentales, pues en la literatura no existía hasta entonces un estudio similar para flujo a dos fases descendente.

Para determinar el tipo de flujo empleando los mapas de Oshinowo-Charles, primero deben ser calculados los parámetros de Oshinowo-Charles ( $O_x$  y  $O_y$ ), los cuales son:

$$O_x = \frac{Fr_{2F}}{\sqrt{\Lambda}} \quad (68)$$

$$O_y = \sqrt{R_v} \quad (69)$$

En donde:

$O_x$  y  $O_y$  = abscisa y ordenada de los mapas de Oshinowo-Charles.  
 $Fr_{2F}$  = número de Froude para flujo a dos fases:

$$Fr_{2F} = \frac{v_{2F}^2}{gD} \quad (70)$$

$v_{2F}$  = velocidad superficial de la mezcla en m/s:

$$v_{2F} = v_{SL} + v_{SG} \quad (71)$$

$D$  = diámetro interno de la tubería en m.

$\Lambda$  = grupo adimensional de corrección de propiedades del líquido:

$$\Lambda = \left( \frac{\mu_L}{\mu_w} \right) \left[ \left( \frac{\rho_w}{\rho_L} \right) \left( \frac{\sigma_w}{\sigma_L} \right) \right]^3 \quad (72)$$

$\mu_L$  y  $\mu_w$  = viscosidades del líquido y del agua, respectivamente.

$\rho_L$  y  $\rho_w$  = densidades del líquido y del agua, respectivamente.

$\sigma_L$  y  $\sigma_w$  = tensiones superficiales del líquido y del agua, respectivamente.

$R_v$  = relación de los volúmenes del gas y del líquido:

$$R_v = \frac{Q_G}{Q_L} = \frac{W_G \rho_L}{W_L \rho_G} \quad (73)$$

$Q_G$  y  $Q_L$  = flujos volumétricos del gas y del líquido, respectivamente.  
 $W_G$  y  $W_L$  = flujos máscicos del gas y del líquido, respectivamente.

El uso del número de Froude en estos mapas se debe a que éste grupo adimensional relaciona las fuerzas de inercia y de gravedad actuantes sobre los fluidos en movimiento dentro de las tuberías verticales. De esta manera, el número de Froude indica el dominio de alguna de las fuerzas mencionadas sobre la otra.

Las fronteras entre los diferentes patrones de flujo vertical en ambos mapas (figuras 14 y 15) no son líneas sino bandas de transición gradual, de manera similar a las fronteras del mapa de Baker (figura 2). Por lo tanto, estos mapas proporcionan una idea aproximada del patrón de flujo probable de encontrarse en tuberías verticales por donde fluyen mezclas gas-líquido.

Para construir estos mapas, Oshinowo y Charles trabajaron con sistemas aire-agua y aire-glicerina acuosa, además emplearon datos correspondientes a sistemas vapor de agua-agua, aire-heptano, gas natural-petróleo crudo y nitrógeno-mercurio. En consecuencia, el intervalo de propiedades físicas para cada fase es muy amplio, radicando allí la gran aplicabilidad de estos mapas para cualquier sistema bifásico gas-líquido.

A diferencia de los parámetros de Baker, cuyos factores de corrección por propiedades generalmente están muy cercanos a 1, los factores de corrección presentes en los parámetros de Oshinowo-Charles difieren significativamente de la unidad, corrigiendo realmente las propiedades físicas de los fluidos diferentes al aire y al agua.

Oshinowo y Charles investigaron además los patrones de flujo presentes en las conexiones, especialmente en los codos en U. Ellos encontraron patrones de flujo similares a los anteriormente mencionados para el flujo vertical. La única diferencia entre estos patrones y los hallados en las conexiones es la influencia de las fuerzas centrífuga y gravitacional, las cuales ocasionan la aparición de zonas secas en la pared de la conexión, la inversión de la película de líquido en los flujos anular ascendente y descendente, y la migración de las burbujas hacia la pared con radio de curvatura menor en los flujos burbuja ascendente y descendente.

Para predecir el tipo de flujo presente en las conexiones, ellos descubrieron que el patrón de flujo en estos accesorios depende del patrón desarrollado en la tubería recta previa a la conexión. Por lo tanto, se les puede predecir mediante los mapas de Oshinowo-Charles de las figuras 14 y 15.

La predicción de los patrones de flujo ascendente también puede hacerse a partir de mapas de velocidades superficiales, como la gráfica presentada por González Ortiz<sup>18</sup> (figura 16), en la cual se grafica la velocidad superficial del gas contra la del líquido. Este investigador y sus colaboradores elaboraron su mapa de patrones de flujo basándose en mapas anteriores y en experimentos realizados con sistemas aire-agua. El flujo espuma descrito por ellos, es un caso particular de flujo revuelto donde el líquido fluye a casi la misma velocidad del gas.

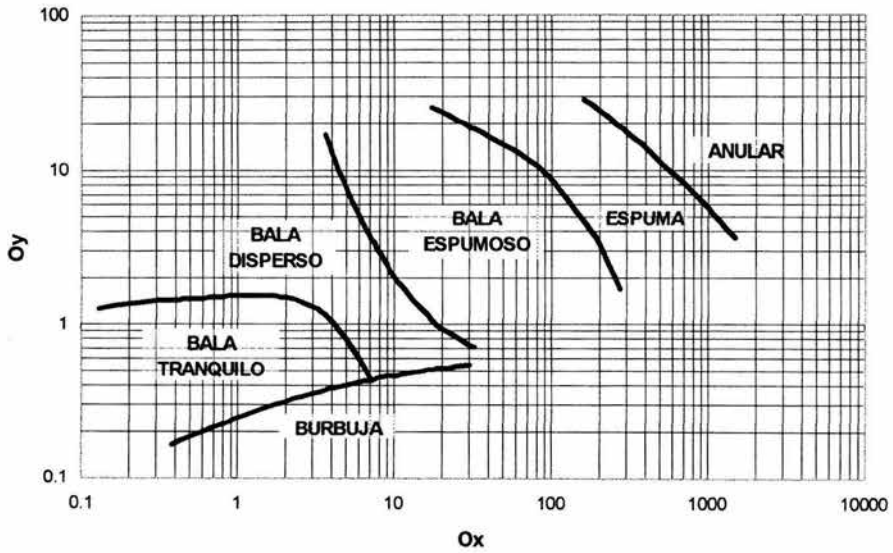


Figura 14.- Mapa de patrones de Oshinowo-Charles para flujo vertical ascendente en sistemas gas-líquido. (1974)

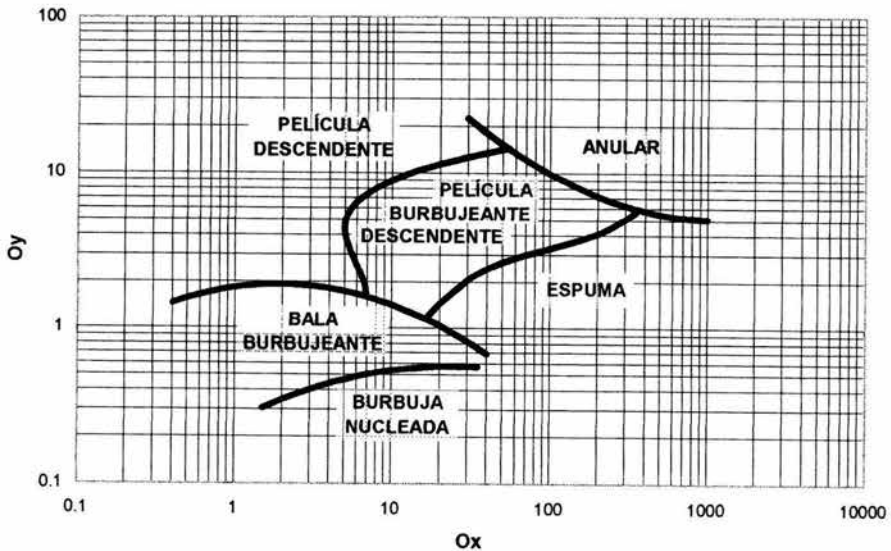


Figura 15.- Mapa de patrones de Oshinowo-Charles para flujo vertical descendente en sistemas gas-líquido. (1974)



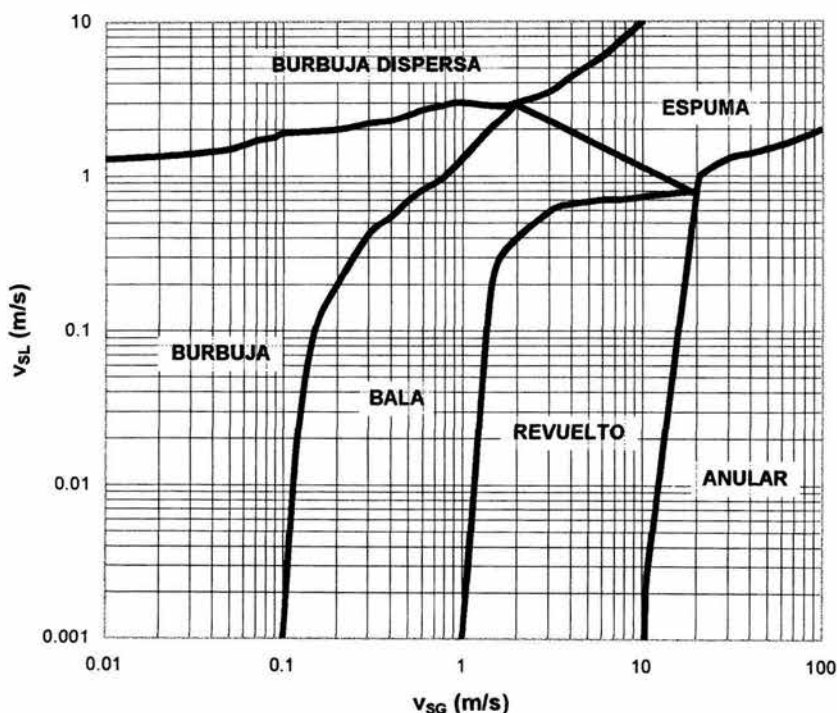


Figura 16.- Mapa de patrones de González Ortiz para flujo vertical ascendente en sistemas gas-líquido. (1992)

En la obra de Núñez Alba son mostrados los mapas de Oshinowo-Charles (figuras 14 y 15) en coordenadas de velocidades superficiales. Asimismo, se presentan otros mapas de patrones de flujo vertical ascendente y descendente.

## PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN TUBERÍAS VERTICALES

De manera similar al flujo en tuberías horizontales, en el flujo vertical existen correlaciones o modelos semiempíricos para calcular las caídas de presión, y también hay modelos teóricos con el mismo propósito. Ambas clases de modelos están basados en los trabajos de los investigadores que desarrollaron las correlaciones para el flujo horizontal. En el caso de los modelos semiempíricos, el trabajo de Lockhart y Martinelli es la base, y en los modelos teóricos, la suposición de flujo homogéneo es fundamental en el desarrollo de nuevos modelos.

## Correlaciones Semiempíricas

Siguiendo los planteamientos de Lockhart, Martinelli y Baker, Kern<sup>26</sup> propone la correlación de Davis<sup>11</sup> para encontrar las pérdidas por fricción en flujo a dos fases gas-líquido vertical.

En su correlación, Davis modificó al módulo de Lockhart-Martinelli de la siguiente forma:

$$X_D = 0.19 X (Fr)^{0.185} \quad (74)$$

En donde:

$X_D$  = módulo de Lockhart-Martinelli modificado por Davis.

$X$  = módulo de Lockhart-Martinelli.

$Fr$  = número de Froude:

$$Fr = \frac{v_M^2}{gD} \quad (75)$$

$v_M$  = velocidad de la mezcla:

$$v_M = \frac{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_G}{\rho_G}}{3600A} \quad (76)$$

### **Método de Davis:**

1.- Determinar el régimen de flujo calculando el número de Reynolds para cada fase y empleando los criterios de Lockhart-Martinelli:

Si  $Re > 2000$ : Régimen turbulento

Si  $Re < 1000$ : Régimen viscoso

2.- Obtener el parámetro  $X$  de Lockhart-Martinelli con la ecuación 20. Si el régimen de flujo es turbulento-turbulento, se puede emplear la ecuación 30.

3.- Calcular la velocidad de la mezcla constituida por las fases líquida y gaseosa, con la ecuación 76.

4.- Calcular el número de Froude con la ecuación 75.

5.- Obtener el parámetro  $X_D$  de Davis con la ecuación 74.

6.- Calcular el parámetro  $\phi_G$  de Lockhart-Martinelli mediante la ecuación de Davis:

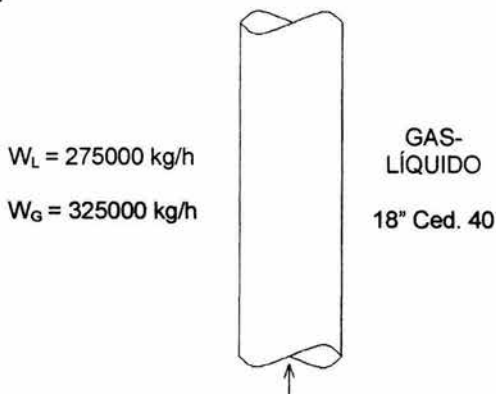
$$\phi_G = \exp \{ 1.4659 + 0.49138 (\ln X_D) + 0.04887 (\ln X_D)^2 - 0.000349 (\ln X_D)^3 \} \quad (77)$$

7.- Calcular la caída de presión por fricción con la ecuación 19.

## Ejemplo 7

¿Cuál es la caída de presión por metro de tubo vertical obtenida en una tubería de 18 pulgadas cédula 40, si por ella pasan hacia arriba 275000 kg/h de líquido con una densidad de 537 kg/m<sup>3</sup>, viscosidad de 0.1 cp y 5.7 dinas/cm de tensión superficial? Además, por la tubería pasan 325000 kg/h de vapores con densidad de 32 kg/m<sup>3</sup> y viscosidad de 0.01 cp.

### 1.-TRADUCCIÓN



### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Patrón de flujo

Se puede obtener mediante el mapa de González Ortiz o usando el de Oshinowo-Charles para flujo ascendente.

#### 2.2.-Caída de presión

Se utilizará la correlación de Davis para obtener las pérdidas de presión por fricción.

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Patrón de flujo

$$D = 16.876 \text{ in} = 0.4287 \text{ m}$$

$$A = 0.1443 \text{ m}^2$$

Mapa de González Ortiz:

$$v_{SG} = \frac{325000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 32 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.1443 \text{ m}^2)} = 19.55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{SL} = \frac{275000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.1443 \text{m}^2)} = 0.986 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El flujo es espuma y se encuentra muy cerca de las fronteras con los flujos revuelto y anular.

Mapa de Oshinowo-Charles:

$$v_{2F} = 0.986 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 19.55 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Fr_{2F} = \frac{\left( 20.54 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0.4287 \text{m})} = 100.28$$

Las propiedades del agua se obtienen de tablas, para lo cual se considera una temperatura de 20°C, por ser una temperatura ambiente promedio.

$$\Lambda = \left( \frac{0.1 \text{cp}}{1 \text{cp}} \right) \left[ \left( \frac{997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right) \left( \frac{72.75 \frac{\text{dina}}{\text{cm}}}{5.7 \frac{\text{dina}}{\text{cm}}} \right)^3 \right]^{1/4} = 0.788$$

$$Ox = \frac{100.28}{\sqrt{0.788}} = 112.96$$

$$Rv = \frac{325000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \left( 537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{275000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \left( 32 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} = 19.83$$

$$Oy = \sqrt{19.83} = 4.45$$

El flujo es bala espumoso y se encuentra cerca de la frontera con el flujo espuma.

En conclusión, el patrón de flujo determinado mediante estos mapas es un flujo espumoso en la transición de los flujos bala y revuelto.

### 3.2.-Caída de presión

El método de Davis, aplicado a continuación, no necesita del cálculo del patrón de flujo presente en la línea vertical. Sólo fue determinado el patrón de flujo con la finalidad de mostrar el uso de los mapas de patrones de flujo vertical.

Caída de presión en la fase líquida:

$$Re_{SL} = \frac{0.4287 \text{ m} \left( 0.986 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{\left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{cp}} \right) \left( 0.1 \text{ cp} \right)} = 2.27 \times 10^6 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00013$$

$$f_D = 0.0125$$

$$\Delta P_L = \frac{0.0125 \left( 0.986 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \left( 537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (1\text{m})}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right) (0.4287 \text{ m})} = 0.776 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Caída de presión en la fase gaseosa:

$$Re_{SG} = \frac{0.4287 \text{ m} \left( 19.55 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 32 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{\left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{cp}} \right) \left( 0.01 \text{ cp} \right)} = 2.68 \times 10^7 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00013$$

$$f_D = 0.0122$$

$$\Delta P_G = 6.379 \times 10^{-7} \left( 325000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \right)^2 (1\text{m}) \left( \frac{0.0122}{(0.4287 \text{ m})^5 \left( 32 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} \right) = 1774 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Parámetro X:

$$X = \left( \frac{0.776}{1774} \right)^{0.5} = 0.0209$$

Parámetro  $X_D$ :

$$v_M = \frac{\frac{275000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + \frac{325000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{32 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}}{3600(0.1443 \text{m}^2)} = 20.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Fr = \frac{\left(20.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0.4287 \text{m})} = 100.28$$

$$X_D = 0.19(0.0209)(100.28)^{0.185} = 0.00932$$

Caída de presión a dos fases:

$$\phi_G = \exp\{1.4659 + 0.49138 (\ln 0.00932) + 0.04887 (\ln 0.00932)^2 - 0.000349 (\ln 0.00932)^3\}$$

$$\phi_G = 1.313$$

$$\Delta P_{2F} = (1.313)^2 \left(1774 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}\right) = 3059 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

#### 4.-RESULTADO

La caída de presión por fricción es de 3059 kgf/m<sup>2</sup> por metro de tubo.

Cabe resaltar la no dependencia de la correlación de Davis en el patrón de flujo desarrollado en la tubería, como puede ser observado en el método aplicado a este ejemplo.

#### Modelos homogéneos

Basándose en el modelo de flujo homogéneo<sup>14</sup>, Hughmark y Pressburg<sup>25</sup> propusieron la siguiente ecuación de balance para evaluar las pérdidas de presión en flujo a dos fases en tuberías verticales:

$$\frac{L(W_L + W_G)}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_G}{\rho_G}} - (P_1 - P_2) + \Delta P_{2F} = 0 \quad (78)$$

El primer término de esta ecuación corresponde al cambio de presión debido a la energía potencial. El segundo término corresponde a la caída de presión total para flujo a dos fases vertical ascendente. El tercer término es la

caída de presión debida a la fricción. Esta última es producida por dos mecanismos:

- 1.- La fricción ejercida por el fluido sobre las paredes del tubo.
- 2.- La turbulencia existente entre las dos fases, la cual es función de la *velocidad de deslizamiento entre fases (slip velocity)*:

$$v_{SLIP} = v_G - v_L \quad (79)$$

En donde:

$v_{SLIP}$  = velocidad de deslizamiento entre las dos fases.

$v_G$  = velocidad real de la fase gaseosa.

$v_L$  = velocidad real de la fase líquida.

Hughmark y Pressburg definieron el siguiente parámetro para relacionar las propiedades físicas del líquido con la masa velocidad total de la mezcla:

$$\psi = \frac{1}{\mu_L^{0.147} \sigma_L^{0.194} G_T^{0.70}} \quad (80)$$

En donde:

$\mu_L$  = viscosidad del líquido en cp.

$\sigma_L$  = tensión superficial del líquido en dina/cm.

$G_T$  = masa velocidad total de la mezcla en lb/(ft<sup>2</sup> s). (Ecuación 57)

Suponiendo que el líquido fluye solo por la tubería, estos investigadores elaboraron la gráfica de la figura 17, en la cual relacionaron la caída de presión por fricción a dos fases con la velocidad de deslizamiento y el parámetro  $\psi$ .

Asimismo, Hughmark y Pressburg presentan una gráfica para calcular el holdup de líquido para el flujo a dos fases vertical ascendente (figura 18). Para elaborar esta gráfica, definieron un parámetro donde relacionan las propiedades físicas de las fases y sus flujos máxicos:

$$x = \left( \frac{W_L}{W_G} \right)^{0.9} \frac{\mu_L^{0.19} \sigma_L^{0.205} \rho_G^{0.70} \mu_G^{2.75}}{G_T^{0.435} \rho_L^{0.72}} \quad (81)$$

En donde:

$W_L$  y  $W_G$  = flujos máxicos del líquido y del gas, respectivamente, en lb/s.

$\rho_L$  y  $\rho_G$  = densidades del líquido y del gas, respectivamente, en lb/ft<sup>3</sup>.

### **Método de Hughmark-Pressburg:**

- 1.- Calcular la caída de presión debida a la diferencia de energía potencial:

$$\Delta P_{\text{potencial}} = \frac{L(W_L + W_G)}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_G}{\rho_G}} \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (82)$$

- 2.- Calcular el parámetro  $x$  de Hughmark-Pressburg con la ecuación 81.
- 3.- Obtener el holdup de líquido mediante la gráfica de la figura 18.
- 4.- Calcular la velocidad real de cada una de las fases:

$$v_L = \frac{W_L}{1097.28 R_L \rho_L A} \left[ \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right] \quad (83)$$

$$v_G = \frac{W_G}{1097.28 (1-R_L) \rho_G A} \left[ \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right] \quad (84)$$

Donde:

$W_L$  y  $W_G$  = flujos másicos del líquido y del gas en kg/h.  
 $\rho_L$  y  $\rho_G$  = densidades del líquido y del gas en  $\text{kg/m}^3$ .  
 $A$  = área transversal de la tubería en  $\text{m}^2$ .

- 5.- Calcular la velocidad de deslizamiento entre las fases con la ecuación 79.
- 6.- Calcular el parámetro  $\psi$  de Hughmark-Pressburg con la ecuación 80.
- 7.- Obtener  $\frac{\Delta P_{2F} - \Delta P_L}{L}$  mediante la gráfica de la figura 17, empleando la velocidad de deslizamiento entre las fases y el parámetro  $\psi$ . Nótese las unidades de las coordenadas: la abscisa está en ft/s y la ordenada en  $(\text{lb} / \text{ft}^2) / \text{ft}$ .
- 8.- Calcular la caída de presión de la fase líquida, suponiendo que ocupa todo el volumen de la tubería:

$$\frac{\Delta P_L}{L} = 3.182 \times 10^{-3} \frac{f_D G_T^2}{D \rho_L} \left[ \frac{\text{lb} / \text{ft}^2}{\text{ft}} \right] \quad (85)$$

Donde:

$G_T$  = masa velocidad total de la mezcla (ecuación 57) en  $\text{kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$ .  
 $D$  = diámetro interno de la tubería en m.  
 $\rho_L$  = densidad del líquido en  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

- 9.- Calcular la caída de presión por fricción:

$$\frac{\Delta P_{2F}}{L} = \frac{\Delta P_L}{L} + \left( \frac{\Delta P_{2F} - \Delta P_L}{L} \right) \left[ \frac{\text{lb} / \text{ft}^2}{\text{ft}} \right] \quad (86)$$

Para convertir  $\frac{\text{lb} / \text{ft}^2}{\text{ft}}$  a  $\frac{\text{kg} / \text{m}^2}{\text{m}}$ , multiplicar por 16.0185.



10.- Obtener la caída total de presión:

$$\Delta P_{\text{Total}} = (P_1 - P_2) = \Delta P_{\text{potencial}} + L \left( \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right) \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (87)$$

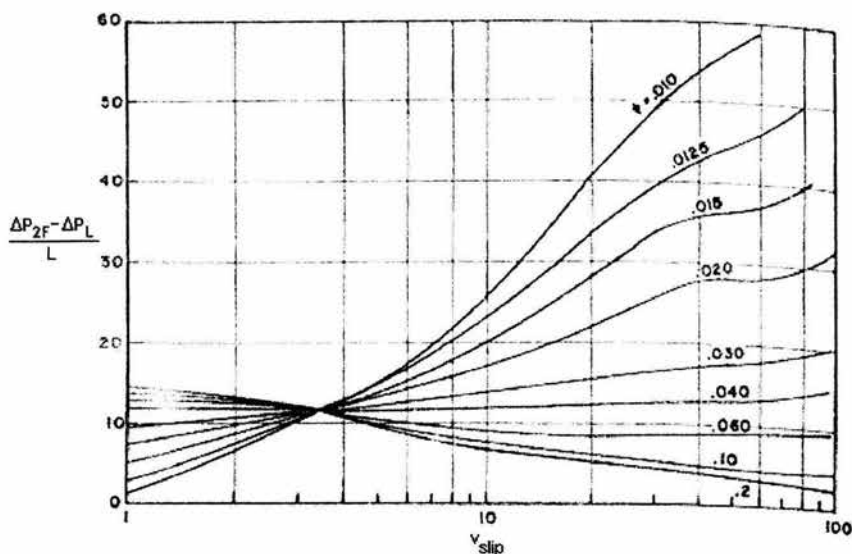


Figura 17.- Gráfica de Hughmark-Pressburg para la caída de presión por fricción. (1961)

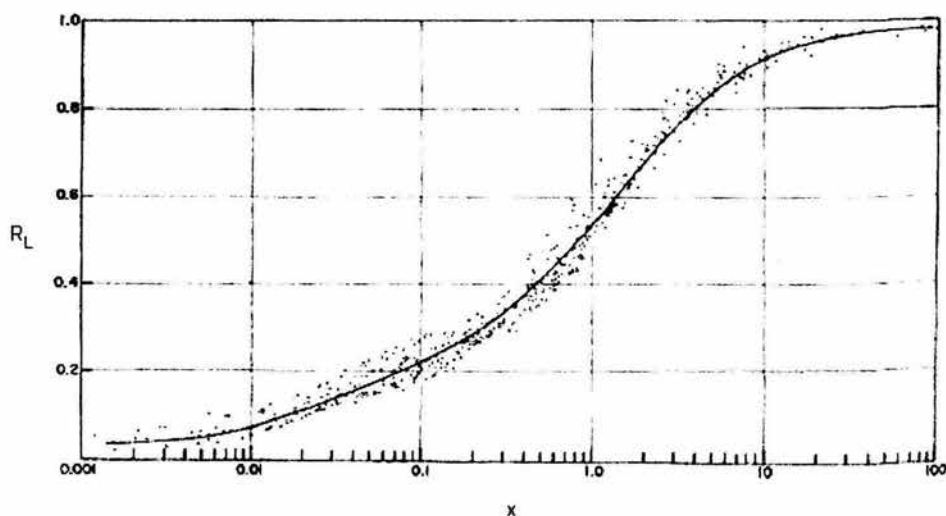


Figura 18.- Gráfica de Hughmark-Pressburg para el holdup de líquido. (1961)

### Ejemplo 8

Si el ejemplo anterior se resolviera por el método planteado por Hughmark y Pressburg, ¿cuál sería la caída de presión?

#### 3.-CÁLCULOS

##### 3.1.-Holdup de líquido

$$G_T = \frac{275000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} + 325000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600(0.1443\text{m}^2)} = 1155 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ s}} = 4158004 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ h}} = 236.56 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2 \text{ s}}$$

$$\rho_L = 537 \text{ kg/m}^3 = 33.5 \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_G = 32 \text{ kg/m}^3 = 2 \text{ lb/ft}^3$$

$$x = \frac{\left( \frac{275000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{325000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}} \right)^{0.9} (0.1\text{cp})^{0.19} \left( 5.7 \frac{\text{dina}}{\text{cm}} \right)^{0.205} \left( 2 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3} \right)^{0.70} (0.01\text{cp})^{2.75}}{\left( 236.56 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2 \text{ s}} \right)^{0.435} \left( 33.5 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3} \right)^{0.72}} = 3.02 \times 10^{-8}$$

En la figura 18, la gráfica de  $R_L$  vs.  $x$  es asintótica a valores muy pequeños del parámetro  $x$ . Por tanto:

$$R_L = 0.05$$

##### 3.2.-Velocidad de deslizamiento entre fases

$$v_L = \frac{275000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1097.28(0.05) \left( 537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.1443\text{m}^2)} = 64.69 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

$$v_G = \frac{325000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1097.28(1-0.05) \left( 32 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.1443\text{m}^2)} = 67.52 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{SLIP}} = 67.52 \frac{\text{ft}}{\text{s}} - 64.69 \frac{\text{ft}}{\text{s}} = 2.83 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

### 3.3.-Caida de presión por fricción

$$\psi = \frac{1}{(0.1\text{cp})^{0.147} \left(5.7 \frac{\text{dina}}{\text{cm}}\right)^{0.194} \left(236.56 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2 \text{s}}\right)^{0.70}} = 0.0218$$

De la figura 17:

$$\frac{\Delta P_{2F} - \Delta P_L}{L} = 12 \frac{\text{lbf}/\text{ft}^2}{\text{ft}}$$

$$\text{Re}_L = \frac{DG_T}{\mu_L} = \frac{0.4287\text{m} \left(1155 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}\right)}{0.1\text{cp} \left(0.001 \frac{\text{kg}/\text{ms}}{\text{cp}}\right)} = 4.951 \times 10^6$$

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00013$$

$$f_D = 0.0123$$

$$\frac{\Delta P_L}{L} = 3.182 \times 10^{-3} \frac{0.0123 \left(1155 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}\right)^2}{0.4287\text{m} \left(537 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)} = 0.2268 \frac{\text{lbf}/\text{ft}^2}{\text{ft}}$$

$$\frac{\Delta P_{2F}}{L} = 0.2268 \frac{\text{lbf}/\text{ft}^2}{\text{ft}} + 12 \frac{\text{lbf}/\text{ft}^2}{\text{ft}} = 12.2268 \frac{\text{lbf}/\text{ft}^2}{\text{ft}} = 195.85 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 4.-RESULTADOS

La caída de presión por fricción es de 195.85 kgf/m<sup>2</sup> por metro de tubo, valor poco más de diez veces menor al obtenido con el método de Davis.

Nótese que la correlación de Hughmark-Pressburg no toma en cuenta el patrón de flujo presente en la tubería.

Posterior a Hughmark y Pressburg, Orkiszewski<sup>31</sup>, basándose en el trabajo de Griffith y Wallis<sup>21</sup>, desarrolló una correlación para predecir la caída de presión en pozos petroleros y en tuberías con flujo a dos fases vertical ascendente. Al estudiar este fenómeno, Orkiszewski encontró una fuerte dependencia de la caída de presión en dos factores: la diferencia en las velocidades de ambas fases (la

velocidad de deslizamiento entre las fases), y la geometría de las dos fases (el patrón de flujo).

Los patrones de flujo ascendente considerados por Orkiszewski en su correlación son:

- 1.- Flujo burbuja.
- 2.- Flujo bala.
- 3.- Flujo transición.
- 4.- Flujo anular-neblina.

Según este autor, la caída de presión total está dada por:

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right] = \frac{\tau_f + \rho_{2F} (\text{sen } \theta) \frac{g}{g_c}}{1 - AC} \quad (88)$$

En donde:

L = altura del tramo de tubería.

$\tau_f$  = caída de presión por fricción.

$\rho_{2F}$  = densidad de la mezcla.

$\theta$  = ángulo de inclinación de la tubería.

AC = caída de presión por aceleración:

$$AC = \frac{G_T v_{SG}}{g_c P_{av}} \quad (89)$$

$G_T$  = masa velocidad de la mezcla (ecuación 57):

$$G_T = \frac{W_L + W_G}{3600 A} \quad (57)$$

$v_{SG}$  = velocidad superficial del gas.

$P_{av}$  = presión promedio en el tramo de tubería.

El ángulo de inclinación para flujo ascendente es de  $90^\circ$ , y para flujo descendente es de  $270^\circ$  ó  $-90^\circ$ .

Para determinar el patrón de flujo, Orkiszewski definió a los siguientes parámetros adimensionales:

$$Gv = \frac{Q_G}{A} \left( \frac{\rho_L}{g \sigma_L g_c} \right)^{1/4} \quad (90)$$

$$Lb = 1.071 - 0.2218 \frac{v_{NS}^2}{D} \geq 0.13 \quad (91)$$

$$Ls = 50 + 36 Gv \frac{Q_L}{Q_G} \quad (92)$$

$$Lm = 75 + 84 \left( Gv \frac{Q_L}{Q_G} \right)^{0.75} \quad (93)$$

En donde:

$Gv$  = velocidad adimensional del gas.

$Lb$  = número del flujo burbuja ascendente, define a la frontera entre los flujos burbuja y bala.

$Ls$  = número del flujo bala ascendente, define a la frontera entre los flujos bala y transición.

$Lm$  = número del flujo neblina ascendente, define a la frontera entre los flujos transición y neblina.

$Q_G$  y  $Q_L$  = flujo volumétrico de las fases gas y líquido en  $m^3/h$ .

$A$  = área transversal de la tubería en  $m^2$ .

$\rho_L$  = densidad del líquido en  $kg/m^3$ .

$\sigma_L$  = tensión superficial del líquido en  $kgf/m$ .

$g$  = aceleración de la gravedad =  $9.81 m/s^2$

$g_c = 9.81 m kg/(s^2 kgf)$

$D$  = diámetro interno de la tubería en ft.

$v_{NS}$  = velocidad de la mezcla en ft/s (ecuación 46):

$$v_{NS} = v_{SL} + v_{SG} \quad (46)$$

Los patrones de flujo fueron definidos por Orkiszewski como sigue:

$$\text{Flujo Burbuja:} \quad \frac{v_{SG}}{v_{NS}} < Lb \quad (94)$$

$$\text{Flujo Bala:} \quad \frac{v_{SG}}{v_{NS}} > Lb \text{ y } Gv < Ls \quad (95)$$

$$\text{Flujo Transición:} \quad Lm > Gv > Ls \quad (96)$$

$$\text{Flujo Neblina:} \quad Gv > Lm \quad (97)$$

A partir de trabajos anteriores y el suyo propio, este investigador pudo establecer una serie de correlaciones para calcular la caída de presión por fricción y la densidad de la mezcla, para cada uno de los patrones de flujo.

#### Flujo burbuja:

Para este régimen, la densidad de la mezcla y el holdup de líquido están dados por:

$$\rho_{2F} = R_L \rho_L + (1 - R_L) \rho_G \quad (98)$$

$$R_L = 0.5 - 0.625 v_{NS} + \left[ (0.5 + 0.625 v_{NS})^2 - 1.25 v_{SG} \right]^{1/2} \quad (99)$$

En donde:

$v_{NS}$  = velocidad de la mezcla en ft/s. (Ecuación 46)

$v_{SG}$  = velocidad superficial de la fase gaseosa en ft/s.

La caída de presión por fricción está dada por la ecuación de Darcy:

$$\tau_f = \frac{f_{2F} \rho_L \left( \frac{v_{SL}}{R_L} \right)^2}{2 g_c D} \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (100)$$

El factor de fricción para flujo a dos fases es calculado mediante la ecuación de Chen (ecuación 29), o se le obtiene mediante la gráfica de Moody (figuras 9 ó 10), en donde el número de Reynolds queda definido como:

$$Re_B = \frac{D v_{SL} \rho_L}{\mu_L R_L} \quad (101)$$

#### Flujo bala:

La densidad de la mezcla a dos fases está dada en este caso por:

$$\rho_{2F} = \frac{G_T + \rho_L v_r}{v_{NS} + v_r} + \Gamma \rho_L \quad (102)$$

En donde:

$v_r$  = velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor en m/s.

$\Gamma$  = coeficiente adimensional de distribución del líquido.

$G_T$  = masa velocidad de la mezcla en kg/(s m<sup>2</sup>). (Ecuación 57)

$\rho_L$  = densidad de la fase líquida en kg/m<sup>3</sup>.

$v_{NS}$  = velocidad de la mezcla en m/s. (Ecuación 46)

El número de Reynolds para este flujo es:

$$Re_s = \frac{D v_{NS} \rho_L}{\mu_L} \quad (103)$$

Para obtener la velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor, DeGance y Atherton<sup>14</sup> definieron los siguientes parámetros:

$$N_1 = 0.572 \times 10^5 \left[ -0.35 + \left( 0.1225 + \frac{0.04931 v_{NS}}{D^{0.5}} \right)^{1/2} \right] \quad (104)$$

$$N_2 = 0.5721 \times 10^5 \left[ -0.546 + \left( 0.2981 + \frac{0.01849 v_{NS}}{D^{0.5}} \right)^{1/2} \right] \quad (105)$$

En donde:

$v_{NS}$  = velocidad de la mezcla en ft/s. (Ecuación 46)

$D$  = diámetro interno de la tubería en ft.

La velocidad de ascenso de las burbujas se obtiene entonces mediante las siguientes ecuaciones:

$$\text{Si } Re_s > N_1: \quad v_r = (1.985 + 4.958 \times 10^{-5} Re_s) D^{0.5} \left[ \frac{ft}{s} \right] \quad (106)$$

$$\text{Si } Re_s < N_2: \quad v_r = (3.097 + 4.958 \times 10^{-5} Re_s) D^{0.5} \left[ \frac{ft}{s} \right] \quad (107)$$

$$\text{Si } N_2 < Re_s < N_1: \quad v_r = 0.5 \left[ \gamma + \left( \gamma^2 + \frac{13.59 \mu_L}{\rho_L D^{0.5}} \right)^{0.5} \right] \left[ \frac{ft}{s} \right] \quad (108)$$

$$\gamma = (1.423 + 4.958 \times 10^{-5} Re_s) D^{0.5} \left[ \frac{ft}{s} \right] \quad (109)$$

En donde:

$D$  = diámetro interno de la tubería en ft.

$\mu_L$  = viscosidad del líquido en centipoise.

$\rho_L$  = densidad del líquido en lb/ft<sup>3</sup>.

El coeficiente de distribución de líquido ( $\Gamma$ ) depende del tipo de fase líquida continua, y es determinado mediante la ecuación correspondiente:

Fase líquida continua	$v_{NS}$ (m/s)	Ecuación
Agua	< 3	110
Agua	> 3	111
Petróleo	< 3	112
Petróleo	> 3	113

$$\Gamma = \frac{0.013(\log \mu_L)}{D^{1.38}} - 0.681 + 0.232(\log v_{NS}) - 0.428(\log D) \quad (110)$$

$$\Gamma = \frac{0.045(\log \mu_L)}{D^{0.799}} - 0.709 - 0.162(\log v_{NS}) - 0.888(\log D) \quad (111)$$

$$\Gamma = \frac{0.0127[\log(\mu_L + 1)]}{D^{1.415}} - 0.284 + 0.167(\log v_{NS}) + 0.113(\log D) \quad (112)$$

$$\Gamma = \frac{0.0274 [\log(\mu_L + 1)]}{D^{1.371}} + 0.161 + 0.569(\log D) - \log v_{NS} \left( \frac{0.01 [\log(\mu_L + 1)]}{D^{1.571}} + 0.397 + 0.63(\log D) \right) \quad (113)$$

En donde:

$\mu_L$  = viscosidad de la fase líquida en centipoise.

$v_{NS}$  = velocidad de la mezcla en ft/s. (Ecuación 46)

$D$  = diámetro interno de la tubería en ft.

Con objeto de eliminar las discontinuidades en la presión entre los regímenes de flujo, el coeficiente  $\Gamma$  está sujeto a las siguientes restricciones:

$$\text{Si } v_{NS} < 3 \text{ m/s:} \quad \Gamma \geq -0.065 v_{NS} \quad (114)$$

$$\text{Si } v_{NS} > 3 \text{ m/s:} \quad \Gamma \geq \frac{v_r (G_T - v_{NS})}{(v_r + v_{NS})(v_r + v_{NS} + 1)} \quad (115)$$

Donde:

$G_T$  = masa velocidad de la mezcla en lb/(s ft<sup>2</sup>). (Ecuación 57)

$v_{NS}$  = velocidad de la mezcla en ft/s. (Ecuación 46)

La caída de presión por fricción está dada por la siguiente ecuación:

$$\tau_f = \frac{f_{2F} \rho_L v_{NS}^2}{2 g_c D} \left( \frac{v_{SL} + v_r}{v_{NS} + v_r} + \Gamma \right) \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (116)$$

En donde:

$\rho_L$  = densidad de la fase líquida en kg/m<sup>3</sup>.

$v_{NS}$  = velocidad de la mezcla en m/s.

$g_c = 9.81 \text{ m kg/(s}^2 \text{ kgf)}$

$v_{SL}$  = velocidad superficial de la fase líquida en m/s.

$v_r$  = velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor en m/s.

$D$  = diámetro interno de la tubería en m.

El factor de fricción es obtenido mediante la gráfica de Moody (figuras 9 ó 10) ó calculado con la ecuación de Chen (ecuación 29), empleando el  $Re_s$ .

### Flujo transición:

La densidad de la mezcla en este régimen es el promedio de las densidades de mezcla de los flujos bala y neblina, y se encuentra expresada como sigue:

$$\rho_{2F} = \frac{Lm - Gv}{Lm - Ls} [\rho_{2F}]_{bala} + \frac{Gv - Ls}{Lm - Ls} [\rho_{2F}]_{neblina} \quad (117)$$

De la misma manera, la caída de presión por fricción es el promedio de las pérdidas por fricción de los flujos bala y neblina:



$$\tau_f = \frac{Lm - Gv}{Lm - Ls} [\tau_f]_{bala} + \frac{Gv - Ls}{Lm - Ls} [\tau_f]_{neblina} \quad (118)$$

En donde  $[\tau_f]_{neblina}$  es calculada empleando la siguiente expresión para el flujo volumétrico del gas:

$$Q_G = A (Lm) \left( \frac{\rho_L}{g \sigma_L g_c} \right)^{-1/4} \quad (119)$$

### Flujo neblina:

El cálculo de los parámetros para este patrón de flujo es similar al del flujo burbuja, pues la densidad de mezcla y la caída de presión por fricción están dados por:

$$\rho_{2F} = R_L \rho_L + (1 - R_L) \rho_G \quad (98)$$

$$\tau_f = \frac{f_{2F} \rho_G \left( \frac{v_{SG}}{1 - R_L} \right)^2}{2 g_c D} \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (120)$$

Debido a la inexistencia de un deslizamiento entre las fases, el holdup de líquido es en este caso:

$$R_L = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} \quad (121)$$

Para obtener el factor de fricción se emplea la gráfica de Moody o la ecuación de Chen, utilizando un número de Reynolds definido por:

$$Re_M = \frac{D v_{SG} \rho_G}{\mu_G} \quad (122)$$

La rugosidad relativa es determinada a través del número de Weber:

$$We = \left( \frac{v_{SG} \mu_L}{\sigma_L g_c} \right)^2 \frac{\rho_G}{\rho_L} \quad (123)$$

$$\text{Si } We < 0.005: \quad \frac{\varepsilon}{D} = 34 \frac{\sigma_L g_c}{\rho_G v_{SG}^2 D} \quad (124)$$

$$\text{Si } We > 0.005: \quad \frac{\varepsilon}{D} = 174.8 \frac{\sigma_L g_c We^{0.302}}{\rho_G v_{SG}^2 D} \quad (125)$$

Para este patrón de flujo:  $10^{-3} \leq \frac{\epsilon}{D} \leq 0.5$

### Método de Orkiszewski:

- 1.- Determinar el patrón de flujo presente en la tubería, calculando para ello los parámetros adimensionales con las ecuaciones 90 a 93 y empleando las definiciones 94 a 97.
- 2.- Calcular la caída de presión por fricción empleando las ecuaciones correspondientes al patrón de flujo determinado en el paso 1.  
En el caso del flujo bala, para calcular la velocidad  $v_r$  se siguen estos pasos:
  - 2.1.- Calcular el número de Reynolds con la ecuación 103.
  - 2.2.- Calcular los parámetros  $N_1$  y  $N_2$  con las ecuaciones 104 y 105.
  - 2.3.- Calcular  $v_r$  con las ecuaciones 106 a 109.
- 3.- Obtener la caída de presión por aceleración con la ecuación 89.
- 4.- Calcular la caída total de presión con la ecuación 88.

### Ejemplo 9

Por una tubería vertical de acero de 6 pulgadas cédula 40 asciende una mezcla de hidrocarburos a 42 atm y 13°C. La mezcla está formada por 63 kg/s de líquido y 107 kg/s de vapor. La densidad del líquido es de 806 kg/m<sup>3</sup> y la del vapor de 36 kg/m<sup>3</sup>. La viscosidad del líquido es de 0.8148 cp y la del vapor 0.0115 cp; la tensión superficial del líquido es de 18 dinas/cm. Encuentre la caída de presión por metro de tubería.

#### 1.-TRADUCCIÓN

$$W_L = 63 \text{ kg/s}$$

$$W_G = 107 \text{ kg/s}$$



GAS-  
LÍQUIDO

6" Ced. 40

P = 42 atm

T = 13°C

## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

El problema será resuelto por el método de Orkiszewski.

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Patrón de flujo

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.1541 \text{ m} = 0.5054 \text{ ft}$$

$$A = 0.01864 \text{ m}^2$$

$$\sigma_L = 18 \text{ dina/cm} = 1.84 \times 10^{-3} \text{ kgf/m}$$

$$Q_G = 2.97 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_L = 0.0782 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{SL} = 4.19 \text{ m/s}$$

$$v_{SG} = 159.33 \text{ m/s}$$

$$v_{NS} = 163.52 \text{ m/s} = 536.48 \text{ ft/s}$$

$$Gv = \frac{2.97 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0.01864 \text{ m}^2} \left( \frac{806 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left( 1.84 \times 10^{-3} \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \right) \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right)} \right)^{1/4} = 1308.75$$

$$Lb = 1.071 - 0.2218 \frac{\left( 536.48 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)^2}{0.5054 \text{ ft}} = -126307.7 \pm 0.13$$

$$Lb = 0.13$$

$$Ls = 50 + 36(1308.75) \frac{0.0782 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{2.97 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 1290.54$$

$$Lm = 75 + 84 \left( 1308.75 \frac{0.0782 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{2.97 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} \right)^{0.75} = 1269.70$$

Definiciones de los patrones de flujo:

$$\frac{159.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{163.52 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.974 < 0.13$$

$$1308.75 < 1290.54$$

$$1269.70 > 1308.75 > 1290.54$$

$$1308.75 > 1269.70$$

El régimen de flujo obtenido es neblina.

Empleando el mapa de Oshinowo-Charles para comparar:

$$O_x = 12332.48$$

$$O_y = 6.167$$

El patrón es el caso límite de flujo anular cuando el gas fluye a alta velocidad, es decir, el flujo es neblina.

### 3.2.-Caída de presión por fricción

Para flujo neblina:

$$R_L = \frac{0.0782 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0.0782 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} + 2.97 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 0.0257$$

$$p_{2F} = 0.0257 \left( 806 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) + (1 - 0.0257) \left( 36 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) = 55.75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$Re_M = \frac{0.1541 \text{m} \left( 159.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 36 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{0.0115 \text{cp} \left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right)} = 76860792$$

$$We = \frac{\left( 159.33 \frac{m}{s} (0.8148 \text{ cp}) \left( 0.001 \frac{kg/ms}{cp} \right) \right)^2}{1.84 \times 10^{-3} \frac{kgf}{m} \left( 9.81 \frac{mkg}{s^2 kgf} \right)} \frac{36 \frac{kg}{m^3}}{806 \frac{kg}{m^3}} = 2.31 > 0.005$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = 174.8 \frac{1.84 \times 10^{-3} \frac{kgf}{m} \left( 9.81 \frac{mkg}{s^2 kgf} \right) (2.31)^{0.302}}{36 \frac{kg}{m^3} \left( 159.33 \frac{m}{s} \right)^2 (0.1541m)} = 2.885 \times 10^{-5} \approx 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = 10^{-3}$$

$$f_{2F} = 0.0195$$

$$\tau_f = \frac{0.0195 \left( 36 \frac{kg}{m^3} \right) \left( \frac{159.33 \frac{m}{s}}{1 - 0.0257} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{mkg}{s^2 kgf} \right) (0.1541m)} = 6209.34 \frac{kgf/m^2}{m}$$

### 3.3.-Caída total de presión.

$$G_T = 9120.17 \text{ kg/(m}^2 \text{ s)}$$

$$P_{av} = 42 \text{ atm} = 433974 \text{ kgf/m}^2$$

$$AC = \frac{9120.17 \frac{kg}{m^2 s} \left( 159.33 \frac{m}{s} \right)}{9.81 \frac{mkg}{s^2 kgf} \left( 433974 \frac{kgf}{m^2} \right)} = 0.341$$

$$\left[ \frac{\Delta P_{2F}}{L} \right] = \frac{6209.34 \frac{kgf}{m^3} + 55.75 \frac{kg}{m^3} \text{ sen}(90^\circ) \left( 1 \frac{kgf}{kg} \right)}{1 - 0.341} = 9506.97 \frac{kgf}{m^2}$$

### 4.-RESULTADO

La caída total de presión es de 9506.97 kgf/m<sup>2</sup> por metro de longitud de tubo, equivalente a una caída de 0.92 atm por cada metro de tubo.

## Ejemplo 10

Una mezcla de hidrocarburos asciende por una tubería de acero de 5 pulgadas cédula 80. La presión es de 40 atm y la temperatura de 13°C. La masa velocidad total de la mezcla es de 17.9 kg/m<sup>2</sup>s. La velocidad superficial del líquido es de 0.0061 m/s y la del gas de 0.338 m/s, siendo la densidad del líquido de 810 kg/m<sup>3</sup>, y su viscosidad de 0.8086 cp. La tensión superficial de la fase líquida es de 18 dina/cm. La densidad del vapor es de 36 kg/m<sup>3</sup> y su viscosidad de 0.0115 cp. La velocidad no slip o de no deslizamiento es de 0.344 m/s. Encuentre la caída esperada de presión por metro de longitud del tubo.

### 1.-TRADUCCIÓN

$$G_T = 17.9 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$$

$$v_{SL} = 0.0061 \text{ m/s}$$

$$v_{SG} = 0.338 \text{ m/s}$$



GAS-  
LÍQUIDO

5" Ced. 80

P = 40 atm

T = 13°C

### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

El cálculo de la caída de presión se hará mediante el método de Orkiszewski.

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Patrón de flujo

$$D = 4.813 \text{ in} = 0.1223 \text{ m} = 0.4011 \text{ ft}$$

$$A = 0.011738 \text{ m}^2$$

$$\sigma_L = 18 \text{ dina/cm} = 1.84 \times 10^{-3} \text{ kgf/m}$$

$$v_{NS} = 0.344 \text{ m/s} = 1.13 \text{ ft/s}$$

$$G_v = 0.338 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left( \frac{810 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left( 1.84 \times 10^{-3} \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \right) \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right)} \right)^{1/4} = 2.78$$

$$L_b = 1.071 - 0.2218 \frac{\left(1.13 \frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)^2}{0.4011 \text{ft}} = 0.365 \geq 0.13$$

$$L_s = 50 + 36(2.78) \frac{0.0061 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.338 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 51.8$$

$$L_m = 75 + 84 \left( 2.78 \frac{0.0061 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.338 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^{0.75} = 83.9$$

Definiciones de los patrones de flujo:

$$\frac{0.338 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.344 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.983 \neq 0.365$$

$$2.78 < 51.8$$

El régimen de flujo obtenido es bala.

Utilizando a los parámetros y el mapa de Oshinowo-Charles:

$$O_x = 0.0633$$

$$O_y = 7.44$$

El patrón de flujo determinado es bala disperso.

Empleando el mapa de González Ortiz se determina flujo bala, lo cual coincide con el mapa de Oshinowo-Charles y las definiciones de Orkiszewski.

### 3.2.-Caída de presión por fricción

Velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor:

$$Re_s = \frac{0.1223 \text{m} \left( 0.344 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 810 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{0.8086 \text{cp} \left( 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{cp}} \right)} = 42144$$

$$N_1 = 0.572 \times 10^5 \left[ -0.35 + \left( 0.1225 + \frac{0.04931 \left( 1.13 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)^{1/2}}{(0.4011 \text{ft})^{0.5}} \right) \right] = 6222.31$$

$$N_2 = 0.5721 \times 10^5 \left[ -0.546 + \left( 0.2981 + \frac{0.01849 \left( 1.13 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)^{1/2}}{(0.4011 \text{ft})^{0.5}} \right) \right] = 1682.24$$

$$Re_s = 42144 > N_1 = 6222.31$$

$$v_r = \left[ 1.985 + 4.958 \times 10^{-5} (42144) \right] (0.4011 \text{ft})^{0.5} = 2.58 \frac{\text{ft}}{\text{s}} = 0.787 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Parámetro  $\Gamma$ :

$$v_{NS} = 0.344 \text{ m/s} < 3 \text{ m/s}$$

Para la mezcla de hidrocarburos corresponde la ecuación 112 para petróleo:

$$\Gamma = \frac{0.0127 [\log(0.8086 \text{cp} + 1)]}{(0.1223 \text{m})^{1.415}} - 0.284 + 0.167 \left[ \log \left( 0.344 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right] + 0.113 [\log(0.1223 \text{m})]$$

$$\Gamma = -0.4006 \pm -0.065 \left( 0.344 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = -0.0224$$

$$\Gamma = -0.0224$$

Gradiente de presión por fricción:

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00035$$

$$f_{2F} = 0.023$$

$$\tau_f = \frac{0.023 \left( 810 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 0.344 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right) (0.1223 \text{m})} \left( \frac{0.0061 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.787 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.344 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.787 \frac{\text{m}}{\text{s}}} + (-0.0224) \right) = 0.624 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$



### 3.3.-Caída total de presión

$$P_{2F} = \frac{17.9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} + 810 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(0.787 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0.344 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.787 \frac{\text{m}}{\text{s}}} + (-0.0224) \left(810 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) = 561.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{av} = 40 \text{ atm} = 413309 \text{ kgf/m}^2$$

$$AC = \frac{17.9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \left(0.338 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \left(413309 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}\right)} = 1.49 \times 10^{-6}$$

$$\left[\frac{\Delta P_{2F}}{L}\right] = \frac{0.624 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} + 561.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{sen}(90^\circ) \left(1 \frac{\text{kgf}}{\text{kg}}\right)}{1 - 1.49 \times 10^{-6}} = 561.94 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 4.-RESULTADO

La caída de presión es de 561.94 kgf/m<sup>2</sup> por cada metro de longitud de tubería, equivalente a 0.054 atm por metro de tubo, o a 0.799 psi por metro.

La correlación de Orkiszewski es la mejor para calcular las caídas de presión en flujo a dos fases vertical ascendente, pues su precisión es del orden de  $\pm 10\%$ . Sin embargo, la correlación de Davis es la más empleada debido a su sencillez y a su similitud con la correlación de Lockhart-Martinelli.

Además de las correlaciones aquí presentadas, en la literatura sobre el tema se pueden encontrar muchas otras; para el lector interesado se le recomienda revisar las de Hagedorn<sup>22</sup>, Aziz<sup>2</sup>, Beggs<sup>6</sup> y Oshinowo-Charles<sup>33</sup>.

### CONSIDERACIONES GENERALES

Dependiendo del patrón de flujo, el líquido contenido en el tubo puede ser acelerado hasta alcanzar la velocidad de la fase gaseosa. En ciertos casos, esta velocidad es mayor de la deseable en las tuberías de proceso. Las velocidades altas producen un fenómeno conocido como *erosión-corrosión*, en donde la velocidad de corrosión del material del tubo es acelerada debido a la fuerza erosiva del líquido a altas velocidades.

Un índice basado en las cargas o cabezas de velocidad indica si la erosión-corrosión puede ser importante a una cierta velocidad en particular, y se le utiliza para determinar el intervalo de densidad y velocidad de mezcla dentro del cual no se produce la erosión-corrosión. Este índice es<sup>10</sup>:

$$\rho_M v_M^2 \leq 15000 \quad (126)$$

En donde la densidad de la mezcla es:

$$\rho_M = \frac{W_L + W_G}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_G}{\rho_G}} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (127)$$

Y la velocidad de la mezcla está dada por la ecuación 46:

$$v_M = v_{SL} + v_{SG} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (46)$$

Para el caso general, la velocidad de la mezcla debe ser menor a 15 m/s, pues la experiencia ha demostrado que la erosión se presenta cuando se excede ese valor.

Además de mantener el producto de velocidad-densidad dentro del intervalo aceptable, se debe también mantener el régimen de flujo apropiado en las líneas. Sobre todo se debe evitar el flujo ariete, porque causa problemas mecánicos y de proceso graves, este último debido a la intermitencia en la entrada de líquido y de gas a un equipo.

El flujo disperso o neblina<sup>12</sup> es una mezcla casi homogénea de fase líquida en fase gaseosa, y por tanto se comporta en forma similar a un fluido compresible. Sin embargo, a pesar de la bondad de este flujo para el diseño de tuberías, en los tanques flash y en las columnas de destilación causa problemas de separación, debido al arrastre de líquido. Una vez adquirido este patrón de flujo en un sistema, es prácticamente imposible separar las fases, ya que se requiere alcanzar velocidades imposibles de obtener en la gran mayoría de los sistemas de flujo.

Los flujos estratificado y onda se utilizan sólo para tuberías horizontales largas. Los flujos tapón y bala<sup>12</sup> son raros a la hora del diseño, debido a su intermitencia. El anular o película es indeseable porque causa erosión en las paredes de las tuberías.

## Problemas propuestos

### Problema 1

Por una línea horizontal de una pulgada cédula 40, fluyen agua y aire a razón de 990 kg/h y de 6 kg/h, respectivamente, y con unas condiciones de flujo tales que las propiedades medias del líquido y del gas son:  $\mu_L = 1 \text{ cp}$ ;  $\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\sigma_L = 73 \text{ dinas/cm}$ ;  $\rho_G = 1.25 \text{ kg/m}^3$ . Encuentre el patrón de flujo esperado.

### Resultado

En el mapa de Baker, el flujo resultante es ariete. En el mapa de González Ortiz, el flujo está cerca de la frontera entre los flujos estratificado y ariete. En el mapa de Chhabra-Richardson, el patrón esperado es el de flujo intermitente. Por lo tanto, el patrón de flujo es ariete.

## Problema 2

¿Cuál será el patrón de flujo si se manejan  $0.08 \text{ m}^3/\text{min}$  de vapor de agua, con  $0.5 \text{ m}^3/\text{min}$  de agua líquida, por una tubería horizontal de 2 pulgadas cédula 80 a  $120^\circ\text{C}$  y 2 atm? La tensión superficial del agua a estas condiciones es de  $56.7 \text{ dina/cm}$ .

### Resultado

En el mapa de Baker, el patrón es flujo burbuja, aunque se aproxima a la región del flujo tapón. En el mapa de González Ortiz, el patrón es flujo tapón y se encuentra próximo a los flujos ariete y burbuja dispersa. En el mapa de Chhabra-Richardson, el patrón corresponde al flujo burbuja dispersa, pero está muy cerca del flujo intermitente. Por lo tanto, el patrón más probable es el de flujo burbuja.

## Problema 3

Por una tubería horizontal fluyen  $200000 \text{ kg/h}$  de líquido y  $300000 \text{ kg/h}$  de gas. Las propiedades de los fluidos son:

Para el líquido: densidad =  $700 \text{ kg/m}^3$ ; viscosidad =  $0.1 \text{ cp}$ ; tensión superficial =  $5 \text{ dinas/cm}$ .

Para el gas: densidad =  $30 \text{ kg/m}^3$  y viscosidad =  $0.01 \text{ cp}$ .

Obtener el patrón de flujo esperado en la tubería.

### Resultado

En el mapa de Baker, el patrón corresponde al flujo disperso. En el mapa de González Ortiz, el patrón de flujo es anular-neblina, pero por encontrarse fuera del mapa puede considerarse exclusivamente flujo neblina. En el mapa de Chhabra-Richardson, el flujo es burbuja dispersa pero se encuentra cerca del flujo anular-neblina. Se puede concluir que el patrón de flujo es neblina o disperso.

## Problema 4

¿Cuál es la caída de presión en 100 m de tubo, si se maneja a  $100^\circ\text{C}$  y 2 atm una mezcla de  $0.06 \text{ m}^3/\text{min}$  de vapor de agua con  $0.03 \text{ m}^3/\text{min}$  de agua líquida, por una tubería horizontal de 2 pulgadas cédula 40? La tensión superficial es de  $59.98 \text{ dina/cm}$ .

### Resultado

Empleando al método de Lockhart-Martinelli modificado por Baker, la caída de presión por fricción es de  $1525.99 \text{ kgf/m}^2$  por cada 100 m de longitud de tubo, siendo el patrón de flujo tapón.

## Problema 5

Por una tubería horizontal de 5 cm de diámetro interno y una rugosidad relativa ( $\epsilon/D$ ) equivalente a 0.0006, circula agua a  $100^\circ\text{C}$  con un caudal másico de  $8 \text{ kg/s}$ . Las burbujas de vapor formadas en su seno representan un 0.01 % del caudal másico total. Si la presión a la entrada es de 3 atm, calcule la caída de presión en 50 metros de tubería. La tensión superficial del agua líquida a estas condiciones es de  $59.98 \text{ dina/cm}$ .

### Resultado

El Reynolds superficial del vapor es de 1509, por lo cual no entra dentro de los criterios de Lockhart-Martinelli. Considerándolo en régimen viscoso, la caída de presión por fricción obtenida con el método original de Lockhart-Martinelli es de  $75263.23 \text{ kgf/m}^2$ .

## Problema 6

Calcule la caída de presión por 100 metros de tubería horizontal de 2 pulgadas cédula 40, por la que fluyen  $1000 \text{ kg/h}$  de una mezcla formada en la fase líquida por 20% de tolueno y 80% de n-octano en mol. El líquido está a su temperatura de burbuja y por la

tubería circula 50 % de líquido y 50 % de vapor en masa. (El vapor está en equilibrio con el líquido). La presión de operación es de 700 mm de Hg. Las ecuaciones de Antoine para ambos componentes son:

$$\text{Log } P^{\circ}_{\text{n-octano}} = 6.845 - 1203.53/(222.86 + T)$$

$$\text{Log } P^{\circ}_{\text{tolueno}} = 6.923 - 1355.13/(209.52 + T)$$

Donde:  $P^{\circ}$  está en mmHg y T está en °C.

### Resultado

Empleando al método de Lockhart-Martinelli modificado por Baker, para el flujo disperso la caída de presión por fricción es de 38.294 kgf/cm<sup>2</sup> en 100 m de longitud de tubo. Con el caso I de Dukler se obtienen unas pérdidas de presión por fricción de 0.277 kgf/cm<sup>2</sup>, y mediante el caso II de Dukler, la caída de presión por fricción es de 0.428 kgf/cm<sup>2</sup>, ambos en 100 metros de tubo.

### Problema 7

¿Cuál es la caída de presión en una línea horizontal de 100 m de longitud y 18 pulgadas de diámetro cédula 40, en la que fluyen 275685 kg/h de líquido y 325730 kg/h de gas?

Datos	Líquido	Gas
Peso molecular	78.8	75
Densidad	535 kg/m <sup>3</sup>	32 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidad	0.1 cp	0.01 cp
Tensión superficial	5.81x10 <sup>-4</sup> kgf/m	

### Resultado

La caída total de presión empleando al método de Lockhart-Martinelli modificado por Baker es de 33.69 kgf/cm<sup>2</sup>, y mediante el caso II de Dukler es de 0.488 kgf/cm<sup>2</sup>, ambos en 100 metros de tubo. El patrón determinado con el mapa de Baker es el de flujo disperso.

### Problema 8

Para el problema anterior, ¿cuál sería la caída de presión esperada, si la tubería fuera vertical?

### Resultado

La caída total de presión empleando al método de Davis, contraparte vertical del método de Lockhart-Martinelli, es de 30.75 kgf/cm<sup>2</sup>, y mediante el método de Orkiszewski, contraparte vertical del método de Dukler, es de 8.52 kgf/cm<sup>2</sup>, ambos resultados en 100 metros de tubo. El patrón determinado con el método de Orkiszewski es el de flujo bala.

### Problema 9

¿Cuál es la caída de presión por cada 100 metros producida en una línea horizontal de 18 pulgadas cédula 40, por la cual fluyen 300000 kg/h de líquido y 400000 kg/h de gas?

Datos	Líquido	Gas
Peso molecular	78	76
Densidad	600 kg/m <sup>3</sup>	32 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidad	0.3 cp	0.02 cp
Tensión superficial	5.81x10 <sup>-4</sup> kgf/m	

### Resultado

La caída total de presión obtenida con el caso II de Dukler es de 0.73 kgf/cm<sup>2</sup> en 100 m de longitud de tubería.

**Problema 10**

Calcule la caída de presión para una mezcla que está a 61 atm y 13°C, la cual fluye por una línea horizontal de 1 km de longitud y de 24 pulgadas de diámetro cédula 80, a razón de 2240 kg/h de gas y 230000 kg/h de líquido. La densidad del líquido es de 802 kg/m<sup>3</sup> y la del gas de 52 kg/m<sup>3</sup>, la viscosidad del líquido es de 0.8 cp y la del gas de 0.012 cp.

**Resultado**

Empleando el caso II de Dukler se obtiene una caída total de presión de 175.11 kgf/m<sup>2</sup> por kilómetro de tubo.

**Problema 11**

Calcule el gradiente de presión por cada metro de longitud, producido por el flujo de una mezcla líquido-vapor de hidrocarburos, que fluye por una tubería horizontal de 24 pulgadas de diámetro cédula 40, a 38 atm y 13°C. La velocidad superficial del líquido es de 0.26 m/s, la del gas de 0.17 m/s, la densidad del líquido es de 834 kg/m<sup>3</sup>, la del gas de 32 kg/m<sup>3</sup>, la viscosidad del líquido es de 0.84 cp, la del gas de 0.012 cp, el gasto de líquido de 226000 kg/h y el del gas de 5850 kg/h.

**Resultado**

La caída de presión por fricción obtenida con el caso I de Dukler es de 0.156 kgf/m<sup>2</sup> por metro de tubo, y mediante el caso II de Dukler, las pérdidas de presión por fricción son de 0.201 kgf/m<sup>2</sup> por metro de tubo.

**Problema 12**

Estime la caída de presión para el ejemplo 5 empleando el método de Dukler.

**Resultado**

Utilizando al caso I de Dukler, la caída de presión por fricción es de 11344.27 kgf/m<sup>2</sup>. Con el caso II de Dukler, las pérdidas de presión por fricción son de 11722.21 kgf/m<sup>2</sup>.

# CAPÍTULO 2

## FLUJO A DOS FASES

### SISTEMA GAS-SÓLIDO

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

## INTRODUCCIÓN

Los sistemas donde entran en contacto gases y sólidos en partículas, granos o polvo, han sido empleados en la industria por casi un siglo. En sus comienzos en 1926, el diseño de estos sistemas era todo un arte, cuyo desconocimiento podía arruinar al equipo, en el mejor de los casos, o cobrar vidas en el peor escenario.

Por estas razones, la ingeniería química se dio a la tarea de investigar el comportamiento de los sistemas gas-sólido para poder comprender su funcionamiento y diseñar equipos como reactores catalíticos, líneas de transporte neumático de sólidos, silos, tolvas, filtros prensa, ciclones, secadores continuos y por lotes, mezcladores, calentadores y enfriadores de partículas, entre otros más, y así convertir el arte del manejo de polvos y partículas de sólidos en una ciencia.

Los sólidos particulados se comportan como un líquido cuando se encuentran contenidos en un recipiente, cuya forma adoptan, mas no ocupan la totalidad de su volumen. Otra similitud con los líquidos es la de mantener un nivel horizontal aunque irregular en el recipiente, además de presentar un gradiente de presión hidrostática a lo largo de una columna de partículas, la cual es proporcional a la densidad de las mismas y a la altura de la columna. Por estas semejanzas, se afirma que las partículas sólidas pueden fluir como un líquido si se les arrastra mediante una corriente de gas o de líquido.

En el diseño de los sistemas gas-sólido, el ingeniero se preocupa no sólo por el cálculo de la caída de presión, sino también por la determinación de la velocidad del gas necesaria para la operabilidad de un sistema de flujo en particular. La práctica industrial ha recomendado intervalos de velocidades de operación para cada tipo de sistema, los cuales han sido representados en gráficas similares a los mapas de patrones de flujo para los sistemas gas-líquido.

Para obtener un óptimo diseño de los equipos, no basta con determinar la velocidad del gas y la caída de presión, también se requiere caracterizar el tipo de sólido a manejar, de acuerdo a su comportamiento ante una corriente de gas. Asimismo, se necesitan conocer los márgenes de inflamabilidad y explosividad de las mezclas gas-sólido, pues en la industria se sabe de incendios y explosiones muy potentes cuando se manejan polvos finos, como es el caso de azúcar, harinas, productos farmacéuticos, partículas metálicas, carbón pulverizado, entre muchas más. La acumulación de cargas eléctricas en los equipos debido al rozamiento de sus paredes con las partículas, puede dar lugar a siniestros, o al menos a perturbaciones en el adecuado funcionamiento del equipo.

Se han efectuado numerosas investigaciones teóricas y experimentales para predecir la caída de presión y el patrón de flujo, este último dependiente de la velocidad del gas y del tipo de sólido. Como resultado de estos trabajos se han desarrollado diversas correlaciones. Hoy en día, no se ha llegado a un modelo general aplicable a todos los sistemas de flujo, pues los desarrollados son empleados para ciertos tipos de flujo y para determinadas condiciones de operación. Diversos grupos de investigadores siguen estudiando los mecanismos de flujo de las partículas sólidas, para al menos comprender en su totalidad el funcionamiento de las diferentes operaciones de manejo de flujos bifásicos gas-sólido.

## CLASIFICACIÓN DE LAS PARTÍCULAS SÓLIDAS

Tras observar los diferentes patrones de flujo presentes en los lechos de partículas, sobre los que fluye un gas, Geldart<sup>41</sup> clasificó a los sólidos granulares en cuatro grupos principales, de acuerdo con el diámetro de la partícula y la diferencia de densidades existente entre el sólido y el gas. Los grupos de Geldart, en orden creciente de tamaño de partícula, son los siguientes:

- Grupo C:** son partículas cohesivas, cuya fluidización es extremadamente difícil, pues dan lugar a la formación de canales por donde fluye el gas. En tuberías de diámetro pequeño, forman tapones que impiden el libre flujo de la fase gaseosa. La dificultad en la fluidización se debe a la gran atracción existente entre las partículas, resultado de las cargas electrostáticas, la humedad o de partículas pequeñas unidas mediante fuerzas de van der Waals. El diámetro de partícula es generalmente menor a  $20\ \mu\text{m}$ , y como ejemplos están el almidón, azúcar, harinas y cemento.
- Grupo A:** son partículas aereables, cuya fluidización está libre de burbujas, por lo cual, al incrementarse la velocidad del gas, el lecho se expande considerablemente antes de la aparición de la primera burbuja. Las partículas finas actúan como lubricante, permitiendo una mejor fluidización y evitando la acumulación de gas en forma de burbujas. El intervalo típico de diámetros de partícula va de  $30$  a  $100\ \mu\text{m}$ , y como ejemplo principal se tiene a los catalizadores utilizados para cracking.
- Grupo B:** son partículas arenosas, cuya fluidización se presenta con un burbujeo continuo. Estas burbujas se unen entre sí (*coalescen*) al ascender, incrementando su tamaño, y explotan al llegar a la superficie del lecho. No existe un límite máximo en el tamaño de las burbujas, el cual es independiente del diámetro de partícula. En lechos poco profundos, el gas puede ser inyectado a chorro, como se verá más adelante, sin presentarse el colapso de la interfase gas-sólido. El intervalo aproximado de diámetros de partícula es de  $40$  a  $500\ \mu\text{m}$ , y se tienen como ejemplos típicos la arena y la sal de mesa.
- Grupo D:** son partículas grandes y densas, cuya fluidización es efectuada comúnmente mediante la inyección de un chorro de gas. Estos sólidos permiten una mayor estabilidad de la interfase gas-sólido en el chorro, debido a su mayor tamaño, lo cual resulta en lechos fluidizados a chorro muy profundos. Su mayor densidad y diámetro dificulta el desarrollo de un patrón de fluidización como el presente en los grupos A y B, por tanto, si la distribución del gas hacia el lecho se realiza de forma inadecuada, puede presentarse una canalización, como en el grupo C, o un burbujeo violento y errático. De esta manera, la inyección de un chorro de gas es el mecanismo más adecuado para



fluidizarlas. Su diámetro de partícula es mayor a 1 mm, y como ejemplos se tienen los chícharos, granos de café, arroz, trigo, fragmentos de hulla (carbón mineral) y de minerales metálicos.

Geldart propuso un diagrama o mapa (figura 19) donde graficó las fronteras de transición entre los grupos de partículas. Este mapa está basado en datos de fluidización con aire a condiciones atmosféricas. La ordenada de la figura 19 es la diferencia de densidades entre las partículas sólidas y el gas, y la abscisa es el diámetro promedio de partícula.

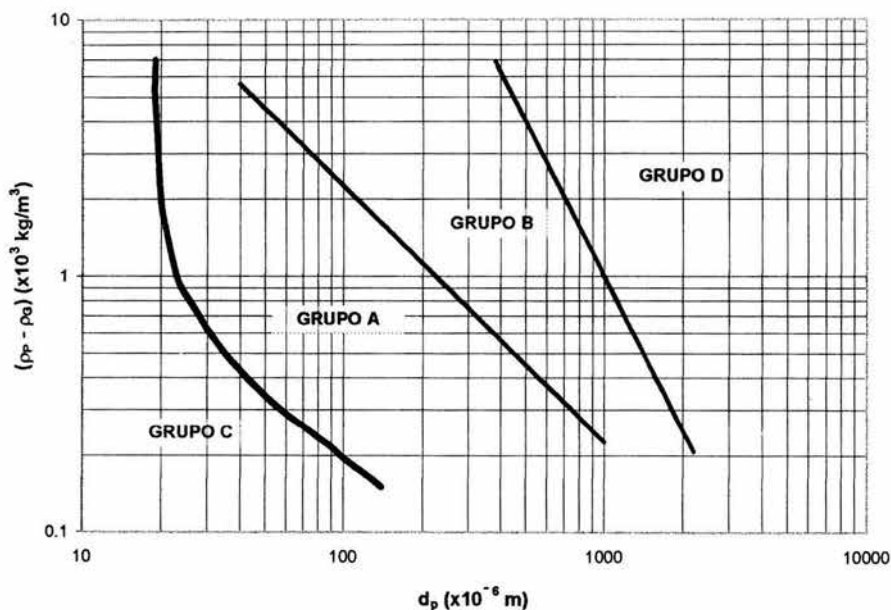


Figura 19.- Mapa de clasificación de partículas de Geldart. (1973)

Geldart fue el primero en clasificar de manera práctica y objetiva a las partículas sólidas, pues diversos autores habían propuesto categorías arbitrarias o basadas exclusivamente en la aparición de burbujas en los lechos fluidizados. En cambio, el criterio de Geldart para clasificar a las partículas consiste en agruparlas de acuerdo a su tipo de fluidización. Él encontró cuatro tipos de fluidización, mientras los otros autores en realidad sólo distinguían a dos de ellos.

Empleando datos de fluidización con aire, nitrógeno, dióxido de carbono, helio, argón y freón 12, a diferentes condiciones de temperatura y presión, Grace<sup>42</sup> generalizó el mapa de Geldart mediante el uso de grupos adimensionales como coordenadas (figura 20).

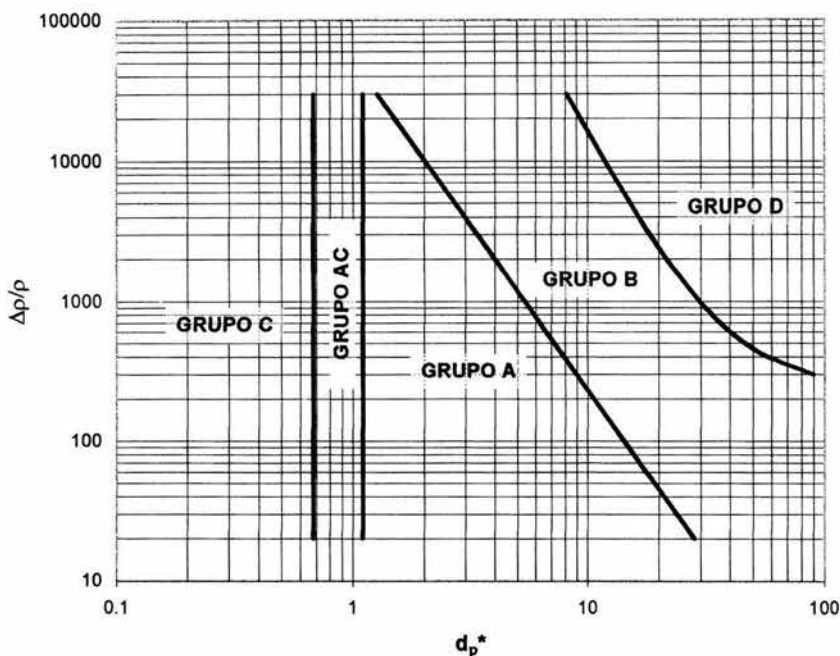


Figura 20.- Mapa de clasificación de partículas de Grace. (1986)

Donde:

$\Delta\rho$  = diferencia de densidades entre la partícula sólida y el gas en  $\text{kg/m}^3$ .

$\rho$  = densidad del gas en  $\text{kg/m}^3$ .

$d_p^*$  = diámetro adimensional de partícula:

$$d_p^* = d_p \left[ \frac{\rho \Delta\rho g}{\mu^2} \right]^{1/3} \quad (128)$$

$d_p$  = diámetro de partícula en m.

$g$  = aceleración de la gravedad =  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

$\mu$  = viscosidad del gas en  $\text{kg}/(\text{m s})$ .

Basado en el criterio de Molerus<sup>51</sup>, el cual sólo toma en cuenta el efecto de las fuerzas de van der Waals sobre la cohesividad de las partículas finas, Grace propuso una región transicional entre los grupos C y A, a la cual se le suele denominar *Grupo AC*, pues la fluidización de esas partículas es como la del grupo A, y al interrumpirse el flujo de gas (*defluidización*) dan lugar a la formación de tapones como en el grupo C.

Para el lector interesado en conocer más sobre clasificación y caracterización de las partículas sólidas, se le recomienda consultar las obras de Kunii y Levenspiel, de Leva, de Valiente Barderas, y de Fan y Zhu.

## PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

Existen siete tipos generales de patrones de flujo en tuberías horizontales (figura 21). Arreglados en orden decreciente de velocidad del gas, los patrones de flujo son los siguientes:

### **Flujo Homogéneo** (*Homogeneous flow*)

En este patrón de flujo, las partículas sólidas se encuentran suspendidas completamente en el gas y están uniformemente distribuidas en la sección transversal de la tubería. Se presenta a velocidades superficiales de gas muy altas, y a flujos de partículas muy bajos. También se le conoce como *flujo en suspensión diluida (dilute suspension flow)*, *flujo uniforme suspendido* o *transporte homogéneo en fase diluida (dilute phase homogeneous conveying)*.

### **Flujo Heterogéneo** (*Heterogeneous flow*)

Al disminuir la velocidad del gas, las partículas sólidas más grandes y pesadas son transportadas por la fase gaseosa en la porción inferior de la tubería. No se presenta aún la sedimentación de las partículas, pues la velocidad del gas es mayor a la *velocidad de sedimentación (saltation velocity)*, sólo existe un gradiente vertical de concentración de sólidos. Se le suele llamar también *flujo en suspensión heterogénea (heterogeneous suspension flow)*, *flujo no uniforme suspendido* o *transporte heterogéneo en fase diluida (dilute phase heterogeneous conveying)*.

### **Flujo con Dunas** (*Dune flow*)

Al disminuir la velocidad superficial de la fase gaseosa a valores por debajo de la velocidad de sedimentación, las partículas comienzan a precipitarse dando lugar a la formación de dunas en la porción inferior de la tubería. En este tipo de flujo, las partículas se trasladan de una duna hacia otra en un movimiento periódico de aceleración y desaceleración. Dependiendo de la velocidad del gas, se presentan dos tipos de flujo de dunas, los cuales son:

***Flujo con Dunas Longitudinales (Longitudinal dune flow)***: Inmediatamente por debajo de la velocidad de sedimentación, las partículas forman dunas alargadas, paralelas a la tubería, que avanzan en la dirección del flujo. El ancho de estas dunas es de aproximadamente 0.1 veces el diámetro de la tubería, y su longitud es de 1 a 3 veces el diámetro del tubo. También se le conoce como *flujo de estrías de sedimento (stria of sediment flow)* o *flujo en bandas (ribbon flow)*.

**Flujo con Dunas Transversales** (*Transverse dune flow*): A una menor velocidad del gas, las partículas forman dunas perpendiculares a la tubería, las cuales avanzan en el sentido del flujo. Su apariencia es la de islas o de cúmulos de partículas bien definidos. Al disminuir la velocidad de la fase gaseosa, la longitud de las dunas disminuye y su altura aumenta. Este patrón de flujo es el clásico flujo de dunas, también conocido como *flujo estratificado* (*stratified flow*).

### **Flujo Pistón** (*Plug flow*)

Este patrón de flujo se caracteriza por la acumulación excesiva de partículas sobre las dunas, dando lugar a la formación de tapones o pistones sólidos. El flujo de ambas fases es intermitente, pues se da en forma de tapones alternos de gas y de sólido. Se presenta sólo con las partículas del grupo C, las cuales por su cohesividad, forman tapones con gran facilidad. También se le suele llamar *flujo tapón*.

### **Flujo Ariete** (*Slug flow*)

Al disminuir la velocidad del gas, las partículas se acumulan en mayor cantidad en las dunas, incrementándolas de tamaño hasta ocupar la totalidad del área de flujo de la tubería. Este mecanismo produce la formación de arietes de sólidos, cuyo movimiento es en la dirección de flujo, de manera alterna con el flujo de la fase gaseosa. Se presenta con partículas de los grupos A, B y D.

### **Flujo Onda** (*Ripple flow*)

A velocidades superficiales de gas relativamente menores, las partículas ocupan la mayor parte del espacio de la tubería, avanzando lentamente en la porción media del tubo y permaneciendo estacionarias en la parte inferior del mismo. En la parte superior, la velocidad real del gas es mayor debido a la contracción del área de flujo, por lo que arrastra partículas, las cuales forman pequeñas olas u ondas cuyo comportamiento es similar al de las dunas transversales descritas con anterioridad. Se presenta sólo con las partículas de los grupos A y B.

### **Flujo con Lecho Móvil** (*Moving bed flow*)

Disminuyendo aún más la velocidad superficial del gas, las partículas ocupan la totalidad de la tubería, fluyendo lentamente en la fase gaseosa, mientras la porción inferior puede permanecer estacionaria dependiendo de la velocidad del gas. Se presenta con partículas de los grupos A, B y D. También se le conoce como *flujo en fase densa continua* (*continuous dense phase flow*).

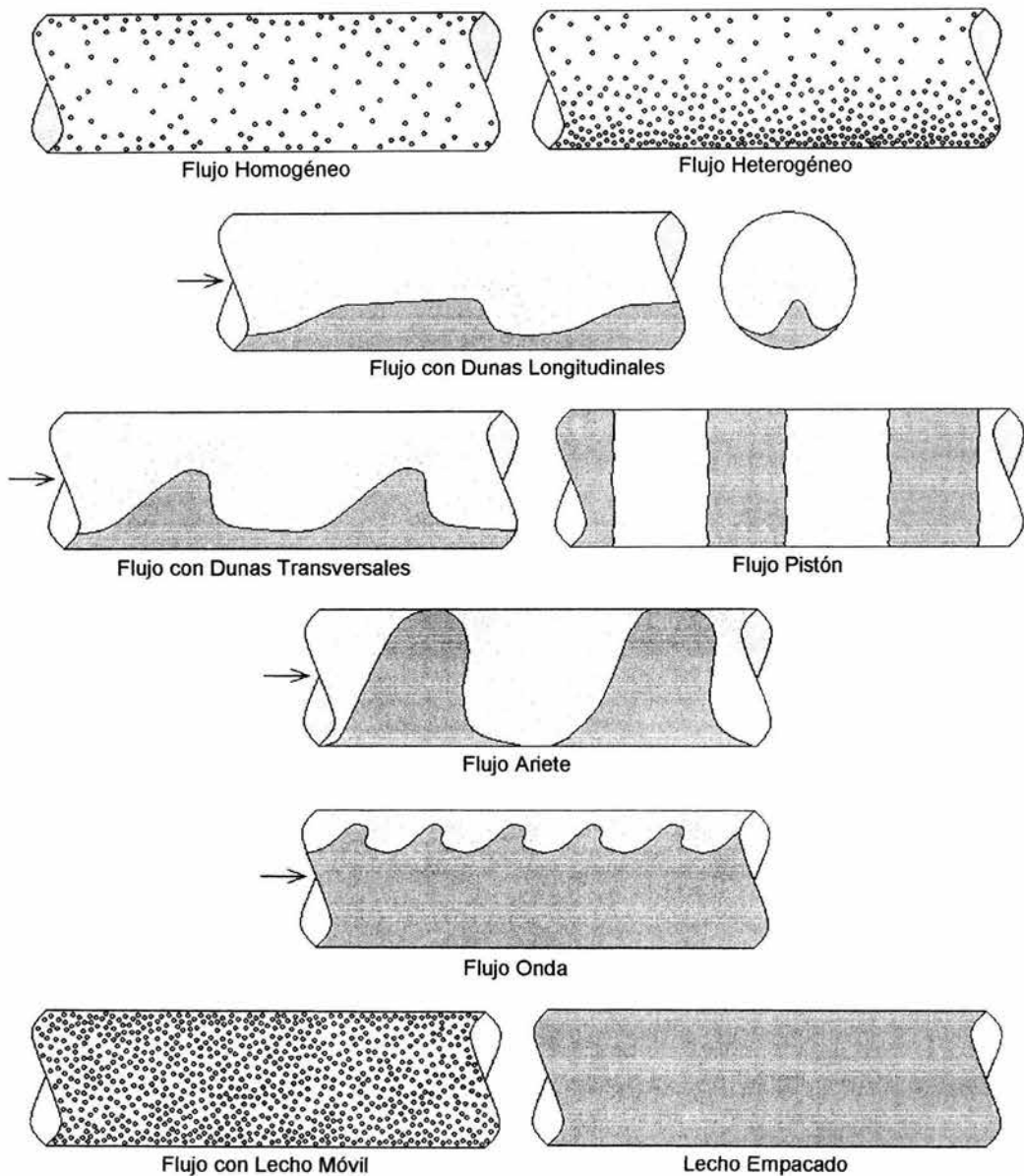


Figura 21.- Patrones de flujo a dos fases sistema gas-sólido en tuberías horizontales.

### **Lecho Empacado** (*Packed bed*)

Este no es un patrón de flujo bifásico, pues se caracteriza por la completa inmovilidad de las partículas y el flujo exclusivo de la fase gaseosa a través de los

intersticios presentes entre ellas. Este lecho estacionario se presenta a velocidades superficiales de gas inferiores a la *velocidad terminal* de las partículas. También es conocido como *bloqueo de línea* (*blockage of pipe* o *pipe plugged*), pues la finalidad del flujo a dos fases es el transporte de sólidos por una corriente de gas.

A estos patrones de flujo se les clasifica de la siguiente manera de acuerdo a la concentración de los sólidos en la sección de flujo de la tubería:

**Flujo en fase diluida:** la velocidad superficial del gas es mayor a la velocidad de sedimentación, por tanto, los sólidos se encuentran "disueltos" en el gas; también se le conoce como *transporte neumático en fase diluida*: flujos homogéneo y heterogéneo.

**Flujo en fase densa:** la velocidad superficial del gas es menor a la velocidad de sedimentación, por tanto, los sólidos se encuentran acumulados en una determinada porción de la tubería; también se le conoce como *transporte neumático en fase densa* o *flujo extrusión*: flujos con dunas, pistón, ariete, onda y lecho móvil.

## PREDICCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

Para poder dimensionar una línea de transporte de partículas sólidas, y por ende diseñar un sistema de flujo a dos fases gas-sólido, se requiere conocer primero el patrón de flujo presente en la línea. A diferencia de la identificación de patrones de flujo horizontal en sistemas gas-líquido, en los sistemas gas-sólido esta identificación no depende de la técnica empleada en la experimentación, pues los patrones son reconocidos de acuerdo al perfil de caída de presión en el cual se presentan. Aunque diversos investigadores han realizado estudios sobre el tema, sólo han sido bien delimitados los patrones de interés industrial. Existen muchos tipos de flujo cuyas fronteras no son claras o se desconocen. En la actualidad, ingenieros y científicos continúan investigando los mecanismos por los cuales se desarrollan los diferentes patrones de flujo, mientras siguen descubriéndose nuevas aplicaciones para cada uno de ellos.

El primero en desarrollar una gráfica donde son reconocidos los patrones de flujo horizontal fue Zenz<sup>60</sup>, quien elaboró un esquema cualitativo relacionando la caída de presión con la velocidad superficial de la fase gaseosa. La gráfica de Zenz es totalmente experimental y es aplicable sólo a un sistema en particular, por lo cual no constituye un mapa general de patrones de flujo.

Basándose en consideraciones de tipo teórico y en datos experimentales, Thomas<sup>56</sup> elaboró el único mapa generalizado de patrones de flujo horizontal (figura 22). Los datos empleados corresponden principalmente a sistemas agua-sólido, pero también se incluyen datos provenientes de sistemas aire-sólido.

Este mapa fue construido para un cociente  $(\rho_P - \rho_G)/\rho_G$  de 100, valor promedio frecuente en los sistemas gas-sólido, y aplica para partículas de los grupos A, B y D. Sus fronteras se presentan con gran precisión por considerar efectos friccionales para la identificación de los diferentes patrones de flujo. En el flujo con dunas transversales están incluidos los flujos ariete y onda, los cuales se presentan muy cerca de la frontera con el flujo con lecho móvil, preferentemente ubicados en la región de la ley intermedia.

Las coordenadas del mapa de Thomas son las recomendadas por von Karman<sup>55</sup>, siendo las siguientes:

$$\text{Abscisa} = \frac{d_P v_{t0} \rho_G}{\mu_G} \quad (129)$$

$$\text{Ordenada} = \frac{v_t}{v_{t0}} \quad (130)$$

En donde:

$d_P$  = diámetro de partícula en m.

$v_{t0}$  = velocidad friccional a dilución infinita en m/s:

$$v_{t0} = v_{SG} \sqrt{\frac{f_r}{2}} \quad (131)$$

$v_{SG}$  = velocidad superficial del gas en m/s, dada por la ecuación 13:

$$v_{SG} = \frac{Q_G}{3600 A} = \frac{W_G}{3600 \rho_G A} \quad (13)$$

$f_r$  = factor de fricción de Fanning, considerando sólo el flujo de gas:

$$f_r = \frac{f_D}{4} \quad (132)$$

$f_D$  = factor de fricción de Darcy, obtenido del diagrama de Moody.

$\rho_G$  = densidad del gas en  $\text{kg/m}^3$ .

$\mu_G$  = viscosidad del gas en  $\text{kg}/(\text{m s})$ .

$v_t$  = velocidad terminal de las partículas en m/s.

Para transformar centipoise a  $\text{kg}/(\text{m s})$ , multiplicar por 0.001.

Nótese el empleo de la velocidad superficial del gas en lugar de su velocidad real y la ausencia de algún parámetro dependiente de la cantidad de partículas presentes en la tubería. Debido a que los sólidos no fluyen por sí mismos en una tubería horizontal, su transporte depende exclusivamente de la cantidad de gas de arrastre, expresada en forma de velocidad superficial, la cual considera que el gas ocupa la totalidad del área de flujo de la tubería. De esta manera, el mapa de Thomas indica la velocidad superficial de gas necesaria para inducir un cierto comportamiento de las partículas y, por ende, desarrollar un determinado patrón de flujo.

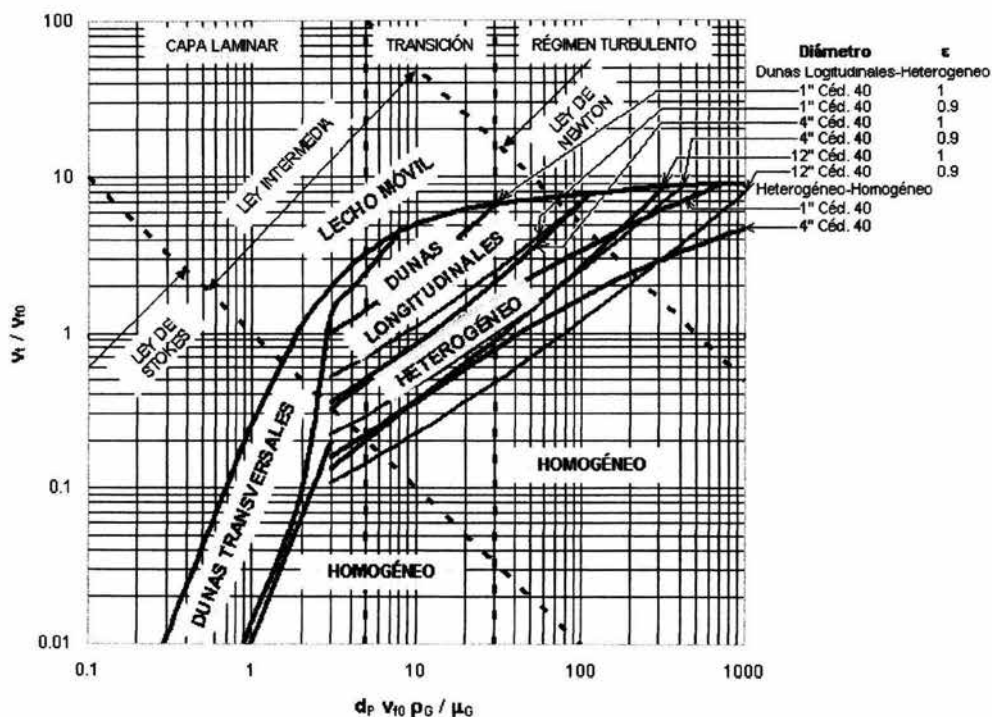


Figura 22.- Mapa de patrones de Thomas para flujo horizontal en sistemas gas-sólido. (1964)

Las fronteras de transición lecho móvil-dunas transversales, dunas transversales-dunas longitudinales y dunas longitudinales-homogéneo, son independientes del diámetro de la tubería y de la cantidad de partículas, esta última expresada como fracción de huecos. La posición de las fronteras dunas longitudinales-heterogéneo y heterogéneo-homogéneo varía respecto al diámetro de la tubería, descendiendo en el mapa al aumentar el diámetro del tubo. También se muestra en el mapa la dependencia de la frontera dunas longitudinales-heterogéneo respecto a la fracción de huecos, la cual está dada por la siguiente ecuación:

$$\epsilon = \frac{Q_G}{Q_G + Q_P} = \frac{\frac{W_G}{\rho_G}}{\frac{W_G}{\rho_G} + \frac{W_P}{\rho_P}} \quad (133)$$

En donde:

$Q_G$  y  $Q_P$  = flujos volumétricos de las fases gaseosa y sólida en  $m^3/h$ .



La velocidad terminal depende del régimen de sedimentación de las partículas, el cual es determinado mediante el número de Reynolds terminal de partícula:

$$(Re_p)_t = \frac{d_p v_t \rho_G}{\mu_G} \quad (134)$$

Si  $(Re_p)_t < 1$ , se cumple la ley de Stokes:

$$v_t = \frac{g(\rho_p - \rho_G)d_p^2}{18\mu_G} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (135)$$

Donde:

$g$  = aceleración de la gravedad =  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

$\rho_p$  = densidad de la partícula sólida en  $\text{kg/m}^3$ .

Si  $1 < (Re_p)_t < 500$ , se cumple la ley intermedia:

$$v_t = \frac{0.153 g^{0.71} d_p^{1.14} (\rho_p - \rho_G)^{0.71}}{\rho_G^{0.29} \mu_G^{0.43}} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (136)$$

Si  $(Re_p)_t > 500$ , se cumple la ley de Newton:

$$v_t = 1.74 \sqrt{\frac{g d_p (\rho_p - \rho_G)}{\rho_G}} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (137)$$

Una manera rápida de obtener esta velocidad se encuentra en el apéndice LVI del libro de Valiente Barderas y en la página 81 de la obra de Kunii y Levenspiel, la cual emplea al diámetro adimensional de partícula y a la gráfica de la figura 23, mostrada más adelante, donde sus coordenadas están dadas por:

$$d_p^* = d_p \left[ \frac{\rho \Delta \rho g}{\mu^2} \right]^{1/3} \quad (128)$$

$$u_t^* = v_t \left[ \frac{\rho^2}{\mu \Delta \rho g} \right]^{1/3} \quad (138)$$

En donde:

$d_p^*$  = diámetro adimensional de partícula.

$u_t^*$  = velocidad terminal adimensional.

$d_p$  = diámetro de partícula en m.

$v_t$  = velocidad terminal en m/s.

$\rho$  = densidad del gas en  $\text{kg/m}^3$ .

$\Delta \rho$  = diferencia de densidades entre ambas fases en  $\text{kg/m}^3$ .

$\mu$  = viscosidad del gas en  $\text{kg/(m s)}$ .

$g$  = aceleración de la gravedad =  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

Aunque la velocidad terminal depende también de la esfericidad de las partículas, si ésta es desconocida se puede suponer que las partículas son esféricas. La velocidad terminal obtenida de esta manera es la más alta posible para una partícula cayendo en el seno de un fluido, sea líquido o gas.

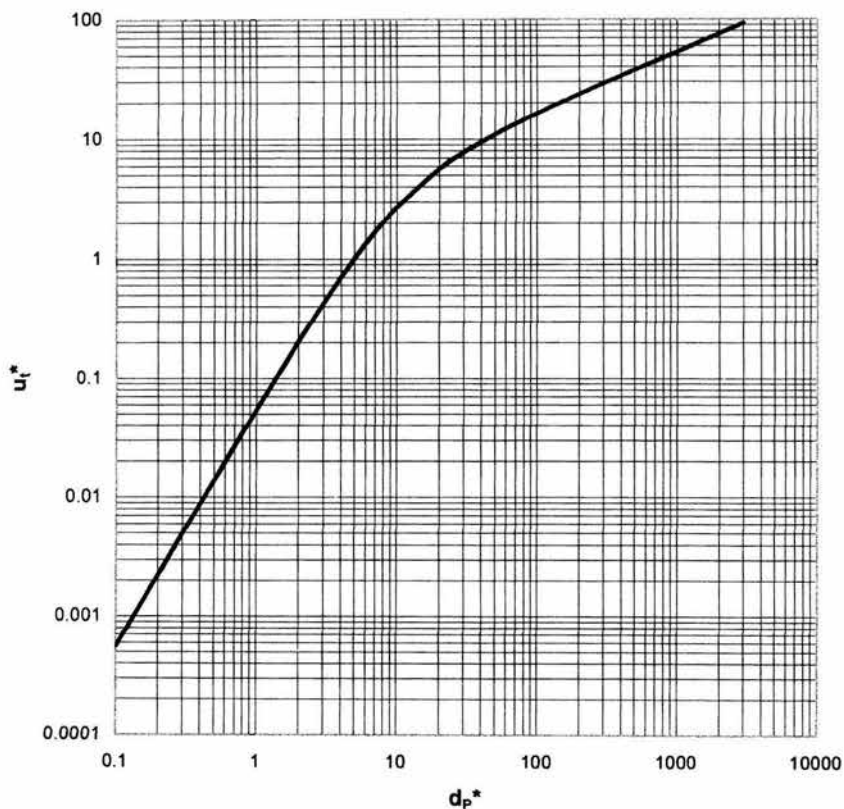


Figura 23.- Velocidad terminal de partículas esféricas en fluidos.

**Método de Thomas para determinar patrones de flujo horizontal:**

- 1.- Obtener la velocidad terminal de las partículas utilizando la gráfica de la figura 23:

$$v_t = (u_t^*) \left[ \frac{\mu \Delta \rho g}{\rho^2} \right]^{1/3} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (139)$$

2.- Calcular el Reynolds superficial de partícula:

$$Re_{SP} = \frac{d_p v_{SG} \rho_G}{\mu_G} \quad (140)$$

3.- Determinar el factor de fricción de Fanning con la ecuación 132, empleando el Reynolds superficial de partícula y el diagrama de Moody (figuras 9 ó 10), o bien, utilizando las ecuaciones de Hagen-Poiseuille (ecuación 28) o la de Chen (ecuación 29) dependiendo del régimen de flujo (laminar o turbulento, respectivamente):

$$\text{Régimen Laminar:} \quad f_D = \frac{64}{Re} \quad (28)$$

Régimen Turbulento:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon}{3.7065D} - \frac{5.0452}{Re} \log \left( \frac{1}{2.8257} \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{1.1098} + \frac{5.8506}{Re^{0.8981}} \right) \right] \quad (29)$$

4.- Calcular la velocidad friccional a dilución infinita con la ecuación 131.

5.- Obtener las coordenadas de Thomas con las ecuaciones 129 y 130, y determinar el patrón de flujo presente en la tubería con el mapa de la figura 20.

Las líneas punteadas inclinadas presentes en la figura 22, separan los diferentes regímenes de sedimentación de las partículas, mientras que las verticales indican los límites en el diámetro de las partículas relativo al espesor de la película con flujo laminar, definidos por von Karman mediante el siguiente parámetro:

$$\delta = \frac{5 \mu_G}{\rho_G v_{f0}} \quad (141)$$

En donde:

$\delta$  = espesor de la película laminar postulado por von Karman.

Si  $d_p < \delta$ , el régimen de flujo de las partículas es laminar. En el mapa de Thomas, este régimen corresponde a:

$$\frac{d_p v_{f0} \rho_G}{\mu_G} < 5 \quad (142)$$

Si  $\delta < d_p < 6\delta$ , el régimen de flujo de las partículas es transicional. En el mapa mencionado, este régimen se presenta entre:

$$5 < \frac{d_p v_{f0} \rho_G}{\mu_G} < 30 \quad (143)$$

Si  $d_p > 6\delta$ , el régimen de flujo de las partículas es turbulento. En el mapa de Thomas, este régimen corresponde a:

$$\frac{d_p v_{t0} \rho_G}{\mu_G} > 30 \quad (144)$$

### Ejemplo 11

¿Cuál será el patrón de flujo esperado en una tubería horizontal de 4 pulgadas cédula 40 por la cual fluyen 20000 kg/h de aire a una presión de 1.5 atm y 25°C de temperatura?

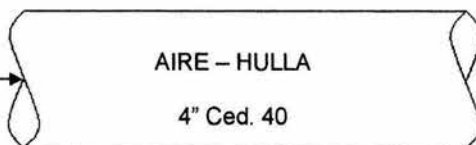
Por el tubo son transportadas partículas de hulla (carbón mineral), cuyo diámetro es de 200  $\mu\text{m}$ , con una densidad de 640  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

#### 1.-TRADUCCIÓN

$$W_G = 20000 \text{ kg/h}$$

$$P = 1.5 \text{ atm}$$

$$T = 25^\circ\text{C}$$



#### 2.-PLANTEAMIENTO

##### 2.1.-Discusión

Para encontrar el patrón de flujo deben conocerse los parámetros de Thomas y posteriormente emplear su mapa de patrones de flujo (figura 22).

##### 2.2.-Coordenadas de Thomas

$$\text{Abscisa} = \frac{d_p v_{t0} \rho_G}{\mu_G}$$

$$\text{Ordenada} = \frac{v_t}{v_{t0}}$$

#### 3.-CÁLCULOS

##### 3.1.-Velocidad terminal de partícula

$$\mu_G = 0.0183 \text{ cp} = 1.83 \times 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m s}) @ 25^\circ\text{C}, 1.5 \text{ atm}$$

$$\rho_G = \frac{1.5 \text{ atm} \left( 29 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}} \right)}{0.082 \frac{\text{m}^3 \text{ atm}}{\text{kgmolK}} (25 + 273.15) \text{K}} = 1.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$d_p^* = (200 \times 10^{-6} \text{ m}) \left[ \frac{\left(1.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) (640 - 1.78) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{\left(1.83 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}\right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 6.43$$

Con este valor del diámetro adimensional se obtiene en la gráfica de velocidad terminal de partículas en fluidos (figura 23):

$$u_t^* = 1.5$$

$$v_t = (1.5) \left[ \frac{\left(1.83 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}\right) (640 - 1.78) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{\left(1.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.2.-Velocidad friccional a dilución infinita

Para una tubería de 4" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.1023 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = 0.008213 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = \frac{20000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left(1.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) (0.008213 \text{ m}^2)} = 380.02 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_{SP} = \frac{(200 \times 10^{-6} \text{ m}) \left(380.02 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \left(1.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)}{1.83 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 7393$$

Régimen turbulento

$$\varepsilon/D = 0.00045$$

$$f_D = 0.034$$

$$f_f = \frac{0.034}{4} = 0.0085$$

$$v_{f0} = 380.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{\frac{0.0085}{2}} = 24.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3.-Coordenadas de Thomas

$$\text{Abscisa} = \frac{(200 \times 10^{-6} \text{ m}) \left( 24.77 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 1.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.83 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 481.9$$

$$\text{Ordenada} = \frac{0.50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{24.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.020$$

Con estas coordenadas, se ubica en el mapa de Thomas de la figura 22 el patrón de flujo correspondiente a la intersección de estos valores, observándose ésta última en la región de flujo homogéneo.

#### 4.-RESULTADO

El flujo obtenido es homogéneo en fase diluida.

### PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN TUBERÍAS HORIZONTALES

Para dimensionar las líneas de transporte neumático de partículas se requiere del cálculo de caída de presión a lo largo de la línea. La ingeniería ha desarrollado para ello correlaciones y metodologías aplicables a cada patrón de flujo. A la fecha, no se cuenta con un modelo teórico general capaz de predecir correctamente la caída de presión, por lo cual se exponen a continuación las correlaciones semiempíricas más empleadas en la industria por su simplicidad y precisión.

#### Transporte neumático en fase diluida

En general, la caída de presión en tuberías horizontales recibe contribuciones por aceleración y fricción. Para los flujos homogéneo y heterogéneo en fase diluida se tiene la siguiente expresión:

$$\Delta P_{2F} = \frac{\varepsilon \rho_G v_G^2}{2g_c} + \frac{(1-\varepsilon) \rho_P v_P^2}{2g_c} + F_{gw} L + F_{pw} L \quad \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (145)$$

En donde:

$\Delta P_{2F}$  = caída de presión total a dos fases en  $\text{kgf/m}^2$ .

$\varepsilon$  = fracción de huecos o holdup de la fase gaseosa.

$v_G$  = velocidad real del gas en m/s:

$$v_G = \frac{v_{SG}}{\varepsilon} \quad \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (146)$$

$v_P$  = velocidad real de las partículas sólidas en m/s:

$$v_p = \frac{G_p}{\rho_p (1-\epsilon)} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (147)$$

$G_p$  = masa velocidad de la fase sólida en  $kg/m^2s$ :

$$G_p = \frac{W_p}{A} \left[ \frac{kg}{m^2 s} \right] \quad (148)$$

$W_p$  = flujo másico de partículas en  $kg/s$ .

$A$  = área de flujo de la tubería en  $m^2$ .

$g_c = 9.81 \text{ m kg/(s}^2 \text{ kgf)}$

$F_{gw}$  = fuerza de fricción entre el gas y la pared en  $kgf/m^3$ .

$F_{pw}$  = fuerza de fricción entre las partículas y la pared en  $kgf/m^3$ .

$L$  = longitud de tramo de tubería en  $m$ .

El primer término corresponde a la caída de presión por aceleración del gas, el segundo a la caída de presión por aceleración de las partículas, el tercero es la pérdida de presión por fricción entre el gas y la pared de la tubería, y el cuarto es la caída de presión por fricción entre las partículas y la pared del tubo.

El término correspondiente a la fricción entre el gas y la pared puede ser determinado mediante la ecuación de Fanning:

$$F_{gw} = \frac{2 f_G \rho_G v_G^2}{D g_c} \left[ \frac{kgf/m^2}{m} \right] \quad (149)$$

En donde:

$f_G$  = factor de fricción de Fanning del gas.

$D$  = diámetro de la tubería en  $m$ .

Para determinar el último término de la caída de presión total, Hinkle<sup>43</sup> propuso la siguiente ecuación:

$$F_{pw} = \frac{2 f_p (1-\epsilon) \rho_p v_p^2}{D g_c} = \frac{2 f_p G_p v_p}{D g_c} \left[ \frac{kgf/m^2}{m} \right] \quad (150)$$

En donde:

$f_p$  = factor de fricción de las partículas sólidas:

$$f_p = \frac{3}{8} C_D \left( \frac{\rho_G}{\rho_P} \right) \left( \frac{D}{d_p} \right) \left[ \frac{v_G - v_p}{v_p} \right]^2 \quad (151)$$

$C_D$  = coeficiente de arrastre de las partículas.

El coeficiente de arrastre es función del Reynolds de partícula de deslizamiento entre fases y de la esfericidad de las partículas. Para obtener este coeficiente se emplea la gráfica mostrada en la figura 24, donde:

$$(Re_P)_{slip} = \frac{d_p (v_G - v_p) \rho_G}{\mu_G} \quad (152)$$

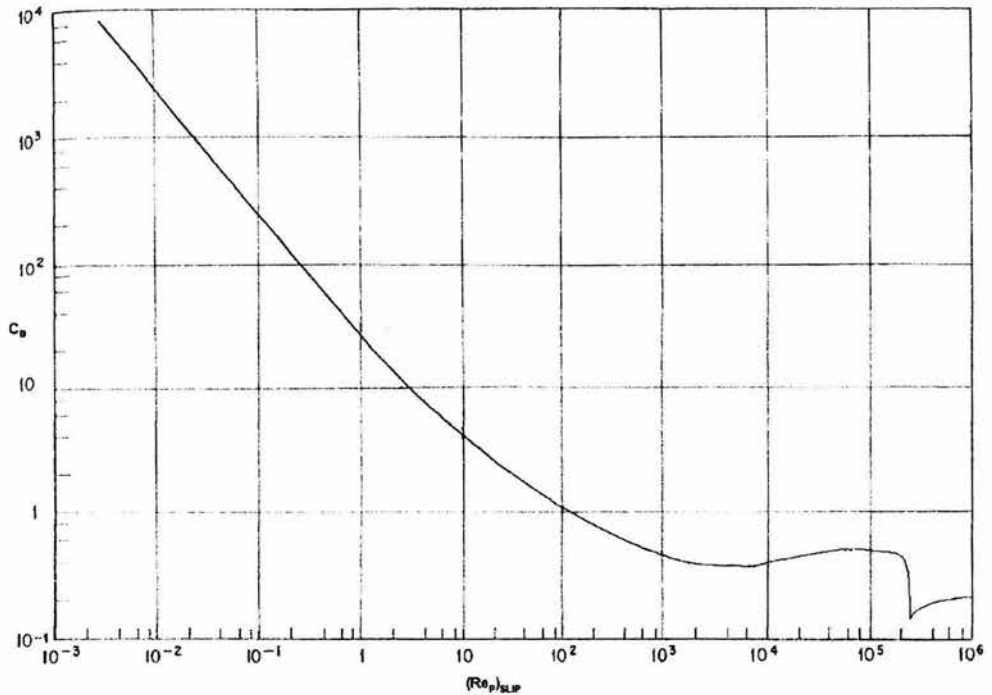


Figura 24.- Coeficiente de arrastre en función del Reynolds de partícula de deslizamiento.

A partir de datos experimentales, Hinkle obtuvo una correlación para predecir la velocidad real de las partículas, la cual es:

$$v_p = v_{SG} \left( 1 - 0.0638 d_p^{0.3} \rho_p^{0.5} \right) \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (153)$$

Empleando los datos de Hinkle, Yang<sup>58</sup> modificó la ecuación del factor de fricción de los sólidos para obtener una mayor precisión en el cálculo de la caída de presión total para flujo homogéneo. El factor de fricción entonces queda dado por:



$$f_p = 0.117 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \left[ (1-\varepsilon) \frac{(Re_p)_t}{(Re_p)_{slip}} \frac{v_G}{\sqrt{gD}} \right]^{-1.15} \quad (154)$$

En donde:

$(Re_p)_t$  = Reynolds de partícula terminal dado por la ecuación 134.

$(Re_p)_{slip}$  = Reynolds de partícula de deslizamiento entre fases dado por la ecuación 152:

$$(Re_p)_{slip} = \frac{d_p (v_G - v_p) \rho_G}{\mu_G} \quad (152)$$

### **Método de Hinkle:**

- 1.- Determinar el patrón de flujo mediante el mapa de Thomas (figura 22). Si el flujo es homogéneo o heterogéneo, se debe proseguir con este método.
- 2.- Calcular la velocidad real de las partículas con la ecuación 153.
- 3.- Obtener la fracción de huecos o holdup de gas con la siguiente ecuación:

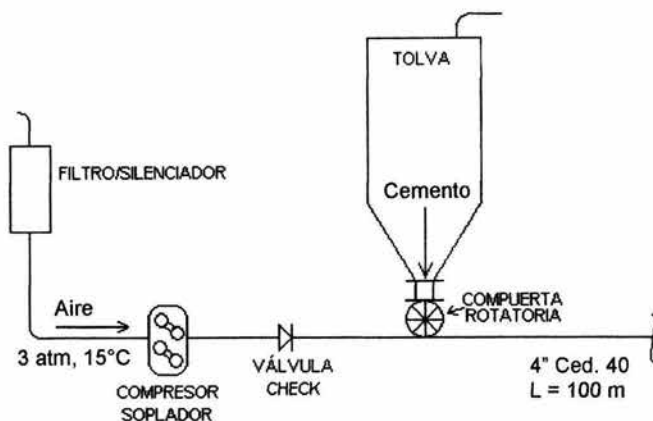
$$\varepsilon = 1 - \frac{G_p}{\rho_p v_p} \quad (155)$$

- 4.- Calcular la velocidad real del gas con la ecuación 146, empleándola para obtener el factor de fricción del gas.
- 5.- Determinar la caída de presión por fricción entre el gas y la pared con la ecuación 149.
- 6.- Calcular el factor de fricción de los sólidos con las ecuaciones 151 ó 154.
- 7.- Obtener la caída de presión por fricción entre las partículas y la pared con la ecuación 150.
- 8.- Determinar la caída de presión total con la ecuación 145.

### **Ejemplo 12**

¿Cuál es la caída de presión total en una línea horizontal de 4 pulgadas cédula 40 por la que pasan 500 kg/h de aire, a una presión de 3 atm y una temperatura de 15°C? Esta tubería transporta cemento de forma diluida, el cual es alimentado al sistema mediante una tolva a una razón de 5700 kg/h, y cuyas partículas tienen un diámetro de 81  $\mu\text{m}$  y una densidad de 1240 kg/m<sup>3</sup>. La longitud de la tubería es de 100 m.

## 1.-TRADUCCIÓN



## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

Para determinar la caída de presión, es necesario identificar primero al patrón de flujo mediante el mapa de Thomas. Posteriormente, se calculan las pérdidas de presión usando el método de Hinkle.

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Patrón de flujo

Las propiedades del aire a 3 atm y 15°C son:

$$\rho_G = 3.68 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_G = 0.0175 \text{ cp} = 1.75 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$$

$$d_p^* = 4.26$$

Con el diámetro adimensional de partícula se obtiene en la gráfica de velocidad terminal (figura 23):

$$u_t^* = 0.8$$

$$v_t = 0.20 \text{ m/s}$$

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.1023 \text{ m}$$

$$A = 0.008213 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = 4.60 \text{ m/s}$$

$$Re_{SP} = 78$$

Régimen laminar

$$f_D = \frac{64}{78} = 0.820$$

$$f_f = 0.205$$

$$v_{10} = 1.47 \text{ m/s}$$

$$\text{Abcisa} = 25.0$$

$$\text{Ordenada} = 0.136$$

El patrón de flujo es homogéneo.

### 3.2.-Fracción de huecos

$$v_P = 4.60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left[ 1 - 0.0638 (81 \times 10^{-6} \text{ m})^{0.3} \left( 1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^{0.5} \right] = 3.99 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$G_P = \frac{5700 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} (0.008213 \text{ m}^2)} = 192.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ s}}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{192.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ s}}}{1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 3.99 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)} = 0.961$$

### 3.3.-Caída de presión por fricción entre el gas y la pared

$$v_G = \frac{4.60 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.961} = 4.79 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_G = \frac{(0.1023 \text{ m}) \left( 4.79 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 3.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.75 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}} = 103044$$

Régimen turbulento

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00045$$

$$f_D = 0.020$$

$$f_G = f_f = 0.005$$

$$F_{gw} = \frac{2(0.005) \left( 3.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 4.79 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{0.1023 \text{m} \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right)} = 0.841 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

3.4.-Caída de presión por fricción entre las partículas y la pared

$$(\text{Re}_P)_t = \frac{(81 \times 10^{-6} \text{m}) \left( 0.20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 3.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.75 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 3.41$$

$$(\text{Re}_P)_{\text{slip}} = \frac{(81 \times 10^{-6} \text{m}) (4.79 - 3.99) \frac{\text{m}}{\text{s}} \left( 3.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.75 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 13.6$$

$$f_p = 0.117 \frac{(1-0.961)}{(0.961)^3} \left[ (1-0.961) \frac{3.41}{13.6} \frac{4.79 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0.1023 \text{m})}} \right]^{-1.15} = 0.174$$

$$F_{pw} = \frac{2(0.174) \left( 192.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right) \left( 3.99 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{(0.1023 \text{m}) \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right)} = 266.8 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

3.5.-Caída total de presión

$$\Delta P_{2F} = \frac{0.961 \left( 3.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 4.79 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right)} + \frac{(1-0.961) \left( 1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 3.99 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}} \right)} + \left( 0.841 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \right) (100 \text{m})$$

$$+ \left( 266.8 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \right) (100 \text{m}) = 26807.5 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

4.-RESULTADO

La caída total de presión en la línea de transporte neumático es de 26807.5 kgf/m<sup>2</sup>.

## Transporte neumático en fase densa

En el caso de los patrones de flujo con dunas (transversales y longitudinales), pistón, ariete, onda y con lecho móvil, Klinzing y Mathur<sup>44</sup> propusieron dos ecuaciones para la caída de presión total, dependiendo del Reynolds real de partícula:

$$Re_p = \frac{d_p v_G \rho_G}{\mu_G} \quad (156)$$

Si  $Re_p \leq 1$ , la fase gaseosa fluye alrededor de las partículas como en un medio poroso, aplicándose la ley de Darcy para este tipo de flujo:

$$\frac{\Delta P_{2F}}{L} = \frac{\mu_G (v_G - v_p)}{K g_c} + \frac{f_p v_p^2 \rho_B}{D g_c} \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (157)$$

En donde:

$K$  = permeabilidad en  $\text{m}^2$ :

$$K = 3.28 \times 10^{-14} \left( \frac{W_p}{W_G} \right)^{0.48} \frac{d_p^{0.43}}{D^{0.73}} \left[ \text{m}^2 \right] \quad (158)$$

$W_p$  y  $W_G$  = flujos másicos de las fases sólida y gaseosa en  $\text{kg/s}$ .

$\rho_B$  = densidad de bulto de las partículas en  $\text{kg/m}^3$ :

$$\rho_B = (1 - \varepsilon) \rho_p \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (159)$$

El primer término corresponde a la caída de presión por flujo en medio poroso, y el segundo es la caída de presión por fricción.

El factor de fricción recomendado es el obtenido por Yang<sup>59</sup> para flujo en fase densa:

$$f_p = 0.0410 \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} \left[ (1 - \varepsilon) \frac{(Re_p)_t}{(Re_p)_{slip}} \right]^{-1.021} \quad (160)$$

Si  $Re_p > 1$ , Klinzing y Mathur desarrollaron una ecuación de caída de presión para flujo denso turbulento, la cual es:

$$\frac{\Delta P_{2F}}{L} = \frac{\alpha}{g_c} (v_G - v_p)^2 \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (161)$$

En donde:

$\alpha$  = parámetro de Klinzing-Mathur:

$$\alpha = 6.59 \times 10^{-4} \left( \frac{W_p}{W_G} \right)^{3.15} \frac{D^{0.36}}{d_p^{0.84}} \quad (162)$$

Estos investigadores utilizaron la siguiente expresión para la velocidad real de las partículas en este tipo de transporte neumático:

$$v_p = v_{SG} \left( 1 - 0.68 d_p^{0.93} \rho_p^{0.5} \rho_G^{-0.2} D^{-0.54} \right) \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (163)$$

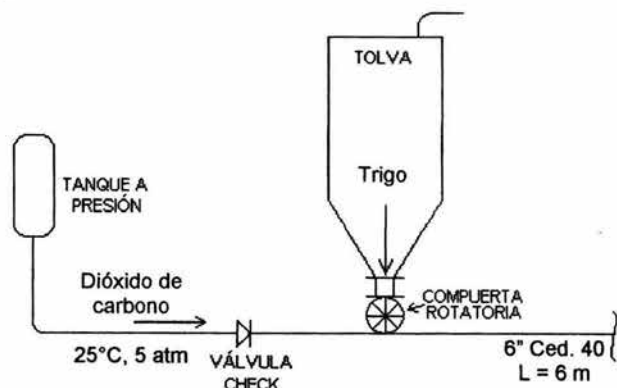
### Método de Klinzing-Mathur:

- 1.- Determinar el patrón de flujo mediante el mapa de Thomas (figura 22). Si el flujo es con dunas longitudinales, dunas transversales o lecho móvil, prosígase con este método.
- 2.- Calcular la velocidad real de partícula con la ecuación 163.
- 3.- Obtener la fracción de huecos con la ecuación 155.
- 4.- Calcular la velocidad real del gas con la ecuación 146.
- 5.- Calcular el Reynolds real de partícula con la ecuación 156.
- 6.- Determinar la caída de presión total con las ecuaciones 157 ó 161, dependiendo del Reynolds real de partícula.

### Ejemplo 13

Determinar la caída total de presión en una tubería horizontal de 6 pulgadas cédula 40 y 6 m de longitud, por la cual fluyen 1200 kg/h de dióxido de carbono, a una temperatura de 25°C y 5 atm de presión. Por la línea son transportados 50000 kg/h de trigo. Los granos tienen un diámetro promedio de 4.8 mm y su densidad es de 750 kg/m<sup>3</sup>.

#### 1.-TRADUCCIÓN



## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

El patrón de flujo es determinado con el mapa de Thomas de la figura 22, y la caída de presión es calculada mediante el método de Klinzing-Mathur.

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Patrón de flujo

Las propiedades del dióxido de carbono a 5 atm y 25°C son:

$$\rho_G = 9.00 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_G = 0.0148 \text{ cp} = 1.48 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$$

$$d_P^* = 321$$

Con el diámetro adimensional de partícula se obtiene en la gráfica de velocidad terminal (figura 23):

$$u_t^* = 30$$

$$v_t = 3.30 \text{ m/s}$$

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.1541 \text{ m}$$

$$A = 0.018639 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = 1.99 \text{ m/s}$$

$$Re_{SP} = 5809 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.00030$$

$$f_D = 0.036$$

$$f_f = 0.009$$

$$v_{f0} = 0.13 \text{ m/s}$$

$$\text{Abscisa} = 379.5$$

$$\text{Ordenada} = 25.4$$

El patrón obtenido es el de flujo con lecho móvil.

### 3.2.-Fracción de huecos

$$v_p = 1.99 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left[ 1 - 0.68 (4.8 \times 10^{-3} \text{ m})^{0.93} \left( 750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^{0.5} \left( 9.00 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^{-0.2} (0.1541 \text{ m})^{-0.54} \right] = 1.53 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$G_p = 745.15 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{745.15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ s}}}{750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 1.53 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)} = 0.35$$

### 3.3.-Caída de presión total

$$v_G = \frac{1.99 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.35} = 5.69 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_p = \frac{(4.8 \times 10^{-3} \text{ m}) \left( 5.69 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.48 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}} = 16609 > 1$$

$$\alpha = 6.59 \times 10^{-4} \left( \frac{50000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1200 \frac{\text{kg}}{\text{h}}} \right)^{3.15} \frac{(0.1541 \text{ m})^{0.36}}{(4.8 \times 10^{-3} \text{ m})^{0.84}} = 3772.1$$

$$\Delta P_{2F} = \frac{3772.1}{9.81 \frac{\text{m kg}}{\text{s}^2 \text{ kgf}}} \left( 5.69 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1.53 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 (6 \text{ m}) = 39925.7 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

## 4.-RESULTADO

La caída total de presión en la línea de transporte neumático de granos de trigo es de 39925.7 kgf/m<sup>2</sup>.

Los métodos de Hinkle y de Klinzing-Mathur predicen las caídas de presión a dos fases gas-sólido en tuberías horizontales con un error de  $\pm 20\%$ . Ambos métodos son muy simples, comparados con otros cuyo procedimiento es iterativo y de respuesta dudosa.

Existen otras correlaciones semiempíricas para encontrar las caídas de presión en flujo horizontal a dos fases gas-sólido. El lector interesado puede consultar las correlaciones de Mehta-Smith-Comings<sup>49</sup>, Vogt-White<sup>57</sup>, Rose-Duckworth<sup>54</sup>, Chari<sup>38</sup>, entre otras más.



## PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

Hay diferentes patrones de flujo cuando ambas fases avanzan en sentido ascendente o descendente. Esta diferencia en el número y características de los patrones de flujo se debe a la resistencia de los sólidos a ser desplazados en sentido contrario a la gravedad, en el flujo ascendente, y a la facilidad de flujo de las partículas en el flujo descendente. Aunque presentan similitudes entre sí, con frecuencia son tratados por separado.

### ***Patrones de flujo vertical ascendente***

En este tipo de flujo, existe la mayor cantidad de estudios y de aplicaciones respecto a los demás sistemas de flujo bifásico gas-sólido. Los investigadores han encontrado en el flujo ascendente de partículas un área amplia de aplicación a diversas operaciones y procesos unitarios. Como ejemplos se tienen los procesos de secado de materiales, recubrimiento de partículas, combustión, cracking catalítico, transporte neumático de sólidos, entre otros más. Existen tres patrones de flujo a dos fases y siete patrones de fluidización (figura 25). Aunque estos últimos y el de lecho fijo no son patrones reales de flujo bifásico, serán descritos con la finalidad de proporcionar una visión más amplia del fenómeno. Arreglados en orden creciente de velocidad de gas, los patrones de flujo son:

#### **Lecho Fijo** (*Fixed bed*)

Este no es un patrón de flujo a dos fases gas-sólido, pues la fase gaseosa asciende a través de los intersticios y huecos presentes entre las partículas, las cuales permanecen inmóviles. Este lecho se da a velocidades superficiales de gas inferiores a la *velocidad mínima de fluidización* (*minimum fluidization velocity*). En caso de tratarse de partículas del grupo D, si el gas penetra por un solo orificio en la parte inferior del lecho, se da a velocidades superficiales de gas inferiores a la *velocidad de chorro mínima* (*minimum spouting velocity*). También se le suele llamar *lecho empacado* (*packed bed*).

#### **Lecho con Chorro** (*Spouted bed* o *Spouting*)

Este patrón de fluidización ocurre cuando una corriente de gas es inyectada verticalmente a una alta velocidad a través de una pequeña abertura u orificio en la parte inferior del lecho. Este *chorro de gas* penetra en el lecho, arrastrando con ello algunas partículas hacia arriba, y formando así una región tubular de flujo diluido. Al llegar estas partículas arrastradas a la superficie del lecho, ascienden y luego descienden en un movimiento parabólico, conformando de esta manera una *fuerza de partículas*, las cuales caen sobre la porción del lecho conocida como *región anular*, localizada entre la pared y el chorro de gas.

Las partículas de la región anular se mueven hacia abajo y recirculan hacia el chorro de gas, constituyendo un patrón circular de flujo de sólidos. El mezclado de las partículas es más regular y cíclico respecto al existente en otros patrones de fluidización, debido a que es axialmente inducido por el flujo de gas a chorro.

Se presenta a velocidades superficiales de gas mayores a la velocidad de chorro mínima, típicamente con partículas del grupo D, pero también puede darse con partículas del grupo B en lechos poco profundos (*shallow beds*). También se le conoce como *fluidización a chorro*.

### **Canalización** (*Channeling*)

Se caracteriza por el flujo de gas en forma de canales, los cuales van desde el distribuidor del gas, en la parte inferior del lecho, hasta la superficie del mismo. En este patrón de fluidización, la magnitud de las fuerzas de contacto entre partículas es mayor a la de sus fuerzas inerciales, causando la agregación de los sólidos y evitando la distribución uniforme de la fase gaseosa en la totalidad del lecho. De esta manera, las partículas no alcanzan a ser separadas lo suficiente por el gas como para ser soportadas por las fuerzas de arrastre y de empuje ascendentes de la fase gaseosa. El comportamiento de los canales es consecuencia de la densidad, tamaño y forma de las partículas. Además de la formación de canales, pueden aparecer resquebrajamiento en el lecho e incluso tapones sólidos de ascenso limitado. Se presenta sólo con partículas del grupo C, a velocidades superficiales de gas mayores a la velocidad mínima de fluidización. También puede ocurrir en lechos de partículas no cohesivas con una pobre y no uniforme distribución de gas.

### **Fluidización Particulada** (*Particulate fluidization* o *Smooth fluidization*)

El gas fluye a través de los intersticios existentes entre las partículas del lecho, sin la formación de burbujas. Al incrementarse la velocidad superficial del gas, el espacio entre partículas aumenta, provocando la expansión uniforme del lecho. Se presenta sólo con partículas del grupo A, a velocidades superficiales de gas mayores a la velocidad mínima de fluidización pero menores a la *velocidad mínima de burbujeo* (*minimum bubbling velocity*). También se le suele llamar *fluidización sin burbujeo* (*non-bubbling fluidization*).

### **Fluidización con Burbujeo** (*Bubbling fluidization*)

Este patrón de fluidización se caracteriza por la formación de burbujas de gas en el seno del lecho de partículas, por cuyos intersticios fluye la fase gaseosa a una velocidad diferente a la de las burbujas. La región del lecho que no constituye una burbuja, sino se encuentra en un estado similar a la fluidización particulada, es conocida como *emulsión*. En este régimen aparecen los fenómenos de ruptura y coalescencia de burbujas, favoreciéndose este último al aumentar la velocidad superficial del gas.

Las burbujas son esféricas o elipsoidales, en cuya parte inferior se forma una *estela* de partículas más separadas entre sí respecto a la emulsión. Al llegar a la superficie del lecho, las burbujas se revientan aventando a las partículas constituyentes de su interfase superior. Si la velocidad de las burbujas es mayor a la del gas en la emulsión, la burbuja presenta una interfase similar a la estela conocida como *nube* o *nubosidad*, por la cual circula el gas saliente de la burbuja,

contorneándola desde su parte superior hasta la estela para volver a alimentarla. Si la velocidad de las burbujas es menor a la superficial del gas, la burbuja carece de nube.

Este patrón se presenta con partículas de los grupos A, B y D, a velocidades superficiales de gas mayores a la velocidad mínima de burbujeo, para el grupo A, o mayores a la velocidad mínima de fluidización, para los grupos B y D. En el caso de lechos de partículas del grupo D, se presenta un burbujeo muy violento si el distribuidor de gas es convencional, es decir, si tiene múltiples orificios a diferencia del empleado para la fluidización a chorro.

### **Flujo Bala** (*Slug flow* o *Slugging*)

Al incrementarse el tamaño de las burbujas a más de la tercera parte del diámetro del lecho, su velocidad de ascenso es controlada por las dimensiones del mismo, adquiriendo forma de bala. Se presenta sólo en lechos fluidizados de diámetro pequeño y/o de un gran cociente altura/diámetro, con partículas de los grupos A, B y D, a velocidades superficiales de gas mayores a la *velocidad mínima de flujo bala* (*minimum slugging velocity*). A velocidades de gas muy altas, las burbujas se rompen instaurándose en el lecho el régimen de fluidización turbulenta, en el caso de partículas del grupo A, o el de fluidización rápida para los otros dos grupos de sólidos. Este patrón también puede desarrollarse si no hay una buena distribución de la fase gaseosa en el lecho.

Por su forma, existen tres tipos de burbuja en este patrón de fluidización:

***Bala de punta redonda*** (*round-nosed slug*): ocurre en sistemas de partículas relativamente finas (grupos A y B).

***Bala de pared*** (*wall slug*): ocurre en lechos de paredes muy rugosas, de partículas grandes (grupos B y D) de forma angular, y a altas velocidades de gas. Este tipo de burbuja se presenta en la parte superior del lecho, donde fluye sobre la pared del tubo. Su forma es similar a la de punta redonda, pero por estar sobre la pared sólo se presenta una mitad. Por esta razón, también se le conoce como *media bala* (*half slug*).

***Bala cuadrada*** (*square-nosed slug*): ocurre en lechos de partículas muy grandes (grupo D). El flujo de este tipo de burbujas es mejor conocido como *flujo tapón* (*plug flow*).

### **Fluidización Turbulenta** (*Turbulent fluidization* o *Churning fluidization*)

Este régimen se caracteriza por la no diferenciación existente entre las burbujas y la emulsión, pues la suspensión de las partículas es prácticamente homogénea. A diferencia de la fluidización con burbujeo, la ruptura de las burbujas es favorecida al incrementarse la velocidad superficial del gas, resultando en una reducida presencia de burbujas grandes. La superficie del lecho se vuelve difusa, pues una cierta cantidad de material es proyectada constantemente. Se presenta

con partículas de todos los grupos, a velocidades superficiales de gas mayores a la *velocidad mínima de fluidización turbulenta (onset of turbulent fluidization)*.

### **Fluidización Rápida** (*Fast fluidization*)

Se caracteriza por la presencia de una región densa en el fondo del lecho y por una diluida sobre el lecho, con una interfase de transición difusa entre ambas regiones. Existe un flujo descendente de partículas por las paredes del tubo en la región diluida. Se presenta con partículas de todos los grupos, con una masa velocidad de partículas menor a  $200 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$ , y a velocidades superficiales de gas mayores a la *velocidad de transporte (transport velocity)*. Si el régimen anterior es flujo bala, la velocidad de transición entre ese patrón y la fluidización rápida es la *velocidad de estrangulamiento del flujo (choking velocity)*. El fenómeno de *estrangulamiento del flujo* consiste en la precipitación súbita de todas las partículas acarreadas por la fase gaseosa, debida a la disminución de la velocidad superficial del gas. Es similar al fenómeno de sedimentación de las partículas para formar dunas en tuberías horizontales, y se presenta en la transición de fluidización rápida a flujo bala.

Este régimen es un patrón incipiente de flujo, pues comienza un limitado transporte neumático de partículas muy finas, debido a su facilidad de acarreo. Por esta razón, también es conocido como *flujo colapsado (collapsed flow)*.

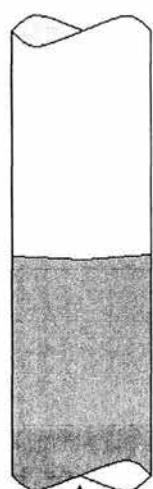
### **Transporte Denso Ascendente** (*Dense suspension upflow*)

El flujo de las partículas sólidas es ascendente, encontrándose dispersas en la corriente de gas. La interacción entre partículas es grande aún, pues la concentración de los sólidos en la sección de flujo de la tubería es alta. A diferencia de la fluidización rápida, no presenta regiones segregadas en la tubería ni un flujo descendente de partículas por las paredes del tubo. Proviene del régimen de fluidización turbulenta, al aumentar la velocidad superficial del gas. Se presenta sólo con partículas de los grupos A y B, a velocidades superficiales de gas muy altas y a una masa velocidad de partículas mayor a  $200 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$ , con una fracción de huecos superior a 0.75 e inferior a 0.90. Se le suele denominar *transporte neumático en fase densa (dense phase pneumatic conveying)*.

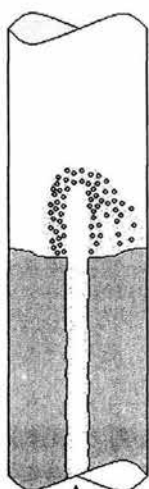
### **Flujo Anular** (*Core-annulus flow*)

Existe un flujo descendente de partículas sobre las paredes de la tubería, constituyendo una región con forma de anillo por cuyo centro asciende la fase gaseosa. Esta fase arrastra partículas sólidas, transportándolas hacia la parte superior del tubo y conformando así una región central de transporte en fase diluida. Se presenta con partículas de todos los grupos, a velocidades superficiales de gas muy altas pero inferiores a la *velocidad de mínima caída de presión (minimum pressure drop velocity)*. El punto mínimo en una gráfica de caída de presión marca la transición hacia el transporte neumático en fase diluida. Este mínimo se da al balancearse las fuerzas de fricción y las gravitacionales actuantes sobre las partículas. A velocidades superficiales de gas inferiores a este

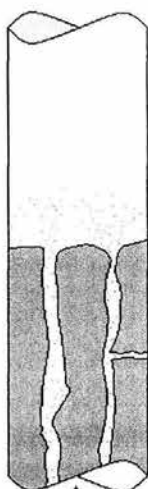
punto, las fuerzas gravitacionales dominan sobre la fase sólida, mientras que a velocidades mayores, las fuerzas de fricción controlan el comportamiento de las partículas. Por esta razón, el anillo de sólidos fluye hacia abajo. A este patrón de flujo también se le conoce como *flujo heterogéneo en fase diluida* (*heterogeneous dilute phase flow*) o *flujo transición* (*transition flow*).



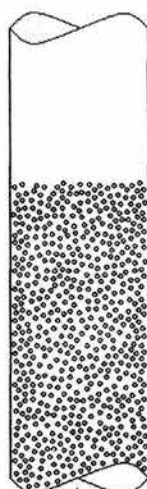
Lecho Fijo



Lecho con Chorro



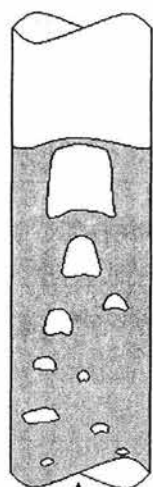
Canalización



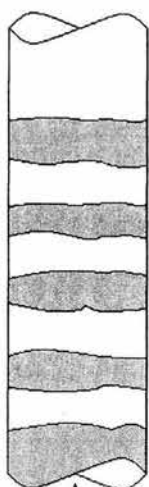
Fluidización Particulada



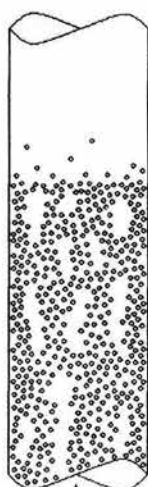
Fluidización con Burbujeo



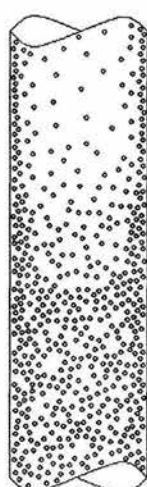
Flujo Bala de punta redonda



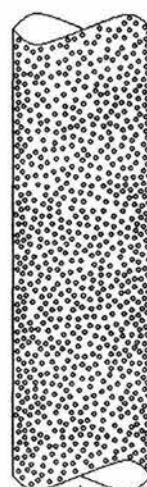
Flujo Bala cuadrada



Fluidización Turbulenta



Fluidización Rápida



Transporte Denso Ascendente

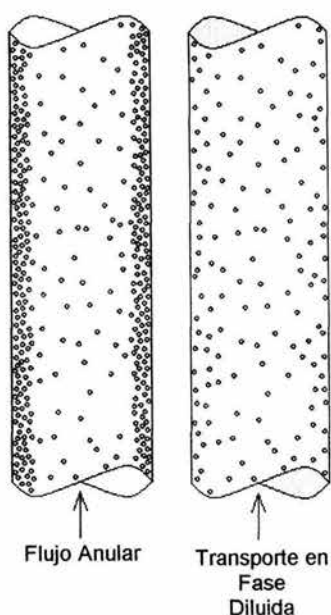


Figura 25.- Patrones de flujo ascendente a dos fases sistema gas-sólido en tuberías verticales.

### **Transporte en Fase Diluida** (*Dilute phase conveying*)

Las partículas se encuentran dispersas en la corriente de gas, de forma similar a su contraparte horizontal, es decir, al flujo homogéneo. A diferencia del transporte denso ascendente, la interacción entre partículas es prácticamente inexistente debido a la gran separación entre ellas y a su baja concentración a lo largo y ancho de la tubería. Se presenta con partículas de todos los grupos, a velocidades superficiales de gas mayores a la velocidad de mínima caída de presión, y con fracciones de huecos superiores a 0.99. Se le suele denominar *flujo homogéneo en fase diluida* (*homogeneous dilute phase flow*) o simplemente *transporte neumático* (*pneumatic transport* o *pneumatic conveying*).

A esta serie de patrones de flujo y fluidización ascendentes se les clasifica de acuerdo a la concentración de los sólidos en la tubería, como sigue:

**Fluidización en fase diluida:** la velocidad superficial del gas es mayor a la de estrangulamiento del flujo, por lo cual los sólidos son acarreados por el gas; se le suele llamar *transporte neumático ascendente* o *flujo en fase diluida* (*dilute phase flow* o *lean phase flow*): fluidización rápida, transporte denso ascendente, flujo anular y transporte en fase diluida.

**Fluidización en fase densa:** la velocidad superficial del gas es menor a la de estrangulamiento del flujo, por lo que las partículas sólidas permanecen en el lecho; se le designa genéricamente como *lecho fluidizado*: lecho con chorro, canalización, flujo bala y fluidizaciones particulada, con burbujeo y turbulenta. Al conjunto formado por el flujo bala y las fluidizaciones con burbujeo y turbulenta es también conocido como *fluidización agregativa*.

### **Patrones de flujo vertical descendente**

Este tipo de flujo se encuentra principalmente en los tubos de descarga de silos y tolvas, y en columnas de contacto gas-sólido por etapas. Existen tres patrones de flujo a dos fases (figura 26), los cuales son similares a los lechos fluidizados con flujo ascendente de la fase gaseosa. Arreglados en orden creciente de velocidad de deslizamiento entre fases, los patrones de flujo son los siguientes:

#### **Flujo en Lecho Empacado** (*Packed bed flow*)

Este patrón de flujo se caracteriza por el descenso de una masa de partículas a modo de lecho empacado, a través de cuyos intersticios fluye la fase gaseosa. Se presenta con partículas de los grupos A, B y D, a velocidades de deslizamiento absolutas menores a la velocidad relativa mínima de fluidización. También se le conoce como *transporte en lecho móvil* (*moving bed transport*).

#### **Flujo en Lecho Fluidizado sin Burbujeo** (*Fluidized bed flow*)

Se caracteriza por el flujo descendente de partículas a modo de lecho con fluidización particulada, existiendo un mayor espacio entre partículas respecto al flujo en lecho empacado. Se presenta sólo con partículas del grupo A, a velocidades de deslizamiento absolutas mayores a la velocidad relativa mínima de fluidización. También se le suele llamar *transporte en suspensión* (*suspension transport*).

#### **Flujo en Lecho Fluidizado con Burbujeo** (*Bubbling fluidized bed flow*)

Este patrón de flujo es similar al anterior, pero con la formación de burbujas a modo de lecho fluidizado con burbujeo. Si la velocidad superficial del gas es menor a la de las partículas, las burbujas ascienden, pero si es mayor, entonces las burbujas descienden por la tubería. Se presenta con partículas de los grupos A, B y D, a velocidades de deslizamiento absolutas mayores a la velocidad relativa mínima de burbujeo, si se trata de partículas del grupo A, o mayores a la velocidad relativa mínima de fluidización, en el caso de partículas de los grupos B y D.

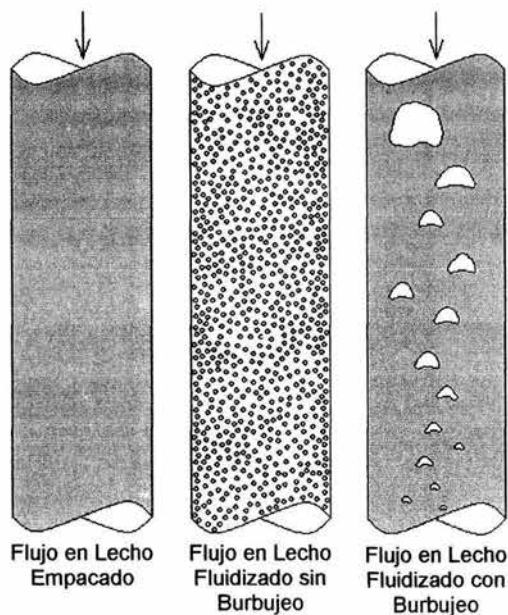


Figura 26.- Patrones de flujo descendente a dos fases sistema gas-sólido en tuberías verticales.

## PREDICCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

En el transcurso del siglo XX, diversos mapas de patrones de flujo vertical ascendente fueron desarrollados, algunos cualitativos y específicos para un sistema en particular, otros cuantitativos con inclusión de rangos de aplicación industrial típicos o recomendables. Zenz<sup>60</sup> fue el primero en desarrollar uno de esos mapas cualitativos, similar al suyo propio para flujo horizontal, sin realizar algún intento de generalización. El primer mapa cuantitativo generalizado fue el de Reh<sup>53</sup>, en el cual se muestran zonas de condiciones de operación típicas de lechos fluidizados y de líneas de transporte neumático ascendente. Las coordenadas de este mapa son grupos adimensionales bien conocidos.

Basándose en este último mapa y en datos experimentales, Grace<sup>42</sup> desarrolló un mapa de patrones de flujo más amplio que el de Reh y más generalizado (figura 27), pues los gases empleados para su elaboración son aire, nitrógeno, dióxido de carbono, helio, freón 12 y tetracloruro de carbono, y los intervalos de temperatura y presión son de 20°C a 300°C y de 0.9 atm a 84 atm, respectivamente.



Las coordenadas del mapa de Grace también son adimensionales y fueron obtenidas mediante un análisis dimensional. Las coordenadas de Grace están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$d_p^* = d_p \left[ \frac{\rho_G (\rho_p - \rho_G) g}{\mu_G^2} \right]^{1/3} = Ar^{1/3} \quad (164)$$

$$u^* = v_{SG} \left[ \frac{\rho_G^2}{\mu_G (\rho_p - \rho_G) g} \right]^{1/3} = Ly^{1/3} = \frac{Re_{SP}}{Ar^{1/3}} \quad (165)$$

En donde:

$d_p^*$  = diámetro adimensional de partícula.

$u^*$  = velocidad superficial adimensional de la fase gaseosa.

$Ar$  = número de Arquímedes, también llamado número de Galileo ( $Ga$ ):

$$Ar = \frac{d_p^3 \rho_G (\rho_p - \rho_G) g}{\mu_G^2} \quad (166)$$

$Ly$  = número de Lyaşchenko, también llamado número de similaridad ( $M$ ):

$$Ly = \frac{v_{SG}^3 \rho_G^2}{\mu_G (\rho_p - \rho_G) g} \quad (167)$$

Las áreas correspondientes al transporte neumático, fluidización rápida, lecho con burbujeo y lecho fijo fueron tomadas directamente del mapa de Reh<sup>53</sup>, pues éste último graficó los puntos de operación industrial de los diferentes equipos de manejo de mezclas gas-sólido. Es decir, estas áreas son recomendaciones de operación de acuerdo a la experiencia. No son áreas determinadas teóricamente ni están basadas en criterios de transición semiempíricos.

Grace presentó otras áreas adicionales a las de Reh basándose en datos experimentales, y menciona la posibilidad de extensión de todas las regiones por él mapeadas, aunque en la industria los equipos operan regularmente dentro de esas áreas enmarcadas.

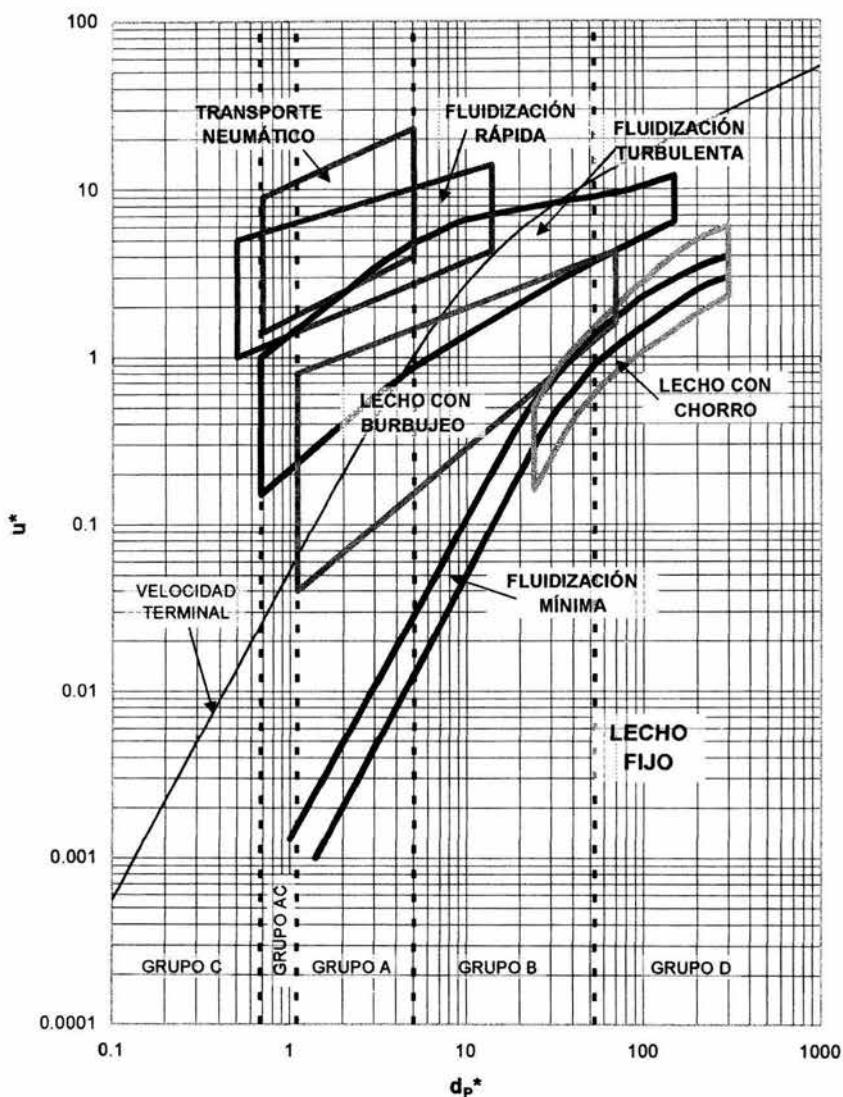


Figura 27.- Mapa de patrones de Grace para flujo vertical ascendente en sistemas gas-sólido. (1986)

Basado en el mapa de Grace y en correlaciones semiempíricas para las transiciones entre patrones de flujo y regímenes de fluidización, en el presente texto se propone el siguiente mapa generalizado de patrones de flujo vertical ascendente.

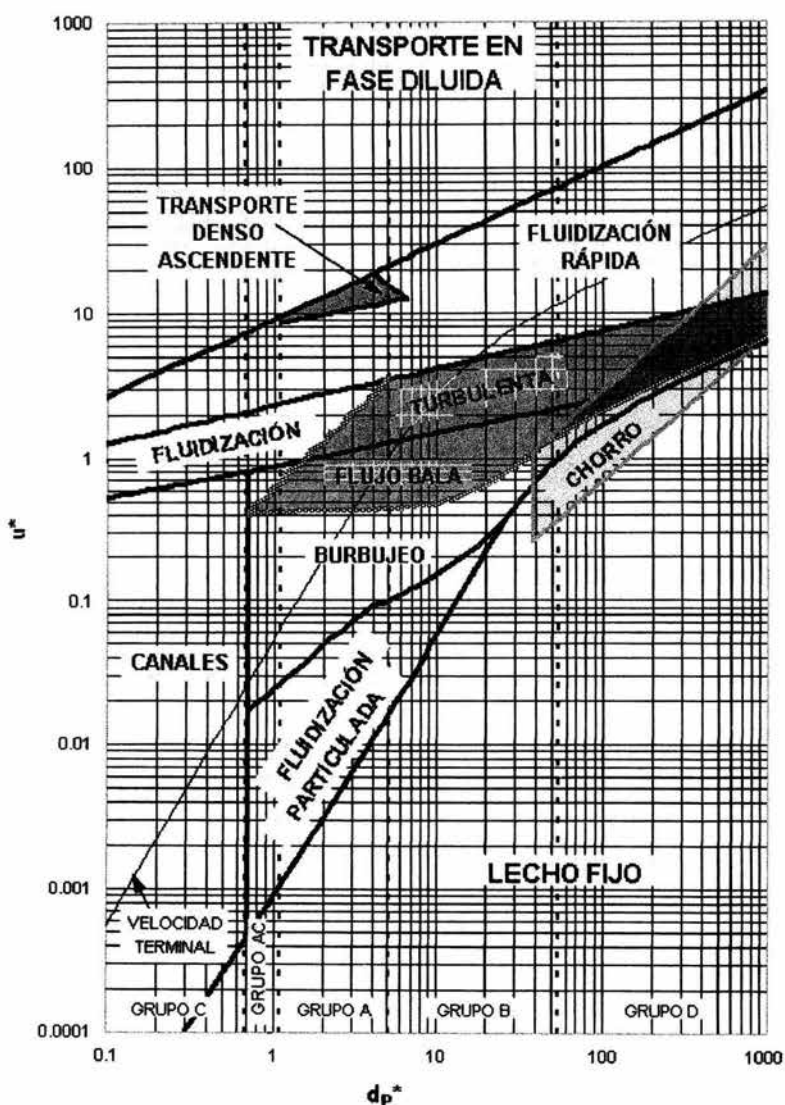


Figura 28.- Mapa de patrones generalizado para flujo vertical ascendente en sistemas gas-sólido. (2004)

Este mapa emplea las mismas coordenadas del de Grace, pero las regiones de patrones de flujo son más amplias por estar delimitadas mediante criterios de transición semiempíricos<sup>36</sup>. Debido a que algunos de estos criterios varían de acuerdo a las características particulares de cada sistema o a la definición de algunos investigadores, las fronteras entre patrones no son líneas sino regiones de transición gradual.

Los gases empleados para su elaboración son aire, nitrógeno y dióxido de carbono, por ser los más comunes. No se utilizaron las propiedades del freón 12 por ser una sustancia prohibida a nivel internacional por el Protocolo de Montreal. El intervalo de temperaturas va de 15°C a 100°C, y el de presiones va de 1 atm a 30 atm.

Este mapa utiliza la velocidad superficial de la fase gaseosa debido a que la fluidización de las partículas depende exclusivamente de la velocidad de flujo del gas, por lo cual no se requiere conocer la cantidad de partículas presentes en la tubería vertical. De esta manera, el mapa generalizado de patrones de flujo vertical ascendente muestra la velocidad superficial de gas necesaria para desarrollar a cada patrón de fluidización en el interior de la tubería.

A diferencia de la fluidización, el transporte neumático de las partículas depende además de la masa velocidad de las mismas, lo cual se muestra en la siguiente gráfica complementaria al mapa anterior.

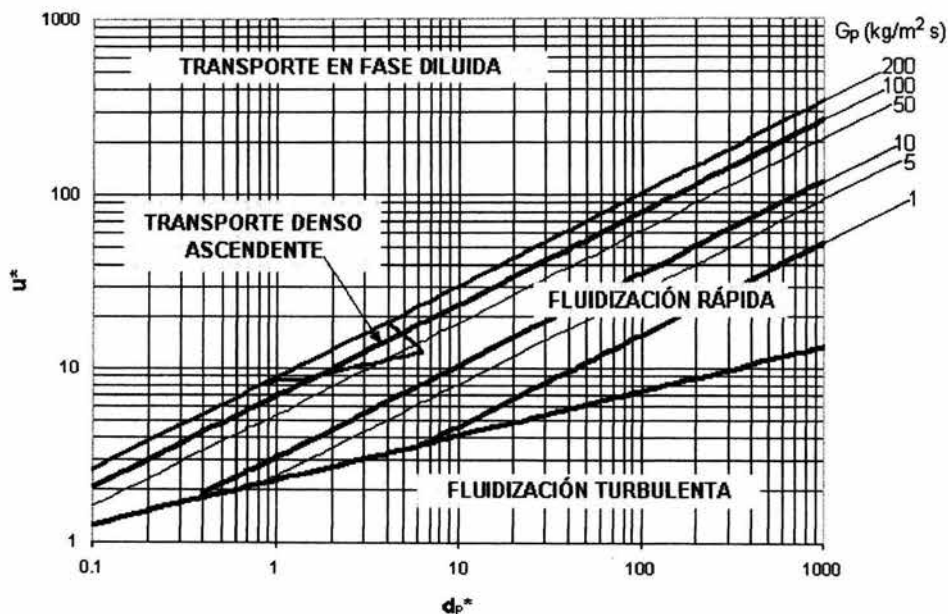


Figura 29.- Gráfica complementaria al mapa de patrones generalizado para flujo vertical ascendente. Las fronteras entre los patrones de transporte neumático están en función de la masa velocidad de los sólidos. (2004)

En el mapa generalizado, el patrón de fluidización a chorro se encuentra sobrepuesto a los de lecho fijo, fluidización con burbujeo, flujo bala y fluidizaciones turbulenta y rápida. Este régimen sólo se presenta en lechos cuyo distribuidor de gas tiene un solo orificio central. A condiciones de operación por fuera de la región, este tipo de lechos presentan los patrones de flujo mostrados alrededor de la región mencionada.

El área correspondiente al patrón de fluidización con flujo bala está encima de los de fluidización con burbujeo y fluidización turbulenta. Sólo se presenta en lechos muy profundos o cuyo diámetro es muy pequeño. Fuera de esta región, se desarrollan los patrones circunvecinos en el seno de este tipo de lechos.

En el mapa de la figura 28, la región de transporte denso ascendente se encuentra sobrepuesta a la de fluidización rápida, presentándose sólo cuando la masa velocidad de los sólidos es mayor a  $200 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , como se muestra en la gráfica de la figura 29.

La curva de velocidad terminal es mostrada como referencia. Falta un mayor número de estudios experimentales sobre ciertas regiones del mapa, como la de transporte denso ascendente, y sobre flujo anular, cuya frontera de transición hacia transporte en fase diluida no ha sido estudiada por completo. En el presente mapa, este último patrón de flujo se encuentra muy cerca de la frontera entre los patrones de fluidización rápida y transporte en fase diluida.

De manera similar, se presenta a continuación un mapa generalizado de patrones de flujo vertical descendente (figura 30).

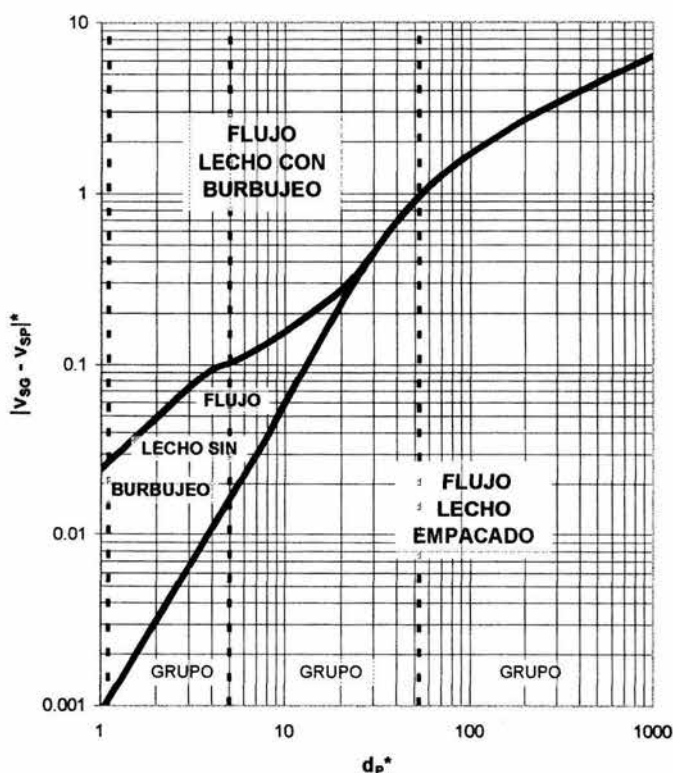


Figura 30.- Mapa de patrones generalizado para flujo vertical descendente en sistemas gas-sólido. (2004)

La ordenada es el valor absoluto de la diferencia de velocidades superficiales entre ambas fases, debiéndose a la posibilidad de ascenso de la fase gaseosa, lo que se interpreta en este tipo de flujo como una velocidad negativa. Esta ordenada queda definida entonces como:

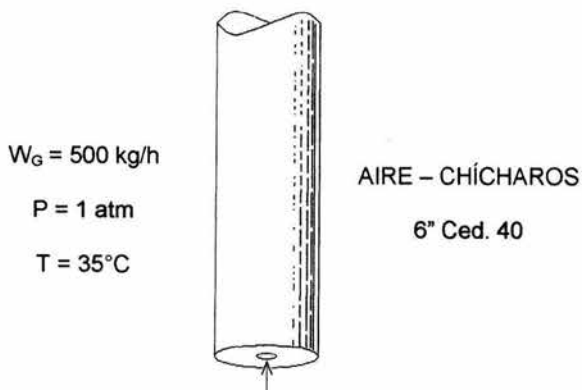
$$|v_{SG} - v_{SP}|^* = |v_{SG} - v_{SP}| \left[ \frac{\rho_G^2}{\mu_G (\rho_P - \rho_G) g} \right]^{1/3} \quad (168)$$

Los criterios de transición son los propuestos originalmente por Rhodes, y corresponden a las mismas correlaciones empleadas para el mapa de flujo ascendente pero utilizando esta última ordenada en su desarrollo. Los gases e intervalos de temperatura y presión son los mismos del mapa anterior.

### Ejemplo 14

Obtener el patrón de flujo presente en una tubería vertical de 6 pulgadas cédula 40 empleada para secar chícharos con aire, el cual pasa a través del único orificio central del distribuidor, localizado en la entrada al tubo. El flujo de aire es de 500 kg/h, a una presión de 1 atm y 35°C de temperatura. La densidad de los chícharos es de 1387 kg/m<sup>3</sup>, y su diámetro individual es de 7.5 mm.

#### 1.-TRADUCCIÓN



#### 2.-PLANTEAMIENTO

##### 2.1.-Discusión

Para determinar el patrón de flujo se emplea el mapa de patrones generalizado para flujo vertical ascendente (figura 28).

#### 3.-CÁLCULOS

##### 3.1.-Velocidad superficial de la fase gaseosa

Las propiedades del aire a 1 atm y 35°C son:

$$\rho_G = 1.15 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_G = 0.0185 \text{ cp} = 1.85 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$$

Las propiedades de la tubería son:

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.1541 \text{ m}$$

$$A = 0.018639 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = \frac{500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 1.15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.018639 \text{ m}^2)} = 6.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3.2.-Patrón de flujo

$$d_p^* = (7.5 \times 10^{-3} \text{ m}) \left[ \frac{1.15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 1387 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1.15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{\left( 1.85 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 268.1$$

$$u^* = \left( 6.48 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left[ \frac{\left( 1.15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^2}{\left( 1.85 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) \left( 1387 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1.15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)} \right]^{\frac{1}{3}} = 11.3$$

Se ubican estas coordenadas en el mapa de patrones generalizado para flujo ascendente de la figura 28, presentándose su intersección en el área correspondiente al patrón de fluidización rápida.

4.-RESULTADO

El patrón de flujo obtenido es el de fluidización rápida, a pesar de que el distribuidor de aire esté diseñado para operar en el régimen de fluidización a chorro. Este resultado se debe a la alta velocidad del aire.

### Ejemplo 15

¿Cuál es el patrón de flujo presente en una tubería vertical de 8 pulgadas cédula 40 por la cual descienden 10500 kg/h de arena, con un diámetro promedio de partícula de 1.5 mm y una densidad de 2643 kg/m<sup>3</sup>? Por la misma tubería ascienden 200 kg/h de aire a 1 atm y 25°C.

## 1.-TRADUCCIÓN

$$W_p = 10500 \text{ kg/h}$$

$$W_G = -200 \text{ kg/h}$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

$$T = 25^\circ\text{C}$$



AIRE – ARENA

8" Ced. 40

## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

El patrón de flujo será determinado empleando el mapa de patrones generalizado para flujo vertical descendente (figura 30).

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Velocidad superficial de la fase gaseosa

Las propiedades del aire a 1 atm y 25°C son:

$$\rho_G = 1.19 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_G = 0.0183 \text{ cp} = 1.83 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$$

Las propiedades de la tubería son:

$$D = 7.981 \text{ in} = 0.2027 \text{ m}$$

$$A = 0.032275 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = -1.446 \text{ m/s}$$

Nótese el signo negativo de la velocidad superficial del gas. Esta velocidad es negativa debido al ascenso del aire por el tubo, lo cual va en sentido contrario al descenso de las partículas.

### 3.2.-Velocidad superficial de la fase sólida



$$v_{SP} = \frac{10500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 2643 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.032275 \text{m}^2)} = 0.0342 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3.-Patrón de flujo

$$d_p^* = (1.5 \times 10^{-3} \text{m}) \left[ \frac{1.19 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 2643 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1.19 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{\left( 1.83 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 67.7$$

$$|v_{SG} - v_{SP}|^* = \left| -1.446 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0342 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right| \left[ \frac{\left( 1.19 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^2}{\left( 1.83 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) \left( 2643 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1.19 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)} \right]^{\frac{1}{3}} = 2.1$$

En el mapa de patrones generalizado para flujo vertical descendente de la figura 30, la intersección de ambas coordenadas ocurre en la región del flujo en lecho con burbujeo.

### 4.-RESULTADO

El patrón obtenido es el de flujo en lecho con burbujeo.

## PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN TUBERÍAS VERTICALES

Existe un mayor número de estudios realizados en esta área respecto al caso horizontal, debido a su multiplicidad de aplicaciones tanto en la industria como a nivel investigación. A pesar de ello, aún no ha sido desarrollada una teoría o modelo general, por lo que a continuación se exponen las correlaciones semiempíricas más utilizadas para diseñar líneas y equipos, dependiendo del tipo de flujo.

### Transporte neumático

En tuberías verticales, la caída de presión total recibe contribuciones por los efectos de aceleración, fricción y elevación, como sigue:

$$\Delta P_{2F} = \frac{\varepsilon \rho_G v_G^2}{2g_c} + \frac{(1-\varepsilon)\rho_P v_P^2}{2g_c} + F_{gw} L + F_{pw} L + \frac{\rho_G L \varepsilon g \text{sen}\theta}{g_c} + \frac{\rho_P L (1-\varepsilon) g \text{sen}\theta}{g_c} \quad \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (169)$$

En donde:

$\theta$  = ángulo de inclinación de la tubería.

Los cuatro primeros términos son los mismos de la caída de presión para flujo horizontal (ecuación 145), el quinto corresponde a la caída de presión por elevación en el gas, y el sexto es la caída de presión por elevación en las partículas. Para flujo ascendente, el ángulo es  $90^\circ$ , y para flujo descendente, el ángulo es de  $-90^\circ$  (ó de  $270^\circ$ ). La evaluación de los tres primeros términos es similar a la realizada para flujo horizontal. Para obtener el cuarto término, Leung y Wiles<sup>48</sup> recomendaron la expresión propuesta por Hinkle<sup>43</sup> y por Konno y Saito<sup>47</sup>, la cual está dada por la ecuación 150:

$$F_{pw} = \frac{2f_p(1-\varepsilon)\rho_p v_p^2}{Dg_c} = \frac{2f_p G_p v_p}{Dg_c} \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (150)$$

El factor de fricción de las partículas sólidas recomendado por Leung y Wiles es el desarrollado por Yang<sup>59</sup>, el cual es:

$$f_p = 0.0126 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \left[ (1-\varepsilon) \frac{(Re_p)_l}{(Re_p)_{\text{slip}}} \right]^{-0.979} \quad (170)$$

Este factor de fricción es aplicable para líneas operando a presiones cercanas a la atmosférica. Para líneas a presiones altas menores a 48 atm, Leung y Wiles sugieren el uso del factor de fricción propuesto por Knowlton y Bachovchin<sup>45</sup>:

$$f_p = 0.02515 \left( \frac{G_p}{\rho_G v_G} \right)^{0.0415} \left( \frac{v_G}{v_p} \right)^{0.859} - 0.03 \quad (171)$$

La fracción de huecos o holdup de la fase gaseosa puede ser determinada mediante la ecuación 133:

$$\varepsilon = \frac{Q_G}{Q_G + Q_P} = \frac{\frac{W_G}{\rho_G}}{\frac{W_G}{\rho_G} + \frac{W_P}{\rho_P}} \quad (133)$$

En donde:

$Q_G$  y  $Q_P$  = flujos volumétricos de las fases gaseosa y sólida en  $\text{m}^3/\text{h}$ .

En caso de tenerse una fracción de huecos igual a 1, la velocidad real de las partículas es idéntica a la real de la fase gaseosa.

### **Método de Leung-Wiles:**

- 1.- Determinar el patrón de flujo mediante el mapa de patrones generalizado para flujo vertical ascendente (figura 28). Si el tipo de flujo determinado es fluidización rápida, transporte denso ascendente o transporte en fase diluida, es decir, algún patrón correspondiente al flujo en fase diluida, se debe continuar con el método.
- 2.- Obtener la fracción de huecos empleando la ecuación 133. El intervalo típico para cada patrón de flujo es:

Fluidización rápida:	0.8 a 0.97 0.85 en la región densa 0.97 en la región diluida
Transporte denso ascendente:	0.75 a 0.9
Flujo anular:	0.97 a 0.99
Transporte en fase diluida:	0.99 a 1.0

- 3.- Calcular las velocidades reales de las fases gaseosa y sólida con las ecuaciones 146 y 147, respectivamente.
- 4.- Calcular el factor de fricción de los sólidos con las ecuaciones 170 ó 171, según la presión de operación. Si se usa la 170, la velocidad terminal puede ser obtenida del mapa de patrones de flujo (figura 28) o de la figura 23.
- 5.- Obtener la caída de presión por fricción entre las partículas y la pared con la ecuación 150.
- 6.- Calcular la caída de presión por fricción entre el gas y la pared con la ecuación 149.
- 7.- Determinar la caída de presión total con la ecuación 169.

### **Ejemplo 16**

Determinar la caída de presión en una línea vertical de 4 pulgadas cédula 40 por la cual ascienden 250 kg/h de nitrógeno y 100 kg/h de cemento, a 1 atm y 30°C. Las partículas de cemento tienen un diámetro promedio de 80  $\mu\text{m}$  y una densidad de 1240  $\text{kg/m}^3$ . La longitud de la línea es de 30 m.

## 1.-TRADUCCIÓN

$$W_p = 100 \text{ kg/h}$$

$$W_G = 250 \text{ kg/h}$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

$$T = 30^\circ\text{C}$$



NITRÓGENO – CEMENTO

4" Ced. 40

L = 30 m

## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

Para obtener el patrón de flujo presente en la línea se utilizará el mapa generalizado de la figura 28, y para calcular la caída de presión en la línea, se empleará el método de Leung-Wiles, siempre y cuando el patrón corresponda al flujo en fase diluida.

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Patrón de flujo

Las propiedades del nitrógeno a 1 atm y 30°C son:

$$\rho_G = 1.13 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_G = 0.0180 \text{ cp} = 1.80 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$$

Las propiedades de la tubería son:

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.1023 \text{ m}$$

$$A = 0.008213 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = 7.48 \text{ m/s}$$

$$d_p^* = 2.8$$

$$u^* = 13.5$$

$$G_p = 3.38 \text{ kg/(m}^2 \text{ s)}$$

Ambas coordenadas se intersectan en el área correspondiente al transporte denso ascendente, pero como la masa velocidad de las partículas es menor a 200 kg/m<sup>2</sup>s, el

patrón presente en la línea es el de transporte en fase diluida, como se observa en la gráfica de la figura 29.

### 3.2.-Factor de fricción de sólidos

$$Q_G = \frac{250 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 221.2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$Q_P = \frac{100 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.0806 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$\varepsilon = \frac{221.2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{221.2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} + 0.0806 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = 0.9996$$

$$v_G = \frac{7.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.9996} = 7.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_P = \frac{3.38 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}}{1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (1 - 0.9996)} = 6.81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocidad terminal es obtenida con la gráfica de la figura 23. Para  $d_p^* = 2.8$ :

$$u_t^* = 0.4$$

$$v_t = (0.4) \left[ \frac{\left( 1.80 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) \left( 1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{\left( 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^2} \right]^{1/3} = 0.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(\text{Re}_P)_t = \frac{(80 \times 10^{-6} \text{ m}) \left( 0.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.80 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 1.10$$

$$(\text{Re}_P)_{\text{slip}} = \frac{(80 \times 10^{-6} \text{ m}) \left( 7.48 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 6.81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.80 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}} = 3.36$$

$$f_p = 0.0126 \frac{(1-0.9996)}{(0.9996)^3} \left[ (1-0.9996) \frac{1.10}{3.36} \right]^{-0.979} = 0.0319$$

3.3.-Caída de presión por fricción entre las partículas y la pared

$$F_{pw} = \frac{2(0.0319) \left( 3.38 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right) \left( 6.81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{0.1023 \text{ m} \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{ kgf}} \right)} = 1.46 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

3.4.-Caída de presión por fricción entre el gas y la pared

$$\text{Re}_G = \frac{(0.1023 \text{ m}) \left( 7.48 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.80 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}} = 48038 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\epsilon/D = 0.00045$$

$$f_D = 0.0225$$

$$f_G = f_f = 0.0056$$

$$F_{gw} = \frac{2(0.0056) \left( 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 7.48 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{0.1023 \text{ m} \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{ kgf}} \right)} = 0.706 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

3.5.-Caída total de presión

$$\Delta P_{2F} = \frac{0.9996 \left( 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 7.48 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{ kgf}} \right)} + \frac{(1-0.9996) \left( 1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 6.81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{ kgf}} \right)}$$

$$+ \left( 0.706 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \right) (30 \text{ m}) + \left( 1.46 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \right) (30 \text{ m}) + \left( 1.13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (30 \text{ m}) (0.9996) \text{sen}(90^\circ)$$

$$+ \left( 1240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (30\text{m}) (1 - 0.9996) \text{sen}(90^\circ)$$

$$\Delta P_{2F} = 118.14 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

#### 4.-RESULTADO

La caída de presión en la línea de transporte neumático es de 118.14 kgf/m<sup>2</sup>.

Aunque los lechos fijos y con fluidización están fuera del alcance de este texto, por no ser patrones verdaderos de flujo a dos fases, serán expuestos brevemente con la finalidad de proporcionar al lector mayores elementos para diseñar sistemas gas-sólido. Para profundizar más en el tema de los lechos de partículas, al lector se le recomienda consultar las obras de Leva, de Kunii y Levenspiel, de Valiente Barderas, de Davidson y Harrison, y las dos de Rhodes.

#### Fluidización en fase densa

En este régimen de flujo, la caída de presión por fricción es muy pequeña comparada con la debida al peso de las partículas del lecho. Como no existe una aceleración de las partículas ni del gas en el lecho, la caída de presión total está dada por la siguiente ecuación:

$$\Delta P_{2F} = \frac{\rho_p (1 - \varepsilon) g L}{g_c} \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (172)$$

Para determinar la caída de presión se requiere conocer la fracción de huecos del lecho fluidizado, la cual depende del patrón de flujo. Esta fracción es un valor experimental, pero puede estimarse con la ecuación 133 ó mediante la siguiente expresión:

$$\varepsilon = 1 - \frac{M_p}{\rho_p A L} = 1 - \frac{\rho_B}{\rho_p} \quad (173)$$

En donde:

$M_p$  = masa total de partículas en el lecho fluidizado en kg.

$A$  = área de flujo de la tubería donde se encuentra el lecho en m<sup>2</sup>.

$L$  = profundidad del lecho en m.

Los intervalos más frecuentemente encontrados de la fracción de huecos para cada patrón de flujo son los siguientes:

Fluidización turbulenta:	0.65 a 0.8
	0.45 a 0.6 cerca de la pared
	0.75 a 0.8 en la región central de la tubería

Flujo bala:	0.6 a 0.7 0.4 a 0.55 en la emulsión
Fluidización con burbujeo:	0.4 a 0.65 0.4 a 0.55 en la emulsión
Fluidización particulada:	0.4 a 0.7
Fluidización a chorro:	0.45 a 0.55 en la región anular
Flujo en lecho con burbujeo:	0.4 a 0.65 0.4 a 0.55 en la emulsión
Flujo en lecho sin burbujeo:	0.4 a 0.7

### Ejemplo 17

¿Cuál es la caída de presión en una tubería vertical de 6 pulgadas cédula 40 por donde fluyen 3 kg/h de aire con una densidad de  $2.4 \text{ kg/m}^3$  y una viscosidad de  $0.0183 \text{ cp}$ ? En la porción inferior del tubo se encuentran 30 kg de sílica gel, cuyo diámetro promedio de partícula es de  $100 \mu\text{m}$  y su densidad es de  $900 \text{ kg/m}^3$ . Estas partículas forman un lecho de 3 m de profundidad, el cual está soportado por un distribuidor de gas convencional.

#### 1.-TRADUCCIÓN

$$M_P = 30 \text{ kg}$$

$$W_G = 3 \text{ kg/h}$$

$$L = 3 \text{ m}$$



AIRE – SÍLICA GEL

6" Ced. 40

#### 2.-PLANTEAMIENTO

##### 2.1.-Discusión

Para determinar la caída de presión se empleará la ecuación 172, siempre y cuando el patrón corresponda a la fluidización en fase densa. Para conocer estas pérdidas de presión, se obtiene primero el patrón de fluidización presente en la línea utilizando el mapa de patrones generalizado para flujo vertical ascendente (figura 28).



### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Patrón de flujo

$$\mu_G = 0.0183 \text{ cp} = 1.83 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$$

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.1541 \text{ m}$$

$$A = 0.018639 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = 0.0186 \text{ m/s}$$

$$d_p^* = 3.98$$

$$u^* = 0.0613$$

El patrón de flujo es fluidización particulada.

#### 3.2.-Caída total de presión

$$\varepsilon = 1 - \frac{30 \text{ kg}}{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (0.018639 \text{ m}^2)(3 \text{ m})} = 0.404$$

$$\Delta P_{2F} = \frac{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (1 - 0.404) \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (3 \text{ m})}{9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{ kgf}}} = 1609.2 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 4.-RESULTADO

La caída de presión total en el lecho fluidizado es de 1609.2 kgf/m<sup>2</sup>.

#### Lecho fijo

Basándose en los trabajos de Darcy, Carman, Blake, Kozeny y de Burke-Plummer, y en datos experimentales, Ergun<sup>40</sup> desarrolló una ecuación general para la caída de presión en lechos empacados, la cual es:

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\phi_s^2 \varepsilon^3} \frac{\mu_G v_{SG}}{d_p^2 g_C} + 1.75 \frac{(1-\varepsilon)}{\phi_s \varepsilon^3} \frac{\rho_G v_{SG}^2}{d_p g_C} \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (174)$$

En donde:

$\phi_s$  = esfericidad de las partículas sólidas.

El primer término es el componente laminar de la caída de presión, y el segundo es el componente turbulento. La esfericidad de las partículas y la fracción de huecos son obtenidas de manera experimental.

Empleando la ecuación de Ergun y basándose en datos obtenidos experimentalmente por un gran número de investigadores, Chen y Pei<sup>39</sup> desarrollaron una serie de ecuaciones para determinar teóricamente la fracción de huecos al fluir el gas a la velocidad mínima de fluidización. Esta fracción es constante mientras las partículas permanecen inmóviles, y comienza a aumentar al expandirse el lecho con el inicio de la fluidización de los sólidos.

Para correlacionar los datos experimentales, Chen y Pei definieron el siguiente parámetro adimensional:

$$E = \frac{\phi_s^2 \varepsilon^2}{(1-\varepsilon)} \quad (175)$$

Las ecuaciones de Chen-Pei son:

$$\text{Para } d_p^* < 1.26: \quad E = 0.5 \quad (176)$$

$$\text{Para } 1.26 < d_p^* < 27.14: \quad E = 0.54 (d_p^*)^{-0.33} \quad (177)$$

$$\text{Para } d_p^* > 27.14: \quad E = 0.18 \quad (178)$$

Estas ecuaciones predicen la fracción de huecos con un error de  $\pm 14\%$ , requiriendo como dato la esfericidad de las partículas. En la tabla 1 se pueden encontrar las esfericidades típicas de partículas de diferentes materiales y formas.

La ecuación de Ergun puede ser empleada para el flujo lecho empacado descendente o para el flujo lecho móvil horizontal, sustituyendo la velocidad superficial del gas por la velocidad relativa o de deslizamiento entre fases:

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\phi_s^2 \varepsilon^2} \frac{\mu_G |v_{rel}|}{d_p^2 g_c} + 1.75 \frac{(1-\varepsilon) \rho_G |v_{rel}|^2}{\phi_s \varepsilon d_p g_c} \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (179)$$

En donde:

$|v_{rel}|$  = valor absoluto de la velocidad relativa o de deslizamiento entre fases:

$$|v_{rel}| = |v_G - v_P| = \left| \frac{v_{SG}}{\varepsilon} - \frac{v_{SP}}{1-\varepsilon} \right| \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (180)$$

### **Método de Ergun:**

- 1.- Determinar el patrón de flujo mediante el mapa de patrones generalizado para flujo vertical ascendente o descendente (figuras 28 y 30 respectivamente), según sea el caso. Si el tipo de flujo determinado es lecho fijo o flujo en lecho empacado, respectivamente, se debe continuar con el método.

- 2.- Si no se cuenta con el dato experimental de esfericidad de partículas, seleccionar un valor de la tabla 1.
- 3.- Si no se tiene el dato de fracción de huecos, emplear las ecuaciones de Chen-Pei (176, 177 ó 178), y luego la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = \frac{-\frac{E}{\phi_s^2} + \sqrt{\left(\frac{E}{\phi_s^2}\right)^2 + 4\left(\frac{E}{\phi_s^2}\right)}}{2} \quad (181)$$

- 4.- Calcular la caída total de presión con las ecuaciones 174 ó 179.

Tabla 1.- Esfericidad de partículas sólidas.

Tipo de Partícula	Esfericidad ( $\phi_s$ )
Esfera	1.00
Cubo	0.806
Cilindro: h = d	0.87
Cilindro: h = 5d	0.70
Cilindro: h = 10d	0.58
Disco: h = d/3	0.76
Disco: h = d/6	0.60
Disco: h = d/10	0.47
Anillos Raschig	0.3
Arena angular	0.66 – 0.73
Arena de Ottawa	0.95
Arena de playa vieja	< 0.86
Arena de río joven	> 0.53
Arena redonda	0.83 – 0.86
Astillas de pedernal	0.65
Carbón activado	0.70 – 0.90
Carbón bituminoso	0.63
Carbón de antracita	0.63
Carbón pulverizado	0.73
Catalizador de Fischer-Tropsch	0.58
Corcho	0.69
Hojuelas de mica	0.28
Hojuelas de pedernal	0.43
Magnetita	0.58
Negro de humo esférico	0.89
Negro de humo agregado	0.55
Oxido de hierro	0.71
Polvo de tungsteno	0.89
Polvo natural de carbón	0.65
Sílica gel	0.70 – 0.90
Sillas Berl	0.3
Sólidos rotos	0.63
Trigo	0.85
Vidrio quebrado y astillado	0.65

## Ejemplo 18

Determinar la caída de presión en una tubería vertical de 8 pulgadas cédula 40, en la cual se halla un lecho empacado de partículas de óxido de hierro, cuya profundidad es de 2 m. El diámetro promedio de las partículas es de 0.57 mm y tienen una densidad de  $1520 \text{ kg/m}^3$ . Por los intersticios del lecho ascienden  $36 \text{ kg/h}$  de aire a una presión de 2.5 atm y  $50^\circ\text{C}$ .

### 1.-TRADUCCIÓN

$$W_G = 36 \text{ kg/h}$$

$$P = 2.5 \text{ atm}$$

$$T = 50^\circ\text{C}$$

$$L = 2 \text{ m}$$



AIRE – ÓXIDO DE HIERRO

8" Ced. 40

### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

Empleando el mapa de patrones generalizado para flujo vertical ascendente, se obtendrá el patrón de flujo para corroborar la existencia de un lecho empacado. La fracción de huecos será calculada mediante las ecuaciones de Chen-Pei, y para determinar la caída de presión se usará la ecuación de Ergun.

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Patrón de flujo

$$\rho_G = 2.74 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_G = 0.0190 \text{ cp} = 1.90 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$$

$$D = 7.981 \text{ in} = 0.2027 \text{ m}$$

$$A = 0.032275 \text{ m}^2$$

$$v_{SG} = 0.113 \text{ m/s}$$

$$d_p^* = 27.6$$

$$u^* = 0.337$$

Estas coordenadas corresponden al lecho fijo.

### 3.2.-Fracción de huecos

De la tabla 1, se obtiene la esfericidad de las partículas de óxido de hierro:

$$\phi_s = 0.71$$

Para  $d_p^* = 27.6 > 27.14$ :

$$E = 0.18$$

$$\varepsilon = \frac{-\frac{0.18}{(0.71)^2} + \sqrt{\left(\frac{0.18}{(0.71)^2}\right)^2 + 4\left(\frac{0.18}{(0.71)^2}\right)}}{2} = 0.445$$

### 3.3.-Caída total de presión

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{L} &= 150 \frac{(1-0.445)^2}{(0.71)^2 (0.445)^3} \frac{\left(1.90 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}\right) \left(0.113 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{\left(0.57 \times 10^{-3} \text{m}\right)^2 \left(9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}}\right)} \\ &+ 1.75 \frac{(1-0.445)}{(0.71)(0.445)^3} \frac{\left(2.74 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(0.113 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(0.57 \times 10^{-3} \text{m}\right) \left(9.81 \frac{\text{mkg}}{\text{s}^2 \text{kgf}}\right)} = 797.77 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \\ \Delta P &= \left(797.77 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}\right) (2\text{m}) = 1595.54 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

## 4.-RESULTADO

La caída de presión a lo largo del lecho estacionario es de 1595.54 kgf/m<sup>2</sup>.

El método de Leung-Wiles predice las caídas de presión a dos fases gas-sólido en tuberías verticales con un error de  $\pm 20\%$ . La ecuación de Ergun predice con gran exactitud la caída de presión en lechos empacados.

Existen otras correlaciones semiempíricas para encontrar las caídas de presión, entre las cuales destacan las de Konno-Saito<sup>47</sup>, Capes-Nakamura<sup>37</sup>, Mehta-Smith-Comings<sup>49</sup>, Rose-Duckworth<sup>54</sup>, Vogt-White<sup>57</sup>, entre otras metodologías, que pueden ser consultadas por el lector interesado.

## CONSIDERACIONES GENERALES

La dispersión de partículas sólidas en aire puede dar lugar a mezclas cuyo comportamiento ante una flama, una superficie caliente o una chispa es similar al de combustibles mezclados con aire, es decir, explotan o se inflaman (incendian). El desconocimiento de los parámetros de explosividad e inflamabilidad de una mezcla de polvos con aire puede ocasionar graves daños físicos al equipo y a la planta de procesamiento. Los parámetros más importantes en la prevención de incendios y explosiones durante el manejo de sólidos particulados son la *temperatura de autoignición de la mezcla aire-polvo*, la *concentración explosiva mínima*, la *energía mínima para la ignición*, la *presión máxima generada por la explosión* y la *velocidad máxima de aumento de presión durante la explosión*. En la siguiente tabla se muestran valores típicos para diversos materiales particulados.

Tabla 2.- Parámetros de explosividad e inflamabilidad para polvos dispersos en aire.<sup>46,50</sup>

Material particulado	Temperatura de autoignición (°C)	Concentración explosiva mínima (kg/m <sup>3</sup> )	Energía mínima para la ignición (mJ)	Presión máxima generada por la explosión (atm)	Velocidad máxima de aumento de la presión durante la explosión (atm/s)
Ácido atípico	550	0.035	60	7.9	354
Aluminio	610	0.040	10	12.2	1514
Aserín fino	430	0.040	40	7.5	375
Azúcar	350	0.035	35	6.0	336
Azufre	190	0.020	15	6.7	551
Café	410	0.085	85	3.4	17
Carbón mineral	610	0.055	55	5.8	148
Corcho	460	0.035	35	9.5	737
Dextrina	410	0.050	40	8.7	387
Fécula de maíz	380	0.040	30	10.2	737
Harina de trigo	380	0.050	50	6.3	247
Magnesio	520	0.020	40	17.3	1853
Nylon	500	0.030	20	6.4	266
Poliestireno	490	0.015	15	6.1	474
Polietileno	390	0.020	10	5.3	503
Polvo de cereales	430	0.055	55	6.5	188
Zinc	600	0.480	650	3.4	118

Para convertir atmósferas en kgf/m<sup>2</sup>, multiplicar por 10332.7.

La velocidad de aumento de la presión durante la explosión depende del volumen del recipiente donde se encuentre la mezcla aire-polvo. Para proteger a las líneas y recipientes por donde fluyan este tipo de mezclas, el diseño y/o

selección de los dispositivos de relevo de presión se efectúa empleando la siguiente ecuación:

$$\left[ \frac{\Delta P}{t} \right]_{\text{máx}} = \frac{K_{St}}{V^{1/3}} \left[ \frac{\text{atm}}{\text{s}} \right] \quad (182)$$

En donde:

$[\Delta P / t]_{\text{máx}}$  = velocidad de aumento de la presión durante la explosión.

$K_{St}$  = índice de deflagración en atm m/s.

$V$  = volumen de la línea o recipiente en  $\text{m}^3$ .

El índice de deflagración es un valor experimental propio de cada polvo, y depende tanto de la naturaleza del sólido como del diámetro promedio de las partículas, además del gas empleado en su arrastre. Entre más seco sea el gas empleado y entre menor sea la conductividad eléctrica del polvo, mayor será la probabilidad de explosión de la mezcla gas-sólido.

Una manera de disminuir el riesgo de explosión e incendio es el empleo de gases inertes en las líneas de transporte neumático. Los gases más comúnmente empleados en este caso son nitrógeno y dióxido de carbono.

Otra causa de explosión es la generación de *electricidad estática* en las líneas y equipos debida al rozamiento de las paredes con las partículas. Este fenómeno es importante cuando se manejan sólidos cuya energía mínima de ignición es menor a 25 mJ. Para prevenir desastres por electricidad estática, los equipos y las líneas deben estar conectados a tierra.

Para mayores detalles sobre el tema de la seguridad en el manejo de mezclas gas-sólido, se invita al lector a consultar las obras de Cross y Farrer, de Kunii y Levenspiel, y las dos de Rhodes.

Durante el transporte y fluidización de sólidos pueden presentarse los fenómenos de *agrandamiento* de partículas y el de *degradación* de las mismas. El primero de ellos se presenta al colisionar las partículas o al haber humedad entre ellas. El segundo fenómeno consiste en la disminución del tamaño de partícula y ocurre cuando chocan las partículas entre sí o con la pared del equipo. La degradación produce partículas más finas, las cuales pueden ser susceptibles de inflamarse o de hacer explosión si su diámetro de partícula es menor a 200  $\mu\text{m}$ , además pueden producir daños a la salud de los trabajadores si su tamaño va de 0.5  $\mu\text{m}$  a 5  $\mu\text{m}$ , pues se alojan en los pulmones causando daños irreparables a sus tejidos.

Un fenómeno de particular interés en el diseño de líneas de transporte neumático es el de la *erosión*. Casi la totalidad de los materiales transportados son abrasivos, causando graves daños a las paredes internas de las tuberías. Este fenómeno depende fuertemente de la velocidad real de las partículas y del material de la tubería. La velocidad de erosión del material del tubo aumenta al incrementarse la velocidad real de los sólidos.

Los codos y uniones en U son más vulnerables a la erosión, debido a la sedimentación de los sólidos causada por la acción de la fuerza centrífuga sobre las partículas al fluir por estos accesorios. Para evitar o disminuir los efectos de la erosión en este tipo de uniones, es recomendable emplear tes ciegas en lugar de codos, pues en la rama ciega de las tes se forma un *colchón* de partículas

sedimentadas. De esta manera, los sólidos que fluyen por la tubería chocan contra el colchón de partículas al pasar por la te ciega, en lugar de colisionar contra la pared de un codo. Asimismo, deben evitarse las uniones entre tramos descendentes y horizontales de tubería, pues existe una gran tendencia de las partículas a sedimentarse sobre el tramo horizontal, provocando con ello la erosión de este tubo.

Otro factor importante es el patrón de flujo presente en la línea. Todos los fenómenos anteriormente citados pueden evitarse o disminuir su efecto si se selecciona el patrón de flujo adecuado<sup>52</sup>. En líneas horizontales, son recomendables para diseño los flujos homogéneo y con dunas transversales, debido a su relativa estabilidad. Deben evitarse los flujos heterogéneo y con dunas longitudinales por su gran tendencia de precipitación de partículas, causando fluctuaciones en la presión y volviendo al flujo muy inestable. También se sugiere evitar los flujos tapón y ariete por provocar severas vibraciones en la tubería, con lo cual el sistema de transporte neumático sufre graves daños; además, tampoco deben diseñarse las líneas con los flujos onda y lecho móvil, porque son muy inestables y tienden a bloquear la línea. Generalmente, se recomienda que las líneas de transporte neumático sean de 4 pulgadas de diámetro, cédula 40 ó 60, por donde el aire fluya a una velocidad no mayor a 25 m/s, en una proporción másica sólido-gas menor a 40.

En líneas verticales ascendentes, son recomendables los transportes en fase diluida y denso ascendente, por su relativa homogeneidad en el flujo. En caso de tratarse de lechos fluidizados, se sugieren las fluidizaciones particulada, con burbujeo y a chorro, debido a su estabilidad y buen mezclado de las partículas. Deben evitarse el flujo anular y las fluidizaciones rápida y turbulenta, pues son patrones muy erosivos e inestables; además tampoco es recomendable el flujo bala, a causa de su intermitencia y de provocar vibraciones en la tubería. El lecho con canales puede ser evitado mediante un sistema de golpeteo sobre la pared externa de la tubería, separando de esta manera a las partículas y permitiéndoles su fluidización. En el caso de líneas verticales descendentes, dos o más patrones de flujo pueden estar presentes en la tubería, los cuales no presentan mayores inconvenientes para el diseño.

En general, el transporte neumático de partículas sólidas tiene como ventajas un diseño simple, económico y automatizable, y sus líneas ocupan poco espacio. La operación de estas líneas en fase densa tiene la gran ventaja de un bajo requerimiento de flujo de gas, y por consiguiente, una menor velocidad de las partículas y una menor erosión. Como desventaja principal está el alto costo en energía eléctrica de movilización de la mezcla gas-sólido. Esta desventaja queda superada por la eliminación de los costos de combustible para el transporte de sólidos en vehículos de carga, además, la cantidad de operarios es mínima comparada con el acarreo en costales o en vehículos. Esto resulta en un mejor aprovechamiento de los recursos humanos y económicos, y en una menor degradación de los sólidos, aumentando de esta manera la producción y las utilidades de la planta procesadora.



## Problemas propuestos

### Problema 13

¿Cuál será el patrón de flujo esperado si fluyen 8 kg/h de aire, a 1 atm y 25°C, por una tubería horizontal de 4 pulgadas cédula 40, y en la cual son acarreadas partículas de carbón mineral, cuyo diámetro es de 210  $\mu\text{m}$  y con una densidad de 640  $\text{kg/m}^3$ ?

#### Resultado

En el mapa de Thomas, el flujo obtenido es dunas transversales.

### Problema 14

Determinar el patrón de flujo presente en una tubería horizontal de 6 pulgadas cédula 40 por la cual fluye aire con una velocidad friccional de 4.3 m/s. El aire transporta partículas de dióxido de uranio, con un diámetro promedio de 150  $\mu\text{m}$  y una densidad de 3520  $\text{kg/m}^3$ . La densidad del aire es de 1.23  $\text{kg/m}^3$  y su viscosidad es de 0.0175 cp.

#### Resultado

El patrón de flujo presente en la línea es homogéneo.

### Problema 15

Por una tubería horizontal de 3 pulgadas cédula 40 fluyen 900 kg/h de arena, con un diámetro promedio de partícula de 100  $\mu\text{m}$  y una densidad de 2500  $\text{kg/m}^3$ . La arena es acarreada por aire, el cual fluye con una velocidad superficial de 14.8 m/s, cuya densidad es de 1.2  $\text{kg/m}^3$  y su viscosidad de  $1.84 \times 10^{-5}$   $\text{kg}/(\text{m s})$ . Determinar la caída total de presión si la longitud del tubo es de 30 m.

#### Resultado

La caída de presión en la línea es de 4042.66  $\text{kgf/m}^2$ , correspondiente a flujo homogéneo.

### Problema 16

Calcule la caída de presión en una tubería horizontal de 1.5 pulgadas de diámetro cédula 40 y 250 m de longitud, por la que fluyen 500  $\text{kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$  de cuentas de vidrio cuyo diámetro promedio de partícula es de 587  $\mu\text{m}$  y con una densidad de 2483  $\text{kg/m}^3$ . Las cuentas de vidrio son arrastradas por aire, a 5 atm y 25°C, con una velocidad superficial de 3.2 m/s.

#### Resultado

La caída total de presión resultante es de 37103.0  $\text{kgf/m}^2$ , correspondiente a flujo con dunas longitudinales.

### Problema 17

Un carro-tanque surte trigo a una industria de alimentos. Los granos son transportados neumáticamente a través de una tubería horizontal de 6 pulgadas cédula 40 a razón de 350 kg/h. El gas de arrastre es nitrógeno cuyo flujo es de 2000 kg/h, y se encuentra a 2 atm y 25°C. Determinar el patrón de flujo y la caída total de presión por cada metro de tubería si el diámetro promedio de los granos es de 4.8 mm y su densidad de 750  $\text{kg/m}^3$ .

#### Resultado

El patrón presente en la línea es el de flujo heterogéneo, y la caída total de presión es de 25.12  $\text{kgf/m}^2$  por cada metro de tubería.

### Problema 18

Por una línea vertical asciende gas a una velocidad superficial de 0.9 m/s, a través de un lecho de partículas sólidas. La densidad del gas es de  $1.5 \text{ kg/m}^3$  y su viscosidad es de 0.02 cp. El diámetro promedio de las partículas es de  $60 \mu\text{m}$ , con una densidad de  $1500 \text{ kg/m}^3$ . Determinar el patrón de flujo presente en la tubería.

#### Resultado

El patrón de fluidización turbulenta está presente en la línea vertical.

### Problema 19

Determine el patrón de flujo presente en una tubería vertical empacada con partículas sólidas, a través de cuyos intersticios asciende un gas con una velocidad superficial de 0.5 m/s. Las propiedades de ambas fases son: densidad del gas =  $1 \text{ kg/m}^3$ ; viscosidad del gas = 0.025 cp; diámetro promedio de las partículas =  $450 \mu\text{m}$ ; densidad de las partículas =  $1500 \text{ kg/m}^3$ .

#### Resultado

El patrón de flujo presente en la línea es el de fluidización con burbujeo. El punto donde se intersectan las coordenadas cae dentro del área de flujo bala, por lo que pudiera presentarse dependiendo de lo angosto del tubo o de lo profundo del lecho de partículas.

### Problema 20

Por una línea vertical descendente de 4 pulgadas cédula 40 fluyen 1.5 kg/h de nitrógeno y 250 kg/h de sulfato de sodio en polvo. El gas se encuentra a 1 atm de presión y  $25^\circ\text{C}$  de temperatura. Las partículas del compuesto químico tienen un diámetro promedio de  $105 \mu\text{m}$  y una densidad de  $1320 \text{ kg/m}^3$ . ¿Cuál es el patrón de flujo presente en la tubería?

#### Resultado

El patrón corresponde al flujo en lecho sin burbujeo.

### Problema 21

Determinar la caída de presión en una línea vertical de 4 pulgadas cédula 40 por la que ascienden 500 kg/h de dióxido de carbono a 1 atm y  $25^\circ\text{C}$ . Este gas es empleado para acarrear 250 kg/h de cemento cuyo diámetro de partícula es de  $80 \mu\text{m}$  y su densidad de  $1240 \text{ kg/m}^3$ . La longitud de la tubería es de 35 m.

#### Resultado

La caída total de presión a dos fases es de  $161.43 \text{ kgf/m}^2$ , correspondiente al transporte en fase diluida.

### Problema 22

¿Cuál sería la caída de presión en 10 metros de tubo vertical de 3 pulgadas cédula 40, por la que fluyen 900 kg/h de arena, acarreados por 305 kg/h de aire en ascenso? El diámetro promedio de las partículas de arena es de  $100 \mu\text{m}$  y su densidad es de  $2500 \text{ kg/m}^3$ . La densidad del aire es de  $1.2 \text{ kg/m}^3$  y su viscosidad de  $1.84 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$ .

#### Resultado

La caída total de presión en la tubería es de  $137.5 \text{ kgf/m}^2$ , correspondiente al patrón de transporte en fase diluida.

### Problema 23

Calcule la caída de presión en un lecho empacado con granos de trigo, contenido en una tubería de 8 pulgadas cédula 40, y con una profundidad de 2 m. La densidad del

trigo es de  $750 \text{ kg/m}^3$  y su diámetro de partícula es de  $4.8 \text{ mm}$ . A través del lecho fluyen  $10 \text{ kg/h}$  de aire a  $1 \text{ atm}$  y  $25^\circ\text{C}$ .

**Resultado**

La caída de presión en el lecho empacado es de  $26.20 \text{ kgf/m}^2$ .

**Problema 24**

Determinar la caída de presión y el patrón de flujo desarrollados en una tubería vertical descendente de  $8 \text{ m}$  de longitud y  $6$  pulgadas de diámetro cédula 40, por la cual fluyen  $100 \text{ kg/h}$  de cemento y  $150 \text{ kg/h}$  de dióxido de carbono. Las partículas de cemento tienen un diámetro promedio de  $88 \mu\text{m}$  y una densidad de  $1440 \text{ kg/m}^3$ . El gas se encuentra a  $1 \text{ atm}$  y  $25^\circ\text{C}$ .

**Resultado**

El patrón presente en la línea es el flujo en lecho con burbujeo, y la caída total de presión desarrollada es de  $9.59 \text{ kgf/m}^2$ .

CAPÍTULO 3  
FLUJO A DOS FASES  
SISTEMA LÍQUIDO-SÓLIDO

## INTRODUCCIÓN

El fenómeno del flujo concurrente de líquidos y sólidos granulares o particulados (conocido en inglés como *slurry flow*) no debe ser ignorado por la ingeniería química, pues su campo de aplicaciones en la industria es vasto y extenso. Al igual que en los sistemas gas-sólido, el diseño de equipos cuyo principal componente es el flujo de líquidos y sólidos en paralelo, era un arte desconocido para todo ingeniero ajeno a estos sistemas.

En sus inicios en 1906, los sistemas de flujo líquido-sólido comprendían casi exclusivamente a los drenajes citadinos e industriales, los cuales eran diseñados y construidos por los ingenieros civiles. Con el diseño y construcción de los grandes ductos de transporte de carbón por agua, a principios de la década de 1950 en diversas partes del mundo, la investigación del flujo bifásico líquido-sólido se intensificó, y de esta manera la ingeniería química pudo vislumbrar un mejor futuro gracias a la conversión de esta disciplina en ciencia.

Además de las tuberías para transporte hidráulico de materiales sólidos, existen otros equipos donde se presentan condiciones de flujo paralelo de líquidos y partículas sólidas, como son reactores catalíticos, filtros prensa, equipos de intercambio iónico, decantadores, mezcladores, calentadores y enfriadores, bombas para manejo de suspensiones, entre otros más.

En el diseño de los sistemas líquido-sólido, la preocupación del ingeniero se centra en la determinación de la caída de presión, la cual depende del patrón de flujo, de la velocidad del líquido transportador, y de las propiedades de ambas fases. La velocidad de la fase líquida es una variable crítica pues determina la velocidad de las partículas sólidas. Una mala selección de la velocidad del líquido provoca erosión de las paredes internas de las tuberías y equipos con flujo bifásico líquido-sólido, y por consiguiente la falla de los mismos. A diferencia del flujo de mezclas gas-sólido, no existe el riesgo de explosión ni de incendio, pero el fenómeno de la erosión conlleva a la corrosión de los tubos y de los equipos.

Aunque para acarrear partículas sólidas puede emplearse tanto un gas como un líquido, el comportamiento de ambos flujos bifásicos fluido-sólido tiene diferencias importantes. En el flujo gas-sólido, las interacciones entre partículas y entre las partículas y la pared del tubo dominan sobre las interacciones entre el fluido y las partículas. En el flujo líquido-sólido, las interacciones fluido-partícula y entre partículas dominan sobre las existentes entre las partículas y la pared de la tubería. Cabe resaltar también la gran similitud entre ambos fenómenos, destacándose los patrones de flujo y la serie de variables de las que depende su comportamiento.

Para poder optimizar el diseño de estos sistemas y mejorar su operabilidad, es necesario conocer en mayor detalle al fenómeno del flujo líquido-sólido. A pesar de las investigaciones realizadas en este campo, aún no ha sido posible desarrollar un modelo general, pues las correlaciones existentes a la fecha dependen del patrón de flujo. No obstante, gracias a las semejanzas con el flujo gas-sólido, una gran cantidad de esas correlaciones son aplicables para ambos tipos de flujo bifásico, lo cual nos puede llevar en un futuro hacia un modelo general de flujo a dos fases.

## CLASIFICACIÓN DE LAS PARTÍCULAS SÓLIDAS

La fluidización de lechos de partículas puede presentarse de dos modos, de manera homogénea o con la aparición de burbujas, dependiendo del tamaño de las partículas y de la densidad de las mismas. De acuerdo con estos patrones de fluidización, Gibilaro, Hossain y Foscolo<sup>69</sup> clasificaron a las partículas en tres grupos (figura 31), presentándolos en una gráfica similar a la de Geldart<sup>41</sup> (figura 19).

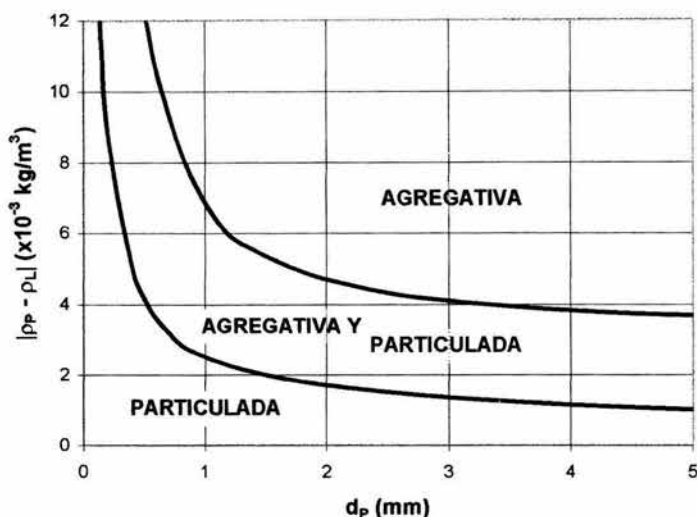


Figura 31.- Mapa de clasificación de partículas de Gibilaro-Hossain-Foscolo. (1986)

Este mapa fue construido basándose en datos de fluidización con agua a condiciones atmosféricas. Para otros líquidos y otras condiciones de presión y temperatura, Di Felice<sup>65</sup> desarrolló un mapa de clasificación (figura 32), similar al de Grace<sup>42</sup> para sistemas gas-sólido (figura 20), basándose en los criterios de clasificación propuestos por él, Gibilaro y Foscolo<sup>67</sup>, y cuyas coordenadas son adimensionales. Las coordenadas del mapa de Di Felice son:

$$d_p^* = d_p \left[ \frac{\rho_L (\rho_p - \rho_L) g}{\mu_L^2} \right]^{1/3} = Ar^{1/3} \quad (183)$$

$$De = \frac{\rho_L}{\rho_p} \quad (184)$$

Donde:

$d_p^*$  = diámetro adimensional de partícula.

$De$  = cociente de las densidades de ambas fases.

$d_p$  = diámetro de partícula en m.

$\rho_L$  = densidad del líquido en  $\text{kg/m}^3$ .

$\rho_P$  = densidad de las partículas sólidas en  $\text{kg/m}^3$ .

$g$  = aceleración de la gravedad =  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

$\mu_L$  = viscosidad del líquido en  $\text{kg/(m s)}$ .

$Ar$  = número de Arquímedes, también llamado número de Galileo ( $Ga$ ):

$$Ar = \frac{d_p^3 \rho_L (\rho_P - \rho_L) g}{\mu_L^2} = (d_p^* )^3 \quad (185)$$

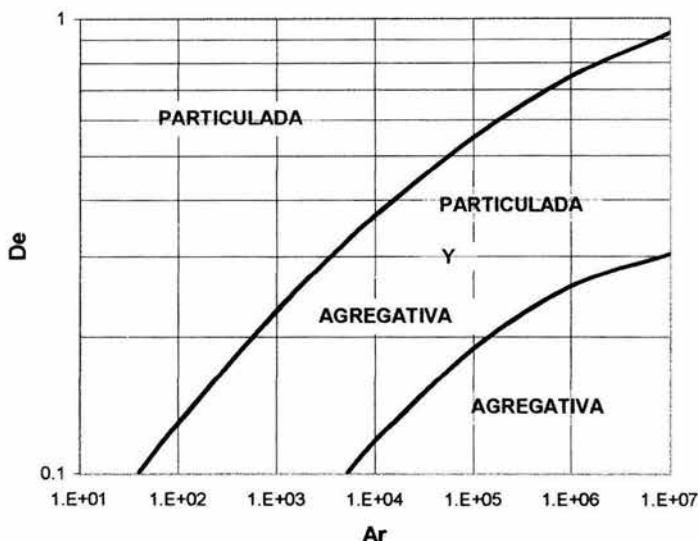


Figura 32.- Mapa de clasificación de partículas de Di Felice. (1995)

Al lector interesado en conocer más sobre caracterización de partículas sólidas, se le recomienda consultar las obras de Valiente Barderas, de Leva, de Kunii y Levenspiel, de Fan y Zhu, y de Shook y Roco.

## PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

Existen cinco patrones de flujo bifásico líquido-sólido en tuberías horizontales (figura 33), los cuales arreglados en orden decreciente de velocidad del líquido son los siguientes:

### Flujo Homogéneo (*Homogeneous flow*)

Las partículas sólidas están completamente suspendidas en el líquido y se encuentran distribuidas uniformemente en toda el área de flujo de la tubería. La

presencia de las partículas afecta la reología del líquido. Si la concentración de los sólidos es inferior al 5% en volumen, el comportamiento del flujo es de tipo newtoniano, y si la concentración es mayor, el flujo se comporta como un fluido no newtoniano. Este régimen de flujo se presenta a velocidades superficiales de líquido muy altas. Por semejar una sola fase homogénea, se le suele denominar *flujo pseudohomogéneo (pseudohomogeneous flow)*.

### **Flujo Heterogéneo (Heterogeneous flow)**

Al disminuir la velocidad del líquido, las partículas más grandes y pesadas descienden para ser transportadas por la fase líquida en la porción inferior del tubo. Aún se encuentran suspendidas las partículas, por lo que no hay sedimento en el fondo de la tubería. Se le conoce también como *suspensión heterogénea (heterogeneous slurry)*.

### **Flujo con Dunas (Dune flow)**

Disminuyendo aún más la velocidad de la fase líquida, a un valor inferior a la *velocidad de sedimentación*, las partículas comienzan a precipitarse, con lo cual se forman sedimentos cuya transportación se efectúa en forma de dunas o montículos. La velocidad del líquido determina el tipo de dunas presente, las cuales son similares a las existentes en el flujo a dos fases gas-sólido:

***Flujo con Dunas Longitudinales (Longitudinal dune flow)***: Inmediatamente por debajo de la velocidad de sedimentación, las partículas forman dunas alargadas, paralelas a la tubería, que avanzan en la dirección del flujo. El ancho de estas dunas es de aproximadamente 0.1 veces el diámetro de la tubería, y su longitud es de 1 a 3 veces el diámetro del tubo. También se le conoce como *flujo de estrías de sedimento (stria of sediment flow)*, *flujo en bandas (ribbon flow)* o *flujo en saltos (saltation flow)*.

***Flujo con Dunas Transversales (Transverse dune flow)***: A una menor velocidad del líquido, las partículas forman dunas perpendiculares a la tubería, las cuales avanzan en el sentido del flujo. Su apariencia es la de islas o de cúmulos de partículas bien definidos. Al disminuir la velocidad de la fase líquida, la longitud de las dunas disminuye y su altura aumenta. Este patrón de flujo es el clásico flujo de dunas, también conocido como *flujo estratificado (stratified flow)*.



### Flujo Onda (Ripple flow)

A velocidades de líquido más bajas, las partículas forman un lecho estacionario en la parte inferior de la tubería. En la porción media, las partículas avanzan lentamente, deslizándose sobre el lecho estacionario. En la parte superior, el líquido se encuentra fluyendo libremente a una mayor velocidad respecto al lecho estacionario, con lo cual acarrea partículas que forman olas u ondas que se desplazan en el sentido del flujo a modo de dunas transversales. Se le suele llamar *flujo con lecho estacionario (flow with stationary bed)*.

### Flujo con Lecho Móvil (Moving bed flow)

Disminuyendo más la velocidad superficial de la fase líquida, las partículas ocupan por completo al área de flujo de la tubería, con lo cual la porción superior fluye lentamente y la porción inferior permanece estacionaria. Si la velocidad del líquido baja aún más, el movimiento de las partículas cesa ocasionando el bloqueo de la línea. Se le denomina también *flujo en fase densa continua (continuous dense phase flow)*.

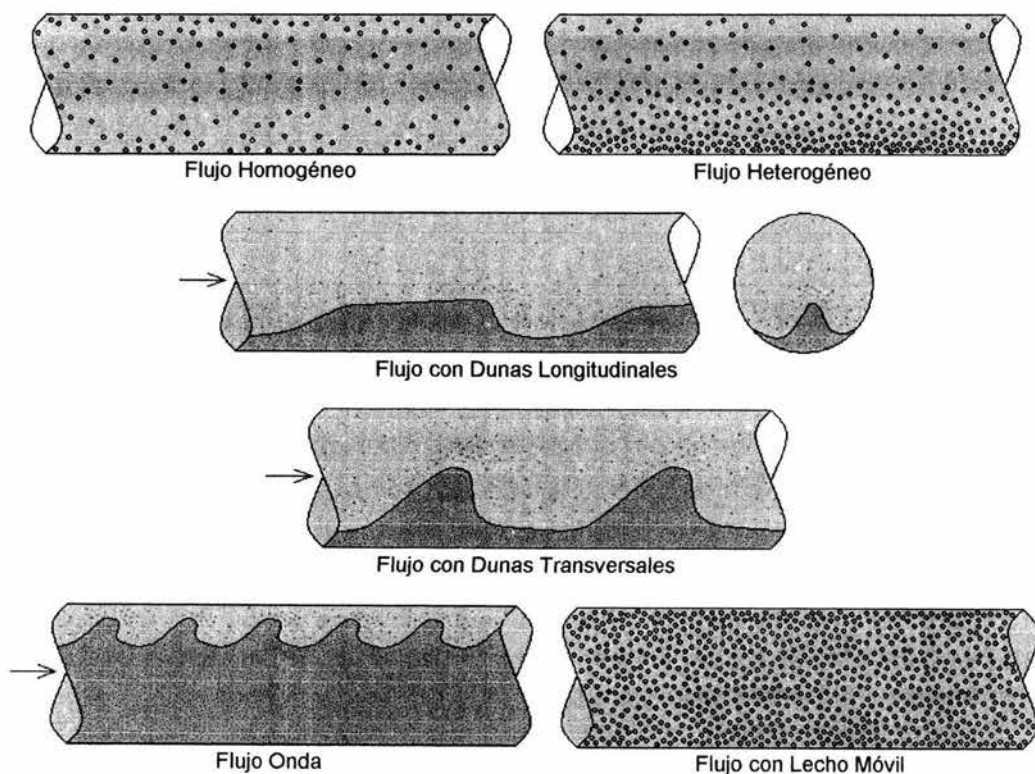


Figura 33.- Patrones de flujo a dos fases sistema líquido-sólido en tuberías horizontales.

A estos patrones de flujo se les clasifica de acuerdo a la concentración de los sólidos en el área de flujo de la tubería, como sigue:

**Flujo en fase diluida:** la concentración de las partículas es relativamente baja, pues la velocidad superficial del líquido es mayor a la de sedimentación de los sólidos, los cuales se encuentran dispersos en la fase líquida; también se le conoce como *transporte hidráulico en fase diluida*: flujos homogéneo y heterogéneo.

**Flujo en fase densa:** la velocidad superficial del líquido es menor a la de sedimentación de las partículas, ocasionando una acumulación de partículas en la tubería; también es conocida como *transporte hidráulico en fase densa*: flujos con dunas, onda y con lecho móvil.

## PREDICCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

La determinación del patrón de flujo a dos fases líquido-sólido presente en una línea de transporte es el primer paso para su dimensionamiento. De manera similar a la identificación de patrones de flujo horizontal en sistemas gas-sólido, en los sistemas líquido-sólido esta identificación es independiente de la técnica usada por los investigadores, pues los patrones de flujo son reconocidos por el perfil de caída de presión en el cual se presentan.

Uno de los primeros mapas de patrones de flujo horizontal fue desarrollado por Newitt y sus colaboradores<sup>73</sup>, basándose en el trabajo de Durand y Condolios<sup>66</sup>, y empleando datos de transporte de arena, grava, óxido de manganeso y carbón con agua. Posteriormente, otros mapas han aparecido en la literatura, destacando entre ellos el de Turian y Yuan<sup>77</sup>, con la desventaja de ser específicos para un sistema en particular y a unas ciertas condiciones de flujo.

El único mapa generalizado existente hasta la fecha es aquél desarrollado por Thomas<sup>56</sup> (figura 34), el cual está basado en consideraciones teóricas y en datos experimentales. Como se vio en los sistemas gas-sólido, los datos empleados por Thomas corresponden principalmente a sistemas agua-sólido, aunque fueron usados algunos datos pertenecientes a sistemas aire-sólido.

A continuación se muestra al mapa de Thomas correspondiente a los sistemas líquido-sólido, junto con su metodología para determinar el patrón de flujo horizontal. La distribución de los patrones en esta gráfica es similar a la del mapa de Thomas correspondiente a los sistemas gas-sólido. El mapa mostrado abajo fue construido para un cociente  $(\rho_P - \rho_L)/\rho_L$  de 1.65, el cual es un valor promedio frecuente en los sistemas líquido-sólido y fue utilizado originalmente por Thomas al elaborar su mapa. Para mayores detalles en cuanto a las características del mapa y de la metodología, referirse al capítulo anterior.

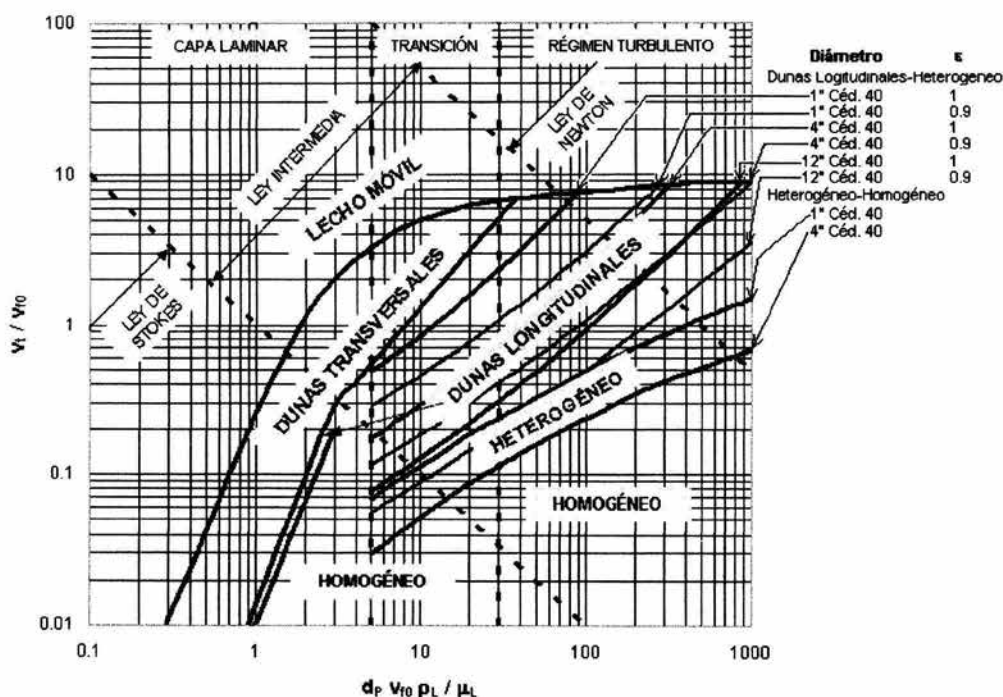


Figura 34.- Mapa de patrones de Thomas para flujo horizontal en sistemas líquido-sólido. (1964)

La fracción de huecos o holdup de líquido está dada por la siguiente ecuación:

$$\epsilon = \frac{Q_L}{Q_L + Q_P} = \frac{\frac{W_L}{\rho_L}}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_P}{\rho_P}} \quad (186)$$

Donde:

$Q_L$  y  $Q_P$  = flujos volumétricos de las fases líquida y sólida en  $m^3/h$ .

### Método de Thomas para determinar patrones de flujo horizontal:

1.- Obtener la velocidad terminal de las partículas utilizando la gráfica de la figura 23, y la ecuación 139:

$$v_t = (u_t^*) \left[ \frac{\mu \Delta \rho g}{\rho^2} \right]^{1/3} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (139)$$

2.- Calcular el Reynolds superficial de partícula:

$$Re_{SP} = \frac{d_p v_{SL} \rho_L}{\mu_L} \quad (187)$$

3.- Determinar el factor de fricción de Fanning con la ecuación 132, empleando el Reynolds superficial de partícula y el diagrama de Moody (figura 9 ó 10), o bien, utilizando las ecuaciones de Hagen-Poiseuille (ecuación 28) o la de Chen (ecuación 29) dependiendo del régimen de flujo (laminar o turbulento, respectivamente):

$$f_t = \frac{f_D}{4} \quad (132)$$

Régimen Laminar: 
$$f_D = \frac{64}{Re} \quad (28)$$

Régimen Turbulento:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon}{3.7065D} - \frac{5.0452}{Re} \log \left( \frac{1}{2.8257} \left( \frac{\varepsilon}{D} \right)^{1.1098} + \frac{5.8506}{Re^{0.8981}} \right) \right] \quad (29)$$

4.- Calcular la velocidad friccional a dilución infinita con la siguiente ecuación:

$$v_{f0} = v_{SL} \sqrt{\frac{f_t}{2}} \quad (188)$$

5.- Obtener las coordenadas del mapa de Thomas con las ecuaciones siguientes, y determinar el patrón de flujo presente en la tubería:

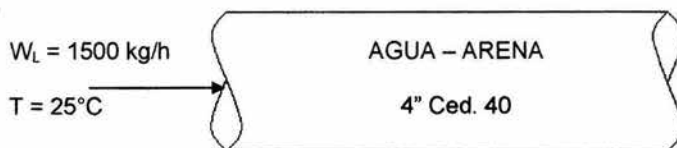
$$\text{Abscisa} = \frac{d_p v_{f0} \rho_L}{\mu_L} \quad (189)$$

$$\text{Ordenada} = \frac{v_t}{v_{f0}} \quad (130)$$

### Ejemplo 19

Determinar el patrón de flujo presente en una línea horizontal de 4 pulgadas cédula 40 por la que fluyen 1500 kg/h de agua, a una temperatura de 25°C, transportando partículas de arena cuyo diámetro promedio es de 175  $\mu\text{m}$  y su densidad de 2650 kg/m<sup>3</sup>.

## 1.-TRADUCCIÓN



## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

Para encontrar el patrón de flujo deben conocerse los parámetros de Thomas, los cuales serán empleados en su mapa de patrones de flujo de la figura 34.

### 2.2.-Coordenadas de Thomas

$$\text{Abcisa} = \frac{d_p v_{f0} \rho_L}{\mu_L} \qquad \text{Ordenada} = \frac{v_t}{v_{f0}}$$

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Velocidad terminal de partícula

Las propiedades del agua a 25°C son:

$$\rho_L = 997.08 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_L = 0.8937 \text{ cp} = 8.937 \times 10^{-4} \text{ kg/(m s)}$$

$$d_p^* = (175 \times 10^{-6} \text{ m}) \left[ \frac{\left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (2650 - 997.08) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{\left( 8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m s}} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 4.77$$

Con este valor del diámetro adimensional se obtiene en la gráfica de velocidad terminal de partículas en fluidos (figura 23):

$$u_t^* = 0.95$$

$$v_t = (0.95) \left[ \frac{\left( 8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m s}} \right) (2650 - 997.08) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{\left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.023 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.2.-Velocidad friccional a dilución infinita

Para una tubería de 4" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.1023 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = 0.008213 \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = \frac{1500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.008213 \text{ m}^2)} = 0.051 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_{SP} = \frac{(175 \times 10^{-6} \text{ m}) \left( 0.051 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 9.96 \quad \text{Régimen laminar}$$

$$f_D = \frac{64}{9.96} = 6.43$$

$$f_r = \frac{6.43}{4} = 1.61$$

$$v_{10} = 0.051 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{\frac{1.61}{2}} = 0.046 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3.-Coordenadas de Thomas

$$\text{Abscisa} = \frac{(175 \times 10^{-6} \text{ m}) \left( 0.046 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 8.98$$

$$\text{Ordenada} = \frac{0.023 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.046 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.50$$

Con estas coordenadas, se ubica en el mapa de Thomas (figura 34) el patrón de flujo correspondiente a la intersección de estos valores, observándose ésta última en la región de flujo con dunas longitudinales.

### 4.-RESULTADO

El patrón desarrollado en la tubería corresponde al flujo con dunas longitudinales.

## PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN TUBERÍAS HORIZONTALES

Para completar el proceso de dimensionamiento de tuberías de transporte hidráulico de partículas, es necesario determinar la caída de presión en las mismas. En la actualidad no se cuenta con un modelo general capaz de predecir correctamente las pérdidas de presión en sistemas líquido-sólido. Aunque han sido desarrolladas correlaciones empíricas para poder calcular las caídas de presión, ninguna de ellas es aplicable a otros sistemas fuera del rango de datos experimentales con los cuales se construyó la correlación.

Las correlaciones basadas en consideraciones de tipo teórico predicen de mejor manera las pérdidas de presión en las tuberías, entre las cuales destaca la debida a Molerus y Wellmann<sup>72</sup>, quienes empleando un análisis dimensional y basándose en un amplio espectro de datos experimentales, desarrollaron el mejor modelo semiempírico existente a la fecha para las caídas de presión en tuberías horizontales.

### Correlación de Molerus-Wellman

En general, la caída total de presión en los sistemas líquido-sólido es la suma de las caídas de presión para cada una de las fases, y queda expresada de la siguiente manera:

$$\Delta P_{2F} = \Delta P_L + \Delta P_P \quad (190)$$

En donde:

$\Delta P_{2F}$  = caída de presión total a dos fases en  $\text{kgf/m}^2$ .

$\Delta P_L$  = caída de presión de la fase líquida en  $\text{kgf/m}^2$ .

$\Delta P_P$  = caída de presión de la fase sólida en  $\text{kgf/m}^2$ .

El primer término de esta ecuación puede ser determinado mediante la ecuación de Darcy:

$$\Delta P_L = \frac{f_L \rho_L v_M^2 L}{2 D g_c} \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (191)$$

En donde:

$f_L$  = factor de fricción de Darcy para la fase líquida.

$v_M$  = velocidad promedio de la mezcla en m/s:

$$v_M = \frac{v_{SL} + v_{SP}}{2} \quad (192)$$

$L$  = longitud del tramo de tubería en m.

$D$  = diámetro de la tubería en m.

$g_c = 9.81 \text{ m kg}/(\text{s}^2 \text{ kgf})$ .

$v_{SL}$  = velocidad superficial de la fase líquida en m/s:

$$v_{SL} = \frac{W_L}{3600 \rho_L A} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (193)$$

$v_{SP}$  = velocidad superficial de la fase sólida en m/s:

$$v_{SP} = \frac{W_P}{3600 \rho_P A} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (194)$$

Molerus y Wellmann desarrollaron una expresión para determinar la caída de presión para la fase sólida:

$$\Delta P_P = \frac{(x^*) \varphi (\rho_P - \rho_L) g L}{g_c} \left( \frac{v_M}{v_t} \right)^2 \left[ \frac{kgf}{m^2} \right] \quad (195)$$

En donde:

$x^*$  = caída de presión adimensional (parámetro de Molerus-Wellmann).

$\varphi$  = fracción volumen de sólidos respecto al volumen total de mezcla:

$$\varphi = \frac{\frac{W_P}{\rho_P}}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_P}{\rho_P}} \quad (196)$$

Para obtener el valor del parámetro  $x^*$ , Molerus y Wellmann definieron tres variables, resultado de su análisis dimensional:

$$Fr_t = \frac{v_t}{\sqrt{gD(S-1)}} \quad (197)$$

$$Fr_p = \frac{v_M}{\sqrt{gd_p(S-1)}} \quad (198)$$

$$x_0 = \frac{\left( \frac{v_{SLIP}}{v_M} \right)_0^2}{1 - \left( \frac{v_{SLIP}}{v_M} \right)_0} \quad (199)$$

En donde:

$Fr_t$  = número de Froude terminal.

$Fr_p$  = número de Froude de partícula.

$S$  = cociente de densidades:

$$S = \frac{\rho_P}{\rho_L} = \frac{1}{De} \quad (200)$$

$x_0$  = caída de presión adimensional independiente de la concentración.

$(v_{SLIP} / v_M)_0$  = velocidad de deslizamiento adimensional independiente de la concentración de los sólidos.



$v_{SLIP}$  = velocidad de deslizamiento entre las fases (*slip velocity*) en m/s:

$$v_{SLIP} = v_L - v_P \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (201)$$

$v_L$  = velocidad real del líquido en m/s.

$v_P$  = velocidad real de las partículas en m/s.

La velocidad de deslizamiento es, como en todos los sistemas de flujo a dos fases, el principal parámetro en el mecanismo de transporte y disipación de la energía, ya que la fuerza de arrastre ejercida por el fluido sobre la partícula (o gota en el caso de sistemas gas-líquido) depende de la velocidad relativa existente entre ambas fases. El fluido siempre avanza con mayor rapidez respecto a las partículas, ocasionándose una cierta fricción entre las fases y, por ende, una pérdida de energía cinética.

Para poder determinar la velocidad slip, Molerus y Wellmann elaboraron una gráfica donde esta velocidad es función de los números de Froude terminal y de partícula, como se muestra en la figura 35.

El parámetro  $x^*$  depende de la fracción volumétrica  $\phi$  de la siguiente forma:

Para  $0 \leq \phi \leq 0.25$ :  $x^* = x_0$  (202)

Para  $\phi > 0.25$ :  $x^* = x_0 + 0.1Fr_t^2 (\phi - 0.25)$  (203)

### **Método de Molerus-Wellmann:**

- 1.- Calcular los números de Froude terminal y de partícula con las ecuaciones 197 y 198.
- 2.- Determinar la velocidad de deslizamiento adimensional empleando la gráfica de la figura 35.
- 3.- Calcular los parámetros  $x_0$  y  $\phi$  con las ecuaciones 199 y 196, respectivamente.
- 4.- Obtener el parámetro  $x^*$  con las ecuaciones 202 y 203.
- 5.- Calcular la caída de presión de la fase sólida con la ecuación 195.
- 6.- Calcular la caída de presión de la fase líquida con la ecuación 191.
- 7.- Determinar la caída total de presión con la ecuación 190.

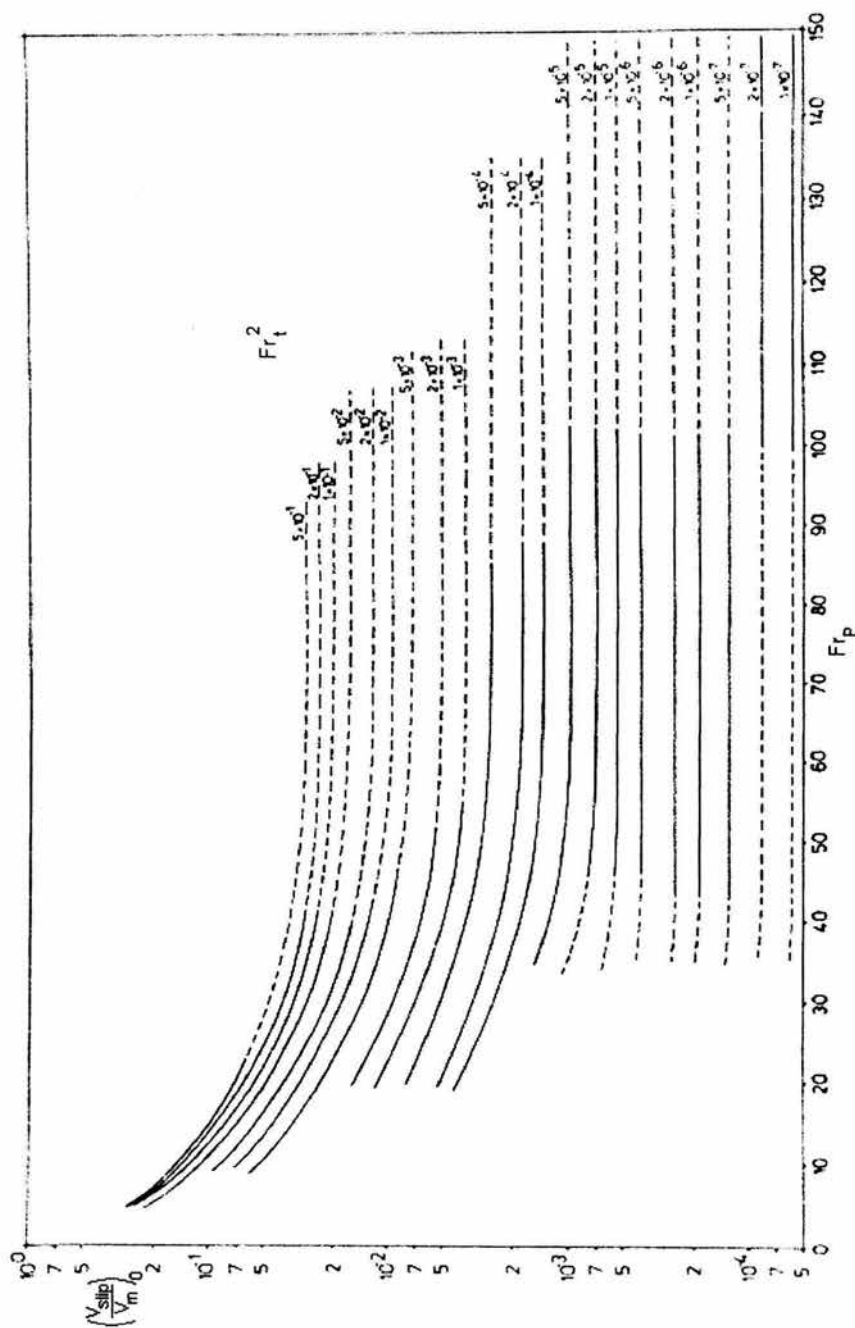
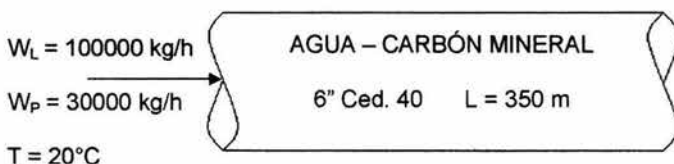


Figura 35.- Gráfica de Molerus-Wellmann para determinar la velocidad slip adimensional. (1981)

## Ejemplo 20

Obtener la caída total de presión en una tubería horizontal de 6 pulgadas cédula 40 que transporta partículas de carbón mineral a razón de 30000 kg/h. Estas partículas son arrastradas por 100000 kg/h de agua a 20°C, tienen un diámetro promedio de 5200  $\mu\text{m}$  y una densidad de 1270  $\text{kg}/\text{m}^3$ . La longitud de la tubería es de 350 m.

### 1.-TRADUCCIÓN



### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

Para obtener la caída de presión en la línea se emplea el método de Molerus-Wellmann, el cual no necesita de la determinación del patrón de flujo.

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Velocidad de deslizamiento adimensional

Las propiedades del agua a 20°C son:

$$\rho_L = 998.23 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$\mu_L = 1.005 \text{ cp} = 1.005 \times 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m s})$$

$$d_p^* = 71.82$$

Con este valor del diámetro adimensional se obtiene en la gráfica de velocidad terminal de partículas en fluidos (figura 23):

$$u_t^* = 13$$

$$v_t = 0.181 \text{ m/s}$$

$$S = \frac{1270 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1.27$$

Para una tubería de 6" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.1541 \text{ m}$$

$$A = 0.0186388 \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = \frac{100000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.0186388 \text{ m}^2)} = 1.49 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{SP} = \frac{30000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 1270 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.0186388 \text{ m}^2)} = 0.35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_M = \frac{1.49 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.35 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 0.92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Fr_p = \frac{0.92 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (5200 \times 10^{-6} \text{ m}) (1.27 - 1)}} = 7.84$$

$$Fr_t = \frac{0.181 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0.1541 \text{ m}) (1.27 - 1)}} = 0.283$$

$$Fr_t^2 = (0.283)^2 = 8 \times 10^{-2}$$

Con el Froude de partícula ( $Fr_p$ ) y el cuadrado del Froude terminal ( $Fr_t^2$ ), de la gráfica de Molerus-Wellmann (figura 35) se obtiene:

$$\left( \frac{v_{SLIP}}{v_M} \right)_0 = 0.15$$

### 3.2.-Caída de presión de la fase sólida

$$x_0 = \frac{(0.15)^2}{1 - 0.15} = 0.0265$$

$$\varphi = \frac{\frac{30000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1270 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}{\frac{100000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + \frac{30000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1270 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.191 < 0.25$$

$$x^* = 0.0265$$

$$\Delta P_p = 0.0265(0.191)(1270 - 998.23) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (350\text{m}) \left( \frac{0.92 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.181 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^2 = 12438.5 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 3.3.-Caída de presión de la fase líquida

$$\text{Re}_{\text{SL}} = \frac{0.1541\text{m} \left( 1.49 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.005 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 228062 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\varepsilon/D = 0.0003$$

$$f_L = f_D = 0.0175$$

$$\Delta P_L = \frac{0.0175 \left( 998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 0.92 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 (350\text{m})}{2 \left( 0.1541\text{m} \right) \left( 9.81 \frac{\text{kgm}}{\text{kgfs}^2} \right)} = 1711.6 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 3.4.-Caída total de presión

$$\Delta P_{2F} = 1711.6 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} + 12438.5 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 14150.1 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

## 4.-RESULTADO

La caída total de presión es de 14150.1 kgf/m<sup>2</sup>.

Este método no considera al patrón de flujo presente en la línea, pues el fundamento teórico empleado por estos investigadores lleva implícita la aparición o ausencia de sedimento en el fondo de la tubería.

El método de Molerus-Wellmann predice las caídas de presión a dos fases líquido-sólido en tuberías horizontales con un error máximo de  $\pm 10\%$ , y está basado en datos experimentales cuyos intervalos son los siguientes:  $25 \text{ mm} \leq D \leq 315 \text{ mm}$  ( $1'' \leq D \leq 12''$ ),  $12 \mu\text{m} \leq d_p \leq 5200 \mu\text{m}$ ,  $1270 \text{ kg/m}^3 \leq \rho_p \leq 5250 \text{ kg/m}^3$ .

Existen otras metodologías de cálculo de caídas de presión en flujo horizontal a dos fases líquido-sólido. El lector interesado puede consultar las correlaciones de Durand-Condolios<sup>66</sup>, Newitt-Richardson-Abbott-Turtle<sup>73</sup>, Condolios-Chapus<sup>62</sup>, Rose-Duckworth<sup>54</sup>, Turian-Yuan<sup>77</sup>, entre otras más.

## PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

A diferencia del flujo gas-sólido, los patrones existentes en el flujo bifásico líquido-sólido vertical ascendente y descendente son prácticamente los mismos, debido a la gran influencia de la viscosidad y de la densidad del líquido sobre las interacciones fluido-partícula, las cuales dominan junto con las interacciones partícula-partícula sobre las existentes entre las partículas y la pared de la tubería, como se mencionó con anterioridad. La única diferencia entre ambos tipos de flujo es el movimiento real de las partículas, por esta razón serán expuestos a continuación los patrones de flujo ascendente de manera separada de los correspondientes al flujo descendente.

### ***Patrones de flujo vertical ascendente***

Existen tres patrones de los cuales uno es de flujo a dos fases y los otros dos son de fluidización (figura 36). Estos últimos, junto con el de lecho fijo, son expuestos solamente para proporcionar una visión más amplia del fenómeno. Arreglados en orden creciente de velocidad de líquido, los patrones de flujo son:

#### **Lecho Fijo (*Fixed bed*)**

Como se vio en los sistemas gas-sólido, este régimen de flujo no es un patrón real de flujo a dos fases líquido-sólido, tampoco de fluidización, pues las partículas permanecen inmóviles mientras el líquido asciende por los huecos existentes entre las mismas. Este tipo de lecho se presenta a velocidades superficiales de líquido inferiores a la *velocidad mínima de fluidización (minimum fluidization velocity)*. También se le denomina *lecho empacado (packed bed)*.

#### **Fluidización Particulada (*Particulate fluidization*)**

El lecho se expande conforme la velocidad superficial del líquido se incrementa. La fase líquida fluye por los intersticios existentes entre las partículas, los cuales aumentan de tamaño uniformemente con la expansión. De esta manera, no hay inhomogeneidades en el lecho, como burbujas o balas de líquido en su interior. Se da a velocidades superficiales de líquido mayores a la mínima de fluidización y menores a la *velocidad terminal de descenso de las partículas (terminal settling velocity)*.

#### **Fluidización Agregativa (*Aggregative fluidization* o *Aggregate fluidization*)**

En este patrón de fluidización aparecen *inhomogeneidades* en el lecho, como lo es la formación de burbujas de líquido en el seno del lecho de partículas sólidas, dando a éste un aspecto de estar hirviendo. Las burbujas de líquido son semejantes a las de su contraparte gaseosa, en la fluidización con burbujeo en sistemas gas-sólido, pues presentan una *estela* de partículas en su porción inmediata inferior. También puede darse la formación de balas de líquido, de manera similar al flujo bala en sistemas gas-sólido, o la aparición de *estrias* o

*bandas* de líquido, las cuales se desplazan ascendentemente. Este régimen de fluidización ocurre sólo con aquellas partículas pertenecientes al grupo cuya fluidización es de este tipo, y a velocidades superficiales de líquido mayores a la mínima de fluidización pero menores a la velocidad terminal de descenso de las partículas.

### **Transporte Hidráulico** (*Hydraulic conveying*)

Este es el único patrón real de flujo bifásico observado en líneas verticales ascendentes, pues se caracteriza por el arrastre de las partículas desde la porción inferior de la tubería hacia la superior. A bajas velocidades del líquido, las partículas de sólido están dispersas de manera homogénea en toda el área de flujo de la tubería. A velocidades de líquido mayores, las partículas tienden a fluir preferentemente por el centro del tubo, ocasionando la formación de un anillo de líquido, el cual contiene una pequeña cantidad de partículas en su seno. Se presenta a velocidades superficiales de líquido mayores a la velocidad terminal de descenso de las partículas.

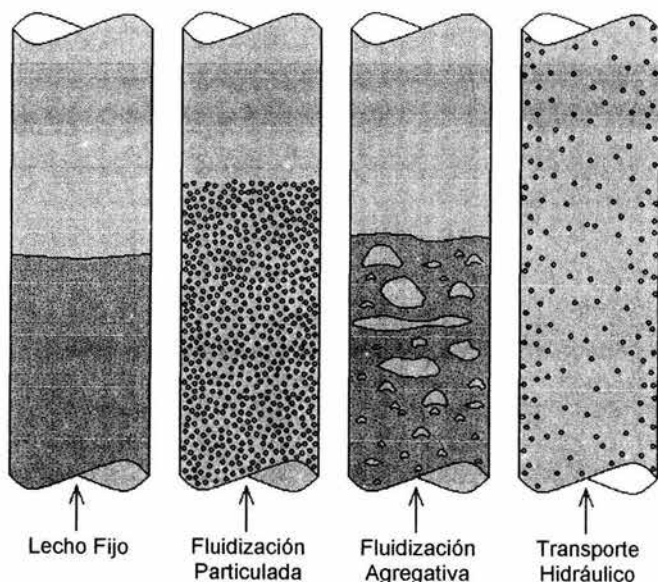


Figura 36.- Patrones de flujo ascendente a dos fases sistema líquido-sólido en tuberías verticales.

### **Patrones de flujo vertical descendente**

Este tipo de flujo es poco frecuente pero se le puede hallar en líneas provenientes de tanques de almacenamiento y en drenajes. Arreglados en orden creciente de velocidad de deslizamiento entre fases, los patrones de flujo son los siguientes (figura 37):

### **Flujo en Lecho Empacado** (*Packed bed flow*)

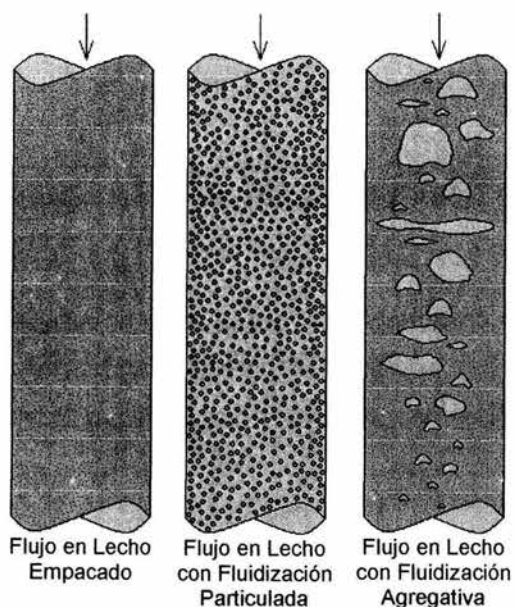
El descenso de las partículas se efectúa a modo de lecho empacado, en donde el líquido fluye a través de los intersticios existentes entre las partículas. Ocurre a velocidades de deslizamiento menores a la velocidad relativa mínima de fluidización.

### **Flujo en Lecho con Fluidización Particulada** (*Fluidized bed flow*)

Este patrón de flujo se caracteriza por el descenso de las partículas sólidas a modo de lecho con fluidización particulada. Es similar a su contraparte en sistemas gas-sólido, y se presenta a velocidades de deslizamiento mayores a la velocidad relativa mínima de fluidización.

### **Flujo en Lecho con Fluidización Agregativa** (*Aggregate fluidized bed flow*)

Se caracteriza por el flujo descendente de una masa de partículas a modo de lecho con fluidización agregativa. Es similar al flujo en lecho fluidizado con burbujeo de los sistemas gas-sólido, pero se presenta sólo con las partículas cuya fluidización es agregativa, a velocidades de deslizamiento mayores a la velocidad relativa mínima de fluidización.



Flujo 37.- Patrones de flujo descendente a dos fases sistema líquido-sólido en tuberías verticales.



## PREDICCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

Gracias a la enorme similitud entre los sistemas gas-sólido y líquido-sólido, el estudio y caracterización de los patrones de flujo vertical líquido-sólido es efectuado mediante el empleo del mismo tipo de variables y correlaciones usadas en el caso del flujo gas-sólido. Uno de los primeros intentos en este sentido fue llevado a cabo por Creasy<sup>64</sup>, quien propuso un mapa con coordenadas adimensionales donde hizo una distinción entre las fluidizaciones particulada y agregativa. Posteriormente, Molerus<sup>71</sup> elaboró un mapa donde se ubican los lechos fijo y con fluidización particulada, cuyas coordenadas son grupos adimensionales bien conocidos.

Retomando el mapa de Molerus, Grace<sup>42</sup> construyó el suyo propio mediante el empleo del diámetro adimensional de partícula y de la velocidad adimensional del fluido. Este mapa (figura 38) es similar al correspondiente para flujo vertical ascendente gas-sólido, y por ser el más general será mostrado a continuación.

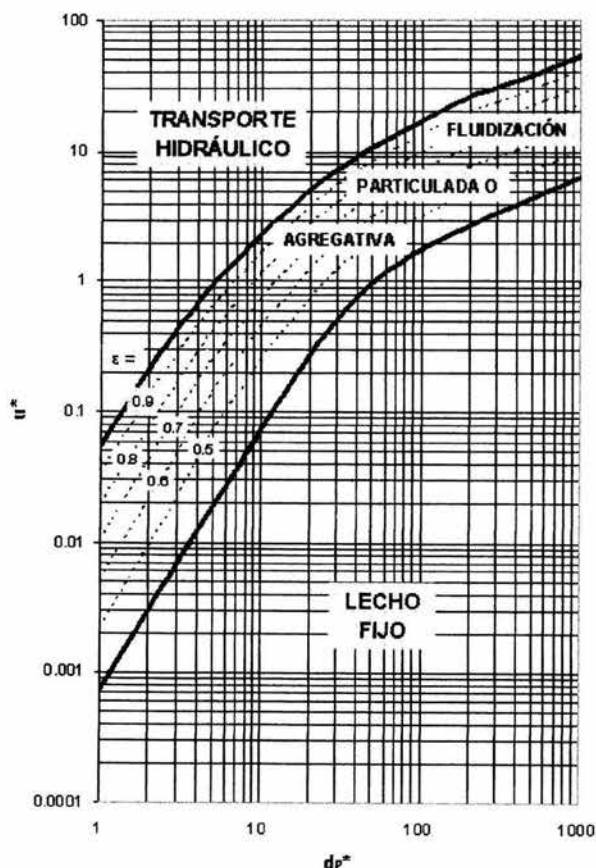


Figura 38.- Mapa de patrones de Grace para flujo vertical ascendente en sistemas líquido-sólido. (1986)

Donde:

$d_p^*$  = diámetro adimensional de partícula.

$u^*$  = velocidad superficial adimensional de la fase líquida:

$$u^* = v_{SL} \left[ \frac{\rho_L^2}{\mu_L (\rho_P - \rho_L) g} \right]^{1/3} = Ly^{1/3} = \frac{Re_{SP}}{Ar^{1/3}} \quad (204)$$

$Ly$  = número de Lyaschenko, también llamado número de similaridad (M):

$$Ly = \frac{v_{SL}^3 \rho_L^2}{\mu_L (\rho_P - \rho_L) g} \quad (205)$$

Para determinar el tipo de fluidización (particulada o agregativa), debe usarse cualquiera de los mapas de clasificación de partículas (figuras 31 y 32), dependiendo del tipo de fluido empleado en el sistema.

En este mapa, a diferencia del mapa de la figura 28, las fronteras de transición entre los patrones de flujo o de fluidización no dependen de la masa velocidad de la fase sólida, tampoco del diámetro de la tubería. El criterio de transición para la frontera entre el lecho fijo y el lecho fluidizado es la *velocidad mínima de fluidización*, y el correspondiente a la frontera entre el lecho fluidizado y el transporte hidráulico es la *velocidad terminal*.

A continuación se muestra un mapa generalizado de patrones de flujo vertical descendente (figura 39), basado en los criterios de transición de Grace y en los propuestos por Rhodes para sistemas fluido-sólido.

La ordenada en este mapa es la diferencia de velocidades superficiales (o velocidad de deslizamiento) entre ambas fases, y queda definida por la siguiente ecuación:

$$|v_{SL} - v_{SP}|^* = |v_{SL} - v_{SP}| \left[ \frac{\rho_L^2}{\mu_L (\rho_P - \rho_L) g} \right]^{1/3} \quad (206)$$

A semejanza con la figura 38, para distinguir los flujos en lecho con fluidización particulada y en lecho con fluidización agregativa, debe emplearse cualquiera de los mapas de clasificación de partículas mostrados en las figuras 31 y 32. Si el sistema es agua-sólido, se usa la figura 31, y si es cualquier otro sistema, se utiliza el mapa de Di Felice (figura 32).

En el mapa de la figura 39, el criterio de transición entre los flujos en lecho empacado y en lecho fluidizado corresponde a la velocidad mínima de fluidización, pero cuya ordenada está dada por la ecuación 206.

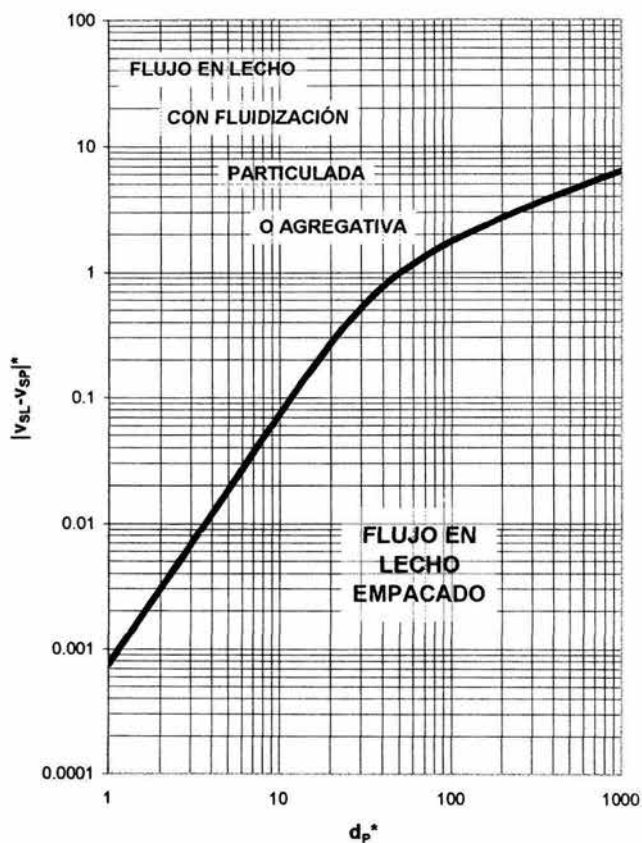


Figura 39.- Mapa de patrones generalizado para flujo vertical descendente en sistemas líquido-sólido. (2004)

### Ejemplo 21

¿Cuál será el patrón de flujo esperado en una tubería vertical de 4 pulgadas cédula 40 por la cual ascienden 1000 kg/h de agua a través de un lecho formado por granos de trigo? La temperatura del agua es de 25°C, el diámetro promedio de los granos es de 4.8 mm y la densidad de estos es de 750 kg/m<sup>3</sup>.

## 1.-TRADUCCIÓN

$$W_L = 1000 \text{ kg/h}$$

$$T = 25^\circ\text{C}$$



AGUA – TRIGO

4" Ced. 40

## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

El patrón de flujo es determinado empleando el mapa de Grace para sistemas líquido-sólido (figura 38).

### 2.2.-Coordenadas de Grace

$$d_p^* = d_p \left[ \frac{\rho_L (\rho_p - \rho_L) g}{\mu_L^2} \right]^{1/3}$$

$$u^* = v_{sl} \left[ \frac{\rho_L^2}{\mu_L (\rho_p - \rho_L) g} \right]^{1/3}$$

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Velocidad superficial de la fase líquida

Las propiedades del agua a 25°C son:

$$\rho_L = 997.08 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_L = 0.8937 \text{ cp} = 8.937 \times 10^{-4} \text{ kg/(m s)}$$

Para una tubería de 4" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.1023 \text{ m}$$

$$A = 0.008213 \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.008213 \text{m}^2)} = 0.0339 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.2.-Patrón de flujo

$$d_p^* = (4.8 \times 10^{-3} \text{m}) \left[ \frac{997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (997.08 - 750) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{\left( 8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right)^2} \right]^{1/3} = 69.43$$

$$u^* = \left( 0.0339 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left[ \frac{\left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^2}{\left( 8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) (997.08 - 750) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)} \right]^{1/3} = 2.61$$

En el mapa de Grace de la figura 38, estas coordenadas se intersectan en la región correspondiente a la fluidización. Para poder determinar el tipo de fluidización presente en el lecho de trigo, a continuación será empleado el mapa de Di Felice de clasificación de partículas (figura 32):

$$Ar = (69.43)^3 = 334689$$

$$De = \frac{997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1.33$$

De acuerdo con el mapa de Di Felice, la fluidización del lecho es de tipo particulada.

### 4.-RESULTADO

El patrón desarrollado en el lecho es el de fluidización particulada.

### Ejemplo 22

Determinar el patrón de flujo presente en una tubería vertical de 6 pulgadas cédula 40 por la cual descienden 500 kg/h de carbón mineral y 300 kg/h de agua a 25°C. Las partículas de carbón tienen un diámetro promedio de 12.7 mm y una densidad de 720 kg/m<sup>3</sup>.

## 1.-TRADUCCIÓN

$$W_p = 500 \text{ kg/h}$$

$$W_L = 300 \text{ kg/h}$$

$$T = 25^\circ\text{C}$$



AGUA – CARBÓN MINERAL

6" Ced. 40

## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

Para obtener el patrón de flujo se utiliza el mapa de patrones generalizado para flujo vertical descendente (figura 39).

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Velocidad superficial de la fase líquida

Las propiedades del agua a  $25^\circ\text{C}$  son:

$$\rho_L = 997.08 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_L = 0.8937 \text{ cp} = 8.937 \times 10^{-4} \text{ kg/(m s)}$$

Para una tubería de 6" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.1541 \text{ m}$$

$$A = 0.0186388 \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = \frac{300 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.0186388 \text{ m}^2)} = 0.0045 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.2.-Velocidad superficial de la fase sólida

$$v_{SP} = \frac{500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 720 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.0186388 \text{m}^2)} = 0.0103 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3.-Patrón de flujo

$$d_p^* = (12.7 \times 10^{-3} \text{m}) \left[ \frac{997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (997.08 - 720) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{\left( 8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right)^2} \right]^{1/3} = 190.84$$

$$|v_{SL} - v_{SP}|^* = \left| 0.0045 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0103 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right| \left[ \frac{\left( 997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^2}{\left( 8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right) (997.08 - 720) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)} \right]^{1/3} = 0.43$$

En el mapa generalizado para flujo vertical descendente de la figura 39, estas coordenadas se intersectan en la región correspondiente al flujo en lecho empacado.

### 4.-RESULTADO

El patrón es el de flujo en lecho empacado.

## PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN TUBERÍAS VERTICALES

La caída de presión en tuberías verticales con flujo a dos fases líquido-sólido, al igual que en el flujo gas-sólido, depende del patrón de flujo. A continuación serán expuestas las correlaciones semiempíricas más usadas en el diseño de tuberías y equipos, de acuerdo con el patrón de flujo.

### Transporte hidráulico

En tuberías verticales, según Kopko, Barton y McCormick<sup>70</sup>, la caída total de presión está dada por la siguiente sumatoria:

$$\Delta P_{2F} = \frac{\varepsilon \rho_L v_L^2}{2g_c} + \frac{(1-\varepsilon)\rho_P v_P^2}{2g_c} + \frac{\varepsilon \rho_L L g \text{sen}\theta}{g_c} + \frac{(1-\varepsilon)\rho_P L g \text{sen}\theta}{g_c} + \frac{f_L v_L^2 \rho_L}{2Dg_c} \quad \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (207)$$

En donde:

$\varepsilon$  = fracción de huecos o holdup de líquido.

$\theta$  = ángulo de inclinación de la tubería.

Los dos primeros términos corresponden a la caída de presión por aceleración, los siguientes dos términos son caídas de presión por elevación, y el último es la pérdida de presión por fricción entre la fase líquida y las paredes de la tubería. El ángulo de inclinación para flujo ascendente es  $90^\circ$  y para flujo descendente es de  $-90^\circ$  ó  $270^\circ$ .

Cabe resaltar la ausencia de un término correspondiente a la caída de presión por fricción entre las partículas sólidas y las paredes de la tubería. Newitt y colaboradores<sup>74</sup> estudiaron las pérdidas totales de presión por fricción y concluyeron que éstas son ligeramente superiores a las ocasionadas por la fricción entre el líquido y la pared del tubo, cuando la velocidad del líquido es baja y la velocidad terminal de las partículas se encuentra en régimen transicional o turbulento. Para velocidades de líquido muy altas, la caída de presión por fricción entre las partículas y la pared de la tubería es idéntica a la caída de presión por fricción entre el líquido y la pared.

Newitt y sus colaboradores descubrieron una migración de las partículas hacia el eje de simetría de la tubería cuando la velocidad del líquido es muy alta. De esta manera, se forma un anillo de líquido el cual fluye sobre las paredes internas del tubo y, por lo tanto, evita el contacto directo de las partículas con la pared de la tubería. En consecuencia, las pérdidas de presión por fricción entre los sólidos y las paredes internas de la línea son despreciables respecto a la caída total de presión por fricción.

Las velocidades reales de las fases líquida y sólida se calculan mediante las siguientes ecuaciones:

$$v_L = \frac{v_{SL}}{\varepsilon} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (208)$$

$$v_P = \frac{v_{SP}}{1 - \varepsilon} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (209)$$

La fracción de huecos o holdup de la fase líquida puede ser determinada mediante el uso de la ecuación 186:

$$\varepsilon = \frac{Q_L}{Q_L + Q_P} = \frac{\frac{W_L}{\rho_L}}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_P}{\rho_P}} \quad (186)$$

Donde:

$Q_L$  y  $Q_P$  = flujos volumétricos de las fases líquida y sólida en  $m^3/h$ .

### **Método de Kopko-Barton-McCormick:**

- 1.- Determinar el patrón de flujo mediante el mapa de Grace (figura 38). Si el tipo de flujo determinado corresponde al transporte hidráulico, se debe continuar con el método.

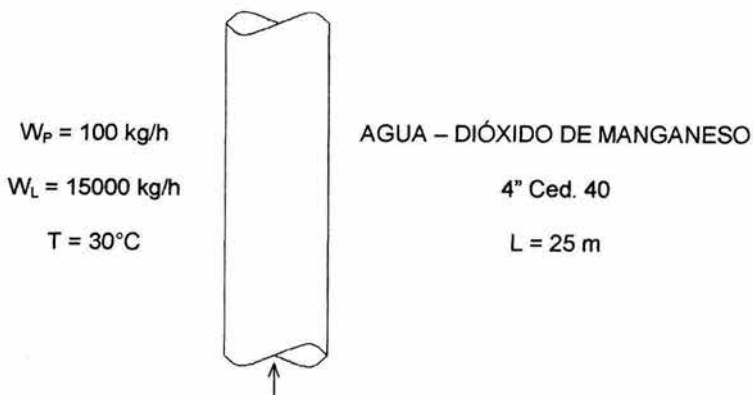


- 2.- Calcular la fracción de huecos o holdup de líquido con la ecuación 186.
- 3.- Calcular las velocidades reales de ambas fases con las ecuaciones 208 y 209.
- 4.- Calcular el factor de fricción de Darcy del líquido empleando la gráfica de Moody (figuras 9 ó 10), o con las ecuaciones de Hagen-Poiseuille (ecuación 28) o la de Chen (ecuación 29) dependiendo del régimen de flujo (laminar o turbulento, respectivamente).
- 5.- Determinar la caída total de presión con la ecuación 207.

### Ejemplo 23

Por una tubería vertical de 4 pulgadas cédula 40 ascienden 15000 kg/h de agua a 30°C, y 100 kg/h de partículas de dióxido de manganeso, las cuales tienen un diámetro promedio de 1.57 mm y una densidad de 4100 kg/m<sup>3</sup>. Calcular la caída total de presión si la longitud del tubo es de 25 m.

#### 1.-TRADUCCIÓN



#### 2.-PLANTEAMIENTO

##### 2.1.-Discusión

Para determinar el patrón de flujo se empleará el mapa de Grace para sistemas líquido-sólido (figura 38), y para calcular la caída de presión en la línea, se empleará el método de Kopko-Barton-McCormick, siempre y cuando el patrón de flujo corresponda al transporte hidráulico.

#### 3.-CÁLCULOS

##### 3.1.-Patrón de flujo

Las propiedades del agua a 30°C son:

$$\rho_L = 995.68 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_L = 0.8007 \text{ cp} = 8.007 \times 10^{-4} \text{ kg/(m s)}$$

Para una tubería de 4" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 4.026 \text{ in} = 0.1023 \text{ m}$$

$$A = 0.008213 \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = 0.51 \text{ m/s}$$

$$d_p^* = 56.78$$

$$u^* = 17.54$$

En el mapa de Grace de la figura 38, estas coordenadas indican la presencia de un transporte hidráulico en el interior de la tubería.

### 3.2.-Velocidad real de cada fase

$$\varepsilon = \frac{\frac{15000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{995.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}{\frac{15000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{995.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + \frac{100 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{4100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.9984$$

$$v_L = \frac{0.51 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.9984} = 0.511 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{SP} = \frac{100 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \left( 4100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0.008213 \text{ m}^2)} = 8.249 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_P = \frac{8.249 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 - 0.9984} = 0.516 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3.-Caída total de presión

$$Re_L = \frac{0.1023m \left( 0.511 \frac{m}{s} \right) \left( 995.68 \frac{kg}{m^3} \right)}{8.007 \times 10^{-4} \frac{kg}{ms}} = 65005 \quad \text{Régimen turbulento}$$

De las figuras 9 y 10:

$$\epsilon/D = 0.00045$$

$$f_L = f_D = 0.021$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{2F} = & \frac{0.9984 \left( 995.68 \frac{kg}{m^3} \right) \left( 0.511 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{kgm}{kgf s^2} \right)} + \frac{(1-0.9984) \left( 4100 \frac{kg}{m^3} \right) \left( 0.516 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \left( 9.81 \frac{kgm}{kgf s^2} \right)} \\ & + 0.9984 \left( 995.68 \frac{kg}{m^3} \right) (25m) \text{sen}(90^\circ) + (1-0.9984) \left( 4100 \frac{kg}{m^3} \right) (25m) \text{sen}(90^\circ) \\ & + \frac{0.021 \left( 0.511 \frac{m}{s} \right)^2 \left( 995.68 \frac{kg}{m^3} \right)}{2 (0.1023m) \left( 9.81 \frac{kgm}{kgf s^2} \right)} \end{aligned}$$

$$\Delta P_{2F} = 25032.2 \frac{kgf}{m^2}$$

### 4.-RESULTADO

La caída total de presión es de 25032.2 kgf/m<sup>2</sup>.

Aunque los lechos fijos y con fluidización están fuera del alcance de este texto, por no constituir un flujo a dos fases verdadero, serán expuestos brevemente con la única finalidad de proporcionar mayores elementos para el diseño de sistemas líquido-sólido. Para profundizar más en el tema de los lechos de partículas, se le recomienda al lector consultar las obras de Davidson y Harrison, de Kunii y Levenspiel, de Leva, de Valiente Barderas, y las dos de Rhodes.

## Fluidización

De manera similar a los sistemas gas-sólido, la caída de presión total para este régimen no tiene contribuciones por aceleración, y entonces está dada por la ecuación propuesta por Foscolo y Gibilaro<sup>67</sup>:

$$\Delta P_{2F} = \frac{[\varepsilon \rho_L + (1-\varepsilon)\rho_P] g L}{g_c} \left[ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right] \quad (210)$$

La fracción de huecos es calculada mediante la ecuación de Richardson-Zaki<sup>75</sup>, pues la correlación obtenida por estos autores sólo es aplicable para lechos fijos y fluidizados:

$$\varepsilon = \left( \frac{v_{st}}{v_i} \right)^{1/n} \quad (211)$$

En donde:

$n$  = exponente de Richardson-Zaki.

$v_i$  = velocidad terminal ajustada en m/s:

$$v_i = v_t 10^{-\frac{d_p}{D}} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (212)$$

Rowe<sup>76</sup> desarrolló una ecuación explícita para determinar el valor de este exponente, el cual está en función del Reynolds terminal y queda dado por la ecuación:

$$n = 2.35 \left[ \frac{2 + 0.175(\text{Re}_P)_t^{3/4}}{1 + 0.175(\text{Re}_P)_t^{3/4}} \right] \quad (213)$$

Donde:

$(\text{Re}_P)_t$  = Reynolds terminal de partícula:

$$(\text{Re}_P)_t = \frac{d_p v_t \rho_L}{\mu_L} \quad (214)$$

Estas ecuaciones son aplicables a las fluidizaciones particulada y agregativa, para el flujo ascendente. Para el caso de flujo descendente, la fracción de huecos o holdup de líquido para los flujos en lecho con fluidización particulada y con fluidización agregativa, es calculado mediante la ecuación 186, pues no son en realidad lechos fluidizados en cuyo caso serían válidas las ecuaciones de Richardson-Zaki y de Rowe:

$$\varepsilon = \frac{Q_L}{Q_L + Q_P} = \frac{\frac{W_L}{\rho_L}}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_P}{\rho_P}} \quad (186)$$

## Ejemplo 24

Determinar la caída de presión en una línea vertical de 8 pulgadas cédula 40 por la que ascienden 100 kg/h de agua a través de un lecho formado por 300 kg de dióxido de uranio. La temperatura del agua es de 25°C, la profundidad del lecho es de 2.5 m, el diámetro de las partículas es de 152  $\mu\text{m}$  y su densidad es de 3520  $\text{kg/m}^3$ .

### 1.-TRADUCCIÓN

$$M_p = 300 \text{ kg}$$

$$W_L = 100 \text{ kg/h}$$

$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$L = 2.5 \text{ m}$$



AGUA – DIÓXIDO DE URANIO

8" Ced. 40

### 2.-PLANTEAMIENTO

#### 2.1.-Discusión

El patrón de flujo se determina mediante la gráfica de Grace de la figura 38, y la caída de presión es obtenida empleando la ecuación 210, siempre y cuando el patrón corresponda al de lecho fluidizado.

### 3.-CÁLCULOS

#### 3.1.-Patrón de flujo

Las propiedades del agua a 25°C son:

$$\rho_L = 997.08 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_L = 0.8937 \text{ cp} = 8.937 \times 10^{-4} \text{ kg/(m s)}$$

Para una tubería de 8" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 7.981 \text{ in} = 0.2027 \text{ m}$$

$$A = 0.032275 \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = 8.632 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$d_p^* = 4.77$$

$$u^* = 0.031$$

En el mapa de Grace, estas coordenadas se cruzan en la región correspondiente a la fluidización. Para poder determinar el tipo de fluidización presente en el lecho de partículas de dióxido de uranio, se debe utilizar el mapa de Di Felice de clasificación de partículas (figura 32):

$$Ar = 108.5$$

$$De = 0.28$$

De acuerdo con este último mapa, la fluidización del lecho es de tipo particulada.

### 3.2.-Caída total de presión

La velocidad terminal de las partículas es obtenida empleando la figura 23, que está en el capítulo 2. Con  $dp^* = 4.77$ , se observa lo siguiente:

$$u_t^* = 1$$

$$v_t = 0.02813 \text{ m/s}$$

$$(Re_p)_t = \frac{(152 \times 10^{-6} \text{ m}) \left(0.02813 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \left(997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)}{8.937 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}} = 4.77$$

$$v_i = \left(0.02813 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) 10^{-\frac{152 \times 10^{-6} \text{ m}}{0.2027 \text{ m}}} = 0.02808 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$n = 2.35 \left[ \frac{2 + 0.175(4.77)^{3/4}}{1 + 0.175(4.77)^{3/4}} \right] = 3.85$$

$$\epsilon = \left( \frac{8.632 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.02808 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^{1/3.85} = 0.4048$$

$$\Delta P_{2F} = \left[ 0.4048 \left(997.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) + (1 - 0.4048) \left(3520 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \right] (2.5 \text{ m}) = 6246.81 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 4.-RESULTADO

La caída total de presión a lo largo del lecho fluidizado es de 6246.81 kgf/m<sup>2</sup>.

## Lecho fijo

Basándose en consideraciones teóricas, Gibilaro, Di Felice, Waldram y Foscolo<sup>68</sup> modificaron la ecuación de Ergun<sup>40</sup> (ecuación 174) para ser aplicable a sistemas líquido-sólido, quedando como sigue:

$$\frac{\Delta P}{L} = \left( \frac{17.3}{Re_{SP}} + 0.336 \right) \frac{\rho_L v_{SL}^2}{d_p g_c} (1-\varepsilon) \varepsilon^{-4.8} \left[ \frac{\text{kgf/m}^2}{\text{m}} \right] \quad (215)$$

En donde:

$\varepsilon$  = fracción de huecos.

$Re_{SP}$  = Reynolds superficial de partícula:

$$Re_{SP} = \frac{d_p v_{SL} \rho_L}{\mu_L} \quad (187)$$

La fracción de huecos es determinada mediante las ecuaciones de Richardson-Zaki (ecuaciones 211 y 212) y de Rowe (ecuación 213), para lecho fijo con flujo ascendente de gas.

La ecuación de Gibilaro y colaboradores puede ser empleada para flujo descendente (flujo en lecho empacado) sustituyendo la velocidad superficial del líquido por la velocidad relativa o de deslizamiento entre fases:

$$v_{rel} = \left| \frac{v_{SL}}{\varepsilon} - \frac{v_{SP}}{1-\varepsilon} \right| \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (216)$$

La fracción de huecos para flujo vertical descendente se obtiene mediante la ecuación 186, por no tratarse de un lecho fijo verdadero:

$$\varepsilon = \frac{Q_L}{Q_L + Q_P} = \frac{\frac{W_L}{\rho_L}}{\frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_P}{\rho_P}} \quad (186)$$

## **Ejemplo 25**

Obtener la caída de presión en una tubería de 6 pulgadas cédula 40, en la cual se halla un lecho empacado de partículas de antracita, cuya profundidad es de 2 m. El diámetro promedio de las partículas es de 1.32 mm y su densidad es de 1400 kg/m<sup>3</sup>. Por los intersticios del lecho ascienden 100 gal/h de agua a 20°C.

## 1.-TRADUCCIÓN

$$W_L = 100 \text{ kg/h}$$

$$T = 20^\circ\text{C}$$

$$L = 2 \text{ m}$$



AGUA – ANTRACITA

6" Ced. 40

## 2.-PLANTEAMIENTO

### 2.1.-Discusión

Para corroborar la existencia de un lecho empacado se empleará el mapa de Grace (figura 38). La fracción de huecos será obtenida mediante las ecuaciones de Richardson-Zaki y de Rowe. La caída de presión será determinada empleando la ecuación de Gibilaro-Di Felice-Waldram-Foscolo.

## 3.-CÁLCULOS

### 3.1.-Patrón de flujo

Las propiedades del agua a  $20^\circ\text{C}$  son:

$$\rho_L = 998.23 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_L = 1.005 \text{ cp} = 1.005 \times 10^{-3} \text{ kg/(m s)}$$

Para una tubería de 6" de diámetro nominal cédula 40, su diámetro interno es de:

$$D = 6.065 \text{ in} = 0.1541 \text{ m}$$

$$A = 0.0186388 \text{ m}^2$$

$$v_{SL} = 0.001493 \text{ m/s}$$

$$d_p^* = 20.77$$

$$u^* = 0.0942$$

En el mapa de Grace de la figura 38, estas coordenadas comprueban la existencia del lecho fijo en el interior de la tubería.



### 3.2.-Fracción de huecos

La velocidad terminal de las partículas es obtenida empleando la figura 23 del capítulo 2. Con  $d_p^* = 20.77$ , se observa lo siguiente:

$$u_t^* = 5.7$$

$$v_t = 0.0903 \text{ m/s}$$

$$(\text{Re}_p)_t = \frac{(1.32 \times 10^{-3} \text{ m}) \left( 0.0903 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.005 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 118.39$$

$$v_i = \left( 0.0903 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) 10^{-\frac{1.32 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{0.1541 \text{ m}}} = 0.0885 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$n = 2.35 \left[ \frac{2 + 0.175 (118.39)^{3/4}}{1 + 0.175 (118.39)^{3/4}} \right] = 2.67$$

$$\varepsilon = \left( \frac{0.001493 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.0885 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^{1/2.67} = 0.2168$$

### 3.3.-Caída total de presión

$$\text{Re}_{sp} = \frac{(1.32 \times 10^{-3} \text{ m}) \left( 0.001493 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \left( 998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{1.005 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 1.96$$

$$\Delta P = \left( \frac{17.3}{1.96} + 0.336 \right) \frac{998.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 0.001493 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{(1.32 \times 10^{-3} \text{ m}) \left( 9.81 \frac{\text{kgm}}{\text{kgfs}^2} \right)} (1 - 0.2168)(0.2168)^{-4.8} (2 \text{ m}) = 3792.63 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### 4.-RESULTADO

La caída total de presión a lo largo del lecho es de  $3792.63 \text{ kgf/m}^2$ .

El método de Kopko-Barton-McCormick predice las caídas de presión a dos fases líquido-sólido en tuberías verticales con un error no mayor a  $\pm 20\%$ . La ecuación de Gibilaro y colaboradores predice con gran precisión las pérdidas de presión en lechos empacados.

Existen otras correlaciones semiempíricas para el cálculo de caídas de presión, entre las cuales se recomienda revisar las de Newitt-Richardson-Gliddon<sup>74</sup>, Condolios-Chapus<sup>62</sup>, Aude et al.<sup>61</sup>, entre otras.

## CONSIDERACIONES GENERALES

En el diseño de sistemas de flujo líquido-sólido, es importante considerar la erosión producida por la colisión incesante de las partículas sólidas contra las paredes internas de los equipos y líneas. Este fenómeno representa un gran costo anual debido a la sustitución frecuente de piezas de equipo y accesorios, como lo son bombas y válvulas, y de tramos de tubería dañados por el flujo de las partículas. La erosión a su vez provoca la aparición del fenómeno de la corrosión, debido al contacto entre el líquido y el metal expuesto por la erosión.

La erosión puede ser disminuida seleccionando adecuadamente la velocidad del líquido, la cual debe ser lo suficientemente mayor a la velocidad de sedimentación de las partículas, correspondiente a la velocidad de transición entre los patrones de flujo horizontal heterogéneo y con dunas, o a la velocidad terminal para el caso de tuberías verticales. De esta manera, la corrosión en la superficie erosionada puede ser evitada.

Asimismo, el patrón de flujo presente en la tubería puede seleccionarse con la finalidad de fijar la velocidad superficial de la fase líquida. Generalmente, se recomienda una velocidad de entre 1 m/s y 2 m/s (4 ft/s y 7 ft/s) por economía. La erosión ocurre a velocidades de líquido entre 2.4 m/s y 3 m/s (8 y 10 ft/s), agravándose a mayores velocidades. Para el flujo heterogéneo se sugieren velocidades superficiales de líquido mayores a 2 m/s, pero debe tenerse cuidado con la erosión. También es recomendable transportar las partículas sólidas a una concentración de entre 10% y 40% en volumen.

Para el dimensionamiento de tuberías horizontales se recomiendan los flujos homogéneo y con dunas transversales, por su relativa estabilidad. Deben evitarse los flujos heterogéneo y con dunas longitudinales por su elevada tendencia a la sedimentación, y por ende, porque son patrones de flujo muy erosivos. Asimismo, no es recomendable el flujo en lecho móvil, pues tiende a bloquear las líneas. En el caso de líneas verticales, el patrón de transporte hidráulico ascendente y los tres patrones de flujo descendente no presentan mayores inconvenientes.

En cuanto al sistema de flujo<sup>61,63</sup>, deben emplearse codos de radio largo y extra-largo para minimizar la erosión producida por los cambios de dirección de las partículas. Se recomienda el empleo de válvulas de bola, las cuales deben instalarse junto con las conexiones necesarias para su drene y limpieza, evitando así la acumulación de partículas sólidas en la válvula. Las tuberías y líneas de transporte, por lo general, están hechas de acero ordinario o alguna aleación especial de acero, hierro colado, hule, plástico o de acero recubierto con hule o algún otro polímero. El material de las líneas por donde el líquido fluya a velocidades mayores a 4.5 m/s (15 ft/s) debe ser concreto o plástico, los cuales resisten mejor la erosión.

## Problemas propuestos

### Problema 25

Determinar el patrón de flujo esperado en una línea horizontal de 4 pulgadas cédula 40, a través de la cual 300 kg/h de agua acarrearán arena, cuyas partículas tienen un diámetro promedio de  $70 \mu\text{m}$  y una densidad de  $2650 \text{ kg/m}^3$ . La temperatura del agua es de  $25^\circ\text{C}$ .

#### Resultado

El patrón obtenido en el mapa de Thomas es el de flujo con dunas longitudinales.

### Problema 26

¿Cuál es el patrón de flujo presente en una tubería horizontal de 4 pulgadas cédula 40, si 40000 kg/h de agua arrastran partículas de mineral de hierro? La temperatura del agua es de  $20^\circ\text{C}$ , el diámetro promedio de las partículas de mineral de hierro es de  $32 \mu\text{m}$  y su densidad es de  $5250 \text{ kg/m}^3$ .

#### Resultado

El patrón desarrollado en la tubería corresponde al flujo homogéneo.

### Problema 27

Por una tubería horizontal de 4 pulgadas cédula 40 fluyen arena y agua a  $20^\circ\text{C}$ . Obtener el patrón de flujo si el diámetro promedio de las partículas de arena es de  $558.8 \mu\text{m}$ , su densidad es de 2643 y el flujo másico de agua es de 800 kg/h.

#### Resultado

El patrón presente en la línea es el de flujo con dunas transversales.

### Problema 28

Determinar la caída de presión en una tubería de 6 pulgadas de diámetro cédula 40 y 150 m de longitud, si por ella fluyen 55000 kg/h de agua a  $25^\circ\text{C}$ , y 900 kg/h de chicharos. Estos últimos tienen un diámetro promedio de 7.5 mm y una densidad de  $1387 \text{ kg/m}^3$ .

#### Resultado

La caída de presión en la línea es de  $1120.11 \text{ kgf/m}^2$ .

### Problema 29

Por una tubería horizontal de 6 pulgadas cédula 40 fluyen 50 kg/h de grava, con un diámetro promedio de partícula de 4 mm y una densidad de  $2600 \text{ kg/m}^3$ . La grava es acarreada por agua, la cual fluye con una velocidad superficial de 2.5 m/s, cuya densidad es de  $997.08 \text{ kg/m}^3$  y su viscosidad de 0.8937 cp. Determinar el patrón de flujo presente en la línea y calcular la caída total de presión si la longitud de la línea es de 500 m.

#### Resultado

El patrón de flujo es heterogéneo y la caída de presión es de  $4338.7 \text{ kgf/m}^2$ .

### Problema 30

Obtener el patrón de flujo esperado en el interior de una línea vertical de 8 pulgadas cédula 40, en el cual se encuentra un lecho de partículas de dióxido de torio, por cuyos intersticios asciende agua a razón de 5000 kg/h y a una temperatura de  $20^\circ\text{C}$ . Las propiedades de las partículas sólidas son: diámetro promedio =  $2 \mu\text{m}$ ; densidad =  $10000 \text{ kg/m}^3$ .

**Resultado**

En el mapa de Grace, el patrón corresponde al de transporte hidráulico.

**Problema 31**

Determinar el patrón de flujo en una tubería vertical de 8 pulgadas cédula 40 que contiene un lecho de frijoles de soya, por cuyos intersticios asciende agua a razón de 0.24 m/s. La temperatura del agua es de 25°C, el diámetro promedio de los frijoles de soya es de 6.35 mm y su densidad es de 1171 kg/m<sup>3</sup>.

**Resultado**

El patrón desarrollado en la línea es el de transporte hidráulico.

**Problema 32**

Obtener el patrón de flujo esperado y la caída total de presión en una tubería vertical de 6 pulgadas cédula 40 de 2 m de longitud, por la cual ascienden 25000 kg/h de un líquido a través de un lecho formado por 105 kg de partículas sólidas. Las propiedades de ambas fases son: densidad de la fase líquida = 769 kg/m<sup>3</sup>; viscosidad de la fase líquida = 0.894 cp; diámetro promedio de las partículas sólidas = 2.3 mm; densidad de la fase sólida = 6240 kg/m<sup>3</sup>.

**Resultado**

El patrón de flujo esperado es el de fluidización agregativa, y la caída total de presión es de 2672.35 kgf/m<sup>2</sup>.

**Problema 33**

Calcular la caída de presión en una línea vertical de 6 pulgadas cédula 40 de 40 m de largo, por la cual ascienden 65000 kg/h de líquido y 250 kg/h de partículas sólidas. La densidad del líquido es de 893 kg/m<sup>3</sup> y su viscosidad de 0.956 cp; el diámetro promedio de las partículas es de 748 μm y su densidad de 2410 kg/m<sup>3</sup>.

**Resultado**

La caída total de presión es de 35866.58 kgf/m<sup>2</sup>, correspondiente al patrón de transporte hidráulico.

**Problema 34**

Por una tubería vertical de 6 pulgadas cédula 40 ascienden 1000 kg/h de agua a 20°C, a través de un lecho formado por 60 kg de cuentas de vidrio, cuyo diámetro promedio es de 587 μm y su densidad de 2483 kg/m<sup>3</sup>. ¿Cuál es la caída total de presión y el lecho tiene una profundidad de 3 m?

**Resultado**

La caída total de presión a lo largo del lecho con fluidización particulada es de 5157.0 kgf/m<sup>2</sup>.

**Problema 35**

Determinar el patrón de flujo esperado en una tubería vertical de 4 pulgadas cédula 40 por la que descienden 150 kg/h de bauxita y 500 kg/h de agua. Las propiedades de ambas fases son: densidad del agua = 995.68 kg/m<sup>3</sup>; viscosidad del agua = 0.8007 cp; diámetro promedio de partícula = 105 μm; densidad de las partículas de bauxita = 1440 kg/m<sup>3</sup>.

**Resultado**

El patrón corresponde al de flujo en lecho con fluidización particulada.

**Problema 36**

Calcular la caída de presión en una tubería vertical de 6 pulgadas cédula 40 por la cual descienden agua y partículas de bentonita a razón de 760 kg/h y 200 kg/h, respectivamente. La temperatura del agua es de 25°C, el diámetro promedio de las partículas es de 76  $\mu\text{m}$  y su densidad de 1040  $\text{kg/m}^3$ .

**Resultado**

La caída total de presión es de 1005.7  $\text{kgf/m}^2$  por cada metro de longitud de tubería, correspondiente a un patrón de flujo en lecho con fluidización particulada.

# CONCLUSIONES

El fenómeno del flujo a dos fases es bastante complejo, por eso en la presente obra se le aborda de una manera práctica, sencilla y didáctica, sin implicar con ello un tratamiento simplista y superficial. En cada capítulo son mostrados los detalles principales y se indica la obtención de los parámetros de mayor relevancia y utilidad para el dimensionamiento de las tuberías periféricas e internas de los diferentes equipos de proceso con flujo a dos fases.

La determinación de los diversos patrones de flujo en cada uno de los sistemas se realiza mediante el uso de mapas, los cuales constituyen una forma práctica de visualizar la totalidad de las condiciones de flujo, a pesar de proporcionar resultados aproximados. Estos mapas permiten además un predimensionamiento de las tuberías con flujo bifásico si se localiza en ellos a los patrones de flujo recomendados para diseño y operación de las líneas.

El cálculo de las caídas de presión en las tuberías es de capital importancia, y es efectuado con el empleo de metodologías sencillas pero suficientemente precisas. El error en los resultados obtenidos con estas metodologías va de 10% a 20% en promedio, mientras que con los modelos matemáticos complejos, el error va de 1% a 5% aproximadamente. De esta manera, las metodologías presentadas en este texto sirven para realizar predimensionamiento de líneas y, en la mayoría de los casos, para diseñar tuberías razonablemente. Para caídas de presión del orden de  $100 \text{ kgf/m}^2$  a  $10000 \text{ kgf/m}^2$  (equivalentes a 0.01 atm y 1 atm respectivamente), la ganancia en precisión desarrollando y/o implementando modelos matemáticos complicados no justifica la ganancia en tiempo, esfuerzo y recursos obtenida con los métodos de cálculo mostrados en esta obra. Sin embargo, si se cuenta ya con dichos modelos matemáticos, es recomendable emplearlos en lugar de las metodologías aquí expuestas. Asimismo, si las caídas de presión obtenidas son mayores a  $10000 \text{ kgf/m}^2$ , debe evitarse el uso de las metodologías de esta obra por no ser exactas o muy precisas.

Dentro del texto se incluyen 25 ejemplos resueltos donde es mostrado el uso de los métodos de predicción de los patrones de flujo y de cálculo de caídas de presión en tuberías. Además, al final de los capítulos se proponen problemas con sus respectivos resultados, dando un total de 36 problemas, para que el lector ejercite el empleo de los métodos.

La profundidad en el tratamiento de este fenómeno es mayor respecto a las obras concernientes al flujo de fluidos, pues además de exponer todos los pormenores de interés para el ingeniero, remite al lector a la fuente de la presente información y le invita a consultar el origen de metodologías alternas a las aquí mostradas. Además de ser uno de los pocos textos en idioma español especializados en el flujo a dos fases, indica la equivalencia en idioma inglés de los términos propios de este fenómeno, para ayudar tanto al estudiante como al profesionalista a entender de mejor manera las fuentes de información existentes sobre el tema, las cuales están escritas en idioma inglés.

Esta obra reúne a unos de los mejores métodos prácticos de cálculo existentes a la fecha y expone la información más actualizada. Por tanto, a los lectores del futuro interesados en el fenómeno del flujo a dos fases se les recomienda consultar las revistas técnicas y libros especializados cuya fecha de publicación sea posterior a la de este texto.

# NOMENCLATURA



## Nomenclatura general

- $A$  = área transversal de la tubería = [Longitud<sup>2</sup>]  
 $Ar$  = número de Arquímedes, también llamado número de Galileo ( $Ga$ ) = adimensional  
 $D$  = diámetro interno de la tubería = [Longitud]  
 $d_p$  = diámetro de partícula = [Longitud]  
 $d_p^*$  = diámetro adimensional de partícula = adimensional  
 $f_D$  = factor de fricción de Darcy = adimensional  
 $f_f$  = factor de fricción de Fanning = adimensional  
 $g$  = aceleración debida a la gravedad =  $9.81 \text{ m/s}^2 = 32.2 \text{ ft/s}^2$   
 $g_c$  =  $9.81 \text{ m kg/(s}^2 \text{ kgf)} = 32.2 \text{ ft lb/(s}^2 \text{ lbf)}$   
 $L$  = longitud de tramo de tubería = [Longitud]  
 $Ly$  = número de Lyaschenko, también llamado número de similaridad ( $M$ ) = adimensional  
 $Q_G$  = flujo volumétrico del gas = [Longitud<sup>3</sup>/Tiempo]  
 $Q_L$  = flujo volumétrico del líquido = [Longitud<sup>3</sup>/Tiempo]  
 $Re$  = número de Reynolds = adimensional  
 $Re_{SG}$  = Reynolds superficial del gas = adimensional  
 $Re_{SL}$  = Reynolds superficial del líquido = adimensional  
 $Re_{SP}$  = Reynolds superficial de partícula = adimensional  
 $u^*$  = velocidad superficial adimensional del gas o del líquido = adimensional  
 $u_t^*$  = velocidad terminal adimensional (figura 23) = adimensional  
 $v_{f0}$  = velocidad friccional a dilución infinita (ecuación 131) = [Longitud/Tiempo]  
 $v_G$  = velocidad real del gas = [Longitud/Tiempo]  
 $v_L$  = velocidad real del líquido = [Longitud/Tiempo]  
 $v_{SG}$  = velocidad superficial del gas = [Longitud/Tiempo]  
 $v_{SL}$  = velocidad superficial del líquido = [Longitud/Tiempo]  
 $v_{SLIP}$  = velocidad de deslizamiento entre fases = [Longitud/Tiempo]  
 $v_{SP}$  = velocidad superficial de las partículas = [Longitud/Tiempo]  
 $v_P$  = velocidad real de las partículas = [Longitud/Tiempo]  
 $v_t$  = velocidad terminal de las partículas = [Longitud/Tiempo]  
 $W_G$  = flujo másico del gas = [Masa/Tiempo]  
 $W_L$  = flujo másico del líquido = [Masa/Tiempo]  
 $W_P$  = flujo másico de los sólidos = [Masa/Tiempo]  
 $\Delta P_{2F}$  = caída de presión en flujo a dos fases = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
 $\Delta P_G$  = caída de presión en el flujo de gas = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
 $\Delta P_L$  = caída de presión en el flujo de líquido = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
 $\varepsilon/D$  = rugosidad relativa de las tuberías en la gráfica de Moody (figura 9) = adimensional  
 $\theta$  = ángulo de inclinación de la tubería  
 $\mu_G$  = viscosidad del gas = [Masa/(Longitud x Tiempo)]  
 $\mu_L$  = viscosidad del líquido = [Masa/(Longitud x Tiempo)]  
 $\pi$  = 3.14159265359...  
 $\rho_G$  = densidad del líquido = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\rho_L$  = densidad del líquido = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]

$\rho_P$  = densidad de la partícula sólida = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\sigma_L$  = tensión superficial del líquido = [Fuerza/Longitud]

### **Flujo a dos fases sistema gas-líquido**

AC = caída de presión por aceleración = adimensional  
B<sub>x</sub> = abscisa del mapa de Baker (figura 2) =  $cp^{1/3}$   
B<sub>y</sub> = ordenada del mapa de Baker (figura 2) = lb/(h ft<sup>2</sup>)  
Eu = número de Euler (ecuación 39) = adimensional  
 $f_{2F}$  = factor de fricción para flujo a dos fases = adimensional  
 $f_H$  = factor de fricción de Huntington para flujo onda (ecuación 37) = adimensional  
 $f_{NS}$  = factor de fricción sin deslizamiento entre fases = adimensional  
 $f_O$  = factor de fricción supuesto de Dukler (ecuación 54) = adimensional  
Fr = número de Froude = adimensional  
 $Fr_{2F}$  = número de Froude para flujo a dos fases (ecuación 70) = adimensional  
G = masa velocidad del gas en el mapa de Scott (figura 4) = lb/(h ft<sup>2</sup>)  
G<sub>T</sub> = masa velocidad total de la mezcla gas-líquido = [Masa/(Tiempo x Longitud<sup>2</sup>)]  
G<sub>v</sub> = velocidad adimensional del gas (ecuación 90) = adimensional  
K = parámetro de Hughmark (ecuaciones 63 y 64) = adimensional  
L = masa velocidad del líquido en el mapa de Scott (figura 4) = lb/(h ft<sup>2</sup>)  
L<sub>b</sub> = número del flujo burbuja ascendente (ecuación 91) = adimensional  
L<sub>m</sub> = número del flujo neblina ascendente (ecuación 93) = adimensional  
L<sub>s</sub> = número del flujo bala ascendente (ecuación 92) = adimensional  
N<sub>1</sub> = parámetro de DeGance-Atherton (ecuación 104) = adimensional  
N<sub>2</sub> = parámetro de DeGance-Atherton (ecuación 105) = adimensional  
O<sub>x</sub> = abscisa de los mapas de Oshinowo-Charles (figuras 14 y 15) = adimensional  
O<sub>y</sub> = ordenada de los mapas de Oshinowo-Charles (figuras 14 y 15) = adimensional  
P<sub>1</sub> = presión a la entrada del tramo de tubo de longitud L = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
P<sub>2</sub> = presión a la salida del tramo de tubo de longitud L = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
P<sub>av</sub> = presión promedio en el tramo de tubo de longitud L = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
R<sub>G</sub> = holdup del gas = adimensional  
R<sub>L</sub> = holdup del líquido = adimensional  
R<sub>v</sub> = relación de los volúmenes del gas y del líquido (ecuación 73) = adimensional  
Re<sub>2F</sub> = Reynolds de la mezcla gas-líquido con deslizamiento entre fases (ecuación 53) = adimensional  
Re<sub>B</sub> = Reynolds para flujo burbuja (ecuación 101) = adimensional  
Re<sub>M</sub> = Reynolds para flujo neblina (ecuación 122) = adimensional  
Re<sub>NS</sub> = Reynolds de la mezcla gas-líquido sin deslizamiento entre fases = adimensional  
Re<sub>S</sub> = Reynolds para flujo bala (ecuación 103) = adimensional  
 $v_{2F}$  = velocidad superficial de la mezcla gas-líquido (ecuación 71) = [Longitud/Tiempo]  
 $v_M$  = velocidad de la mezcla gas-líquido (ecuaciones 46 y 76) = [Longitud/Tiempo]  
 $v_{NS}$  = velocidad superficial de la mezcla gas-líquido sin deslizamiento entre fases = [Longitud/Tiempo]

$v_r$  = velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor = ft/s  
 $W_T$  = flujo másico total de la mezcla gas-líquido = [Masa/Tiempo]  
 $We$  = número de Weber (ecuación 123) = adimensional  
 $X$  = módulo de Lockhart-Martinelli (figura 8) = adimensional  
 $x$  = parámetro de Hughmark-Pressburg (ecuación 81)  
 $X_D$  = módulo de Lockhart-Martinelli modificado por Davis (ecuación 74) = adimensional  
 $Z$  = parámetro de Hughmark (ecuación 62) = adimensional  
 $\alpha(\lambda)$  = cociente de factores de fricción de Dukler (figura 11) = adimensional  
 $\beta$  = parámetro de Dukler (ecuación 52) = adimensional  
 $\Gamma$  = coeficiente de distribución del líquido (ecuaciones 110 a 113) = adimensional  
 $\gamma$  = parámetro definido por la ecuación 109 = ft/s  
 $\Delta P_{1F}$  = caída de presión en el flujo de una sola fase = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
 $\Delta P_{NS}$  = caída de presión sin deslizamiento entre fases = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
 $\Lambda$  = factor de corrección de propiedades del líquido de Oshinowo-Charles (ecuación 72) = adimensional  
 $\lambda$  = factor de corrección de densidades en el mapa de Scott (figura 4) = adimensional  
 $\lambda$  = fracción del volumen de la tubería ocupado por el líquido (ecuación 44) = adimensional  
 $\mu_{NS}$  = viscosidad de la mezcla gas-líquido sin deslizamiento entre fases = [Masa/(Longitud x Tiempo)]  
 $\mu_W$  = viscosidad del agua = [Masa/(Longitud x Tiempo)]  
 $\rho_{2F}$  = densidad de la mezcla gas-líquido = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\rho_{G1}$  = densidad del gas a la entrada del tramo de longitud L = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\rho_{G2}$  = densidad del gas a la salida del tramo de longitud L = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\rho_{Gav}$  = densidad promedio del gas en el tramo de tubo de longitud L = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\rho_M$  = densidad de la mezcla gas-líquido (ecuación 127) = kg/m<sup>3</sup>  
 $\rho_{NS}$  = densidad de la mezcla gas-líquido sin deslizamiento entre fases = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\rho_W$  = densidad del agua = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\sigma_W$  = tensión superficial del agua = [Fuerza/Longitud]  
 $\tau_f$  = caída de presión por fricción = [Fuerza/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\phi$  = función dependiente del módulo de Lockhart-Martinelli (figura 8) = adimensional  
 $\phi_G$  = función del módulo de Lockhart-Martinelli correspondiente al gas (figura 8) = adimensional  
 $\phi_L$  = función del módulo de Lockhart-Martinelli correspondiente al líquido (figura 8) = adimensional  
 $\psi$  = factor de corrección de propiedades en el mapa de Scott (figura 4) =  $cp^{1/3}$   
 $\psi$  = parámetro de Hughmark-Pressburg (ecuación 80)

### **Flujo a dos fases sistema gas-sólido**

- $C_D$  = coeficiente de arrastre de las partículas (figura 24) = adimensional  
 $E$  = parámetro de Chen-Pei (ecuación 175) = adimensional  
 $F_{gw}$  = fuerza de fricción entre el gas y la pared de la tubería = [Fuerza/Longitud<sup>3</sup>]  
 $F_{pw}$  = fuerza de fricción entre las partículas y la pared del tubo = [Fuerza/Longitud<sup>3</sup>]  
 $f_G$  = factor de fricción de Fanning del gas = adimensional  
 $f_P$  = factor de fricción de las partículas sólidas = adimensional  
 $G_P$  = masa velocidad de los sólidos = [Masa/(Longitud<sup>2</sup> x Tiempo)]  
 $K$  = permeabilidad = m<sup>2</sup>  
 $K_{St}$  = índice de deflagración (ecuación 182) = atm m/s  
 $M_P$  = masa total de partículas en el lecho fluidizado = [Masa]  
 $Re_P$  = Reynolds real de partícula (ecuación 156) = adimensional  
 $(Re_P)_{slip}$  = Reynolds de partícula con deslizamiento entre fases (ecuación 152) = adimensional  
 $(Re_P)_t$  = Reynolds terminal de partícula (ecuación 134) = adimensional  
 $V$  = volumen de la tubería o de un recipiente = [Longitud<sup>3</sup>]  
 $v_{rel}$  = velocidad relativa o de deslizamiento entre fases = [Longitud/Tiempo]  
 $\alpha$  = parámetro de Klinzing-Mathur (ecuación 162)  
 $\Delta P$  = caída total de presión en lechos fijos (ecuación 174) = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]  
 $\Delta \rho$  = diferencia de densidades entre la partícula sólida y el gas = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\delta$  = espesor de la película laminar postulado por Von Karman (ecuación 141) = adimensional  
 $\epsilon$  = fracción de huecos o holdup del gas = adimensional  
 $\mu$  = viscosidad del gas = [Masa/(Longitud x Tiempo)]  
 $\rho$  = densidad del gas = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\rho_B$  = densidad de bulbo de las partículas = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]  
 $\phi_s$  = esfericidad de las partículas sólidas = adimensional

### **Flujo a dos fases sistema líquido-sólido**

- $De$  = cociente de densidades de las fases líquida y sólida (ecuación 184) = adimensional  
 $Fr_P$  = número de Froude de partícula (ecuación 198) = adimensional  
 $Fr_t$  = número de Froude terminal (ecuación 197) = adimensional  
 $n$  = exponente de Richardson-Zaki (ecuación 213) = adimensional  
 $(Re_P)_t$  = Reynolds terminal de partícula (ecuación 214) = adimensional  
 $S$  = cociente de densidades de las fases sólida y líquida (ecuación 200) = adimensional  
 $v_i$  = velocidad terminal ajustada (ecuación 212) = m/s  
 $v_M$  = velocidad promedio de la mezcla (ecuación 192) = m/s  
 $v_{rel}$  = velocidad relativa o de deslizamiento entre fases (ecuación 216) = [Longitud/Tiempo]  
 $x^*$  = parámetro de Molerus-Wellmann (ecuaciones 202 y 203) = adimensional  
 $x_0$  = caída de presión adimensional independiente de la concentración (ecuación 199) = adimensional

$\Delta P$  = caída total de presión en lechos fijos (ecuación 215) = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]

$\Delta P_p$  = caída de presión en el flujo de los sólidos = [Fuerza/Longitud<sup>2</sup>]

$\Delta \rho$  = diferencia de densidades entre la partícula sólida y el líquido =  
[Masa/Longitud<sup>3</sup>]

$\varepsilon$  = fracción de huecos o holdup del líquido = adimensional

$\mu$  = viscosidad del líquido = [Masa/(Longitud x Tiempo)]

$\rho$  = densidad del líquido = [Masa/Longitud<sup>3</sup>]

$\phi$  = fracción volumen de sólidos respecto al volumen total de mezcla líquido-sólido  
(ecuación 196) = adimensional

# BIBLIOGRAFÍA

## **Bibliografía General**

- CHHABRA, R. P., RICHARDSON, J. F.; Non-Newtonian Flow in the Process Industries; Butterworth-Heinemann, UK: 1999, 1ª ed.
- COULSON, J. M., RICHARDSON, J. F.; Chemical Engineering; Pergamon Press, UK: 1990, vol. 1, 4ª ed., p. 149
- CRANE Co., Engineering Division; Technical Paper No. 410: Flow of Fluids Through Valves, Fittings, and Pipe; Crane Co., USA: 1965
- CROSS, J., FARRER, D.; Dust Explosions; Plenum Press, USA: 1982, 1ª ed.
- DARBY, R.; Chemical Engineering Fluid Mechanics; Marcel Dekker, USA: 2001, 2ª ed., p. 443
- DAVIDSON, J. F., HARRISON, D.; Fluidization; Academic Press, UK: 1971, 1ª ed.
- FAN, L.-S., ZHU, C.; Principles of Gas-Solid Flows; Cambridge University Press, USA: 1998, 1ª ed.
- GELDART, D.; Gas Fluidization Technology; Wiley, UK: 1986, 1ª ed.
- GOVIER, G. W., AZIZ, K.; The Flow of Complex Mixtures in Pipes; Van Nostrand-Reinhold, USA: 1972, 1ª ed.
- KUNII, D., LEVENSPIEL, O.; Fluidization Engineering; Butterworth-Heinemann, USA: 1991, 2ª ed.
- LEVA, M.; Fluidization; McGraw-Hill, USA: 1959, 1ª ed.
- LUDWIG, E. E.; Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants; Gulf Publishing, USA: 1994, 3ª ed., vol. 1, p. 124
- NÚÑEZ ALBA, J. J.; Diseño de una línea de transferencia de hornos de vaporización a columnas al vacío; Tesis de Licenciatura, UNAM, México: 1980
- PERRY, R. H., GREEN, D.; Manual del Ingeniero Químico; McGraw-Hill, México: 1986, 6ª ed., p. 5-45
- RHODES, M. J. (ed.); Principles of Powder Technology; Wiley, UK: 1990, 1ª ed.
- RHODES, M. J.; Introduction to Particle Technology; Wiley, UK: 1998, 1ª ed.
- SCHETZ, J. A., FUHS, A. E. (ed.); Fundamentals of Fluid Mechanics; Wiley, USA: 1999, 1ª ed., p. 883
- SHOOK, C. A., ROCO, M. C.; Slurry Flow. Principles and Practice; Butterworth-Heinemann, USA: 1991, 1ª ed.
- VALIENTE BARDERAS, A.; Problemas de Flujo de Fluidos; Limusa, México: 1990, 1ª ed., p. 617
- VARELA JUÁREZ, E., VARELA JUÁREZ, J. R.; Correlaciones para el cálculo de la caída de presión en tuberías con flujo a dos fases; Tesis de Licenciatura, UNAM, México: 1986

## **Flujo a dos fases sistema gas-líquido**

1. ALVES, G. E.; Cocurrent Liquid-Gas Flow in a Pipeline Contactor; *Chem. Eng. Prog.*, **50**, 9, p. 449 (1954)
2. AZIZ, K., GOVIER, G., FOGARASI, M.; Pressure Drops in Well Producing Oil and Gas; *J. Can. Pet. Tech.*, July-September, p. 38 (1972)
3. BAKER, O.; Multiphase flow in pipelines; *Oil & Gas J.*, **56**, 45, p. 156 (1958)
4. BANKOFF, S. G.; A Variable-Density Single-Fluid Model for Two-Phase Flow with Particular Reference to Steam-Water Flow; *Trans. ASME, Series C, J. Heat Transfer*, **82**, p. 265 (1960)
5. BAXENDELL, P. B.; Producing Wells on Casing An Analysis of Flowing Pressure Gradients; *Trans. AIME*, **213**, p. 202 (1958)

6. BEGGS, H. D.; A Study of Two Phase in Inclined Pipes; *J. Pet. Tech.*, May, p. 607 (1973)
7. BERTUZZI, A. F., TEK, M. R., POETTMANN, F. H., Simultaneous Flow of Liquid and Gas Through Horizontal Pipe; *Trans. AIME*, 207, p. 17 (1956)
8. CHHABRA, R. P., RICHARDSON, J. F.; Prediction of Flow Pattern for the Co-Current Flow of Gas and Non-Newtonian Liquid in Horizontal Pipes; *Can. J. Chem. Eng.*, 62, p. 449 (1984)
9. CHEN, N. H.; An Explicit Equation for Friction Factor in Pipe; *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 18, 3, p. 296 (1979)
10. COKER, A. K.; Understand Two-Phase Flow in Process Piping; *Chem. Eng. Prog.*, 86, 11, p. 60 (1990)
11. DAVIS, W. J.; The Effect of the Froude Number in Estimating Vertical Two-Phase Gas-Liquid Friction Losses; *Brit. Chem. Eng.*, 8, July (1963)
12. DeGANACE, A. E., ATHERTON, R. W.; Chemical Engineering Aspects of Two-Phase Flow. Part 1; *Chem. Eng.*, 77, March 23, p. 135 (1970)
13. DeGANACE, A. E., ATHERTON, R. W.; Chemical Engineering Aspects of Two-Phase Flow. Part 4 Horizontal-Flow Correlations; *Chem. Eng.*, 77, July 13, p. 95 (1970)
14. DeGANACE, A. E., ATHERTON, R. W.; Chemical Engineering Aspects of Two-Phase Flow. Part 6 Vertical and Inclined-Flow Correlations; *Chem. Eng.*, 77, October 5, p. 87 (1970)
15. DUKLER, A. E., WICKS, M., CLEVELAND, R. G.; Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: A. A Comparison of Existing Correlations for Pressure Loss and Holdup; *A.I.Ch.E. J.*, 10, 1, p. 38 (1964)
16. DUKLER, A. E., WICKS, M., CLEVELAND, R. G.; Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: B. An Approach Through Similarity Analysis; *A.I.Ch.E. J.*, 10, 1, p. 44 (1964)
17. EATON, B. A. et al.; The Prediction of Flow Patterns, Liquid Holdup and Pressure Losses Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Horizontal Pipelines; *J. Pet. Tech.*, 19, June, p. 315 (1967)
18. GONZÁLEZ ORTIZ, A. et al.; Identificación de patrones de flujo en flujo a dos fases líquido-vapor en tubería vertical ascendente; Reporte del IMP, México: 1992
19. GONZÁLEZ ORTIZ, A. et al.; Identificación de patrones de flujo en flujo a dos fases líquido-vapor en tubería horizontal; XXXV Convención Nacional del IMIQ, Morelia, México, 1995
20. GOVIER, G. W., SULLIVAN, G. A., WOOD, R. K.; *Can. J. Chem. Eng.*, 39, p. 67 (1961)
21. GRIFFITH, P., WALLIS, G. B.; Two-Phase Slug Flow; *Trans. ASME, Series C, J. Heat Transfer*, 83, p. 307 (1961)
22. HAGEDORN, A. R., BROWN, K. E.; Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits; *J. Pet. Tech.*, April, p. 475 (1965)
23. HOOGENDOORN, C. J.; Gas-liquid flow in horizontal pipes; *Chem. Eng. Sci.*, 9, p. 205 (1959)
24. HUGHMARK, G. A.; Holdup in gas-liquid flow; *Chem. Eng. Prog.*, 58, 4, p. 62 (1962)
25. HUGHMARK, G. A., PRESSBURG, B. S.; Holdup and Pressure Drop with Gas-Liquid Flow in a Vertical Pipe; *A.I.Ch.E. J.*, 7, 4, p. 677 (1961)
26. KERN, R.; How to Size Process Piping For Two-Phase Flow; *Hydrocarbon Processing*, October, p. 105 (1969)
27. LOCKHART, R. W., MARTINELLI, R. C.; Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two-Component Flow in Pipes; *Chem. Eng. Prog.*, 45, 1, p. 39 (1949)



28. MANDHANE, J.M., GREGORY, G. A., AZIZ, K.; A flow pattern map for gas-liquid flow in horizontal pipes; *Int. J. Multiphase Flow*, **1**, p. 537 (1974)
29. MEADOR, L., SHAH, A.; Steam Lines Designed for Two-Phase; *Hydrocarbon Processing*, **48**, 1, p. 143 (1969)
30. NICKLIN, D. J., DAVIDSON, J. F.; The Onset of Instability in Two-Phase Slug Flow; Symposium on two-phase flow, Paper No. 4, Inst. Mech. Eng. London, Feb. 1962
31. ORKISZEWSKI, J.; Predicting Two-Phase Pressure Drops in Vertical Pipe; *J. Pet. Tech.*, June, p. 829 (1967)
32. OSHINOWO, T., CHARLES, M. E.; Vertical Two-Phase Flow Part I. Flow Pattern Correlations; *Can. J. Chem. Eng.*, **52**, February, p. 25 (1974)
33. OSHINOWO, T., CHARLES, M. E.; Vertical Two-Phase Flow Part II. Holdup and Pressure Drop; *Can. J. Chem. Eng.*, **52**, p. 438 (1974)
34. SCOTT, D. S. en DREW, T. B. et al.; Advances in Chemical Engineering; Academic Press, USA: 1963, vol. 4, p. 199
35. TAITEL, Y.; Flow pattern transition in two phase flow; Proceeding of the Ninth International Heat Transfer Conference, 1990, p. 237

### **Flujo a dos fases sistema gas-sólido**

36. BI, H. T., GRACE, J. R.; Flow Patterns in High-Velocity Fluidized Beds and Pneumatic Conveying; *Can. J. Chem. Eng.*, **77**, April, p. 223 (1999)
37. CAPEL, C. E., NAKAMURA, K.; Vertical Pneumatic Conveying: An Experimental Study with Particles in the Intermediate and Turbulent Flow Regimes; *Can. J. Chem. Eng.*, **51**, February, p. 31 (1973)
38. CHARI, S. S.; Pressure Drop in Horizontal Dense Phase Conveying of Air-Solid Mixtures; *A.I.Ch.E. Symposium Series*, **67**, 116, p. 77 (1971)
39. CHEN, P., PEI, D. C. T.; Fluidization Characteristics of Fine Particles; *Can. J. Chem. Eng.*, **62**, August, p. 464 (1984)
40. ERGUN, S.; Fluid flow through packed columns; *Chem. Eng. Prog.*, **48**, 2, p. 89 (1952)
41. GELDART, D.; Types of Gas Fluidization; *Powder Technol.*, **7**, May, p. 285 (1973)
42. GRACE, J. R.; Contacting Modes and Behavior Classification of Gas-Solid and Other Two-Phase Suspensions; *Can. J. Chem. Eng.*, **64**, June, p. 353 (1986)
43. HINKLE, B. L.; Acceleration of Particles and Pressure Drops Encountered in Horizontal Pneumatic Conveying; Tesis de Doctorado, Georgia Institute of Technology, USA: 1953
44. KLINZING, G. E., MATHUR, M. P.; The Dense and Extrusion Flow Regime in Gas-Solid Transport; *Can. J. Chem. Eng.*, **59**, October, p. 590 (1981)
45. KNOWLTON, T. M., BACHOVCHIN, D. M.; The Determination of Gas-Solids Pressure Drop and Choking Velocity as a Function of Gas Density in a Vertical Pneumatic Conveying Line; Proceedings of the International Conference on Fluidization, Engineering Foundation, June 1975
46. KNOWLTON, T. M., CARSON, J. W., KLINZING, G. E., YANG, W.-C.; Particle Technology. The Importance of Storage, Transfer, and Collection; *Chem. Eng. Prog.*, **90**, April, p. 44 (1994)
47. KONNO, H., SAITO, S. J.; Pneumatic conveying of solids through straight pipes; *Chem. Eng. Japan*, **2**, p. 211 (1969)
48. LEUNG, L. S., WILES, R. J.; A Quantitative Design Procedure for Vertical Pneumatic Conveying Systems; *Ind. Eng. Chem. P. D. D.*, **15**, 4, p. 552 (1976)
49. MEHTA, N. C., SMITH, J. M., COMINGS, E. W.; Pressure Drop in Air-Solid Flow Systems; *Ind. Eng. Chem.*, **49**, 6, p. 986 (1957)
50. MILLS, D.; Safety Aspects of Pneumatic Conveying; *Chem. Eng.*, April, p. 84 (1999)

51. MOLERUS, O.; Interpretation of Geldart's Type A, B, C and D Powders by Taking into account Interparticle Cohesion Forces; *Powder Technol.*, **33**, p. 81 (1982)
52. PALMER, K. N. en RHODES, M. J.; Principles of Powder Technology; Wiley, UK: 1990, 1ª ed., p. 307
53. REH, L.; Fluidized Bed Processing; *Chem. Eng. Prog.*, **67**, 2, p. 58 (1971)
54. ROSE, H. E., DUCKWORTH, R. A.; Transport of Solid Particles in Liquids and Gases; *The Engineer*, **227**, p. 392, 430, 478 (1969)
55. THOMAS, D. G.; Transport Characteristics of Suspensions: Part VI. Minimum Transport Velocity for Large Particle Size Suspensions in Round Horizontal Pipes; *A.I.Ch.E. J.*, **8**, 3, p. 373 (1962)
56. THOMAS, D. G.; Transport Characteristics of Suspensions: Part IX. Representation of Periodic Phenomena on a Flow Regime Diagram for Dilute Suspension Transport; *A.I.Ch.E. J.*, **10**, 3, p. 303 (1964)
57. VOGT, E. G., WHITE, R. R.; Friction in the Flow of Suspensions; *Ind. Eng. Chem.*, **40**, 9, p. 1731 (1948)
58. YANG, W.-C.; Correlations for Solid Friction Factors in Vertical and Horizontal Pneumatic Conveyings; *A.I.Ch.E. J.*, **20**, 3, p. 605 (1974)
59. YANG, W.-C.; A Correlation for Solid Friction Factor in Vertical Pneumatic Conveying Lines; *A.I.Ch.E. J.*, **24**, 3, p. 548 (1978)
60. ZENZ, F. A.; Two-Phase Fluid-Solid Flow; *Ind. Eng. Chem.*, **41**, 12, p. 2801 (1949)

### **Flujo a dos fases sistema liquido-sólido**

61. AUDE, T. C., COWPER, N. T., THOMPSON, T. L., WASP, E. J.; Slurry Piping Systems: Trends, Design Methods, Guidelines; *Chem. Eng.*, June 28, p. 74 (1971)
62. CONDOLIOS, E., CHAPUS, E. E.; Solids Pipelines 2: Designing Solids-Handling Pipelines; *Chem. Eng.*, **70**, July 8, p. 131 (1963)
63. CONDOLIOS, E., CHAPUS, E. E.; Solids Pipelines 3: Operating Solids Pipelines; *Chem. Eng.*, **70**, July 22, p. 145 (1963)
64. CREASY, D. E.; The particulate-aggregative transition criterion in fluidized beds; *Powder Technol.*, **7**, p. 353 (1973)
65. DI FELICE, R.; Hydrodynamics of Liquid Fluidisation; *Chem. Eng. Sci.*, **50**, 8, p. 1233 (1995)
66. DURAND, R., CONDOLIOS, E.; Communication de R. Durand et E. Condolios; *Compte Rendu des Deuxiemes Journees de L'Hydraulique, Soc. Hyd. De France*, June, p. 29 (1952)
67. FOSCOLO, P. U., GIBILARO, L. G.; A Fully Predictive Criterion for the Transition between Particulate and Aggregate Fluidization; *Chem. Eng. Sci.*, **39**, 12, p. 1667 (1984)
68. GIBILARO, L. G., DI FELICE, R., WALDRAM, S. P., FOSCOLO, P. U.; Generalized Friction Factor and Drag Coefficient Correlations for Fluid-Particle Interactions; *Chem. Eng. Sci.*; **40**, 10, p. 1817 (1985)
69. GIBILARO, L. G., HOSSAIN, I., FOSCOLO, P. U.; Aggregate Behaviour of Liquid Fluidised Beds; *Can. J. Chem. Eng.*, **64**, December, p. 931 (1986)
70. KOPKO, R. J., BARTON, P., McCORMICK, R. H.; Hydrodynamics of Vertical Liquid-Solids Transport; *Ind. Eng. Chem. P. D. D.*, **14**, 3, p. 264 (1975)
71. MOLERUS, O.; A Coherent Representation of Pressure Drop in Fixed Beds and of Bed Expansion for Particulate Fluidized Beds; *Chem. Eng. Sci.*, **35**, p. 1331 (1980)
72. MOLERUS, O., WELLMANN, P.; A New Concept for the Calculation of Pressure Drop with Hydraulic Transport of Solids in Horizontal Pipes; *Chem. Eng. Sci.*, **36**, 10, p. 1623 (1981)

73. NEWITT, D. M., RICHARDSON, J. F., ABBOTT, M., TURTLE, R. B.; Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes; *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **33**, 2, p. 93 (1955)
74. NEWITT, D. M., RICHARDSON, J. F., GLIDDON, B. J.; Hydraulic Conveying of Solids in Vertical Pipes; *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **39**, p. 93 (1961)
75. RICHARDSON, J. F., ZAKI, W. N.; Sedimentation and Fluidization; *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **32**, p. 35 (1954)
76. ROWE, P. N.; A convenient empirical equation for estimation of the Richardson-Zaki exponent; *Chem. Eng. Sci.*, **42**, 11, p. 2795 (1987)
77. TURIAN, R. M., YUAN, T.-F.; Flow of Slurries in Pipelines; *A.I.Ch.E. J.*, **23**, 3, p. 232 (1977)