

01173



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

CARACTERIZACIÓN DE OPERACIONES DE  
MANUFACTURA DE UN COMPONENTE METAL  
MECÁNICO USANDO ÁLGEBRA DE BOOLE  
"ECUACIONES DE FORMA"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
(ÁREA MECÁNICA)  
P R E S E N T A :  
ING. ADOLFO ELÍAS SOTO GONZÁLEZ



ASESOR: M. EN I. EUSEBIO JIMÉNEZ LÓPEZ

MÉXICO, D. F. CIUDAD UNIVERSITARIA

2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

La vida está llena de oportunidades,  
es responsabilidad de los seres humanos  
descubrir las y aprovecharlas en su momento.  
Por eso doy gracias a la vida  
por esta nueva oportunidad.

Gracias también a los seres humanos  
que me acompañan en este peregrinar por la vida.

Martha

Maryté

Adolfo Enrique

Edgar Antonio.

Y a los nuevos que ahora existen en  
mi vida. Martha Paula, Valeria y  
Miguel Ángel.

Gracias también a todos mis  
Maestros y especialmente a mi tutor  
de Tesis.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la  
UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el  
contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Adolfo Elias

Soto Gonzalez

FECHA: 1-Abr-2007

FIRMA: [Firma] P.A.



## **Prólogo**

Este trabajo de tesis tiene el propósito de generar conocimiento escrito para las futuras generaciones de la Maestría en Ingeniería Mecánica interesadas en la modelación de la manufactura de componentes mecánicos.

La mayor parte de la tecnología didáctica educativa usada en las instituciones es aplicada parcialmente. Esto por el hecho de no conocer con profundidad los modos operativos de la maquinaria (formas en las que la maquinaria realiza las diferentes rutinas o tareas; en cada modo realiza rutinas o tareas diferentes), que integran las celdas didácticas de manufactura.

Este trabajo de tesis está orientado a documentar científica y tecnológicamente los modos operacionales de una celda de manufactura didáctica localizada en el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme "ITESCA" en Cd. Obregón, Sonora. Los estudios realizados con este propósito son:

- 1) Modelar los procesos de manufactura (maquinados) de un componente mecánico utilizando ecuaciones de forma. La máquina analizada es un torno Boxfor 250 de programación numérica.
- 2) Modelar los procesos de manufactura usando primitivas.
- 3) Analizar las trayectorias de las herramientas de la máquina estudiada.

En esta tesis se estudia el inciso 1) mencionado anteriormente.

Este trabajo está integrado a la línea de investigación "Manufactura Avanzada" desarrollada por la Sección Mecánica de la DEPMI, UNAM y el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, Cd. Obregón, Sonora. Los estudios fueron realizados por un equipo de trabajo, el cual analizó un proceso de maquinado sobre una pieza de trabajo

en los cuales se aplican las ecuaciones de forma, el uso de las primitivas y el análisis de trayectorias, estos dos últimos temas se tratan en otros trabajos.

Se agradece a todas las personas que participaron en la edición y elaboración de esta tesis.

## **Resumen**

En este trabajo de tesis se modelan los procesos de manufactura de una pieza mecánica usando ecuaciones de forma. El principal objetivo es analizar los modos operativos de una máquina didáctica Boxfor 250, integrada a una celda de manufactura localizada en el ITESCA Cd. Obregón, Sonora. (Se entiende por "Modos Operativos", las formas en las que la máquina realiza las diferentes rutinas o tareas). Fueron usadas tres secuencias de operaciones perfectas para generar tres ecuaciones de forma, asociadas con el componente en estudio. Se usa el concepto de evento de operación para caracterizar operaciones reales de manufactura. Finalmente, los resultados obtenidos serán usados para modelar el componente mediante primitivas de manufactura.

**Palabras clave:** CAD/CAM, CAPP, ecuaciones de forma, primitiva, manufactura.

# Contenido

<b>Prólogo</b>	I
<b>Resumen</b>	III
<b>Introducción</b>	1
<b>Capítulo 1 Descripción del proyecto</b>	<b>8</b>
1.1. Introducción	8
1.2. Descripción general del proyecto	8
1.3. Definición del caso de estudio	11
1.4. Hipótesis y axiomas	12
1.5. Algunas consideraciones importantes	13
1.6. Metodología	13
<b>Capítulo 2 El álgebra de Boole y algunos conceptos importantes</b>	<b>19</b>
2.1. Introducción	19
2.2. Características de los sólidos regularizados	19
2.3. Hipótesis fundamentales y cambio de dominio	20
2.4. Otras relaciones importantes	21
2.5. Relaciones de orden $B^v$	22
2.6. Sistematización del álgebra de Boole	23
2.6.1. La operación unión	24
2.6.2. La operación intersección	25
2.6.3. Propiedades distributivas	25
2.6.4. La operación diferencia y complemento	26
2.6.5. Leyes de Morgan	26

<b>Capítulo 3</b>	<b>Variantes geométricas de la operación diferencia.</b>	<b>28</b>
3.1.	Introducción	28
3.2.	Evento de operación	28
3.3.	Indicadores de la operación diferencia	30
3.4.	Primera variante de la operación diferencia: la diferencia clase 1	31
3.5.	Segunda variante de la operación diferencia: la diferencia clase 2	33
3.6.	Tercera variante de la operación diferencia: diferencia clase 3	34
3.7.	Cuarta variante de la operación diferencia: diferencia por disyuntéz	35
3.8.	Algunas consideraciones sobre la relación " $\approx$ "	37
<b>Capítulo 4</b>	<b>Operaciones abstractas de manufactura</b>	<b>38</b>
4.1.	Introducción	38
4.2.	Formalización de la operación diferencia y el dominio de manufactura	38
4.3.	Operaciones reales de manufactura	40
4.4.	Operaciones perfectas de manufactura	44
4.5.	Representación de operaciones reales de manufactura mediante la la operación diferencia y sus variantes	48
<b>Capítulo 5</b>	<b>Primer modelo de manufactura: las ecuaciones de forma</b>	<b>54</b>
5.1.	Introducción	54
5.2.	Metodología para generar las ecuaciones de forma	56
5.3.	Definición del caso de estudio	57
5.3.1.	Primera ecuación de forma asociada	58

5.3.2. Segunda ecuación de forma asociada	63
5.3.3. Otra secuencia de operaciones para el mismo producto	67
5.4. Comentarios sobre las secuencias de operaciones y ecuaciones obtenidas.	71
<b>Conclusiones</b>	72
<b>Referencias</b>	74
<b>Apéndice</b>	76

# Introducción

En este trabajo de tesis se propone cumplir con los objetivos siguientes:

- Modelar los procesos de manufactura de una pieza metalmecánica usando ecuaciones de forma.
- Construir tres ecuaciones de forma a partir de tres secuencias de operaciones. (Se refiere sólo a tres secuencias de operaciones ya que fue el objetivo o meta trazado en el trabajo de investigación)
- Caracterizar operaciones reales de maquinado mediante el álgebra de Boole.

Uno de los problemas principales que se presentan al utilizar de manera eficiente los sistemas integrados de manufactura, tales como el CAD/CAM, CAD/CAM/CAPP y CIM, es el modelado de productos [1].

Para generar tales modelos, es necesario utilizar teorías formales o lenguajes estructurados, particularmente el proporcionado por las matemáticas.

El concepto de "primitiva", (feature) o modelo de características fue formulado con el objeto de representar información adicional a las características geométricas del modelo en sólidos.

El diseño o representación por primitivas se refiere a la técnica de construcción de modelos virtuales de un producto utilizando cuerpos primitivos. El CSG (Constructive Solid Geometry) y el DSG (Destructive Sólid Geometry), son algunas técnicas utilizadas para el diseño por primitivas [2].

Por lo anterior, se presenta a continuación un resumen de técnicas de modelación relacionadas con las primitivas.

**Una definición de primitiva es la siguiente [1]:** “Una primitiva es el volumen de un sólido de geometría bien definida”. Dicha geometría tiene asociados atributos de manufactura en diferentes escalas de información.

## **1. Diseño por primitivas**

El diseño por primitivas o también conocido como diseño basado en primitivas [2], utiliza librerías de “cuerpos primitivos” en dos o tres dimensiones para diseñar o generar el modelo de un producto. El uso de las primitivas proporciona una interface natural entre el diseño y el modelado de sólidos. A continuación se presentan algunas técnicas usadas para el diseño por primitivas.

a) El método más usado en el diseño por primitivas es el CSG (Constructive Solid Geometry) [3], el cual consiste en construir un objeto o modelo a través de cuerpos primitivos y operaciones booleanas (unión, intersección y diferencia). Un sólido puede ser creado a partir de la “unión” de dos “cuerpos primitivos”. Dicho sólido representa a su vez otro “cuerpo primitivo” que sirve como base a través de operaciones booleanas a otros cuerpos primitivos para generar un sólido más complejo. El CSG ha sido utilizado para diversas aplicaciones. Este tipo de técnica es utilizada por los softwares Pro/engineer y Autodesk Mechanical Desktop. Otra de las aplicaciones del CSG consiste en detectar colisiones de objetos en un ambiente de manufactura virtual.

Algunas desventajas importantes del CSG son: 1) relativa ausencia de información de manufactura en el árbol que representa un modelo generado por CSG. 2) no unicidad del árbol del CSG.

b) Otra técnica usada para el diseño por primitivas es el DSG (Destructive Sólid Geometry) [4]. El DSG resulta ser una variante del CSG. En dicha técnica, solamente la operación diferencia es utilizada. En la técnica DSG el diseñador inicia con un sólido que representa la materia prima; después localiza y posiciona primitivas en el sólido. Las primitivas son removidas usando la operación booleana diferencia. El sólido base



(materia prima) puede ser cualquier material. Las aplicaciones del DSG se centran en operaciones de maquinado. Las primitivas removidas son conocidas como "primitivas de maquinado".

c) Modelo con primitivas composicionales. En este método no se requiere un sólido base. El usuario diseña agregando, sustrayendo y manipulando primitivas [2].

## **1.1. Reconocimiento y extracción de primitivas**

La extracción de primitivas y su reconocimiento es el primer y más importante paso en la conversión de los datos de un dibujo en instrucciones de manufactura [5]. La no intervención de los humanos en las tareas de reconocimiento de primitivas es esencial para el desarrollo de sistemas CAPP automáticos. Al mismo tiempo, la calidad y perfección de reconocedores de primitivas deciden la eficiencia con la cual opera un CAPP.

A continuación se presentan algunas técnicas usadas para el reconocimiento y extracción de primitivas:

1) Uno de los métodos más usados para reconocer primitivas es el llamado B-rep (Boundary – representation) [6]. La representación de un sólido mediante un modelo de frontera está definida por una combinación de información geométrica de las caras, vértice y bordes incluyendo las reglas topológicas, es decir, la forma en como se conectan. La topología ha sido la raíz del método B-rep para el modelado de sólidos. La consistencia topológica evita la existencia de anomalías geométricas. Las entidades topológicas están jerarquizadas por el incremento de su complejidad: vértice, borde, parche, ciclo, cara y celda, cada entidad tiene su propio juego de restricciones. Algunas ventajas del B-rep en comparación con el CSG son las siguientes:

- 1) La estructura de datos del B-rep contiene información que puede ser evaluada.
- 2) La información del B-rep asociada a la parte de un modelo es única.

3) La información presentada en el modelo B-rep no depende de la secuencia de pasos que el diseñador utiliza para modelar el producto.

Uno de los inconvenientes del B-rep es la gran capacidad de memoria utilizada para representar un sólido. La mayor parte de los sistemas CAD utilizan una combinación de CSG/B-rep. Debido a la complejidad en la colección de métodos descriptivos para los diferentes tipos de sólidos, el diseñador tiene dificultades para utilizarlos en forma directa. Por este motivo, se requiere una interfase propiamente la dada por el CSG y el B-rep.

2) Otro método de reconocimiento por primitivas es la técnica ASV (Alternating Sum of Volume) representa un objeto por una serie de objetos convexos alternando el signo (+); para la adición de volúmenes y (-) para la substracción de volúmenes. El ASV se basa en el método "convex-hull" [7].

3) Método de seccionado. Este método es utilizado típicamente para generar la trayectoria de una herramienta y automatizar la planeación de procesos para modelar componentes de 2 1/2 dimensiones encontradas en las industrias aeroespacial y aeronáuticas [8].

4) Se ha desarrollado en [9], un sistema PC – basado en código "C" para extraer primitivas y auxiliar la planeación de procesos. El sistema de extracción automático de primitivas (AFES) está orientado básicamente a partes prismáticas generadas en un sistema CAD. La AFES tiene como base un árbol de B-rep y extrae de él la información de la primitiva.

En general, la mayor parte de los métodos de extracción y reconocimiento de primitivas operan bajo las técnicas CSG y B-rep.

## **1.2. Propósito de la tesis**

El propósito de este trabajo de tesis es modelar los procesos de manufactura de una pieza mecánica usando ecuaciones de forma [1,10,11]. Siendo el principal objetivo analizar los modos operativos de una máquina didáctica Boxfor integrada a una celda de manufactura. Se usa el álgebra de Boole con dominio en el conjunto de sólidos regularizados para construir el modelo de ecuaciones de forma

## **1.3. Metodología**

Se utiliza en el presente trabajo de tesis la metodología desarrollada en [1], para construir las representaciones de proceso asociadas con la pieza en estudio. Dichas representaciones son conocidas como "ecuaciones de forma". Se utilizan desde luego las hipótesis de "cuerpo sólido regular penetrable" y "operaciones perfectas", para construir los modelos de ecuaciones de forma, así como secuencias finitas admisibles de operaciones principales.

## **1.4. Alcances**

- 1) Las ecuaciones de forma EF serán construidas con la mínima información posible de manufactura.
- 2) Se caracterizan tres operaciones de manufactura:
  - Cilindrado
  - Taladrado múltiple
  - Tronzado
- 3) Para generar las EF se plantea la siguiente restricción: "Las operaciones de manufactura son perfectas"
- 4) No se incluyen tolerancias, acabados, factores económicos y tiempos del caso de estudio analizado en sus diferentes secuencias. (Son restricciones del modelo).
- 5) El modelo del producto caracterizado, representa únicamente el caso de estudio analizado.

6) Se analizan tres diferentes secuencias para la misma pieza del caso de estudio.

El presente trabajo de tesis se divide en 5 capítulos:

En el primer capítulo se presenta una descripción breve del proyecto de "caracterización, análisis y representación de las formas operativas de una celda de manufactura didáctica". Específicamente se refiere a la celda de Manufactura localizada en el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme en Cd. Obregón, Sonora.

En el segundo capítulo se definen algunos conceptos importantes relacionados con los sólidos regularizados, dominio sobre el cual, se sistematiza el álgebra de Boole. Se presenta también un breve resumen de las propiedades y consideraciones del álgebra de Boole definida en el conjunto de sólidos regularizados en los cuales, es posible que dos o más sólidos sean penetrados.

En el tercer capítulo se utiliza el concepto de evento de operación para caracterizar cuatro variantes geométricas de la operación diferencia, ya que dichas variantes serán utilizadas adelante para representar operaciones de maquinado.

En el capítulo cuatro son utilizadas las variantes de la operación diferencia, para representar operaciones de maquinado. Se introduce el término "operación perfecta de manufactura", mediante el cual se podrán representar de forma abstracta operaciones de arranque de viruta, e inclusive, otras operaciones de manufactura que impliquen la extracción de materiales en materias primas.

En el quinto capítulo se presenta el primer modelo de manufactura, las ecuaciones de forma y se construye un modelo de manufactura del caso de estudio que integra operaciones de maquinado. Se analizan tres secuencias diferentes de operaciones de maquinado, con el objeto de analizar las diferentes ecuaciones de forma y analizar los resultados.

Finalmente, se dan las conclusiones derivadas de este trabajo de tesis.

# **Capítulo 1**

## **Descripción del Proyecto**

### **1.1. Introducción**

En este capítulo se presenta una descripción breve del proyecto “caracterización, análisis y representación de las formas operativas de una celda de manufactura didáctica”. Dicha celda está localizada en el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme “ITESCA” en Cd. Obregón, Sonora.

El proyecto está dividido en tres etapas:

- 1) Modelado de una pieza metalmecánica usando ecuaciones de forma.
- 2) Análisis por primitivas de una pieza mecánica.
- 3) Análisis, modelado y simulación de una trayectoria de taladrado.

### **1.2. Descripción general del proyecto**

En el laboratorio de Ingeniería Mecánica localizado en el ITESCA en Cd. Obregón, se tiene una celda de manufactura didáctica, compuesta de máquinas de diversas marcas, entre ellas un torno didáctico CNC marca Boxfor 250. Dicha máquina se muestra en la figura 1.1.





Figura 1.1. Torno Boxfor 250

Se requiere conocer los “modos operativos” de la máquina cuando se están manufacturando piezas mecánicas, con el propósito de mejorar y eficientar su uso, al conocer en primera instancia, la información conceptual con la que opera (Ecuaciones de Forma y Primitivas de Manufactura) y, en segunda instancia los movimientos con los que se desplaza el cabezal de herramientas.

Para entender de manera formal la información conceptual de la máquina, se usarán dos modelos de manufactura:

1) Ecuaciones de forma.

2) Primitivas de manufactura.

El primer modelo consiste en representar las transformaciones de materias primas en productos terminados utilizando el álgebra de Boole [1,10,11,12]. Dicho modelo está integrado por sólidos regularizados (materias primas), operadores abstractos de manufactura (operaciones reales) y una secuencia de operaciones (forma operativa del cabezal multiherramientas).

El segundo modelo, derivado del primero, representa la manufactura de piezas usando primitivas o también llamadas "características" o "features" [2]. El modelo integra información geométrica (componentes) y no geométrica (manufactura) de las transformaciones de materias primas en productos terminados, y se divide en tres partes:

1) Caracterización y representación por primitivas.

2) Ecuaciones de volúmenes modificadas.

3) Matrices de primitivas.

Por otro lado, del modelo de primitivas se caracteriza la trayectoria de operación.

En este proyecto se analizan las trayectorias de varias herramientas de corte en el maquinado de una pieza "separador para baleros". Operaciones de cilindrado, taladrado múltiple y tronzado son modelados en términos de sus trayectorias.

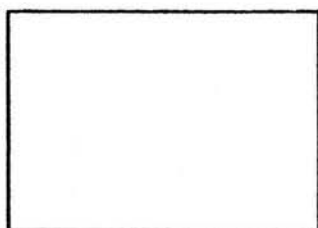


Los modelos de ecuaciones de forma, primitivas y trayectorias están asociados con los modos operativos de la máquina CNC Boxfor integrada a la celda didáctica ubicada en el ITESCA en Cd. Obregón, Sonora.

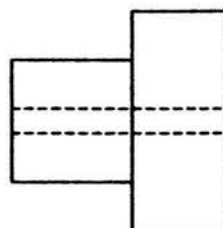
En esta tesis se estudiará únicamente el modelo de ecuaciones de forma.

### 1.3. Definición del caso de estudio

*Se requiere construir una ecuación de forma asociada con el producto terminado PT mostrado en la figura 1.2. El plano de fabricación relacionado con dicho producto se puede consultar en el apéndice de este trabajo.*



A



PT



Figura 1.2. Materia prima y separador de balero (producto terminado)

Las restricciones del problema son:

- 1) El modelo debe satisfacer el principio de admisibilidad geométrica.
- 2) Las operaciones modeladas son maquinados.
- 3) El modelo debe integrar la "naturaleza de manufactura" del componente impresa en el plano de fabricación [12].
- 4) La información geométrica de manufactura y proceso del modelo debe ser obtenida y representada bajo un nivel de abstracción máximo.
- 5) El modelo debe integrar suboperaciones.
- 6) Las operaciones, sólidos y la sucesión de operaciones son perfectas.

#### **1.4. Hipótesis y axiomas**

En esta sección se propone una hipótesis y un conjunto de axiomas [13] bajo las cuales, se podrá construir la ecuación de forma asociada con el producto mostrado en la figura 1.2.

*Hipótesis: Todo plano de fabricación integrado a la clase del dominio de manufactura propio, contiene cuando menos una ecuación de forma admisible geoméricamente.*

Los axiomas básicos relacionados con la hipótesis son:

Axioma 1.1. En el universo de manufactura, compuesto por planos de fabricación de productos terminados, existe el dominio de manufactura propio.

Axioma 1.2. En el dominio de manufactura propio existe una clasificación genérica de la información geométrica de manufactura y procesos dada por:

- 1) Operaciones de manufactura.
- 2) Geometría de componentes.

## **1.5. Algunas consideraciones importantes**

En esta sección se discuten algunas consideraciones relacionadas con el problema y su cuerpo axiomático.

El modelo de ecuaciones de forma ha sido desarrollado en [1]. En este trabajo de tesis sólo se aplica el método para encontrar una ecuación de forma relacionada con el producto mostrado en la figura 1.2.

Las demostraciones de los teoremas implicados del cuerpo axiomático descrito en la sección 1.4, fueron desarrolladas en [12] y, por tanto, en este trabajo sólo se presentarán los resultados importantes de la sistematización para construir la ecuación de forma.

## **1.6. Metodología**

Se utiliza en el presente trabajo de tesis la metodología desarrollada en [1], para construir las representaciones de proceso asociadas con la pieza en estudio. Dichas representaciones son conocidas como "ecuaciones de forma". Se utilizan

las hipótesis de "cuerpo sólido regular penetrable" y "operaciones perfectas", para construir los modelos de ecuaciones de forma, así como secuencias finitas admisibles de operaciones principales.

El concepto de ecuación de forma:

Para poder analizar la manufactura de piezas o componentes es necesario utilizar métodos de representación tanto geométricos como de proceso. Una de estas representaciones es conocida como "ecuación de forma". El modelo de ecuación de forma fue desarrollado en [1] y consiste en representar los componentes y sus derivados mediante sólidos regularizados y operadores abstractos de manufactura. Una definición más concreta del modelo de ecuación de forma es la siguiente:

*"Una ecuación de forma es una representación de las etapas de transformación de materias primas en productos terminados. Los elementos que integran una ecuación de forma son sólidos regularizados que idealizan componentes y sus derivados y operadores abstractos de manufactura. El orden de la ecuación de forma lo determina una secuencia admisible al menos geométrica de operaciones principales de manufactura".*

Para poder generar una ecuación de forma, es necesario que los cuerpos o sólidos utilizados tengan las propiedades siguientes:

- 1) Poseen geometría bien definida.
- 2) Son dimensionados.
- 3) Regulares.
- 4) Pueden ser penetrados.

Un sólido con éstas características se considera ideal para representar componentes y sus derivados.

De acuerdo con [1,11,12], los sólidos ideales pertenecen a un dominio "B" llamado de manufactura, el cual es particionado de la manera siguiente:

- 1)  $B_{MP} = \{\text{Materias primas}\}$
- 2)  $B_{PP} = \{\text{Productos preparados}\}$
- 3)  $B_{MAE} = \{\text{Materiales agregados o extraídos}\}$
- 4)  $B_{SUB} = \{\text{Subproductos}\}$
- 5)  $B_{PT} = PT = \{\text{Productos terminados}\}$

Cabe señalar que en términos de manufactura, el dominio "B" satisface:

$$1) B_{MP} \cup B_{PP} \cup B_{MAE} \cup B_{SUB} \cup B_{PT} = \emptyset$$

$$2) B = \bigcup_{i=1}^5 B_{ii}$$

Aquí,  $B_{ii}$  son las particiones de B.

En términos generales la caracterización del dominio "B" a través de particiones es un acercamiento a las concepciones reales de componentes en un proceso de manufactura.

Otro elemento importante en la construcción de las ecuaciones de forma, es la operación de manufactura. De acuerdo con [11,12], una operación de manufactura puede ser representada por operadores abstractos; es decir, mediante operaciones booleanas. Por ejemplo, operaciones de maquinado se pueden representar por la diferencia " $-$ ", y la soldadura se puede representar por la unión " $\cup$ ".

Para que se puedan utilizar dichos operadores, es necesario que se cumplan las siguientes consideraciones:

- 1) La operación de manufactura es "perfecta".
- 2) Cada operador tiene asociada información funcional de la operación real que representa.

El término "perfecto" en las operaciones de manufactura tiene diversas implicaciones, por ejemplo; no se considera el tiempo de proceso, los herramientas y la maquinaria, entre otras.

El hecho de que la operación se considera "perfecta" es porque se aplica a un sólido regular penetrable el cual representa algún componente.

Por otro lado, la información funcional de manufactura asociada con un operador, direcciona en términos muy generales, las operaciones reales de manufactura, por ejemplo, una operación de maquinado por taladrado se puede representar por [12]:

$$\underline{M}_{Ta}$$

En donde "M" es la característica general de manufactura, "—" es el operador diferencia y "Ta" es un indicador de la operación.

Por tanto, cualquier operación real de manufactura puede ser representado por algún operador booleano parametrizado en términos de manufactura.

Para el caso de estudio analizado en el presente trabajo de tesis se utilizarán operaciones del tipo "diferencia", para lo cual se dedica un capítulo.

Finalmente, un elemento de gran importancia para construir las ecuaciones de forma, es la sucesión de operaciones de manufactura, puesto que dichas sucesiones ordenan la representación.

## Capítulo 2

### El álgebra de Boole y algunos conceptos importantes

#### 2.1. Introducción

En este capítulo se definen algunos conceptos importantes relacionados con los sólidos regularizados, dominio sobre el cual, se sistematiza el álgebra de Boole. Dicha álgebra fue caracterizada, sistematizada y parametrizada en términos de manufactura por [11,12]. Se presenta también un breve resumen de las propiedades y consideraciones del álgebra de Boole definida en el conjunto de sólidos regularizados en los cuales, es posible que dos o mas sólidos sean penetrados. Finalmente, los resultados obtenidos en este capítulo, serán utilizados en los capítulos posteriores para caracterizar y representar operaciones de manufactura del tipo "diferencia".

#### 2.2. Características de los sólidos regularizados

Para poder utilizar el álgebra de Boole en la caracterización y representación de operaciones de manufactura [12], es necesario establecer un dominio de acción específico. Materiales sólidos y no sólidos pueden ser representados por "cuerpos" en los cuales el interior y la frontera están claramente definidos. Estas dos características serán utilizadas para modelar la manufactura de componentes.

Sea  $B_1 \in \mathcal{B}$  un cuerpo que satisface las siguientes propiedades:

- 1)  $B_1$  es acotado.
- 2)  $B_1$  es dimensionado.
- 3)  $B_1$  es geometría bien definida.



4)  $B_1$  pose reglas topológicas bien definidas.

El cuerpo  $B_1$  se dice analítico si es posible representarlo de la manera siguiente:

$$B_1 = I_{B_1} \cup \partial_{B_1} \quad (2.1)$$

Aquí,  $I_{B_1}$  y  $\partial_{B_1}$  son el interior y la frontera, respectivamente de  $B_1$ .

### 2.3. Hipótesis fundamentales y cambio de dominio

Se sabe que dos cuerpos bajo ciertas condiciones no son penetrables, en especial los utilizados en este trabajo. Por ejemplo, en una operación de maquinado la herramienta de trabajo extrae material de un componente, siempre y cuando la pieza y/o la herramienta esté en movimiento y se satisfagan ciertos parámetros de operación. En condiciones "normales" o estados fijos; es decir, sin relación alguna con la operación de maquinado, es prácticamente imposible que la herramienta penetre el componente.

Sean  $B_1$  y  $B_2$  dos sólidos con las características definidas en la sección 2.1. Se dirá que  $B_1$  es impenetrable por  $B_2$  o que  $B_2$  es impenetrable por  $B_1$  si y solo si:

$$I_{B_1} \cap I_{B_2} = \Phi \quad (2.2)$$

Observe que bajo la restricción (2.2) no será posible utilizar los sólidos regularizados para representar procesos y operaciones de manufactura, puesto que no es útil que por ejemplo, una herramienta no pueda penetrar un componente o, equivalentemente una pieza no pueda ser descompuesta o transformada por una herramienta.

Sea  $B$  el conjunto de sólidos regularizados sujetos a la restricción (2.1). La función,

$$f_v : B \rightarrow B^v \quad (2.3)$$

definida por:

$$f_v(B_1) = B_1^v ; \quad \forall B_1 \in B \text{ y } B_1^v \in B^v$$

es llamada "función de cambio de dominio no penetrable a penetrable" [12]. Aquí, el conjunto  $B^v$  es llamado "dominio penetrable". Para este caso la función  $f_v : B \rightarrow B^v$  debe ser biyectiva.

Considere ahora la siguiente definición:

"En  $B^v$  los sólidos regularizados pueden adquirir las siguientes propiedades:"

$$1) I_{B_1^v} \cap I_{B_2^v} \neq \emptyset ; \quad \forall B_1^v, B_2^v \in B^v \quad (2.4)$$

$$2) B_1^v = \bigcup_{i=1}^n B_{1i}^v$$

La primer propiedad dada en la definición anterior implica que los sólidos que pertenecen al dominio  $B^v$  pueden ser penetrados por otros sólidos, y la segunda propiedad, indica que todo sólido  $B_i^v \in B^v$  puede ser descompuesto.

## 2.4. Otras relaciones importantes

Sean  $B_1^v, B_2^v \in B^v$  dos sólidos regularizados penetrables [12]. La función:

$$R_C : B^V \times B^V \rightarrow \{1, 0\} \in C \quad (2.5)$$

definida por:

$$1) R_C(B_1^V, B_2^V) = 1 \Leftrightarrow \exists \partial_C \subset \partial_{B_1^V} \text{ y } \partial_C \subset \partial_{B_2^V} \cdot \exists \cdot \partial_{B_1^V} \cap \partial_{B_2^V} \neq \emptyset$$

$$2) R_C(B_1^V, B_2^V) = 0 \Leftrightarrow B_1^V \cap B_2^V = \emptyset$$

es llamada "relación de contacto entre sólidos penetrables" 1. Aquí, " $\partial_C$ " es una frontera común y la condición  $B_1^V \cap B_2^V = \emptyset$  indica "disyunción" o separabilidad entre los cuerpos.

Sea  $B_j^V \in B^V$ . Entonces  $B_j^V$  admite la descomposición siguiente:

$$1) B_j^V = \bigcup_{i=1}^n B_{ji}^V \quad (2.6)$$

$$2) I_{B_{ji}^V} \cap I_{B_{kj}^V} \neq \emptyset \quad ; \quad i \neq j$$

3) La intersección entre dos descomposiciones es a lo más una frontera común o un borde (incluyendo un punto).

## 2.5. Relaciones de orden en $B^V$

Sea  $B_{11}^V \in B^V$  y  $B_{11}^V$  "una parte de"  $B_1^V$  o equivalentemente  $B_{11}^V < B_1^V$ . Entonces las siguientes propiedades se satisfacen [1, 12]:

$$1) B_{11}^V < B_1^V \quad (2.7)$$

$$2) B_{11}^V < B_{12}^V \quad \text{y} \quad B_{12}^V \ni B_{11}^V ;$$

$$3) \text{ Si } B_{11}^V < B_{12}^V \text{ y } B_{12}^V < B_{13}^V, \text{ entonces } B_{11}^V < B_{13}^V ; B_{13}^V < B_1^V$$

Dichas propiedades son conocidas como reflexiva, antisimétrica y transitiva. Observe entonces que la relación "<" es un orden parcial en  $B^V$ .

Considere ahora tres sólidos;  $B_1^V, B_2^V, B_3^V \in B^V$ , entonces:

- 1)  $B_1^V \subset B_1^V$
  - 2)  $B_1^V \subset B_2^V \text{ y } B_2^V \not\subset B_1^V$
  - 3) Si  $B_1^V \subset B_2^V \text{ y } B_2^V \subset B_3^V$ , entonces  $B_1^V \subset B_3^V$
- (2.8)

Aquí, la relación " $\subset$ " es llamada inclusión y, al igual que la relación "<", es un orden parcial en  $B^V$ .

Finalmente, para evitar el uso excesivo de símbolos se utilizarán las equivalencias siguientes:

- 1)  $B^V \Leftrightarrow B$
- 2)  $B_1^V \Leftrightarrow B_1$

## 2.6. Sistematización del álgebra de Boole

En un trabajo previo [12] se ha sistematizado el álgebra de Boole en el conjunto de sólidos regularizados penetrables. En esta sección se realizará un breve resumen de los conceptos y propiedades de dicha álgebra.

### 2.6.1. La operación unión

Sea  $B \subset \varepsilon$  el conjunto de sólidos penetrables compuestos por puntos. Sean ahora  $B_1, B_2 \in B$ . La operación [12]:

$$\cup : B \times B \rightarrow B \quad (2.9)$$

definida por:

$$B_1 \cup B_2 = \{ p \in B_1 \cup B_2 \mid p \in B_1 \vee p \in B_2 \}, \forall B_1, B_2 \in B$$

es llamada la unión entre sólidos regularizados penetrables.<sup>12</sup> Para esta operación se tiene el siguiente resultado:

**Teorema 1.1.** La pareja  $(B, \cup)$  es un semigrupo conmutativo.

Para que el sistema  $(B, \cup)$  sea un semigrupo conmutativo se deben satisfacer las propiedades siguientes:

- |    |   |                  |
|----|---|------------------|
| 1) | $B_1 \cup B_2 = B_2 \cup B_1$ ;                       | Conmutatividad.  |
| 2) | $B_1 \cup (B_2 \cup B_3) = (B_1 \cup B_2) \cup B_3$ ; | Asociatividad.   |
| 3) | $B_1 \cup B_\emptyset = B_1$ ;                        | Elemento neutro. |

Aquí,  $B_\emptyset$  es el sólido nulo tal que  $B_\emptyset \subset B_1, \forall B_1 \in B$

## 2.6.2. La operación intersección

Sean  $B_1, B_2 \in B$ . La operación [12],

$$\cap : B \times B \rightarrow B \quad (2.10)$$

definida por:

$$B_1 \cap B_2 = \{p \in B_1 \cap B_2 \mid p \in B_1 \wedge p \in B_2\}; \forall B_1, B_2 \in B$$

es llamada " la intersección entre sólidos regularizados penetrables". Para esta operación se satisfacen las siguientes propiedades:

- |  |                  |
|--|------------------|
| 1) $B_1 \cap B_2 = B_2 \cap B_1$ ;                       | Conmutatividad.  |
| 2) $B_1 \cap (B_2 \cap B_3) = (B_1 \cap B_2) \cap B_3$ ; | Asociatividad.   |
| 3) $B_1 \cap \Omega = B_1$ ;                             | Elemento neutro. |

Aquí,  $\Omega$  es el sólido universal tal que  $B_1 \subset \Omega$  para todo  $B_1 \in B$ . Observe entonces que la pareja  $(B, \cap)$  es, al igual que el sistema  $(B, \cup)$ , un semi-grupo conmutativo.

## 2.6.3. Propiedades distributivas

Sean  $\cup : B \times B \rightarrow B$  y  $\cap : B \times B \rightarrow B$  la operación unión e intersección, respectivamente. El siguiente resultado presentado por [11,12] es verdadero:

**Teorema 1.2.** Las siguientes equivalencias, siendo  $B_1, B_2, B_3, \in B$ , se satisfacen:

- |   |        |
|---|--------|
| 1) $B_1 \cup (B_2 \cap B_3) = (B_1 \cup B_2) \cap (B_1 \cup B_3)$ | (2.11) |
| 2) $B_1 \cap (B_2 \cup B_3) = (B_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap B_3)$ |        |

Dichas propiedades son llamadas "distributivas".

#### 2.6.4. La operación diferencia y complemento

Sean  $B_1, B_2 \in B$ . La operación,

$$- : B \times B \rightarrow B \quad (2.12)$$

definida por:

$$B_1 - B_2 = \{ p \in B_1 - B_2 \mid p \in B_1 \wedge p \notin B_2 \}; \forall B_1, B_2 \in B$$

es llamada "la diferencia entre sólidos regularizados penetrables".

Sean ahora  $B_1 \in B$ . Se define el complemento de  $B_1$  de la manera siguiente:

$$\underline{B}_1 = \Omega - B_1 \quad (2.13)$$

Nótese que si  $B_1, B_2 \in B$ , entonces

$$B_1 - B_2 \neq B_2 - B_1 \text{ si y solo si } B_1 \neq B_2.$$

#### 2.6.5. Leyes de Morgan

Teorema 1.3. Sean  $B_3 = B_1 \cup B_2$  y  $B_4 = B_1 \cap B_2$ , entonces las igualdades siguientes se satisfacen:

$$1) \quad \underline{B}_3 = \underline{B}_1 \cap \underline{B}_2; \quad \forall B_1, B_2 \in B$$

$$2) \quad \underline{B}_4 = \underline{B}_1 \cup \underline{B}_2; \quad \forall B_1, B_2 \in B$$

Dichas igualdades son conocidas como las Leyes de Morgan. Por otro lado, el conjunto B está acotado inferior y superiormente, esto es [12]:

$$1) \quad B_1 \cup B_2 = \text{Sup} (B_1, B_2)$$

$$2) \quad B_1 \cap B_2 = \text{Inf} (B_1, B_2)$$

Por tanto, la estructura  $(B, \cup, \cap, -)$  es un álgebra de Boole.



## Capítulo 3

### Variantes geométricas de la operación diferencia

#### 3.1. Introducción

En este capítulo es utilizado el concepto de evento de operación para caracterizar cuatro variantes geométricas de la operación diferencia ( $- : B \times B \rightarrow B$ ), dichas variantes serán usadas para representar, en el capítulo 4, operaciones de maquinado. Tres tipos de relaciones geométricas son utilizadas en el estado inicial del evento de operación: 1) relación de descomposición, 2) relación de contacto y 3) relación de encajabilidad. Será anexada una cuarta relación llamada "disyuntez" para caracterizar una operación de diferencia. Las cuatro clases de operaciones variantes analizadas son: 1) diferencia clase 1 ( $C_1$ ); 2) diferencia clase 2 ( $C_2$ ); 3) diferencia clase 3 ( $C_3$ ), y 4) diferencia por disyuntez [1,12].

#### 3.2. Evento de operación

Para poder representar y caracterizar la operación diferencia en términos geométricos, es necesario establecer condiciones geométricas tanto en el sólido o los sólidos antes de aplicar la operación, como en el sólido generado después de aplicar dicha operación [1,12].

Sean  $Z_1$  y  $Z_2$  dos conjuntos de relaciones geométricas relacionadas con la operación diferencia antes y después de aplicar la operación. La función,

$$R_{EP} : B \times B \rightarrow C = \{1,0\}$$

definida por :

1)  $R_C (B_1, B_2) = 1$   $B_3 = B_1 - B_2$  y  $B_3 (Z_2)$ .

2)  $R_C (B_1, B_2) = 0$  si y sólo si  $(B_1, B_2) (Z_1)$

es llamada relación de evento de operación. Aquí,  $B_3 (Z_2)$  indica que el sólido generado después de aplicar la operación diferencia satisface  $(Z_2)$  condiciones geométricas (estado 1  $G_1$ ) y  $(B_1, B_2) (Z_1)$  indica que la pareja de sólidos  $(B_1, B_2)$  satisface  $K_1$  relaciones geométricas antes de la operación (estado 0  $G_0$ ).

Las condiciones geométricas  $(Z_2)$  del sólido  $B_3$  se determinan por la forma de su interior y la frontera, en tanto las relaciones geométricas  $Z_1$  asociadas con la pareja de sólidos  $(B_1, B_2)$  son las siguientes:

- 1) Relación de descomposición.
- 2) Relación de contacto.
- 3) Relación de encajabilidad o penetración.
- 4) Relación de disyuntéz.

La figura siguiente muestra las cuatro relaciones anteriormente descritas y las características geométricas del sólido generado:

a) Estado 1 ( $Z_1$ )

b) Estado 2 ( $Z_2$ )

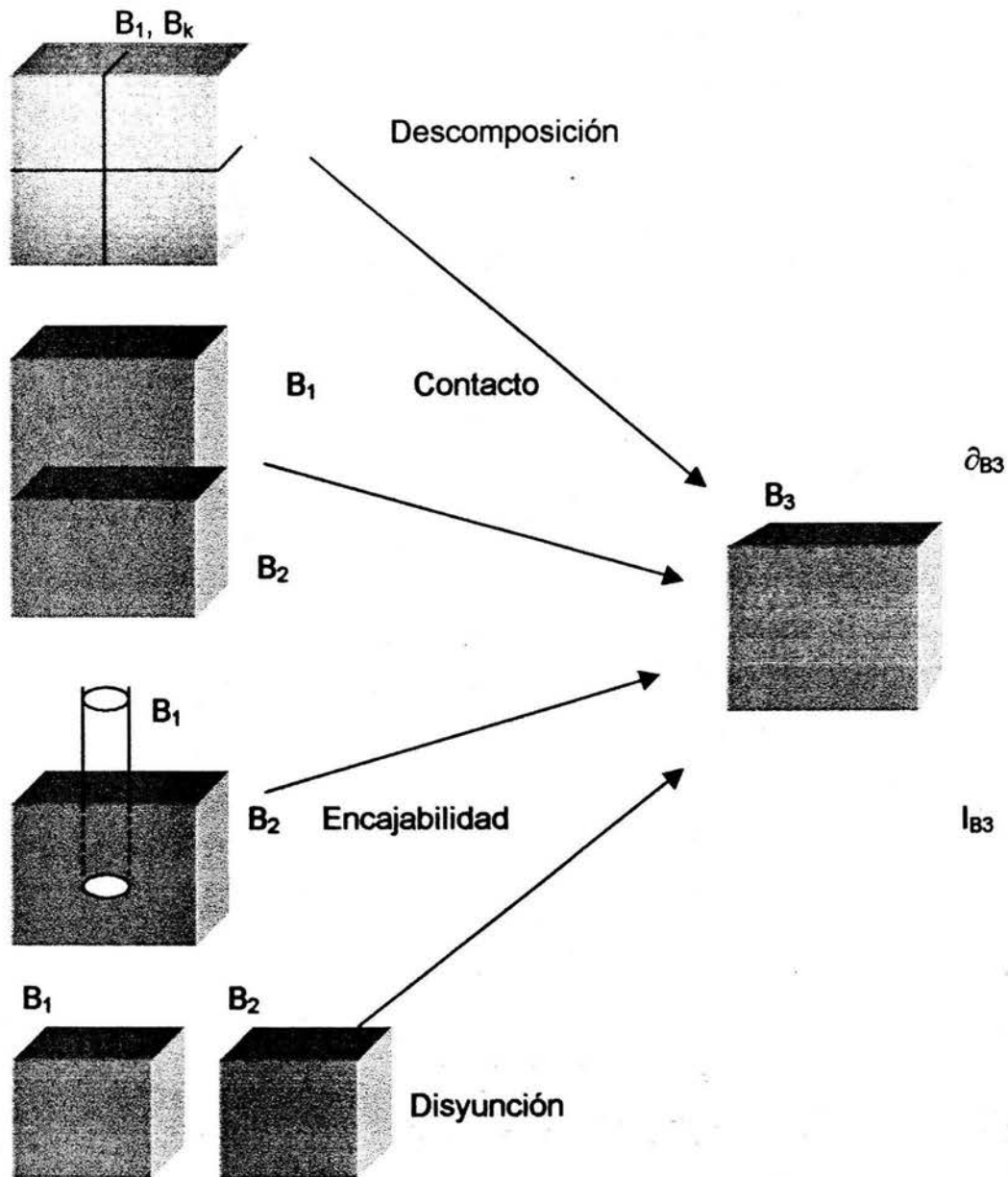


Figura 3.1. Estados y relaciones geométricas de la operación diferencia

### 3.3. Indicadores de la operación diferencia

Sea  $O = \{-\}$  y  $I = \{C_1, C_2, C_3, D\}$ . La función [1,12],

$$F_a: I \rightarrow O$$

definida por :

$$1) f_a(C_1) = \underline{C_1} ; C_1 \in I ; - \in 0$$

$$2) f_a(C_2) = \underline{C_2} ; C_2 \in I ; - \in 0$$

$$3) f_a(C_3) = \underline{C_3} ; C_3 \in I ; - \in 0$$

$$4) f_a(D) = \underline{D} ; D \in I ; - \in 0$$

es llamada "función de indicación geométrica". Los índices  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $D$  significan: clase 1, clase 2, clase 3 y disyuntéz.

Por tanto, la operación diferencia se caracteriza por las siguientes variantes:

$$1) \underline{C_1} ; \text{diferencia clase 1.}$$

$$2) \underline{C_2} ; \text{diferencia clase 2.}$$

$$3) \underline{C_3} ; \text{diferencia clase 3.}$$

$$4) \underline{D} ; \text{diferencia por disyunción.}$$

### 3.4. Primera variante de la operación diferencia: la diferencia clase 1

Sea  $B_1 = \bigcup_{i=1}^n B_{1i}$  con  $B_{11} \cap B_{1k} \cap \dots \cap B_{1M} = \emptyset$  con fronteras contactadas entre las particiones.

La operación [1,12],

$$C_1 : B_1 \times B_1 \rightarrow B_1$$

definida por:

$$B_{1k} \underline{C_1} B_{1l} = B_{1M} ; B_{1k}, B_{1l}, B_{1M} \in B_1$$

es llamada la "diferencia clase  $C_1$ " si en el estado final de dicha operación el sólido generado  $B_{1M} \in B_1$  satisface las características geométricas siguientes:

$$1) B_{1M} = B_{1k} - B_{1l}$$

$$B_{1M} \neq \emptyset \Rightarrow B_{1k} \neq \emptyset \text{ y } B_{1l} \neq \emptyset$$

$$2) B_{1M} \approx B_{1k}$$

$$3) I_{B_{1M}} \equiv I_{B_{1k}}$$

$$4) \partial_{B_{1M}} \equiv \partial_{B_{1k}}$$

Aquí, " $\approx$ " es una relación geométrica.

La figura siguiente muestra las características geométricas de la operación diferencia clase  $C_1$ :

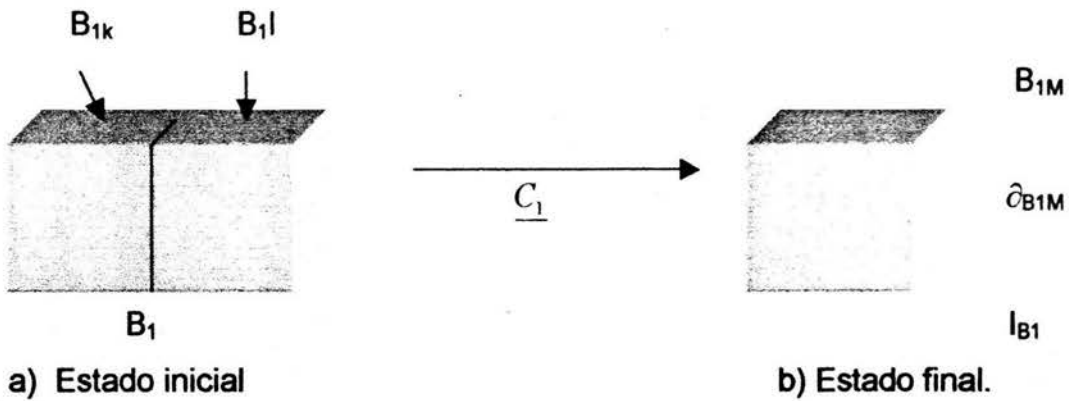


Figura 3.2. Estados de la operación  $C_1$  y características geométricas

### 3.5. Segunda variante de la operación diferencia: la diferencia clase 2

Sean  $B_1, B_2 \in B$  dos sólidos tales que  $R_C(B_1, B_2) = 1$  [1,12].

La operación:

$$\underline{C_2} : B \times B \rightarrow B$$

definida por :

$$B_1 \underline{C_2} B_2 = B_3$$

es llamada la "diferencia clase  $C_2$ " si el sólido generado  $B_3 \in B$  satisface las siguientes características:

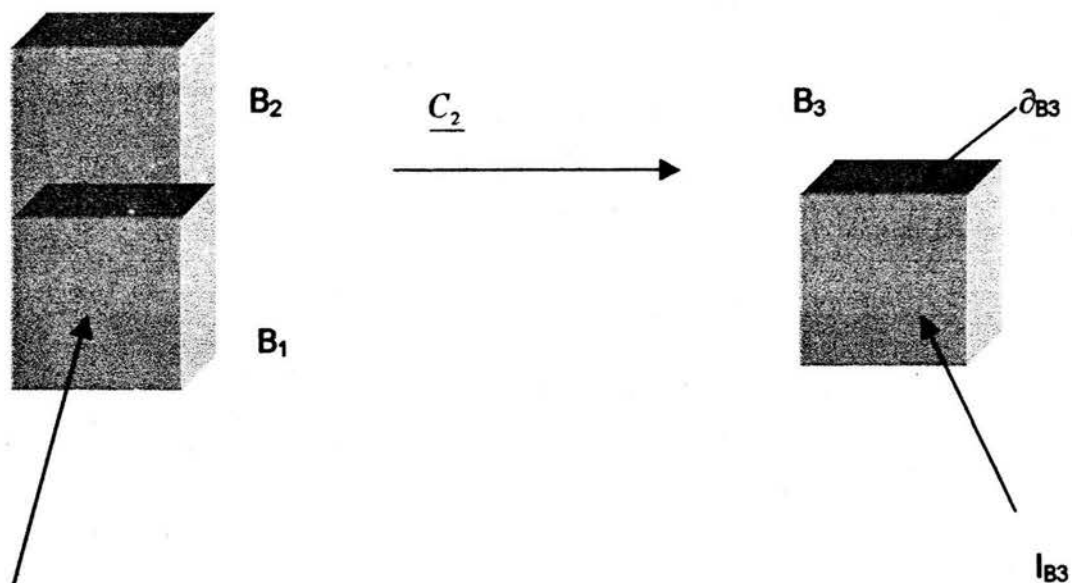
1)  $B_3 = B_1 - B_2$

2)  $B_3 \approx B_1$        $B_3 \approx B_2$

3)  $l_{B_3} = l_{B_1} - l_{B_2}$  si  $l_{B_3} \approx l_{B_1}$

4)  $\hat{o}_{B3} = \hat{o}_{B1} - \hat{o}_{B2}$  si  $\hat{o}_{B3} \approx \hat{o}_{B1}$

La figura siguiente muestra los estados de la operación  $\underline{C}_2 : B \times B \rightarrow B$



$R_c(B_1, B_2) = 1$  (Por Contacto)

a) Estado inicial.

b) Estado final

Figura 3.3. Estados de la operación diferencia

### 3.6. Tercera variante de la operación diferencia: diferencia clase 3

Sean  $B_1, B_2 \in B$  tales que  $X \subset B_1$  y  $X \cap B_2 \neq \emptyset$ . La operación [1,12],

$\underline{C}_3 : B \times B \rightarrow B$

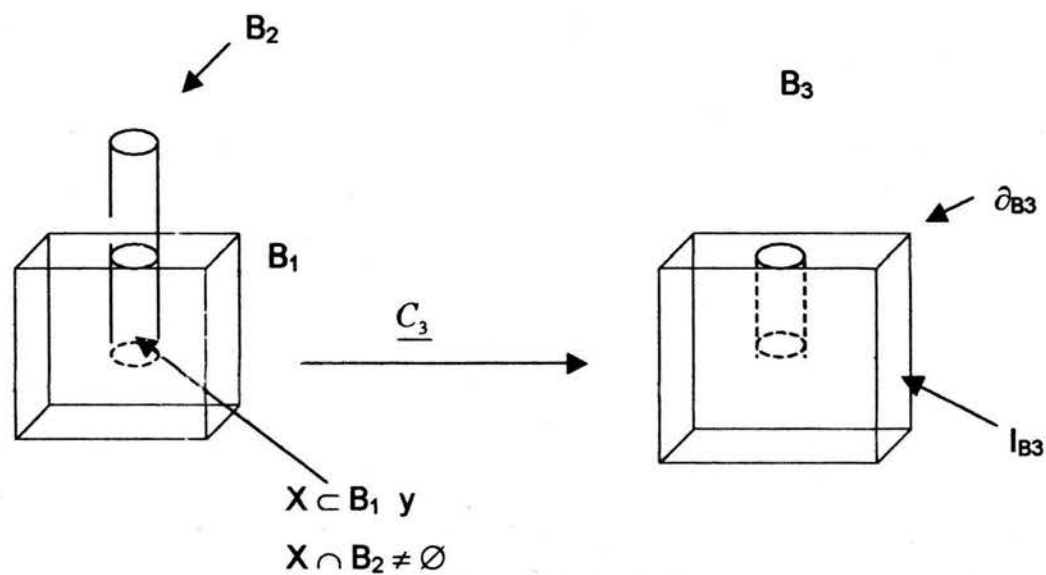
definida por :

$$B_1 \xrightarrow{C_3} B_2 = B_3$$

es llamada la diferencia clase 3 si el sólido generado  $B_3 \in B$  satisface las siguientes características:

- 1)  $B_3 = B_1 - B_2$
- 2)  $I_{B_3} = I_{B_1} - I_{B_2}$
- 3)  $\partial_{B_3} = \partial_{B_1} - \partial_{B_2}$
- 4)  $B_1 = B_1 - X$

La figura siguiente muestra los estados inicial y final de la operación  $C_3 : B \times B \rightarrow B$ :



a) Estado inicial.

b) Estado final

Figura 3.4. Estado de la operación diferencia clase 2



### 3.7. Cuarta variante de la operación diferencia: diferencia por disyuntéz

Sean  $B_1, B_2 \in B$  tales que  $B_1 \cap B_2 = \emptyset \Rightarrow I_{B_1} \cap I_{B_2} = \emptyset$  y  $\hat{\partial}_{B_1} \cap \hat{\partial}_{B_2} = \emptyset$ .

La operación:

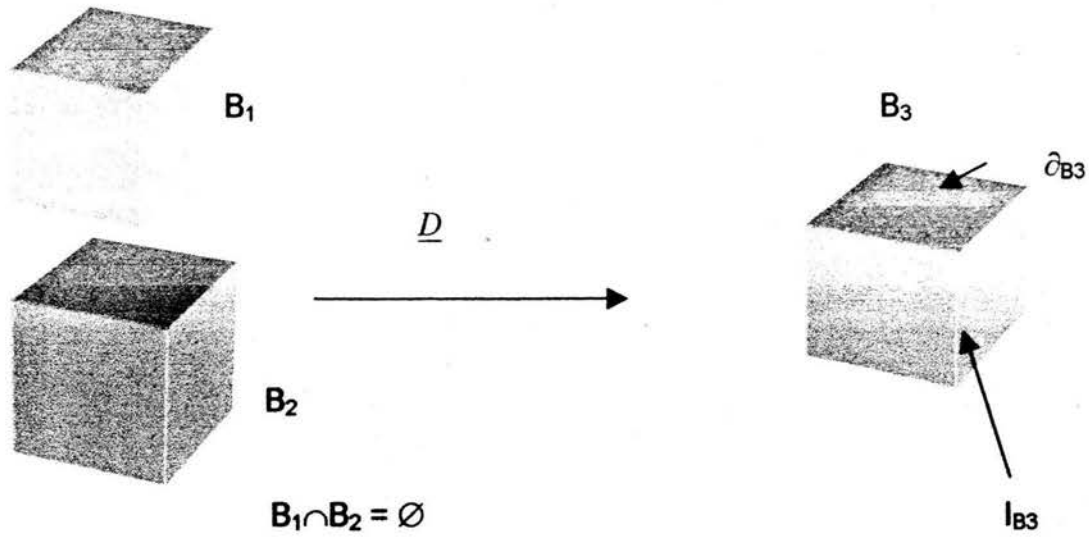
$$\underline{D} : B \times B \rightarrow B$$

definida por :  $B_3 = B_1 \underline{D} B_2$ ,

es llamada "diferencia por disyuntéz" si el sólido generado  $B_3 \in B$  satisface las características siguientes [1,12]:

- 1)  $B_3 = B_1 - B_2$
- 2)  $B_3 \approx B_1$
- 3)  $I_{B_3} = I_{B_1} - I_{B_2}$
- 4)  $\hat{\partial}_{B_3} = \hat{\partial}_{B_1} - \hat{\partial}_{B_2}$

La figura siguiente muestra los estados de la operación "diferencia por disyuntéz":



a) Estado inicial

b) Estado final

Figura 3.5. Estados de la operación  $D: B \times B \rightarrow B$

### 3.8. Algunas consideraciones sobre la relación “ $\approx$ ”

La relación geométrica “ $\approx$ ” asociada con las operaciones  $\underline{C}_1: B_1 \times B_1 \rightarrow B_1$ ,  $\underline{C}_2: B \times B \rightarrow B$ ,  $\underline{C}_3: B \times B \rightarrow B$  y  $\underline{D}: B \times B \rightarrow B$  no es una relación de igualdad, puesto que los estados de las operaciones son diferentes. Además, estrictamente hablando, el sólido generado debe ser diferente a cualesquiera de los sólidos con los que fue generado. Esto con la idea de que las funciones Clase 1, Clase 2, Clase 3 y Disyuntiva son operaciones [1,12].

La relación “ $\approx$ ” indica “semejanza geométrica” entre un sólido base y un sólido generado. Dicha semejanza no debe interpretarse como “igualdad”.

## Capítulo 4

### Operaciones abstractas de manufactura

#### 4.1. Introducción

En este capítulo se utilizarán las variantes de la operación diferencia descritas en el capítulo anterior para representar operaciones de maquinado. Se introduce el término "operación perfecta de manufactura" mediante el cual, se podrán representar abstractamente operaciones de arranque de viruta, e inclusive, otras operaciones de manufactura que impliquen la extracción de materiales en materias primas. Dichas operaciones se encuentran impresas en planos de fabricación [1,12].

#### 4.2. Formalización de la operación diferencia y el dominio de manufactura

En esta sección se presentan los argumentos teóricos necesarios para poder representar operaciones reales de manufactura mediante el operador booleano diferencia. Se introduce el concepto de dominio de manufactura asociado con un sólido regularizado el cual representará "un producto terminado".

Considere ahora la siguiente definición [1,12]:

*"Todo sólido que admite descomposición y penetración puede ser formado por medio de operación diferencia, si la aplicación de dicha operación implica que la forma, contenido y geometría del sólido es modificada de tal forma que una parte o región del sólido sea extraída por medio de la operación".*

La definición anterior caracteriza en términos generales, la manera en que la operación diferencia puede ser utilizada para darle forma a un sólido.

Para poder establecer el uso de la operación diferencia para representar operaciones de manufactura, es necesario en primer lugar, definir el concepto de dominio de manufactura, esto es:

El dominio de manufactura ( $B^M$ ) de todo producto terminado, de acuerdo con [1,12], es el siguiente:

- 1)  $B_{MP}$ , familia de materias primas.
- 2)  $B_{PP}$ , familia de productos preparados.
- 3)  $B_{MAE}$ , familia de materiales agregados o extraídos.
- 4)  $B_{SUB1}$ , familia de subproductos.
- 5)  $B_{PT}$ , familia de productos terminados.

La definición anteriormente descrita es fundamental para los objetivos de esta tesis, pues ahora será posible hablar de operaciones de manufactura, ya que el dominio  $B^M$  tiene la suficiente información abstracta para representar dichas operaciones. Considere ahora las siguientes propiedades:

- 1) Sean  $B_1$  y  $B_2$  dos productos terminados tales que  $B_1 \neq B_2$ , entonces:

$$B_1^M \neq B_2^M$$

Cada producto terminado tiene dominios de manufactura diferentes, es decir, en el número de elementos que integran las familias.

- 2) Sea  $B$  el conjunto de sólidos regularizados, si  $B_1 \in B$  es un producto terminado, entonces existe  $B_M^M \subseteq B$  tal que :

- a)  $B^M$  es finito.
- b) Cualesquier  $B_i \in B^M$  es tal que  $B_i \in B$ .

c) La operación diferencia en  $B^M$  es cerrada.

3) Si  $B_i \in B_{MAE}$ , entonces  $B_1$  es el sólido extraído de algún  $B_i \in B_{MP}$  o  $B_i \in B_{PP}$  o  $B_i \in B_{SUB}$  por medio de la operación diferencia .

4) Si  $B_i \in B_{MAE}$ , entonces  $B_1$  es una descomposición de un  $B_i \in B_{MP}$  o  $B_i \in B_{PP}$  o  $B_i \in B_{SUB}$ . Las proposiciones anteriormente descritas serán utilizadas para caracterizar operaciones de manufactura del tipo "extracción de material".

Considere ahora la siguiente definición:

"El número de elementos del conjunto  $B^M$  se obtiene de la manera siguiente [12]:

$$n(B^M) = n(B_{MP}) + n(B_{PP}) + n(B_{MAE}) + n(B_{SUB}) + n(B_{PT})"$$

Observe entonces que el número de elementos del dominio  $B^M$  está en función del número de elementos de las subfamilias, además, las siguientes relaciones se satisfacen:

1)  $n(B_{MAE}) \equiv n(B_{SUB})$

2) Si  $B_1 \in B_{PT}$  y  $B_{1k} \in B_{SUB}$  y es la última subparte, entonces:  $B_1 \approx B_{1k}$ .

### 4.3. Operaciones reales de manufactura

En la industria manufacturera existen una gran cantidad de operaciones, mediante las cuales, se transforman materias primas en productos terminados. En esta tesis se estudiarán aquellas operaciones que tengan como característica principal la extracción de material a materias primas [1, 12].

Los maquinados son operaciones que dan forma a una materia prima mediante la extracción de material, usando herramientas de corte. Los maquinados son comúnmente conocidos como "operaciones de arranque de viruta". Los cortes y la eliminación de excedentes por acción de un dispositivo o herramienta de corte, son operaciones que eliminan material de materias primas.

Dentro de las operaciones de maquinado se pueden clasificar las siguientes [12]:

- 1) Torneado o cilindrado.
- 2) Fresado.
- 3) Taladrado.
- 4) Tronzado.
- 5) Rectificado.
- 6) Cepillado.
- 7) Brochado.
- 8) Esmerilado.

Asimismo, operaciones de corte y de excedentes pueden ser las siguientes:

- 1) Corte por oxiacetileno.
- 2) Corte por segueta.
- 3) Corte por agua a presión.
- 4) Corte por plasma.
- 5) Eliminación de residuos de soldadura.
- 6) Eliminación de excedentes de soldadura por recubrimiento.
- 7) Otros tipos de operaciones de corte y excedentes.

Cada operación tiene como característica general, la eliminación de material de una parte o materia prima, por medio de un dispositivo o herramienta de corte.

Las operaciones reales de manufactura se realizan tomando en consideración diversos parámetros y variables, también utilizan diversas máquinas y herramientas. Por tanto, dichas operaciones son difíciles de modelar si se consideran todas y cada una de las variables y parámetros involucrados.

La complejidad de una operación está en función del material por manufacturar, de la calidad y las tolerancias requeridas entre otros parámetros [1,12]. Así una operación de corte por plasma requerirá de un sofisticado equipo de trabajo para realizar la operación. En tanto un taladrado simple, realizado en una materia prima, se considera una operación simple.

El interés en esta sección no es discutir la complejidad de las operaciones reales de manufactura sino encontrar una forma abstracta de representarlas, en este caso, por la "operación diferencia".

Sin embargo, el problema que se presenta para encontrar dicha representación es la enorme cantidad de variables y parámetros relacionados con las operaciones reales de manufactura.

Se debe encontrar una forma abstracta de representarlas o, en su caso, no tomarlas en cuenta. Por otro lado, el factor tiempo es una variable que origina más complicaciones, pues la operación "diferencia" está dada en términos de eventos que no incluyen el tiempo.

Antes de proceder a encontrar una representación adecuada en términos de la "diferencia" de las operaciones reales de manufactura, es necesario definir los conceptos fundamentales; estos son [1,12]:

- 1) Superoperación.
- 2) Suboperación.

Las "superoperaciones" son operaciones unitarias interpretadas directamente de los planos de fabricación de un componente. En tanto, las "suboperaciones" se caracterizan por no estar representadas en los planos de fabricación. Dos tipos de suboperaciones pueden ser clasificadas [12]:

1) Operaciones relacionadas con una superoperación de tal forma que cada suboperación sea de la misma naturaleza que la superoperación. Así mismo, el conjunto de todas las suboperaciones deben estar en relación con la superoperación que las representa.

2) Operaciones relacionadas con una superoperación pero no tienen la misma naturaleza. Sin embargo, dichas operaciones deben estar íntimamente ligadas con la superoperación.

Por ejemplo, un taladrado de varias etapas con un mismo eje de corte, se puede caracterizar de la manera siguiente:

1) Superoperación: taladrado.

2) Suboperación: el número de etapas de barrenado.

Otro ejemplo se puede describir en un cilindrado. Si se requieren dos cilindrados burdos y uno fino sobre una materia prima, entonces:

1) Superoperación: cilindrado.

2) Suboperación: cilindrados burdos y cilindrado fino.



#### 4.4. Operaciones perfectas de manufactura

En esta sección se proponen los argumentos teóricos necesarios para poder representar operaciones reales de manufactura por medio del operador booleano "diferencia". Para ello, considere las siguientes definiciones [1,12]:

1) Sean  $B_1 \in B_{PT}$  un producto terminado y  $\{ - \}$  un conjunto con un elemento.

La pareja  $(B_1, -)$  determina el dominio de manufactura  $B^M$  de  $B_1 \in B_{PT}$ .

2) Si  $\{ - \}$  es una superoperación abstracta y  $B_1 \in B_{PT}$ , entonces la cardinalidad de  $n(B^M)$  es  $n = 5$ .

3) Sea  $\{ - \}$  una superoperación que representa un conjunto  $O^{SUB}$  de suboperaciones de cardinalidad "n". Sea también,  $B_2 \in B_{MP}$  una materia prima. Entonces la cardinalidad de  $B^M$  se encuentra por medio de la siguiente relación:

$$n(B^M) = 2 + 3(n).$$

4) Para que la relación descrita en el inciso 3) sea satisfecha, se debe satisfacer lo siguiente:

$$n(B_{PP}) = n(B_{MAE}) = (B_{SUB})$$

Es importante señalar que todo dominio  $B^M$  asociado con cualquier producto terminado está determinado por las operaciones de manufactura. Las siguientes definiciones son fundamentales para los objetivos de este trabajo de tesis:

1) Sea  $O_1$  una superoperación asociada con un  $B_1 \in B_{PT}$ . Sean también  $K_1$  y  $K_2$  conjuntos de parámetros funcionales definidos antes y después de la superoperación.

Se dice que  $O_1$  es una superoperación perfecta si está caracterizada por un evento  $E_v$  con estados  $\Gamma_0$  y  $\Gamma_1$ , y una transición  $T$  atemporal con  $T: \Gamma_0 \rightarrow \Gamma_1$ , tal que:

$$1) \Gamma_0(O_1) \Leftrightarrow B_1(K_1); B \in B^M$$

$$2) \Gamma_1(O_1) \Leftrightarrow B_1(K_2); B_1 \in B_{PT} \subseteq B$$

Aquí,  $\Gamma_0$  y  $\Gamma_1$  representan el estado inicial y el estado final del evento  $E_v$ , respectivamente. Además, las representaciones  $B_1(K_1)$  y  $B_1(K_2)$  indican que los sólidos  $B_i \in B^M$  están caracterizados por parámetros funcionales  $K_1$  y  $K_2$  antes y después de la superoperación.

Las siguientes consideraciones son importantes en este trabajo:

a) "Si  $O_1$  es una superoperación perfecta asociada con un  $B_1 \in B_{PT}$  y  $B_E \in B_{MAE}$  es el sólido o material extraído, entonces  $B_E$  no admite descomposición".

b) "Si  $O_1$  es una y solo una superoperación perfecta de manufactura asociada con un  $B_1 \in B_{PT}$  y  $B_A \in B_{MP}$  es una materia prima, entonces el evento de operación  $E_v$  se puede representar en términos del sólido extraído  $B_E \in B_{MAE}$  de la manera siguiente:

$$1) \Gamma_0(B_E) \Leftrightarrow B_E(K_1) \Rightarrow B_A \text{ no está en descomposición.}$$

$$2) \Gamma_1(B_E) \Leftrightarrow B_E(K_2) \Rightarrow B_A \text{ está en descomposición } B_E.$$

Considere ahora la siguiente definición [1,12]:

2) "Sea  $O_1$  una superoperación asociada con  $B_1 \in B_{MP}$  y supóngase que  $O_1$  representa a  $O_{1i}$  suboperaciones. Entonces, toda suboperación se dice perfecta si se puede representar por un evento con dos estados y una transición atemporal tal que:

1)  $\Gamma_0(B_E) \Leftrightarrow B_E(K_{1i})$  y  $B_E$  admite "i" descomposiciones.

2)  $\Gamma_1(B_E) \Leftrightarrow B_E(K_{2i})$  y  $B_E$  admite "i" descomposiciones".

Aquí, cada descomposición de  $B_E$  está asociada con una suboperación y cada suboperación está relacionada con  $K_{1i}$  parámetros antes de la suboperación y  $K_{2i}$  parámetros funcionales después de la suboperación.

Las siguientes consideraciones son importantes en este capítulo:

i) "Si  $O_1$  es una superoperación que representa  $O_{1i}$  suboperaciones perfectas relacionadas con un  $B_1 \in B_{PT}$ , entonces el sólido extraído  $B_E \in B_{PT}$  admite descomposición, una por cada suboperación".

ii) "El estado  $\Gamma_0(B_E) \Leftrightarrow B_E(K_{1i})$  implica que  $B_A \in M_{PT}$  o  $B_p \in B_{PP}$  o  $B_S \in B_{SUB}$  no ha sido descompuesto, y  $\Gamma_0(B_E) \Leftrightarrow B_E(K_{2i})$  implica que  $B_A \in M_{PT}$  o  $B_p \in B_{PP}$  o  $B_S \in B_{SUB}$  ha sido descompuesto y  $B_{Ei} \in B_E$  ha sido extraído".

iii) Si  $O_1$  es una superoperación que representa  $O_{1i}$  suboperaciones perfectas, entonces  $O_1$  es una superoperación "semi - perfecta" compuesta por "i" suboperaciones perfectas".

La siguiente definición es fundamental en este trabajo de tesis [1,12]:

"Toda superoperación perfecta de manufactura y toda suboperación perfecta de manufactura se puede representar por medio de la operación "diferencia" si las siguientes relaciones se satisfacen:

1) La aplicación de una superoperación o suboperación implica la extracción de material.

2) Los eventos y estados de la operación  $\gamma : B \times B \rightarrow B$  son equivalentes a los estados y eventos de la superoperación o de la suboperación, es decir:

a)  $\Gamma_0 \approx G_0 \Leftrightarrow Z_1 \approx K_1.$

b)  $\Gamma_1 \approx G_1 \Leftrightarrow Z_2 \approx K_2.$

Aquí,  $G_0$  y  $G_1$  son dos estados geométricos de los sólidos.

Es importante recordar que los parámetros  $Z_1$  y  $Z_2$  están dados en términos geométricos; es decir, por las formas de preparación de los sólidos antes de la operación y la forma del sólido generado después de la operación. Dichas formas están en función del interior y la frontera de los sólidos.

Observe entonces que el hecho de establecer las relaciones  $Z_1 \approx K_1$  y  $Z_2 \approx K_2$  implica que todos los parámetros funcionales tanto iniciales como finales relacionados con una operación real de manufactura, se reduzcan a los efectos geométricos que dicha operación produce sobre las materias primas y los productos terminados. Por consiguiente, parámetros funcionales tales como; tipo de material, grado de maquinabilidad, tiempo de proceso, velocidad de la operación, calidad de la operación entre otros parámetros, no son considerados en una representación abstracta de manufactura.

Considere ahora la siguiente definición [1,11,12]:

“Toda operación abstracta de manufactura es perfecta”.

Por tanto, las operaciones reales de manufactura se considerarán perfectas; es decir, representadas por eventos de operación y estados geométricos.

Para finalizar esta sección considere el siguiente concepto:

"Si una operación real de manufactura es perfecta, entonces puede ser representada por la operación  $- : B \times B \rightarrow B$  y sus variantes si y solo si el dominio utilizado sea el dominio de manufactura ( $B^M$ )".

#### **4.5. Representación de operaciones reales de manufactura mediante la operación diferencia y sus variantes**

En esta sección se utilizará un conjunto de índices representativos de manufactura para generar las "llamadas operaciones abstractas de manufactura". La operación diferencia y sus variantes será utilizada para representar superoperaciones y suboperaciones [1,11,12].

Considere ahora la siguiente clasificación:

1) Maquinados: Clase 1

2) Cortes y eliminación de excedentes: Clase 2

La clase 1 integrará operaciones de maquinado realizadas en máquinas herramientas y tienen como característica fundamental la extracción de sólido por medio de arranque de viruta.

La clase 2 integrará operaciones de corte las cuales no se caracterizan por arrancar virutas de materiales.

Es importante mencionar que el conjunto de operaciones reales de manufactura no será analizado en su totalidad, pues no sería posible por razones de espacio, integrar todas y cada una de las operaciones en dicho conjunto.

Sea  $\{-\}$  un conjunto que integra la operación diferencia y  $I_M = \{M, C\}$  un conjunto con dos índices tal que M signifique "maquinado" y C signifique "corte y eliminación de excedentes". La función [1,12]:

$$f_M: I_M \rightarrow \{-\}$$

definida por:

$$1) f_M(M) = \underline{M}$$

$$2) f_M(C) = \underline{C}$$

es llamada "función de caracterización de manufactura por clases". Las representaciones  $\underline{M}$  y  $\underline{C}$  se interpretan de la manera siguiente:

1)  $\underline{M}$  ; diferencia de maquinado o "maquinado perfecto".

2)  $\underline{C}$  ; diferencia de corte o de excedentes o "corte perfecto".

Considere ahora la siguiente definición:

"Las operaciones  $\underline{M}$  y  $\underline{C}$  están definidas en el dominio de manufactura de todo producto terminado que integre operaciones de maquinado y/o cortes".

Sean ahora  $M = \{C_i, T_a, T_r, F_r, C_E, R_E, R_0\}$  y  $C = \{C_a, C_p, C_s, C_0, E_E\}$  dos conjuntos de índices de manufactura tales que:

$$1) \quad M = \left\{ \begin{array}{l} C_i; \text{ Cilindrado} \\ T_a; \text{ Taladrado} \\ T_r; \text{ Tronzado} \\ F_r; \text{ Fresado} \\ C_E; \text{ Cepillado} \\ R_E; \text{ Rectificado} \\ R_O; \text{ Roscado} \end{array} \right.$$

$$2) \quad C = \left\{ \begin{array}{l} C_a; \text{ Corte por agua a presión} \\ C_p; \text{ Corte por plasma} \\ C_s; \text{ Corte por segueta} \\ C_o; \text{ Corte por oxiacetileno} \\ E_E; \text{ Eliminación de excedentes} \end{array} \right.$$

La función :

$$f_{M1} : M \rightarrow \{ \underline{M} \}$$

definida por:

- 1)  $f_{M1}(C_i) = \underline{M}_{C_i}$  ; Maquinado perfecto por cilindrado.
- 2)  $f_{M1}(T_a) = \underline{M}_{T_a}$  ; Maquinado perfecto por taladrado.
- 3)  $f_{M1}(T_r) = \underline{M}_{T_r}$  ; Maquinado perfecto por tronzado.
- 4)  $f_{M1}(C_E) = \underline{M}_{C_E}$  ; Maquinado perfecto por cepillado.
- 5)  $f_{M1}(R_E) = \underline{M}_{R_E}$  ; Maquinado perfecto por rectificado.
- 6)  $f_{M1}(R_O) = \underline{M}_{R_O}$  ; Maquinado perfecto por roscado.

es llamada "función de caracterización de manufactura para la clase 1". Así mismo, la función:

$$f_{M2}: C \rightarrow \{ \underline{C} \}$$

definida por:

- a)  $f_{M2}(C_a) = \underline{C}_{ca}$ ; Corte perfecto por agua a presión.
- b)  $f_{M2}(C_p) = \underline{C}_{cp}$ ; Corte perfecto por plasma.
- c)  $f_{M2}(C_s) = \underline{C}_{cs}$ ; Corte perfecto por segueta.
- d)  $f_{M2}(C_o) = \underline{C}_{co}$ ; Corte perfecto por oxiacetileno.
- e)  $f_{M2}(E_e) = \underline{C}_{ee}$ ; Corte perfecto de excedentes.

es llamada función de caracterización para la clase 2".

Considere la siguiente definición:

"Toda operación indicada por las funciones  $f_{M1}: M \rightarrow \{ \underline{M} \}$  y  $f_{M2}: C \rightarrow \{ \underline{C} \}$  están definidas en algún dominio de manufactura relacionado con algún producto terminado que integre operaciones de la clase 1 y clase 2".

Para poder diferenciar entre una superoperación y una suboperación perfecta de manufactura, se colocará como superíndice un "cero" si es una superoperación y cualesquier secuencia de números naturales excepto el cero, si es una suboperación; esto es:

- 1)  $\underline{M}^0_{Ta}$ , superoperación de taladrado.
- 2)  $\underline{M}^{1,2i}_{Ta}$ ; suboperación  $i$  – ésima de taladrado.



Se dirá que la representación  $\underline{M}^{1,2,3}_{Ta}$  es una sucesión de suboperaciones de taladrados relacionados con una superoperación  $\underline{M}^0_{Ta}$ .

El objetivo ahora es estudiar qué variante o que tipos de variantes se pueden utilizar para formalizar cada una de las operaciones abstractas de manufactura descritas anteriormente. Para ello, considere dos aspectos fundamentales relacionados con todas las operaciones reales de manufactura del tipo clase 1 y clase 2; estas son:

- 1) La existencia de una materia prima.
- 2) La existencia de una herramienta de corte.

Se dirá que un  $B_1 \in B_{MP}$  es una materia prima base si sobre dicho sólido se aplican el mayor número de operaciones de manufactura clase 1 y/o clase 2. Por otro lado, la existencia de una herramienta de corte supone un cuerpo ajeno a la materia prima base.

La siguiente definición es fundamental para los objetivos buscados en este trabajo de tesis [12]:

"Para toda operación abstracta de manufactura clase 1 y clase 2 existen cuando menos una materia prima base y cuando menos un sólido ajeno a la materia prima tal que dicho sólido sea una herramienta de corte".

La definición anterior implica que la primer variante de la operación diferencia: la clase 1, no puede ser utilizada para representar operaciones abstractas de manufactura, pues no integra un sólido ajeno, es decir, una herramienta de corte. Las tres variantes restantes, es decir, la clase 2, clase 3 y la diferencia por disyunción, sí integran un sólido ajeno.

Sin embargo, como se verá más adelante tanto la clase 2 como la disyunción, tampoco son representativas de operaciones abstractas de manufactura.

## Capítulo 5

### Primer modelo de manufactura: las ecuaciones de forma

#### 5.1. Introducción

Con la información analizada en los capítulos anteriores, en éste capítulo se construirá un modelo de manufactura de un caso de estudio que integra operaciones de maquinado. Dicho modelo es conocido como "ecuación de forma" [1,10,11,12].

Se utilizarán en esta tesis los resultados de los capítulos anteriores. Antes de proceder a tal construcción (del modelo), se definen a continuación algunos conceptos importantes.

1) Una secuencia de operaciones principales es una sucesión de operaciones sobre una o más materias primas para generar un producto terminado.

Una ecuación de forma es una representación de las etapas de transformación de materias primas en productos terminados. Los elementos que constituyen una ecuación de forma son sólidos y operaciones abstractas de manufactura dada una y sólo una secuencia de operaciones [1,10,11,12].

2) Sea "n" el número de operaciones principales de manufactura. Entonces el número de secuencias de operación ( $N_{SO}$ ) está dado a través de la igualdad siguiente:

$$N_{SO} = n!$$

3) Sea "n" el número de operaciones principales y "r" las familias inadmisibles de operaciones. El conjunto admisible geoméricamente de secuencias de operaciones se encuentra a través de la siguiente expresión:

$$N_{TSA} = (n-r)!$$

4) Sea  $\underline{M}$  la diferencia de maquinado, se dirá que la operación  $\underline{M}: B^M \times B^M \rightarrow B^M$  se dice "perfecta" si el material extraído es caracterizado en dos estados (inicial y final).

5) Sea  $B_1 \in B_{MAE}$  y supóngase que  $B_1$  admite la descomposición siguiente:

$$B_1 = \bigcup_{i=1}^n B_{1i}$$

o equivalentemente:

$$B_1 = \bigcup_{i=1}^{n-1} B_{1i} \cup B_{1n},$$

entonces:

$\bigcup_{i=1}^{n-1} B_{1i}$  es la sucesión de maquinados burdos y  $B_{1n}$  es el maquinado final.

Se asumirá que tanto maquinados burdos y finos son "perfectos".

6) Sea "n" el número de operaciones principales, entonces el número total de subpartes es determinado por la siguiente expresión:

$$N_{TSUB} = n$$

7) Se asumirá la siguiente nomenclatura para las secuencias de operaciones:

$$\begin{array}{l} F_1 \quad SO^{F_1O_{23}} \quad SO^{F_1O_{32}} \\ F_2 \quad SO^{F_2O_{13}} \quad SO^{F_2O_{31}} \\ F_3 \quad SO^{F_3O_{12}} \quad SO^{F_3O_{21}} \end{array}$$

Por ejemplo; considere la secuencia de operaciones  $SO^{F_2O_{13}}$  ( Secuencia de operación de la familia 2 con operación 1 en  $T_2$  y operación 3 en  $T_3$ ), la cual se puede representar por la tabla 5.1 [1,12].

T \ O	O	O	O	O
	1	2	3	
T <sub>1</sub>	0	1	0	
T <sub>2</sub>	1	0	0	
T <sub>3</sub>	0	0	1	

Tabla 5.1. Representación de la secuencia de operaciones indicando tipo de operación y estados en que se realiza

Aquí,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  son estados finales de las operaciones.

## 5.2. Metodología para generar las ecuaciones de forma

En esta sección se presenta una metodología de 5 pasos para generar las ecuaciones de forma, dicha metodología fue desarrollada en [1,10].

- 1) Identificar del plano de fabricación las formas geométricas tridimensionales de las materias primas.
- 2) Identificar del plano de fabricación los procesos específicos y el número de operaciones principales.
- 3) Caracterizar el dominio de manufactura de los sólidos [14]
- 4) Generar las ecuaciones de subforma, tomando una secuencia finita de operaciones principales.
- 5) Expandir la última ecuación de subforma para encontrar la ecuación de forma.

Antes de proceder a estudiar la pieza de trabajo, se dará la siguiente descripción de operaciones de arranque de viruta [1,12]:

$M_{C_i}^M$ ; diferencia de maquinado por cilindrado.

$M_{F_i}^M$ ; diferencia de maquinado por fresado.

$M_{T_i}^M$ ; diferencia de maquinado por tronzado.

$M_{Ma_i}^M$ ; diferencia de maquinado por machuelado (roscado).

$M_{Ta_i}^M$ ; diferencia de maquinado por taladrado.

$M_{Es_i}^M$ ; diferencia de maquinado por esmerilado.

### 5.3. Definición del caso de estudio

Se desea maquinar la pieza "PT" mostrada en la figura 5.1, la cual se denomina producto terminado, a partir de una barra cilíndrica de aluminio "A", como materia prima, de acuerdo con las dimensiones y formas geométricas del plano de fabricación (ver apéndice ), siguiendo los procesos específicos y las operaciones de manufactura.

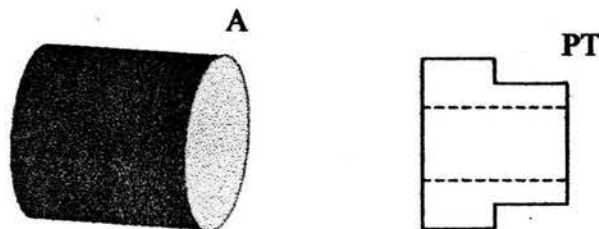


Figura 5.1. Esquema de la materia prima (A) y el producto terminado (PT)

Se describe, a continuación, la tecnología del torno numérico de CNC con que se cuenta en ITESCA, la institución donde se desarrolla la investigación, para ello se obtiene las operaciones que realiza la máquina, así como la secuencia que desarrolla para obtener la pieza.

Además de esa secuencia, se plantea otra probable con base en las mismas operaciones, para modificar y conocer la forma en que trabaja la maquinaria, también se da otra serie de operaciones para obtener la misma pieza.

Las operaciones que realiza la máquina de CNC son las siguientes:

- 1) Cilindrados (1), suboperaciones (1 burdo; 1 fino).
- 2) Taladrado múltiple(2), suboperaciones (1 centrado; 2 de aproximación; 1 final).
- 3) Tronzado (2), suboperaciones (1 careado; 1 tronzado).

Con base en estas operaciones, se definen dos secuencias en que se puede operar la máquina, primero la que sigue el equipo de CNC.

### **5.3.1. Primera ecuación de forma asociada con $SO_{F_7O_{1234568}}$**

Se usará la metodología definida en la sección anterior para construir la ecuación de forma asociada con la secuencia descrita por la máquina CNC [1,10,12].

#### **Paso 1**

La materia prima es A y la forma geométrica es un cilindro macizo de aluminio de 22.2 mm de diámetro.

#### **Paso 2**

Total de operaciones  $n = 8$ .

Secuencia de operaciones:

En la tabla 5.2, se relaciona la secuencia y tipos de operaciones aplicadas a la pieza de estudio.

$O_1 \Leftrightarrow \overset{M}{-T_{a_1}}$	Taladrado de centros
$O_2 \Leftrightarrow \overset{M}{-T_{a_2}}$	Taladrado de 1 <sup>er</sup> aproximación
$O_3 \Leftrightarrow \overset{M}{-T_{a_3}}$	Taladrado de 2 <sup>da</sup> aproximación
$O_4 \Leftrightarrow \overset{M}{-T_{a_4}}$	Taladrado final
$O_5 \Leftrightarrow \overset{M}{-C_1}$	Cilindrado burdo
$O_6 \Leftrightarrow \overset{M}{-C_2}$	Cilindrado fino
$O_7 \Leftrightarrow \overset{M}{-T_1}$	Tronzado cara derecha
$O_8 \Leftrightarrow \overset{M}{-T_2}$	Tronzado cara izquierda

Tabla No. 5.2. Representación de la secuencia y tipo de operación

### **Paso 3**

Para la secuencia seguida por la máquina se tiene el siguiente dominio de manufactura ( $B^M$ ): [14]

$$B_{MP} = \{A\}$$

$$B_{PP} = \{I\}$$

$$B_{SUB} = \{B_{SUB1}, B_{SUB2}, B_{SUB3}, B_{SUB4}, B_{SUB5}, B_{SUB6}, B_{SUB7}, B_{SUB8}\}$$

$$B_{PT} = \{PT\}$$

$$B_{MAE} = \{B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, T_1, T_2\}$$

### **Paso 4**

La secuencia de operaciones seguida por la máquina CNC es la siguiente:

$$SO_{F_7}^{O_{1234568}}$$

que corresponde con lo descrito en la tabla 5.3



O \ T	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	O <sub>6</sub>	O <sub>7</sub>	O <sub>8</sub>
T <sub>1</sub>	0	0	0	0	0	0	1	0
T <sub>2</sub>	1	0	0	0	0	0	0	0
T <sub>3</sub>	0	1	0	0	0	0	0	0
T <sub>4</sub>	0	0	1	0	0	0	0	0
T <sub>5</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0
T <sub>6</sub>	0	0	0	0	1	0	0	0
T <sub>7</sub>	0	0	0	0	0	1	0	0
T <sub>8</sub>	0	0	0	0	0	0	0	1

Tabla 5.3. Representación de la secuencia de operaciones  $SO^{F_7 O_{1234568}}$

A continuación se caracterizan las subpartes asociadas con la secuencia arriba planteada.

$$\begin{aligned}
 1) \quad B_{SUB_1} &= A^{-T_1} T_1 & (5.1) \\
 2) \quad B_{SUB_2} &= B_{SUB_1}^{-Ta_1} B_1 \\
 3) \quad B_{SUB_3} &= B_{SUB_2}^{-Ta_2} B_2 \\
 4) \quad B_{SUB_4} &= B_{SUB_3}^{-Ta_3} B_3 \\
 5) \quad B_{SUB_5} &= B_{SUB_4}^{-Ta_4} B_4 \\
 6) \quad B_{SUB_6} &= B_{SUB_5}^{-C_1} C_1 \\
 7) \quad B_{SUB_7} &= B_{SUB_6}^{-C_2} C_2 \\
 8) \quad B_{SUB_8} &= B_{SUB_7}^{-T_2} T_2
 \end{aligned}$$

Observe de la expresión (5.1) que:

$$B_{SUB_8} \stackrel{GD}{\approx} PT$$



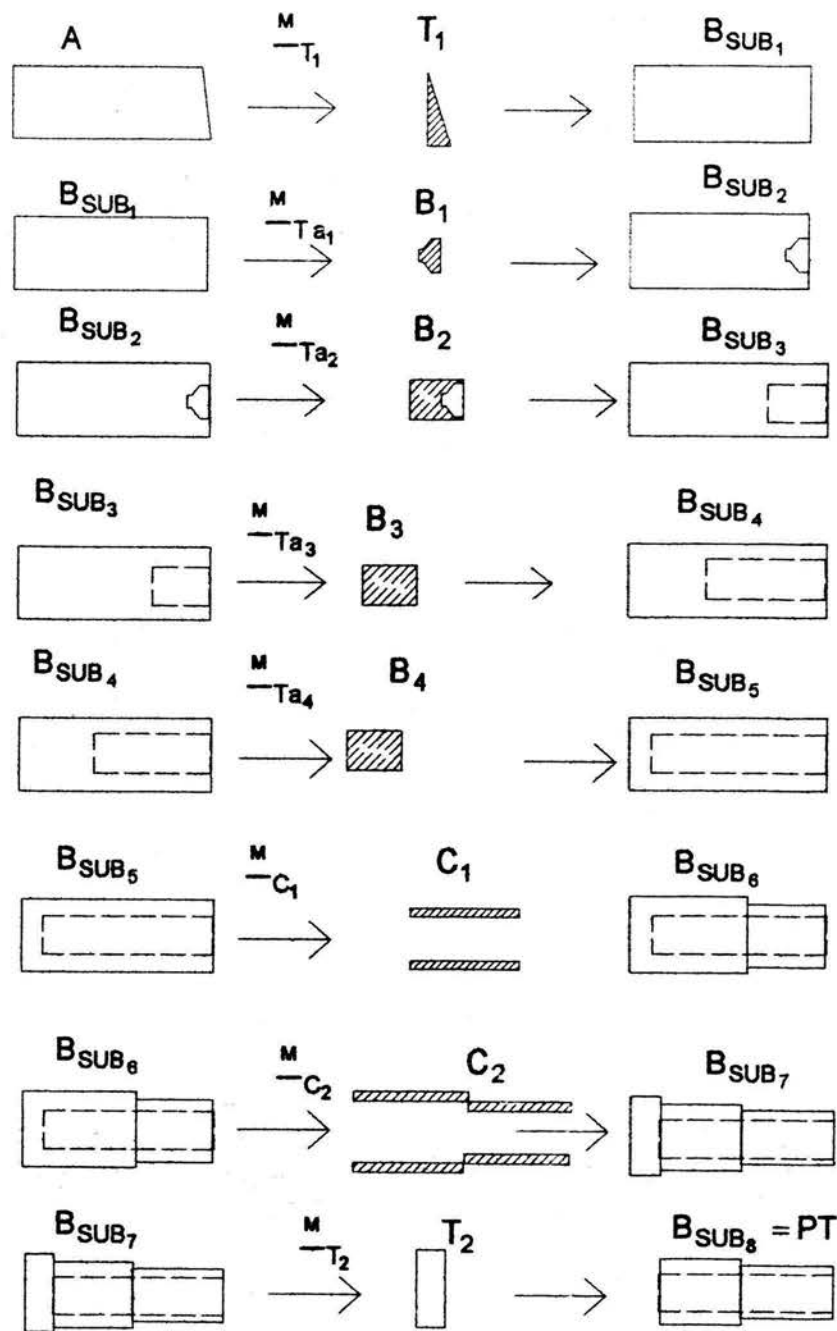


Figura 5.2. Representación gráfica de la ecuación de forma de la secuencia de operaciones  $SO^{F_7 O_{1234568}}$

### 5.3.2. Segunda ecuación de forma asociada con $SO^{F_7O_{5612348}}$

Para poder conocer la herramienta matemática empleada en este trabajo, se simulará otra secuencia permitida para comparar los conjuntos de elementos y las ecuaciones de forma así obtenidas. Como se trata del mismo proceso con cambios en el orden de las operaciones, el desarrollo de la ecuación de forma se modifica a partir del paso 3, por lo que se omiten los pasos 1 y 2, ya que son iguales a los descritos en la sección 5.2.1 [1,10].

#### **Paso 3**

Para la secuencia seguida por la máquina se tiene el siguiente dominio de manufactura ( $B^M$ ):

$$B_{MP} = \{A\}$$

$$B_{PP} = \{1\}$$

$$B_{SUB} = \{B_{SUB9}, B_{SUB10}, B_{SUB11}, B_{SUB12}, B_{SUB13}, B_{SUB14}, B_{SUB15}, B_{SUB16}\}$$

$$B_{PT} = \{PT\}$$

$$B_{MAE} = \{B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, T_1, T_2\}$$

En esta secuencia de operaciones, las subpartes se identifican con números a partir de la última secuencia anterior, con objeto de poder identificarlas mejor.

#### **Paso 4**

La secuencia de operaciones sugerida para la máquina CNC es la siguiente:

$$SO^{F_7O_{5612348}}$$

Secuencia de operaciones:

La representación de la secuencia de operaciones se observa en la tabla 5.4

O \ T	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	O <sub>6</sub>	O <sub>7</sub>	O <sub>8</sub>
T <sub>1</sub>	0	0	0	0	0	0	1	0
T <sub>2</sub>	0	0	0	0	1	0	0	0
T <sub>3</sub>	0	0	0	0	0	1	0	0
T <sub>4</sub>	1	0	0	0	0	0	0	0
T <sub>5</sub>	0	1	0	0	0	0	0	0
T <sub>6</sub>	0	0	1	0	0	0	0	0
T <sub>7</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0
T <sub>8</sub>	0	0	0	0	0	0	0	1

Tabla 5.4. Representación de la secuencia de operaciones  $SO^{F_7 O_{5612348}}$

A continuación se caracterizan las subpartes asociadas con la secuencia arriba planteada.

$$\begin{aligned}
 1) \quad B_{SUB_9} &= A^{-T_1} T_1 & (5.3) \\
 2) \quad B_{SUB_{10}} &= B_{SUB_9}^{-C_1} C_1 \\
 3) \quad B_{SUB_{11}} &= B_{SUB_{10}}^{-C_2} C_2 \\
 4) \quad B_{SUB_{12}} &= B_{SUB_{11}}^{-Ta_1} B_1 \\
 5) \quad B_{SUB_{13}} &= B_{SUB_{12}}^{-Ta_2} B_2 \\
 6) \quad B_{SUB_{14}} &= B_{SUB_{13}}^{-Ta_3} B_3 \\
 7) \quad B_{SUB_{15}} &= B_{SUB_{14}}^{-Ta_4} B_4 \\
 8) \quad B_{SUB_{16}} &= B_{SUB_{15}}^{-T_2} T_2
 \end{aligned}$$

Nótese que:



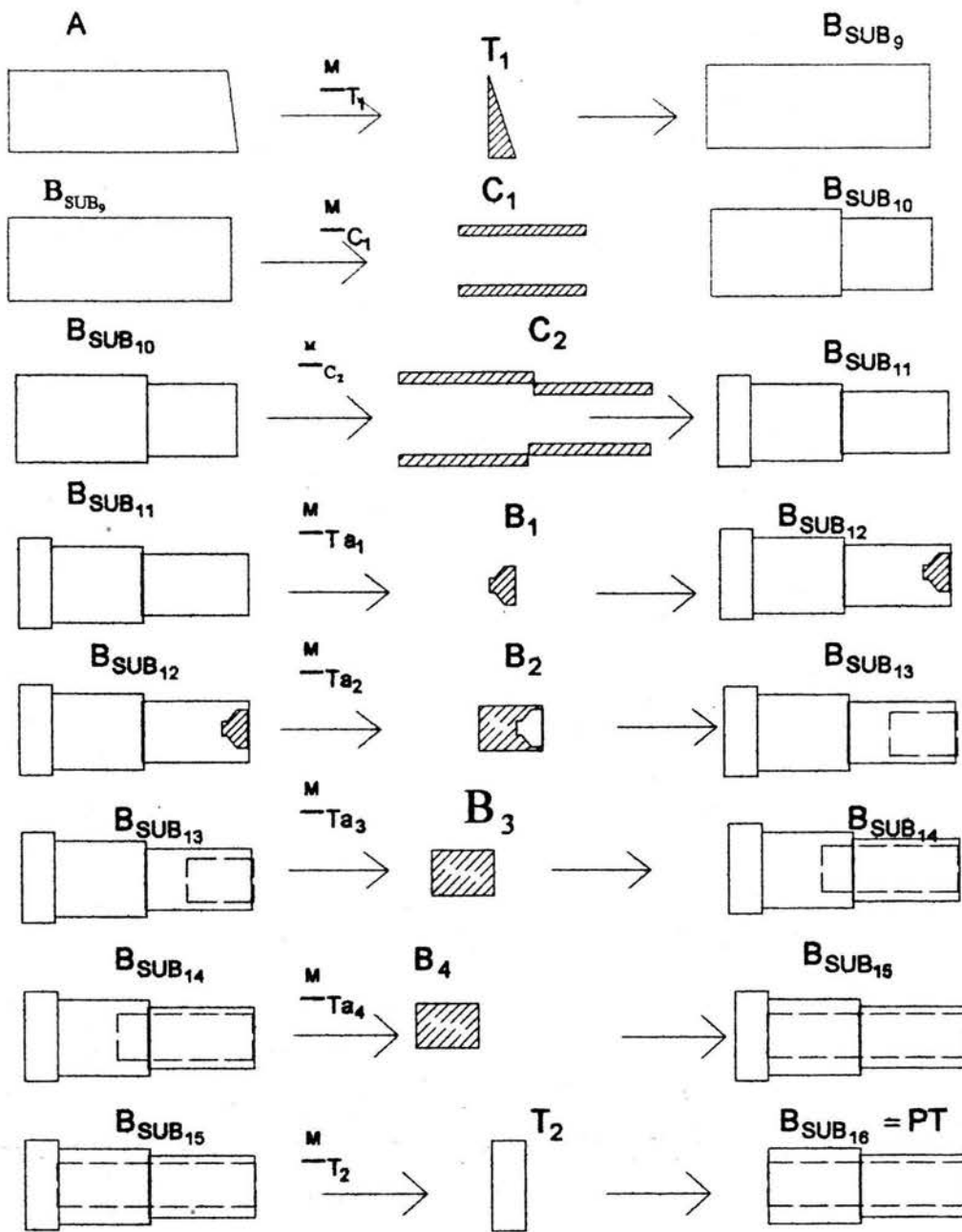


Figura 5.3. Representación gráfica de la ecuación de forma de la secuencia de operaciones  $SO_{F7O5612348}$

### 5.3.3. Otra secuencia de operaciones para el mismo producto

El interés en ésta sección es proponer otra ecuación de forma para el mismo producto, basándose en otra secuencia de operaciones. Se considerará, obviamente, el mismo plano de fabricación mostrado en el apéndice C.

La secuencia propuesta es la siguiente:

- 1) Cilindrados (1), suboperaciones (1 burdo; 1 fino).
- 2) Taladrado múltiple(2), suboperaciones (1 centrado; 1 guía; 1 final).
- 3) Tronzado (2), suboperaciones (1 careado; 1 tronzado).

#### **Paso 1**

La materia prima es  $A_1$  y la forma geométrica es un cilindro macizo de aluminio de 22 mm de diámetro.

#### **Paso 2**

Total de operaciones  $n = 7$ .

La secuencia y tipo de operaciones se muestra en la tabla 5.5.

$O_1 \Leftrightarrow \overset{M}{-}Ta_1$	Taladrado de centros
$O_2 \Leftrightarrow \overset{M}{-}Ta_2$	Taladrado guía
$O_3 \Leftrightarrow \overset{M}{-}Ta_3$	Taladrado final
$O_4 \Leftrightarrow \overset{M}{-}C_1$	Cilindrado burdo
$O_5 \Leftrightarrow \overset{M}{-}C_2$	Cilindrado fino
$O_6 \Leftrightarrow \overset{M}{-}T_1$	Tronzado cara derecha
$O_7 \Leftrightarrow \overset{M}{-}T_2$	Tronzado cara izquierda

Tabla 5.5. Muestra la secuencia y tipo de operación



### Paso 3

Para la operación sugerida se define el dominio ( $B^M$ ):

$$B_{MP} = \{A_1\}$$

$$B_{PP} = \{1\}$$

$$B_{SUB} = \{B_{SUB_{17}}, B_{SUB_{18}}, B_{SUB_{19}}, B_{SUB_{20}}, B_{SUB_{21}}, B_{SUB_{22}}, B_{SUB_{23}}\}$$

$$B_{PT} = \{PT\}$$

$$B_{MAE} = \{B_5, B_6, B_7, C_3, C_4, T_3, T_4\}$$

### Paso 4

La secuencia de operaciones seguida es la siguiente:

$$SO^{F_6 O_{123457}}$$

que corresponde con lo descrito en la tabla 5.6.

O \ T	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	O <sub>6</sub>	O <sub>7</sub>
T <sub>1</sub>	0	0	0	0	0	1	0
T <sub>2</sub>	1	0	0	0	0	0	0
T <sub>3</sub>	0	1	0	0	0	0	0
T <sub>4</sub>	0	0	1	0	0	0	0
T <sub>5</sub>	0	0	0	1	0	0	0
T <sub>6</sub>	0	0	0	0	1	0	0
T <sub>7</sub>	0	0	0	0	0	0	1

Tabla 5.6. Representación de la secuencia de operaciones  $SO^{F_7 O_{1234568}}$

A continuación se caracterizan las subpartes asociadas con la secuencia arriba planteada.

$$1) B_{SUB_{17}} = A_1 \overset{M}{-} T_1 T_3$$

$$2) B_{SUB_{18}} = B_{SUB_{17}} \overset{M}{-} T_{a_1} B_5$$

(5.5)



La forma geométrica de la ecuación (5.6) se muestra en la figura 5.4.

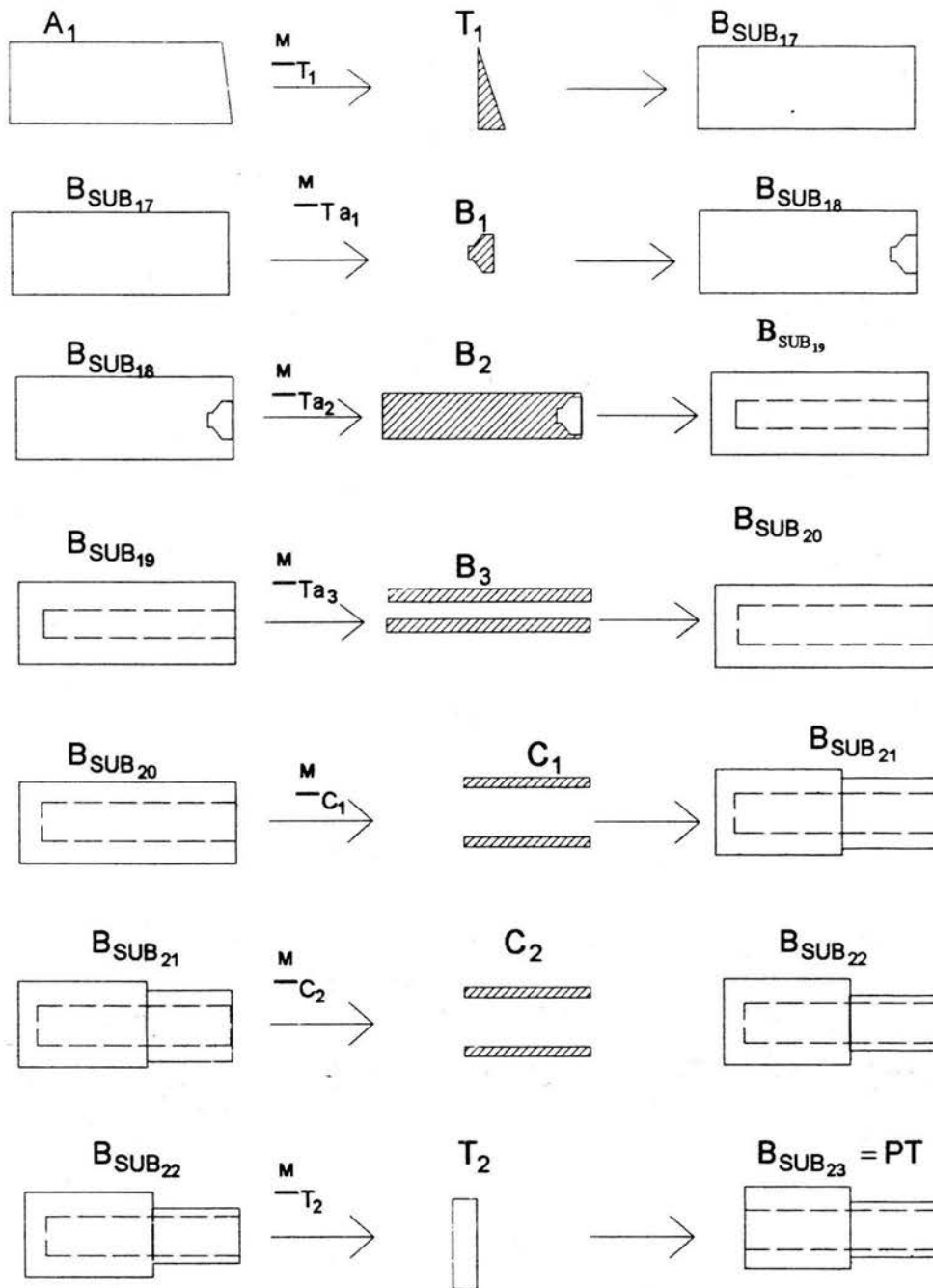


Figura 5.4. Representación gráfica de la ecuación de forma de la secuencia de operaciones  $SO^F_{6O_{123457}}$

#### **5.4. Comentarios sobre las secuencias de operaciones y ecuaciones obtenidas**

Al observar las partes y subpartes que se obtienen al aplicar las ecuaciones de forma, en las figuras 5.2, 5.3 y 5.4, se puede ver que solamente son equivalentes en el producto terminado, que es la pieza que se desea fabricar, y en la primer subforma de cada serie, que es la que identifica a la familia de operaciones. Lo que lleva a concluir que no importa la secuencia de operaciones que se siga para llegar producto terminado siempre se podrá representar por medio de una ecuación de forma.

Si las figuras geométricas de cada subparte son diferentes en cada proceso, es la consecuencia de como aplican las operaciones, por ello es que se obtienen diferentes ecuaciones de forma para el mismo producto.

Por otro lado, no existe una serie única de operaciones que nos conduzca a obtener el producto, por ejemplo en este capítulo se mostraron tres series de operaciones diferentes que al aplicarlas sobre la materia prima generan el mismo producto terminado.

## Conclusiones

En este trabajo de tesis se cumplieron los objetivos siguientes:

Modelar los procesos de manufactura de una pieza metalmecánica usando ecuaciones de forma.

Construir tres ecuaciones de forma a partir de tres secuencias de operaciones.

Caracterizar operaciones reales de manufactura mediante el álgebra de Boole.

En esta tesis se modelaron los procesos de manufactura de una pieza mecánica usando ecuaciones de forma. La pieza modelada fue procesada en una máquina Boxfor 250 integrada a una Celda de Manufactura Dicáctica localizada en el ITESCA Cd. Obregón, Sonora. Los resultados y conclusiones se resumen en los puntos siguientes:

- Puesto que el método es general, entonces es posible usarlo para representaciones de procesos de manufactura más complejos, los cuales incluyen otro tipo de operaciones, (no nada más de máquinas)
- Al establecer los criterios lógicos de los procesos, es posible probar con muchas secuencias de operaciones y analizar con esto qué implicaciones tiene una secuencia con otra.
- El modelo de Ecuación de Forma es la base para generar un modelo llamado de primitivas. Este último modelo tiene más información o, en su caso, es más específico y puede usarse en situaciones prácticas.
- La estructura lógica de la ecuación de forma depende del número de operaciones asociado con la secuencia de operaciones.

Futuros trabajos por desarrollar relacionados con esta investigación son

- 1) Reconocimiento de procesos de primitivas.
- 2) Análisis de trayectoria de procesos de maquinado.
- 3) Análisis operacional de celdas de manufactura reales.

## REFERENCIAS

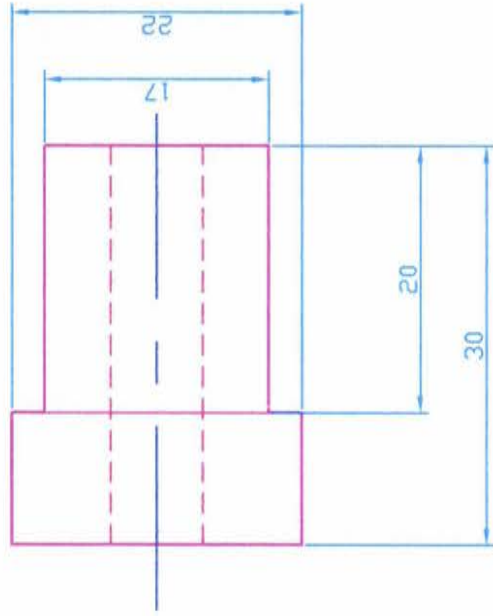
- [1] L. Marín. Las Ecuaciones de Volúmenes Modificadas. 2000 (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
  
- [2] Alan C. Lin and Shou – Yee. A volume decomposition approach to process planning for prismatic parts with depression an protrusion design feature. International Journal Computer Integrated Manufacturing. (1998). Vol II No 6. Pp 548-563.
  
- [3] Chris McMahon and Jimmie Browne. CAD/CAM: Principles, practice and manufacturing management. (1997). 2<sup>nd</sup> Edition. Addison Wesley.
  
- [4] Sarma, Sanjay E., Wright, Paul K. Decision monotonicity in incremental design: a case study of design for manufacture. Research in Engineering Design. (1997). pp 235-245.
  
- [5] P. K. Jain and Sharvan Kumar. Automatic feature extraction in PRIZCAPP. International Journal Computer Integrated Manufacturing.(1998), Vol II, No. 6, pp. 500-512.
  
- [6] Koddyalam, Srinivas Kumar, Virenda Finnigan, Peter M. Constructive Geometric Solid approach to the three – dimensional structural shape optimization. General Electric Corporative Research and Development Center. Schenectady, N. Y. USA. AIAA Journal. (1992). V 30 No. 5, pp 1408-1415.
  
- [7] Woo, T. C. Feature extraction by volume decomposition. Proceeding of the conference on CAD/CAM in Mechanical Engineering, MIT Cambridge, Ma. March (1982), pp 76-94.
  
- [8] Marigesh P. Bhandarkar, Rakesh Nagui. STEP –based feature extraction from STEP geometry for Agile Manufacturing. Computer in Industry, (2000) pp 41, 3-24.

- [9] S. C. Liu, M. González, J-G Chen. Development of an automatic part fracture extraction and classification system taking CAD data as input. *Computer in Industry* 29. (1996). pp 137 – 150.
- [10] Rojas L. Algunas consideraciones sobre la planeación táctica y operacional. México. 2000 (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
- [11] Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G. Corona, J., Álvarez, J. Representación de un proceso de maquinado usando una matriz de primitivas. SOMIM. 2001 Celaya Gto. México
- [12] Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G., Lucero, B., Luna, I: "Caracterización de operaciones de manufactura usando el álgebra de Boole en el conjunto binario". Informe interno de investigación DEPFI - SME - MME- DMEC- MAV- 01- 2002. UNAM –ITESCA ISBN 968-36-9839-5
- [13] Cohen M., Nagel E. Introducción a la lógica y al método científico: Lógica aplicada y método científico II. (1961). Harcour, Brace World Inc., Argentina.
- [14] Jiménez E., Reyes L. "Determinación del dominio de manufactura de un plano de fabricación". Informe interno de investigación (III-1301). Universidad La Salle Noroeste. Sonora, México. ISBN 968-5844-02-X. Febrero 2004.

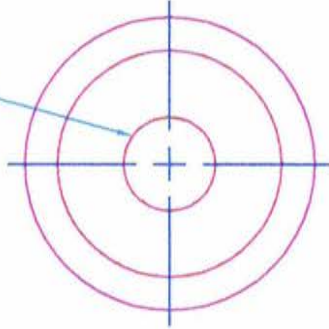


# **Apéndice A**

## **El plano de fabricación**



AGUJ. PASANTE 7 DIA



U.N.A.M.		ITESCA	
TRABAJO DE TESIS			
ING. ADOLFO ELIAS SOTO GONZÁLEZ			
PIEZA: SEPARADOR PARA BALERO			
MATERIAL: ALUMINIO		LUGAR CD. OBREGÓN, SON.	
ACOT. MM.	ESC. 1/2	FECHA MARZO 2003	