UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

PROPUESTA DIDACTICA PARA EL ESTUDIO DE LA LINEA RECTA A NIVEL BACHILLERATO

TRABAJO ESCRITO VIA CURSOS DE EDUCACION CONTINUA

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERA QUIMICA

PRESENTA:

ALEJANDRA LOPEZ GONZALEZ

MEXICO, D. F. 2004

JURADO ASIGNADO:

Presidente	Profa. Xóchitl Arévalo Mora
Vocal	Prof. Eugenio Fautsch Tapia
Secretario	Prof. Manuel Vázquez Islas
1° suplente	Prof. José Martín Panting Magaña
2° suplente	Profa. Sandra Galimberti Cazorzi

Lugar: Instituto Tlalpan, S.C.

Asesor: Eugenio León Fautsch Tapia

Sustentante: Alejandra López González

AGRADECIMIENTOS.

A mis padres:

Porque gracias a ellos soy el ser humano que soy, ofreciéndome la oportunidad de ser yo misma, por su gran ejemplo lleno de voluntad, valentía y amor a la vida, por todos sus sufrimientos y desvelos, por su gran esfuerzo para sacarnos adelante. Gracias por todo el amor que me han dado y que en muchas ocasiones no he sabido valorar.

A mis hermanos:

Gracias por todo su apoyo incondicional, por todos esos días felices que hemos pasado en la adolescencia y en la niñez; Por su gran amor compartiendo nuestra madurez; Por su gran ejemplo.

A mi esposo:

Gracias por el gran amor que nos tenemos, por ese apoyo incondicional que me das día con día, por amarme aún con mis múltiples defectos, por lograr sacar lo mejor de mí a pesar de los malos tiempos, porque a pesar de mis errores nunca me has dejado sola.

A mis amigos:

Gracias por todo el cariño mostrado en todos éstos años de amistad, porque aunque estemos lejos ese lazo no podrá romperse.

A mis profesores:

Gracias por todos esos sabios consejos y por todos esos conocimientos que me ayudaron a ser una persona mejor.

ÍNDICE.

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se diseñó con el objetivo de crear en los estudiantes que cursan la asignatura de Geometría Analítica a nivel bachillerato, el interés por el estudio de la asignatura y su aplicación a estudios superiores de las Matemáticas, logrando con ello la formación de profesionistas más creativos y concientes, que logren el beneficio y el desarrollo de nuestro país.

Esta preocupación surge de las diversas actividades, planteamientos, desarrollos y aprendizajes que se obtuvieron a través de un programa de formación docente del nivel medio superior, llevado a cabo a través de un Diplomado Básico en Educación Química, en donde se analizaron diferentes aspectos que cuestionan las metodologías de enseñanza-aprendizaje de nuestra sociedad actual, la cual presenta una problemática difícil de resolver que se manifiesta a nivel mundial sobre todo en el área de las ciencias, donde se ha comprobado que las metodologías de enseñanza-aprendizaje utilizadas en nuestro país son susceptibles de mejora.

Considerando mi experiencia profesional en la enseñanza de las Matemáticas a nivel secundaria y por primera vez a nivel bachillerato, he considerado de fundamental importancia el desarrollo del área educativa en donde un Ingeniero Químico puede y debe fomentar las actividades que conlleven al aprendizaje y desarrollo de cualquier ciencia, siendo las Matemáticas de vital importancia para el razonamiento, entre ellas la de la formación en el lenguaje de las ciencias y el desarrollo de habilidades.

Es por esto que surge la propuesta que a continuación se presenta con el fin de aportar soluciones que puedan ayudar a mejorar el nivel de aprendizaje y el entendimiento de las Matemáticas, estimulando la capacidad de análisis de fenómenos que ocurren en nuestro entorno. Con la revisión del programa de Geometría Analítica se eligió el tema de línea recta ya que su comprensión es fundamental para el desarrollo y aprendizaje de otros temas, tales como la derivada, plano inclinado, tangentes e integrales, pretendiendo hacer una muestra de lo que se podría desarrollar y mejorar en otros temas del programa de Geometría Analítica.

El presente trabajo presenta, los primeros conceptos de la Geometría Analítica como son:

- La distancia entre dos puntos.
- La definición intuitiva de pendiente de una línea recta.
- La definición de una de las formas de la línea recta, por medio de su observación, análisis e interpretación de resultados.
- La definición de otras formas de la ecuación de la línea recta.
- La interpretación y uso adecuado de las diferentes formas de la ecuación de la línea recta.

Tomando como punto de partida la teoría del constructivismo para que el alumno tenga aprendizajes significativos.

Los conocimientos del Álgebra y de la Geometría elemental son de vital importancia para los alumnos de este nivel.

Para tal efecto es importante mencionar que todo profesor que pretenda enseñar la materia debe asegurarse de que los alumnos de su clase tengan los niveles adecuados de comprensión del lenguaje matemático que podría verificarse mediante la utilización de estrategias cognoscitivas tales como codificación, decodificación, análisis, síntesis, razonamiento inductivo, razonamiento deductivo y secuenciación lógica matemática.

En este documento se desarrolla la unidad de Línea Recta del programa de Matemáticas V, y está organizado de la siguiente forma:

Capítulo I.	Marco de referencia: ubica por qué se elabora el trabajo.
Capitulo II.	Marco Teórico: abarca parte de la disciplina y parte de su didáctica.
Capítulo III.	Justificación didáctica: Se define por qué se escogieron las directrices didácticas, se define el problema a resolver y el objetivo que tiene el desarrollo de este proyecto.
Capítulo IV.	Desarrolla las estrategias de enseñanza.
Capítulo V.	Menciona el proceso de validación de las estrategias y la evaluación del aprendizaje.
Capítulo VI.	Conclusiones y comentarios finales.
Bibliografía.	

CAPÍTULO I

MARCO DE REFERENCIA.

La formación del profesional involucrado en el estudio de los fenómenos educativos y en el ejercicio de la docencia, puede plantearse desde múltiples disciplinas, dada la complejidad que representa no solo la explicación de los procesos de aprendizaje y desarrollo personal involucrados, sino por la necesidad de disponer tanto de un marco de referencia interpretativo como de estrategias de intervención específicas, que le permitan orientar la reflexión y la práctica.

Debemos recordar que una de las preocupaciones principales de nuestro país, es la búsqueda de la excelencia (calidad) en diversas áreas de desarrollo; Considerando que en las dos últimas décadas se ha producido un gran progreso en el desarrollo de las ciencias, es evidente que de la aplicación de los conocimientos adquiridos por un alumno para la solución de problemas dentro de nuestra sociedad y para el desarrollo de nuevas técnicas que se utilizarían para la mejora de las ya existentes, depende en gran parte de la experiencia, calidad y forma interpretativa que se le dé a la enseñanza de la ciencia en cuestión.

La enseñanza actual de las Matemáticas, es uno de los problemas educativos más grandes al que se enfrenta nuestro país, ya que desde el nivel primaria el alumno ve a la disciplina de una manera negativa, considerándola una materia tediosa y sin relevancia dentro de nuestra sociedad, lo que ocasiona problemas para que los alumnos entiendan los conceptos fundamentales, y reflexionen acerca de ellos, y su posible aplicación para la solución de problemas, provocando que los alumnos pierdan la perspectiva de seguir estudiando la ciencia, ya que la metodología que se lleva a cabo para la enseñanza de la materia es limitada y en ocasiones deficiente. Entre los problemas más comunes que se enfrenta la enseñanza de las Matemáticas y lo que provoca la pérdida de interés para el estudio de la ciencia son:

1. Los alumnos poco motivados que se presentan a la enseñanza de la ciencia sin preparación y muchos de ellos sin tener una idea clara de lo que están haciendo,
2. Muchas instituciones no cuentan con un laboratorio de Matemáticas cuyo objetivo sería el de reforzar lo que se ve en clases teóricas.
3. No es suficiente el tiempo de asesoría que se da a la práctica.

4. La carencia de profesores interesados en la enseñanza teórica y experimental, por la poca relevancia académica que se le ha dado a ésta área.
5. La metodología y los equipos utilizados por los profesores no son adecuados para la enseñanza de la ciencia.
6. No hay objetivos claros, por lo que no se sabe si se persigue una educación creativa y crítica, un refuerzo de tipo memorístico, o un desarrollo de capacidades y actitudes.
7. No hay una interacción CTS con la materia lo que provoca que un alumno vea a la materia como algo ajeno al desarrollo de su entorno o sociedad.

Por otro lado los profesores se quejan de que muchos de los estudiantes no son capaces de relacionar los cursos lectivos con otros de mayor nivel o con otra área del conocimiento siendo incapaces de aplicar sus conocimientos en el contexto de un trabajo práctico.

Otra categoría de problemas se refiere a los planes de estudio de Matemáticas; las quejas más conocidas se refieren a la sobrecarga de temas, a su confusa estructura como por ejemplo en el tema de funciones exponenciales y logarítmicas, en donde se pide determinar el dominio , el rango y que se trace una gráfica señalando la asíntota para una función exponencial (el concepto de asíntota no se ha definido en unidades anteriores) y a la falta de temas que se relacionen con la vida cotidiana.

Una última categoría de problemas se refiere a la falta de actualización por parte de los profesores de Matemáticas, ya que el interés por desarrollarse como profesor de ésta disciplina no es muy alto, al menos, no lo suficiente como para satisfacer las necesidades inmediatas de un sistema de nivel superior. Los cursos de iniciación para el profesorado no están solucionando el poco interés que existe por la materia.

No es posible obtener calidad, si no se está dispuesto a clarificar y mejorar métodos ya establecidos en diferentes niveles de enseñanza-aprendizaje.

El presente trabajo, con base en los argumentos anteriores, trata de descartar el sistema de clase tradicional, por una enseñanza-aprendizaje de tipo constructivista, en el cuál al profesor se le han asignado diferentes roles: el de transmisor de conocimientos, el de animador, el de supervisor o guía del proceso de aprendizaje e incluso el de investigador educativo, al contrario de la enseñanza-aprendizaje tradicional, en el que su función era el de un simple transmisor de la información.

El tipo de escuela al que se aplican las investigaciones y las diversas estrategias de enseñanza-aprendizaje es una escuela particular de nivel medio superior: Instituto Tlalpan, el cuál tiene niveles desde preescolar hasta nivel preparatoria, donde se promueven diversas actividades con los alumnos de los niveles mencionados a fin de que los alumnos desarrollen el pensamiento crítico y creativo para que sean personas capaces de dar soluciones fundamentadas en sus experiencias y conocimientos.

Sin embargo el nivel académico que presentan actualmente los alumnos de quinto de bachillerato es muy heterogéneo, se tienen pocos alumnos (3 aproximadamente) que pueden llevar una clase media superior sin dificultades, otros tantos (14 aproximadamente), pueden llevar un curso de Geometría Analítica, con algunas complicaciones, ya que su nivel de conocimientos algebraicos no es satisfactorio, causando ciertos "tropiezos" que finalmente se resuelven, pero provocan una pequeña desviación en el objetivo y temario de la asignatura ,y otros (4 aproximadamente) les cuesta mucho trabajo entender , razonar y aplicar desde los conocimientos algebraicos básicos, hasta el razonamiento deductivo de la Geometría Analítica, esto se debe a que estos alumnos no tienen una asistencia regular en la asignatura, (tenemos alumnos seleccionados para las Olimpiadas, alumnos que tienen que trabajar para solventar sus gastos y alumnos cuya inasistencia se debe a motivos de salud) lo cual genera un mal aprendizaje e interpretación de la materia..

Las edades de los alumnos van desde los 16 años hasta los 18 años.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

La población mexicana requiere de educación, como tarea social que debe transformar y dar respuesta real a las exigencias de nuestra sociedad actual y futura; el único organismo nacional, constitucional que la brinda y regula es la Secretaría de Educación Pública (SEP), quién tiene la facultad de expedir Cédulas, Certificados y Títulos Académicos, de carácter oficial y de reconocimiento nacional como internacional.

La SEP, sus normas y reglamentos como organismo, le dan el carácter y capacidad para determinar y delegar el compromiso de la educación a las instituciones, constituyéndose de esta forma en Instituciones como la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y el Instituto Politécnico Nacional (IPN).

La UNAM es una Institución que respeta la libertad de cátedra e investigación, fundamentos de la pluralidad ideológica, haciéndola más fuerte al permitir la libre expresión de las formas de pensamiento de cada uno y de todos, para integrar una comunidad, cuyo propósito es la solidaridad institucional con el progreso nacional.

Por lo descrito anteriormente los profesores de la Escuela Nacional Preparatoria y de escuelas incorporadas pueden investigar, crear o cambiar sus cátedras siempre y cuando se apeguen al currículo de la asignatura.

El curso de Matemáticas V se encuentra en el mapa curricular de la Escuela Nacional Preparatoria en el quinto año de bachillerato, es una materia obligatoria del núcleo básico con carácter teórico y forma parte del área de formación.

La asignatura tiene una metodología que parte del planteamiento de problemas simples que irán aumentando su complejidad en el tratamiento del mismo tema; para cada problema el profesor establecerá mecanismos de análisis de los componentes conceptuales y operativos del problema en cuestión, a fin de que el alumno, en lo posible, lo racionalice, identifique sus elementos y las relaciones entre ellos y finalmente encuentre sus posibilidades de representación, de solución y de interpretación, por lo que la tendencia metodológica de este programa es constituirse en una etapa intermedia del desarrollo curricular de la enseñanza de las Matemáticas en el bachillerato y de tránsito progresivo de una enseñanza lineal y algorítmica a una enseñanza de construcción.

La Psicología educativa puede aportar ideas interesantes y novedosas, que pueden apoyar al profesor de educación media superior en su quehacer como docente a continuación se presentan algunas de las aportaciones más recientes de la denominada concepción constructivista al terreno del aprendizaje escolar y la intervención educativa.

La concepción constructivista del aprendizaje escolar y la intervención educativa, constituye la convergencia de diversas aproximaciones psicológicas a problemas como:

a) El desarrollo psicológico del individuo, particularmente en el plano intelectual y en su intersección con los aprendizajes escolares.
b) La identificación y atención a la diversidad de intereses, necesidades y motivaciones de los alumnos en relación con el proceso enseñanza-aprendizaje.
c) El replanteamiento de los contenidos curriculares, orientados a que los sujetos aprendan a aprender sobre contenidos significativos.
d) El reconocimiento de la existencia de diversos tipos y modalidades de aprendizaje escolar, dando una atención más integrada a los componentes intelectuales, afectivos y sociales.
e) La búsqueda de alternativas novedosas para la selección, organización y distribución del conocimiento escolar, asociadas al diseño de estrategias de aprendizaje e instrucción cognoscitivas.
f) La importancia de la promoción de la interacción entre el docente y sus alumnos, así como entre los alumnos mismos, a través del manejo de grupo mediante el empleo de estrategias de aprendizaje cooperativo.
g) La revalorización del papel docente, no solo en sus funciones de transmisor del conocimiento, guía del aprendizaje, sino mas bien como mediador del mismo.

La postura constructivista se alimenta de las aportaciones de diversas corrientes psicológicas asociadas a la Psicología cognoscitiva: el enfoque piagetiano, la teoría de los esquemas cognoscitivos, la teoría ausubeliana de la asimilación y el aprendizaje significativo, la Psicología sociocultural vygostkiana, algunas teorías instruccionales, entre otras. A pesar de que estos autores se sitúan en encuadres teóricos distintos, comparten el principio de la importancia de la actividad constructivista del alumno en la realización de los aprendizajes escolares.

La concepción constructivista del aprendizaje escolar se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos de crecimiento personal del alumno en el marco de la cultura del grupo al que pertenece. Estos aprendizajes no se producirán satisfactoriamente a no ser que se suministre una ayuda específica a través de la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas que logren propiciar en éste una actividad mental constructiva (Coll, 1988).

De acuerdo con Coll (1990,pp.441-442) la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

a) El alumno es el último responsable de su propio proceso de aprendizaje. El es quien construye (o mas bien reconstruye) los conocimientos de su grupo cultural, sucediendo que puede ser un sujeto activo cuando manipula , explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha las exposiciones de otros.
b) La actividad mental constructivista del alumno no se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración. Esto quiere decir que el alumno no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal todo el conocimiento escolar.
c) La función del profesor no se limitará a crear condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, sino que debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

Para desarrollar este programa de estudio se requiere de la actualización permanente de los profesores; de una revisión periódica de los programas y de la producción de materiales de apoyo en software o cuadernos de trabajo que ejerciten, en el aula, la parte operativa de los problemas de cada tema y los programas de asesoría.

CAPÍTULO III

JUSTIFICACIÓN DIDÁCTICA.

La enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Nacional Preparatoria presenta a través de su programa, cambios significativos en la estructura , secuencia de los contenidos y principalmente en su enfoque metodológico, pues se orienta hacia un aprendizaje basado en la solución de problemas.

En este trabajo se aborda el tema de la línea recta por medio de los contenidos propuestos, se tratará que el alumno comprenda y aplique los conocimientos básicos de este tema en la solución de diversos problemas.

La función central del docente consiste en orientar y guiar la actividad mental constructiva de sus alumnos a los que proporcionará una ayuda ajustada a su competencia.

Gil Carrascosa y Martínez-Torregrosa (1991) consideran que la actividad docente y procesos mismos de formación del profesorado, deben plantearse con la intención de generar un conocimiento didáctico o saber integrador, que trascienda el análisis crítico y teórico para poder llegar a propuestas concretas y realizables, que permitan una transformación positiva de la actividad docente.

La utilización de problemas y situaciones problemáticas que enfrenta el docente, son la plataforma para construir el conocimiento didáctico integrador.

En su propuesta para la formación de docentes de ciencias a nivel medio estos autores parten de la pregunta ¿ que han de saber y saber hacer los profesores? A la cual responden con los siguientes planteamientos didácticos:

1. Conocer la materia a enseñar.
2. Conocer y cuestionar el pensamiento docente espontáneo.
3. Adquirir conocimientos sobre el aprendizaje de las ciencias.
4. Hacer una crítica fundamentada de la enseñanza habitual.
5. Saber preparar actividades.
6. Saber dirigir la actividad de los alumnos.
7. Saber evaluar.
8. Utilizar la investigación e innovación en el campo.

La formación del docente debe abordar los siguientes planos: Conceptual, Reflexivo y Práctico.

La función actual del docente debe consistir en guiar al estudiante a descubrir, entender y comprender por sí mismo el conocimiento.

Cabe indicar que no son dos acciones diferentes, sino un mismo acto que le ocurre al sujeto en acción.

Este es el enfoque propuesto de la enseñanza, mediante el cual el estudiante relacionará en sus justos términos a la realidad concreta con su representación en términos de leyes o modelos.

En la medida que el estudiante tenga la oportunidad de relacionarse con los fenómenos naturales, se le facilitará comprender los conceptos abstractos presentados en la enseñanza teórica; tendrá una visión más realista, y podrá relacionar el conocimiento con una actividad extraescolar.

Las tareas a desempeñar por el profesorado se derivan de manera directa de los objetivos ya señalados que persigue la enseñanza de la asignatura: Las actividades a desempeñar serán todas importantes, ya que de ellas depende el justo cumplimiento de los objetivos de esta enseñanza.

La primera de las actividades debe consistir en la elección de los temas o conceptos a ser tratados en el ámbito teórico y extraescolar, la cual debe estar sujeta a por lo menos dos criterios fundamentales:

1. Considerar los conocimientos más importantes o más formativos de cada asignatura o área.
2. Abordar los fenómenos o conceptos que se presten mejor para la comprensión del tema.

Una vez seleccionado el tema o fenómeno, el profesor debe adquirir un conocimiento y control pleno sobre él en términos teóricos.

Es por eso que la tarea a desempeñar es el diseño y la organización de una unidad didáctica, que debe tener como objetivo, el permitir que el estudiante se enfrente directamente al problema para que se apropie del conocimiento.

El profesor, en torno a este objetivo, sugiere la metodología a seguir, establece las condiciones de aprendizaje, define la secuencia de los temas a tratar, establece la información que es estrictamente necesaria transmitirle al estudiante y elabora una guía con una serie de cuestiones que impiden que el estudiante se aleje del objetivo, con la característica de que esta guía le permita al estudiante inducir él mismo el objeto preciso del conocimiento.

El presente trabajo trata de resaltar la importancia de los cambios que deben darse para la enseñanza de las Matemáticas, en su metodología y aplicaciones; buscando ante todo la renovación de los trabajos didácticos de ilustración o verificación que impiden identificar las cuestiones básicas, los conceptos y fenómenos involucrados en el tema; dirigiendo la enseñanza hacia nuevas investigaciones que nos ayudarán a establecer las relaciones entre la experiencia y el aprendizaje de los estudiantes. Se pretende mejorar las habilidades de pensamiento lógico, las habilidades prácticas y los conocimientos técnicos del mismo; logrando con esto una nueva manera de enfrentarse con los contenidos que se han dado en la teoría para su posterior desarrollo; enfrentando situaciones problemáticas de la vida cotidiana y de la tecnología, haciendo notar que, no sólo se trata de un aprendizaje de métodos o de una ilustración de la teoría, ni se trata exclusivamente de aplicar esa teoría a la resolución de problemas; sino que se trata de dar un significado al aprendizaje y al hecho de que la ciencia es una actividad social.

CAPÍTULO IV

ESTRATEGIAS SUGERIDAS.

ACTIVIDAD PARA LA DETECCIÓN DE IDEAS PREVIAS DEL GRUPO.

La actividad que en este caso se llevó a cabo para la detección de ideas previas fue un cuestionario que se aplicó al grupo de alumnos antes de comenzar el tema de línea recta, los resultados y análisis se muestran después del cuestionario sugerido.

IDEAS PREVIAS.

CUESTIONARIO SUGERIDO

Contesta las siguientes preguntas escogiendo uno de los incisos propuestos

1. Si se tiene que: $y = 2x + 2$. Cuales son los valores de "y" cuando la variable "x"=0, 1, 2, 3, 4.

   a) (0, 2), (1, 3), (2, 5), (3, 6), (4, 8)
   b) (0, 2), (1, 4), (2, 6), (3, 8), (4, 10)
   c) (0, 1), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)

2. Si tuvieras un sólo punto en el plano cartesiano, ¿Cuántas líneas rectas crees que puedan pasar por ese punto?

a) 2 b) Un número infinito c) 5

3. Cuántos puntos se necesitan para determinar un segmento recto?

a) Un punto inicial, un punto intermedio, y un punto final. b) Un infinito de puntos
c) Un punto inicial y un punto final

4. ¿Qué significa para ti pendiente?

a) Una cuesta o un declive b) Un asunto sin resolver.
c) Una dirección que seguir

5. Una recta totalmente vertical ¿Tendrá un valor numérico para su pendiente?

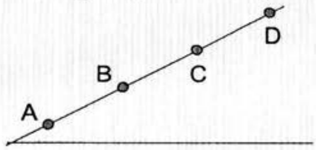
a) Sí b) No c) Tiene muchos valores.

6. Una recta totalmente horizontal ¿Tendrá un valor numérico para su pendiente?

a) Sí b) No c) Tiene muchos valores.

---

7. Si uno de tus compañeros toma dos puntos; A y B, de una línea recta y obtiene la pendiente de dicha recta, pero tu tomas puntos diferentes por ejemplo C y D, de la misma línea recta ¿La pendiente que obtuvo tu compañero y la tuya serían diferentes?



a) Sí b) No c) No se puede determinar.

8. Si se grafica una ecuación y ésta gráfica fuera una línea recta. ¿Qué ecuación crees que podría representar tu gráfica?

a) $x = 3$ b) $x^2 + y^2 = 5$ c) $y = 5x - 3x^2$

9. ¿Qué significa para ti el término abscisa al origen y ordenada al origen?

   a) Son dos puntos cualesquiera de una recta que no cruzan al eje x y al eje y dados por los puntos A(x ,y) y B(x_1 ,y_1)
   b) Son dos puntos de una recta los cuales cruzan al eje x y al eje y respectivamente y están dados por los puntos A(x, 0) y B(0, y).
   c) Son dos puntos que pertenecen a una línea recta que cruzan solamente uno de los ejes y que están dados por los puntos A(x,0) y B(x_1 ,y_1).

10. ¿Crees que el aprendizaje de línea recta tiene alguna aplicación práctica en tu vida cotidiana?.

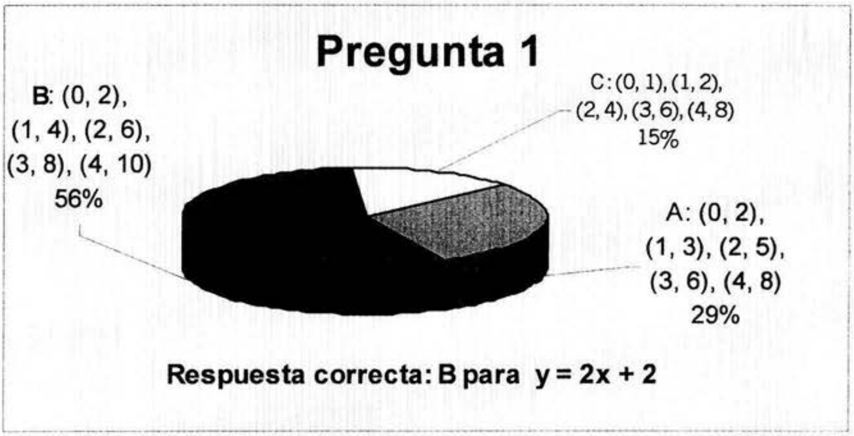
a) Sí b) No

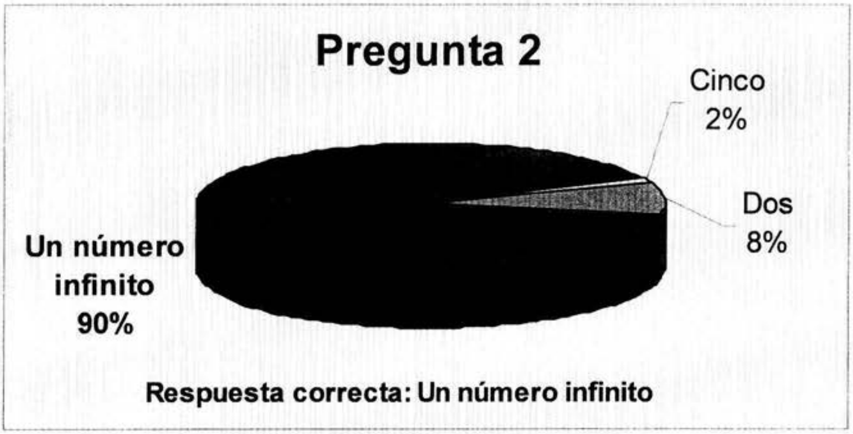
Por qué:____

ANÁLISIS DE RESULTADOS DE IDEAS PREVIAS.

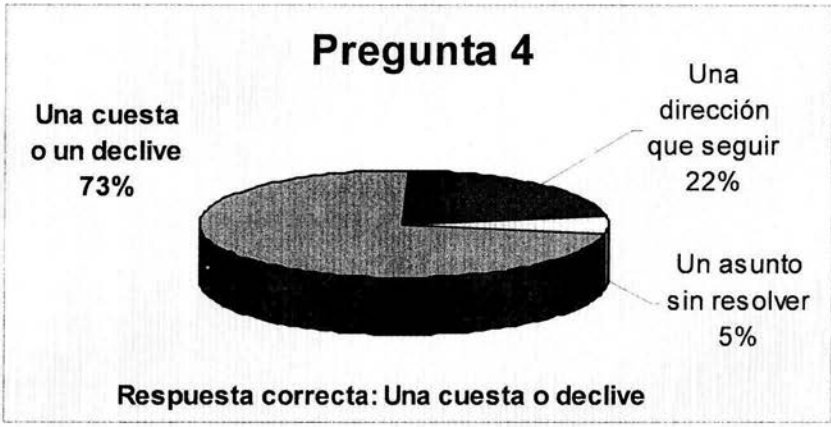
La muestra fue de 59 alumnos de quinto de bachillerato donde ninguno de ellos había visto de manera específica el tema de línea recta.

De las respuestas dadas por los alumnos se obtuvieron los siguientes resultados que se muestran en las gráficas siguientes:



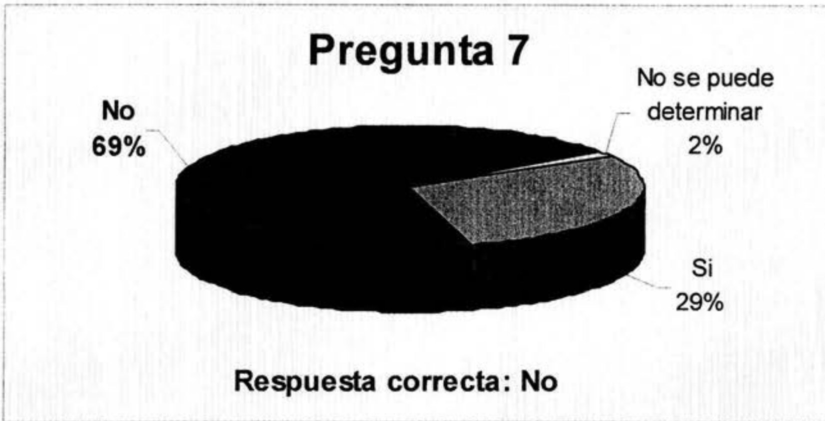


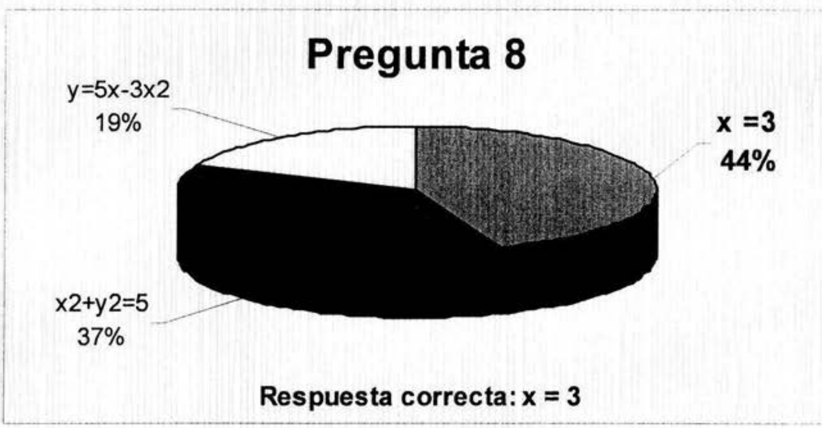

Pregunta 3
Un punto inicial y otro final 81%
Un infinito de puntos 5%
Un punto inicial, uno intermedio y uno final 14%
Respuesta correcta: Un punto inicial y otro final

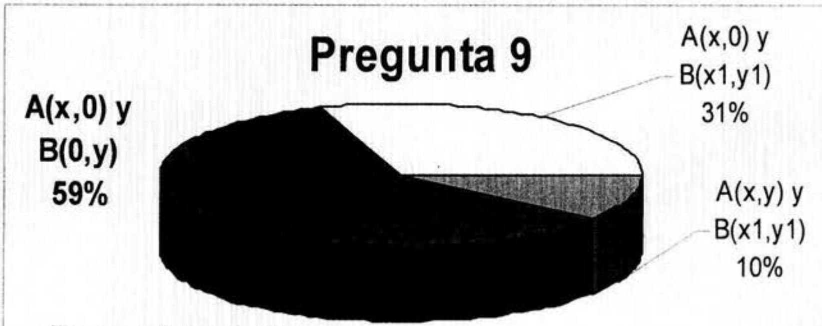

Pregunta 4
Una cuesta o un declive 73%
Una dirección que seguir 22%
Un asunto sin resolver 5%
Respuesta correcta: Una cuesta o declive


Pregunta 5
Si 58%
Tiene muchos valores 8%
No 34%
Respuesta correcta: No


Pregunta 6
No
42%
Tiene muchos valores
10%
Si
48%
Respuesta correcta: SI


Pregunta 7
No
69%
No se puede determinar
2%
Si
29%
Respuesta correcta: No

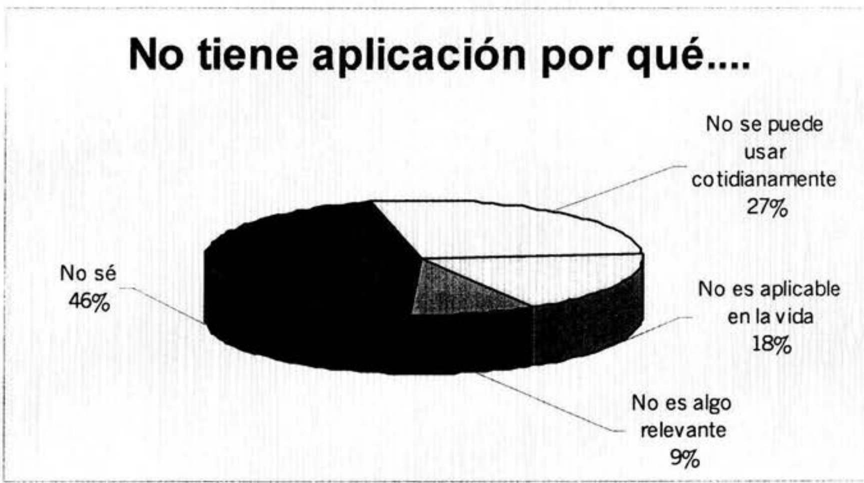

Pregunta 8
y=5x-3x2
19%
x =3
44%
x2+y2=5
37%
Respuesta correcta: x = 3



Respuesta correcta:
Son dos puntos de una línea recta, los cuales cruzan el eje x y al eje y respectivamente y están dados por los puntos A (x,0) y B (0,y).

Tiene aplicación práctica el estudio de la línea recta


Aplicación Práctica en......
Trayectoria personal, orden y cultura 17%
En los deportes 2%
Tiene aplicación en otras áreas diferentes a la ingeniería 31%
Se usa para dar una dirección, indicar caminos 17%
Medir distancias, profundidades o alturas 23%
Tiene uso en la construcción, ingeniería o arquitectura 10%


No tiene aplicación por qué....
No se puede usar cotidianamente 27%
No sé 46%
No es aplicable en la vida 18%
No es algo relevante 9%

ACTIVIDADES DE MOTIVACIÓN

La noción de función es una de las ideas Matemáticas que resultan más útiles para el estudio de los fenómenos naturales y sociales, ya que permite a los investigadores expresar las formas en las que se relacionan varios o todos los elementos que constituyen su objeto de estudio (que puede ser un proceso físico, químico, biológico, social o económico. Es común que se busquen maneras de dar valores numéricos a cada uno de estos elementos, debido a lo cual se les conoce como variables. Así una parte del quehacer de los investigadores consiste en buscar la relación (de preferencia expresada en forma algebraica) entre las distintas variables que entran en juego dentro del fenómeno que estudian. Una de las funciones más útiles para el quehacer científico y económico es la línea recta, de la cual hablaremos con más detenimiento más adelante.

Por ejemplo: Deportes ABC fabrica dos modelos de raquetas para tenis: la normal y la de lujo. Para el modelo normal se necesitan 15 minutos para encordarla, y para la de lujo se necesitan 20 minutos; se dispone de la máquina de encordar durante 12 horas. Si se fabrican "x" modelos normales y "y" modelos de lujo, ¿Cuál es la relación entre x y y, suponiendo que se usan las 12 horas totales?. Da una interpretación de la pendiente de esta recta.

SOLUCIÓN:

Datos: "x"= modelos normales.→ 15 minutos para encordarla.
"y"= modelos de lujo→ 20 minutos para encordarla
12 horas = 720 minutos

Ecuación: $15x + 20y = 720$

Simplificando la ecuación: $3x + 4y = 144$

Igualando a cero: $3x + 4y - 144 = 0$

Interpretación de los resultados: La pendiente es el aumento en el número (disminución si es negativa) de los modelos de lujo que se pueden fabricar con respecto, a un incremento unitario en la cantidad de modelos normales.

Ejemplo 2: La ballena azul, el mayor animal del mundo, pesa, al nacer de 2.5 a 3 toneladas. Debido a que se trata de una especie amenazada, pues durante muchas décadas se le cazó sistemáticamente, se han realizado muchos estudios acerca de estos mamíferos y se cuentan con datos suficientes para establecer que durante los primeros meses de vida, el peso de los ballenatos aumenta a una tasa de 136.4% mensual, y que a partir del medio año, su aumento de peso se estabiliza en una razón de 0.88 toneladas por mes, hasta los 10 años, cuando alcanzan su madurez. Imagina que eres un científico con mucho renombre y que a partir de estos datos tendrás que realizar las siguientes tareas:

a) Encuentra una expresión algebraica que relacione el peso de un ballenato y su edad durante su primer medio año. Realiza lo mismo para el período que va de los seis meses hasta su madurez.
b) Utiliza las respuestas para calcular el peso de una ballena azul cuyo peso al nacer fue de 2.8 toneladas, cuando su edad sea de 2, 4 y 6 meses y de 1 , 3, 5, y 10 años.
c) Si un grupo de científicos encuentra una ballena azul de 85 toneladas de peso, pero desconocen su edad ¿Cómo podrías ayudarlos para que obtengan aproximadamente su edad?

SOLUCIÓN:

Inciso a:

Una expresión algebraica que relaciona el peso del ballenato y su edad durante su primer medio año es:

$$y = P_i + 1.364(P_i)(n)$$

Donde: $P_i =$ Peso inicial.

$n =$ número de meses (de uno a seis meses).

Una expresión algebraica que relaciona el peso del ballenato y su edad para el periodo que va de los seis meses hasta su madurez es:

$$y = P_f + 0.88(n)$$

Donde: $P_f =$ Peso final del ballenato (a partir del séptimo mes).

$n =$ número de meses.

Inciso b:

Peso del ballenato cuando su edad es de:

2 meses = 10.44 toneladas.
4 meses = 18.08 toneladas.
6 meses = 25.70 toneladas.

1 año = 36.3 toneladas.
3 años =57.4 toneladas.
5 años = 78.5 toneladas.
10 años = 131.3 toneladas.

Inciso c:

Peso Inicial = 2.5 toneladas
Tasa de crecimiento en los primero 6 meses: 136.4%
Tasa de crecimiento después de los 6 meses hasta los 10 años: 0.88 ton por mes

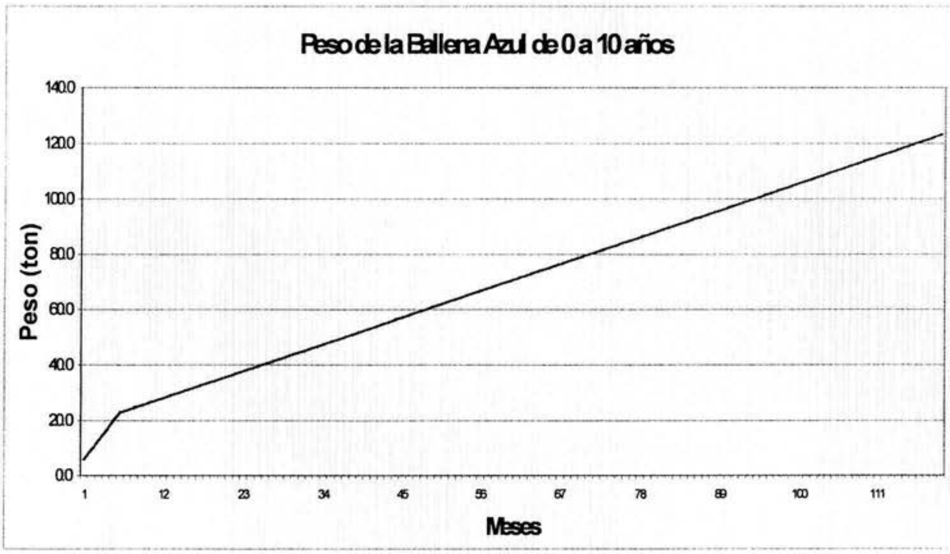
Mes	Peso	Mes	Peso	Mes	Peso	Mes	Peso
1	5.9	31	45.0	61	71.4	91	97.8
2	9.3	32	45.8	62	72.2	92	98.6
3	12.7	33	46.7	63	73.1	93	99.5
4	16.1	34	47.6	64	74.0	94	100.4
5	19.6	35	48.5	65	74.9	95	101.3
6	23.0	36	49.4	66	75.8	96	102.2
7	23.8	37	50.2	67	76.6	97	103.0
8	24.7	38	51.1	68	77.5	98	103.9
9	25.6	39	52.0	69	78.4	99	104.8
10	26.5	40	52.9	70	79.3	100	105.7
11	27.4	41	53.8	71	80.2	101	106.6
12	28.2	42	54.6	72	81.0	102	107.4
13	29.1	43	55.5	73	81.9	103	108.3
14	30.0	44	56.4	74	82.8	104	109.2
15	30.9	45	57.3	75	83.7	105	110.1
16	31.8	46	58.2	76	84.6	106	111.0
17	32.6	47	59.0	77	85.4	107	111.8
18	33.5	48	59.9	78	86.3	108	112.7
19	34.4	49	60.8	79	87.2	109	113.6
20	35.3	50	61.7	80	88.1	110	114.5
21	36.2	51	62.6	81	89.0	111	115.4
22	37.0	52	63.4	82	89.8	112	116.2
23	37.9	53	64.3	83	90.7	113	117.1
24	38.8	54	65.2	84	91.6	114	118.0
25	39.7	55	66.1	85	92.5	115	118.9
26	40.6	56	67.0	86	93.4	116	119.8
27	41.4	57	67.8	87	94.2	117	120.6
28	42.3	58	68.7	88	95.1	118	121.5
29	43.2	59	69.6	89	96.0	119	122.4
30	44.1	60	70.5	90	96.9	120	123.3

Observando la tabla anterior podemos decir que la edad aproximada de la ballena encontrada por los científicos es de aproximadamente de 77 meses que equivale a **6 años, 5 meses**.

Como se puede observar en estos dos ejemplos la aplicación del concepto de línea recta es de gran utilidad para el desarrollo de diversas actividades científicas, económicas y sociales.

Así es como dará principio el estudio más profundo de la línea recta.

Gráficas del Ejemplo 2



DEDUCCIÓN PARA OBTENER LA ECUACIÓN DE UNA LÍNEA RECTA EN SU FORMA PUNTO-PENDIENTE.

1. Observa la Tabla A.

Mes	Peso
1	5.9
2	9.3
3	12.7
4	16.1
5	19.6
6	23.0

2. En base a la tabla anterior calcula la relación de variación del peso con respecto al tiempo.

3. ¿Cómo lo harías?, Aquí se tiene que dar un tiempo adecuado para la discusión de las ideas que los alumnos vayan teniendo. Si no lo logran hay que inducirlos para que "descubran" que:

   $\dfrac{P_f - P_i}{T_f - T_i}$ es una relación que les puede ayudar.

4. Utiliza esta relación y hazlo de 1 a 2 meses, de 2 a 4 meses, y de 3 a 6 meses.

   De 1 a 2 meses:

   $$\frac{9.3-5.9}{2-1}=3.4$$

   De 2 a 4 meses:

   $$\frac{16.1-9.3}{4-2}=\frac{6.8}{2}=3.4$$

   De 3 a 6 meses:

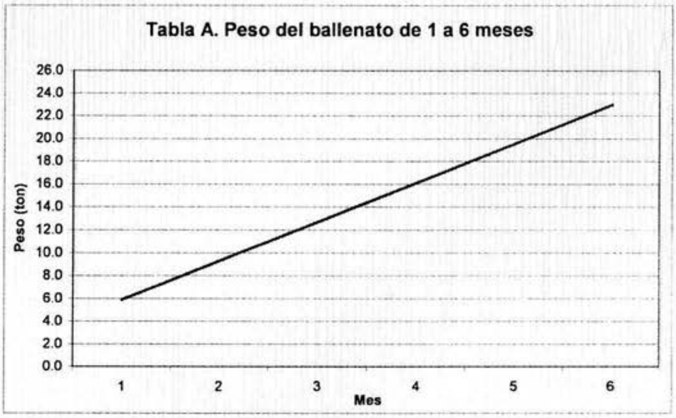
   $$\frac{22.9-12.7}{6-3}=\frac{10.2}{3}=3.4$$

5. ¿Qué observas?
   Que la relación siempre da 3.4 es decir que es un **valor constante**.

6. Dar conclusiones: **A ese valor constante se le llama pendiente y lo representamos con la variable m.**

II. Representa gráficamente los datos de la Tabla A

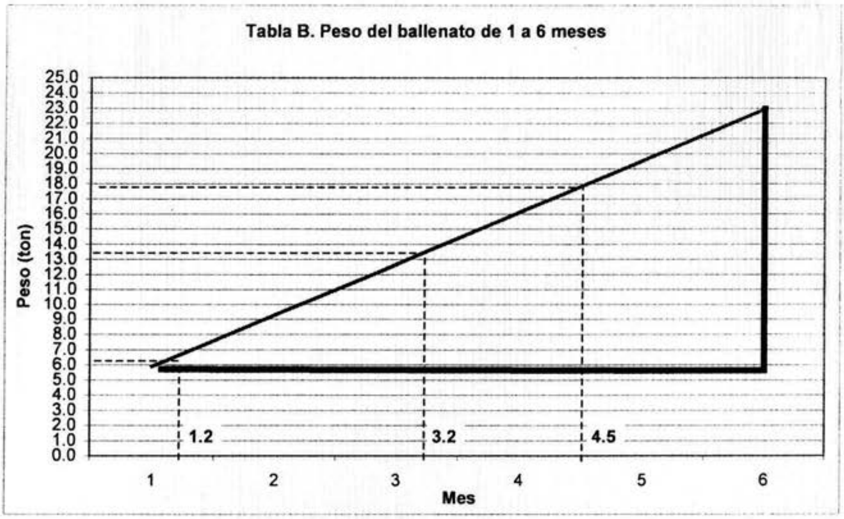
Mes	Peso
1	5.9
2	9.3
3	12.7
4	16.1
5	19.6
6	23.0



1. ¿Qué tipo de línea es?

   Es una línea recta.

2. Observa la siguiente gráfica:



3. ¿Cuál sería el peso a los 3.2, 4.5, 1.2 meses?

   El peso para 3.2 meses sería de aproximadamente 13.4 toneladas.

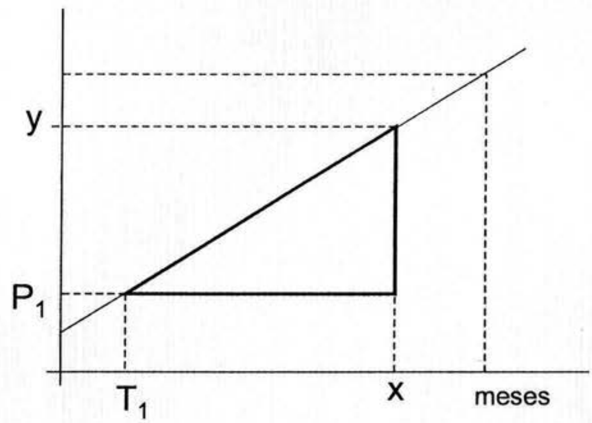
   El peso para 4.5 meses sería de aproximadamente 17.8 toneladas.

   El peso para 1.2 meses sería de aproximadamente 6.5 toneladas.

4. ¿Cuál sería el peso en un tiempo T = x?

   En un tiempo T = x, pesará P = y para un tiempo $T \leq 6$ meses.

5. ¿Cómo desarrollo una "formulita" para obtener el peso P = y en cualquier tiempo T = x?



$$\frac{\Delta P}{\Delta T} = cte.$$

$$\Delta P = y - P_1$$
$$\Delta T = x - T_1$$

$$\frac{y - P_1}{x - T_1} = cte = m$$

Despejando: $y - P_1 = m(x - x_1)$ Si $P_1 = y_1$ y $T_1 = x_1$

Conviene: $y - y_1 = m(x - x_1)$ **Que es la ecuación de la recta en su forma punto-pendiente.**

ECUACIÓN DE LA RECTA DE LA FORMA PUNTO- PENDIENTE, UTILIZANDO DOS PUNTOS Y SU FORMA GENERAL

Para utilizar este tipo de ecuaciones se necesita tener un punto y la pendiente o dos puntos de los cuales se obtiene la pendiente. Ejemplo:

1. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto F(2,3) y cuya pendiente es –2.

   $y-3=-2(x-2)$, haciendo operaciones indicadas :
   $y-3=-2x+4$ Si igualamos esta ecuación a cero se obtiene la forma general de la recta:

   $2x+y-7=0$

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-2,-3) y B(5,1) Antes de iniciar los cálculos, expresa de manera concisa los pasos que vas a seguir.

   - Primero se calcula la pendiente utilizando la fórmula y los dos puntos A, B:

   $$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

   - Se sustituye cualquier punto A o B en la ecuación de punto pendiente.

La ecuación punto pendiente es $y-y_1=m(x-x_1)$

- **La ecuación es la misma usando el punto A o el punto B, ya que cualquiera de estos puntos pertenecen a la recta y la pendiente es la misma.**

$$m=\frac{1+3}{5+2}=\frac{4}{7}$$

Sustituyendo el punto A: $y+3=\frac{4}{7}(x+2)$

$$4x-7y-13=0$$

Sustituyendo el punto B: $y-1=\frac{4}{7}(x-5))$

$$4x-7y-13=0$$

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD EN LAS LÍNEAS RECTAS.

Actividad No. 1

1. Definir rectas paralelas y dar un ejemplo gráfico.
2. Definir rectas perpendiculares y dar un ejemplo gráfico.
3. ¿Cómo son las pendientes de dos rectas paralelas?
4. ¿Cómo son las pendientes de dos rectas perpendiculares?

Actividad No. 2

1. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto T(-2,-3) y que es paralela a la recta que pasa por los puntos A(2,3) y B(5,4)

- Primeramente da una secuencia de los cálculos que piensas realizar.

  a) Se calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos AB.

  b) Se determina que las pendientes son iguales por ser rectas paralelas.

  c) Se sustituye el punto J en la ecuación.

  d) Se da la ecuación general de la recta.

$$m_{AB} = \frac{4-3}{5-2} = \frac{1}{3}$$

$$m_{AB} = m_J$$

$$y+3 = \frac{1}{3}(x+2)$$

$$x-3y-7=0$$

2. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto K(2,1) y que es perpendicular a la recta que pasa por los puntos A(-2,1) y B(-3,5)

- Primeramente identifica la secuencia de los cálculos que piensas realizar.

a) Se calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos AB.

b) Se verifica que las pendientes son recíprocas y de signo contrario.

c) Se sustituye el punto K en la ecuación.

d) Se da la ecuación general de la recta.

$$m_{AB} = \frac{5-1}{-3+2} = -4$$

$$m_K = -\frac{1}{m_{AB}}$$

$$m_k = \frac{1}{4}$$

$$y-1 = \frac{1}{4}(x-2)$$

$$x-4y+2=0$$

ECUACIONES DE MEDIANAS, MEDIATRICES Y ALTURAS.

Actividad No. 1

1. Definir que es mediatriz de un segmento y dar un ejemplo gráfico.
2. Definir que es la mediana de un segmento y dar un ejemplo gráfico.
3. Definir altura y dar un ejemplo gráfico.
4. Definir que es el circuncentro y dar un ejemplo gráfico.
5. Definir que es el baricentro y dar un ejemplo gráfico.
6. Definir que es el ortocentro y dar un ejemplo gráfico.
7. Definir que es punto medio y dar un ejemplo gráfico.

Actividad No. 2

1. Dado un triángulo cuyos vértices son J(-2,3) , K(6,5) , L(4,7)encontrar:

   a) La ecuación de la mediana del lado JK.
   b) La ecuación de la altura considerando como base el lado JK.
   c) La ecuación de la mediatriz del lado KL.
   d) La ecuación del lado LJ.

Da una secuencia de los cálculos que planeas realizar.

Para el **inciso a**:

1) Se calcula el punto medio del lado JK con las fórmulas:

$$X_m = \frac{X_1 + X_2}{2}$$
$$Y_m = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$

2) Se calcula la pendiente de la recta que pasa por el punto medio y por el punto L.

3) Se sustituye el punto L en la ecuación

4) Se da la ecuación en su forma general.

Para el **inciso b**:

1) Se calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos JK.
2) Se determina que: las pendientes de las rectas que pasan por los puntos JK y la de la altura son recíprocas y de signo contrario.
3) Se sustituye el punto L en la ecuación.
4) Se da la ecuación general de la recta.

Para el **inciso c**:

1) Se determina el punto medio que pasa por los puntos KL.
2) Se calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos KL.
3) Se determina que la pendiente de la recta que pasa por los puntos KL y la pendiente de la mediatriz son recíprocas y de signo contrario.
4) Se sustituyen las coordenadas del punto medio en la ecuación.
5) Se da la ecuación general de la recta.

Para el **inciso d**:

1) Se obtiene la pendiente que pasa por los puntos LJ.
2) Se sustituye el punto L en la ecuación.
3) Se da la ecuación general de la recta.

SOLUCIÓN:

Inciso a:

Punto medio segmento JK:

$$X_m = \frac{-2+6}{2} = 2$$
$$Y_m = \frac{3+5}{2} = 4$$
$$P_m(2,4)$$

Calculando la pendiente de la mediana que pasa por el punto medio del segmento JK y el punto L(4,7).

$$m = \frac{7-4}{4-2} = \frac{3}{2}$$

Sustituyendo las coordenadas del punto L en la ecuación de punto pendiente y resolviendo se encuentra la ecuación de la mediana del segmento JK.:

$$y-7 = \frac{3}{2}(x-4)$$
$$3x-2y+2=0$$

Inciso b.

Calculando la pendiente del segmento JK se obtiene:

$$m_{JK} = \frac{5-3}{6+2} = \frac{1}{4}$$

La pendiente de la altura es recíproca y de signo contrario.

$$m_{altura} = -4$$

Sustituyendo las coordenadas del punto L en la ecuación de punto pendiente y resolviendo se encuentra la ecuación de la altura que pasa por dicho punto.

$$y - 7 = -4(x - 4)$$
$$4x + y - 23 = 0$$

Para el **inciso c**:

Se determina el punto medio del segmento KL.

$$X_m = \frac{6+4}{2} = 5$$
$$Y_m = \frac{5+7}{2} = 6$$
$$P_{mKL}(5,6)$$

Calculando la pendiente del segmento KL.

$$m_{kl} = \frac{7-5}{4-6} = -1$$

Como la pendiente de la mediatriz es recíproca y de signo contrario:

$$m_{mediatriz} = 1$$

Sustituyendo en la ecuación de punto pendiente las coordenadas del punto medio y la pendiente de la mediatriz encontramos la ecuación pedida:

$$y - 6 = 1(x - 5)$$
$$x - y + 1 = 0$$

Para el **inciso d**:

Se calcula la pendiente del segmento LJ:

$$m_{LJ} = \frac{7-3}{4+2} = \frac{2}{3}$$

Sustituyendo las coordenadas del punto L:

$$y - 7 = \frac{2}{3}(x - 4)$$
$$2x - 3y + 13 = 0$$

ECUACIÓN DE LA RECTA
QUE PASA POR EL PUNTO DE INTERSECCIÓN DE OTRAS DOS RECTAS.

Actividad No.1

1. Define el punto de intersección de dos rectas y dar un ejemplo gráfico.
2. Define lo que es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
3. Analiza un método de solución de dichos sistemas y dar un ejemplo numérico.

Actividad No.2

1. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es –3 y que pasa por el punto de intersección de las rectas:

$$2x+3y-7=0$$
$$2x-2y-2=0$$

Da una secuencia de los cálculos que planeas realizar.

1. Se encuentran las coordenadas de intersección resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas.
2. Estas coordenadas y la pendiente se sustituyen en la ecuación de punto pendiente encontrando la ecuación de la recta que nos piden.

Resolviendo el sistema: $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 2x-2y=2 \end{cases}$

Se obtiene que: $\begin{matrix} x=2 \\ y=1 \end{matrix}$

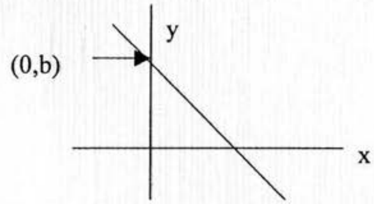
Que son las coordenadas del punto de intersección.

Sustituyendo en la ecuación de punto pendiente:

$$y-1=-3(x-2)$$
$$3x+y-7=0$$

FORMA DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA
CUANDO SE CONOCEN SU ORDENADA AL ORIGEN Y SU PENDIENTE.
DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA.

Observa la gráfica siguiente:



¿Qué te indica las coordenadas (0,b)?

Tenemos que dirigir al alumno para que llegue a la observación de que las coordenadas (0,b) son la intersección de un punto de la recta con el eje de las ordenadas (y).

Se da la definición siguiente:

La distancia que hay del punto (0,0) al punto (0,b) se le llama ordenada al origen y se representa con la letra b.

Como se conoce un punto (0,b), este se sustituye en la ecuación de la recta en su forma punto pendiente.

$$y-b=m(x-0)$$

Si se despeja a la variable " y ", tenemos:

$y=mx+b$ Que es la ecuación de la recta en su forma pendiente-ordenada al origen.

1. Encuentra la pendiente y la ordenada al origen de la recta $2x+y-5=0$. Da una secuencia de los pasos que planeas seguir.

Se despeja la variable y, obteniendo la ecuación de una recta en su forma pendiente ordenada al origen, de ahí se obtiene la pendiente y su ordenada al origen.

$y=-2x+5$ de donde $m=-2$ y b = 5

2. Calcula la distancia del punto A(2,1) a la recta $3x + y + 2 = 0$.
NOTA: la distancia de un punto a una recta siempre se mide perpendicularmente a la recta. Da una secuencia de los cálculos que planeas hacer.

a) Se obtendrá la pendiente de la recta dada.

b) Como la distancia es perpendicular a la recta dada, su pendiente es recíproca y de signo contrario.

c) En la ecuación de la forma punto pendiente se sustituyen la pendiente encontrada y el punto A, obteniendo la ecuación de la recta perpendicular a la recta que pasa por dicho punto.

d) Como en temas anteriores se ha explicado la distancia que hay entre dos puntos, se resolverá el sistema de ecuaciones simultáneas para obtener otro punto al que llamaremos B, y así poder calcular la distancia que nos piden.

$$y = -3x - 2$$
$$m_{recta} = -3$$
$$m_{AB} = \frac{1}{3}$$
$$y - 1 = \frac{1}{3}(x - 2)$$
$$x - 3y + 1 = 0$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = -2 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

Se obtiene que $x = \frac{-7}{10}$ $y = \frac{1}{10}$

Utilizando la fórmula de distancia entre dos puntos:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ se obtiene que la distancia es de 2.846 u.

Aquí se puede introducir la ecuación de la distancia de un punto a una recta para otras aplicaciones.

$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ donde A, B, C son los coeficientes dados por la recta:

$Ax + By + C = 0$.

1. Calcula la distancia del punto A(2,1) a la recta $2x - y + 5 = 0$. Da una secuencia de cálculos.

   Se aplica la fórmula de distancia de un punto a una recta.

$$d = \frac{|2(2) - 1(1) + 5|}{\sqrt{(2)^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

2. Calcula la distancia entre las rectas 2x + 3y- 6 = 0 y 2x + 3y + 1 =0. Da una secuencia de cálculos.

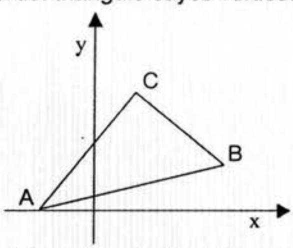
   Se determina un punto de cualquiera de las dos rectas y se calcula la distancia de ese punto a la otra recta.

   Para obtener el punto de una recta:

   $2x + 3y - 6 = 0$, Si x = 0 entonces y = 2. P(0,2).

$$d = \frac{|2(0) + 3(2) + 1|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{7}{\sqrt{13}}$$

3. Calcula el área del triángulo cuyos vértices son: A(-1,0), B(5,1), C(1,2). Da una secuencia de cálculo.



   Para obtener el área de un triángulo se necesita la base y la altura, así que se toma un lado del triángulo como base y se obtiene la distancia que hay entre los dos vértices.

   Para calcular la altura se obtiene la pendiente del lado que se escogió como base y se sustituye junto con las coordenadas de un vértice en la ecuación punto pendiente obteniéndose la ecuación de la recta que se escogió como base.

   Se aplica la fórmula de distancia de un punto a una recta que representa a la altura.

   Se obtiene el área.

   BASE:

$$d_{ab} = \sqrt{(5+1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{37}$$

ALTURA:

Ecuación de la recta que pasa por los vértices AB, utilizando el punto A.

$$m_{AB} = \frac{1-0}{5+1} = \frac{1}{6}$$

$$y - 0 = \frac{1}{6}(x+1)$$

$$x - 6y + 1 = 0$$

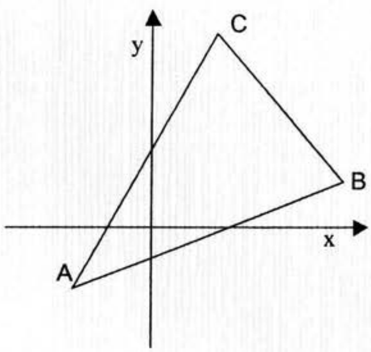
Distancia de la recta AB al punto C.

$$d = \frac{|1(1) - 6(2) + 1|}{\sqrt{1+36}} = \frac{10}{\sqrt{37}}$$

Sustituyendo en la fórmula para obtener el área de un triángulo:

$$A = \frac{\sqrt{37}\left(\frac{10}{\sqrt{37}}\right)}{2} = 5u^2$$

3. Encuentra las coordenadas del circuncentro del triángulo cuyos vértices son los puntos A(-2,-3), B(6,1), C(4,5). Da una secuencia de cálculo.



Se obtienen los puntos medios de cada lado del triángulo.

Se obtienen las pendientes de los lados del triángulo, tomando las coordenadas de sus vértices.

Se obtienen las pendientes de las mediatices que son recíprocas y de signo contrario.

Se obtienen las ecuaciones de las rectas mediatrices.

Se resuelve un sistema de ecuaciones simultáneas para encontrar el circuncentro.

$$P_{mAB} = \left(\frac{6-2}{2}, \frac{1-3}{2} \right) \Rightarrow (2,-1)$$

$$P_{mBC} = \left(\frac{6+4}{2}, \frac{5+1}{2} \right) \Rightarrow (5,3)$$

$$P_{mCA} = \left(\frac{4-2}{2}, \frac{5-3}{2} \right) \Rightarrow (1,1)$$

$$m_{AB} = \frac{1+3}{6+2} = \frac{1}{2}$$

$$m_{BC} = \frac{5-1}{4-6} = -2$$

$$m_{CA} = \frac{-3-5}{-2-4} = \frac{4}{3}$$

$$m_{mediatrizAB} = -2$$

$$m_{mediatrizBC} = \frac{1}{2}$$

$$m_{mediatrizCA} = \frac{-3}{4}$$

Ecuaciones de las mediatrices:

Segmento AB, utilizando el punto medio AB:

$$y+1 = -2(x-2)$$
$$2x + y = 3$$

Segmento BC, utilizando el punto medio BC:

$$y-3 = \frac{1}{2}(x-5)$$
$$x - 2y = -1$$

Segmento CA, utilizando el punto medio CA:

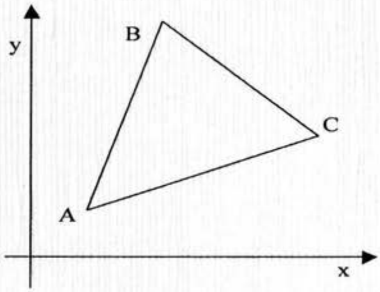
$$y-1 = \frac{-3}{4}(x-1)$$
$$3x + 4y = 7$$

Resolviendo un sistema de ecuaciones: (solo se necesitan dos):

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

Tenemos que: $\begin{matrix} x = 1 \\ y = 1 \end{matrix}$ Así que las coordenadas del circuncentro son: C(1,1).

4. Encuentra las coordenadas del ortocentro del triángulo cuyos vértices son: A(2,3), B(4,7), y C(8,5). Da una secuencia de cálculos.



Se obtienen las pendientes de los lados que forman al triángulo.
Se obtienen las pendientes de las alturas que son recíprocas y de signo contrario.
Se obtienen las ecuaciones de las alturas.
Se resuelve un sistema de ecuaciones simultáneas obteniendo el ortocentro.

Pendientes de los lados:

$$m_{AB} = \frac{7-3}{4-2} = 2$$

$$m_{BC} = \frac{5-7}{8-4} = \frac{-1}{2}$$

$$m_{CA} = \frac{3-5}{2-8} = \frac{1}{3}$$

Pendiente de las alturas:

$$m_{alturaAB} = \frac{-1}{2}$$

$$m_{alturaBC} = 2$$

$$m_{alturaCA} = -3$$

Ecuación de las altura del lado AB al punto C:

$$y-5 = \frac{-1}{2}(x-8)$$

$$x+2y=18$$

Ecuación de la altura del lado BC al punto A:

$$y-3=2(x-2)$$

$$2x-y=1$$

Ecuación de la altura del lado CA al punto B:

$$y-7=-3(x-4)$$

$$3x+y=19$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} x+2y=18 \\ 2x-y=1 \end{cases}$$ Se obtiene que: $$\begin{matrix} x=4 \\ y=7 \end{matrix}$$ por lo que las coordenadas del ortocentro son (4,7)

CAPÍTULO V

PROCESO DE VALIDACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS

Para dar validez a las estrategias sugeridas se realizaron clases modelos con los grupos de quinto año de bachillerato del Instituto Tlalpan S.C., utilizando las estrategias y los problemas que aquí se desarrollan.

El tiempo en que se realizó fue el destinado para las clases de Geometría Analítica en donde realizo las actividades de Profesora de Matemáticas a nivel medio y por primera vez a nivel medio superior.

Los alumnos realizaron las actividades sugeridas sin tener conocimiento de que era un proyecto para la enseñanza de la asignatura así que su participación y, sus dudas fueron muy importantes para la validez del proyecto.

PROCESO DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE.

Este proceso fue diseñado en base a lo que se realizó en el módulo de evaluación que se llevó a cabo en el Diplomado de Química Básica, en el centro Roberto Medellín, donde la profesora Silvia Hernández me hizo el favor de revisarlo y hacer ciertos comentarios que posteriormente se llevaron a cabo como algunos cambios en las preguntas de la evaluación.

A continuación se integra la evaluación corregida a la que fueron sometidos los alumnos del Instituto Tlalpan, en el mes de Febrero del 2003.

PROPUESTA DE EXAMEN DE LÍNEA RECTA (ELABORADO DE ACUERDO A LA TABLA DE ESPECIFICACIONES)

Este examen fue diseñado en base a un total de 15 reactivos, pues a pesar de la recomendación que se nos hizo al grupo de tomar 50, considero que al ser en su mayoría ejercicios procedimentales, se necesita para su resolución un tiempo mayor que otro tipo de preguntas. Así, tomando un total de 15 reactivos, se diseñó el presente examen final para el tema de Línea Recta dentro del programa de Matemáticas V, suponiendo que el alumno cuenta con 2.5 horas para resolverlo.

Se tiene al inicio de cada bloque de preguntas el subtema a que se refiere. Es importante aclarar que el alumno recibirá su examen sin estas anotaciones, sólo se incluyeron como referencia para el evaluador.

Gráfica de una función lineal.

1. Si se tiene que: $y = 2x - \frac{1}{2}$. Cuales son los valores de "y" cuando la variable "x" = –2, -1, 0, 1, 2:

Definición de las líneas importantes de un triángulo. Se toman en cuenta como definiciones de línea recta.

2. ¿Cómo se define la mediatriz de un triángulo?
   a) Es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de cada lado del triángulo.
   b) Es la recta que pasa por el punto medio de un lado del triángulo al vértice opuesto.
   c) Es la recta perpendicular que va de un vértice al lado opuesto del triángulo.

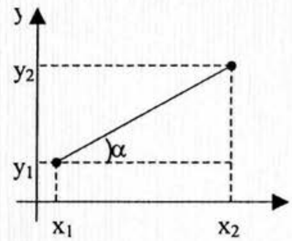
3. ¿Cómo se define la altura de un triángulo?
   a) Es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de cada lado del triángulo.
   b) Es la recta que pasa por el punto medio de un lado del triángulo al vértice opuesto.
   c) Es la recta perpendicular que va de un vértice al lado opuesto del triángulo.

4. ¿Cómo se define el circuncentro de un triángulo?
   a) Es el punto donde se interceptan las tres medianas de un triángulo.
   b) Es el punto donde se interceptan las tres alturas de un triángulo.
   c) Es el punto donde se interceptan las tres mediatrices de un triángulo.

5. ¿Cómo se define el baricentro de un triángulo?
   a) Es el punto donde se interceptan las tres medianas de un triángulo.
   b) Es el punto donde se interceptan las tres alturas de un triángulo.
   c) Es el punto donde se interceptan las tres mediatrices de un triángulo.

Formas de la ecuación de la recta.

6. Si $m = \tan \alpha$, demostrar que $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Utiliza el siguiente diagrama:



7. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto A(2, 3) y cuya pendiente es -2.

8. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto J(-2, -3) y que es paralela a la recta que pasa por los puntos A(2, 3) y B(5, 4)

9. Encuentra la ecuación de la recta cuya ordenada al origen es 4 y cuya pendiente es -2.

10. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto K(2, 1) y que es perpendicular a la recta que pasa por los puntos A(-4, 2) y B(-6, 5).

Ecuaciones de las medianas, mediatrices y alturas de un triángulo. Sus puntos de intersección.

11. Encuentra la ecuación de la mediatriz del segmento delimitado por los puntos A(4, 1) y B(6, 7).

12. Encuentra las coordenadas del circuncentro del triángulo cuyos vértices son los puntos A (-2, -3), B (6, 1) y C (4, 5).

13. Encuentra las coordenadas del ortocentro del triángulo cuyos vértices son A(2, 3), B(4, 7) y C(8, 5).

Distancia de un punto a una recta.

14. Calcula el área del triángulo cuyos vértices son: J(2, 1), K(8, 2), L(3, 6).

15. Calcular el área y el perímetro de una circunferencia que tiene su centro en el punto C(2, 3) y que pasa por el punto A(8, 11).

RUBRIC PARA EVALUACIÓN DE TRABAJO EN CLASE

El siguiente ***rubric*** fue diseñado con el propósito de evaluar el desempeño de un alumno durante las clases de problemas de matemáticas. La tarea a realizar es la siguiente: la profesora diseñará previamente una serie de ejercicios acumulativa de todo lo visto durante el mes en cuestión, y los alumnos deberán trabajar por pares en su resolución. Con la ayuda del rubric se puede evaluar esta actividad, de la siguiente manera:

ESCALA.	ASPECTOS CON QUE CUMPLE.
4	El alumno lee los problemas cuidadosamente. Junto con su compañero, los analiza y comprende. Implementa una estrategia y da una excelente solución a ellos. En caso de existir dudas, las comunican a la profesora con claridad. Finalmente, presenta sus resultados en forma clara y precisa. Sabe trabajar en equipo respetando a su compañero.
3	El alumno lee los problemas y los comprende. En caso de haber dudas, las comunica a la profesora con claridad. Implementa estrategias razonables y da solución a los problemas. Se organiza con su compañero con algunos tropiezos. Presenta sus resultados en forma clara y precisa.
2	Tiene algunos problemas para trabajar en equipo. Lee los problemas y los comprende parcialmente. Implementa estrategias para algunos problemas y les da solución. El desarrollo de la tarea es un tanto desorganizada y entrega sus resultados incompletos.
1	Presenta dificultades al trabajar en equipo. Lee los problemas y los comprende parcialmente. Espera a que su compañero implemente las estrategias de solución sin cooperar con él. El tiempo que se le asigna no es suficiente y entrega sus resultados de manera incompleta y con mucha falta de claridad.
0	No coopera durante el trabajo de equipo. No comprende los problemas ni desarrolla estrategias adecuadas. No entrega resultados o los resultados que entrega carecen de toda claridad.

TABLA DE ESPECIFICACIONES

MATERIA: MATEMÁTICAS V.
PROGRAMA DE LA ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA.
UNIDAD 6: ECUACIÓN DE 1º GRADO.
TEMA: LA LÍNEA RECTA.

%	CONTENIDOS	OBJETIVOS	NIVEL				No. REAC-TIVOS.
			1	2	3	AFEC-TIVO	
33.35%	Definición de una recta como lugar geométrico. Definición de las líneas de un triángulo como líneas rectas.	Se definirá la recta como un lugar geométrico.	✓				5
6.66%	Obtención de la ecuación de una recta.	A partir de la definición de recta como lugar geométrico, se determinarán los modelos de ecuación con los que se operará.		✓			1
26.66%	Formas de la ecuación de la línea recta.	Se determinará la ecuación de una recta a partir de dos condiciones (dos puntos, la pendiente y un punto, la pendiente y la ordenada al origen, las intersecciones con los ejes de coordenadas o la distancia al origen y un ángulo). Se establecerá que la ecuación de una recta se expresa en las formas: Simplificada: $y = mx + b$; General: $Ax + By + C = 0$; Simétrica: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$; Normal: $x \cos\theta + y \operatorname{sen}\theta - p = 0$ enfatizando que se puede pasar de una a otra forma. En cada una de las formas se abordará el significado de las constantes que en ella intervienen.			✓		4

%	CONTENIDOS	OBJETIVOS	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL AFEC-TIVO	No. REAC-TIVOS.
20%	Ecuaciones de las medianas, mediatrices y alturas de un triángulo. Sus puntos de intersección.	Se determinarán las ecuaciones de las medianas, mediatrices y alturas, así como las coordenadas de sus respectivos puntos de intersección: baricentro, circuncentro y ortocentro.			✓		3
13.33%	Distancia de un punto a una recta.	Considerando la forma normal de la ecuación de una recta, se encontrará cuál es la distancia de un punto a una recta y se interpretará el doble signo que se encuentra en el denominador. Se distinguirá entre la distancia dirigida y la distancia como longitud.			✓		2
0%	Ecuación de las bisectrices de un ángulo.	Tomando como punto de partida la definición, como lugar geométrico, de la bisectriz, se determinarán las ecuaciones de las bisectrices de un ángulo. Se demostrará que son perpendiculares.			✓		0
0%	Ecuación de las bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo y su punto de intersección.	Se obtendrán las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo y las coordenadas de su punto de intersección o incentro, enfatizando que el incentro y el centro de gravedad siempre se encuentran dentro del triángulo. Se demostrará que centro de gravedad, circuncentro, ortocentro e incentro son colineales. Recta de Euler (Leonardo Euler 1707 - 1783).			✓		0
0%	Distancia entre dos rectas paralelas.	Se obtendrá la distancia entre rectas paralelas.			✓		0
100%							**15**

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES

El presente trabajo se realizó con la finalidad de despertar el interés de los alumnos en el estudio de las Matemáticas, desarrollando estrategias que podrían servir a los alumnos y a los profesores que así lo consideren, como una herramienta de trabajo, para alcanzar el aprendizaje de los conceptos básicos de la línea recta dentro del aula.

- Dentro de las clases de Geometría Analítica se observó una buena aceptación por parte de los alumnos ya que comentaron que les parecía una forma novedosa e interesante de tomar las clases.
- Se observó que la mayoría de los alumnos (25 de 30) participaba de manera espontánea, dando pie para que los alumnos pudieran concretar ideas, que cumplían con el objetivo de la estrategia planteada.
- Se originaron debates sobre los conceptos de algunos alumnos, los cuales expusieron sus puntos de vista y escucharon las ideas de sus compañeros llegando a conclusiones que eran importantes dentro de la enseñanza de la materia.
- Se observó que en la evaluación propuesta la mayoría de los alumnos(27 de 30) lograron acreditar la asignatura y que el tiempo requerido era de aproximadamente 2 horas.

Sin embargo se tienen que tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los alumnos no tienen la capacidad de un razonamiento deductivo, están muy habituados a clases formales, donde el profesor es el transmisor del conocimiento, y donde ellos solo realizan la parte operativa o mecánica de los problemas.
- Por lo anterior el tratar de cambiar este tipo de enseñanza es muy difícil para un profesor ya que tiene que tener el conocimiento, la habilidad y la paciencia, para conducir a los alumnos a la deducción de ciertos conceptos, tales como las deducciones de las fórmulas de las diferentes formas de las ecuaciones de la línea recta.
- Se tiene una limitación de tiempo , ya que el tratar de hacer este tipo de estrategias de aprendizaje en las diferentes unidades de desarrollo del programa de Matemáticas V, requeriría un tiempo mucho mayor al establecido, por lo que no se alcanzarían a desarrollar otras unidades que son de igual importancia en el aprendizaje de la Geometría Analítica.

- Al igual que el punto anterior otra limitante es que los grupos son numerosos y heterogéneos y no se puede tener la perspectiva del pensamiento de cada alumno lo que conlleva a que los alumnos con mayor capacidad de análisis en la materia puedan deducir con mayor facilidad los conceptos, que otros alumnos, propiciando que el profesor tenga que apoyar a los otros alumnos tratando de llevar una clase con un mismo nivel académico para todos.

Se propone que los profesores encargados en la enseñanza de las Matemáticas, apliquen a sus alumnos, habilidades de pensamiento, como resolución de problemas capciosos, juegos de entretenimiento, que generen en el alumno las aptitudes de pensamiento lógico necesarias para el desarrollo de la asignatura.

También se propone que los profesores que estamos en el área de las ciencias recurran a diversas estrategias de enseñanza, para que nuestros alumnos sean capaces de comprender y aplicar los conocimientos adquiridos para dar soluciones a problemas con mayor grado de complejidad.

GLOSARIO

Definiciones de algunos conceptos básicos.

- ✓ **Paralelismo**: Dos rectas son paralelas si y sólo si sus pendientes son iguales. Las dos rectas tienen el mismo ángulo de inclinación y por lo tanto, la misma pendiente, pues ésta es la tangente de dicho ángulo.

- ✓ **Perpendicularidad**: dos rectas son perpendiculares si y sólo si sus pendientes son recíprocas y de signo contrario. Las dos rectas perpendiculares forman un ángulo de 90° entre ellas.

- ✓ **Mediana**: Es la recta que une el punto medio de un lado con el vértice opuesto.

- ✓ **Altura**: Es la recta perpendicular a la base y que pasa por el vértice opuesto.

- ✓ **Bisectriz**: Es la línea recta que divide en dos partes iguales a un ángulo.

- ✓ **Mediatriz**: Es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de un segmento recto.

- ✓ **Circuncentro**: Es el punto de intersección de las rectas mediatrices de los lados de un triángulo.

- ✓ **Ortocentro**: Es el punto de intersección de las tres alturas de un triángulo.

- ✓ **Baricentro**: Es el punto de intersección de las tres medianas de los lados de un triángulo.

- ✓ **Incentro**: Es el punto de intersección de las tres bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo.

BIBLIOGRAFÍA

Díaz B. F.(1993)
El aprendizaje significativo desde una perspectiva constructivista
Educar, pp. 37-51.

Flores. M . J. y M. L . Lechuga.(2002)
Matemáticas ¿Para qué?
Nuevo México, pp. 32, 33.

Guerra. T. Manuel. Y S. F .Campos.(1992)
Geometría Analítica
Mc Graw Hill, pp. 115-120, 122-124.

Ramos. P. F. (1980)
Un Panorama del Sistema Educativo en México
Tesis Profesional. pp. 1-5, 22-31, 67-77.

Riddle F. Douglas (1996)
Geometría Analítica
Thomson Editores, pp. 102.

Rodríguez de Ita. S. S. (1998)
Introducción a la Geometría Analítica en el Bachillerato
Tesis Profesional, pp. 1-11.