01174



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO FACULTAD DE INGENIERÍA

"APLICACIONES Y LIMITACIONES DE LA FUNCIÓN CAÍDA DE PRESIÓN NORMALIZADA $\Delta p/q$

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA PETROLERA

PRESENTA: FERNANDO OLIVERA ZAVALETA

> DIRECTOR DE TESIS DR. HEBER CINCO LEY







Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor. ESTA TESIS NO SALE DE LA BIBLIOTECA

CONTENIDO

		Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.	Pág.
CAPÍ	TULO	I. GENERALIDADES FECHA: 11- Feb-04	
	I.1 I.2 I.3	Introducción Normalización Convolución Recesa Rockiavez B.	1 1 2
	I.J	Deconvolución – Tochucego 3.	1
	1.4	Función Influencia	4
	I.6	Objetivos	5
	2.00		2
CAPÍ	TULO	II. REVISIÓN Y ANÁLISIS DE TRABAJOS PRÉVIOS	
	II.1	Concepto del Índice de Productividad Recíproco Δp/q II.1.1 Definición	6 ·
	II.2	Verificación del concepto $\Delta p/q$ en pruebas de incremento y decremento de presión	6
<i>¥</i>	П.3	Verificación del concepto $\Delta p/q$ en pruebas de incremento de Presión	7
	II.4	Verificación del concepto Ap/q por Winestock y Colpitts	10
CAPÍ	TULO	III. ANÁLISIS DE LA APROXIMACIÓN Δp/q	
	III.1.	Respuesta de presión para gasto variable	12
	CAPÍTULO I. GENERALIDADESIIIIntroducciónIIIIntroducciónIIIIntroducciónIIIPicanal CharacterIIIPicanal CharacterIIIPicanal CharacterIIIPicanal CharacterIIIPicanal CharacterIIIDeconvoluciónIIIConvoluciónIIIConvoluciónIIIConvoluciónIIIConcepto InfluenciaIIIConcepto del Índice de Productividad Recíproco Ap/qIII.1Concepto del Índice de Productividad Recíproco Ap/qIII.2Verificación del concepto Ap/q en pruebas de incremento y decremento de presiónII.3Verificación del concepto Ap/q por Winestock y ColpittsII.4Verificación del concepto Ap/q por Winestock y ColpittsCAPÍTULO II. ANÁLISIS DE LA APROXIMACIÓN Ap/qIII.1Respuesta de presión para gasto variableIII.2Modelo de caída de Presión Normalizada con declinación lineal del gastoIII.4Modelo de caída de Presión Normalizada con declinación cuadrática del gastoIII.5Respuesta de presión con declinación cuadrática del gastoIII.6Datos de historias de producción de campos productores de aceiteIII.7Modelo de caída de Presión Normalizada con declinación cuadrática del gasto en variables RealesIII.4Nodelo de caída de Presión Normalizada con declinación cuadrática del gasto en variables RealesII.5Respuesta de presión con declinación cuadrática del gasto en variables RealesII.6Datos de presión y gastos		14
	III.3.	Respuesta de presión con declinación lineal del gasto	15
	III.4.	Modelo de caída de Presión Normalizada con declinación	10
	TTT 6	Cuadratica del gasto	19
	ш.э.	Respuesta de presión con decimación de compositor del gasto	20
	III.6. III.7.	Modelo de caída de Presión Normalizada con declinación	21
		cuadrática del gasto en variables Reales	24
	III.8.	Datos de presión y gastos de pozos productores de aceite	26

.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

IV.1. Resultados de $\Delta p/q$ con declinación lineal del gasto IV.2. Resultados del apólicie de los datos de comos	36
IV.2. Resultados del analisis de los datos de campo	40
IV.3. Resultados de $\Delta p/q$ con declinación cuadrática del gasto	47
IV.4. Resultados del análisis estadístico de los datos de historias de	
producción	52
IV.5. Resultados del modelo de caída de Presión Normalizada con	
declinación cuadrática del Gasto en variables reales	52
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES	59
NOMENCLATURA	60
*	
REFERENCIAS	62
APENDICE A:GEOMETRIA DE FLUJO RADIAL	()
E INTEGRACION DE $\Delta p/q$	63
A DÉNIDICE D. CEOMETRÍA DE ELUIO I INFAL	
APENDICE B: GEOMETRIA DE FLUJU LINEAL	(5
E INTEGRACION DE $\Delta p/q$	03
APENDICE C. CEOMETRÍA DE ELUIO ESFÉRICO	
E INTECDACIÓN DE An/a	67
E INTEGRACION DE Ap/q	07
APÉNDICE D: GEOMETRÍA DE FLUJO BILINEAL	
E INTEGRACIÓN DE An/a	69
E INTEGRACION DE Apriq	07
APÉNDICE E: GEOMETRÍA DE FLUJO PSEUDOESTACIONARIO	
E INTEGRACIÓN DE $\Delta p/q$	71
eo server unternition i 🗚 👫 🖉 V	
APÉNDICE F: DATOS	73

GENERALIDADES

I.1 INTRODUCCIÓN

Puesto que en las pruebas de incremento y decremento de presión tomadas en los pozos existe una variación en el gasto, se requiere estimar la respuesta de presión a un gasto (caudal) constante, unitario ó base y así, realizar un análisis confiable que permita determinar la naturaleza del flujo en el yacimiento y los parámetros del mismo.

Existen tres métodos para lograr éste proceso: Normalización, Convolución y Deconvolución.

A continuación se describen éstas metodologías.

I.2 NORMALIZACIÓN

Para pruebas de decremento en la que se tiene la dificultad de mantener una razón de producción constante se realiza una estimación de la respuesta de presión correspondiente a un gasto (caudal) constante. El método que se utiliza cuando las variaciones del gasto q(t) son suaves, es el de "Normalización" utilizando la relación de Gladfelter¹ que involucra a la caída de presión $\Delta p_{wf}(t)$ y al gasto q(t), así como un gasto q, base :

$$\Delta p_1(t) \approx \frac{\Delta p_{wf}(t)}{q(t)} \tag{1}$$

Este resulta ser un método aproximado.

$$\Delta p_{qbase}(t) \approx \frac{\Delta p_{wf}(t)}{q(t)} \times q_{base}$$
⁽²⁾



Figura i.2.1 gráfica de la normalización

I.3 CONVOLUCIÓN

Para el caso en que no hay variaciones suaves del gasto q(t) recurrimos al método de la Convolución para superponer los efectos de cambios del gasto. Este método requiere un modelo de flujo, ya sea lineal, radial, bilineal ó esférico.

Si el modelo de flujo es radial, al caso en que el gasto q(t) es variable, la ecuación de respuesta de presión por estimar es:

$$\Delta p(t) = \sum_{i=1}^{n} (q_i - q_{i-1}) \Delta p_1(t - t_i)$$
(3)

Así, para cualquier t se estimará la respuesta de presión, donde n, es el número de gastos (cambios) y es tal este número, n que:

$$t_n \langle t \langle t_{n+1} \tag{4}$$

Puesto que el flujo es radial:

$$\Delta p_1(t) = \frac{162.6B\mu}{kh} \left[\log t + \log \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} - 3.2275 + 0.87S \right]$$
(5)

Por lo que sustituyendo (5) en (3) se obtiene:

$$\Delta p(t) = m_1 \sum_{i=1}^{n} (q_i - q_{i-1}) \log(t - t_i) + m_1 q_n \left\{ \log \frac{k}{\phi \mu c_i r_w^2} - 3.2275 + 0.87S \right\}$$
(6)

Dividiendo (6) entre q_n :

$$\frac{\Delta p(t)}{q_n} = m_1 \sum_{i=1}^n \frac{(q_i - q_{i-1})}{q_n} \log(t - t_i) + m_1 \left\{ \log \frac{k}{\phi \mu c_i r_w^2} - 3.2275 + 0.87S \right\}$$
(7)

La cual es de la forma: y(t)=m x+b

$$\frac{\Delta p(t)}{q_n} = m_1 \sum_{i=1}^n \frac{(q_i - q_{i-1})}{q_n} \log(t - t_i) + b$$
(8)

Análogamente para el flujo lineal:

$$\Delta p_1(t) = \frac{16.25B\mu}{A(k\phi\mu c_t)^{\frac{1}{2}}}(t)^{\frac{1}{2}}$$
(9)

$$\frac{\Delta p_{wi}(t)}{q_n} = \frac{16.25B\mu}{A(k\phi\mu c_i)^{\frac{1}{2}}} \sum_{i=1}^n \frac{(q_i - q_{i-1})}{q_n} (t - t_i)^{\frac{1}{2}} + \Delta p_{1,daño}$$
(10)

I.4 DECONVOLUCIÓN

La Deconvolución es también la estimación de la respuesta de presión correspondiente a gasto constante (unitario ó base), pero sin suponer un modelo de flujo.

Kuchuc² & Ayestarán utilizando la técnica de Hamming estiman la $\Delta p_1(t)$ así:

$$\Delta p_{wf}(t_n) = \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} q'(t_n - \tau) \Delta p_1(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^n \Delta p_1\left(t_{i-\frac{1}{2}}\right) \int_{t_{i-1}}^{t_i} q'(t_n - \tau) d\tau$$
(11)

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} q'(t_n - \tau) d\tau = \int_{t_n - t_i}^{t_n - t_{i-1}} q'(\tau') d\tau'$$
(12)

$$\Delta p_{wf}(t_n) = \sum_{i=1}^n \Delta p_1 \left(t_{i-\frac{1}{2}} \right) \left[q(t_n - t_{i-1}) - q(t_n - t_i) \right]$$
(13)

si
$$n = 1$$
, $\Delta p_{wf}(t_1) = \Delta p_1 \left(t_1 \atop \frac{1}{2} \right) q(t_1)$
 $\Delta p_1 \left(t_1 \atop \frac{1}{2} \right) = \frac{\Delta p_{wf}(t_1)}{q(t_1)}$
(14)

$$si \quad n > 1 \qquad \Delta p_{1} \left(t_{n-\frac{1}{2}} \right) = \frac{\Delta p_{wf}(t_{n}) \sum_{i=1}^{n-1} \Delta p_{1} \left(t_{i-\frac{1}{2}} \right) \left[q(t_{n} - t_{i-1}) - q(t_{n} - t_{i}) \right]}{q(t_{1})}$$
(15)

 Δp_{wf} vs t \rightarrow Δp_1 vs t

I.5 FUNCIÓN INFLUENCIA

Las características de la función influencia son:

FUNCION INFLUENCIA
$$\begin{cases} \Delta p_1 \ge 0\\ \Delta p_1' > 0\\ \Delta p_1'' < 0 \end{cases} \quad para \ todo \ \text{mod} \ elo \tag{16}$$

I.6 OBJETIVOS

El objetivo principal del presente estudio consiste en investigar las limitaciones en la aplicación de la función caída de presión normalizada $\Delta p/q$.

REVISION Y ANALISIS DE TRABAJOS PREVIOS

II.1 CONCEPTO DEL ÍNDICE DE PRODUCTIVIDAD RECÍPROCO

II.1.1 DEFINICIÓN

Este índice de productividad recíproco es la conceptualización de la pérdida de la presión por cada barril producido.

II.2 VERIFICACIÓN DEL CONCEPTO Δp/q EN PRUEBAS DE INCREMENTO Y DECREMENTO DE PRESIÓN

En 1955, Gladfelter-Tracy-Wilsey¹ utilizaron un método para corregir el efecto del almacenamiento en pruebas de incremento y decremento de presión. Gladfelter-Tracy-Wilsey¹ realizaron un anàlisis del incremento de presión para un pozo el cual ha estado produciendo a una gasto constante q para un tiempo t_{po} , cerrando el pozo de tal manera que el gasto decrementó constantemente desde un gasto q a través de gastos q_{sf} en tiempos de cierre t_D hasta que el gasto q_{sf} fue cero.. Estos autores no consideraron el efecto de descargado anular durante el estado de decremento incial. El resultado de su análisis fue una serie que quedo simplificada así:

$$(p_i - p_w) \left(\frac{q}{q - q_{sf}} \right) = \frac{m}{2.303} \left[\ln \frac{0.00634 \ kt_D}{\phi \mu c_t \ r_w^2} + 0.80907 + 2s \right]$$
(II.1)
donde

$$m = \frac{162.6 \ q \mu B}{kh}$$

Gladfelter-Tracy-Wilsey¹ establecieron que la estimación de respuesta de presión anterior puede usarse para corregir datos de incremento de presión por almacenamiento y producir valores de la pendiente del incremento m,

dentro de un 1% del valor del tiempo más largo alcanzado cuando el efecto del almacenamiento no fue muy importante.

11.3 VERIFICACIÓN DEL CONCEPTO Δp/q EN RESPUESTAS DE PRESIÓN TRANSITORIA RADIAL CON EFECTOS DE ALMACENAMIENTO Y DAÑO.

En 1976 Henry J. Ramey³, Jr., verificó el concepto de Gladfelter-Tracy-Wilsey¹⁰, para una geometría de flujo radial transitorio, con almacenamiento y daño.

Ramey³ primero obtuvo la respuesta de presión para un pozo produciendo a razón constante con efecto de almacenamiento y daño $p_{wd}(S,C_D, t_D)$; es decir se obtuvo la solución siguiente: (II.2)

$$L\{p_{wD}\} = \frac{K_o(\sqrt{p}) + s\sqrt{p}K_1(\sqrt{p})}{p\left[\sqrt{p}K_1(\sqrt{p}) + Cp\left\{K_o(\sqrt{p}) + s\sqrt{p}K_1(\sqrt{p})\right\}\right]}$$

Donde p es la variable s , de Laplace , s es el daño y C es el almacenamiento. Esta solución fue traída al tiempo real con el invertidor numérico de Stehfest (1970) obteniéndose la siguiente gráfica:



Figura II.1 presión contra tiempo adimensional con daños y almacenamientos

Inmediatamente Ramey³ resolvió la ecuación que representa el gasto de formación q_{SF} , como función del tiempo y con las mismas condiciones de frontera y su relación con el gasto q constante en la superficie:

$$\frac{q_{sf}}{q_s} = 1 - C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} \tag{II.3}$$

Obtuvo la siguiente solución :

$$\frac{q_{sf}}{q_s} = \frac{\sqrt{s} \quad K_1(\sqrt{s})}{S[C_D \quad S \quad K_o(\sqrt{s}) + \sqrt{s} \quad [C_D \quad S + 1]K_1(\sqrt{s})]}$$
(II.4)

Cuya representación por el convertidor numérico de Stehfest (1970) es:



Figura II.2 relación de q_{sf} y q contra el tiempo t_d, con igual almacenamiento y daño.

Finalmente Ramey³ verificó que el cociente, $p_{wD}/(q_{SF}/q)$ incrementando el valor del almacenamiento corregía al valor de la respuesta de presión para flujo radial con daño s=0 y sin almacenamiento asi:



Figura II.3 corrección de Gladfelter al aumentar el almacenamiento la curva corregida se aproxima a la solución radial de la presión sin almacenamiento.

Lo anterior estableció que el método de Gladfelter de graficar el índice de productividad recíproco contra el log t , tiene una base razonable para la variación del gasto de formación causado por el efecto del almacenamiento.

II.4 VERIFICACIÓN DEL CONCEPTO Ap/q POR WINESTOCK Y COLPITTS EN POZOS PRODUCTORES DE GAS, ACEITE Y AGUA.

En 1965, A.G. Winestock y G.P. Colpitts⁴ realizaron un estudio para yacimientos productores de gas, partiendo de la ecuación de Houpeurt :

$$p_i^2 - p_{wf}^2 = 1639 \frac{qT}{kh} \left\{ \log \frac{kt}{\phi \mu c_i r_w^2} - 3.23 + 0.87S' \right\} + Bq^2$$
(II.5)

Donde se puede observar el último término de turbulencia, Bq².

Al considerar variaciones en el gasto, Colpitts y Winestock⁴ derivaron un nuevo análisis el cual llamaron Método de Decremento Normalizado.

$$\frac{p_i^2 - p_{wf}^2 - Bq^2}{q(t)} = 1639 \frac{T}{kh} \left\{ \log \frac{kt}{\phi \mu c_i r_w^2} - 3.23 + 0.87S' \right\}$$
(II.6)

Así una gráfica de

$$\frac{p_i^2 - p_{wf}^2 - Bq^2(t)}{q(t)} \qquad \text{versus} \qquad \log(t) \tag{II.7}$$

Permite obtener una línea recta con una pendiente por ciclo logarítmico y así el producto kh puede ser calculado

$$kh = 1639 \frac{\mu zT}{m} \tag{II.8}$$

Después Colpitts y Winestock⁴ consideraron un pozo productor de aceite, produciendo a un gasto variable q(t) barriles por día desde un sistema infinito, isotrópico y homogéneo con viscosidad y compresibilidad constantes y ligeramente compresible. La variación de la caída de presión con el tiempo es :

$$p_{i} - p_{wf}(t) = \frac{70.6\mu}{kh} \int_{0}^{t} q(\tau) e^{-\frac{r_{w}^{2}}{4\eta(t-\tau)}} \frac{d\tau}{t-\tau}$$
(II.9)

Expandiendo el gasto como un polinomio y después como una potencia de, (t- τ) se tiene

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{70.6\mu}{kh} \sum_{i=0}^n \alpha_i \xi^i \quad \int_{\xi/t}^\infty \frac{e^{-x}}{x^{i+1}} dx \tag{II.10}$$

Además

$$p_{i} - p_{wf}(t) = \frac{70.6\mu}{kh} \left\{ q(t) \left[-E_{i}(-\frac{\xi}{t}) \right] + e^{-\frac{\xi}{t}} \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\alpha_{i}\xi^{i}}{1_{i}} \sum_{j=1}^{i} (-1)^{i+j} (j-1)! (t/\xi)^{j} \right] + E_{i}(-\frac{\xi}{t}) \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^{i+j}}{i!} \alpha_{i}\xi^{i} \right\}$$
(II.11)

Del lado derecho de la igualdad (II.11) los dos últimos términos son pequeños en comparación con el primero; por lo tanto se tiene la aproximación logarítmica :

$$\frac{p_i - p_{wf}(t)}{q(t)} = \frac{1412 \, .\mu}{kh} \left[\frac{1}{2} \left(\ln t_D + 0.809 \right) \right] \tag{II.12}$$

La cual es la ecuación de decremento normalizada para un flujo Darciano ligeramente compresible .

Su gráfica es una linea recta donde determinar una pendiente y así calcular la kh.

ANÁLISIS DE LA APROXIMACIÓN $\Delta p_D/q_D$

III.1 RESPUESTA DE PRESIÓN PARA GASTO VARIABLE

Supongamos en la integral de la convolución que el daño y el almacenamiento son cero, s=0, C=0

$$\Delta p_{wD} = \int_{0}^{t_D} \Delta \dot{p}_{1D}(t_D - \tau) q_D(\tau) d\tau$$
(17)

Así, también se supondrá que el gasto no es constante sino que en primera instancia depende linealmente del tiempo, es decir:

$$q_D = mt_D + b \tag{18}$$

Sí, la geometría de flujo es radial para la función influencia Δp_{1D} en la aproximación logarítmica y en variables adimensionales ó reales:

$$\Delta p_{D1}(t) = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] \tag{19}$$

derivando la ecuación (19) se tiene (ver apéndice A):

$$\Delta \dot{p}_{D1}(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{t_D} \tag{20}$$

Sí el flujo es lineal se tiene en variables adimensionales

$$\Delta p_{D1}(t) = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{-1}$$
 (21)

derivando la ecuación (21) se tiene (ver apéndice B):

$$\Delta \dot{p}_{D1}(t) = \frac{1}{\pi} t_D^{-1}$$
(22)

Para el flujo esférico se tiene (ver apéndice C):

$$\Delta p_{D1}(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} t_D^{-\frac{1}{2}}$$
(23)

У

$$\Delta p_{1D}'(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} t_D^{-\frac{3}{2}}$$
(24)

para flujo bilineal y su derivada en variables adimensionales se tiene a tiempos cortos (ver apéndice D):

$$\Delta p_{D1}(t) = \frac{2\sqrt{\pi}}{\left(k_f b_f\right)_D} \quad t_D^{\frac{1}{2}}$$
(25)

$$\Delta p'_{D1}(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\left(k_f b_f\right)_D} \quad t_D^{-\frac{1}{2}}$$
(26)

para flujo bilineal y su derivada en variables adimensionales se tiene en tiempos largos(ver apéndice D):

$$\Delta p_{D1}(t) = \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}}$$

$$\Delta p_{D1} = \frac{1}{4} - \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} - \frac{\frac{-3}{4}}{t_D^4}$$
(28)

Para flujo pseudoestacionario se tiene:

$$\Delta p_D = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$$
(29)

Por lo que derivando la ecuación (29) para obtener la derivada del flujo pseudoestacionario se tiene (ver apéndice E):.

$$\Delta p_D' = \frac{2}{r_{eD}^2} \tag{30}$$

III.2 MODELO CAÍDA DE PRESIÓN NORMALIZADA CON DECLINACIÓN LINEAL DEL GASTO

En general se tiene

$$\Delta p_{D} = \int_{0}^{t} q_{D}(\tau) \Delta p_{D1}(t_{D} - \tau) d\tau = \int_{0}^{t} q_{D}(t_{D} - \tau) \Delta p_{D1}(\tau) d\tau$$
(31)

$$si \quad q_D(t_D - \tau) = q_o + m_q(t_D - \tau) \tag{32}$$

$$\Delta p_{D} = \int_{0}^{t} q_{o} \Delta p_{1}'(\tau) d\tau + \int_{0}^{t} m_{q} t \Delta p_{1}'(\tau) d\tau - m_{q} \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{1}'(\tau) d\tau \qquad (33)$$

Integrando y haciendo $q_0=0$ se obtiene

$$\Delta p_D = 0 + m_q t_D \int_0^t \Delta p_1(\tau) d\tau - m_q \int_0^t \tau \Delta p_1(\tau) d\tau$$
(34)

Dividiendo entre q(t)

$$\frac{\Delta p_{D}}{q_{D}(t)} = \frac{m_{q}t_{D}\int_{0}^{t} \Delta p_{1}'(\tau)d\tau}{m_{q}t_{D}} - \frac{m_{q}\int_{0}^{t} \tau \Delta p_{1}'(\tau)d\tau}{m_{q}t_{D}} = \Delta p_{D1} - I(t_{D} \Delta p_{D1}')$$
(35)

Donde

$$I(t_{D} \Delta p'_{D1}) = \frac{1}{t_{D}} \int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau$$
(36)

III.3 RESPUESTA DE PRESIÓN CON DECLINACIÓN LINEAL DEL GASTO

Resolviendo la ecuación (35) al utilizar la función influencia para flujo radial y su derivada, se tiene:



$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] - \frac{1}{2}$$
(37)

Figura III.1 Esta gráfica corresponde a la ecuación (37) para la caída de presión normalizada con flujo radial y declinación lineal del gasto

También se resuelve la ecuación (35) utilizando la función influencia para flujo lineal y su derivada, obteniendo:

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \quad \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}}$$
(38)



Figura III.2 Esta gráfica corresponde a la ecuación (38) para la caída de presión normalizada para flujo lineal y declinación lineal del gasto

Además sustituyendo la función influencia para flujo esférico y su derivada

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}}$$
(39)

en la ecuación (35) se tiene:



Figura III.3 Esta gráfica corresponde a la ecuación (39) para la caída de presión normalizada con flujo esférico y declinación lineal del gasto

Y sustituyendo la función influencia para flujo bilineal y su derivada en la ecuación (35) se tiene para tiempos cortos:



Figura III.4 caída de presión normalizada para flujo bilinal a tiempos cortos y declinación lineal del gasto, ecuación (40)

Así como también la función influencia para flujo bilineal y su derivada en la ecuación (35) se tiene para tiempos largos:



Figura III.5 caída de presión normalizada para flujo bilineal a tiempos largos y declinación lineal del gasto, ecuación (41)

Y sustituyendo la función influencia para flujo pseudoestacionario y su derivada en la ecuación (35) se tiene :

.

$$\frac{\Delta p_{D}}{q_{D}(t_{D})} = \frac{2t}{r_{eD}^{2}} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} - \frac{t}{r_{eD}^{2}} = (42)$$
$$= \frac{t}{r_{eD}^{2}} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$$

III.4 MODELO CAIDA DE PRESIÓN NORMALIZADA CON DECLINACIÓN CUADRÀTICA DEL GASTO

En general se tiene

$$\Delta p_{D} = \int_{0}^{t_{D}} q(\tau) \Delta p_{D1}'(t_{D} - \tau) d\tau = \int_{0}^{t_{D}} q(t_{D} - \tau) \Delta p_{D1}'(\tau) d\tau$$
(43)

si
$$q(t_D - \tau) = a (t_D - \tau)^2 - b(t_D - \tau) + c$$
 (44)

$$\begin{split} \Delta p_{D} &= \int_{0}^{t} at^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau - \int_{0}^{t} 2at\tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + \int_{0}^{t} a\tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau - \int_{0}^{t} bt \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + \int_{0}^{t} b\tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + \\ &+ \int_{0}^{t} c\Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau = \\ &= at^{2} \int_{0}^{t} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau - 2at \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + a \int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau - bt \int_{0}^{t} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + b \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + \\ &+ c \int_{0}^{t} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau = \\ &= at^{2} \Delta p_{D1}(\tau) - 2at \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + a \int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau - bt \Delta p_{D1}(\tau) + b \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + c\Delta p_{D1}(\tau) = \\ &= at^{2} \Delta p_{D1}(\tau) - bt \Delta p_{D1}(\tau) + c\Delta p_{D1}(\tau) - 2at \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + a \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + b \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + c\Delta p_{D1}(\tau) + c\Delta p_{D1}(\tau) - 2at \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + a \int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + b \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau = \\ \Delta p_{D} = at^{2} \Delta p_{D1}(\tau) - bt \Delta p_{D1}(\tau) + c\Delta p_{D1}(\tau) - (2at - b) \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + a \int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + a \int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + a \int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + b \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + b \int_{0}^{t} \tau$$

Dividiendo entre $q_D(t)=at^2-bt+c$ la ecuación (45) se tiene

$$\frac{\Delta p_{D}}{q_{D}(t)} = \frac{at^{2} - bt + c}{at^{2} - bt + c} \Delta p_{D1}(\tau) - \frac{(2at - b)\int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau}{at^{2} - bt + c} + \frac{a\int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau}{at^{2} - bt + c} = \frac{\Delta p_{D}}{q_{D}(t)} = \Delta p_{D1}(t_{D}) - \frac{(2at - b)}{at^{2} - bt + c} \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau + \frac{a}{at^{2} - bt + c} \int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{D1}^{'}(\tau) d\tau =$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \Delta p_{D1}(t_D) - \frac{1}{at_D^2 - bt_D + c} \left((2at_D - b) \int_0^t \tau \Delta p_{D1}'(\tau) d\tau - a \int_0^t \tau^2 \Delta p_{D1}'(\tau) d\tau \right)$$
(46)

III.5 RESPUESTA DE PRESIÓN CON DECLINACIÓN CUADRÁTICA DEL GASTO

Si la geometría de flujo es radial obtenemos para la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) (ver apéndice A):

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t_D)} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] - \left[\frac{1}{4} \frac{\left(3at_D^2 - 2bt_D \right)}{at_D^2 - bt_D + c} \right]$$
(47)

Si la geometría de flujo es lineal obtenemos para la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) (ver apéndice B):

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t_D)} = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} \quad -\left[\frac{1}{3} \frac{\left(2at_D^2 - bt_D\right)}{at_D^2 - bt_D + c} - \frac{1}{5} \frac{at_D^2}{at_D^2 - bt_D + c}\right] \quad \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} \tag{48}$$

Si la geometría de flujo es bilineal para tiempos largos obtenemos la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) (ver apéndice D):

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t_D)} = \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \quad -\frac{1}{5} \frac{(2at_D - b)t_D}{at_D^2 - bt_D + c} \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{9} \frac{at_D^2}{at_D^2 - bt_D + c} \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \tag{49}$$

Si la geometría de flujo es esférica obtenemos la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) (ver apéndice C):

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t_D)} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(2at_D - b)}{at_D^{-2} - bt_D + c} \quad t_D^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{3} \frac{a}{at_D^{-2} - bt_D + c} \quad t_D^{\frac{3}{2}} \tag{50}$$

Si la geometría de flujo es pseudoestacionario obtenemos la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) (ver apéndice E):

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + \frac{1}{r_{eD}^2 \left(at_D^2 - bt_D + c\right)} \left[bt_D^2 + 2at_D^3 \left(\frac{1}{3} - 1\right)\right]$$
(50*A*)

III.6 DATOS DE HISTORIAS DE PRODUCCION DE CAMPOS PRODUCTORES DE ACEITE

Fueron seleccionados aleatoriamente los campos San Ramón, Cinco Presidentes de la Región Sur y Abkatun de la Región Marina, con el objetivo de observar las declinaciones del gasto contra el tiempo en cada pozo.

Se graficaron los datos de gasto contra tiempo de 75 pozos del campo San Ramón como se muestra en la gráfica III.6.1



Figura III.6.1 gráfica de gasto contra tiempo típica del campo San Ramón (San Ramón 1 A)

y se realizaron los ajustes de los datos de acuerdo a las expresiones analíticas, lineal, cuadrática, exponencial, potencial, logarítmica y cúbica, como se muestra en las siguientes figuras:



Figura III.6.2 ajuste lineal de los datos (San Ramón 1 A)



Figura III.6.3 ajuste cuadrático de los datos (San Ramón 1 A)



Figura III.6.4 ajuste exponencial de los datos (San Ramón 1 A)



Figura III.6.5 ajuste potencial de los datos (San Ramón 1 A)



Figura III6.6 ajuste logarítmico de los datos (San Ramón 1 A)



Figura III.6.7 ajuste cúbico de los datos (San Ramón 1 A)

Como se observa en las gráficas anteriores se incluyó , la prueba R^2 de Pearson, que permite determinar la discrepancia menor entre los datos del pozo y el ajuste de estos.

También se graficaron y ajustaron 102 pozos del campo Cinco Presidentes de la Región Sur ; se revisaron 55 pozos del campo Abkatun de la Región Marina y del campo Jujo de la Región Sur.

El objetivo fue comprobar y determinar la exactitud de los signos de la declinación cuadrática del gasto, $q_D(t)=at^2+bt+c$.

III.7 MODELO DE LA CAIDA DE PRESIÓN NORMALIZADA CON DECLINACIÓN CUADRÁTICA DEL GASTO EN VARIABLES REALES

Si la geometría de flujo es radial se obtiene para la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) en variables reales :

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \frac{0162.6B\mu}{kh} \left[(0.4343)\ln t + (0.4343)\ln \frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} - 3.2275 \right] - \left[\frac{1}{4} \frac{(3at^2 - 2bt)}{at^2 - bt + c} \right]$$
(51)

Si la geometría de flujo es lineal se obtiene para la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) en variables reales :

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \frac{1625B\mu}{A(k\phi\mu\epsilon_t)^2} \quad t^{\frac{1}{2}} - \left[\frac{1}{3}\frac{(2at^2 - bt)}{at^2 - bt + c} - \frac{1}{5}\frac{at^2}{at^2 - bt + c}\right] \quad \left(\frac{1625B\mu}{A(k\phi\mu\epsilon_t)^2}\right) \quad t^{\frac{1}{2}} \tag{52}$$

Si la geometría de flujo es esférica se obtiene para la relación de la caída de presión normalizada al integrar la ecuación (46) en variables reales :

~

$$\frac{\Delta p_{D}}{q_{D}(t)} = \frac{\alpha q \mathcal{R} \mu}{k r_{w}} - \frac{\alpha q \mathcal{R} t^{\frac{3}{2}}(\phi_{c_{i}})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi \beta k^{\frac{3}{2}}}} t^{\frac{-1}{2}} - \left(\frac{\alpha q \mathcal{R} t^{\frac{3}{2}}(\phi_{c_{i}})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi \beta k^{\frac{3}{2}}}}\right) \frac{(2at-b)}{at^{2}-bt+c} t^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{\alpha q \mathcal{R} t^{\frac{3}{2}}(\phi_{c_{i}})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi \beta k^{\frac{3}{2}}}}\right) \frac{1}{3} \frac{a}{at^{2}-bt+c} t^{\frac{3}{2}}$$
(53)

Al despejar de la ecuación (51) la geometría radial se tiene

.

$$\frac{\Delta p}{q(t)} + \left[\frac{1}{4}\frac{(3at^2 - 2bt)}{at^2 - bt + c}\right] = \frac{0162.6B\mu}{kh} \left[(0.4343)\ln t + (0.4343)\ln \frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} - 3.2275 \right]$$
(54)

También al despejar de la ecuación (52) la geometría lineal se tiene

$$\frac{\frac{\Delta p}{q(t)}}{\left[1 - \left[\frac{1}{3}\frac{(2at^2 - bt)}{at^2 - bt + c} - \frac{1}{5}\frac{at^2}{at^2 - bt + c}\right]\right]} = \frac{16.25B\mu}{A(k\phi\mu c_t)^{\frac{1}{2}}} t^{\frac{1}{2}}$$
(55)

Además despejando de la ecuación (53) la geometría de flujo esférica se obtiene la siguiente aproximación

$$\frac{\Delta p}{q(t)} + \frac{\alpha q B \mu^{\frac{3}{2}}(\phi c_t)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi\beta}} \left[+ \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} t^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{a}{at^2 - bt + c} t^{\frac{3}{2}} \right] \cong \frac{\alpha q B \mu}{kr_w} - \frac{\alpha q B \mu^{\frac{3}{2}}(\phi c_t)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi\beta} k^{\frac{3}{2}}} t^{\frac{-1}{2}}$$
(56)

III.8 DATOS DE PRESIÓN Y GASTOS DE POZOS PRODUCTORES DE ACEITE

Se revisaron los datos de presión y gastos del campo Sen en el mesozoico de la Región Sur.

Y puesto que la ecuación (46) del modelo de la caída de presión normalizada requiere conocer el ajuste cuadrático de la declinación del gasto, se utilizaron para los tiempos t (en horas), los gastos y presiones correspondientes para obtener la expresión siguiente:



 $q = -3E - 06t^{2} + 0.194t - 3431.3$ R2 = 0.8024(57)

Figura III.8.1 campo Sen, ajuste del gasto para determinar a, b, c.



Figura III.8.2 campo Sen, ajuste de la presión.

Ahora, con los coeficientes a,b,c, de la ecuación (57) de ajuste de la declinación cuadrática del gasto y los promedios de los parámetros del campo Sen en cualquier tiempo, se grafican las ecuaciones (51), (52) y(53).

alfa(r)=	141.2
alfa(L)=	887.2
alfa(esf)=	70.6
beta=	2.64E-04
mu (cp)=	0.265
ct (1/psi)=	3.00E-05
Bo=	3.15
k (md)=	1700
h (PIES)=	204.63
L (pies)=	3000
b (PIES)=	1500
rw (pies)=	0.416
porosidad=	0.05087253
a=	-3.00E-06
b=	1.94E-01
C=	-3.43E+03
Table III 8 1	narámetros del compo Son

Tabla III.8.1 parametros del campo Sen

Es decir, la figura III.8.3 es la gráfica de

$$\frac{\Delta p}{q(t)} + \left[\frac{1}{4}\frac{(3at^2 - 2bt)}{at^2 - bt + c}\right] \qquad Vs \quad \log(t) \tag{58}$$

Y la función f(t) es la discrepancia analítica



 $f(t) = \left[\frac{1}{4} \frac{\left(3at^2 - 2bt\right)}{at^2 - bt + c}\right]$

Figura III.8.3 caída de presión normalizada _radial contra log (t).

Y la figura III.8.4 es la gráfica de

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = Vs \quad \sqrt{t} \quad (59)$$

$$\left[1 - \left[\frac{1}{3} \frac{(2at^2 - bt)}{at^2 - bt + c} - \frac{1}{5} \frac{at^2}{at^2 - bt + c}\right]\right]$$

Donde la función f(t) es el término

$$f(t) = \left[1 - \left[\frac{1}{3} \frac{(2at^2 - bt)}{at^2 - bt + c} - \frac{1}{5} \frac{at^2}{at^2 - bt + c}\right]\right]$$



Figura III.8.4 caída de presión normalizada _lineal contra raiz (t).

Y la figura III.8.5 es la gráfica de

$$\frac{\Delta p}{q(t)} + \frac{\alpha q B \mu^{\frac{3}{2}} (\phi_c)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi \beta}} \left[+ \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} t^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{a}{at^2 - bt + c} t^{\frac{3}{2}} \right] \qquad Vs = \frac{1}{\sqrt{t}}$$
(60)

Donde la función f(t) es el término

$$f(t) = \frac{\alpha q B \mu^{\frac{3}{2}}(\phi c_t)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi \beta}} \left[+ \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} t^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{a}{at^2 - bt + c} t^{\frac{3}{2}} \right]$$



Figura III.8.5 caída de presión normalizada _esférico contra 1/raiz (t).

Las gráficas III.8.3,4,5 muestran que para el caso real del campo Sen, las aproximaciones de la caída de presión normalizada de las geometrías graficadas contra alguna función del tiempo t, se comportan linealmente.

A continuación se substituirán en las ecuaciones (58), (59) y (60) las caídas de presión Δp (psi) del campo Sen, sus correspondientes gastos q(t) (bls/d) en los tiempos (hrs) medidos con los coeficientes a,b,c de la ecuación (57) y se graficarán estas, en función del log(t), RAIZ(t) y 1/RAIZ(t) respectivamente:



Figura III.8.6 caída de presión normalizada _radial contra log(t).



Figura III.8.7 caída de presión normalizada _esférica contra 1 / raiz (t).



Y para el caso lineal

Figura III.8.8 caída de presión normalizada_lineal contra raiz (t) del campo Sen.

El ajuste de los datos de presión Δp contra la función del tiempo t, en las figuras III8.6, III.8.7 y III.8.8 para el campo Sen , permiten afirmar que en el rango de tiempo considerado la geometría de flujo de la caída de presión normalizada que domina es la radial porque la prueba de R² es la mayor.

La caída de presión normalizada	R^2
LINEAL	0.8448
RADIAL	0.9714
ESFÉRICO	0.8374

Tabla III.8.2 prueba r² para el campo sen.

Otro ejemplo es el pozo productor de aceite Jujo-5 del campo Jujo en el Mesozoico de la Región Sur. Se consideraron los siguientes datos de presión Δp (psi), sus correspondientes gastos q(t) (bls/d) en los tiempos t (hrs) medidos.

q (bls/d)	dp (psi)	t (hrs)
4869	2120.202	23040
4656	4025.682	25200
4055	5106.402	27360
3807	4281.642	28800
3312	5092.182	30240
2149	4978.422	30960

Tabla III.8.3 pozo jujo-5, gastos, caídas de presión y tiempos.

Con estos gastos y tiempos se determinó la siguiente declinación cuadrática del gasto:



Figura III.8.9 declinación cuadrática del gasto del pozo jujo-5.

De donde

Pozo	Jujo-5
А	-4E-05
В	2.1203
С	20316

Tabla III.8.4 coeficientes a,b,c de la declinación cuadrática del gasto del pozo jujo-5.

Sustituyendo los valores de las tablas III.8.3 y III.8.4 en las ecuaciones (58),(59) y (60) se obtienen las siguientes gráficas.


Para el caso del flujo caída de presión normalizada _lineal

Figura III.8.10 caída de presión normalizada_lineal contra raiz (t) del pozo jujo-5.



Para el caso del flujo caída de presión normalizada _radial

Figura III.8.11 caída de presión normalizada _radial contra log (t) del pozo jujo-5.

 $\begin{array}{c} \begin{array}{c} 3 \\ y = -1651.7x + 11.238 \\ R^2 = 0.7998 \end{array}$

Para el caso del flujo caída de presión normalizada _esférico

Figura III.8.12 caída de presión normalizada _esférico contra 1/raiz (t) del pozo jujo-5.

El ajuste de los datos de presión Δp contra la función del tiempo t, en las figuras III8.8, III.8.9 y III.8.10 para el pozo Jujo-5, permiten afirmar que en el rango de tiempo considerado la geometría de flujo de la caída de presión normalizada que domina es la lineal porque la prueba de R² es la mayor.

La caída de presión normalizada	R^2	
LINEAL	0.815	
RADIAL	0.12	
ESFÉRICO	0.799	

Tabla III.8.5 prueba r² para el pozo jujo-5.

Otro ejemplo es el pozo Jujo-9 que pertenece al campo Jujo, en el Mesozoico de la Región Sur. Se presenta la siguiente tabla III.8.6, que contiene los siguientes datos de presión Δp (psi), sus correspondientes gastos q(t) (bls/d) en los tiempos t (hrs) medidos.

q (bls/d)	dp	t (hrs)
2256.50706	23.1786	840
2615.9481	38.5362	1560
3634.48374	81.1962	2304
2805.34	90.297	4512
2711.23348	249.1344	5976
2523.02383	316.6794	10320
2472.74103	572.355	11064
2778.77523	463.572	13992
2748.73	568.089	19824
2650.42339	618.9966	21288
2648.09	607.4784	25704

Tabla III.8.6 pozo jujo-9, gastos, caídas de presión y tiempos.

Con estos gastos y tiempos se determinó la siguiente declinación cuadrática del gasto:



Figura III.8.13 declinación cuadrática del gasto del pozo jujo-9.

De donde

Pozo	Jujo-9
А	4E-06
b	-0.1233
С	3523.1

Tabla III.8.7 coeficientes a,b,c de la declinación cuadrática del gasto del pozo jujo-9.

Sustituyendo los valores de las tablas III.8.3 y III.8.4 en las ecuaciones (58),(59) y (60) se obtienen las siguientes gráficas.

Para el caso flujo de la caída de presión normalizada _lineal



Figura III.8.14 caída de presión pormalizada _lineal contra raíz (t) del pozo jujo-9.

Para el caso flujo de la caída de presión normalizada _radial



Figura III.8.15 caída de presión normalizada _radial contra log (t) del pozo jujo-9.



Para el caso flujo de la caída de presión normalizada _esférica

Figura III.8.16 caída de presión normalizada esférica contra 1/raiz (t), del pozo jujo-9.

El ajuste de los datos de presión Δp contra la función del tiempo t, en las figuras III8.14, III.8.15 y III.8.16 para el pozo Jujo-9, permiten afirmar que en el rango de tiempo considerado la geometría de flujo de la caída de presión normalizada que domina es la lineal porque la prueba de R² es la mayor.

La caída de presión normalizada	R^2	
LINEAL	0.89	
RADIAL	0.84	
ESFÉRICO	0.72	

Tabla III.8.8 prueba r² para el pozo jujo-9.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Éste capítulo tiene como objetivo analizar las soluciones analíticas obtenidas en el capítulo anterior; se mencionan primeramente los resultados que se obtuvieron con:

IV.1. RESULTADOS DE Ap/q CON DECLINACIÓN LINEAL DEL GASTO

La diferencia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo radial con un gasto lineal y la geometría de flujo radial misma, se observa en la siguiente gráfica, de acuerdo a las expresiones

$$\Delta p_D = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] \quad (37A) \qquad \qquad \frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] - \frac{1}{2} \tag{37}$$

analíticas:





La diferencia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo lineal con una declinación del gasto lineal y la geometría de flujo lineal misma se observa en la siguiente gráfica de acuerdo a las diferencias analíticas:

$$\Delta p_D = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} \tag{38A}$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \quad \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}}$$
(38)





La diferencia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo esférica con una declinación del gasto lineal y la geometría de flujo esférica misma se observa en la siguiente gráfica, de acuerdo a las diferencias analíticas:

$$\Delta p_D = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} \tag{39A}$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-1} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-1}$$
(39)



Figura IV.3 aproximación de la caída de presión normalizada para flujo esférico y declinación lineal del gasto

La diferencia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo bilineal con una declinación del gasto lineal y la geometría de flujo bilineal misma se observa en la siguiente gráfica, de acuerdo a las diferencias analíticas:

$$\Delta p_{D} = \frac{2.54}{\sqrt{k_{f}b_{f}}} \quad t_{D}^{\frac{1}{4}} \tag{41A}$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \quad -\frac{1}{(5)} \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} = \frac{4}{(5)} \quad \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \tag{41}$$





IV.2. RESULTADOS DEL ANALISIS DE LOS DATOS DE CAMPO

Se utilizaron los datos de producción contra el tiempo de 75 pozos del campo San Ramón, 91 pozos del campo Cinco Presidentes de la Región Sur y 55 pozos del campo Abkatun de la Región Marina como se muestra en las figuras III.6.1 y IV.2.1.



Figura III.6.1 gráfica de gasto contra tiempo típica del campo San Ramón (San Ramón 1 A)



Figura IV.2.1 gráfica de gasto contra tiempo típica del campo Abkatun (Abkatun 5)

El ajuste de los datos de producción contra tiempo del campo San Ramón muestran que el 66% de los pozos al considerar un ajuste cuadrático $q_D(t)=at^2+bt+c$ el signo del coeficiente b, es negativo, el campo Abkatun muestra que en el 46% de los pozos el signo del coeficiente b, es negativo y el

campo Cinco Presidentes muestra que en el 72.5% de los pozos el signo del coeficiente b, es negativo. Las figuras IV.2.2, IV.2.3 y IV.2.4 ilustran esto:



Figura IV.2.2 ajuste de gasto contra tiempo del pozo abkatun72



Figura IV.2.3 ajuste de gasto contra tiempo del pozo cinco presidentes 215



Figura IV.2.4 ajuste de gasto contra tiempo del pozo san ramon 38

La tabla IV.2.1 muestra la estadística de los signos de los coeficientes de la supuesta declinación cuadrática del gasto $q_D(t)=at^2+bt+c$

CAMPO	-b	-a	+c
CINCO	72.5%	27.5%	100%
PRESIDENTES			
ABKATUN	46%	54%	100%
SAN RAMON	66%	34%	100%

Tabla IV.2.1 estadística de los coeficientes ,a,b,c.

De la tabla IV.2.1 se concluye que la declinación cuadrática del gasto debe considerar al coeficiente b negativo y al coeficiente a positivo, es decir $q_D(t)=at^2-bt+c$.

Simultanéamente, en todos los pozos (221 pozos) se realizaron aparte del ajuste cuadrático los ajustes exponencial, potencial, logarítmico, lineal y cúbico.

La prueba de Pearson al cuadrado, R^2 fue crucial para determinar que la declinación natural corresponde a la declinación cuadrática de la forma $q_D(t)=at^2-bt+c$.

El caso en el que el coeficiente, a es negativo corresponde a una declinación cuadrática $q_D(t)$ = - at²+bt+c, que contiene las intervenciones realizadas al pozo, como puede ser observado en los datos (ver apéndice F).

Una prueba adicional se realizó ordenando los datos de producción de cualquier pozo (por ejemplo el pozo Cinco Presidentes 28d). Como se observa en la figura IV.2.5 los picos representan los máximos inmediatos a las reparaciones o intervenciones al pozo en distintos tiempos.



Figura IV.2.5 ajuste de gasto contra tiempo del pozo cinco presidentes. 28d

Ordenando los datos de manera descendente, obtenemos la producción total pero ignoramos la distribución en el tiempo de las intervenciones al pozo como se observa en la figura IV.2.6



Figura IV.2.6 datos ordenados descendentes del pozo cinco presidentes. 28d

Ahora repetimos los ajustes para observar uno distinto al ajuste cuadrático encontrado por la prueba R^2 , así:



Figura IV.2.7.ajuste cuadrático del pozo cinco presidentes. 28d



Figura IV.2.8.ajuste exponencial del pozo cinco pres. 28d



Figura IV.2.9. ajuste potencial del pozo cinco presidentes. 28d



Figura IV.2.10.ajuste lineal del pozo cinco presidentes. 28d

Las gráficas muestran que el ajuste cuadrático discrepa menos de los datos de producción, conservando que la declinación natural corresponde a una declinación de la forma $q_D(t)=at^2-bt+c$.

La relación de la caída de presión normalizada con una declinación cuadrática del gasto es la ecuación (46)

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \Delta p_{D1}(t_D) - \frac{1}{at_D^2 - bt_D + c} \left((2at_D - b) \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau - a \int_0^t \tau^2 \Delta p_{D1}(\tau) d\tau \right)$$
(46)

Esta requiere su evaluación considerando los valores de los coeficiente a,b,c, promedios de los tres distintos campos de acuerdo a la siguiente tabla IV.2.2

Campo	а	b	C
Cinco Presidentes	4.7E-5	0.872595	9844.52
Abkatun	7.7E-8	0.008788	455E03
San Ramón	3E-3	0.5907	10.

Tabla IV.2.2 promedio de los coeficientes ,a,b,c.

Estos valores fueron sustituidos en la relación de coeficientes de la ecuación (46A)

$$\frac{(2at_D - b)}{at_D^2 - bt_D + c} \tag{46A}$$

Así al variar el tiempo adimensional, t_D se obtuvo la siguiente lista IV.2.1 parcial (ver lista completa en el Apéndice F)

VALORES	TD	VALORES	TD
-1.92863E-05	1	2.5E-24	8E+23
-1.92863E-05	2	2.22222E-24	9E+23
-1.92864E-05	3	2E-24	1E+24
-1.92864E-05	4	1E-24	2E+24
-1.92864E-05	5	6.66667E-25	3E+24
-1.92865E-05	6	5E-25	4E+24
-1.92865E-05	7	4E-25	5E+24
-1.92865E-05	8	3.33333E-25	6E+24
-1.92866E-05	9	2.85714E-25	7E+24
-1.92866E-05	10	2.5E-25	8E+24

Lista IV.2.1 valores de (46 a) variando t_d

Como se observa en la lista los valores de la ecuación (46 A) descienden a valores pequeños cuando t_D varía a valores grandes.

IV.3. RESULTADOS DE Ap/q CON DECLINACIÓN CUADRÁTICA DEL GASTO

La discrepancia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo radial con una declinación cuadrática del gasto y la geometría de flujo radial misma se observa en la siguiente gráfica de acuerdo a las expresiones analíticas:

$$\Delta p_D = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] \tag{37.4}$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] - \left[\frac{1}{4} \frac{(3at^2 - 2bt)}{at^2 - bt + c} \right]$$
(47)



Figura IV.3.1 aproximación de la caída de presión normalizada para flujo radial y declinación cuadrática del gasto

La discrepancia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo lineal con una declinación cuadrática del gasto y la geometría de flujo lineal misma se observa en la siguiente gráfica de acuerdo a las expresiones analíticas:

$$\Delta p_D = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} \tag{38A}$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} \quad -\left[\frac{1}{3} \frac{(2at^2 - bt)}{at^2 - bt + c} - \frac{1}{5} \frac{at^2}{at^2 - bt + c}\right] \quad \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} \tag{48}$$



Figura IV.3.2 aproximación de la caída de presión normalizada para flujo lineal y declinación cuadrática del gasto

La discrepancia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo esférico con una declinación cuadrática del gasto y la geometría de flujo esférica misma se observa en la siguiente gráfica de acuerdo a las expresiones analíticas:

$$\Delta p_D = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} \tag{39A}$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{\frac{-1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} \quad t_D^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{3} \frac{a}{at^2 - bt + c} \quad t_D^{\frac{1}{2}}$$
(50)



Figura IV.3.3 aproximación de la caída de presión normalizada para flujo esférico y declinación cuadrática del gasto

La discrepancia entre la relación de la caída de presión normalizada para una geometría de flujo bilineal con una declinación cuadrática del gasto y la geometría de flujo bilineal misma se observa en la siguiente gráfica de acuerdo a las expresiones analíticas:

$$\Delta p_D = \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \tag{41A}$$

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \quad -\frac{1}{5} \frac{(2at-b)t}{at^2 - bt + c} \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{9} \frac{at^2}{at^2 - bt + c} \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \tag{49}$$



Figura IV.8 aproximación de la caída de presión normalizada para flujo bilineal y declinación cuadrática del gasto

La discrepancia de la relación de la caída de presión normalizada con cualquier geometría de flujo y con declinación cuadrática del gasto es menor que con declinación lineal del gasto como se observa en las siguientes tablas

TD	NORMALIZADA_Radial	Flujo radial
1	4.05E-01	4.05E-01
2	7.52E-01	7.51E-01
3	9.55E-01	9.54E-01
4	1.10E+00	1.10E+00
5	1.21E+00	1.21E+00
6	1.30E+00	1.30E+00
7	1.38E+00	1.38E+00
8	1.45E+00	1.44E+00
9	1.51E+00	1.50E+00
10	1.56E+00	1.56E+00
		0

Tabla IV.3.1 de la caída de presión normalizada con declinación cuadrática del gasto

TD	Normalizada_Radial	Flujo Radial
1	-9.55E-02	4.05E-01
2	2.51E-01	7.51E-01
3	4.54E-01	9.54E-01
4	5.98E-01	1.10E+00
5	7.09E-01	1.21E+00
6	8.00E-01	1.30E+00
7	8.77E-01	1.38E+00
8	9.44E-01	1.44E+00
9	1.00E+00	1.50E+00
10	1.06E+00	1.56E+00
Tabla IV.3.2 de	la caída de presión normalizada con dec	linación lineal del gasto

La tabla IV.3.1 muestra una discrepancia entre la aproximación de la caída de presión normalizada y la geometría radial misma de centésimas con una declinación cuadrática del gasto y la tabla IV.3.2 muestra una discrepancia mucho mayor de centésimas con una declinación lineal del gasto.

Analógamente para cualquier otra geometría, significando con esto que la aproximación de la caída de presión normalizada con una declinación cuadrática del gasto, estima adecuadamente la geometría de flujo misma que se trate. En síntesis se puede considerar la ecuación (46) un estimador de la respuesta de presión con gasto variable.

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = \Delta p_{D1}(t_D) - \frac{1}{at_D^2 - bt_D + c} \left((2at_D - b) \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau - a \int_0^t \tau^2 \Delta p_{D1}(\tau) d\tau \right)$$
(46)

IV.4. RESULTADOS DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS DE HISTORIAS DE PRODUCCION.

El considerar una declinación cuadrática del gasto en la ecuación de convolución (17) condujo a revisar 232 pozos de distintos campos. El análisis estadístico determinó que la declinación natural de los pozos productores es cuadrática de la forma:

 $q_D(t)=at^2-bt+c$

y la declinación de los pozos con intervenciones es de la forma:

$$q_D(t) = -at^2 + bt + c$$

Se confirmó esto con la prueba R² para todos los casos.

IV.5. RESULTADOS DEL MODELO DE LA CAÍDA DE PRESIÓN NORMALIZADA CON DECLINACIÓN CUADRÁTICA DEL GASTO EN VARIABLES REALES

La ecuación (46) que está en variables adimensionales es convertida para toda geometría de flujo en variables reales obteniéndose las siguientes expresiones analíticas.

$$\frac{\Delta p}{q(t)} + \left[\frac{1}{4} \frac{(3at^2 - 2bt)}{at^2 - bt + c}\right] = \frac{0162.6B\mu}{kh} \left[(0.4343)\ln t + (0.4343)\ln \frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} - 3.2275 \right]$$
(54)

$$\frac{\frac{\Delta p}{q(t)}}{\left[1 - \left[\frac{1}{3}\frac{(2at^2 - bt)}{at^2 - bt + c} - \frac{1}{5}\frac{at^2}{at^2 - bt + c}\right]\right]} = \frac{16.25 B\mu}{A(k\phi\mu c_t)^{\frac{1}{2}}} t^{\frac{1}{2}}$$
(55)

$$\frac{\Delta p}{q(t)} + \frac{\alpha q B \mu^{\frac{3}{2}}(\phi c_{t})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi \beta}} \left[+ \frac{(2at-b)}{at^{2}-bt+c} t^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{a}{at^{2}-bt+c} t^{\frac{3}{2}} \right] \cong \frac{\alpha q B \mu}{kr_{w}} - \frac{\alpha q B \mu^{\frac{3}{2}}(\phi c_{t})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi \beta} k^{\frac{3}{2}}} t^{\frac{-1}{2}}$$
(56)

Se reconocen del lado derecho de estas igualdades las geometrías de flujo mismas, por lo que se preguntó en el capítulo III.8, ¿ las gráficas del lado izquierdo de éstas ecuaciones contra alguna función del tiempo son lineas rectas ?.

Efectivamente las gráficas III.8.3,4,5 muestraron que para el caso real del campo Sen , las aproximaciones de la caída de presión normalizada de las geometrías graficadas contra alguna función del tiempo t, se comportan linealmente.

Esto permite afirmar que las aproximaciones con la caída de presión normalizada son gráficas especializadas.

Para comprobar esto se utilizaron gasto, caídas de presiones y tiempos del campo Sen, del pozo Jujo-5 y el pozo Jujo-9. Se graficaron cada conjunto de datos con las ecuaciones (58), (59) y (60).

Para el campo Sen, las gráficas III.8.6, III.8.7 y III.8.8 ilustran que los datos se distribuyen con tendencias lineales por lo que se cuestionó lo siguiente : ¿Cual de estas tendencias es la más lineal ?.

Esta pregunta fue resuelta estadísticamente por la prueba R^2 como se observa en la tabla III.8.2.

La caída de presión normalizada	\mathbb{R}^2	
LINEAL	0.8448	
RADIAL	0.8514	
ESFÉRICO	0.8374	

Tabla IV.5.1 prueba r^2 para el campo sen.

Por lo que la geometría de Flujo de la caída de presión normalizada que domina en el rango de tiempo considerado (5053 hrs.) es la **RADIAL**.

Analogamente para los datos del Pozo Jujo-5

La caída de presión normalizada	\mathbb{R}^2	
LINEAL	0.815	
RADIAL	0.12	
ESFÉRICO	0.79	

Tabla IV.5.2 prueba r² para el pozo jujo-5.

Por lo que la geometría de Flujo de la caída de presión normalizada que domina en el rango de tiempo considerado (7920 hrs.) es la LINEAL.

Un estudio realizado por Pemex Exploración y Producción, muestra a través del sistema Pansystem que la geometría de flujo que domina en el pozo Jujo-5 es la geometría lineal, la siguiente gráfica IV.9 muestra éste resultado



Figura IV.9 resultado de pemex en el pozo jujo-5 como flujo lineal

Analogamente para los datos del pozo Jujo-9.

La caída de presión normalizada	R^2	
LINEAL	0.89	
RADIAL	0.84	
ESFÉRICO	0.72	

Tabla IV.5.3 prueba r² para el pozo jujo-9.

Por lo que la geometría de Flujo de la caída de presión normalizada que domina en el rango de tiempo considerado (25704 horas) es la LINEAL.

Los resultados anteriores muestran la generalidad de la aplicación de la aproximación de la caída de presión normalizada, ya que el primer caso fue un campo completo en un rango de tiempos de 5053 horas. El segundo caso fue un solo pozo en un rango de tiempo de 7920 horas y finalmente el tercer caso fue un pozo en un intervalo de tiempo de 25704 horas.

Cabe mencionar para los tiempos grandes de producción de todo el campo productor Sen era de esperar una geometría de tipo radial no obstante que la presencia de un acuífero activo enmascara la geometría que domina al obtener linealidades en las geometrías muy cercanas. El pozo Jujo-5 fue fracturado por lo que en alguna etapa es predominantemente lineal.

En síntesis se puede establecer que la relación de la caída de presión normalizada es una metodología que puede ser utilizada para el diagnóstico. Y se recomienda continuar utilizando está herramienta para establecer su error estándar de desviación como tal.

Finalmente utilizando los datos del campo Sen :

alfa(r)=	141.2		
alfa(L)=	887.2		
alfa(esf)=	70.6		
beta=	2.64E-04		
mu (cp)=	0.265		
ct (1/psi)=	3.00E-05		
Bo=	3.15		
k (m d)=	1700		
h (PIES)=	204.63		
L (pies)=	3000		
b (PIES)=	S)= 1500		
rw (pies)=	0.416		
porosidad=	0.05087253		
Tabla IV.5.4 da	atos del campo sen.		

Y puesto que la aproximación de la caída de presión normalizada _ Radial graficada contra el log de t, es lineal se puede determinar la pendiente m

Sustituyendo esta pendiente m y los valores del yacimiento en la ecuación :

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh} \tag{61}$$

Se obtiene despejando la permeabilidad, k.

$$1568.1 = k = \frac{162.6 (3397)(3.15)(0.265)}{1.437 (204.63)} \tag{61A}$$

Es decir la permeabilidad obtenida de 1568.1 md, con la aproximación de la caída de presión normalizada _Radial es el 92.2 % de la permeabilidad promedio inicial de 1700 md.

Para el caso del pozo Jujo-5, se manejaron los siguientes datos:

q	dp	t	t	NOR
486	2120.20	2304	151.78932	0.4331158
465	4025.68	2520	158.74507	0.8597738
405	5106.40	2736	165.40858	1.2519223
380	4281.64	2880	169.70562	1.1179265
331	5092.18	3024	173.89652	1.5280358
214	4978.42	3096	175.9545	2.3021990
	Tabla IV.5.5	5 datos del p	ozo jujo-5.	

Y con una gráfica y ajuste de regresión lineal de las dos últimas columnas se obtuvo el siguiente valor de pendiente m,





Con la pendiente m=0.0619, se sustituyó en la siguiente fórmula

$$b = \frac{16.25qB\mu}{mh_{\odot}(\phi\mu c,k)} \tag{62}$$

Obteniendo un valor de b=303.4 pies.

Como resultados de este estudio se tienen los siguientes:

1.- En variables adimensionales se resolvió la integral de la convolución considerando un gasto variable tanto lineal como cuadrático, encontrando que el gasto variable cuadrático es una aproximación más precisa a la respuesta de presión para cualquier geometría de flujo considerada.

2.- Se demostró que la declinación natural de la producción de los pozos productores de aceite se ajusta a una ecuación cuadrática en la que el coeficiente del término de primer grado es negativo.

3.- Se demostró que la declinación de la producción con intervenciones se ajusta a una ecuación cuadrática en la que el coeficiente del término de segundo grado es negativo.

4.- Se resolvió la integral de la convolución en variables reales con declinación cuadrática del gasto.

5.- Se demostró que la caída de presión normalizada de la geometría de flujo radial tiene una tendencia lineal cuando se gráfica en función del logaritmo del tiempo t.

6.- Se demostró que la caída de presión normalizada de la geometría de flujo lineal tiene una tendencia lineal cuando se gráfica en función de la raíz cuadrada del tiempo t. 7.- Se demostró que la caída de presión normalizada de la geometría de flujo esférica tiene una tendencia lineal cuando se gráfica en función de uno entre la raíz cuadrada del tiempo t.

8.- Se afirma que dado una triada de datos de presión, gastos y tiempos se pueden graficar las aproximaciones caída de presión normalizada de distintas geometrías tal que estadisticamente se determine por la prueba R^2 cual tiene mayor linealidad, esto permite determinar cual es la geometría de flujo que domina.

9.- Es posible estimar parámetros con las aproximaciones caída de presión normalizada de las geometrías de flujo.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

De éste estudio se concluye que el resolver la integral de la convolución considerando un gasto variable cuadrático, permite al no tener un gasto constante, establecer la caída de presión normalizada como una aproximación a la respuesta de presión para cualquier geometría de flujo considerada.

Ésta caída de presión normalizada de la geometría de flujo radial tiene una tendencia lineal cuando se gráfica en función del logaritmo del tiempo t.

Además la caída de presión normalizada de la geometría de flujo lineal tiene una tendencia lineal cuando se gráfica en función de la raíz cuadrada del tiempo t.

Y la caída de presión normalizada de la geometría de flujo esférica tiene una tendencia lineal cuando se gráfica en función de uno entre la raíz cuadrada del tiempo t.

Se afirma que dado una triada de datos de presión, gastos y tiempos se pueden graficar las caídas de presión normalizadas de distintas geometrías tal que estadisticamente se determine por la prueba R^2 cual tiene mayor linealidad, esto permite determinar cual es la geometría de flujo que domina. Y también por rangos de tiempos de una triada de datos determinar la geometría de flujo que domina en cada rango.

También es posible estimar parámetros del yacimiento con las caídas de presión normalizadas de las geometrías de flujo.

Finalmente se demostró que la declinación natural de la producción de los pozos productores de aceite se ajusta a una ecuación cuadrática en la que el coeficiente del término de primer grado es negativo. Y se demostró que la declinación de la producción con intervenciones se ajusta a una ecuación cuadrática en la que el coeficiente del término de segundo grado es negativo.

- Bo Factor de volumen
- C Almacenamiento en el pozo
- *C_D* Almacenamiento Adimensional en el pozo
- c Compresibilidad del fluido
- *c*_t Compresibilidad total
- co Compresibilidad del líquido fluyendo
- c_w Compresibilidad del agua congénita
- *h* Espesor de la formación o del yacimiento
- k Permeabilidad
- p Presión
- *p_i* Presión inicial del yacimiento
- Δ*p* Cambio de presión
- *p*_D Presión Adimensional
- p_{wD} Respuesta de presión Adimensional en el pozo
- q Gasto
- *q*_D Gasto adimensional
- r Distancia al pozo productor
- *r*_{eD} Radio de drene adimensional
- *r_w* Radio del pozo
- S Factor de daño de van Everdingen y Hurst
- *s* Variable de la Transformada de Laplace
- t Tiempo
- *t_D* Tiempo adimensional
- *τ* Parámetro de integración de convolución
- α,β Factor de unidades de conversión
- γ' Constante de Euler (0.577216)

- ρ Densidad del fluido
- μ Viscosidad del fluido
- ϕ Porosidad
- π Constante numérica
- ∞ Infinito

Subíndice

- w. pozo
- D Adimensional
- f Fractura

Funciones

- J_0 Función de Bessel Modificada, de segunda clase, orden cero.
- *K*_o Función de Bessel Modificada, de segunda clase, orden cero.
- K_1 Función de Bessel Modificada, de segunda clase, orden uno.

(1) Gladfelter-Tracy-Wilsey.: "Verification of the Gladfelter-Tracy-Wilsey Concept For Wellbore Storage-Dominated Transient Pressure During Production.

(2) Ramey, H.J., Jr.: "Verification of the Gladfelter-Tracy-Wilsey Concept For Wellbore Storage-Dominated Transient Pressure During Production.

(3) Winestock, A.G., and Colpitts, G.P.:"Advances in Estimating Gas Well Deliverability", J. Can. Pet. Tech., (july-Sept. 1965).

(4) Agarwal Ram G., and Al-Hussainy Rafi.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: I. Analytical Treatment", SPE REPRINT SERIES NO. 14, Pressure Transient Testing Methods, 1980 Edition.

(5) Aron, G., and Scott, V.H.: "Simplified Solutions for Decreasing Flow in Wells"" Proc. Am. Soc. Civ. Eng., (1965).

(6) Heber Cinco ley, comunicación personal.

(7) Earlougher R.C., "Advances in Well Test Analysis", SPE Monograph 5 Series, 1977.

(8) Matthews C.S. and Russell D.G., "Pressure buildup and Flow Test in Well", SPE Monograph 1 Series.

(9) Heber Cinco ley, "Caracterización Dinámica de Yacimientos", notas del curso periodo 2002-2.

(10) Stanislav J.F., "Pressure Transient Analysis", páginas 28-40, 1990, editorial Prentice-Hall, Inc.

GEOMETRIA DE FLUJO RADIAL E INTEGRACIÓN DE Δp/q

La presión adimensional para la geometría de flujo radial está dada por la siguiente expresión

$$\Delta p_{D1} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] \tag{A19}$$

$$\Delta p'_{D1}(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \ln t_D + \frac{d}{dt} 0.80907 = \frac{1}{2} \frac{1}{t_D}$$
(A20)

Cuya derivada respecto al tiempo es

Y de función integral

$$I(t \ \Delta p_{D1}) = \frac{1}{t} \int_{0}^{t} \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau$$
 (A36)

Para declinación lineal del gasto se obtiene:

$$I(t \ \Delta p_{D1}) = \frac{1}{2t} \int_{0}^{t} \tau \tau^{-1} d\tau = \frac{1}{2t} \int_{0}^{t} d\tau = \frac{1}{2t} [\tau]_{0}^{t} = \frac{t}{2t} = \frac{1}{2}$$
(A36)

Para la declinación cuadrática del gasto se obtiene de:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau - \frac{a}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau^2 \Delta p_{D1}(\tau) d\tau \quad (A46)$$

$$\int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \int_{0}^{t} \tau \tau^{-1} d\tau = \frac{1}{2} \int_{0}^{t} d\tau = \frac{1}{2} [\tau]_{0}^{t} = \frac{t}{2}$$
(A36A)
Y

$$\int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{1}(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \int_{0}^{t} \tau^{2} \tau^{-1} d\tau = \frac{1}{2} \int_{0}^{t} \tau d\tau = \frac{1}{2} \left[\frac{\tau^{1+1}}{1+1} \right]_{0}^{t} = \frac{1}{2} \frac{t^{2}}{2} = \frac{t^{2}}{4}$$
(A36B)

Sustituyendo (A36A) y (A36B) en (A46) obtenemos:

$$\begin{split} \frac{\Delta p}{q(t)} &= \Delta p_{D1}(t) + \frac{1}{2} \frac{\left(-2at^2 + bt\right)}{at^2 - bt + c} - \frac{1}{4} \frac{at^2}{at^2 - bt + c} = \\ &= \Delta p_{D1}(t) + \left[\frac{-4at^2 + 2bt + at^2}{4\left(at^2 - bt + c\right)}\right] = \\ &= \Delta p_{D1}(t) - \left[\frac{3at^2 - 2bt}{4\left(at^2 - bt + c\right)}\right] \end{split}$$

Esta es la caída de presión normalizada radial.

(A46A)

GEOMETRÍA DE FLUJO LINEAL E INTEGRACIÓN DE Δp/q

La geometría de flujo lineal está dada por la siguiente expresión

$$\Delta p_{D1}(t) = \frac{2}{\pi} \quad t_D^{\frac{1}{2}} \tag{B21}$$

Cuya derivada respecto al tiempo es

$$\Delta p'_{D1}(t) = \frac{1}{\pi} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} \tag{B22}$$

Y de función integral

$$I(t \ \Delta p'_{D1}) = \frac{1}{t} \int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau$$
(B36)

Para declinación lineal del gasto se obtiene:

$$I(t \Delta p'_{D1}) = \frac{1}{2t} \int_{0}^{t} \tau \tau^{-1} d\tau = \frac{1}{2t} \int_{0}^{t} d\tau = \frac{1}{2t} [\tau]_{0}^{t} = \frac{t}{2t} = \frac{1}{2}$$
(B36)

Para la declinación cuadrática del gasto se obtiene de:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau - \frac{a}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau \quad (B46)$$

$$\int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{t} \tau \tau^{-\frac{1}{2}} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{t} \tau^{\frac{1}{2}} d\tau = \frac{2}{3\pi} \left[\tau^{\frac{3}{2}} \right]_{0}^{t} = \frac{2}{3\pi} t^{\frac{3}{2}}$$
(B36A)

$$\int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{1}'(\tau) d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{t} \tau^{2} \tau^{-\frac{1}{2}} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{t} \tau^{\frac{3}{2}} d\tau = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\tau^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} \right]_{0}^{t} = \frac{1}{\pi} \frac{\tau^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} = 2\frac{\tau^{\frac{5}{2}}}{5\pi}$$
(B36B)

Y

Sustituyendo (B36A) y (B36B) en (BF46) obtenemos:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{2}{3\pi} \frac{(2at-b)}{(at^2-bt+c)} t^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5\pi} \frac{at^2}{(at^2-bt+c)} t^{\frac{5}{2}}$$
(F46A)

Esta es la caída de presión normalizada lineal

GEOMETRÍA DE FLUJO ESFÉRICO E INTEGRACIÓN DE Δp/q

La geometría de flujo esfèrica está dada por la siguiente expresión

$$\Delta p_{D1}(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} t_D^{-\frac{1}{2}} \qquad (C 23)$$

Cuya derivada respecto al tiempo es

$$\Delta p'_{1D}(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} t_D^{\frac{-3}{2}}$$
 (C 24)

Y de función integral

$$I(t \ \Delta p'_{D1}) = \frac{1}{t} \int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau \qquad (C36)$$

Para declinación lineal del gasto se obtiene:

$$\frac{\Delta p_D}{q_D(t)} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad t_D^{-\frac{1}{2}} \tag{C39}$$

Para la declinación cuadrática del gasto se obtiene de:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau - \frac{a}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau \quad (C46)$$
$$\int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \tau \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \tau^{-\frac{1}{2}} d\tau = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\frac{\tau^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right]_{0}^{t} = \frac{2}{2\sqrt{\pi}} t^{\frac{1}{2}}$$
(C36A)

Υ.

$$\int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{1}'(\tau) d\tau = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \tau^{2} \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \tau^{\frac{1}{2}} d\tau = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\frac{\tau^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \right]_{0}^{t} = \frac{1}{3\sqrt{\pi}} t^{\frac{3}{2}}$$
(C36B)

Sustituyendo (C36A) y (C36B) en (C46A) obtenemos:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} t^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3\sqrt{\pi}} \frac{a}{at^2 - bt + c} t^{\frac{3}{2}}$$
(C46A)

Esta es la caída de presión normalizada esférica.

GEOMETRÍA DE FLUJO BILINEAL E INTEGRACIÓN DE Δp/q

La geometría de flujo bilineal está dada por la siguiente expresión

$$\Delta p_{D1}(t) = \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{\frac{1}{4}} \tag{D27}$$

Cuya derivada respecto al tiempo es

$$\Delta p_{D1} = \frac{1}{4} \quad \frac{2.54}{\sqrt{k_f b_f}} \quad t_D^{-\frac{3}{4}} \tag{D28}$$

Y de función integral

$$I(t \ \Delta p'_{D1}) = \frac{1}{t} \int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau \qquad (D36)$$

Para declinación lineal del gasto se obtiene:

$$I(t \Delta p'_{D1}) = \frac{2.54}{4\sqrt{k_f b_f}} \frac{1}{t} \int_0^t \tau \tau^{-\frac{3}{4}} d\tau = \frac{2.54}{4\sqrt{k_f b_f}} \frac{1}{t} \int_0^t \tau^{\frac{1}{4}} d\tau = \frac{2.54}{4\sqrt{k_f b_f}} \frac{1}{t} \left[\frac{\frac{5}{t^4}}{\frac{5}{4}} \right]_0^t = \frac{2.54}{5\sqrt{k_f b_f}} t^{\frac{1}{4}}$$
(C36)

Para la declinación cuadrática del gasto se obtiene de:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau - \frac{a}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta p_{D1}(\tau) d\tau \quad (D46)$$

$$\int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau = \frac{2.54}{4\sqrt{k_{f}b_{f}}} \int_{0}^{t} \tau \tau^{-\frac{3}{4}} d\tau = \frac{2.54}{4\sqrt{k_{f}b_{f}}} \int_{0}^{t} \tau^{\frac{3}{4}} d\tau = \frac{2.54}{5\sqrt{k_{f}b_{f}}} t^{\frac{3}{4}}$$
(D36A)

$$Y$$

$$\int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p'_{1}(\tau) d\tau = \frac{2.54}{4\sqrt{k_{f}b_{f}}} \int_{0}^{t} \tau^{2} \tau^{-\frac{3}{4}} d\tau = \frac{2.54}{4\sqrt{k_{f}b_{f}}} \int_{0}^{t} \tau^{\frac{3}{4}} d\tau = \frac{2.54}{4\sqrt{k_{f}b_{f}}} \left[\frac{4}{9}t^{\frac{9}{4}}\right]$$
(D36B)

Sustituyendo (D36A) y (D36B) en (D46) obtenemos:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{2.54}{5\sqrt{k_f b_f}} \frac{(2at+b)}{at^2 - bt + c} t^{\frac{5}{4}} - \frac{2.54}{9\sqrt{k_f b_f}} \frac{a}{at^2 - bt + c} t^{\frac{9}{4}}$$
(D46A)

Esta es la caída de presión normalizada bilineal

GEOMETRÍA DE FLUJO PSEUDOESTACIONARIO E INTEGRACIÓN DE Δp/q

La geometría de flujo pseudoestacionaria está dada por la siguiente expresión

$$\Delta p_D = \frac{2 t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$$
 (E29)

Cuya derivada respecto al tiempo es

$$\Delta p'_D = \frac{2}{r^2_{eD}} \tag{E30}$$

Y de función integral

$$I(t \ \Delta p'_{D1}) = \frac{1}{t} \int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau \qquad (E36)$$

Para declinación lineal del gasto se obtiene:

$$\frac{\Delta p_{D}}{q_{D}(t_{D})} = \frac{2t}{r_{eD}^{2}} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} - \frac{t}{r_{eD}^{2}} = (E42)$$
$$= \frac{t}{r_{eD}^{2}} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$$

Para la declinación cuadrática del gasto se obtiene de:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) - \frac{(2at-b)}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta \dot{p}_{D1}(\tau) d\tau - \frac{a}{at^2 - bt + c} \int_0^t \tau \Delta \dot{p}_{D1}(\tau) d\tau \quad (E46)$$

$$\int_{0}^{t} \tau \Delta p'_{D1}(\tau) d\tau = \frac{2}{r_{eD}^{2}} \int_{0}^{t} \tau d\tau = \frac{1}{r_{eD}^{2}} t^{2}$$
(E36A)

Y

$$\int_{0}^{t} \tau^{2} \Delta p_{1}'(\tau) d\tau = \frac{2}{r_{eD}^{2}} \int_{0}^{t} \tau^{2} d\tau = \frac{2}{r_{eD}^{2}} \left[\frac{1}{3} t^{3} \right] = \frac{2}{3r_{eD}^{2}} t^{3}$$
(E36B)

Sustituyendo (E36A) y (E36B) en (E46) obtenemos:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \Delta p_{D1}(t) + \frac{1}{r_{eD}^2} \frac{b}{at^2 - bt + c} t^2 + \left(\frac{1}{3} - 1\right) \frac{2}{r_{eD}^2} \frac{a}{at^2 - bt + c} t^3$$
(E46A)

Esta es la caída de presión normalizada pseudoestacionaria.

APENDICE F

DATOS

A continuación se presentan los datos de producción de los pozos de los campos San Ramón y Cinco Presidentes de la cuenca Salina del Itsmo, Abkatún de las brechas del Paleoceno de la región Márina.

Así como también el ajuste correspondiente a esos datos.





















































































































































