

00568

UNAM  
POSGRADO



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

POSGRADO DE INGENIERIA

SELECCION DE LA POLITICA OPTIMA DE MANTENIMIENTO  
Y REEMPLAZO DE EQUIPO DE PERFORACION DE POZOS  
PETROLEROS USANDO METODOS MULTICRITERIO

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
**MAESTRO EN INGENIERIA**  
(INGENIERIA Y ADMINISTRACION DE PROYECTOS)  
P R E S E N T A  
ING. **BARUCH LOPEZ GARCIA**

DIRECTOR DE TESIS: DR. CARLOS E. ESCOBAR TOLEDO



FACULTAD DE QUIMICA

MEXICO, D.F.

2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

## AGRADECIMIENTOS

A **Dios**, porque gracias a **Él** he podido alcanzar mis metas, y ésta tesis es una de ellas.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, nuestra Máxima Casa de Estudios, por haberme instruido primero como Ingeniero Químico y ahora como Maestro en Ingeniería.

A la Dirección General de Estudios de Posgrado (DGEP) por la beca que me otorgó para realizar mis estudios de maestría. Y también por el apoyo que me brindó para la presentación de un artículo basado en mi tesis en Luxemburgo.

A mis profesores, y de manera especial a mis sinodales, por sus enseñanzas y por haberme inculcado el amor a mi universidad a través de sus experiencias y sus clases.

A la Dra. Alejandra Cabello R., por sus comentarios y su ayuda para la elaboración de este trabajo.

Y un agradecimiento especial a mi tutor, el Dr. Carlos E. Escobar Toledo ("carlitos") por haber sido realmente un tutor, es decir, en diversas etapas de mi aprendizaje en la maestría fuiste para mí un profesor (por las materias que llevé contigo y la etapa de revisión de la tesis), un padre (por tus regaños en Europa por arribar tarde) y un amigo (por los chistes y la salida en Luxemburgo con los portugueses después de la cena en el château).

Además por todas tus palabras y enseñanzas extraclase en Europa, ese café en París afuera de Galerías Lafayette, el cocktail de ex becarios y amigos de Francia y las veces que hemos ido a comer.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Baruch López

García

FECHA: 30 / enero / 04

FIRMA: 



## DEDICATORIA

A mis padres: Luis López Burgoa y María de la Luz García Baena, por su amor y apoyo incondicional, y de manera especial a mi mamá porque ha estado conmigo y con mis hermanos para ayudarnos y enseñarnos a querernos más a nosotros mismos.

A mis hermanos: Semej, Job y Lina. Los quiero mucho, gracias por su amor y por todo lo que me han enseñado.

A mis tíos: Juan López B., Lucía López B. y Edmundo García Baena.

A mis amigos: Ernesto Álvarez ("mara"), Alberto Mass Rangel, Jesús Hernández Espinoza, Samara, Angeles, Lolita, Alejandro, Diana, Sughey, Héctor B., Oscar de A., Rene ("rana"), Mauricio, Dina, Ivette.

“No nos limitemos a prosternarnos ante el árbol de la Creación, y a contemplar sus inmensas ramas cuajadas de estrellas. Tenemos un deber más alto: trabajar en pro del alma humana; defender el verdadero misterio contra el falso milagro; adorar lo incomprensible, y rechazar lo absurdo, no admitir en materia de cosas inexplicables más que lo necesario; purificar la creencia; barrer las supersticiones de sobre la religión, limpiar de gusanos la idea de Dios”.

Víctor Hugo, *Los miserables*.

## **JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Julio Landgrave Romero (FQ)  
Vocal: Dr. Daniel García Gavito (FI)  
Secretario: M. en A. Alejandro anay Durand (FQ)  
Primer Suplente: Dr. Helio Humberto García del Río (FQ)  
Segundo Suplente: M. en A. Fernando Báez Ramos (FQ)



---

# ÍNDICE

<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>IV</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>VI</b>
<b>OBJETIVO.....</b>	<b>1</b>
<b>HIPÓTESIS.....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>2</b>
<b>1. CONCEPTO DEL ANÁLISIS DE CICLO DE VIDA (ACV) .....</b>	<b>3</b>
1.1 <b>ESENCIA DE LA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE CICLO DE VIDA (ACV).....</b>	<b>3</b>
<b>2. CONCEPTOS Y MARCO TEÓRICO DEL MANTENIMIENTO .....</b>	<b>5</b>
2.1 <b>¿QUÉ ES EL TPM?.....</b>	<b>6</b>
2.1.1 <i>Beneficios del TPM.....</i>	<i>9</i>
2.1.2 <i>¿Qué es una avería?.....</i>	<i>10</i>
2.1.3 <i>Averías crónicas y esporádicas.....</i>	<i>10</i>
<b>3. EVALUACIÓN DEL MANTENIMIENTO .....</b>	<b>13</b>
3.1 <b>ADMINISTRACIÓN DEL MANTENIMIENTO INDUSTRIAL, EVALUACIÓN ECONÓMICA DE POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO.....</b>	<b>13</b>
3.2 <b>TÉCNICAS PARA EL CÁLCULO DE COSTOS DE MANTENIMIENTO .....</b>	<b>16</b>
3.3 <b>MÉTODO DEL COSTO ANUAL.....</b>	<b>17</b>
3.4 <b>MODELO DE V. L. SMITH .....</b>	<b>22</b>
<b>4. EL PROBLEMA DEL REEMPLAZO DE EQUIPO: UN ENFOQUE MATEMÁTICO.....</b>	<b>24</b>
4.1 <b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>24</b>
4.2 <b>CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE MANTENIMIENTO Y REEMPLAZO .....</b>	<b>26</b>
4.3 <b>EQUIPOS QUE SE DETERIORAN CON EL TIEMPO .....</b>	<b>28</b>

---



---

4.3.1	<i>Modelos de rifas</i> .....	28
4.3.2	<i>Ecuación de costos teniendo en cuenta precio de reventa</i> .....	33
4.3.3	<i>Estudio de casos</i> .....	34
4.4	EQUIPOS QUE FALLAN REPENTINAMENTE .....	38
4.4.1	<i>Curvas de mortalidad, probabilidad de falla</i> .....	38
4.4.2	<i>Probabilidad condicional de falla</i> .....	43
4.4.3	<i>Probabilidad de consumo</i> .....	44
4.5	REEMPLAZO DE UN CONJUNTO DE EQUIPOS POR PROGRAMACIÓN DINÁMICA	46
4.6	ESTRATEGIAS DE REEMPLAZO DE EQUIPOS, USANDO CADENAS DE MARKOV.	49
4.7	PRINCIPALES POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO APLICADAS A LOS MODELOS DE MANTENIMIENTO PREVENTIVO Y CORRECTIVO.....	53
<b>5. CASO DE ESTUDIO: ASIGNACIÓN DE PRIORIDADES DE MANTENIMIENTO EN UN SISTEMA DE PERFORACIÓN Y EXTRACCIÓN DE POZOS PETROLEROS.....</b>		<b>55</b>
5.1	HISTORIA DE LA PERFORACIÓN.....	55
5.2	EL EQUIPO DE PERFORACIÓN Y SU FUNCIÓN.....	56
5.2.1	<i>Levantamiento (Mástil, malacate, caballete porta poleas, motón izador y gancho)</i> .....	57
5.2.2	<i>Rotación (Eslabón giratorio, kelly, temblorina)</i> .....	58
5.2.3	<i>Circulación (Bombas, tubo vertical, línea de retorno, equipo de control de sólidos)</i> .....	60
5.2.4	<i>Control (Preventores, sistema regulador)</i> .....	61
5.2.5	<i>La varilla de perforación y los fluidos de perforación</i> .....	63
5.2.6	<i>Problemas de mantenimiento en equipo de extracción</i> .....	64
5.3	ASIGNACIÓN DE PRIORIDADES DE MANTENIMIENTO EN UN SISTEMA DE PERFORACIÓN Y EXTRACCIÓN DE POZOS PETROLEROS .....	65
5.3.1	<i>Metodología general</i> .....	66
5.3.2	<i>Asignación de prioridades para mantenimiento y reemplazo</i> .....	66
5.3.3	<i>Análisis Jerárquico Multicriterio (AHP)</i> .....	72
5.3.4	<i>Matriz de identificación</i> .....	73
5.3.5	<i>Criterios de evaluación</i> .....	74

---



5.3.6	<i>Técnica de evaluación utilizando la teoría de decisiones para medir el orden de prelación de un sistema multicriterio. MACBETH.</i>	78
5.3.6.1	<i>Fundamentos de la metodología MACBETH</i>	78
5.3.7	<i>Resultados</i>	81
<b>CONCLUSIONES</b>		<b>83</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>		<b>86</b>
<b>ANEXO A. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO JERÁRQUICO MULTICRITERIO (ANALYTIC HIERARCHY PROCESS)</b>		<b>90</b>
<b>ANEXO B. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO MACBETH (MEASURING ATTRACTIVENESS BY A CATEGORICAL BASED EVALUATION TECHNIQUE)</b>		<b>103</b>

---



---

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Averías crónicas y esporádicas en equipos industriales. ....	11
Figura 3.1 El problema fundamental de la planeación del mantenimiento.....	14
Figura 3.2 Estado de operación de un equipo.....	15
Figura 3.3 Localización del mínimo costo total respecto al grado de mantenimiento de un equipo. ....	18
Figura 3.4 Gráfica del modelo de Smith.....	23
Figura 4.1 Tasa de falla contra edad del equipo.....	40
Figura 4.2 Función de supervivencia y probabilidad de falla.....	42
Figura 4.2 Probabilidad condicional de falla. ....	42
Figura 4.4 Modelo de reemplazo de equipo utilizando programación dinámica.....	47
Figura 4.5 Grafo asociado con el reemplazo de equipos usando cadenas de Markov. .....	51
Figura 5.1 Típica perforadora rotatoria terrestre (onshore).....	57
Figura 5.2 Componentes de la varilla de perforación (drillstem). ....	59
Figura 5.3 Componentes del sistema de circulación para una perforadora rotatoria. .....	60
Figura 5.4 Componentes del sistema de control de un pozo para una perforadora rotatoria. ....	62
Figura 5.5 Producción de petróleo por tipo.....	66
Figura 5.6 Visión general del modelo de asignación de prioridades.....	68
Figura 5.7 Conformación del grupo de expertos.....	69
Figura 5.8 Lluvia de ideas para generar la jerarquía en el AHP.....	70
Figura 5.9 Árbol de valores para el método MACBETH. ....	71
Figura 5.10 Procedimiento para realizar la jerarquización analítica. ....	72
Figura 5.11 El modelo jerárquico (parte I).....	75
Figura 5.12 El modelo jerárquico (parte II).....	76
Figura 5.13 El modelo jerárquico (parte III).....	76
Figura 5.14 El modelo jerárquico (parte IV). ....	77
Figura 5.15 Resultados obtenidos con el modelo jerárquico (parte I).....	77



<b>Figura 5.16 Resultados obtenidos con el modelo jerárquico (parte II).</b> .....	<b>78</b>
<b>Figura 5.17 Valoración directa de las opciones en el método MACBETH.</b> .....	<b>79</b>
<b>Figura 5.18 Asignación de orden de prelación con MACBETH.</b> .....	<b>80</b>
<b>Figura 5.19 Resultados obtenidos con el método MACBETH.</b> .....	<b>80</b>
<b>Figura A.1 Figura de una jerarquía de tres niveles.</b> .....	<b>98</b>
<b>Figura A.2 Jerarquía simple de tres niveles.</b> .....	<b>99</b>
<b>Figura B.1 Fases dentro del Análisis de Decisión Multicriterio.</b> .....	<b>103</b>
<b>Figura B.2 El proceso cíclico de estructuración.</b> .....	<b>104</b>
<b>Figura B.3 El ciclo de aprendizaje de Kolb.</b> .....	<b>105</b>
<b>Figura B.4 Comparación de las referencias de los elementos.</b> .....	<b>110</b>





## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1 Distribución de los costos de mantenimiento.....	17
Tabla 3.2 Costos de mantenimiento y valor de salvamento de un equipo de proceso. .....	19
Tabla 3.3 Costos de operación y mantenimiento para la localización de la vida óptima del equipo. ....	22
Tabla 4.1 Características de los problemas de reemplazo. ....	25
Tabla 4.2 Características de los modelos de reemplazo para equipos que fallan estocásticamente.....	27
Tabla 4.3. Cálculo del tiempo óptimo de reemplazo de un equipo. ....	35
Tabla 4.4 Costos anuales de operación y precios de reventa de un equipo. ....	36
Tabla 4.4 a. Período óptimo de reemplazo.....	37
Tabla 4.4 b. Período óptimo de reemplazo .....	37
Tabla 4.5 Probabilidad de falla y probabilidad de falla condicional.....	41
Tabla 4.6 Datos del ejemplo de reemplazo de equipo usando la programación dinámica .....	48
Tabla 5.1 Matriz de identificación .....	73
Tabla 5.2 Tabla comparativa de resultados. ....	81
Tabla A.1 La escala fundamental.....	95
Tabla B.1 Categorías semánticas en MACBETH. ....	108



## OBJETIVO

En el presente trabajo de investigación se desarrollará una metodología para seleccionar políticas de mantenimiento basadas en métodos multicriterio, para determinar los proyectos prioritarios de mantenimiento y reemplazo de equipos de perforación de pozos petroleros, comparando al final, los resultados obtenidos entre dos métodos multicriterio utilizados.

Los equipos de perforación durante la operación fallan, se desgastan o algunos envejecen o se vuelven obsoletos, por esas razones se deben establecer políticas de mantenimiento preventivo y, en su caso, de reemplazo para que la operación de tales equipos continúe.

Para establecer la estrategia de mantenimiento que contenga la jerarquización y selección de los equipos incluidos en el proceso de producción, los métodos multicriterio son adecuados para tomar decisiones en el marco de una diversidad de atributos que cada proyecto de mantenimiento posee dentro de la estrategia global de mantenimiento.

Se utilizarán dos métodos multicriterio denominados, el Método Jerárquico Multicriterio (AHP, por las siglas en inglés de: *Analytic Hierarchy Process*) y el método MACBETH (siglas en inglés de: *Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique*).

## HIPÓTESIS

Nuestra hipótesis consiste en considerar que los métodos multicriterios estudiados en la presente tesis proporcionarán una política de mantenimiento más congruente con las estrategias de la empresa en el marco del procedimiento denominado "Mantenimiento Productivo Total".

Una vez establecida la política de mantenimiento y/o reemplazo de equipos es necesario conocer las prioridades que se asignarán a cada equipo para proporcionarle el mantenimiento necesario de acuerdo a su función dentro del proceso de producción.

El estudio de caso se aplicará a equipos de perforación y extracción de pozos petroleros.



## INTRODUCCIÓN

En la actualidad el trabajo de mantenimiento, en especial el denominado mantenimiento productivo total, junto con la metodología del Análisis del Ciclo de Vida de un equipo, proceso o actividad son muy importantes, ya que en conjunto, estas herramientas de toma de decisiones ayudan a elaborar programas de mantenimiento preventivo, llevar a cabo la planeación de políticas de reemplazo de equipos con el objetivo de obtener mejores niveles de producción y también conseguir costos de mantenimiento bajos y susceptibles de reducir. Por lo que ambas metodologías permiten disminuir costos como estrategia de competitividad.

En el primer capítulo de este trabajo de investigación se presentará al Análisis de Ciclo de Vida (ACV) como marco de referencia dentro de la función del mantenimiento. Este análisis es una de las herramientas que permiten establecer estrategias de mercadeo y planear actividades preventivas concretas para la aplicación de una producción más limpia en la industria. Se basa en una estructura sistémica enfocada a productos, en la cual se analizan todos los impactos ambientales producidos en todas las etapas y actividades que conforman su ciclo de vida "desde la cuna hasta la tumba".

Otro objetivo importante de esta tesis es demostrar que los métodos multicriterio y, en general los modelos matemáticos de mantenimiento y reemplazo, son herramientas útiles que facilitan la toma de decisiones. Por esta razón dentro del capítulo del problema del reemplazo de equipo se muestran ejemplos para comprender mejor los modelos matemáticos.

El estudio de caso se refiere a los equipos de perforación y extracción de pozos petroleros. Se pretende determinar la política de mantenimiento y reemplazo de acuerdo a la asignación de prioridades que serán establecidas de acuerdo a la opinión de un grupo de expertos. Posterior a la asignación de prioridades se compararán los resultados obtenidos con los métodos multicriterio para determinar cuáles resultarán los proyectos prioritarios. Finalmente se presentarán las conclusiones y recomendaciones.



## 1. CONCEPTO DEL ANÁLISIS DE CICLO DE VIDA (ACV)

### 1.1 ESENCIA DE LA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE CICLO DE VIDA (ACV)

Los impactos ambientales de los productos y procesos además de estar relacionados con varios problemas ambientales, también ocurren en diferentes fases de su ciclo de vida. Por ejemplo una máquina, equipo de proceso o producto impactan de manera diferente al ambiente, pero dentro de su ciclo de vida en cada una de las etapas, los impactos que tienen éstos al ambiente son también diferentes, es decir, es diferente el impacto ambiental de un equipo de perforación cuando se está construyendo, que el impacto ambiental que tiene ese equipo cuando está en uso en un campo petrolero.

De manera general y dependiendo del equipo o producto, la metodología del ciclo de vida incluye: [Van Hoof, 2000]

La fase de extracción de materia prima está relacionada con el origen del material. Además la energía necesaria en el proceso de extracción, es un factor determinante en esta fase.

La fase de producción, la efectividad y la cantidad de los insumos en el proceso de producción como la energía y el agua, al igual que los residuos de producción y emisiones son factores determinantes en el impacto ambiental.

La fase de distribución, el medio de transporte, la distancia y los tipos de empaques son determinantes del impacto ambiental durante esta etapa.

La fase del uso. Especialmente para productos que requieren energía y/o necesitan agua u otros aditivos para su funcionamiento puede resultar como una de las fases prioritarias en el impacto ambiental.

El tratamiento en la última fase del ciclo de vida, la disposición final tiene un papel importante respecto al impacto ambiental para los casos en los que la vida útil del producto es muy corta. Especialmente para los envases, empaques y partes de repuesto de los equipos grandes, esta fase determina gran parte del impacto total durante el ciclo de vida.

En todas estas etapas existe equipo que requiere un mantenimiento. Un proceso que opera adecuadamente, normalmente es un proceso a cuyos equipos se les ha dado mantenimiento y cuyas fallas han sido localizadas y reparadas, todo ello con el fin de mejorar o mantener la competitividad.



Previo a la última fase del ciclo de vida (la disposición final) adquiere mucha importancia la selección de políticas de mantenimiento y reemplazo de equipos, porque de acuerdo a los programas que tengan las empresas para mantenerlos o adquirir nuevos, se define la disposición final de los equipos que se están evaluando [Owens, 1998].

La metodología de Análisis de Ciclo de Vida ofrece una estructura que integra todos los impactos ambientales ocurridos a lo largo del ciclo de vida y los relaciona con problemas ambientales específicos. Con el enfoque "*desde la cuna hasta la tumba*", se define el producto con todas las actividades necesarias para procesar, usar y disponer del producto y no sólo de los componentes individuales. [Curran, 1999]. El sistema de producción se considera como un conjunto complejo de distintos procesos y subsistemas como: el sistema de producción de la materia prima, sistemas de la cadena de producción, el uso y desecho, y el sistema de reciclaje. Todos estos sistemas y subsistemas requieren de acciones de mantenimiento.

Todos los componentes y partes que conforman al equipo de perforación tienen un ciclo de vida. En este caso el concepto se apega más al servicio que brindan, es decir extraer petróleo; y su mantenimiento y/o reemplazo en esta etapa de su ciclo de vida es primordial para incrementar la eficiencia y productividad del proceso de perforación.



## 2. CONCEPTOS Y MARCO TEÓRICO DEL MANTENIMIENTO

Actualmente los ingenieros, gerentes y administradores en general, reconocen la importancia de la función del mantenimiento. La aceptación de que la función del mantenimiento es muy importante incluirla dentro del análisis de ciclo de vida (ACV) proviene de diferentes puntos de vista de organizaciones competitivas a escala mundial. Las empresas buscan reducir costos, mejorar la calidad y optimizar los procesos. En respuesta a este problema, se desarrolló el concepto de "Administración Total Productiva" (TPM, *Total Productive Management*) [Nakajima, 1988]. El TPM representa esencialmente una integración de las funciones de producción y mantenimiento con la finalidad de optimizar la confiabilidad y aumentar la eficiencia de los procesos. [Robinson and Grinder, 1995]

El TPM representa una manera importante en que una organización puede plantear la implementación y la función del mantenimiento. El TPM requiere de un cambio significativo en la cultura organizacional. Sin embargo es muy importante tener en cuenta que el TPM es un proceso humano porque ningún modelo matemático sustituye las decisiones que deben ser tomadas por las personas.

Como se podrá ver más en capítulos posteriores, el uso de modelos matemáticos en la función del mantenimiento no es nuevo. Existe todo un estado del arte disponible de modelos desarrollados y usados en el mantenimiento de equipos. [Valdez-Flores and Feldelman (1989), Kralj and Petrovic (1988), Al-Sultan and Duffua (1995)]. La mayoría de estos modelos plantean uno o más de estos tres problemas:

- Qué tan seguido deber ser reemplazo un componente,
- Cuántas partes de repuesto se deben tener en inventario, y
- Cómo deberían ser programadas las tareas de mantenimiento y cuando es el tiempo óptimo de reemplazo.

Los modelos matemáticos por sí solos no son suficientes para llevar a cabo el cambio cultural necesario para implementar el TPM, ya que un modelo no es capaz de sustituir a los gerentes, operadores, la preparación del personal o el presupuesto disponible, es decir, no reemplazan las decisiones del ser humano. Pero los modelos son una ayuda para las organizaciones cuando buscan implementar el TPM o cualquier otro tipo de política de reemplazo o mantenimiento de equipo.

Todo equipo durante la operación falla, se desgasta o se vuelve obsoleto. Por lo tanto se necesita del mantenimiento para que pueda seguir operando



eficientemente. Las prácticas del mantenimiento pueden clasificarse en dos categorías generales, mantenimiento preventivo (MP) y mantenimiento correctivo / reactivo (CM). [Blanchard et al., 1995]

Una estrategia de reemplazo preventivo requiere de toma de decisiones acerca de cuando una pieza de un equipo debe ser reemplazada regularmente para reducir la frecuencia de falla y minimizar el tiempo perdido debido a descomposturas repentinas. Esta estrategia se planea y se implementa en intervalos específicos sin retrasos innecesarios. El mantenimiento correctivo (reemplazo por falla), es el que normalmente consume más tiempo porque las fallas son aleatorias, lo cual produce un paro no planeado (con pérdidas en la producción) además de que puede ocasionar daños en otros equipos.

Cuando un equipo va envejeciendo, llega a una fase de desuso caracterizada por un incremento en la tasa de falla (*increasing failure rate*, IFR). El período de desuso representa un envejecimiento normal relacionado con las fallas, lo cual indica un abatimiento en la resistencia a fallar y un incremento en la tasa de falla con el tiempo. En esta fase, la falla es el resultado del uso, corrosión, rompimiento y fallas similares dependientes de la degradación física, la cual es mostrada por una función de densidad de distribución normal. [Bahrami et al., 2000]

Sucede lo mismo si se trata de un equipo o incluso un proceso que se vuelve obsoleto debido a innovaciones tecnológicas.

## 2.1 ¿QUÉ ES EL TPM?

El Mantenimiento Productivo Total (*Total Productive Maintenance*, TPM), es el sistema japonés de mantenimiento industrial desarrollado a partir del concepto de "mantenimiento preventivo" creado en la industria de los Estados Unidos.

El TPM es una estrategia compuesta por una serie de actividades ordenadas que una vez implantadas ayudan a mejorar la competitividad de una organización industrial o de servicios. Se considera como estrategia, ya que ayuda a crear capacidades competitivas a través de la eliminación rigurosa y sistemática de las deficiencias de los sistemas operativos. El TPM permite diferenciar una organización con relación a su competencia debido al impacto en la reducción de los costos, mejora de los tiempos de respuesta, confiabilidad de sus equipos y/o procesos, así como el conocimiento que poseen las personas y la calidad de sus productos y servicios.

En realidad se vuelve un proceso cognitivo en la medida en que no sólo los técnicos, también los administrativos, tienen un papel activo en el mantenimiento.



El JIPM (*Japan Institute of Plant Maintenance*) define el TPM como un sistema orientado a lograr: [Suzuki, 1996]

- cero accidentes.
- cero defectos
- cero fallas

Estas acciones deben conducir a la obtención de productos y servicios de alta calidad y mínimos costos de producción. No solo debe participar las áreas productivas, se debe buscar la eficiencia global con la participación de todas las personas de todos los departamentos de la empresa.

La obtención de las "cero pérdidas" se debe lograr a través de la promoción de trabajo en grupos pequeños, comprometidos y entrenados para lograr los objetivos personales y de la empresa.

Con antelación al advenimiento del TPM, se introdujo el modelo de mantenimiento basado en el tiempo (TBM) como parte del modelo TPM. El aporte del sistema RCM (*Reliability Center Maintenance*) o mantenimiento centrado en la confiabilidad ayudó a mejorar la eficiencia de las acciones preventivas de mantenimiento.

El TPM ha progresado significativamente y continuará beneficiando los desarrollos recientes de las telecomunicaciones, tecnologías digitales y otros modelos emergentes de dirección y tecnologías de mantenimiento. Posiblemente en los siguientes años se incorporen al TPM modelos probados de gestión de conocimiento, nuevos sistemas económicos y financieros, tecnología para el análisis y nuevos desarrollos. [Lawrence, J.J., (1996)]

Los objetivos que una organización busca al implantar el TPM pueden tener diferentes dimensiones:

#### Objetivos estratégicos

El proceso TPM ayuda a construir capacidades competitivas desde las operaciones de la empresa, gracias a su contribución a la mejora de la efectividad de los sistemas productivos, flexibilidad y capacidad de respuesta, reducción de costos operativos y conservación del "conocimiento" industrial.

#### Objetivos operativos

El TPM tiene como propósito que los equipos operen fallas, eliminar toda clase de pérdidas, mejorar la confiabilidad de los equipos y emplear verdaderamente la capacidad industrial instalada.





### Objetivos organizativos.

El TPM busca fortalecer el trabajo en equipo, incremento en la moral en el trabajador, crear un espacio donde cada persona pueda aportar lo mejor de sí, todo esto, con el propósito de hacer del sitio de trabajo un entorno creativo, seguro, productivo y donde trabajar sea realmente grato. Por ello el TPM tiene efectos cognitivos sobre la organización.

### Características

Las características del TPM más significativas son:

- Acciones de mantenimiento en todas las etapas del ciclo de vida del equipo.
- Participación amplia de todas las personas de la organización.
- Es observado como una estrategia global de empresa, en lugar de un sistema para mantener equipos.
- Orientado a la mejora de la efectividad global de las operaciones, en lugar de prestar atención a mantener los equipos funcionando.
- Intervención significativa del personal involucrado en la operación y producción en el cuidado y conservación de los equipos y recursos físicos.
- Procesos de mantenimiento fundamentados en la utilización profunda del conocimiento que el personal posee sobre los procesos.

El modelo original TPM sugiere utilizar pilares específicos para acciones concretas diversas, las cuales se deben implantar en forma gradual y progresiva, asegurando cada paso dado mediante acciones de autocontrol del personal que interviene.

El TPM se orienta a la mejora de dos tipos de actividades directivas:

- a) dirección de operaciones de mantenimiento y
- b) dirección de tecnologías de mantenimiento.



### 2.1.1 Beneficios del TPM

#### Organizativos:

- Mejora de la calidad del ambiente de trabajo.
- Mejor control de las operaciones.
- Incremento de la moral del empleado.
- Creación de una cultura de responsabilidad, disciplina y respeto por las normas.
- Aprendizaje permanente.
- Creación de un ambiente donde la participación, colaboración y creatividad sea una realidad.
- Dimensionamiento adecuado de las plantillas de personal.
- Redes de comunicación eficaces.

#### Seguridad:

- Mejorar las condiciones ambientales.
- Cultura de prevención de eventos negativos para la salud.
- Incremento de la capacidad de identificación de problemas potenciales y de búsqueda de acciones correctivas.
- Entender el porqué de ciertas normas, en lugar de cómo hacerlo.
- Prevención y eliminación de causas potenciales de accidentes.
- Eliminar radicalmente las fuentes de contaminación.

#### Productividad:

- Eliminar pérdidas que afectan la productividad de las plantas.
- Mejora de la confiabilidad y disponibilidad de los equipos.
- Reducción de los costos de mantenimiento.
- Mejora de la calidad del producto final.
- Menor costo financiero por recambios.
- Mejora de la tecnología de la empresa.
- Aumento de la capacidad de respuesta a los movimientos del mercado.
- Crear capacidades competitivas desde la producción.



### 2.1.2 ¿Qué es una avería?

**Avería:** Cese de la capacidad de una entidad para realizar su función específica. El término entidad equivale términos generales a equipo, conjunto, sistema, máquina o parte. [*Ceroaverías.com, (2003)*]

Se puede decir que una avería es la pérdida de la función de un elemento, componente, sistema o equipo. Esta pérdida de la función puede ser total o parcial.

La pérdida total de funciones conlleva a que el elemento no puede realizar todas las funciones para las que se diseñó.

La avería parcial afecta solamente a algunas funciones consideradas como de importancia relativa. En este caso el sistema donde se encuentra el elemento averiado, puede operar con deficiencias de diversa índole y no afecta a las personas y tampoco produce daños materiales mayores.

Al definir una avería como pérdida de la función específica del equipo, y si cada elemento o sistema puede tener varias clases de funciones, necesariamente las averías se pueden categorizar. Se considera que todo elemento u objeto puede tener varios tipos de funciones: [*TP Managment, (1994)*]. Por lo tanto, pueden existir diferentes clases de averías por función afectada:

- Averías críticas o mayores. Las que afectan las funciones del elemento consideradas como mayores.
- Avería parcial. La que afecta a algunas de las funciones pero no a todas
- Avería reducida. La que afecta al elemento sin que pierda su función principal y secundaria.

Esta clasificación es importante para desarrollar un modelo de análisis de averías. Una estrategia para la solución de averías debe considerar que existen averías críticas que son prioritarias eliminarlas para conseguir un resultado significativo en la mejora del equipo.

### 2.1.3 Averías crónicas y esporádicas

Otro tipo de clasificación de las averías se puede realizar por la forma como se pueden presentar estas a través del tiempo. Este tipo de clasificación también se debe tener en cuenta para el diseño de una estrategia de eliminación, ya que los métodos de solución pueden ser diferentes.



Los problemas de los equipos se clasifican en:

- Averías crónicas. Afecta el elemento en forma sistemática o permanece por largo tiempo. Puede ser crítica, parcial o reducida.
- Averías esporádicas. Afecta el elemento en forma aleatoria y puede ser crítica o parcial.
- Avería transitoria. Afecta durante un tiempo limitado al elemento y adquiere nuevamente su actitud para realizar la función requerida, sin haber sido objeto de ninguna acción de mantenimiento.

El comportamiento de cada una de estas pérdidas se muestra en la figura siguiente:

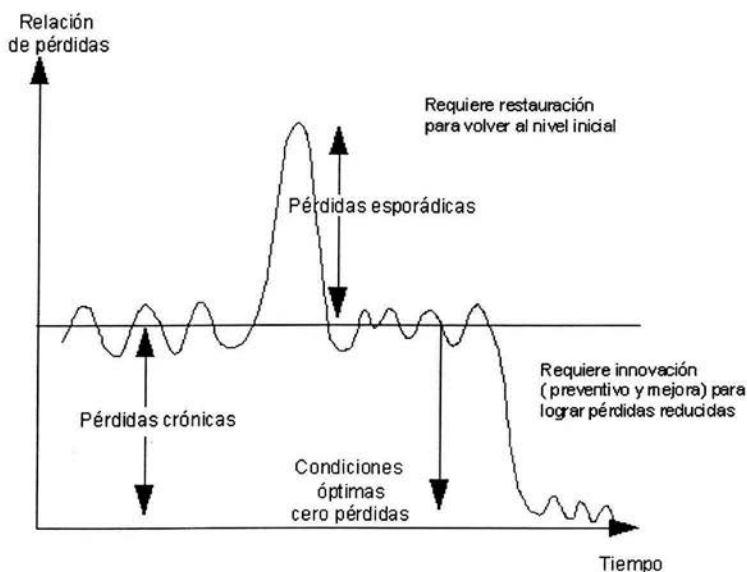


Figura 2.1 Averías crónicas y esporádicas en equipos industriales.

Fuente: [www.ceroaverias.com](http://www.ceroaverias.com)



### Averías esporádicas

Esta clase de pérdidas ocurren repentinamente y en forma no prevista. Las características principales de estas pérdidas son:

- Es poco frecuente su ocurrencia
- Por lo general resulta de una causa simple
- Es relativamente fácil identificar su causa y las medidas correctivas son simples y rápidas de aplicar
- Su aporte es importante y producen grandes desviaciones en el proceso y por este motivo duran poco tiempo

### Averías crónicas

Este tipo de averías no son obvias de localizar y permanecen en el tiempo. Su efecto es relativamente bajo, pero al sumarlo durante todo el tiempo que permanece puede llegar a ser muy importante para los resultados de la empresa.



### 3. EVALUACIÓN DEL MANTENIMIENTO

#### 3.1 ADMINISTRACIÓN DEL MANTENIMIENTO INDUSTRIAL, EVALUACIÓN ECONÓMICA DE POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO

El costo del mantenimiento, estimado entre 15 y 40 por ciento del costo de producción [Dunn, 1987], y la tendencia hacia la automatización ha forzado a los administradores a poner más atención en el mantenimiento. Actualmente los gerentes han entendido que el mantenimiento con altos costos y baja eficiencia [Sheu and Krajewski, 1994] es una de las áreas donde pueden reducirse costos. El objetivo de la administración del mantenimiento es reducir los efectos adversos de las descomposturas y maximizar la disponibilidad de los servicios y/o equipos a un costo mínimo.

El objetivo del mantenimiento preventivo (PM) es reducir la probabilidad de falla en el período de tiempo después de que se ha dado mantenimiento a los equipos y/o servicios. El otro tipo de mantenimiento, el correctivo (CM), consiste en reducir la severidad de las fallas del equipo una vez que ya ocurrieron.

El impacto de una política de mantenimiento en el total de los costos de mantenimiento es difícil de predecir [Rishel and Christy, 1996]. Aunque una política programada de mantenimiento puede reducir el número de fallas, el costo de la planeación del mantenimiento puede no ser compensado con la reducción en los costos de mantenimiento correctivo. Por lo tanto, el costo total del programa de mantenimiento debe ser evaluado escogiendo de entre varias alternativas de políticas de mantenimiento.

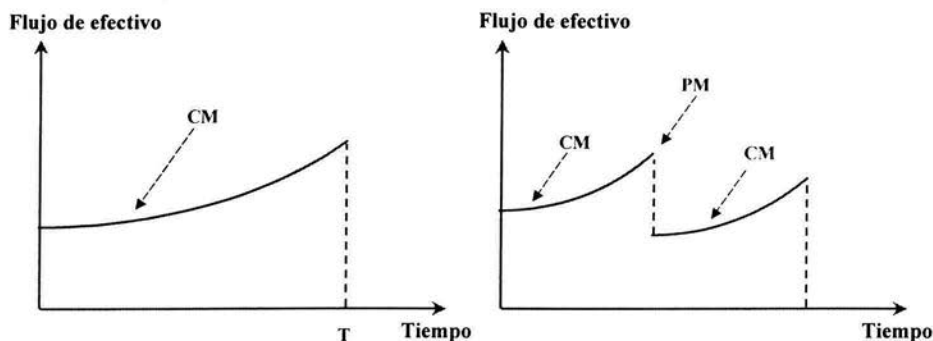
Las tareas de mantenimiento preventivo son consideradas restricciones en la agenda de producción. Las agendas separadas de producción y mantenimiento, aunque individualmente optimizadas, requieren de algún compromiso que garantice mutua compatibilidad, lo cual involucra un riesgo de sub-optimización. [Crocker, 1999]

Los problemas de mantenimiento y reemplazo se clasifican en general como determinísticos o probabilísticos (en el capítulo 4, sección 4.2, mencionaremos más a detalle las características de cada uno de estos problemas). Por el momento diremos que los problemas determinísticos son aquellos en el cual el tiempo y el resultado del mantenimiento y reemplazo son conocidos con certeza.



La tendencia determinística en los costos se ilustra en la figura 3.1; el problema principal es como trabajar fuera del rango de las medidas de mantenimiento de tal manera que los costos de mantenimiento y los costos por tiempos de paro sean minimizados. Para reducir el mantenimiento correctivo, se puede llevar a cabo un mantenimiento preventivo o reemplazo. [Löfsten, 1999]

Las variables de decisión para los equipos o servicios (es decir el mantenimiento preventivo) son el punto en el tiempo seleccionado y la cantidad de trabajo realizado. Por lo tanto la variable de decisión es el mantenimiento preventivo actual y una reinversión, debida a un reemplazo del equipo o a una tarea de mantenimiento preventivo, tiene lugar en el tiempo  $T$ .



**Figura 3.1 El problema fundamental de la planeación del mantenimiento.**

La planeación del mantenimiento involucra planeación de los períodos en los cuales el mantenimiento preventivo se realiza. El mantenimiento preventivo involucra las etapas de pre-planeación y ajustes programados, reparaciones mayores, inspecciones y lubricaciones, para mantener a los equipos y a los servicios en condiciones tales que las fallas y la necesidad de reparaciones de emergencia sean minimizadas. Cuando una falla ocurre el servicio y/o equipo tiene que ser reemplazado inmediatamente. Los costos ordinarios de mantenimiento correctivo aumentan severamente con el tiempo transcurrido desde el último servicio de mantenimiento preventivo.

Cualquier falla en la operación de una máquina resulta en una interrupción de la producción lo cual lleva a costos adicionales debido al tiempo de paro, pérdida de producción, un ineficiente uso del personal, disminución en la productividad y calidad de los equipos y/o servicios. [Ashayeri et al., 1996]



La determinación de las decisiones de mantenimiento preventivo para fallas probabilísticas en los equipos involucra un problema de toma de decisiones bajo una fuente principal de incertidumbre, es decir: es imposible predecir con certeza cuando ocurrirá una falla, o para ser más general, cuando la transición de un estado del equipo a otro ocurrirá. (ver Figura 3.2, caso b y c).

Los servicios y/o equipos pueden estar en operación o en no-operación, siguiendo las tres diferentes clasificaciones de falla de operación (ver Figura 3.2):

- 1) Cuando el equipo tiene una disminución monotónica (lineal o no lineal) en su operación, y el equipo está en no-operación cuando alcanza un nivel no tolerable. Caso a.
- 2) Los equipos tienen condiciones discretas de operación o no-operación. Caso b.
- 3) Los equipos fluctúan entre una buena operación y no-operación, lo cual es suficiente a veces, y no en otras ocasiones; siendo una razón la capacidad (limitada) del equipo. Caso c.

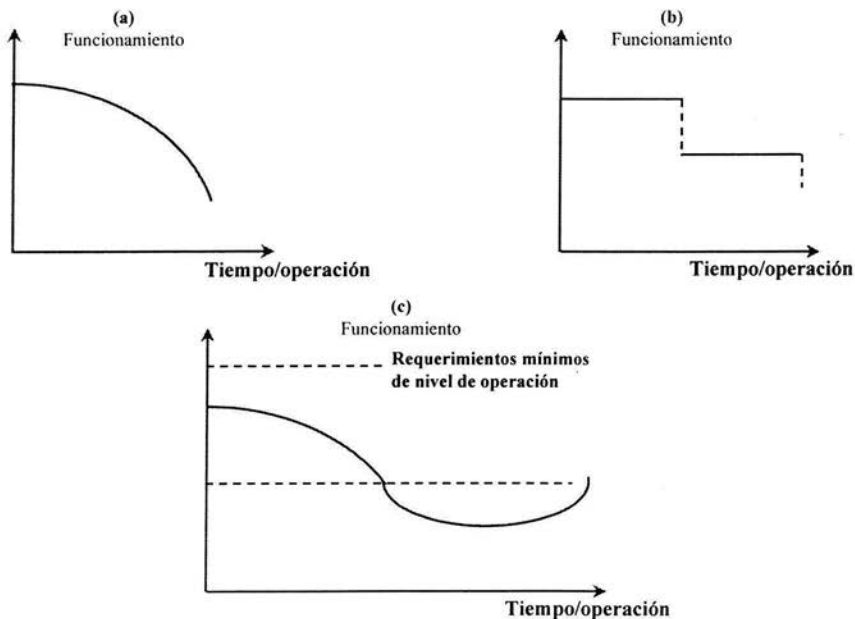


Figura 3.2 Estado de operación de un equipo.





### 3.2 TÉCNICAS PARA EL CÁLCULO DE COSTOS DE MANTENIMIENTO

Si bien existen técnicas complejas para calcular los costos de mantenimiento, también resulta muy útil conocer métodos simples de aplicación para evaluar los costos referidos en una gran cantidad de casos.

Siendo los trabajos de mantenimiento obligatorios para conservar en buen estado los equipos, estas mismas labores obligan también con igual grado de exigencia a que sean económicas.

Lo anterior lleva a equilibrar tres factores esenciales en las maniobras de mantenimiento:

- a) Calidad económica del servicio
- b) Duración deseable del equipo
- c) Costos mínimos de mantenimiento

Desde el punto de vista de costo, estos tres factores dan a conocer que existe un costo total del servicio, el cual es el resultado de:

- a) Costos de la mano de obra utilizada al hacer una reparación.
- b) Costo de las piezas reemplazadas ó reparadas
- c) Costos por las fallas del servicio.

Al evaluar los costos de mantenimiento se debe considerar que la compra de un buen equipo acarreará costos muy elevados, sobretodo porque inicialmente su depreciación es alta, pero también deberá tomarse en cuenta que tal equipo generará menores gastos de mantenimiento en virtud de su calidad y que inclusive será esperable en un menor número de fallas del mismo. [Escobar Toledo, 1976]

Asimismo, los costos de mantenimiento se verán afectados por un lado por el encarecimiento cada vez mayor de la mano de obra y por otro lado por el desgaste que va sufriendo el equipo en función de su uso, el cual demandará más mano de obra de mantenimiento o expresado esto último en otras palabras: un equipo nuevo requerirá menos mano de obra de mantenimiento que un equipo viejo ya muy gastado.

A modo de tener idea sobre la vida útil de los equipos más comunes encontrados en la industria, enseguida se encontrarán datos tomados del Chemical Engineer's Handbook. [Perry, R.H., 1997]

Desafortunadamente, no hay mucha información sobre este punto, y los años de vida útil son relativos y producto de resultados promedios, pero que



proporcionarán la señal preventiva de que al finalizar esa vida útil de trabajo, se estará en un estado esperable de que se disparen los costos de mantenimiento.

Algunas empresas que trabajan bajo políticas de presupuesto manejan costos de mantenimiento por medio de la siguiente distribución:

**Tabla 3.1 Distribución de los costos de mantenimiento.**

<b>MAQUINARIA</b>	<b>%</b>
Maquinaria y equipo	60
Instalaciones	20
Seguridad	12
Edificios	2
Otras propiedades	6

Fuente: Chemical Engineer's Handbook, R. H. Perry (1997)

Las proporciones señaladas significan la parte que tomará del presupuesto de inversión aprobado para efectos de conservación. No incluye costo de refacciones ni sueldos y salarios ya que dependen del activo a rehabilitar.

Otro de los criterios usados sería evaluar los costos de mantenimiento globales por año, que incluye el costo de las refacciones más el costo de la mano de obra, que se basan en la condición de los equipos.

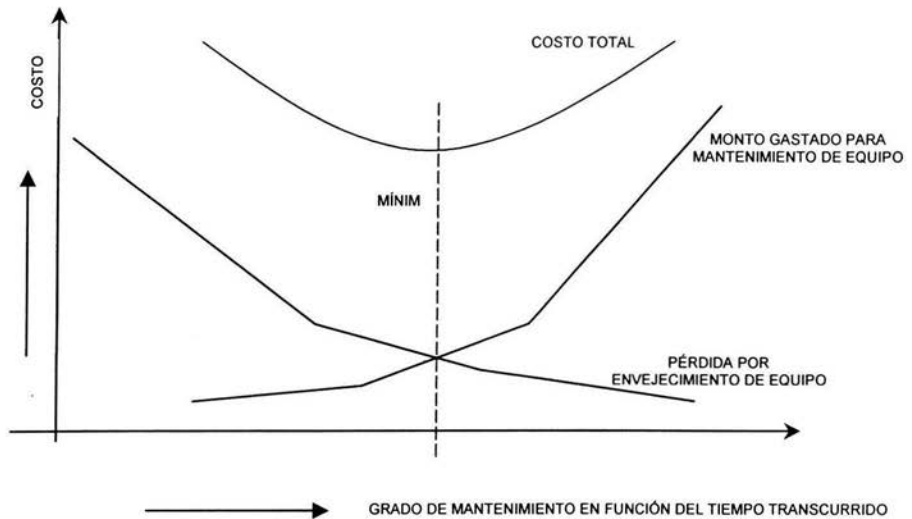
### **3.3 MÉTODO DEL COSTO ANUAL**

La vida de un equipo empieza con la investigación, estudio, diseño, fabricación, instalación, operación, mantenimiento y se termina al volverse obsoleto.

El alcance de mantenimiento de equipos es de mantener la funcionalidad de los equipos y su objetivo es de contribuir a las actividades de producción económica.



Bajo este concepto, se busca la forma de mantenimiento para minimizar los gastos de paros y pérdidas de producción debido al deterioro de funcionalidad (fallas) y los gastos de mantenimientos.



**Figura 3.3 Localización del mínimo costo total respecto al grado de mantenimiento de un equipo.**

#### Localización de la vida óptima de un activo.

Para aclarar este procedimiento en la tabla 3.2, se observa la información correspondiente a un equipo de proceso (por ejemplo, una bomba) cuyo costo inicial fue de \$15,000 USD, considerando como ejemplo, que existe una tasa mínima atractiva de rendimiento del capital del 15%.

**Tabla 3.2 Costos de mantenimiento y valor de salvamento de un equipo de proceso.**

<b>Año de operación (t)</b>	<b>Costo de mantenimiento (USD)</b>	<b>Valor de salvamento (USD)</b>
1	4,600	10,000
2	5,100	7,000
3	5,700	4,500
4	6,300	2,500
5	7,000	2,000
6	7,900	1,500
7	9,000	500
8	10,200	0
9	11,500	0
10	12,900	0

Los cálculos para encontrar el mínimo costo total respecto al grado de mantenimiento de este equipo se presentan enseguida y los resultados finales se pueden observar en la tabla 3.3. En esta última puede apreciarse que el mínimo costo se encuentra en el séptimo año de operación, por lo que es menester reemplazar el equipo en ese año.

Los cálculos a los que referimos corresponden al tercer año de operación del equipo. Todo los cálculos para otros años se llevan a cabo de la misma forma.

#### *Costo anual de la inversión*

Suponemos que el equipo tiene una vida de tres años y un costo de capital del 15%, entonces, el costo anual de la inversión al finalizar el tercer año es:



---

Años:	3	
Factor de recuperación del capital:	0.4380	$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$
Inversión:	\$15,000	
Costo anual:	$\$15,000 \cdot 0.4380 =$	<b>\$6,570.00</b>

#### *Costo anual de salvamento*

Este costo es una cantidad negativa y se calcula en dos etapas:

- a) Determinación del valor presente del valor de salvamento.

Años:	3	
Valor de salvamento:	\$4,500	$\frac{1}{(1+i)^n}$
Factor de actualización: (15%)	0.658	
Valor presente de salvamento:	$\$4,500 \cdot 0.658 =$	<b>\$2,961.00</b>

- b) Determinación del costo anual equivalente, utilizando el factor de recuperación del capital.\*

Años:	3	
Factor de recuperación del capital: (15%)	0.4380	
Valor presente del salvamento:	\$2,960.00	
Costo anual de salvamento:	$\$2,960 \cdot 0.4380 =$	<b>\$1,300.00</b>

Convierte una inversión (o un costo) en inversiones (o costos) anuales iguales, depende de la vida útil del equipo (n) y del costo de oportunidad del capital (i).

#### *Costo anual de operación y mantenimiento*

Este costo se calcula en dos etapas:

---

\* Nota : valores aproximados a la decena inmediata superior o inferior.



- a) Transformar a valor presente cada una de las cantidades erogadas por estos conceptos a través de los años de vida estimada (10 en este caso), del activo, usando la tasa que se identifica con el costo del capital (15%).
- b) Una vez obtenido el valor presente, se suman las cantidades obtenidas desde el año 1 del horizonte de planeación hasta el año "n" y utilizando nuevamente el apropiado factor de recuperación del capital, se obtiene el costo anual de operación y mantenimiento, expresado como un costo anual equivalente:

<b>Años:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Costo anual de operación:	\$4,600	\$5,100	\$5,700
Factor de valor presente (15%):	0.870	0.756	0.685
Valor presente:	\$4,000	\$3,860	\$3,750
Valor presente acumulado:	\$4,000	\$7,860	\$11,610
Al final del año:	3		
Valor presente acumulado de los costos:	\$11,610		
Factor de recuperación del capital: (15%)	0.4380		
Costo anual de operación y mantenimiento:	\$5,090		

#### *Obtención del costo total*

Costo anual de capital:	\$6,570
Costo anual de salvamento:	-\$1,300
Costo anual de operación y mantenimiento:	\$5,090
<b>TOTAL:</b>	<b>\$10,360</b>



**Tabla 3.3 Costos de operación y mantenimiento para la localización de la vida óptima del equipo.**

Costos de Operación y Mantenimiento

Final del año (t)	Costo anual de la inversión (USD)	Costo anual de salvamento (USD)	Valor presente de los costos (USD)	Valor presente acumulado de costos (USD)	costo anual (USD)	6 = (1)+(5)-(2)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		
1	17,250	-10,000	4,000	4,000	4,000	11,250
2	9,230	-3,260	3,860	7,860	4,830	10,800
3	6,570	-1,300	3,750	11,610	5,090	10,360
4	5,260	-500	3,600	15,210	5,330	10,090
5	4,480	-170	3,480	18,690	5,580	9,890
6	3,960	-90	3,410	22,100	5,840	9,710
7	3,610	-40	3,380	25,480	6,120	9,690
8	3,340	0	3,340	28,820	6,420	9,760
9	3,140	0	3,270	32,090	6,730	9,870
10	2,990	0	3,190	35,280	7,030	10,020

### 3.4 MODELO DE V. L. SMITH

El criterio que utiliza este modelo para evaluar una política de reemplazo de equipo, es el valor de un flujo uniforme constante (anualidad perpetua) de egresos que tiene el mismo valor presente que todos los costos de operación, mantenimiento y de la inversión asociados a una cadena infinita de reemplazo de unidades. Una política óptima bajo este criterio será aquella que haga mínimo el valor del flujo uniforme constante,  $w$ . Una suposición fundamental en este modelo es que el costo anual de mantener un equipo en producción es una función creciente de su edad. [Smith, V.L., 1957]

Los factores que Smith incluye en su modelo son:

- El costo del equipo instalado,  $W_k$ , para la  $k$ -ésima unidad en la cadena infinita de reemplazos.
- El valor de retiro del equipo cuando sea reemplazado,  $S_k(L_k)$ , para la  $k$ -ésima unidad, la cual se reemplazará a la edad  $L_k$ .
- Un tercer factor, es la función de costos de operación y mantenimiento ( $\phi$ ) de los equipos que forman la cadena infinita.

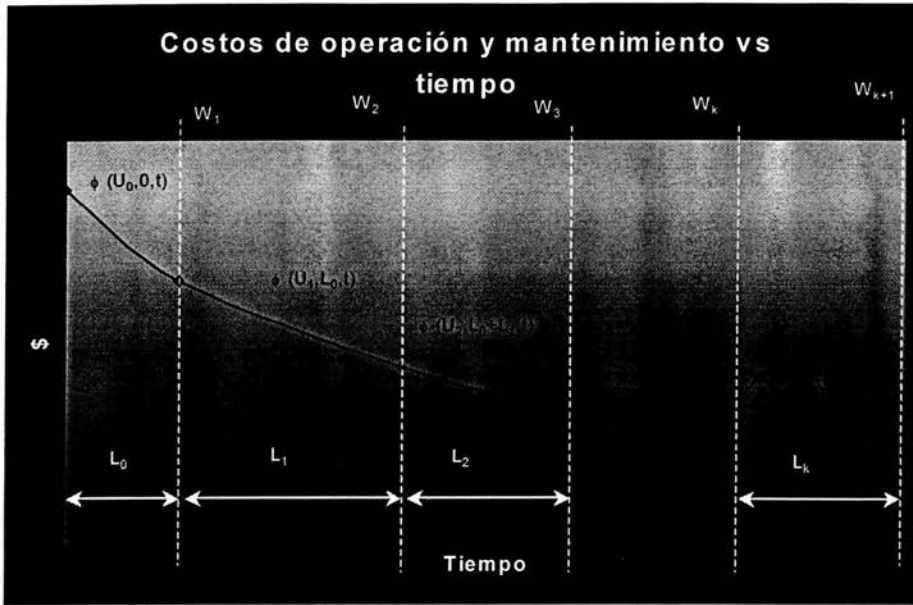


Figura 3.4 Gráfica del modelo de Smith.

Para comprender el desarrollo del modelo es conveniente pensar que actualmente se tiene un equipo que ha estado en servicio durante algún tiempo y debido a esto ha disminuido su eficiencia con el consecuente incremento de mantenimiento, reparaciones, etc., las cuales continuarán elevando sus costos de operación y mantenimiento, de tal forma que puede resultar atractivo pensar en el reemplazo de este equipo por otro nuevo. Cuando este equipo nuevo esté en servicio algún tiempo llegará a idéntica situación que el anterior y se reemplazará por otro equipo nuevo y así sucesivamente.





## 4. EL PROBLEMA DEL REEMPLAZO DE EQUIPO: UN ENFOQUE MATEMÁTICO

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Los problemas de reemplazo de equipo pueden clasificarse en dos grupos dependiendo del tipo de vida del equipo considerado. A un grupo pertenecen los equipos cuya eficiencia disminuye con el uso y con el paso del tiempo; al otro, los equipos cuya eficiencia se mantiene aproximadamente constante, pero después de un cierto tiempo en operación mueren o fallan totalmente. (Ver tabla 4.1).

En el primer grupo de equipos la disminución de la eficiencia se debe principalmente a que con el uso se deterioran o con el paso del tiempo se vuelven obsoletos por los adelantos tecnológicos que se introducen en los equipos nuevos. En general, estos equipos son físicamente grandes y costosos (por ejemplo, equipos de proceso, máquinas, edificios, etc.) y pueden conservarse operando casi indefinidamente si se invierte suficiente dinero en su mantenimiento, sin embargo, siempre existe un punto en el tiempo en que resulta más económico reemplazar el equipo que seguir operándolo. [Won Young Yun, 2000]

El problema consiste, entonces, en determinar estos puntos en el tiempo que definen la vida (o duración) económica del equipo. Generalmente la vida económica de un equipo es menor que su vida técnica.

Para resolver este problema existen disponibles varios modelos, todos ellos determinísticos. Mas adelante, en este capítulo, se explica que son los modelos determinísticos y estocásticos.

Los equipos que pertenecen al segundo grupo mencionado fallan estocásticamente, en general son pequeños y relativamente baratos. Estocástico se refiere a que fallan al azar, no es posible predecir con certeza cuando van a fallar, son eventos que dependen del azar, es decir probabilísticos.

Un ejemplo típico de equipos que fallan estocásticamente lo constituyen los componentes electrónicos y el equipo del cual forman parte: controladores automáticos, computadoras, etc. Usualmente la falla en operación de un equipo de este grupo tiene asociado un costo elevado debido a diversos factores tales como: pérdida del tiempo productivo de un sistema, pérdida de materiales de proceso, etc. El problema en este caso consiste, en predecir estadísticamente el instante en que se presentará la falla del equipo, con objeto de reemplazarlo antes de que se produzca dicha falla.



La anticipación con que debe reemplazarse el equipo depende básicamente del costo del mismo, del costo asociado con una falla en operación, de economías de escala en reemplazo preventivo y de las propiedades de la tasa de falla del equipo (puede ser sólo una pieza del equipo la que falle estocásticamente).

**Tabla 4.1 Características de los problemas de reemplazo.**

Problemas de reemplazo de equipo	Características de los equipos	Ejemplos	Problema	Observaciones
Equipos cuya eficiencia disminuye con el uso o con el paso del tiempo.	Se vuelven obsoletos por los adelantos tecnológicos. Son grandes y costosos. Se pueden conservar operando casi indefinidamente, si se invierte suficiente dinero.	Edificios, aviones, maquinaria, etc.	Determinar el punto en el tiempo en que resulta más económico reemplazarlo que seguir operándolo.	Diseñar un modelo determinístico el cual verifique el punto en el tiempo que define la vida o duración económica del equipo.
Equipos cuya eficiencia mantiene aproximadamente constante.	Después de un tiempo en operación mueren o fallan de manera súbita y totalmente. Son pequeños y relativamente baratos.	Componentes electrónicos, partes de repuesto, etc.	Predecir el instante en que se presentará la falla del equipo.	Diseñar un modelo estocástico que contenga como elemento fundamental la distribución del tiempo de espera a la falla del equipo.

Fuente: [Jardine, 1973]



## 4.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE MANTENIMIENTO Y REEMPLAZO

Un modelo matemático constituye una representación formal e idealista de un sistema, ya que están basados en suposiciones que se ven reflejadas en las variables y factores que conforman el modelo.

En este capítulo de la tesis se presentará la descripción de algunos de los modelos que existen para dar solución al problema de mantenimiento y reemplazo. Los modelos pueden clasificarse de acuerdo al tipo de información que requieren como entrada, esto es, modelos determinísticos en donde toda la información es conocida, fijada o determinada con certeza, y modelos estocásticos, aquellos en que la información depende o varía de manera aleatoria a medida que el tiempo transcurre. [Jardine, 1973].

La clasificación de los modelos coincide de manera natural, con la agrupación propuesta para los equipos. Es decir, para el primer grupo (equipos mayores que se deterioran paulatinamente) se conocen o se pueden estimar con certeza los costos de mantenimiento, así como los de reemplazo, en tales circunstancias el modelo adecuado para resolver este problema será de tipo determinístico.

Para el segundo grupo (equipos que fallan súbita y completamente) no es posible conocer con certeza el momento en que se va a presentar la falla, esto significa que la distribución del tiempo de espera a la falla (distribución de falla) del equipo es el elemento fundamental y por lo tanto, el modelo apropiado resulta ser del tipo estocástico, esto significa que la distribución del tiempo de espera a la falla (distribución de falla) del equipo es el elemento fundamental y por lo tanto, el modelo apropiado resulta ser del tipo estocástico. Los modelos estocásticos se clasifican de la siguiente manera: [Eckles, 1966]

- a) Modelos de mantenimiento preventivo, los que se caracterizan porque siempre se conoce con certeza el estado de operación del equipo.
- b) Modelos de mantenimiento correctivo, en éstos no se conoce el estado actual del equipo a menos que se ejecute una acción definida, esto es, una inspección que lo determine. (Ver tabla 4.2)



Tabla 4.2 Características de los modelos de reemplazo para equipos que fallan estocásticamente.

Modelos de reemplazo de equipos que se deterioran	Características	Factores que intervienen	Criterios para evaluar las políticas
Modelos de mantenimiento preventivo	Siempre se conoce con certeza el estado del equipo bueno o de falla. Se supone que el equipo funciona continuamente a menos que falle. La única acción de mantenimiento es reemplazar el equipo. El costo de una falla es mayor que el costo de un reemplazo preventivo, la probabilidad de que se presente una falla del equipo después de un reemplazo es menor.	El costo de una falla en operación. El costo de un reemplazo preventivo. Economías de escala en las actividades de mantenimiento. La ley de probabilidad que rige los cambios del estado bueno al estado de falla.	Valor del costo esperado por unidad de tiempo bueno esperado bajo la política particular de mantenimiento considerada. Es evidente que bajo este criterio la política óptima de
Modelos de mantenimiento correctivo	El estado actual del equipo no se conoce a menos de que se ejecute una acción definida de mantenimiento.	Costo de la falla en operación. Costo de la inspección. Economías de escala.	mantenimiento será aquella para la cual este costo sea mínimo.

Fuente: [Jardine, 1973]



### 4.3 EQUIPOS QUE SE DETERIORAN CON EL TIEMPO

Cuando se pretende emplear un modelo matemático para el análisis de una decisión de reemplazo de equipos debido a un deterioro u obsolescencia tecnológica (casos determinísticos) es conveniente efectuar una evaluación de las políticas de reemplazo empleando cualquiera de los dos criterios siguientes:

- El costo que implica el equipo durante su vida productiva.
- La utilidad económica que produce durante la misma. En ambos casos generalmente se emplea un promedio anual ponderado.

Los factores que intervienen en los modelos de reemplazo de equipos que se deterioran de penden de su edad, y son los siguientes: [Jorgenson, 1967]

- a) La utilidad que produce el equipo; si se usa como criterio de evaluación la que se obtiene de la operación del mismo.
- b) Los costos de operación y mantenimiento.
- c) La inversión neta que se hace en el equipo. Esta inversión neta es la diferencia entre el costo de adquisición del equipo nuevo y el valor de rescate o reventa que tendrá cuando sea reemplazado.

Además de los factores mencionados, debe considerarse la tasa de interés, ya que los ingresos y los egresos que genera el equipo no suceden al mismo tiempo.

#### 4.3.1 Modelos de rifas

En general los costos que deben incluirse en los problemas de reemplazo son todos aquellos que dependan de la elección del equipo o de la edad del mismo. En algunos problemas especiales no es necesario incluir en los cálculos a ciertos costos; por ejemplo, al considerar el tiempo óptimo de reemplazo de un equipo particular, no es necesario considerar que no cambian con la edad del equipo, tales como: el costo de la mano de obra, el costo de la fuerza motriz, etc. [Wagner, 1969]

Al tratar de elegir entre dos o más equipos deberán incluirse aquellos costos que a pesar de no cambiar con el tiempo para cada equipo, difieran de equipo a equipo. Solo se excluirán aquellos costos que sean iguales para todos los equipos.



Los costos de mantenimiento son especialmente problemáticos. Sin embargo es posible suponer que existe una política de mantenimiento y usar los costos asociados a dicha política. El determinar la política óptima de mantenimiento constituye otro problema que debe tratarse por separado.

Sea un equipo cuyo valor de compra es  $A$  y cuyos gastos de mantenimiento y de reparaciones previsibles se suponen conocidos. Consideramos una serie de períodos de tiempo 1, 2, 3, 4,... de igual longitud, años por ejemplo, y sean:

- $C_i$  = costo total del equipo en el año  $i$  con  $i = 1, 2, 3, 4, \dots$ ; estos costos incluyen: instalaciones en su caso, mantenimiento, reparaciones previsibles, etc. Se supone que las erogaciones correspondientes se llevan a cabo en el inicio de cada período y que los costos crecen de manera monótonica, esto es que  $C_i < C_{i+1}$  para toda  $i$ .
- $r$  = tasa de interés del dinero tal que:

$$v = \frac{1}{1+r} \quad (1)$$

$v$  es el valor presente de una unidad de dinero que se va a gastar dentro de un año.

Luego el valor presente  $K_n$  de todos los costos futuros asociados a una política según la cual el equipo se reemplace cada  $n$  períodos está dado por:

$$K_n = \left[ A + C_1 + \frac{C_2}{1+r} + \frac{C_3}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+r)^{n-1}} \right] + \left[ \frac{A+C_1}{(1+r)^n} + \frac{C_2}{(1+r)^{n+1}} + \dots + \frac{C_n}{(1+r)^{2n-1}} \right] + \dots$$

o bien:

$$K_n = \left[ A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right] + \frac{1}{(1+r)^n} \left[ A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right] + \frac{1}{(1+r)^{2n}} \left[ A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right] + \dots \quad (2)$$

El segundo miembro de (2) puede escribirse como el producto del factor común encerrado entre paréntesis rectangulares, por una serie geométrica convergente; luego  $K_n$  puede expresarse en la siguiente forma:



$$K_n = \frac{A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}}}{1 - \left[ \frac{1}{(1+r)} \right]^n} \quad (3)$$

$K_n$  es la cantidad de dinero necesaria en "este momento" para pagar todos los costos futuros de adquisición y operación del equipo cuando éste se reemplaza cada  $n$  años. No es conveniente que una empresa disponga realmente de un fondo de la magnitud de  $K_n$ . Sin embargo si  $K_n$  es menor que  $K_{n+1}$  entonces es preferible reemplazar el equipo cada  $n$  años en lugar de sustituirlo cada  $(n+1)$  años.

Si la mejor política es reemplazar el equipo cada  $n$  años, debería tenerse simultáneamente:

$$K_{n+1} - K_n > 0 \quad (a) \quad (4)$$

$$K_{n-1} - K_n > 0 \quad (b)$$

Pero de acuerdo con (1) y (3) se puede anotar:

$$K_n = \frac{A + \sum_{i=1}^n C_i v^{i-1}}{1 - v^n}$$

y sustituyendo  $n$  por  $(n+1)$ :

$$\begin{aligned} K_{n+1} &= \frac{A + \sum_{i=1}^{n+1} C_i v^{i-1}}{1 - v^{n+1}} = \frac{A + \sum_{i=1}^{n+1} C_i v^{i-1} + C_{n+1} v^n}{1 - v^{n+1}} = \frac{(1 - v^n) K_n + C_{n+1} v^n}{1 - v^{n+1}} = \\ &= \frac{1 - v^n}{1 - v^{n+1}} K_n + \frac{C_{n+1} v^n}{1 - v^{n+1}} v^n \end{aligned}$$

luego:



$$K_{n+1} - K_n = K_n \left[ \frac{1-v^n}{1-v^{n+1}} - 1 \right] + \frac{C_{n+1} v^n}{1-v^{n+1}} = \frac{K_n(v^{n+1} - v^n) + C_{n+1} v^n}{1-v^{n+1}}$$

Ahora bien si:  $K_{n+1} - K_n > 0$ , deberá tenerse:

$$K_n (v^{n+1} - v^n) + C_{n+1} v^n > 0$$

y puesto que  $v > 0$ , al dividir entre  $v^n$  se obtiene:

$$K_n (v - 1) + C_{n+1} > 0$$

o bien:

$$\frac{C_{n+1}}{1-v} > K_n$$

Análogamente se puede demostrar que la condición (4 b) es equivalente a:

$$\frac{C_{n+1}}{1-v} < K_{n-1}$$

En otras palabras, si la mejor política es reemplazar el equipo cada  $n$  años deberá tenerse:

$$\frac{C_{n+1}}{1-v} > K_n \quad (a)$$

(5)

$$\frac{C_{n+1}}{1-v} < K_{n-1} \quad (b)$$

Si se consideran (5 a) y (3) resulta:





$$C_n < (1-v) \frac{A + \sum_{i=1}^{n-1} C_i v^{i-1}}{1-v^n}$$

o bien: (6)

$$C_n < \frac{A + \sum_{i=1}^{n-1} C_i v^{i-1}}{\sum_{i=1}^{n-1} v^{i-1}}$$

El segundo miembro de (6) es el promedio ponderado de todos los costos desde el asociado al período inicial hasta el asociado al período (n-1), incluyendo a este último. Los factores de ponderación  $1, v, v^2, \dots, v^{n-1}$  se llaman factores de descuento de los costos.

Análogamente de (5 b) y (3) se tiene:

$$C_{n+1} > \frac{A + \sum_{i=1}^n C_i v^{i-1}}{\sum_{i=1}^n v^{i-1}} \quad (7)$$

Las ecuaciones (6) y (7) son condiciones necesarias para un reemplazo óptimo; se demuestra que también son condiciones suficientes si los costos crecen en forma monótona, esto es, si  $C_i < C_{i+1}$  para toda  $i$ .

Como resultado de las desigualdades (6) y (7) la regla para minimizar los costos puede establecerse como sigue:

- No reemplazar el equipo hasta que el costo del período que sigue sea mayor que el promedio ponderado de los gastos ya efectuados.



#### 4.3.2 Ecuación de costos teniendo en cuenta precio de reventa

Sea  $A$  el valor de compra del equipo y  $C_1$  los gastos de reparación y mantenimiento erogados al final del primer año. Si el equipo se revende al final del primer año con una pérdida  $P_1$  y si, por otra parte, la tasas de interés del dinero es  $r$ , el costo del equipo por año será:

$$k_1 = A(1+r) + C_1 - (A - P_1) = Ar + C_1 + P_1$$

supongamos que le equipo se conserva un año más. El interés anual que hubiera aportado la reventa del equipo será:

$$(A - P_1)r$$

y las erogaciones representadas por  $C_1$  habrán aportado:  $C_1r$

Luego, si  $C_2$  y  $P_2$  son valores análogos a los precedentes, pero relativos al segundo año; el costo acumulado al final del segundo año será:

$$k_2 = k_1 + (A - P_1)r + C_1r + C_2 + P_2$$

$$k_2 = 2Ar + C_1(1+r) + P_1(1-r) + C_2 + P_2$$

al final del tercer año se tendrá:

$$k_3 = k_2 + (A - P_1 - P_2)r + C_1(1+r)r + C_2r + C_3 + P_3$$

$$k_3 = 3Ar + C_1(1+r)^2 + P_1(1-2r) + C_2(1+r) + P_2(1-r) + C_3 + P_3$$

Continuando de la misma manera se obtiene que se el equipo se conserva  $n$  años, el costo acumulado al final del  $n$ -ésimo año está dado por:



$$k_n = nAr + C_1(1+r)^{n-1} + C_2(1+r)^{n-2} + \dots + C_{n-1}(1+r) + C_n + P_1[1-(n-1)r] + P_2[1-(n-2)r] + \dots + P_{n-1}(1-r) + P_n$$

$$k_n = nAr + \sum_{i=1}^n C_i(1+r)^{n-i} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i[1-(n-i)r]$$

De esta manera el costo medio por año  $K_n$ , para que un equipo que se conserva  $n$  años es:

$$K_n = \frac{k_n}{n} = Ar + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i(1+r)^{n-i} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i[1-(n-i)r] \quad (8)$$

La función  $K_n$  puede poseer un óptimo o varios, también ser siempre creciente o decreciente; todo depende de los valores particulares de  $C_i$  y de  $P_i$ .

### 4.3.3 Estudio de casos

#### Caso 1.

Se requiere de un equipo especial para un proceso de polimerización y se tienen dos opciones A y B. El equipo A tiene un precio de \$5,000.00 y se estima que su costo de operación (reparaciones y mantenimiento) es de \$800.00 para cada uno de los primeros 5 años, para después incrementarse en \$200.00 por cada año subsiguiente (\$1,000.00 en el quinto; \$1,200.00 en el sexto, etc.). El equipo B, del mismo tipo y capacidad que el equipo A, tiene un precio de \$2,500.00 pero su costo de operación es de \$1,200.00 para cada uno de los primeros 6 años para después incrementarse en \$200.00 por cada año subsiguiente.

Teniendo una tasa de interés del 10% anual y suponiendo que los primeros precios de reventa de cada equipo son tan pequeños que pueden omitirse, la decisión que debe tomarse es que equipo se tiene que comprar.



Calculemos primero el tiempo óptimo de reemplazo para el equipo A considerado aisladamente. Para ello se utiliza la expresión (7) como se muestra en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Cálculo del tiempo óptimo de reemplazo de un equipo.

Año	Costo	$v^{i-1} = \left( \frac{1}{1+r} \right)^{i-1}$	$C_i v^{i-1}$	$A + \sum_{i=1}^n C_i v^{i-1}$	$\sum_{i=1}^n v^{i-1}$	$A + \sum_{i=1}^n C_i v^{i-1}$
i	$C_i$					
1	800	1.0000	800	5,800	1.0000	5,800
2	800	0.9091	727	6,527	1.9091	3,419
3	800	0.8264	661	7,188	2.7355	2,628
4	800	0.7513	601	7,789	3.4869	2,234
5	800	0.6830	546	8,336	4.1699	1,999
6	1,000	0.6209	621	8,957	4.7908	1,870
7	1,200	0.5645	677	9,634	5.3553	1,799
8	1,400	0.5132	718	10,353	5.8684	1,764
9	1,600	0.4665	746	11,099	6.3349	1,752
10	1,800	0.4241	763	11,862	6.7590	1,755



Por lo tanto lo mejor es reemplazar el equipo cada nueve años lo cual conduce a:  $K_n(A) = 1,752$ . De igual manera se obtiene que el período de reemplazo óptimo del equipo B es de 8 años con  $K_n(B) = 1,680 < K_n(A)$ . Con lo cual se concluye que lo más conveniente es adquirir el equipo B.

### Caso 2.

Los costos anuales de operación y los precios de reventa de un equipo que cuesta \$6,000.00 son datos que se presentan a continuación en la tabla 4.4.

**Tabla 4.4 Costos anuales de operación y precios de reventa de un equipo.**

AÑO	1	2	3	4	5	6	7	8
Costos de operación	1,000	1,200	1,400	1,800	2,300	2,800	3,400	4,000
Precios de reventa	3,000	1,500	750	375	200	200	200	200

Teniendo una tasa de interés del 10% anual, debemos encontrar la edad a la cuál debe ser reemplazado el equipo.

Para obtener el período óptimo de reemplazo basta aplicar la expresión (8). Dicha aplicación se muestra en las tablas 4.4 a y 4.4 b que a continuación se muestran.



**Tabla 4.4 a. Período óptimo de reemplazo**

$i \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,000.0	1,100.0	1,210.0	1,331.0	1,464.1	1,610.5	1,771.6	1,948.7
2		1,200.0	1,320.0	1,452.0	1,597.2	1,756.9	1,932.6	2,125.9
3			1,400.0	1,540.0	1,694.0	1,863.4	2,049.7	2,254.7
4				1,800.0	1,980.0	2,178.0	2,395.8	2,635.4
5					2,300.0	2,530.0	2,783.0	3,061.3
6						2,800.0	3,080.0	3,388.0
7							3,400.0	3,740.0
8								4,000.0
$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	1,000.0	1,150.0	1,310.0	1,530.8	1,807.1	2,123.1	2,487.5	2,894.2

Sea  $x_i = C_i(1+r)^{n-i}$

**Tabla 4.4 b. Período óptimo de reemplazo**

$i \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3,000.0	2,700.0	2,400.0	2,100.0	1,800.0	1,500.0	1,200.0	900.0
2		1,500.0	1,350.0	1,200.0	1,050.0	900.0	750.0	600.0
3			750.0	675.0	600.0	525.0	450.0	375.0
4				375.0	337.5	300.0	262.5	225.0
5					175.0	157.5	140.0	122.5
6						0.0	0.0	0.0
7							0.0	0.0
8								0.0
$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$	3,000.0	2,100.0	1,500.0	1,087.5	792.5	563.8	400.4	277.8
$\bar{k}_n$	4,600	3,850	3,410	3,218	3,200	3,287	3,488	3,772



$$\text{Sean } y_i = P_i[1 - (n - i)r]; \quad \bar{k}_n = Ar + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

De la tabla 4.4 b se concluye que el período óptimo de reemplazo es de 5 años, con un costo medio de operación anual de \$3,200.00

## 4.4 EQUIPOS QUE FALLAN REPENTINAMENTE

### 4.4.1 Curvas de mortalidad, probabilidad de falla

El criterio más utilizado para evaluar las políticas de mantenimiento de los equipos que fallan repentinamente, es el valor del costo esperado por unidad de tiempo bueno esperado del equipo, bajo la política particular de mantenimiento considerada; esto es, la política óptima de mantenimiento será aquella para la cual este costo sea mínimo. [Hastings, 1972]

Los factores más importantes que intervienen en los modelos de reemplazo de equipos con fallas estocásticas son los siguientes: [Eckles, 1967]

- a) Costo de una falla del equipo en operación.
- b) Costo de un reemplazo preventivo (el costo de reemplazar un equipo que no ha fallado).
- c) Economías de escala en las actividades de mantenimiento (resulta más económico reemplazar un grupo de equipos cuando falla uno o varios).
- d) La ley de probabilidad que rige los cambios del estado de falla del equipo.

Los equipos que fallan estocásticamente pueden encontrarse en dos estados básicos: el estado en el cual el equipo funciona de acuerdo con las especificaciones; y el estado de falla, en el cual el equipo está inerte. Es útil distinguir estados adicionales intermedios entre estos dos estados extremos.

Una suposición fundamental es que el cambio de un estado a otro es de carácter estocástico; esto es independientemente de que sean dos o muchos los estados considerados, la transición de uno a otro está regida por un mecanismo probabilístico. Se supone como caracterización mínima de este mecanismo, que la falla es un estado absorbente; es decir: la probabilidad de transición del estado de falla a cualquier otro estado es cero, a menos que se ejecute una acción de reemplazo correctiva. Esta ley de probabilidad puede caracterizarse por cualquiera de las tres funciones siguientes, las cuales están relacionadas entre sí.



### 1. Función de confiabilidad del equipo.

Esta función proporciona la probabilidad de que el equipo se encuentre en el estado adecuado para su operación después de transcurrido cierto tiempo desde que fue instalado.

### 2. Distribución de falla de equipo.

Es la distribución de los intervalos de tiempo entre la instalación y la falla del equipo. Este tiempo de espera a la falla es una variable aleatoria, y la distribución de esta variable se denomina distribución del tiempo de espera a la falla o distribución de falla del equipo.

Si la función de distribución de falla es continua, entonces se denominará función de densidad de probabilidad de falla.

### 3. Tasa instantánea de falla.

Esta tasa instantánea de falla se puede presentar en tres formas:

#### A Tasa de falla decreciente.

Un equipo con tasa de falla de este tipo, mientras más tiempo tiene sin fallar menor es la probabilidad de que falle.

#### B Tasa de falla constante.

La probabilidad de falla de un equipo que tiene este tipo de tasa de falla siempre es la misma independientemente del tiempo de servicio que tenga el equipo.

#### C Tasa de falla creciente.

Equipos con este tipo de fallas a mayor tiempo en servicio mayor probabilidad de falla.



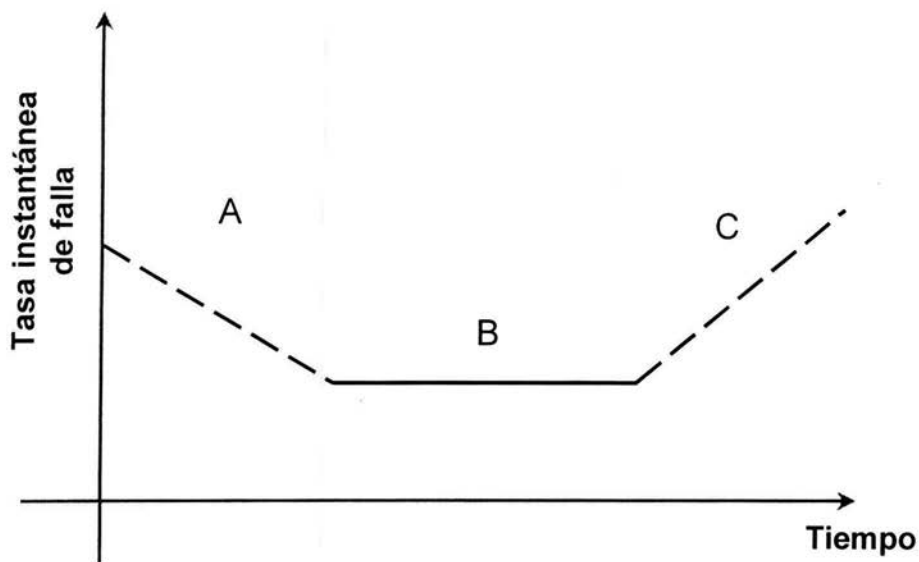


Figura 4.1 Tasa de falla contra edad del equipo.

Cuando un equipo presenta los tres tipos de tasa de falla; las fallas que ocurren en A se atribuyen a defectos de fabricación; las que ocurren en B se atribuyen a causas aleatorias y las que ocurren en C al agotamiento o desgaste del equipo.

Para entender mejor los conceptos mencionados, se estudiará un ejemplo. Supongamos que se instalan  $n(0) = 10,000$  componentes electrónicos y que enseguida se verifica, a intervalos de tiempo iguales, el número de componentes electrónicos que no ha fallado. El número de componentes sin fallar al final de cada uno de los  $t$  intervalos de tiempo es igual a cierta función de  $t$ , digamos  $n(t)$ . La estructura de una tabla de mortalidad se muestra en la tabla 6; en la segunda columna de la tabla se dan los valores que toma la función  $n(t)$ .

Conocido  $n(t)$  es posible dibujar una curva como la mostrada en la figura 1 que una los puntos representativos de los valores.

$$v(t) = \frac{n(t)}{n(0)} \quad (9)$$

y que recibe el nombre de curva de mortalidad.



Si se admite que todos los componentes electrónicos tienen la misma probabilidad a priori de no fallar en el intervalo  $t$ ; entonces  $v(t)$  es la probabilidad empírica de que cada componente tenga una duración superior a la correspondiente al intervalo  $t$ , y haciendo que  $P(T \geq t)$  sea ésta probabilidad empírica, tenemos que:

**Tabla 4.5 Probabilidad de falla y probabilidad de falla condicional.**

Intervalos transcurridos	Supervivientes $n(t)$	Mortalidad $n(t-1)-n(t)$	Probabilidad de falla $p(t)$	Probabilidad condicional de falla $P_c(t)$	$v(t)$
0	10,000				1.00
1	10,000	0	0.00	0.0000	1.00
2	9,900	100	0.01	0.0100	0.99
3	9,800	100	0.01	0.0101	0.98
4	9,700	100	0.01	0.0102	0.97
5	9,600	100	0.01	0.0103	0.96
6	9,300	300	0.03	0.0313	0.93
7	8,700	600	0.06	0.0645	0.87
8	7,700	1,000	0.10	0.1149	0.77
9	6,300	1,400	0.14	0.1818	0.63
10	4,800	1,500	0.15	0.2381	0.48
11	3,200	1,600	0.16	0.3333	0.32
12	1,800	1,400	0.14	0.4375	0.18
13	1,000	800	0.08	0.4444	0.10
14	600	400	0.04	0.4000	0.06
15	300	300	0.03	0.5000	0.03
16	200	100	0.01	0.3333	0.02
17	100	100	0.01	0.5000	0.01
18	0	100	0.01	1.0000	0.00

$$P(T \geq t) = v(t) = \frac{n(t)}{n(0)} \quad (10)$$

en donde  $T$  es una variable aleatoria que representa la duración o vida del equipo. Se llama "función de supervivencia" de un equipo a una función  $v(t)$  de la forma (9), calculada a partir de la totalidad de elementos de una población o a partir de una muestra representativa de toda la población.

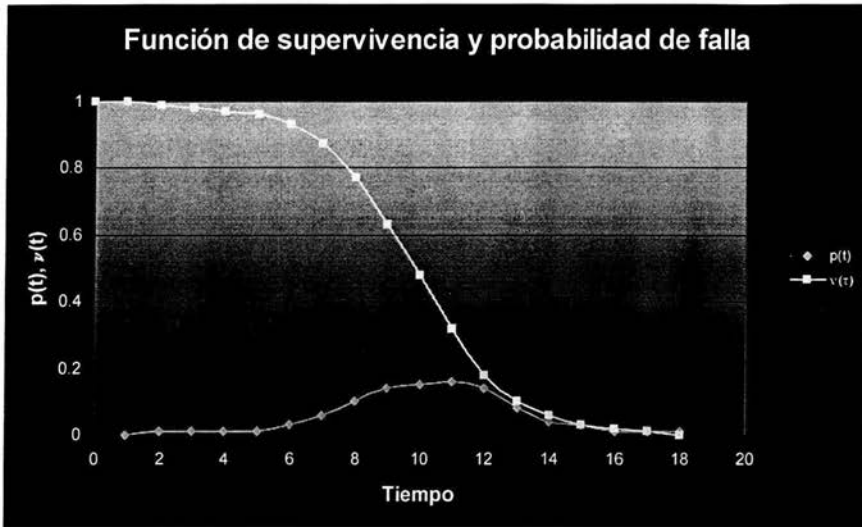


Figura 4.2 Función de supervivencia y probabilidad de falla.

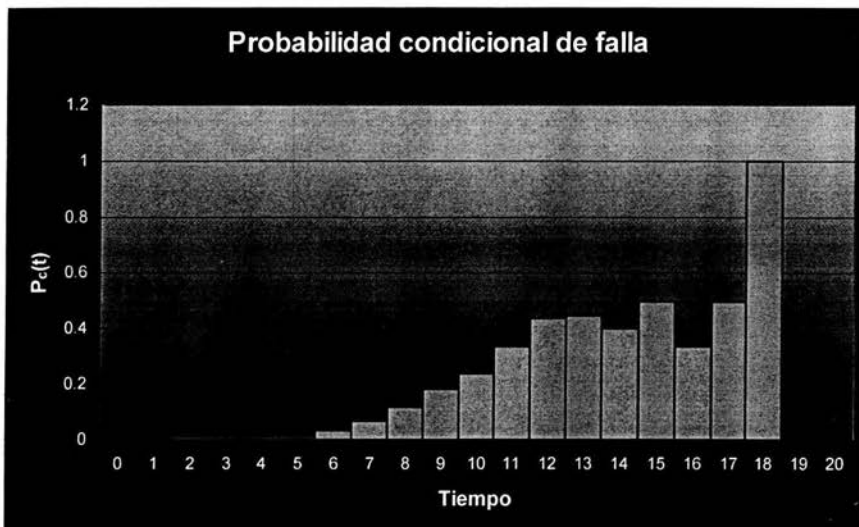


Figura 4.2 Probabilidad condicional de falla.



De acuerdo con (10) se tiene:

$$P(T < t) = j(t) = 1 - v(t) \quad (11)$$

Consecuentemente la probabilidad de que un foco se funda en un instante comprendido entre los intervalos  $(t-1)$  y  $t$  será:

$$p(t) = P[(t-1 \leq T < t)] = \frac{n(t-1) - n(t)}{n(0)} \quad (12)$$

A  $p(t)$  se le llama "probabilidad de falla" y también está representada gráficamente en la figura 4.2.

#### 4.4.2 Probabilidad condicional de falla

Otra medida descriptiva de la vida de un equipo que falla es la probabilidad condicional de que un equipo que no ha fallado hasta el intervalo  $(t-1)$  falle en el intervalo  $t$ . Si designamos con  $P_c(t)$  a esta probabilidad, se tiene:

$$P(t-1 \leq T < t) = P(T \geq t-1)P_c(t) \quad (13)$$

esto es, la probabilidad a priori de una falla en el intervalo  $t$  es igual a la probabilidad de que no se tenga ninguna falla de 0 a  $(t-1)$  por la probabilidad condicional  $P_c(t)$  de tener una falla en el intervalo  $t$ . De (13) resulta:

$$P_c(t) = \frac{p(t-1 \leq T < t)}{P(T \geq t-1)}$$

pero:



$$p(t-1 \leq T < t) = \frac{n(t-1) - n(t)}{n(0)}$$

$$p(T \geq t-1) = 1 - P(T < t-1) = \frac{n(t-1)}{n(0)}$$

y consecuentemente:

$$P_c(t) = \frac{n(t-1) - n(t)}{n(t-1)} = 1 - \frac{n(t)}{n(t-1)} \quad (14)$$

Una representación gráfica de  $P_c(t)$  para el caso del ejemplo se muestra en la figura 4.3. la probabilidad condicional de falla es una medida característica muy importante ya que mide el riesgo de mantener en servicio un equipo que ha tenido un tiempo  $t$  de funcionamiento.

Para abreviar la escritura se llamará edad de un equipo al intervalo de tiempo transcurrido entre su puesta en servicio y el instante considerado. Obsérvese que en ciertos problemas el tiempo y la edad pueden reemplazarse por horas de funcionamiento (motores), kilómetros (automóviles), operaciones (aterrizajes de un avión), etc.

#### 4.4.3 Probabilidad de consumo

Supongamos que el equipo se reemplaza en cuanto falla y calculemos la probabilidad  $P_m(t)$  de que haya  $m$  reemplazos en el lapso que va de 0 a  $t$ .

a) La probabilidad  $p_0(t)$  de no tener ningún reemplazo ( $m=0$ ) es:

$$p_0(t) = v(t) = \frac{n(t)}{n(0)} \quad (15)$$

ya que  $v(t)$  es la probabilidad de que el equipo tenga una duración mayor o igual que  $t$ .

b) Para calcular  $p_1(t)$  consideremos los eventos:



- $E_1$ : se lleva a cabo un reemplazo en un instante comprendido entre los intervalos  $(u-1)$  y  $u$  con  $0 < u < t$ . De acuerdo con (12) se tiene  $P(E_1) = p(u)$ .
- $E_2$ : no se presenta ninguna falla en el lapso que va de  $u$  a  $t$ . De acuerdo con (15) se tiene  $P(E_2) = v(t-u)$ .

Por el teorema de las probabilidades compuestas resulta:

$$P(E_1 \cap E_2) = p(u) v(t-u) = \frac{n(u-1) - n(u)}{n(0)} \frac{n(t-u)}{n(0)} \quad (16)$$

finalmente bastará considerar todos los intervalos  $u$  comprendidos en el lapso que va de 0 a  $t$  y sumar las probabilidades (16) correspondientes. Esto es, la aplicación de teorema de las probabilidades totales, el cual conduce a:

$$p_1(t) = \sum_{u=1}^t p(u) v(t-u) \quad (17)$$

c) Si consideramos ahora el evento  $E_3$ :

- $E_3$ : se presentan  $(m-1)$  fallas en el lapso que va de  $u$  a  $t$ .

$$P(E_3) = p_{m-1}(t-u)$$

podemos escribir:

$$P(E_1 \cap E_3) = p(u) p_{m-1}(t-u)$$

y por el teorema de las probabilidades totales resulta:

$$p_m(t) = \sum_{u=1}^t p(u) p_{m-1}(t-u); p_m(0) = 0 \quad (18)$$

d) De esta manera, conocido  $p_0(t)$ , se calcularán sucesivamente  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ , ... , según se muestra enseguida:



$$\begin{aligned}p_1(t) &= \sum_{u=1}^t p(u) p_0(t-u) \\p_2(t) &= \sum_{u=1}^t p(u) p_1(t-u) \\p_3(t) &= \sum_{u=1}^t p(u) p_2(t-u) \\&\vdots \\p_m(t) &= \sum_{u=1}^t p(u) p_{m-1}(t-u)\end{aligned}\tag{19}$$

por ejemplo basándose en los valores consignados en la tabla 4.5 se tiene:

$$p_1(1) = \sum_{u=1}^1 p(u) v(1-u) = p(1) v(0) = (0)(1) = 0$$

$$p_1(2) = \sum_{u=1}^2 p(u) v(2-u) = p(1) v(1) + p(2) v(0) = (0)(1) + (0.01)(1) = 0.01$$

$$p_1(3) = \sum_{u=1}^3 p(u) v(3-u) = (0)(0.01) + (0.01)(0) + (0.01)(0) = 0$$

#### 4.5 REEMPLAZO DE UN CONJUNTO DE EQUIPOS POR PROGRAMACIÓN DINÁMICA

El problema del reemplazo de equipo puede plantearse utilizando programación dinámica, donde las decisiones son: mantener o reemplazar. El concepto dinámico mencionado anteriormente es fácil de resolver y analizar (ver figura 4.4).

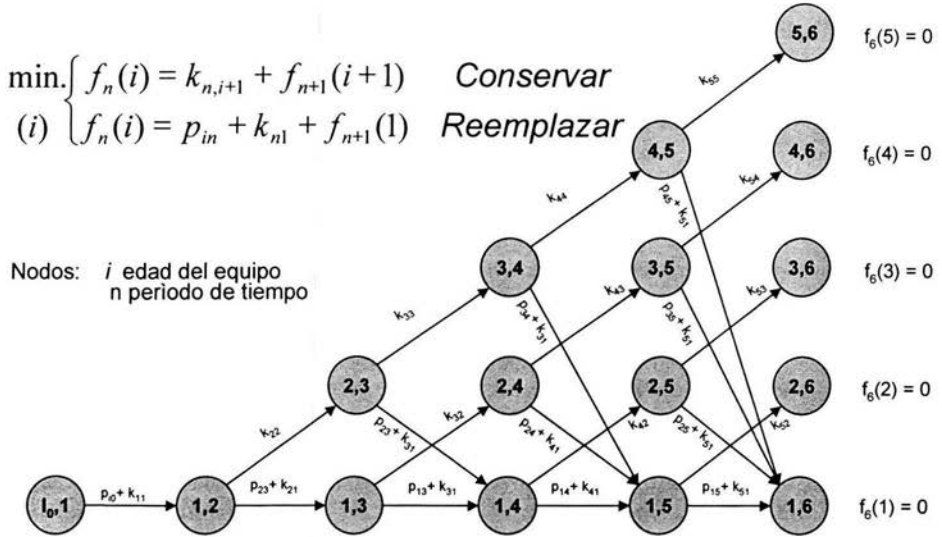


Figura 4.4 Modelo de reemplazo de equipo utilizando programación dinámica.<sup>1</sup>

En donde:

$f_n(i)$  = costo de la decisión óptima cuando faltan “n” periodos por recorrer.

$k_{n,i+1}$  = costo de operación y mantenimiento del equipo en el periodo n, con una edad de “t” años al final del periodo “n”, es decir, el equipo tendrá “i+1” años al final del periodo.

$f_{n+1}(i+1)$  = costo de la decisión óptima en el periodo “n+1” de un equipo cuya edad es de “t” años; es decir, tiene una edad de “i+1” años.

$p_{i,n}$  = costo real de un nuevo equipo, es decir, es la diferencia entre la venta del equipo que tiene “i” años (su valor de rescate) y la compra de uno nuevo, cuando faltan “n” periodos por recorrer.

$k_{n1}$  = costo de operación y mantenimiento con edad de un año (t=1), cuando faltan “n” periodos por recorrer.

<sup>1</sup> Tomado de Escobar, Carlos (2001). Notas del curso : «Teoría General de Sistemas».





$f_{n+1}(1)$  = costo de la decisión óptima en el período "n+1" de un equipo cuya edad es de un año, puesto que se acaba de comprar un equipo nuevo.

A continuación presentamos un ejemplo de reemplazo de equipo usando la programación dinámica. [R. Bellman, 1957].

Para resolver una decisión secuencial en un problema real hay dos pasos. Primero el problema debe ser planteado en términos de programación dinámica (etapas, estados y decisiones). Segundo el problema es resuelto metodológicamente determinando el óptimo de la función de recurrencia.

El primer paso es el más difícil ya que no hay un método mecánico para "modelar" un problema dado. La secuencia de pensamientos a seguir para plantear un problema dado es identificar primero las etapas y las decisiones (las cuales normalmente son evidentes) luego intentar identificar el conjunto correcto de estados para describir el problema. Esta es la parte más importante del proceso. Una manera de identificar los estados es plantear la siguiente pregunta: ¿mi decisión en el período t dependerá del valor de qué?. La respuesta a esta pregunta es precisamente el objeto que puede ser considerado estado. En el problema del reemplazo la decisión es reemplazar o no. La respuesta a la pregunta es la edad de otro equipo la cual es la variable de estado del problema.

Se está a cargo del mantenimiento de un conjunto de equipos por un período de cinco meses (ese será el horizonte de planeación). Un equipo se puede mantener en servicio o bien puede ser reemplazado cada año por un equipo nuevo.

**Tabla 4.6 Datos del ejemplo de reemplazo de equipo usando la programación dinámica.**

n	P(n)	$P_c(n) = \frac{P(n-1) - P(n)}{P(n-1)}$	Costo de mantenimiento	Valor en el tiempo n
0	1.0	0	0	100
1	1.0	0	4	60
2	0.8	1/5	10	40
3	0.5	3/8	17	30
4	0.2	3/5	26	20
5	0.1	1/2	38	10
≥ 6	0.0	1	-	0



$P(n)$  = probabilidad de que el equipo funcione después de  $n$  años.

$P_c(n)$  = Probabilidad de que el equipo no funcione después de  $n$  años

La decisión a tomar cada año es la siguiente:

Reemplazar el equipo por uno nuevo: R

No reemplazar el equipo: NR

Las etapas son los cinco meses.

El estado  $x_i$  es la edad del equipo comenzando en la etapa  $i$ . El valor es negativo porque es un beneficio.

$$\begin{aligned}V_5(0) &= -100 \\V_5(1) &= -60 \\V_5(2) &= -40 \\V_5(3) &= -30 \\V_5(4) &= -20 \\V_5(5) &= -10 \\V_5(6) &= 0\end{aligned}$$

Donde  $V_{i,j}$  es la función de recurrencia en la etapa  $i$  del estado  $j$ .

$$\begin{aligned}V_4(1,R) &= (-60+100+0-60)(1.0) = -20 \\V_4(1,NR) &= (0+4-40)(0.8) + \\&\quad (0+4+0)(0.2) = -28 \\V_4(2,R) &= (-40+100+0-60)(1.0) = 0 \\V_4(2,NR) &= (0+10-30)(5/8) + \\&\quad (0+10+0)(3/8) = -8.75 \\V_4(5,R) &= (-10+100-0-60)(1.0) = 30 \\V_4(5,NR) &= (0+38-0)(1.0) = 38\end{aligned}$$

#### 4.6 ESTRATEGIAS DE REEMPLAZO DE EQUIPOS, USANDO CADENAS DE MARKOV

Varios autores [Foster and García-Díaz, 1983] han usado la teoría de cadenas de Markov para estudiar la confiabilidad de los sistemas y el reemplazo de equipos. Por eso a continuación se presenta un ejemplo de reemplazo de equipo usando cadenas de Markov. [Roseaux, 1993]



Se reemplazarán por una serie de equipos nuevos idénticos, las siguientes máquinas:

1. Supongamos que todo el equipo que falló en el intervalo  $[n-1, n]$  es reemplazado por uno nuevo en la fecha  $n$ . Consideremos entonces que hay cien equipos nuevos en el período  $n = 0$ ; después cada una de las fallas será reemplazada y nos interesaremos en la edad de su reemplazo en funcionamiento en el período  $n$ , sea  $A(n)$ . Supongamos que  $A(n)$  es una cadena de Markov de orden 1.

Calcular a partir de los datos estadísticos precedentes, las probabilidades de transición de la cadena  $A(n)$ ; deducir el número promedio de equipos reemplazados en el período  $n$  (se hará un cálculo numérico para los primeros cinco períodos).

2. ¿Cuál será el nivel de reaprovisionamiento y la repartición de las edades al final de un gran número de períodos?  
¿Qué observación puede hacer en relación con los cálculos precedentes?

Resultados:

1. Los datos numéricos relacionados con el lote de 100 equipos nuevos nos permiten el cálculo de la estimación de probabilidades de cambio de estado (es decir: edad) de un equipo entre el período  $n$  y el período  $n+1$ . Los estados posibles son, teniendo en cuenta el reemplazo de un equipo que falla  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ .

Consideremos por ejemplo un equipo de edad 2 en el período  $n$ ; puede que falle entre  $n$  y  $n+1$  (con la probabilidad  $p_{20}$ ) y sea reemplazado por uno nuevo (edad 0) en  $n+1$ , es decir, funcionar normalmente durante este período (probabilidad  $p_{23}$ ) y por lo tanto pasar de la edad 2 a la edad 3.

Estimamos  $p_{20}$  para 60 equipos de edad 2, 40 fallan entre los períodos 2 y 3, de donde la estimación de  $p_{20}$ :  $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ ; de la misma forma la estimación para

$$p_{23} \text{ será: } \frac{20}{60} = \frac{1}{3}.$$



De manera general, si  $A(n)$  es la edad de un equipo en el período  $n$ ,  $A(n)$  es una cadena de Markov cuya matriz de paso es:

		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>M =</b>	<b>0</b>	0.1	0.9	0	0	0
	<b>1</b>	1/3	0	2/3	0	0
	<b>2</b>	2/3	0	0	1/3	0
	<b>3</b>	0.9	0	0	0	0.1
	<b>4</b>	1	0	0	0	0

Y el grafo asociado es:

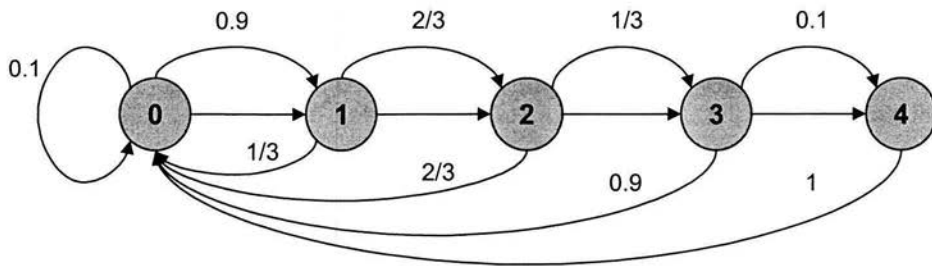


Figura 4.5 Grafo asociado con el reemplazo de equipos usando cadenas de Markov.

Sea  $N_0$  el número de equipos nuevos en  $t = 0$  e indiquemos cada equipo inicial por  $k$ , a cada  $k$  está asociada una cadena de Markov  $A_k(n)$ , cuya matriz de paso es  $M$ . nos interesa el número  $N_i(n)$  de cadenas en el estado  $i$  en la etapa  $n$ . Sea además  $B_k^i(n)$  la variable de Bernouilli definida de la siguiente manera:

$$B_k^i(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } A_k(n) = i \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \text{ para } k = 1, 2, \dots, N_0$$

Tenemos entonces:

$$N_i(n) = \sum_{k=1}^{N_0} B_k^i(n) \quad \text{por lo tanto} \quad E[N_i(n)] = \sum_{k=1}^{N_0} E[B_k^i(n)]$$



o bien:  $B_k^i(n) = \begin{cases} 1 & \text{con la probabilidad } \pi_i(n) \\ 0 & \text{con la probabilidad } 1 - \pi_i(n) \end{cases}$

ó  $\pi_i(n) = P[A_k(n) = i]$

por lo tanto:  $E[N_i(n)] = \sum_{k=1}^{N_0} \pi_i(n) = N_0 \cdot \pi_i(n)$

Si escribimos:  $\bar{N} = [\bar{N}_0(n), \bar{N}_1(n), \bar{N}_2(n), \bar{N}_3(n), \bar{N}_4(n)]$  ó  $\bar{N}_i(n) = E[N_i(m)]$

Podemos decir que:

$$\bar{N}_i(n+1) = \bar{N}(n) \cdot M$$

con:  $\bar{N}(0) = [N_0, 0, 0, 0, 0]$

las cantidades demandadas son entonces las  $\bar{N}_0(n)$  para  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ .

El cálculo numérico para  $N_0 = 100$

$$\bar{N}(0) = [100, 0, 0, 0, 0]$$

$$\bar{N}(100) = [100, 90, 0, 0, 0]$$

$$\bar{N}(2) = [31, 9, 60, 0, 0]$$

$$\bar{N}(3) = [46.1, 27.9, 6, 20, 0]$$

$$\bar{N}(4) = [35.91, 41.49, 18.6, 2, 2]$$

$$\bar{N}(5) = [33.621, \dots]$$

2. Señalemos que cada una de las cadenas  $N_0$  están en régimen permanente, por lo tanto podemos calcular las probabilidades de estado ( $\pi^*$ ):

$$\pi_i^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi_i(n) \quad i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

$$\pi_4^* = 0.1\pi_3^* \quad ; \quad \pi_3^* = 1/3\pi_2^*$$

$$\pi_2^* = 2/3\pi_1^* \quad ; \quad \pi_1^* = 0.9\pi_0^*$$



Expresando estas probabilidades en función de  $\pi_0^*$ , tenemos:

$$\begin{aligned}\pi_1^* &= 9/10 \pi_0^* ; \quad \pi_2^* = 2/3 \cdot 9/10 \pi_0^* = 3/5 \pi_0^* \\ \pi_3^* &= 1/3 \cdot 3/5 \pi_0^* = 1/5 \pi_0^* ; \quad \pi_0^* = 1/10 \cdot 1/5 \pi_0^* = 1/50 \pi_0^*\end{aligned}$$

Utilizando la ecuación de normalización, se tiene:

$$(1 + 9/10 + 3/5 + 1/5 + 1/50) \pi_0^* = 1 ; \quad \text{por lo tanto } \pi_0^* = \frac{25}{68}$$

En régimen permanente se podrá reemplazar en promedio  $100 \cdot \frac{25}{68} = 36.7$  equipos por período. Lo que significa que cada período se podrán reemplazar 37 equipos.

#### 4.7 PRINCIPALES POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO APLICADAS A LOS MODELOS DE MANTENIMIENTO PREVENTIVO Y CORRECTIVO

Todo problema de reemplazo de equipos que fallan estocásticamente, implica dos aspectos fundamentales. El primero consiste en descubrir los resultados operacionales que se obtendrán cuando se aplica al equipo una secuencia particular de acciones de mantenimiento. A cualquier secuencia particular de acciones de mantenimiento se le denomina política de mantenimiento.

El otro aspecto es definir y caracterizar una política óptima de mantenimiento para la situación física dada, considerando el criterio de evaluación elegido.

Principales características operacionales de una política de mantenimiento.

- a) Tasa esperada de reemplazos
- b) Tasa esperada de reemplazos planeados o preventivos
- c) Tasa esperada de reemplazos no planeados o fallas operacionales
- d) Tasa esperada de costos por reemplazos planeados
- e) Tasa esperada de costos por reemplazos no planeados



Conocidos los principales resultados operacionales de una política de reemplazo o mantenimiento se puede determinar la política óptima de mantenimiento.

Las políticas de mantenimiento más aceptadas; tanto para los modelos de mantenimiento preventivo como para los de mantenimiento correctivo son las siguientes: [Elandt-Johnson, 1996]

a) Política Periódica.

Esta política consiste en reemplazar el equipo cada cierto intervalo de tiempo (período), independientemente de que haya fallado o no. La aplicación de esta política requiere conocer con certeza los parámetros que intervienen en el modelo.

b) Política Adaptativa.

En esta política el intervalo de reemplazo se calcula nuevamente después de cada reemplazo planeado. Esta política es particularmente aplicable cuando se tiene incertidumbre respecto a los parámetros que intervienen en el modelo, pero la operación real del sistema puede proporcionar información respecto a dicho parámetro.

c) Política Oportunistica

Esta política es aplicable cuando se tiene un grupo de equipos que fallan estocásticamente, y la falla de uno hace que el grupo falle operacionalmente. Esta política consiste en aprovechar la situación que se presente cuando falla alguno de los equipos para reemplazar varios. Esta política es aplicable siempre que en este reemplazo simultáneo se obtengan economías de escala.



## 5. CASO DE ESTUDIO: ASIGNACIÓN DE PRIORIDADES DE MANTENIMIENTO EN UN SISTEMA DE PERFORACIÓN Y EXTRACCIÓN DE POZOS PETROLEROS.

Como el caso de estudio de esta tesis se realizó para equipo de perforación de pozos petroleros, al principio de este capítulo se mencionan algunos antecedentes sobre el origen de la perforación de pozos, y se hará referencia a los principales equipos usados en la perforación de pozos y su función. [Thomann, 1998]

### 5.1 HISTORIA DE LA PERFORACIÓN

El proceso de perforación de pozos se origina el principio de la historia humana. En un esfuerzo para encontrar agua o sal, los hombres excavaron los primeros pozos con sus manos, usando instrumentos hechos de huesos, madera o piedra. Aunque usaban sistemas operados manualmente, los chinos fueron los primeros en alcanzar un nivel de sofisticación en la perforación con su técnica del mástil de perforación de manantial.

El período de 600 a.C. a 1800 d.C. hubo un notable trabajo en la perforación de pozos por parte de los chinos, especialmente durante la dinastía Chou. Parece muy razonable asumir que griegos y romanos con su amplio conocimiento técnico y habilidades mecánicas, practicaran el arte de la excavación de pozos de agua y posiblemente el de la perforación, aunque los escritores contemporáneos registran muy pocos datos de tales actividades. Para el año 1500 d.C., parece que los chinos desarrollaron el arte de perforar pozos "profundos", del orden de 610 m (2000 ft) de profundidad.

De 1800 a 1859, en América y Europa, hubo mejoras en el equipo de perforación y los métodos de operación, tanto que para fines de 1850 muchos pozos que se habían perforado alcanzaban profundidades de 610 m (2000 ft).

De 1859 a 1880 la industria de la perforación de pozos realizó grandes avances en equipo mecánico y en habilidades técnicas. Los equipos de perforación y la maquinaria fueron perfeccionados en tipos, formas y principios de operación.

El mejoramiento en los cortadores de roca fue a finales de los años 20. A principios de 1930 se incluyeron las máquinas de combustión interna en las torres de perforación petrolera. Para 1950, prácticamente todos los pozos petroleros en Estados Unidos y en el mundo fueron perforados por torres de perforación rotatorias. Después del término de la segunda guerra mundial la exploración marina de pozos petroleros tuvo un rápido crecimiento.





## 5.2 EL EQUIPO DE PERFORACIÓN Y SU FUNCIÓN

Una institución de tipo general que cubre los aspectos normativos o de estandarización de las tareas de mantenimiento es el American Petroleum Institute (API). A continuación se presentan los aspectos básicos dados por Steele K., y C.P. Chugh.

### *Tipos de Equipos de Perforación y Estructuras.*

Las maquinarias de perforación están generalmente divididas en dos categorías: terrestres (onshore) y marinas (offshore). El estudio se hizo para las plataformas terrestres (onshore), así que sólo mencionaremos algunas características de este tipo de maquinaria.

Las cuatro funciones básicas para la perforación son:

- Levantar
- Girar
- Circular
- Controlar

Más adelante, en esta misma sección explicaremos con más detalle las cuatro funciones, así como los equipos que participan en dichas funciones.

Los principales equipos que llevan a cabo estas funciones se muestran a continuación en la figura 5.1. La torre de perforación petrolera sostiene el caballete porta poleas (crown block) y el motón izador (traveling block), los cuales son operados mediante el malacate (draw works) y su cable de perforación (drilling line). La barra giratoria (kelly) y el eslabón giratorio (swivel) están conectadas al juego de herramientas de perforación (drill string) y se encuentran suspendidas desde el gancho (hook) debajo del motón izador, permitiendo a la barra giratoria y al juego de herramientas de perforación ser rotados por el plato giratorio.

Un sistema de bombas de lodos bombean los fluidos de perforación desde las fosas, a través del tubo vertical, la manguera, el eslabón giratorio y la varilla de perforación, también regresan el lodo y los sedimentos al pozo.

Las válvulas de cierre de emergencia (blowout preventers, BOP) permiten a la cuadrilla de perforación mantener el control de las presiones subterráneas.

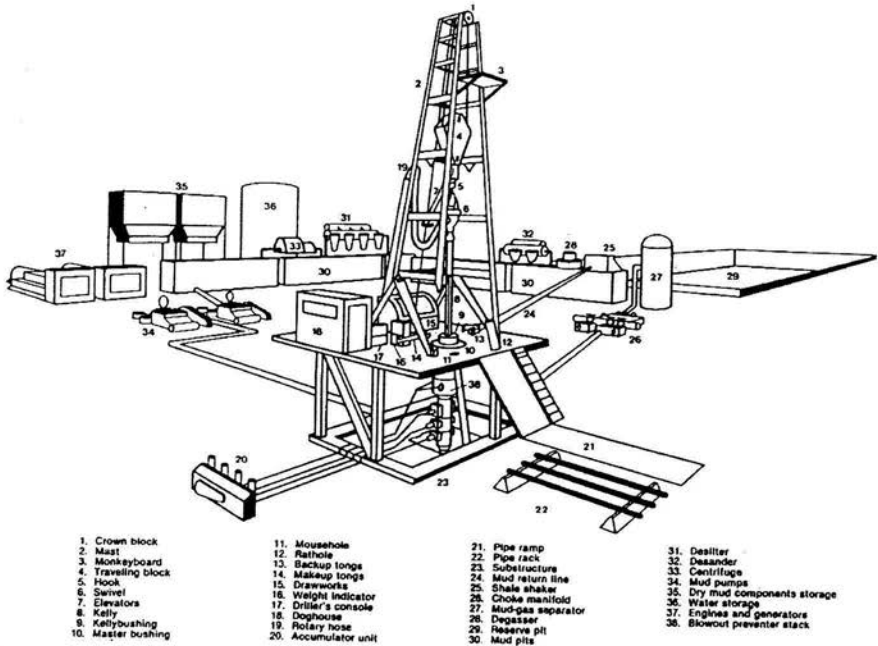


Figura 5.1 Típica perforadora rotatoria terrestre (onshore).

### 5.2.1 Levantamiento (Mástil, malcate, caballete porta poleas, motón izador y gancho)

La torre o mástil y la subestructura sobre la cual se sitúa, sostienen el peso de la varilla de perforación (drillstem) y permite el movimiento vertical de la tubería de perforación (drillpipe) suspendida. La subestructura también soporta el equipo de piso y proporciona el espacio de trabajo para su operación.

Las herramientas de perforación (drillstring) deben sacarse de operación periódicamente; la longitud de la tubería de perforación, que puede estar desconectada, está determinada por la altura de la torre. Por ejemplo, una acopladura de la tubería de perforación de aproximadamente 9.1 m (30 ft) de largo y una torre que permitiera el acoplamiento de la tubería en tres secciones, 27.4 m (90 ft), debería tener una altura de aproximadamente 42.7 m (140 ft).



El malacate (draw works) es un carrete en el cual el pesado cable de acero es enrollado. Desde el malacate el cable es ensartado a través del caballete porta poleas a la parte más alta de la torre y luego a través del motón izador, el cual cuelga suspendido del caballete.

El motón izador y la varilla de perforación suspendida pueden ser izadas o descendidas devanando o desembrollando la línea de perforación. Para manejar sin peligro y con precisión la pesada carga, el barrenador tiene un sistema eléctrico (o hidráulico) de freno para controlar la velocidad del motón izador y un freno mecánico para pararlo completamente,

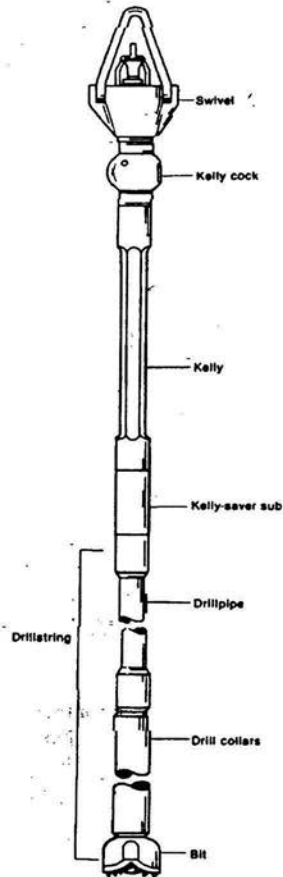
El malacate también tiene un eje auxiliar, o "catshaft", con carretes rotatorios en cada extremo llamados tornos o cabrestantes. Un torno giratorio es usado para suministrar fuerza para estirar las juntas de la tubería de perforación, el otro torno es usado para romper o perder las juntas de tubería cuando el tubo está siendo retirado en secciones.

### **5.2.2 Rotación (Eslabón giratorio, kelly, temblorina)**

El eslabón giratorio permite a la varilla de perforación rotar mientras soporta el peso de las herramientas de perforación en el pozo y proporciona una conexión a presión segura para la circulación del fluido de perforación.

El fluido de perforación entra al eslabón giratorio por medio del "cuello de ganso", el cual es una tubería curvada conectada a una manguera de alta presión. Conectada a la placa de perforación está la barra giratoria, la cual tiene una longitud de 12.2 m (40 ft) de acero hueco, el cual es usado para transmitir el movimiento giratorio del plato rotatorio al "drillstring".

El término varilla de perforación o "drillstem" se refiere a la barra giratoria unida a los siguientes componentes: kelly, tubería de perforación (drillpipe), collar de perforación (drill collar) y a la barrena (bit). Y el término "drillstring", se refiere a la tubería de perforación (drillpipe) y a los collares de perforación (drill collars). Ver figura 5.2.



**Figura 5.2 Componentes de la varilla de perforación (drillstem).**

La llave de paso de la barra giratoria (kelly cock) es una válvula especial localizada en el extremo más cercano al eslabón giratorio. (swivel), la cual puede estar cerrada para tapar el "drillstem". Otra llave de paso de la barra giratoria también está disponible en el fondo de la barra, y desempeña la misma función cuando la válvula superior no está utilizable.



La temblorina es girada por una fuente de energía del equipo, el plato gira las boquillas, la boquilla de la barra giratoria gira la barra, la barra gira la tubería de perforación y así... hasta la barrena.

### 5.2.3 Circulación (Bombas, tubo vertical, línea de retorno, equipo de control de sólidos)

La circulación de un fluido de perforación para transportar sedimentos del agujero y enfriar la barrena es una función muy importante en cualquier equipo rotatorio de perforación. El corazón del sistema de circulación son las bombas de lodo, las cuales son controladas por la fuente de poder primaria de la maquinaria, como son el plato rotatorio y el malacate.

Las bombas de lodo son bombas de desplazamiento positivo que empujan un volumen de lodo de perforación a través del sistema con cada golpe de sus pistones. La salida de la bomba de lodo está determinada por el tamaño del pistón y del cilindro, el número de golpes por minuto y el tipo de arreglo de los pistones.

Las bombas de lodo bombean el fluido de perforación desde los pozos de lodos o los tanques hasta un punto en la torre donde la manguera para equipo rotatorio se conecta con el tubo vertical al eslabón giratorio. Esta manguera de alta presión permite al motón izador moverse hacia arriba o hacia abajo en la torre mientras mantiene un sistema de presión firme.

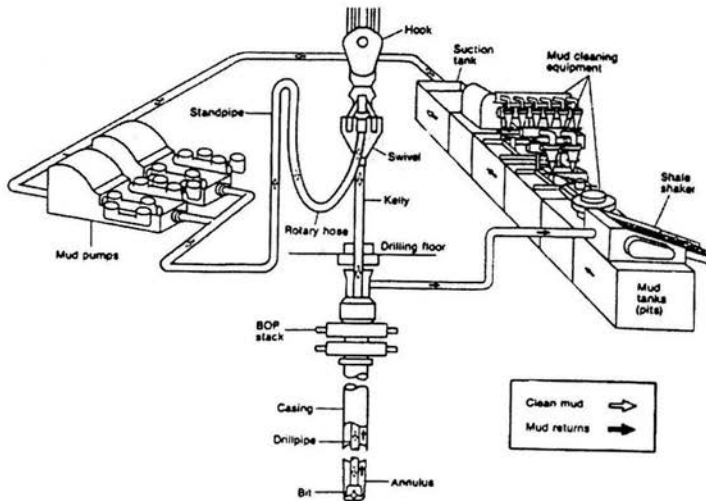


Figura 5.3 Componentes del sistema de circulación para una perforadora rotatoria.



La circulación de los lodos de perforación se mueve a través del eslabón giratorio, la barra giratoria, la tubería de perforación y los collares de perforación, saliendo a través de la barrena en el fondo del agujero. El lodo se mueve a través del espacio anular entre la tubería y el hoyo (o la cubierta), llevando la roca perforada en suspensión.

En la superficie el lodo deja el pozo a través de la línea de retorno y cae sobre una criba llamada criba de lodo (shale shaker). Este aparato tamiza los sedimentos y vierte algunos en un colector de muestra y el resto lo descarga en un pozo de reserva. Una vez que se ha limpiado el lodo de los sedimentos mas grandes es devuelto al tanque de lodo, desde el cual puede ser bombeado otra vez al pozo.

Las partículas finas son removidas por fuerza centrífuga haciendo fluir el lodo a través del desarenador, desenlodador o una centrífuga. También se usa un degasificador para remover las pequeñas cantidades de gas recogido en el lodo desde las formaciones subterráneas.

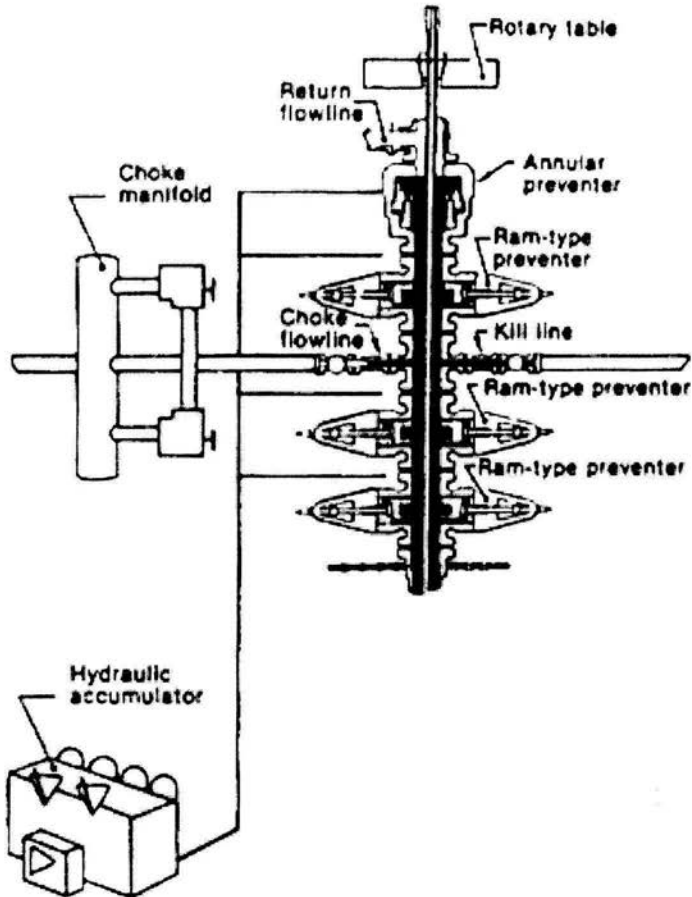
#### **5.2.4 Control (Preventores, sistema regulador)**

El control de las presiones subterráneas encontradas es una de las partes más importantes de la operación. Uno de los propósitos del lodo de perforación es suministrar una cabeza hidrostática de fluido para compensar la presión de poro de los fluidos en formaciones permeables. Sin embargo, a pesar de esto, el pozo puede "patear"; esto es, los fluidos pueden correr dentro del pozo, perturbando el balance del sistema, empujando el lodo fuera del agujero y exponiendo la parte superior del pozo y el equipo a altas presiones de las profundidades terrestres.

Si se dejara sin control, podría conducir a un "estallido" (blowout), con los fluidos de formación haciendo erupción enérgicamente desde el pozo, muchas veces encendiéndose y poniendo en peligro a la tripulación, al equipo y al ambiente.

Los preventores (blowout preventers, BOP) son una serie de poderosos sellos, diseñados para cerrar el espacio anular entre la tubería y el agujero, que es por donde el lodo normalmente regresa a la superficie. Cerrando esta ruta, el pozo puede ser "cerrado" y el lodo y/o fluidos de formación forzados a fluir a través de un regulador controlable o válvula ajustable. Este regulador permite a la cuadrilla de perforación controlar la presión que alcanza la superficie y seguir los pasos necesarios para "calmar" el pozo y restablecer el balance del sistema.

La figura 5.4 muestra un conjunto típico de válvulas de cierre de emergencia, incluyendo el cierre anular (annular preventer), el cual tiene un sello de goma que es hidráulicamente apretado para ajustarse fuertemente a la tubería de perforación en el hoyo.



**Figura 5.4** Componentes del sistema de control de un pozo para una perforadora rotatoria.

Los cierres de emergencia (BOP) son abiertos y cerrados por fluidos hidráulicos guardados bajo presiones de 10,000 a 20,000 kPa (1,500 a 3,000 psi) en un acumulador. El regulador múltiple aloja las series de reguladores positivos y/o ajustables que son normalmente controlados desde un tablero a distancia en el piso de la torre.



---

### 5.2.5 La varilla de perforación y los fluidos de perforación

La varilla de perforación, “drillstem” y el fluido de perforación son en sí mismos porciones muy complejas del sistema de perforación, y tienen un papel muy importante en la eficiencia de la operación en la perforación.

La mayor parte de la ingeniería en la perforación de pozos se la pasa monitoreando y manteniendo en buen funcionamiento la varilla de perforación y el fluido de perforación.

El “drillstring”, es el componente más largo de la varilla de perforación. La tubería de perforación está disponible en una variedad de fuerzas y es suministrada generalmente en uniones que son de aproximadamente de 9.1 m (30 ft) de largo y el diámetro puede variar de 6 a 17 cm. (2 3/8 a 6 5/8 in). Similar a la tubería de perforación, pero con un diámetro exterior más grande y diámetros internos más pequeños, están los acoplamientos de tubería llamados collares de perforación.

Los collares de perforación llevan a cabo tres importantes funciones:

- Proporciona peso a la barrena mientras mantiene la tubería de perforación en tensión.
- Actúa como pendiente para mantener derecha la cavidad.
- Mantiene rigidez para perforar un hoyo derecho.

Es de vital importancia que la tubería nunca esté sujeta a un momento de torsión o fuerzas de compresión, ya que puede fácilmente doblarse. El peso de los collares de perforación suministra la fuerza necesaria para dirigir la barrena a través de la roca.

La broca de la barrena es generalmente el componente más crítico de la varilla de perforación. La tecnología de la barrena ha experimentado muchos avances desde su inicio. Tipos de barrena son:

- Barrena de arrastre o fricción
- Barrenas de diamante
- Barrenas especiales

La mayoría de los pozos son perforados con agua clara para penetraciones más rápidas, hasta que cierta profundidad es alcanzada donde las condiciones del agujero dictan la necesidad de un fluido con propiedades especiales.. La adición de arcilla y químicos al agua permite la regulación de viscosidad, densidad y otras propiedades para mejorar la limpieza y evitar el desprendimiento de arcilla, pérdida de circulación, formación de flujo y daños en la estructura.





En la mayoría de los casos, el fluido utilizado en la perforación es una mezcla de agua con arcillas, sólidos suspendidos y aditivos químicos. En algunos casos se agrega petróleo. Un pequeño porcentaje de pozos son perforados con aire o espumas, de cualquier forma los fluidos de perforación deben ser tales que puedan realizar las siguientes funciones:

- Controlar las presiones subterráneas
- Quitar los fragmentos de roca desalojada por la barrena y traerlos a la superficie en el lodo de perforación.
- Enfriar y lubricar la varilla de perforación

Después de revisar los equipos principales de perforación y su función pasaremos a analizar la política de mantenimiento de los equipos mencionados.

### **5.2.6 Problemas de mantenimiento en equipo de extracción**

Debido a la gran presión localizada en el pozo, el equipo tarde o temprano presentará una falla mecánica, lo cual ocasiona que se pierdan piezas o se atranquen en el pozo. Cuando eso ocurre, es hora de "ir de pesca". Las situaciones más comunes que requieren trabajos "de pesca" son:

- Adhesión diferencial, la cual ocurre cuando la tubería entra en contacto con una formación permeable y la varilla de perforación es succionada contra el hoyo por la presión diferencial existente entre la columna de lodo y la formación;
- Asentamiento, la cual ocurre en pozos muy curvados cuando la tubería de perforación corta dentro de la pared del hoyo, creando una abertura que aprieta la tubería cuando un acoplamiento o un collar de perforación ancho es arrancado.
- Desprendimiento de arcilla, un problema que es el resultado del derrumbe de las orillas del pozo perforado por la barrena. Estos derrumbes forman "puentes", o lugares estrechos, y cuando se amontonan en las curvaturas del pozo provocan que se atore la tubería.
- Propiedades del lodo empobrecidas, lo cual resulta de un excesivo revestimiento de lodo sólido que se forma en las paredes del pozo, o una incapacidad del lodo de mantener los fragmentos de roca cuando la circulación se detiene; o puede causar que la varilla de perforación se quede fija en un espacio limitado.



- Ruptura debida a la fatiga, el cual es el resultado de la fatiga del metal y provoca que la varilla de perforación se curve o se rompa en dos, dejando una porción en el hoyo.
- Objetos extraños, como conos de barrena que pueden detener repentinamente la perforación; o una herramienta que pudo haber sido tirada por descuido de un trabajador. Cualquier pieza dura de desperdicio debe ser recuperada antes de que la perforación continúe.

### 5.3 ASIGNACIÓN DE PRIORIDADES DE MANTENIMIENTO EN UN SISTEMA DE PERFORACIÓN Y EXTRACCIÓN DE POZOS PETROLEROS

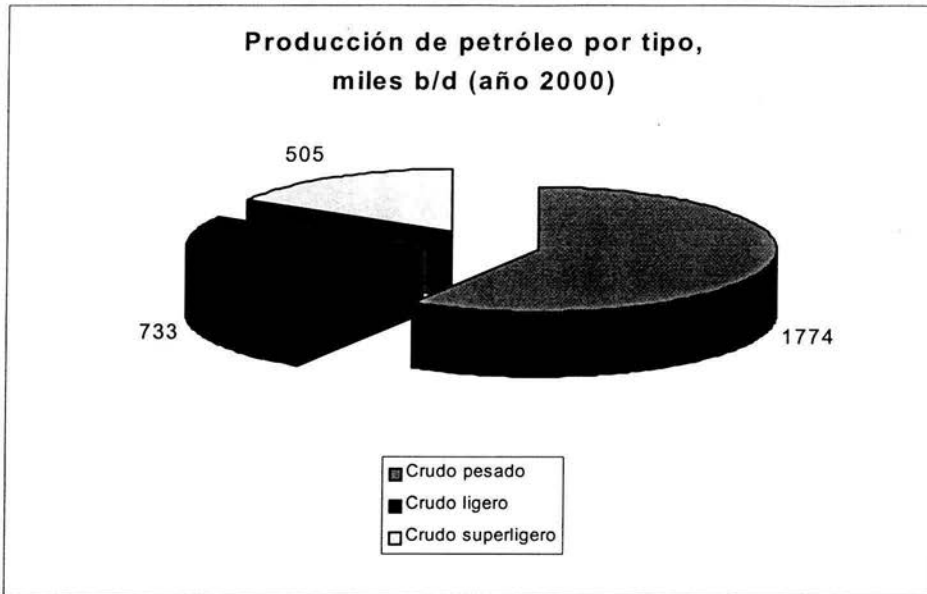
El hecho de haber realizado este estudio en equipos de perforación de pozos (con el respaldo de personal experto en el tema, (como lo fue el staff técnico y administrativo encargado de asignar las prioridades a cada una de las actividades de mantenimiento) demuestra que la metodología del Análisis del Ciclo de Vida y los Métodos Multicriterio, pueden ser generalizadas y aplicadas a cualquier equipo o proceso; incluso pueden aplicarse en casos muy distintos a los industriales, tales como la restauración de edificios [Bana e Costa Carlos A, Rui Carvalho Oliveira (2002)].

El objetivo de este estudio de caso fue determinar los proyectos prioritarios en el mantenimiento y políticas de reemplazo de equipos, utilizando el Análisis Jerárquico Multicriterio (AHP). Finalmente se compararon los resultados obtenidos en el AHP con los resultados del método MACBETH.

Otra razón importante por la cual consideramos estos equipos es la importancia que tiene la producción de crudo y gas natural para México, ya que en el año 2002 se produjeron 3.8 millones e barriles por día. La producción petrolera es muy importante para el suministro de energía y en general para la economía del país. Por eso todo el equipo de perforación y extracción de pozos debe mantenerse en buenas condiciones para lograr la producción planeada.

Como se puede ver en la gráfica, la producción de barriles por día en al año 2000 era de 3,012,000 barriles por día [Petróleos Mexicanos, *Memorias de labores. PEMEX Exploración y Producción, 2000*], lo cual nos da una idea de que si un día se para la producción de petróleo en el país, la pérdida económica sería de aproximadamente: \$86,986,560 USD (con un precio por barril de 28.88 USD/barril<sup>2</sup>). Lo cual nos da una mejor idea de la importancia que tiene para nuestro país la producción de petróleo, y por lo tanto también la importancia de mantener los equipos de perforación y extracción en buen estado de operación.

<sup>2</sup> Fuente : [www.bloomberg.com](http://www.bloomberg.com) (fecha 07/10/03)



**Figura 5.5 Producción de petróleo por tipo.**

### 5.3.1 Metodología general

La metodología general incluye:

- Definición y especificación de los objetivos y resultados esperados
- Análisis para identificar las actividades más importantes de mantenimiento y reemplazo de equipo, utilizando el software Decision Plus para aplicar el método AHP.
- Modelación para caracterizar las actividades en criterios; pesar (calificar) estos criterios y ponerlos en forma jerárquica.
- Implementación para pasar la jerarquía y el método MACBETH en una forma de sistema de ayuda multicriterio para la toma de decisiones

### 5.3.2 Asignación de prioridades para mantenimiento y reemplazo

PEMEX Exploración y Producción (PEP) regularmente recibe solicitudes de los responsables de la operación de la extracción del petróleo, requiriendo trabajos de mantenimiento que tienen que hacerse a los equipos de perforación.



Estas demandas, tomadas juntas excederían el presupuesto disponible para los trabajos de mantenimiento, lo cual obliga a una planeación, es decir, se deben priorizar las actividades que vayan a realizarse.

Dos métodos multicriterio fueron usados para llevar a cabo la asignación de prioridades de las actividades de mantenimiento, el Método Jerárquico Multicriterio y el Método MACBETH. Ambos se usaron en un proceso interactivo y constructivo para derivar las funciones de valor asociadas con cada criterio, reflejando las políticas de mantenimiento y sus preferencias.

Como la asignación de prioridades para el mantenimiento y el reemplazo de equipos, es un proceso humano (ya que ningún modelo matemático puede sustituir a las decisiones que deben tomarse), debido a que existen diferentes criterios para ello. Por esa razón es muy útil conocer la experiencia y las buenas prácticas de producción para obtener una primera calificación de los equipos que requerirán mantenimiento. [Escobar y López, 2003]

Al comienzo del proceso iterativo de construcción de los árboles de valor de los métodos multicriterio (y tomando en cuenta la restricción del presupuesto) se definieron los trabajos potenciales que se llevarían a cabo en las tareas de mantenimiento. Dichos trabajos se definieron como el conjunto mínimo de acciones para corregir las falla o defectos identificados en los equipos, otro punto a considerar es que los trabajos deben satisfacer dos condiciones; primera, las acciones de mantenimiento deben llevarse a cabo juntas y segunda, que debe ser considerado técnica y económicamente aceptables. Además el conjunto de las averías o defectos en un equipo dado puede generar uno o más trabajos de mantenimiento en otro(s) equipo(s).

Dentro del contexto anteriormente explicado, se utilizaron los sistemas multicriterio, especialmente para apoyar la toma de decisiones para el establecimiento de políticas de mantenimiento. Realizamos lo anterior para darle legitimidad, consistencia y objetividad al proceso de asignación de las tareas de mantenimiento que realizan en PEP.

La figura 5.6 muestra una visión global de la estructura de los modelos multicriterio (AHP y Macbeth) usados para la asignación de prioridades en los proyectos de mantenimiento. También se pueden observar los trabajos potenciales de mantenimiento definidos por el personal experto en perforación de pozos petroleros. Los modelos empiezan con la definición de los grados de urgencia de cada trabajo de mantenimiento, "absolutamente urgente", "urgente", "prioridad media" y "baja prioridad"

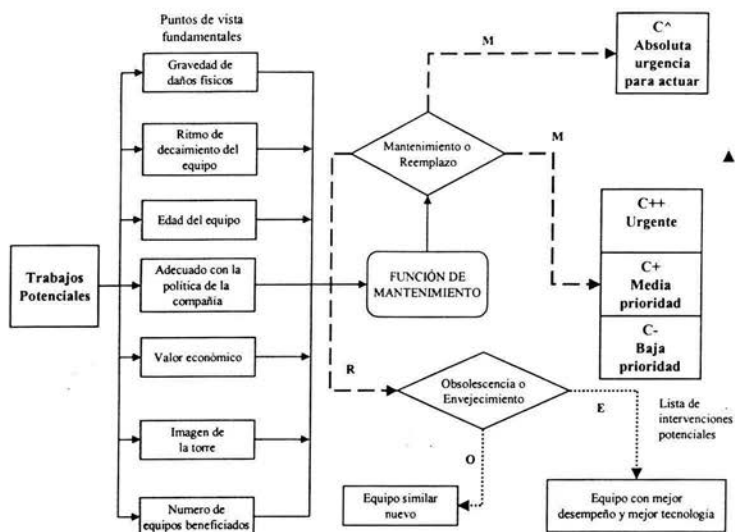


Figura 5.6 Visión general del modelo de asignación de prioridades.

Aunque en un principio el valor económico estuvo considerado, después se decidió quitarlo como criterio de evaluación. Esto fue muy conveniente para el análisis porque evitaría cualquier tipo de preferencia.

De las cuatro categorías que fueron consideradas (C absolutamente urgente; C++ urgente; C+ prioridad media y C- baja prioridad), para llevar a cabo el estudio en conjunto con el staff técnico administrativo, la primera de estas categorías (absolutamente urgente) cubre situaciones donde hay un enorme riesgo de colapso estructural del equipo y/o serios daños físicos a los trabajadores, o las condiciones del equipo son extremadamente malas. Y si se presentara este caso, no sería necesaria la evaluación mediante el modelo multicriterio, sería imperativo actuar de inmediato para corregir estos casos extremos.

Los correspondientes árboles de valor de cada método fueron construidos después de la interacción (entrevistas y sesiones de trabajo) con ingenieros del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) con bastante experiencia en la perforación de pozos, así como con personal experto en la perforación de pozos del Posgrado de Ingeniería, al final el staff técnico-administrativo con el cual se trabajó, estuvo conformado por 8 personas: 3 personas del departamento de producción, 3 personas del departamento de mantenimiento y 2 personas de planeación y control de proyectos.



**Figura 5.7 Conformación del grupo de expertos.**

El personal del Departamento de Mantenimiento se encargó de la definición de los índices de prioridad, en los cuales se refleja el grado de urgencia de las tareas de mantenimiento. Además este departamento junto con el personal de Planeación Estratégica y Control definieron los siete puntos de vista fundamentales (tareas potenciales de mantenimiento) así como la escala de cada uno de estos puntos. La escala se presenta más adelante en este capítulo, y en ella se explicará cada uno de los puntos más a detalle.

Al personal de producción se le preguntó por el orden de prelación de las tareas de mantenimiento con respecto a los equipos, es decir, que equipos eran los más "atractivos" y cuáles eran los menos "atractivos" para realizar los trabajos de mantenimiento de acuerdo a los puntos de vista fundamentales definidos con el personal de mantenimiento y planeación estratégica y control.

Es importante mencionar que para la asignación de pesos a los trabajos potenciales de mantenimiento, sólo las personas de Mantenimiento y Producción tenían condiciones de veto en la asignación de pesos en los trabajos potenciales.

Después de una lluvia de ideas, los árboles de valor para generar las jerarquías quedaron de la siguiente manera:

Para el Criterium Decison Plus:

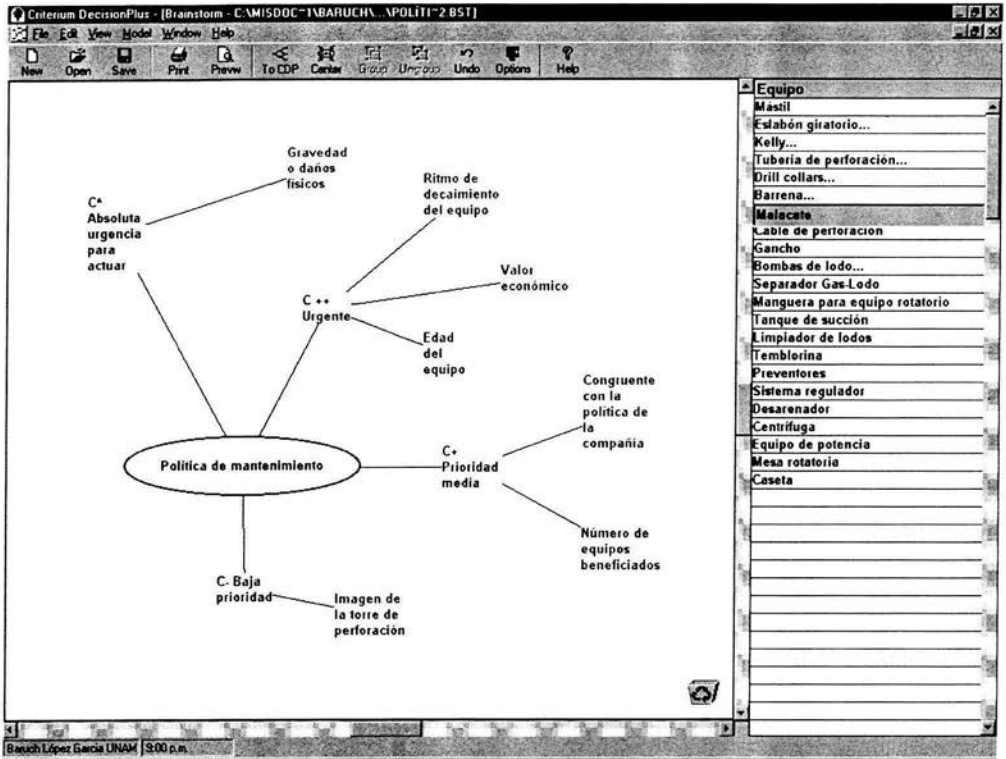


Figura 5.8 Lluvia de ideas para generar la jerarquía en el AHP.

Y para el MACBETH:



Figura 5.9 Árbol de valores para el método MACBETH.

En ambos métodos podemos ver las cuatro categorías consideradas (absoluta urgencia, urgente, prioridad media, baja prioridad) como los criterios, los siete puntos de vista fundamentales son los subcriterios y los equipos en los cuales se llevarán a cabo los trabajos de mantenimiento son las alternativas.

Las bases teóricas del Análisis Jerárquico Multicriterio y del método MACBETH pueden consultarse en los Anexos A y B respectivamente. Aunque en esta sección presentaremos parte de los fundamentos teóricos de estos métodos multicriterio.





### 5.3.3 Análisis Jerárquico Multicriterio (AHP)

El método AHP por sus siglas en inglés (Analytic Hierarchy Process), tiene por objeto la descomposición del problema en niveles jerárquicos para determinar en forma clara, a través de la síntesis de los valores de los agentes de decisión, una medida global para cada una de las alternativas, priorizándolas o clasificándolas hasta el final.

Método de Jerarquización Analítica fue desarrollado durante los años setentas en la Universidad de Pennsylvania por el Dr. Thomas L. Saaty, al buscar elaborar un instrumento formal para la evaluación y selección de alternativas, que tuviera las características de ser sólido en sus fundamentos matemáticos. El método se integra de cuatro etapas como se muestra en la figura 5.10.

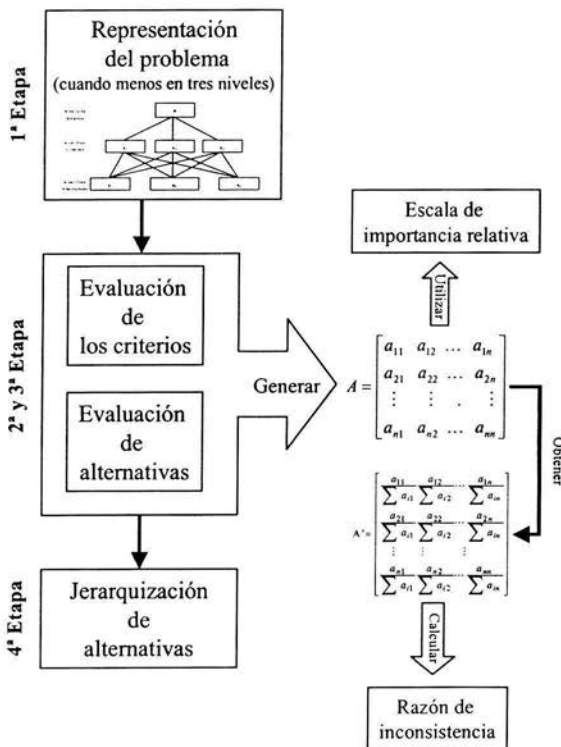


Figura 5.10 Procedimiento para realizar la jerarquización analítica.



En este trabajo se desarrolla un método de evaluación comparativo entre diferentes políticas de mantenimiento, basado en la identificación y evaluación del estado de los equipos de una plataforma petrolera. Para realizar la evaluación de las políticas de mantenimiento se usaron los métodos multicriterio (Analytic Hierarchy Process, AHP y el Macbeth). Haciendo uso de los programas de computo *Criterion Decision Plus* y *Macbeth*.

Los dos métodos a utilizar, emplearan las mismas variables (impactos y/o atributos), así como los criterios considerados para la evaluación de cada uno de dichos impactos. Con en el fin de tener una misma base para poder cotejar los resultados arrojados con ambos métodos.

### 5.3.4 Matriz de identificación

Para la evaluación de las políticas de mantenimiento asociadas con los equipos de perforación de pozos petroleros; se elaboró una matriz de identificación de los equipos a evaluar y los criterios de mantenimiento.

Tabla 5.1 Matriz de identificación

Equipos a evaluar	C <sup>+</sup>	C <sup>++</sup>		C <sup>-</sup>		
	Gravedad o daños físicos	Ritmo de decaimiento del equipo	Edad del equipo	Congruente con la política de la compañía	Número de equipos beneficiados	Imagen de la torre de perforación
Mástil	X	X	X	X	X	X
Estabón giratorio					X	
Kelly					X	
Tubería de perforación					X	
Drill collar					X	
Barrena		X				
Malacate	X	X		X		X
Cable de perforación					X	
Gancho	X		X	X	X	X
Bombas de lodo	X	X	X	X	X	X
Separador gas-lodo	X	X	X	X	X	X
Manguera para equipo rotatorio				X	X	X
Tanque de succión	X	X	X		X	X
Limpiador de lodos	X	X	X		X	X
Tembloquina	X	X	X		X	X
Preventores	X	X	X	X	X	
Sistema regulador	X	X	X	X	X	
Desarenador			X		X	X
Centrifuga			X		X	X
Equipo de potencia	X	X	X	X	X	
Mesa rotatoria	X	X	X	X	X	
Caseta						X



### 5.3.5 Criterios de evaluación

Para calificar las posibles políticas de mantenimiento, se establecerán rangos para evaluar cada equipo. Los rangos que se utilizarán en el AHP son los siguientes:

#### **Gravedad o daños físicos**

(10) = Enormes riesgos de colapso estructural o daños físicos a los trabajadores.

(5) = Condiciones extremadamente malas de los equipos que podrían causar daños.

(0) = Equipos que aunque presenten daños considerables no ponen en peligro a los trabajadores o a otros equipos (partes de repuesto).

#### **Ritmo de decaimiento del equipo**

(10) = Tasa baja de decaimiento del equipo, por lo general estos equipos no se vuelven obsoletos tan fácilmente y tienen una vida útil mayor que el resto de los equipos.

(8) = Tasa baja media de decaimiento.

(6) = Tasa media de decaimiento.

(4) = Tasa alta media de decaimiento.

(2) = Tasa alta de decaimiento.

#### **Edad del equipo**

(10) = Equipo viejo en operación.

(5) = Equipo con una vida media.

(0) = Equipo nuevo o seminuevo en operación.

#### **Congruente con la política de la compañía**

(10) = Mantenimiento con personal calificado (mantenimiento preventivo cada 25-28 días).

(8) = Mantenimiento por operadores calificados por largos períodos de tiempo (horas de rotación).

(6) = Mantenimiento por operadores no calificados (km de viaje).

(4) = Mantenimiento mínimo.

(2) = No requiere de mantenimiento, sólo se le da mantenimiento en tiempo muerto, es decir, antes de iniciar la perforación y hasta el término de la extracción, s sólo en caso de accidentes o daños graves en la estructura del equipo.

#### **Número de equipos beneficiados**

(10) = Al darle mantenimiento a este equipo la mayoría de los equipos se benefician.

(5) = Se benefician pocos equipos.

(0) = No se beneficia ningún equipo, sólo el equipo al cual se le da mantenimiento.



### Imagen de la torre de perforación

(10) = El mantenimiento de este equipo contribuye bastante en la imagen de la torre de perforación

(7) = Contribuye de manera moderada a la imagen de la torre.

(5) = Contribuye algo a la imagen de la torre.

(3) = contribuye poco a la imagen de la torre.

(0) = No contribuye en nada a la imagen de la torre.

Después de establecer los criterios de evaluación, el árbol de jerarquización quedó establecido de la siguiente manera para el método AHP, usando el *software Criterium Decision Plus*:

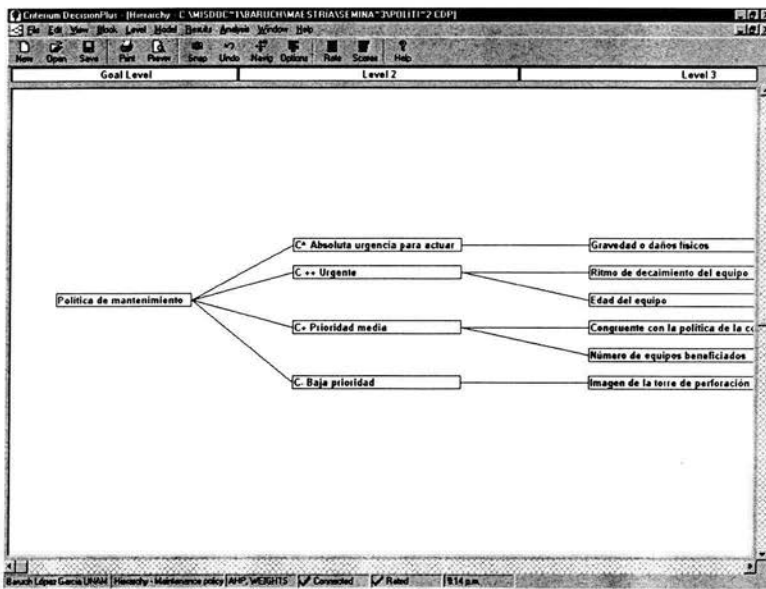


Figura 5.11 El modelo jerárquico (parte I).

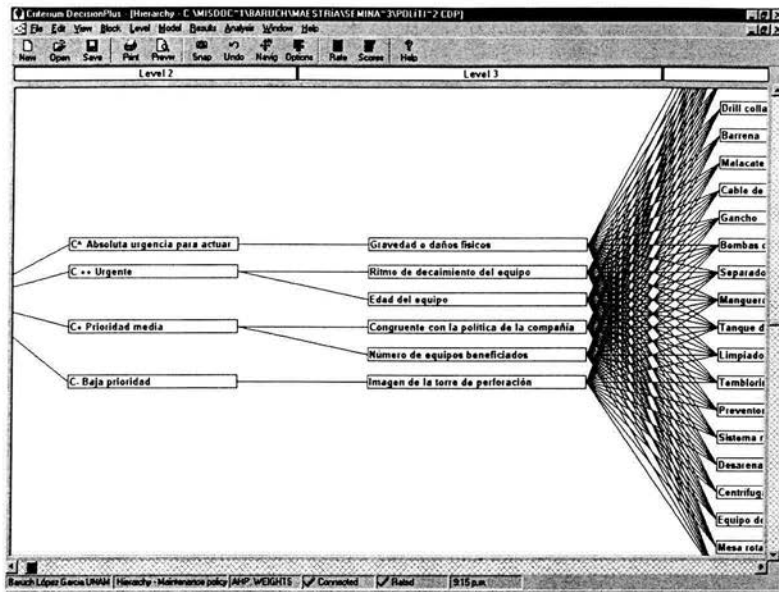


Figura 5.12 El modelo jerárquico (parte II).

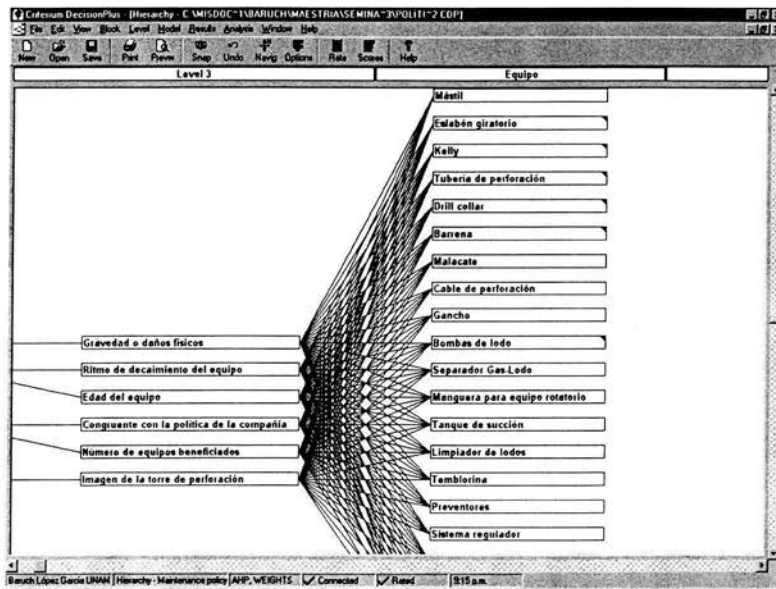


Figura 5.13 El modelo jerárquico (parte III).

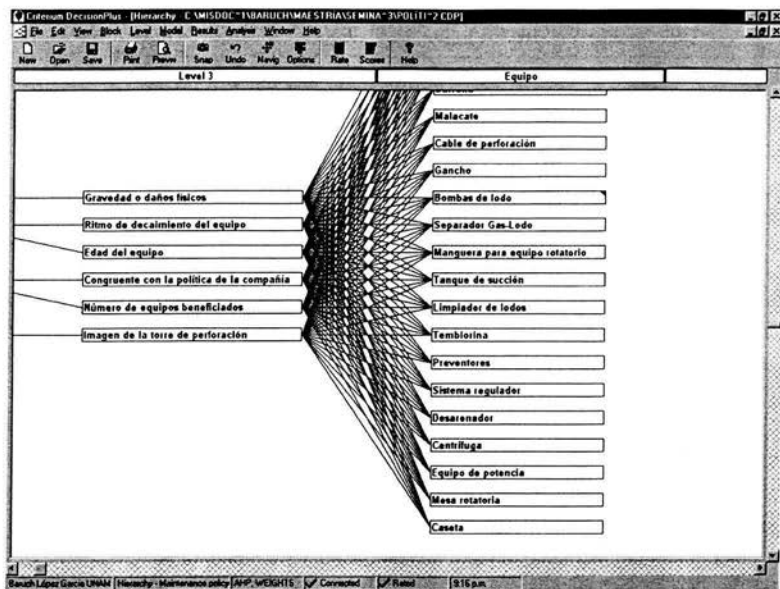


Figura 5.14 El modelo jerárquico (parte IV).

De acuerdo con los pesos establecidos por el personal experto, los resultados de la simulación se presentan a continuación:

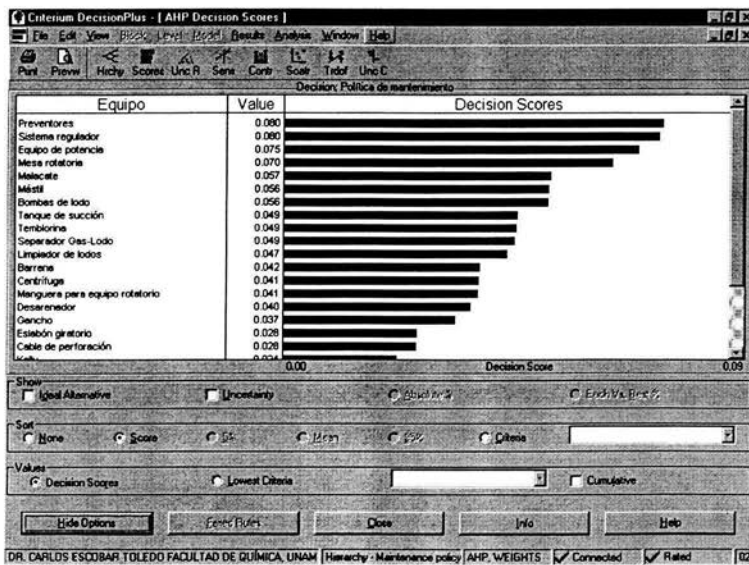


Figura 5.15 Resultados obtenidos con el modelo jerárquico (parte I).

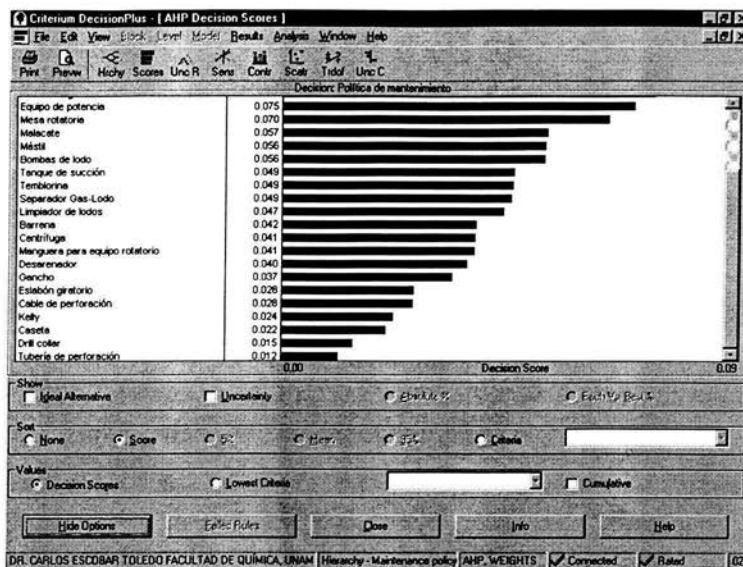


Figura 5.16 Resultados obtenidos con el modelo jerárquico (parte II).

### 5.3.6 Técnica de evaluación utilizando la teoría de decisiones para medir el orden de prelación de un sistema multicriterio. MACBETH.<sup>3</sup>

#### 5.3.6.1 Fundamentos de la metodología MACBETH

Existen técnicas numéricas y no numéricas para construir escalas de valores, es decir, una representación cuantitativa de preferencias usadas para reflejar, no sólo el orden de prelación de las opciones de elección del tomador de decisiones, sino también las diferencias de su orden de interés relativo.

La valoración directa de las opciones es una técnica numérica ampliamente usada, que requiere de un facilitador para:

1. Definir dos puntos fijos para la escala, generalmente (aunque no necesariamente) la opción más atractiva y la menos atractiva con respecto al criterio en consideración,
2. Asignar un valor a las opciones, por ejemplo, 100 y 0 respectivamente, y
3. Solicitar al tomador de decisiones asignar a cada una de las opciones restantes un puntaje que refleje el interés de la opción relativa a las dos referencias.

<sup>3</sup> MACBETH, siglas en inglés de Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique.



En la escala final, la diferencia entre los puntajes debe reflejar sus diferencias de interés para el tomador de decisiones. Sin embargo, esto es un proceso cuantitativo no intuitivo, por ejemplo, el tomador de decisiones debe entender que 0 no necesariamente representa una "ausencia" de valor (interés) y la razón  $r$  de dos resultados no significa necesariamente que una opción es  $r$  veces más atractiva que la otra.

MACBETH es una aproximación interactiva cualitativa para construir un intervalo de escala de valores. Usa juicios semánticos acerca de las diferencias de prelación de varias opciones para ayudar al tomador de decisiones a cuantificar el interés relativo de cada una. [Bana e Costa and Vasnick, 1999]. MACBETH emplea un procedimiento inicial de preguntas, el cual es iterativo que compara dos elementos al mismo tiempo, requiriendo solo un juicio cualitativo de preferencia. Mientras las respuestas son introducidas al Sistema de Ayuda a la Decisión M-MACBETH, automáticamente el sistema verifica sus consistencias. Subsecuentemente genera una escala numérica que es representativa de los juicios del tomador de decisiones.

A través de procesos similares permite la generación de escala de pesos para los criterios. Además, M-MACBETH proporciona herramientas para facilitar varios tipos de análisis de sensibilidad. A diferencia del AHP, en el MACBETH, no se usarán rangos, aquí se calificará el orden de prelación de cada uno de los equipos respecto de los demás. La asignación de calificaciones es como se muestra en la siguiente matriz:

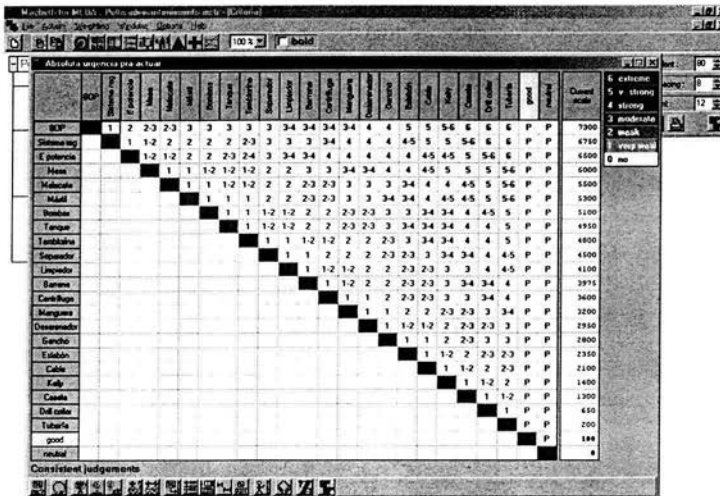


Figura 5.17 Valoración directa de las opciones en el método MACBETH.

ESTA TESIS  
DE LA BIBLIOTECA





Figura 5.18 Asignación de orden de prelación con MACBETH.

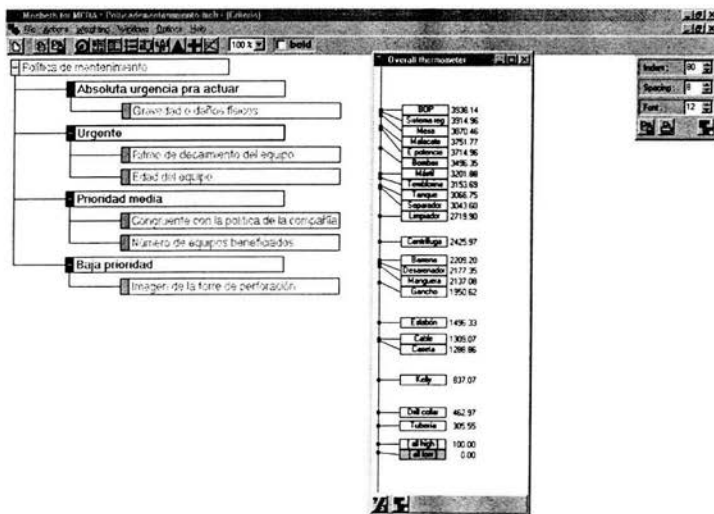


Figura 5.19 Resultados obtenidos con el método MACBETH.



### 5.3.7 Resultados

Tabla 5.2 Tabla comparativa de resultados.

RESULTADOS CON AHP	
Preventores	0.080
Sistema regulador	0.080
Equipo de potencia	0.075
Mesa rotatoria	0.070
Malacate	0.057
Mástil	0.056
Bombas de lodo	0.056
Tanque de succión	0.049
Temblorina	0.049
Separador Gas-Lodo	0.049
Limpiador de lodos	0.047
Barrena	0.042
Centrifuga	0.041
Manguera para equipo rotatorio	0.041
Desarenador	0.040
Gancho	0.037
Eslabón giratorio	0.028
Cable de perforación	0.028
Kelly	0.024
Caseta	0.022
Drill collar	0.015
Tubería de perforación	0.012

RESULTADOS CON MACBETH	
Preventores	3938.14
Sistema regulador	3914.96
Mesa rotatoria	3870.46
Malacate	3751.77
Equipo de potencia	3714.96
Bombas de lodo	3496.35
Mástil	3201.88
Temblorina	3153.69
Tanque de succión	3066.75
Separador Gas-Lodo	3043.60
Limpiador de lodos	2719.90
Centrifuga	2425.97
Barrena	2209.20
Desarenador	2177.35
Manguera para equipo rotatorio	2137.08
Gancho	1950.62
Eslabón giratorio	1496.33
Cable de perforación	1309.07
Caseta	1288.86
Kelly	837.07
Drill collar	462.97
Tubería de perforación	305.55

Comentarios sobre los resultados obtenidos:

- Aunque se observan algunas diferencias entre los resultados obtenidos con el Método Jerárquico Multicriterio y el Método MACBETH, tanto los proyectos de mantenimiento más importantes como los menos importantes fueron los mismos, con lo cual se puede validar el resultado obtenido.



- Los proyectos más importantes de mantenimiento, son los que comprenden al sistema de control y del equipo de potencia.
- Inmediatamente después el conjunto de proyectos de mantenimiento se refieren al sistema de bombas de lodo.
- Por último, los proyectos de mantenimiento jerárquicamente menos importantes son los que integran las partes de repuestos de los equipos de perforación.
- La diferencia de algunos resultados entre los dos métodos consiste en la forma en que las diversas preferencias y opiniones del grupo de expertos se interpretan en cada uno de los modelos. Por ejemplo, algunos expertos tienen la tendencia de no proporcionar un peso adecuado a criterios no técnicos (correspondientes a las políticas de la empresa) y darle más peso a los asuntos técnicos.



## CONCLUSIONES

1. Durante la aplicación del concepto de ciclo de vida, es notorio que cada etapa de éste y cada equipo del proceso de producción de un bien o servicio, requieren de la función del mantenimiento. Por lo tanto, dentro de los análisis de ciclo de vida debe introducirse también la función de mantenimiento, especialmente en la fase de operación, cuestión a la que no se le ha dado la importancia debida.
2. Es necesario integrar las funciones de mantenimiento y producción para que ambas conduzcan a una sinergia que permitan alcanzar una productividad y eficiencia acorde con la actual competencia internacional. Para este efecto, se ha desarrollado una metodología denominada "Mantenimiento Productivo Total" (TPM), que integra ambas funciones y evita conflictos entre ellas.

Es importante hacer notar que en la metodología anterior solo interviene el mantenimiento preventivo, aún en el supuesto de que las posibles fallas sean estocásticas. Debe tomarse al mantenimiento correctivo sólo en casos extremos en los cuales la metodología del TPM no se haya aplicado convenientemente.

3. Los modelos matemáticos estudiados sean determinísticos o probabilísticos son herramientas indispensables para la ayuda a la toma de decisiones. Sin embargo, estos modelos por sí solos no son suficientes para llevar a cabo el cambio cultural que se necesita para implantar el TPM, ya que los modelos no pueden ser sustitutos del tomador de decisiones.
4. La función del mantenimiento no debe ser concebida para corregir averías sino para mejorar la confiabilidad de los equipos en forma permanente para lo cual deben contribuir las diversas funciones establecidas en una empresa, es decir, desde la función de planeación y control, la de administración de recursos, la de ventas, la de producción, etc.

Resulta paradójico que la función de mantenimiento respecto de la de producción no sea administrada con los recursos humanos y financieros necesarios para la buena operación de los equipos.



A la función de mantenimiento debe asignársele un presupuesto específico. Pero este presupuesto depende de dos situaciones globales: el proceso de planeación-presupuestación de la empresa y de las prioridades presentes y futuras del mantenimiento preventivo.

Un presupuesto que se atomice para abarcar todas las urgencias del mantenimiento no es recomendable; es mucho mejor tener un presupuesto "etiquetado" a cada equipo respecto de su prioridad en función de múltiples criterios.

5. El estudio de caso que analizamos permite visualizar el problema que se puede presentar cuando no hay una planeación adecuada de las prioridades que deben dársele al mantenimiento de cada equipo o parte de este. Esto es debido a que la función de mantenimiento no utiliza un solo criterio (la corrección de una avería) sino requiere de criterios múltiples que deben adaptarse a cada empresa, proceso, producto y equipo específicos.

Este estudio de caso se refiere al equipo de perforación de pozos que tal como se describió, es de una gran complejidad por las diferentes partes que integran este equipo y el grado de urgencia que se le debe asignar a cada uno de ellos.

La palabra urgencia no significa forzosamente un tiempo determinado para efectuar las tareas de mantenimiento, sino un nivel jerárquico de importancia. Para jerarquizar los grados de urgencia de cada trabajo de mantenimiento se acudió a un grupo de expertos que incluyeron a personal de mantenimiento, producción y planeación y control.

6. Los métodos multicriterio permiten ayudar a soportar la toma de decisiones para el establecimiento de políticas de mantenimiento. Se realizó lo anterior para darle legitimidad, consistencia y objetividad al proceso de asignación de las tareas de mantenimiento que realizan en PEMEX PEP.
7. De acuerdo a nuestra experiencia, el AHP es más fácil de entender, pero es un proceso menos interactivo con otras personas. Con el *software Decisión Plus* cualquiera puede trabajar con sus criterios y no compartírselos con un comité de expertos. El proceso permite solo una interacción, y después de hacerse el análisis se puede ir directamente a los resultados. MACBETH es un proceso más interactivo porque cada paso del método requiere de la participación de un tomador de decisiones y un comité de expertos.



8. Por último nos gustaría enfatizar que la importancia de los métodos de análisis y eliminación de los problemas radica en la posibilidad de incrementar el conocimiento que posee el personal sobre los equipos en los que trabajan. Estos métodos disciplinados y rigurosos en su lógica cuando se practican van creando una nueva cultura de ver los problemas. No se trata solamente de poner en marcha un equipo si se ha averiado, la lógica de la metodología se orienta a la eliminación radical de las causas de las fallas.



---

## BIBLIOGRAFÍA

1. Al-Sultan, K.S. and S.O. Duffuaa (1995) "Maintenance control via mathematical programming" *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 1 No. 3 36-46.
2. Ashayeri, J., Teelen, A. And Selen, W. (1996), "A production and maintenance model for the process industry", *International Journal of Production Research*, Vol. 34 No. 12, pp 3311-26.
3. Bahrami-G, K., J.W.H. Price and J. Mathew (2000) "The constant-interval replacement model for preventive maintenance", *International Journal of quality and Reliability Management*, Vol. 17 No. 8, pp.822-838.
4. Bana e Costa Carlos A, Rui Carvalho Oliveira (2002) "Assigning priorities for maintenance, repair and refurbishment in managing a municipal housing stock", *European Journal of Operational Research*, Vol. 138, pp. 380-391.
5. Bana e Costa, C.A., Vansnick, J.C., (1997). "Applications of the MACBETH approach in he framework of an additive aggregation model", *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 6 (2), 107-114.
6. Bana e Costa, C.A., Vansnick, J.C., (1999). "The MACBETH approach: Basic ideas, software and an application", In: Maskens, N., Roubens, M. (Eds.), *Advances in Decision Analysis*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 131-157.
7. Bellman, R. (1957), "Dynamic Programming", Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957.
8. Belton, V., (1999) "Multi-criteria problem structuring and analysis in a value theory framework". In T., Stewart, T., Hanne, T. (Eds.), *Multicriteria Decision Making, Advances in MCDM – Models, Algorithms, Theory and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 12-1 to 12-32.
9. Blanchard, B.S., Verm, D. and Peterson, E.L. (1995), "Maintainability: A key to effective and maintenance management", John Wiley and sons, New York, NY.
10. Bouyssou, D., (1990), "Construction of criteria: a prerequisite for MCDA. In: Bana e Costa, C. A. (Ed.), *readings in Múltiple Criteria Aid*. Springer, Berlin, pp. 58-80.
11. Corder, A.S. (1976), "Maintenance Management Techniques", McGraw-Hill, Maidenhead.
12. Crocker, J., (1999), "Effectiveness of maintenance", *Journal of Quality in Maintenance engineering*, Vol. 5 No. 4, pp. 307-313.
13. Curram, M.A. (1999), "The status of LCA in the USA", *International Journal of Life Cycle Assessment*. Vol. 4 (3), pp. 123-124.
14. Dunn, R. (1987), "Advanced maintenance technologies", *Plant Engineering*, Vol. 40, pp. 80-2.



15. Eckles, J. E., (1966), "Optimum replacement of stochastically failing systems", Institute in Engineering-Economic Systems, Stanford University, Stanford, California, September 1966
16. Eckles, J. E., (1967), "Optimum maintenance with incomplete information", *Operational Research Quarterly*, Vol. 38 No. 3, pp. 1058-1067.
17. Elandt-Johnson, R.C. (1996), "Optimal Policy in a maintenance cost problem", *Operational Research Quarterly*, Vol. 36 No. 2, pp.813-819.
18. Escobar Toledo, C., Herrán Alarcón, G., (1976), "Control de costos de mantenimiento", *Petróleos Mexicanos*, México, pp. 88
19. Escobar Toledo, C., López García, B., (2003), 14<sup>th</sup> MiniEURO Conference. Human Centered Process HCP-2003, "Assigning priorities for maintenance in an oil production system", Luxembourg, Luxembourg.
20. Foster III, J.W. and García-Díaz A., (1983), "Markovian models for investigating failure and repair characteristics of production systems", *IEE Transactions*, Vol. 15, pp. 747-759.
21. Hastings, N.A. (1972), "An economic replacement model", *Operational Research Quarterly*, Vol. 18 No. 2, pp.121-138.
22. Howard, R.A. (1960), "Dynamic Programming and Markov Processes", M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts.
23. Jardine, A.K.S. (1973), "Maintenance, replacement and Reliability", Pitman Publishing, London.
24. Jorgenson, D.W., R. Radner, (1967), "Optimal replacement and inspection of stochastically failing equipment", Cap. 12 of *Studies in Applied Probability and Management Science*, Ed. J. K. Arrow, S. Karlin Y H. Scarf, Stanford University Press, Stanford, Calif.
25. Kolb, D.A., (1984), "Experiential learning. Experience as a source of learning and development", Prentice Hall, London. pp. 288
26. Kralj, B., and R. Petrovic (1988), "Optimal preventive maintenance scheduling of thermal generating units in power systems. A survey of problem formulations and solutions methods" *European Journal of Operational Research*, Vol. 35, No.1, 1-15.
27. Lawrence J.J. (1996). "Math programming's potential to aid TQM implementation", *Quality Progress*, Vol. 29, No. 1, pp.76-80.
28. Lawrence J.J. (1999). "Use Mathematical modeling give your TPM implementation effort an extra boost", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol 5 No. 1, pp. 62-69
29. Löfsten, H., (1999), "Management of industrial maintenance – economic evaluation of maintenance policies", *International Journal of Operations and Production Management*, Vol. 19 No. 7, pp. 716-737.
30. Nakajima, S. (1988) *Introduction to TPM: Total Productivity Management*, Productivity Press, Cambridge, MA.
31. Owens, J. W., (1998), "Life Cycle Impact Assessment: The use of subjective judgments in classification and characterization", *International Journal of Life Cycle Assessment*, Vol. 2(1) pp. 90-101.





32. Perry, H.R., (1997), "Perry's Chemical Engineers' Handbook", McGraw-Hill, 7<sup>th</sup> edition.
33. Petróleos Mexicanos, (2000), Memorias de labores, PEMEX Exploración y Producción.
34. Roseaux, Billionet, A. et al., (1993), "Exercices et problèmes résolus de recherche operationnelle", Tome2, "Phénomènes aléatoires en recherche operationnelle". 2<sup>e</sup> édition, Paris, pp. 167-176.
35. Rishel, T.D. and Christy, D.P. (1996), "Incorporating maintenance activities into production planning; integration at the master schedule versus material requirements level", *International Journal of Production Research*, Vol. 34 No. 2, pp. 421-46.
36. Robinson, C.J. and A.P. Grinder (1995), "Implementing TPM: The North American Experience". Productivity Press. Portland, OR.
37. Saaty, T.L (1980), "The Analytic hierarchy process", McGraw Hill, New York.
38. Saaty, T.L (1993), "What is relative measurement? The ratio scale phantom", *Mathematical and Computational Modelling*, Vol. 17, pp. 1-12.
39. Saaty, T.L., (1994), "Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process", Vol. VI, RWS Publications, Pittsburgh.
40. Smith, V.L., (1957), "Economic Equipment Policies: An Evaluation", *Management Science*, Vol. 4, No. 2, pp. 20-37.
41. Sheu, C. and Krajewski, L.J. (1994), "A decision model for corrective maintenance management", *International Journal of Production Research*, Vol. 32 No. 6, pp. 1365-82.
42. Steele, K., Chugh, C.P., (1996), "Design criteria for drill rigs: Equipment and drilling techniques", Ashgate Publishing Company, pp. 410.
43. Suzuki, R., (1996), "TPM en Industrias de proceso", Productivity Press.
44. Toman, A., (1998), "Petroleum drilling equipment, terms and phrases", Marlin Publications International, 2<sup>nd</sup> printing, pp. 423.
45. TP Management, (1994), "Theory and practices", Japan Management Association (JMA).
46. Valdez-Flores, C and R.M. Feldelman (1989). "A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 36 419-46.
47. Van Hoof, B. (2000), "Análisis de ciclo de vida (ACV) y su aplicación en Colombia", Universidad de los Andes, Santa Fe de Bogotá, Colombia, pp. 80.
48. Vincke, P., (1988), "L'Aide Multicritère à la décision", Éditions de l'Université de Bruxelles, Belgique, pp. 67-79.
49. Wagner, H.M., (1969), "Principle of Operations Research with applications to managerial decisions", Prentice-Hall, London, England, pp. 254, 331, 375, 403, 753.
50. Winterfeldt, D., Edwards, W., (1986), "Decision analysis and Behavioral Research", Cambridge University Press, Cambridge, MA.
51. Won Young Y. and Chung Hyeon C., (2000), "Optimum replacement intervals with random time horizon", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 6 No. 4, pp. 269-274.



**Otras fuentes:**

Advanced Productive Solutions, S.L., *Ceroaverías.com*, en <http://www.ceroaverias.com>

TPM, *TPM.com*, en <http://www.tpm.com>

Measuring attractiveness by a categorical based evaluation technique, *M- $\Delta$  MACBETH*, en <http://www.m-macbeth.com>

MCB, University Press Ltd., *Emerald*, en <http://www.emerald-library.com>

Bloomberg L.P., *Bloomberg.com*, en <http://www.bloomberg.com>



## ANEXO A. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO JERÁRQUICO MULTICRITERIO (ANALYTIC HIERARCHY PROCESS)

### 1. Conceptos básicos

El método AHP (Analytic Hierarchy Process), tiene por objeto la descomposición del problema en niveles jerárquicos para determinar en forma clara, a través de la síntesis de los valores de los agentes de decisión, una medida global para cada una de las alternativas, priorizándolas o clasificándolas hasta el final.

Con la construcción de una jerarquía, cada agente de decisión hará una comparación llevada a cabo por pares (par a par) de un nivel jerárquico dado, creando así, una matriz de decisiones cuadrada donde se representará, a partir de una escala predefinida, su opinión/preferencia de entre los elementos comparados entre sí, dado un elemento del nivel superior,  $C_k$  se lleva a cabo la comparación de dos elementos de un nivel inferior  $A_{ij}$  en función de  $C_k$  generando una matriz cuadrada de preferencia:

$$A_{ij}; i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n.$$

Lo que será hecho para cada uno de los niveles de la jerarquía. Así, un agente de decisión deberá hacer  $n(n-1)/2$  comparaciones.

Se llama una matriz de "dominio" a aquella que expresa el número de veces que una alternativa domina a las demás o que es dominada por alguna o alguna(s) de éstas. Se trata de una matriz cuadrada en que las alternativas se comparan par a par.

Se dice que una alternativa es superior a otra si ésta domina a una segunda alternativa en un número de factores mayor del que la segunda alternativa domina a la primera.

Cada elemento de  $A_{ij}$  del vector línea de la matriz de dominación representará la dominación de la alternativa  $A_{ij}$  sobre la alternativa  $A_{ij+1}$ . A su diagonal principal será precedida por un valor estipulado que represente la dominación de una alternativa sobre otra.

Para la comparación por pares se utiliza una escala definida por Saaty como *escala fundamental*.



## 2. Elementos básicos del AHP.

Los elementos fundamentales del método AHP, son:

- Atributos y propiedades. Conjunto finito de alternativas comparadas en función de un conjunto finito de propiedades.
- Correlación binaria. Al comparar dos elementos basados en una propiedad dada, se estará llevando a cabo una comparación binaria, en la que podemos tener, como solución, una que es preferible a otra o que es indiferente.
- Escala fundamental. Ésta asocia un valor de la prioridad de un elemento sobre otro, que se podrá leer a través de una escala numérica de números positivos y reales.
- Jerarquía. Un conjunto de elementos ordenados, homogéneos en un sus respectivos niveles jerárquicos, siguiendo un orden de preferencia.

## 3. El proceso Analítico AHP.

Se puede dividir en dos etapas.

La primera consiste en modelar el problema con los diversos criterios a utilizar y los niveles jerárquicos que sean necesarios. Se determinan así las alternativas pertinentes para que se estudien bajo la óptica de cada criterio empezando con el nivel jerárquico más bajo; es menester que los criterios sean homogéneos y no redundantes.

La homogeneidad de los criterios de un nivel jerárquico dado deben representar una gran importancia relativa dentro de su propio nivel para no colocar criterios de grado inferior en un nivel superior de la jerarquía. Es claro que atribuirles un *status* superior a un criterio que no lo tenga, causaría una deformación de los resultados, resultante de tal sobrevaluación.

Saaty, resalta que el establecimiento de límites inferiores o superiores facilita una comparación de naturaleza o magnitudes diferentes, agregándolos en un intervalo tal que permita su comparación.

La redundancia. Una estructura jerárquica lineal es una estructura a través de la cual se representa una dependencia de los diversos niveles que la componen en una forma secuencial.



Una alternativa para evitar la redundancia es suponer la independencia de un nivel en relación con los niveles inferiores. Se trata de una estructura lineal que se desenvuelve de su nivel más elevado hacia sus niveles inferiores; es decir, de los aspectos más genéricos hacia los aspectos más básicos o concretos. Una manera de probar una jerarquía es ver si los elementos de un nivel superior podrían ser usados como argumentos del nivel inferior. Si no los existen, entonces no habrá redundancia.

#### 4. Estructura jerárquica.

Ya se ha expresado que la existencia de una jerarquía de decisiones es el punto más importante del AHP. También, ya se ha dicho que una jerarquía lineal, es normalmente una estructura que mejor representa, en términos de simplicidad y funcionalidad la dependencia entre los niveles de los componentes en relación a otro de manera secuencial. Es así, una manera conveniente de descomponer en pasos un problema complejo, buscando las relaciones de causa a efecto, formándose una cadena lineal.

Después de completada la etapa de modelación, seguirá la fase de implantación propiamente dicha.

#### 5. Los medios para obtener el vector de prioridades.

Un especial cuidado debe darse a la forma de derivar el vector de prioridades de la matriz de comparaciones.

#### 6. Medida de Inconsistencia.

Considerando los elementos de un determinado nivel, donde se desea determinar sus peso en relación con algún elemento del nivel inmediato superior, de la *matriz de comparaciones* se calcula su auto vector para definir las prioridades; esto es teniendo  $A_{ij} = A$ , contiene los elementos resultantes de al comparación par a par. A es una matriz recíproca tal que:

$A_{ji} = 1/A_{ij}$ , que además verifica  $A_{ij} A_{jk} = A_{ik}$ , para cualquier  $i, j, k$ . Si esto sucede se le llamará matriz consistente.

Saaty, demuestra que siendo A una matriz de valores, es necesario encontrar un vector que satisfaga la ecuación:



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{w} = \lambda_{\text{máx}} \mathbf{w},$$

Donde  $\lambda_{\text{máx}}$  es el auto vector de A. Se puede observar que pequeñas variaciones de  $A_{ij}$  implican también pequeñas variaciones de  $\lambda_{\text{máx}}$ , y una desviación de éste en relación a n (el orden de la matriz), es una medida de consistencia.

## 7. Medida de consistencia.

De lo expuesto en el párrafo anterior, se puede afirmar que  $\lambda_{\text{máx}}$  permite afirmar que con una escala de razones o cocientes con que se pretende trabajar las estimaciones de prioridades, puede conducir a un índice de consistencia.

**Teorema 1.** **A** es consistente si y solamente si  $\lambda_{\text{máx}} \geq n$ .

Prueba: Si **A** es consistente, entonces cada columna de **A** es una constante múltiplo de otra columna.

Se puede entonces determinar la magnitud de la perturbación de la matriz, utilizando la relación:

$$(\lambda_{\text{máx}} - n) / (n - 1)$$

Por lo tanto el índice permitido sería un valor que se encuentra entre 0 y 1. Por ello, Saaty considera que:

“es interesante hacer notar que los juicios presentados por el tomador de decisiones, pueden violar la relación de consistencia, pudiendo no ser transitivos; esto es, si una importancia relativa de  $C_i$  en relación a  $C_j$ , mayor es la de  $C_i$  en relación a  $C_k$ , una relación de importancia de  $C_i$  no necesariamente tiene que ser mayor que  $C_k$ , que es una idea comúnmente humana” [Saaty, 1993].

De esta manera se admite una inconsistencia que puede ser inherente al comportamiento humano, debiéndose así, trabajar en equipo para que en una jerarquía se proporcionen medidas de relatividad a través del aprendizaje y la comprensión. Es importante hacer notar que una inconsistencia en la matriz de decisión debe servir como un factor de alerta al tomador de decisiones, más que un hecho necesariamente indeseable. Por ello, se debe tener cuidado con forzar la consistencia ya que podrían alterar el resultado del problema planteado.



Bajo tal óptica, es el tomador de decisiones quién debe ser alertado para que él y solamente él altere el juicio realizado.

Saaty propone un cálculo de la Razón de Consistencia (RC) que es obtenida por:

$$RC = IC / IR, \text{ donde } RC \leq 0.10.$$

IC es un índice de consistencia calculado a partir de  $(\lambda_{\text{máx}} - n) / (n-1)$ , donde  $\lambda_{\text{máx}}$  es un autovalor obtenido por medio de la multiplicación del auto vector por la matriz original. Esto resultará en un nuevo vector en que cada elemento deberá ser dividido por el elemento correspondiente y los resultados sumados, calculando entonces su media.

IR es un índice aleatorio que se calcula para matrices cuadradas<sup>4</sup> de orden  $n$ . Algunos valores de IR, se presentan en la tabla siguiente:

Matriz	2	3	4	5	6	7
IR	0.0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32

## 8. La escala fundamental.

Saaty observa que a pesar de las diferencias entre los estímulos que siguen una escala geométrica, la percepción de un individuo obedece a una escala lineal, que ocurre en puntos discretos pero conteniendo la sensación de una función lineal del logaritmo del estímulo, donde el punto inicial será un estímulo  $b=0$ , con un origen  $S_0$  de la escala,  $\log S_0 = 0$ , es decir  $S_0 = 1$ .

De modo general existen cinco distintas: igual (indiferente), fuerte, muy fuerte, absoluta y aquellas que le son adyacentes, lo que lleva a un total de 9, que son compatibles con un orden de una magnitud supuesta [Saaty, 1994].

A ello existe un llamado límite psicológico según el cual, el ser humano puede juzgar un máximo de  $7 \pm 2$  factores, es decir, si se tiene 1 las dos actividades contribuyen igualmente al mismo objetivo, si se tiene 3 una tiene una pequeña importancia sobre otra, con 5 el juicio favorece fuertemente a una actividad en relación a otra, si se tiene 7 una actividad es fuertemente favorecida en relación con otra y si tenemos 9 la importancia de una actividad con respecto de otra es absoluta. Podemos tener también los valores 2, 4, 6 y 8 (valores intermedios) cuando se da una condición de compromiso entre dos definiciones.

En forma más específica:

<sup>4</sup> Laboratorio Nacional de Oak Ridge.



Tabla A.1 La escala fundamental.

LA ESCALA FUNDAMENTAL		
En el AJM, las comparaciones de los juicios se aplican a pares de elementos homogéneos. Para ello es necesario una escala fundamental de valores que representen la intensidad de los juicios		
Intensidad de la importancia	Definición	Explicación
1	Importancia idéntica	Dos actividades contribuyen igualmente al objetivo.
2	Débil	
3	Importancia moderada	La experiencia y el juicio se inclinan ligeramente sobre una de las actividades.
4	Importancia moderada "plus"	
5	Importancia fuerte	La experiencia y el juicio se inclinan fuertemente a favor de una actividad.
6	Importancia fuerte "plus"	
7	Importancia muy fuerte o totalmente demostrable	Una actividad es favorecida muy fuertemente; su dominio es demostrado en la práctica.
8	Mucho muy importante	
9	Importancia extrema	La evidencia favorece una actividad sobre otras y es altamente posible ordenarla como una afirmación.
Recíprocos de los números anteriores	Si la actividad $i$ tiene un número asignado diferente de 0 cuando se compara con la actividad $j$ , entonces $j$ tiene el valor recíproco cuando se compara con $i$ .	Esta es una suposición razonable y demostrable.
Racionalidad	Las relaciones se originan a través de la escala.	Para encontrar la consistencia pueden obtenerse así $n$ valores numéricos para la matriz resultante.

Cada comparación par a par representa una estimación de la razón de las prioridades o pesos de cada elemento.





Con la estructura jerárquica definida, se efectúa la comparación par a par de cada alternativa dentro de cada criterio, del nivel inmediatamente superior, individualmente, o sea tendremos para cada criterio las alternativas debidamente posicionados dentro de la escala "verbal" mostrada. De esta forma se transforman los juicios verbales en una escala con valores numéricos.

Usando una matriz de decisiones, el método AHP calcula los resultados parciales del conjunto **A** dentro de cada criterio,

$\check{v}_i(A_j)$ ;  $j=1, \dots, n$ , denominado "valor de impacto" que representan valores numéricos de las atribuciones verbales dadas por el tomador de decisiones a cada comparación de alternativas. Estos valores, entonces, son normalizados por la expresión siguiente:

$$\sum_{j=1}^n \check{v}_i(A_j) = 1; j=1, \dots, m$$

Cada parte de esta sumatoria consiste de:

$$\check{v}_i(A_j) = \frac{A_{ij}}{\sum_{i=1}^n A_{ij}}; j=1, \dots, m$$

Así el vector de prioridades es:

$$A_k = \frac{\sum_{i=1}^n \check{v}_i(A_j)}{n}; j=k=1, \dots, n$$

Donde "n" es el número de alternativas.

Adoptando el mismo procedimiento, se pasa al nivel de los criterios, que normalizados se obtiene:

$$\check{v}_i(C_j) = \frac{C_{ij}}{\sum_{i=1}^j C_{ij}}, j=1, \dots, n$$

El vector de prioridad es:

$$C_k = \frac{\sum_{i=1}^n \check{v}_i(C_j)}{m}; j=k=1, \dots, m$$

Donde "m" es el número de criterios.

Finalmente, un proceso de agregación se encargará de colocar los valores finales de las alternativas, escalonándolas, utilizando una función aditiva, como la siguiente:



$$f(A_j) = \sum_{i=1}^m \omega(C_i) \check{v}(A_j); j=1, \dots, n$$

siendo "n" el número de alternativas y "m" el número de criterios correspondiente al último nivel. Se obtiene así, un orden global a través de una función global de valor.

### 9. Teoría de la utilidad y el método AHP.

Lo anterior acarrea una escala de razón de preferencias aditiva con una escala de intervalos. Al compararse para a par, se elimina el problema de transitividad de las comparaciones y ayudando a derivar una escala única de preferencias. El proceso puede también visualizarse como un proceso de toma de decisiones en grupo, cuyos juicios individuales pueden ser agregados en un juicio único por compromiso o media geométrica, pudiéndose trabajar con diversos niveles de complejidad.

### 10. Medidas absolutas y relativas.

Se pueden realizar dos tipos de comparaciones en el proceso descrito.

- Comparación absoluta: Se comparan las alternativas a través de un padrón que se establece con el paso del tiempo, o por cualquier sistema de "memoria".
- Comparación relativa: Compara las alternativas por medio de atributos que éstas posean en común.

Las escalas absolutas se usan para graduar las alternativas en términos de criterios. Después de establecidos los criterios y realizada la comparación, dentro de cada uno de ellos, la suma de los valores producen una nueva escala para las alternativas. Éstas pueden ser entonces normalizadas.

Por su parte, las escalas relativas sirven para determinar las preferencias.

### 11. Juicios en grupo.

Para realizar juicios en grupo se debe satisfacer la propiedad recíproca. La escala de la media geométrica presupone que, para su cálculo, no interesa quien votará en primer lugar. Dado un grupo de tomadores de decisión,  $D_i$ ,  $i=1, \dots, n$  el valor de la matriz de decisiones resultante es:

$$v(C_j) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n v(C_{jd})} \quad j=1, \dots, m$$



Para la cual será entonces aplicada una función aditiva del tipo:

$$f(A_j) = \sum_{i=1}^m \omega(C_i) \tilde{v}(A_j); j = 1, \dots, n$$

## 12. Incertidumbre.

Existen dos tipos de incertidumbre en el método AHP: la primera se refiere a la emisión de juicios y la segunda al número de criterios y alternativas que se establezcan. La incertidumbre puede expresarse en función de la estimación de probabilidades o a través de una distribución de éstas.

Un procedimiento a seguirse, sería llevar a cabo las prioridades de los criterios de las posibles alternativas, es decir, atribuirles valores aplicando el método. Así se establecerían los valores para las alternativas par luego seguir comparándolas en función de los pesos de los criterios. A través de un procedimiento computacional, se verificará su consistencia en función de un valor crítico, y corregirse dicha inconsistencia en caso de considerarse alta.

### El método jerárquico multicriterio. [Saaty, 1994]

Los métodos multicriterio precedentes se basan en una lista de criterios o atributos, definida a priori. El presente método define en cambio los criterios con relación a una meta a alcanzar o a explicar. Una jerarquía de criterios a priori es así definida. Para la comprensión del funcionamiento de este método utilizaremos un ejemplo de acuerdo a la siguiente figura:

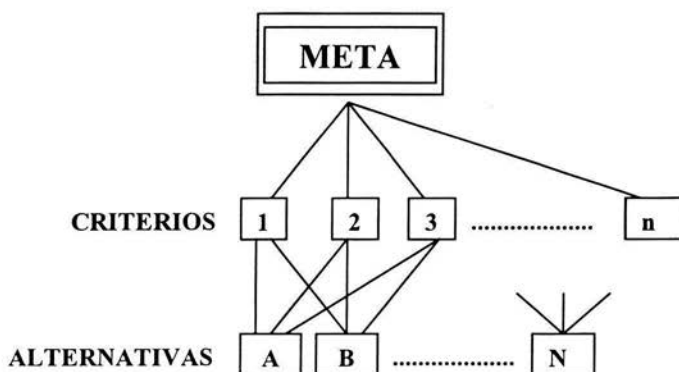


Figura A.1 Figura de una jerarquía de tres niveles.



La metodología está basada en las propiedades de las matrices booleanas y pseudobooleanas.

Para el ejemplo supongamos una jerarquía simple de tres niveles:



Figura A.2 Jerarquía simple de tres niveles.

La primera etapa del método consiste en construir las matrices de comparación a cada nivel de la jerarquía. Estas matrices se calculan utilizando una escala de evaluación de la indiferencia total a la preferencia absoluta.

**Primer nivel de la jerarquía: la posición competitiva.**

PC	QP	CT
QP	1	1/3
CT	3	1

La lectura de la matriz significa que la calidad del portafolio explica 3 veces menos bien la posición competitiva que la competitividad tecnológica. Por el contrario, también es correcto expresar: la competencia tecnológica explica tres veces mejor la posición competitiva de lo que lo hace la calidad del portafolio. Es necesario hacer notar que la matriz es simétrica respecto a su diagonal principal.

**Segundo nivel :**

**a) Primer criterio: la calidad del portafolio de actividades.**

QP	DAS1	DAS2	DAS3
DAS1	1	2	1/4
DAS2	1/2	1	3
DAS3	4	1/3	1

**b) Segundo criterio: la competitividad tecnológica.**

CT	DAS1	DAS2	DAS3
DAS1	1	1/5	2
DAS2	5	1	3
DAS3	1/2	1/3	1

La interpretación es la misma que para el primer nivel; tomemos por ejemplo, el renglón DAS1 en las dos matrices : para la calidad del portafolio de actividades (QP), la contribución de DAS1 es juzgada dos veces mas importante que la correspondiente a DAS2 y  $\frac{1}{4}$  de la de DAS3. De la misma manera para la competencia tecnológica (CT) : la contribución de DAS1 es solo  $\frac{1}{5}$  de la de DAS2 y dos veces mas importante que la de DAS3. Las matrices deben ser enseguida traducidas en matrices normalizadas :

**Primer nivel:**

Se procede como sigue: se suman las columnas de la matriz de comparación y luego cada término de dicha matriz se divide por esta suma. El vector de prioridades, en este caso VP1, es obtenido sumando los renglones de la nueva matriz y por división entre el número de términos.

PC	QP	CT
QP	1	1/3
CT	3	1
$\Sigma$	4	4/3



PC	QP	CT	$\Sigma/2 = VP1$
QP	$\frac{1}{4}$	$(1/3) / (4/3) = 1/4$	0.25
CT	$\frac{3}{4}$	$(3/3) / (4/3) = 3/4$	0.75

**La suma de los términos de VP1 es obviamente igual a 1.0**

Para el segundo nivel los cálculos son los mismos, es decir:

QP	DAS1	DAS2	DAS3
DAS1	1	2	1/4
DAS2	1/2	1	3
DAS3	4	1/3	1
$\Sigma$	11/2	10/3	17/4

QP	DAS1	DAS2	DAS3	$\Sigma/3=VP2$
DAS1	2/11	6/10	1/17	0.28
DAS2	1/11	3/10	12/17	0.37
DAS3	8/11	1/10	4/17	0.35

La suma de los términos de VP2, por supuesto es = 1.

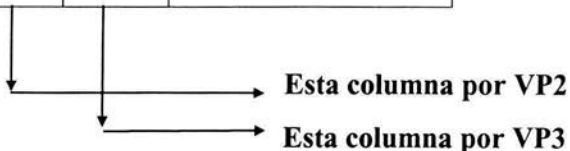
CT	DAS1	DAS2	DAS3
DAS1	1	1/5	2
DAS2	5	1	3
DAS3	1/2	1/3	1
$\Sigma$	13/2	23/15	7

CT	DAS1	DAS2	DAS3	$\Sigma/3=V3$
DAS1	2/13	15/15	2/7	0.20
DAS2	10/13	15/23	3/7	0.63
DAS3	2/26	15/69	1/7	0.17



Para determinar la contribución de las DAS a la explicación de la posición competitiva, se multiplican los vectores VP2 Y VP3 POR VP1:

VP1 =	QP	CT	CONTRIBUCIÓN:
DAS1	0.07	0.15	0.22
DAS2	0.09	0.47	0.56
DAS3	0.09	0.13	0.22



A título de ejemplo, la contribución de 22% de la DAS1 se obtiene por la ponderación de QP ( $0.25 \times 0.28 = 0.07$ ) y de CT ( $0.75 \times 0.20 = 0.15$ ).

Las contribuciones de las DAS2 y DAS3 son respectivamente 56% y 22%. El total es obviamente, 100% y la jerarquización obtenida indica que la explicación de cada línea de negocios a la meta expresada como "Posición competitiva", es la siguiente:

**DAS2 > DAS1 = DAS3**



## ANEXO B. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO MACBETH (*Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique*)

El Método MACBETH [Bana et al., 1999] es un proceso recursivo, ya que puede haber retroalimentación en cualquier etapa. Dentro de este proceso cognitivo hay tres fases principales:



Figura B.1 Fases dentro del Análisis de Decisión Multicriterio.

### 1. Fase de estructuración

Las personas (actores) están principalmente interesados en la correcta especificación de sus problemas de toma de decisiones. Y se comienza por la estructuración y descripción del problema. Esta fase representa un proceso constructivo de aprendizaje en el cual el grupo debe elaborar una representación íntegra y subjetiva del objetivo.

La estructuración debe guiar progresivamente la identificación de puntos de vista fundamentales (FPV) y tener una descripción de los mismos. Frecuentemente un FPV es un agregado de varios puntos de vista elementales interrelacionados. Además, los FPV pueden agruparse en “áreas de atracción”, reflejando un amplio valor de interés.





Más adelante se describirán los pasos para la estructuración del proceso: mapas cognitivos, construcción de una familia de puntos de vista fundamentales. Estas actividades interrelacionadas de aprendizaje fueron desarrolladas de una manera recurrente, tal como se muestra en la figura 2.

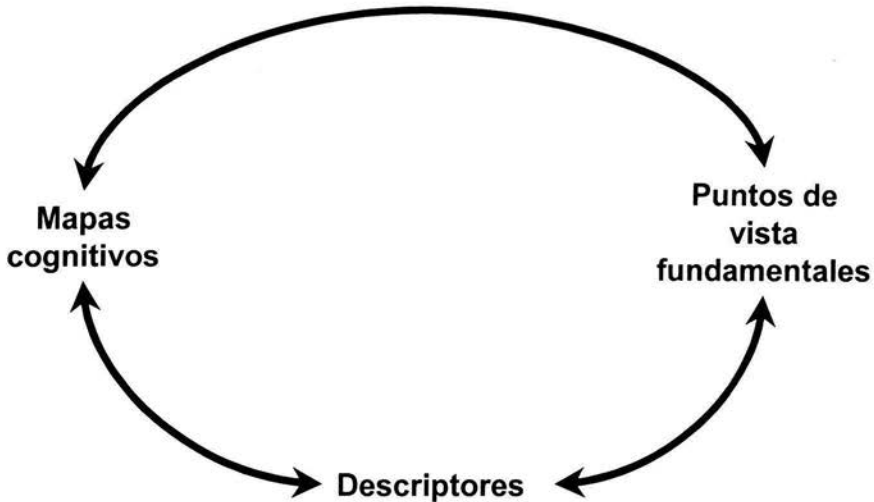


Figura B.2 El proceso cíclico de estructuración.

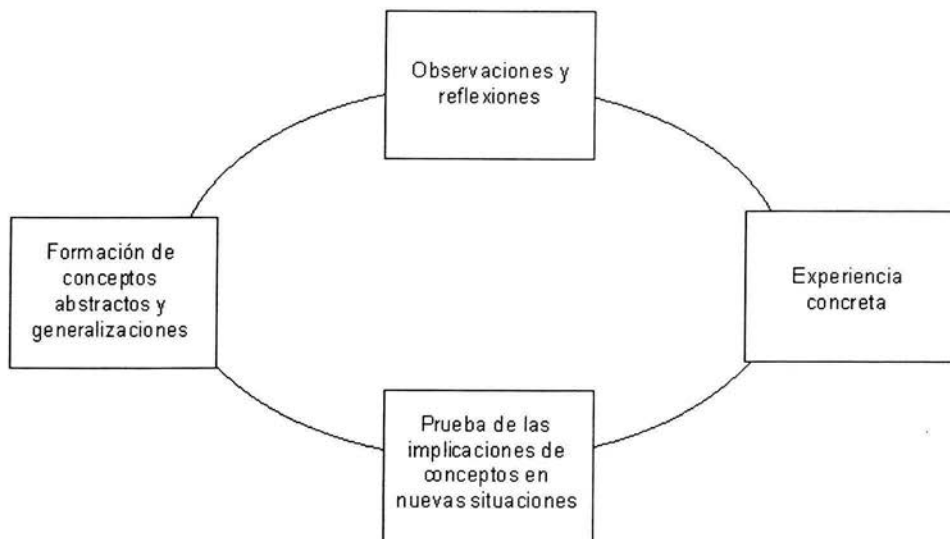
## 2. Construcción de mapas cognitivos

### La solución de problemas como un instrumento de aprendizaje organizacional

La escuela del aprendizaje experimental reconoce que el conocimiento es creado a través de la transformación de la experiencia. Un trabajo en campo de análisis y solución de problemas de un equipo permite mejorar las habilidades de las personas y la comprensión que acompaña esa experiencia. Mientras que el aprendizaje operativo de resolver un problema se dirige hacia nuevas formas de hacer las cosas, el conceptual hace hincapié en nuevos modos de pensar sobre las cosas. Según Kolb el aprendizaje es un ciclo que relaciona la experiencia con la reflexión para formación de conceptos abstractos. [Kolb, 1984]. Es en realidad una tormenta de ideas que se construye lógicamente a través de las relaciones causa-efecto entre diversos conceptos que, incluso pueden agruparse homogéneamente.



El aprendizaje experimental es concebido como un ciclo de cuatro etapas: la experiencia es la base para la observación y la reflexión, estas observaciones son asimiladas en un nuevo grupo de conceptos abstractos y generalizaciones de la que se deducen nuevas implicaciones para la acción. La prueba de estas ideas crea situaciones nuevas que ofrecen otra experiencia concreta.



Fuente: Kolb (1984)

### Figura B.3 El ciclo de aprendizaje de Kolb.

El análisis de este ciclo aplicado a la solución de fallas nos revela que el aprendizaje enlaza dos fenómenos distintos. En el ciclo resulta fácil observar que, mientras el aspecto operativo se ve representado por la experiencia concreta y prueba en las múltiples intervenciones en equipos, el abstracto se pone de manifiesto por medio de la observación cuidadosa de los fenómenos que causaron la avería, reflexión y conceptualización. Este tipo ciclo se ve claramente en acción en la aplicación de la técnica TPM.

Desde una perspectiva de la dirección de operaciones, se ha manifestado que la resolución de problemas proporciona el aprendizaje necesario para modificar la realización de acciones posteriores y alterar la consecución de sucesos futuros.



---

Se puede afirmar que el análisis y eliminación de una falla como un proceso de solución de problemas ofrece un resultado doble:

- Se resuelve el problema, esto es, se elimina la falla.
- Se mejora la capacidad de aprendizaje de la persona por medio de modificaciones en su modelo mental, pudiéndose considerar este último el más importante del proceso.

Se usa la técnica de construcción de mapas cognitivos de Kolb (1984), para ayudar a las personas a identificar y estructurar puntos de vista. En el caso de los métodos multicriterio utilizados en esta tesis, especialmente el método MACBETH, se identifican los puntos de vista claves y se relacionan directamente con el punto de vista principal.

La construcción de mapas cognitivos (MC) es un paso intermedio en el proceso de identificación de puntos de vista fundamentales. Los MC desarrollados anteriormente actúan como base de datos para la construcción de "familias" de puntos de vista fundamentales.

La mayoría de los puntos de vista fundamentales integran varios puntos de vista elementales, por esta razón el desarrollo de un árbol de puntos de vista fundamentales a partir de mapas cognitivos depende de la capacidad del personal experto en el área donde se estén realizando los trabajos.

### 3. Descriptores de impactos

Un descriptor es asociado con cada punto de vista fundamental (FPV) para hacer una descripción operacional (cuantitativa o cualitativa) del grado en que un FPV satisface a la política de la compañía.

Un descriptor es un conjunto de niveles de impacto plausibles en términos de un FPV, con la intención de servir como una base para describir, objetivamente los impactos (impresiones que tengan) de las alternativas con respecto a ese FPV. Esto es similar a la clásica idea de un "atributo" y encaja en la definición de Bouyssou's [Bouyssou, 1990] de criterio como "una herramienta que permite comparaciones de alternativas de acuerdo a un particular punto de vista".

El hecho de que un descriptor sea un conjunto de niveles que deben estar ordenados en términos de su parcial interés, es necesario asegurar el aislamiento del respectivo FPV. Si se detectara la dependencia de un FPV en esta fase, es necesaria una retroalimentación para reestructurar la familia inicial de FPV. En la definición de descriptor el adjetivo plausible (en vez de posible) enfatiza la conveniencia de una mejor delimitación del problema. Por ello es que los FPV deben ser independientes. [Winterfeldt and Edwards, 1986]



Comenzamos por preguntar al personal por las principales características del proceso para poder determinar las características principales de los equipos y teniendo en cuenta lo anterior podemos definir los PFV del proceso. En la construcción del modelo de evaluación, varias actividades interactivas forman parte para medir el interés (parcial) de cada FPV.

#### 4. Modelo de evaluación

Sea  $S = \{s_n, s_{n-1}, \dots, s_1\}$  un conjunto finito de  $n$  niveles de impacto del descriptor de un FPV.

MACBETH es una aproximación interactiva que, basado en juicios de un evaluador  $E$  acerca del orden de prelación de los elementos de  $S$ , guiando la construcción de un intervalo  $v$  en  $S$ , que es una escala numérica  $v: x \in S \rightarrow v(x) \in \mathfrak{R}$  para la cual la idea de orden de prelación es trascendental. El enfoque para derivar la escala consiste en:

- En una primera etapa, se utiliza un procedimiento muy simple, el cual involucra solamente dos niveles de impacto (o estímulos) en cada pregunta, y para asignar un número real  $v(x)$  a cada estímulo  $x$  de  $S$  en base a las reglas para cuantificar la información dada por el evaluador  $E$ .
- En una segunda etapa se discute con  $E$  acerca de los valores de la escala  $v$  construida en la primera etapa.

El procedimiento del MACBETH consiste en preguntar a  $E$  para que emita un juicio verbal (del orden de prelación de los elementos) entre dos estímulos  $x$  y  $y$  de  $S$  (con  $x$  tan atractivo como o más atractivo que  $y$ ) para que escoja una de las siguientes categorías semánticas:

**Tabla B.1 Categorías semánticas en MACBETH.**

---

$C_0$	no hay diferencia (indiferencia)
$C_1$	diferencia muy débil
$C_2$	diferencia débil
$C_3$	diferencia moderada
$C_4$	diferencia fuerte
$C_5$	diferencia muy fuerte
$C_6$	diferencia extrema

---

La diferencia se refiere a qué tan atractivo es un FPV con respecto de otro FPV.

Durante el proceso de interrogación, el tomador de decisiones llena una matriz con los juicios categóricos de  $E$ .

En base a tal información, MACBETH propone una escala numérica  $v$  en  $S$  que satisface (si es posible) las siguientes reglas de medición:

Regla 1:  $\forall x, y \in S: v(x) > v(y) \Leftrightarrow x$  es mas atractiva que  $y$

Regla 2:  $\forall k, k' \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \forall x, y, w, z \in S$  con  $(x, y) \in C_k$  &  $(w, z) \in C_{k'}$ :  
 $k \geq k'+1 \Rightarrow v(x) - v(y) > v(w) - v(z)$

A veces no hay alguna función que sea compatible con la matriz de juicios.

MACBETH siempre sugiere una escala numérica. En caso de incompatibilidad, la escala obviamente viola algunas restricciones impuestas por las reglas de medición, pero pueden ser usadas, si se desea, como una base para una discusión directa acerca de los valores.

Para llevar a cabo una evaluación del orden de prelación en general de cada compañía en términos de algún determinado punto de vista fundamental, es necesario homogeneizar de alguna manera las escalas de los valores parciales.



Para este propósito, fueron determinadas las constantes de escalación  $k_j (j=1, \dots, n)$ , con el apoyo de MACBETH, en el marco de un modelo aditivo simple:

$$V(c) = \sum_{j=1}^n k_j v_j [g_j(c)] \quad \text{con}$$

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1 \text{ y } k_j > 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad \text{y}$$

$$v_j(\text{best}_j) = 100, \quad v_j(\text{worst}_j) = 0,$$

donde:

- $V(c)$  es el valor global de un FPV de la compañía  $c$ .
- $g_j(c)$  es el impacto de  $c$  en el FPV  $j$ .
- $v_j [g_j(c)]$  es el valor parcial (interés) de  $c$  en el  $j$ -ésimo FPV, y
- $\text{best}_j$  y  $\text{worst}_j$  son respectivamente, el mejor y el peor nivel de impacto plausible en el descriptor de el  $j$ -ésimo FPV. Hemos dejado las palabras en inglés por así utilizarse en el programa.

Sea  $A^F = \{a^0, a^1, \dots, a^j, \dots, a^n\}$  un conjunto de elementos ficticios, donde  $a^0$  es una referencia ficticia del elemento con el peor nivel de impacto plausible, y  $a^j (j=1, \dots, n)$  es una referencia ficticia con el mejor nivel de impacto plausible en el  $j$ -ésimo FPV y los peores impactos plausibles en todos los demás FPV. Por lo tanto, dadas las condiciones descritas arriba,  $V(a^0) = 0$  y  $V(a^j) = 100k_j$

Formalmente MACBETH es un procedimiento a base de preguntas, las cuales consisten en:

- Primero, comparar cualquiera de las dos referencias de los elementos  $a^j$  y  $a^l$  en  $A^F$  en términos globales de su orden de prelación;



- Segundo, juzgar semánticamente la diferencia de atracción (interés) en general entre cualquiera de las dos referencias, tal que la primera sea más atractiva que la segunda (como lo es en este caso) o viceversa.

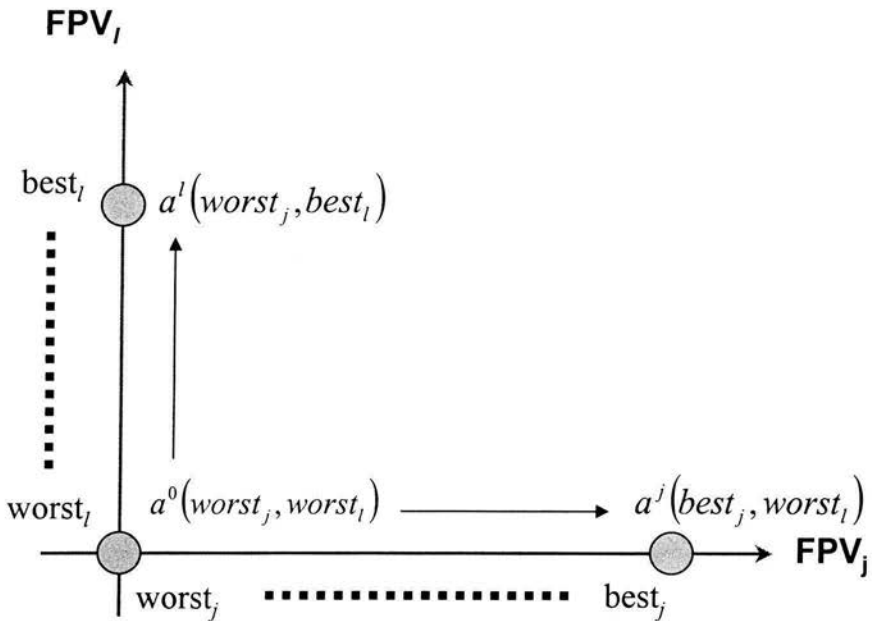


Figura B.4 Comparación de las referencias de los elementos.