



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MODELO ACTUARIAL DE LA RESERVA MATEMÁTICA DEL
SEGURO DE VIDA TRADICIONAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I A

P R E S E N T A:

NADIA ARACELI CASTILLO GARCIA



DIRECTOR DE TESIS: ACT. OSCAR ARANDA MARTINEZ

2004



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Nadia Araceli Castillo García.

FECHA: Febrero, 2, 2004

FIRMA: *Nadia*

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
Modelo Actuarial de la Reserva Matemática del Seguro de Vida Tradicional

realizado por Nadia Araceli Castillo García

con número de cuenta 9212925-6 , quién cubrió los créditos de la carrera de Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

Act. Oscar Aranda Martínez

Propietario

Act. María Aurora Valdés Michell

Propietario

Act. Marina Castillo Garduño

Suplente

Act. Benigna Cuevas Pinzón

Suplente

Act. José Guadalupe Vázquez Vázquez

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en C. José Antonio Flores Díaz



FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL
DE
MATEMÁTICAS

Este trabajo está dedicado especialmente con cariño a mi:

Madre la **Sra. Fabiana Robertina García de Castillo** por todo tu apoyo, tu cariño, tu comprensión, por estar siempre a mi lado cuando más te necesito, por tus consejos, por tu compañía, por tu amistad y por todas esas noches de desvelo en las que pasaste a mi lado durante los trabajos de la Universidad, gracias por todo mami, Te amo y te admiro mucho.

Padre el **Sr. Sabino Hilarión Castillo Hernández** por el apoyo brindado siempre.

A mi hijo **Yeshua Geovanni** por ser el ángel que me enviaron del cielo para iluminar mi camino y ser mi fuente de inspiración y mi motor para seguir.

A mi esposo **Oscar** gracias por todo tu apoyo, tu cariño, tu paciencia y todo el tiempo que me has brindado al seguir en este camino juntos.

A mis hermanos **Hilarión, Jorge Héctor, Hugo, José Luis, Edgar y Rosita** por ser mis cómplices, mis maestros, mi ejemplo y por todo el amor y cariño que me han dado siempre.

A mis mejores amigas **Sra. Georgina Hernández de Orozco, Teresa, Ana Luisa y Blanca Rebeca** porque con cada una de ustedes he compartido distintos momentos buenos y malos y por todo el cariño y apreció que me han demostrado y han sido parte importante de mi vida.

A toda **mi familia, a mis tíos y primos** no quisiera omitir a nadie ya que cada uno de ustedes es alguien especial.

A mis padrinos **Armando Toscano**  **y Clara García** por el apoyo que siempre me brindaron, mil gracias.

A **Dios** por darme la oportunidad de nacer, de tener una excelente familia y guiarme siempre por el mejor camino, gracias por haber puesto a todas las personas que he conocido en mi vida, que han sido parte de mi formación y por ser tan generoso conmigo.

A la **Universidad Nacional Autónoma de México** por darme la oportunidad de abrirme sus puertas para poder estudiar en sus planteles y desempeñarme como profesionista y ser humano.

A mi **Director de Tesis y Sinodales** por el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

A los **Profesores de la Facultad de Ciencias** por todo el empeño que ponen para poder crear con su enseñanza unas mejores personas para el mañana y así contribuir a formar un granito de arena más, en esta enorme playa del saber.

A mis **Compañeros de Generación** por haber compartido con ustedes toda esta hermosa aventura.

ÍNDICE

Introducción

i

Capítulo 1. Diseño de una Nota Técnica del Seguro de Vida Individual Tradicional

I	Introducción	1
I.1	Riesgo Asegurable	2
I.2	Clasificación (Riesgo Asegurable)	3
I.3	Clasificación (Riesgo Asegurable México)	5
I.3.1	Cuantificación del Riesgo Asegurable	6
I.3.2	Marco Jurídico para la cuantificación del Riesgo	6
I.4	Cuantificación del Riesgo	7
I.5	Diseño de la Nota Técnica	8
I.5.1	Descripción del Producto	8
I.5.2	Cuantificación del Riesgo	10
I.5.2.1	Primas	10
I.5.2.2	Bases Técnica	10
I.5.2.3	Cálculo de Primas	13
I.5.2.4	Reservas Terminales	16
I.5.2.5	Reservas Medias	17
I.5.2.6	Valor de Rescate	17
I.5.2.7	Dividendos	18
I.5.2.8	Descuentos por volumen de Suma Asegurada	18

Capítulo 2. Reserva Matemática

II.1	Marco legal y regulatorio	20
II.1.1	Reserva de Riesgos en Curso Reserva Matemática)	21
II.1.2	Reserva para Obligaciones Pendientes de Cumplir	25
II.1.3	Reservas Especiales	28
II.2	Acumulación de la Reserva Matemática	29
II.3	Determinación Técnica de la Reserva Matemática	31
II.3.1	Métodos de Valuación de la Reserva Matemática	34
II.3.1.1	Cálculo de Reservas Puras	34
II.3.1.2	Reservas Cargadas	39
II.3.1.2.1	Caso Mexicano: Año Temporal Preliminar (ATP)	44
II.3.1.2.2	Caso Mexicano: Opción a) La forma práctica	50
II.4	Reserva de Balance	54

Capítulo 3. Propuesta de Modelo

III.1	Concepto	55
III.1.1	Expresión Actuarial	68
III.2	Consideraciones Especiales	71
III.3	Propuesta de Modelo Actuarial para un Sistema Modificado de Reservas	72
III.3.1	Reserva Terminal	73
III.4	Valor de Rescate	75
III.4.1	Propuesta de Modelo	76
III.4.2	Ejemplo	77
Conclusiones		85
Bibliografía		86

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de tesis tiene como objetivo el proponer un modelo actuarial para la determinación del concepto de Reserva Matemática, la cual resulta de suma importancia su determinación, cuando los esquemas de gastos involucrados en el cobro de la prima de tarifa son de carácter decrecientes.

La reserva matemática, es el resultado de los excedentes que existen en los primeros años de vigencia del seguro de vida,

Toda compañía de seguros tiene que dar garantía de sus operaciones, motivo por el cual la legislación mexicana en materia de seguros obliga a las instituciones aseguradoras a constituir las llamadas **Reservas Técnicas**.

Podemos definir las reservas como **“aquellas provisiones económicas que cualquier entidad aseguradora debe realizar para hacer frente a obligaciones futuras que surgirán una vez efectuado el cierre contable de cada ejercicio económico”** (Mapfre. 1990: Pág. 148).

Estos fondos corresponden, como se ha dicho ya, a los compromisos que tienen estas entidades con sus clientes por asumir sus riesgos y por los cuales deberá responder a través del tiempo.

En México, la constitución de **Reservas Técnicas** queda regulada por la **Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros** y las disposiciones que para el efecto se establecen en las serie de **circulares** que emite la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (Serie S-10).

Para efecto de que exista un desempeño óptimo en la operación de seguros, la legislación correspondiente señala en su artículo 46° que las instituciones de seguros deben constituir las siguientes reservas técnicas:

1. Reservas de Riesgos en Curso
2. Reservas para Obligaciones Pendientes de Cumplir
3. Las demás previstas en esta Ley. En este apartado podemos incluir a las llamadas Reservas Especiales.

En este sentido, el trabajo de tesis es el proponer un método modificado que involucre los aspectos de Gastos de Adquisición y su amortización en el tiempo, que a diferencia del modelo actual, presupone un periodo determinado de amortización de dicho costo, con base en acotar la prima nivelada con respecto a la prima de un dotal a 20 años.

Para estos efectos examinaremos el concepto de Reserva Pura, esto es, aquellas que no toman en cuenta el desembolso hecho por la compañía por concepto de gasto de operación y adquisición.

Lo anterior, permitirá conceptualizar la necesidad de definir lo que se entiende por Reserva Cargada, centrando nuestra atención en el mencionado **Año Temporal Preliminar**, considerado en el sector asegurador para los planes de vida tradicionales.

Capítulo 1

Diseño de una Nota Técnica del Seguro De Vida Individual Tradicional

Introducción

En el caminar de la humanidad, siempre nos hemos preocupado por nuestro bienestar, reflejado de cierta forma en el aspecto económico, derivado en resarcir las secuelas que representa la pérdida ya sea de un bien material o en inclusive la pérdida de la misma vida.

En este principio básico, nace la necesidad de asegurar el costo que representa dicha pérdida, en un principio de carácter preventivo o de mutualidad de los “muchos” para resarcir la pérdida sobre los “pocos”, este concepto fue considerado por los comerciantes navegantes ingleses, donde la pérdida de mercancías originadas por los saqueos de piratas, originaba establecer un procesos subsanar la pérdida originadas por los robos e inclusive por los fenómenos naturales.

Ahora bien si nos remontamos a la historia bíblica, es bien sabido sobre el acontecimiento de “las siete vacas flacas y las siete vacas gordas”, donde se muestra el carácter de prevención, que hoy en día en su carácter práctico se tiene en las pensiones sociales y privadas, así programas de subsistencia popular.

En pocas palabras el cuantificar un riesgo, donde se da característica de incertidumbre, origina el concepto de seguro.

Este principio de incertidumbre puede ser cuantificado, y para este proceso se considera la herramienta de la **probabilidad**, luego entonces si esta es la semántica de cuantificar un riesgo, ya sea la pérdida de un bien material o en si la misma vida, se hace patente entonces el definir que es el **riesgo asegurable**.

I.1 Riesgo Asegurable

El **riesgo asegurable** es un evento incierto o aleatorio, posible, concreto, lícito, fortuito, y de contenido económico.

- **Incierto o Aleatorio:** Sobre el riesgo ha de haber una relativa incertidumbre, pues el conocimiento de su existencia real haría desaparecer la aleatoriedad, que es el principio básico del seguro.
- **Posible:** Ha de existir posibilidad de riesgo; es decir, el siniestro cuyo acontecimiento se protege con la póliza debe "poder suceder". Tal posibilidad o probabilidad tiene dos limitaciones extremas: de un lado, la frecuencia; de otro, la imposibilidad.
- **Concreto:** El riesgo ha de ser analizado y valorado por la aseguradora en dos aspectos, cualitativo y cuantitativo, antes de proceder a asumirlo.
- **Lícito:** El riesgo que se asegure no ha de ir, según se establece o resulta de la legislación de todos los países, contra las reglas morales o de orden público, ni en perjuicio de terceros, pues de ser así, el contrato que lo protegiese sería inválido.
- **Fortuito:** El riesgo debe provenir de un acto o acontecimiento ajeno a la voluntad humana
- **Contenido Económico:** La realización del riesgo (siniestro) ha de producir una pérdida económica que se resarce con la indemnización correspondiente. Si la manifestación del riesgo no implica una pérdida económica derivada de daños físicos que pueda provocar, entonces se estaría ante un caso de apuesta o simplemente evento de carácter fortuito.

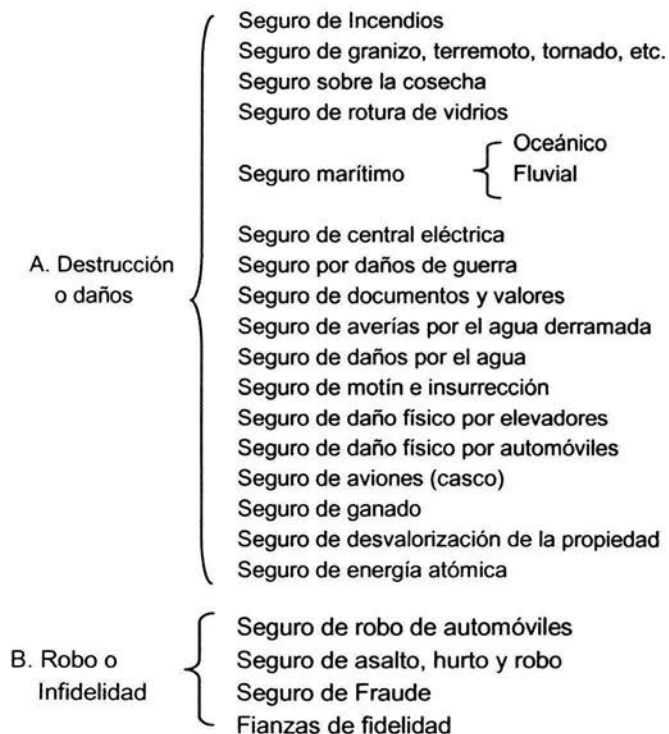
Por lo anterior, podemos concretizar que de acuerdo al tipo de pérdida que afecta a las personas, los seguros se clasifican básicamente en dos categorías.

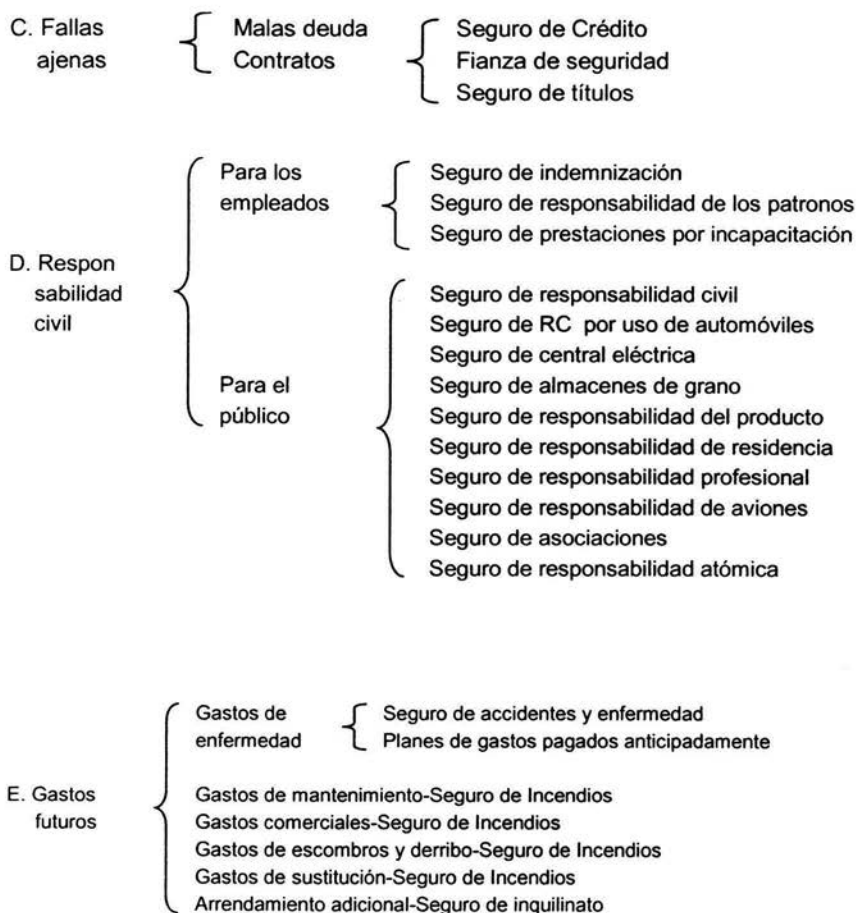
I.2 Clasificación (Riesgo Asegurable)

- **Seguros sobre pérdida del poder ganancial:** Son aquellos seguros que tienen por objeto cubrir el poder que tiene una persona o una empresa, de procurarse una ganancia lícita,



- **Seguros Sobre Pérdida de Bienes Materiales:** Son aquellos que tiene por objeto cubrir el daños que puedan sufrir los bienes materiales de una persona.





En nuestro país esta conceptualización queda agrupada en tres tipos básicos de operación, para lo cual se debe tomar en cuenta la esencia del ente asegurado.

I.3 Clasificación (Riesgo Asegurable México)

- **Seguros de Vida:** Son aquellos que tienen como objeto cubrir riesgos relacionados con la muerte o supervivencia del asegurado.
- **Seguros de Accidentes y Enfermedades:** Son aquellos que tienen por objeto cubrir las pérdidas económicas o poder ganancial que sufra una persona como consecuencia de los accidentes o enfermedades que le afecten.
- **Seguros de Daños:** Son aquellos que tienen como objeto cubrir las pérdidas que sufra una persona en su patrimonio derivado de riesgos que afecten sus bienes o intereses.

Para efecto de que se de la operación del seguro, es entonces necesario que exista:

- **Un Interés Asegurable,** que es el objeto, persona o interés económico, que es afectado directamente por un riesgo.
- **Capital Asegurado:** Este puede ser definido como el valor atribuido por el titular de un contrato de seguro a los bienes cubiertos por la póliza y cuyo importe es la cantidad máxima que el asegurador esta obligado a pagar, en caso de siniestro.
- **Valor Convenido (o estimado):** Es aquel en que, de común acuerdo entre asegurador y asegurado, se preestablece como la valoración del interés que se asegura en caso de ocurrencia del siniestro.

I.3.1 Cuantificación del Riesgo Asegurable

La cuantificación del mismo se efectúa a través de la **Prima de Riesgo**, que es el costo de la transferencia de riesgo a través de un contrato de seguro, dicho valor se refiere al valor estimado de las pérdidas derivadas de siniestros.

Entonces, la **prima de riesgo en términos generales** se calcula como la frecuencia relativa de un siniestro por su severidad relativa por la suma asegurada.

$$PR = E(s) = fr * Sev * SA$$

Con objeto de que el proceso tenga el carácter de negocio, es preciso involucrar los gastos inherentes al negocio en marcha y la posible utilidad derivada de la cuantificación del riesgo asumido, a este concepto se le llama Prima de Tarifa.

La **Prima de Tarifa**: es el costo de la transferencia de riesgo a través de un contrato de seguro, dicho costo incluye la prima de riesgo, y los gastos de adquisición y administración del negocio así como un margen de utilidad.

$$PT = \frac{PR}{1 - Gadq - Gadm - Mut}$$

I.3.2 Marco Jurídico para la Cuantificación del Riesgo

Tomando en cuenta esta conceptualización, la **Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros**, en su artículo 36, fracción II, establece que las instituciones de seguros al realizar su actividad deberá ***“Determinar sobre bases técnicas, las primas netas de riesgo a fin de garantizar con un elevado grado de certidumbre, el cumplimiento de las obligaciones que al efecto contraigan con los asegurados”***, por lo que respecta al **Seguro de Vida**, en el artículo 8, de la citada ley, se dice que ***“existe la Operación de Vida, cuando se tenga un riesgo que afecte la integridad de la persona en su existencia”***.

Se considerarán comprendidos dentro de estas operaciones los beneficios adicionales que, basados en la salud o en accidentes personales, se incluyan en pólizas regulares de seguros de vida.

También se considerarán comprendidas dentro de estas operaciones, los contratos de seguro que tengan como base planes de pensiones o de supervivencia relacionados con la edad, jubilación o retiro de personas, ya sea bajo esquemas privados o derivados de las leyes de seguridad social

I.4 Cuantificación del Riesgo

En el **artículo 36-A** de la citada ley, se indica que las instituciones de seguros deberán sustentar cada una de sus coberturas, planes y las primas netas de riesgo que correspondan, en una **nota técnica** en la que se exprese de acuerdo a la operación o ramo de que se trate, lo siguiente:

- Las tarifas de primas y extraprimas;
- La justificación técnica de la suficiencia de la prima y, en su caso, de las extraprimas;
- Las bases para el cálculo de reservas;
- Los deducibles, franquicias o cualquier otro tipo de modalidad que, en su caso, se establezcan;
- El porcentaje de utilidad a repartir entre los asegurados, en su caso;
- Los dividendos y bonificaciones que correspondan a cada asegurado, en los casos que procedan;
- Los procedimientos para calcular las tablas de valores garantizados, en los casos en que procedan;
- Los recargos por costos de adquisición y administración que se pretendan cobrar,
- Cualquier otro elemento técnico que sea necesario para la adecuada instrumentación de la operación de que se trate.

I.5 Diseño de la Nota Técnica

A efecto de mostrar la cuantificación del riesgo de vida, se presenta el diseño de una nota técnica (caso generalizado) de la operación de vida, con objeto de mostrar la integración de los elementos técnicos (biométricos y financieros) que sirven de base en la modelación de la misma.

I.5.1 Descripción del Producto

En este punto, se precisa el objetivo del diseño del producto a ofrecer en el mercado asegurador, consideremos que se trata de un producto enfocado con las diferentes alternativas de cobertura, es decir, temporal y/o vitalicio y de forma semejante se puede plantear la posibilidad de crecimiento de la suma asegurada involucrada e inclusive la capitalización de recurso por sobrevivencia, y la forma de cobro de la prima que garantiza la equidad entre la compañía y asegurado.

Seguro de Vida Entera

Obligación de la compañía: Pagar la suma asegurada contratada, en cualquier momento que ocurra la muerte del asegurado siempre que la póliza esté en vigor.

Obligación del Contratante: Pagar las primas mientras viva.

Vida Pagos Limitados

Obligación de la compañía: Pagar la suma asegurada contratada, en cualquier momento que ocurra la muerte del asegurado siempre que la póliza esté en vigor.

Obligación del Contratante: Pagar las primas mientras viva.

Seguro Temporal

Obligación de la compañía: Pagar la suma asegurada contratada al fallecimiento del asegurado, si éste ocurre antes de terminar el plazo estipulado y siempre que la póliza esté en vigor.

Obligación del Contratante: Pagar las primas mientras viva el asegurado y como máximo hasta la extinción del plazo estipulado.

Se prevén los plazos siguientes para plazo del seguro y pago de primas:

Plazo del Seguro: 5, 10, 15, 20, y hasta los 60 y 65 años de edad.

Plazo de Pago de Primas: 5, 10, 15, 20, y hasta los 60 y 65 años de edad, los plazos de pago pueden ser iguales a los plazos de seguro o menores.

Criterio de Crecimiento de las Sumas Aseguradas

La Suma Asegurada tendrá un crecimiento aritmético durante 15 años a partir del 2º. Año y del año 16 en adelante la Suma Asegurada permanece constante. Este crecimiento únicamente aplicará para los planes Ordinario de Vida a Pagos Vitalicio y Temporal a 20 años con pagos a 20 años. Los crecimientos serán del 5%, 10%, 20% y 30% lineales.

La Prima tendrá un crecimiento igual a la Suma Asegurada.

Seguro de Protección Capitalizable

Obligación de la Compañía: Pagar la suma asegurada contratada al fallecimiento del asegurado, si éste ocurre antes de terminar el plazo estipulado o si el asegurado vive al concluir el plazo del seguro y siempre que la póliza éste en vigor.

Obligación del Contratante: Pagar las primas mientras viva el asegurado y como máximo hasta la extinción del plazo estipulado.

Plazo del Seguro: 5, 10, 15, 20, y hasta los 60 y 65 años de edad.

Plazo de Pago de Primas: 5, 10, 15, 20, y hasta los 60 y 65 años de edad, los plazos de pago pueden ser iguales a los plazos del seguro o menores.

I.5.2 Cuantificación del Riesgo

I.5.2.1 Primas

Las primas son anuales, por millar de suma asegurada teniendo el mismo comportamiento de crecimiento que tenga la suma asegurada.

La Suma Asegurada en planes crecientes será en forma durante 15 años a partir del 2º. Año y del año 16 en adelante la Suma Asegurada permanece constante.

La Prima tendrá un crecimiento igual a la Suma Asegurada.

I.5.2.2 Bases Técnicas

Hipótesis Demográficas

- Prima de Tarifa.- Se utiliza la tabla de mortalidad CNSF 2000-I (1991-1998).
- Primas de Evaluación.- Se utiliza la tabla de mortalidad CNSF 2000-I (1991-1998).

Hipótesis Financieras

Interés Técnico: 8% anual para financiamiento de primas.
6% para reservas.

Costo de Adquisición

Para la determinación de las primas de tarifa se consideró el siguiente costo derivado de comisiones de agentes, supervisor y bonos:

a) Esquema Tradicional:

Plazo de pago >15 años

Plan Nivelado		Plan Creciente	
Plazo pago > 15 años		Plazo pago > 15 años	
1er Año		1er Año	
Agente	60.00%	Agente	60.00%
Promotor	15.00%	Promotor	15.00%
Incentivos	8.00%	Incentivos	8.00%
	83.00%		83.00%

2do. Año		2do. Año	
Agente	30.00%	Agente	33.00%
Promotor	7.50%	Promotor	7.50%
Incentivos	5.00%	Incentivos	5.00%
	42.50%		45.50%
3er. Año		3er. Año	
Agente	15.00%	Agente	16.00%
Promotor	3.75%	Promotor	3.75%
Incentivos	5.00%	Incentivos	5.00%
	23.75%		24.75%
4to al Año 10		4to al Año 10	
Agente	10.00%	Agente	10.00%
Promotor	1.00%	Promotor	1.00%
Incentivos	4.00%	Incentivos	4.00%
	15.00%		15.00%
11 en Adelante		11 en Adelante	
Agente	2.00%	Agente	2.00%
Promotor	0.00%	Promotor	0.00%
Incentivos	0.00%	Incentivos	0.00%
	2.00%		2.00%

Los planes con esquema creciente serán únicamente los T-20-20 y OV-OV.

b) Otros plazos

Planes		Planes		Planes		Planes	
Plazo pago de 8 a 15 Años		Plazo pago de 2a 7 Años		T-1 Año		Dotal Corto plazo 1 mes	
1er. Año		1er. Año		1er. Año		1er. Año	
Agente	48.00%	Agente	28.00%	Agente	25.00%	Agente	0.50%
Promotor	12.00%	Promotor	7.00%	Promotor	2.50%	Promotor	
Incentivos	5.00%	Incentivos	5.00%	Incentivos	0.50%	Incentivos	
	65.00%		40.00%		28.00%		0.50%
2do. Año		2do. Año					
Agente	25.00%	Agente	25.00%				
Promotor	5.00%	Promotor	5.00%				
Incentivos	7.00%	Incentivos	7.00%				
	37.00%		37.00%				
3er. Año		3er. Año					
Agente	10.00%	Agente	10.00%				
Promotor		Promotor					
Incentivos	2.00%	Incentivos	2.00%				
	12.00%		12.00%				

4to. en adelante		4to. en adelante					
Agente	5.00%	Agente	5.00%				
Promotor		Promotor					
Incentivos		Incentivos					
	5.00%		5.00%				

La Comisión del Agente, Promotor e Incentivos será como se indica en las tablas anteriores para los Planes Nivelados y Crecientes. La comisión se otorga también sobre recargo por pago fraccionado.

c) El esquema de comisiones niveladas es el siguiente:

Comisión Nivelada	
Vitalicio y T-20	
1er. Año	
Agente	30.00%
Promotor	7.50%
Incentivos	4.50%
	42.00%
2do. Año	
Agente	30.00%
Promotor	7.50%
Incentivos	2.00%
	39.50%
3er. Año	
Agente	30.00%
Promotor	
Incentivos	
	30.00%
4to. en Adelante	
Agente	30.00%
Promotor	
Incentivos	
	30.00%

I.5.2.3 Cálculo de Primas

Prima Neta Anual

a) Planes Nivelados

$${}_m P_{x:n} = \frac{\frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} q_x v^{k+1} + c^* {}_n P_x v^n}{\sum_{k=0}^{m-1} P_x v^k}$$

b) Planes crecientes (OV-OV y T-20-20)

E = Crecimiento

E = 0, .05, .10, .20 y .30

$${}_m P_{x:n} = \frac{\frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} q_x v^{k+1} (1 + Ek)}{\sum_{k=0}^{m-1} P_x v^k (1 + Ek)}$$

C = 1 : Para planes dotales, y 0 para los demás
donde n es el plazo del seguro y m plazo de pago de primas

i = 6% : Para el cálculo de la reserva.

i = 8% : Para el cálculo de la prima de tarifa

En el caso de planes crecientes OV-OV y T-20-20 el plazo del seguro es igual al plazo de pago, es decir, n=m.

Prima Bruta Anual

a) Planes >1 Año

Recargos por Administración.

0.5 al millar de suma asegurada

200.00 pesos por póliza (No afecto a Comisión)

$$P' = \frac{P_{x:n} + .5}{1 - \frac{R}{\ddot{a}_{x:n}}} S + 200.00 = P^B + 200.00$$

Donde:

Planes Nivelados

Para plazo de pago > 15

$$R = 0.02 \ddot{a}_{x:m} + 0.13 \ddot{a}_{x:10} + 0.0875 \ddot{a}_{x:3} + 0.1875 \ddot{a}_{x:2} + 0.405$$

Para plazo de pago 8 a 15 Años

$$R = 0.05 \ddot{a}_{x:m} + 0.07 \ddot{a}_{x:3} + 0.25 \ddot{a}_{x:2} + 0.28$$

Para plazo de pago 2 a 7 Años

$$R = 0.05 \ddot{a}_{x:m} + 0.07 \ddot{a}_{x:3} + 0.25 \ddot{a}_{x:2} + 0.03$$

Planes Crecientes

$$R = 0.02 \ddot{a}_{x:m} + 0.13 \ddot{a}_{x:10} + 0.0975 \ddot{a}_{x:3} + 0.2075 \ddot{a}_{x:2} + 0.375$$

b) Temporal a 1 Año

Recargos por Administración
100.00 pesos por póliza (No afecto a Comisión)

$$P' = \frac{\text{PrimaNeta}}{1 - \text{COM}} S + 100.00$$

COM : 28%
S : Suma Asegurada

Se efectuó modificaciones sobre la Prima Neta, los porcentajes son los siguientes:

Edad	Recargo	Descuento
15 – 30	(30-Edad)/30	0.00
31 – 34	0.00	0.05
35 – 38	0.00	0.10
39 – 50	0.00	0.15
50 – 60	0.00	0.00
61 - >	0.20	0.00

c) Dotal a Corto Plazo a 1 Mes

Interés Técnico: 8%
Base de Cálculo
Para un dotal a 12 meses tenemos:

$$PV = \text{PrimaNeta}$$

$$PV = \text{PrimaNeta} = 1000 v_{.08}^{12}$$

Para un dotal menor a 1 año tenemos

$$PV_t = 1000 v_{.08}^{1/12}$$

$$PV_t = 0.9936$$

Prima de Tarifa

Comisión 0.50%

$$PVT_t = \frac{PV_t}{(1-.005)} = 0.9986$$

Costo de derecho a fondo de inversión 3% de la dotalidad al ingresar al fondo.

Primas Netas de Valuación

Si ${}_m p_x > p_{x:20}$

$$\alpha = ({}_m p_{x:n} - p_{x:20}) + q_x \frac{iV}{\delta}$$

Si ${}_m p_x \leq p_{x:20}$

$$\alpha = q_x \frac{iV}{\delta}$$

$$\beta = \frac{{}_m p_{x:n} \ddot{a}_{x:n} - \alpha}{a_{x:n} - 1}$$

I.5.2.4 Reservas Terminales

Para el primer año

$${}_1V^M = \frac{\alpha(1+i) - q_x}{p_x}$$

Para la renovación

$${}_kV^M = \frac{({}_{k-1}V^M + \beta)(1+i) - q_{x+k-1}}{p_{x+k-1}}$$

I.5.2.5 Reservas Medias

Para el primer año

$${}_1\bar{V} = (\alpha + {}_1V^{Mod}) \frac{1}{2}$$

Para la renovación

$${}_k\bar{V} = ({}_{k-1}V^{Mod} + \beta + {}_kV^{Mod}) \frac{1}{2}$$

I.5.2.6 Valor de Rescate

K : número de años
F=k : si $k \geq 12$, entonces $f=12$
Mientras $k \geq 3$

$${}_kCV = \left[0.75 + \left(\frac{25f - .75}{9} \right) \right] * {}_kV$$

Donde ${}_kV$ es la Reserva Modificada y k es mayor que 2.

Este valor de rescate se aplica a aquellas pólizas de nueva contratación.

Seguro Saldado

$${}_kS_x = \frac{{}_kCV}{A_{x+k:n-k}}$$

Seguro Prorrogado

$${}_kW_x = A_{x+k:t} = {}_kCV$$

Donde t es el tiempo de prórroga

I.5.2.7 Dividendos

$${}_T D_x = \left[PN_x^{\text{renovación}} + {}_{t-1}V_x \right] \{R - i\} (1 - Util) - q_{x+t}^{\text{cnsf 2000-1}} \left[(1 + i^{1/2}) - 1 \right]$$

Donde:

- $PN_x^{\text{renovación}}$: Prima neta de Renovación
 Util : Es el porcentaje que corresponde a la compañía de la utilidad repartible
 R : Tasa de Inversión Real
 i : Tasa Técnica
 ${}_{t-1}V_x$: Reserva año anterior
 $R - i > 0$: Debe ser positivo
 Pagaderos a partir del tercer año

I.5.2.8 Descuentos por volumen de Suma Asegurada

(Planes con plazo mayores a 1 año)

El esquema de descuentos es el siguiente:

		Temporal y Vitalicio	Dotales
DE:	HASTA:	Descuento	Descuento
0	299,999	0.00	0.00
300,000	499,999	0.25	0.50
500,000	749,999	0.50	1.00
750,000 -- >		1.00	1.00

Compensación de Gastos por Sumas Aseguradas menores a la Suma Asegurada Mínima

La suma asegurada mínima es de 50,000.00 pesos, si la suma asegurada contratada es inferior a la mínima se hará un recargo de 0.5 al millar.

El proceso anterior nos refleja en forma inmediata la aplicación de un modelo de reservas bajo una conceptualización denominada Año Temporal Preliminar, metodología que no se ha cuestionado en el tiempo, sin embargo es preciso conocer su origen y pretender el definir su debida interpretación de la misma.

Esta reserva matemática, es la base de inmediata de excedente existente entre la prima de riesgo nivelado (previa deducción de gastos) y el riesgo natural que se tiene en el tiempo.

La aplicación de un método específico para los productos donde se involucran gastos decrecientes en el tiempo, ha sido en la historia del seguro un problema a resolver, en virtud de que siempre las altas comisiones involucradas en los primeros años afectan la constitución de la reserva necesaria para hacer frente a las obligaciones a primer año.

No obstante el diseño de la nota técnica de la operación de vida presentada, corresponde al proceso natural de modelación de las compañías de seguros en México, pero la modelación relativa a la reserva matemática derivada por esquemas de Gastos de Adquisición decrecientes en el tiempo ha sido por norma desde la década de los 60's el comparar la prima neta nivelada con la prima neta nivelada de un plan dotal 20 (seguro dotal mixto a 20 años), sin embargo, este proceso resulta oscuro en su origen, ya que el objetivo en la operación es siempre el disponer de recursos en los primeros años para cubrir los altos gastos de adquisición que se hacen participes a los agentes de seguros, por lo anterior, partiendo de esta ambigüedad existente la tesis presentada se basa en determinar un proceso sistemático y concreto que permita determinar el tiempo necesario de amortización de recursos que en principio disponen las compañías para estos gastos erogados por comisiones a los agentes, esta modelación será detallada en el capítulo 3, no sin antes mencionar que derivado del producto modelado, es por obligación de la compañía de constituir sus reservas técnicas (entre ellas la reserva matemática) a efecto de precisar cuales son estas, se hará un desarrollo explicativa de las mismas en el siguiente capítulo.

Capítulo 2

Reserva Matemática

II.1 Marco legal y regulatorio

Toda compañía de seguros tiene que dar garantía de sus operaciones, motivo por el cual la legislación mexicana en materia de seguros obliga a las instituciones aseguradoras a constituir las llamadas **Reservas Técnicas**.

Podemos definir las reservas como **“aquellas provisiones económicas que cualquier entidad aseguradora debe realizar para hacer frente a obligaciones futuras que surgirán una vez efectuado el cierre contable de cada ejercicio económico”** (Mapfre. 1990: Pág. 148).

Estos fondos corresponden, como se ha dicho ya, a los compromisos que tienen estas entidades con sus clientes por asumir sus riesgos y por los cuales deberá responder a través del tiempo.

En México, la constitución de **Reservas Técnicas** queda regulada por en la **Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros** y las disposiciones que para el efecto se establecen en las serie de **circulares** que emite la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (Serie S-10).

Para efecto de que exista un desempeño óptimo en la operación de seguros, la legislación correspondiente señala en su artículo 46° que las instituciones de seguros deben constituir las siguientes reservas técnicas:

1. Reservas de Riesgos en Curso
2. Reservas para Obligaciones Pendientes de Cumplir
3. Las demás previstas en esta Ley. En este apartado podemos incluir a las llamadas Reservas Especiales.

A continuación se detallarán las tres tipos de reservas exigidas por la ley y se enunciarán las disposiciones especiales para cada una de ellas.

II.1.1 Reservas de Riesgos en Curso

(Reserva Matemática)

Las Reservas de Riesgos en Curso son aquellas que tienen por objeto acumular los fondos suficientes para hacer frente a los riesgos asumidos por la aseguradora. Dichas reservas se calculan bajo el principio de grandes números a través de procedimientos actuariales, dependiendo del modelo asumido, y se constituyen de las primas que ingresan a la aseguradora ¹▲.

En este sentido, la ley agrega en el **artículo 47°**, entre otras cosas, que las Reservas de Riesgos en Curso que deben constituir las instituciones, por los seguros o reaseguros que practiquen, son:

- I. Para los seguros de vida en los cuales la **prima sea constante** y la **probabilidad de siniestro creciente con el tiempo**, la **reserva matemática de primas correspondientes a las pólizas en vigor en el momento de la valuación**, así como los gastos de administración derivados del manejo de la cartera, **calculada con métodos actuariales basados en la aplicación de estándares generalmente aceptados**. Las instituciones de seguros deberán registrar dichos métodos ante la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, de acuerdo a las disposiciones de carácter general que al efecto emita la propia Comisión. **En ningún caso la reserva a que se refiere el párrafo anterior será menor de la que resulte de aplicar el método actuarial, cuyas condiciones técnicas generales señalará la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas mediante las disposiciones de carácter general a que se refiere esta fracción.**

¹ Una compañía que suscribiese todas sus pólizas en 31 de diciembre (a cuyo objeto emitiría en el primer año recibos proporcionales desde la fecha de efecto del contrato hasta el siguiente 31 de diciembre y para años sucesivos emitiría recibos por anualidades completas) se hallaría en condiciones de determinar que, al final de cada ejercicio, cuando efectuase su balance, el resultado del año, sería en líneas generales, la diferencia entre las primas recibidas y la valoración de los siniestros producidos, mas los gastos de administración y producción.

Si embargo, esta forma de actuación no es habitual en el mercado del seguro; lo normal es que, sea cual fuere el efecto inicial de la póliza, esta se renueve anualmente, en el mismo día y mes en que se suscribió y la aseguradora cobre las primas en los respectivos vencimientos anuales.

Este sistema distribuye uniformemente los ingresos de la empresa a lo largo de todo el año, pero origina la necesidad de consumir al final de cada ejercicio una provisión con que hacer frente a los posibles siniestros que ocurran en el año siguiente y que afecten a pólizas respecto a las cuales ya se ha satisfecho toda la prima de un año. El importe de dicha provisión constituye la provisión de riesgos en curso". (Mapfre 1990: Pág.149)

- II. Para los **seguros de vida temporales a un año**, el monto de recursos suficientes para cubrir los siniestros esperados derivados de la cartera de riesgos en vigor de la institución, así como los gastos de administración derivados del manejo de la cartera, calculado con métodos actuariales basados en la aplicación de estándares generalmente aceptados. Las instituciones de seguros deberán registrar dichos métodos ante la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, de acuerdo a las disposiciones de carácter general que al efecto emita la propia Comisión;

- II Bis.- Para los seguros de pensiones o de supervivencia relacionados con la edad, jubilación o retiro de personas, bajo esquemas privados complementarios a la seguridad social:
 - a).- En el seguro directo, la reserva matemática de primas correspondientes a las pólizas en vigor al momento de su valuación, calculada de acuerdo con los métodos actuariales que determine la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, mediante reglas de carácter general; y

 - b).- En el caso del reaseguro, tanto cedido como tomado, esta reserva se constituirá de conformidad con las reglas de carácter general que al efecto emita la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y que tomará en cuenta, entre otros elementos, la calidad de las reaseguradoras empleadas;

Uno de los cambios sustanciales de las disposiciones antes invocadas antes de reformar la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (5 de enero de 2000) corresponde a que antes **se precisaba** de que en ningún caso: ***“la reserva matemática de primas sería menor de la que resulte de aplicar el método llamado “Año Temporal Preliminar”***, sin embargo este precepto no quedó definido en la anterior reforma, ni en las disposiciones establecidas en la circular S-10.1, “Reservas de Riesgos en Curso.- Reglas para la constitución e incremento”, de fecha 1° de marzo de 1993, ahora bien esta nueva reforma de no se hace mención al concepto de ***“Año Temporal Preliminar (ATP)”***, por lo que el trabajo de tesis se vierte en este punto, es decir el proponer un método, que a diferencia del denominado **ATP**, corresponda el involucrar aspectos del Costo de Adquisición y su amortización en el tiempo.

Que a diferencia del modelo actual considerado en el Sector Asegurador Mexicano (**ATP**), presupone un periodo determinado de amortización de dicho costo, con base en acotar la prima nivelada con respecto a la prima de un dotal a 20 años, para todos aquellos casos de productos de vida individual tradicional.

Asimismo, en el **artículo 53°** de la citada ley se ordena que las instituciones de seguros calculen y registren las reservas de riesgos en curso al 31 de diciembre de cada año para efectos de balance, de acuerdo de lo dispuesto en el **artículo 55°** de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros. Se señala que la Secretaría de Hacienda y Crédito Público tiene la facultad de mandar que, en cualquier momento, se haga una valuación de dichas reservas, y que las instituciones están obligadas a registrarlas e invertirlas de inmediato, conforme a los resultados que arroje dicha estimación por cada operación y ramo.

Por su parte, la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, a través de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, emitió un comunicado a las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros en la Circular S-10.1, enviada el 1° de Marzo de 1993, en la cual se ratificó la observancia de los artículos 47° y 53° enunciados anteriormente y se señaló, entre otras cosas, lo siguiente, en relación a las Reservas de Riesgos en Curso:

- a) La **Reserva Matemática de primas** correspondiente a las pólizas en vigor, en el momento de la valuación, se calculará, empleando el *método de reserva media*, disminuida de las primas netas diferidas, o bien, mediante métodos actuariales exactos, previo registro de la Nota Técnica correspondiente por parte de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- b) La **Reserva Media** para efectos de valuación, se determinará como la semisuma de la reserva inicial y final del ejercicio correspondiente.

Las instituciones de seguros podrán disminuir de la reserva así calculada, el de la anualidad de amortización que se previó en la prima de tarifa para cubrir los gastos de adquisición, calculada con las tablas de mortalidad y al tipo de interés usado para determinar la reserva matemática de primas.

El **periodo de amortización de los gastos de adquisición** será como máximo el de la duración del pago de primas. Los gastos de adquisición deberán estar contenidos en la prima de tarifa y nunca podrán ser mayores que el porcentaje que de dicha prima fije la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas para cada plan.

La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, en ningún caso permitirá que la reserva matemática de primas sea menor que la que resulte de aplicar los métodos "**Año Temporal Preliminar Completo**" o "**Año Temporal Preliminar Modificado**", según sea el caso.

Sin embargo, para este efecto, no existe por disposición oficial la definición del concepto "**Año Temporal Preliminar Completo**" o "**Año Temporal Preliminar Modificado**".

- c) La reserva matemática de primas se calculará sobre todas las pólizas con las adiciones y obligaciones que se encuentren en vigor al momento de su valuación.
- d) En los seguros de vida temporales a un año la reserva se calculará con la parte de la prima neta no devengada, a la fecha de su valuación.

Tratándose de la reserva para los seguros de supervivencia con temporalidad menor o igual a un año, tal reserva se constituirá con el total de la prima neta, más los intereses devengados en el período correspondiente, a la tasa de interés utilizada en la determinación de la prima.

- e) Para el cálculo de la reserva matemática de primas, se usará la tabla de mortalidad conocida con el nombre de "Experiencia Mexicana (1982-1989)".

Sin embargo, para este efecto, **la tabla oficial actual aplicada por el Sector Asegurador**, corresponde a la publicada el 31 de diciembre de 1999 en el Diario Oficial de la Federación.

- f) El tipo de interés compuesto que utilicen las instituciones de seguros para el cálculo de la reserva matemática, no será superior al 8%.

De forma semejante al punto anterior, actualmente las tasas técnicas para el cálculo de prima de riesgo de Reserva Matemática **aplicada por el Sector Asegurador**, corresponden a las publicadas en el Diario Oficial de la Federación el 22 de mayo de 2002, siendo estas:

No mayor del 5.5%, 3.5% y 4% para productos en moneda nacional, indexados y Moneda Extranjera, respectivamente.

II.1.2 Reservas por Obligaciones Pendientes de Cumplir

Las reservas por Obligaciones Pendientes de Cumplir fueron en un inicio de naturaleza contable, sin embargo con la nueva reformulación de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, **se presenta la necesidad de prever la constitución de la Reserva de Obligaciones Pendientes de Cumplir bajo procedimientos técnicos** y, básicamente, tiene su origen en dos movimientos: Año de vigencia y cierre del periodo contable. Su objetivo es determinar al final del año contable el monto de los compromisos vigentes de la aseguradora y sostener la evaluación de las utilidades reales de la empresa.

El **artículo 50°** de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros indica que las reservas para Obligaciones Pendientes de Cumplir serán:

- I.- Por pólizas vencidas por siniestros ocurridos y por repartos periódicos de utilidades el impone total de las sumas que deba desembolsar la institución, al verificarse la eventualidad prevista en el contrato, debiendo estimarse conforme a las bases siguientes:
 - a) Para las operaciones de vida, las sumas aseguradas en las pólizas respectivas, con los ajustes que procedan, de acuerdo con las condiciones del contrato. En obligaciones pagaderas a plazos, el valor presente de los pagos futuros, calculado al tipo de interés que fije la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Tratándose de rentas, el monto de las que estén vencidas y no se hayan cobrado;
 - b) Para las operaciones de daños:
 - 1.- Si se trata de siniestros en los que se ha llegado a un acuerdo por ambas partes, los valores convenidos;
 - 2.- Si se trata de siniestros que han sido valuados en forma distinta por ambas partes, el promedio de esas valuaciones;
 - 3.- Si se trata de siniestros respecto de los cuales los asegurados no han comunicado valuación alguna a las instituciones, la estimación se realizará con métodos actuariales basados en la aplicación de estándares generalmente aceptados. Las instituciones de seguros deberán registrar dichos métodos ante la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, de acuerdo a las disposiciones de carácter general que al efecto emita la propia Comisión. La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas queda facultada, en este caso, para rectificar la estimación hecha por las empresas;
 - c) Para las operaciones de accidentes y enfermedades se procederá como en las de vida, cuando se trate de capitales o rentas aseguradas por muerte o por incapacidad y como en las de daños en los demás casos;
 - d) Se deroga.

- e) Para los seguros de pensiones, derivados de las leyes de seguridad social, el monto de las rentas que estén vencidas y no se hayan cobrado.

Las reservas a que se refieren los incisos a), b), c) y e) de esta fracción, deberán constituirse inmediatamente después de que se hayan hecho las estimaciones correspondientes.

La Comisión Nacional Bancaria y de Seguros podrá, en cualquier momento, abocarse de oficio al conocimiento de un siniestro y mandar constituir e invertir la reserva que corresponda;

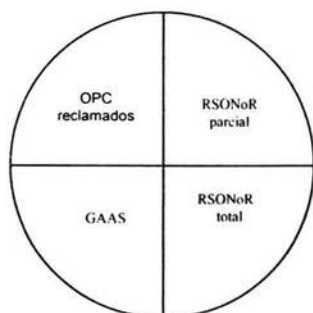
- II.- Por siniestros ocurridos y no reportados, así como por los gastos de ajuste asignados al siniestro de que se trate, las sumas que autorice anualmente la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas a las instituciones, **considerando la experiencia de siniestralidad de la institución y tomando como base los métodos actuariales de cálculo de cada compañía que en su opinión sean los más acordes con las características de su cartera. Estas reservas se constituirán conforme a lo que señale la Secretaría de Hacienda y Crédito Público mediante reglas de carácter general y sólo podrán utilizarse para cubrir siniestros ocurridos y no reportados, así como gastos de ajuste asignados al siniestro; y**

Actualmente la Serie de circulares S-10.6 Reserva para Obligaciones Pendientes de Cumplir por Siniestros Ocurridos y No Reportados y Reserva de Gastos de Ajuste Asignados al Siniestro, no contemplan disposiciones relativas a este punto.

- III.- Por las operaciones de que trata la fracción III del Artículo 34 de esta Ley, la reserva se calculará teniendo en cuenta los intereses acumulados.

A efecto de ejemplificar este precepto, supongamos que el ejercicio económico de una compañía aseguradora termina el 15 de diciembre de cada año. Ahora, pensemos que el asegurado de un seguro de vida muere el 25 de diciembre y que el beneficiario reclama pocos días después del deceso. Dado que el asegurado murió días después del cierre del periodo contable el movimiento del pago no se contabiliza sino hasta el siguiente año. El monto de la suma asegurada constituye un pasivo y forma parte de las Reservas por Obligaciones Pendientes de Cumplir (OPC) de la aseguradora. Si el asegurado hubiera muerto días antes del 15 de diciembre y si el beneficiario hubiera hecho la notificación antes de esa fecha, se le hubiera pagado al beneficiario la suma asegurada y no se habría acumulado ninguna Reserva de OPC por ese movimiento.

A continuación se muestra un diagrama en el cual se señalan los movimientos que afectan a la Reserva para Obligaciones Pendientes de Cumplir:



Donde:

OPC reclamados : Obligaciones Pendientes de Cumplir sobre siniestros.

SONoR : Siniestros Ocurridos y No Reportados

GAAS : Gastos Ajustados Asignados al Siniestro

La necesidad de la contemplación de las Obligaciones Pendientes de Cumplir sobre siniestros reclamados se explica, en general, al considerar que, cuando un ejercicio económico ha concluido (31 de diciembre del año en estudio), hay determinado número de siniestros que aún están pendientes de liquidación, y los pagos indemnizatorios se efectuarán en el año siguiente o en otras anualidades sucesivas. En tal sentido, los aseguradores deben constituir al final de cada año una reserva equivalente al importe previsto de los siniestros aun no indemnizados. El cálculo de estas reservas se efectuará separadamente por años de ocurrencia de los siniestros y para cada modalidad de seguro. En el ramo de vida, incluirán los capitales, rentas o pensiones vencidos, gastos pendientes de pago derivados de tales prestaciones, así como las participaciones en beneficios que hayan de hacerse efectivas. Estas reservas incluirán, además, los importes estimados o definitivos de todos aquellos siniestros que habiendo ocurrido en el ejercicio que se cierra, hayan sido comunicados con posterioridad a la terminación de dicho periodo, pero antes de efectuarse el cierre de las cuentas.

Supongamos que el asegurado muere, pero que el beneficiario desconoce que hay un seguro que le favorece. Por consiguiente, no se hará la reclamación en fechas próximas al deceso, sino quizá, n años después. Si el asegurado murió durante el plazo destinado al pago de primas, al año siguiente la aseguradora ya no recibirá la prima correspondiente. Para la institución de seguros que aún desconoce la ocurrencia del siniestro, surge obligadamente la pregunta: ¿el asegurado murió o ya no quiere pagar la prima? Sin embargo, esa suma asegurada continúa siendo un pasivo para la aseguradora, por lo que se contabiliza como un Siniestro Ocurrido y No Reportado. Esta reserva corresponde a la provisión que ha de constituirse para hacer frente al coste de los siniestros realmente ocurridos en cada ejercicio pero que aún no han sido comunicados a la entidad aseguradora antes del cierre de las cuentas de dicho año. Su cálculo se

lleva a cabo con base a la experiencia manifestada en ejercicios anteriores que para este tipo de siniestros, tenga la propia entidad aseguradora. Caso vida pagos limitados, **esta problemática es precisamente lo que la nueva LGISMS pretende que la compañía anticipe su constitución, basada en procedimientos técnicos.**

Ahora pensemos en un seguro de daños. Supongamos que ocurre un siniestro y que el ajustador evalúa los daños por \$11000.00 y así lo registra en el año contable correspondiente. Sin embargo, tiempo después, justamente algunos días posteriores al cierre contable, la compañía aseguradora se da cuenta que el siniestro estuvo mal evaluado y que en realidad su valor era de \$10000.00 (también puede ser mayor). Entonces tiene que registrar el siniestro como Siniestro Ocurrido y No Reportado parcial por \$(-1000.00).

Finalmente, los Gastos Ajustados Asignados a Siniestros son simplemente desembolsos que se realizan por concepto de abogados, ajustadores, papeleo, etc... al momento de que se presenta el siniestro.

Tanto los RSONoR como los GAAS pueden ser presupuestados por medio de la observación de años anteriores, para efecto de concluir por lo menos para el año en estudio. Esto se puede hacer por medio de varios métodos estadísticos, de los cuales podemos destacar:

- Cadena
- Experiencia promedio
- Bayes

II.1.3 Reservas Especiales

Son aquellas que **dependen de la naturaleza misma del riesgo asumido.** Por ejemplo, supongamos que una compañía de seguros japonesa desea apoyar sus operaciones por medio de una reaseguradora mexicana por concepto de terremotos. Dado que en México no se tiene experiencia sobre la siniestralidad del Japón, la reaseguradora se verá en la necesidad de constituir una reserva especial para mitigar las consecuencias desfavorables por este desconocimiento. En casos como este, las compañías aseguradoras pueden sugerir la formación de estas reservas, determinar su constitución técnica y someter su propuesta a la aprobación de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

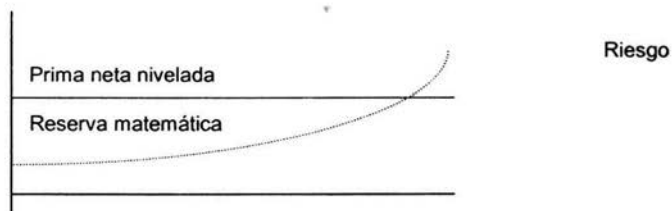
Por su parte, queda asentado en el **artículo 52°** de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros que la Secretaría de Hacienda y Crédito Público podrá ordenar mediante reglas de carácter general, la constitución de reservas técnicas especiales cuando, a su juicio, sean necesarias para hacer frente a posibles pérdidas u obligaciones presentes o futuras a cargo de las instituciones, distintas a las especificadas en las fracciones I a III del artículo 46 de esta Ley, o para reforzar tales reservas.

II.2 Acumulación de la Reserva Matemática

Supongamos que una persona adquiere un seguro de vida y que opta por liquidarlo a través de primas niveladas en vez de saldarlo en una sola exhibición. Entonces la compañía aseguradora tendrá la tarea de determinar técnicamente el monto de los pagos, de tal manera que éstos sean invariables durante toda la vigencia del seguro y a la vez sean suficientes para cubrir el riesgo asumido.

Por otra parte, la prima natural, esto es, aquella que corresponde en concreto a un año de riesgo sin tomar en cuenta la duración total de la operación, presenta un crecimiento ocasionado por el aumento en la probabilidad de muerte del asegurado a medida que pasan los años. Por lo tanto, se desprende que, para que las primas sean constantes y adecuadas, éstas deben ser, en los primeros años del seguro, superiores a la prima natural, con la finalidad de que se cree un excedente que compense el déficit que se produzcan al momento de que la prima nivelada sea inferior a la natural, lo anterior, conforme a lo definido en el Art. 47° de la LGISMS, antes visto.

La gráfica correspondiente al comportamiento del riesgo a lo largo de la vida del asegurado y al pago de cuotas (generalmente) iguales es la siguiente:



La línea curva corresponde al **costo del seguro**, mientras que la línea recta representa la **prima neta nivelada**. El área comprendida entre la recta y la curva constituye el superávit generado en los años iniciales porque, como se señaló en el párrafo anterior, las primas son sobradas respecto al costo del riesgo. Esto es, mediante el método de pagos de primas niveladas se genera un exceso, lo cual es equivalente a suponer que la mortalidad esperada es superior a la ocurrida durante la primera etapa de la vigencia del seguro.

Se puede advertir que, en una segunda etapa, indicada por la intersección de la recta y la curva, este efecto se revertirá, o sea, las últimas anualidades son insuficientes respecto al riesgo. Esta situación obliga a la compañía aseguradora a reservar y capitalizar las primas excesivas con la finalidad de contrarrestar el déficit subsecuente. El importe de esta retención constituye la **reserva matemática**.^{2*}

² En el caso del seguro de vida y del seguro de daños con temporalidad menor o igual a un año, la reserva de la que se ha hecho mención en esta sección toma el nombre de *reserva matemática*. Pero cuando se trata de un contrato por concepto de un seguro de daños, se acostumbra llamar a la reserva correspondiente *reserva de riesgos en curso*.

El fondo acumulado es en realidad lo que vale un conjunto de pólizas en un momento determinado. En tal caso, podemos definir a la reserva matemática como **el conjunto de sumas anticipadas por los asegurados para cubrir riesgos futuros**. Evidentemente, estas reservas representan un pasivo para el asegurador.

Durante el periodo en el cual las primas son superiores al riesgo se puede decir que se castiga al asegurado, pues está pagando una cuota superior a la necesaria. Sin embargo, dado que el riesgo siempre es creciente a lo largo del tiempo, en años posteriores el contratante pagará una cantidad menor al valor del riesgo, lo cual puede significar una ventaja económica al largo plazo.

Podemos plantearnos la constitución de reservas desde otra perspectiva. Pensemos en una persona que desea contar con un seguro de vida por varios años, pero que, en lugar de elegir un seguro a largo plazo, opta por contratar cada año un seguro de vida temporal a un año. Dicho en otras palabras, el asegurado renueva cada año su seguro y paga la prima correspondiente a su edad alcanzada, en vez de escoger un sistema de cuotas niveladas o el pago de prima única por un seguro a largo plazo. Desde luego, esta operación no dará lugar a la acumulación de reservas, puesto que el seguro se liquida anualmente. Sin embargo, dicho sistema tiene una complicación: **la prima emitida es proporcional a la probabilidad de muerte, que a su vez aumenta con la edad del asegurado**, por lo que **el seguro se encarece cada vez más**, perdiendo de este modo la posibilidad de contar con esta protección para un gran número de personas de edades avanzadas, en virtud de que implicaría un costo mayor para el asegurado a medida que envejece, además se tiene el inconveniente de la renovación de la póliza a cada año, lo cual puede desmotivar al asegurado y llevarlo a cancelar el seguro, provocándose así el fenómeno de antiselección.

Otra variante importante adicional al efecto natural del envejecimiento que internamente depende la salud del asegurado, es la actividad económica en que se desarrolla, lo cual obligaría a la aseguradora al cobro de extraprimas originado por la subnormalidad del riesgo asumido, bajo este orden de ideas la compañía afronta la responsabilidad de asumir un riesgo que es creciente en el tiempo, a cambio de una Prima Nivelada, la cual deberá ser suficiente en el tiempo y prever los efectos colaterales que dan origen a desviaciones en la siniestralidad asumida.

Es indicar que a diferencia del riesgo asumido en la operación de daños, su temporalidad es menor o igual a un año, que en comparación a la operación del seguro de vida, la temporalidad es mayor o igual a un año, dicha diferencia se debe a que la morbilidad y el costo promedio de reposición es diferente a cada año, en cambio en la operación de vida, la mortalidad tiene patrón de comportamiento a largo plazo, denominado la cohorte y el costo de reposición dependerá de la capacidad económica del pago de la prima pagada por el seguro contratado.

II.3 Determinación Técnica de la Reserva Matemática

La formación de la reserva apelando al principio de equidad se define como: **“el compromiso de la compañía de seguros es igual a las obligaciones del asegurado”**, esto es, en todo seguro contratado a primas anuales se tiene, en el momento inicial la ecuación:

$$A = P\ddot{a}$$

Donde:

- A : Prima única por cualquier seguro de vida
- P : Prima neta nivelada pagada por el seguro
- \ddot{a} : Valor presente actuarial de las primas netas niveladas

Pero este equilibrio entre ambos compromisos se rompe apenas comienza a correr el tiempo. Al cabo de m años, cuando el asegurado tiene $x + m$ años de edad:

$$A_{(m)} \neq P_{(m)}\ddot{a}_{(m)}$$

Donde:

- $A_{(m)}$: Prima única m años después del momento inicial
- $\ddot{a}_{(m)}$: Valor presente actuarial de las primas netas niveladas m años después del momento inicial

Si en contrato se celebrara en el tiempo m , se satisfaría la igualdad:

$$A_{(m)} = P_{(m)}\ddot{a}_{(m)}$$

Sin embargo, dado que la prima anual para un mismo tipo de seguro crece conforme a la edad del asegurado, se cumple que:

$$P_{(m)} > P \Rightarrow A_{(m)} = P_{(m)}\ddot{a}_{(m)} > P\ddot{a}_{(m)},$$

En virtud de la fuerza de interés δ

Dicho en palabras, **“el compromiso del asegurador es mayor que el del asegurado”**. A la diferencia la mencionada *reserva matemática*. La expresión matemática correspondiente es:

$$V_{(m)} = A_{(m)} - P\ddot{a}_{(m)}$$

Si el seguro ha sido contratado mediante el pago de prima única, el asegurado no mantiene compromiso alguno con la entidad aseguradora, por lo cual la reserva queda constituida solamente por el compromiso del asegurador:

$$V_{(m)} = A_{(m)}$$

Nótese que, hasta este momento, hemos esbozado la acumulación de reservas únicamente en función de las primas netas niveladas recibidas por la aseguradora de manos del contratante.

Por otra parte, como mencionamos anteriormente, la compañía de seguros cobra al asegurado una prima en la cual se contempla, además del riesgo asumido por concepto de la muerte del asegurado, los gastos generales de gestión y administración, los gastos comerciales o de adquisición, un coeficiente de seguridad por posibles desviaciones en la siniestralidad o las tasas de interés y el beneficio para la empresa.

Por construcción del modelo la determinación de **primas de tarifa**, conlleva a obtener un expresión matemática donde los gastos se reflejan en forma constantes durante toda la vigencia del seguro, **cuando en realidad son más fuertes en los primeros años del contrato**, lo anterior es consecuencia directa de un esquema de **Comisiones decrecientes**.

Por lo tanto, para que las aseguradoras no se vean afectadas en sus finanzas por hacer frente con sus propios recursos a los cuantiosos gastos generados por la operación del seguro, principalmente durante los años iniciales, se permite a las entidades especializadas utilizar los llamados **métodos modificados de reservas**.

Con estos métodos de evaluación, la reserva del primer año es prácticamente inexistente, pues su monto equivalente es utilizado por la aseguradora para afrontar los altos costos del seguro en sus primeros años de vigencia.

Bajo esta perspectiva estudiaremos, en primer lugar, el **marco legal** que regula la constitución de reservas. Adicionalmente, realizaremos un **análisis de este sistema regulatorio utilizado por el sector asegurador**, con la finalidad de plantear claramente la necesidad de proponer un modelo dada la factibilidad establecida en la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (Art. 47º, Fracción I).

En este sentido, el trabajo de tesis es el proponer un método modificado que involucre los aspectos del Costo de Adquisición y su amortización en el tiempo, que a diferencia del modelo actual, presupone un periodo determinado de amortización de dicho costo, con base en acotar la prima nivelada con respecto a la prima de un dotal a 20 años.

Para estos efectos examinaremos el concepto de **Reserva Pura**, esto es, aquellas que no toman en cuenta el desembolso hecho por la compañía por concepto de gasto de operación y adquisición.

Lo anterior, permitirá conceptuar la necesidad de definir lo que se entiende por **Reserva Cargada**, centrando nuestra atención en el mencionado *Año Temporal Preliminar*, considerado en el sector asegurador para los planes de vida tradicionales.

II.3.1 Métodos de Valuación de Reservas Matemáticas

Como hemos señalado, las primas niveladas son determinadas bajo el principio de equidad, esto es, en la fecha de realización del contrato existe una relación de equivalencia entre los compromisos futuros de la compañía aseguradora y las obligaciones del contratante del seguro.

Sin embargo, después de un periodo de tiempo, esta igualdad entre los deberes financieros de cada una de las partes desaparece. De lo anterior se hace necesario establecer un balance que represente el derecho de asegurado y la obligación de la aseguradora, al cual llamamos **reserva**.

A su vez, podemos diferenciar entre dos tipos de evaluación de reservas, los asociados al pago de primas niveladas y aquellos que corresponden a un sistema de primas escalonadas.

A continuación revisaremos, en primer lugar, revisaremos los métodos de evaluación de reservas para primas niveladas (**Reservas Puras**); luego, estudiaremos los métodos modificados de reservas (**Reservas Cargadas**), especialmente el conocido como "*Año Temporal Preliminar*" que es el método que actualmente se utiliza en el sector asegurador mexicano, también conocido como sistema modificado de reservas mexicano.

II.3.1.1 Cálculo de Reservas Puras

Método Prospectivo

Este método evalúa la reserva en función de las obligaciones futuras tanto de la compañía de seguros como del contratante. Consiste en determinar en un tiempo t la diferencia del valor presente de los beneficios futuros que otorgará la aseguradora por la vida de (x) y el valor presente de las primas periódicas que faltan por cubrir. Para una póliza cualquiera, emitida para una persona de edad x , lo anterior queda claramente enunciado en la expresión:

$$V = A(t) - P\ddot{a}(t)$$

Donde:

- $A(t)$: Prima de Riesgo única a edad $x+t$ de los beneficios futuros
- P : Prima Neta Nivelada convenida al momento de la contratación del seguro
- $a(t)$: Anualidad valuada a edad $x+t$ correspondiente a las características de la Prima periódica
- V : Reserva Terminal evaluada al final del año t

Método Retrospectivo

En este método la reserva se calcula en función de las obligaciones pasadas hasta la fecha de valuación considerada.

Recordemos que el origen de la reserva se remite a la captación de primas que hace la compañía de seguros, lo cual da como resultado que a edad $x+t$ la aseguradora cuenta con las primas acumuladas más los intereses generados por dichas cuotas.

La reserva terminal al inicio del k -ésimo año de vigencia de la póliza es considerada como la diferencia entre el valor acumulado de las primas pagadas y el valor acumulado de los beneficios pasados. De este modo, obtenemos:

$${}_tV = [P\ddot{a}_{x:\overline{t}|} - A^*(t)] \frac{1}{{}_tE_x}$$

Donde:

$A^*(t)$: Prima de Riesgo Única, correspondiente al costo incurrido por la aseguradora al cubrir al asegurado durante t años.

P : Prima Neta Nivelada convenida al momento de la contratación del seguro.

$\frac{1}{{}_tE_x}$: Acumulación de Obligaciones (Recíproco del Dotal Puro).

A continuación, se muestra una tabla que resume el cálculo de reservas aplicando los métodos anteriormente descritos:

Plan	Notación	Fórmula Prospectiva	Fórmula Retrospectiva	Temporalidad
Vida entera	${}_tV_x$	$A_{x+t} - P_x a_{x+t}$	$\left[P_x a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	
Temporal n años	${}_tV_{x:\overline{n} }$	$A_{x+t:n-\overline{t} } - p_{x:\overline{n} } a_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[p_{x:\overline{n} } a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t < n$
		0	0	$t = n$
Dotal puro n años	${}_tV_{x:\overline{n} }$	$A_{x+t:n-\overline{t} } - P_{x:\overline{n} } a_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[P_{x:\overline{n} } a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t < n$
		1	1	$t = n$
Dotal mixto n años	${}_tV_{x:\overline{n} }$	$A_{x+t:n-\overline{t} } - P_{x:\overline{n} } a_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[P_{x:\overline{n} } a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t < n$
		1	1	$t = n$
Vida pagos limitados en m años	mV_x	$A_{x+t} - P_x a_{x+t:m-\overline{t} }$	$\left[{}^mP_x a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t < m$
		A_{x+t}	$\left[{}^mP_x a_{x:m} - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t \geq m$
Temporal n años Pago en m años	${}^mV_{x:\overline{n} }$	$A_{x+t:n-\overline{t} } - P_{x:\overline{n} } a_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[{}^mP_{x:\overline{n} } a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t < m$
		$A_{x+k:n-\overline{k} }$	$\left[{}^mP_{x:\overline{n} } a_{x:m} - A_{x:\overline{k} } \right] \frac{1}{{}_kE_x}$	$m \leq t < n$
		0	0	$t = n$
Dotal puro n años Pago en m años	${}^mV_{x:\overline{n} }$	$A_{x+t:n-\overline{t} } - P_{x:\overline{n} } a_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[{}^mP_{x:\overline{n} } a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t < m$
		$A_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[{}^mP_{x:\overline{n} } a_{x:m} - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$m \leq t < n$ $k \leq t$
		1	1	$t = n$
Dotal mixto n años Pago en m años	${}^mV_{x:\overline{n} }$	$A_{x+t:n-\overline{t} } - P_{x:\overline{n} } a_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[{}^mP_{x:\overline{n} } a_{x:\overline{t} } - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$t < m$
		$A_{x+t:n-\overline{t} }$	$\left[{}^mP_{x:\overline{n} } a_{x:m} - A_{x:\overline{t} } \right] \frac{1}{{}_tE_x}$	$m \leq t < n$ $t = n$

Método Recursivo

El actuario francés **Georges Fouret** desarrolló un mecanismo para calcular la reserva en un año determinado, en función de la reserva del año anterior. La sencillez de este procedimiento lo convierte en un método de gran utilidad; sin embargo, esta técnica presenta el inconveniente de acarrear los errores en los que se puede haber incurrido en la evaluación de reservas de los años anteriores, por lo cual debe ser utilizado con cautela.

El razonamiento para determinar la fórmula de Fouret es como sigue:

Supongamos que una persona de edad x contrata en seguro de vida tradicional en cualquiera de sus modalidades, cuya prima única queda denotada por A . Luego, denotemos por:

P : Prima Neta Nivelada convenida al momento de la contratación del seguro

tV : Reserva Terminal evaluada al final del año t

Al inicio del t -ésimo año de vigencia del contrato de seguro, la entidad aseguradora tiene en su poder, por cada asegurado, la cantidad ${}_{t-1}V$, esto es, la reserva terminal del año $t-1$. Después de cobro de la prima, la compañía posee la suma ${}_{t-1}V + P$. Teóricamente, después de t años el número de sobrevivientes es l_{x+t-1} por lo que, en términos globales, la aseguradora tiene en su poder el monto equivalente a $l_{x+t-1}({}_{t-1}V + P)$ que, con los intereses generados durante el año dan como resultado final a la suma $l_{x+t-1}({}_{t-1}V + P)(1+i)$. Con esta cantidad se debe pagar, teóricamente a final de año, las sumas aseguradas de las d_{x+t-1} muertes ocurridas durante el año y constituir la reserva terminal ${}_tV$ para cada uno de los l_{x+t} asegurados sobrevivientes. Entonces, matemáticamente se obtiene:

$$l_{x+t-1}({}_{t-1}V + P)(1+i) = d_{x+t-1} + l_{x+t}{}_tV \Rightarrow {}_tV = \frac{l_{x+t-1}({}_{t-1}V + P)(1+i) - d_{x+t-1}}{l_{x+t}}$$

Si se divide el numerador y el denominador por l_{x+t} :

$${}_tV = \frac{({}_{t-1}V + P)(1+i) - q_{x-t-1}}{P_{x+t-1}}$$

Ahora, definamos las siguientes variables:

$$u_{x+t-1} = \frac{1+i}{P_{x+t-1}}, \quad k_{x+t-1} = \frac{q_{x+t-1}}{P_{x+t-1}}$$

Estas expresiones son conocidas como **Funciones de Valuación de Flacker**.

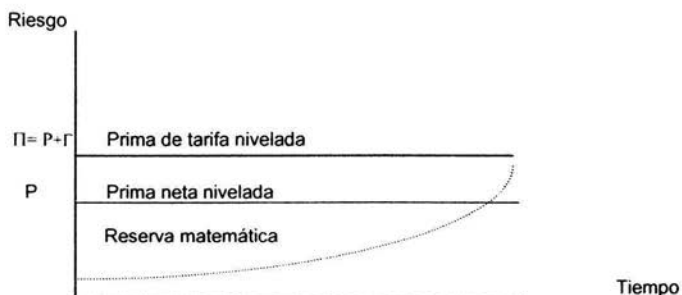
Finalmente, si sustituimos estas funciones en la ecuación descrita para el cálculo de la reserva, se determina el procedimiento conocido como **Fórmula de Flacker**.

$${}_tV = ({}_{t-1}V + P)u_{x+t-1} - k_{x+t-1}$$

II.3.1.2 Reservas Cargadas

Método Modificado de Reserva

Retomemos el esquema de prima neta nivelada. Como hemos indicado ya, las primas puras no contienen margen para gastos administrativos (o de operación) y adquisición (comisiones), que en si son ineludibles en una institución comercial. Además de estos gastos, las aseguradoras requieren, para poner en marcha a la empresa, un capital accionario al que hay que retribuir con un determinado interés. Finalmente, hay siempre un margen de imprecisión en los cálculos hechos, por lo que se requiere un margen de seguridad que mitigue los cambios bruscos en las tasas de interés y los cambios en la mortalidad. Por lo tanto, las primas cobradas deben ser superiores a las puras, esto es, las compañías de seguros deben aumentar las primas netas con un recargo Γ que debe ser adecuado para afrontar los gastos en los que se incurre por la operación de seguro. Si suponemos todos los gastos son constantes, podríamos establecer una prima de tarifa suficiente para cubrir dichos costos. El esquema quedaría como sigue:

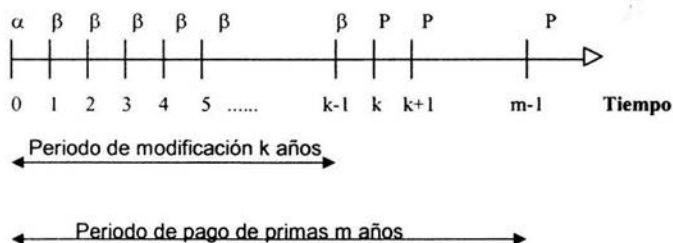


En teoría, la **diferencia entre la prima de tarifa y la prima neta nivelada, esto es, el valor Γ** , debería alcanzar para cubrir los gastos de administración y adquisición, sin embargo, **en la práctica**, no es así. Esto se debe a que los **costos se encarecen en mayor proporción en los inicios del seguro que en los últimos años del contrato**, situación que se debe especialmente a las altas comisiones cobradas por los agentes de seguros por ser los intermediarios entre el contratante y la aseguradora. Para efectos de cálculo de la prima de tarifa, se hace el supuesto de que dichos pagos son iguales durante todo el periodo de pago de primas, cuando en realidad, la entidad aseguradora les paga comisiones decrecientes a lo largo del periodo de pago de primas.

Los gastos de operación son muy altos en el primer año de vigencia de la póliza, por lo cual el recargo sobre la prima neta nivelada contemplado para gastos es insuficiente. Para hacer frente a esta posible pérdida, la legislación mexicana en materia de seguros aprobó el uso de **métodos modificados de**

reservas como mecanismo de financiamiento. Estas técnicas se basan en la anulación de la constitución de la reserva matemática durante el primer año y el uso de dicho monto por parte de la empresa para sufragar sus gastos. El procedimiento consiste en la determinación para el primer año una prima neta modificada inferior a la prima neta nivelada y, por consiguiente, el cálculo de primas netas modificadas de renovación superiores a ella. **En otras palabras, el método define un sistema de primas escalonadas que usualmente consta únicamente de tres niveles**, aunque la teoría permite establecer más categorías. A su vez se especifica la duración del periodo de modificación.

El equivalente a la reserva matemática del primer año debe ser reintegrado por la aseguradora en un plazo no mayor al pago de primas, incorporando el parámetro de amortización a las reservas subsecuentes. Esta modificación trae consigo una variación de las cuotas netas. Dado que no existe restricción técnica para no pensar en un periodo de amortización menor al pago de primas, podemos establecer un modelo que contemple esta posibilidad. Este planteamiento daría origen a tres cuotas: la **prima inicial α** , la **prima de renovación β** y la **prima nivelada P** . El siguiente diagrama muestra el periodo de modificación de primas antes señalado:



Con la intención de desarrollar un método que incremente el recargo destinado para gastos en el primer año, $\Pi - \alpha$, para así cubrir de la mejor manera posible los altos costos en los que se incurre en este periodo, α está usualmente restringida a ser menor que P . Sin embargo, α no puede tomar un valor arbitrario; de acuerdo a determinados principios legales, se determina una cota inferior para el valor de α . Por otra parte, dado que el préstamo realizado a la aseguradora deberá ser liquidado durante el periodo de modificación a través de la prima de renovación β , se tiene que $P < \beta$. Por lo tanto, se establece la relación $\alpha < P < \beta$.

Las primas modificadas están restringidas a que su valor presente al inicio la vigencia del seguro deber ser igual al valor presente de las primas netas correspondientes al periodo de modificación. Tenemos la ecuación:

$$\alpha + \beta a_{x:\overline{k-1}|} + P a_{k|\overline{x:m-k}|} = P \ddot{a}_{x:\overline{m}|} \Rightarrow \alpha + \beta a_{x:\overline{k-1}|} = P \ddot{a}_{x:\overline{k}|}$$

Para obtener una expresión para la prima de renovación β se pueden hacer las sustituciones siguientes:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x:\overline{k}|} &= a_{x:\overline{k-1}|} + 1 \Rightarrow \alpha + \beta a_{x:\overline{k-1}|} = P(a_{x:\overline{k-1}|} + 1) \\ \Rightarrow \beta &= P + \frac{P - \alpha}{a_{x:\overline{k-1}|}} \end{aligned}$$

Esta es una fórmula que nos permite dar una explicación interesante. Debido a los altos costos del primer año, se presta la cantidad $P - \alpha$ de la prima neta para obtener una suma igual $P - \alpha$ más el recargo Γ para cubrir los gastos del primer año. Este préstamo deberá ser amortizado en el periodo de tiempo de modificación que queda con el pago de P más un adicional para la amortización. El monto adicional es igual a $\frac{P - \alpha}{a_{x:\overline{k-1}|}}$, dado que el valor actual de una serie de pagos por tal cantidad es igual a $P - \alpha$, esto es, el monto del préstamo.

En forma similar:

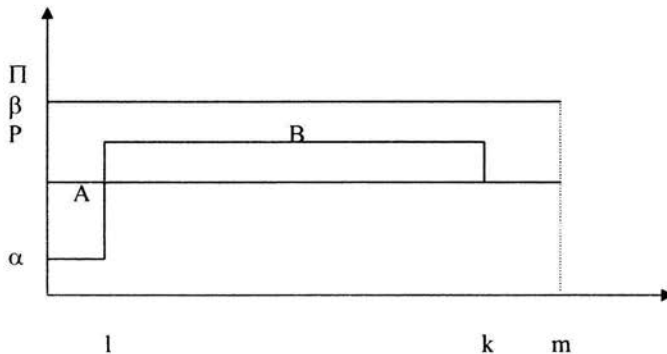
$$\begin{aligned} a_{x:\overline{k-1}|} &= \ddot{a}_{x:\overline{k}|} - 1 \Rightarrow \alpha + \beta(\ddot{a}_{x:\overline{k}|} - 1) = P\ddot{a}_{x:\overline{k}|} \\ \Rightarrow \beta &= P + \frac{\beta - \alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{k}|}} \end{aligned}$$

Esta es una fórmula práctica, pues en muchas oportunidades los métodos de modificación de reservas se definen como la diferencia entre la prima neta modificada de renovación β y la prima neta modificada del primer año α . Si denotamos $\varphi = \beta - \alpha$ entonces se entiende que φ es la cantidad que la compañía aseguradora toma como préstamo para el pago de sus costos de adquisición en el primer año y que dicho monto será devuelto anualmente durante el plazo de pago de primas k . Vale la pena destacar que la mayoría de los métodos de modificación de reservas establecen un monto fijo para φ , por lo que resulta relativamente sencillo determinar los valores de α y β .

El siguiente diagrama resume la relación entre las distintas primas involucradas en los métodos modificados. Reordenando la expresión algebraica

$\beta = P + \frac{P - \alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{k}|}}$ se obtiene que $P - \alpha = (\beta - P)\ddot{a}_{x:\overline{k}|}$, situación que se refleja gráficamente en la igualdad de las áreas A y B.

$${}^mV^{Mod} = A(t) - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|} - P {}_{k-t|}\ddot{a}_{x+t:\overline{m-k}|}$$



La deducción de una fórmula matemática para las reservas modificadas es similar a los métodos de reservas puras que ya habíamos mencionado.

Definamos la notación:

Donde:

$A(t)$:Prima de Riesgo única a edad $x+t$ de los beneficios futuros

P :Prima Neta Nivelada correspondiente al periodo de pago de primas

${}^mV^{Mod}$:Reserva Terminal modificada evaluada al final del año t

Para el caso de un seguro cualquiera, con periodo de pago de primas de m años y periodo de modificación de primas de k años, se obtiene, para un valor $t < k$, desde el punto de vista prospectivo:

$${}^m_tV^{Mod} = A(t) - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|} - P {}_{k-t|}\ddot{a}_{x+t:\overline{m-k}|}$$

$${}_{k-t|}\ddot{a}_{x+t:\overline{m-k}|} = \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} - \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|} \Rightarrow A(t) - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|} - P(\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} - \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|})$$

$${}^m_tV^{Mod} = A(t) - P \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} - (\beta - P) \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|}$$

$${}^m_tV^{Mod} = (A(t) - P \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}) - (\beta - P) \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|}$$

$$\therefore {}^m_tV^{Mod} = {}^m_tV - (\beta - P) \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}|}$$

Para el caso $t \geq k$ la reserva modificada es igual a la reserva calculada con primas netas niveladas.

Los cambios efectuados a las primas netas traen como resultado un efecto a las reservas calculadas, consecuencia que varía según el método de modificación utilizado. Esto se debe a que los montos de estas reservas modificadas reflejan la amortización del préstamo realizado.

Como se puede apreciar en las expresiones algebraicas anteriores, la reserva modificada se obtiene a partir de la disminución de un valor bien definido de la reserva matemática pura evaluada según tipo de seguro. Dicho de otra forma, las reservas modificadas son menores a las reservas puras.

Existen múltiples métodos de modificación de reservas, de los cuales podemos mencionar al "Año Temporal Preliminar", "Método de Zillmer", "Método Comissioner", "Método Illinois" y el "Método New Jersey". A continuación explicaremos en qué consiste el método "Año temporal Preliminar" en sus dos modalidades: Completo y Modificado.

II.3.1.2.1 Caso Mexicano: Año Temporal Preliminar (ATP)

- **ATP Completo**

Como se ha mencionado ya, el valor de la prima de primer año α está definido de tal forma que se cumpla la desigualdad $\alpha < P$. No obstante, se observa la necesidad de determinar una cota mínima para α . Este límite inferior se deriva de la posibilidad de la existencia de reservas negativas, lo cual implicaría la imposibilidad de las compañías aseguradoras para afrontar sus compromisos futuros. Dado que la captación de futuras primas de tarifa es incierta, las instituciones dedicadas a la vigilancia y regulación de las operaciones de seguros no permiten la inclusión de reservas negativas en los balances de los estados financieros de las aseguradoras. Por lo tanto, uno de los objetivos de la práctica del seguro es evitar la obtención de una reserva terminal negativa al final del primer año.

Dado que ${}_1V^{Mod} = \left(\alpha - A_{x:\overline{1}|} \right) \frac{1}{{}_1E_x}$, se pretende que ${}_1V^{Mod} \geq 0$ lo cual implica que $\alpha \geq A_{x:\overline{1}|}$. Esto significa que, para un seguro dado, el valor más pequeño posible para α será $A_{x:\overline{1}|}$. Si α es determinada como la cota mínima y el periodo de modificación de primas es igual periodo de pago de primas (i.e. $k = m$), entonces estamos en presencia del método *Año Temporal Preliminar Completo*.

En este método, denotamos a las primas modificadas de primer año α y renovación β por α_F y β_F , respectivamente.

α_F Tiene que alcanzar para pagar justamente los beneficios de muerte en el primer año. Las bases técnicas para su cálculo son las mismas que se emplean para calcular P y las reservas terminales.

Para una póliza con suma asegurada de 1 tenemos lo siguiente:

$$\alpha_F = A_{x:\overline{1}|}$$

Dado que es un sistema modificado de reservas se debe cumplir:

$$a_{x:\overline{m-1}|} = {}_1\ddot{a}_{x:\overline{m-1}|} \Rightarrow \alpha_F + \beta_F a_{x:\overline{m-1}|} = \alpha_F + \beta_F {}_1\ddot{a}_{x:\overline{m-1}|}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_F &= A_{x:\overline{1}|} \\ \alpha_F + \beta_F {}_1\ddot{a}_{x:\overline{m-1}|} &= P\ddot{a}_{x:\overline{m}|} \\ A &= P\ddot{a}_{x:\overline{m}|} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{x:\overline{1}|} + \beta_F {}_1\ddot{a}_{x:\overline{m-1}|} = A$$

$$A = A_{x:\overline{1}|} + {}_1E_x A(1) \Rightarrow A_{x:\overline{1}|} + \beta_F {}_1\ddot{a}_{x:\overline{m-1}|} = A_{x:\overline{1}|} + {}_1E_x A(1)$$

Donde:

$A(1)$: Es la Prima Neta Única de Seguro emitido a un año más, con un periodo menos de cobertura.

Despejando β se obtiene:

$$\beta_F = \frac{{}_1E_x A(1)}{{}_1\ddot{a}_{x:\overline{m-1}|}}$$

$${}_1\ddot{a}_{x:\overline{m-1}|} = {}_1E_x \ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}$$

$$\therefore \beta_F = \frac{A(1)}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}}$$

Esto es, β es la prima neta anual para un seguro con las mismas características en cuanto a cobertura que el seguro en cuestión A pero para edad $x+1$ pero con un año de vigencia menos que el contrato original. Dicho en otras palabras, una póliza en el método **Año Temporal Preliminar Completo** se considera matemáticamente como la suma de un seguro temporal de un año más un seguro diferido en un año en el mismo plan de póliza original, pero de duración reducida en un año; el contrato original debe tener una componente de seguro temporal (como los seguros de vida entera, mixtos o temporales, naturalmente).

En cuanto a la determinación de las reservas se tiene:

$${}_1^mV^F = \left(\alpha_F - A_{x:\overline{1}|} \right) \frac{1}{{}_1E_x} = 0$$

Para el caso $t > 1$:

$${}_t^mV^F = \left(A(t) - P \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} \right) - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} + P \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}$$

$${}_t^mV^F = A(t) - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}$$

$${}_t^mV^F = A((t+1) - 1) - \beta \ddot{a}_{(x+1)+(t-1)(\overline{m-1})-(t-1)|}$$

$$= {}_{t-1}V \quad \text{Para una persona de edad } x+1$$

La expresión $A((t+1) - 1)$ representa la prima neta única de un seguro emitido en un año $t+1$, con un periodo menos de cobertura.

Esto es, bajo el método **Año Temporal Preliminar**, para $t > 1$, la reserva terminal modificada es igual a la reserva calculada bajo el sistema de prima nivelada de un seguro con las mismas características que el seguro contratado inicialmente pero para una persona de edad $x+1$, evaluado en $t-1$.

- **A T P Modificado**

Recordemos la idea fundamental de los métodos modificados de reservas. Como se ha señalado ya, para simplificar los cálculos en la determinación de la prima de tarifa, se maneja el supuesto de que los gastos de adquisición, que representan en su mayoría a las comisiones pagadas a los agentes de seguros por el manejo del contrato, así como los costos de operación, son idénticos a lo largo de todo el plazo de pago de primas.

Pero la realidad es que los cuantiosos incentivos económicos que se pagan a los agentes incrementan considerablemente los costes involucrados con el seguro durante el primer año, por lo que el recargo contemplado en la prima de tarifa para sufragar estas cuotas es insuficiente.

Si las instituciones aseguradoras tuvieran que constituir desde el inicio de un contrato la totalidad de las reservas netas correspondientes, entonces se verían obligadas a liquidar la totalidad del gasto de adquisición de inmediato con dinero propio, una vez efectuado el pago de la prima del primer año.

Esta situación traería como consecuencia el registro de pérdidas contables durante el primer aniversario de la póliza. La única manera de revertir este efecto sería mediante la amortización de los gastos de adquisición correspondientes al primer año de vigencia del seguro a lo largo del plazo de pago de primas. Paralelamente, surgía la necesidad de determinar técnicamente un límite para los gastos de adquisición del primer año que serán amortizables durante este periodo.

Recordemos que para todo sistema modificado de reservas se tiene que

$$\beta = P + \frac{\beta - \alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{k}|}}. \text{ Retomemos la notación } \varphi = \beta - \alpha, \text{ donde } \varphi \text{ es la cantidad}$$

que la compañía aseguradora toma como préstamo para el pago de sus costos de adquisición en el primer año, monto que será devuelto anualmente durante el plazo de pago de primas k . Si $k = m$, a aseguradora no tendrá pérdida contable en el primer año si se le permite calcular las reservas terminales de la

forma ${}^m_tV^{Mod} = {}^m_tV - \frac{\varphi}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}$, lo cual equivale a decir que el 100% del

gasto de adquisición es amortizado durante el periodo de pago de primas.

Dado que se busca que las reservas del primer año sean positivas se tiene que:

$${}^m_1V - \frac{\varphi}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi \leq \frac{{}^m_1V \ddot{a}_{x:\overline{m}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}}$$

Para el método **Año Temporal Preliminar** se tiene que:

$$\varphi^F = \frac{{}^m_1V \ddot{a}_{x:\overline{m}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}}$$

Como mencionamos con anterioridad, $\varphi = \beta - \alpha$ es el **recargo de adquisición** asociado a una póliza; esta cantidad es mayor en valor relativo si se emplea el método modificado de reservas **Año Temporal Preliminar**.

Por lo tanto, si se emplea este procedimiento en todos los planes, el porcentaje disponible para gastos será mayor a medida que la prima de renovación del plan de que se trate sea superior.

Por ejemplo, si se tratara de un seguro dotal a 20 años se tendría un 70% de la prima, en un dotal a 10 años podríamos utilizar el 80 % y por ello no es equitativo por lo cual se fija un límite de un plan que se puede considerar promedio. Por este motivo, se acota el monto total del préstamo φ en base a lo que se otorgaría a un plan con plazo de pago de primas de 20 años. Por lo tanto se tiene:

$$\varphi_{20} = \frac{{}^{20}_1V_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{19}|}}$$

En forma similar:

$$\beta^{F \text{ mod}} = P + \frac{{}^{20}_1V_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{20}|}}{a_{x+1:\overline{19}|} \ddot{a}_{x:\overline{m}|}}, \text{ donde } m < 20$$

Por lo tanto la reserva modificada presenta la forma:

$${}_tV^{F \text{ mod}} = {}_tV - \frac{\varphi}{a_{x:\overline{m}|}} a_{x+t:\overline{m-t}|}$$

$${}_tV^{F \text{ mod}} = {}_tV - \frac{{}_{10}V_{x:\overline{n}|} a_{x:\overline{20}|}}{a_{x+1:\overline{19}|} a_{x:\overline{m}|}} a_{x+t:\overline{m-t}|}$$

Pero **se observa un problema**, en la determinación de la conformación de la Reserva de Riesgos en Curso, dado que el sector asegurador, conforme a la circular S-10.1, la actual del 1° de marzo de 1993 hace referencia a la constitución e incremento de esta provisión técnica, basado en el sistema modificado de evaluación de reservas llamado **“Año Temporal Preliminar”**. Sin embargo, en esta circular oficial no se indica la forma y los términos para la aplicación del proceso relativo al método.

Es decir, la circular sólo precisa que la reserva matemática que se constituya por concepto de seguros no deberá ser menor de la que resulta de aplicar el mencionado **“Año Temporal Preliminar”**, pero en ningún momento describe este método. Más aún, la misma Comisión Nacional de Seguros y Fianzas no ha legislado sobre este aspecto.

En este sentido, **existe una inconsistencia para efecto de interpretación y aplicación.**

No obstante, en los modelos norteamericanos la prima base de consideración del Año Temporal Preliminar Completo o Modificado se centra en comparar la prima del plan en estudio con respecto a la prima de un seguro de vida entera, pagos limitados a 20 años.

Sin embargo, la controversia en México es que se compara con la prima de un seguro dotal 20. Más aún, la temporalidad de 20 años proviene de un estudio de Norteamérica, donde el estándar promedio de mantenimiento de una póliza en vigor es precisamente de 20 años. En México se ha adoptado este tiempo como cota, por lo cual consideramos que posiblemente es para evitar alguna desviación en la constitución de esta reserva, se determina la amortización con base a la prima de un dotal 20, antes comentado.

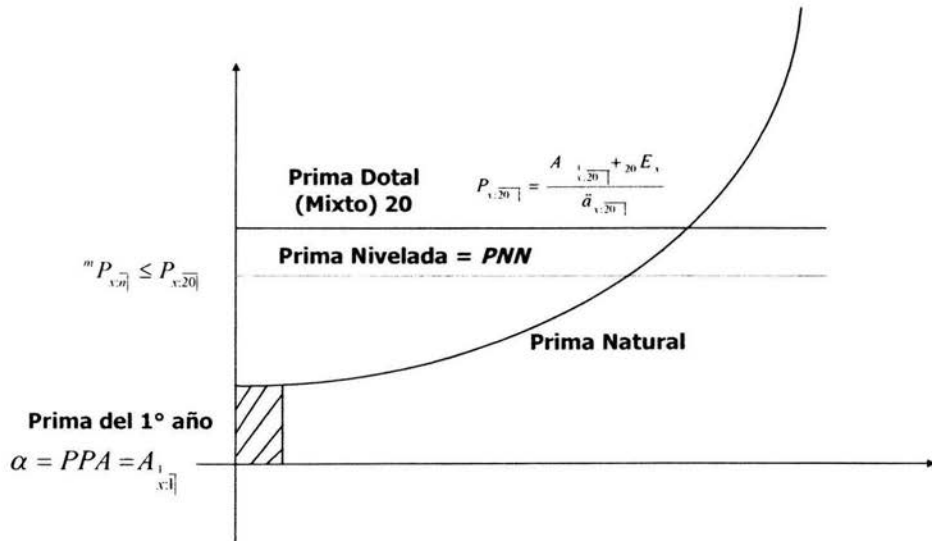
II.3.1.2.2. Caso Mexicano: Opción. a) La Forma Práctica

Los Métodos “**Año Temporal Preliminar Completo**” y “**Año Temporal Preliminar Modificado**” se refieren al cálculo de la prima de valuación de primer año y de la prima de renovación para los años subsiguientes aplicando el siguiente criterio:

i) Si ${}^m P_{x:\overline{m}|} \leq P_{x:20|}$ “**Año Temporal Preliminar Completo**”

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = PPA = A_{1|x:\overline{1}|} \\ \beta = PR = \frac{{}^m P_{x:\overline{m}|} \ddot{a}_{x:\overline{m}|} - A_{1|x:\overline{1}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}} = \frac{{}^m P_{x:\overline{m}|} \ddot{a}_{x:\overline{m}|} - \alpha}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}} \end{array} \right.$$

Gráficamente:



Bajo este método la Reserva al final del primer año siempre es igual a cero.

ii) Si ${}^m P_{x:\overline{m}|} > P_{x:\overline{20}|}$ **“Año Temporal Preliminar Modificado”**

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = PPA = A_{\overline{1}|} + ({}^m P_{x:\overline{m}|} - P_{x:\overline{20}|}) \\ \beta = PR = \frac{{}^m P_{x:\overline{m}|} \ddot{a}_{x:\overline{m}|} - \alpha}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}} \end{array} \right.$$

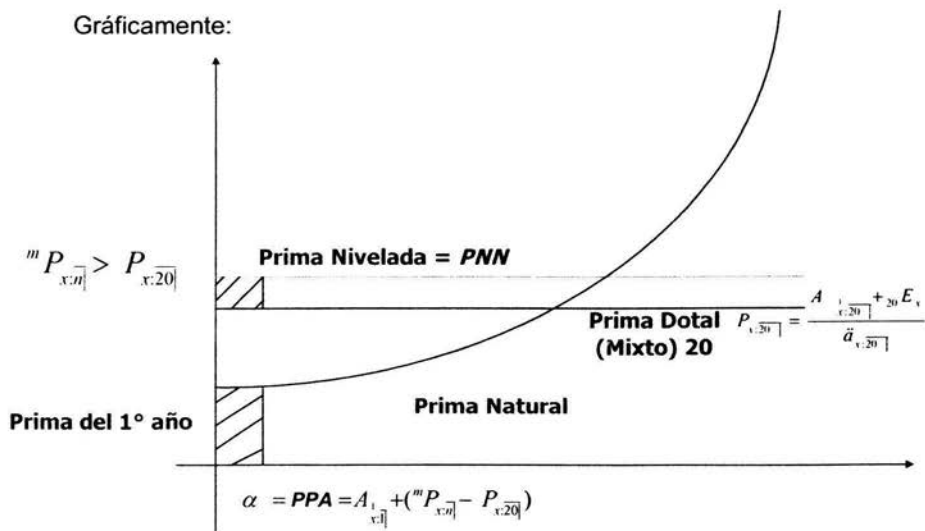
${}^m P_{x:\overline{m}|}$ Prima Neta Nivelada del plan en valuación (Cual fuere) a n años, pagado durante m años (cual fuere el plan de seguro).

$P_{x:\overline{20}|}$ Prima Neta Nivelada de valuación de un Seguro Dotal (Mixto) con cobertura y periodo de pago a 20 años (parámetro de comparación).

$\alpha = PPA$ Prima de valuación de primer año.

$\beta = PR$ Prima de valuación de renovación.

Gráficamente:



En ambos casos (ATP Completo o Modificado), una vez calculadas dichas primas de valuación, según sea el caso, el método para determinar la reserva matemática V_x será conforme a criterios técnicos universalmente aceptados, distinguiendo el cálculo para el primer año con su prima correspondiente, y para los años siguientes con las primas de renovación.

Caso Mexicano: Opción b) La Forma Práctica

La otra forma práctica es la expresión relativa a la determinación de la reserva terminal en forma directa, considerando la amortización dentro de los tres primeros años..

Este método define la forma general de la reserva cargada terminal, denominada **Año Temporal Preliminar**, notemos que no se precisa aún si es completa o modificada.

$${}^mV_{x:n}^R = \frac{(K + {}^mV_{x:n}^R)D_{x+t-1} - C_{x+t-1}}{D_{x+t}}$$

Se hacen las precisiones siguientes:

- $t = 1 \Rightarrow K = PN_1 = A_{1|x:1} + \max\{0, ({}^mV_{x:n}^R - V_{x:20})_1 E_x\}$

- $t = 2, 3 \Rightarrow$

Modificado

$${}^mV_{x:n}^R > V_{x:20} \Rightarrow K = PN_R = \frac{{}^mP_{x:n} (N_x - N_{x+m}) - PN_1 D_x}{N_{x+1} - N_{x+m}}$$

derivado de la relación

$$PN_R \cdot \ddot{a}_{x+l:m-1} = ({}^mP_{x:n} \ddot{a}_{x:m} - PN_1) \cdot \frac{1}{E_x}$$

en caso contrario

Completo

$${}^mV_{x:n}^R \leq V_{x:20} \Rightarrow K = PN_R = \frac{M_{x+1} - M_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+m}}$$

derivado de la relación

$$PN_R \cdot \ddot{a}_{x+l:m-1} = A_{x+l:n-1}$$

- $t > 3 \Rightarrow K = 0$

Donde:

${}^mV_{x:\overline{m}}^R$	Reserva Matemática Terminal (año) t , pagos limitados $m \leq n$ bajo el método de recursivo.
K	Prima Neta derivada de las condiciones del año terminal t
PN_1	Prima Neta del Primer año
D_x, C_x, N_x, M_x	Conmutados
$A_{x:\overline{1}} $	Seguro Temporal a un año.
${}^mV_{x:\overline{m}}^1$	Reserva Matemática Terminal (año) 1 , pagos limitados $m \leq n$ considerando la Prima Neta Nivelada ${}^mP_{x:\overline{m}}^1$, del seguros cual fuere (Temporal, Dotal Mixto, Ordinario de Vida).
${}^mV_{x:\overline{20}}^1$	Reserva Matemática Terminal (año) 1 , pagos limitados $m \leq n$ considerando la Prima Neta Nivelada ${}^mP_{x:\overline{20}}^1$, del seguros dotal mixto a 20 años.
${}_1E_x$	Seguro Dotal Puro a un año.
$\ddot{a}_{x:\overline{m}}^-$	Anualidad anticipada a edad x , temporal m años.

Las Reservas que hasta hoy se han considerado, son las llamadas reservas terminales o finales, porque se calculan en el aniversario de cada póliza.

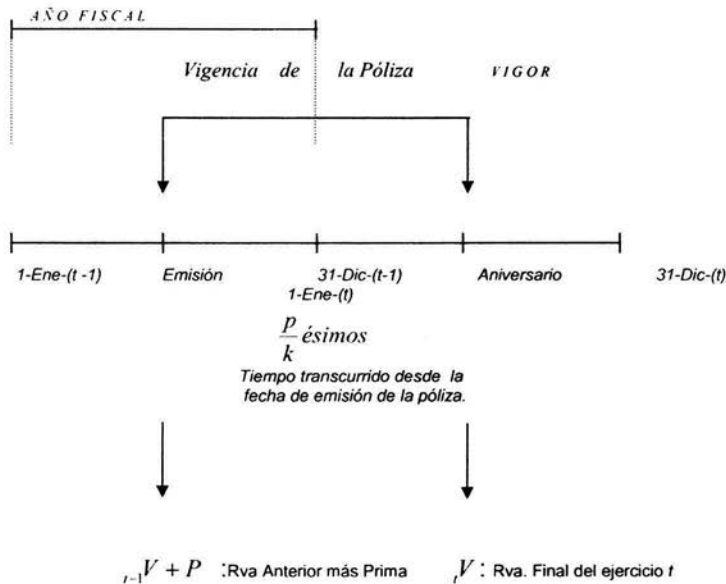
Sin embargo, la cartera de una institución aseguradora emite pólizas todos los días del año, luego, al llegar la época del balance no basta calcular las Reservas terminales porque sólo una mínima parte de las pólizas tendrían reserva de aniversario exacta.

Es preciso determinar la reserva de una póliza en un momento cualquiera, y se usa para ello un método de aproximación, siendo este el de interpolación, dando origen a la reserva de balance.

II.4. Reserva de Balance

Como se indicó anteriormente, la cartera de una póliza de seguros tiene pólizas emitidas todos los días del año, luego al llegar la época del balance no basta calcular las reservas finales, porque sólo algunas pólizas tendrían reservas de aniversario exacto.

Es preciso determinar la reserva de una póliza en un momento cualquiera y se usa para ello la siguiente aproximación.



Incremento: ${}_tV - ({}_{t-1}V + P)$ la cual puede ser positiva o negativa.

Interpolando linealmente, se tiene en un tiempo $\frac{P}{k}$ ésimos, el incremento

$\frac{P}{k} \{ {}_tV - ({}_{t-1}V + P) \}$, sumando algebraicamente la cantidad inicial, más la parte interpolada del incremento, se tiene:

$${}_{t-1+\frac{P}{k}}V = ({}_{t-1}V + P) + \frac{P}{k} \{ {}_tV - ({}_{t-1}V + P) \} = \frac{P}{k} {}_tV + \left(1 - \frac{P}{k}\right) ({}_{t-1}V + P)$$

Es decir, una fracción de la reserva terminal igual al tiempo transcurrido, más una fracción de la reserva inicial incluyendo la prima cobrada, igual al tiempo por correr. A este tipo de reserva también se le conoce como **reserva exacta**.

Capítulo 3

Propuesta de Modelo

Reserva Matemática Mínima

III.1 Concepto

Naturaleza de la Prima de Ahorro

Los sistemas tradicionales de reserva, tienen como base la prima de riesgo. Dicha prima de riesgo nivelada, al principio del tiempo es superior a la prima natural, lo cual genera un **excedente** que se le denomina **prima de ahorro**.

Para efecto de comprender este concepto recordemos lo siguiente:

Con base en la **prima neta nivelada**, la compañía genera una **prima de tarifa** la cual típicamente corresponde a la **prima neta nivelada más los gastos de administración, adquisición y margen de utilidad**.

$$\pi = PNN + \alpha * \pi + \beta * \pi + \mu * \pi \dots\dots(a)$$

Donde:

- π : Prima de Tarifa (Prima de Costo) de "arranque" que puede ser constante.
- PNN : Prima Neta Nivelada
- α :Gastos de Administración o **Gastos de Operación**.
- β :Gastos de Adquisición; **Comisiones, Bonos, Premios, Incentivos, etc.**
- μ :Margen de Utilidad

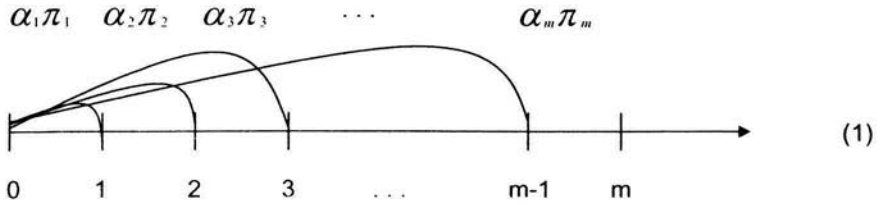
Puede presentarse una variante en la expresión anterior, en donde se consideren los gastos (costos) de administración o de operación al millar sobre la suma asegurada.

La expresión (a) corresponde a la forma sencilla de los gastos nivelados, donde se cumplen las siguientes condiciones:

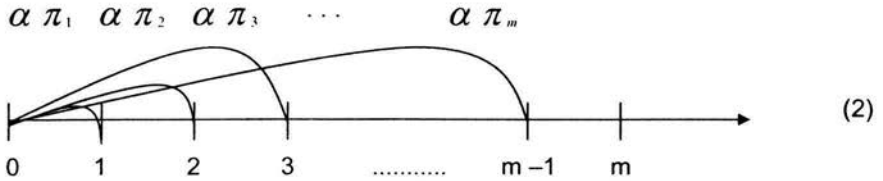
- **Gasto de Administración o de Operación.**

Los gastos de Administración (operación) **siempre en el proceso** de operación de la compañía **corresponden a un valor constante** sobre la prima de tarifa.

$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m$: iguales en el tiempo.



o que es lo mismo:



Por lo anterior α , se obtiene igualando (1) y (2), por lo que:

$$\sum_{t=0}^{m-1} \alpha_{t+1} * v^t * p_x * \pi_{t+1} =$$

$$\alpha * v^0 * p_x * \pi_1 + \alpha * v^1 * p_x * \pi_2 + \alpha * v^2 * p_x * \pi_3 + \dots + \alpha * v^{m-1} * p_x * \pi_m$$

Por lo que:

$$\alpha * \sum_{t=0}^{m-1} v^t * p_x * \pi_{t+1} = \sum_{t=0}^{m-1} \alpha_{t+1} * v^t * p_x * \pi_{t+1}$$

Finalmente

$$\alpha = \frac{\sum_{t=0}^{m-1} \alpha_{t+1} * v^t * p_x * \pi_{t+1}}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t * p_x * \pi_{t+1}} \dots(b)$$

Donde:

v^t : Valor Presente $\frac{1}{(1+i)^t}$

t : Tiempo, $t \in Z$

α_t : Gasto de Administración o de Operación,
en el tiempo.

M Periodo de pago de Primas, $m \rightarrow n$
 m tiende a n
 $m \leq n$

Aclaración.

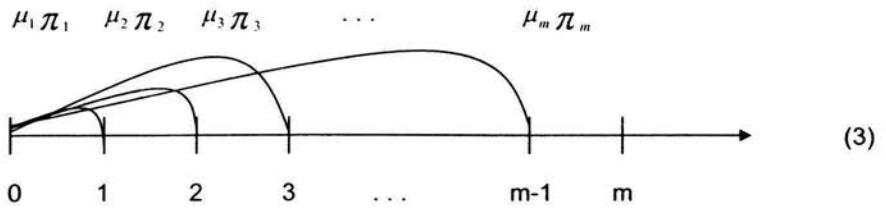
En forma estricta los **Gastos de Administración** (operación) se **suponen siempre constante** en el tiempo, por lo que el estudio se puede enfocar en el comportamiento a seguir por los Gastos de Adquisición (comisiones) en el tiempo.

De forma semejante para el **Margen de Utilidad**, la expresión es la siguiente.

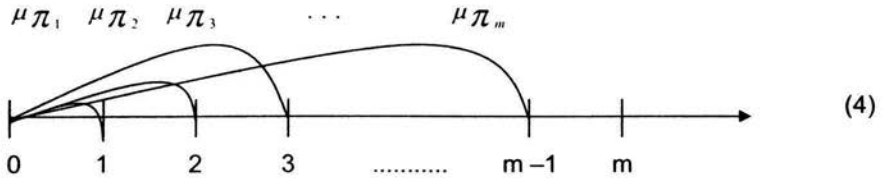
- **Margen de Utilidad**

El **Margen de Utilidad** en la práctica **siempre en el proceso** de utilidad propuesto a obtener por la compañía **corresponde a un valor constante** sobre la prima de tarifa.

$\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_m$: iguales en el tiempo.



o que es lo mismo:



Por lo anterior μ , se obtiene igualando (3) y (4), por lo que:

$$\sum_{t=0}^{m-1} \mu_{t+1} * v_t^i * p_x * \pi_{t+1} =$$

$$\mu * v_0^i * p_x * \pi_1 + \mu * v_1^i * p_x * \pi_2 + \mu * v_2^i * p_x * \pi_3 + \dots + \mu * v_{m-1}^i * p_x * \pi_m$$

Por lo que:
$$\mu * \sum_{t=0}^{m-1} v_t^i * p_x * \pi_{t+1} = \sum_{t=0}^{m-1} \mu_{t+1} * v_t^i * p_x * \pi_{t+1}$$

Finalmente

$$\mu = \frac{\sum_{t=0}^{m-1} \mu_{t+1} * v_t^i * p_x * \pi_{t+1}}{\sum_{t=0}^{m-1} v_t^i * p_x * \pi_{t+1}} \dots (c)$$

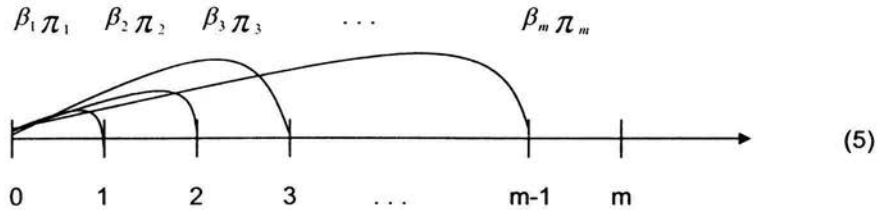
Aclaración.

En forma estricta el **Margen de Utilidad** se supone siempre constante en el tiempo, por lo que el estudio sólo se puede enfocar en el comportamiento a seguir por los Gastos de adquisición (Comisiones).

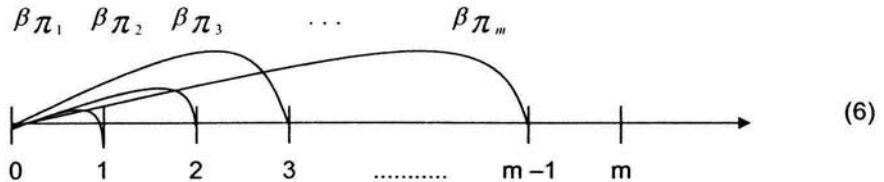
• **Gasto de Adquisición o de Comisiones**

Los gastos de Adquisición (comisiones) **decrecientes**, pueden ser **permutados** por una serie de Gastos de Adquisición (comisiones) **Nivelados**, de forma tal que se cumpla la siguiente ecuación de valor.

$\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \dots > \beta_m$: Decrecientes en el tiempo.



β : Gastos de Adquisición (comisiones) **Nivelados** en el Tiempo.



Por lo anterior β Nivelada, se obtiene igualando (5) y (6), por lo que:

$$\sum_{t=0}^{m-1} \beta_{t+1} * v_t^* P_x^* \pi_{t+1} =$$

$$\beta * v_0^* P_x^* \pi_1 + \beta * v_1^* P_x^* \pi_2 + \beta * v_2^* P_x^* \pi_3 + \dots + \beta * v_{m-1}^* P_x^* \pi_m$$

Por lo que:
$$\beta * \sum_{t=0}^{m-1} v^t * {}_tP_x * \pi_{t+1} = \sum_{t=0}^{m-1} \beta_{t+1} * v^t * {}_tP_x * \pi_{t+1}$$

Finalmente
$$\beta = \frac{\sum_{t=0}^{m-1} \beta_{t+1} * v^t * {}_tP_x * \pi_{t+1}}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t * {}_tP_x * \pi_{t+1}} \dots\dots(ch)$$

Esta expresión corresponde a la forma generalizada donde las Comisiones son decrecientes en el tiempo, que es la parte fundamental de estudio de los sistemas modificados.

β_{t+1} : Gasto de Adquisición (Comisiones),
decrecientes en el tiempo.

De forma semejante se tiene el desarrollo para el Margen de Utilidad, donde la semántica como en los casos de Gastos de Administración (operación) y de Adquisición, es encontrar el Gasto Nivelado que cumpla la igualdad de Gastos decrecientes en el tiempo.

Es necesario precisar que la Obligación de la Compañía de Seguros debe ser igualada con la Obligación del Asegurado, es decir la Suma Asegurada en riesgo a otorgarse en el momento del fallecimiento esta sustentada por el principio de los grandes números, es decir la pérdida de pocos es subsanada por las aportaciones de los demás.

En Un seguro de Vida Entera u Ordinario de Vida la obligación de la compañía es de por vida, la incertidumbre es cuando se hará este pago, que a diferencia de los productos temporales el riesgo por parte de la compañía es asumida por un periodo, en el cual puede o no presentarse la pérdida cubierta (el fallecimiento) bajo el concepto de valor esperado de la variable de pago a efectuarse en el tiempo.

Lo anterior, puede ser visualizado con la expresión generalizada a proponer como:

La obligación del asegurado es igual a la obligación de la compañía.

$$\sum_{t=1}^m v^{t-1} * PNN * g(t) = \sum_{t=1}^n SA_t * v^t * f(t) \dots\dots\dots(d)$$

Donde:

- v^{t-1} : Valor Presente $\frac{1}{(1+i)^{t-1}}$
- PNN : Prima Neta Nivelada
- $g(t)$: Función que asociada a algún tipo de comportamiento de la prima de riesgo.
- SA_t : Suma Asegurada (o beneficio) al año t .
- $f(t)$ Función que asociada a algún tipo de comportamiento de la suma asegurada.
- t : Tiempo, $t \in Z$

Nota

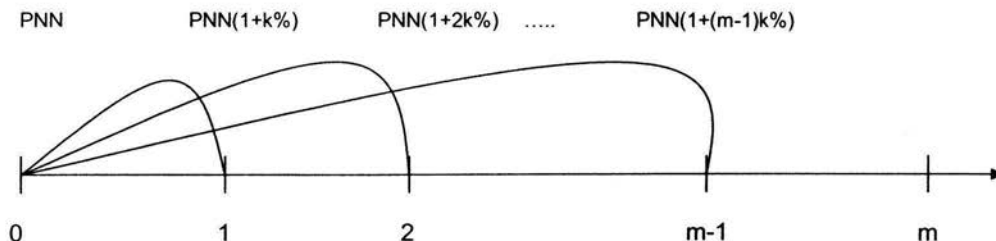
Este razonamiento se sigue como una abstracción de generalizar el comportamiento de la Suma Asegurada y la Obligación por parte de los asegurados.

A efecto de explicar la expresión propuesta, consideremos dos casos:

- *Primas y Sumas Aseguradas con crecimiento aritmético*
- *Primas y Sumas Aseguradas con crecimiento geométrico*

E inclusive pueden darse combinaciones o comportamientos de otros tipos (lineal, decrecientes en las modalidades anteriores, etc.)

▪ Primas con **crecimiento aritmético**



Obligación del asegurado:

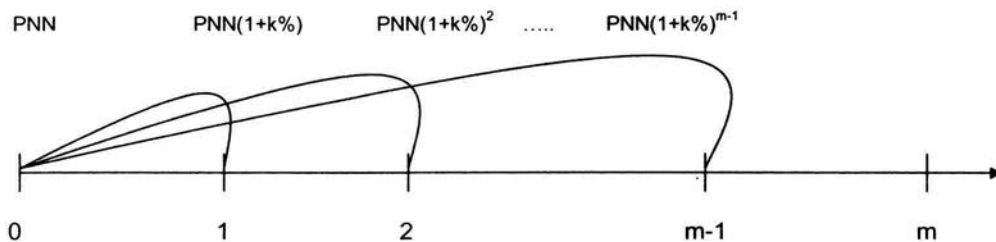
$$PNN * v^0_0 P_x + PNN(1+k\%) * v^1_1 P_x + PNN(1+2k\%) * v^2_2 P_x + \dots + PNN(1+(m-1)k\%) * v^{m-1}_{m-1} P_x$$

$$= \sum_{t=1}^m PNN * v^{t-1}_{t-1} P_x * [1+(t-1)k\%]$$

Donde:

Definiremos como $g(t)$ es igual a $v^{t-1}_{t-1} P_x * [1+(t-1)k\%]$

▪ Primas con **crecimiento Geométrico**



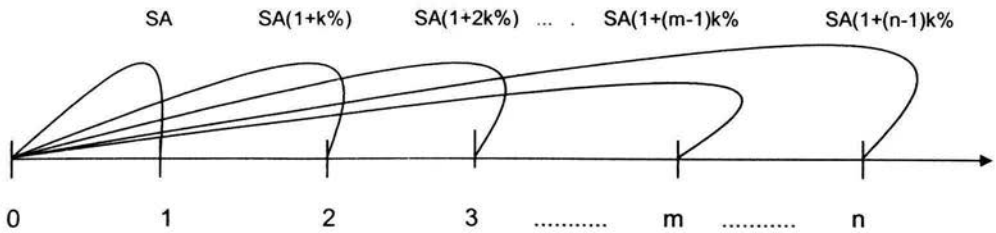
$$PNN * v^0_0 P_x + PNN(1+k\%) * v^1_1 P_x + PNN(1+k\%)^2 * v^2_2 P_x + \dots + PNN(1+k\%)^{m-1} * v^{m-1}_{m-1} P_x$$

$$= \sum_{t=1}^m PNN * v^{t-1}_{t-1} P_x * [1+k\%]^{t-1}$$

Donde:

Definiremos como $g(t)$ es igual a $v^{t-1}_{t-1} P_x * [1+k\%]^{t-1}$

▪ **Sumas Aseguradas con crecimiento aritmético**



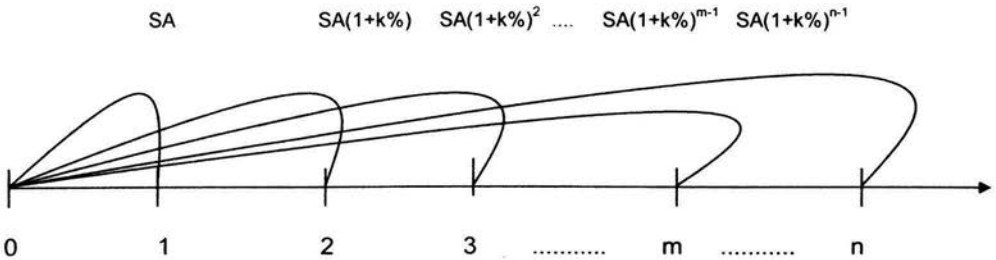
$$SA * v^1 * q_x + SA(1+k\%) * v^2 * q_x + SA(1+2k\%) * v^3 * q_x + \dots + SA(1+(m-1)k\%) * v^m * q_x + \dots +$$

$$= \sum_{t=1}^n SA[1+(t-1)k\%] * v^t * q_x$$

Donde:

Definiremos como $f(t)$ es igual a $_{t-1}q_x[1+(t-1)k\%]$

▪ **Sumas Aseguradas con crecimiento Geométrico**



$$SA * v^1 * q_x + SA(1+k\%) * v^2 * q_x + SA(1+k\%)^2 * v^3 * q_x + \dots + SA(1+k\%)^{m-1} * v^m * q_x + \dots +$$

$$= \sum_{t=1}^n SA[1+k\%]^{t-1} * v^t * q_x$$

Donde:

Definiremos como $f(t)$ es igual a $_{t-1}q_x[1+k\%]^{t-1}$

Por lo anterior, la forma generalizada propuesta es:

$$\sum_{t=1}^m v^{t-1} * PNN * g(t) = \sum_{t=1}^n SA_t * v^t * f(t) \dots\dots\dots(d)$$

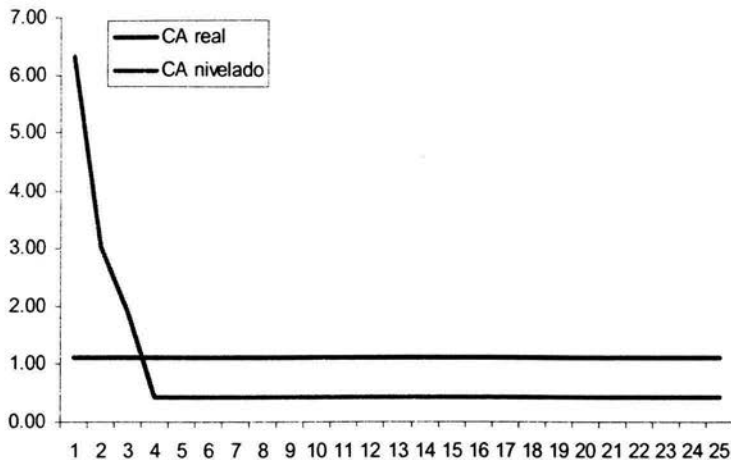
Donde:

- v^{t-1} : Valor Presente $\frac{1}{(1+i)^{t-1}}$
- PNN : Prima Neta Nivelada
- $g(t)$: Función que asociada a algún tipo de comportamiento de la prima de riesgo.
- SA_t : Suma Asegurada (o beneficio) al año t .
- $f(t)$: Función que asociada a algún tipo de comportamiento de la suma asegurada.
- t : Tiempo, $t \in Z$

A efecto de ejemplificar, sabemos que en la práctica los Gastos Administrativos (Operación) son constantes durante la vigencia de la póliza y los Gastos de Adquisición (Comisiones) son generalmente decrecientes en el tiempo, es de ahí la importancia de proponer un modelo donde se tome en cuenta el concepto por definir como **prima de ahorro** donde:

Año (t)	Gasto Adq. Nivelado	Gasto de Adq. Decreciente	Prima Nivelada	Prima Natural	Prima de ahorro	Pérdida
1	1.12	6.32	4.98	2.38	2.60	-5.20
2	1.12	3.03	4.98	2.52	2.45	-1.91
3	1.12	1.92	4.98	2.68	2.30	-0.80
4	1.12	0.44	4.98	2.84	2.14	0.68
5	1.12	0.44	4.98	3.02	1.96	0.68
6	1.12	0.44	4.98	3.22	1.76	0.68
7	1.12	0.44	4.98	3.43	1.55	0.68
8	1.12	0.44	4.98	3.66	1.32	0.68
9	1.12	0.44	4.98	3.91	1.06	0.68
10	1.12	0.44	4.98	4.19	0.79	0.68
11	1.12	0.44	4.98	4.50	0.48	0.68
12	1.12	0.44	4.98	4.83	0.15	0.68
13	1.12	0.44	4.98	5.19	-0.21	0.68
14	1.12	0.44	4.98	5.58	-0.60	0.68
15	1.12	0.44	4.98	6.01	-1.03	0.68
16	1.12	0.44	4.98	6.48	-1.50	0.68
17	1.12	0.44	4.98	6.98	-2.00	0.68
18	1.12	0.44	4.98	7.53	-2.56	0.68
19	1.12	0.44	4.98	8.14	-3.17	0.68
20	1.12	0.44	4.98	8.80	-3.82	0.68
21	1.12	0.44	4.98	9.52	-4.55	0.68
22	1.12	0.44	4.98	10.30	-5.33	0.68
23	1.12	0.44	4.98	11.16	-6.18	0.68
24	1.12	0.44	4.98	12.09	-7.11	0.68
25	1.12	0.44	4.98	13.10	-8.13	0.68

- **Prima de Ahorro = Prima Neta Nivelada "menos" Prima de Natural**
- **Pérdida = Gtos. Adquisición Decreciente "menos" Gtos. Adquisición Nivelados**



Grafica 1

Esta simulación corresponde a un producto de vida temporal a 25 años, donde los Gastos de Adquisición (Comisiones) son decrecientes en el tiempo (3° columna), que a diferencia del Gasto de adquisición nivelado (2° Columna) obtenido como

$$\beta * \sum_{t=0}^{m-1} v^t * p_x * \pi_{t+1} = \sum_{t=0}^{m-1} \beta_{t+1} * v^t * p_x * \pi_{t+1},$$

permiten inferir sobre la **Prima Neta Nivelada**, obtenida de la expresión (a), es decir, la Prima de tarifa se obtiene bajo la expresión $\pi = PNN + \alpha * \pi + \beta * \pi + \mu * \pi$, de ahí:

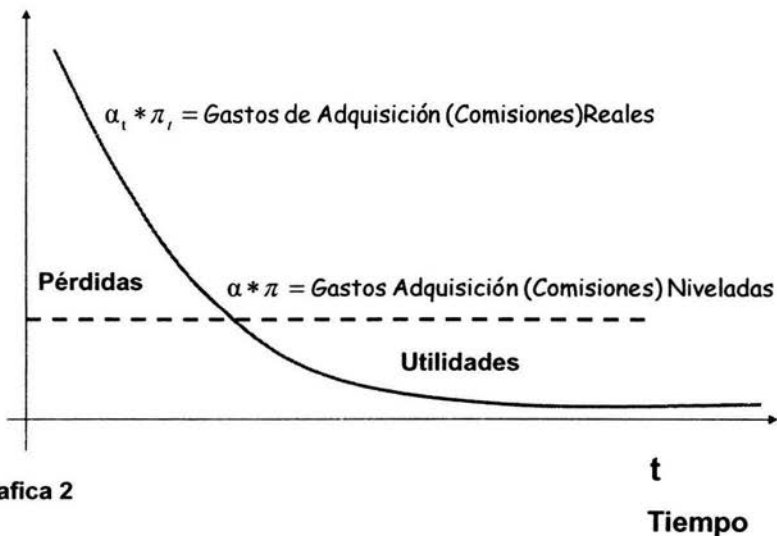
$$\pi = \frac{PNN}{1 - (\alpha + \beta + \mu)} \dots\dots\dots(e)$$

Por otra parte **La prima Natural** indicada en la quinta columna, se obtiene como $v * q_{x+t}$ y corresponde al efecto del riesgo en cada año.

De esta forma la **Prima de Ahorro** se obtiene como la diferencia entre la prima nivelada (4° columna) y la prima natural (5° columna),

La **pérdida sobre gastos de adquisición o de comisiones** en el tiempo es la diferencia entre el gasto de adquisición nivelado (2° columna) y gasto de adquisición decreciente (3° columna)

Por lo anterior, los gastos de adquisición reales al principio del tiempo son superiores a los gastos de adquisición nivelados.



Donde se puede observar que el efecto de Gastos de Adquisición Reales (también llamado de Comisiones decrecientes), origina una pérdida en los primeros años de vigencia del seguro, derivado por los **altos Gastos de Adquisición (Comisiones) hechas por la compañía a favor de sus agentes, promotores y demás bonos** de participación que les otorga en los primeros años de vigencia del seguro.

Sin embargo, este efecto comparado con la nivelación de Gastos de Adquisición (Comisiones), resulta en el tiempo una utilidad, dado el esquema de Prima Neta Nivelada.

De ahí que, considerando la factibilidad de ganancia en el tiempo, se piense en disponer de recursos en este momento sobre la diferencia existente entre la Prima Neta Nivelada y el Riesgo Natural al momento de inicio de operación del seguro tradicional.

En este orden de ideas, resulta adecuado entonces considerar la factibilidad de medir la porción de ahorro que existe para disponer en lo relativo a los futuros gastos de adquisición que se presenten a partir del segundo año de vigencia.

Es claro que la diferencia entre la Prima de Tarifa y la Prima Neta Nivelada, es parte del costo de adquisición del primer año de vigencia, por lo que se tendrá que medir que cantidad efectiva se tiene para el futuro, con objeto de hacer frente a los Gastos de Adquisición (comisiones).

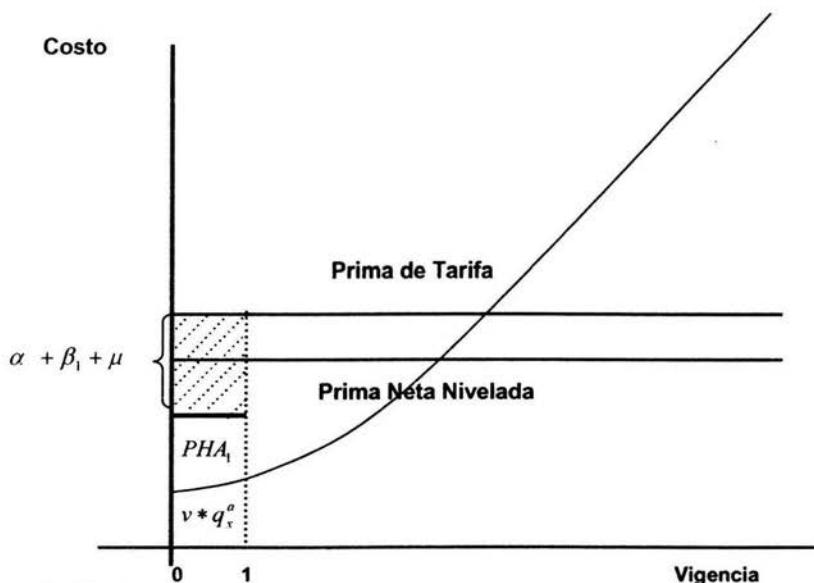
III.1.1 Expresión Actuarial

Prima Hipotética de Ahorro

Los **sistemas modificados de reserva** tienen por objeto, financiar las pérdidas de los primeros años, mediante la reserva matemática, producida por la prima de ahorro. Cuando el **seguro es de muerte**, la pérdida se puede financiar con parte de la reserva matemática que es la prima de ahorro.

En el caso de los **seguros dotales** el financiamiento de las pérdidas se puede hacer también con parte de la reserva matemática que contiene, además de la prima de ahorro de la cobertura de muerte, la prima de ahorro de la cobertura de supervivencia.

En forma particular se pretende considerar esta prima de ahorro para hacer frente a los gastos de años siguientes.



Gráfica 3

Definamos en forma inicial una **Prima Hipotética de Ahorro** del año 1 :

$$\begin{aligned}
 PHA_1 &= \pi_1 - \alpha * \pi_1 - \beta_1 * \pi_1 + \mu * \pi_1 - v * q_x^a \\
 &= \pi_1 - (\alpha + \beta_1 - \mu) \pi_1 - v * q_x^a \quad \dots\dots\dots(f)
 \end{aligned}$$

Donde:

PHA_1 : Prima de Ahorro en el año 1

π_1 : Prima de Tarifa del año 1

α : Gasto de Administración o de operación (constante) dentro del año 1

β_1 : Gasto de Adquisición o Comisiones durante el año de vigencia 1

μ : Margen de Utilidad

v : Valor Presente $\frac{1}{1+i}$, i tasa de interés anual

q_x^a : Probabilidad ajustada de que una persona de edad x , no llegue con vida a edad $x+1$ o **riesgo natural del año 1, considerando efecto de selección y caducidad.**

$$q_x^a = f_x * q_x + w_x$$

f_x : Factor de selección sobre la edad x

w_x : Tasas de Caducidad sobre la edad x

Bajo el razonamiento anterior, se podría plantear este esquema recursivo a cada edad $x+t$, con $t \in \mathfrak{R}$, de forma tal que la Prima Hipotética de Ahorro en un año t será:

$$\begin{aligned} PHA_t &= \pi_t - \alpha * \pi_t - \beta_t * \pi_t - \mu * \pi_t - v * q_{x+t}^a \\ &= \pi_t - (\alpha + \beta_t + \mu) \pi_t - v * q_{x+t}^a \quad \dots\dots\dots(g) \end{aligned}$$

Sin embargo, resulta interesante precisar hasta que momento $t \in \mathfrak{R}$, la expresión $PHA_t \geq 0$.

En otras palabras los excedentes hasta un momento $k \in \mathfrak{R}$, donde $k \leq m$, donde la vigencia del pago de primas de cobro o de tarifa cumpla la siguiente igualdad:

$$\frac{PHA_1(1+i)l_x}{l_{x+1}} = C_1 \quad \text{Que es la Capitalización del Ahorro al Final del Primer Año.}$$

Simplificando: $\frac{PHA_1}{v * p_x} = C_1$

Bajo este mismo razonamiento la Capitalización para el siguiente año es:

$$\boxed{\frac{[C_1 + PHA_2](1+i)l_{x+1}}{l_{x+2}} = C_2}$$

Que es la Capitalización del Ahorro al Final del

Segundo Año.

Simplificando: $\frac{C_1 + PHA_2}{v * p_{x+1}} = C_2$

En el caso generalizado:

$$\boxed{\frac{[C_{t-1} + PHA_t](1+i)l_{x+t-1}}{l_{x+t}} = \frac{C_{t-1} + PHA_t}{v * p_{x+t-1}} = C_t}$$

En otras palabras los excedentes hasta un momento $k \in \mathfrak{R}$, donde $k \leq m$, donde es la vigencia del pago de primas de cobro o de tarifa cumpla la siguiente igualdad:

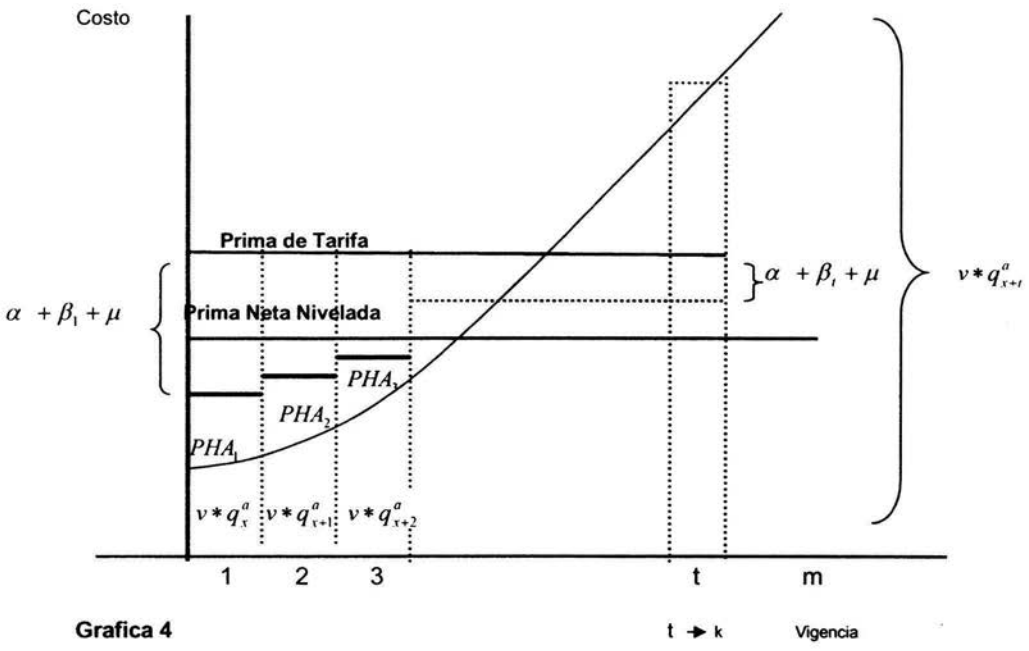
$$C_t \cong 0 \dots\dots(h)$$

$$k < m, \quad k, m \in \mathfrak{R}$$

La deducción de la expresión anterior, es la siguiente:

Se sabe que la Prima Hipotética de Ahorro de cada año t , será acumulada durante los próximos años en forma anticipada, dado el origen de la prima de cobro, este algoritmo en su proceso natural es un momento dentro del intervalo $k \in (0, m)$, es decir, $k < m$; que es éste el periodo máximo de pago de primas, por lo que en su proceso natural acumulará primas de ahorro y luego se descontará así misma hasta ser nuló esta acumulación.

Es decir habrá en un momento de la expresión (h) en donde se obtenga una k tal que $k < m$ y la acumulación de Primas de Ahorro tienda a cero, esta k , es tal que cumple la condición indicadora del período máximo de amortización del sistema modificado de Reservas.

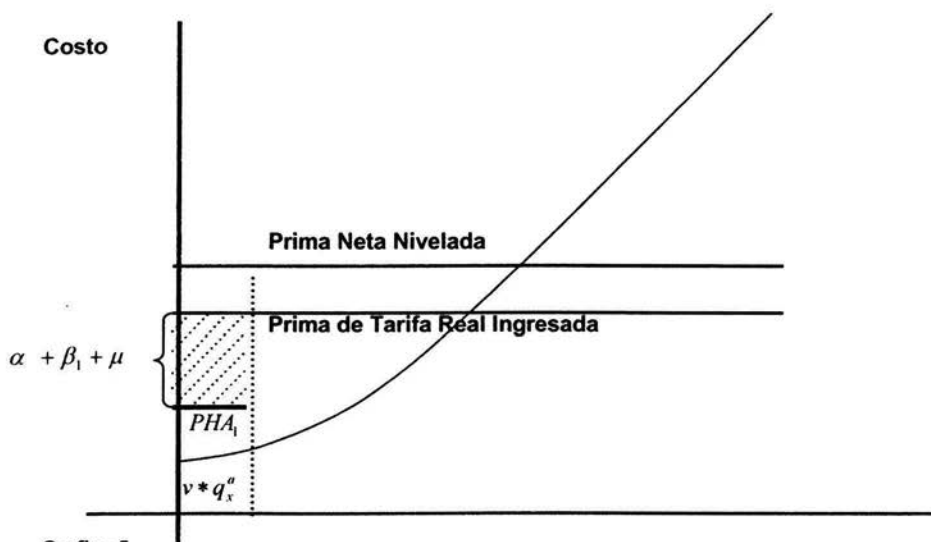


En la práctica del seguro a partir del 4° año de vigencia siempre $\alpha + \beta_4 + \mu < \alpha + \beta + \mu$, donde, β se obtiene conforme a lo visto en el inciso (ch).

III.2 Consideraciones Especiales

En ocasiones la compañías de seguros presentan productos donde la **Prima de Tarifa es menor que la misma Prima Neta Nivelada**, justificando que dicha situación se debe a la buena selección de riesgo que han presentado en los anteriores años.

Sin embargo bajo esta situación, el regulador (CNSF) debe de tomar una postura conservadora donde la obligación asumida debe ser por lo menos determinada con la experiencia del sector y además, la cantidad en préstamo se defina con respecto a la Prima Neta Nivelada, en vez de la prima de tarifa,

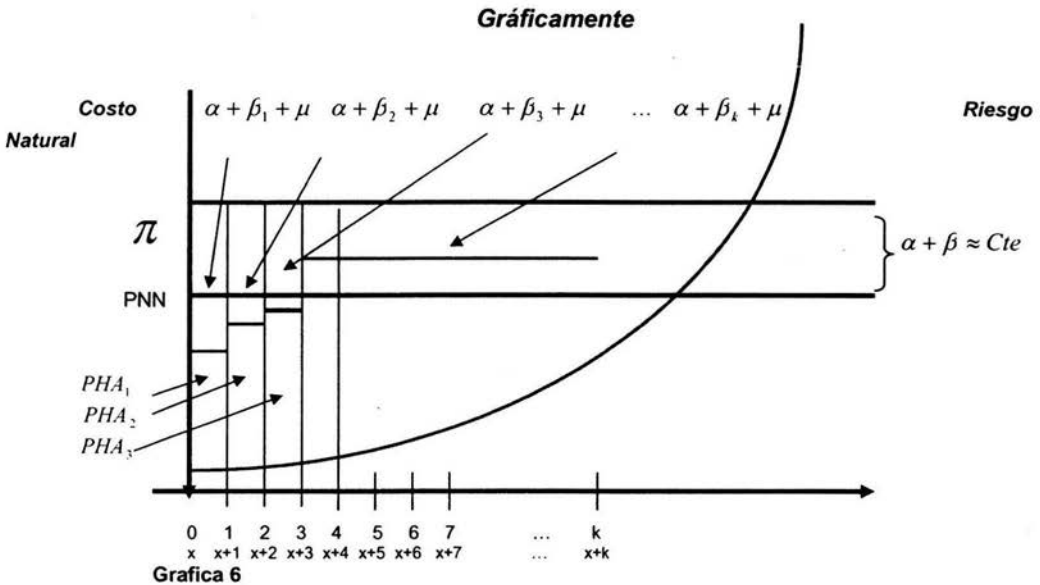


A efecto de evitar faltantes, se sugiere que la Prima Neta Nivelada sea la cota mínima de obligación, que incluya los gastos de administración y de adquisición, es decir la compañía considerará para efectos de valuación la Prima Neta Nivelada derivada de la experiencia del sector y dada a conocer por el regulador, como si se tratara de la Prima de Tarifa a cobrar.

El tratamiento para la determinación del tiempo k de amortización, seguirá el mismo proceso indicado en la (h) de este capítulo.

III.3 Propuesta de Modelo Actuarial para un Sistema Modificado de Reservas

En virtud de que los sistema modificados de reservas (Reservas cargadas) nacen a raíz de que la compañía desembolsa en los primeros años gastos combinados de administración y adquisición (operación y comisiones) mayores a la diferencia natural entre la Prima de Tarifa y Prima Neta Nivelada, es necesario entonces reconocer este efecto en la constitución de la Reserva Matemática.



$\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_4 = \beta_5 = \dots = \beta_k, \forall k \geq 4$, donde k se obtiene con base a la expresión (h).

Para efecto de lo anterior, se considerará el **método interactivo o Fackler-Ferguson**, para determinar la Reserva Matemática para los próximos K años de amortización.

III.3.1 Reserva Terminal

Propuesta de Modelo Actuarial

En virtud de que el modelo origina un sistema modificado de reservas, la reserva matemática será cero, durante el tiempo en que $C_t \leq 0$, es decir.

$$\boxed{\frac{[C_{t-1} + PHA_t](1+i)l_{x+t-1}}{l_{x+t}} = \frac{C_{t-1} + PHA_t}{v * p_{x+t-1}} = C_t} \dots\dots(i)$$

Por lo anterior, la Reserva Matemática terminal modificada será aquella que descuenta a la Reserva Terminal de Primas Netas Niveladas el valor $C_t > 0$.

Dicha deducción se basa en el préstamo que la compañía realiza en los primeros años y los cuales deberán ser descontados en los años siguientes.

La siguiente expresión, corresponde al modelo de Reserva Terminal bajo el esquema de Gastos de Adquisición Nivelados (Comisiones), determinado mediante el método de Facker.

$$l_{x+t} * {}_tV_x = ({}_{t-1}V_x + PNN)(1+i) * l_{x+t-1} - d_{x+t-1}$$

Dividendo ambos miembros de ecuación entre l_{x+t} ; y simplificando, se tiene:

$$\boxed{{}_tV_x = \frac{({}_{t-1}V_x + PNN)(1+i) - q_{x+t-1}}{p_{x+t-1}^a}} \dots\dots(j)$$

Si a esta expresión se disminuyen la Prima de Capitalización de Ahorro C_t , cuando es mayor a cero, se tiene precisamente el valor de rescate correspondiente.

Observemos que C_t es una expresión es válida, en virtud de que lleva el efecto de capitalización y parte contingente, es decir el factor $v * p_{x+t-1}$.

III.4. Valor de Rescate

En los anteriores puntos se ha propuesto un modelo para la determinación de la **Reserva Matemática Mínima** que se establece en el segundo párrafo del apartado I de la **Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros** del Artículo 47, que a la letra dice, "Las Reservas de Riesgos en Curso que deberán constituir las Instituciones de seguros..."

I.- Para los **seguros de vida** en los cuales la prima sea constante y la probabilidad de siniestro creciente con el tiempo, la reserva matemática de primas correspondientes a las pólizas en vigor en el momento de la valuación, así como los gastos de administración derivados del manejo de la cartera, calculada con métodos actuariales basados en la aplicación de estándares generalmente aceptados. Las instituciones de seguros deberán registrar dichos métodos ante la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, de acuerdo a las disposiciones de carácter general que al efecto emita la propia Comisión.

En ningún caso la reserva a que se refiere el párrafo anterior será menor de la que resulte de aplicar el método actuarial, cuyas condiciones técnicas generales señalará la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas mediante las disposiciones de carácter general a que se refiere esta fracción.

En virtud, de que a la fecha de elaboración de esta Tesis, la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas **no ha emitido disposiciones al efecto y se continua en el sector asegurador aplicando el concepto Año Temporal Preliminar**, el modelo antes propuesto permitirá determinar su Reserva Mínima y servirá de base para la constitución de la Reserva Matemática (Reserva de Riesgos en Curso) requerida por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

Asimismo a efecto de corresponder a la normatividad de seguros, la **Ley Sobre el Contrato sobre el Seguro**, es necesario mencionar los artículos:

Artículo 182.- El asegurado que haya cubierto tres anualidades consecutivas, tendrá derecho al reembolso inmediato de una parte de la **reserva matemática**, de acuerdo también con las normas técnicas establecidas para el caso, las cuales deberán figurar en la póliza.

Artículo 183.- Las pólizas reducidas conferirán asimismo los derechos al rescate de que trata el artículo anterior.

Artículo 184.- El seguro temporal cuya duración sea inferior a diez años, no obligará a la empresa a conceder valores garantizados para el caso de muerte.

III.4.1 Propuesta de Método

Por lo anterior, es necesario entonces determinar el Valor de Rescate de una póliza que cumple con las condiciones establecidas en los artículos antes invocados.

Esta confrontación de proponer la metodología para la obtención del valor de rescate, es hoy en día necesaria, ya que las compañías del sector asegurador al observar esta laguna de regulación de ¿cómo otorgar el valor de rescate sobre sus pólizas?, siguen procedimientos poco ortodoxos y en forma directa aplican un 75% sobre la reserva matemática para productos con características antes mencionadas, este factor se incrementara linealmente hasta alcanzar el 100% de la Reserva Matemática al ultimo año de valuación, es de indicar que en los planes temporales la reserva terminal (matemática) va decreciendo en el tiempo a diferencia de los planes dotales u ordinarios de vida su comportamiento de la reserva siempre es creciente, lo cual es obvio en virtud de que en ambos se tiene involucrado una responsabilidad, en la prima, la creación de un dote o fondo y la segunda de una obligación inherente a la muerte en cualquier momento, dado que está cubierto por fallecimiento de por vida.

La **Reserva Matemática Modificada**, será aquella que se obtenga al descontar de la Reserva Matemática de Prima Neta Nivelada la porción o incremento que resulte entre los años (t-1) y (t) de la Prima de Ahorro Capitalizada, expresión III.3.1, inciso (i).

$${}_tV \text{ modificado}_x = {}_tV_x + [C_t - C_{t-1}] \dots \dots \dots (k)$$

Ya que mediante este proceso, se constituirá la reserva con la prima no comprometida, es decir ya se descuentan los gastos incurridos (Adquisición o de Comisiones)

Por otra parte, conforme al comportamiento de primas y **gastos**, el **Valor de la Prima** de Ahorro ya capitalizada, siempre y cuando $C_t > 0$, constituye en si el **Valor de Rescate**.

$${}_tVR_x = C_t \dots \dots (l)$$

Aplicable en el caso de que $C_t > 0$, en otro caso, no existe rescate.

III.4.2 Aplicación del Modelo Propuesto.

Consideremos el caso de un Seguro de Vida Temporal a 20 años, edad de emisión 35 años (edad de mercado), pagos limitados a 5 años y para estos efectos se considerará la tabla de mortalidad oficial emitida por la CNSF, es decir, **Experiencia Mexicana 91-98** o conocida como **Experiencia CNSF-I**.

Asimismo, se considera que el producto se emite en **moneda nacional**, lo que implica que la **tasa de interés** involucrada es del **5.5%** tasa anual efectiva, conforme a lo previsto en las disposiciones emitidas por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público en mayo de 2002.

Resultado de lo anterior, se tiene que la Prima Neta Única del Seguro es de \$50.59 por cada mil pesos de suma asegurada.

La prima neta nivelada pagos limitados será de \$11.25, que considerando los gastos involucrados (Administración u Operación y Adquisición o de Comisiones), comunes del mercado asegurador, (75% el primer año, 36% y 23.5% el 2^a y 3er año, para luego mantenerse en 6% el 4^a y 5^a de vigencia de la póliza).

Tabla de Gastos de adquisición

Año	Plazo															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	26.4%															
2		40.5%														
3			18.5%													
4				13.5%												
5					6.0%											
6						6.0%										
7							6.0%									
8								6.0%								
9									6.0%							
10										6.0%						
11											6.0%					
12												6.0%				
13													6.0%			
14														6.0%		
15															6.0%	

Se tiene como resultado, una Prima de Tarifa (cobro) de \$16.31, a pagar al inicio de cada año, durante los próximos 5 años, para estar "cubierto" por fallecimiento durante 20 años.

Dichos resultados, se desglosan en la página siguiente:

Edad (x)	35
Plazo Cob	20
Tipo Cob. (T)ó(D)	T
Plazo Pago	5
i	5.50%

v	0.94787
d	5.21%
δ	5.35%

A35:20	50.5975
$\ddot{a}_x:5$	4.4975
$5Px:20$	11.2502

$5\overline{II}:5$	16.3125
--------------------	---------

Año de Recuperación	1
---------------------	---

	Modelo Propuesto				Modelo Tradicional		
	${}_tV_x$	${}_tV_{\text{modif}}$	Valor de Rescate	$\% {}_tV_{\text{modif}}$	${}_tV_{\text{modif}}$	Valor de Rescate	$\% {}_tV_{\text{modif}}$
	${}_tV_x - [C_t - C_{t-1}]$		tVR_x				
1	\$ 9.70	\$ 5.25	\$ 4.45	84.68%	-	-	-
2	19.80	10.35	13.90	134.34%	12.30	-	-
3	30.30	19.19	25.01	130.28%	25.14	18.85	75.00%
4	41.22	27.77	38.45	138.44%	38.53	29.46	76.47%
5	52.57	38.56	52.45	136.02%	52.49	40.91	77.94%
6	52.46	52.63	52.29	99.36%	52.38	41.59	79.41%
7	52.11	52.53	51.87	98.73%	52.03	42.08	80.88%
8	51.49	52.20	51.16	98.00%	51.40	42.33	82.35%
9	50.57	51.60	50.13	97.14%	50.48	42.31	83.82%
10	49.31	50.70	48.73	96.12%	49.20	41.97	85.29%
11	47.65	49.45	46.93	94.90%	47.54	41.25	86.76%
12	45.56	47.82	44.67	93.42%	45.44	40.10	88.24%
13	42.98	45.75	41.90	91.60%	42.85	38.44	89.71%
14	39.84	43.18	38.57	89.32%	39.71	36.21	91.18%
15	36.09	40.06	34.60	86.37%	35.96	33.31	92.65%
16	31.65	36.32	29.93	82.41%	31.51	29.65	94.12%
17	26.44	31.88	24.49	76.81%	26.28	25.12	95.59%
18	20.35	26.66	18.18	68.19%	20.19	19.59	97.06%
19	13.30	20.56	10.92	53.13%	13.13	12.93	98.53%
20	5.16	13.47	2.61	19.40%	4.98	4.98	100.00%

De la aplicación del modelo propuesto, se puede observar que la recuperación de la prima de ahorro capitalizada, que en si constituye el valor de rescate que tiene derecho el asegurado es aplicable en forma inmediata, es decir en el primer año de vigencia del seguro.



Año de Recuperación	1
---------------------	---

Comportamiento de la Capitalización de la prima de ahorro, equivalente al valor de rescate, propuesta en el punto III.4.1

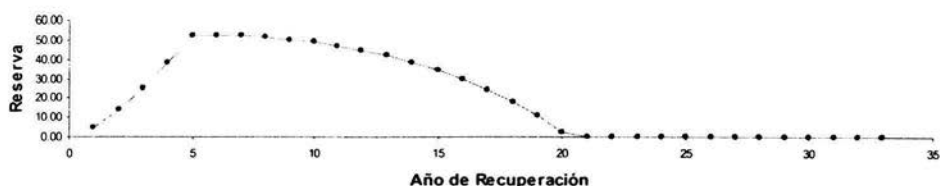
Sin embargo, en el modelo tradicional este rescate sería a partir del tercer año de vigor de la póliza.

Observemos que el año 3, el valor de rescate bajo el modelo tradicional es de \$18.85, cantidad que resulta menor a la que realmente tiene derecho a ese mismo año, que conforme al método propuesto resulta de \$25.01.

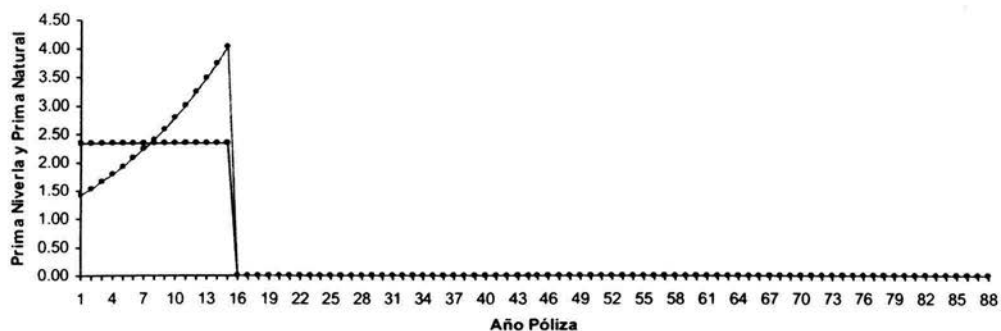
No obstante lo anterior, resulta siempre ventajoso para las compañías aseguradoras el considerar como regla el otorgar el 75% de la reserva matemática a partir del tercer año de vigor del seguro, ya que como se demuestra en este caso, el asegurado tiene derecho al mismo a partir del primer año de vigor del seguro.

Los siguientes gráficos muestran el comportamiento de la Reserva matemática terminal de primas netas niveladas y el comportamiento de la prima neta nivelada con respecto al riesgo natural del seguro a cada año.

Capitalización de la Prima de Ahorro



Prima Neta Nivelada Vs Prima Natural de Riesgo



En forma semejante se puede apreciar que a medida que el plazo de pago de primas se aproxima al periodo de cobertura de seguro, se asemeja su valor de rescate en los primeros años, pero enfatizando que no necesariamente dicho valor de rescate es a partir del tercer año, observemos en el siguiente ejemplo, que la recuperación del mismo seguro pagos limitados a 15 años es en el segundo año y además su valor de rescate resulta más atractivo a medida que transcurre el tiempo y resulta engañosa en el modelo tradicional en los primeros siete años.

Edad (x)	35
Plazo Cob	20
Tipo Cob. (T)ó(D)	T
Plazo Pago	15
i	5.50%

v	0.94787
d	5.21%
δ	5.35%

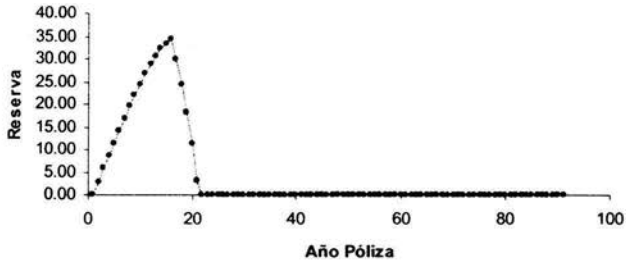
A35:20	50.5975
$\ddot{a}_x:15$	10.5687
${}_{15}P_x:20$	4.7875

${}_{15} \ddot{I}:15$	6.4043
-----------------------	--------

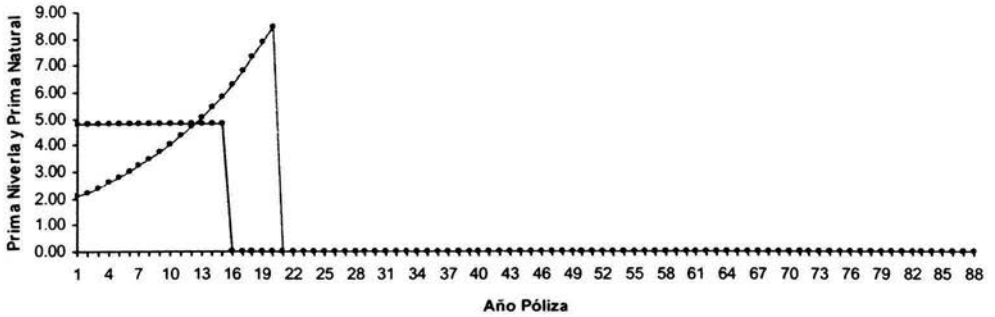
Año de Recuperación	2
---------------------	---

Modelo Propuesto				Modelo Tradicional			
${}_tV_x$	${}_tV_{\text{modif}_x}$	Valor de Rescate	% ${}_tV_{\text{modif}_x}$	${}_tV_{\text{modif}_x}$	Valor de Rescate	% ${}_tV_{\text{modif}_x}$	
${}_tV_x - [C_t - C_{t+1}]$				tVR_t			
\$ 2.87	\$ -			-	-	-	
2 5.74	4.40	0.23	5.18%	3.00	-	-	
3 8.59	6.52	2.31	35.38%	6.00	4.50	75.00%	
4 11.42	8.23	5.49	66.70%	8.97	6.86	76.47%	
5 14.20	11.04	8.65	78.34%	11.91	9.28	77.94%	
6 16.92	13.80	11.76	85.19%	14.79	11.75	79.41%	
7 19.55	16.51	14.81	89.69%	17.61	14.24	80.88%	
8 22.09	19.13	17.76	92.85%	20.33	16.74	82.35%	
9 24.50	21.65	20.61	95.18%	22.93	19.22	83.82%	
10 26.75	24.05	23.31	96.94%	25.39	21.66	85.29%	
11 28.82	26.29	25.84	98.29%	27.68	24.02	86.76%	
12 30.67	28.35	28.16	99.35%	29.76	26.26	88.24%	
13 32.26	30.19	30.24	100.17%	31.60	28.35	89.71%	
14 33.56	31.77	32.02	100.80%	33.15	30.23	91.18%	
15 34.50	33.05	33.47	101.26%	34.37	31.85	92.65%	
16 29.96	34.69	28.74	82.84%	29.82	28.07	94.12%	
17 24.64	30.15	23.23	77.02%	24.49	23.41	95.59%	
18 18.44	24.82	16.85	67.87%	18.29	17.75	97.06%	
19 11.27	18.60	9.51	51.13%	11.11	10.94	98.53%	
20 3.00	11.39	1.12	9.86%	2.83	2.83	100.00%	

Reserva Matemática



Prima Neta Nivelada Vs Prima Natural de Riesgo



Capitalización de la Prima de Ahorro



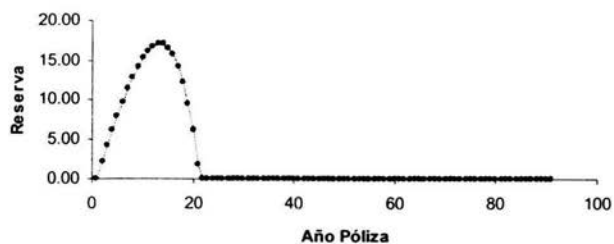
Por último, considerando el caso del mismo seguro, pero con pago de primas igual a la duración del seguro, se tiene que el valor de rescate bajo el modelo propuesto deberá ser a partir del cuarto año de vigencia del seguro y no en el tercer año como se dicta en la ley.

Por lo anterior **muchas compañías promuevan productos a largo plazo pero con pagos limitados**, originado con ello ganancias en esta mecánica de seguro, ya que como se demostró es factible mayor ganancia para la compañía de seguros y generalmente como **estrategia de mercado** es "más rápido" que el asegurado concluya su obligación de pago de primas y quede éste cubierto a largo plazo, situación que como comente es adecuada para fines de utilidad de la empresa.

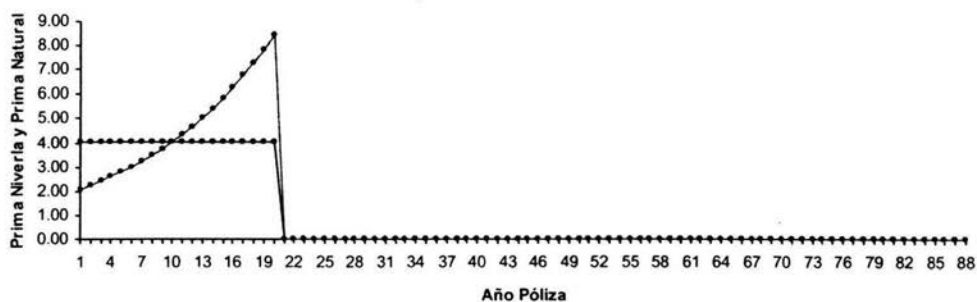
Edad (x)	35
Plazo Cob	20
Tipo Cob. (T)ó(D)	T
Plazo Pago	20
i	5.50%
v	0.94787
d	5.21%
δ	5.35%
A35:20	50.5975
äx:20	12.5823
20Px:20	4.0213
20T:20	5.3528
Año de Recuperación	4

Modelo Propuesto				Modelo Tradicional		
${}_tV_x$	${}_tV_{\text{modif}_x}$	Valor de Rescate	% ${}_tV_{\text{modif}_x}$	${}_tV_{\text{modif}_x}$	Valor de Rescate	% ${}_tV_{\text{modif}_x}$
${}_tV_x - [C_t - C_{t+1}]$				tV_{Rx}		
\$ 2.06	\$ -			-	-	-
4.07	-			2.07	-	-
6.02	-			4.08	3.06	75.00%
4 7.88	5.80	1.71	29.40%	6.01	4.60	76.47%
5 9.65	7.66	3.70	48.26%	7.84	6.11	77.94%
6 11.29	9.41	5.57	59.21%	9.56	7.59	79.41%
7 12.79	11.05	7.32	66.21%	11.13	9.00	80.88%
8 14.11	12.54	8.89	70.94%	12.54	10.33	82.35%
9 15.24	13.85	10.28	74.20%	13.75	11.52	83.82%
10 16.13	14.97	11.44	76.42%	14.73	12.56	85.29%
11 16.75	15.85	12.34	77.84%	15.44	13.40	86.76%
12 17.06	16.47	12.94	78.57%	15.85	13.99	88.24%
13 17.02	16.77	13.19	78.66%	15.91	14.27	89.71%
14 16.57	16.71	13.05	78.08%	15.57	14.20	91.18%
15 15.65	16.24	12.45	76.68%	14.77	13.69	92.65%
16 14.21	15.31	11.36	74.17%	13.46	12.67	94.12%
17 12.18	13.85	9.69	69.93%	11.56	11.05	95.59%
18 9.47	11.79	7.37	62.52%	8.99	8.72	97.06%
19 6.00	9.04	4.33	47.90%	5.67	5.58	98.53%
20 1.67	5.52	0.48	8.75%	1.50	1.50	100.00%

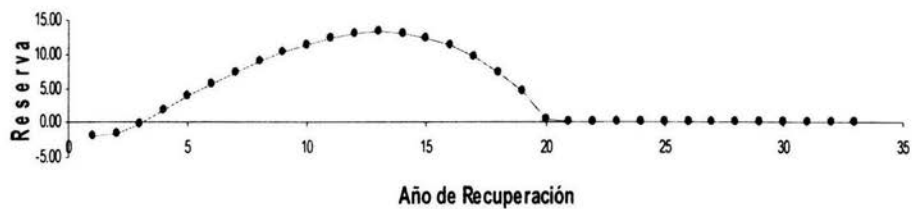
Reserva Matemática



Prima Neta Nivelada Vs Prima Natural de Riesgo



Capitalización de la Prima de Ahorro



Año de Recuperación	4
---------------------	---

Conclusiones

La propuesta de un modelo actuarial para la determinación del concepto de Reserva Matemática, la cual resulta de suma importancia su determinación, cuando los esquemas de gastos involucrados en el cobro de la prima de tarifa son de carácter decreciente en el tiempo.

Por lo anterior, este modelo propuesto permite establecer el horizonte de amortización de gastos de adquisición derivados por las altas comisiones otorgadas a sus agentes en los primeros años de vigencia del seguro.

Asimismo, el **romper con el paradigma** de comparar la prima neta nivelada del producto (vida individual tradicional) de cualquier producto propuesto con la prima neta nivelada de un seguro dotal mixto a 20 años y el establecer la línea a seguir para el otorgamiento del Valor de Rescate.

En este último punto, el sector asegurador por norma o política de la compañía, es el otorgar el 75% de la Reserva Matemática constituida a partir del tercer año, siempre y cuando la temporalidad del producto fuera mayor o igual a 10 años, costumbre heredada de la legislación de los años 40's, donde antes de su reforma, se indicaba que las compañías tenía la obligación de otorgar en caso de cancelación de la póliza las tres cuartas partes de la reserva matemática constituida, cantidad que no tenía justificación, pero aliviaba una necesidad de reconocer parte de los gastos aún no amortizados por las altas comisiones en los primeros años para productos con temporalidad mayor o igual a 10 años.

Es de precisar que después de la actualización de la ley de los 40's, este concepto quedo ambiguo, en virtud de que tan solo se mencionaba la obligación de otorgar el valor garantizado sin una regla específica, de ahí la justificación del modelo propuesto.

En la aplicación del modelo propuesto, se puede precisar la sensibilidad de en cuanto a la recuperación de los gastos de adquisición en el tiempo, obteniéndose que para seguro con pago de primas igual a la duración del seguro, se tiene que el valor de rescate bajo el modelo propuesto no necesariamente será a partir del tercer año de vigencia del seguro y de ahí que muchas compañías **promuevan productos a largo plazo pero con pagos limitados**, originado con ello ganancias en esta mecánica de seguro, ya que como se demostró es factible mayor ganancias para la compañía de seguros y generalmente como estrategia de mercado es "más rápido" que el asegurado concluya su obligación de pago de primas y quede éste cubierto a largo plazo, situación que como comente es adecuada para fines de utilidad de la empresa.

Bibliografía

- **Jordan, W. C.** **Life Contingencies**
Society of Actuaries's Textbook (1982)
- **Bowers,** **Actuarial Mathematics**
Newton, Gerber, Society of Actuaries's Textbook (1986)
Hickman
- **Joseph Adam** **Elementos de la Teoría Matemática de los Seguros**
Editorial Mafre. (1990)
- **Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros**
- **Diversas fuentes del Sector Asegurador en México**
Parámetros de Mercado
- **Curso Introducción al Seguro**
Editorial Mafre. (1992)