



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Escuela Nacional de Estudios Profesionales Acatlán



ELEMENTO VIGA TRIDIMENSIONAL PARA EL ANÁLISIS DE CIMENTACIONES PROFUNDAS EN SUELOS BLANDOS

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Civil
presenta

Gumesindo Alejo Jiménez Chong



Asesor: M.I. Sergio Antonio Martínez

Enero 2004



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA.

Agradezco al *Dr. Miguel P. Romo Organista*, coordinador de la Subdirección de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM, por el apoyo brindado durante la elaboración de esta tesis.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Javier Chong

Gomesinda Alejo

FECHA: 13 de enero de 2004

FIRMA: 

Contenido

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	5
1.1. ANTECEDENTES	5
1.1.1. <i>¿Qué es un elemento viga tridimensional?</i>	6
1.1.2. <i>¿Qué es el método de elementos finitos?</i>	6
1.1.3. <i>¿Qué es el suelo blando?</i>	6
1.2. OBJETIVOS Y ALCANCES	7
CAPÍTULO 2. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	9
2.1. ASPECTOS HISTÓRICOS	9
2.2. ASPECTOS FUNDAMENTALES	10
2.2.1. <i>Esfuerzo y equilibrio</i>	10
2.2.2. <i>Condiciones de frontera</i>	13
2.2.3. <i>Relaciones deformación unitaria—desplazamiento</i>	14
2.2.4. <i>Relaciones esfuerzo—deformación unitaria</i>	14
2.2.5. <i>Principio de Saint Venant</i>	16
2.3. PROCESO DE SOLUCIÓN.....	17
CAPÍTULO 3. FORMULACIÓN TRIDIMENSIONAL DEL ELEMENTO VIGA	21
3.1. MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAL	21
3.1.1. <i>Matriz de rigidez elemental local</i>	21
3.1.2. <i>Matriz de transformación</i>	25
3.1.3. <i>Matriz de rigidez elemental global</i>	27
3.2. VECTOR DE ELEMENTOS MECÁNICOS	27
CAPÍTULO 4. PROGRAMAS DE COMPUTADORA	29
4.1. GENERALIDADES DE LOS PROGRAMAS DE ELEMENTOS FINITOS	29
4.1.1. <i>Preproceso</i>	29
4.1.2. <i>Proceso</i>	30
4.1.3. <i>Posproceso</i>	31
4.2. PROGRAMA TEST.....	32
4.2.1. <i>Formulación variacional del proceso constructivo</i>	32
4.2.2. <i>Planteamiento de los elementos</i>	39
4.3. PROGRAMA GiD	42
4.3.1. <i>Preproceso con GiD</i>	43
4.3.2. <i>Proceso desde GiD</i>	44
4.3.3. <i>Posproceso con GiD</i>	44
4.4. INTERFAZ TEST—GiD.....	45

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN	47
5.1. VIGA EN CANTILIVER.....	47
5.1.1. <i>Planteamiento del problema</i>	47
5.1.2. <i>Solución con el método de elemento finito</i>	48
5.1.3. <i>Solución analítica</i>	52
5.1.4. <i>Comparación entre solución con el MEF y la solución analítica</i>	53
5.2. MARCO TRIDIMENSIONAL.....	54
5.2.1. <i>Planteamiento del problema</i>	54
5.2.2. <i>Preproceso</i>	54
5.2.3. <i>Posproceso</i>	57
5.2.4. <i>Verificación de los resultados obtenidos</i>	59
5.3. SEGUNDO NIVEL DEL VIADUCTO DE LA CIUDAD DE MÉXICO	61
5.3.1. <i>Planteamiento del problema</i>	61
5.3.2. <i>Preproceso</i>	64
5.3.3. <i>Posproceso</i>	71
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES	79
APÉNDICE A. MANUAL DEL USUARIO DEL PROGRAMA TEST	83
APÉNDICE B. MANUAL DE INTERFAZ TEST—GID	87
APÉNDICE C. SUBROUTINA DEL ELEMENTO VIGA PARA PROGRAMA TEST	93
APÉNDICE D. ARCHIVOS DE DATOS Y RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DEL CAPÍTULO 5	99
APÉNDICE E. PROGRAMA PARA ANÁLISIS DE MARCOS ESPACIALES	111
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS	125

Capítulo 1. Introducción

Esta tesis trata el uso del elemento viga tridimensional en el análisis de cimentaciones profundas en suelos blandos. Las investigaciones necesarias para su desarrollo fueron realizadas en el Instituto de Ingeniería de la UNAM dentro de un programa de investigación que tiene como objetivo desarrollar una alternativa de análisis para problemas de cimentaciones y obras de tierra.

1.1. Antecedentes

Actualmente es necesario obtener soluciones numéricas aproximadas en lugar de soluciones exactas de forma cerrada. Por ejemplo, se desea encontrar la capacidad de carga de una placa con huecos dispares que tiene rigidez variable, la concentración de contaminantes durante condiciones atmosféricas no uniformes o la velocidad de flujo de un líquido al pasar por un vertedor no uniforme. Es posible definir las ecuaciones que representan las condiciones de frontera de estos problemas, pero es difícil encontrar una solución analítica sencilla. La dificultad de estos tres ejemplos está al considerar la geometría u otros factores difíciles de cuantificar. Soluciones analíticas a estos problemas raramente existen y omitirían “arbitrariamente” muchos factores; este tipo de problemas son los que la ingeniería llama *por resolver*.

Los recursos del analista usualmente vienen al rescate y proveen diferentes alternativas para librar el dilema. Una posibilidad es asumir *simplificaciones para ignorar las dificultades* y reducir el problema a uno que pueda ser manejado. Algunas veces este procedimiento funciona, pero otras no, esto proporciona inexactitud o respuestas erróneas. Una alternativa más viable es enfrentar las complejidades y encontrar una solución numérica aproximada.

En el caso de los análisis de las cimentaciones profundas en suelos blandos, los analistas acostumbran emplear algunas simplificaciones para resolver los problemas, a cambio de estas simplificaciones se obtienen diseños conservadores que incrementan considerablemente el costo de las obras.

En este trabajo se presenta una alternativa para el análisis de las cimentaciones en suelos blandos, para esto se adaptará un elemento finito viga tridimensional a un programa de cómputo desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM*.

Para definir los antecedentes de esta tesis es necesario responder a tres preguntas.

* Referencias 29, 30, 18 y 24.

1.1.1. ¿Qué es un elemento viga tridimensional?

Las vigas son miembros esbeltos que se usan para soportar cargas transversales. Son ejemplos de vigas los miembros horizontales largos usados en edificios y puentes, y las flechas apoyadas en cojinetes.

Las estructuras con miembros rígidamente conectados se les llama *marcos rígidos*. Los marcos cuentan con miembros tanto horizontales como verticales y algunas veces diagonales. Los elementos estructurales de los marcos, al igual que las vigas, están sujetos a esfuerzos axiales, flexionantes y torsionantes. Cuando se modelan los marcos rígidos en tres dimensiones suelen llamarse *marcos espaciales*. Los marcos espaciales son encontrados en el análisis de edificios, en la modelación de chasis de auto, en el diseño de cuadros de bicicleta, etc.

En el análisis con el método de elementos finitos todos los miembros de los marcos espaciales se tratan como vigas, incluso columnas verticales o miembros inclinados, esto se logra con una transformación de coordenadas.

En esta tesis se modelarán pilotes de cimentación usando el mismo elemento con el que se suelen modelar los marcos espaciales, el *elemento viga tridimensional*.

1.1.2. ¿Qué es el método de elementos finitos?

El método de elementos finitos es una técnica de análisis numérico para obtener soluciones aproximadas a una amplia variedad de problemas de ingeniería. Originalmente se desarrolló en el estudio de esfuerzos en complejas estructuras aéreas, desde entonces se ha extendido y aplicado al amplio campo de la mecánica del medio continuo. Debido a su diversidad y flexibilidad como herramienta de análisis ha recibido amplia atención en las escuelas de ingeniería y en la industria.

Aunque el breve comentario del párrafo anterior responde la pregunta que encabeza esta sección, éste no nos da la definición operacional que necesitamos para aplicar el método a algún problema particular. Una definición operacional —tan larga como una descripción de fundamentos del método— requiere considerablemente más de un párrafo para desarrollarse.

1.1.3. ¿Qué es el suelo blando?

El suelo es un material multifásico constituido por un sistema de partículas, es *no-lineal, inelástico, anisotrópico, heterogéneo y con defectos*.

El suelo blando está formado con partículas sólidas en su mayoría muy finas, estas partículas pueden ser de limo, materia orgánica o minerales de arcilla. El comportamiento del suelo blando depende de las propiedades de compresibilidad, resistencia y permeabilidad, y del tiempo.

La mayoría de los modelos no toman en cuenta estos aspectos, por lo que se crean incógnitas acerca de la aproximación con que un modelo puede predecir el comportamiento del suelo. Un modelo ideal para describir el comportamiento del suelo debe basarse en las características mecánicas y fisicoquímicas de sus partículas. Este modelo consideraría giros y deformaciones de cada partícula del suelo. Sin embargo, los conocimientos actuales no permiten estudiar estos modelos, por lo tanto la mayor parte de las hipótesis de ellos se basan en comportamientos macroscópicos de los materiales.

Se ha tratado de describir el comportamiento del suelo mediante varias teorías. La elasticidad lineal, por ejemplo, ha sido utilizada ampliamente. Debido a que el suelo es muy complejo para modelarlo con modelos matemáticos se han desarrollado leyes como la elasto-plasticidad para dar una mejor descripción del comportamiento del suelo.

1.2. Objetivos y alcances

El objetivo principal de este trabajo es mostrar cómo el elemento viga puede emplearse para el análisis de cimentaciones profundas, esto se logra mediante el establecimiento numérico de un elemento finito viga tridimensional a un programa empleado para el análisis de procesos constructivos en suelos blandos.

En el capítulo dos, se explican los fundamentos físico-matemáticos del método de los elementos finitos, la exposición de estos fundamentos es necesaria para comprender cómo se realizan los análisis con este método.

En el capítulo tres se explica el planteamiento físico-matemático del elemento viga tridimensional para comprender cómo se construye la matriz de rigidez y poder así construir las mallas de elementos finitos con este elemento e interpretar los resultados que se obtienen de los análisis.

Debido a que el objetivo principal de este trabajo es la adaptación numérica de un elemento a un programa de cómputo que emplea el método de elementos finitos, se explica el funcionamiento típico de los programas de cómputo que emplean este método. Se pone particular atención al planteamiento del programa al que se adapta el elemento viga y a otro programa usado como herramienta de análisis. Todo esto se explica en el capítulo cuatro.

Finalmente, en el capítulo cinco, con el propósito de exponer y explicar el procedimiento de análisis con el programa al que se adaptó numéricamente el elemento viga tridimensional, se presentan algunos análisis con los que se demuestra que los resultados obtenidos son correctos. Además se muestra la gran capacidad que tiene para el análisis de problemas que con otros métodos de análisis son muy difíciles de plantear debido a su compleja geometría.

Capítulo 2. Método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos es un método numérico usado para resolver problemas matemáticos de ingeniería y física. A pesar de que es un método aproximado su confiabilidad ha ganado terreno en un gran número de aplicaciones. El análisis mediante el método de elementos finitos abarca estructuras de edificios, aviones, automóviles, suelo o roca; complicados sistemas térmicos como el de una planta de energía nuclear y fluidos circulando a través de un ducto, de un vertedor o de material terreo. Otras áreas de aplicación incluyen gases compresibles, electrostática, problemas de lubricación y análisis de vibración de sistemas.

Este capítulo tiene como objetivo dar a conocer los aspectos y fundamentos básicos del método de los elementos finitos, así como delinear el procedimiento de solución.

2.1. Aspectos históricos

La idea de representar un dominio dado como una colección de partes discretas no es exclusiva del método de elementos finitos, esta idea se remonta a los antiguos matemáticos quienes obtuvieron el valor de π con una aproximación de 40 dígitos a partir de un método que representa el perímetro de un círculo como un polígono con un número finito de lados aplicando una metodología que tiene similitudes con la seguida típicamente por el método de los elementos finitos*, ver la Figura 2.1.

En los tiempos modernos, esta idea tuvo aceptación en el análisis estructural de aeronaves, donde por ejemplo, las alas y el fuselaje son tratados como un ensamble de travesaños, paneles y cubiertas. En 1941 Hrenikoff introdujo el llamado *método del trabajo del marco* en el cual un medio plano elástico es representado por una colección de barras y vigas. El uso de la interpolación polinomial por partes definidas sobre un subdominio para aproximar funciones desconocidas puede ser encontrado en el trabajo de Courant (1943), quien usó un ensamble de elementos triangulares y el principio de energía potencial mínima para estudiar el problema de torsión de Saint Venant.

A pesar de que ciertos aspectos clave del método de elemento finito pueden ser encontrados en los trabajos de Hrenikoff (1941) y Courant (1943), su presentación formal es atribuida a Argyris y Kelsey (1960) en un libro sobre teoremas de energía y métodos matriciales. Además a Turner, Clough, Martin y Topp (1956) que obtuvieron las matrices de rigidez para armaduras, vigas y otros elementos. El término *elemento finito* se atribuye a Clough, quien lo uso por primera vez en 1960.

En los primeros años de la década de 1960, los ingenieros usaron el método para obtener soluciones aproximadas en problemas de análisis de esfuerzos, flujo de fluidos, transferencia de calor y

* Estas similitudes son expuestas en referencia 23.

otras áreas. El primer libro de elementos finitos por Zienkiewicz y Cheung fue publicado en 1967. A finales de la década de 1960 y principios de la siguiente, el análisis por elemento finito se aplicó a problemas no lineales y de grandes deformaciones.

Las bases matemáticas se fijaron en la década de 1970, se desarrollaron elementos nuevos y métodos de convergencia, entre otras actividades encaminadas a la eficiencia del cálculo matemático.

Aunque el avance en el desarrollo de elementos y nuevos procedimientos fue limitado por falta de equipo de cómputo eficiente, actualmente los avances en computadoras mainframe (supercomputadoras) y la disponibilidad de poderosas microcomputadoras han puesto el método al alcance de estudiantes e ingenieros que trabajan en pequeñas empresas.

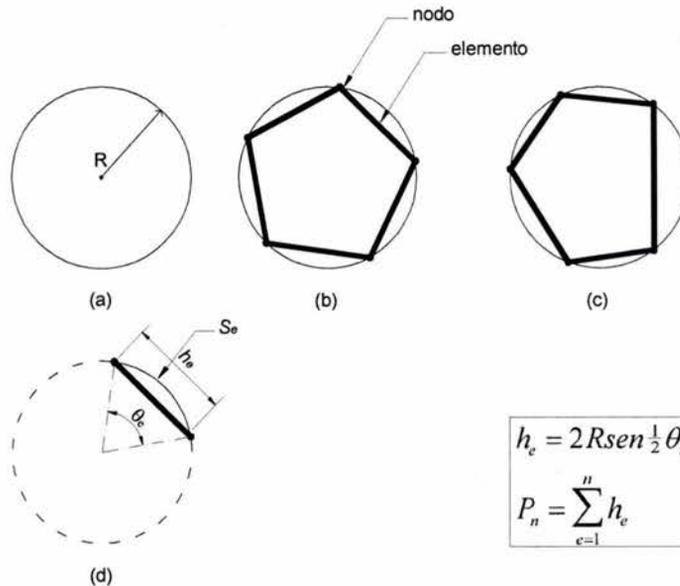


Figura 2.1 Aproximación de la circunferencia de un círculo por elementos línea: (a) Círculo de radio R ; (b) mallas uniformes y (c) no uniformes usadas para representar la circunferencia del círculo; (d) un elemento típico.

2.2. Aspectos fundamentales

2.2.1. Esfuerzo y equilibrio

En la Figura 2.2 se muestra un cuerpo tridimensional que ocupa un volumen V y tiene una superficie S . Los puntos en el cuerpo están identificados por las coordenadas x, y, z . La frontera del cuerpo se restringe a la región donde se especifica el desplazamiento. Sobre una parte de la frontera se aplica una fuerza distribuida por unidad de área \mathbf{T} , llamada también tracción. Debido a la acción de la fuerza se deforma el cuerpo. La deformación en un punto \mathbf{x} ($= [x, y, z]^T$) está dada por las tres componentes de su desplazamiento:

* Las matrices (y vectores) se distinguirán a lo largo del texto por letras negritas

$$\mathbf{u} = [u, v, w]^T \quad (2.1)$$

La fuerza distribuida por unidad de volumen, por ejemplo el peso por unidad de volumen, es el vector \mathbf{f} dado por:

$$\mathbf{f} = [f_x, f_y, f_z]^T \quad (2.2)$$

En la Figura 2.2 se muestra la fuerza de cuerpo actuando sobre el volumen elemental dV . La tracción superficial \mathbf{T} puede darse por el valor de sus componentes en puntos sobre la superficie de la siguiente manera:

$$\mathbf{T} = [T_x, T_y, T_z]^T \quad (2.3)$$

ejemplos de tracción son las fuerzas de contacto distribuidas y la acción de la presión.

Una carga \mathbf{P} actuando en un punto i se representa por sus tres componentes como:

$$\mathbf{P} = [P_x, P_y, P_z]^T \quad (2.4)$$

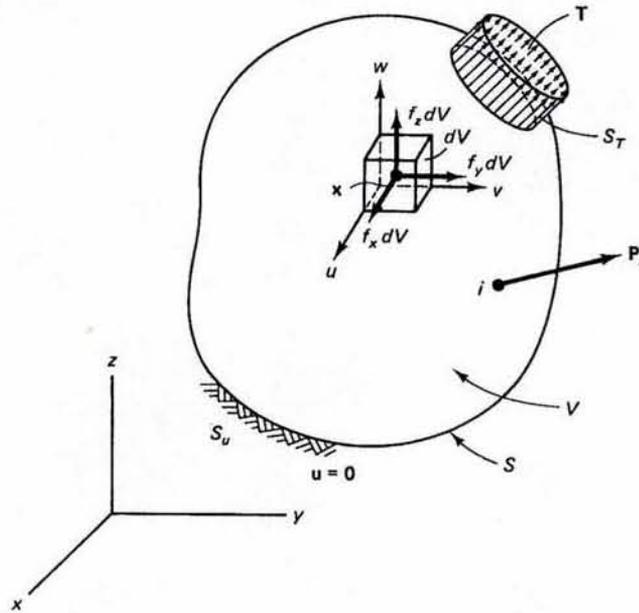


Figura 2.2 Cuerpo tridimensional.

En la Figura 2.3 se muestran los esfuerzos que actúan sobre el volumen elemental dV . Cuando el volumen dV se contrae a un punto, el tensor de esfuerzo se representa colocando sus componentes en una matriz simétrica (3×3) . Sin embargo, se puede representar a los esfuerzos por medio de sus seis componentes independientes como sigue:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad (2.5)$$

donde $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ son esfuerzos normales y $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$ son esfuerzos cortantes.

Si se considera el equilibrio del volumen elemental mostrado en la Figura 2.2, las fuerzas sobre las caras se obtienen multiplicando los esfuerzos por las áreas correspondientes. Escribiendo $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ y $\sum F_z = 0$, y recordando que $dV = dx, dy, dz$, se obtienen las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

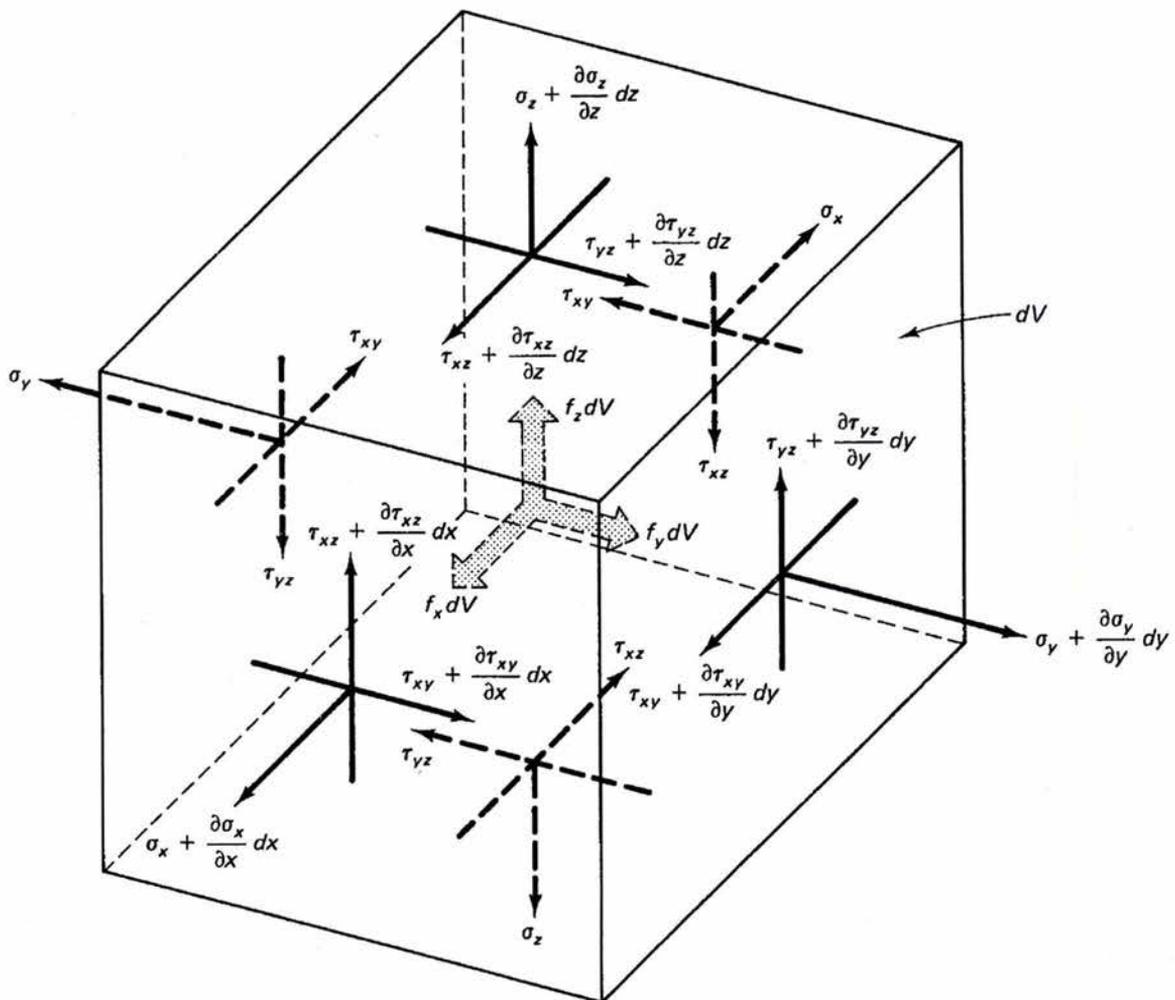


Figura 2.3 Equilibrio en un volumen elemental.

2.2.2. Condiciones de frontera

Con referencia a la Figura 2.2 se observa que hay condiciones de desplazamiento en la frontera y relaciones de carga en la superficie. Si \mathbf{u} se especifica como parte de la frontera denotada por S_u , tenemos:

$$\mathbf{u} = 0 \text{ sobre } S_u \quad (2.7)$$

que es una condición de desplazamiento nulo.

Por otro lado, considerando ahora el equilibrio del tetraedro elemental $ABCD$, mostrado en la Figura 2.4 donde DA , DB , y DC son paralelas a los ejes x , y , z respectivamente y dA es el área definida por los vértices ABC , si $\mathbf{n} = [n_x, n_y, n_z]^T$ es la normal unitaria a dA , entonces el área $BCD = n_x dA$ el área $ADC = n_y dA$ y el área $ADB = n_z dA$. La consideración del equilibrio a lo largo de los tres ejes coordenados da:

$$\begin{aligned} \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z &= T_x \\ \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z &= T_y \\ \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z &= T_z \end{aligned} \quad (2.8)$$

Esas condiciones deben satisfacerse sobre la frontera S_T donde se aplican las tracciones. En esta descripción, las cargas puntuales deben tratarse como cargas distribuidas sobre áreas pequeñas pero finitas.

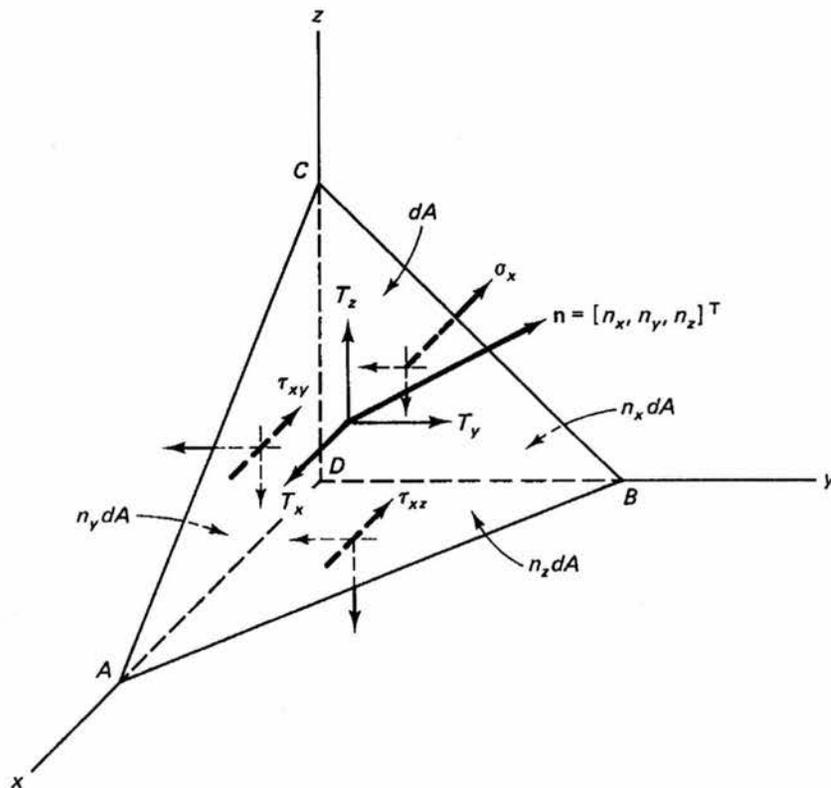


Figura 2.4 Un volumen elemental en la superficie.

2.2.3. Relaciones deformación unitaria—desplazamiento

La representación de las deformaciones unitarias en una forma vectorial que corresponden a los esfuerzos de la ecuación 2.5, es:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T \quad (2.9)$$

donde ε_x , ε_y y ε_z son deformaciones unitarias normales y γ_{yz} , γ_{xz} y γ_{xy} son deformaciones angulares unitarias cortantes.

La Figura 2.5 muestra la deformación de la cara $dx—dz$ para pequeñas deformaciones que serán las consideradas aquí. Tomando en cuenta también las otras caras, se puede escribir:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad (2.10)$$

La relación de la Ecuación 2.10 sólo se cumple para deformaciones pequeñas.

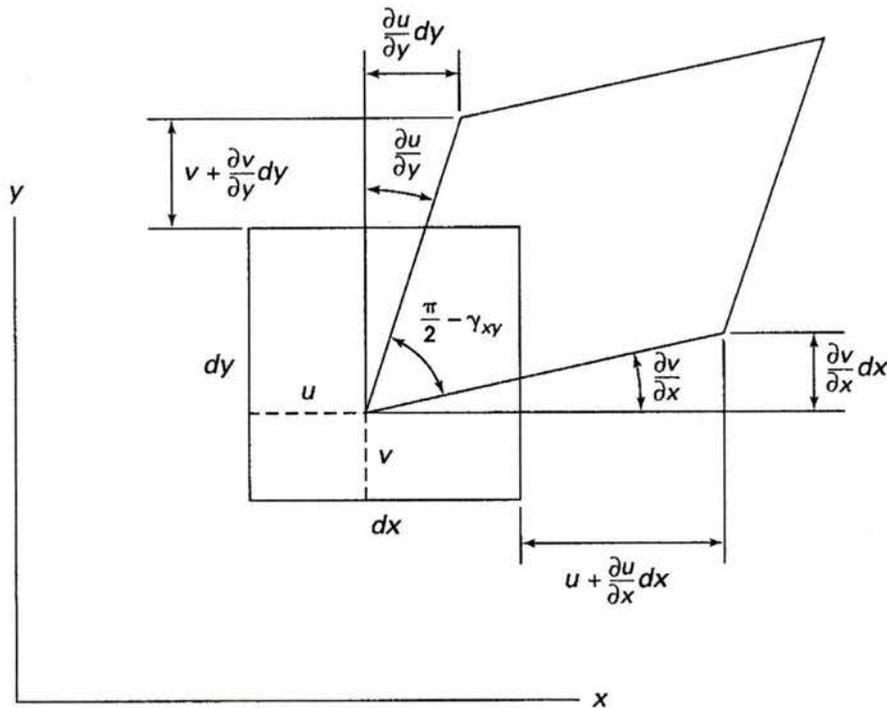


Figura 2.5 Superficie elemental deformada.

2.2.4. Relaciones esfuerzo—deformación unitaria

Para materiales elásticos lineales, las relaciones esfuerzo—deformación unitaria provienen de la ley de Hooke generalizada. Para materiales isotrópicos, las dos propiedades del material son el mó-

dulo de Young (E) y la relación de Poisson (ν). Si se considera un cubo elemental dentro del cuerpo, la ley de Hooke es:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\
 \varepsilon_y &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\
 \varepsilon_z &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \\
 \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\
 \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

El módulo de corte G esta dado por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.12}$$

De las relaciones de la ley de Hooke (Ecuación 2.11) se obtiene:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \tag{2.13}$$

La relación inversa a la Ecuación 2.13 se obtiene considerando un procedimiento matemático riguroso*. Al sustituir $(\sigma_y + \sigma_z)$ y otras relaciones en la ecuación 2.11 se obtiene:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.14}$$

donde **D** es la matriz simétrica del material dada por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

* Este procedimiento se puede apreciar en la referencia 31.

2.2.4.1. Casos especiales

2.2.4.1.1. Una dimensión

En una dimensión tenemos esfuerzos normales σ a lo largo de x , así como la deformación unitaria correspondiente ε . La relación esfuerzo—deformación unitaria para éste caso, considerando la Ecuación 2.14 es:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.16)$$

2.2.4.1.2. Dos dimensiones

En dos dimensiones, los problemas se modelan como esfuerzo plano y deformación unitaria plana:

Esfuerzo plano. Se dice que un cuerpo plano delgado sometido a carga plana sobre su borde está en esfuerzo plano. Ejemplos de problemas de esfuerzos planos son los análisis de placas donde la componente de esfuerzo en la dirección normal al área es nulo.

Deformación plana. Si un cuerpo largo plano de sección transversal uniforme está sometido a una carga transversal a lo largo de su longitud puede tratarse como sometido a deformación plana. Ejemplos de deformación plana son muros de retención o presas donde la componente de deformación en la dirección longitudinal es despreciable o nula.

En realidad los problemas de dos dimensiones de esfuerzo plano y de deformación plana son simplificaciones muy válidas a análisis de cuerpos tridimensionales*.

2.2.4.1.3. Tres dimensiones con material elasto—plástico

Las relaciones esfuerzo—deformación unitaria deducidas aquí son solo válidas para materiales elásticos, las relaciones usadas para material elasto—plástico se expondrán en el capítulo cuatro de este trabajo.

2.2.5. Principio de Saint Venant

Con frecuencia tenemos que hacer aproximaciones al definir condiciones de frontera para representar una interfaz soporte estructura. Para definir un soporte en el método de elementos finitos se definen como nulos los desplazamientos en los grados de libertad de los nodos del extremo de un elemento, al hacer esto se tiene la incertidumbre de sí será suficiente definir solo en los nodos las restricciones que en realidad son aplicadas a toda una superficie.

Por ejemplo, considere un voladizo, libre en un extremo y unido a una columna por medio de remaches en el otro. Surge la pregunta de si el extremo remachado es total o parcialmente rígido y si cada punto en la sección transversal va a tener las mismas condiciones de frontera que los demás.

Saint Venant consideró el efecto de diferentes aproximaciones a la solución de todo el problema. El principio de Saint Venant establece que en tanto las diferentes aproximaciones sean estática-

* Las relaciones inversas de la ecuación 2.11 para estos casos son proporcionadas en la mayoría de los libros de elemento finito, por ejemplo en las referencias 31 y 32.

mente equivalentes, las soluciones resultantes serán válidas en regiones bastante alejadas del apoyo. Es decir, las soluciones pueden diferir en forma significativa solo en la vecindad inmediata del soporte.

2.3. Proceso de solución

Hasta aquí se ha aludido la esencia del método del elemento finito, ahora se discutirá en detalle el proceso de solución. En un problema continuo* de cualquier dimensión en un campo variable (ya sea de presión, temperatura, desplazamiento, esfuerzo, o cualquier otra cantidad) se tienen valores infinitos debido a que son función de puntos genéricos en el cuerpo en la región de solución. Consecuentemente el problema es uno con un infinito número de incógnitas. El procedimiento de *discretización*† en elementos finitos reduce el problema a uno con un número finito de incógnitas logrado a partir de la división de la región en elementos y, además, expresando el campo de incógnitas en términos que se asumen con funciones de aproximación.

Las funciones de aproximación (comúnmente llamadas funciones de interpolación o funciones de forma) son definidas en términos de los valores del campo de variables en puntos específicos llamados *nodos* o *puntos nodales*. Los nodos usualmente se sitúan en los contornos de los elementos donde otros elementos adjuntos se conectan. Conjuntamente con los nodos de contorno, un elemento puede tener también nodos internos. Los valores nodales del campo variable y las funciones de interpolación para los elementos definen completamente el comportamiento en el interior del elemento.

Para la representación de elementos finitos los valores nodales del campo variable se convierten en incógnitas. Una vez que estas incógnitas son encontradas las funciones de interpolación definen el campo variable en todo el ensamble de elementos.

Claramente, la naturaleza de la solución y el grado de aproximación depende no solamente del tamaño y número de elementos usados sino también de las funciones de interpolación seleccionadas. Como se puede esperar no se pueden escoger funciones arbitrariamente porque, indiscutiblemente, ciertas condiciones de compatibilidad deben ser satisfechas. A menudo las funciones son escogidas a fin de que el campo variable o sus derivativos sean continuas a través de los contornos del elemento.

Hasta ahora se ha discutido brevemente el concepto de modelar arbitrariamente una región formada con el ensamble de elementos finitos. También se ha mencionado que se requieren funciones de interpolación correctamente definidas para cada elemento. No se ha mencionado, sin embargo, una importante característica del método de elementos finitos que lo distingue de otros métodos numéricos. Esta característica es la facultad de formular soluciones de elementos individuales antes de juntarlos todos para representar el problema completo. Esto significa, por ejemplo, que si se estudia un problema de análisis de esfuerzos, se encuentra la *fuerza-desplazamiento* o *rigidez característica* de cada elemento individual y entonces se ensamblan los elementos para encontrar el esfuerzo en toda la estructura. En esencia, un problema complejo se reduce a considerar una serie de problemas simplificados.

* Se define continuo como un cuerpo de materia (sólido, líquido o gas) o simplemente una región de espacio en el cual un fenómeno particular esta ocurriendo.

† Este término se refiere a la división del continuo en un número finito de partes.

Otra ventaja del método de elementos finitos es la variedad de formas en la cual se pueden formular las propiedades de los elementos individuales. Hay básicamente tres diferentes aproximaciones:

El primer modo de aproximación para obtener las propiedades elementales es llamado *aproximación directa* porque su origen se puede seguir del análisis estructural. Aunque la aproximación directa puede ser usada solo en problemas relativamente simples (este es el caso del elemento que se estudia en este trabajo), estos métodos directos fraternizan con el álgebra matricial durante el manejo de las ecuaciones de elementos finitos.

Propiedades elementales obtenidas a partir de aproximaciones directas, pueden también obtenerse con *aproximaciones variacionales*. La aproximación variacional se basa en el cálculo de variaciones e involucra extremización funcional. Para problemas en mecánica de sólidos las funciones se fusionan con la energía potencial, la energía complementaria u otras diversificaciones de éstas, tal como lo estipula el principio variacional de Reisser. El planteamiento variacional en el que se basa el programa tratado en este trabajo se estudiará en el capítulo cuarto.

Una tercera e incluso más versátil aproximación para derivar las propiedades de los elementos tiene su base en las matemáticas; es el método *aproximación de residuos pesados*. Los residuos pesados se originan con las ecuaciones gobernantes del problema y prosiguen sin la base de un orden variacional. Esta aproximación es positiva porque en consecuencia se vuelve posible extender el método de elemento finito a problemas donde no existen funciones disponibles. El método de los residuos pesados es ampliamente usado para derivar propiedades elementales en aplicaciones no estructurales tales como la transferencia de calor y la mecánica de fluidos.

Sin importar cual sea el método de aproximación usado para encontrar las propiedades elementales, la solución de un problema continuo por el método de elementos finitos, siempre sigue un proceso paso a paso. Para sintetizar en términos generales como trabaja el método de elementos finitos se presentan concisamente los siguientes pasos del proceso de solución.

1. *Discretización del continuo.* Este primer paso consiste en dividir la región continua en elementos de geometría simple. Una considerable variedad de tipos de elementos puede ser empleada para la solución de diferentes formas en una región. Evidentemente, cuando se analiza una estructura elástica ésta tiene diferentes tipos de componentes tales como losas, vigas y columnas, no es atractivo pero es así mismo necesario el usar diferentes tipos de elementos en la solución. A pesar de que el número y tipo de elementos en un problema dado es cuestión de un juicio ingenieril, el análisis puede basarse en la experiencia de la misma línea.
2. *Selección de las funciones de interpolación.* El siguiente paso es asignar nodos a cada elemento para después escoger las funciones de interpolación para representar la variación del campo variable sobre cada elemento. El campo variable puede ser un escalar, un vector o un tensor de orden superior. Frecuentemente son seleccionados polinomios como funciones de interpolación para el campo variable debido a que son fáciles de integrar y diferenciar. El grado del polinomio escogido depende del número de nodos asignado al elemento, la naturaleza y número de incógnitas de cada nodo y a lo largo de los contornos del elemento.
3. *Encontrar las propiedades elementales.* Una vez que el modelo del elemento finito ha sido establecido (esto es, una vez que los elementos y sus funciones de interpolación han sido seleccionados), se está listo para determinar las ecuaciones matriciales expresando las propiedades de los elementos individuales. Para esta tarea

se usa uno de los tres tipos de aproximación mencionadas: la aproximación directa, la aproximación variacional, o la aproximación por residuos pesados.

4. *Ensamble de las propiedades elementales para obtener el sistema de ecuaciones.* Para obtener las propiedades de todo el sistema a partir de los elementos se tienen que “ensamblar” todas las propiedades elementales. En otras palabras se combinan las ecuaciones matriciales expresando el comportamiento del sistema entero. Las ecuaciones matriciales para el sistema tienen la misma forma que las ecuaciones de un elemento individual, excepto porque contienen muchos más términos debido a que incluyen todos los nodos. La base para el procedimiento de ensamble tiene origen en el hecho de que a cada nodo, donde los elementos están interconectados, el valor del campo variable es el mismo para cada elemento compartido por nodo.
5. *Imposición de las condiciones de frontera.* Antes de que el sistema de ecuaciones esté listo para resolverse se debe modificar para tomar en cuenta las condiciones de frontera del problema. En este paso se imponen los valores nodales conocidos de las variables nodales y las cargas nodales.
6. *Resolver el sistema de ecuaciones.* El proceso de ensamble proporciona un sistema lineal de ecuaciones, al ser resuelto se obtienen los valores de las incógnitas nodales.

$$\mathbf{KQ} = \mathbf{F} \quad (2.17)$$

7. *Hacer cálculos adicionales si se desea.* Muchas veces se usa la solución del sistema de ecuaciones lineales para el cálculo de otros importantes parámetros. Este es el caso de análisis estructurales como los que se desarrollan en este trabajo, dadas las incógnitas del sistema que son las componentes de desplazamiento, se calcula el estado de esfuerzos en el suelo y los elementos mecánicos en los miembros estructurales.

En el capítulo cuarto se verá cómo este proceso es llevado a algoritmos computacionales que, aunque son esencialmente simples, requieren de mucha disciplina para su desarrollo.

Capítulo 3. Formulación tridimensional del elemento viga

A continuación se presenta la formulación de la matriz característica de rigidez que relaciona las fuerzas con los desplazamientos en los extremos de cada elemento viga tridimensional. La matriz de rigidez de cada uno de los elementos se ensambla en la matriz de rigidez estructural, que a su vez relaciona las fuerzas en cada nodo de la estructura con sus desplazamientos respectivos.

Como consecuencia de los desplazamientos, que son resultado de un sistema de cargas actuando en la estructura, se tienen elementos mecánicos a todo lo largo de ésta, en este capítulo también se presenta el vector que contiene los elementos mecánicos en los extremos de cada uno de los elementos viga tridimensional.

3.1. Matriz de rigidez elemental

La *matriz de rigidez elemental*, que se calcula para cada uno de los elementos viga tridimensional usados en los análisis a resolver, se obtiene a partir de una *matriz de rigidez elemental local* y una *matriz de transformación*. La matriz de rigidez elemental es también llamada, estrictamente, *matriz de rigidez elemental global*.

3.1.1. Matriz de rigidez elemental local

Como un recurso para unificar el cómputo en el proceso de solución, el método de los elementos finitos considera coordenadas locales para el cálculo de la *fuerza-desplazamiento* o *rigidez característica* de los elementos finitos que simulan el dominio.

Las coordenadas locales de cada elemento son independientes de la posición del elemento con respecto al sistema coordenado global común. En el elemento viga tridimensional la orientación del eje coordenado local $x'-y'-z'$ se establece usando tres puntos o *nodos*, como se puede ver en la Figura 3.1.

Se observa en la Figura 3.1 que los nodos i y j son los extremos del elemento y que el nodo k es un punto usado como referencia el cual no debe estar a lo largo de la línea que une los nodos i y j . Los ejes coordenados locales quedan definidos de la siguiente manera:

- El eje x' está a lo largo de la línea del punto i al punto j , alineado al eje centroidal.
- El eje y' se encuentra en el plano definido por los puntos i, j y k .

- El eje z' se define automáticamente por el hecho de que $x'-y'-z'$ forman un sistema coordenado derecho.
- El origen del sistema coordenado coincide con el nodo i .

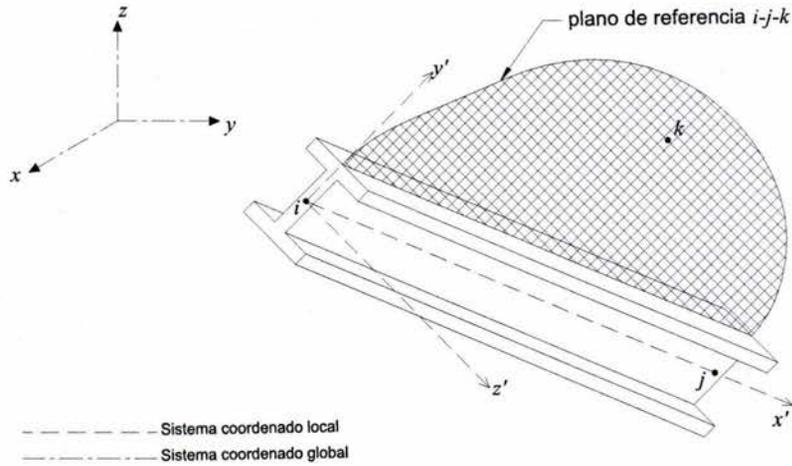


Figura 3.1 Sistema coordenado local de un elemento viga y el sistema coordenado global.

En cada uno de los dos puntos extremos, o nodos, del elemento se consideran seis grados de libertad, en cada nodo se tiene:

- a) un desplazamiento a lo largo del eje x' , asociado a fuerzas axiales,
- b) dos desplazamientos paralelos a los ejes y' y z' , asociados a fuerzas cortantes en éstas mismas direcciones,
- c) un giro alrededor del eje x' , asociado a momentos torsionantes,
- d) dos giros alrededor de los ejes y' y z' , asociados a momentos flexionantes actuando alrededor de los mismos.

De lo anterior, la matriz de rigidez característica de cada elemento es de 12×12 .*

Considerando por un momento que los ejes locales $x'-y'-z'$ son paralelos a los ejes globales $x-y-z$ lo que implica que los grados de libertad en coordenadas locales y globales son los mismos (Figura 3.2).

* Existen formulaciones de elementos viga tridimensional con más de dos nodos a lo largo del eje centroidal, con lo que la matriz de rigidez tendría que considerar seis grados de libertad por cada nodo adicional, en programas donde se usan diversos tipos de elementos combinados (sólidos, placas y barras) éstos no se acostumbran emplear por la dificultad en la creación de mallas.

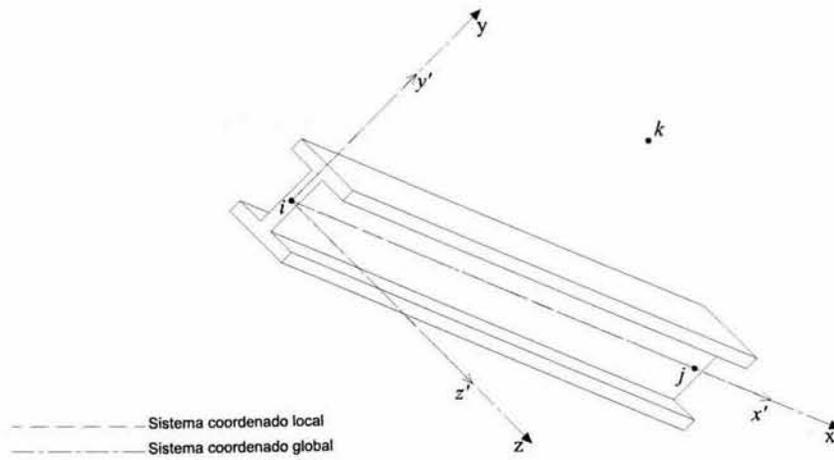


Figura 3.2 Coordenadas locales y coordenadas globales, que por un momento coinciden.

En el elemento de la Figura 3.2, donde coincide el sistema coordenado local con el sistema coordenado global, la evaluación de los coeficientes de rigidez se obtiene al imponer desplazamientos unitarios en cada uno de los seis grados de libertad de cada uno de los nodos i y j , ésta imposición de desplazamientos y sus resultados se exponen en la Figura 3.3.

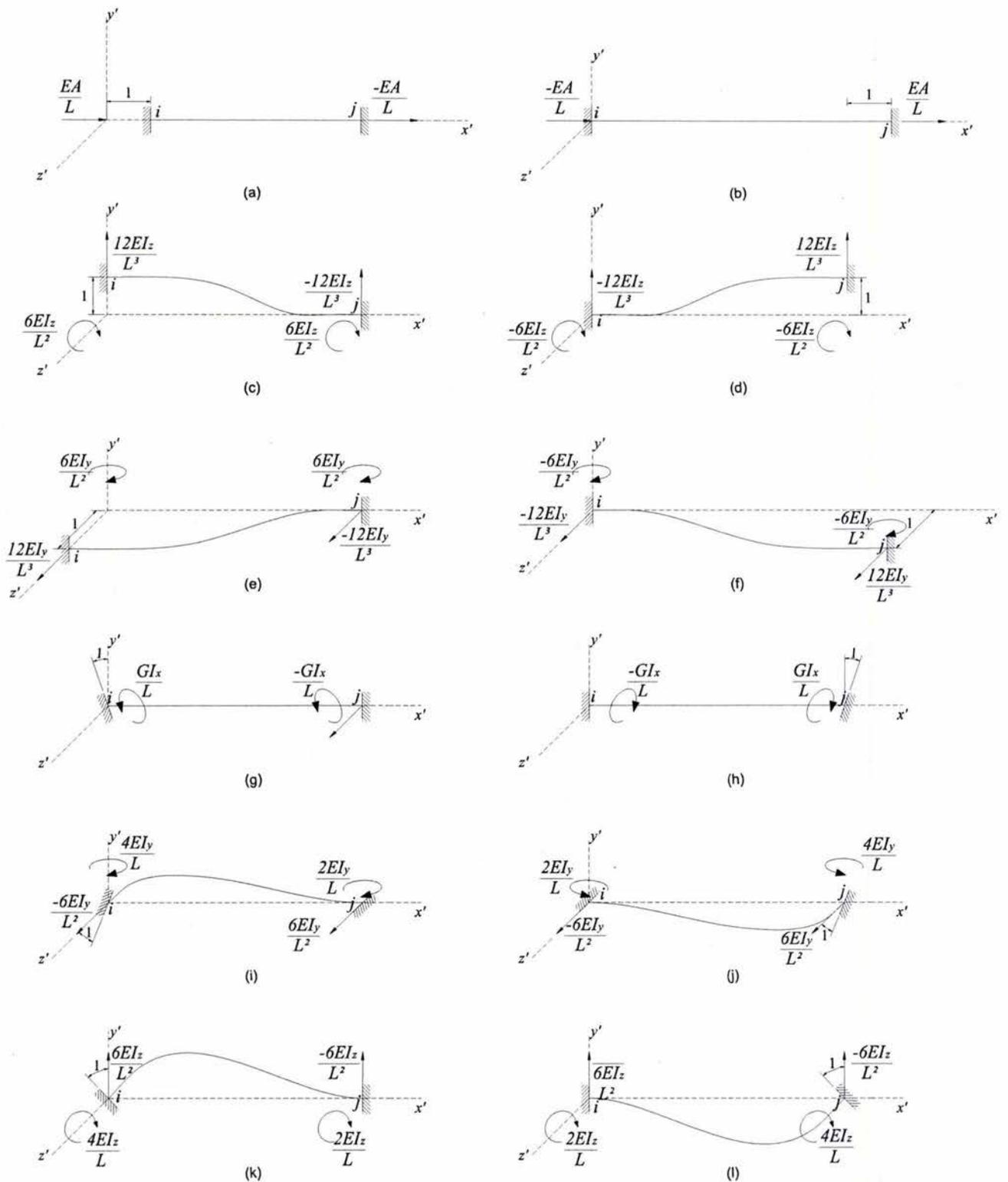


Figura 3.3 Evaluación de los coeficientes de rigidez por imposición de desplazamientos unitarios.

Los coeficientes de rigidez están en función de las propiedades geométricas de la sección transversal y son especificadas por los cuatro parámetros siguientes:

- $A \rightarrow$ área transversal
- $I_y \rightarrow$ momento de inercia con respecto al eje y'
- $I_z \rightarrow$ momento de inercia con respecto al eje z'

$J \rightarrow$ momento polar de inercia para secciones circulares o tubulares*

además de las propiedades mecánicas del material, que son

$E \rightarrow$ módulo de Young

$G \rightarrow$ módulo de cortante

una propiedad adicional de la geometría es:

$L \rightarrow$ longitud del elemento

Los coeficientes de rigidez se acomodan en la matriz de rigidez elemental de la siguiente manera:

$$\mathbf{k}^e = \begin{bmatrix}
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\
 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\
 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\
 -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\
 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\
 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L}
 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

3.1.2. Matriz de transformación

Una vez calculada la matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales o *matriz de rigidez elemental local*, es necesario hacer la *transformación* a coordenadas globales para obtener la *matriz de rigidez elemental global* con la que se ensamblará la *matriz de rigidez característica estructural*. La transformación se obtiene empleando una *matriz de transformación* formada por cosenos directores.

La matriz de transformación \mathbf{T} de 12×12 está definida en base de la matriz λ de 3×3

* Para secciones de perfiles de acero (como secciones I) el momento polar de inercia se proporciona en textos especializados en estructuras metálicas y para secciones rectangulares se puede usar el momento polar de un círculo inscrito en la sección transversal sin error considerable.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \lambda & & 0 \\ & \lambda & \\ 0 & & \lambda \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde:

$$\lambda = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Aquí, l_1 , m_1 y n_1 son los cosenos de los ángulos entre los ejes x' y los ejes x , y y z respectivamente; de igual forma l_2 , m_2 y n_2 son los cosenos de los ángulos entre y' y los ejes x , y y z ; mientras que l_3 , m_3 y n_3 están asociados con el eje z' . Estos cosenos directores, y por consiguiente la matriz λ , se obtienen de las coordenadas de los nodos i, j y k como sigue:

$$l_1 = \frac{x_j - x_i}{l_e} \quad (3.4)$$

$$m_1 = \frac{y_j - y_i}{L} \quad (3.5)$$

$$n_1 = \frac{z_j - z_i}{L} \quad (3.6)$$

$$l_e = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (3.7)$$

Sea ahora:

$$\mathbf{V}_{x'} = [l_1 \quad m_1 \quad n_1]^T \quad (3.8)$$

el vector unitario a lo largo del eje x' .

Sea también:

$$\mathbf{V}_{ik} = \begin{bmatrix} x_k - x_i & y_k - y_i & z_k - z_i \\ l_{ik} & l_{ik} & l_{ik} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$l_{ik} = \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 + (z_k - z_i)^2} \quad (3.10)$$

El vector unitario a lo largo del eje z' está dado por:

$$\mathbf{V}_{z'} = [l_3 \quad m_3 \quad n_3]^T = \frac{\mathbf{V}_{x'} \times \mathbf{V}_{ik}}{|\mathbf{V}_{x'} \times \mathbf{V}_{ik}|} \quad (3.11)$$

Por último, los cosenos directores para el eje y' son:

$$\mathbf{V}_{y'} = [l_k \quad m_k \quad n_k]^T = \mathbf{V}_{z'} \times \mathbf{V}_{x'} \quad (3.12)$$

3.1.3. Matriz de rigidez elemental global

Como se mencionó anteriormente la *matriz de rigidez elemental local* y la *matriz de transformación* son calculadas para unificar el cómputo para la obtención de la *matriz de rigidez elemental global* la cual está dada por:

$$\mathbf{k} = \mathbf{T}^T \mathbf{k}' \mathbf{T} \quad (3.13)$$

donde \mathbf{T} ha sido definida en las ecuaciones 3.2 a 3.12 y \mathbf{k}' en la Ecuación 3.1.

3.2. Vector de elementos mecánicos

Los resultados que se obtienen del sistema de ecuaciones, el cual se describió en el capítulo dos, son desplazamientos en cada uno los grados de libertad en cada nodo. Por lo anterior al finalizar el proceso de solución se obtienen los desplazamientos en los extremos de los elementos viga tridimensional. Es de gran utilidad el conocer los desplazamientos, ya que con estos conocemos flechas y deformaciones en la estructura y adicionalmente graficar una deformada* del dominio. Los desplazamientos en los nodos i y j del elemento viga forman el vector global de desplazamientos:

$$\mathbf{q} = \left[\delta_{x_i} \quad \delta_{y_i} \quad \delta_{z_i} \quad \phi_{x_i} \quad \phi_{y_i} \quad \phi_{z_i} \quad \delta_{x_j} \quad \delta_{y_j} \quad \delta_{z_j} \quad \phi_{x_j} \quad \phi_{y_j} \quad \phi_{z_j} \right]^T \quad (3.14)$$

donde

- δ_{x_i} → desplazamiento en dirección x en el nodo i
- δ_{y_i} → desplazamiento en dirección y en el nodo i
- δ_{z_i} → desplazamiento en dirección z en el nodo i
- ϕ_{x_i} → giro alrededor de x en el nodo i
- ϕ_{y_i} → giro alrededor de y en el nodo i
- ϕ_{z_i} → giro alrededor de z en el nodo i
- δ_{x_j} → desplazamiento en dirección x en el nodo j
- δ_{y_j} → desplazamiento en dirección y en el nodo j
- δ_{z_j} → desplazamiento en dirección z en el nodo j
- ϕ_{x_j} → giro alrededor de x en el nodo j
- ϕ_{y_j} → giro alrededor de y en el nodo j
- ϕ_{z_j} → giro alrededor de z en el nodo j

Es posible calcular el vector de elementos mecánicos a partir del vector de desplazamientos y de la matriz de rigidez elemental local, el vector de elementos mecánicos es:

$$\mathbf{f}' = \left[P_{x'_i} \quad P_{y'_i} \quad P_{z'_i} \quad M_{x'_i} \quad M_{y'_i} \quad M_{z'_i} \quad P_{x'_j} \quad P_{y'_j} \quad P_{z'_j} \quad M_{x'_j} \quad M_{y'_j} \quad M_{z'_j} \right]^T \quad (3.15)$$

* Se define deformada como la representación gráfica del dominio después de sufrir la acción de las fuerzas.

donde

- $P_{x'_i}$ → fuerza axial en el nodo i
- $P_{y'_i}$ → cortante en dirección y' en el nodo i
- $P_{z'_i}$ → cortante en dirección z' en el nodo i
- $M_{x'_i}$ → fuerza torsionante en el nodo i
- $M_{y'_i}$ → momento flexionante alrededor de y' en el nodo i
- $M_{z'_i}$ → momento flexionante alrededor de z' en el nodo i
- $P_{x'_j}$ → fuerza axial en el nodo j
- $P_{y'_j}$ → cortante en dirección y' en el nodo j
- $P_{z'_j}$ → cortante en dirección z' en el nodo j
- $M_{x'_j}$ → fuerza torsionante en el nodo j
- $M_{y'_j}$ → momento flexionante alrededor de y' en el nodo j
- $M_{z'_j}$ → momento flexionante alrededor de z' en el nodo j

y está definido por:

$$\mathbf{f}' = \mathbf{k}'\mathbf{q}' \quad (3.16)$$

donde \mathbf{k}' es la matriz de rigidez elemental local dada en la Ecuación 3.1 y \mathbf{q}' es el vector de desplazamientos del elemento en el sistema coordenado local, \mathbf{q}' se calcula a partir del vector de desplazamientos en el sistema coordenado global con la expresión:

$$\mathbf{q}' = \mathbf{T}\mathbf{q} \quad (3.17)$$

Capítulo 4. Programas de computadora

El propósito en esta sección es explicar las fases del análisis de problemas estructurales y geotécnicos con el método de elementos finitos usando programas de computadora, además de exponer el planteamiento teórico del programa usado en este trabajo que realiza análisis del proceso constructivo en suelos blandos y, finalmente mostrar brevemente un programa usado como herramienta para los análisis que se desarrollan en este trabajo.

4.1. Generalidades de los programas de elementos finitos

Una desventaja del método de elementos finitos es que al resolver problemas, aún los más pequeños, el gran número de variables e incógnitas hacen inoperable el manejo del problema hacia la solución sin el uso de un programa de cómputo.

También se debe considerar que aunque se puede programar la solución de problemas estructurales, geotécnicos o de otra índole; es evidente que no se puede programar el planteamiento del problema, y aún resulta más obvio el hecho de que no se puede programar la interpretación y estudio de los resultados. Por lo anterior el análisis de un problema con el método de los elementos finitos se divide en tres fases: *preproceso*, *proceso* y *posproceso*. Explicado de una manera muy simplificada se puede precisar que el preproceso es el planteamiento del problema, el proceso es la solución del problema y el posproceso la interpretación y estudio de resultados.

4.1.1. Preproceso

El preproceso consiste básicamente en la discretización del continuo, aunque antes el analista debe hacer consideraciones importantes apoyadas en su juicio. La delimitación del problema, la revisión de las condiciones de frontera, el escrutinio de las propiedades mecánicas del continuo y el establecer las fuerzas actuantes son las consideraciones requeridas antes de discretizar el continuo en elementos finitos.

En la discretización se construye una *malla* de elementos finitos, que como se mencionó en el capítulo dos, son de geometría esencialmente simple. Los elementos finitos están interconectados en nodos, estos nodos deben ser situados estratégicamente de modo que faciliten la ubicación de las cargas y los cambios de material de los elementos. Como regla general se puede indicar que debe haber nodos en los puntos donde se desee colocar una carga y en los puntos donde el material cambia de propiedades.

El número y tamaño de elementos se pueden seleccionar de múltiples formas. Se sabe que cuando más pequeños son los elementos, y por consiguiente concurren más nodos y más elementos,

se obtienen soluciones con gran precisión. Pero a pesar de que las soluciones son más precisas cuando se usan elementos pequeños, se debe tomar en cuenta que por cada elemento se calcula una matriz de rigidez y que el orden del sistema de ecuaciones está en función directa del número de nodos y sus grados de libertad. Algunas veces hacer una malla muy densa* resulta inoperable debido a que el proceso de cómputo puede extenderse por horas, o incluso por días o semanas. Es aquí donde entra la experiencia del analista, si se analiza un problema usando una malla en la que se acomodan de manera estratégica elementos grandes y pequeños se obtendrá una solución prácticamente igual a la que se obtendría con una malla muy densa. El tiempo de análisis siempre será menor en las mallas con menos elementos.

4.1.2. Proceso

En la gran diversidad de programas de elementos finitos, estáticos y dinámicos, éstos tienen características similares. A continuación se presenta el procedimiento simplificado de un programa típico de elementos finitos para análisis estructural estático:

1. lectura de control global (datos generales del problema)
2. lectura de nodos (coordenadas y desplazamientos prescritos)
3. lectura de cargas
4. acomodo inicial del vector de cargas
5. lectura de propiedades elementales (propiedades geométricas y mecánicas)
6. bucle sobre elementos
 - a. lectura de incidencias, material y otras características
 - b. cálculo de matriz de rigidez elemental
 - i. cálculo, por medio de un método de aproximación, de la matriz de rigidez local \mathbf{k}'
 - ii. cálculo de la matriz de transformación \mathbf{T}
 - iii. cálculo de la matriz de rigidez global \mathbf{k}
 - c. consideración del peso propio del elemento en el vector estructural de cargas \mathbf{F}
7. ensamble de la matriz de rigidez estructural \mathbf{K}
8. obtención el vector estructural de desplazamientos \mathbf{Q} del sistema $\mathbf{KQ} = \mathbf{F}$ e impresión de resultados en archivos
9. cálculos posteriores, como esfuerzos o elementos mecánicos e impresión de estos resultados en archivos.

Como se aprecia en el esquema anterior el método es esencialmente simple[†], aunque se complica cuando se hacen análisis más complejos o cuando se usan en un mismo análisis diversos tipos de elementos, en la Figura 4.1 se muestra el diagrama de flujo de este proceso.

El programa en el que se basa este trabajo realiza análisis con un procedimiento variacional por etapas constructivas o de excavación, en las que los esfuerzos y los desplazamientos se acumulan,

* *Densidad* es un término usado para señalar la concentración de elementos y nodos de una malla de elementos finitos.

† Algunos autores dividen el proceso de solución en presolución (pasos 1-5), solución (6-8) y postsolución (9).

esencialmente el programa usa tres tipos de elementos, entre éstos está el elemento viga tridimensional cuya formulación y adaptación es el objetivo de esta tesis.

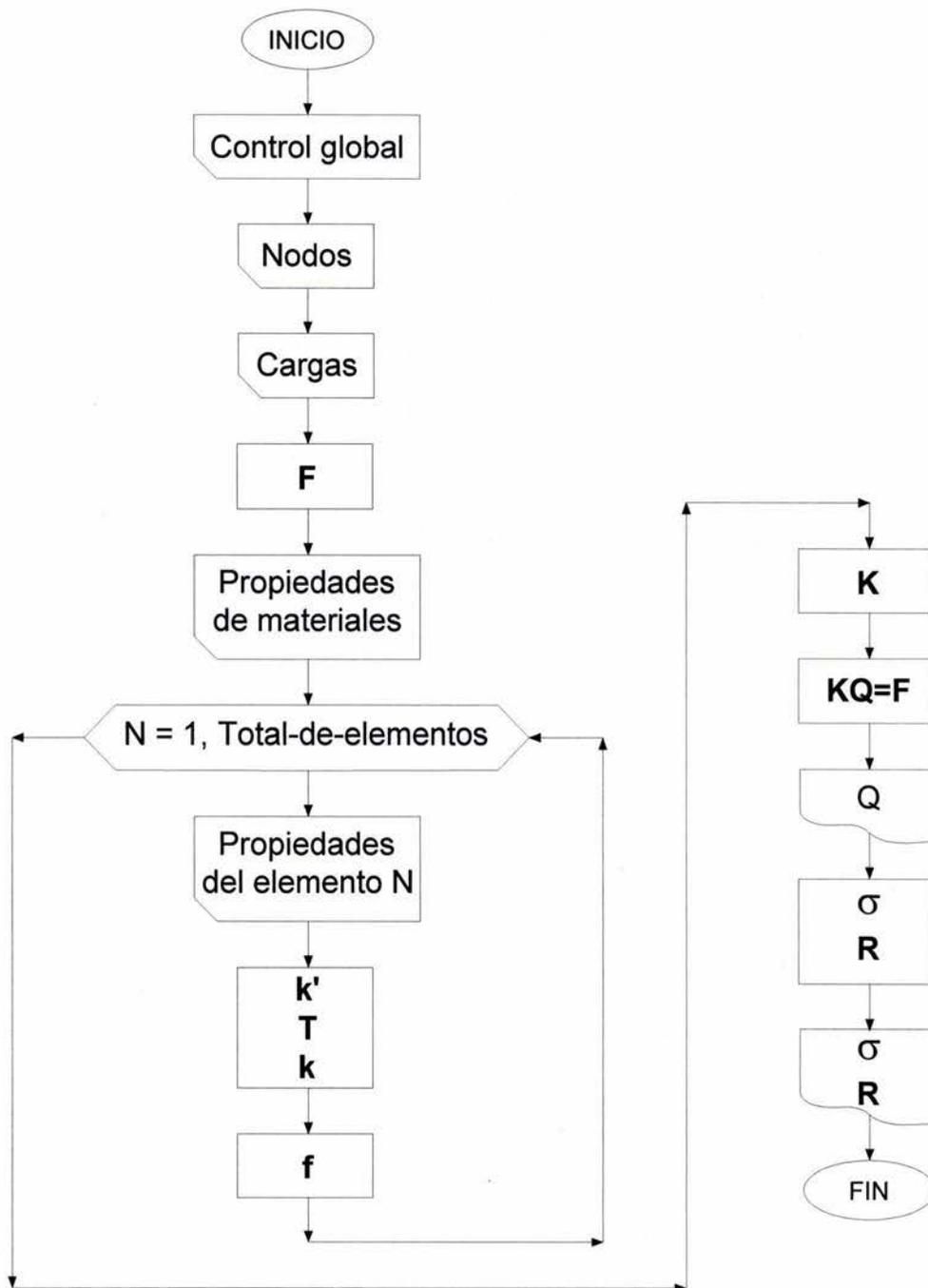


Figura 4.1 Flujo de un programa típico para análisis estructural con el MEF.

4.1.3. Posproceso

La última fase del análisis tiene como objetivo organizar los resultados de manera que se pueda apreciar su magnitud a lo largo del dominio para su estudio.

Particularmente en geotecnia es importante conocer el estado de deformación y de esfuerzos. En obras de tierra como terraplenes y presas o en cimentaciones profundas, al finalizar el análisis se

deseará conocer si existen deformaciones diferenciales importantes o acumulaciones de esfuerzos considerables.

4.2. Programa TEST

Muchas obras de tierra, tales como presas de tierra o de enrocamiento con pantalla de concreto, túneles revestidos, cimentaciones a base pilotes, etc. no se pueden modelar solamente con elementos sólidos, si se desea considerar correctamente el problema de interacción suelo–estructura, ya que los elementos sólidos no consideran giros o flexiones. Por consiguiente es necesario incluir elementos estructurales, tales como viga, placa y cascarón, que pueden soportar flexiones. Por ejemplo, en una presa de tierra con pantalla de concreto, el cuerpo del material térreo se puede modelar con elementos sólidos, mientras que la pantalla de concreto se modela con elementos cascarón. Una cimentación se puede modelar con elementos sólidos para el suelo y elementos placa para la cimentación y los pilotes se pueden modelar con elementos viga.

El programa TEST (Tridimensional ESTático), desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Li; 1990. Li, Romo y Magaña; 1992. Monterroso; 1999. Sarmiento; 2001), es capaz de analizar el problema de interacción suelo–estructura usando elementos sólidos y elementos cascarón, adicionalmente es propósito de esta tesis el adaptar el elemento finito viga tridimensional.

El programa tiene las siguientes características especiales

1. Se puede ejecutar en prácticamente cualquier computadora personal
2. El tipo de análisis es tridimensional estático
3. TEST tiene la opción de modelar el proceso de construcción o de excavación por etapas o la forma de aplicación de cargas secuenciales
4. Tiene capacidad de expansión del conjunto de elementos actual, que consiste de elemento sólido, elemento cascarón y, por medio de este trabajo, elemento viga.
5. Considera el comportamiento lineal y no–lineal de los materiales elastoplástico–perfecto y cam–clay*.
6. El sistema de ecuaciones se resuelve con la solución directa de Gauss empleando conceptos de columna activa y bloques, de tal manera que prácticamente no existe el límite en cuanto al tamaño del problema por analizar.

4.2.1. Formulación variacional del proceso constructivo

La metodología para simular el proceso constructivo basada en el método de elementos finitos fue desarrollada en la década de 1960 (Clough y Woodward, 1967). La idea principal era convertir los esfuerzos distribuidos en cada elemento en fuerzas internas concentradas en los nodos; y después estas fuerzas se aplicaban en la siguiente etapa como solicitaciones externas cuya dirección de aplicación debería ser consistente con el proceso a simular. Si se trataba de construcción las fuerzas nodales se aplicaban en la proporción recién construida; y si se trataba de excavación las cargas se aplicaban con signo opuesto a las calculadas, de tal manera que se formaban nuevas fronteras libres

* Referencias 8 y 18.

de carga. Este método, que se identifica más adelante como *convencional*, ha sido exitoso para el caso de construcción y ha presentado desafortunadamente anomalías numéricas para el de excavación.

Se ha observado que la distribución de esfuerzos y deformaciones calculada con el método convencional depende en gran medida de la secuencia de eventos de excavación, aún para un material elástico lineal. Esto, sin embargo, no debe ocurrir. Según los principios de la mecánica del medio continuo, si el medio es elástico lineal la superposición de esfuerzos y deformaciones siempre es válida. Esto implica que la respuesta final del sistema solamente depende de las condiciones de frontera finales que incluyen tanto geometría como las cargas, y es independiente de la historia de carga y la del cambio de geometría. Este argumento explica la unicidad del problema. El método convencional viola el principio de unicidad, hecho que lleva a algunos autores a intentar resolver tal problema usando métodos laboriosos (Desai y Sargand, 1984). No obstante Ghaboussi y sus colaboradores (1983,1984) propusieron un método general y sencillo para simular tanto excavación como construcción de manera unificada, lo cual ha sido interpretado por Borja y otros (1989) usando un algoritmo variacional que se distingue por su elegancia matemática. En el nuevo método variacional la idea original del método convencional sigue vigente excepto que se ha puesto atención especial sobre el dominio del cálculo de las fuerzas nodales internas. Las fuerzas nodales aplicadas en la etapa actual deben calcularse de acuerdo con la configuración actual del sistema y no con la anterior como lo hace el método convencional. De esta manera se ha demostrado la unicidad del problema no solo para un medio elástico lineal sino también para cierto tipo de materiales elasto—plásticos (Borja y otros, 1989). Este método es el que fue implementado en el TEST (1992), el cual se expone a continuación siguiendo el trabajo de Borja y otros (1989) y de Li, Romo y Magaña (1992).

Refiriéndose a la Figura 4.2, el dominio de análisis en el instante t es $\Omega(t)$ y las ecuaciones del campo y las condiciones de frontera para este instante son:

$$\nabla \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) - \mathbf{f} = 0 \quad \text{sobre } \Omega(t) \quad (4.1)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_g \quad \text{sobre } \Gamma_g(t) \quad (4.2)$$

$$\mathbf{n} \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{h} \quad \text{sobre } \Gamma_h(t) \quad (4.3)$$

donde

∇ → vector de operador de gradiente

\mathbf{u} → vector de desplazamiento

$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ → tensor de esfuerzo de Cauchy*

\mathbf{u}_g → vector de desplazamiento prescrito

\mathbf{h} → vector de tracción prescrita

\mathbf{n} → vector unitario normal a la superficie, dirigido hacia fuera

$\Gamma_q(t)$ → frontera del problema

$\Gamma_h(t)$ → frontera del problema

* Referencia 3.

La Ecuación 4.1 describe un problema de valores de frontera. El residuo correspondiente de la Ecuación 4.1 se obtiene mediante un vector de función de peso \mathbf{w} :

$$\int_{\Omega(t)} \mathbf{w} (\nabla \vec{\sigma}(\mathbf{u}) - \mathbf{f}) d\Omega = 0 \quad (4.4)$$

Integrando la Ecuación 4.4 por partes, resulta que

$$\mathbf{w}_{int}(t) = \mathbf{w}_{ext}(t) \quad (4.5)$$

donde

$$\mathbf{w}_{int}(t) = \int_{\Omega(t)} \nabla \mathbf{w} \sigma(\mathbf{u}) d\Omega \quad (4.6)$$

y

$$\mathbf{w}_{ext}(t) = \int_{\Omega(t)} \mathbf{w} \mathbf{f} d\Omega + \int_{\Gamma(t)} \mathbf{w} \mathbf{h} d\Gamma \quad (4.7)$$

representan trabajo virtual interno y externo respectivamente.

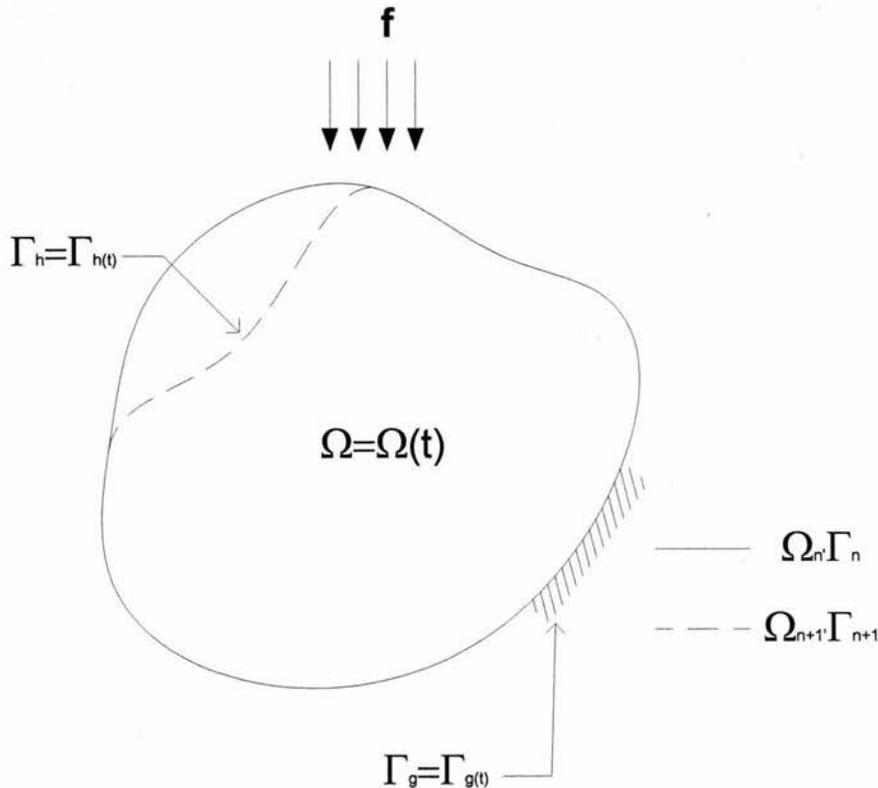


Figura 4.2 Esquema del problema de excavación.

Dentro del marco teórico del método de elementos finitos, la Ecuación 4.5 puede discretizarse para el dominio espacial y temporal resultando en un sistema de ecuaciones algebraicas. Para el instante $t = t_{n+1}$, las formas discretizadas de las Ecuaciones 4.5 a 4.7 son:

$$(\mathbf{f}_{\text{int}})_{n+1} = (\mathbf{f}_{\text{ext}})_{n+1} \quad (4.8)$$

donde:

$$(\mathbf{f}_{\text{int}})_{n+1} = \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_{n+1}) = \int_{\Omega(t)} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_{n+1} d\Omega \quad (4.9)$$

y

$$(\mathbf{f}_{\text{ext}})_{n+1} = \int_{\Omega(t)} \mathbf{N}_{n+1}^T \mathbf{f} d\Omega + \int_{(\Gamma_h)_{n+1}} \mathbf{N}_{n+1}^T \mathbf{h} d\Gamma \quad (4.10)$$

donde:

- $(\mathbf{f}_{\text{int}})_{n+1}$ → vector de fuerza interna
- $(\mathbf{f}_{\text{ext}})_{n+1}$ → vector de fuerza externa
- \mathbf{d}_{n+1} → vector de desplazamiento nodal
- \mathbf{B}_{n+1} → matriz global de transformación deformación—desplazamiento
- \mathbf{N}_{n+1} → matriz global de de funciones de forma
- $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$ → vector de esfuerzos (hay que distinguirlo del tensor $\ddot{\boldsymbol{\sigma}}$)

Nótese que en las Ecuaciones 4.9 y 4.10 todas las cantidades son para el instante t_{n+1} . Esto implica que el factor de tiempo está involucrado en el problema y su solución debe realizarse marchando el tiempo. De un instante t_n al otro t_{n+1} , los desplazamientos nodales sufren un cambio de \mathbf{d}_n a \mathbf{d}_{n+1} y consecuentemente hacen lo mismo los esfuerzos de $\boldsymbol{\sigma}_n$ a $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$. Si el cambio es relativamente pequeño, es posible expresar el vector de esfuerzos en una serie de Taylor de primer orden alrededor de \mathbf{d}_n como:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{C}_{n+1} \mathbf{B}_{n+1} (\mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{d}_n) \quad (4.11)$$

donde:

$$\mathbf{C}_{n+1} = \left[\frac{\delta \boldsymbol{\sigma}}{\delta \boldsymbol{\varepsilon}} \right]_{\mathbf{d}=\mathbf{d}_n} \quad (4.12)$$

es el tensor de segundo orden que depende únicamente de las propiedades del material. Sustituyendo la Ecuación 4.12 en la 4.9 y el resultado en la Ecuación 4.8, se llega finalmente a la siguiente expresión:

$$\mathbf{k}_{n+1} \Delta \mathbf{d}_{n+1} = (\mathbf{f}_{\text{ext}})_{n+1} - \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_n)_{n+1} \quad (4.13)$$

donde:

$$\mathbf{k}_{n+1} = \int_{\Omega(t)} \mathbf{B}_{n+1}^T \mathbf{C}_{n+1} \mathbf{B}_{n+1} d\Omega \quad (4.14)$$

$$\Delta \mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{d}_n \quad (4.15)$$

y

$$\mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_n)_{n+1} = \int_{\Omega(t)} \mathbf{B}_{n+1}^T \boldsymbol{\sigma}_n \, d\Omega \quad (4.16)$$

Un aspecto que merece gran atención se nota claramente en la Ecuación 4.16 donde aparece la fuerza interna $\mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_n)_{n+1}$. Dicha fuerza interna se calcula con los esfuerzos en la etapa anterior $\boldsymbol{\sigma}_n$ pero con la geometría del dominio actual Ω_{n+1} . Esto marca la diferencia fundamental del presente método con el convencional en cuanto al cálculo de las fuerzas nodales con el fin de simular el proceso de excavación. Nótese también que las discusiones expuestas arriba no hacen la distinción entre un elemento o un sistema completo que puede abarcar un gran número de elementos, esto es, las formulaciones son igualmente válidas para uno o varios elementos.

Por otro lado, la formulación anterior supone que la solución del problema se puede lograr resolviendo la Ecuación 4.13 sin efectuar ninguna iteración. Sin embargo, esto no es posible si el problema es fuertemente no—lineal debido tanto al comportamiento del material como al cambio geométrico del dominio del problema. Por lo tanto, la formulación anterior debe adaptarse aun algoritmo con iteraciones. Para ello las ecuaciones 4.11—4.16 deben describirse ahora para cierta etapa de iteración k en el instante t_{n+1} obteniéndose así la ecuación final por resolver como:

$$\mathbf{k}_{n+1}^{k+1} \Delta \mathbf{d}_{n+1}^{k+1} = (\mathbf{f}_{\text{ext}})_{n+1} - \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_n)_{n+1} \quad (4.17)$$

donde:

$$\mathbf{k}_{n+1}^k = \int_{\Omega(t)} \mathbf{B}_{n+1}^T \mathbf{C}_{n+1}^{k+1} \mathbf{B}_{n+1} \, d\Omega \quad (4.18)$$

$$\mathbf{C}_{n+1}^{k+1} = \left[\frac{\delta \boldsymbol{\sigma}}{\delta \boldsymbol{\varepsilon}} \right]^k \Bigg|_{\mathbf{d}=\mathbf{d}_n^k} \quad (4.19)$$

$$\Delta \mathbf{d}_{n+1}^{k+1} = \mathbf{d}_{n+1}^{k+1} - \mathbf{d}_{n+1}^k \quad (4.20)$$

$$\mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_{n+1}^k) = \int_{\Omega(t)} \mathbf{B}_{n+1}^T \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^k \, d\Omega \quad (4.21)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{k+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^k + \mathbf{C}_{n+1}^{k+1} \mathbf{B}_{n+1} (\mathbf{d}_{n+1}^{k+1} - \mathbf{d}_{n+1}^k) \quad (4.22)$$

La solución del problema converge cuando $\|\Delta \mathbf{d}_{n+1}^{k+1} / \mathbf{d}_{n+1}^0\|$ tiende a cero.* Otro criterio de convergencia es evaluar

$$\mathbf{r}_{n+1}^{k+1} = \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_{n+1}^{k+1}) - \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_{n+1}^k) \quad (4.23)$$

con el criterio de que $\|\mathbf{r}_{n+1}^{k+1} / \mathbf{r}_{n+1}^0\|$ tiende a cero.

* $\|\ \|$ significa la norma

Debe notarse que el proceso iterativo que acaba de describirse no depende del tipo de no—linealidades del problema. Por tanto, su implementación nos permite resolver una gran variedad de problemas geotécnicos donde intervienen simultáneamente diferentes tipos de no—linealidades: geométricas y de los materiales. En la Tabla 4.1 y Figura 4.3 se resume el proceso de la simulación de la construcción y excavación.

Tabla 4.1 Proceso de simulación de construcción para la etapa $n+1$.

Datos de entrada:	
1.	Estado de esfuerzo al final de la etapa anterior σ_{n+1}^0
2.	Dominio de análisis Ω_{n+1}
3.	Propiedades de C_{n+1}
Cálculos:	
1.	Calcular $(\mathbf{f}_{ext})_{n+1}$ con Ecuación 4.10
2.	Para cada iteración $k+1$.
a.	Calcular $\mathbf{f}_{int}(\mathbf{d}_{n+1}^k)$ con Ecuación 4.10
b.	Evaluar \mathbf{r}_{n+1}^{k+1} con Ecuación 4.23
c.	Si $\ \mathbf{r}_{n+1}^{k+1}/\mathbf{r}_{n+1}^0\ < \varepsilon$, se va al punto 2
d.	Calcular \mathbf{k}_{n+1}^k con Ecuación 2.15
e.	Resolver Ecuación 2.17
f.	Calcular esfuerzos e ir a punto 2
Datos de salida	
4.	Estado de esfuerzos al final de la etapa $n+1$.
5.	Propiedades de C_{n+2}

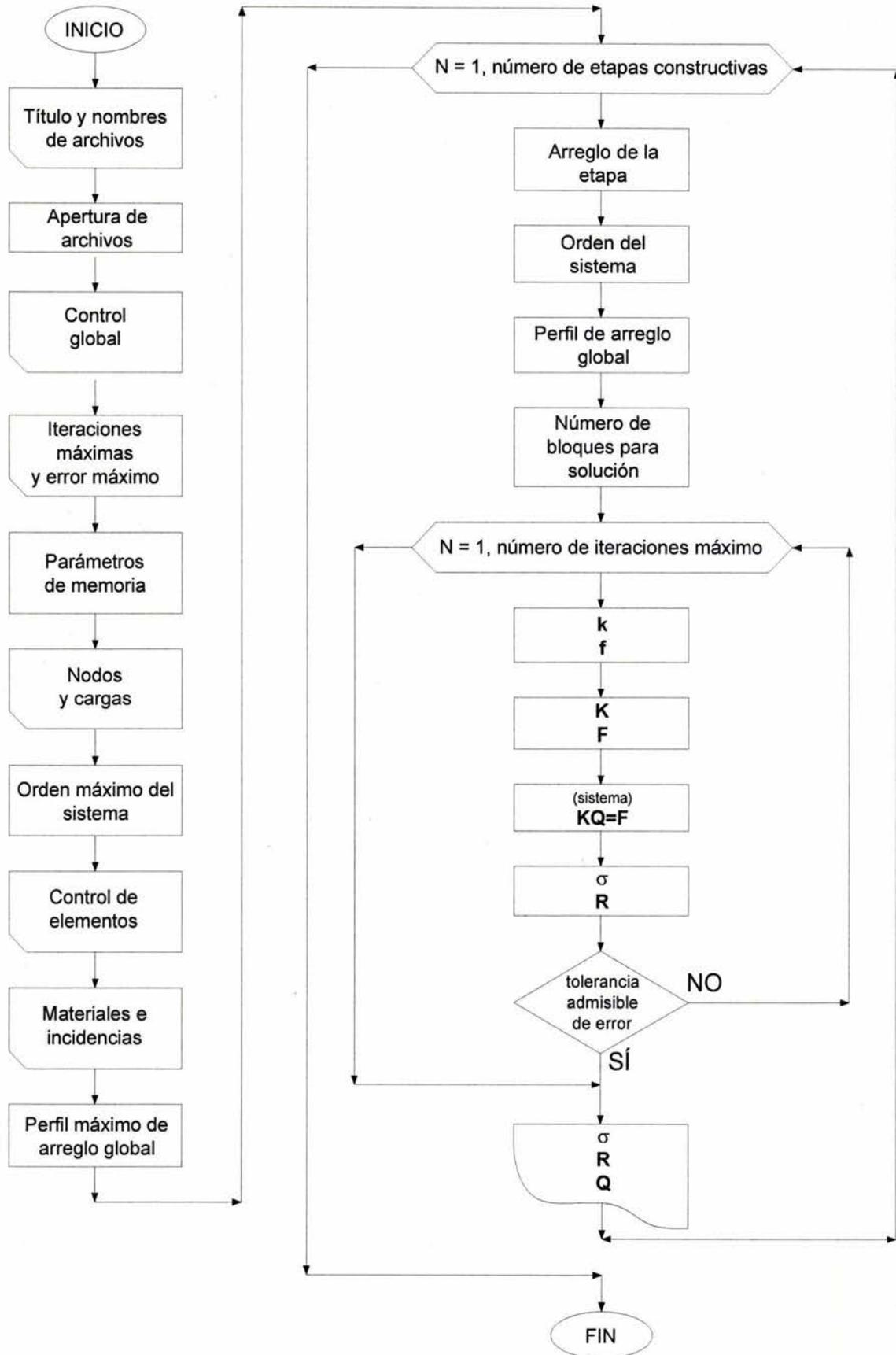


Figura 4.3 Diagrama simplificado del flujo de TEST.

4.2.2. Planteamiento de los elementos

A continuación se presenta de manera simplificada el planteamiento del elemento *sólido*^{*} y del elemento *cascarón*[†], ambos empleados por el programa TEST, el elemento *viga* se desarrolló con más detalle en el capítulo anterior.

4.2.2.1. Elemento sólido

4.2.2.1.1. Matriz de rigidez

La matriz de rigidez de un elemento sólido isoparamétrico tridimensional (Figura 4.4) con ocho nodos está dada por:

$$\mathbf{k}' = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (4.24)$$

donde el desplazamiento y la fuerza en el nodo i se definen como:

$$\mathbf{q}_i = [u_i \quad v_i \quad w_i]^T \quad (4.25)$$

$$\mathbf{f}_i = [U_i \quad V_i \quad W_i]^T \quad (4.26)$$

respectivamente, de tal manera que:

$$\mathbf{kq} = \mathbf{f} \quad (4.27)$$

la matriz \mathbf{B} se calcula como:

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta z} \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} & \frac{\delta N_i}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta z} & \frac{\delta N_i}{\delta y} \\ \frac{\delta N_i}{\delta z} & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

y N_i es la función de interpolación. La matriz \mathbf{D} tiene la siguiente forma:

* Referencias 19, 29 y 30.

† Referencia 17 y 24.

$$\mathbf{D} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

siendo

$E \rightarrow$ módulo de Young

$\nu \rightarrow$ relación de Poisson

4.2.2.1.2. Esfuerzo

El vector de esfuerzos se define como:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_x \quad \tau_y \quad \tau_z] \quad (4.30)$$

la fórmula para calcularlo es:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{DBq}' \quad (4.31)$$

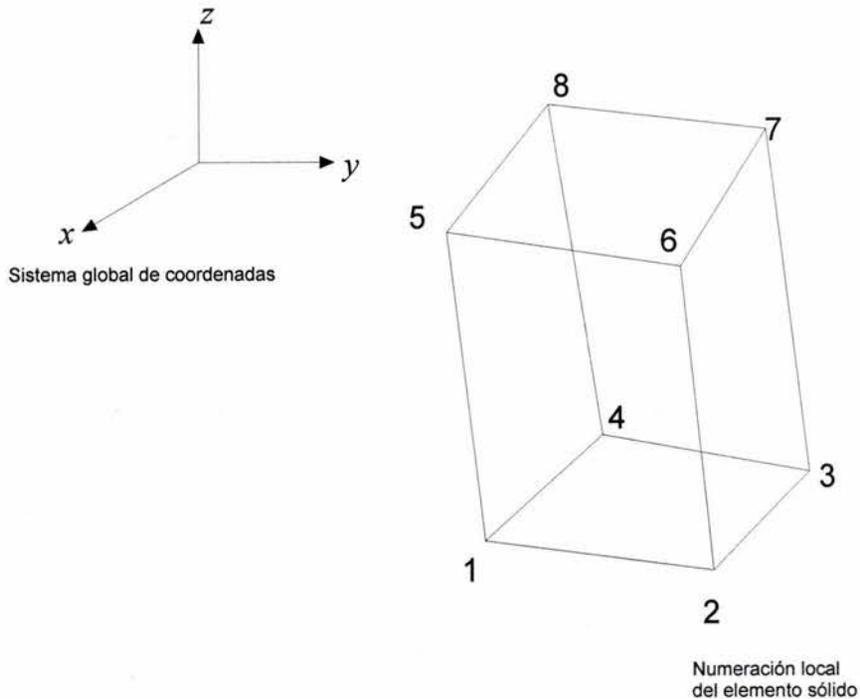


Figura 4.4 Elemento sólido.

4.2.2.2. Elemento cascarón

El elemento cascarón empleado en el programa TEST es un elemento bilineal de cuatro nodos (Figura 4.5) propuesto por Kanon-Nunkulchai*. Las hipótesis básicas de su comportamiento son:

1. Una sección plana normal a la superficie media del cascarón permanecerá plana después de la deformación. De lo cual, la formulación incluye deformación por corte transversal y no se asume la hipótesis de Kirchoff-Love.
2. Los esfuerzos en la dirección normal z , son despreciables. Esta condición induce un estado de esfuerzo plano en planos paralelos a la superficie media del elemento.

4.2.2.2.1. Matriz de rigidez

Es conveniente dividir la matriz de rigidez elemental \mathbf{k} en dos partes, una que considere efectos por flexión y membrana \mathbf{k}_m y otra que tome en cuenta efectos por corte transversal \mathbf{k}_s , lo que permite utilizar un esquema de integración numérico apropiado para cada aportación; con lo anterior la matriz de rigidez será de la forma:

$$\mathbf{k} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (\mathbf{k}_{m_{ij}} + \mathbf{k}_{s_{ij}}) \quad (4.32)$$

La matriz de rigidez elemental por efectos de flexión y membrana se define como:

$$\mathbf{k}_{m_{ij}} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} 2\mathbf{B}_{1mi}^T \mathbf{C}_m \mathbf{B}_{1mj} & 0 \\ \mathbf{0} & \frac{2}{3} \mathbf{B}_{3mi}^T \mathbf{C}_m \mathbf{B}_{3mj} \end{bmatrix} |J_{r,s,o}| dr ds \quad (4.33)$$

Mientras que la matriz de rigidez elemental por efectos de corte transversal se define como:

$$\mathbf{k}_{s_{ij}} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} 2\mathbf{B}_{1si}^T \mathbf{C}_s \mathbf{B}_{1sj} & 2\mathbf{B}_{1si}^T \mathbf{C}_s \mathbf{B}_{2sj} \\ 2\mathbf{B}_{2si}^T \mathbf{C}_s \mathbf{B}_{1sj} & 2\mathbf{B}_{2si}^T \mathbf{C}_s \mathbf{B}_{2sj} + \frac{2}{3} \mathbf{B}_{3si}^T \mathbf{C}_s \mathbf{B}_{3sj} \end{bmatrix} |J_{r,s,o}| dr ds \quad (4.34)$$

La matriz \mathbf{C} que relaciona esfuerzo—desplazamiento se divide en dos:

$$\mathbf{C}_m = \frac{E}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\mathbf{C}_s = \frac{E \frac{\nu}{(1-\nu)}}{2(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

La matriz deformación—desplazamiento \mathbf{B} está dividida convenientemente en varias matrices, como se aprecia en las ecuaciones 4.33 y 4.34, las expresiones que definen estas matrices se pueden encontrar en la obra de Krishnamoorthy.†

* Referencia 28.

† Referencia 17.

4.2.2.2. Esfuerzo y elementos mecánicos

Las expresiones para obtener el vector de elementos mecánicos \mathbf{f} y el vector de esfuerzos σ , a partir del vector de desplazamientos \mathbf{q} , son respectivamente:

$$\sigma = \mathbf{CBq} \quad (4.37)$$

$$\mathbf{f} = \int_V \mathbf{B}^T \sigma dV \quad (4.38)$$

Como se ha expuesto las matrices \mathbf{C} y \mathbf{B} están divididas, lo que dificulta la solución de las expresiones 4.37 y 4.38, sin embargo esto se logra separando las componentes de cada nodo en sus grados de libertad.

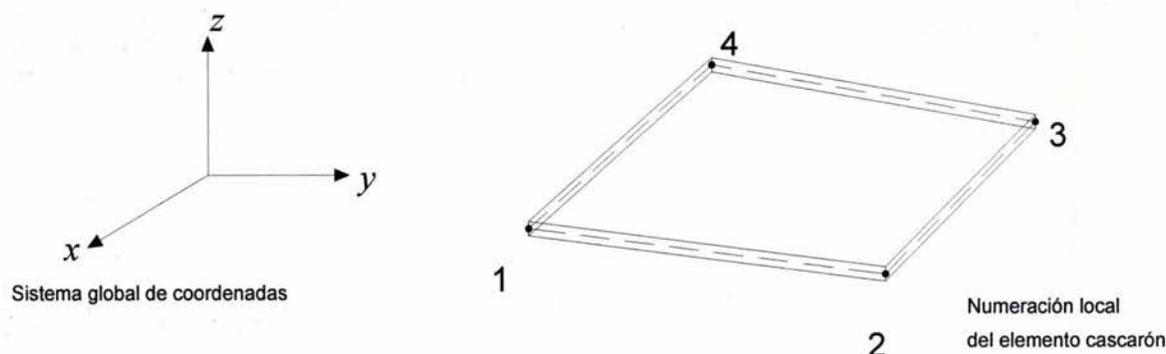


Figura 4.5 Elemento cascarón.

4.3. Programa GiD

Los programas de cómputo que realizan el proceso de solución requieren uno o varios archivos de datos que contienen la información del problema. Estos archivos contienen la información de los nodos, como coordenadas y desplazamientos preescritos; información de las cargas, como magnitud y sentido; información de los elementos, como incidencias y tipo de material; además de información general del problema, como número de nodos, cargas, tipos de elemento, etc.

Al finalizar el proceso los programas crean archivos de resultados, los resultados se deben organizar de manera que su estudio sea posible, esto se logra principalmente con gráficas y algunas veces con tablas.

En el CIMNE (Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería) se desarrolló el programa GiD (Geometría y Datos), diseñado como herramienta para los análisis con el método de elementos finitos, para el preproceso y el posproceso. Eugenio Oñate, director del CIMNE presentó el programa GiD en el Vol.1 de la revista *GiD Times* con los siguientes párrafos:*

* Traducción de la referencia 21.

"La preparación de datos para análisis y visualización de resultados es uno de los *cuernos de botella* en la práctica y uso de métodos numéricos, son problemas comunes para los métodos de elemento finito, volumen finito, diferencias finitas, elemento de frontera, entre otras técnicas numéricas.

El acceso a computadoras poderosas y recientes avances de investigación en métodos numéricos brindan un amplio rango de alcance para la simulación de problemas reales. Como resultado está haciéndose usual la solución de geometrías muy complejas, tales como los análisis estructurales de autos o aeroplanos completos, el estudio del flujo de aire dentro de un sofisticado dominio tridimensional, el modelado del proceso de moldeado de una pieza mecánica.

Todos estos problemas comparten aspectos como una compleja geometría, la generación de grandes mallas, la definición de condiciones de frontera, y otros datos para análisis y la visualización de resultados.

GiD fue concebido para facilitar la vida a los ingenieros en la solución de los problemas expuestos, considerando el *estado-del-arte*, facilitando el pre y posproceso en un entorno amigable, adaptable y personal. GiD también permite a los estudiantes entrar al mundo del análisis de ingeniería usando PCs. Todos pueden ligar fácilmente sus códigos numéricos en el nuevo pre y postprocesador. La portabilidad de GiD en sistemas Windows, Linux y Unix es otro concepto clave de su gran extensión de uso. Recientes experiencias han demostrado que todas estas características hacen a GiD una herramienta en pre y posproceso para estudiantes universitarios y también para ingenieros trabajando en industrias."

4.3.1. Preproceso con GiD

En base a una descripción geométrica, que puede ser creada con un CAD* integrado, GiD genera mallas de elementos finitos, examina los parámetros y datos del problema y escribe los archivos requeridos por el programa de cómputo que realiza el proceso.

4.3.1.1. Opciones de generación de mallas

Antes de la generación de mallas se crean entidades geométricas, estas entidades son *puntos, líneas, superficies y volúmenes*; que representan el continuo a discretizar. La generación de mallas se puede realizar de numerosas opciones, éstas pueden ser del tipo:

- ✦ *Estructuradas*: se definen con relativa facilidad por el analista, se pueden realizar tanto mallas bidimensionales de cuadriláteros y triángulos como mallas tridimensionales de tetraedros o hexaedros.
- ✦ *No estructuradas*: las mallas se generan automáticamente basándose en criterios de espaciamiento definidos por el analista, éstas incluyen, mallas bidimensionales de cuadriláteros y triángulos además de mallas tridimensionales de tetraedro.

4.3.1.2. Propiedades, condiciones de frontera y sistema de cargas

La generación de mallas se puede llevar a cabo después de que todos los atributos y datos han sido asignados a las entidades geométricas, aunque también estos atributos pueden ser asignados a los elementos de la malla. Los atributos a asignar a las entidades o a los elementos pueden ser condiciones de frontera, propiedades mecánicas o propiedades geométricas.

* Acrónimo para *Computer Aided Design* (Diseño con ayuda de computadora).

El sistema de cargas a que se someterá una estructura puede definirse en los nodos de la malla o en las entidades geométricas (pueden ser líneas o puntos).

Además de las propiedades de los elementos se requiere de datos específicos, dependiendo de cada programa, éstos pueden ser calculados internamente dentro de GiD como el número de cargas, de nodos, de elementos, etc. También existen datos que requieren ser introducidos manualmente por el analista como nombre de análisis, parámetros de memoria a emplear, tolerancia a errores de iteración, etc.; para esto es posible definir cuadros de diálogo que permiten introducir los datos fácilmente.

4.3.2. Proceso desde GiD

Aunque GiD es una herramienta de pre y posproceso, desde él se puede ejecutar un *archivo por lotes* que contiene las instrucciones requeridas para que el programa que hace el proceso de análisis sea ejecutado.

4.3.3. Posproceso con GiD

Después que el proceso es realizado, GiD lee archivos de resultados y los transforma en gráficos de isovalores, deformadas, mapas vectoriales. Puede realizar secuencias animadas para análisis dinámicos, mapas de contorno, y otras variaciones a estos gráficos.

En las Figuras 4.6 a 4.8 se muestran algunos análisis de problemas resueltos con GiD.

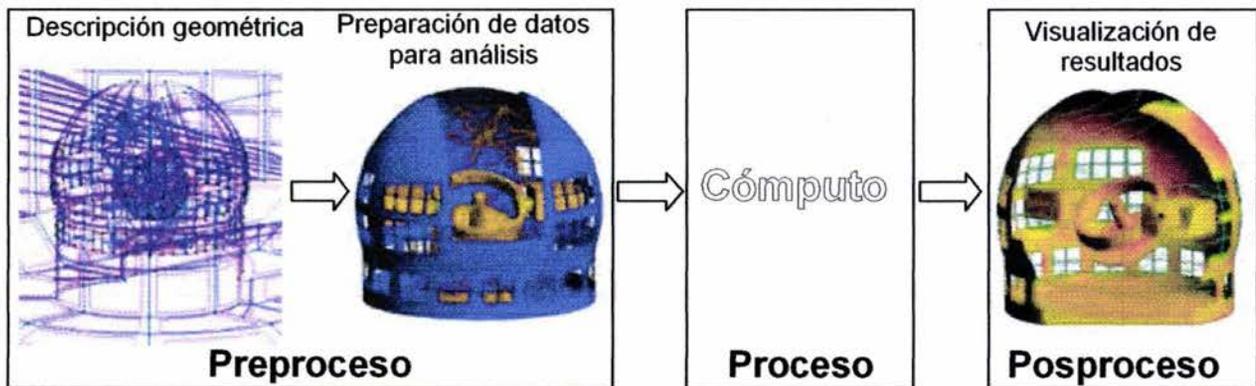


Figura 4.6 Análisis aerodinámico del nuevo telescopio en Isla La Palma, Islas Canarias, España.

* Analizado por GRANTECAN y expuesto en sitio de internet de GiD.

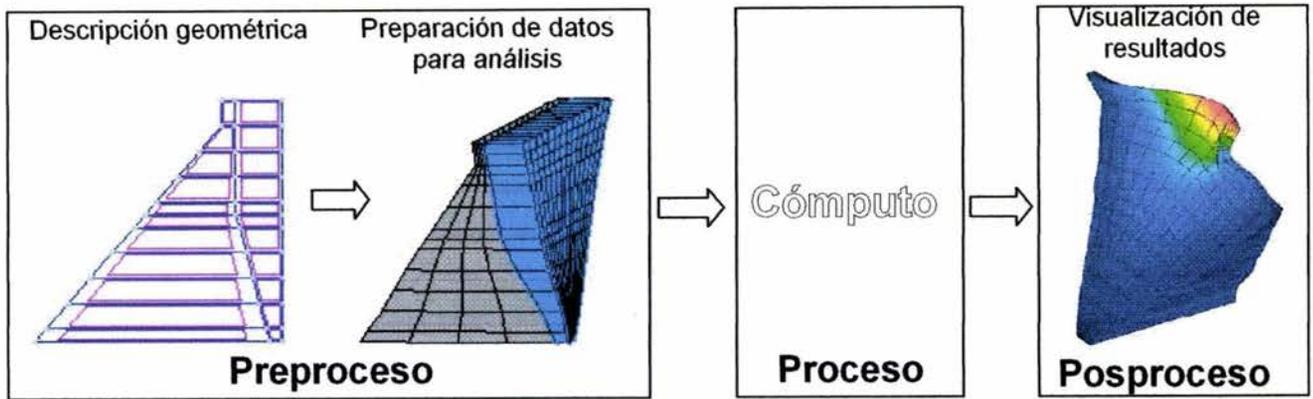


Figura 4.7 Análisis hidrodinámico de la Presa Trigomil, Jalisco, México.*

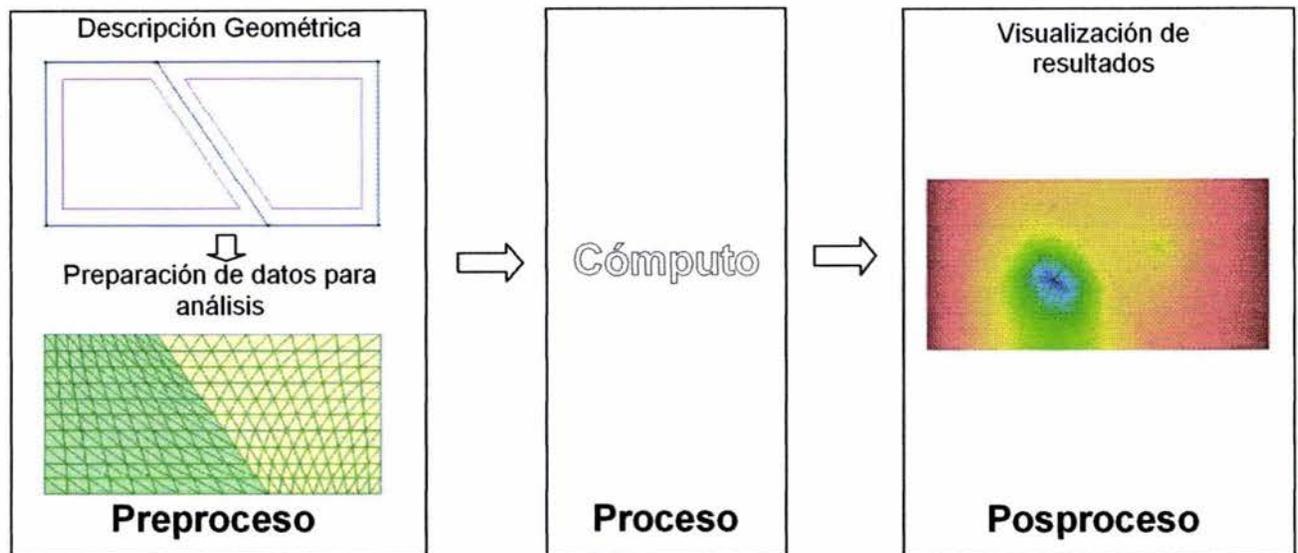


Figura 4.8 Análisis del flujo subterráneo en un acuífero.†

4.4. Interfaz TEST-GiD

El programa TEST requiere un archivo de datos[‡] que contiene la información geométrica, mecánica y variacional del problema. Después de la ejecución, al realizar el proceso, escribe en varios archivos los resultados, tales como: desplazamientos, esfuerzos en los elementos sólidos y elementos mecánicos en los elementos viga y cascarón; los resultados se escriben en cada una de las etapas constructivas procesadas.

GiD es capaz de generar archivos de datos con formato definido por el analista. Para definir este formato es necesario crear una interfaz que consiste en una serie de archivos ejecutables. Además GiD recoge los resultados calculados por TEST para que el analista pueda visualizar los resultados por medio de herramientas gráficas.

* Referencia 14.

† Analizado considerando flujo irrotacional.

‡ Se presenta en el apéndice A un manual del programa TEST y tres archivos de datos en el apéndice E.

En el desarrollo de este trabajo se realizó la interfaz requerida para que trabajen conjuntamente los programas TEST y GiD (Fig. 4.9), esta interfaz se usó para el análisis de los ejemplos expuestos en el capítulo siguiente.*

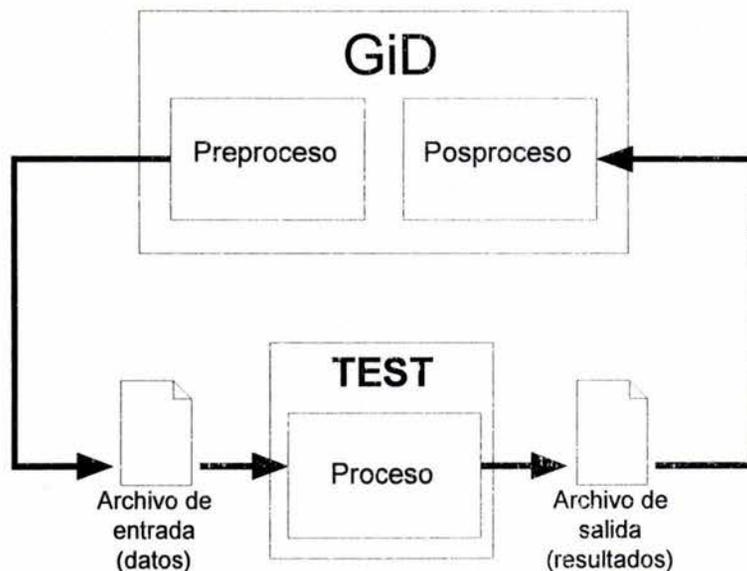


Figura 4.9 Esquema de interfaz entre GiD y TEST.

* Se presenta en el apéndice B un manual de esta interfaz.

Capítulo 5. Aplicación

Con el propósito de exponer las fases de análisis empleando el método de los elementos finitos en este capítulo se resolverán tres problemas. El proceso de análisis emplea el programa TEST con el establecimiento del elemento finito viga tridimensional y en el preproceso y posproceso, el programa GiD.*

Los dos primeros problemas no tienen carácter geotécnico ni relación con cimentaciones profundas, éstos se incluyen con un propósito demostrativo. En el primer problema se trata una viga en cantiliver, la cual tiene una solución cerrada dada por la mecánica de materiales. Como segundo ejemplo se tiene un marco espacial. Los resultados obtenidos por el programa TEST se verifican de la siguiente manera: en el caso de la viga en cantiliver con la solución dada por la mecánica de materiales y en el caso del marco rígido espacial con los resultados obtenidos por un programa reconocido.

En el tercer problema se mostrará cómo el elemento viga puede emplearse para modelar una cimentación basada en un sistema de pilotes.

5.1. Viga en cantiliver

Se tiene una viga empotrada en un extremo, sobre la que actúan dos cargas puntuales. Con el programa TEST se obtendrán los valores de desplazamiento y los elementos mecánicos en los extremos de los elementos finitos, con estos resultados se grafica la deformada y los diagramas de elementos mecánicos.

Para verificar los resultados obtenidos, éstos se comparan con los dados por la mecánica de materiales.

5.1.1. Planteamiento del problema

Se tiene una viga de longitud L empotrada en un extremo a la que se le aplican dos cargas puntuales de magnitud $\frac{1}{2}$ ubicadas a una distancia $\frac{1}{3}$ y a $\frac{2}{3}$ del empotramiento como se muestra en la Figura 5.1. Las propiedades geométricas de la sección transversal y las propiedades mecánicas de material se consideran unitarias.

*Si el lector está interesado en seguir con más detalle los ejemplos expuestos puede acudir al Apéndice D en el que se presentan los archivos de datos y resultados del programa TEST.

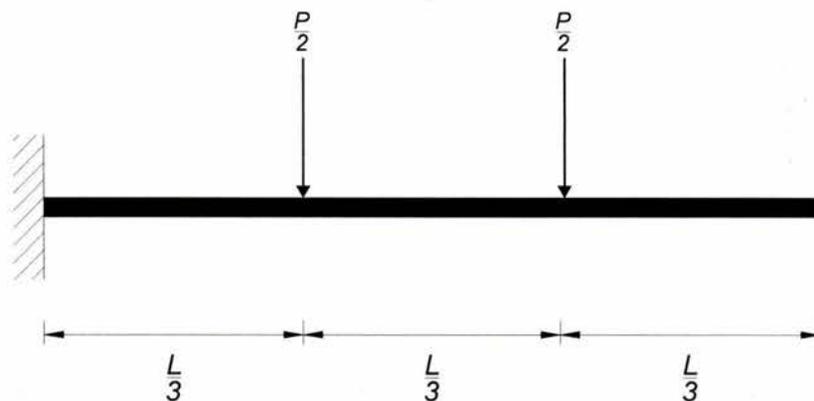


Figura 5.1 Viga en cantiliver con dos cargas puntuales de magnitud $P/2$.

5.1.2. Solución con el método de elemento finito

A continuación se analizará la viga en cantiliver expuesta anteriormente. Por la simpleza del problema se puede exponer detalladamente el preproceso en el que se discretiza la viga y se pueden entender con facilidad las gráficas obtenidas en el posproceso.

5.1.2.1. Preproceso

Se explicó en el capítulo tres que el elemento viga tridimensional requiere de tres puntos para definir el sistema coordenado local, los nodos i y j son los extremos del elemento, y el nodo k es un nodo que no debe estar a lo largo de la línea que pasa por los nodos i y j , debido a lo anterior, para definir el nodo k en los elementos se requiere crear un nodo auxiliar que debe estar alineado al eje y' de los elementos que forman la viga. Considerando esto se puede proceder con el preproceso del análisis.

Se debe ubicar la viga tratada en un sistema coordenado global. En este análisis se coloca el origen del sistema en el extremo empotrado, el eje x coincide con el eje centroidal de la viga, el eje y es paralelo a las cargas puntuales y el eje z queda definido al considerar que se usa un sistema coordenado derecho, ver la Figura 5.2.

5.1.2.1.1. Condiciones de frontera

En el nodo que corresponderá al extremo empotrado de la viga en cantiliver se consideran desplazamientos lineales y angulares nulos.

5.1.2.1.2. Discretización del problema

La malla de elementos finitos se construyó con once elementos, ésta se puede ver en la Figura 5.2. El nodo 11 es el nodo de referencia k de los elementos que simulan la viga, el elemento con incidencias en los nodos 11 y 10 es necesario debido al planteamiento numérico del programa TEST y no interfiere en los resultados de los demás elementos.

En las Tablas 5.1 y 5.2 se muestran las coordenadas nodales y las incidencias de los elementos.

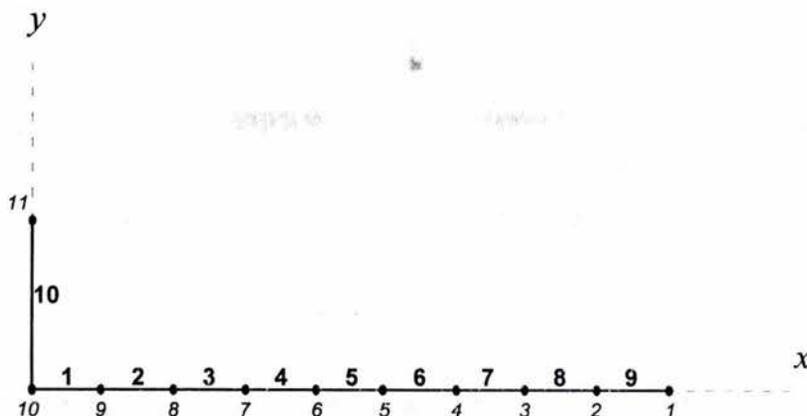


Figura 5.2 Malla de elementos finitos.

Tabla 5.1 Coordenadas nodales y grados de libertad.

Nodo	Coordenadas [m]			Desplazamiento lineal restringido			Desplazamiento angular restringido		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	1.000	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
2	0.889	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
3	0.778	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
4	0.667	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
5	0.556	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
6	0.444	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
7	0.333	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
8	0.222	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
9	0.111	0.000	0.000	no	no	no	no	no	no
10	0.000	0.000	0.000	si	si	si	si	si	si
11	0.000	0.200	0.000	si	si	si	si	si	si

Tabla 5.2 Incidencias de los elementos.

Elemento	Incidencias		
	i	j	k
1	10	9	11
2	9	8	11
3	8	7	11
4	7	6	11
5	6	5	11
6	5	4	11
7	4	3	11
8	3	2	11
9	2	1	11
10	10	11	1

5.1.2.1.3. Sistema de cargas

Ambas cargas actuantes tienen sólo una componente vertical paralela a y con una magnitud de 0.5 unidades, ver la Tabla 5.3.

Tabla 5.3 Ubicación, dirección y magnitud de las cargas.

Carga [#]	Nodo [#]	Paralela a eje	Magnitud
1	4	y	-0.50
2	7	y	-0.50

5.1.2.2. Posproceso

A continuación se presentan tablas y gráficas con los resultados obtenidos.

5.1.2.2.1. Deformaciones

Los desplazamientos en cada uno de los nodos se muestran en la Tabla 5.4.

Se observa en la Tabla 5.4 y en la Figura 5.3 que la deformación máxima es de -0.11114 unidades y que en los nodos en que se aplican las cargas ésta es de 0.0215618 y 0.064871.

Tabla 5.4 Deformaciones en los nodos de la viga.

Nodo	Desplazamiento lineal			Desplazamiento angular		
	x	y	z	x	y	z
1	0.00000E+00	-1.11140E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.38944E-01
2	0.00000E+00	-9.57167E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.38945E-01
3	0.00000E+00	-8.02939E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.38945E-01
4	0.00000E+00	-6.48709E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.38945E-01
5	0.00000E+00	-4.95619E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.35866E-01
6	0.00000E+00	-3.48102E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.26513E-01
7	0.00000E+00	-2.15681E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.11056E-01
8	0.00000E+00	-1.04976E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.63586E-02
9	0.00000E+00	-2.85233E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.93398E-02
10	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
11	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

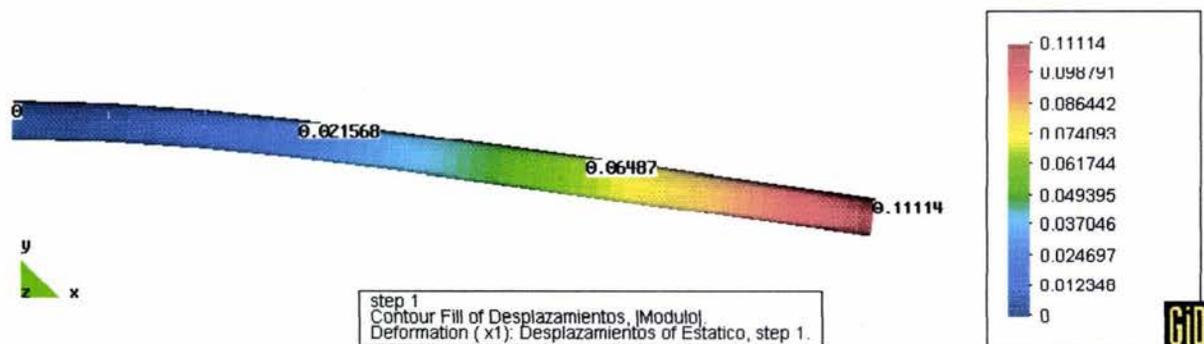


Figura 5.3 Deformada de la viga en cantiliver analizada.

5.1.2.2.2. Elementos mecánicos

Los elementos mecánicos obtenidos en los extremos de los elementos viga se muestran en la Tabla 5.5.

Al graficar los resultados anteriores se obtienen los diagramas de elementos mecánicos (Figura 5.4).

Tabla 5.5 Elementos mecánicos en los extremos de los elementos finitos.

Elemento	Nodo	Fx	Fy	Fz	Mx	My	Mz
1	i	0.000E+00	-9.993E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	4.994E-01
	j	0.000E+00	-9.993E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-3.885E-01
2	i	0.000E+00	-9.993E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	3.885E-01
	j	0.000E+00	-9.993E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-2.775E-01
3	i	0.000E+00	-9.993E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	2.775E-01
	j	0.000E+00	-9.993E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-1.666E-01
4	i	0.000E+00	-4.991E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	1.666E-01
	j	0.000E+00	-4.991E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-1.112E-01
5	i	0.000E+00	-4.992E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	1.112E-01
	j	0.000E+00	-4.992E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-5.528E-02
6	i	0.000E+00	-4.994E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	5.528E-02
	j	0.000E+00	-4.994E-01	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	1.216E-04
7	i	0.000E+00	-2.570E-05	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-1.185E-04
	j	0.000E+00	-2.570E-05	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	4.190E-05
8	i	0.000E+00	3.705E-04	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-4.395E-05
	j	0.000E+00	3.705E-04	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	8.012E-07
9	i	0.000E+00	6.652E-04	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-2.579E-06
	j	0.000E+00	6.652E-04	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	1.519E-06
10	i	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	j	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

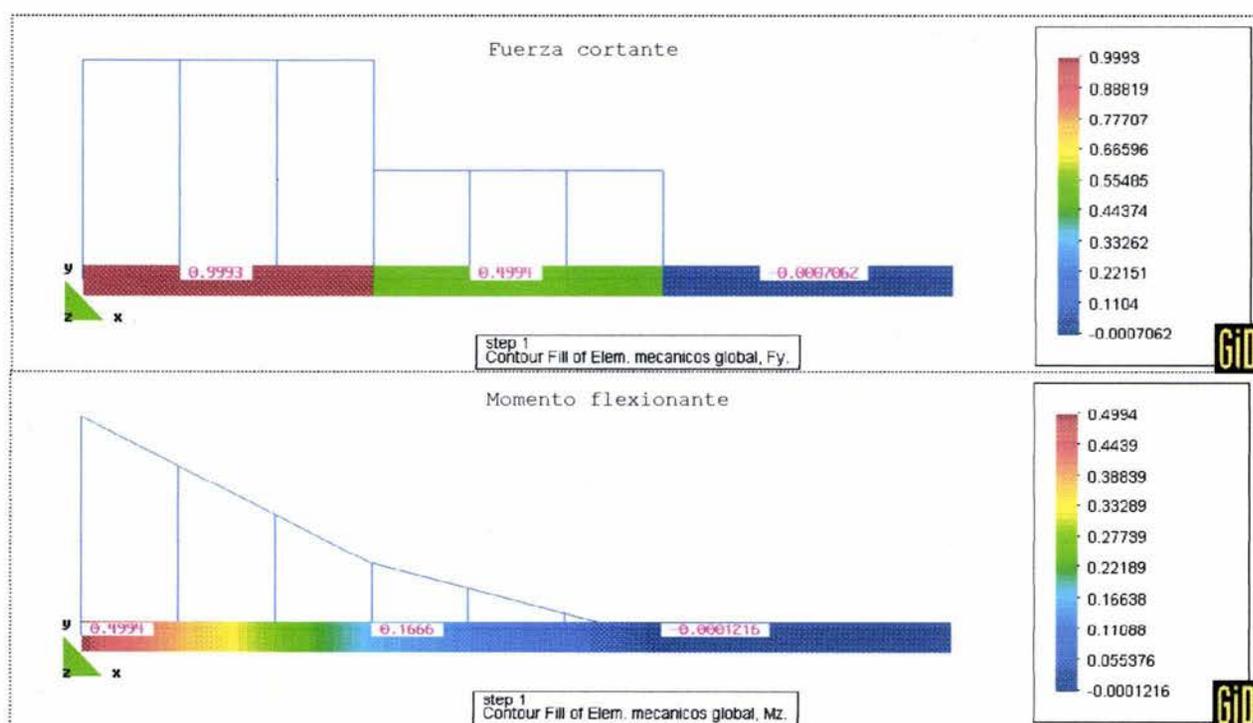


Figura 5.4 Elementos mecánicos.

Se observa en la Figura 5.4 que el cortante es constante en los intervalos $(0 \leq x \leq \frac{L}{3})$, $(\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{2L}{3})$ y $(\frac{2L}{3} \leq x \leq L)$ con magnitudes 0.9993, 0.4994 y -0.0007062 respectivamente. Además que el momento varía linealmente de 0.4994 a 0.1666 en el intervalo $(0 \leq x \leq \frac{L}{3})$, de 0.1666 a -0.0001216 en $(\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{2L}{3})$ y es 0.0001216 en $(\frac{2L}{3} \leq x \leq L)$.

5.1.3. Solución analítica

La solución analítica se obtiene por medio de la mecánica de materiales, las ecuaciones que definen los elementos mecánicos se presentan a continuación y más adelante las ecuaciones que definen las deformaciones.

5.1.3.1. Elementos mecánicos

La solución exacta de los elementos mecánicos es para el intervalo $(0 \leq x \leq L/3)$:

$$V = P \quad (5.1)$$

$$M = Px - \frac{PL}{2} \quad (5.2)$$

para el intervalo $(L/3 \leq x \leq 2L/3)$ sea también:

$$V = \frac{P}{2} \quad (5.3)$$

$$M = P\left(\frac{x}{2} - \frac{L}{3}\right) \quad (5.4)$$

y para el intervalo $(2L/3 \leq x \leq L)$:

$$V = 0 \quad (5.5)$$

$$M = 0 \quad (5.6)$$

De lo anterior se advierte que:

- En el intervalo $(0 \leq x \leq L/3)$
 V es constante con un valor de P
 M varía linealmente de $PL/2$ a $PL/6$
- En el intervalo $(L/3 \leq x \leq 2L/3)$
 V es constante con un valor de $P/2$
 M varía linealmente de $PL/6$ a 0
- En el intervalo $(2L/3 \leq x \leq L)$
 V es nulo
 M es nulo

5.1.3.2. Deformaciones

A partir de las ecuaciones de momento es posible definir la flecha (v) y el giro (θ) a lo largo de la viga con el método de la doble integración $(d^2v/dx = M/EI)$.

La solución dada por la mecánica de materiales para el intervalo $(0 \leq x \leq \frac{1}{3})$ es:

$$\theta = \frac{P}{2}x^2 - \frac{PL}{2}x \tag{5.7}$$

$$v = \frac{P}{6}x^3 - \frac{PL}{4}x^2 \tag{5.8}$$

para el intervalo $(\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3})$ sea también:

$$\theta = \frac{P}{4}x^2 - \frac{PL}{3}x - \frac{PL^2}{36} \tag{5.9}$$

$$v = \frac{P}{12}x^3 - \frac{PL}{6}x^2 - \frac{PL^2}{36}x + \frac{PL^3}{324} \tag{5.10}$$

y para el intervalo $(\frac{2}{3} \leq x \leq L)$:

$$\theta = -\frac{5PL^2}{36} \tag{5.11}$$

$$v = -\frac{5PL^2}{36}x + \frac{PL^3}{36} \tag{5.12}$$

5.1.4. Comparación entre solución con el MEF y la solución analítica

Los desplazamientos a lo largo de la viga obtenidos con ambas soluciones se presentan en la Tabla 5.6. Se puede apreciar que el error del programa TEST es despreciable al tener un orden de 1×10^{-5} .

Tabla 5.6 Comparación de desplazamientos obtenidos.

Nodo	x	Mecánica de materiales		Programa TEST		Diferencia	
		θ	v	θ	v	θ	v
1	1	-1.38889E-01	-1.11111E-01	-1.38944E-01	-1.11140E-01	5.51111E-05	2.88889E-05
2	0.889	-1.38889E-01	-9.56944E-02	-1.38945E-01	-9.57167E-02	5.61111E-05	2.22556E-05
3	0.778	-1.38889E-01	-8.02778E-02	-1.38945E-01	-8.02939E-02	5.61111E-05	1.61222E-05
4	0.667	-1.38889E-01	-6.48611E-02	-1.38945E-01	-6.48709E-02	5.61389E-05	9.78889E-06
5	0.556	-1.35827E-01	-4.95574E-02	-1.35866E-01	-4.95619E-02	3.88889E-05	4.50998E-06
6	0.444	-1.26494E-01	-3.48089E-02	-1.26513E-01	-3.48102E-02	1.92222E-05	1.31842E-06
7	0.333	-1.11056E-01	-2.15679E-02	-1.11056E-01	-2.15681E-02	5.00000E-07	1.89500E-07
8	0.222	-8.63580E-02	-1.04975E-02	-8.63586E-02	-1.04976E-02	6.00000E-07	1.08000E-07
9	0.111	-4.93395E-02	-2.85231E-03	-4.93398E-02	-2.85233E-03	3.00000E-07	1.85000E-08
10	0.000	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Comparando, de la misma manera, la Tabla 5.5 con las Ecuaciones 5.7 a 5.12 se aprecia que la variación de los elementos mecánicos obtenidos por el programa TEST corresponde con la solución de la mecánica de materiales, salvo algunas diferencias despreciables del orden de 1×10^{-4} .

5.2. Marco tridimensional

Como segundo caso de aplicación se tiene un marco tridimensional con una geometría simple, los resultados del análisis se comparan con los obtenidos por un programa reconocido. Este ejemplo no contempla la cimentación, lo que se traduce en una relativa simpleza, por lo que el lector podrá seguir con facilidad cada paso a lo largo del análisis.

5.2.1. Planteamiento del problema

Se tiene un marco construido con tres barras de acero de perfil tubular con un módulo de Young igual a $21.0 \times 10^{12} \text{ kg/m}^2$ y un módulo de Poisson de 0.25. Sobre el marco actúan dos cargas puntuales, el peso propio de marco se considera despreciable. El marco se ha colocado en un sistema coordenado $x-y-z$. En la Figura 5.5 se muestra el marco ubicado en el sistema coordenado global propuesto y el perfil de las barras.

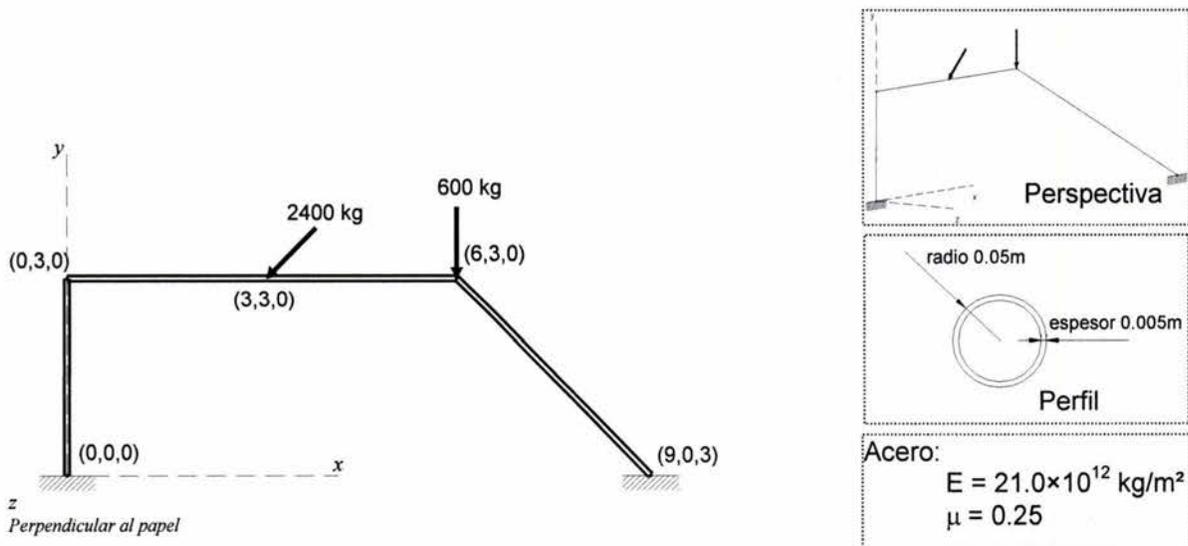


Figura 5.5 Marco rígido espacial

5.2.2. Preproceso

Como se mencionó anteriormente el preproceso consiste en la discretización del dominio en elementos finitos, para esta discretización se deben considerar las características geométricas, mecánicas y las condiciones de frontera de cada uno de los elementos.

5.2.2.1. Condiciones de frontera

Se deben considerar cuidadosamente las condiciones de frontera de la estructura, ya que estas condiciones definen su comportamiento. En este caso las condiciones de frontera a considerar son los apoyos en los puntos $(0,0,0)$ y $(9,0,3)$, en éstos los desplazamientos lineales y angulares serán nulos.

5.2.2.2. Propiedades del material

Del perfil mostrado en la Figura 5.5 se calculan las propiedades geométricas:

$$A = \pi (0.05m)^2 - \pi (0.05m - 0.005m)^2 = 0.00149m^2 \tag{5.13}$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{4} [0.05^4 - (0.05 - 0.005)^4] = 0.00000169m^4 \tag{5.14}$$

$$J = \frac{\pi}{2} [0.05^4 - (0.05 - 0.005)^4] = 0.00000338m^4 \tag{5.15}$$

En la Tabla 5.7 se ordenan las propiedades mecánicas y geométricas.

Tabla 5.7 Propiedades mecánicas y geométricas

Material [#]	E [kg/m ²]	μ	A [m ²]	J [m ⁴]	I _y [m ⁴]	I _z [m ⁴]
1	21.0×10 ¹²	0.25	0.000149	0.00000169	0.00000169	0.00000338

5.2.2.3. Malla de elementos finitos

Se mencionó anteriormente que se puede indicar, como regla general, que deben existir nodos en donde existen cambios de propiedades de material, cambios de dirección y donde se aplican cargas. Por lo anterior se aprecia que se requiere que existan al menos cinco nodos ubicados en las coordenadas (0,0,0), (0,3,0), (3,3,0), (6,3,0) y (9,3,0), éstos se numeran respectivamente como 5, 4, 3, 2 y 1.

Se resuelve el problema con cuatro elementos, que es el mínimo de elementos con el que se puede resolver, note que se pueden emplear más elementos agregando nodos entre los cinco ya definidos y considere que entre más se empleen se tendrá una mayor precisión. En la Tabla 5.8 se muestran las coordenadas nodales con sus respectivos grados de libertad y las incidencias de los elementos se aprecian en la Figura 5.6.

Tabla 5.8 Coordenadas y grados de libertad de nodos.

Nodo [#]	x [m]	y [m]	z [m]	Desplazamiento lineal res- tringido			Desplazamiento angular res- tringido		
				x	y	z	x	y	z
1	9.0	0.0	3.0	sí	sí	sí	sí	sí	sí
2	6.0	3.0	0.0	no	no	no	no	no	no
3	3.0	3.0	0.0	no	no	no	no	no	no
4	0.0	3.0	0.0	no	no	no	no	no	no
5	0.0	0.0	0.0	sí	sí	sí	sí	sí	sí

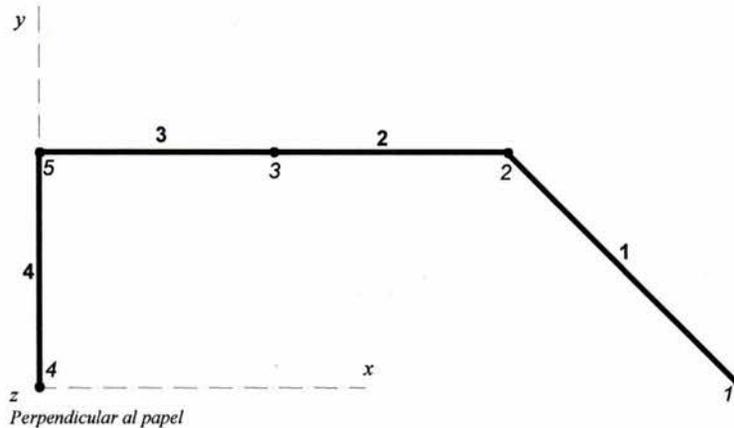


Figura 5.6 Numeración de elementos y nodos.

Aún falta definir los ejes locales de los elementos finitos, se mostró en el capítulo tres que éstos se definen por medio de un punto de referencia que no se encuentre en la línea que se forma entre los extremos del elementos. Debido a la simetría del perfil se puede establecer arbitrariamente el nodo de referencia k de los elementos, para el elemento 1 el nodo k será 2 y para los elementos 2, 3 y 4 el nodo k será el nodo 4. Las incidencias de los elementos son mostrados en la Tabla 5.9.

Tabla 5.9 Incidencias y número de material de elementos.

Elemento [#]	i [#]	j [#]	k [#]	Material [#]
1	1	2	4	1
2	2	3	4	1
3	3	4	4	1
4	4	5	2	1

5.2.2.4. Sistema de cargas

Las cargas actuantes se deben descomponer en cargas paralelas a los ejes globales x , y y z . En este caso la carga que actúa en el nodo 3 sólo tiene componentes en x y en y con magnitudes de -1697.10kg y la carga del nodo 4 sólo tiene componente en y con una magnitud de -600.00kg . El sistema de cargas se precisa en la Tabla 5.10.

Tabla 5.10 Ubicación, dirección y magnitud de las cargas.

Carga [#]	Nodo [#]	Paralela a eje	Magnitud [kg]
1	3	x	-1697.10
2	2	y	-600.00
3	3	y	-1697.10

El preproceso concluye al acomodar los datos de las Tablas 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10 en un archivo electrónico con el formato correcto para que el programa de cómputo se ejecute.

5.2.3. Posproceso

El posproceso de este ejemplo consiste en la graficación de los resultados, con lo que se apreciará su magnitud y distribución. En este caso solo se graficarán deformaciones y elementos mecánicos, con estos es posible hacer una revisión de los diseños estructurales.

En el caso de análisis geotécnicos es importante conocer el estado de esfuerzos en el suelo, y aunque en este ejemplo no se estudia, éste formará parte del posproceso del ejemplo siguiente.

5.2.3.1. Deformaciones

En la Figura 5.8 se aprecia una deformada del marco junto con *vectores de desplazamiento* que representan la magnitud, dirección y sentido de los desplazamientos, la deformada tiene un factor de 2500 y los vectores de desplazamiento un factor de 5000.

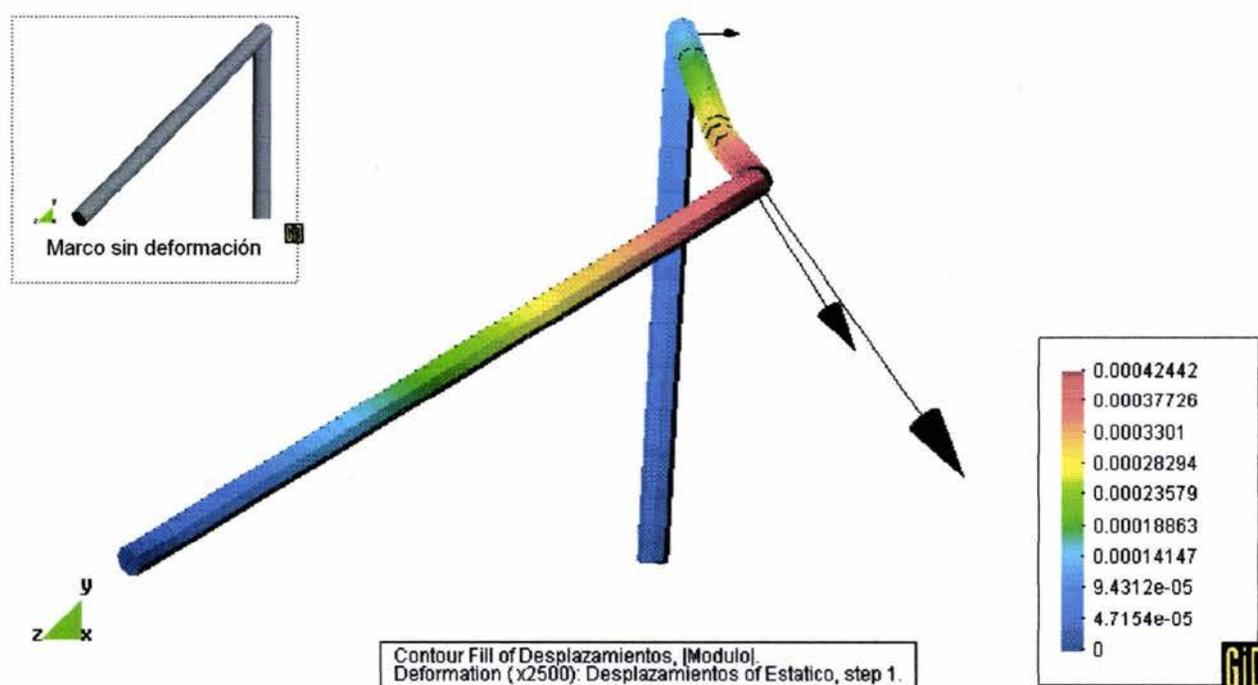


Figura 5.7 Vectores de desplazamiento sobre deformada con relleno de contornos del módulo de deformaciones.

5.2.3.2. Elementos mecánicos

Los elementos mecánicos en marcos rígidos son necesarios para conocer el estado de esfuerzo que es variable a lo largo de la sección transversal y son requeridos para el diseño estructural. Se explica en el capítulo dos que los elementos mecánicos son obtenidos a partir de la ecuación $f' = k'q'$ que define los elementos mecánicos en dirección de los ejes coordenados locales.

Los diagramas de elementos mecánicos del marco en estudio se muestran en la Figuras 5.8 y 5.9.

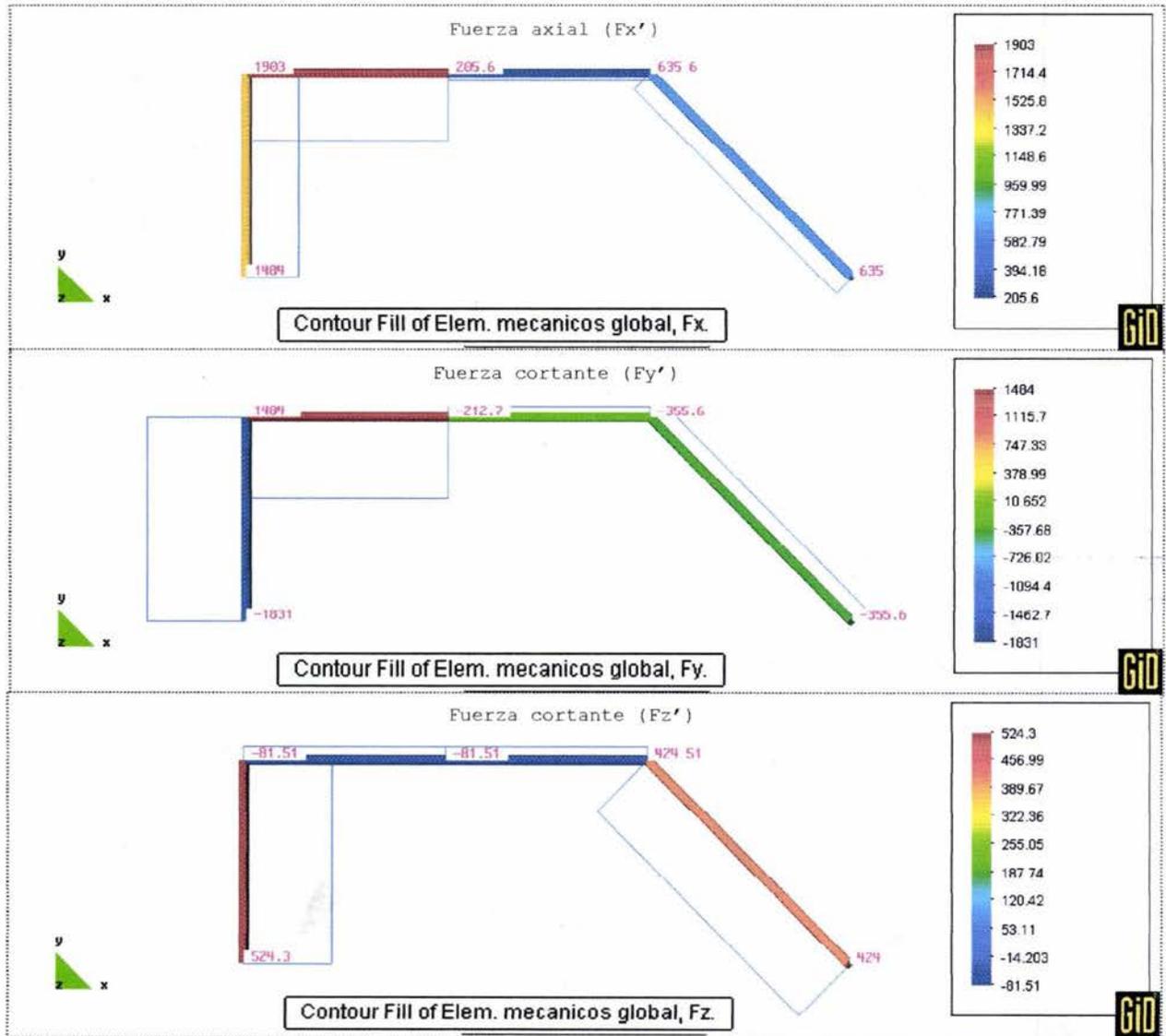


Figura 5.8 Fuerza axial y fuerzas cortantes en kg.

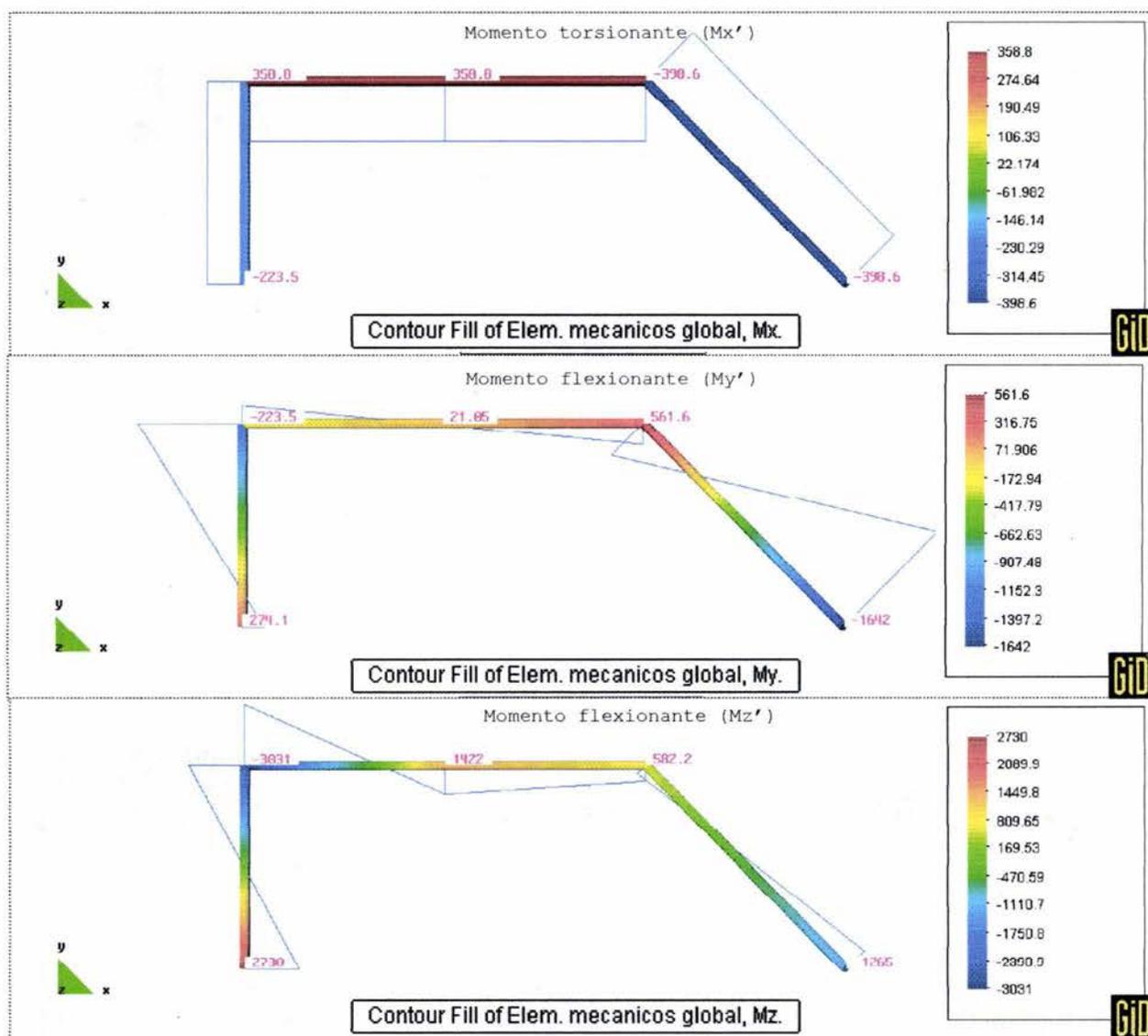


Figura 5.9 Momento torsionante y Momentos flexionantes en kg-m.

5.2.4. Verificación de los resultados obtenidos

Con el elemento viga tridimensional acoplado al programa TEST se realiza el proceso del marco tridimensional.

Como se mencionó anteriormente para este ejemplo se verifica que los resultados obtenidos por TEST sean correctos por medio de una comparación con los obtenidos del programa FRAME3D desarrollado por Chandrupatla y Belegundu.*

Los resultados obtenidos por TEST se muestran en las Tablas 5.11 a 5.14.

* Referencia 4.

Tabla 5.11 Desplazamientos y giros en los nodos del marco con TEST.

Nodo	Desplazamiento lineal			Desplazamiento angular		
	x [m]	y [m]	z [m]	x [rad]	y [rad]	z [rad]
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	-9.83465E-05	-3.37017E-04	-2.38488E-04	-1.16478E-04	2.00543E-05	1.01869E-05
3	-9.83268E-05	-2.41253E-04	-1.54990E-04	-7.85690E-05	3.21663E-05	-8.30186E-05
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
5	-9.81443E-05	-1.42312E-07	-6.61575E-05	-4.06605E-05	2.36110E-05	-1.49870E-05

Tabla 5.12 Elementos mecánicos en los extremos de los elementos con TEST.

Elemento	Nodo	Fx [kg]	Fy [kg]	Fz [kg]	Mx [kg-m]	My [kg-m]	Mz [kg-m]
1	i	6.350E+02	-3.556E+02	4.240E+02	-3.986E+02	-1.642E+03	-1.265E+03
	j	-6.350E+02	3.556E+02	-4.240E+02	3.986E+02	-5.616E+02	-5.822E+02
2	i	2.056E+02	-2.127E+02	-8.151E+01	3.588E+02	2.656E+02	7.836E+02
	j	-2.056E+02	2.127E+02	8.151E+01	-3.588E+02	-2.105E+01	-1.422E+03
3	i	1.903E+03	1.484E+03	-8.151E+01	3.588E+02	2.105E+01	1.422E+03
	j	-1.903E+03	-1.484E+03	8.151E+01	-3.588E+02	2.235E+02	3.031E+03
4	i	1.484E+03	-1.831E+03	5.243E+02	-2.235E+02	-1.299E+03	-2.762E+03
	j	-1.484E+03	1.831E+03	-5.243E+02	2.235E+02	-2.741E+02	-2.730E+03

Los resultados obtenidos con FRAME3D a partir de los mismos datos son:

Tabla 5.13 Desplazamientos y giros en los nodos del marco con FRAME3D.

Nodo	Desplazamiento lineal			Desplazamiento angular		
	x [m]	y [m]	z [m]	x [rad]	y [rad]	z [rad]
1	9.858E-13	-3.896E-12	3.910E-13	-8.796E-12	-5.113E-13	4.975E-12
2	-9.835E-05	-3.370E-04	-2.385E-04	-1.165E-04	2.005E-05	1.019E-05
3	-9.833E-05	-2.413E-04	-1.550E-04	-7.857E-05	3.217E-05	-8.302E-05
4	-9.121E-12	-7.116E-12	-3.907E-13	-2.892E-12	1.071E-12	1.283E-11
5	-9.814E-05	-1.423E-07	-6.616E-05	-4.066E-05	2.361E-05	-1.499E-05

Tabla 5.14 Elementos mecánicos en los extremos de los elementos con FRAME3D.

Elemento	Nodo	Fx [kg]	Fy [kg]	Fz [kg]	Mx [kg-m]	My [kg-m]	Mz [kg-m]
1	i	6.350E+02	-3.556E+02	4.240E+02	-3.986E+02	-1.642E+03	-1.265E+03
	j	-6.350E+02	3.556E+02	-4.240E+02	3.986E+02	-5.616E+02	-5.822E+02
2	i	2.056E+02	-2.127E+02	-8.150E+01	3.588E+02	2.655E+02	7.836E+02
	j	-2.056E+02	2.127E+02	8.150E+01	-3.588E+02	-2.104E+01	-1.422E+03
3	i	1.903E+03	1.484E+03	-8.150E+01	3.588E+02	2.104E+01	1.422E+03
	j	-1.903E+03	-1.484E+03	8.150E+01	-3.588E+02	2.235E+02	3.031E+03
4	i	1.484E+03	-1.831E+03	5.244E+02	-2.235E+02	-1.299E+03	-2.762E+03
	j	-1.484E+03	1.831E+03	-5.244E+02	2.235E+02	-2.741E+02	-2.730E+03

Como se puede apreciar, los resultados obtenidos con TEST son prácticamente los mismos que se obtienen con FRAME3D, las diferencias entre los resultados de ambos son despreciables, estas diferencias se deben principalmente a la desigual precisión que manejan ambos programas.

5.3. Segundo nivel del Viaducto de la Ciudad de México

En este tercer ejemplo se pretende mostrar la funcionalidad del programa TEST con la adaptación del elemento viga, para esto se presenta el análisis de la estructura y cimentación de una de las propuestas para el segundo nivel del Viaducto de la Ciudad de México en el tramo localizado próximo al cruce de la Avenida Francisco del Paso y Troncoso.

En este ejemplo se emplean los elementos sólido, cascarón y viga; lo que hace posible apreciar la interacción suelo-estructura. La magnitud y complejidad de este análisis no permite exponer detalladamente el modelo.

En el Instituto de Ingeniería de la UNAM se han realizado análisis exhaustivos y detallados de ésta y otras propuestas de éste proyecto, el siguiente análisis considera algunas simplificaciones en cuanto a las propiedades geométricas y en el sistema de cargas, debido a estas simplificaciones las magnitudes de los resultados no son exactas pero su distribución no tiene variaciones importantes.

5.3.1. Planteamiento del problema

Se proyecta construir un segundo nivel en una avenida de gran importancia en la Ciudad de México, esta avenida cuenta en cada uno de los sentidos con tres carriles centrales y dos laterales, los carriles centrales se encuentran a un nivel de seis metros bajo los carriles laterales y en el centro de la avenida se localiza un acueducto en el que corre un río.

La estructura propuesta consiste en un marco espacial formado por cuatro columnas de sección elipsoidal sobre las que se apoyan dos vigas en la que a su vez se apoyan cuatro vigas T de concreto preesforzado. La cimentación de este marco consiste en dos trabes y cada trabe es soportada por catorce pilotes apoyados en el estrato resistente ubicado a 14 m, ver las Figuras 5.10, 5.11 y 5.12.

En este análisis se consideran cuatro etapas, la primera es para el cálculo de las condiciones iniciales de esfuerzo, la segunda contempla la construcción de los elementos del marco espacial, la tercera los incrementos en las acciones debido a cargas vivas y en la cuarta se aplican fuerzas horizontales.

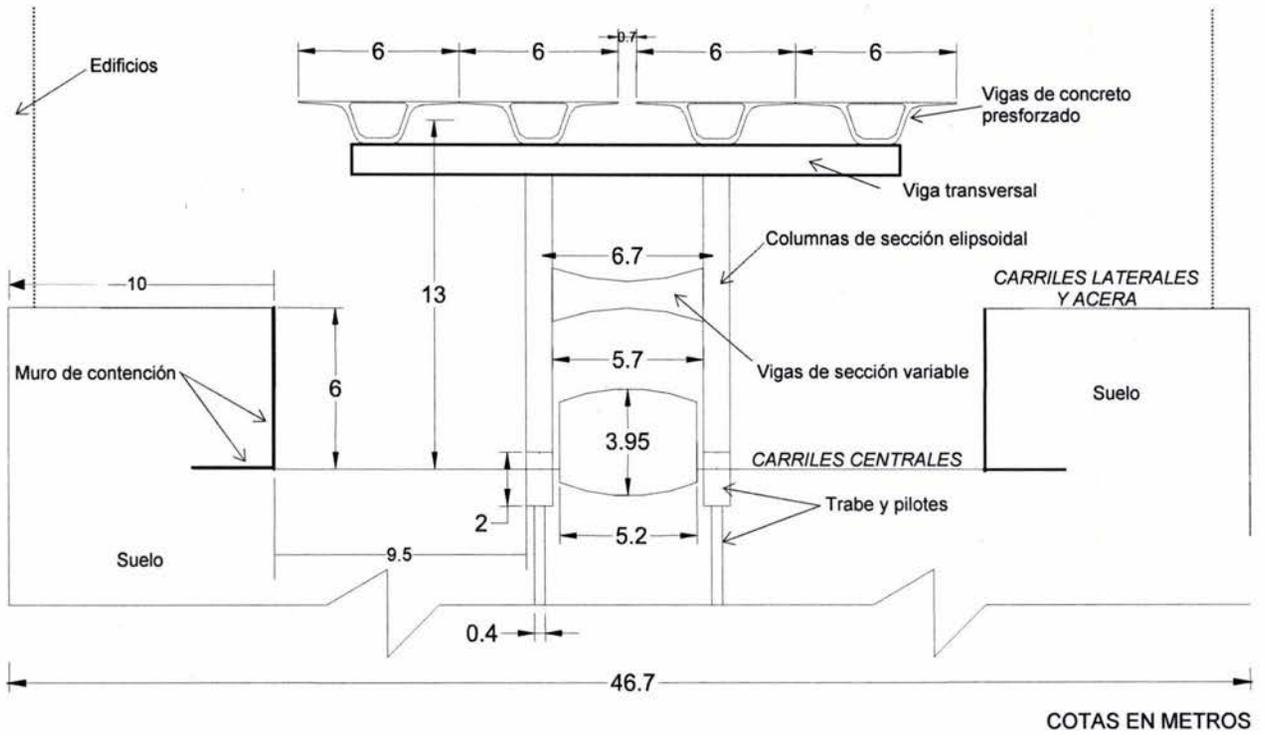


Figura 5.10 Propuesta para segundo nivel del Viaducto de la Ciudad de México.

Longitud del tramo de análisis de 28m

Distancia entre columnas de 15m

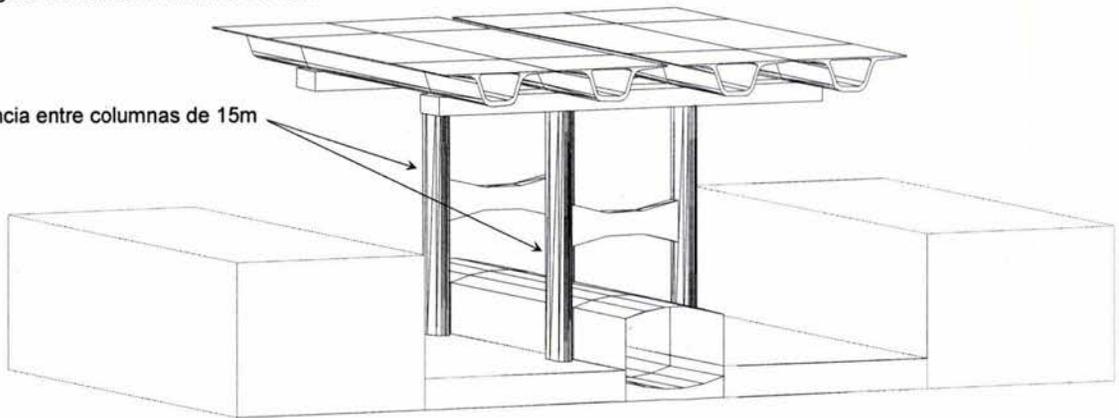


Figura 5.11 Isométrico de la propuesta.

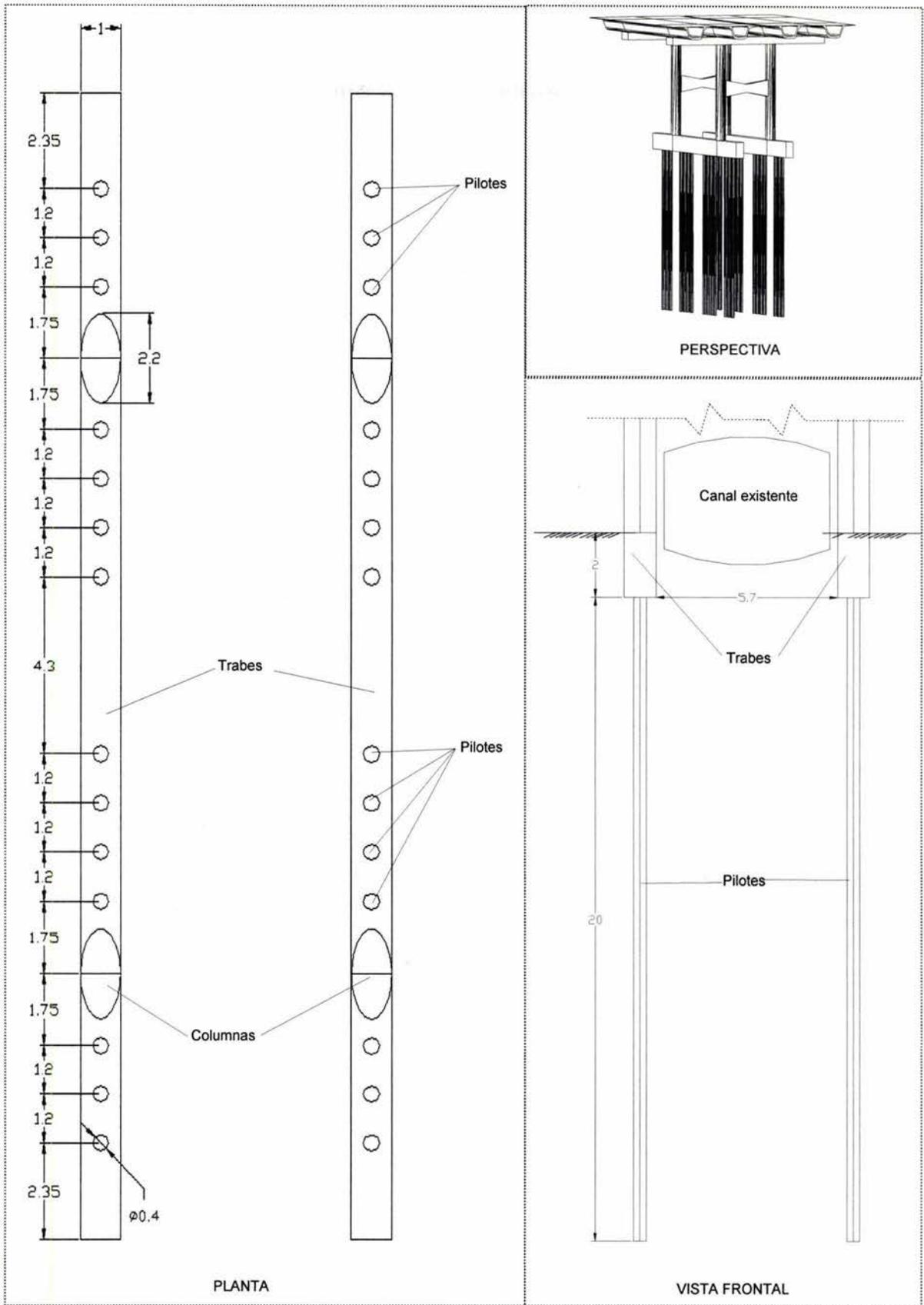


Figura 5.12 Cimentación del proyecto

El modelo que se empleará considera algunas simplificaciones importantes, estas són: en el cálculo y distribución de las fuerzas pseudo-estáticas, la carga debida al flujo vehicular actual en los carriles existentes y las fuerzas dinámicas ocasionadas por el flujo de agua en el acueducto central. Además se no se considera la consolidación regional debido a la imposibilidad de considerarse con el programa TEST. Las simplificación de los fenómenos anteriores no interfieren en la demostración de cómo el elemento viga puede interactuar con los elementos que simulan el suelo.

5.3.2. Preproceso

Para el análisis de este problema se requiere emplear diferentes tipos de elementos finitos, el programa TEST permite el uso de elementos sólidos, cascarones y el elemento viga tridimensional expuesto en esta tesis.

Se emplearán elementos sólidos para modelar el suelo. El elemento sólido empleado considera un comportamiento elastoplástico que se aproxima significativamente al comportamiento de la arcilla de la Ciudad de México.

El elemento cascarón se emplea para modelar losas y muros de concreto reforzado, por lo que en este caso se usará para modelar los muros de contención con su cimentación y el canal. El peso volumétrico de los elementos que forman la losa inferior del canal se considera el peso del agua que circula en él, lo que reduce el número de cargas externas.

Se ha demostrado en los dos ejemplos anteriores que el elemento viga tridimensional modela con gran exactitud elementos estructurales de marcos rígidos. En este análisis se empleará el elemento viga para simular el comportamiento de las vigas y columnas de la estructura y además las trabes y pilotes de la cimentación. Considerando que los pilotes son elementos estructurales que se diferencian de los elementos de los marcos porque éstas están inmersas en el suelo y están sujetas principalmente a fuerzas axiales.

El programa TEST no es capaz de modelar las fuerzas de fricción que existen entre el material arcilloso y los elementos estructurales, por lo que en este análisis no se incluyen sus efectos. De la misma forma, no es posible considerar efectos dinámicos, pero se incluye en la cuarta etapa fuerzas pseudo-estáticas empleando un coeficiente sísmico de 0.30.

El modelo se debe situar en un sistema coordenado que sea congruente y que facilite la designación de las condiciones de frontera y otros aspectos. El origen del sistema coordenado puede situarse en cualquier parte, el usado en este caso se muestra en la Figura 5.13.

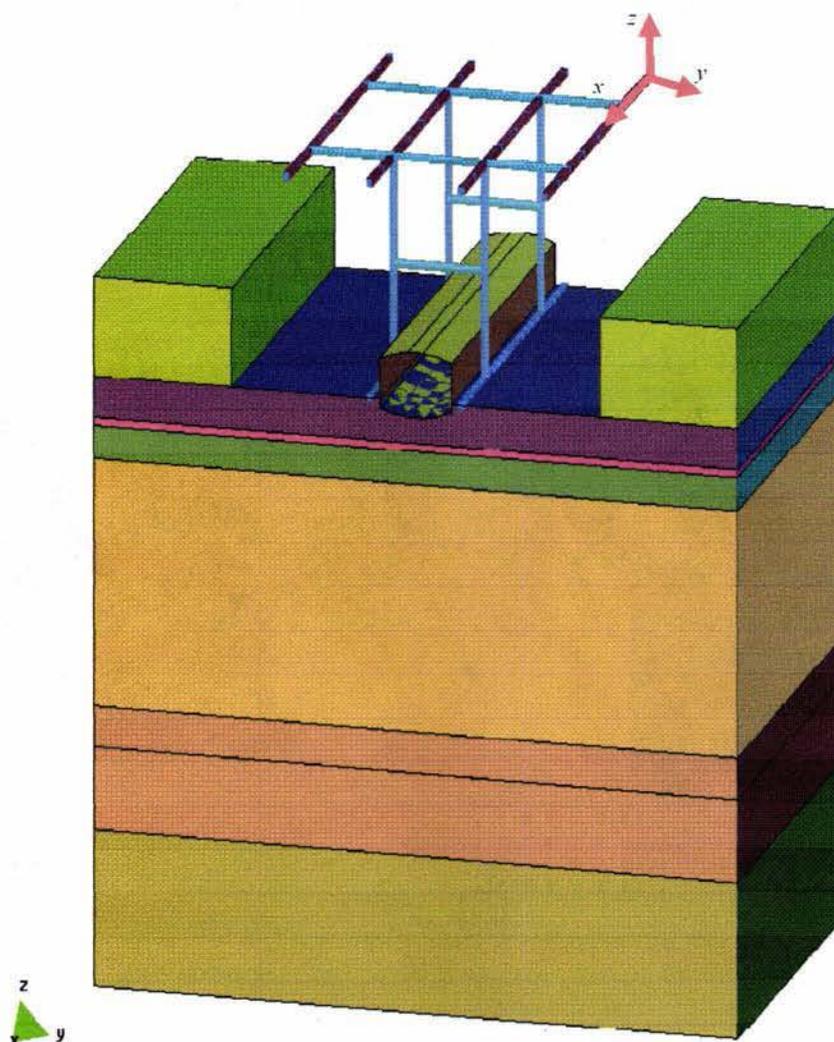


Figura 5.13 Sistema coordenado global.

GiD

5.3.2.1. Condiciones de frontera

Los elementos cascarón y viga, con los que se modelan las losas, vigas, columnas, traveses y pilotes, consideran en su formulación seis grados de libertad –tres desplazamientos lineales y tres angulares– en cada uno de sus nodos; en cambio en los elementos sólidos, con los que se modela el suelo, sólo se consideran tres grados de libertad –tres desplazamientos lineales–. Por lo anterior en todos los nodos en los que incida algún elemento viga o cascarón se considerará que tanto los desplazamientos lineales y angulares no están restringidos y los nodos donde solo incidan elementos sólidos los desplazamientos angulares se consideran fijos, logrando así disminuir importantemente el número de incógnitas al resolver el sistema de ecuaciones.

Los elementos sólidos requieren consideraciones especiales en las fronteras del problema, estas condiciones se emplean para modelar el comportamiento del semiinfinito del continuo, estas consideraciones consisten en restringir desplazamientos laterales en los extremos y en la base del modelo.

Las restricciones en las fronteras del problema y en los elementos estructurales se muestran gráficamente en la Figura 5.14. Los números en los recuadros inferiores de las gráficas de esta figura simbolizan las restricciones en cada uno de los grados de libertad, los números se refieren respecti-

vamente al *desplazamiento lineal en x, y y z* y a *desplazamiento angular en x, y y z*; un número **1** significa que el grado de libertad correspondiente está restringido y un número **0** que es libre.

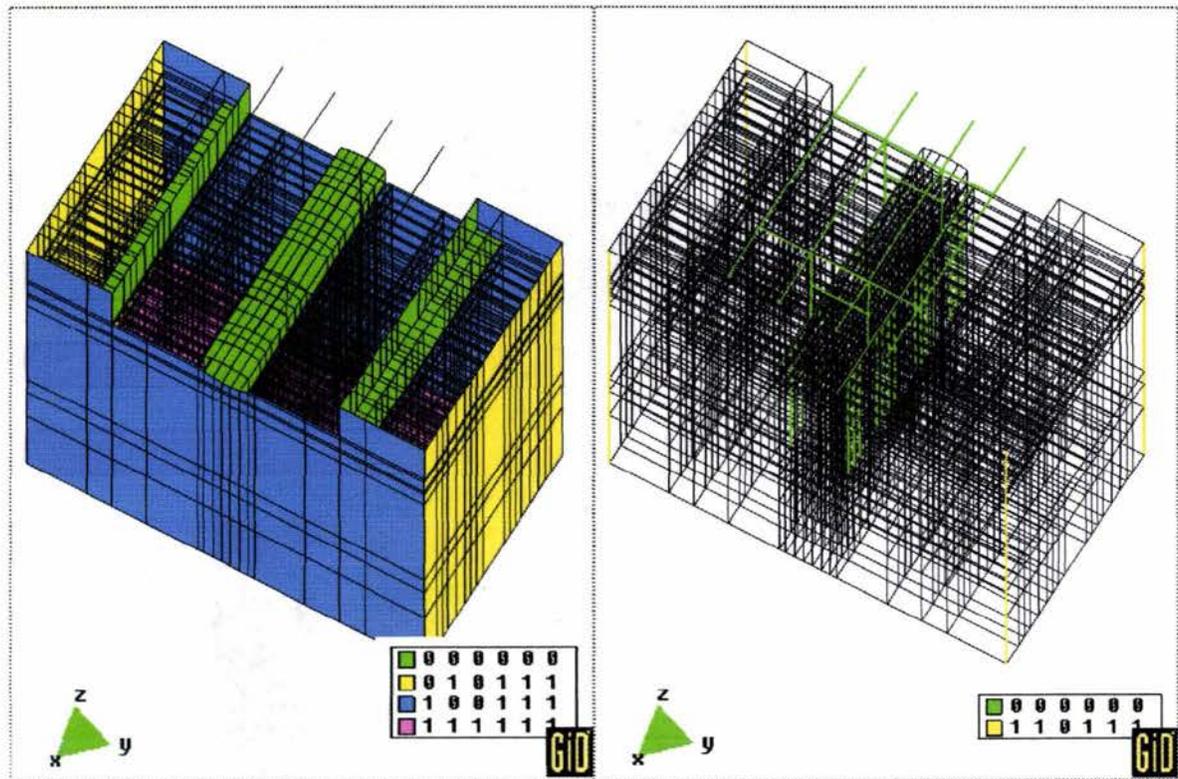
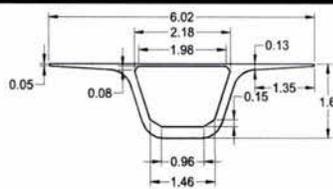
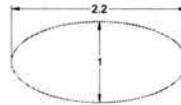
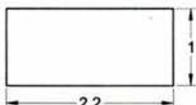
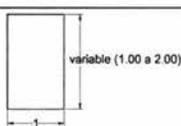


Figura 5.14 Condiciones de frontera en fronteras del modelo y en elementos estructurales

5.3.2.2. Propiedades de los materiales

Las propiedades mecánicas y geométricas de los miembros estructurales del marco espacial son las siguientes:

Tabla 5.15 Propiedades de los miembros estructurales del marco espacial.

Elemento estructural	E [t/m ²]	μ	A [m ²]	J [m ⁴]	I _y [m ⁴]	I _z [m ⁴]	Sección transversal (plano y-z de la sección transversal)
1 Vigas de concreto preesforzado	2.5×10 ⁶	0.18	1.405	1.1	3.24	0.7334	
2 Columnas de sección elipsoidal	2.5×10 ⁶	0.18	1.985	0.4852	0.1491	0.6758	
3 Trabe de cimentación	2.5×10 ⁶	0.18	2.0	0.4578	0.1667	0.6667	
4 Pilotes	2.5×10 ⁶	0.18	0.1257	2.513×10 ³	1.257×10 ³	1.257×10 ³	
5 Viga transversal	2.50×10 ⁶	0.18	2.2	0.004	0.002	0.002	
6 Vigas de sección variable	2.5×10 ⁶	0.18	Variable				

La viga de sección variable se discretiza en cinco elementos de sección constante, estos elementos y sus propiedades geométricas se muestran en la Figura 5.15.

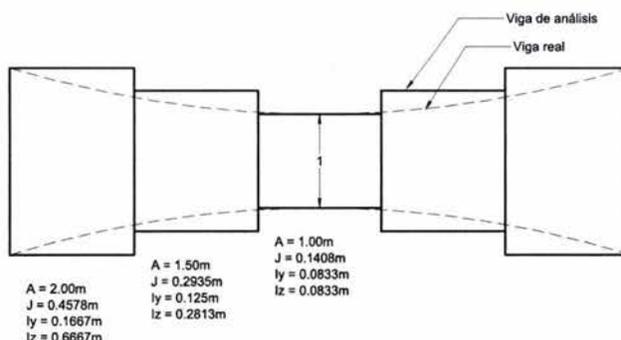


Figura 5.15 Discretización de vigas de sección variable

Las propiedades de los elementos estructurales que forman los muros de contención y el canal son mostrados en la Tabla 5.16. En la losa del canal se considera 1.2 m³ de agua más 0.4 m³ de concreto por unidad de área con lo que el peso es de:

$$2.2\text{t/m}^3 \times 0.4 \text{ m}^3 + 1.0\text{t/m}^3 \times 1.2\text{m}^3 = 2.08\text{t}$$

Las 2.08 t es el peso de la losa inferior que es de un espesor de 0.4 m con lo que el peso específico empleando es de:

$$2.08\text{t} / 0.4\text{m} / 1\text{m}^2 = 5.2\text{t/m}^3$$

Tabla 5.16 Elementos cascarón.

Elemento estructural	E [t/m ²]	μ	γ [t/m ³]	t [m]
1 Muro de contención	2.5×10 ⁶	0.18	2.2	0.45
2 Base de muro de contención	2.5×10 ⁶	0.18	2.2	0.35
3 Losa superior del canal	2.5×10 ⁶	0.18	2.2	0.3
4 Losa lateral del canal	2.5×10 ⁶	0.18	2.2	0.4
5 Losa inferior del canal	2.5×10 ⁶	0.18	5.2	0.4

Las propiedades mecánicas de los estratos del suelo se han obtenido en el *Laboratorio de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM*. Las propiedades son mostradas en la Tabla 5.17, estos estratos son medidos a partir del sistema coordenado global mostrado en la Figura 5.14, considérese que con respecto a éste sistema el nivel de los carriles laterales existentes es -7.0m y el de los carriles centrales es -13.0m .

Tabla 5.17 Propiedades de los estratos del suelo de cimentación.

Estrato	E [t/m ²]	μ	γ [t/m ³]	c [t/m ²]	rt [t/m ²]	m _v [m ² /t]
1 -7.0 a -13.0	550.0	0.30	1.4	5.0	10.0	500.0
2 -13.0 a -15.5	500.0	0.30	1.4	5.0	10.0	500.0
3 -15.5 a -16.0	330.0	0.45	1.2	3.3	10.0	165.0
4 -16.0 a -18.0	345.0	0.45	1.2	3.4	10.0	175.0
5 -18.0 a -33.0	400.0	0.45	1.2	4.0	10.0	200.0
6 -33.0 a -35.5	1000.0	0.30	1.4	10.0	10.0	1000.0
7 -35.5 a -40.5	700.0	0.45	1.2	7.0	10.0	350.0
8 -40.5 a -75.0	7000.0	0.30	1.4	35.0	10.0	7000.0

Para la construcción del archivo de cómputo que representa la malla de elementos finitos se requiere que a cada elemento se le asigne un número de material, el número de material que se le asigna a cada elemento aparece en la columna izquierda de las Tablas 5.15, 5.16 y 5.18.

5.3.2.3. Malla de elementos finitos

La malla de elementos finitos construida para este análisis consta de 4334 nodos y 4024 elementos, estos son 3298 elementos sólidos, 374 elementos cascarón y 352 elementos viga ver las Figuras 5.16, 5.17 y 5.18.

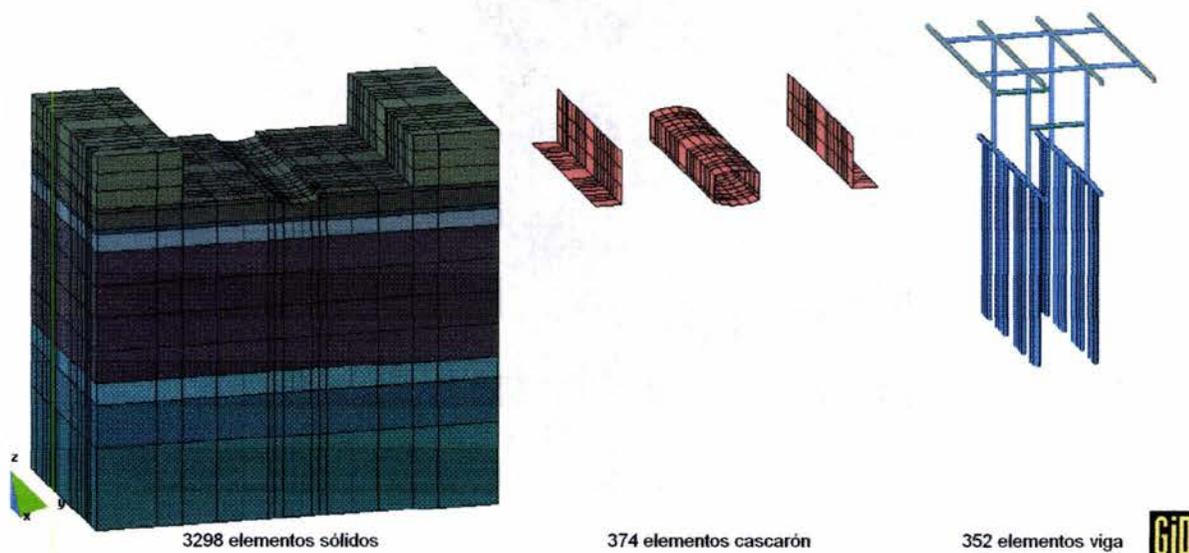


Figura 5.16 Tipos elementos finitos.

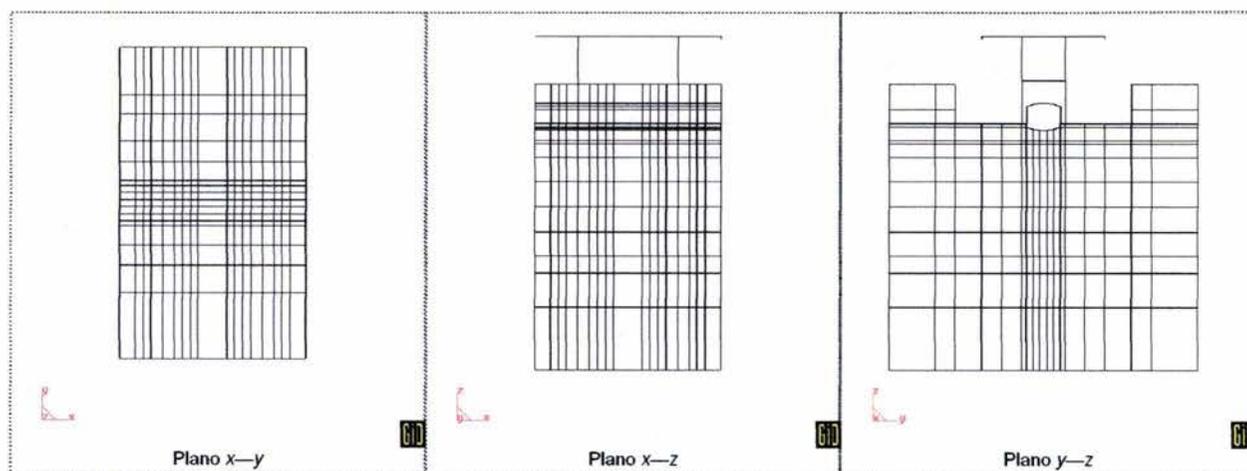


Figura 5.17 Vistas de la malla de elementos finitos.

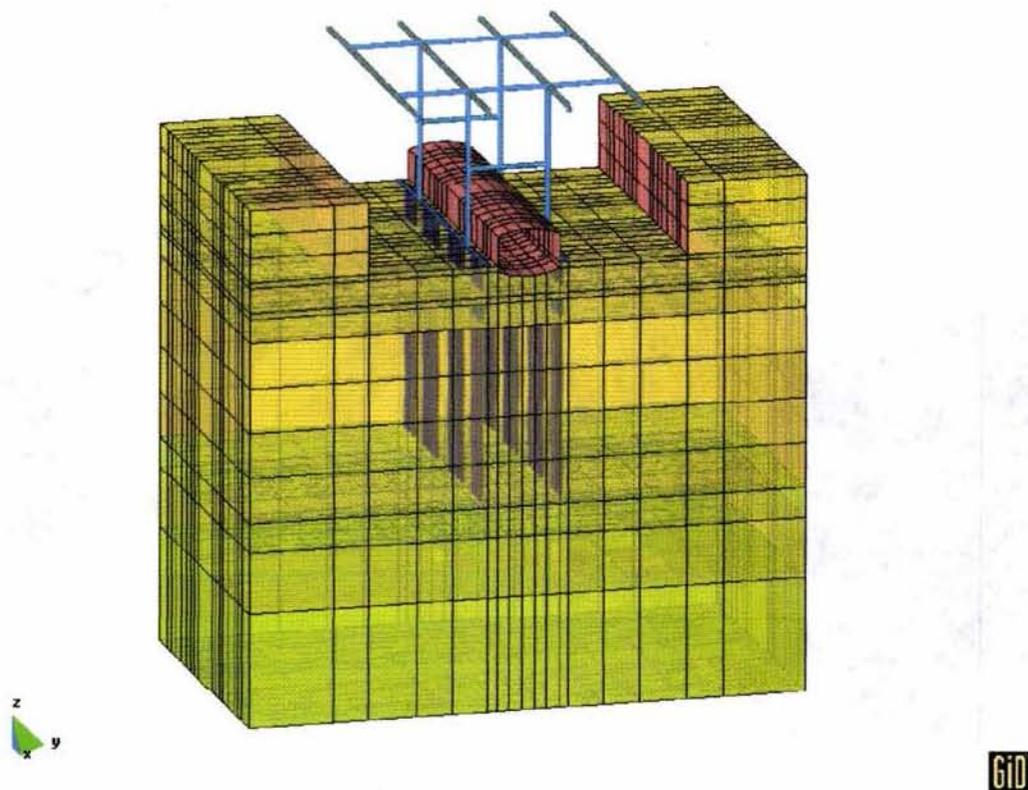


Figura 5.18 Malla de elementos finitos.

5.3.2.4. Sistema de cargas

Las cargas actuantes en la segunda etapa se deben al peso propio de la estructura y se ubican en los nodos en que inciden los miembros del marco espacial, la carga viva de la tercera etapa se aplica también en los nodos correspondientes a la superficie de rodamiento del nuevo nivel, de la misma manera, las fuerzas pseudo-estáticas calculadas con un coeficiente sísmico de 0.30 son aplicadas en cuatro nodos. Algunas cargas actuantes de la segunda, tercera y cuarta etapa se esquematizan en la Figura 5.19.

En el caso de elementos sólido y cascarón el peso propio está incluido en la formulación del elemento por lo que no se debe de incluir el peso de éstos como cargas externas.

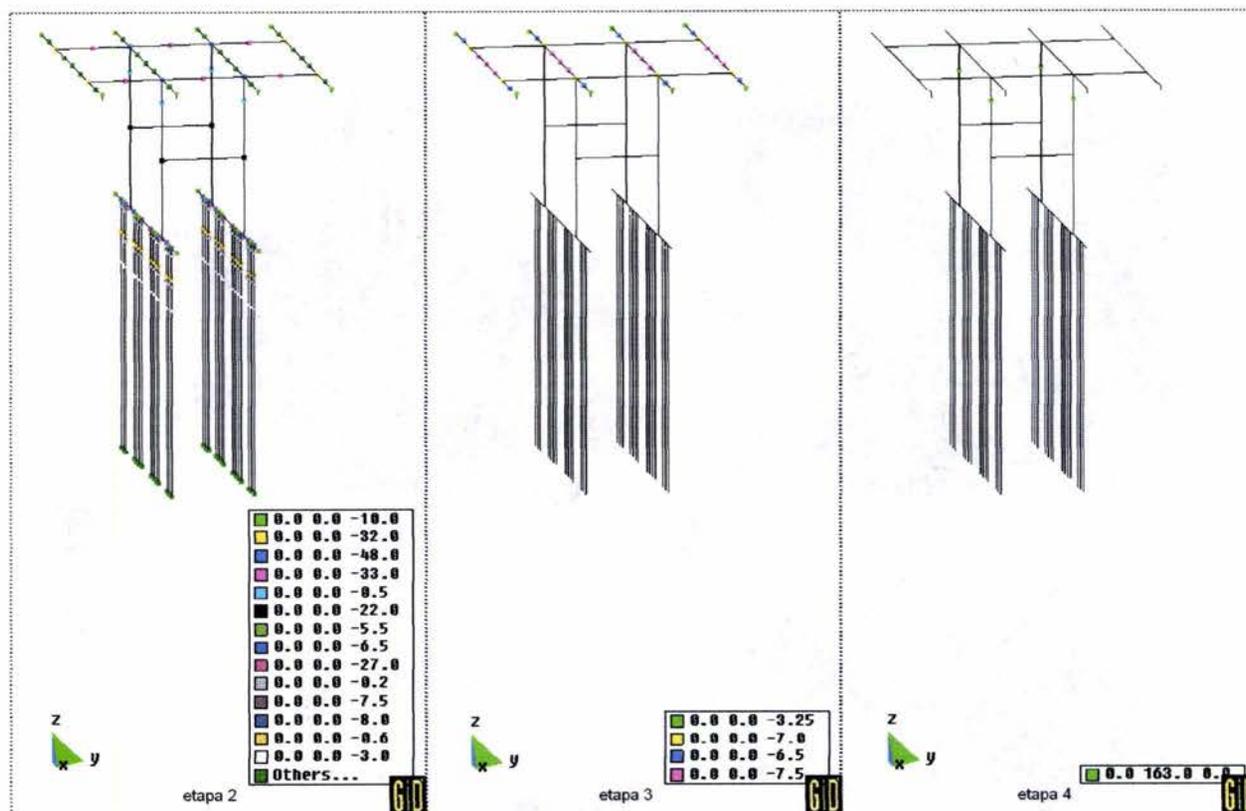


Figura 5.19 Sistema de cargas externas en las etapas 2, 3 y 4.

Una vez que se tiene definida la malla de elementos finitos con las condiciones de frontera, las propiedades geométricas y mecánicas del suelo, las propiedades geométricas y mecánicas de los miembros estructurales y las cargas actuantes se está listo para el proceso de solución.

5.3.3. Posproceso

El proceso de este análisis da como resultados las componentes de desplazamiento en cada uno de los 4334 nodos, las componentes de esfuerzo en 8 puntos de integración gaussiana de cada uno de los 3298 elementos sólidos, además de los elementos mecánicos en los 374 elementos cascarón y los 352 elementos viga, todos estos resultados se obtienen para cada una de las etapas. Debido al gran número de resultados obtenidos se requiere construir gráficas. A continuación se presentan gráficas con algunos de los resultados más significativos.

5.3.3.1. Deformaciones

Como se vió en el capítulo cuatro, el programa TEST para el cálculo de las deformaciones requiere un estado de esfuerzos inicial, por lo anterior sólo se presentan las deformaciones en la segunda, tercer y cuarta etapa, tanto en el suelo como en la estructura.

En la Figura 5.20 se grafica el módulo de desplazamientos en el modelo incluyendo la cimentación, en las gráficas de esta figura sólo es posible observar el módulo de deformaciones en las fronteras del modelo. Se presentan en la Figura 5.21 las deformaciones en los planos centrales.

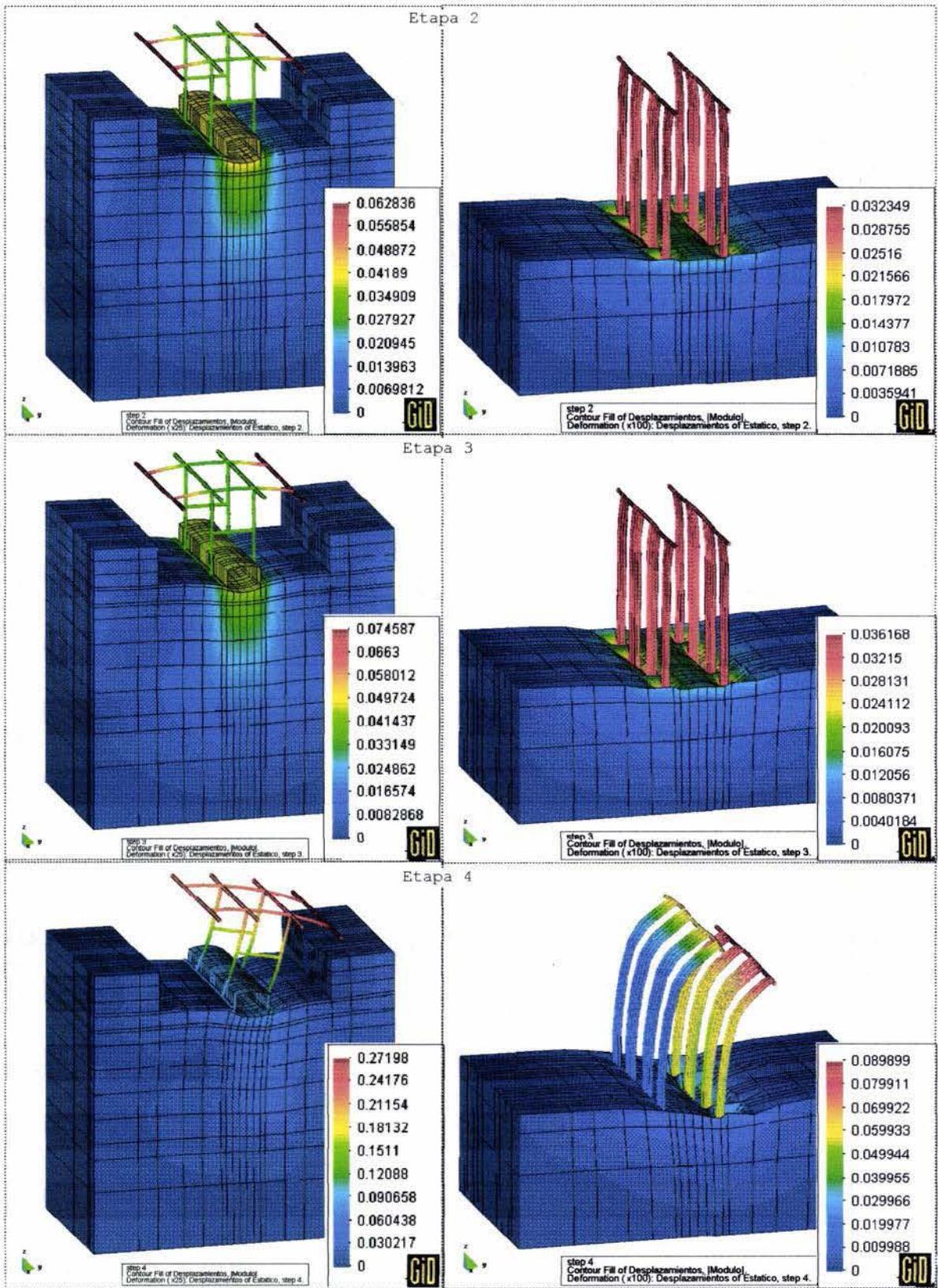
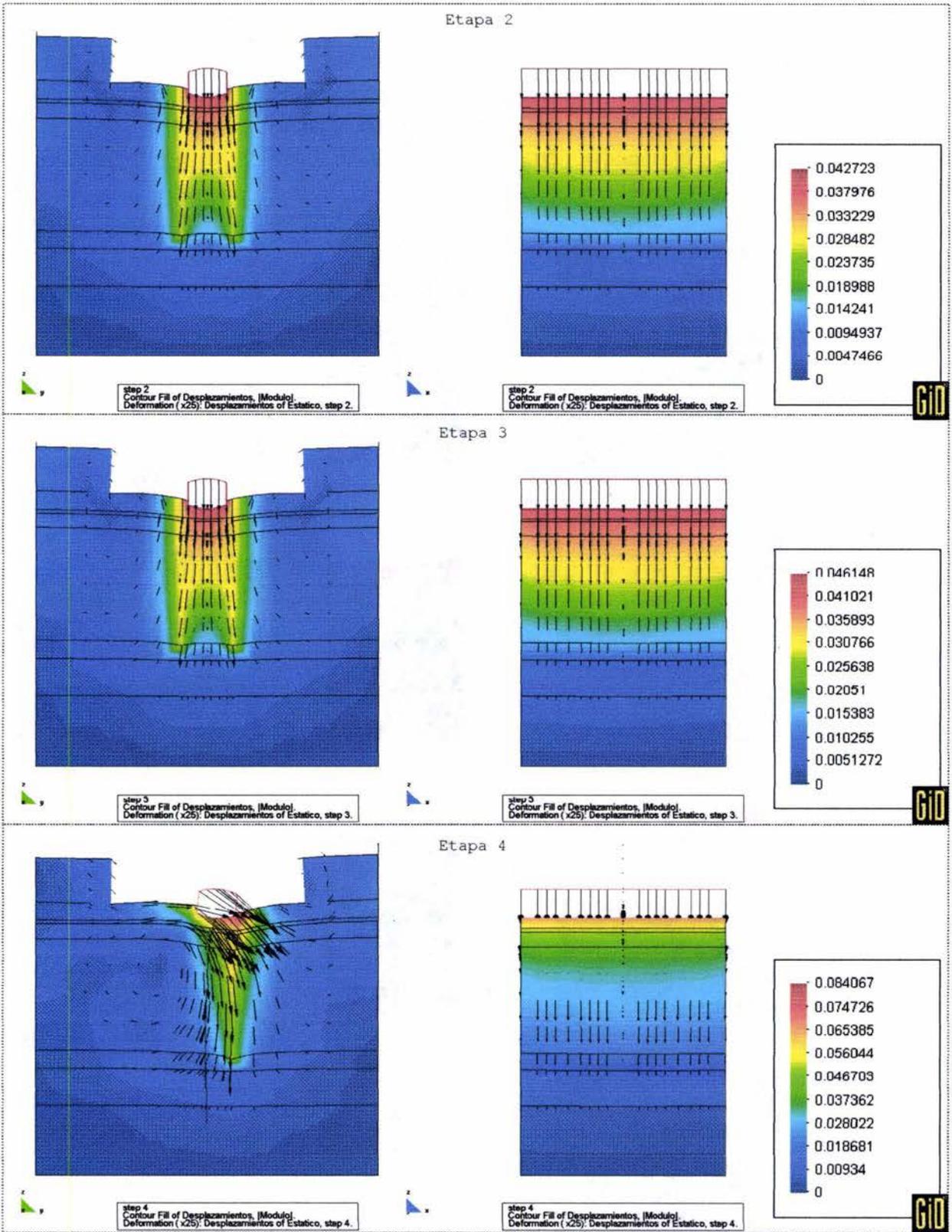


Figura 5.20 Deformadas y contornos rellenos del desplazamiento vertical en las etapas 2, 3 y 4



Módulos de deformación en m.

Figura 5.21 Desplazamientos verticales en los planos centrales del modelo.

5.3.3.2. Esfuerzos

El estado de esfuerzos inicial es calculado en la etapa 1 del proceso de análisis, como se mencionó en el capítulo 4 este estado de esfuerzo es requerido para los cálculos en las etapas posteriores. El programa TEST da como resultado el vector $\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T$ en ocho puntos de integración gaussiana de cada elemento sólido. En la Figura 5.22 se grafica la variación del esfuerzo vertical a lo largo de las cuatro etapas de análisis.

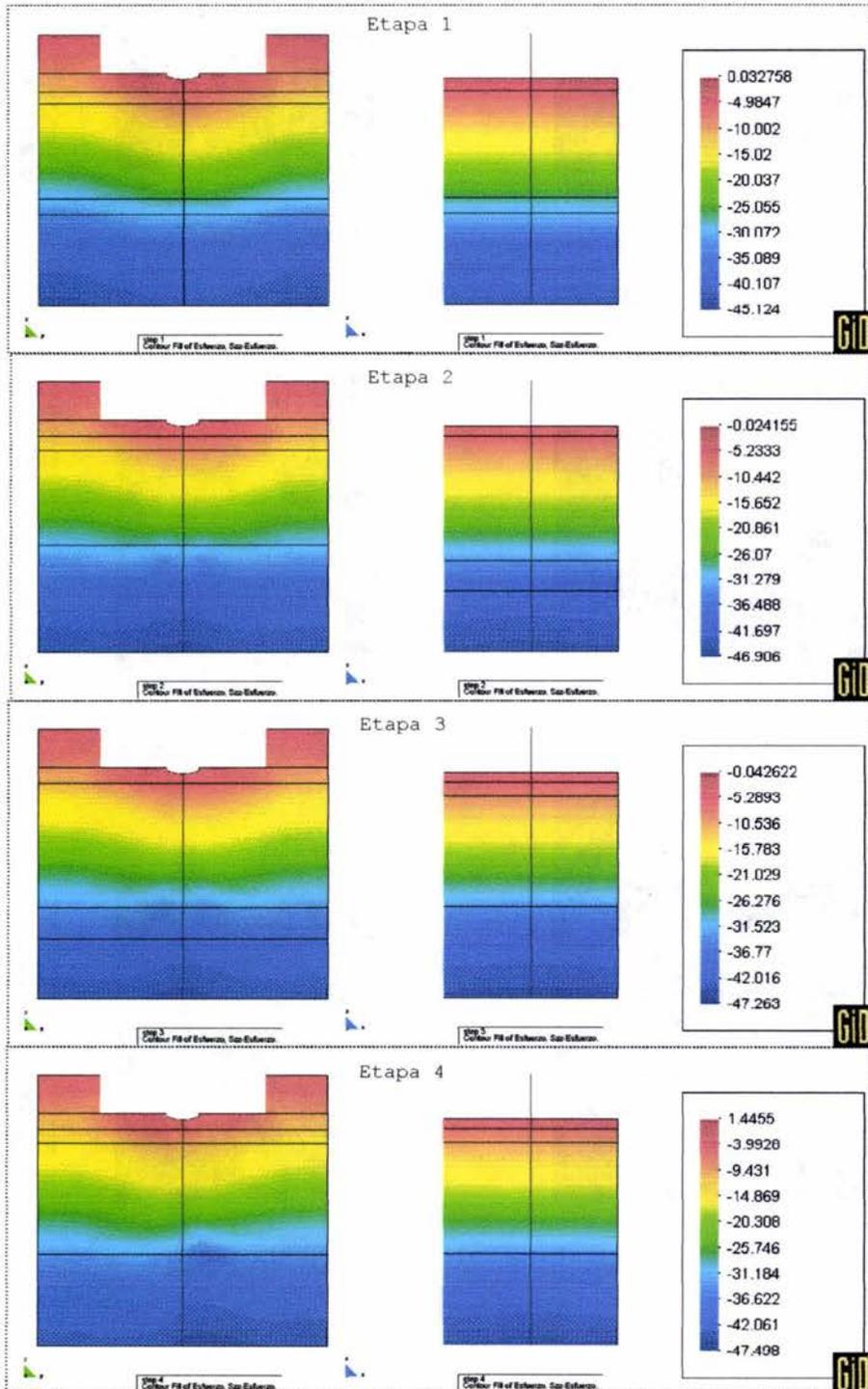


Figura 5.22 Esfuerzos verticales a lo largo del análisis en t/m^2 .

5.3.3.3. Elementos mecánicos

A continuación se presentan algunos de los elementos mecánicos obtenidos en los extremos de los elementos viga que simulan las pilotes y traveses de cimentación.

Los pilotes de cimentación están básicamente sometidos sólo a fuerzas axiales y las magnitudes de los demás elementos mecánicos son despreciables. En la Figura 5.23 se aprecia la fuerza axial debida al peso propio y a la carga viva en las dos hileras de pilotes.

En la Figura 5.24 se muestra la variación de la fuerza axial en los pilotes al aplicar las cargas horizontales.

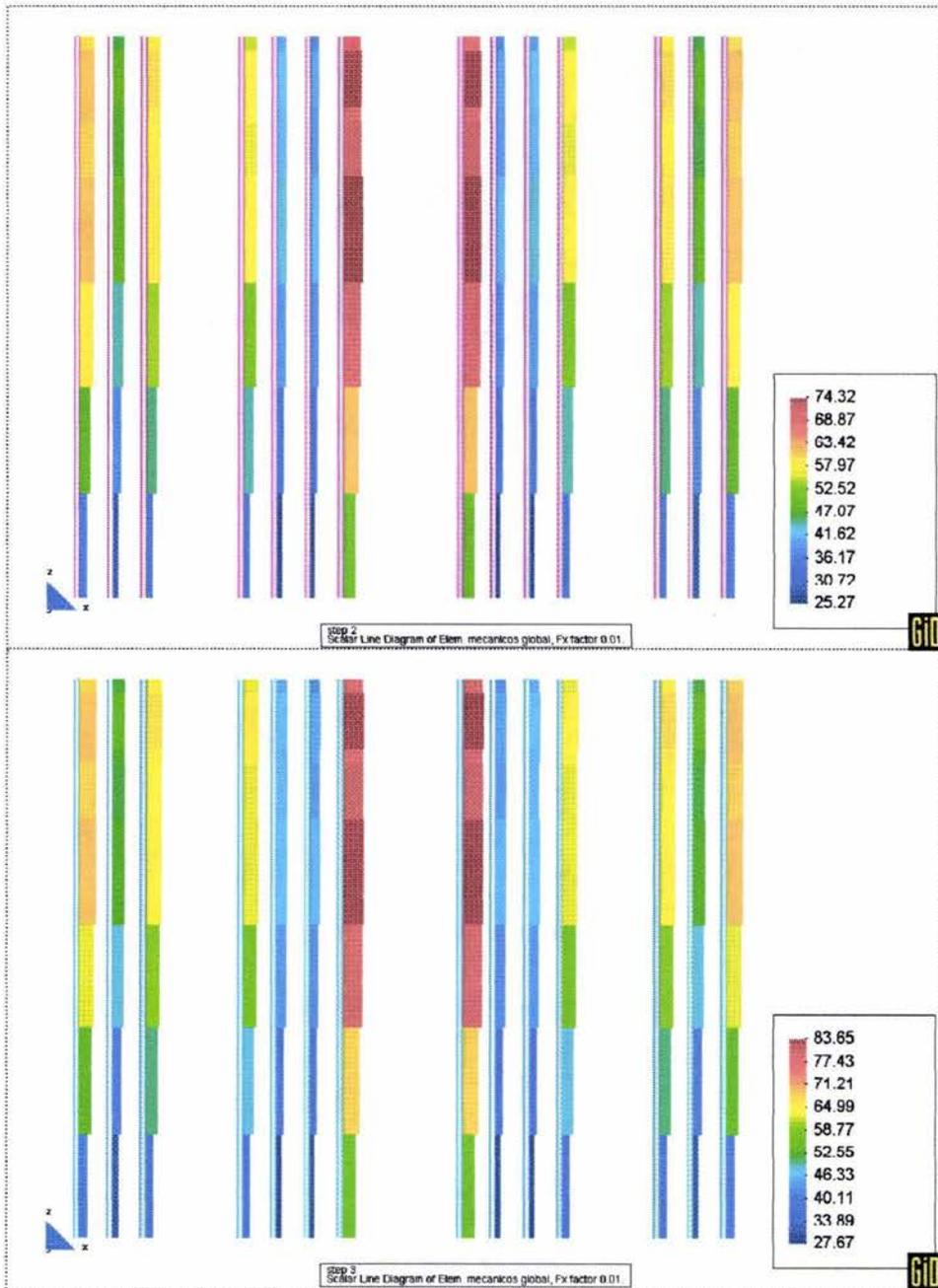


Figura 5.23 Fuerzas axiales en las dos hileras de pilas, en t.

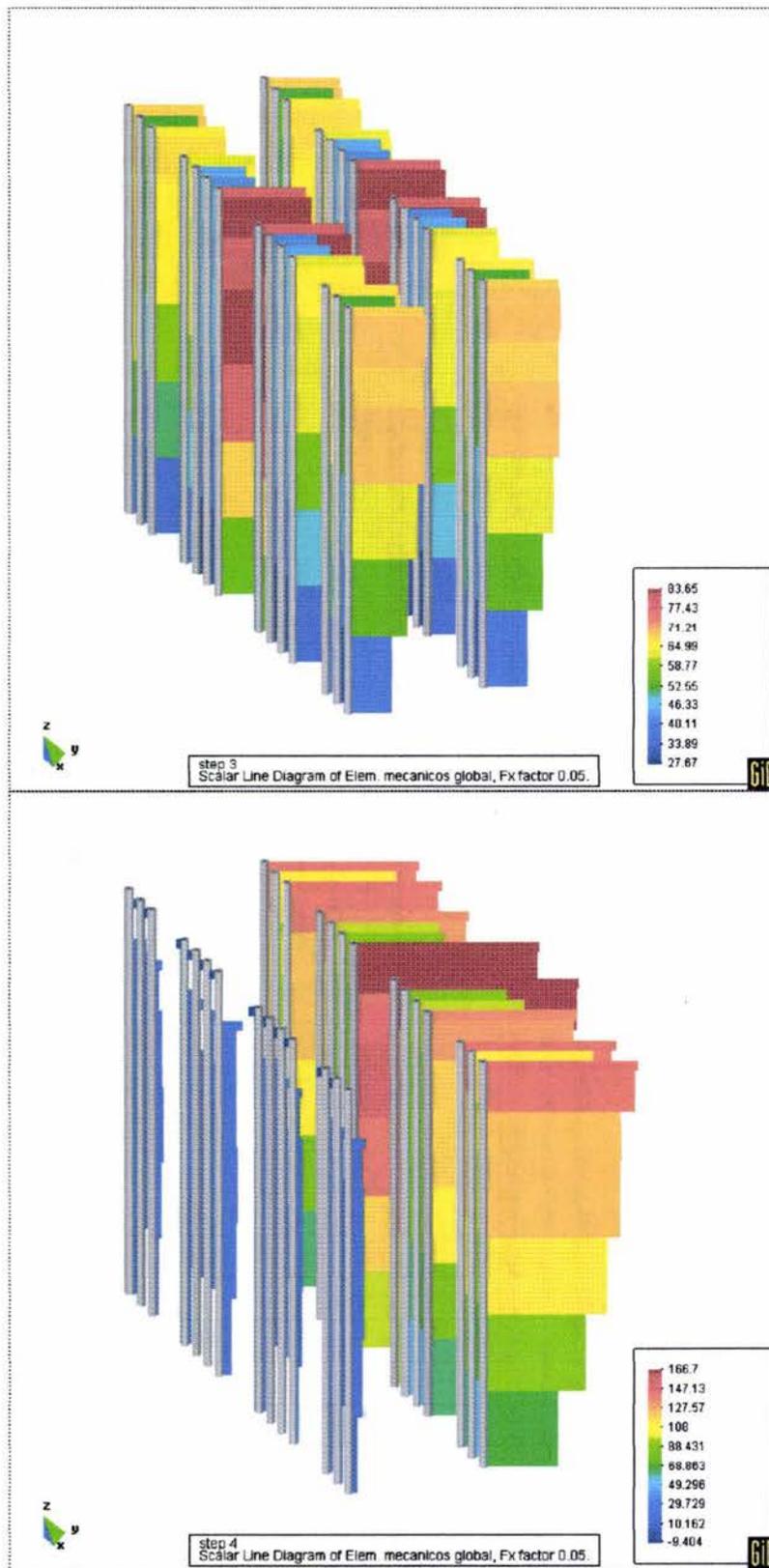


Figura 5.24 Variación de las fuerzas axiales al aplicar las fuerzas horizontales en t.

En el caso de las traves de cimentación las fuerzas axiales y las fuerzas cortantes en dirección horizontal son despreciables. En la Figura 5.25 se aprecia la variación de las fuerzas cortantes en

dirección vertical debidas al peso propio de la estructura y a la carga viva. La variación de la fuerza cortante al aplicar las fuerzas horizontales se aprecia en la Figura 5.26.

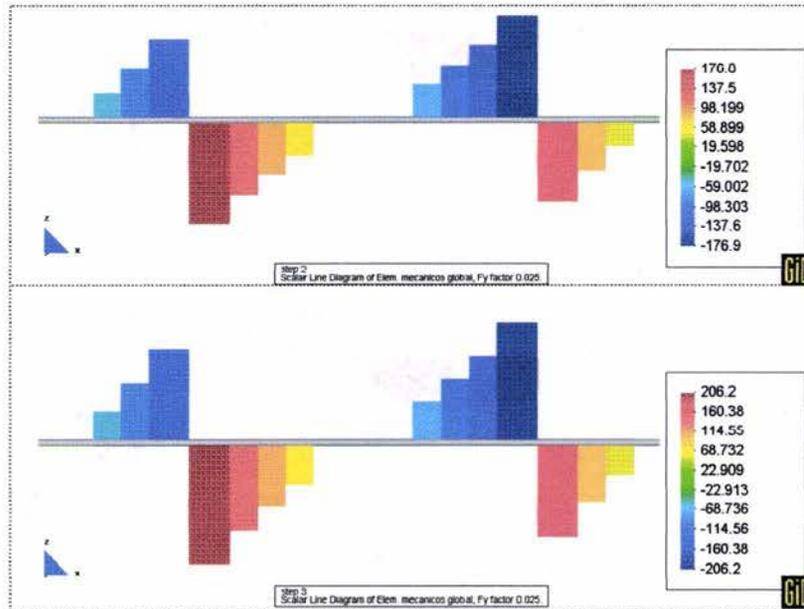


Figura 5.25 Fuerzas cortantes en dirección y' en etapas 2 y 3, en t .

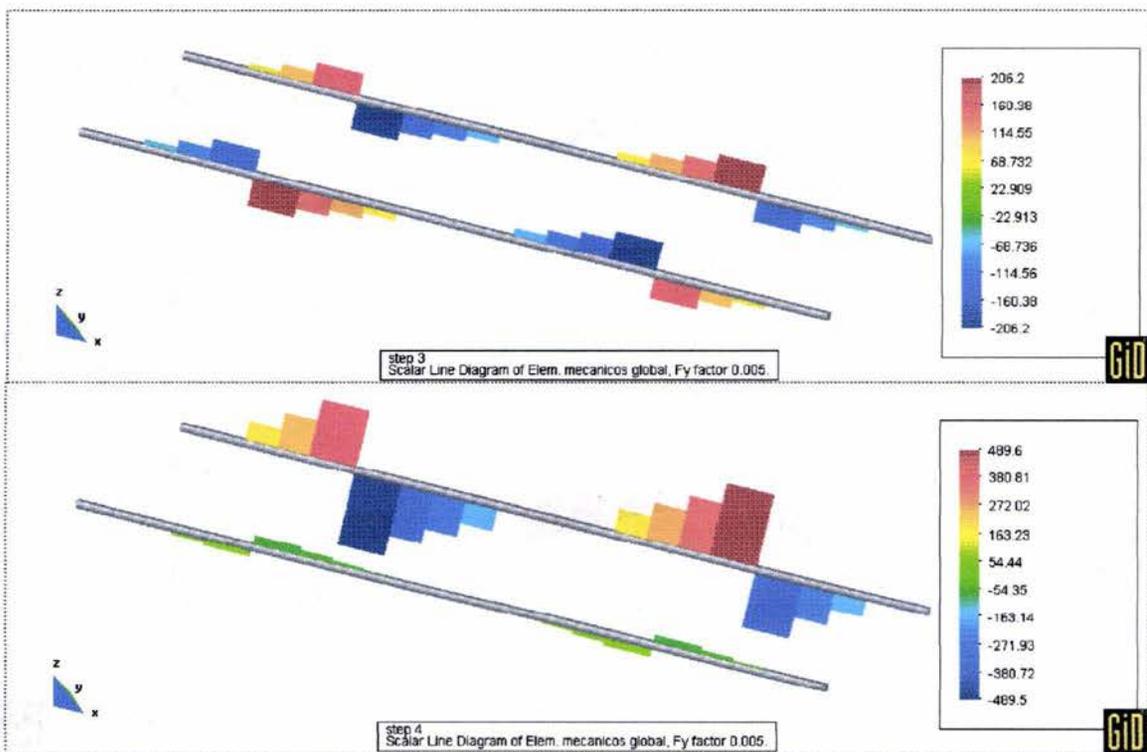


Figura 5.26 Fuerza cortante en dirección de y' antes y después de las fuerzas verticales, en t .

Así mismo, el momento torsionante es despreciable, así como el momento alrededor del eje local y' . Los valores del momento flexionante alrededor de z' en las etapas 2 y 3 se muestran en la Figura 5.27. La variación del momento flexionante alrededor de z' debida a la aparición de las cargas horizontales en la etapa 4 en las dos traveses se aprecia en la figura 5.28.

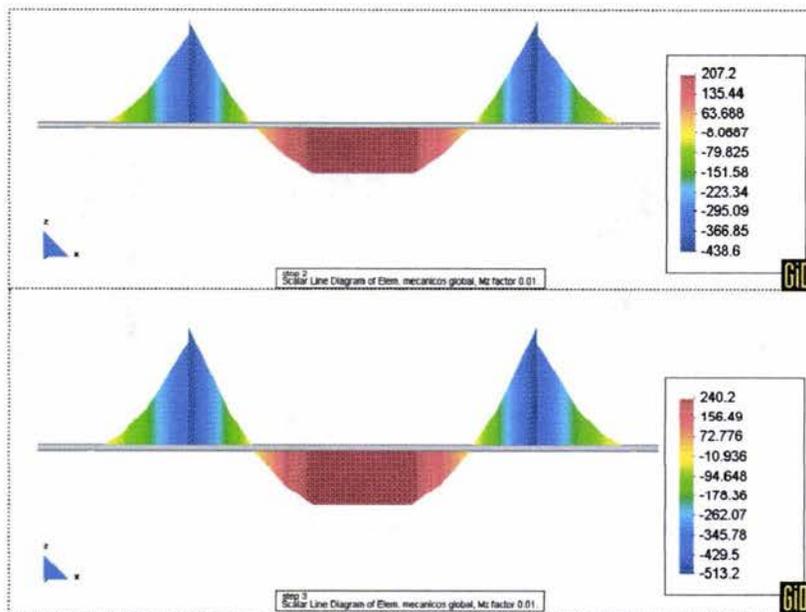


Figura 5.27 Momentos flexionantes alrededor de z' en etapas 2 y 3, en t.

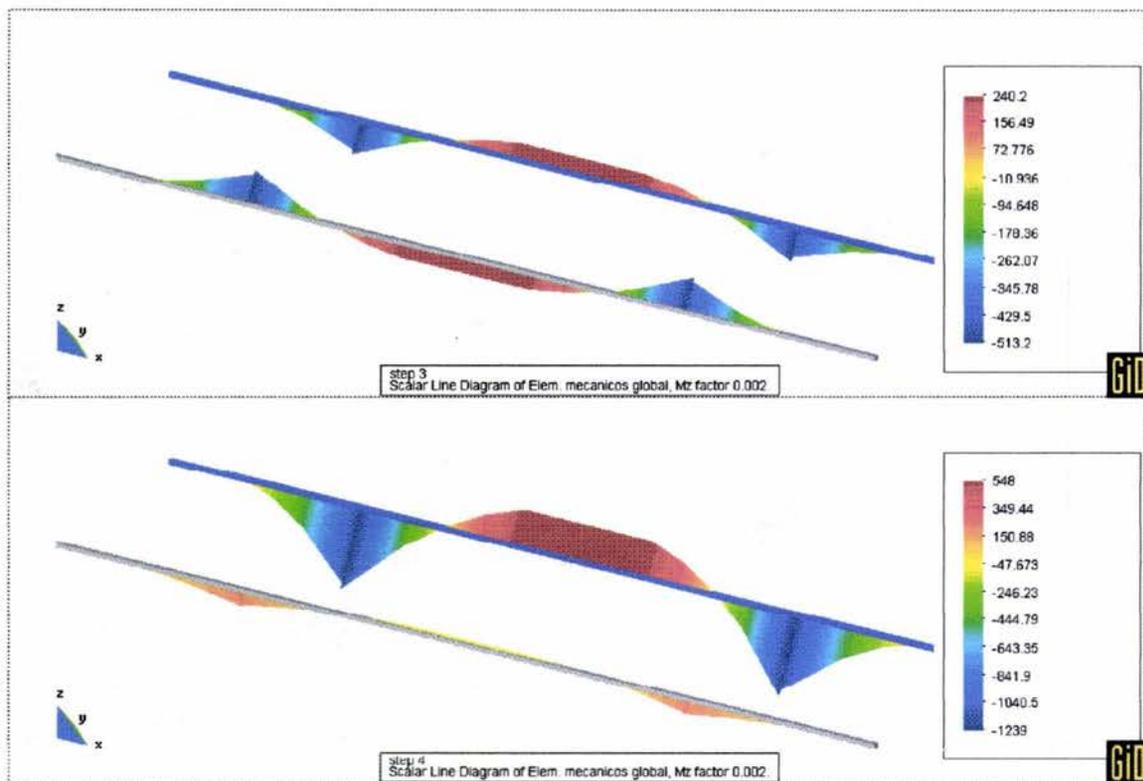


Figura 5.28 Momento flexionante alrededor de z' antes y después de las fuerzas verticales, en t-m.

Capítulo 6. Conclusiones

René Descartes, en el siglo XV, al dictar las Reglas del Método dio como segunda regla lo que podría ser el fundamento general del método de elementos finitos: “*dividir cada una de las dificultades que examinaré en tantas partes como fuese posible y en cuantas requiriese su mejor solución*”²⁹.

La regla del análisis fue empleada por los antiguos matemáticos quienes demostraron que un problema de grandes dimensiones puede resolverse dividiendo el problema en pequeñas partes. En la era moderna los ingenieros han inventado el método de los elementos finitos en búsqueda de soluciones a problemas que serían muy difíciles de resolver con otros métodos.

La ingeniería, como una de sus metas, debe optimizar los recursos sin menospreciar la seguridad y otros aspectos en las obras civiles. El método empleado en este trabajo permite realizar experimentos numéricos de problemas con geometrías diversas a muy bajo costo y en tiempos relativamente cortos. En estos experimentos se puede variar el diseño estructural y el procedimiento constructivo hasta encontrar la solución más viable y económica.

Se ha mostrado en el interior de este trabajo cómo el elemento viga tridimensional puede emplearse como alternativa de solución en el análisis de cimentaciones profundas, al emplearse para modelar los miembros de las estructuras que se apoyan en el suelo y las pilas que forman parte de la cimentación

Para demostrar cómo el elemento viga tridimensional puede emplearse en el análisis de cimentaciones se requirió adaptar numéricamente el elemento a un programa de cómputo con la capacidad para simular procesos constructivos en suelos blandos por medio del método de elementos finitos.

Dado que no es posible explicar la formulación del elemento viga tridimensional sin entender los fundamentos del método empleado y el planteamiento numérico del programa de cómputo, se trataron estos temas en este trabajo. También se mostró el uso del elemento viga en dos ejemplos en los que se demostró la validez de los resultados. En un tercer ejemplo se analizó un problema de grandes dimensiones, los resultados obtenidos se distinguen de los que se obtendrían con métodos tradicionales debido a su enfoque tridimensional y a que los análisis consideran conjuntamente la estructura y el suelo de cimentación.

Es necesario concluir de manera separada acerca del método empleado para el análisis y del elemento que se planteó.

Respecto al método de elementos finitos se enlistan algunos aspectos importantes que deben considerarse rigurosamente al resolver un problema:

²⁹ René Descartes. *Discurso del Método*.

- Las propiedades geométricas y mecánicas del suelo y de los miembros estructurales deben estudiarse con detalle al plantearse el problema, debido a que una variación en éstas podría no detectarse y proporcionar resultados lejanos a la realidad.
- La construcción del modelo y la correcta disposición de las condiciones de frontera deben revisarse exhaustivamente ya que el comportamiento general de los fenómenos estudiados dependen principalmente de esto.
- La densidad de la malla de elementos finitos debe construirse con un número de elementos y una distribución adecuada, considerando que debe existir una mayor concentración de elementos en la cercanía de los sitios de mayor interés y donde existen acciones externas.
- Los resultados deben estudiarse por medio de gráficas, las que son requeridas debido a que el gran número de resultados hace inoperable su estudio e interpretación sin el uso de dichas gráficas.
- La formulación físico-matemática de los elementos empleados debe escogerse meticolosamente.

Y con respecto al elemento viga, no obstante que se ha mostrado cómo proporciona resultados de gran precisión al analizar miembros estructurales, se debe exponer una incompatibilidad en cuanto al comportamiento considerado en el análisis y el comportamiento que ocurre en realidad:

– En el modelo de elementos finitos al analizar la interacción suelo-pilas se considera que tanto el elemento sólido que simula el suelo como el elemento viga que simula la pila inciden en nodos comunes y, por consiguiente, al ensamblarse la matriz de rigidez los coeficientes que corresponden a los grados de libertad de las incidencias consideran la rigidez del suelo y de la pila simultáneamente, con lo que al resolverse el sistema de ecuaciones $\mathbf{KQ} = \mathbf{F}$ se considera esta rigidez en conjunto por lo que se obtiene el mismo desplazamiento tanto en la pila como en el suelo.

– Lo anterior es una imprecisión numérica, debido a que en realidad el elemento sólido y el elemento viga tienen rigidez independiente, porque estos no están firmemente unidos, lo que implica que las deformaciones en el suelo y en la pila no son iguales. Este fenómeno se puede apreciar en la aparente emersión de estructuras cimentadas en estratos resistentes en zonas de suelos blandos.

– Lo anterior impide considerar los efectos de la fricción entre el elemento estructural y el suelo, factor que es de gran importancia en las cimentaciones a base de pilas y pilotes.

– Para resolver la imprecisión numérica que existe entre la unión suelo-pila, para considerar los efectos de fricción, se requiere plantear un elemento *interfaz* que permita modelar la diferencia de desplazamiento entre el sólido y la viga.

Los resultados obtenidos en el análisis del tercer ejemplo de este trabajo pueden considerarse como conservadores al imaginar que se presenta un fenómeno de adherencia entre el suelo y la pila, lo que implica que parte del peso del suelo es soportado por la pila y que la rigidez proporcionada por el suelo es insignificante en comparación de la rigidez de la pila.

El planteamiento del elemento interfaz está fuera de los alcances de este trabajo, aunque el establecimiento realizado en él es necesario como punto de partida para el futuro establecimiento del elemento interfaz.

Esta tesis forma parte de un programa de investigación que tiene como objetivo desarrollar una alternativa de análisis para problemas de cimentaciones y obras de tierra. La investigación se realiza en la Sección de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Apéndices

Apéndice A. Manual del usuario del programa TEST

En esta sección se presenta el manual del programa TEST03, desarrollado en la Sección de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

PROGRAMA DE COMPUTADORA TEST03 (Tridimensional ESTático) MANUAL DEL USUARIO

A.1. Tarjeta de título (20A4)

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
	1-80	TITLE	Título del problema

A.2. Tarjeta de control global (11I5)

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
(1)	1- 5	NDM	Dimensión del problema.
(2)	6-10	NUMNP	Número total de puntos nodales.
	11-15	NDFMAX	Número máximo de grados de libertad en cada nudo.
(3)	16-20	NUMEG	Número total de grupos de elementos.
(4)	21-25	NLAYER	Número total de etapas de análisis.
(5)	26-30	ITER	Número máximo de iteraciones en cada etapa de análisis.
(6)	31-35	NLOAD	Número total de cargas concentradas.
(7)	36-40	NPRES	Número total de cargas de presión.
(8)	41-45	INI	Número total de puntos que definen las condiciones iniciales de esfuerzo
(9)	46-50	NBOUN	Número total de nodos con desplazamientos prescritos (cero)
(10)	51-55	IGRAF	Índice empleado para parámetros de consolidación
(1)	NDM = 3 en esta versión del TEST.		
(2)	En la malla de elementos finitos que representa la región en estudio, se numeran los nodos con un orden que por lo común es de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba. Sin embargo esto depende de la geometría de la malla.		
(3)	En un análisis puede haber varios tipos de elementos (ver Tabla A.1), NUMEG el número máximo de tipos empleados.		
(4)	Los análisis se realizan por etapas. La aplicación de cargas y el cambio geométrico del problema (construcción o excavación) evoluciona por etapas de análisis. NLAYER es el número total de etapas.		
(5)	Dentro de cada etapa de análisis, los cálculos se realizan iterativamente. Existen dos criterios para detener el cálculo, el error de iteración es menor que el prefijado.		

	jado ó el número de iteraciones excede ITER (igual para todas las etapas de análisis).
(6)	NLOAD es el número total de cargas concentradas en todas las etapas.
(7)	Actualmente NPRES = 0 esta variables esta en revisión.
(8)	Actualmente INI = 0 esta variables esta en revisión.
(9)	Actualmente NBOUN = 0 esta variables esta en revisión.
(10)	Actualmente IGRAFF = 0 esta variables esta en revisión.

A.3. Tarjeta de control de arreglo común (15)

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
	1-5	NTOT	Número de espacio necesario en memoria para el análisis. Esta variable depende del compilador FORTRAN utilizado.

A.4. Tarjeta de error de iteración (Libre)

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
(1)		ERRO	Error previsto de iteración (criterio de convergencia).
(1)			El error se calcula de acuerdo con $ERRO = \frac{\ r_n^k\ }{\ r_n^0\ }$, donde r_n^0 es el vector desplazamientos en la primera iteración de la etapa n y r_n^k es el mismo vector pero en la k-ésima iteración. $\ \cdot\ $ es la norma.

A.5. Tarjetas de puntos nodales (Libre)

Una tarjeta por cada punto nodal. NUMNP tarjetas.

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
		X(1)	X - ordenada
		X(2)	Y - absisa
		X(3)	Z - cota
(1)		ID(1)	X - translación, código
(1)		ID(2)	Y - translación, código
(1)		ID(3)	Z - translación, código
(1)		ID(4)	X - rotación, código
(1)		ID(5)	Y - rotación, código
(1)		ID(6)	Z - rotación, código
(1)			ID = 0 condición libre, ID = 1 condición fija (no se permite desplazamiento o rotación). El número de códigos ID es igual al máximo grado de libertad NDFMAX, es decir, que si NDFMAX es igual a tres ID tendrá tres componentes.

A.6. Tarjetas de cargas concentradas (Libre)

Una tarjeta por cada carga concentrada. NLOAD tarjetas.

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
(1)		NOD	Punto nodal donde se aplica la carga.
(2)		IDIRN	Dirección de la carga
(3)		ILAYER	Etapas de la aplicación de la carga.
(4)		FLOAD	Valor de la carga.

(1)	Este grupo de datos tiene NLOAD tarjetas. Si NLOAD = 0, se omite este grupo de tarjetas.
(2)	IDIRN = 1 si la larga es paralela al eje x, IDIRN = 2 si la larga es paralela al eje y,
(3)	IDIRN = 3 si la larga es paralela al eje z.
(4)	Una vez aplicada la carga, se mantendrá en todas las etapas subsecuentes, por tanto ILAYER es la primera etapa en que se aplica la carga. Debe recordarse que la carga tiene signo y es congruente con la convención del signo del sistema global de coordenadas.

A.7. Tarjetas de control global de elementos (Libre)

Una tarjeta por cada tipo diferente de elementos empleado. NUMEG tarjetas.

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
(1)		ITYPE	Indicador del tipo de elemento.
(2)		NEL	Número de elementos.
		NEN	Número de puntos nodales en cada elemento.
		NDF	Número de grados de libertad de los puntos nodales que forman el elemento.
		NMAT	Número de grupos de material de el elemento.
		NPRO	Número de propiedades de material en cada grupo.
(3)		NSTR	Número de datos de salida.
		NGAUS	Número de puntos de integración Gaussiana.
(1)	Este grupo de datos tiene NUMEG tarjetas. La descripción de cada tipo de elemento se muestra en la Tabla A.1.		
(2)	Los valores que se deben fijar para cada tipo de elemento se listan en la Tabla A.2.		
(3)	El programa reporta los resultados de cada elemento que contiene NSTR valores.		

Tabla A.1 Descripción de los tipos de elementos

CCONCEPTO	ITYPE	ELEMENTO	DESCRIPCIÓN
Sólido	1	QUAD8	Sólido con comportamiento elasto-plástico perfecto
Cascarón	3	SHELL4	Cascarón bilineal degenerado
Viga	5	BEAM2	Viga tridimensional

Tabla A.2 Valores del control global de cada elemento.

ELEMENTO	ITYPE	NEL	NEN	NDF	NMAT	NPRO	NSTR	NGAUSS
QUAD8	1	Variable	8	3	Variable	12	7	8
SHELL4	2	Variable	4	6	Variable	6	3	4
BEAM2	3	Variable	2	6	Variable	7	6	2

A.8. Tarjetas características de los elementos

Se requiere de dos conjuntos de tarjetas por cada grupo de elementos, el grupo de elementos está definido por NUMEG. Estos conjuntos son: 1) *Tarjetas de las propiedades de cada tipo de elemento* y 2) *Tarjetas de incidencias y características de los elementos*.

A.8.1. Tarjetas de las propiedades de cada tipo de elemento (Libre)

Una tarjeta por cada tipo de material, cada grupo contiene NMAT tarjetas y cada tarjeta contiene NPRO valores.

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
(1)		(ELPRO(I), I=1,NPRO)	NPRO propiedades
(1)	Cada tarjeta tiene NPRO datos. El orden de los datos para cada diferente tipo de elementos se muestra en la Tabla A.3 y los símbolos se describen en la Tabla A.4.		

Tabla A.3 Propiedades de los diferentes tipos de elementos.

NOTA	ELEMENTO	ITYPE	NPRO	VARIABLE: (ELPRO(I), I=1,NPRO)						
(1)	QUAD8	1	12	E	μ	γ	S'_u	RT	1/mv	
	SHELL4	2	12	E	μ	γ	t	FT	FP	
	BEAM2	3	7	E	μ	γ	A	J	Iy	Iz
(1)	Las propiedades de los elementos sólidos son leídas en la primera y en la segunda etapa por lo que se deben escribir dos veces. En caso que se contemple un cambio de propiedades de la primera a la segunda etapa se escriben diferentes propiedades.									

Tabla A.4 Símbolos de las propiedades

E	Módulo de elasticidad
μ	Relación de Poisson
γ	Peso volumétrico
S'_u	Cohesión
RT	Resistencia a la tensión
mv	Módulo de compresibilidad volumétrica
A	Área transversal
t	Espesor
FT	Factor de torsión
FP	Factor de pandeo
J	Momento polar de inercia
Iy	Momento de inercia respecto a eje local y
Iz	Momento de inercia respecto a eje local y

A.8.2. Tarjetas de incidencias y características de los elementos (Libre)

Una tarjeta por cada elemento. Este conjunto contiene NEL tarjetas por cada grupo de elementos.

NOTA	COLUMNAS	VARIABLE	DESCRIPCIÓN
(1)		(IX(I), I=1,NEN+2)	Incidencias, número de material y etapa y otras características de los elementos
(2)		VARIABLES EXTRAS	Datos adicionales para elementos BEAM2 y SHELL4
(1)	Los primeros NEN datos corresponden a las incidencias de los elementos, el dato NEN+1 corresponde al número de material del elementos y el dato NEN+2 corresponde a la etapa de construcción del elemento. El valor absoluto de NEN+2 define si el elemento se construye o se excava, si es positivo se construye y si es negativo se excava.		
(2)	En el caso del elemento SHELL4 añadir los números "441 1 1". En el caso del elemento BEAM2 al final de la tarjeta se encuentra el número del nodo de referencia k que define el sistema coordenado local del elemento (Capítulo 3 de esta tesis)		

Apéndice B. Manual de interfaz

TEST—GiD

En esta sección se presenta el manual de la interfaz TEST03—GiD en la que se explica como se genera un análisis a partir de entidades geométricas creadas en GiD.

INTERFAZ TEST03—GiD

MANUAL DEL USUARIO

La creación de entidades geométricas, la generación de mallas y el postproceso se realiza según se indica en el manual de usuario de GiD. Este manual sólo está dedicado a puntualizar lo referente al manejo de la interfaz, cuestiones no incluidas en el manual de usuario de GiD.

B.1. Consideraciones generales

Las entidades geométricas requeridas para esta interfaz deben de tener las siguientes características particulares:

- Las entidades sólidas deben de tener seis lados y dos de las caras deben de ser paralelas al plano $x-y$.
- Las entidades de superficie deben tener cuatro lados y en la medida de lo posible sus normales deben tener la misma dirección.
- Las entidades de línea en la medida de lo posible deben tener normales en la misma dirección.

Los elementos con los que se creará la malla de electos finitos deben ser:

- Los elementos sólidos QUAD8 deben ser hexahedros de 8 nodos.
- Los elementos cascarón SHELL4 deben ser cuadriláteros de 4 nodos.
- Los elementos viga BEAM2 deben ser líneas.

B.2. Asignación del Problem type

Una vez creadas las entidades geométricas que modelarán el problema se debe asignar el *Problem type* correspondiente a la interfaz TEST—GiD. La instalación del *Problem type* se detalla en el manual de usuario de GiD.

Para establecer el *Problem type* al modelo hay que dirigirse al menú **Data > Problem type > Test_3d** (Fig. B.1).



Figura B.1 Asignación del Problem type.

B.3. Asignación de propiedades y condiciones

B.3.1. Datos generales del problema

Los datos generales del problema se asignan desde el cuadro de diálogo **Problem Data** al que se accede desde el menú **Data > Problem Data**.

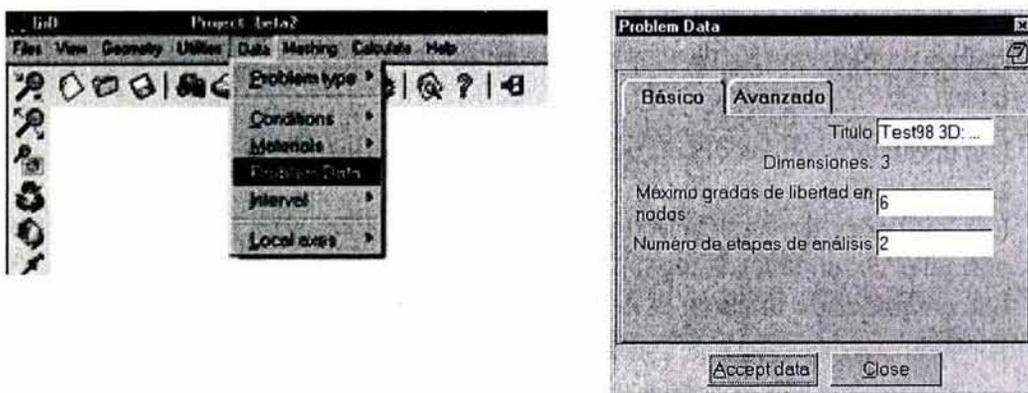


Figura B.2 Asignación de datos del problema.

B.3.2. Restricciones

Las restricciones de los nodos son asignadas desde el cuadro de diálogo **Restricciones** al que se accede desde el menú **Data > Conditions > Restricciones** (Fig. 5.2). En este cuadro de diálogo

se asignan las restricciones sobre las entidades geométricas, si el indicador de la restricción tiene el símbolo ✓ el grado de libertad correspondiente se considerará fijo.

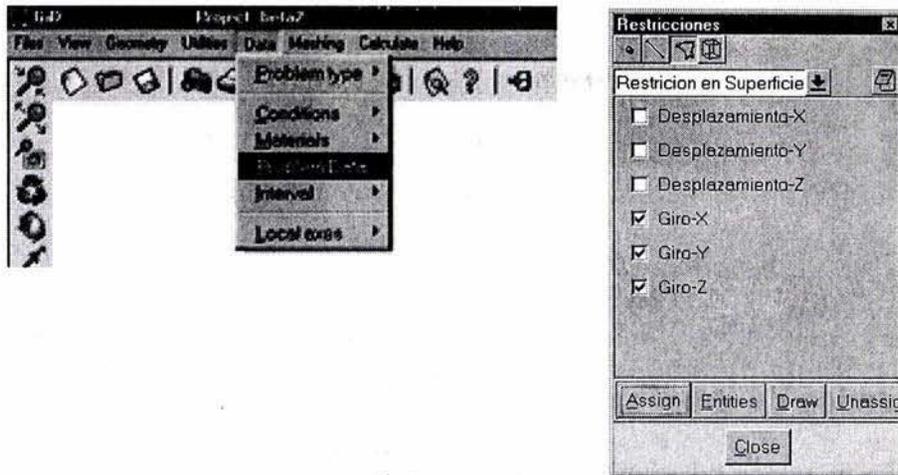


Figura B.3 Cuadro de diálogo para ingreso de restricciones.

B.3.3. Etapas de análisis

Las etapas de construcción o excavación de los elementos son asignadas desde el cuadro de diálogo Etapas al que se accede desde el menú Data > Conditions > Etapas (Fig. 5.3). En este cuadro de diálogo se asignan las etapas sobre las entidades geométricas.

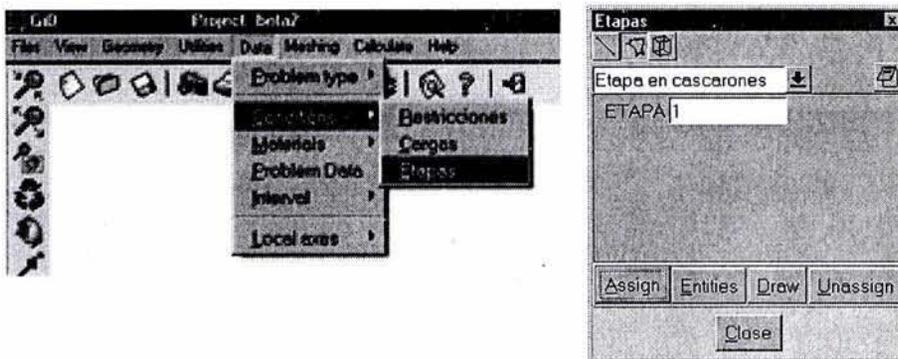


Figura B.4 Cuadro de diálogo para ingreso de restricciones.

Las etapas de análisis de los elementos viga se asignan después de generar la malla, debido a que junto a las etapas se asigna el nodo de referencia k , y los números de los nodos a asignar no se conocen hasta después de generada la malla.

B.3.4. Cargas

Las cargas son asignadas a partir del cuadro de diálogo Cargas al que se accede desde el menú Data > Conditions > Cargas (Fig B.5). Se pueden desde este cuadro asignar cargas a puntos antes de generar la malla y a nodos después de generar la malla.

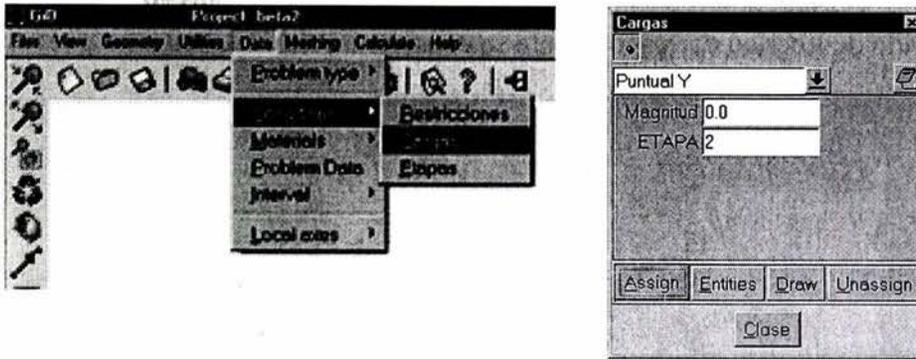


Figura B.5 Asignación de las cargas.

B.3.5. Propiedades de los materiales

Los materiales se asignan dependiendo del tipo de la entidad geométrica. Al generarse la malla las *entidades geométricas sólido* serán *elementos finitos sólidos*, las *entidades geométricas superficie* serán *elementos finitos cascarón* y las *entidades geométricas línea* serán *elementos finitos viga*. Considerando lo anterior se deben asignar congruentemente las propiedades de los elementos.

B.3.5.1. Elementos sólido

Las propiedades de los elementos finitos sólido se asignan desde el cuadro de diálogo QUAD8 al que se accede desde el menú **Data > Materials > QUAD8**. (Fig. B.6). Si la casilla correspondiente a **Cambiar propiedades** está activada con el símbolo los elementos sólidos cambiarán sus propiedades a partir de la segunda etapa.

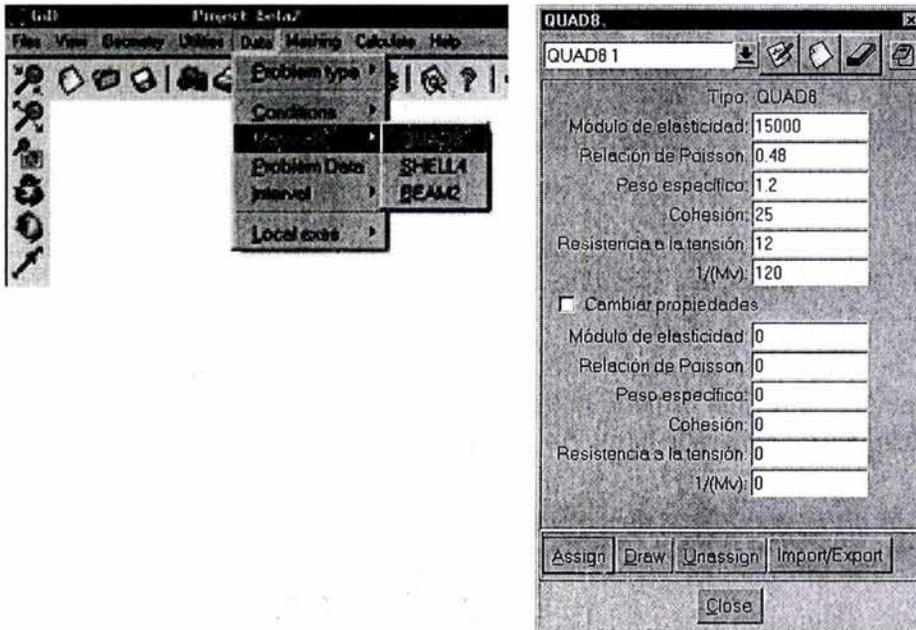


Figura B.6 Cuadro de diálogo para asignación de propiedades de elementos sólidos.

B.3.5.2. Elementos cascarón

Las propiedades de los elementos finitos cascarón se asignan desde el cuadro de diálogo SHELL4 al que se accede desde el menú **Data > Materials > SHELL4** (Fig. B.7). Las propiedades sólo se asignan a las *entidades geométricas superficie* que se deseen convertir en *elementos finitos cascarón*.

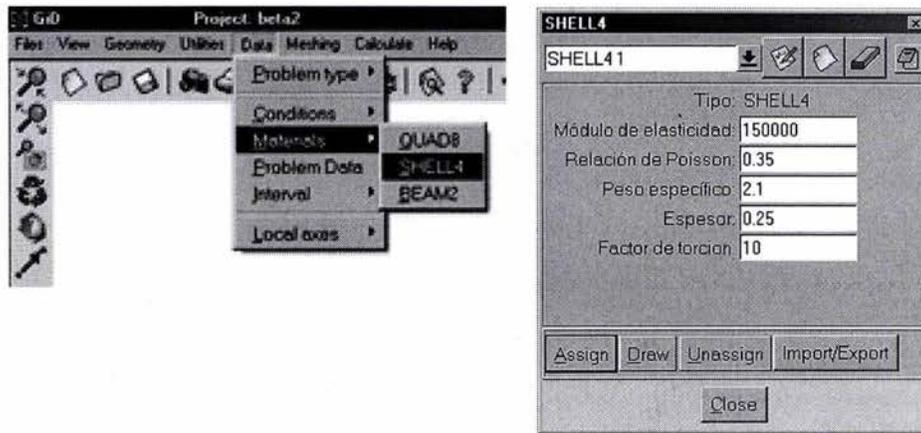


Figura B.7 Cuadro de diálogo para asignación de propiedades de elementos cascarón.

B.3.5.3. Elementos viga

Las propiedades de los elementos finitos viga se asignan desde el cuadro de diálogo BEAM2 al que se accede desde el menú **Data > Materials > BEAM2** (Fig. B.8). Las propiedades sólo se asignan a las *entidades geométricas línea* que se deseen convertir en *elementos finitos viga*.

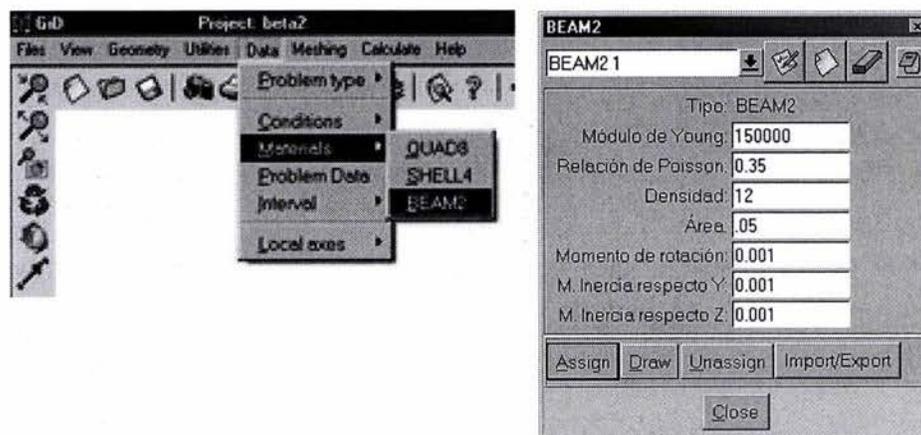


Figura B.8 Cuadro de diálogo para asignación de propiedades de elementos viga.

B.4. Análisis desde GiD

Una vez generada la malla y asignadas todas las propiedades y condiciones se realiza el análisis desde el menú **Calculate** o desde la ventana **Process window** a la que se accede desde el menú **Calculate > Calculate window** (Fig. B.9).

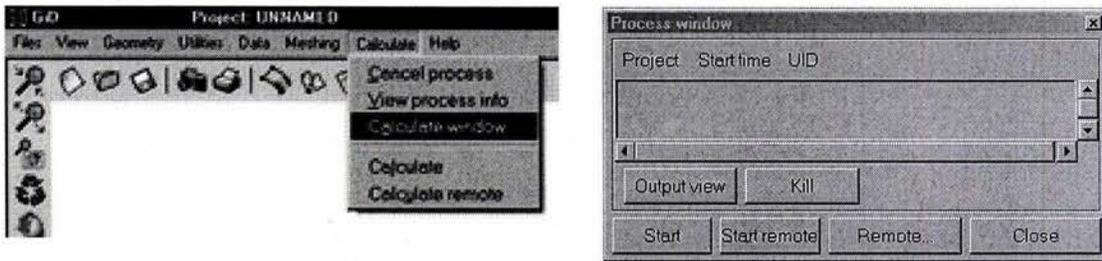


Figura B.9 Ventana para cálculo en GiD.

Es posible ver el proceso de análisis desde la ventana Output info que se abre desde la ventana Process window a partir del botón Output view o desde el menú Calculate > View process info (Fig. B.10).

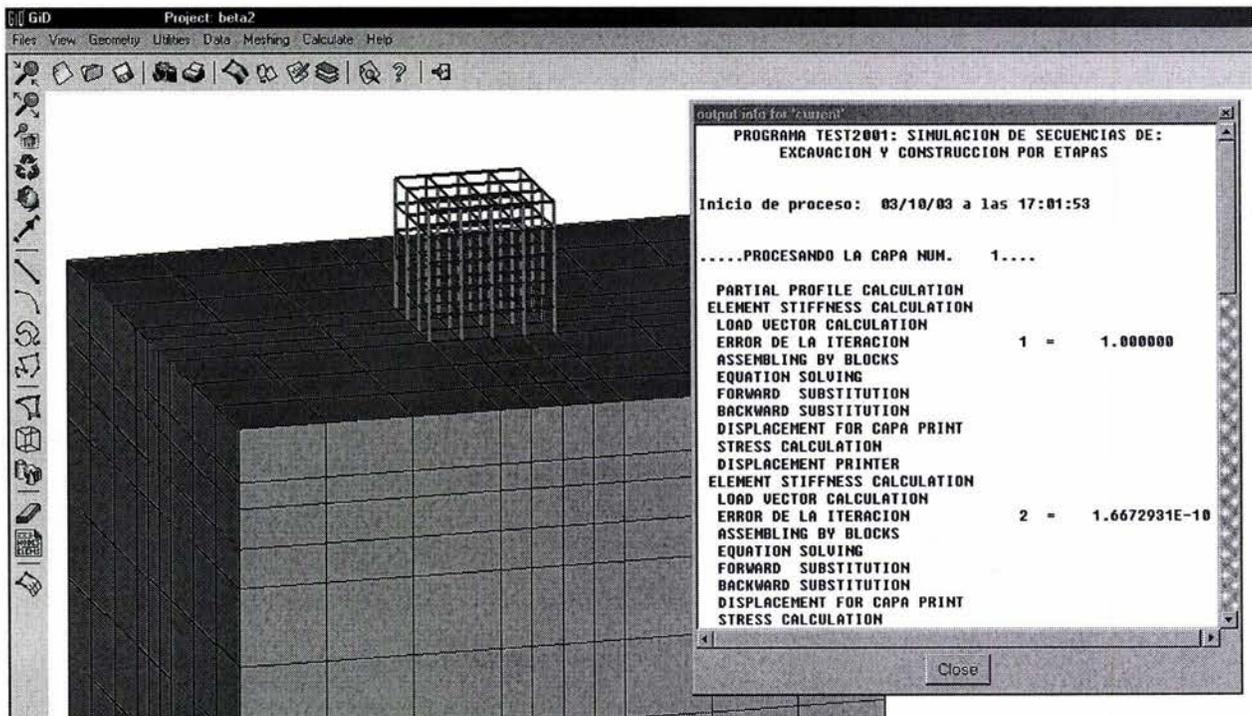


Figura B.10 Vista del proceso desde GiD.

B.5. Postproceso desde GiD

Se puede acceder al postproceso desde GiD una vez terminado el proceso de análisis, no se requiere de la revisión ni acomodo de archivos de resultados ya que la interfaz GiD—TEST los acomoda automáticamente. El postproceso se realiza de manera ordinaria, como se explica en el manual de usuarios de GiD.

Apéndice C. Subrutina del elemento viga para programa TEST

Se presenta el listado de las subrutinas añadidas al programa TEST para la implementación del elemento viga tridimensional, debido a que el programa TEST fue diseñado originalmente para permitir la implementación de nuevos elementos las modificaciones hechas en la estructura del programa fueron mínimas. El programa TEST esta programado en FORTRAN77 (Fortran Fixed Format Source) y por consiguiente las subrutinas de esta sección también.

```

1  SUBROUTINE BEAM2(X, ID, IDD, NCNP, IX, ELPRO, SIGA, LM, NCEL,
2  1  LISNDF, MAXA, AK, R, DISA, NUMNP, NDM, NDFMAX, ITYPE,
3  2  NEL, NEN, NEN2, NLM, NDF, NMAT, NPRO, NSTR, NGAUS, NPAR1,
4  3  NPAR2, knod, ISW)
5  COMMON /FILE/ IINP, IOUT, IERR, IDAT, IDET, ILM, NSTFP, NSTFT, NRED, NPVT,
6  *NBARRA, NVIGA, NSM, NPLAS, NLAT, NASE, NEXP, NPORO, NPORO2, NPORO3, NPORO4,
7  *NSHELL, NBSH, NVIGA2
8  COMMON /CAPAS/ N LAYER, ITER
9  COMMON /ERROR/ ERRO, ERR1
10 COMMON /MEMO/ NEQ, NWK
11 DIMENSION X(NDM,1), ID(NDFMAX,1), IDD(NDFMAX,1), NCNP(1),
12 1 IX(NEN2,1), ELPRO(NPRO,1), LM(NLM), NCEL(1), MAXA(1),
13 2 LISNDF(1), AK(1), R(1), DISA(NDFMAX,1), knod(nel)
14 dimension t(12,12), s(12,12), rkt(12,12), as(12,12),
15 & fg(12), fe(12), ed(12), edl(12), ef(12), ef2(12), reac(12)
16 C
17 GOTO (1,2,3,4,5,6)ISW
18 c |
19 c | fase 1
20 c |
21 l continue
22 c >> propiedades de materiales
23
24 write(iout,3009)
25 do 10 mate=1,nmat
26 read(iinp,*) (elpro(i,mate), i=1,npro)
27 write(iout,3015)mate, (elpro(i,mate), i=1,npro)
28 10 continue
29 c >> incidencias, etapa y material
30 write(iout,3020)
31 do 20 i=1,nel
32 read (iinp,*) (ix(ii,i),ii=1,nen2),knod(i)
33 write(iout,3040)i,(ix(ii,i),ii=1,nen2),knod(i)
34 20 continue
35 c >> ¿?
36 DO 25 I=1,NDF
37 25 LISNDF(I)=I
38 DO 30 I=1,NEL
39 30 NCEL(I)=I
40 c >>
41 CALL PROFIL (NCEL,NCNP,IDD,IX,MAXA,LM,NLM,LISNDF,NEL,NDF,NEN,NEN2,
42 & NDFMAX)
43 c
44 continue
45 return
46 c

```

Elemento viga tridimensional para el análisis de cimentaciones profundas en suelos blandos

```

47 3009 format(//
48 &'-----DATOS DE LOS ELEMENTOS MATERIALES DE BEAM-----'
49 &/' MATERIAL      Young  Poisson  densidad  area      J
50 &      Ix      Iy      Wy      Wz')
51 3015 FORMAT(1i5,5x,1e10,3,6F10.3,4x,1f10.2,2x,1f10.2)
52 3020 FORMAT(//,
53 &'-----CONECTIVIDADES DE LOS ELEMENTOS BEAM -----'
54 &/' #ELEM  N1  N2      M      L      N3')
55 3040 FORMAT(1i5,2i5,4x,2i7,5x,1i5)
56 c |
57 c |   fase 2
58 c |
59 2   continue
60     DO 60 I=1,NEL
61       NCEL(I)=0
62       IF(IX(NEN2,I).LT.0.AND.ABS(IX(NEN2,I)).LE.NPAR2) GO TO 60
63       IF(IX(NEN2,I).GT.0.AND.ABS(IX(NEN2,I)).GT.NPAR2) GO TO 60
64       NCEL(I)=1
65       DO 50 J=1,NEN
66         N=IX(J,I)
67         NKNP(N)=N
68         DO 40 K=1,NDF
69           IDD(K,N)=ID(K,N)
70     40 CONTINUE
71       IF(NDF.EQ.NDFMAX) GO TO 50
72       DO 145 K=NDF+1,NDFMAX
73         IDD(K,N)=1
74     145 CONTINUE
75     50 CONTINUE
76     60 CONTINUE
77     return
78 c |
79 c |   fase 3
80 c |
81     3 CALL PROFIL(NCEL,NCNP,IDD,IX,MAXA,LM,NLM,LISNDF,NEL,NDF,NEN,NEN2,
82     1     NDFMAX)
83     RETURN
84 c |
85 c |   fase 4
86 c |
87 4   continue
88     DO 5000 LNUM=1,NEL
89       NELEM=NCEL(LNUM)
90       READ(ILM,*) NELEM,(LM(I),I=1,NLM)
91       IF(NELEM.EQ.0) GO TO 400
92       NM = IX(NEN+1,LNUM)
93 c
94 c >> [T] y [k]
95
96     call ts( ELPRO(1,NM),ELPRO(2,NM),ELPRO(3,NM),ELPRO(4,NM),
97     &      ELPRO(5,NM),ELPRO(6,NM),ELPRO(7,NM),
98     &      x(1,ix(1,nelem)),x(2,ix(1,nelem)),x(3,ix(1,nelem)),
99     &      x(1,ix(2,nelem)),x(2,ix(2,nelem)),x(3,ix(2,nelem)),
100    &      x(1,knod(nelem)),x(2,knod(nelem)),x(3,knod(nelem)),
101    &      T,s,el )
102 c > [k]x[T]
103     call zeror2(rkt,12,12)
104     do 41 i=1,12
105       do 41 j=1,12
106         rkt(i,j) = 0
107       do 41 k=1,12
108         rkt(i,j) = ( s(i,k) * t(k,j) ) + rkt(i,j)
109 c >> [K]=[Tt]x[k]x[T]
110     call zeror2(as,12,12)
111     do 42 i=1,12
112       do 42 j=1,12
113         as(i,j) = 0
114       do 42 k=1,12
115         as(i,j) = ( t(k,i) * rkt(k,j) ) + as(i,j)
116 c ->-+--+--a) proceso de convergencia-+--+--+--+--+--+--+--+--+
117 c >> {q} (global)
118     do 43 i =1,NDFMAX
119       ed(i ) = DISA(i,ix(1,nelem))
120     43 ed(i+6) = DISA(i,ix(2,nelem))
121 c >> {q}={q}x[T] (transforma a local)
122     call zeror1(ed1,12)
123     do 44 i = 1,12
124     do 44 k = 1,12

```

```

125 44      edl(i) = edl(i) + T(i, k) * ed(k)
126 c >> {f}=[k]x{q} ({f} en sistema local)
127      call zeror1(fg,12)
128      do 45 i = 1, 12
129      do 45 k = 1, 12
130      fg(i) = fg(i) + s(i, k) * edl(k)
131 45      continue
132 c >> {f} (transforma a global)
133      call zeror1(reac,12)
134      do 46 i = 1,12
135      do 46 k = 1,12
136 46      reac(i) = reac(i) + T(k, i) * fg(k)
137 c !!!
138      DO 47 I=1,NEN
139          II=IX(I,1num)
140          DO 47 J=1,NDF
141              JJ=NDF*(I-1)+J
142              N=IDD(J,II)
143              IF(N.LE.0) GO TO 47
144              R(N)=R(N)-reac(JJ)
145 47      continue
146 c iii
147 c <-+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+--+
148 400 CONTINUE
149 c >> impresion de [as]
150      WRITE(NSTFP,*) NELEM, ((as(i,j),i=1,NLM),j=1,NLM)
151 5000 CONTINUE
152      return
153 401 format(i5/12(f20.5))
154 c |
155 c |     fase 5
156 c |
157      5 DO 600 NNN=1,NEL
158          NELEM=NCEL(NNN)
159          READ(NSTFP,*) NELEM,((AS(I,J),I=1,NLM),J=1,NLM)
160          READ(ILM,*) NELEM,(LM(I),I=1,NLM)
161          IF(NELEM.EQ.0) GO TO 600
162          CALL ADDSTF(AS,AK,MAXA,LM,NLM)
163 600 CONTINUE
164          RETURN
165 c |
166 c |     fase 6
167 c |
168 6      continue
169          IF(ERR1.LE.ERR0.OR.NPAR1.EQ.ITER) THEN
170              write(nviga,603) NPAR2,npar2
171              write(nviga2,606) NPAR2,npar2
172              do 6000 lnum = 1, nel
173 c
174              NELEM=NCEL(lnum)
175              READ(ILM,*) NELEM,(LM(I),I=1,NLM)
176              IF(NELEM.EQ.0) GO TO 410
177              NM=IX(NEN+1,lnum)
178 c
179 c >> [T] y [k]
180      call ts( ELPRO(1,NM),ELPRO(2,NM),ELPRO(3,NM),ELPRO(4,NM),
181      &      ELPRO(5,NM),ELPRO(6,NM),ELPRO(7,NM),
182      &      x(1,ix(1,nelem)),x(2,ix(1,nelem)),x(3,ix(1,nelem)),
183      &      x(1,ix(2,nelem)),x(2,ix(2,nelem)),x(3,ix(2,nelem)),
184      &      x(1,knod(nelem)),x(2,knod(nelem)),x(3,knod(nelem)),
185      &      T,s,e1 )
186 c >> {q} en sistema global
187      i1 = ix(1,nelem)
188      i2 = ix(2,nelem)
189      do 61 i =1,NDFMAX
190      ed(i ) = DISA(i,i1)
191 61      ed(i+6) = DISA(i,i2)
192 c >> {q}={q}x[T] (transforma a local)
193      call zeror1(edl,12)
194      do 62 i = 1,12
195      do 62 k = 1,12
196 62      edl(i) = edl(i) + T(i, k) * ed(k)
197 c >> {f}=[k]x{q}
198      call zeror1(ef,12)
199      do 63 i = 1, 12
200      do 63 k = 1, 12
201 63      ef(i) = ef(i) + s(i, k) * edl(k)
202      do 64 i=1,6

```

```

203 64   ef2(i) = ef(i)
204     do 65 i=7,12
205 65   ef2(i) = ef(i) * -1
206 c >> imprimo resultados
207     write(nviga,604)nelem,(ef(ii),ii=1,12)
208     write(nviga2,604)nelem,(ef2(ii),ii=1,12)
209 410  continue
210 6000 continue
211     write(nviga,605)
212     write(nviga2,605)
213 c
214 603  format(//,'Result "Elem._mecanicos_local" "Estatico"'
215     & li3 ' matrix OnGaussPoints "viga"',/,
216     &'ComponentNames "Fx","Fy","Fz","Mx","My","Mz"',/,
217     &'# FUERZAS DE EXTREMO DE ELEMENTOS BEAM2 EN ETAPA ',li2,/,
218     &'#ELEM   axial-X cortante-Y cortante-Z torsion-X
219     & flexion-Y flexion-Z'/'values')
220 604  format(li5,1x,6e12.4,/,6x,6e12.4)
221 605  format('end values')
222 606  format(//,'Result "Elem._mecanicos_global" "Estatico"' li3
223     &' matrix OnGaussPoints "viga2"',/,
224     &'ComponentNames "Fx","Fy","Fz","Mx","My","Mz"',/,
225     &'# FUERZAS DE EXTREMO DE ELEMENTOS BEAM2 EN ETAPA ',li2,/,
226     &'#ELEM   axial-X cortante-Y cortante-Z torsion-X
227     & flexion-Y flexion-Z'/'values')
228     ENDIF
229     return
230     END
231
232
233     subroutine ts(E,rm,ro,rA,rJ,rIy,rIz,cxi,cyi,czi,cxj,cyj,czj,
234     & cxx,cyk,czk,T,s,e1)
235 c
236     dimension T(12,12),s(12,12)
237
238     rG = E / ( 2 * ( 1 + rm ) )
239 c >> longitud
240     e1 = sqrt( ( cxi - cxj ) ** 2 +
241     & ( cyi - cyj ) ** 2 +
242     & ( czi - czj ) ** 2 )
243     d1 = 1/e1
244 c <<
245 c >> inicializan matrices
246     call zeror2( T,12,12)
247     call zeror2( S,12,12)
248 c<<
249 c >> matriz de transformacion [T]
250 c > distancia entre nodos i-j, i-k
251     dij = e1
252     dik = sqrt( ( cxi - cxi ) ** 2 +
253     & ( cyi - cyk ) ** 2 +
254     & ( czi - czk ) ** 2 )
255 c > vector unitario a lo largo del eje X [ r11 rm1 rn1 ]
256     r11 = ( cxj - cxi ) / dij
257     rm1 = ( cyj - cyi ) / dij
258     rn1 = ( czj - czi ) / dij
259 c > vector unitario a lo largo del eje Z [ r13 rm3 rn3 ]
260     ux = r11
261     uy = rm1
262     uz = rn1
263     vx = ( cxx - cxi ) / dik
264     vy = ( cyk - cyi ) / dik
265     vz = ( czk - czi ) / dik
266     uvx = ( uy * vz ) - ( vy * uz )
267     uvy = ( vx * uz ) - ( ux * vz )
268     uvz = ( ux * vy ) - ( vx * uy )
269     uv = sqrt( uvx ** 2 + uvy ** 2 + uvz ** 2 )
270     r13 = uvx / uv
271     rm3 = uvy / uv
272     rn3 = uvz / uv
273 c > vector unitario a lo largo del eje Y [ r12 rm2 rn2 ]
274     ux = r13
275     uy = rm3
276     uz = rn3
277     vx = r11
278     vy = rm1
279     vz = rn1
280     uvx = ( uy * vz ) - ( vy * uz )

```

```

281   uvy = ( vx * uz ) - ( ux * vz )
282   uvz = ( ux * vy ) - ( vx * uy )
283   uv = sqrt( uvx ** 2 + uvy ** 2 + uvz ** 2 )
284   r12 = uvx
285   rm2 = uvy
286   rn2 = uvz
287 c > acomodo de vectores en [T]
288   do 42 m=1,12,3
289     T(m+0,m+0) = r11
290     T(m+0,m+1) = rm1
291     T(m+0,m+2) = rn1
292     T(m+1,m+0) = r12
293     T(m+1,m+1) = rm2
294     T(m+1,m+2) = rn2
295     T(m+2,m+0) = r13
296     T(m+2,m+1) = rm3
297     T(m+2,m+2) = rn3
298 42   continue
299 c <<
300 c >> matriz elemental de rigidez en sistema coordenado local [s]
301 c > terminos de rigidez axial (en x)
302   eAS = E * rA * d1
303   s( 1, 1) = eAS
304   s( 7, 7) = eAS
305   s( 7, 1) = -eAS
306   s( 1, 7) = -eAS
307 c > terminos de rigidez torsion
308   eTS = rG * rJ * d1
309   s( 4, 4) = eTS
310   s(10,10) = eTS
311   s(10, 4) = -eTS
312   s( 4,10) = -eTS
313 c > terminos de rigidez flexion en z
314   eay = 12 * E * rIy * d1 ** 3
315   eby = 6 * E * rIy * d1 ** 2
316   ecy = 4 * E * rIy * d1
317   edy = 2 * E * rIy * d1
318   s( 3, 3) = eay
319   s( 9, 9) = eay
320   s( 3, 9) = -eay
321   s( 9, 3) = -eay
322   s( 5, 9) = eby
323   s( 9, 5) = eby
324   s( 9,11) = eby
325   s(11, 9) = eby
326   s( 3, 5) = -eby
327   s( 5, 3) = -eby
328   s( 3,11) = -eby
329   s(11, 3) = -eby
330   s( 5, 5) = ecy
331   s(11,11) = ecy
332   s( 5,11) = edy
333   s(11, 5) = edy
334 c > terminos de rigidez flexion en y
335   eaz = 12 * E * rIz * d1 ** 3
336   ebz = 6 * E * rIz * d1 ** 2
337   ecz = 4 * E * rIz * d1
338   edz = 2 * E * rIz * d1
339   s( 2, 2) = eaz
340   s( 8, 8) = eaz
341   s( 2, 8) = -eaz
342   s( 8, 2) = -eaz
343   s( 2, 6) = ebz
344   s( 6, 2) = ebz
345   s( 2,12) = ebz
346   s(12, 2) = ebz
347   s( 6, 8) = -ebz
348   s( 8, 6) = -ebz
349   s( 8,12) = -ebz
350   s(12, 8) = -ebz
351   s( 6, 6) = ecz
352   s(12,12) = ecz
353   s( 6,12) = edz
354   s(12, 6) = edz
355 c <<
356   return
357   end
358

```

Apéndice D. Archivos de datos y resultados de los análisis del capítulo 5

En esta sección se presentan los archivos de los análisis realizados en el capítulo 5.

En el caso de la viga en cantiliver y el marco espacial es posible mostrar los archivos íntegros, ya que el número de nodos y de elementos es reducido.

En el caso del análisis correspondiente al segundo nivel del Viaducto de la Ciudad de México los archivos se presentan recortados, esto debido principalmente a su gran tamaño, tan sólo el archivo de datos requeriría más de 90 páginas y el de resultados más de 1500 páginas.

D.1. Viga en cantiliver

D.1.1. Archivo de datos generado por GiD para TEST

```
viga en cantiliver de longitud y propiedades unitarias, con cargas de p/2 en los tercios medios
3 11 6 1 1 7 2 0 0 0 0
100000
0.000001
1.000 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.889 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.778 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.667 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.556 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.444 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.333 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.222 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.111 0.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.000 0.000 0.000 1 1 1 1 1 1
0.000 0.200 0.000 1 1 1 1 1 1
4 2 1 -0.500
7 2 1 -0.500
3 10 2 6 1 7 6 2
1.000e+00 1.000e+00 1.000e+00 1.000e+00 1.000e+00 1.000e+00
10 9 1 1 11
9 8 1 1 11
8 7 1 1 11
7 6 1 1 11
6 5 1 1 11
5 4 1 1 11
4 3 1 1 11
3 2 1 1 11
2 1 1 1 11
10 11 1 1 1
```

D.1.2. Archivo de resultados para GiD creado por TEST

```

GiD Post Results File 1.0
#viga en cantilever de longitud y propiedades unitarias, con cargas de p/2 en los

GaussPoints "suelo" ElemType Hexahedra
Number of Gauss Points: 8
Natural Coordinates: Given
-0.577350269189626 -0.577350269189626 -0.577350269189626
0.577350269189626 -0.577350269189626 -0.577350269189626
0.577350269189626 0.577350269189626 -0.577350269189626
-0.577350269189626 0.577350269189626 -0.577350269189626
-0.577350269189626 -0.577350269189626 0.577350269189626
0.577350269189626 -0.577350269189626 0.577350269189626
0.577350269189626 0.577350269189626 0.577350269189626
-0.577350269189626 0.577350269189626 0.577350269189626
End gausspoints

Result "Desplazamientos" "Estatico" 1 vector OnNodes
ComponentNames "X","Y","Z","|Modulo|"
values
1 0.00000E+00 -.11114E+00 0.00000E+00
2 0.00000E+00 -.95716E-01 0.00000E+00
3 0.00000E+00 -.80293E-01 0.00000E+00
4 0.00000E+00 -.64870E-01 0.00000E+00
5 0.00000E+00 -.49562E-01 0.00000E+00
6 0.00000E+00 -.34810E-01 0.00000E+00
7 0.00000E+00 -.21568E-01 0.00000E+00
8 0.00000E+00 -.10498E-01 0.00000E+00
9 0.00000E+00 -.28523E-02 0.00000E+00
10 0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
11 0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
end values
# EM en coordenadas LOCALES

GaussPoints "viga2" ElemType linear
Number of Gauss Points: 2
nodes included
Natural Coordinates: internal
End gausspoints

Result "Elem._mecanicos_global" "Estatico" 1 matrix OnGaussPoints "viga2"
ComponentNames "Fx","Fy","Fz","Mx","My","Mz"
# FUERZAS DE EXTREMO DE ELEMENTOS BEAM2 EN ETAPA 1
#ELEM axial-X cortante-Y cortante-Z torsion-X flexion-Y flexion-Z
values
1 0.0000E+00 0.9993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.4994E+00
0.0000E+00 0.9993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.3885E+00
2 0.0000E+00 0.9993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.3885E+00
0.0000E+00 0.9993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.2775E+00
3 0.0000E+00 0.9993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.2775E+00
0.0000E+00 0.9993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.1666E+00
4 0.0000E+00 0.4994E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.1666E+00
0.0000E+00 0.4994E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.1112E+00
5 0.0000E+00 0.4993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.1112E+00
0.0000E+00 0.4993E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.5528E-01
6 0.0000E+00 0.4991E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.5528E-01
0.0000E+00 0.4991E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 -0.1216E-03
7 0.0000E+00 -0.7062E-03 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 -0.1185E-03
0.0000E+00 -0.7062E-03 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 -0.4190E-04
8 0.0000E+00 -0.3558E-03 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 -0.4395E-04
0.0000E+00 -0.3558E-03 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 -0.8012E-06
9 0.0000E+00 -0.2156E-04 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 -0.2579E-05
0.0000E+00 -0.2156E-04 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 -0.1519E-05
10 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00
0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00
end values
    
```

D.2. Marco tridimensional

D.2.1. Archivo de datos generado por GiD para TEST

```

Marco rígido espacial (tesis)
3 5 6 1 1 10 3 0 0 0 0
100000
0.01
9.000 0.000 3.000 1 1 1 1 1 1
6.000 3.000 0.000 0 0 0 0 0 0
3.000 3.000 0.000 0 0 0 0 0 0
0.000 0.000 0.000 1 1 1 1 1 1
0.000 3.000 0.000 0 0 0 0 0 0
3 1 1 -1697.100
2 2 1 -600.000
3 2 1 -1697.000
3 4 2 6 1 7 6 2
2.100e+06 2.500e-01 1.200e+00 1.490e-03 3.380e-06 1.690e-06 1.690e-06
1 2 1 1 4
2 3 1 1 4
3 5 1 1 4
5 4 1 1 1

```

D.2.1.1. Archivo de resultados para GiD creado por TEST

```

GiD Post Results File 1.0
#Marco rígido espacial (tesis)

GaussPoints "suelo" ElemType Hexahedra
Number of Gauss Points: 8
Natural Coordinates: Given
-0.577350269189626 -0.577350269189626 -0.577350269189626
0.577350269189626 -0.577350269189626 -0.577350269189626
0.577350269189626 0.577350269189626 -0.577350269189626
-0.577350269189626 0.577350269189626 -0.577350269189626
-0.577350269189626 -0.577350269189626 0.577350269189626
0.577350269189626 -0.577350269189626 0.577350269189626
0.577350269189626 0.577350269189626 0.577350269189626
-0.577350269189626 0.577350269189626 0.577350269189626
End gausspoints

Result "Desplazamientos" "Estatico" 1 vector OnNodes
ComponentNames "X","Y","Z","|Modulo|"
values
1 0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
2 -.98346E+03 -.33702E+04 -.23849E+04
3 -.98327E+03 -.24125E+04 -.15499E+04
4 0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
5 -.98144E+03 -.14231E+01 -.66158E+03
end values
# EM en coordenadas LOCALES

GaussPoints "viga2" ElemType linear
Number of Gauss Points: 2
nodes included
Natural Coordinates: internal
End gausspoints

Result "Elem_mecanicos_global" "Estatico" 1 matrix OnGaussPoints "viga2"
ComponentNames "Fx","Fy","Fz","Mx","My","Mz"
# FUERZAS DE EXTREMO DE ELEMENTOS BEAM2 EN ETAPA 1
#ELEM axial-X cortante-Y cortante-Z torsion-X flexion-Y flexion-Z
values
1 0.6348E+03 -0.3556E+03 0.4240E+03 -0.3985E+03 -0.1641E+04 -0.1265E+04
0.6348E+03 -0.3556E+03 0.4240E+03 -0.3985E+03 0.5615E+03 0.5822E+03
2 0.2055E+03 -0.2127E+03 -0.8148E+02 0.3587E+03 0.2655E+03 0.7836E+03
0.2055E+03 -0.2127E+03 -0.8148E+02 0.3587E+03 0.2102E+02 0.1422E+04
3 0.1902E+04 0.1484E+04 -0.8148E+02 0.3587E+03 0.2102E+02 0.1422E+04
0.1902E+04 0.1484E+04 -0.8148E+02 0.3587E+03 -0.2234E+03 -0.3031E+04
4 0.1484E+04 -0.1831E+04 0.5244E+03 -0.2234E+03 -0.1299E+04 -0.2762E+04
0.1484E+04 -0.1831E+04 0.5244E+03 -0.2234E+03 0.2742E+03 0.2730E+04
end values

```

D.3. Segundo nivel del Viaducto de la Ciudad de México

D.3.1. Archivo de datos generado por GiD para TEST

```

Test98 3D: Viaducto-tesis
3 4334 6 3 4 10 266 0 0 0 0
1000000
0.01
0.000 -32.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
2.350 -32.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
3.550 -32.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
4.750 -32.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
6.500 -32.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
0.000 -25.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
2.350 -25.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
3.550 -25.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
8.250 -32.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
4.750 -25.700 -50.000 1 1 1 1 1 1
.
.
4314 líneas más con coordenadas nodales y GDL
.
.
19.750 14.000 -7.000 0 1 0 1 1 1
24.450 14.000 -9.000 0 1 0 1 1 1
28.000 14.000 -11.000 1 1 0 1 1 1
21.500 14.000 -7.000 0 1 0 1 1 1
25.650 14.000 -9.000 0 1 0 1 1 1
23.250 14.000 -7.000 0 1 0 1 1 1
24.450 14.000 -7.000 0 1 0 1 1 1
28.000 14.000 -9.000 1 1 0 1 1 1
25.650 14.000 -7.000 0 1 0 1 1 1
28.000 14.000 -7.000 1 1 0 1 1 1
406 3 2 -2.5
416 3 2 -2.5
426 3 2 -2.5
493 3 2 -2.5
517 3 2 -2.5
555 3 2 -2.5
590 3 2 -2.5
774 3 2 -2.5
834 3 2 -2.5
866 3 2 -2.5
.
.
246 líneas más con la ubicación, dirección y magnitud de cargas
.
.
4243 3 3 -6.5
4257 3 3 -7.5
4278 3 3 -3.25
4285 3 3 -7.0
4308 3 3 -6.5
4321 3 3 -3.25
3759 2 4 163.0
3959 2 4 163.0
4005 2 4 163.0
4137 2 4 163.0
1 3298 8 3 8 12 7 8
2 374 4 6 5 6 3 4
3 352 2 6 8 7 6 2
550.000 0.300 1.400 5.000 10.000 500.000 550.000 0.300 1.400 5.000 10.000 500.000
500.000 0.300 1.400 5.000 10.000 500.000 500.000 0.300 1.400 5.000 10.000 500.000
330.000 0.495 1.200 3.300 10.000 165.000 330.000 0.495 1.200 3.300 10.000 165.000
345.000 0.495 1.200 3.400 10.000 175.000 345.000 0.495 1.200 3.400 10.000 175.000
400.000 0.495 1.200 4.000 10.000 200.000 400.000 0.495 1.200 4.000 10.000 200.000
1000.000 0.300 1.400 10.000 10.000 1000.000 1000.000 0.300 1.400 10.000 10.000 1000.000
700.000 0.495 1.200 7.000 10.000 350.000 700.000 0.495 1.200 7.000 10.000 350.000
7000.000 0.300 1.400 35.000 10.000 7000.000 7000.000 0.300 1.400 35.000 10.000 7000.000
2412 2517 2506 2397 2666 2799 2786 2654 2 1
2293 2412 2397 2281 2534 2666 2654 2515 2 1
2190 2293 2281 2182 2430 2534 2515 2415 2 1
2087 2190 2182 2075 2351 2430 2415 2336 2 1
1994 2087 2075 1984 2295 2351 2336 2289 2 1
2012 2101 2087 1994 2316 2364 2351 2295 2 1
2101 2203 2190 2087 2364 2446 2430 2351 2 1
2203 2310 2293 2190 2446 2550 2534 2430 2 1
2310 2432 2412 2293 2550 2680 2666 2534 2 1
2432 2539 2517 2412 2680 2815 2799 2666 2 1
.
.

```

3278 líneas más con incidencias, indicadores de etapa y material de elementos sólidos

3949	4055	4051	3945	4022	4122	4121	4019	1	1		
3788	3934	3916	3768	3889	4004	3994	3872	1	1		
3889	4004	3994	3872	3977	4077	4067	3969	1	1		
3977	4077	4067	3969	4052	4143	4135	4038	1	1		
2555	2773	2531	2285	2632	2837	2609	2368	2	1		
2352	2555	2285	2084	2434	2632	2368	2169	2	1		
2072	2311	2269	2031	2157	2396	2357	2110	2	1		
1881	2072	2031	1843	1950	2157	2110	1917	2	1		
2936	3124	3000	2800	2997	3185	3062	2871	2	1		
2768	2936	2800	2629	2833	2997	2871	2700	2	1		
2500000.000			0.180		2.200		0.450	10.000		10.000	
2500000.000			0.180		2.200		0.350	10.000		10.000	
2500000.000			0.180		2.200		0.300	10.000		10.000	
2500000.000			0.180		2.200		0.400	10.000		10.000	
2500000.000			0.180		5.200		0.400	10.000		10.000	
3142	3188	3199	3155		3 2 441	1	1 64				
3082	3142	3155	3095		3 2 441	1	1 64				
2992	3003	3095	3082		3 2 441	1	1 32				
2888	2992	3003	2899		3 2 441	1	1 64				
2769	2888	2899	2776		3 2 441	1	1 64				
3155	3199	3208	3168		3 2 441	1	1 64				
3095	3155	3168	3102		3 2 441	1	1 64				
3003	3024	3102	3095		3 2 441	1	1 32				
2899	3003	3024	2911		3 2 441	1	1 64				
2776	2899	2911	2781		3 2 441	1	1 64				

354 líneas más con incidencias, indicadores como etapa y material de elementos casacarón

2799	2870	2881	2815		4 2 441	1	1 51				
2786	2859	2870	2799		4 2 441	1	1 51				
3507	3544	3627	3593		4 2 441	1	1 51				
3421	3462	3544	3507		4 2 441	1	1 51				
3694	3721	3817	3791		4 2 441	1	1 51				
3640	3673	3721	3694		4 2 441	1	1 51				
3593	3627	3673	3640		4 2 441	1	1 51				
3363	3408	3462	3421		4 2 441	1	1 51				
3304	3357	3408	3363		4 2 441	1	1 51				
3246	3298	3357	3304		4 2 441	1	1 51				
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		1.990e+00	1.000e+00	3.240e+00	7.334e-01	
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		1.985e+00	4.082e-01	1.491e-01	6.758e-01	
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		1.257e-01	2.513e-03	1.257e-03	1.257e-03	
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		2.000e+00	4.578e-01	1.667e-01	6.667e-01	
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		1.500e+00	2.935e-01	1.250e-01	2.813e-01	
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		1.000e+00	1.408e-01	8.330e-02	8.330e-02	
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		1.985e+00	4.080e-01	1.490e-01	6.760e-01	
2.500e+06		1.800e-01			2.200e+00		1.540e+00	5.241e-01	8.873e-01	1.833e-01	
3865	3873	1	2 4193								
3751	3801	1	2 4120								
4002	4069	1	2 4120								
3892	3929	1	2 4193								
3873	3892	1	2 4193								
4091	4150	1	2 4193								
3822	3892	8	2 2396								
3892	3975	8	2 2396								
4043	4091	8	2 3185								
4091	4148	8	2 3185								

332 líneas más con incidencias, indicadores de etapa y material de elementos viga

1532	1216	3	2 4193								
1216	978	3	2 4193								
2294	1825	3	2 4193								
1825	1441	3	2 4193								
1441	1137	3	2 4193								
1137	907	3	2 4193								
2204	1741	3	2 4193								
1741	1362	3	2 4193								
1362	1061	3	2 4193								
1061	834	3	2 4193								

D.3.2. Archivo de resultados para GiD creado por TEST

```

GiD Post Results File 1.0
#Test98 3D: Viaducto-tesis

GaussPoints "suelo" ElemType Hexahedra
Number of Gauss Points: 8
Natural Coordinates: Given
-0.577350269189626 -0.577350269189626 -0.577350269189626
0.577350269189626 -0.577350269189626 -0.577350269189626
0.577350269189626 0.577350269189626 -0.577350269189626
-0.577350269189626 0.577350269189626 -0.577350269189626
-0.577350269189626 -0.577350269189626 0.577350269189626
0.577350269189626 -0.577350269189626 0.577350269189626
0.577350269189626 0.577350269189626 0.577350269189626
-0.577350269189626 0.577350269189626 0.577350269189626
End gausspoints

Result "Desplazamientos" "Estatico" 1 vector OnNodes
ComponentNames "X","Y","Z","|Modulo|"
values
1      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
2      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
3      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
4      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
5      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
6      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
7      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
8      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
9      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
10     0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
.
.
4314 líneas resultados de desplazamiento de la etapa 1
.
.
4325     0.61900E-08 0.00000E+00 -.28470E+00
4326     0.41407E-08 0.00000E+00 -.28187E+00
4327     0.00000E+00 0.00000E+00 -.27119E+00
4328     0.11255E-07 0.00000E+00 -.28470E+00
4329     0.25070E-08 0.00000E+00 -.28187E+00
4330     0.87371E-08 0.00000E+00 -.28470E+00
4331     0.39959E-08 0.00000E+00 -.28470E+00
4332     0.00000E+00 0.00000E+00 -.28187E+00
4333     0.15406E-08 0.00000E+00 -.28470E+00
4334     0.00000E+00 0.00000E+00 -.28470E+00
end values
Result "Desplazamientos" "Estatico" 2 vector OnNodes
ComponentNames "X","Y","Z","|Modulo|"
values
1      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
2      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
3      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
4      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
5      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
6      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
7      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
8      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
9      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
10     0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
.
.
4314 líneas resultados de desplazamiento de la etapa 2
.
.
4325     0.75392E-04 0.00000E+00 0.60920E-02
4326     -.15265E-03 0.00000E+00 0.59039E-02
4327     0.00000E+00 0.00000E+00 0.66000E-02
4328     0.83625E-04 0.00000E+00 0.57920E-02
4329     -.11437E-03 0.00000E+00 0.57490E-02
4330     0.80224E-04 0.00000E+00 0.54808E-02
4331     0.69762E-04 0.00000E+00 0.52858E-02
4332     0.00000E+00 0.00000E+00 0.56388E-02
4333     0.49117E-04 0.00000E+00 0.51299E-02
4334     0.00000E+00 0.00000E+00 0.50066E-02
end values
Result "Desplazamientos" "Estatico" 3 vector OnNodes
ComponentNames "X","Y","Z","|Modulo|"
values
1      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
2      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
3      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
4      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
5      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
6      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00

```

```

7      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
8      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
9      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
10     0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
.
.
4314 líneas resultados de desplazamiento de la etapa 3
.
.
4325     0.77398E-04 0.00000E+00 0.69102E-02
4326     -.15503E-03 0.00000E+00 0.67366E-02
4327     0.00000E+00 0.00000E+00 0.74718E-02
4328     0.85892E-04 0.00000E+00 0.66050E-02
4329     -.11622E-03 0.00000E+00 0.65791E-02
4330     0.82388E-04 0.00000E+00 0.62883E-02
4331     0.71602E-04 0.00000E+00 0.60897E-02
4332     0.00000E+00 0.00000E+00 0.64671E-02
4333     0.50389E-04 0.00000E+00 0.59310E-02
4334     0.00000E+00 0.00000E+00 0.58055E-02
end values
Result "Desplazamientos" "Estatico" 4 vector OnNodes
ComponentNames "X","Y","Z","|Modulo|"
values
1      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
2      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
3      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
4      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
5      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
6      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
7      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
8      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
9      0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
10     0.00000E+00 0.00000E+00 0.00000E+00
.
.
4314 líneas resultados de desplazamiento de la etapa 4
.
.
4325     0.60230E-04 0.00000E+00 0.16276E-01
4326     -.27941E-03 0.00000E+00 0.15475E-01
4327     0.00000E+00 0.00000E+00 0.15854E-01
4328     0.65883E-04 0.00000E+00 0.15807E-01
4329     -.20642E-03 0.00000E+00 0.15234E-01
4330     0.64734E-04 0.00000E+00 0.15323E-01
4331     0.58928E-04 0.00000E+00 0.15021E-01
4332     0.00000E+00 0.00000E+00 0.15060E-01
4333     0.42018E-04 0.00000E+00 0.14780E-01
4334     0.00000E+00 0.00000E+00 0.14591E-01
end values
Result "Esfuerzos Gaussianos" "Estatico" 1 matrix OnGaussPoints "suelo"
values
1      -.13283E+01 -.26341E+01 -.17936E+01 -.42333E-06 -.35347E+00 0.73839E-06
      -.69034E+00 -.14402E+01 -.86098E+00 -.23447E-06 -.54193E+00 0.16171E-06
      -.14664E+01 -.27722E+01 -.21157E+01 -.73131E-06 -.27865E+00 0.77974E-06
      -.84945E+00 -.15993E+01 -.12322E+01 -.17207E-06 -.46985E+00 0.49929E-06
      -.13283E+01 -.26341E+01 -.17936E+01 -.64733E-06 -.35347E+00 0.72514E-06
      -.69034E+00 -.14402E+01 -.86098E+00 0.41800E-08 -.54193E+00 0.10322E-06
      -.14664E+01 -.27722E+01 -.21158E+01 -.92020E-06 -.27865E+00 0.89409E-06
      -.84945E+00 -.15993E+01 -.12322E+01 0.64007E-07 -.46985E+00 0.21456E-07
2      -.12890E+01 -.27641E+01 -.15324E+01 0.43056E-07 -.23624E+00 0.39144E-06
      -.60543E+00 -.12653E+01 -.75278E+00 -.27989E-06 -.35760E+00 0.31671E-06
.
.
26364 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los puntos de integración gaussiana en etapa 1
.
.
3298     -.28695E+00 -.65146E+00 -.30505E+00 -.17482E-06 0.78776E-01 -.38043E-06
      -.28427E+00 -.64521E+00 -.30237E+00 -.14808E-06 0.99805E-01 0.41804E-06
      0.28447E+00 -.27931E+00 0.12275E+01 0.10824E-05 -.11255E+01 -.65427E-06
      0.59280E+00 0.44013E+00 0.15359E+01 0.10837E-05 -.12052E+01 -.66411E-06
      -.43251E+00 -.99629E+00 -.44543E+00 -.73000E-06 0.10783E+00 -.32645E-06
      -.12418E+00 -.27685E+00 -.13710E+00 -.92641E-06 0.28165E-01 -.52401E-07
      0.28447E+00 -.27930E+00 0.12275E+01 -.33196E-06 -.11255E+01 -.38102E-06
      0.59280E+00 0.44013E+00 0.15359E+01 -.57412E-06 -.12052E+01 0.18379E-07
      -.43251E+00 -.99628E+00 -.44541E+00 -.13339E-06 0.10783E+00 -.13682E-07
      -.12418E+00 -.27684E+00 -.13708E+00 -.37308E-06 0.28166E-01 -.51710E-07
end values
Result "Esfuerzos Gaussianos" "Estatico" 2 matrix OnGaussPoints "suelo"
values
1      -.21621E+01 -.30129E+01 -.42016E+01 -.60998E-01 -.10084E+00 -.52356E-01
      -.17738E+01 -.23991E+01 -.35163E+01 -.16325E-01 -.66055E+00 -.13975E-01
      -.24854E+01 -.33333E+01 -.49464E+01 -.95532E-01 -.89543E-01 -.74550E-01
      -.21147E+01 -.27391E+01 -.43089E+01 -.25568E-01 -.65197E+00 -.19593E-01
      -.22015E+01 -.32120E+01 -.41338E+01 -.64316E-01 -.91298E-01 -.52990E-01
      -.17255E+01 -.23935E+01 -.33607E+01 -.17297E-01 -.61267E+00 -.14597E-01

```

Elemento viga tridimensional para el análisis de cimentaciones profundas en suelos blandos

```

-.25022E+01 -.35099E+01 -.48259E+01 -.98850E-01 -.55157E-01 -.73890E-01
-.20438E+01 -.27110E+01 -.41006E+01 -.26540E-01 -.57925E+00 -.18924E-01
2 -.19859E+01 -.30950E+01 -.35575E+01 -.21592E-01 -.17195E+00 -.38969E-01
-.15164E+01 -.20780E+01 -.29863E+01 -.58020E-02 -.42044E+00 -.10925E-01
.
.
26364 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los puntos de integración gaussiana en etapa 2
.
.
-.45643E+00 -.13359E+01 -.27037E+00 0.77731E-02 -.84000E+00 -.56024E-01
-.63887E+00 -.17182E+01 -.43979E+00 0.58997E-02 -.80446E+00 -.29285E-01
3298 0.42924E+00 -.36794E-01 0.14627E+01 -.12974E-02 -.13996E+01 0.53327E-02
0.86502E+00 0.97521E+00 0.18971E+01 -.19139E-02 -.14806E+01 0.45022E-02
-.29444E+00 -.76371E+00 -.23667E+00 -.68132E-02 0.33340E+00 0.22701E-01
0.14325E+00 0.24911E+00 0.19848E+00 0.21699E-02 0.25236E+00 0.13777E-01
0.42006E+00 -.52406E-01 0.14477E+01 -.35344E-03 -.13915E+01 0.78712E-02
0.86424E+00 0.97919E+00 0.18904E+01 -.65217E-03 -.14772E+01 0.70410E-02
-.34611E+00 -.82181E+00 -.35080E+00 -.58679E-02 0.37510E+00 0.27147E-01
0.99987E-01 0.21061E+00 0.92757E-01 0.34332E-02 0.28934E+00 0.18223E-01
end values
Result "Esfuerzos Gaussianos" "Estatico" 3 matrix OnGaussPoints "suelo"
values
1 -.21771E+01 -.30219E+01 -.42543E+01 -.62169E-01 -.99101E-01 -.61945E-01
-.17969E+01 -.24204E+01 -.35749E+01 -.16622E-01 -.66339E+00 -.16942E-01
-.25028E+01 -.33440E+01 -.50022E+01 -.97830E-01 -.89042E-01 -.89603E-01
-.21392E+01 -.27617E+01 -.43703E+01 -.26160E-01 -.65606E+00 -.23920E-01
-.22064E+01 -.32161E+01 -.41575E+01 -.66311E-01 -.10158E+00 -.63874E-01
-.17355E+01 -.24031E+01 -.33875E+01 -.17823E-01 -.61805E+00 -.18858E-01
-.25033E+01 -.35094E+01 -.48384E+01 -.10197E+00 -.65761E-01 -.89801E-01
-.20491E+01 -.27157E+01 -.41158E+01 -.27361E-01 -.58495E+00 -.24107E-01
2 -.20029E+01 -.31094E+01 -.36129E+01 -.21705E-01 -.17306E+00 -.44934E-01
-.15403E+01 -.21012E+01 -.30464E+01 -.58287E-02 -.42226E+00 -.12966E-01
.
.
26364 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los puntos de integración gaussiana en etapa 3
.
.
-.55631E+00 -.14974E+01 -.45510E+00 0.14468E-01 -.96464E+00 -.47929E-01
-.76617E+00 -.19365E+01 -.64977E+00 0.72905E-02 -.93716E+00 -.29494E-01
3298 0.42350E+00 -.35535E-01 0.14432E+01 -.16911E-02 -.14032E+01 0.54843E-02
0.86600E+00 0.99216E+00 0.18842E+01 -.24140E-02 -.14814E+01 0.47988E-02
-.27469E+00 -.73683E+00 -.19631E+00 -.10453E-01 0.35667E+00 0.20996E-01
0.17068E+00 0.29210E+00 0.24598E+00 -.30161E-03 0.27849E+00 0.13944E-01
0.41224E+00 -.57014E-01 0.14271E+01 -.78685E-03 -.13954E+01 0.80060E-02
0.86425E+00 0.99288E+00 0.18777E+01 -.10305E-02 -.14773E+01 0.73209E-02
-.31938E+00 -.79174E+00 -.29036E+00 -.95478E-02 0.40252E+00 0.26395E-01
0.13552E+00 0.25939E+00 0.16145E+00 0.10835E-02 0.32062E+00 0.19342E-01
end values
Result "Esfuerzos Gaussianos" "Estatico" 4 matrix OnGaussPoints "suelo"
values
1 -.19932E+01 -.34262E+01 -.32626E+01 -.35547E-01 0.92508E+00 -.14094E+00
-.10099E+01 -.15037E+01 -.18369E+01 0.13728E-02 0.66452E+00 -.82351E-01
-.21114E+01 -.35467E+01 -.35460E+01 -.80352E-01 0.92183E+00 -.22545E+00
-.11661E+01 -.16579E+01 -.21946E+01 -.11643E-01 0.66046E+00 -.97969E-01
-.20196E+01 -.36599E+01 -.31170E+01 -.32924E-01 0.78699E+00 -.15199E+00
-.92974E+00 -.14837E+01 -.15897E+01 -.97744E-03 0.68616E+00 -.92959E-01
-.20244E+01 -.36670E+01 -.31358E+01 -.77729E-01 0.81705E+00 -.23806E+00
-.97221E+00 -.15242E+01 -.16820E+01 -.13993E-01 0.71537E+00 -.11018E+00
2 -.20604E+01 -.35576E+01 -.33743E+01 -.57726E-03 0.12021E+01 -.68900E-01
-.12944E+01 -.18681E+01 -.24486E+01 0.48904E-02 0.11652E+01 -.33939E-01
.
.
26364 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los puntos de integración gaussiana en etapa 4
.
.
0.23113E+01 0.40939E+01 0.36180E+01 -.50115E+00 0.38059E+01 -.19636E+00
0.32224E+01 0.61986E+01 0.45227E+01 -.99698E-01 0.40152E+01 -.28872E-01
3298 0.11383E+01 0.22351E+01 0.15674E+01 -.39597E-03 -.12099E+01 0.23471E-02
0.14297E+01 0.29021E+01 0.18549E+01 -.72920E-02 -.13474E+01 -.10454E-02
-.43274E-01 0.10214E+01 -.12968E+01 0.61113E-01 -.71304E-01 0.87709E-01
0.23491E+00 0.16828E+01 -.10149E+01 -.17853E-01 -.20884E+00 0.55627E-01
0.11743E+01 0.23429E+01 0.15797E+01 0.89759E-02 -.12058E+01 0.90567E-02
0.14026E+01 0.28628E+01 0.18041E+01 -.11434E-03 -.13601E+01 0.56646E-02
-.15788E+00 0.97855E+00 -.16359E+01 0.70487E-01 -.31948E+00 0.81256E-01
0.57246E-01 0.14928E+01 -.14171E+01 -.10673E-01 -.47376E+00 0.49173E-01
end values
Result "Esfuerzo" "Estatico" 1 matrix OnNodes
values
1 -0.19009748E+02 -0.18245558E+02 -0.45119873E+02 -0.35917182E-06 0.52457291E+00 0.24279052E-06
2 -0.19009863E+02 -0.18245653E+02 -0.45120159E+02 -0.39605155E-06 0.52444327E+00 0.13895462E-05
3 -0.19010015E+02 -0.18245777E+02 -0.45120537E+02 -0.54343360E-06 0.52427262E+00 0.27565993E-05
4 -0.19010128E+02 -0.18245871E+02 -0.45120819E+02 -0.67410878E-06 0.52414525E+00 0.40478412E-05
5 -0.19010279E+02 -0.18245995E+02 -0.45121197E+02 -0.76861397E-06 0.52397496E+00 0.35780081E-05
6 -0.18945812E+02 -0.18347471E+02 -0.44805290E+02 -0.39452823E-06 0.69190413E+00 0.68776762E-06
7 -0.18945898E+02 -0.18347548E+02 -0.44805496E+02 -0.74074694E-06 0.69182152E+00 0.13814079E-05

```

```

8 -0.18946012E+02 -0.18347643E+02 -0.44805775E+02 -0.92625561E-06 0.69171274E+00 0.25386930E-05
9 -0.19010344E+02 -0.18246048E+02 -0.45121357E+02 -0.78747240E-06 0.52390552E+00 0.18169143E-05
10 -0.18946096E+02 -0.18347713E+02 -0.44805984E+02 -0.69755481E-06 0.69163126E+00 0.31445145E-05
.
.
4314 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los nodos en etapa 1
.
.
4325 -0.69297856E+00 -0.92663091E+00 -0.13832983E+01 0.17685704E-06 -0.24696739E+00 -0.19768709E-06
4326 -0.11564265E+01 -0.11577433E+01 -0.26970375E+01 0.27351120E-06 -0.34205192E+00 0.48325404E-06
4327 -0.20241427E+01 -0.15753448E+01 -0.51718349E+01 0.61433468E-07 -0.36932477E+00 -0.37419941E-07
4328 -0.69309223E+00 -0.92671204E+00 -0.13835958E+01 0.17745970E-06 -0.24598151E+00 -0.25689965E-06
4329 -0.11567177E+01 -0.11579806E+01 -0.26977704E+01 0.10502959E-06 -0.34043992E+00 0.38327497E-06
4330 -0.69301414E+00 -0.92669779E+00 -0.13833514E+01 0.33372129E-06 -0.24687563E+00 0.21853859E-07
4331 -0.69292825E+00 -0.92666942E+00 -0.13830911E+01 0.31286316E-06 -0.24780516E+00 0.43049681E-06
4332 -0.11570058E+01 -0.11582129E+01 -0.26985018E+01 -0.66486430E-08 -0.33882335E+00 0.12013211E-06
4333 -0.69314748E+00 -0.92682594E+00 -0.13836663E+01 0.87615767E-07 -0.24589759E+00 0.48343827E-06
4334 -0.69336265E+00 -0.92697221E+00 -0.13842388E+01 -0.14585862E-07 -0.24398580E+00 0.34706125E-06
end values
Result "Esfuerzo" "Estatico" 2 matrix OnNodes
values
1 -0.19646843E+02 -0.19279100E+02 -0.46206192E+02 -0.24714009E-03 0.30695462E+00 0.12025142E-03
2 -0.19648682E+02 -0.19280226E+02 -0.46207020E+02 -0.10410165E-02 0.30676231E+00 0.84814557E-04
3 -0.19650349E+02 -0.19282169E+02 -0.46208027E+02 -0.25390086E-02 0.30627623E+00 -0.25237125E-03
4 -0.19649387E+02 -0.19284302E+02 -0.46208435E+02 -0.34619232E-02 0.30548072E+00 -0.66908315E-03
5 -0.19648714E+02 -0.19287243E+02 -0.46209320E+02 -0.34225651E-02 0.30438346E+00 -0.65758446E-03
6 -0.19634003E+02 -0.19405787E+02 -0.46028450E+02 -0.90696994E-03 0.35317069E+00 -0.12555720E-02
7 -0.19636513E+02 -0.19407923E+02 -0.46030190E+02 -0.29043937E-02 0.35240266E+00 -0.10668444E-02
8 -0.19638485E+02 -0.19411373E+02 -0.46032230E+02 -0.55829105E-02 0.35104686E+00 -0.13478166E-02
9 -0.19649448E+02 -0.19290445E+02 -0.46210327E+02 -0.29196737E-02 0.30338883E+00 -0.44354348E-03
10 -0.19636929E+02 -0.19414482E+02 -0.46032978E+02 -0.69786124E-02 0.34959307E+00 -0.19102414E-02
.
.
4314 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los nodos en etapa 2
.
.
4325 -0.57817638E+00 -0.53603876E+00 -0.13961982E+01 0.27003180E-01 -0.16614860E+00 -0.15941037E-01
4326 -0.10939683E+01 -0.95521331E+00 -0.27247741E+01 0.21723326E-01 -0.20545109E+00 -0.42798441E-01
4327 -0.20013976E+01 -0.14989784E+01 -0.51957173E+01 0.35218624E-03 -0.14242554E+00 -0.33980321E-01
4328 -0.58625889E+00 -0.57404315E+00 -0.13941492E+01 0.32181446E-01 -0.15906781E+00 -0.21667220E-01
4329 -0.10997354E+01 -0.97492284E+00 -0.27087963E+01 0.14047791E-01 -0.18874787E+00 -0.31718258E-01
4330 -0.59672838E+00 -0.61642212E+00 -0.13890414E+01 0.34108073E-01 -0.15080887E+00 -0.26446791E-01
4331 -0.60675663E+00 -0.65159625E+00 -0.13816999E+01 0.31257652E-01 -0.14237948E+00 -0.26912171E-01
4332 -0.11032021E+01 -0.98384356E+00 -0.26997845E+01 0.87837577E-02 -0.17933965E+00 -0.21567423E-01
4333 -0.61535966E+00 -0.67941028E+00 -0.13729184E+01 0.21036774E-01 -0.13201082E+00 -0.19567268E-01
4334 -0.61944866E+00 -0.69223648E+00 -0.13681774E+01 0.13411843E-01 -0.12599145E+00 -0.13304425E-01
end values
Result "Esfuerzo" "Estatico" 3 matrix OnNodes
values
1 -0.19696846E+02 -0.19375366E+02 -0.46275826E+02 -0.29991061E-03 0.28447253E+00 0.96694312E-04
2 -0.19698757E+02 -0.19376484E+02 -0.46276718E+02 -0.11830328E-02 0.28426945E+00 0.34865025E-04
3 -0.19700483E+02 -0.19378468E+02 -0.46277760E+02 -0.28466687E-02 0.28373864E+00 -0.37048428E-03
4 -0.19699448E+02 -0.19380720E+02 -0.46278111E+02 -0.38729566E-02 0.28285885E+00 -0.86246670E-03
5 -0.19698639E+02 -0.19383978E+02 -0.46278946E+02 -0.38487455E-02 0.28164777E+00 -0.87079831E-03
6 -0.19689190E+02 -0.19504370E+02 -0.46110905E+02 -0.10454458E-02 0.31492895E+00 -0.14251801E-02
7 -0.19691677E+02 -0.19506706E+02 -0.46112789E+02 -0.32773816E-02 0.31408432E+00 -0.12472646E-02
8 -0.19693607E+02 -0.19510479E+02 -0.46115021E+02 -0.62508970E-02 0.31258076E+00 -0.16133939E-02
9 -0.19699312E+02 -0.19387617E+02 -0.46280190E+02 -0.33057313E-02 0.28053296E+00 -0.62402111E-03
10 -0.19692049E+02 -0.19513863E+02 -0.46115776E+02 -0.77972612E-02 0.31094733E+00 -0.22868000E-02
.
.
4314 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los nodos en etapa 3
.
.
4325 -0.57307118E+00 -0.51918334E+00 -0.13964171E+01 0.27407123E-01 -0.16315617E+00 -0.16186735E-01
4326 -0.10899435E+01 -0.94145268E+00 -0.27255557E+01 0.21984966E-01 -0.20092271E+00 -0.43589566E-01
4327 -0.19979552E+01 -0.14866209E+01 -0.51967173E+01 0.31298603E-03 -0.13464651E+00 -0.34625951E-01
4328 -0.58128887E+00 -0.55777282E+00 -0.13943624E+01 0.32646865E-01 -0.15597603E+00 -0.22029914E-01
4329 -0.10958654E+01 -0.96143895E+00 -0.27092147E+01 0.14205023E-01 -0.18392791E+00 -0.32317959E-01
4330 -0.59197533E+00 -0.60081154E+00 -0.13891680E+01 0.34581337E-01 -0.14755824E+00 -0.26917880E-01
4331 -0.60224688E+00 -0.63653398E+00 -0.13816959E+01 0.31675942E-01 -0.13895908E+00 -0.27407432E-01
4332 -0.10994170E+01 -0.97048074E+00 -0.26999712E+01 0.88779759E-02 -0.17436546E+00 -0.21980630E-01
4333 -0.61108035E+00 -0.66477883E+00 -0.13727410E+01 0.21312300E-01 -0.12843092E+00 -0.19934835E-01
4334 -0.61528218E+00 -0.67780268E+00 -0.13678838E+01 0.13585648E-01 -0.12233275E+00 -0.13558978E-01
end values
Result "Esfuerzo" "Estatico" 4 matrix OnNodes
values
1 -0.19509439E+02 -0.19187193E+02 -0.45844242E+02 -0.70581351E-04 0.32048893E+00 0.47274586E-03
2 -0.19510105E+02 -0.19187719E+02 -0.45844479E+02 -0.40167267E-03 0.32041633E+00 0.47798440E-03
3 -0.19510921E+02 -0.19188503E+02 -0.45844978E+02 -0.10194995E-02 0.32023770E+00 0.35673767E-03
4 -0.19510988E+02 -0.19189188E+02 -0.45845390E+02 -0.14451733E-02 0.31992620E+00 0.16820223E-03
5 -0.19510979E+02 -0.19190426E+02 -0.45845707E+02 -0.15318260E-02 0.31947258E+00 0.17793821E-03
6 -0.19489239E+02 -0.19335621E+02 -0.45624897E+02 -0.26945554E-03 0.35660520E+00 0.77515644E-04
7 -0.19490307E+02 -0.19336384E+02 -0.45625427E+02 -0.10993703E-02 0.35638997E+00 0.14250223E-03
8 -0.19491392E+02 -0.19337719E+02 -0.45626205E+02 -0.23304084E-02 0.35596848E+00 -0.60903087E-04

```

Elemento viga tridimensional para el análisis de cimentaciones profundas en suelos blandos

```

9 -0.19511290E+02 -0.19191864E+02 -0.45845917E+02 -0.13836966E-02 0.31907260E+00 0.25393191E-03
10 -0.19491116E+02 -0.19339022E+02 -0.45626640E+02 -0.31179993E-02 0.35538307E+00 -0.44104509E-03
.
.
4314 líneas de resultados de esfuerzo ubicados en los nodos en etapa 4
.
.
4325 -0.61338103E+00 -0.63432747E+00 -0.14019451E+01 0.46374246E-01 -0.14606249E+00 -0.26546841E-01
4326 -0.11568066E+01 -0.11873624E+01 -0.27341359E+01 0.40085666E-01 -0.16188021E+00 -0.66360317E-01
4327 -0.20988617E+01 -0.18543277E+01 -0.52036157E+01 0.22499312E-02 -0.89224018E-01 -0.51002771E-01
4328 -0.62560070E+00 -0.69906521E+00 -0.13982745E+01 0.56041263E-01 -0.13475026E+00 -0.35062976E-01
4329 -0.11626871E+01 -0.12218133E+01 -0.27108083E+01 0.26410820E-01 -0.13670126E+00 -0.48537470E-01
4330 -0.64021188E+00 -0.77120769E+00 -0.13901167E+01 0.60329858E-01 -0.12060816E+00 -0.41761782E-01
4331 -0.65288162E+00 -0.83102059E+00 -0.13787180E+01 0.55995725E-01 -0.10647694E+00 -0.41882187E-01
4332 -0.11662703E+01 -0.12374310E+01 -0.26974969E+01 0.16666224E-01 -0.12306427E+00 -0.32690465E-01
4333 -0.66232747E+00 -0.87811327E+00 -0.13645868E+01 0.37953775E-01 -0.91215052E-01 -0.30110188E-01
4334 -0.66647840E+00 -0.89974636E+00 -0.13567237E+01 0.24276299E-01 -0.82888059E-01 -0.20241233E-01
end values
Result "M y Q" "Estatico" 4 matrix OnNodes
ComponentNames "M-X","M-Y","M-XY","Q-X","Q-Y","Q"
values
1 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
2 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
3 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
5 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
6 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
7 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
8 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
9 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
10 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
.
.
4314 líneas de resultados de elementos mecanicos ubicados en los nodos en etapa 4 (casacarones)
.
.
4325 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4326 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4327 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4328 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4329 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4330 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4331 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4332 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4333 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
4334 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0.00000000E+00 0 0 0
End values
# EM en coordenadas LOCALES
GaussPoints "viga2" ElemType linear
Number of Gauss Points: 2
nodes included
Natural Coordinates: internal
End gausspoints
Result "Elem_mecanicos_global" "Estatico" 2 matrix OnGaussPoints "viga2"
ComponentNames "Fx","Fy","Fz","Mx","My","Mz"
# FUERZAS DE EXTREMO DE ELEMENTOS BEAM2 EN ETAPA 2
#ELEM axial-X cortante-Y cortante-Z torsion-X flexion-Y flexion-Z
values
1 0.1050E-05 0.9996E+01 -0.2818E-05 0.3889E-05 0.3352E-05 0.1991E-02
0.1050E-05 0.9996E+01 -0.2818E-05 0.3889E-05 -0.6704E-05 -0.3249E+02
2 -0.4316E+00 -0.3602E+02 0.4098E-02 -0.7126E-01 -0.1120E+01 -0.1250E+03
-0.4316E+00 -0.3602E+02 0.4098E-02 -0.7126E-01 -0.1105E+01 0.1013E+02
3 0.4306E-04 -0.3002E+02 -0.3073E-04 -0.2022E-02 -0.1288E-04 -0.1301E+03
0.4306E-04 -0.3002E+02 -0.3073E-04 -0.2022E-02 -0.9249E-04 -0.3256E+02
4 -0.5663E+01 -0.3611E+02 0.4065E-01 -0.2619E+00 -0.7931E+00 -0.1115E+03
-0.5663E+01 -0.3611E+02 0.4065E-01 -0.2619E+00 -0.6406E+00 0.2394E+02
5 0.1050E-05 0.3003E+02 -0.1176E-04 -0.3406E-04 -0.2924E-04 -0.3249E+02
0.1050E-05 0.3003E+02 -0.1176E-04 -0.3406E-04 -0.5214E-04 -0.1301E+03
.
.
676 líneas de resultados de elementos mecanicos ubicados en los extremos de los elementos viga de etapa 2
.
.
3765 0.2622E+02 -0.3955E-01 0.5872E-01 -0.2407E-08 -0.2202E+00 -0.1483E+00
0.2622E+02 -0.3955E-01 0.5872E-01 -0.2407E-08 -0.3273E-06 0.4280E-05
3766 0.4154E+02 0.1787E-01 0.9624E-01 0.2463E-09 -0.2744E+00 0.7342E-01
0.4154E+02 0.1787E-01 0.9624E-01 0.2463E-09 0.8649E-01 0.6429E-02
3767 0.3846E+02 -0.6676E-03 -0.4539E-02 0.2463E-09 0.8650E-01 0.6426E-02
0.3846E+02 -0.6676E-03 -0.4539E-02 0.2463E-09 0.6948E-01 0.8929E-02
3768 0.3286E+02 0.2789E-01 -0.8037E-01 0.2463E-09 0.6948E-01 0.8927E-02
0.3286E+02 0.2789E-01 -0.8037E-01 0.2463E-09 -0.2319E+00 -0.9566E-01
3769 0.2526E+02 -0.2551E-01 0.6184E-01 0.2463E-09 -0.2319E+00 -0.9566E-01
0.2526E+02 -0.2551E-01 0.6184E-01 0.2463E-09 0.1245E-05 0.3733E-07

```

```

values
1 0.7441E-07 0.1325E+02 -0.4086E-04 -0.2886E-04 0.5061E-04 -0.2492E-03
0.7441E-07 0.1325E+02 -0.4086E-04 -0.2886E-04 -0.4781E-04 -0.4307E+02
2 -0.4990E+00 -0.4725E+02 -0.6331E-04 0.3111E-02 -0.1272E+01 -0.1656E+03
-0.4990E+00 -0.4725E+02 -0.6331E-04 0.3111E-02 -0.1272E+01 0.1160E+02
3 -0.9684E-07 -0.3975E+02 0.1056E-04 -0.2981E-04 -0.4443E-04 -0.1723E+03
-0.9684E-07 -0.3975E+02 0.1056E-04 -0.2981E-04 -0.1794E-04 -0.4307E+02
4 -0.6661E+01 -0.4725E+02 -0.3750E-03 0.4492E-02 -0.6116E+00 -0.1479E+03
-0.6661E+01 -0.4725E+02 -0.3750E-03 0.4492E-02 -0.6130E+00 0.2927E+02
5 0.7441E-07 0.3975E+02 0.1956E-04 -0.2886E-04 -0.2415E-04 -0.4307E+02
0.7441E-07 0.3975E+02 0.1956E-04 -0.2886E-04 0.4258E-04 -0.1723E+03
.
.

```

676 líneas de resultados de elementos mecanicos ubicados en los extremos de los elementos viga de etapa 3

```

3765 0.2854E+02 -0.4310E-01 0.6844E-01 0.1630E-08 -0.2567E+00 -0.1616E+00
0.2854E+02 -0.4310E-01 0.6844E-01 0.1630E-08 -0.3902E-06 -0.3558E-07
3766 0.4594E+02 0.2170E-01 0.1039E+00 0.3019E-09 -0.2956E+00 0.9085E-01
0.4594E+02 0.2170E-01 0.1039E+00 0.3019E-09 0.9391E-01 0.9465E-02
3767 0.4237E+02 0.1389E-02 -0.5820E-02 -0.2281E-08 0.9391E-01 0.9465E-02
0.4237E+02 0.1389E-02 -0.5820E-02 -0.2281E-08 0.7209E-01 0.4258E-02
3768 0.3602E+02 0.2593E-01 -0.9070E-01 0.1445E-08 0.7209E-01 0.4258E-02
0.3602E+02 0.2593E-01 -0.9070E-01 0.1445E-08 -0.2680E+00 -0.9296E-01
3769 0.2767E+02 -0.2479E-01 0.7147E-01 -0.1138E-08 -0.2680E+00 -0.9296E-01
0.2767E+02 -0.2479E-01 0.7147E-01 -0.1138E-08 -0.1220E-06 -0.1255E-06
end values

```

```

Result "Elem._mecanicos_global" "Estatico" 4 matrix OnGaussPoints "viga2"
ComponentNames "Fx","Fy","Fz","Mx","My","Mz"
# FUERZAS DE EXTREMO DE ELEMENTOS BEAM2 EN ETAPA 4
#ELEM axial-X cortante-Y cortante-Z torsion-X flexion-Y flexion-Z
values

```

```

1 -0.2102E-06 0.1325E+02 -0.2566E-02 -0.2854E-04 -0.1069E-01 0.8848E-03
-0.2102E-06 0.1325E+02 -0.2566E-02 -0.2854E-04 -0.1108E-01 -0.4306E+02
2 -0.1138E+00 -0.4725E+02 0.3427E-01 0.1569E-02 -0.7981E+00 -0.1667E+03
-0.1138E+00 -0.4725E+02 0.3427E-01 0.1569E-02 -0.7120E+00 0.1044E+02
3 -0.9594E-04 -0.3975E+02 0.1269E-01 -0.5223E-04 0.2912E-01 -0.1722E+03
-0.9594E-04 -0.3975E+02 0.1269E-01 -0.5223E-04 0.1564E+00 -0.4306E+02
4 -0.4365E+01 -0.4724E+02 -0.1880E-01 0.1225E-01 -0.1287E+01 -0.1521E+03
-0.4365E+01 -0.4724E+02 -0.1880E-01 0.1225E-01 -0.1447E+01 0.2500E+02
5 -0.2102E-06 0.3975E+02 0.8717E-01 -0.2854E-04 -0.5542E-01 -0.4306E+02
-0.2102E-06 0.3975E+02 0.8717E-01 -0.2854E-04 -0.1416E-01 -0.1722E+03
.
.

```

676 líneas de resultados de elementos mecanicos ubicados en los extremos de los elementos viga de etapa 4

```

3765 0.3897E+01 -0.1455E-01 0.2524E+00 -0.1138E-07 -0.9466E+00 -0.5455E-01
0.3897E+01 -0.1455E-01 0.2524E+00 -0.1138E-07 0.3704E-06 0.3227E-07
3766 0.6778E+01 -0.6006E-01 0.1155E+01 0.3056E-08 -0.4528E+01 -0.1884E+00
0.6778E+01 -0.6006E-01 0.1155E+01 0.3056E-08 -0.1959E+00 0.3688E-01
3767 0.7045E+01 0.5946E-02 -0.8510E-01 0.3056E-08 -0.1959E+00 0.3688E-01
0.7045E+01 0.5946E-02 -0.8510E-01 0.3056E-08 -0.5150E+00 0.1458E-01
3768 0.6180E+01 0.1048E-01 -0.1175E+00 -0.3826E-07 -0.5150E+00 0.1458E-01
0.6180E+01 0.1048E-01 -0.1175E+00 -0.3826E-07 -0.9554E+00 -0.2471E-01
3769 0.4203E+01 -0.6591E-02 0.2548E+00 -0.8462E-08 -0.9554E+00 -0.2471E-01
0.4203E+01 -0.6591E-02 0.2548E+00 -0.8462E-08 0.3624E-06 0.3349E-06
end values

```



```

127 4000 continue
128 c >> evaluacion de ancho de banda
129     nbw = 0
130     do 5000 n = 1, nelems
131         nabs = 6 * (abs(ix(1,n)) - ix(2,n)) + 1)
132         if (nbw .lt. nabs) nbw = nabs
133 5000 continue
134     write(*,99) nbw
135     return
136 c
137     return
138 99     format(' Ancho de banda.....:',i4)
139 100    format(//
140 &'-----NODOS Y GRADOS DE LIBERTAD-----'
141 &/' NODO +-----coordenadas---+ restricciones')
142 101    format(1i5,4x,3f8.2,5x,6i2)
143 200    format(//
144 &'-----CARGAS-----'
145 &/' CARGA     nodo direc  magnitud')
146 201    format(1i5,2x,2i7,2x,1f12.3)
147
148 300    format(//
149 &'-----MATERIALES-----'
150 &/' MATERIAL      Young      Poisson densidad      area      J
151 &      Ix      Iy')
152 301    FORMAT(1i5,5x,1e10.3,6F10.3)
153 400    FORMAT(//,
154 &'-----ELEMENTOS-----'
155 &/' #ELEM     i     j     #mat      Wy      Wz      k')
156 401    FORMAT(1i5,2i5,4x,1i7,5x,2i7,4x,1i5)
157     end
158 c
159 c -----
160 c
161     subroutine force (igdl,nloads,nload,ldirec,fload,f)
162     dimension nload(nloads),ldirec(nloads),fload(nloads),f(igdl)
163     call zeror1(f,igdl)
164     do 1000 mf=1,nloads
165         nod = nload(mf)
166         dir = ldirec(mf)
167         rmag = fload(mf)
168         if (dir.eq.1) f(nod*6-5) = rmag
169         if (dir.eq.2) f(nod*6-4) = rmag
170         if (dir.eq.3) f(nod*6-3) = rmag
171         if (dir.eq.4) f(nod*6-2) = rmag
172         if (dir.eq.5) f(nod*6-1) = rmag
173         if (dir.eq.6) f(nod*6-0) = rmag
174 1000 continue
175     return
176     end
177 c
178 c -----
179 c
180     subroutine beam2(nelems,nloads,igdl,npoints,nmats,x,ix,knod,elpro
181 & ,as,se,nbw,f,cnst,isw)
182     dimension t(12,12),tt(12,12),s(12,12),rkt(12,12),as(12,12),
183 & fe(12),fg(12),ed(12),edp(12),ef(12),ef2(12)
184     dimension x(3,npoints),ix(6,nelems),ELPRO(7,nmats),knod(nelems),
185 & se(igdl,igdl),f(igdl)
186     GOTO (1,2)ISW
187 c |
188 c | e
189 c | [K ] y {f} en sistema coordenado global
190 c |
191 l
192 c >> inicializa matriz de rigidez estructural y vector {f}
193     call zeror2 (se,igdl,nbw)
194     DO 500 nelem=1,nelems
195         NM = IX(3,nelem)
196         call ts(nm,elpro,x,ix,npoints,nelems,nmats,knod,nelem,T,S,el)
197         call zeror2(rkt,12,12)
198         call zeror2( as,12,12)
199         call zeror1( fg,12 )
200         call mmult(s,t,rkt,12,12,12)
201         do 43 i=1,12
202         do 43 j=1,12
203 43     tt(i,j)=t(j,i)

```

Elemento viga tridimensional para el análisis de cimentaciones profundas en suelos blandos

```

204      call mmult(tt,rkt,as,12,12,12)
205      call kest(as,ix(1,nelem),ix(2,nelem),igd1,nbw,se,cnst)
206      wy = ix(4,nelem)
207      wz = ix(5,nelem)
208      call unif(wy,wz,e1,fe)
209  c >> vector de fuerzas transferidas a componentes globales
210  c   que se añaden al vector {f} global
211      do 45 i = 1, 12
212          do 45 k = 1, 12
213              fg(i) = fg(i) + t(k, i) * fe(k)
214 45      continue
215          i1 = ix(1,nelem)
216          i2 = ix(2,nelem)
217          do 46 i = 1, 6
218              f(6 * i1 - 6 + i) = f(6 * i1 - 6 + i) + fg(i + 0)
219              f(6 * i2 - 6 + i) = f(6 * i2 - 6 + i) + fg(i + 6)
220 46      continue
221  c <<
222 500 CONTINUE
223      return
224  c |
225  c | E.M.
226  c |
227 2      continue
228      write(3,603)
229  c >>> fuerzas de extremo
230  c ***** inicia loop sobre elementos FUERZAS DE EXTREMO *****
231  c
232      do 6000 nelem = 1, nelems
233          NM = IX(3,nelem)
234          call ts(nm,elpro,x,ix,npoints,nelems,nmats,knod,nelem,T,S,e1)
235          call zeror1(edp,12)
236          i1 = ix(1,nelem)
237          i2 = ix(2,nelem)
238          do 64 i = 1, 6
239              ed(i + 0) = f(6 * i1 - 6 + i)
240              ed(i + 6) = f(6 * i2 - 6 + i)
241          c
242          c
243          c
244          c
245          c
246          c
247          c
248          c
249          c
250          c
251          c
252          c
253          c
254          c
255          c
256          c
257          c
258          c
259          c
260          c
261          c
262          c
263          c
264          c
265          c
266          c
267          c
268          c
269          c
270          c
271          c
272          c
273          c
274          c
275          c
276          c
277          c
278          c
279          c
280          c
281          c
282          c
283          c
284          c
285          c
286          c
287          c
288          c
289          c
290          c
291          c
292          c
293          c
294          c
295          c
296          c
297          c
298          c
299          c
300          c
301          c
302          c
303          c
304          c
305          c
306          c
307          c
308          c
309          c
310          c
311          c
312          c
313          c
314          c
315          c
316          c
317          c
318          c
319          c
320          c
321          c
322          c
323          c
324          c
325          c
326          c
327          c
328          c
329          c
330          c
331          c
332          c
333          c
334          c
335          c
336          c
337          c
338          c
339          c
340          c
341          c
342          c
343          c
344          c
345          c
346          c
347          c
348          c
349          c
350          c
351          c
352          c
353          c
354          c
355          c
356          c
357          c
358          c
359          c
360          c
361          c
362          c
363          c
364          c
365          c
366          c
367          c
368          c
369          c
370          c
371          c
372          c
373          c
374          c
375          c
376          c
377          c
378          c
379          c
380          c
381          c
382          c
383          c
384          c
385          c
386          c
387          c
388          c
389          c
390          c
391          c
392          c
393          c
394          c
395          c
396          c
397          c
398          c
399          c
400          c
401          c
402          c
403          c
404          c
405          c
406          c
407          c
408          c
409          c
410          c
411          c
412          c
413          c
414          c
415          c
416          c
417          c
418          c
419          c
420          c
421          c
422          c
423          c
424          c
425          c
426          c
427          c
428          c
429          c
430          c
431          c
432          c
433          c
434          c
435          c
436          c
437          c
438          c
439          c
440          c
441          c
442          c
443          c
444          c
445          c
446          c
447          c
448          c
449          c
450          c
451          c
452          c
453          c
454          c
455          c
456          c
457          c
458          c
459          c
460          c
461          c
462          c
463          c
464          c
465          c
466          c
467          c
468          c
469          c
470          c
471          c
472          c
473          c
474          c
475          c
476          c
477          c
478          c
479          c
480          c
481          c
482          c
483          c
484          c
485          c
486          c
487          c
488          c
489          c
490          c
491          c
492          c
493          c
494          c
495          c
496          c
497          c
498          c
499          c
500          c
501          c
502          c
503          c
504          c
505          c
506          c
507          c
508          c
509          c
510          c
511          c
512          c
513          c
514          c
515          c
516          c
517          c
518          c
519          c
520          c
521          c
522          c
523          c
524          c
525          c
526          c
527          c
528          c
529          c
530          c
531          c
532          c
533          c
534          c
535          c
536          c
537          c
538          c
539          c
540          c
541          c
542          c
543          c
544          c
545          c
546          c
547          c
548          c
549          c
550          c
551          c
552          c
553          c
554          c
555          c
556          c
557          c
558          c
559          c
560          c
561          c
562          c
563          c
564          c
565          c
566          c
567          c
568          c
569          c
570          c
571          c
572          c
573          c
574          c
575          c
576          c
577          c
578          c
579          c
580          c
581          c
582          c
583          c
584          c
585          c
586          c
587          c
588          c
589          c
590          c
591          c
592          c
593          c
594          c
595          c
596          c
597          c
598          c
599          c
600          c
601          c
602          c
603          c
604          c
605          c
606          c
607          c
608          c
609          c
610          c
611          c
612          c
613          c
614          c
615          c
616          c
617          c
618          c
619          c
620          c
621          c
622          c
623          c
624          c
625          c
626          c
627          c
628          c
629          c
630          c
631          c
632          c
633          c
634          c
635          c
636          c
637          c
638          c
639          c
640          c
641          c
642          c
643          c
644          c
645          c
646          c
647          c
648          c
649          c
650          c
651          c
652          c
653          c
654          c
655          c
656          c
657          c
658          c
659          c
660          c
661          c
662          c
663          c
664          c
665          c
666          c
667          c
668          c
669          c
670          c
671          c
672          c
673          c
674          c
675          c
676          c
677          c
678          c
679          c
680          c
681          c
682          c
683          c
684          c
685          c
686          c
687          c
688          c
689          c
690          c
691          c
692          c
693          c
694          c
695          c
696          c
697          c
698          c
699          c
700          c
701          c
702          c
703          c
704          c
705          c
706          c
707          c
708          c
709          c
710          c
711          c
712          c
713          c
714          c
715          c
716          c
717          c
718          c
719          c
720          c
721          c
722          c
723          c
724          c
725          c
726          c
727          c
728          c
729          c
730          c
731          c
732          c
733          c
734          c
735          c
736          c
737          c
738          c
739          c
740          c
741          c
742          c
743          c
744          c
745          c
746          c
747          c
748          c
749          c
750          c
751          c
752          c
753          c
754          c
755          c
756          c
757          c
758          c
759          c
760          c
761          c
762          c
763          c
764          c
765          c
766          c
767          c
768          c
769          c
770          c
771          c
772          c
773          c
774          c
775          c
776          c
777          c
778          c
779          c
780          c
781          c
782          c
783          c
784          c
785          c
786          c
787          c
788          c
789          c
790          c
791          c
792          c
793          c
794          c
795          c
796          c
797          c
798          c
799          c
800          c
801          c
802          c
803          c
804          c
805          c
806          c
807          c
808          c
809          c
810          c
811          c
812          c
813          c
814          c
815          c
816          c
817          c
818          c
819          c
820          c
821          c
822          c
823          c
824          c
825          c
826          c
827          c
828          c
829          c
830          c
831          c
832          c
833          c
834          c
835          c
836          c
837          c
838          c
839          c
840          c
841          c
842          c
843          c
844          c
845          c
846          c
847          c
848          c
849          c
850          c
851          c
852          c
853          c
854          c
855          c
856          c
857          c
858          c
859          c
860          c
861          c
862          c
863          c
864          c
865          c
866          c
867          c
868          c
869          c
870          c
871          c
872          c
873          c
874          c
875          c
876          c
877          c
878          c
879          c
880          c
881          c
882          c
883          c
884          c
885          c
886          c
887          c
888          c
889          c
890          c
891          c
892          c
893          c
894          c
895          c
896          c
897          c
898          c
899          c
900          c
901          c
902          c
903          c
904          c
905          c
906          c
907          c
908          c
909          c
910          c
911          c
912          c
913          c
914          c
915          c
916          c
917          c
918          c
919          c
920          c
921          c
922          c
923          c
924          c
925          c
926          c
927          c
928          c
929          c
930          c
931          c
932          c
933          c
934          c
935          c
936          c
937          c
938          c
939          c
940          c
941          c
942          c
943          c
944          c
945          c
946          c
947          c
948          c
949          c
950          c
951          c
952          c
953          c
954          c
955          c
956          c
957          c
958          c
959          c
960          c
961          c
962          c
963          c
964          c
965          c
966          c
967          c
968          c
969          c
970          c
971          c
972          c
973          c
974          c
975          c
976          c
977          c
978          c
979          c
980          c
981          c
982          c
983          c
984          c
985          c
986          c
987          c
988          c
989          c
990          c
991          c
992          c
993          c
994          c
995          c
996          c
997          c
998          c
999          c
1000          c

```

```

282      END
283      C
284      C -----
285      C
286      subroutine kest(as,n1,n2,igd1,nbw,se,cnst)
287      dimension se(igd1,nbw),as(12,12),noc(2)
288      nen=2
289      ndn = 6
290      noc(1)=n1
291      noc(2)=n2
292      C >> ensamble de la matriz banda
293      do 1090 ii = 1, nen
294      nrt = ndn * (noc(ii) - 1)
295      do 1090 it = 1, ndn
296      nr = nrt + it
297      i = ndn * (ii - 1) + it
298      do 1090 jj = 1, nen
299      nct = ndn * (noc(jj) - 1)
300      do 1090 jt = 1, ndn
301      j = ndn * (jj - 1) + jt
302      nc = nct + jt - nr + 1
303      if (nc .gt. 0) then
304      se(nr, nc) = se(nr, nc) + as(i, j)
305      end if
306      1090 continue
307      C >> constante de penalización
308      cnst = 0
309      do 1100 i = 1, igd1
310      if (cnst .lt. se(i, 1)) cnst = se(i, 1)
311      1100 continue
312      cnst = cnst * 10000
313      return
314      end
315      C
316      C -----
317      C
318      subroutine unif (wy,wz,e1,fe)
319      dimension fe(12)
320      fe( 1) = 0.0
321      fe( 2) = wy * e1 / 2
322      fe( 3) = wz * e1 / 2
323      fe( 4) = 0.0
324      fe( 5) = -wz * e1 ** 2 / 12
325      fe( 6) = wy * e1 ** 2 / 12
326      fe( 7) = 0.0
327      fe( 8) = fe( 2)
328      fe( 9) = fe( 3)
329      fe(10) = 0.0
330      fe(11) = -fe( 5)
331      fe(12) = -fe( 6)
332      return
333      end
334      C
335      C -----
336      C
337      subroutine ts(nm,elpro,x,ix,npoints,nelems,nmats,knod,nelem,
338      & T,S,e1)
339      dimension x(3,npoints),ix(6,nelems),ELPRO(7,nmats),
340      & knod(nelems),t(12,12),s(12,12)
341      C >> propiedades
342      E = ELPRO(1,NM)
343      rm = ELPRO(2,NM)
344      ro = ELPRO(3,NM)
345      rA = ELPRO(4,NM)
346      rJ = ELPRO(5,NM)
347      rIy = ELPRO(6,NM)
348      rIz = ELPRO(7,NM)
349      rG = E / ( 2 * ( 1 + rm ) )
350      C <<
351      C >> incidencias
352      cxi = x(1,ix(1,nelem))
353      cyi = x(2,ix(1,nelem))
354      czi = x(3,ix(1,nelem))
355      cxj = x(1,ix(2,nelem))
356      cyj = x(2,ix(2,nelem))
357      czj = x(3,ix(2,nelem))
358      cxk = x(1,knod(nelem))

```

Elemento viga tridimensional para el análisis de cimentaciones profundas en suelos blandos

```

359     cyk = x(2, knod(nelem))
360     czk = x(3, knod(nelem))
361 c <<
362 c >> longitud
363     e1 = sqrt( ( cxi - cxj ) ** 2 +
364             &   ( cyi - cyj ) ** 2 +
365             &   ( czi - czj ) ** 2 )
366     d1 = 1/e1
367 c <<
368 c >> inicializan matrices
369     call zeror2( T,12,12)
370     call zeror2( S,12,12)
371 c <<
372 c >> matriz de transformacion [T]
373 c > distancia entre nodos i-j, i-k
374     dij = e1
375     dik = sqrt( ( cxi - cxk ) ** 2 +
376             &   ( cyi - cyk ) ** 2 +
377             &   ( czi - czk ) ** 2 )
378 c > vector unitario a lo largo del eje X [ r11 rm1 rn1 ]
379     r11 = ( cxj - cxi ) / dij
380     rm1 = ( cyj - cyi ) / dij
381     rn1 = ( czj - czi ) / dij
382 c > vector unitario a lo largo del eje Z [ r13 rm3 rn3 ]
383     ux = r11
384     uy = rm1
385     uz = rn1
386     vx = ( cxk - cxi ) / dik
387     vy = ( cyk - cyi ) / dik
388     vz = ( czk - czi ) / dik
389     uvx = ( uy * vz ) - ( vy * uz )
390     uvy = ( vx * uz ) - ( ux * vz )
391     uvz = ( ux * vy ) - ( vx * uy )
392     uv = sqrt( uvx ** 2 + uvy ** 2 + uvz ** 2 )
393     r13 = uvx / uv
394     rm3 = uvy / uv
395     rn3 = uvz / uv
396 c > vector unitario a lo largo del eje Y [ r12 rm2 rn2 ]
397     ux = r13
398     uy = rm3
399     uz = rn3
400     vx = r11
401     vy = rm1
402     vz = rn1
403     uvx = ( uy * vz ) - ( vy * uz )
404     uvy = ( vx * uz ) - ( ux * vz )
405     uvz = ( ux * vy ) - ( vx * uy )
406     uv = sqrt( uvx ** 2 + uvy ** 2 + uvz ** 2 )
407     r12 = uvx
408     rm2 = uvy
409     rn2 = uvz
410 c > acomodo de vectores en [T]
411     do 42 m=1,12,3
412         T(m+0,m+0) = r11
413         T(m+0,m+1) = rm1
414         T(m+0,m+2) = rn1
415         T(m+1,m+0) = r12
416         T(m+1,m+1) = rm2
417         T(m+1,m+2) = rn2
418         T(m+2,m+0) = r13
419         T(m+2,m+1) = rm3
420         T(m+2,m+2) = rn3
421 42     continue
422 c <<
423 c >> matriz elemental de rigidez en sistema coordenado local [s]
424 c > terminos de rigidez axial (en x)
425     eAS = E * rA * d1
426     s( 1, 1) = eAS
427     s( 7, 7) = eAS
428     s( 7, 1) = -eAS
429     s( 1, 7) = -eAS
430 c > terminos de rigidez torsion
431     eTS = rG * rJ * d1
432     s( 4, 4) = eTS
433     s(10,10) = eTS
434     s(10, 4) = -eTS
435     s( 4,10) = -eTS
436 c > terminos de rigidez flexion en z

```

```

437          eay = 12 * E * rIy * d1 ** 3
438          eby = 6 * E * rIy * d1 ** 2
439          ecy = 4 * E * rIy * d1
440          edy = 2 * E * rIy * d1
441          s( 3, 3) = eay
442          s( 9, 9) = eay
443          s( 3, 9) = -eay
444          s( 9, 3) = -eay
445          s( 5, 9) = eby
446          s( 9, 5) = eby
447          s( 9,11) = eby
448          s(11, 9) = eby
449          s( 3, 5) = -eby
450          s( 5, 3) = -eby
451          s( 3,11) = -eby
452          s(11, 3) = -eby
453          s( 5, 5) = ecy
454          s(11,11) = ecy
455          s( 5,11) = edy
456          s(11, 5) = edy
457 c > terminos de rigidez flexion en y
458          eaz = 12 * E * rIz * d1 ** 3
459          ebz = 6 * E * rIz * d1 ** 2
460          ecz = 4 * E * rIz * d1
461          edz = 2 * E * rIz * d1
462          s( 2, 2) = eaz
463          s( 8, 8) = eaz
464          s( 2, 8) = -eaz
465          s( 8, 2) = -eaz
466          s( 2, 6) = ebz
467          s( 6, 2) = ebz
468          s( 2,12) = ebz
469          s(12, 2) = ebz
470          s( 6, 8) = -ebz
471          s( 8, 6) = -ebz
472          s( 8,12) = -ebz
473          s(12, 8) = -ebz
474          s( 6, 6) = ecz
475          s(12,12) = ecz
476          s( 6,12) = edz
477          s(12, 6) = edz
478 c <<
479          return
480          end
481 c
482 c -----
483 c
484          subroutine penal(se,cnst,id,nnodes,igd1,nbw)
485          dimension se(igd1,nbw),id(6,nnodes)
486 c >> modificacion de la matriz de rigidez en banda con el enfoque de
487 penalizacion
488          do 1140 node = 1, nnodes
489          if (id(1,node).eq.1) se(node*6-5,1) = se(node*6-5,1) + cnst
490          if (id(2,node).eq.1) se(node*6-4,1) = se(node*6-4,1) + cnst
491          if (id(3,node).eq.1) se(node*6-3,1) = se(node*6-3,1) + cnst
492          if (id(4,node).eq.1) se(node*6-2,1) = se(node*6-2,1) + cnst
493          if (id(5,node).eq.1) se(node*6-1,1) = se(node*6-1,1) + cnst
494          if (id(6,node).eq.1) se(node*6-0,1) = se(node*6-0,1) + cnst
495 1140 continue
496          return
497          end
498 c
499 c -----
500 c
501          subroutine band(a,b,nbw,n)
502          dimension a(n,nbw),b(n)
503 c >> eliminacion hacia adelante
504          N1 = N - 1
505          print *, 'Eliminacion hacia adelante'
506          do 2100 k = 1, n1
507          nk = n - k + 1
508          if (nk .gt. nbw) nk = nbw
509          do 2100 i = 2, nk
510          c1 = a(k, i) / a(k, 1)
511          i1 = k + i - 1
512          do 2000 j = i, nk
513          j1 = j - i + 1

```


35	BOOK: Elementos
36	NUMBER: 3 CONDITION: Elementos
37	CONDTYPE: over lines
38	CONDMESHTYPE: over body elements
39	QUESTION: Nodo_k
40	VALUE: 1
41	QUESTION: Wy
42	VALUE: 0
43	QUESTION: Wz
44	VALUE: 0
45	END CONDITION
46	

Archivo *puma.mat*

1	NUMBER: 1 MATERIAL: BEAM2_1
2	QUESTION: Módulo_de_Young:
3	VALUE: 0
4	QUESTION: Relación_de_Poisson:
5	VALUE: 0
6	QUESTION: Área:
7	VALUE: 0
8	QUESTION: Momento_de_rotación:
9	VALUE: 0
10	QUESTION: M._Inercia_respecto_Y:
11	VALUE: 0
12	QUESTION: M._Inercia_respecto_Z:
13	VALUE: 0
14	END MATERIAL
15	NUMBER: 2 MATERIAL: BEAM2_2
16	QUESTION: Módulo_de_Young:
17	VALUE: 0
18	QUESTION: Relación_de_Poisson:
19	VALUE: 0
20	QUESTION: Densidad:
21	VALUE: 0
22	QUESTION: Área:
23	VALUE: 0
24	QUESTION: Momento_de_rotación:
25	VALUE: 0
26	QUESTION: M._Inercia_respecto_Y:
27	VALUE: 0
28	QUESTION: M._Inercia_respecto_Z:
29	VALUE: 0
30	END MATERIAL
31	NUMBER: 3 MATERIAL: BEAM2_3
32	QUESTION: Módulo_de_Young:
33	VALUE: 0
34	QUESTION: Relación_de_Poisson:
35	VALUE: 0
36	QUESTION: Densidad:
37	VALUE: 0
38	QUESTION: Área:
39	VALUE: 0
40	QUESTION: Momento_de_rotación:
41	VALUE: 0
42	QUESTION: M._Inercia_respecto_Y:
43	VALUE: 0
44	QUESTION: M._Inercia_respecto_Z:
45	VALUE: 0
46	END MATERIAL
47	

Archivo *puma.bas*

1	*set var C=0
2	** >>>> nodos cargados
3	*Set Cond cargas nodes
4	*loop nodes OnlyInCond
5	*if(cond(1,real)==0.0)
6	*else
7	*set var C=operation(C+1)

```

8      *end
9      *if(cond(2,real)==0.0)
10     *else
11     *set var C=operation(C+1)
12     *end
13     *if(cond(3,real)==0.0)
14     *else
15     *set var C=operation(C+1)
16     *end
17     *if(cond(4,real)==0.0)
18     *else
19     *set var C=operation(C+1)
20     *end
21     *if(cond(5,real)==0.0)
22     *else
23     *set var C=operation(C+1)
24     *end
25     *if(cond(6,real)==0.0)
26     *else
27     *set var C=operation(C+1)
28     *end
29     *end
30     **
31     **# 1. TITULO
32     *GenData(1)
33     **
34     **# 2. CONTROL GLOBAL
35     *set var A=npoin
36     *set var B=gendata(2,int)
37     *set var D(int)=operation(A-B)
38     *format "%5i%5i%5i%5i%5i"
39     *D*nelem(3)*nmats*C*GenData(2)
40     **
41     **# 3. NODOS Y GDL
42     *set elems(all)
43     *set Cond Restricion_en_Nodos *nodes *or(1,int) *or(3,int)
44     *loop nodes
45     *format "%10.3f%10.3f%10.3f%2i%2i%2i%2i%2i%2i"
46     *NodesCoord(1)*NodesCoord(2)*NodesCoord(3) *cond(1) *cond(2) *cond(3) *cond(4)
47     *cond(5) *cond(6)
48     *end
49     **
50     **# 4. CARGAS
51     *Set Cond cargas nodes
52     *loop nodes OnlyInCond
53     *if(cond(1,real)==0.0)
54     *else
55     *format "%5i%3i%3i%10.3f"
56     *NodesNum 1 1 *cond(1)
57     *end
58     *if(cond(2,real)==0.0)
59     *else
60     *format "%5i%3i%3i%10.3f"
61     *NodesNum 2 1 *cond(2)
62     *end
63     *if(cond(3,real)==0.0)
64     *else
65     *format "%5i%3i%3i%10.3f"
66     *NodesNum 3 1 *cond(3)
67     *end
68     *if(cond(4,real)==0.0)
69     *else
70     *format "%5i%3i%3i%10.3f"
71     *NodesNum 3 1 *cond(3)
72     *end
73     *if(cond(5,real)==0.0)
74     *else
75     *format "%5i%3i%3i%10.3f"
76     *NodesNum 3 1 *cond(3)
77     *end
78     *if(cond(6,real)==0.0)
79     *else
80     *format "%5i%3i%3i%10.3f"
81     *NodesNum 3 1 *cond(3)
82     *end
83     *end
84     **
85     **# 5. MATERIALES

```

```

86 *loop materials
87 *format "%15.3e%15.3e%15.3e%15.3e%15.3e%15.3e"
88 *matprop(1)*matprop(2) 0 *matprop(3)*matprop(4)*matprop(5)*matprop(6)
89 *end
90 *#
91 *# 6. ELEMENTOS
92 *set cond Elementos
93 *loop elems
94 *format "%6i%6i%6i%6i%6i%6i"
95 *elemsConec *elemsmat *cond(2)*cond(3) *cond(1)
96 *end
97 *#
98

```

Archivo *puma.win.bat*

```

1 ECHO OFF
2 rem set basename = %1
3 rem set directory = %2
4 rem set ProblemDirectory = %3
5 rem ErrorFile: %2\%1.err
6 rem OutputFile: %2\%1.info
7
8 del %2\%1.flavia.res
9 del %2\%1.info
10 del %2\%1.lec
11
12 :init_dir
13 cd %2
14 copy %1.dat %3\input.dat
15
16 :init_dir
17 cd %3
18 puma.exe -i >> %2\%1.info
19
20 move ouput.dat %2\%1.lec
21 move resul.dat %2\%1.flavia.res
22 del input.dat
23

```

Bibliografía y Referencias

1. Argyris, J. H., "Energy theorems and structural analysis", *Aircraft Engineering*, 26: Oct.-Nov. 1954; 27: Feb.-May. 1955.
2. Borja R. I., Lee S. R. y Seed R. B., "Numerical simulation of excavation in elasto-plastic soils", *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 13, No 3, pp. 231-249, 1989.
3. Borja R. I. y Lee S. R., "Cam-Clay plasticity, Part I: Implicit integration of elasto-plastic relations", *Computer Methods Applied to the Mechanical Engineering* Vol. 74, pp 49-72, 1990.
4. Chandrupatla T. R. y Belegundu A. D., *Introducción al estudio del método del elemento finito en ingeniería*, segunda edición, México, Prentice Hall, 1999.
5. Clough R. W. y Woodward R. J., "Analysis of embankment stresses and deformations", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE* 93 No. SM4, pp 529-549, 1967.
6. Clough R. W., "The finite element method in plane stress analysis", *Proceedings American Society of Civil Engineers, 2d Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pennsylvania* 23, pp 345-348, 1960.
7. Courant R., "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations", *Bulletin of the American Mathematical Society* 49 pp 1-23, 1943.
8. Deméneghi C. A., Magaña T. R. y Sanginés; *Apuntes de mecánica del medio continuo*, México, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, 2000.
9. Deméneghi C. A., *Método del elemento finito. Análisis lineal*, México, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, 2000.
10. Desai C. S. y Sargand S., "Híbrido FE procedure for soil-structure interaction", *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* Vol. 110 No. 4 pp 473-486, 1984.
11. Ghaboussi J. et al, "Finite element simulation of tunneling over subways", *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* Vol. 109 No. 3, pp 318-334, 1983.
12. Ghaboussi J. y Pecknold D. A., "Incremental finite element analysis of geometrically altered structures", *International Journal of Numerical Methods Engineering*, Vol. 20 pp 2051-2064, 1984.

13. Giraldo S. M., *Evaluación de un modelo elasto—plástico para predecir el comportamiento de la arcilla de la Ciudad de México*, Tesis de Maestría, México, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, 1996.
14. Hrenikoff. A., “Solution of problems in elasticity by the frame work method”, *Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME* 8: 169-175, 1941.
15. Jiménez C. J., *Efectos hidrodinámicos de la Presa Trigomil*, Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, 2003.
16. Kenneth H. Huebner, et al, *The Finite element method for engineers*, cuarta edición, New York : J. Wiley, 2001.
17. Krishnamoorthy C. S., *Finite Element Analysis*, primera edición, New Delhi, Tata McGraw-Hill, 1987.
18. Martínez G. S., *Modelos constitutivos aplicados al análisis de esfuerzos y deformaciones en problemas geotécnicos*, Tesis de licenciatura, Campus Acatlán de la Universidad Nacional Autónoma de México, 1997.
19. Monterroso B. M., *Análisis tridimensional de excavaciones profundas*, Tesis de maestría, México, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, 2000.
20. Oden J. T., *Finite elements of nonlinear continua*, New York, McGraw-Hill, 1972.
21. Oñate I. E., “GiD Presentation”, *GiD Times Vol. 1: 2*, 2001.
22. Oñate I. E.; *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos. Análisis elástico lineal*, primera edición, Barcelona, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 1992.
23. Reddy J. N., *An introduction to the finite element method*, segunda edición, New York, McGraw-Hill, 1993.
24. Sarmiento S. N., et al, *Adaptación de un elemento cascarón en un programa de elementos finitos para el análisis de cimentaciones en suelos blandos*, México, Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural A.C., 2002.
25. Turner M. J. y et al, “Stiffnes and deflection analysis of complex estructuras”, *Journal of Aeronautical Science* 23(9), pp 805-824, 1956.
26. Valliapan S., *Finite element method theory and application*, México, DEPI UNAM, 1979.
27. Wilson E. L., *SOLID SAP. A static analysis program for three dimensional solid structures*, Report to Denver Mining Research Center U.S. Departament of the interior Bureau of mines, 1971.
28. Worsak Kanok-Nunkulchai, “A simple and efficient finite element for general shell analysis”, *Internacional Journal of Numerical Methods Engineering*, Vol. 14 pp 179-200, 1979.

29. Xiangyue Li L., Romo O. P. y Magaña T. R., *TEST92: Un programa de computadora para simular excavaciones en suelos elasto-plásticos*, México, Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, 1992.
30. Xiangyue Li L. y Romo O. P., *TEST: Programa de elementos finitos tridimensionales para el análisis de la interacción suelo-estructura*, México, Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, 1990.
31. Zienkiewicz O. C. y Cheung Y. K., *The finite element method in structural and continuum mechanics*, primera edición, London, McGraw-Hill, 1972.
32. Zienkiewicz O. C., *El método de los elementos finitos*, traducción de la tercera edición de: *The finite element method*, Barcelona, Reverte, 1982.