UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

La enculturación matemática de Alan Bishop: reflexiones y propuestas en torno a la educación matemática y la cultura

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

M A T E M Á T I C O

P R E S E N T A :

MANUEL GOIZUETA MARCHETTI

DIRECTOR DE TESIS
MAT. CONCEPCIÓN RUIZ RUIZ-FUNES

2004

VNIVERSIDAD NACIONAL
AVTONOMA DE
MEXICO

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: Manuel Goizueta Marchetti
FECHA: 12/01/04
FIRMA:

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"La enculturación matemática de Alan Bishop: reflexiones y propuestas en torno a la educación matemática y la cultura"

realizado por Goizueta Marchetti Manuel

con número de cuenta 9377096-1 , quién cubrió los créditos de la carrera de matemáticas

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario MAT. CONCEPCION RUIZ RUIZ-FUNES

Propietario DRA. MARIA DE LA PAZ ALVAREZ SCHERER

Propietario M. EN C. JOSE RAFAEL MARTINEZ ENRIQUEZ

Suplente MAT. JULIO CESAR GUEVARA BRAVO

Suplente MAT. CLAUDIA HERNANDEZ GARCIA

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en C. JOSE ANTONIO GOMEZ ORTEGA

FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL
DE
MATEMATICAS

La enculturación matemática de Alan Bishop: reflexiones y propuestas en torno a la educación matemática y la cultura

A Nancy y Arturo...

A mi madre por todo, claro está.
A mis amigos, amigas y compañeras, maestros y maestras
de todos los reinos, con el más profundo agradecimiento
por lo que ha sido, es y será.

"De cada diez personas que ven televisión...
cinco son la mitad"

Pierre Perepitzner

Índice

Introducción

"La matemática se encuentra en una posición nada envidiable: es una de las materias escolares más importantes que los niños de hoy deben estudiar y, al mismo tiempo, es una de las peor comprendidas. Su reputación intimida. Todo el mundo sabe que es importante y que su estudio es necesario."[1]
Así comienza Alan Bishop el prefacio de su libro *"Enculturación matemática. La matemática desde una perspectiva cultural"*.

Mucho es lo que se ha dicho ya con relación a la educación matemática. En los últimos años se ha convertido en un tema de gran interés dentro del ámbito educativo y es motivo de amplios debates. Sin embargo y a pesar de los múltiples esfuerzos, salta a la vista que en nuestras escuelas de educación básica, en el área de matemáticas, el fracaso es tan constante como rotundo.
Plagada de sentimientos de aversión, desempeños mediocres, comprensión deficiente y generalmente una buena dosis de angustia, la enseñanza de las matemáticas constituye hoy en día una problemática compleja.

Dentro de este contexto, esta tesis pretende explorar la perspectiva de análisis planteada por Alan Bishop, que, sin duda, constituye un punto de vista alternativo y una crítica inteligente al del común de las propuestas institucionales, que suelen basarse en el supuesto de una mera deficiencia técnica, superable a través de ajustes en los temarios y materiales didácticos, o incluso de la incapacidad de educadores y educandos.

Hoy en día, en nuestra sociedad, cada vez más dependiente del desarrollo tecnológico, las matemáticas gozan de una reputación particular; se nos presentan como el instrumento esencial de este desarrollo, constituyendo el lenguaje fundamental de las ciencias implicadas en la investigación y desarrollo de tecnología.
Es indispensable considerar este vínculo entre las matemáticas y el desarrollo tecnológico, para entender las expectativas que la sociedad tiene respecto de la educación matemática. Éstas deberían ayudar a los estudiantes a comprender mejor su realidad, cada vez más basada en el desarrollo y consumo de nuevas tecnologías.
Sin embargo, a partir de las propuestas institucionales, los contenidos desarrollados en las instituciones de educación básica, hacen aparecer las matemáticas como una colección de herramientas de utilidad cuestionable, cuando no una serie de técnicas sin sentido y desconectadas de todo otro conocimiento.

La perspectiva asumida en esta tesis, en la reflexión de estas cuestiones, presenta una diferencia fundamental respecto a la obra de Bishop. El problema de la educación matemática requiere de un análisis profundo que determine su origen y razón de ser, pero ante todo, es imposible abordar el tema sin delimitar previamente el contexto en el que el

[1] Bishop, Alan, *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*, traducido por Genís Sánchez Barberán, España. Editorial Paidós, 1999, p. 15.

fenómeno se da. Bishop deja de lado aspectos fundamentales del proceso educativo, que determinan la función que éste cumple dentro de la sociedad en que se desarrolla.
La educación, como institución social, integra el conjunto más amplio de fuerzas sociales, con las cuales se vincula de maneras especificas, históricamente determinadas.
El proceso educativo, al igual que el desarrollo científico, está sujeto, a la vez que constituye, el momento histórico en que acaece y aunque esta tesis no pretende ser un estudio sociológico de la educación en nuestra sociedad, un análisis que prescinda totalmente de esta dimensión será incapaz de explicar la razón de ser de la situación en que se encuentra la educación matemática y de proponer alternativas para su modificación.

En este sentido, en los primeros capítulos pretendo establecer un marco teórico que permita esclarecer la función de la educación y la ciencia en nuestra sociedad, así como la forma en que acontecen y las creencias y valores que están asociadas con su práctica. Bajo esta luz, trataré de generar una visión crítica de la enseñanza de las matemáticas, desde su concepción a su implementación.

A partir de esta perspectiva, la intención será explorar las ideas de Alan Bishop en relación con el componente cultural de las nociones matemáticas, tratando de mostrar que el desarrollo de estas nociones es un fenómeno pancultural que involucra ciertos conceptos, valores y actividades que le son inherentes.
La reflexión en este sentido, debe justificar la necesidad de una reconceptualización profunda, tanto del conocimiento matemático, como de la función de su enseñanza en la educación básica en nuestra sociedad.

La intención en el último capítulo, será esbozar algunas líneas básicas que tienen que dirigir el sentido de esta reconceptualización, haciendo hincapié en las creencias y valores que en ella deben estar implicados.

Capítulo 1

I.1 *Sociedad, ciencia y tecnología*

Pensemos por un momento en un refrigerador viejo, de aquellos que usaban barras de hielo. Probablemente hoy algún ejemplar sea ya parte del acervo de un museo, pieza en desuso que a la vista de un niño de esta época debe resultar incluso curiosa, en contraste con la mirada nostálgica de su abuelo que sacaba la leche de un modelo idéntico cuando tenía esa edad.

El avance tecnológico es sin duda un rasgo característico de esta época en nuestra sociedad. Su experiencia cotidiana, exenta ya de sorpresa, determina nuestra forma de vida en todos los ámbitos, desde las actividades más simples hasta la forma en que nos relacionamos. Los avances médicos, la seguridad en la construcción y medios de transporte, la mejora en servicios públicos, las comunicaciones y hasta la educación se basan en las nuevas tecnologías. Éstas, nos proporcionan un estilo de vida con base en la capacidad que tengamos de acceder a ellas y este estilo, a su vez, nos impone un status social, acentuando las desigualdades propias del modo de producción capitalista en el que se basa nuestra sociedad.

Las categorías que utilizamos para comprender la realidad están hoy más que nunca vinculadas a la tecnología; así, por ejemplo, el 'bienestar' radica en la capacidad de consumirla y la 'antigua' división entre burguesía y proletariado caduca ante otras categorías: poseedores de teléfonos celulares y desposeídos, con internet de banda ancha y sin él, personas con capacidad de consumo y excluidos, pobres y ricos. Categorías todas éstas destinadas a describir nuestra posibilidad de acceso a los bienes de consumo pero incapaces de interpretar la razón de ser de una sociedad tan desigual e incapaces de albergar en su concepción los antagonismos de clase propios de ésta. Perfectas para fomentar el consumismo y justificar la teoría de la movilidad y el ascenso social basados en el desarrollo personal, usualmente, por supuesto, vinculado con el desarrollo tecnológico.
Esta forma de analizar la realidad nos aleja de una visión crítica bajo cuya luz queden al descubierto la razón de ser de la desigualdad social y los mecanismos mediante los cuales el sistema se reproduce.
Así, esta sociedad tecnológica nos otorga a cada uno un rol particular definido en estos términos; genera una serie de concepciones y necesidades y es el intento por satisfacerlas el que fomenta el desarrollo tecnológico.

Detrás de esta dinámica están las ciencias tecnológicas, no como grandes conspiradoras, por supuesto, sino como el catalizador fundamental mediante el cual los nuevos conocimientos, fruto de la investigación financiada por gobiernos y grandes capitales privados, toman cauce hacia diversas áreas de aplicación.
El rol que juega la ciencia es entonces fundamental en la dinámica del sistema, alimentándola de nuevos conocimientos y técnicas para el desarrollo tecnológico.
En este sentido, la investigación aplicada al desarrollo de armamento, tecnología satelital de espionaje y todo tipo de avance vinculado con la industria armamentista, merece una

mención especial. Consumiendo y, sobre todo, generando inmensas riquezas, es, sin duda, un gran acicate de este desarrollo.

De esta manera es claro por qué los países más poderosos dedican a la investigación científica grandes porciones de su presupuesto, aunado a otras grandes cantidades aportadas por inversionistas privados.

Ahora, bien podríamos preguntarnos cuál es el rol que asume 'la ciencia' en este contexto, cómo se vincula con la sociedad y en qué medida está comprometida con la dinámica del sistema; por supuesto, sin olvidar que "la ciencia" no es un ente abstracto, aislable por derecho propio del momento histórico en que se da, sino la actividad de hombres y mujeres que al mismo tiempo forman parte de la sociedad y que se vinculan mediante relaciones determinadas y, coherentemente con ellas, elaboran los instrumentos conceptuales y materiales necesarios para interactuar con la realidad que los rodea.
Dice Marcelo Cinni, "*Tratándose además de una actividad humana particular y específica, no se puede comprender de por sí, sino a condición que se la analice junto con todas las actividades humanas de un determinado período histórico y se la compare con actividades similares de otros períodos históricos. En otras palabras, también la ciencia se vuelve comprensible sólo si es referida a la totalidad de las actuaciones humanas. Y es únicamente diferenciándola de otras actividades humanas y averiguando sus características específicas, sin introducir elementos apriorísticos, que la ciencia puede ser concretadamente y no abstractamente definida. En otros términos, la ciencia en su realidad concreta no se nos da inmediatamente sino después de un largo trabajo de análisis.*"[2]

El mismo Marcelo Cinni nos da un primer acercamiento a estas preguntas: "*Es todavía muy difundida una concepción de la ciencia que la considera un factor neutral de progreso, independiente de la estructura social en cuyo ámbito se desarrolla; una actividad humana siempre más universal y sobranacional; un instrumento objetivo de conocimiento de la realidad, una construcción racional edificada aprovechando como elementos estructurales únicamente puros juicios factuales, con expulsión sistemática de su cuerpo de cualquier juicio de valor, un resultado del proceso de gradual acumulación de verdades parciales...*"[3]
Esta visión de la ciencia basada en el positivismo Comteano, es y ha sido, probablemente, la filosofía dominante dentro de la comunidad científica e incluso un pilar importante de la ideología hegemónica, permeando, por supuesto, también el ámbito educativo.
Dentro de esta filosofía, la ciencia se convierte en la institución validadora del conocimiento y la educación en su vehículo, proveyendo a la sociedad de un gran acervo enciclopédico de verdades.

Esta concepción de la ciencia, ahistórica y apolítica, parece un tanto ficticia, se nos muestra desvinculada de la sociedad, de su devenir y de sus estructuras e incapaz de explicar históricamente su desarrollo, mostrándonos a los científicos ajenos a la realidad

---

[2] Cinni, Marcelo, *No neutralidad de la ciencia.* En: **Revalorización social de la ciencia** (antología), México. UNAM Facultad de Ciencias, 1984, p. 17.
[3] *Ibídem*, p. 15.

que los rodea, enajenados en su actividad y no como sujetos de la historia, poseedores de una ideología y ligados a estructuras sociales particulares.

Si son los hombres los que hacen ciencia, entonces su desarrollo está sujeto históricamente al conjunto de actividades humanas y, como dice Marcelo Cinni, *"Si lo que distingue la actividad humana es su carácter de proyecto tendremos que reconocer, en primer lugar, que la común contraposición entre ciencia e ideología carece de sentido."*[4]

La supuesta neutralidad de la ciencia parece no poder sostenerse ante estos argumentos y podríamos agregar, siempre según Cinni, que *"está fuera de discusión que si se reconoce, como me parece que todos estamos dispuestos a reconocer, el carácter relativo de la autonomía de la comunidad científica, también aceptamos, lo queramos o no, la existencia de maneras de intervención y de condicionamiento de la esfera social sobre la actividad científica. Y si, además, se reconoce, como hacemos algunos de nosotros, que estos modos de condicionamiento y de intervención son más fuertes en las fases históricas de intenso conflicto de clases y de revolución social, el problema de cómo este conflicto se refleje en el cuerpo mismo de las disciplinas científicas, repercute sobre la elaboración de las teorías, estimula e induce determinados desarrollos en lugar de otros."*[5]

Hasta aquí hemos delineado mínimamente la situación de la ciencia en el contexto histórico actual en nuestra sociedad. Las matemáticas, además de formar parte de estas ciencias, ocupan un lugar especial, aportan el lenguaje fundamental con el cual se desarrollan las ciencias tecnológicas y constituyen su herramienta básica. Así lo enseñamos en las escuelas y cualquier persona lo acepta aunque no tenga la más remota idea de los fundamentos matemáticos que subyacen en la fabricación de su televisor. Es una idea tan difundida que incluso parece justificar la enseñanza misma de las matemáticas en la educación básica y genera una serie de expectativas al respecto. En el contexto de la 'sociedad tecnológica' la matemática parece ser una herramienta fundamental y la educación matemática debería poner esta herramienta a disposición de los estudiantes permitiéndoles una mejor comprensión del entorno.

Esta opinión está sumamente difundida y en consecuencia, las matemáticas ocupan gran parte del tiempo de clases en la educación básica, por lo general sólo detrás del idioma nacional. Millones de niños en todo el mundo se abocan a la tarea de estudiarlas, geometría, ecuaciones de una y muchas incógnitas, trigonometría y algoritmos de todos estilos, sabores y colores; y dentro de este gran esfuerzo los resultados son magros. Muchos alumnos tienen 'éxito' en sus estudios, aprobando los exámenes y dominando una amplia serie de técnicas matemáticas que son capaces de aplicar correctamente. Algunos de ellos incluso serán matemáticos o al menos profundizarán sus conocimientos en carreras científicas afines. Sin embargo éste no es el caso de la mayoría, que creen que aprender matemáticas es importante pero no tienen el 'éxito' esperado, las encuentran difíciles y carentes de sentido. Para muchos son incluso atemorizantes y motivo de preocupación; sentimientos que pueden ser reforzados por el medio, pues no son exclusivos de los niños, pues también muchos padres tienen esta percepción y justifican así las emociones de sus hijos, aunque no dejan de pretender que éstos tengan 'éxito' en sus estudios.

Incluso más allá de este éxito, para la mayoría de los estudiantes, las matemáticas suelen aparecer como ejercicios sin sentido, carentes de utilidad en la vida cotidiana y

---

[4] *Ibíd.*

[5] *Ibíd., p. 29.*

desvinculadas de todo otro conocimiento. La supuesta ubicuidad de las matemáticas parece bastante dudosa y no es de extrañar que los alumnos se sientan defraudados: el sistema educativo les plantea una idea y falla en la práctica provocando la sensación contraria.

La educación matemática, que debería proporcionarles herramientas para relacionarse con el medio, no parece cumplir con su labor.

I.2 *La escuela y la educación, una perspectiva crítica*

Tal vez en este momento deberíamos detenernos un poco para analizar la escuela como institución social.
Al igual que la ciencia, la enseñanza sólo se puede comprender en la medida en que comprendamos su vínculo con el resto de las instituciones sociales, las funciones que desempeña y su relación con otras fuerzas sociales en el momento histórico a que nos refiramos.

A priori, según los ideólogos liberales y la teoría funcionalista, la educación es aquella institución social mediante la cual se provee a los estudiantes con las habilidades y valores necesarios para funcionar productivamente en la sociedad. Un lugar donde se socializa a los individuos y se enseñan conocimientos universales.
Esta visión es probablemente la más común en nuestra sociedad, entre padres y maestros y probablemente la mayoría de los alumnos también la compartan.
La educación promete una mejor inserción laboral a aquéllos que puedan continuar estudiando carreras profesionales más allá de la educación básica y las perspectivas mejoran para aquéllos que logren concluir posgrados.
Esta expectativa de movilidad social basada en la educación, ha fomentado políticas de masificación educativa, verdaderas cruzadas que pretenden, según quienes las propugnan, llevar una educación igualitaria a todos los niños, que les permita desarrollar las habilidades básicas necesarias para ser productivos y competir en el mercado laboral, así como socializar los valores en que se basa nuestra sociedad.
Esta educación estandarizada, según sus ideólogos, permite competir en igualdad de condiciones, en una sociedad cada vez más tecnocratizada, a todos aquéllos que puedan acceder a ella. De esta forma, la idea de escolarizar la mayor cantidad de individuos posible aparece como el objetivo primordial a alcanzar por el sistema educativo.
Así, bajo esta luz, se forjan los conceptos que han de guiar, cual máxima, la práctica docente; la eficiencia, la productividad, etcétera, se convierten en la doctrina que desarrolla el material educativo de distribución masiva, libros para alumnos y para maestros, tablas de ejercicios y exámenes estándar destinados a verificar la eficiencia y eficacia del proceso.
Modelos diversos se ponen a prueba en todo el mundo para mejorar los resultados y actualizar los contenidos y técnicas y se exportan a otros países pretendiendo copiar sus resultados, proveyendo a educadores y alumnos de las herramientas más sofisticadas generadas por la investigación pedagógica.

Por supuesto, como ya lo anotábamos en el caso de las matemáticas, la educación presenta deficiencias por lo menos en la comprensión y apropiación de los contenidos. Sus teóricos lo reconocen y suponen que son deficiencias superables a través de alguna mejora en las técnicas de enseñanza, de la revisión de los temarios, de mejoras infraestructurales o del mejoramiento en la capacitación del personal involucrado en el proceso. Entonces se implementan cursos, se modifican planes de estudio y se promueve el uso de determinado material didáctico en las aulas, esperando así mejorar los resultados.

Seguramente a estas alturas el lector atento habrá notado mi desacuerdo con esta concepción de la educación.
Henry Giroux decía al respecto, "*Absorta en la lógica del consenso y del papel socializador, la teoría funcionalista dejó sin examinar temas como la relación de las escuelas con las cuestiones del poder, con los conflictos de clase y con el control social.*"[6]
No han sido pocas las voces que se han alzado para cuestionar esta visión de la escuela. Algunos de los supuestos que más se han criticado son:

a) que la educación crea y sostiene el cambio social;
b) que la educación afecta el nivel de crecimiento económico a través del cambio tecnológico y de la planeación de los recursos humanos;
c) que la escuela es capaz de reordenar las desigualdades sociales a través de la igualdad de oportunidades educativas; y
d) que la educación y la cultura que ésta transmite son elementos autónomos de la sociedad (fuerzas políticas neutrales).[7]

Un planteamiento crítico a esta visión lo constituye la Nueva Sociología de la Educación, entre cuyos principales precursores y exponentes podemos encontrar a Pierre Bordieu, Henry Giroux, Michael Apple, Raymond Williams, Basil Bernstein y Michael Young.

Tal vez podamos encontrar los orígenes de la nueva sociología de la educación en la teoría que primeramente formulara Herbert Gintis en su crítica de Ivan Ilich en 1972[8] y que constituye una 'teoría de la correspondencia'. Dice Giroux, "*En un sentido amplio, la teoría de la correspondencia afirma que los patrones, estructurados jerárquicamente, de valores, normas y habilidades que caracterizan a la fuerza de trabajo y la dinámica de la interacción entre clases bajo el capitalismo, se reflejan en la dinámica social de la confrontación escolar cotidiana*".[9]
La teoría de la correspondencia nos proporciona una serie de elementos esenciales para comprender el proceso de enseñanza, en particular no podemos analizar la enseñanza desvinculada del contexto socioeconómico en que se desarrolla, pues su esencia está contenida en la naturaleza de su relación con las fuerzas sociales más amplias de las cuales forma parte.
La nueva sociología de la educación, sin embargo, deja de lado esta visión de correspondencia uno a uno entre la economía y las formas culturales planteada por la teoría de la correspondencia y propone un estudio de la relación dialéctica que existe entre ambas esferas. En su lugar plantea una 'teoría de la reproducción', refiriéndose con esto a una forma de reproducción cultural a través de la actividad escolar y del desarrollo de los currículos de enseñanza.

---

[6] Giroux, Henry, *Más allá de la teoría de la correspondencia. Notas sobre la dinámica de la reproducción y la transformación educativa.* En: **La nueva sociología de la educación**, Patricia De Leonardo (comp.), México. SEP, El Caballito, 1986, p. 21.
[7] De Leonardo, Patricia (comp.), *La nueva sociología de la educación*, México. SEP, El Caballito, 1986, p. 14.
[8] Véase Gintis, Herbert, *Toward A Political Economy Of Education: A Radical Critique Of Ivan Ilich's Deschooling Society*, Harvard Educational Review Vol.42, num 1, 1972, pp. 70-96.
[9] Giroux, *op. cit.*, p. 22.

Partiendo de esta base, la teoría de la reproducción nos señala la necesidad de remover la cortina ideológica que no permite ver las relaciones entre las estructuras económicas, sociales y políticas y el proceso educativo.
Para los teóricos de la reproducción, la estructuración del conocimiento y los currículos tanto explícitos como ocultos, es decir los contenidos y valores explícitos, su organización y tratamiento así como los contenidos y valores que aparecen velados o implícitos y que se incorporan a la práctica educativa, están íntimamente ligados a los principios del control social y cultural en nuestra sociedad. Para ellos, entender lo que sucede en las escuelas es esencial para comprender lo que sucede en el nivel económico y comprender este último es indispensable para aclarar el proceso educativo, asumiendo la naturaleza dialéctica de la relación que ambas estructuras sostienen.
Habría que preguntarse entonces cuáles son los mecanismos que articulan la reproducción cultural en el proceso de enseñanza, cómo es que la escuela participa y cual es su dinámica.
En palabras de Pierre Bordieu, "*Probablemente es la inercia cultural la que, en términos de ideología escolar, todavía nos hace ver a la educación como una fuerza liberadora (la escuela liberadora) y como un medio de incrementar la movilidad social, aun cuando todo parezca indicar que es, de hecho, uno de los medios más efectivos para perpetuar el patrón social existente; ya que nos proporciona una aparente justificación de las desigualdades sociales, así como un reconocimiento de la herencia cultural, esto es, un reconocimiento de un don social que es asumido como natural.*"[10]
Desde este punto de vista, la escuela no aparece como una estructura social coercitiva, destinada por definición a perpetuar mediante la reproducción el orden social imperante. Esta concepción sería incluso inocente, pues pretendería que tanto los alumnos como los maestros son partícipes voluntarios de una dinámica evidente. En cambio, la visión que propone Bordieu, nos señala un mecanismo más complejo, velado por el discurso, mediante el cual el orden social es justificado y, de hecho, reproducido. Esta visión nos reta a indagar en este mecanismo, de tal manera que queden al descubierto tanto su razón de ser como la forma en que es socialmente aceptado.
En sus *Cartas desde la cárcel* Gramsci criticaba la teoría marxista del estado señalando su excesiva dependencia del concepto de *fuerza directa* para explicar como una clase gobernante controlaba la sociedad; según él había mayor necesidad de entender cómo las visiones del mundo dominante, así como las prácticas sociales, eran reproducidas a través de la sociedad para mistificar las relaciones de poder existentes y el orden social.[11]

Un concepto importante dentro de la nueva sociología de la educación para aclarar esta situación es el de *hegemonía*, según Giroux, "*se refiere a una forma de control ideológico en el cual las creencias, valores y prácticas sociales dominantes son producidos y distribuidos a través de una amplia extensión de instituciones tales como escuelas, familia, medios de comunicación y sindicatos. Al igual que la ideología dominante, la hegemonía tiene la función de definir el significado y los límites del sentido común, así como la forma y contenido del discurso en la sociedad. Lo hace afirmando ciertas ideas y rutinas como naturales y universales.*

---

[10] Bordieu, Pierre, *La escuela como fuerza conservadora: desigualdades escolares y culturales*. En: **La nueva sociología de la educación**, Patricia De Leonardo (comp.), México. SEP, El Caballito, 1986, p. 103.
[11] Véase Gramsci, Antonio, *Selections From Prision Notebooks*, (Editors And Translators, Quinten and Geoffrey Smith), N. York, Interrnational Publishers, 1971.

La complejidad del control hegemónico es un tema importante a subrayar porque se refiere no sólo a las ideas y significados aislables que la clase dominante le impone a los demás, sino también aquellas 'experiencias vividas' que conforman la textura y el ritmo de la vida cotidiana. Raymond Williams recalca lo anterior declarando que la hegemonía tiene que ser vista como algo más que una manipulación y endoctrinamiento ideológico: Es un cuerpo de prácticas y expectativas por encima de la existencia en su totalidad: nuestros sentidos y nuestra ración de energía, la percepción de nosotros mismos y el mundo. Es un código vivo de significados y valores constitutivos y establecidos que al ser experimentados como prácticas, aparecen como una conformación recíproca... es, como diríase en su más profundo sentido, una cultura, pero una cultura que debe ser vista también como una dominación y subordinación soportada por algunas clases en particular."[12]

A la luz de este concepto la forma en que la escuela participa en la reproducción cultural se aclara: nos revela "*cómo el currículum, abierto y oculto, legitima formas específicas del capital cultural, i.e. los modos de conocer, estilos, gustos, disposiciones, aptitudes lingüísticas, y comportamientos que la sociedad dominante considera los más valiosos"*[13], dirá Giroux.

Entonces, no es imponiendo la ideología dominante de manera evidente que la escuela participa en la reproducción cultural, sino validando lo que Williams llama "una cultura", mediante la incorporación en su cuerpo de prácticas de las formas culturales propias del control hegemónico. Así, dentro de la escuela, los alumnos y maestros participan de un proceso de socialización y apropiación de conocimientos mediado, tanto en forma como en contenido, por la ideología dominante.

Dentro de este marco, no todos los alumnos son socializados de la misma forma, el tipo de experiencia escolar varía de un alumno a otro en función de su nivel social, situación legitimada por la capacidad de acceder a las instituciones educativas. De esta manera la educación se convierte en un bien de consumo y la pretendida igualdad de oportunidades, basada en una educación igualitaria, parece alejarse de la realidad.

Por supuesto habrá quien replique diciendo que para el grueso de la población, que asiste a escuelas públicas, la educación es, en efecto, igualitaria e incluso que el currículo es común a todas las instituciones, incluyendo las privadas.

Me parece que dos personas que no tienen igual nivel de nutrición o gozan de un capital cultural distinto, determinado por su situación familiar y que la escuela considera 'iguales', y que por lo tanto exige de la misma manera, no están participando en un proceso igualitario, pues no se encuentran en igualdad de condiciones para encararlo. Esta diferencia se acentúa hacia los últimos años de la educación básica, cuando muchos alumnos deben incorporarse a la cadena productiva para contribuir al presupuesto familiar. En el sentido del currículo, si bien éste es común, la calidad de la experiencia depende además de la formación de los docentes y de la infraestructura que sirva como apoyo al proceso.

Sin duda la discusión sobre estos temas no está agotada y su profundización aparece como esencial para comprender críticamente el proceso educativo en nuestra sociedad, aunque sale de los alcances de esta tesis que no pretende ser un estudio extensivo sobre teorías

---

[12] Giroux, *op. cit.*, pp. 29-30.

[13] *Ibíd.*, pp. 49-50.

sociológicas de la educación, ni mucho menos. Sin embargo, un esbozo a manera de marco teórico, antes de abordar el tema específico de la educación matemática, resulta indispensable si pretendemos entender los fenómenos que la acotan y determinan en el contexto escolar, preámbulo impostergable de cualquier revisión crítica del proceso de enseñanza y marco de cualquier propuesta que pretenda ir más allá de meras sugerencias técnicas.

Antes de adentrarnos en el tema debemos presentar una discusión igualmente imprescindible para nuestro trabajo. Ya hemos hablado de la escuela como institución social y sin embargo no le hemos puesto atención a aquellas personas participantes en el proceso. Sería un error suponer que tanto los alumnos como los maestros participan pasivamente en este proceso; dice Giroux, *"Obviamente los maestros y los alumnos no interpretan de una manera pasiva el plan de estudios vigente. Como los obreros de una fábrica, los maestros y estudiantes, aunque de manera diferente, rechazan con frecuencia los mensajes básicos y las prácticas de las escuelas."*[14]

Así, en la escuela, como en cualquier otra institución social, existen contradicciones, no sólo derivadas de la práctica de los partícipes inmediatos del proceso, también de la relación que la escuela guarda con las fuerzas sociales más amplias de las cuales forma parte. Siempre según Giroux, *"Las contradicciones que existen en las diferentes regiones ideológicas se hacen evidentes cuando uno observa cómo las ideologías en competencia se manifiestan luchando por controlar la administración de las escuelas, y la forma y contenido de los currícula. (...)En la actualidad el exceso de estudiantes universitarios desempleados destaca la contradicción que existe entre las más amplias necesidades de la sociedad y las exigencias de un público que todavía cree que la educación es un vehículo importante para la movilidad social.*

(...)Lo crucial de estas contradicciones es que ponen de relieve la relativa autonomía que caracteriza a las instituciones culturales como las escuelas. Esta relativa autonomía es la que proporciona el espacio a las instituciones en el dominio ideológico para que sean algo más que agentes de reproducción."[15]

Este aspecto que destaca Giroux me parece de crucial importancia: la escuela no es sólo un agente de reproducción y los maestros y alumnos sus partícipes, impelidos por la inmutabilidad a perpetuar este proceso. La escuela es por derecho propio un lugar de conflicto, quienes en ella participan son personas que tienen su propia interpretación del proceso y que incorporan a la práctica cotidiana sus formas de resistencia.

Para acabar, citando una vez más al buen Giroux: *"La reproducción es un fenómeno complejo, que no sólo sirve a los intereses de la dominación, sino que también contiene las semillas del conflicto y del cambio. Reconocer esto es comenzar con la tarea de desarrollar una teoría educativa determinada por el enjuiciamiento que está en el corazón de todas las formas de resistencia, un enjuiciamiento cuyo mensaje central es que las cosas deben cambiar..."*[16]

---

[14] *Ibid.*, p. 37.
[15] *Ibid.*, pp. 43-44.
[16] *Ibid.*, pp. 65-66.

Capítulo 2

Si vamos a hablar del proceso educativo, un aspecto que no podemos descuidar es la manera particular en que una sociedad se organiza para planearlo y llevarlo a cabo. Desde la creación de instituciones sociales responsables de diseñarlo y ponerlo en práctica, pasando por la definición de sus contenidos, hasta su implementación dentro del aula, son muchas las instancias involucradas en la concreción del proceso educativo.
Vale la pena detenerse un momento y evaluar algunos aspectos que resultan relevantes dentro de este proceso y que pueden permitirnos entender con mayor claridad la problemática de la educación matemática.
En particular, quisiera llamar la atención sobre la forma en que los contenidos se compendian y distribuyen masivamente entre maestros y alumnos y cómo esto condiciona el proceso de enseñanza aprendizaje.

II.1 *El sistema educativo*

Probablemente la 'marca' del esfuerzo por masificar la educación que se lleva a cabo en nuestros países es la planeación y sistematización de este proceso. Se planea un contenido estandarizado y progresivo que aparece como 'el' compendio de conocimientos que la sociedad, mediada por las instituciones pertinentes, pretende transmitir e inculcar a las nuevas y futuras generaciones. Ejércitos de 'expertos' y burócratas se encargan de extraer la sustancia de aquellos conocimientos generados por la humanidad a través de los siglos, de dosificarlos adecuadamente e incluirlos en las categorías que se han encargado de crear para diferenciarlos y clasificarlos con la intención de organizar su estudio. Se encargan del diseño y realización de los libros que compilarán estos conocimientos y de delinear los requisitos que cualquier libro debe tener para ingresar al acervo aceptado. Estos libros están pensados para un curso estándar, dirigidos a un enseñante estándar cuyos alumnos, obviamente, son estándar. El libro pretende abarcar todos los temas a tratar, incluyendo los ejercicios a desarrollar y cualquier indicación que el maestro pueda necesitar. Pretenden ser a prueba de fallas, contienen todo aquello que debe ser transmitido a los alumnos, aclaran cómo y delimitan las circunstancias; de hecho, son a prueba de maestros, pues cualquiera mínimamente capaz puede seguir las instrucciones.
Los diseñadores de los planes educativos también se encargan de incluir en otra serie de compendios los métodos que los enseñantes deben aplicar en su implementación, desde las técnicas y dinámicas que utilizarán hasta los conceptos e ideas que de ellas rescatarán.
Se encargan de su impresión y distribución extensiva a lo largo del país, buscando que ni un niño carezca del material necesario para llevar a cabo sus estudios y al final, se encargan de diseñar un currículo que esquematice la distribución de contenidos de cada área y de cada materia a través de los años escolares; guía última con la que se medirán los logros programáticos en cada materia de cada nivel de cada escuela del país.

La meta del sistema educativo, entonces, es generar la infraestructura para realizar el proceso, formar una cantidad suficiente de maestros e incluir en esta dinámica al total de los niños en edad de estudiar.

Espero que esta simplificación de la forma en que se organiza la educación en nuestros países no parezca un simplismo. Es evidente que dentro de este esquema son muchos los intereses y fuerzas en pugna, y para el tema que nos compete, la educación matemática, habremos de observar con más detalle la forma en que esto acontece, no sólo en el nivel organizativo más general, incluso nos interesa qué pasa en las aulas, cómo se desarrolla el quehacer cotidiano de maestros y alumnos, y cómo se vincula con la estructura más general.

II.2 *Los currículos*

En primera instancia podríamos cuestionar cómo se desarrollan los currículos, de qué manera quedan determinados su contenido y estructura y qué intereses movilizan su diseño.
Resulta claro, desde la perspectiva expuesta en el capítulo anterior, que el contenido de los currículos consigna el capital cultural que la ideología dominante considera válido, aquel que legitima la cultura dominante y la hace parecer universal reproduciéndola a través del sistema educativo.
Sería inocente e incluso erróneo pensar que el desarrollo de este proceso se gesta entre unas cuantas mentes maquiavélicas, en realidad son muchas las fuerzas sociales que influyen en el desarrollo de los currículos. En el caso de las asignaturas científicas, uno de los motores es el desarrollo tecnológico, que sujeto al período histórico en que se encuentra, requerirá de unos u otros conocimientos de acuerdo con sus necesidades. Los gobiernos y los capitales privados invertidos en empresas tecnológicas, pretenderán conformar los currículos de manera que los estudiantes que posteriormente trabajen en estas áreas tengan una formación orientada según sus necesidades.
Los currículos, entonces, no consignan solamente conocimientos universales, verdaderos de por sí y ajenos al momento histórico en que se desarrollan, ocultan en su seno su origen histórico, que responde a su vez a las necesidades coyunturales de la ideología dominante. Esto es lo que la nueva sociología de la educación llama currículo oculto, aquel que determinando la validez de uno u otro conocimiento mediante su incorporación en los currículos, valida a su vez una serie de prácticas, vivencias, experiencias y significados que son los que conforman la cultura.

En el afán masificador, el desarrollo de los currículos deja de lado las diferencias culturales específicas de las personas a las que pretende atender, su contexto geográfico y su situación socioeconómica. De hecho, muchas veces los currículos, las técnicas y dinámicas pedagógicas, así como el material didáctico, forman parte de modelos desarrollados en otros países, cuyas realidades y necesidades pueden distar enormemente de las del lugar en que se pretenden aplicar. Aún así, estos modelos se implementan esperando reproducir los resultados obtenidos en los países en que se originaron.
Es claro que los ejemplos que pudieran referirse a la realidad de un niño que pertenezca a una familia pudiente que habita una ciudad de una potencia industrial occidental, pueden no significar nada en el contexto de un niño que habite en zonas rurales de nuestro país, donde las necesidades y experiencias cotidianas están más relacionadas con la sobrevivencia.
Pensar que la implementación de un único currículo puede generar los mismos significado en ambos casos parece lejos de la realidad.

II.3 *El aula*

La instancia que quisiera analizar ahora, sin perder de vista el contexto descrito en el cual acontece, es el proceso de enseñanza aprendizaje tal y como se da en el aula, donde educadores y educandos cristalizan la propuesta educativa mediante su práxis cotidiana, lidiando con los currículos y los libros y vinculándose de maneras específicas determinadas socialmente.

En general, los educadores aparecen como la encarnación del conocimiento, reservorios de verdades cuyas enseñanzas rara vez se ponen en duda, pues son ellos los encargados de transmitir aquello que "es verdadero" y qué es importante saber; son los que ponen en práctica las estrategias y recursos didácticos diseñados para que los educandos aprendan.
La mayoría de los estudiantes, los padres de familia e incluso los mismos maestros comparten esta concepción; de hecho, en el esquema del sistema educativo, éste es el papel que los educadores están llamados a desempeñar: mediadores entre los acervos de conocimiento y los educandos, que intentan hacerse de estos conocimientos.

Entre los educadores es extendido el uso de 'libros para el maestro'. Por supuesto, los libros no pueden contemplar las necesidades específicas de un enseñante o de un grupo de alumnos. De hecho limitan la capacidad de actuar del enseñante constriñéndola a un esquema particular y definitivamente ignoran la posibilidad de que el enseñante no tenga una formación apropiada para aplicar las 'recetas' del libro.
Incluso, los libros descalifican la actitud investigadora del educador y de los educandos, ¿qué necesidad hay de investigar si el libro proporciona el total de los contenidos? A largo plazo, el uso de estos libros parece contraproducente: ata la actuación del educador al mismo libro, limitando su capacidad de replantear un tema o incluir otro que pudiera ser pertinente. Claramente es el enseñante quien conoce a los alumnos y está más cerca de apreciar sus intereses y necesidades.
Los libros se convierten en un mecanismo de control, una forma de garantizar contenidos homogéneos y estandarizar el proceso educativo.

Por supuesto que un salón de clase no está unívocamente determinado por el libro que se esté utilizando, son los educandos y educadores, a partir de las relaciones que establecen entre sí, los que interpretan y concretan en su práctica las premisas del libro. Debemos preguntarnos ¿cómo se vinculan entonces educador y educandos?
Según Freire: "*Cuanto más analizamos las relaciones educador - educandos dominantes en la escuela actual, en cualquiera de sus niveles (o fuera de ella), más nos convencemos de que estas relaciones presentan un carácter especial y determinante –el de ser relaciones de naturaleza fundamentalmente narrativa, discursiva, disertadora.*
Narración de contenidos que, por ello mismo, tienden a petrificarse o a transformarse en algo inerme, sean éstos valores o dimensiones empíricas de la realidad. Narración o disertación que implica un sujeto –el que narra- y objetos pacientes, oyentes –los educandos.

Existe una especie de enfermedad de la narración. La tónica de la educación es preponderantemente ésta, narrar, siempre narrar."[17]

Los educandos deben dejarse llenar por los conocimientos que el educador narra, deben recibir estos depósitos y archivarlos; a esto se reduce la actividad de los educandos, que dejan de ser sujetos del proceso de enseñanza aprendizaje para convertirse en meros objetos del actuar del educador. *"En vez de comunicarse, el educador hace comunicados."*[18]

Freire va más allá y dice que la tónica de este esquema educativo *"reside fundamentalmente en matar en los educandos la curiosidad, el espíritu investigador, la creatividad. Su 'disciplina' es la disciplina para la ingenuidad frente al texto, no para la posición crítica indispensable.*
Este procedimiento ingenuo al cual se somete al educando, junto con otros factores, puede explicar las fugas del texto que hacen los estudiantes, cuya lectura se torna puramente mecánica, mientras que con la imaginación se desplazan hacia otras situaciones".[19]

De hecho, lo que se espera del estudiante es que memorice los contenidos, el reto es éste, y no comprender para generar significados personales. Si el alumno logra memorizar el conocimiento y mecanizar los procedimientos, habrá cumplido su tarea con éxito.

Freire enuncia una serie de premisas que subyacen en la relación educador educandos:

a) El educador es siempre quien educa; el educando el que es educado.
b) El educador es quien sabe; los educandos los que no saben.
c) El educador es quien piensa, el sujeto del proceso; los educandos son los objetos pensados.
d) El educador es quien habla; los educandos los que escuchan dócilmente.
e) El educador es quien disciplina; los educandos los disciplinados.
f) El educador es quien opta y prescribe su opción; los educandos quienes siguen la prescripción.
g) El educador es quien actúa; los educandos son aquéllos que tienen la ilusión de que actúan, en la actuación del educador.
h) El educador es quien escoge el contenido programático; los educandos, a quienes jamás se escucha, los que se acomodan a él.
i) El educador identifica la autoridad del saber con su autoridad funcional, la que opone antagónicamente a la libertad de los educandos. Son éstos quienes deben adaptarse a las determinaciones de aquél.
j) Finalmente el educador es el sujeto del proceso; los educandos, meros objetos.[20]

Detengámonos a pensar cómo viven los estudiantes esta relación. Con esta descripción podríamos pensar que los educandos están aceptando una situación inaceptable, así mismo

---

[17] Freire, Paulo, *El acto de estudiar*. En: **Corrientes pedagógicas contemporáneas: Antología básica**, México. UPN, 1995, p. 98.
[18] *Ibíd.*
[19] Freire, Paulo, *La importancia de leer y el proceso de liberación*, México. Editorial Siglo XXI, séptima edición, 1990, p. 48.
[20] Freire, Paulo, *El acto de...*, p. 99.

la limitación que el docente acepta con la introducción de los currículos y los libros de texto podría parecer igualmente inaceptable, analizada desde la perspectiva que hemos asumido.
Para aclarar esta cuestión quisiera incorporar un concepto que resultará útil para el análisis, el concepto de 'creencia'. Según Gomez Chacón, *"Cañón (1996), siguiendo la formulación de creencia de Ortega y Gasset*[21]*, dice 'La creencia es 'certidumbre' en que nos encontramos, sin saber cómo ni por dónde hemos entrado en ella... No llegamos a ella tras una faena de entendimiento, sino que operan ya en nuestro fondo cuando nos ponemos a pensar sobre algo.'"*[22]

En general, desde su análisis y su praxis, ni educando ni educadores se plantean su actividad como la hemos descrito. La conciben de otra manera: mediatizado por el discurso de la ideología dominante, cada uno de ellos cree estar cumpliendo con el rol que le corresponde dentro del proceso de enseñanza - aprendizaje, un rol que se describe y delimita tácitamente dentro de la cultura, donde se aprenden las actitudes y actuaciones socialmente aceptables.
Los educadores y educandos desempeñan su papel dentro de la educación pasando por alto una serie de supuestos que no cuestionan, no tanto por una actitud pasiva frente a ellos como por el hecho de que forman parte de sus propias creencias, son los rasgos que, construidos socialmente, describen y delimitan su actuación.
De hecho el proceso de enseñanza aprendizaje genera a su vez una serie de creencias sobre sí mismo, *"además de desarrollar estrategias cognitivas y lingüísticas, los individuos adquieren 'teorías' del lenguaje y de la cognición. Aprenden qué tipos de conocimientos son importantes y para qué fines; aprenden la relación entre conocimiento y condición social; aprenden cuáles son las ocasiones adecuadas para adquirir conocimientos y para manifestarlos; y así sucesivamente."*[23]

[21] Véase Ortega Y Gasset J., *Ideas y Creencias,* Madrid. Colección Austral, Espasa Calpe, 8ª edición, 1976.
[22] Gómez Chacón, Inés Ma., *Matemática emocional*, España. Editorial Narcea, 2000, p. 69.
[23] Lancy, D. F., *Cross-cultural Studies in Cognition and Mathematics*. En Bishop, *op. cit.*, p. 86.

II.4 *Los currículos de matemáticas*

Descrito este contexto nos podemos preguntar cómo se ubican en él las matemáticas. Cómo se estructura el currículo, cuál es su contenido matemático y cuál es el discurso que subyace en su elaboración. Cómo se implementa en los salones de clase y cuáles son las creencias que genera entre maestros y alumnos y cómo éstas determinan las cualidades del proceso de enseñanza aprendizaje.

En general, el currículo de matemáticas está orientado al desarrollo de técnicas. Desde los primeros años se aboca a la enseñanza de las operaciones básicas, a la ejecución de los algoritmos, siendo su práctica constante la herramienta más común para lograrlo y los ejemplos del maestro el resultado a reproducir. Así, millones de niños alrededor del mundo memorizan las tablas de multiplicar, paso necesario en la práctica de los algoritmos de la multiplicación y la división y realizan sumas de números cada vez más grandes, mecanizando al mismo tiempo diversas reglas a partir de recursos mnemotécnicos. 'Pongo el tres y me llevo uno', 'le presto uno y son trece, menos siete...', repiten los alumnos siguiendo las sugerencias de sus maestros que esperan que mediante esta dinámica obtengan los resultados correctos.

Recuerdo que a mis alumnos de tercer semestre de preparatoria les pregunté por qué el algoritmo de la división, de hecho, arroja el resultado que buscamos, por qué siguiendo estos pasos encontramos el número que resulta de dividir los números dados. La pregunta, más que complicada, les parecía no tener sentido: dividir 'es' aplicar el algoritmo de la división.

A medida que se avanza en el currículo los temas se diversifican, aparece la geometría con su tratamiento aritmético, muy útil para medir terrenos de distintas formas, el álgebra y su amplia gama de ecuaciones de primero y segundo grado, ecuaciones lineales con una y muchas incógnitas, sistemas de ecuaciones que permiten calcular cuánto costaron las manzanas y las peras si se nos olvidó fijarnos en el supermercado. Aparece la trigonometría y su tratamiento algebraico, mediante el cual hay que encontrar ángulos y distancias.
Algoritmos más complejos conforman un nuevo reto para los alumnos, que deben encontrar raíces cuadradas y áreas de polígonos y calcular la probabilidad de ganarse la lotería.
Para los que continúen estudiando queda la geometría analítica, los logaritmos y el cálculo infinitesimal, así, afortunadamente, podrán calcular dónde están los focos de una elipse, cuánto uranio les quedará en un año si compran hoy un kilo y la aceleración de un coche al pasar por el kilómetro treinta y uno y medio de la carretera a Cuernavaca, claro, si conocen cómo varía su rapidez respecto al tiempo en un vecindad de aquel lugar.

Hasta aquí no es claro cuál es el problema que pretendo plantear. Tal vez el lector reconozca estos temas y se pregunte por qué el tono socarrón.
Más allá de la pertinencia de los temas incluidos en el temario o de su importancia dentro de las matemáticas, es su tratamiento lo que pretendo criticar. El currículo hace aparecer

las matemáticas como una gran colección de técnicas a desarrollar; técnicas basadas en algoritmos que se presentan en un estado depurado, listos para usar en las circunstancias que el maestro debe listar y ejemplificar exhaustivamente. La misión del alumno es mecanizar estas técnicas, memorizarlas y reproducirlas para obtener los resultados correctos.

Lo que se espera del alumno es que sea un usuario de estas técnicas, que las pueda aplicar en su ámbito de trabajo, que constituyan una herramienta útil en su quehacer cotidiano.

Dos cosas habría que mencionar. Por un lado, pensando en la ejecución de estas técnicas, las computadoras son por excelencia ejecutores de técnicas, están diseñadas para hacerlo a gran velocidad y con un margen de error que ninguna persona posee. Son una herramienta diseñada expresamente para este fin, que hoy en día constituye la cotideaneidad de aquéllos que requieren de estas técnicas.

No hay justificación para enfocar la enseñanza de las matemáticas hacia el desarrollo de estas técnicas a sabiendas de este hecho. Cuando los alumnos preguntan por qué deben estudiar algoritmos que cualquier calculadora ejecuta más rápido y con mayor precisión, los maestros suelen insistir en su importancia, que ilustran con ejemplos rebuscados minimizando la relevancia que la pregunta reviste. ¿Acaso ellos mismos se han visto en la necesidad de obtener una raíz cuadrada en alguna situación?

Por otro lado, si pensamos en el futuro ámbito de trabajo de los alumnos que serán obreros, campesinos, técnicos, arquitectos, médicos y realmente un número mínimo de ellos científicos o matemáticos, la imagen del profesional que desarrolla su actividad a partir de su bagaje matemático, que abre esta caja de herramientas para solucionar los problemas que se le presentan, es realmente mítica. La mayoría de ellos no requerirá de esta herramienta y de entre los que lo hagan, sólo un porcentaje mínimo serán matemáticos o científicos a los que les será útil una formación matemática más profunda. Solo para ellos, tal vez, las herramientas matemáticas desarrolladas durante los años de educación básica podrán revestir alguna utilidad.

El currículo enfocado al desarrollo de técnicas para futuros usuarios parece cojear en su misión de satisfacer a los alumnos por igual. Si a esto le sumamos el traslado de modelos curriculares entre países con necesidades diversas la cuestión se agrava. Claramente el perfil profesional de un país ultra industrializado es distinto del de un país primordialmente rural o maquilador, donde una meta educativa como 'inglés y computación' no encuentra sustento más allá de la demagogia.

Pero volvamos a la organización de los contenidos. En general la estructuración de los currículos define un orden progresivo entre los temas, determinado por una estructuración lógico-deductiva que responde a una caracterización moderna de cada uno de ellos. Así, los alumnos estudiarán primero los números naturales y a partir de ellos definirán los enteros, que suelen surgir a partir de la necesidad de resolver ecuaciones de la forma $2 + x = 0$. Los números racionales se incorporan de manera similar en los cursos de álgebra y después seguirán los reales.

Esta consecución temática resulta coherente desde un punto de vista progresivo cuyo eje sea la estructura moderna del álgebra, depurada a lo largo de miles de años hasta su actual forma. Pero habría que notar que dista enormemente de su desarrollo histórico. A los matemáticos les tomó miles de años llegar a esta forma, y las necesidades a que respondían cada uno de sus desarrollos eran totalmente diversas, de acuerdo con los problemas que en esa época se planteaban.

La estructuración lógica del conocimiento matemático es posterior, históricamente, a su desarrollo, más bien basado en la intuición y en ideas novedosas que suelen no encajar en un marco lógico formal desde sus orígenes. En general la estructura deductiva se desarrolla posteriormente para satisfacer las necesidades de los matemáticos.
A los alumnos pretendemos iniciarlos en el estudio de las matemáticas a partir de la introducción de estas estructuras deductivas acabadas, que aparecen como artificiales y niegan su origen basado en la intuición y en procesos creativos de otra índole.

El ejemplo que describía es sintomático. A los matemáticos les costó grandes esfuerzos conceptuales la incorporación formal de los números negativos. Grandes matemáticos se negaron a trabajar con ellos o lo hicieron a partir de problemas paralelos, sin utilizar la forma y coherencia que hoy revisten. La introducción de letras como variables en la notación algebraica, hoy tan común, fue un logro enorme en la historia de las matemáticas. Los griegos nunca lograron un tratamiento claro de cantidades no conmensurables e incluso su tratamiento algebraico les era desconocido.
Los temas que hoy los maestros pretenden que los alumnos incorporen a partir de un esquema deductivo pulido han constituido verdaderos rompederos de cabeza para los mejores matemáticos del pasado. ¿No será natural suponer que aquellos conceptos que eludían la comprensión de los matemáticos de antes sean difíciles de asimilar por los alumnos de hoy en día? ¿Es en serio su estructuración deductiva la manera más simple y natural de incluirlos en los cursos?

Muchos esfuerzos se hicieron en países industrializados sobre esta cuestión en años pasados. Un ejemplo podría ser la reestructuración curricular llevada a cabo en décadas pasadas en los Estados Unidos.
Los expertos supusieron que lo que producía el bajo aprovechamiento de los alumnos era que el contenido de los programas se refería a conocimientos 'viejos', matemáticas desarrolladas antes de 1700 que se enseñaban con un lenguaje ambiguo. La solución: incorporar en los currículos temas de matemáticas 'modernas' y darle un tratamiento más actual incorporando el rigor necesario para despejar esas nubes de duda que estorbaban la educación matemática. A partir de un tratamiento riguroso los alumnos tendrán una visión clara de las matemáticas, sin ambigüedad, y la inclusión de temas más modernos hará de las matemáticas un tema atractivo para ellos.
Se incluyeron entonces temas como la teoría de conjuntos y el álgebra abstracta, lógica y teoría de números.
No pretendo hacer un análisis profundo de estos esfuerzos cuya aplicación en sus países de origen ha traído magros resultados que aún hoy no están bien documentados. Una crítica y análisis del caso norteamericano se encuentra intensamente detallada en el libro de Morris Kline *"El fracaso de la Matemática Moderna. ¿Por qué Juanito no sabe sumar?"*[24]
En todo caso ésta no parece ser la solución.

[24] Kline, Morris, *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar*, México. Editorial Siglo XXI, quinta edición, 1980.

Muchos autores han hecho hincapié en que los problemas para asimilar un concepto que se hayan tenido en un determinado momento histórico son reproducidos por los estudiantes en su enseñanza posterior más allá de su simplificación y su tratamiento. Este es un tema que sigue siendo ampliamente debatido y que dentro de la educación matemática reviste particular interés.

Adoptando esta posición, podemos suponer que a los alumnos no les resultará inmediata la incorporación de los números negativos por ser necesarios para encontrar soluciones a ecuaciones de la forma $2 + x = 0$, y que su construcción formal y rigorista como clases de equivalencias dentro de N X N puede resultar artificial y carente de significado. El rigor se introduce, usualmente, por necesidad de los matemáticos y no como un recurso pedagógico.

Si bien dentro de la educación matemática muchos críticos vienen insistiendo en la necesidad de adoptar una aproximación constructivista a los contenidos, mediante la cual los alumnos 'recreen' las matemáticas, los currículos no están diseñados con este propósito y el enfoque al desarrollo de técnicas y su esquema deductivo están lejos de ofrecer una base para trabajar en este sentido.

Aunque no es claro que el enfoque constructivista sea la solución a los problemas de la enseñanza de las matemáticas, negando su historicidad alejamos a los alumnos de la posibilidad de recrearlas. Si pretendemos que exploren un tema en particular para obtener su moderna y pulida forma, derivada de manera deductiva y rigorista de otras nociones más básicas, es probable que no consigamos dar a los alumnos ninguna motivación para lograrlo; motivación que se base en un problema palpable que sugiera, desde la intuición, la forma de resolverlo. Si así sucede históricamente, ¿por qué pretender otra cosa? Los alumnos deben suponer entonces que los matemáticos proceden de la misma manera: a partir de premisas se dedican a derivar lógicamente nuevos resultados, más como una actitud mecánica y acumulativa que como un proceso creativo que encuentra sustento en necesidades e intuiciones que poseen intencionalidad entre sus cualidades.

Creo que cualquiera del gremio coincidirá conmigo en que saber matemáticas pasa en gran medida por saber hacer matemáticas. Parece que el currículo nos aleja de la posibilidad de acercar a los alumnos al acto de creación matemática.

Entonces, a manera de resumen, podemos decir que el currículo de matemáticas está dirigido al desarrollo de técnicas, con la intención de generar una caja de herramientas útiles para los alumnos, que se conciben como futuros usuarios. La manera en que se estructura es ahistórica y enfatiza una estructura lógico deductiva bien acabada propia de la matemática moderna y de las necesidades de los matemáticos profesionales. De esta manera el currículo parece abandonar las necesidades de la amplia mayoría de los estudiantes, para los cuales los objetivos del currículo constituyen un sinsentido.

A su vez esta concepción describe las matemáticas, a los ojos de los estudiantes, no como una forma de 'conocer' y reinterpretar su realidad, *"el currículo dirigido al desarrollo de técnicas está formado por procedimientos, métodos, aptitudes, reglas y algoritmos que dan una imagen de las matemáticas como una materia basada en el 'hacer'"*.[25]

[25] Bishop, *op. cit.*, p. 24.

II.5 *El aula de matemáticas*

¿Cómo es que educadores y educandos, en el marco de este currículo, concretan el proceso de enseñanza-aprendizaje? ¿Cómo delimita el currículo su práctica y ésta, a su vez, genera conceptos, creencias y significados acerca de las matemáticas?
Estas preguntas son esenciales, pues es en el aula donde alumnos y maestros participan del proceso educativo, interpretan su práctica y desarrollan formas de resistencia, sentimientos y creencias, no sólo acerca de las matemáticas, sino acerca de la educación en general y de su propia realidad.

En primera instancia, como ya dijimos, la mayoría de los maestros utilizan los libros que, basados en el currículo, resuelven gran parte de sus necesidades, desde abarcar exhaustivamente los temas, hasta proporcionarles recursos didácticos para abordarlos.
En general los maestros adoptan estos libros volviéndose dependientes de ellos en detrimento de su capacidad investigadora. Aplican su doctrina y se limitan a fungir su rol de transmisores del conocimiento, suponiendo que sus alumnos deben responder dejándose llenar por éste, adecuadamente dosificado y meticulosamente estructurado.

Dentro del currículo enfocado al desarrollo de técnicas, lo que se considera importante es que el alumno maneje un contenido estandarizado, no que desarrolle significados personales a través de su educación matemática. La libertad de abordar temas diversos en función de los intereses y las ideas generadas por los alumnos, se ve constreñida por la necesidad de adiestramiento mínimo en las técnicas preprogramadas para el nivel que se esté trabajando, imprescindibles para continuar dentro de los siguientes niveles.
Los alumnos, en los primeros cursos, deben aprender los algoritmos de las operaciones básicas y algunas nociones espaciales y geométricas básicas.
Por supuesto, el éxito relacionado con las operaciones básicas radica en la capacidad que los alumnos desarrollen para reproducir los esquemas de solución a través del uso de los algoritmos; su capacidad de memorizar las tablas de multiplicar resulta esencial, pues fundamenta la forma en que los algoritmos de la división y la multiplicación operan.
A pesar de que los maestros se esfuerzan por ilustrar con aplicaciones prácticas el uso de los algoritmos, resulta claro que los alumnos no son capaces de decidir, al menos en estas etapas, a partir de criterios propios, cuándo usarlos en circunstancias novedosas. Los maestros ilustrarán el algoritmo de la división mediante situaciones de reparto: 'si Juan tiene seis manzanas y las quiere compartir con Pepe y Tomás por igual, ¿cuántas manzanas comerá cada uno?'. Respuestas como 'qué tal que Tomás no tiene hambre', por supuesto, son reprensibles; el esquema de solución es obvio y los alumnos deben responder 'dos' si esperan ser aprobados por su maestro. Los alumnos deben ser capaces de reproducir este esquema y pronto aprenden que esto es lo que se les requerirá. Aproximarse a soluciones de problemas nuevos que lo vinculen con su entorno a partir del desarrollo de significados personales y la interpretación creativa de conceptos, es algo que no incluye el programa y que el común de los maestros no fomentará, pues, en general, sale de su estructura basada en el libro.

Si el problema es "*'cómo se mide la altura de un edificio empleando un barómetro', una respuesta como 'bajar el barómetro hasta el fondo con un cordel y medir la longitud del cordel' no es aceptable*".[26] Los alumnos aprenden rápidamente qué es lo que se espera de ellos y se adaptan a estos requerimientos, que al fin y al cabo serán los que determinen su aprovechamiento y el éxito obtenido.

Esta disciplina ingenua, como le llamaría Freire, a la que se somete a los alumnos, funda las primeras creencias que éstos elaboran sobre las matemáticas y su aprendizaje.

Esfuerzos múltiples se realizan con la intención de mejorar los resultados suponiendo que la falla está en los recursos didácticos. No son pocos los que llaman la atención sobre la necesidad de vincular los conceptos con cuestiones más tangibles para los educandos. Así por ejemplo, en el caso de la división, se pide a los alumnos que dividan figuras regulares a la mitad y las asocien con la división por dos. En los currículos de matemáticas tal vez "*(...) se ha ganado la introducción del material concreto, pero la forma sigue siendo la misma: se dicta a los alumnos una sucesión de acciones elementales que deben realizar; la lógica que articula estas acciones escapa al alumno. Él desconoce el por qué y el para qué. No participa en la selección de las acciones a realizar. Se trata ahora de un algoritmo de la acción.*"[27] Según dice David Block refiriéndose en particular al currículo que se aplica en México, y agrega: "*las actividades propuestas, lejos de constituir una problematización de distintos aspectos del mundo del niño para propiciar la construcción de herramientas matemáticas, son secuencias rígidas de pequeños pasos, desvinculados del problema planteado (cuando éste fue planteado) y regidas por una lógica ajena al niño. (...) En contraste con las actividades que se presentan en el área de ciencias naturales en las que se invita al alumno a reflexionar sobre su propia experiencia, a explorar su mundo circundante, las de matemáticas son sumamente cerradas. Los esquemas de solución que ofrecen niegan toda posibilidad de que el alumno ponga en juego sus propios conocimientos.*"[28]

Una vez más, las matemáticas aparecen como una forma de hacer y no como una forma de conocer, de vincular ideas y de reinterpretar con mayor lucidez la realidad. No importan los esquemas que el alumno pueda desarrollar mientras siempre llegue al mismo resultado, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, eso es lo importante, más allá de lo que él pueda conjeturar al respecto.

¿Cuál es la imagen que los alumnos generan de las matemáticas, a las que se acercan de esta forma? Los maestros y la sociedad en general, mediada por sus fuentes de información, insisten en que 'las matemáticas son el lenguaje de las ciencias', 'son la herramienta básica para comprender el mundo tecnológico en que vivimos', 'cuando hagamos contacto con civilizaciones extraterrestres el lenguaje matemático será el que nos permita comunicarnos'. Si el alumno cree que este discurso es cierto, de lo cual no deberíamos culparlo pues forma parte del imaginario colectivo, pero no concibe cómo el conocer el teorema de Pitágoras le permitirá comprender más profundamente su mundo tecnológico en vertiginoso cambio, o cómo a través del álgebra de matrices uno podría transmitirle sus

---

[26] Bishop, *op. cit.*, p. 27.

[27] Block, David et al., *Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las matemáticas en los primeros grados de la primaria.* En: revista **Educación matemática** Vol. 3 No. 3 Diciembre 1991, México. Iberoamericana, p. 41.

[28] *Ibid.*, pp. 41-46.

ideas a un marciano, es probable que se desanime en su esfuerzo por estudiar matemáticas. Probablemente no encuentre mayor motivación para satisfacer las demandas de su maestro que el simple hecho de lograr obtener buenas calificaciones, la forma de transitar exitosamente la educación básica.

Kline describe cómo el tratamiento rigorista deductivo no ha obtenido mejores resultados:
"La maestra pregunta:
'¿Por qué es 2 + 3 = 3 + 2?'
Los estudiantes responden decididamente:
'Porque ambos son iguales a 5.'
'No –reprueba la maestra-, la respuesta correcta es: porque se cumple la propiedad conmutativa de la suma.'
La siguiente pregunta es:
'Por qué 9 + 2 = 11?'
De nuevo los estudiantes responden a la vez:
'9 y 1 son 10 y 1 más son 11.'
'Falso –exclama la profesora-. La respuesta correcta es que por definición de 2,

$$9 + 2 = 9 + (1 + 1).$$

Ahora bien, 9 + 1 son 10 por definición de 10, y 10 + 1 son 11 por definición de 11.'

Podría parecer que los pobres chicos se habían hecho merecedores de algún descanso después de la escuela, pero no; los padres, ansiosos por conocer los progresos hechos por sus niños, también les preguntan. Un padre le pregunta a su hijo de ocho años: 'Cuántas son 5 + 3?' Por toda respuesta obtiene que 5 + 3 = 3 + 5, por la propiedad conmutativa. Asombrado vuelve a preguntar: 'Pero cuántas son 5 manzanas y 3 manzanas?'
El niño no comprende bien que 'y' significa 'más' y pregunta: '¿Quieres decir 5 manzanas más 3 manzanas?'
El padre se apresura a responder afirmativamente y espera atento.
'¡Oh! –dice el niño-, no importa si son manzanas, peras o libros; en cada caso, 5 + 3 = 3 + 5.'"[29]

Esta parodia refleja cómo las matemáticas se han convertido en una expresión dogmática de un conocimiento cuya utilidad, ampliamente mencionada, no es tangible, cuya coherencia estructural no refleja contenido alguno y cuyo dominio, basado en la mecanización de algoritmos y el manejo de conceptos incapaces de generar significados, presenta grandes complicaciones y escasa motivación.

Para el maestro, en nuestro país, cuya formación matemática posiblemente dista mucho de lo que esperaríamos, las cosas no pintan mucho mejor. De entrada, la mayoría de los maestros de matemáticas de educación básica no son especialistas ni han recibido una formación profunda en matemáticas que los acerque a la concepción que de ellas tendría un científico o un matemático.

[29] Kline, *op. cit.*, pp. 4-6.

En su formación magisterial, un enseñante debió revisar los currículos exhaustivamente y adquirir una serie de técnicas para su aplicación y probablemente se adiestró en la utilización de determinado material didáctico. Probablemente escuchó la perorata sobre vincular las matemáticas con situaciones reales y la aproximación constructivista. Sin embargo, esto no sólo dista enormemente de cómo él 'aprendió' matemáticas, probablemente no sabe gran cosa de historia de las matemáticas y la experiencia de 'hacer' matemáticas le es ajena. Por más voluntad que pueda tener y a pesar de sus buenas intenciones, su formación parece no ser capaz de fundar una práctica crítica que considere las particularidades de sus alumnos y que pueda vincular las matemáticas efectivamente con la realidad desde un enfoque constructivista. Si el currículo y los libros no están diseñados en este sentido, y su implementación es lo que se requiere de él, probablemente tampoco le interese comprometerse más con una formación en otro sentido; y si agregamos a esto los salarios miserables que lo orillan a diversificar sus fuentes de ingreso, el problema adquiere dimensiones más allá de su mero compromiso con la enseñanza.
Lo más simple para él es aplicar la receta del libro y su doctrina. Los alumnos pronto se adaptan a esta circunstancia y, de hecho, cualquier cambio en el esquema puede constituir un problema para ellos. Cualquiera que haya impartido clases en este nivel e intentado variar esta práctica, aunque sea solo por curiosidad, habrá notado que constituye un conflicto para los alumnos.
En mi experiencia, cuando pedía a los alumnos de secundaria que abordaran un problema novedoso y de relativa complejidad, más allá del tema que correspondía al esquema del currículo, y les sugería que de no llegar a una conclusión trataran de plasmar los caminos que su intuición les sugería y los problemas o límites a los que llegaran, era clara la angustia que sufrían. Incapaces de transmitir sus ideas intuitivas y sin la posibilidad de plegarse a un esquema preestablecido de solución, la mayoría expresaba angustia y frustración. En cambio, si les solicitaba que apliquen un algoritmo recién visto e ilustrado a un problema cuya solución sólo requería un procesamiento mecánico de la información que les permitía llegar con cierta facilidad al resultado correcto, se sentían satisfechos y esperaban ser reconocidos.
Si éste es el camino más allanado para el profesor, cubre las expectativas que de él se tienen y no representa un trabajo formativo y de investigación extra, es muy fácil suponer que los enseñantes se limitarán a cubrir esta actuación.

Hasta aquí he tratado de describir cómo se da el proceso de enseñanza aprendizaje, desde la concepción de los currículos hasta la práctica dentro del salón de clase. La intención en los siguientes apartados es arrojar un poco de luz sobre lo que esto genera en términos de creencias, valores y sentimientos hacia las matemáticas.

II.6 *Afectividad y creencias*

Un aspecto que no he mencionado específicamente dentro del intento por describir las distintas instancias del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, es el aspecto afectivo. Éste incluye no solo creencias y valores acerca de las matemáticas, incluye también actitudes, apreciaciones, emociones y sentimientos como sus descriptores básicos; como lo apunta Gómez Chacón en su libro "*Matemática emocional*"[30], donde define el término *dimensión afectiva* como *"un extenso rango de sentimientos y humores (estados de ánimo) que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición."*[31]

La motivación para llamar la atención en este sentido la podemos encontrar en las palabras de Gómez Chacón. *"Dentro de la investigación escolar, el aprendizaje se viene midiendo por los logros académicos de los aspectos cognitivos. Aun reconociendo que los resultados afectivos, procedentes de la metacognición y dimensión afectiva del individuo, determinan la calidad del aprendizaje, a menudo este aspecto se ha dejado de lado."*[32]

La importancia que revisten las creencias y las emociones en el éxito o fracaso en matemáticas ha sido apuntada por distintos didactas de las matemáticas y son muchos los estudios e investigaciones que, en este sentido, se están llevando a cabo en la actualidad. Según Gómez Chacón *"los aspectos más destacados relativos a las consecuencias de los afectos son*

- El impacto poderoso que tienen en cómo los alumnos aprenden y utilizan las matemáticas. Los afectos establecen el contexto personal dentro del cual funcionan los recursos, las estrategias heurísticas y el control al trabajar la matemática.

- Las interacciones que se producen con el sistema cognitivo.

- La influencia en la estructuración de la realidad social de aula.

- El obstáculo que son para un aprendizaje eficaz. Los alumnos que tienen creencias rígidas y negativas acerca de la matemática y su aprendizaje, normalmente son aprendices pasivos y, a la hora del aprendizaje, ponen más énfasis en la memoria que en la comprensión."[33]

"La relación que se establece entre afectos - emociones, actitudes y creencias- y aprendizaje es cíclica: de una parte, la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones e influye en la formación de sus creencias.

[30] Gómez Chacón, *op. cit.*
[31] *Ibíd.*, p. 22.
[32] *Ibíd.*, p. 21.
[33] *Ibíd.*, p. 25.

Por otra, las creencias que sostiene el sujeto tienen una consecuencia directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender."[34]

Siguiendo a esta autora podemos describir, a *grosso modo,* la mecánica que articula la forma en que se constituye la dimensión afectiva. *"El estudiante al aprender matemáticas, recibe continuos estímulos asociados con las matemáticas - problemas, actuaciones del profesor, mensajes sociales, etc.- que le generan cierta tensión. Ante ellos reacciona emocionalmente de manera positiva o negativa. Esta reacción está condicionada por sus creencias acerca de sí mismo y de las matemáticas. Si el individuo se encuentra con situaciones similares repetidamente, produciéndose la misma clase de reacciones afectivas, entonces la activación de la reacción emocional (satisfacción, frustración, etc.) puede ser automatizada y se 'solidifica' en actitudes. Estas actitudes y emociones influyen en las creencias y colaboran a su formación.*
(...) Los afectos hacia las matemáticas forman un sistema regulador de la estructura de conocimiento del estudiante. Dentro de este marco el individuo actuará, pensará y orientará su ejecución. Por ejemplo, si a un alumno que entiende la matemática como cálculo, éste se le continúa enfatizando en su etapa primaria, en el futuro se resistirá a tareas que demanden pensar, manifestando miedos, desánimos y ganas de abandonarlas, con poca efectividad en el abordaje y con gran dificultad. Por tanto, conocer apropiadamente hechos, algoritmos y procedimientos no es suficiente para garantizar el éxito en este sujeto. Sus dificultades de aprendizaje radican en las creencias que tiene acerca de la matemática y acerca de sí mismo. Creencias que configuran su perspectiva matemática."[35]
"La naturaleza de nuestras emociones está en función de los valores que operan y están involucrados en las 'emociones' que ocurren. El papel de los valores es una cuestión central ante un cambio del clima emocional en resolución de problemas matemáticos... Los padres, los profesores, los iguales, son los principales transmisores de valores culturales, de las valoraciones positivas o negativas que el estudiante impone a su mundo."[36]

En su libro, cuya lectura es ampliamente recomendable, Gómez Chacón profundiza en este sentido, caracterizando y categorizando esta problemática. Sin embargo para los fines de esta tesis quisiera quedarme con estas pocas ideas más generales.
En un sentido más concreto la autora dice:

"Al estudiar las respuestas afectivo-cognitivas de los sujetos en interacción en el aula de matemáticas (...) encontramos similitudes:

- *en la vivencia de falta de confianza en sus posibilidades para enfrentarse a los problemas matemáticos;*
- *en los miedos a vivenciar nuevamente experiencias marcadas como negativas en la escuela, o ante experiencias en las que han fracasado. Miedos y ansiedades ante la captura de la estructura del problema;*

---

[34] *Ibid.*, pp. 25-26.
[35] *Ibid.*, p. 26.
[36] *Ibid.*, p. 39.

- *en la escasa dedicación a tareas de resolución de problemas (procesos, etc.), manifestando resistencia, miedos e inseguridades y prefiriendo los ejercicios de aplicación directa; parecen no tener constancia de conocimientos de estrategia y fases de resolución de problemas;*
- *en la fase de procesamiento de información matemática experimentan miedo a salirse de lo establecido o habitual, que les da mayor seguridad: la habilidad de razonamiento está ligada a las inseguridades y repugnancias propias; necesitan soporte cognitivo de la profesora en relación al desarrollo de su habilidad para la generalización de objetos matemáticos, de relación y operaciones."*[37]

La introducción del dominio afectivo como parte del estudio de la problemática de la educación matemática nos propone dos caminos a seguir. El primero nos lleva a un estudio más detallado de las creencias que tienen educadores y educandos acerca de las matemáticas; parece necesario caracterizarlas para seguir el segundo camino: si queremos delinear una propuesta alternativa debemos prestar atención a lo que atañe al dominio afectivo, interpretando claramente cuáles son las creencias y valores que sobre las matemáticas pretendemos formar.

Entre los discursos más populares sobre lo que 'son' las matemáticas, los sentimientos que provocan y cómo se vinculan con algunos aspectos de la realidad, podemos encontrar una gran variedad y observar que no siempre están de acuerdo entre sí.
Para un alumno que concibe las matemáticas como mero cálculo y aplicación de técnicas a problemas diseñados 'para el caso', éstas no son más que un compendio de verdades, reglas y algoritmos, con poco sentido y no mucha más utilidad.
Pero por otro lado, en nuestra sociedad tecnológica, donde la ciencia encabeza su desarrollo y las matemáticas constituyen su lenguaje y principal herramienta, éstas parecen ser la llave de la comprensión. Probablemente cualquier matemático ha vivido la experiencia de presentarse como tal y oír, como reacción admirada, algo como: "es que la matemática está en todo, la biología es matemática, la astronomía es matemática, bueno, hasta jugando al billar se hace matemática; y es que el mundo es de la geometría (y ahora que las filosofías 'trascendentales' se están poniendo de moda), todo es cíclico, ya se sabe".
Antes que nada aclaro que, con esto, no pretendo ridiculizar ningún discurso, por el contrario, creo firmemente que posiciones que desde una y otra tradición parecen histórica y conceptualmente encontradas, se encuentran (graciosa palabra que funciona como su propio antónimo) en posiciones más 'profundas'. Claro que no quiero desviarme del punto y el debate en este sentido es amplio, vasto y delicado, e incluye una enorme cantidad de charlatanería, así que solo me atrevo a recomendar las obras de Ken Wilber[38] y Fritjof Capra[39], como representantes de posiciones antagónicas dentro de este debate.
Todo matemático, decía yo, ha de haber enfrentado alguna situación como la que describía, y ésta, si se detiene uno a pensar un poco, refleja lo que ya es un lugar común: 'las matemáticas están en todo'. Dos cuestiones quiero poner de manifiesto, por un lado, en la medida en que la matemática constituye inexorablemente a la física y la química, y ésta es

[37] *Ibíd.*, p. 61.
[38] Véase Wilber, Ken (comp.), *Cuestiones cuánticas*, trad. Pedro de Casso, España. Kairós, quinta edición, 1998.
[39] Véase Capra, Fritjof, *El tao de la física*, trad. Alma Alicia Martell moreno, España. Sirio, 1983.

una manera (de hecho la aceptada culturalmente) de comprender el mundo físico y sus procesos más básicos, la afirmación 'la matemática está en todo' parece ajustarse a la realidad; aunque, en este sentido, no sería mucho más que un simplismo. Por otro lado, nuestro hipotético matemático seguramente no podrá más que dudar un poco ante la afirmación de su interlocutor, sintiéndose incapaz de vincular su trabajo profesional, que podría ser sobre extensiones de campo de completaciones peádicas de los racionales, por ejemplo, con el hecho más tangible de diseñar una jugada en una mesa de billar.
Seguramente nuestros personajes no conciben de la misma manera 'las matemáticas' y, seguramente, nuestro hipotético interlocutor tendría muchos problemas para vincular lo que estudió en su educación básica bajo el título 'matemáticas' con aspectos concretos de la realidad en el sentido de su aseveración, 'las matemáticas están en todo'.

Que no se entiendan mis palabras como una toma de posición; precisamente tomar una posición al respecto me parece esencial de cara a repensar la educación matemática y es algo que haré a su debido tiempo. En cambio quiero destacar una idea: en el imaginario colectivo las matemáticas parecen ser, de alguna manera, algo omnipresente.
Tal vez alguien replique que esto puede darse en algunos subgrupos culturales, tal vez entre gente que tiene, al menos, una formación escolar básica y no por ejemplo, entre los campesinos de alguna zona aislada del país.
Si bien éste puede no ser un discurso propio de una persona tal, no es sólo el discurso explícito el que crea y refleja las creencias de la gente. Si bien éste es un tema que podría inaugurar una y mil tesis más, convengamos en que la mayoría de los campesinos mexicanos, por acotar la situación, están en contacto con este discurso por uno u otro medio y que por lo tanto no les es ajeno. Incluso, en una versión menos elaborada, el solo hecho de que las matemáticas sean parte esencial de la educación básica y que estén presentes a lo largo de toda ésta, refleja que son importantes y deben estudiarse.

Las matemáticas y las ciencias tecnológicas aparecen como una forma efectiva de controlar y manipular el entorno, nos permiten predecir fenómenos y fundan lo que hoy en día es, de hecho, un estilo de vida. Nos permiten transportarnos, comunicarnos y trabajar con mayor eficacia, siempre y cuando se entienda eficacia como mera reducción de tiempos, extender la presencia a través de teléfonos y computadoras y aumentar las ganancias especializando el trabajo humano en una línea de producción. Nos permiten, también, explotar con mayor eficiencia los recursos naturales, aunque en este caso eficiencia tenga un significado casi opuesto a sustentable (que de hecho no es una palabra que el eficiente diccionario, en el que se basa el eficiente programa en el que escribo ahora, reconozca).
Toda la superestructura que hoy vincula sobre el planeta los rincones más recónditos es posible gracias al desarrollo tecnológico.
Grandes esfuerzos se hacen dentro de las ciencias sociales para generar modelos matemáticos que permitan emular los logros de otras áreas, ganando certidumbre, capacidad de control y predicción.
Así, las matemáticas parecen ser necesarias para comprender la realidad.

Ahora bien, ¿qué sucede cuando los alumnos, con este discurso de por medio, se abocan al estudio de las matemáticas dentro del sistema educativo?.

Decíamos que las matemáticas, lejos de presentarse en la educación básica como una forma de conocer, de entender e interpretar la realidad, aparecen como una forma de hacer. Como un cúmulo de técnicas aplicables en contextos muy específicos que más que constituir problematizaciones del mundo del niño, parecen escogidos *ad hoc* para ilustrar las técnicas.

Desde la perspectiva del currículo aprender matemáticas se convierte en dominar estas técnicas, que sólo poseen utilidad como mérito, operaciones básicas y regla de tres a la cabeza, cuyo manejo puede ser abstruso y cuyo uso se limita a situaciones preestablecidas; parecen constituir algo dado, léxico y categorías incluidos, y no un constructo cultural sujeto a necesidades históricas y procesos de creación que parezca vinculado a otros aspectos de la realidad. Esta percepción de las matemáticas, las vuelven 'inaccesibles' por un lado y 'dogmáticas' por otro: así, la razón pierde su lugar ante el dogma y la deducción ante la imposición.

Si las matemáticas debían ayudarle al alumno a comprender mejor el mundo, ahora debe sentirse un poco confundido. Por un lado escucha que las matemáticas están en todo, espirales, círculos y fractales por doquier, modelos geométricos para describir la mente y el espíritu, estadísticas para estudiar el comportamiento... Y sin embargo, en el aula le parece que las matemáticas son algo aislado, cuyo desarrollo es para sí, cuya fuerza explicativa tropieza entre cantidades de algoritmos por mecanizar que se articulan según una lógica que le es ajena y cuyas motivaciones se oscurecen tras una fachada de rigor deductivo.

II.7 *Para terminar*

¿Adónde nos lleva observar que los discursos más populares en torno de las matemáticas son contradictorios? ¿Qué podemos deducir?

En mi opinión, algo se desprende de esta cuestión y representa un escollo esencial: la interpretación que tienen alumnos, maestros, campesinos, médicos, profanos en general, matemáticos, científicos y demás, sobre ¿qué son las matemáticas?, no es común.

Hacer una interpretación de los diferentes discursos que se elaboran en relación con las matemáticas y la educación matemática, pasa, en cierta medida, por la noción que tenga el que interpreta de lo que *son* las matemáticas.

Me parece esencial fundar la crítica y la elaboración de cualquier propuesta en una visión más clara y clarificante en este sentido. Será ésta una de mis intenciones en lo subsiguiente.

Haga un alto el lector y trate de responderse a sí mismo la 'simple' pregunta: ¿qué son las matemáticas?. Tómese su tiempo y acepte mi invitación a seguir pensando esta cuestión en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Tal vez al lector podría parecerle meramente retórica una pregunta como ¿qué son las matemáticas?. Podría parecer que una pregunta de esta naturaleza no es realmente relevante para la cuestión, más bien práctica, de la educación matemática.
Hersh considera que *"las propias convicciones de lo que es matemática afectan a la propia convicción de cómo debería ser presentada. La propia manera de presentarlo es una indicación de lo que uno cree que es lo más esencial en ello... La cuestión entonces no es ¿cuál es el mejor modo de enseñar?, sino ¿de qué tratan realmente las matemáticas?.*"[40]

No es mi intención elucidar la esencia última de las matemáticas, descubrirlas en su realidad más profunda (eso no solamente escapa a esta tesis...). Más bien, me refiero a buscar dentro del tema aquellas ideas que son matemática y educativamente más significativas, aquéllas que por su origen y naturaleza nos lleven a repensar la enseñanza para buscar, más lúcidamente, las herramientas que nos permitan enfrentar el problema. Es en este sentido que la pregunta, qué son las matemáticas, puede abrir una perspectiva clarificante.

III.1 *¿Qué son las matemáticas?*

Asumamos por un momento una posición más bien cauta: ¿dónde deberíamos comenzar a indagar para arrojar las primeras luces sobre este asunto?
Lo primero que se nos puede ocurrir es observar cómo desarrollan su actividad los mismos matemáticos, a qué le dedican su atención y de qué manera lo hacen. Esto parecería ser un buen comienzo.

Hoy en día los temas que interesan a los matemáticos y son objeto de sus investigaciones conforman un catálogo cuya amplitud es impresionante. Las fronteras de las investigaciones que realizan son tan variadas y su estudio requiere de una especialización tal, que los matemáticos de nuestro tiempo dirigen sus esfuerzos a tópicos sumamente específicos. Así, muy temprano en sus estudios, comienzan a determinar el área a la cual se dedicarán de acuerdo con sus intereses. Después, dentro de ese tema, deberán elegir subtemas aún más específicos, y a medida que sus estudios avanzan, esta especificidad se acrecienta al grado de constituir, en muchos casos, una distancia insalvable entre dos matemáticos abocados a temas distintos. La posibilidad de comunicación se ve, entonces, limitada al grupo de matemáticos involucrados en investigaciones y temas afines.
Sin duda son excepcionales los matemáticos cuyas investigaciones se encuentran en fronteras distantes del conocimiento matemático. Podríamos decir que a medida que sus investigaciones avanzan, el matemático sabe cada vez más de menos cosas.

---

[40] Hersh, R., *Some proposals for revising the philosophy of mathematics*. En Gómez Chacón, *op. cit.*, p. 74.

Por supuesto, no describo esto para desacreditar, de ninguna forma, el quehacer matemático. Sin duda, durante las últimas décadas las matemáticas se han desarrollado de tal manera que esta especialización es una consecuencia directa de la vastedad del conocimiento generado hasta hoy en un campo especialmente fértil en los últimos tiempos. Si la necesidad de especialización y sus implicaciones son deseables o no, es sin duda un tema controvertido, que prefiero dejar de lado.

Éstos son algunos rasgos de la actualidad de la investigación en matemáticas. Para nuestros fines tal vez sea más interesante preguntarnos cuál es el objeto de estudio de los matemáticos, cuáles son los temas de que se ocupan.
Si uno cuestiona en este sentido a un profano, la respuesta suele ir en una dirección común: 'ni idea'. Cada vez que comento con alguno que me encuentro escribiendo esta tesis, se suscita la misma duda, '¿cuál puede ser el tema de una tesis de matemáticas?'. Por suerte (¿por suerte?), en este caso, una respuesta como 'la educación matemática' resulta aceptable, pero aún recuerdo cuando el tema que me interesaba era 'extensiones galoisianas de completaciones peádicas de los racionales', y prefería ni siquiera contestar la pregunta.
Pero volvamos al punto. Un gran movilizador del desarrollo matemático (aunque no el único ni el más importante) ha sido la necesidad de físicos, químicos e ingenieros de elaborar herramientas conceptuales que les permitan modelar los fenómenos naturales. Estos conceptos y las relaciones que guardan entre sí, cuyo estudio responde a necesidades más o menos prácticas, han pasado a formar parte del objeto de estudio de los matemáticos.
Este desarrollo gana impulso en sí mismo y trasciende los límites de la aplicación, así, estos conceptos, entes abstractos, conforman un nuevo campo de estudio por sí mismos, engendrando a su vez nuevos conceptos y fundando una disciplina diferenciada.
Podríamos decir que son estos conceptos abstractos, y las relaciones que guardan entre sí, los que conforman el objeto de estudio de los matemáticos.
Así, los matemáticos desarrollan el álgebra, el análisis, la topología y la geometría incluso más allá de sus aplicaciones directas. Hablan de homología y cohomología, de anillos y grupos, monoides, categorías, homotopías y medidas diversas para diversos conjuntos.
Estos 'entes' abstractos, que pueblan este bestiario fabuloso, son el objeto de estudio de los matemáticos. De hecho, la tendencia de gran cantidad de ellos a enfocar sus estudios hacia áreas sumamente abstractas y alejadas de la aplicación, es notable en nuestros tiempos, contando con fervientes defensores y no menos críticos.

Si el lector es matemático o tiene una formación afín, los objetos que acabo de mencionar le serán conocidos, pero seguramente, si no es el caso, debe parecerle solo una lista de palabras huecas, conceptos desconocidos e irreconocibles. Valga decir que los anillos, grupos y categorías a que me refería, no son los que, probablemente, este lector tendrá en mente.
Hasta aquí parece que no he hecho nada más que aportar a la confusión generalizada. Trato de indagar qué son las matemáticas y termino enlistando conceptos ajenos al más amplio porcentaje de la población de este mundo. Parece que la experiencia adquirida durante la educación básica en las clases de matemáticas no le ayudaría a nadie a atar cabos a partir de lo dicho. Bueno, a no desesperar, nadie dijo que sería fácil.

Igual de importante que delimitar el objeto de estudio de los matemáticos, me parece ilustrar su práctica. Describir cómo es que interactúan con estos objetos en su labor de investigación.

Si observamos el quehacer matemático desde fuera, es decir, desde la perspectiva del profano que no está familiarizado con esta actividad, parecería que el matemático, a partir de ciertas premisas, se dedica a demostrar proposiciones que se derivan de éstas mediante una deducción lógica rigurosa. Parece que procede así, de manera acumulativa, derivando nuevas proposiciones a partir de las que va demostrando.
Cualquier matemático negará esta descripción por considerarla distinta de su propia práctica. Yo y mi escasa experiencia como aprendiz de matemático nos unimos a este distanciamiento.
En palabras de Morris Kline: *"El pensamiento matemático no es tan solo razonamiento deductivo; no consiste simplemente en demostraciones formales. El proceso mental que sugiere qué se debe demostrar y cómo demostrarlo es una parte del pensamiento matemático, tanto como la demostración que eventualmente resulta de él. La extracción del concepto apropiado de una situación concreta, la generalización a partir de los casos observados, los argumentos inductivos, los argumentos por analogía, y los ejemplos intuitivos para una conjetura imprevista son modos matemáticos de pensamiento. (...) El objeto del rigor matemático es confirmar y legitimar las conquistas de la intuición, y nunca ha tenido otra finalidad."* [41]
Por supuesto no pretendo en este momento unificar criterios en cuanto a cómo perciben su práctica los matemáticos, en todo caso, quisiera concluir, simplemente, que es una actividad que considera distintos componentes y que no se reduce a la derivación lógico–formal de proposiciones a partir de premisas.

A partir de lo que hemos dicho hasta aquí, tal vez podría tentarnos la idea de responder a la pregunta ¿qué son las matemáticas?, definiéndolas como aquella actividad compleja cuyos componentes hemos descrito someramente. Entonces sólo nos restaría hacer una descripción sucinta, delimitar con claridad su método y objeto de estudio, y así tendríamos una definición satisfactoria.

Una tal definición, desde mi punto de vista, no sería más que un simplismo. Dejaría de lado miles de años de actividad matemática y gran cantidad de descriptores que para los fines de esta tesis resultan imprescindibles. Contestar esta pregunta a partir de la descripción de una disciplina institucionalizada inscrita en un contexto histórico y cultural definido, concediendo a una clase particular de personas, a saber, los matemáticos, la exclusividad de su ejercicio así como la custodia de sus contenidos, reflejaría una visión chata y limitante.
A partir de esta visión, la 'institución matemática', constituida por los matemáticos y su quehacer, sería el clímax de una gran acumulación enciclopédica de conocimientos obtenidos a lo largo de la historia. La actualidad de un movimiento sin especificidades históricas, es más, ahistórico por definición, capaz de comprenderse a condición de elaborar un anecdotario sucinto que describa la concatenación de las ideas, validadas o desechadas por meras condiciones internas, que nos remita a su situación actual.

[41] Kline, *op. cit.*, p. 132.

¿Acaso los matemáticos de otros tiempos han trabajado y concebido las matemáticas como los de la actualidad?
¿No tendrían distintas visiones sobre las matemáticas distintos grupos humanos en distintos periodos históricos?
¿Tendrán una visión común distintos individuos de distintas culturas hoy en día?
Incluso, si hemos aceptado que el común de los profanos desconoce la descripción que hemos hecho de los matemáticos y de su quehacer, ¿podrían compartir esta definición?.
Bajo esta óptica, ¿debería ser la educación matemática el preámbulo para acceder a los temas que interesan a los matemáticos? ¿Deberían administrarse con este fin sus contenidos?
¿Qué opinaría un niño que está convencido de que estudia matemáticas todos los días en la escuela y a quien nuestra descripción le es ajena?
¿El rol que juegan las matemáticas hoy en día en nuestra sociedad, es el rol que han jugado en otras sociedades y otros tiempos?
¿El grupo de personas en las que recae y ha recaído el desarrollo de las matemáticas, se podrá describir de igual manera en cualquier período histórico? ¿Se insertan de igual manera, como subgrupo cultural, dentro de su sociedad?

En mi opinión, tratar de contestar a la pregunta ¿qué son las matemáticas?, implica, inexorablemente, tratar de dar respuesta a éstas y otras preguntas.

En todo caso, y como decíamos en el primer capítulo, al constituir la matemática una actividad humana, no se la puede comprender de por sí, analizándola como un objeto aislado, describiendo sus partes y cómo se vinculan. Es necesario referirse al momento histórico en que acontece, vincularla con el resto de las actuaciones humanas y compararla con su situación en otros momentos históricos. Cualquier actividad humana, en cuanto a las características que la definen, es producto y reflejo de la acción conjunta de la cultura dominante en un período determinado, de cómo se interpreta la realidad y del vínculo que el hombre establece con ésta.
Un análisis que niegue o deje de lado la historicidad de las matemáticas, será incapaz de dar respuesta a nuestras preguntas.

III.2 *Un poquito de historia*

Muchos años han pasado en la historia de la humanidad para que las matemáticas hayan llegado a constituir la disciplina institucionalizada que son hoy en día.

¿Cómo es que esto ha sucedido?

Según dice Richard Courant en la introducción de su libro "*¿Qué es la matemática?*"[42], "*la historia de las matemáticas comienza en Oriente, donde, hacia el año 2000 a. de J.C., los babilonios poseían ya una gran cantidad de material que podría ser clasificado hoy como perteneciente al álgebra elemental. Pero como ciencia, en el sentido moderno, la matemática aparece más tarde, en Grecia, entre los siglos V y IV antes de J.C. El contacto creciente entre el Oriente y los griegos, que comienza en los tiempos del imperio persa y culmina en el período que sigue a las expediciones de Alejandro, puso a los griegos al corriente de los conocimientos de los babilonios en matemáticas y astronomía.*

(...) La tendencia axiomático-deductiva en matemáticas tuvo su origen en tiempos de Eudoxio y cristalizó en los Elementos de Euclides.

Sin embargo, aunque la tendencia teórica y axiomática de la matemática griega es una de sus más importantes características y ha ejercido una influencia enorme, nunca se insistirá demasiado en que las aplicaciones y conexiones con la realidad física desempeñaron un papel importante como parte de la matemática de la antigüedad, y que en muchas ocasiones fue preferido un modo de exposición menos rígido que el de Euclides.

Es muy posible que el descubrimiento de las dificultades relacionadas con las cantidades inconmensurables desviara a los griegos del desarrollo del cálculo numérico, alcanzado con anterioridad en Oriente.

En su lugar, se abrieron camino a través de la geometría axiomática pura. Y así comenzó un extraño rodeo en la historia de la ciencia, y quizás se perdió una gran oportunidad. Durante casi dos mil años el peso de la tradición geométrica griega retrasó la inevitable evolución del concepto de número y el desarrollo del cálculo algebraico, que más tarde habían de ser la base de la ciencia moderna.

Después de un período de preparación lenta, la revolución en la matemática y en la ciencia comenzó su fase vigorosa en el siglo XVII, con la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral.

(...) En una verdadera orgía de conjeturas intuitivas, de razonamientos convincentes entrelazados con un misticismo sin sentido, con una confianza ciega en el poder sobrehumano de los procesos formales, (los matemáticos de los siglos XVII y XVIII) conquistaron un mundo matemático de inmensas riquezas. Luego, gradualmente, la exaltación del progreso dejó el paso a un espíritu de autocrítica. En el siglo XIX la necesidad inmanente de consolidar, y el deseo de una mayor seguridad en la extensión de la enseñanza superior, que había impulsado la revolución francesa, condujo inevitablemente a una revisión de los fundamentos de la nueva matemática, en particular del cálculo diferencial e integral, así como del concepto fundamental de límite. Así, el siglo XIX constituyó no solo un período de nuevos avances, sino que además puede

[42] Courant, Robert y Robbins, Herbert, *¿Qué es la matemática?*, Madrid. Aguilar, 1979.

caracterizarse por un afortunado retorno al ideal clásico de precisión y demostraciones rigurosas."[43]

Seguramente este 'resumen histórico' le resulte conocido al lector. Es, en síntesis, la historia oficial que consigna el desarrollo de las matemáticas.
No es mi intención hacer un anecdotario más extenso en este sentido. Lo que quiero resaltar a partir de esto, es el manejo que se ha hecho de la historia oficial.

Por un lado, es fácil notar que la historia de las matemáticas, de sus logros y de su desarrollo, coincide con la historia de los grandes imperios que son el origen cultural de 'Occidente', de los países que hoy conforman el bloque hegemónico.
Por supuesto que no hay nada de qué extrañarse, es bien sabido que la historia la escriben los vencedores. Lo que resulta importante para nuestro estudio son las implicaciones de este manejo.

Pareciera, según esta historia, que desde los babilonios hasta hoy, el desarrollo de las matemáticas fuera un proceso de acumulación de conocimientos con un fin común; llevado a cabo por los 'grandes matemáticos' de las 'grandes civilizaciones' a partir de innovaciones conceptuales inherentes a una disciplina ya desde entonces delimitada que puede dividirse, simplemente, en épocas de esplendor, originadas por ideas felices, y épocas infértiles, producto de limitaciones intelectuales.
De esta manera, las matemáticas aparecen, una vez más, desvinculadas del resto de las actuaciones humanas, siguiendo un impulso propio y desempeñando un mismo rol a lo largo de la historia.
Por supuesto debo reconocer que mucho se ha dicho sobre el misticismo que rodeaba el estudio de los números en la Grecia clásica; del uso cabalístico de los cuadros mágicos en Europa y de las diversas manifestaciones que han tenido las matemáticas en determinados lugares y períodos históricos. Sin embargo, éstas precisiones se describen como una cuestión accesoria que no nos permite entender el rol histórico desempeñado por las matemáticas ni su vínculo con el resto de las manifestaciones socioculturales en un determinado período.
Las matemáticas, desde este punto de vista, parecen tener un sentido unívoco dentro de cualquier proceso cultural y parecen estar, simplemente, en una condición de perenne refinamiento.

Por otro lado, según este manejo de la historia, los principales avances de los últimos dos siglos en matemáticas se los debemos a los grandes matemáticos de Europa y Estados Unidos. Pareciera que en estos lugares se han amalgamado los grandes pensadores y las ideas brillantes. No tanto como una consecuencia de la hegemonía de estos países, como por una mera cuestión factual. Es en estos países donde han nacido y trabajado estos pensadores.
Un niño francés puede buscar y encontrar grandes matemáticos franceses en la historia reciente de Francia, como Galois, Cauchy, Laplace o Poincaré; un niño inglés tiene a Newton o a Taylor como referencia; para uno alemán serán Leibnitz, Jacobi, Weierstrass y Gauss; etcétera.

[43] *Ibíd.*, pp. 3-4.

No es difícil que uno de estos niños considere posible dedicarse a las matemáticas basándose en la tradición de su país, es parte del imaginario colectivo. En cambio un niño latinoamericano difícilmente conozca el nombre de algún matemático local; los grandes hombres de su país son tal vez boxeadores o futbolistas que poco pueden inspirar el estudio de las matemáticas.
No pequemos de deterministas, no pretendo decir que el manejo de la historia oficial defina directamente la vocación de un niño, pero sin duda constituye una parte del imaginario colectivo y repercute en la forma en que el niño, y en general la sociedad, concibe una actividad particular como las matemáticas.
Así, esta historia nos habla de sociedades y culturas históricamente dotadas, así como de individuos genéticamente dotados.
Son muchas las doctrinas racistas y culturocéntricas que se han sucedido en los últimos tiempos y no necesitamos ir muy lejos para encontrar sus más funestas manifestaciones.

La historia oficial de las matemáticas, desde mi punto de vista, constituye un anecdotario que justifica el *status cuo* que el poder hegemónico forja en la cultura de nuestras sociedades. Sugiere que su desarrollo se suscita con una intención unívoca que dirige su impulso según valores propios de la sociedad ultra tecnológica de esta época, erradicando de su devenir la historicidad propia de una actividad humana.

Desde esta perspectiva, todavía no podemos dar respuesta a las preguntas que nos planteábamos hace un momento. La historia oficial, despojando a las matemáticas de su historicidad, nos niega toda posibilidad de esbozar alguna respuesta.
Aquí es donde el libro de Alan Bishop se hace fundamental y aporta las ideas felices que, desde mi punto de vista, iluminan brillantemente el camino.

III.3 *Matemáticas, una perspectiva cultural*

Para Bishop, los sistemas de símbolos que utiliza el ser humano (el lenguaje, la escritura, la simbolización matemática, etc.) y que lo diferencian del resto de los animales, son 'amplificadores de la capacidad de razonamiento'. Según Bruner: *"Por instrumento amplificador se entiende una característica tecnológica, sea 'blanda' o 'dura' (en el lenguaje de la informática), que permite al individuo controlar recursos, prestigio y deferencia, dentro de la cultura. Un ejemplo de amplificador cultural para las clases medias que potencia los procesos de pensamiento de quienes lo emplean es la disciplina que se conoce, en términos generales, como 'matemáticas'. El empleo de técnicas matemáticas requiere el cultivo de unas aptitudes determinadas para el razonamiento e incluso ciertos estilos de desplegar los propios procesos de pensamiento. Si cultivamos estrategias y estilos pertinentes al empleo de las matemáticas, tendremos a nuestra disposición la correspondiente gama de tecnologías. Si no cultivamos aptitudes matemáticas, el resultado es una 'incompetencia funcional' y la incapacidad de emplear este tipo de técnicas."*[44]
Las matemáticas son, para Bishop, una 'tecnología simbólica'.

Con esta idea en mente, el autor nos propone hacer un análisis cultural del desarrollo de las matemáticas como tecnología simbólica en diversas sociedades, a partir de una serie de actividades comunes relacionadas con el entorno, a saber: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. Según el autor, estas actividades son comunes a todo grupo cultural, son fundamentales en el desarrollo de ideas y nociones matemáticas y su análisis nos debe proporcionar paralelos entre culturas, que nos permitan comprender las matemáticas como fenómeno cultural y así, las raíces del pensamiento matemático.

Las actividades elegidas por Bishop, nos proporcionan un marco de análisis interesante; cada una está motivada por necesidades relacionadas con el entorno, aunque constituyen vínculos diversos con éste y estimulan el desarrollo de distintas ideas. Desde mi punto de vista, conforman y conceptualizan un campo de estudio pertinente para nuestros propósitos: si queremos entender un conjunto de ideas como una construcción cultural particular, debemos estudiar las actividades y los procesos significativos que estimulan el desarrollo de estas ideas dentro del grupo cultural al que las referimos.

A partir de ahora, siguiendo las ideas de Bishop, trataré de mostrar que estas actividades establecen paralelos entre culturas, tratando de relacionarlas con las ideas que generan y que son matemáticamente (y educativamente) significativas, para así concluir que las matemáticas son un fenómeno pancultural, es decir, que se desarrollan en todas las culturas.

[44] Cole, M. y Bruner, J. S., *Cultural differences and inferences about psychological processes*. En Bishop, *op. cit.*, p. 36.

III.3.1 *Contar*

Si lo que buscamos son actividades comunes a cualquier cultura y que sean matemáticamente significativas, contar es, sin duda, una candidata obvia. Es inevitable vincularla a la idea de número y a fenómenos discretos. Además está ampliamente documenta en estudios antropológicos y tiene una larga historia.

Son muchos y muy diversos los sistemas para contar que ha utilizado y utiliza el hombre. Las similitudes que se pueden observar entre ellos son parte de teorías antropológicas de dispersión cultural. Por ejemplo en África, en sus más de mil lenguas, las palabras que designan al 'uno' suelen ser muy variadas, pero *"dos suele ser una forma de li o di. La palabra para tres contiene la sílaba ta o sa y 'cuatro' es generalmente una consonante nasal, como ne. Para 'cinco' existen varios términos, aunque, con frecuencia, es la palabra que designa la mano."*[45]

Algunos lingüistas justifican estos datos a partir de la dispersión de los pueblos de habla bantú por todo el continente.

Entre algunos de estos pueblos, que usualmente se denominan 'primitivos', hay ejemplos de representaciones de números muy 'grandes', 24 000, 64 000 y hasta 96 000 000 entre los igpo; usualmente vinculadas al dinero, según cuenta Bishop refiriéndose al trabajo de Zaslavsky.

"Una vez más, vemos que se desarrolla una tecnología simbólica en respuesta a unas necesidades percibidas, de la misma manera que ocurre con la tecnología 'de objetos'"[46].

Entre los lenguajes de los aborígenes australianos, casi todos sólo consignan dos o tres números cardinales, aunque es evidente que el contar con partes del cuerpo es de uso muy extendido y así, refiriéndose a estas partes como sinónimos de números particulares, pueden contar hasta treinta.

Si bien podría entenderse que estos pueblos se encuentran en una etapa primitiva en el desarrollo de los sistemas para contar y del concepto de número, Bishop nos plantea otra perspectiva. Según el trabajo de Stokes sobre el anindilyakwa, una lengua australiana, a diferencia del inglés y del español, que presentan una distinción simple (¿primitiva?) entre singular y plural, los anindilyakwa emplean cuatro categorías diferenciadas:

Singular – uno
Dual – dos
Trial – tres
Plural – cuatro o más

Y dentro de la oración, *"sujeto, verbo y complemento repiten los detalles del número"*[47].

Esto nos habla de la importancia que tienen los números pequeños para este pueblo, reflejada en términos especializados, dentro de la lengua, para referirse a ellos.

---

[45] Zaslavsky, C., *Africa counts*. En Bishop, *op. cit.*, p. 43.
[46] Bishop, *op. cit.*, p. 44.
[47] Stokes J., *A description of the concepts of groote eylandt aborigines* (manus.). En Bishop, *op. cit.*, p. 44.

También es notoria, entre los lenguajes de Australia, una mayor 'riqueza' de términos para describir las relaciones intrafamiliares, diferenciando, por ejemplo el hermano del padre del hermano de la madre, que tanto en inglés como en español reciben un mismo nombre.
Este fenómeno se da en prácticamente todos los lenguajes de Papúa-Nueva Guinea así como en el Euskera, la lengua de los Vascos.
Esto nos puede hacer pensar que en estas sociedades, donde contar grandes cantidades no es usual, los grupos pequeños, la esfera más inmediata del individuo, puede ser un tema de mayor importancia.

Entre las referencias de Bishop encontramos un extensivo estudio acerca de los sistemas para contar de Papúa-Nueva Guinea. Se han documentado alrededor de 500 sistemas distintos[48] que difieren de diversas maneras. A estas alturas no debe ser muy difícil aceptar que, en respuesta a necesidades planteadas por el entorno, todos las culturas han desarrollado sistemas para contar, los cuales se diferencian según las necesidades y situaciones específicas en que se desarrollan.
Definitivamente no podemos hablar del sistema 'civilizado' y el 'primitivo'; las diferencias sutiles entre cada sistema, reflejan una adecuación particular a una circunstancia específica. Podemos decir que conforman una 'tecnología simbólica' particular.
De igual forma, los mecanismos para codificar la información proveniente del acto de contar son sumamente diversos y particulares. Algunas culturas asocian el resultado del conteo con una cantidad similar de objetos más maniobrables: piedritas, cuentas de vidrio, etcétera (de hecho éste es el origen de la palabra 'cuenta'); otras culturas han utilizado sistemas muy complejos, como los incas y sus 'quipos', que codificaban la información mediante nudos dispuestos en un sistema de cuerdas. Este hecho fue muy intrigante para los colonizadores españoles y está bien documentado entre las relatorías de esa época.

Otro hecho que es interesante y que se repite en diversas culturas, es el misticismo vinculado con el conteo. Para los kpelle no es seguro contar en voz alta animales domésticos, a riesgo de acarrearles alguna desgracia. Para nosotros es sabido que el número trece está asociado con malos augurios y que el siete afecta la suerte. ¡Incluso hay edificios en los que se ha evitado numerar algún piso!
La fascinación por los números se manifiesta de maneras más sofisticadas, como en la astrología o la numerología, precursoras de la astronomía y la teoría de números, cuya práctica fue y aún es muy extendida, y que han contribuido decisivamente a nuestros modernos conocimientos matemáticos.

El desarrollo de sistemas para contar y para consignar estas cuentas es matemáticamente significativo, pues implica el desarrollo de ideas sobre el concepto de número. A partir de lo dicho, podemos decir que contar es una actividad que se desarrolla en todas las culturas y que presenta una rica variedad de sistemas que varían en función de las necesidades que plantea el entorno, tanto físico como social.
Estos sistemas, a su vez, reflejan maneras particulares en que las personas se vinculan entre sí y con el entorno. Podríamos decir que son producto de una cosmovisión particular.

[48] Véase Lean, G. A., *Counting Systems of Papúa - New Guinea*, bibliografía de investigación, tercera edición, Department of Mathematics, Papua – New Guinea University of Tachnology, Lae, Papúa – Nueva Guinea, 1986.

Quisiera quedarme con estas ideas y pasar a la siguiente actividad que propone Bishop.

III.3.2 *Localizar*

Con 'localizar' nos referimos a los procedimientos asociados con explorar y conceptualizar el entorno espacial. Parece claro que todo grupo humano se ve en la necesidad de interpretar y codificar su entorno, sea para ubicarse, para trasladarse o para conseguir alimento, y que el método variará según las condiciones específicas.
En este sentido Bishop comenta un ejemplo: *"en algunos lenguajes de las tierras altas de Papúa-Nueva Guinea, caracterizadas por una orografía muy escarpada, existen palabras para denotar distintos grados de pendiente o inclinación, pero no existe una manera fácil de describir la idea de 'horizontal'. Naturalmente, los pueblos de las islas no tienen esta dificultad".*[49]

Un estudio que resulta interesante para nuestros propósitos, es el que llevó a cabo Pinxten[50] entre los indios navajo de Norte América, para el cual desarrolló un instrumento analítico que permite conceptualizar el 'espacio' de una cultura determinada con el fin de estudiar nociones espaciales en distintos contextos. El nombre de este instrumento es Marco Universal De Referencia, UFOR, por su nombre en inglés (Universal Frame Of Reference).
El UFOR hace referencia a tres 'niveles de espacio':

Espacio físico o espacio de objetos
Espacio sociogeográfico
Espacio cosmológico

El segundo nivel se compone de una serie de categorías que reflejan la importancia del entorno espacial en el desarrollo de ideas matemáticas. No solo por nociones geométricas, como cabría esperar, sino también por nociones topológicas, de orden, dirección y magnitud.

202 Cercano, separado, contiguo (vecindad)	*223 Sistemas de coordenadas*
203 Parte/todo (nociones de cardinalidad)	*224 Extensión multidimencional (métrica)*
204 Lindar con, delimitar (noción de frontera)	*225 Nociones geométricas*
205 Superponer	*226 Geométricamente lineal, recto*
206 Interno/externo; central/periférico	*227 Geométricamente convergente, paralelo, formar ángulo*
207 Abierto/cerrado	*228 Geoso: superficie, volumen en el espacio sociogeográfico*
208Converger/diverger (noción de límite)	*229 Mapa, escala*
209Con volumen/plano	*230 Reposo; movimiento*
211 Anterior/posterior (enfrente de, detrás de)	*231 Estar en un camino; orientarse*
213 Profundo, lejano (dimensión de profundidad)	*232 Navegar*
214 Distante (métrica)	*233 Tener una dirección de movimiento*
215 Sobre/bajo; encima/debajo	*240 Características globales del espacio sociogeográfico*
216 Vertical, perpendicular (dimensión)	
217 Alto/profundo (métrica)	

[49] Bishop, *op. cit.*, p. 48.
[50] Pinxten, R., van Dooren, I. y Harvey, F., *The anthropology of space*. En Bishop, *op. cit.*, p. 49.

218 Lateral; al lado de	*241 Absoluto/relativo* (noción de función)
219 Izquierdo/derecho	*242 Finito/infinito*
220 Horizontal (dimensión)	*243 Limitado/ilimitado*
221 Amplio, Ancho (métrica)	*244 Continuo/discontinuo* (discreto)
222 Puntos cardinales, direcciones cardinales	*245 Homogéneo/heterogéneo* (singularidad)

Para Pinxten, estas nociones espaciales resultan universales. "*Todas las culturas tienen sus maneras específicas de representar el mundo. Sin embargo, todas ellas se refieren al mismo sol, la misma luna o la misma tierra 'que están ahí' y todas lo hacen mediante los mismos 'instrumentos' básicos para obtener conocimiento y comprensión, es decir, manipulando la materia con las manos, mirando el mundo a través de unos ojos idénticos, moviéndose alrededor de un cuerpo uniformemente estructurado de una manera idéntica (por ejemplo, caminando hacia adelante y hacia atrás girando en un plano horizontal), etc.*"[51]

Algunas de las diferencias que Pinxten identifica entre el espacio 'occidental' y el espacio 'navajo' son:

1. Aunque en el espacio navajo *existen* nociones básicas (él las denomina movimiento, con volumen/plano, dimensiones) la manera en que se organizan las ideas espaciales no parece ser jerárquica, como en la perspectiva occidental.
2. Aunque la distinción parte/todo desempeña un papel fundamental en el pensamiento occidental, no ocurre lo mismo para los navajo, que "*tienden a hablar del mundo aludiendo procesos, sucesos y flujos, más que a partes y todos o a realidades estáticas claramente discernibles.*"[52]
3. En esencia, el espacio navajo es más dinámico que estático. Mientras que nosotros distinguimos objetos y consideramos las relaciones que mantienen entre sí, para los navajos 'todo se mueve', aunque puede que la escala temporal implicada no siempre nos permita ver el movimiento.

Una necesidad fundamental, que sin duda debe ser descrita en este capítulo, es la de ubicarse geográficamente. Ya sea por el desarrollo de la navegación, los viajes de reconocimiento o los meros traslados, la caza, la ganadería o la agricultura, el hombre ha ideado formas de codificar el paisaje, determinar direcciones y distancias.

Es ya mítica la capacidad que tienen los aborígenes australianos de rastrear presas o simplemente abrirse camino en el árido y monótono paisaje australiano. Según Bishop, un grupo de aborígenes a los que se les preguntó qué hacían cuando se perdían, respondió simplemente, 'nos vamos a casa'. Probablemente el concepto 'perderse' les resultara sencillamente ajeno.

Los aborígenes australianos tienen, evidentemente, una sensibilidad particular para ubicarse y localizar; podríamos llamarle 'brújula interna'. Esta sensibilidad está asociada con un conocimiento profundo de su entorno, de la dirección de los vientos y sus temperaturas, de los regímenes pluviales, de las estaciones y la relación de éstas con la posición del sol.

---

[51] *Ibid.*, p. 50.
[52] *Ibid.*

Esto se refleja en su lenguaje, que permite descripciones sumamente específicas de estos fenómenos. Incluso su historia y su mitología están íntimamente ligadas con su entorno geográfico. Los hechos históricos se vinculan con los elementos del paisaje, los ríos, peñascos y montañas, que también pueblan los mitos que narran cotidianamente y que consignan sus orígenes.
Los aborígenes no sólo conocen el paisaje detalladamente, éste forma parte de su identidad.
Otro caso interesante es el de los polinesios, cuyos navegantes localizan su destino observando la posición de las estrellas y del sol y, lo que resulta sorprendente, interpretando la topografía del oleaje. Para ellos las pautas de las olas y la manera en que se intersecan forman un conocimiento significativo a la hora de ubicarse durante la navegación.
Esta información la consignan en mapas, que "*no son, por ejemplo, meras representaciones a escala de las islas, sino que también incluyen la representación de los oleajes y las pautas de las olas mediante unas codificaciones especiales.*"[53]

Sin duda la navegación ha sido de gran importancia en el desarrollo de ideas matemáticas. Requiere codificaciones especiales, elementos de geometría y un sentido de "precisión" particular. En este caso, el estudio de los cielos estaba vinculado con una necesidad muy concreta, aunque en otros contextos tenía una intención más bien mística. Por ejemplo, las iglesias cristianas suelen orientarse hacia el orto solar, las pirámides egipcias se orientaron según los puntos cardinales y la antigua ciudad de Pekín está orientada hacia los polos norte y sur magnéticos. La geomancia, desarrollada por los chinos sin duda es la precursora de nuestro moderno conocimiento sobre el magnetismo, aunque para ellos era "*el arte de adaptar las residencias de los vivos y las tumbas de los muertos para que cooperen y armonicen con las corrientes locales del aliento cósmico*"[54], según definen Ronan y Needham.

A partir de estos estudios, me parece razonable aseverar que en todas las culturas se desarrollan mecanismos para localizar y que ésta es una actividad relevante en el desarrollo de ideas matemáticas; no sólo en el campo de la geometría, pues también aporta un sentido importante al concepto de precisión, al igual que al de coherencia, que, sin duda, juegan un rol importante dentro del pensamiento matemático.
Por otro lado, nos hacen apreciar cómo estos conocimientos están estrechamente vinculados a una manera particular de interpretar el entorno espacial y vincularse con él, motivado a su vez por una particular manera de entender la existencia.
En palabras de Bishop "*estos estudios nos recuerdan los profundos valores humanos de la existencia y el significado de la vida que nutren la construcción del conocimiento.*"[55]

[53] Bishop, *op. cit.*, p. 52.
[54] Ronan, C. A., *The shorter science and civilisation in China*. En Bishop, *op. cit.*, p. 53.
[55] Bishop, *op. cit.*, p. 54.

III.3.3 *Medir*

Sin duda medir es una actividad que, *a priori*, podríamos aceptar como universal, pues da respuesta a necesidades elementales comunes a cualquier grupo humano. Con medir, Bishop se refiere a *"comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia."*

Una primera cuestión a tomar en cuenta es que las cualidades a medir varían de una cultura a otra dependiendo de su importancia relativa. Algunas culturas consideran de interés medir una cualidad particular, cuando para otra cultura esto resulta intrascendente o simplemente no se considera. Bishop nos proporciona algunos ejemplos que describen bien este hecho.

Según reporta Jones, en Papúa – Nueva Guinea *"la unidad local de distancia, que no es muy precisa, es un día de viaje. Se podría decir (que dos huertos ocupan la misma área) pero siempre sería tema de discusión. (Al comparar un volumen de roca con otro de agua) Este tipo de comparación no existe: no hay ninguna razón para hacerla."*[56]

En otro estudio similar, Harris consigna pruebas similares entre grupos aborígenes australianos. *"No hay ninguna palabra para describir el volumen: no existen unidades locales."*[57] Sin embargo *"Las personas 'miden' por medio de una imagen mental o 'a ojo'. Prácticamente no hay nadie que no pueda comprar un vestido para un pariente simplemente mirando el vestido: casi siempre compran la talla correcta. (En relación con el área) Las áreas pequeñas se equiparan con un campamento. Cada hombre necesita su propia área o campamento: un espacio en relación con otras familias."*[58]

El mismo Bishop reporta que en el poblado de uno de sus informantes, el método para medir el área de un huerto (suelen ser más o menos rectangulares), es sumar el largo y el ancho. Multiplicarlos es 'el sistema del hombre blanco'.

Hechos como éste, desde nuestra perspectiva, podrían parecernos rústicos, graciosos y hasta absurdos, acarrean una imprecisión que no es aceptable en nuestro contexto tecnológico donde la meticulosidad y precisión de las medidas es un valor fundamental. Sin embargo, dentro de estas sociedades, estos mecanismos pueden ser adecuados para resolver sus necesidades. Si los huertos que mencionábamos tienen una forma similar, sumar largo y ancho puede ser una forma aceptable de compararlos.

En todo caso, la exactitud en la medida, según veremos, no comporta el mismo valor en todas las culturas. En muchas de ellas, por ejemplo, se continúan usando medidas basadas en partes del cuerpo, como el ana (según Bishop es la anchura de seis manos o veinticuatro dedos), el codo, el dedo, el pie, el palmo, el paso y de manera muy extendida, la braza, que es la distancia entre la punta de los dedos al extender los brazos. Estas medidas son comunes a todas las culturas, según lo sugieren los estudios crosculturales, aunque algunas, como la nuestra, las hayan sustituido por otras más precisas.

Los kpelle utilizan un cuenco llamado 'kopi' para medir el arroz, en cuyo uso parecen ser muy diestros, pues son capaces de estimar con gran precisión cuántos kopis hay en un

[56] Jones, J., *Cognitive studies with students in Papua – New Guinea*. En Bishop, *op. cit.*, p. 55.
[57] Harris, P., *Measurment in tribal aboriginal communities*. En Bishop, *op. cit.*, p. 55.
[58] *Ibíd.*

recipiente dado de arroz. Esta medida la combinan con otras como el 'balde', que equivale a veinticuatro cuencos de arroz, el 'bidón', que equivale a cuarenta y cuatro. Para los kpelle, el arroz es un producto muy importante y la complejidad y coherencia en las formas de medirlo refleja este hecho.

Otro dato sugerente, es que *"el cuenco que utiliza el comerciante para comprar arroz tiene el fondo redondeado por un largo y concienzudo martilleo, pero el cuenco que emplea para "vender" arroz no tiene el fondo redondeado. Ésta es la fuente de su ganancia."*[59] Según reportan Gay y Cole.

Es evidente que la medición está estrechamente vinculada con el comercio. Y como apunta Leach[60], si bien para nosotros una escala ideal debe ser inequívoca y exacta, en ciertas circunstancias, un exceso de precisión puede ser inconveniente.

En nuestra cultura la idea de cuantificar los fenómenos se ha convertido en una cuestión de suma importancia. Probablemente sea producto del 'gran éxito' de esta actitud dentro de la ingeniería, la biología, la química y la física, que el deseo de cuantificación se ha extendido a otras disciplinas, como la sociología, la antropología o la psicología, que encaminan sus esfuerzos a elaborar modelos estadísticos y a desarrollar conceptos extrapolando ideas propias de aquellas áreas.

Discutir en este momento la conveniencia de esta tendencia escapa a los propósitos de esta tesis, pero me gustaría hacer notar que esta actitud tiende a minimizar o a restar importancia a aquello que no se cuantifica o que resulta subjetivo. Orienta la investigación en este sentido, tachando incluso de erróneas o 'poco científicas' teorías que no se sustentan en mediciones 'objetivas'. El riesgo de esta concepción es que relega de alguna manera a la insignificancia aquello que no es susceptible de ser cuantificado, lo cual, desde mi perspectiva, resulta erróneo.

En nuestra sociedad damos por sentado que las medidas deben ser precisas y las referimos a un patrón estándar con el fin de compararlas entre sí; la imprecisión es un problema y la falta de coherencia nos preocupa. Biersak, en su estudio sobre los paiela, un pueblo de las tierras altas de Papúa – Nueva Guinea, refiere la subjetividad de las medidas espaciales entre los paiela: *"significa que el tamaño (para ellos) sería como el valor (para nosotros), es decir, no algo absoluto, o evaluado mediante medidas objetivas, sino algo relativo y dependiente de los factores subjetivos de la evaluación y de la escala de comparación."*[61]

Bishop sugiere que el afán de precisión puede haber trastocado nuestro punto de vista, ampliando el valor que otorgamos a ciertas cualidades.

Los kpelle tienen palabras para 'día', 'semana', 'mes' y 'año', aunque estas palabras describen el carácter del tiempo, más que una cantidad definida[62]. El día se vincula al período entre la salida y la puesta del sol y la semana al período entre dos días de mercado consecutivo, que según comenta Zaslavsky en relación con ciertos pueblos africanos, puede variar entre cuatro, cinco, seis, siete u ocho días[63]. En estos casos, la escala temporal está en función de los acontecimientos sociales o naturales significativos.

---

[59] Gay, J. y Cole, M., *The new mathematics in an old culture*. En Bishop, *op. cit*, p. 58.
[60] Leach, E., *Some antropological observations on number, time and common-sense*. En Bishop, *op. cit.*, p. 59.
[61] Biersak, A., comunicación personal del Dept. de Antropología, Universidad de Michigan, 1978. En Bishop, *op. cit.*, p. 59.
[62] Bishop, *op. cit*, p. 59.
[63] Zaslavsky, *op. cit.* En Bishop, *op. cit*, p. 59.

¿En qué medida o en virtud de qué, es necesaria la precisión de los 'sofisticados' relojes pulsera tan populares entre nosotros?
Bishop también nos comenta que ante la disyuntiva de elegir entre dos huertos que él había dibujado, proporcionales aunque de distinta área, su informante le hizo notar que la elección dependía del suelo, la sombra, el drenaje... Obviamente para Bishop, que no es, por cierto, de origen campesino, estos elementos pasaban desapercibidos ante el dato del área, más sugerente para él desde su perspectiva.

Podemos decir, entonces, no sólo que la actividad de medir se desarrolla en todas las culturas, sino que refleja la manera en que nos relacionamos con el entorno espacial y cómo lo conceptualizamos. Influye en construcciones culturales más amplias como el comercio y el valor, e incluso la producción de ideas, formando parte de la importancia o sentido que se les otorga.
No todas las culturas realizan el mismo tipo de mediciones o no lo hacen de la misma manera. Como veíamos, algunas no contemplan la medida o la comparación volumétrica, y el valor y la función de la precisión de los métodos para medir varía según esquemas sociales.
Sin duda, la actividad de medir está vinculada con conceptos matemáticos esenciales. La comparación de objetos a través de la medida de alguna de sus cualidades engendra la idea de orden y de número ordinal (primero, segundo, etcétera) e impone la necesidad de incluir cuantificadores en la lengua (más/menos grande, equivalente a, etcétera).

III.3.4 *Diseñar*

Según Bishop, *"las actividades de diseño se refieren a la tecnología, los artefactos y los objetos 'manufacturados' que todas las culturas crean para su vida doméstica, para el comercio, como adorno, para la guerra, para jugar y con fines religiosos."*[64] Diseñar consiste en imaginar, a partir del entorno y sus materiales potenciales, el objeto a facturar; abstraer su sentido útil e imponérselo al material elegido, destacando las características que le dan esta utilidad. En este caso el objeto obtenido no es lo que nos interesa, sino el proceso imaginativo mediante el cual las propiedades esenciales que lo determinan vinculan el material real y la idea preconcebida.

Resulta claro, desde esta perspectiva, que todas las culturas diseñan; aunque, como esperaríamos, lo hagan de maneras diversas y con distintos motivos. Aunque es interesante notar que muchas ideas se reproducen en distintas culturas, los recipientes suelen ser cilíndricos o semiesféricos, las cucharas son objetos comunes y sus formas son una variante particular de una idea común.

En estudios antropológicos que pretenden comparar las tecnologías desarrolladas por distintas culturas, no sólo interesa la fabricación concreta de objetos, sino el desarrollo de las ideas que los originan. La idea original resulta más importante que el material que la realiza.

El diseño conlleva una serie de ideas matemáticamente significativas. La complejidad en la manipulación directa de los materiales fomenta la representación figurativa de lo que se diseña, la abstracción de las características útiles a destacar. El que diseña debe elaborar modelos que representen el objeto, debe planear su creación vinculando las necesidades a las que debe responder con las propiedades a plasmar. Además de estas características, más bien vinculadas a la razón, las ideas de escala, forma, magnitud y otras ideas geométricas y topológicas, se desarrollan a partir de esta actividad.

En particular, entre los diseños decorativos que se observan en cerámicas y textiles de diversas regiones, en África, en Perú o incluso en la zona de Paquimé, al norte de México, encontramos algunos matemáticamente sugerentes: diseños de espirales y diversas figuras geométricas sumamente elaboradas, formas complejas que imitan proporciones y diseños presentes en el entorno natural. Las pautas intrincadas que conforman el tejido de las vestimentas o las redes de pescar de distintos pueblos, son también buenos ejemplos.

Los kpelle poseen métodos para trazar ángulos rectos y círculos, que utilizan en la construcción de sus casas. *"Saben que si los lados opuestos de un cuadrilátero tienen la misma longitud y si las diagonales también miden lo mismo, la figura resultante será un rectángulo."*[65]

[64] Bishop, *op. cit.*, p. 60.
[65] Gay y Cole, *op. cit.* En Bishop, *op. cit.*, p. 63.

Otros diseños que resultan interesantes, son los mandalas, los dibujos meditativos de la India y el Tíbet. Ciertos diseños geométricos, no solo tienen una función decorativa, también sirven para simbolizar procesos y fenómenos interrelacionados.
Son muchos los ejemplos de representaciones geométricas vinculadas con la explicación de fenómenos o con la religión. Entre los mayas, la estera tenía un simbolismo sumamente importante, "*'sentarse en la estera y en el poder', como expresan los libros de Chilam Balam, es el acto de asumir el mando y gobierno del pueblo maya y, en ocasiones, se le da rango de dominio cósmico por parte de las entidades suprahumanas. (El primer mes del año civil maya se llama Póop* [la voz mayense para 'estera']*). ¿Cómo se compagina un modesto 'petate' con tan encumbradas funciones? Era evidente, para el autor, que la estera encerraba un simbolismo de gran importancia y creyó encontrarlo en su tejido, que forma una repetición imbricada de las aspas o bandas cruzadas que se han denominado 'nahui ollin'. Este símbolo, síntesis admirable del pensamiento filosófico de los mayas, ocupa lugar preeminente en la iconografía de Tajín y de las culturas del Altiplano. Por lo tanto, no era aventurado pensar que la estera tuviese un significado directamente relacionado con el entramado complejo de la sociedad y la dinámica del universo.*"[66]
La realización de sólidos en piedra o madera, que también se ha vinculado con la explicación e interpretación de fenómenos, encuentra sus primeros exponentes mucho antes de la época griega. En Gran Bretaña se han encontrado representaciones de esferas y otros sólidos que datan de varios siglos antes de Platón y que nos plantean interesantes preguntas sobre las ideas geométricas de estos pueblos 'bárbaros'.

La actividad de diseñar, presente en todas las culturas, parece estar íntimamente ligada con el desarrollo de ideas matemáticas. No solo por su vínculo evidente con nociones geométricas y topológicas, sino también por la necesidad de abstracción y modelado que conlleva, así como el planteamiento de situaciones hipotéticas o imaginadas.

[66] Calderón, Héctor, *La ciencia matemática de los mayas*, México. Orión, 1966, p. 41.

III.3.5 *Jugar*

Si bien el sentido de la inclusión de esta categoría no resulta oscuro, pues el vínculo entre los juegos y las ideas matemáticas está ricamente ilustrado a lo largo de la historia, me parece que su justa dimensión puede quedar más clara con las palabras de Miguel de Guzmán. *"¿Dónde termina el juego y dónde comienza la matemática seria? Una pregunta capciosa que admite múltiples respuestas. Para muchos de los que ven la matemática desde fuera, ésta, mortalmente aburrida, nada tiene que ver con el juego. En cambio, para los más de entre los matemáticos, la matemática nunca deja totalmente de ser un juego, aunque además de ello pueda ser otras muchas cosas".*[67]
En los estudios antropológicos y crosculturales tanto la actividad de jugar como gran cantidad de juegos están bien documentados. Jugar no sólo es una actividad que se da en todos los grupos culturales, de hecho, parece impregnar la vida de todas las personas.

Algunos rasgos del juego, bien conocidos para los matemáticos de esta época, son de destacarse. El juego contempla una serie de reglas a las que los jugadores se someten voluntariamente; establece orden y armonía y los jugadores comparten el acuerdo de comportarse según estas reglas y este orden, requisito indispensable para poder jugar.
Durante el juego, los que juegan toman distancia de la realidad y actúan según las demandas del propio juego; hacerlo de otra forma no tiene sentido, pues el juego se termina.
Bishop se pregunta, *"¿pueden estas características encontrarse en la raíz del pensamiento hipotético? ¿Puede el juego representar la primera etapa de distanciamiento de la realidad para reflexionar sobre ella y quizás para imaginar su modificación?... Vygotsky argumentó que 'la influencia del juego en el desarrollo del niño es enorme'*[68] *porque la acción y el significado se pueden separar y dar origen al pensamiento abstracto."*[69]

Si bien los juegos se asocian más con los niños, debemos aceptar que los adultos también juegan, de hecho, tanto o más que ellos. Resulta que esta actividad también es significativa en la edad adulta y este rasgo es importante para nosotros.

El catálogo de los juegos que se practican alrededor del mundo es enorme, pero son sorprendentes las similitudes que se pueden encontrar entre ellos, e incluso más sorprendente descubrir que algunos de estos juegos se practican de forma idéntica en regiones sumamente distantes. En este caso están las competiciones físicas, lucha, carreras, etcétera, como podríamos esperar, pero también gran cantidad de juegos con cuerdas, por ejemplo.

Cuando se juega los jugadores se someten a las reglas del juego. Éstas gobiernan la conducta, delimitan las posibilidades y constituyen el marco en el que los jugadores pueden

[67] De Guzmán, Miguel, *Juegos matemáticos en la enseñanza*, Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Santa Cruz de Tenerife, 10-14 septiembre 1984, p. 1.
[68] Vygotsky, L. S., *Mind in society*. En Bishop, *op. cit.*, p, 66.
[69] Bishop, *op. cit.*, p, 66.

actuar. Muchas veces estas reglas reproducen una situación real, abstrayendo sus partes esenciales; por ejemplo, pensemos en un grupo de niños jugando a cazar un animal. Esta abstracción puede ser muy particular y sofisticada, por ejemplo en el tiro con arco, en el que el arma, la distancia y otros detalles de la cacería están específicamente delimitados, como una situación particular del juego de 'caza'.

Sin duda el común de las personas disfruta de los juegos y la conducta gobernada por reglas, que según dicen los matemáticos y nos lo recuerda Bishop, "*es como la matemática misma.*"[70]

A partir de lo dicho hasta ahora, la importancia que tiene jugar para nosotros, en nuestro estudio, es que estimula esta actitud que llamamos 'conducta gobernada por reglas', que, a su vez, implica la noción de coherencia interna. El que juega no cambia las reglas de improviso, se somete a ellas y explora las posibilidades que estos límites le brindan. Esta noción de lo que 'es válido' y lo que no lo es, tiene un parangón claro en las matemáticas: el que hace matemáticas debe atender a las características de su objeto de estudio y 'moverse' dentro de las posibilidades que éste le ofrece para llegar a algún resultado. No puede torcer o trocar las 'reglas'.

Tal vez esta comparación le suene superficial al profano, pero cualquier matemático, creo, coincide con esta forma de interpretar su práctica.

Miguel de Guzmán lo dice de la siguiente manera. "*Las diferentes partes de la matemática tienen sus piezas, los objetos de los que se ocupa, bien determinados en su comportamiento mutuo, a través de las definiciones de la teoría. Las reglas válidas de manejo de estas piezas son dadas por sus definiciones y por todos los procedimientos de razonamiento admitidos como válidos en el campo.*

La matemática así concebida es un verdadero juego que presenta el mismo tipo de estímulos y de actividad que se da en el resto de los juegos intelectuales. Uno aprende las reglas, estudia las jugadas fundamentales, experimentando en partidas sencillas, observa a fondo las partidas de los grandes jugadores, sus mejores teoremas, tratando de asimilar sus procedimientos para tratar de usarlos en situaciones parecidas, trata finalmente de participar más activamente enfrentándose a los problemas nuevos que surgen constantemente debido a la riqueza del juego, o a los problemas viejos aún abiertos esperando que alguna idea feliz le lleve a ensamblar de modo original y útil herramientas ya existentes o a crear alguna herramienta nueva que conduzca a la solución del problema.

Por esto no es de extrañar en absoluto que muchos de los grandes matemáticos de todos los tiempos hayan sido agudos observadores de los juegos, participando muy activamente en ellos, y que muchas de sus elucubraciones, precisamente por ese entreveramiento peculiar de juego y matemática, que a veces los hace indiscernibles, hayan dado lugar a nuevos campos y modos de pensar en lo que hoy consideramos matemática profundamente seria."[71]

Otro requerimiento que encuentro significativo, y que está presente al jugar, es la abstracción. Así, por ejemplo, el cazar se convierte en perseguir a un amigo o en disparar flechas contra una diana, aislando la sustancia de la caza que en ese momento resulta importante.

---

[70] *Ibíd.*, p. 68.

[71] De Guzmán, *op. cit.*, p. 1.

Es aceptado que la matemática requiere abstracción y pensamiento abstracto, el generalizar un resultado a partir de considerar sólo una cantidad de características es algo común en el quehacer matemático.

Pero la actividad de jugar no sólo se vincula con las matemáticas de esta forma, que más bien está relacionada con aspectos cognitivos y no con desarrollos y conceptos matemáticos particulares.

Otra serie de juegos muy extendida la conforman los juegos de azar; sea un juego de cartas, de dados o de otro tipo, en estos juegos lo que importa es la probabilidad. Los jugadores deben pensar las posibilidades rápidamente y tomar sus decisiones.

La teoría de las probabilidades, en su forma moderna, deriva del estudio de estos juegos. En particular, tal vez, de la correspondencia que mantenían Pascal y Fermat a propósito de un problema de este estilo: *¿cómo deben ser las apuestas de dos jugadores que, habiendo de alcanzar n puntos con sus dados, uno ha obtenido p y el otro q puntos en una primera jugada?*[72] Este problema fue propuesto por Antoine Gobaud, caballero de Meré, en el siglo XVII.

El problema de organizar un paseo por los siete puentes de Königsberg, que trabajó Euler en el siglo XVIII, funda la 'teoría de gráficas' y con ella la 'topología general'.

Los juegos 'solitarios', que suelen tener que ver con combinaciones numéricas, como los antiquísimos cuadros mágicos, son sumamente populares aún en la actualidad. Las combinaciones numéricas ingeniosas siempre han deleitado y asombrado al hombre. En la Edad Media, a Leonardo de Pisa, más conocido hoy como Fibonacci, le fue otorgado el título de *Stupor Mundi* por el emperador Federico II, en reconocimiento a las 'sorprendentes' matemáticas que cultivaba.

Otro ejemplo de este vínculo entre el juego y las matemáticas es la moderna 'teoría de juegos', una rama de las matemáticas cuyas implicaciones dentro de la economía son de suma importancia y cuyo sólo nombre resulta sugerente para el tema que nos atañe.

No hay duda, entonces, de que jugar es una actividad universal vinculada estrechamente con el desarrollo no sólo de ideas y conceptos matemáticos, sino con el tipo de habilidades cognitivas que podríamos vincular con el estudio de las matemáticas. Está en la raíz del pensamiento hipotético, de la creación de modelos y del pensamiento abstracto.

Por otro lado, es bien conocido el potencial educativo de los juegos, que de esta forma, desde mi perspectiva, se convierten en una herramienta sumamente útil dentro de la educación matemática.

[72] De Guzmán, *op. cit.*, p. 1.

III.3.6 *Explicar*

Para Bishop, explicar es *"la actividad que eleva la cognición humana por encima del nivel asociado con la mera experiencia del entorno. Explicar centra la atención en las abstracciones y formalizaciones que se derivan de las otras actividades (...) Explicar es la actividad de exponer las relaciones existentes entre unos fenómenos, y la 'búsqueda de una teoría explicativa', como la describe Horton, 'es, básicamente, la búsqueda de la unidad que subyace a la aparente diversidad; de la simplicidad que subyace a la aparente complejidad; del orden que subyace al aparente desorden; de la regularidad que subyace a la aparente anomalía.'*[73]*"*[74]
Para Bishop la forma más simple de la actividad de explicar es la 'similitud', manifestada particularmente a través del lenguaje. " *'Pájaro', 'piedra', 'feliz', 'correr', son palabras que representan clases de fenómenos similares.*"[75]
Más allá de la mera clasificación, el lenguaje permite vincular estos fenómenos entre sí para elaborar construcciones más complejas y cada lenguaje permite construcciones particulares. Por ejemplo, en walpiri, un lenguaje aborigen australiano, la voz parukami, significa correr; parukami*rni*, correr acercándose al hablante; parukami*rra*, correr alejándose del hablante y parakami*mpa*, correr de un lado al otro del hablante.[76]
Es interesante notar que los sistemas para clasificar fenómenos, a partir del lenguaje, son diversos. Nosotros utilizamos un sistema taxonómico jerárquico, subsumimos una categoría dentro de otra más general y repitiendo este proceso obtenemos los 'esquemas de árbol' que bien conocemos. En cambio otras culturas han desarrollado mecanismos distintos para clasificar. *"Parece que podemos decir, sin temor a equivocarnos, que siempre que los melpa desean generalizar o generar una categoría, no lo hacen empleando un solo lexema de orden superior, sino especificando una pareja que, mediante el contraste o la complementariedad entre los miembros de las dos mitades, constituye una totalidad."*[77]

En relación con la explicación, el lenguaje supera los límites de la mera clasificación. En cualquier cultura otra forma básica de explicación la constituye el relato. Relatar implica establecer conexiones significativas entre distintos fenómenos, sea que los vinculen causal o concomitantemente. En este sentido son los conectores lógicos, dentro del lenguaje, los que requieren nuestra atención.
Dentro del grupo de lenguajes indoeuropeo, nuestro grupo, todas las lenguas muestran una gran riqueza de conectores lógicos, sumamente específicos, que permiten la formación de proposiciones complejas. De hecho, pareciera que esta capacidad de formar proposiciones es casi una obsesión. La precisión lógico formal que refleja nuestra lengua la consideramos un atributo esencial, si a poder explicativo nos referimos, y cualquier resto de ambigüedad es indeseable e incluso reprochable.

[73] Horton, R., *African traditional thought and western science*. En Bishop, *op. cit.*, p. 71.
[74] Bishop, *op. cit.*, p. 71.
[75] *Ibid.*
[76]Harris, *op. cit.* En Bishop, *op. cit.*, p. 71.
[77] Lancy, D. F., *Cross-cultural studies in cognition and mathematics*. En Bishop, *op. cit.*, p. 72.

En este momento cabría detenernos a pensar en lo que sucede con otras lenguas y su relación con esta lógica.
Cada lengua, según sus aspectos gramaticales y sus conectores, delimitará 'su propia lógica', su capacidad de especificar determinados vínculos y de elaborar determinadas proposiciones. Un ejemplo simple de este hecho lo constituye la disyunción 'o'. En castellano, ésta puede ser inclusiva o excluyente; en cambio en otros lenguajes, como el de los kpelle, encontramos maneras precisas de hacer esta distinción.
Sin duda, la capacidad del lenguaje para establecer conexiones entre ideas forma parte de su poder explicativo. Sin embargo, esta capacidad para explicar a través del lenguaje está subordinada a aspectos más amplios de la cultura. Por ejemplo, según relata Bishop, un estudiante kpelle puede aceptar dos proposiciones contradictorias si provienen de personas a las cuales se considera dignas de respeto; para los musulmanes, la referencia definitiva para la explicación es el Corán y los católicos consideran la Biblia de manera similar.
En general, la explicación está delimitada por la cosmovisión, considerando ésta en un sentido amplio; un mismo fenómeno tiene un significado y, de hecho, se significa de maneras distintas en culturas distintas. No cabe hacer en esta tesis un estudio más profundo en este sentido, pero ha de reconocerse su interés en la medida en que la actividad de explicar está vinculada estrechamente con las ideas matemáticas y con la educación, y si queremos adoptar una perspectiva croscultural, este aspecto es de gran importancia.

Sea cual sea la cultura a que nos refiramos, explicar reviste una importancia capital en el desarrollo de las matemáticas. Cuando un fenómeno es explicado, cualquier otro fenómeno similar, por extensión, es objeto de esta explicación y fuente de su validación. Así, bajo el supuesto de la reproducción de las causas del fenómeno, éste debe ser constatado para que la explicación sea validada o modificada. La generalización es, sin duda, el ejemplo más natural de la inferencia, y ésta es parte esencial de las matemáticas. Si seguimos a Charles Sanders Pierce: *"La matemática es el estudio de lo verdadero de las situaciones hipotéticas. Ésta es su esencia y su definición. Por tanto, todo en ella, excepto los primeros preceptos para la construcción de las hipótesis, tiene que ser de la naturaleza de la inferencia apodíctica. Sin duda podemos razonar imperfectamente y saltar sin justificación a una conclusión; pero aún así la conclusión conseguida no significa en todo caso sino que dada cierta situación real, algo sería necesariamente verdadero. A la inversa, toda inferencia apodíctica es, hablando estrictamente, matemática."*[78]

[78] Peirce, Charles Sanders, *La esencia de la matemática*. En: **La forma del pensamiento matemático**, James Newman (comp.), México. Grijalbo, 1974, p. 34.

III.4 *Matemáticas y cultura*

¿Qué podemos concluir a partir de este análisis?

Por un lado nos gustaría decir que estas seis actividades, brevemente descritas y ejemplificadas, son, verdaderamente, universales. Que se desarrollan en toda cultura y que engendran ideas matemáticas fundamentales.

Antes que nada, hay que llamar la atención, como lo hace Bishop, sobre lo que queremos significar con 'universales'. *A priori*, las categorías que estamos usando (contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar), corresponden a nuestra propia forma de clasificar, a nuestra propia cultura. Nosotros agrupamos una serie de fenómenos bajo los conceptos 'localizar' o 'explicar'. Podríamos suponer que otros grupos culturales interpretan estos fenómenos de distinta manera y que los conciben mediante otras categorías explicativas. Sin embargo, desde nuestra perspectiva de análisis, esto no constituye un problema. Si hemos logrado argumentar convincentemente que estas actividades desarrollan ideas matemáticamente significativas y que están presentes en cualquier cultura, entonces podemos concluir que todas las culturas desarrollan matemáticas. Que las matemáticas son un fenómeno cultural y de hecho, un fenómeno pancultural.

Si aceptamos esto, entonces debemos asumir que cada cultura desarrolla unas 'matemáticas particulares', un constructo cultural particular. Donde los conceptos y categorías quedan determinados según esta construcción que los vincula de maneras específicas al resto de la cultura.

Bishop destaca un aspecto interesante. Algunos pueden argüir que las 'verdades matemáticas' no dependen de la cultura a la que las refiramos. Que los ángulos internos de un triángulo suman siempre ciento ochenta grados. Hay que notar que no es esto a lo que nos referimos. Estos hechos son verificables independientemente del contexto, pero esto no niega su origen cultural; así, son ciento ochenta grados y no doscientos y nos remite a un cierto tipo de ideas y no a otras. Lo que es relativo a la cultura no es el hecho, sino la manera en que se describe y la forma en que se vincula con el resto de los conocimientos.

Entonces podemos decir que eso a lo que solemos llamarle matemáticas, esa disciplina internacionalizada a la que estamos acostumbrados, es un ejemplo de estas construcciones culturales particulares. Un elemento muy refinado de un conjunto más amplio al que podríamos denominar 'etnomatemáticas', como menciona Bishop citando a d'Ambrosio[79].

'Nuestras' matemáticas son el producto de siglos de intercambios culturales entre distintos pueblos. Lejos de ser un esfuerzo continuado por acumular conocimientos en una dirección común, son reflejo y consecuencia del sincretismo de ideas gestado a lo largo de la historia de la lucha entre civilizaciones. Son producto, en tanto construcción cultural, de los valores propios de la cultura en que se desarrollan.

[79] D'Ambrosio, U., *Ethno mathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics*. En Bishop, *op. cit.*, p. 79.

Inextricablemente ligadas al resto de las actuaciones humanas, las matemáticas albergan en su seno una visión particular del mundo, el reflejo de lo que, en un sentido amplio, denominamos, simplemente, una cultura.

Si asumimos esta visión, entonces podemos comenzar a responder las preguntas que nos hacíamos antes o al menos señalar el camino que nos lleve a hacerlo: seguramente los matemáticos de distintas épocas no han tenido la misma concepción de las matemáticas que hoy en día nosotros tenemos. Incluso es probable que no se entendiera el estudio de ciertas ideas como una disciplina particular y este hecho lo podríamos extrapolar a otras culturas en la actualidad. El rol que juegan las matemáticas como fundadoras y validadoras del conocimiento científico no tiene por qué ser compartido por otras culturas. Aunque no es de sorprender que para encontrar ejemplos claros en este sentido debamos recurrir a grupos humanos relativamente aislados.
Desde esta lógica tenemos que reconocer que las ideas matemáticamente significativas, así como su rol dentro de la sociedad, están en función de la cultura a la que nos refiramos.

Las matemáticas de un grupo cultural particular, en tanto las entendamos como construcción cultural, conforman un lugar discursivo dentro del conjunto de relaciones que establecen entre sí los distinto actores sociales. Entendidas como una producción cultural, reflejan en su manifestación los conflictos propios del momento histórico en que acontecen.
Entonces nos enfrentamos a una nueva concepción de la enseñanza de las matemáticas. Ya no es la simple transmisión de verdades factuales, la reseña de las herramientas y del andamiaje técnico que fundamentan la manipulación del entorno a través de la ciencia.
Producto y reflejo de la cultura, la enseñanza de las matemáticas es también terreno del conflicto social y la reproducción de la ideología hegemónica a través de la escuela y el sistema educativo.

En lo que sigue quisiera volcar la atención sobre los valores[80] con los que las matemáticas y su enseñanza están relacionadas. Esta tarea es fundamental para entender cómo se construye el discurso que subyace a la enseñanza y cuáles son las creencias que desarrolla sobre las propias matemáticas y su enseñanza.
Con "matemáticas" me referiré específicamente a la disciplina que nosotros denominamos con ese nombre dentro de nuestra cultura, salvo en el caso en el que haya alguna aclaración previa.

[80] No quisiera en esta tesis tratar de definir el concepto "valor" en el contexto cultural. Aunque estoy seguro que un trabajo posterior a éste que pretenda una mayor profundidad requerirá presentar una discusión más amplia al respecto, espero que el uso que hago de este concepto sea suficientemente claro y esté de acuerdo con la interpretación del lector.

III.5 *Creencias y valores*

En su libro, para tratar este tema, Bishop agrupa los principales valores que, desde su perspectiva, están vinculados con las matemáticas en tres pares complementarios; a saber: 'racionalismo' y 'objetismo'[81], 'control' y 'progreso', 'apertura' y 'misterio'.

Desde mi punto de vista Bishop comete un error. Más allá de la pertinencia de estas parejas y de su poder explicativo, los valores y creencias que se asocian con las matemáticas están en función del subgrupo cultural al que los refiramos; así, para un estudiante de secundaria las matemáticas pueden resultar monótonas y aburridas, y para un matemático pueden ser comparables con los procesos creativos característicos de la producción artística.

Bishop no considera esta distinción (si bien lo hace posteriormente al referirse al proceso educativo o de 'enculturación') y asocia con las matemáticas valores y creencias que un análisis más profundo vincularía con distintos subgrupos culturales. Creo que ahondar en esta cuestión puede aportar mayor coherencia y claridad a las ideas del autor, que, sin duda, representan un aporte fundamental al tema en el que nos encontramos.

No pretendo seguir el esquema de Bishop en este capítulo, pero quisiera que su desarrollo fuera un diálogo con sus ideas que nos permita reflexionar críticamente acerca de su propuesta.

En una primera aproximación ingenua podría parecernos que las matemáticas, entendidas como ese compendio de técnicas que enseñamos en la educación básica, carece de valores o, al menos, éstos se ven diluidos y rebasados por el entrenamiento en el uso de estas técnicas.

Al igual que Bishop, creo que en la enseñanza de las matemáticas hay una serie de valores que aparecen velados e implícitos y que por lo tanto no son objeto de crítica alguna.

La misma práctica de la enseñanza forma una serie de creencias sobre sí misma que tampoco suele ser discutida. *"Además de desarrollar estrategias cognitivas y lingüísticas, los individuos adquieren 'teorías' del lenguaje y de la cognición. Aprenden qué tipo de conocimientos son importantes y para qué fines; aprenden la relación entre conocimiento y condición social; aprenden cuáles son las ocasiones adecuadas para adquirir conocimientos y para manifestarlos; y así sucesivamente."*[82]

Las matemáticas, consideradas como una construcción cultural, no sólo están vinculadas con valores específicos, sino que la práctica de su enseñanza es determinante en su transmisión y en la generación de creencias y valores respecto a cómo, cuándo y dónde aprender y aplicar las técnicas matemáticas, cómo se vinculan éstas con los aspectos sociales más amplios y cómo, entonces, debe ser su enseñanza, cerrando así esta relación dialéctica entre teoría y práctica.

Explicitar estos valores debe ser una tarea fundamental que nos permita comprender este fenómeno.

---

[81] Con "objetismo", Bishop se refiere a "objeto" e incluye el verbo "objetificar" como la acción de transformar un concepto o idea en objeto.

[83] Lancy, *op. cit.* En Bishop, *op. cit.*, p. 86.

Tal vez el rasgo más evidente que comúnmente se asocia con las matemáticas es el racionalismo. Si tuviéramos que elegir una característica que sea emblemática para asociar con las matemáticas modernas, sin duda el racionalismo aparecería como la primera opción. No sólo por su claro vínculo con las matemáticas, sino por el gran valor e interés del que goza en la actualidad en nuestra sociedad.

Desde el apogeo de la cultura griega la razón ha ganado terreno dentro del discurso con que hemos tratado de explicar los fenómenos naturales y reflexionar sobre las ideas. "*El racionalismo, con su interés por el razonamiento deductivo como único método válido para alcanzar explicaciones y conclusiones, desafió, y en última instancia desbancó, al pragmatismo basado en el ensayo y el error, a las reglas basadas en la práctica, a la sabiduría tradicional, al razonamiento inductivo y al razonamiento analógico.*"[83]

Alguien podría objetar esta afirmación haciendo notar que aún en esta época, en nuestra sociedad, encontramos explicaciones diversas de un mismo fenómeno, por ejemplo dentro del discurso de distintas religiones. Sin embargo la trascendencia que ha alcanzado el racionalismo en nuestras vidas no debería medirse de esta manera. Cualquier doctrina de esta época debe someterse, en lo que a su estructura se refiere, al juicio racional. No es tolerable que existan contradicciones o falte cohesión entre sus partes, incluso esto ha sido motivo de intensos debates y justificaciones en la historia del catolicismo, por ejemplo.

La ambigüedad se ha vuelto un elemento indeseable dentro del discurso explicativo. Tal vez la poesía, al menos algunas corrientes, y la política son los últimos reductos donde la ambigüedad constituye una herramienta fundamental y su uso diestro es motivo de orgullo; donde nos permitimos explorar la explicación dentro del amplio sendero de la interpretación libre recurriendo a argumentos que en otros contextos serían intolerables.

En los últimos tiempos, dentro de distintos sistemas judiciales, se ha recurrido a la ayuda de matemáticos especialistas en lógica para tratar de eliminar ambigüedades o incoherencias en la redacción e interpretación de leyes y estatutos. La precisión dentro de la elaboración de documentos legales es hoy una de sus características fundamentales.

El racionalismo es un componente necesario dentro de las estructuras de gobierno. Los proyectos están en función del presupuesto, la producción en función de las variables económicas y todos los componentes deben estar lógicamente vinculados. Los sistemas de cómputo que analizan estos datos y proporcionan las estadísticas que fundamentan las decisiones son el máximo ejemplo de la confianza que tenemos en el racionalismo.

Éste se ha convertido en un criterio de verdad y en un código ético.

Si bien, en principio, esto podría parecernos positivo, también hay que evaluar los riesgos que conlleva; dentro de las instituciones sociales en general, la razón como fundamento de la toma de decisiones basada en datos y criterios, nos deja a merced de quienes tienen la capacidad de definir estos criterios y manipular los datos. Suponer que una decisión es adecuada por el simple hecho de considerarla racional resulta inocente y es probablemente el origen de grandes problemas dentro de nuestra sociedad.

En lo que se refiere estrictamente a las matemáticas, podríamos decir que el racionalismo es una pieza estructural, un rasgo inalienable de su método que incluso llevó en 1870 a Benjamin Peirce a definirlas como "*la ciencia que obtiene conclusiones necesarias*"[84], refiriéndose de esta forma, que en este contexto tal vez parezca rebuscada, al uso de la

---

[83] Bishop, *op. cit.*, p. 88.
[84] Peirce, *op. cit.*, p. 30.

inferencia como recurso primario del matemático. En esta misma tónica, Charles Sanders Peirce, hijo del primero, refiriéndose a la frase de su padre, afirmó que *"la matemática es el estudio de lo verdadero de las situaciones hipotéticas."*[85]

En este momento me gustaría ser incisivo. Probablemente todos los matemáticos modernos coincidirían en que las matemáticas tratan exclusivamente de situaciones hipotéticas y no afirman nada fáctico. Para Peirce hijo, esto explica el carácter 'necesario' de sus conclusiones. Este detalle ha construido el imaginario del matemático sobre su propio trabajo desde la época de los griegos, y de hecho Platón ya enfatizaba esta característica.

Aún el más 'aplicado' de los matemáticos creo que aceptaría esto si hablamos de manera estricta; aunque por supuesto esto no niega los vínculos que tienen las matemáticas con otras áreas del conocimiento que enfocan su esfuerzo sobre fenómenos 'reales'.

Sin duda una definición de las matemáticas basada, de esta forma, en su método sería bastante impopular entre el común de la gente. Peirce también nos hace notar este hecho: *"en cambio, la definición corriente entre personas como profesores y maestros de escuela sigue siendo que la matemática es la ciencia de la cantidad."*[86]

No es mi intención fundar un debate en este sentido, pues eso corresponde a otras tesis, pero quiero llamar la atención sobre el hecho de que la mayoría de las personas carecen de la experiencia efectiva en matemáticas que les permita forjar esta concepción. Desde mi escasa experiencia como docente puedo afirmar que esta carencia no solo está auspiciada por los contenidos y estructura de los planes de estudio, también por la formación de los enseñantes de matemáticas que, en general, no son matemáticos.

Probablemente, para la mayoría de los nuevos estudiantes de matemáticas de nivel universitario enfrentarse de lleno con este hecho desde los primeros días del inicio de sus estudios resulta traumático... Al menos lo fue para mi.

La enseñanza de las matemáticas, usualmente vinculada con situaciones y materiales concretos, presenta el racionalismo como un accesorio, en el mejor de los casos, o como un elemento supeditado a la evidencia empírica, en el peor. Así, por ejemplo, algunos alumnos comprueban el resultado de una multiplicación como una comprobación empírica de la eficacia del algoritmo sin percatarse de que ésta está vinculada con la construcción del mismo.

Desde mi perspectiva, el racionalismo, entendido desde su función dentro de la actividad matemática, constituye una forma particular de teorización. Peirce va más allá cuando afirma: *"Sin duda podemos razonar imperfectamente y saltar sin justificación a una conclusión; pero aún así la conclusión conseguida no significa en todo caso sino que dada cierta situación real, algo sería necesariamente verdadero. A la inversa, toda inferencia apodíctica es, hablando estrictamente, matemática."*[87]

Esta forma de teorizar es sin duda una herramienta poderosa y esto queda demostrado en el uso que de ella se hace tanto dentro de las matemáticas como en el resto de las ciencias. Sin embargo, creo que las 'sutiles' diferencias entre las creencias más comunes del no iniciado y el valor que comportan como método de teorización constituyen una carencia a salvar si pretendemos incluir el racionalismo como un valor explícito de la educación matemática.

---

[85] *Ibíd.*, p. 34.
[86] *Ibíd.*, p. 30.
[87] *Ibíd.*, p. 34.

Si bien Bishop no hace esta distinción, atiende este punto argumentando que *" para que los jóvenes aprecien el racionalismo es necesario hacer que sean conscientes de la explicación, la abstracción y la teorización. En esencia, el racionalismo se ocupa de criterios asociados con un tipo particular de teorización. Si esto no se comprende, el lenguaje y los símbolos de las matemáticas estarán para nuestros jóvenes tan faltos de sentido como una cultura ajena."*[88]

Sin duda las matemáticas promueven una visión racional de la realidad, pero si nos limitamos a buscar vínculos lógicos entre observaciones empíricas u objetos tangibles, estaremos extraviando una parte esencial de este 'tipo particular de teorización'. Nos arriesgamos a promover una visión mecanicista del mundo que desde mi punto de vista es del todo indeseable; incapaz de buscar la razón de ser de la realidad histórica y limitada a la interpretación de la realidad contingente. Tal vez una visión así pueda generar una enorme riqueza tecnológica, pero nos aleja de la interpretación crítica de los fenómenos sociales más amplios.

La concepción de situaciones hipotéticas mediante la abstracción como recurso primario es parte inextricable de la teorización matemática, y la capacidad de vincular estas ideas abstractas mediante la creación de nuevas categorías explicativas, le es propia. Éste, más que un proceso mecánico, es un proceso creativo.
El matemático manipula estas ideas abstractas como si fueran objetos, caracterizándolos por sus propiedades y por la relación que guarda con otros objetos. Este proceso es al que Bishop llama, en su libro, 'objetificación'. Así, aunque renuncia a conocer la realidad del objeto, pues este no es sustancial[89], el matemático puede lidiar con él a partir de la relación que guarda con otros objetos.
Este esquema de pensamiento ha sido sumamente fructífero dentro del pensamiento moderno en nuestra cultura. Los números cardinales de Cantor, por ejemplo, que desafiaron y desafían nuestra intuición, son un ejemplo claro, en este sentido, de las conquistas de la teorización matemática.
Desde esta práctica, el racionalismo, más que un mecanicismo, se convierte en un proceso que encierra en su seno la búsqueda creativa de esquemas explicativos.
Esta perspectiva, que para el matemático resulta cotidiana, está alejada de las aulas de educación básica.

Aunque mucho se ha hablado y se habla acerca de cómo encarar los cursos de matemáticas, creo que la visión más común que subyace a estos cursos, y que forja las creencias de los niños sobre las matemáticas, relega el racionalismo a un mero mecanicismo.
Tal vez ésta parezca una generalización excesiva, pero creo que es el panorama más común.

---

[88] Bishop, *op. cit.*, p. 90.
[89] Dentro del pensamiento matemático la idea de conocer 'la cosa en sí' fue desechada por los matemáticos del siglo XVIII. La definición de lo que 'es' un punto, una recta o un número, no es un problema que tenga sentido dentro de las matemáticas; para Robert Courant *"las únicas proposiciones relativas a ellos que pueden importar no se refieren a su realidad sustancial; representan únicamente las relaciones mutuas entre 'objetos indefinidos' y las reglas que rigen las operaciones con ellos. Lo que 'realmente' son los puntos, las rectas y los números ni se puede ni es necesario discutirlo en la ciencia matemática"*. (Courant, *op. cit.*, p. 7)

Bishop destaca que a partir de su poder objetificador, las matemáticas favorecen una visión del mundo basada en objetos. Para él este fenómeno gana impulso en la cultura griega, en particular a partir de la teoría atomista de Demócrito. *"Esta 'visión del mundo' estaba ilustrada con la mayor claridad por la geometría, como era de esperar. Los tetractys (los números 1, 2, 3 y 4) eran muy importantes y el hecho de 'ser cuatro' tenía una gran fuerza conceptual. Los cuatro elementos geométricos eran el punto, la línea, la superficie y el sólido, una 'imagen' conceptual que siempre nos ha satisfecho. Encarna la naturaleza 'básica' del enfoque atomista: es decir, con estas cuatro bases, se podría describir cualquier objeto. De hecho, estas cuatro bases de la geometría han sobrevivido en nuestro fondo de conocimiento cultural colectivo durante mucho más tiempo que la tétrada formada por la tierra, el aire, el fuego y el agua, planteada por Platón un poco más adelante en términos históricos."*[90]

Sin duda las ciencias y su capacidad de explicar y predecir los fenómenos naturales, de manipular el entorno físico y diseñarlo, han hecho del mundo de los objetos algo relativamente 'simple', asible y capaz de ser comprendido. En este sentido, las ciencias, y con ellas las matemáticas, fomentan una interpretación del mundo basada en objetos, y no es poco común que se busquen analogías explicativas dentro de otras clases de fenómenos inspiradas en teorías físicas o químicas, extrapolando incluso el léxico propio de estas ciencias; *" no nos sorprende saber que, en épocas anteriores, la imagen que se tenía del cerebro era la de una maquina compleja y llena de engranajes, porque ésta era la tecnología de entonces. Y hoy tampoco nos sorprende encontrarnos que se emplean analogías informáticas en la investigación cognitiva."*[91]

Tal vez esto no nos sorprenda, incluso puede sonar sumamente natural, pero basta observar las concepciones de otra cultura para valorar la trascendencia de esta visión en nuestra vida cotidiana y en la forma en que interpretamos la realidad.

"En las sociedades industriales complejas y que cambian con rapidez, el mundo humano se encuentra en constante flujo. El orden, la seguridad, la previsibilidad, la simplicidad, parecen estar lamentablemente ausentes. En el mundo de las cosas inanimadas es donde estas cualidades se ven con más facilidad. Por eso muchas personas se pueden sentir menos a gusto con otras personas que con cosas. Y propongo que también por eso la mente que busca analogías explicativas recurre fácilmente a lo inanimado. En las sociedades tradicionales de África, encontramos la situación inversa. El mundo humano es el lugar por excelencia del orden, la previsibilidad, la regularidad. En el mundo de lo inanimado, estas cualidades son mucho menos evidentes. Aquí, estar menos a gusto con las personas que con las cosas es inimaginable. Y aquí, la mente que busca analogías explicativas recurre de manera natural a las personas y a su relación."[92]

Bishop, en atención a esta cuestión, argumenta que *"el racionalismo se ocupa de ciertos criterios o teorías, divorciados de sus creadores humanos, mientras que el objetismo se basa en objetos inanimados y no en fenómenos animados como los seres humanos. Las matemáticas favorecen una visión de la realidad más objetiva que subjetiva."*[93]

---

[90] Bishop, *op. cit.*, p. 94.
[91] *Ibíd*, p. 95.
[92] Horton, *op. cit.* En Bishop, *op. cit.*, p. 92.
[93] Bishop, *op.cit.*, p. 92.

He aquí un punto neurálgico del discurso de Bishop que suscribe una posición errónea desde mi punto de vista.
Para Bishop la separación entre sujeto y objeto es una distinción *básica para el desarrollo de valores racionales*[94]; concibe la realidad desde esta posición dicotómica suscribiendo un materialismo premarxista que niega la *unidad dialéctica* que sujeto y objeto conforman. Bishop concibe el objeto bajo la mera contemplación y no como *actividad sensorial humana*, como *praxis*.
Si bien esta aseveración puede ser un exceso, al menos hasta que fuera sólidamente argumentada, lo cual no sucederá en esta tesis, creo necesario hacer esta crítica porque tiene un valor fundamental como fundadora de una práctica educativa.
Freire nos diría que una concepción dualista de la unidad sujeto-objeto bien cae en la negación de la subjetividad, relegando ésta a los designios de una conciencia capaz de crearla a su gusto, o bien en la negación de la realidad de la conciencia, que no sería más que un reflejo de la realidad objetiva. Ni la realidad es una construcción de la conciencia, ni ésta una copia de la realidad.
Para Freire, sólo comprendiendo la unidad dialéctica que sujeto y objeto conforman se puede percibir el papel de la conciencia o del *cuerpo consciente* en la transformación de la realidad.
Trascender una situación problemática a través de la construcción y concreción de una nueva situación preconcebida solamente se verifica a través de la praxis. O sea que los seres humanos no superan la situación concreta en la que se encuentran por medio de su conciencia o de sus intenciones, por buenas que éstas sean.

Mi intención dista mucho de hacer un análisis de filiación ideológica de la obra de Bishop, por supuesto, pero quisiera que esta crítica fundase una nueva línea de reflexión en torno a sus ideas. Si su libro '*Enculturación matemática*' padece alguna carencia, desde mi punto de vista ésta es el gran vacío de una concepción sociológica crítica de la educación y la ciencia dentro de su marco teórico. Este aspecto, de suyo, sería motivo de una nueva tesis, cuya factura requeriría una amplia revisión de aspectos tanto sociológicos como pedagógicos que escapan hoy a las cotas de esta tesis y a mis escasas lecturas.

Lavadas mis manos continuemos analizando los valores y creencias asociados con las matemáticas y su enseñanza.
Anotábamos la creciente capacidad de manipular y diseñar el entorno físico a través de las matemáticas y la ciencia, y cómo esta capacidad hace que percibamos el mundo de los objetos como algo asible, cognoscible y, luego, controlable.
Para entender de qué manera esta creencia se solidifica en nuestra sociedad y cómo repercute esta situación en nuestra concepción de las ciencias hay que echar una mirada a la historia reciente.
Los siglos XIX, XX y XXI han sido testigos del avance más vertiginosos de las ciencias y de la transformación de nuestra sociedad basada en la tecnología generada por éstas.
El vértigo en la producción de nuevas tecnologías es tal, que generaciones de máquinas y técnicas se suceden anualmente al grado de sepultar nuestra sorpresa, al menos en el caso de aquellos que vivimos en entornos urbanos, en la reiteración de la experiencia.

---

[94] *Ibíd.*

Este *boom*, llamémosle, vino acompañado por una reconceptualización general del rol y alcance de las ciencias, que queda mejor ilustrada por el positivismo comteano del siglo XIX. Si bien la doctrina de Comte ha sido sumamente criticada, esta crítica abarca mayormente sus últimas obras, cuyo misticismo exacerbado y dogmatismo estridente generaron una repulsa casi de moda entre grupos de pensadores de los dos últimos siglos.
A pesar de esto, es claro que el positivismo y sus productos, el neopositivismo y el empiriocriticismo, son las doctrinas más influyentes dentro del ámbito científico actual. Incluso es común encontrar rasgos positivistas entre algunos detractores de Comte que se asumen alejados de éste.
Para Comte es a través del conocimiento científico que la humanidad supera el *estadio metafísico* para entrar en el *estadio positivo*, donde los estrictos criterios de las 'ciencias positivas' son los encargados de otorgar validez al conocimiento. Las matemáticas encabezan estas ciencias y le siguen la astronomía, la física, la química, la biología y la sociología.
Entre éstas, las matemáticas aparecen como la base de todas las demás, paradigma de orden y control y fundamento del resto, que se ordenan según su complejidad y objeto de estudio, siendo entonces la sociología aquella que, apoyada en las demás, ha de sistematizar el estudio de la sociedad y de lo humano.
Dentro de este esquema, orden y progreso se convierten en máximas, el primero como condición del segundo y éste como finalidad del primero.
Así, las matemáticas, la astronomía, la física, la química y la biología, se encuentran ya en su estadio positivo y deben continuar su labor en aras de engrosar los logros ya alcanzados.
En cambio la sociología es la ciencia positiva que requiere de más atención, siendo la que estudia los fenómenos más complejos, se ha de apoyar en los conocimientos derivados de las otras, los cuales a su vez contiene por ser parte de los fenómenos más amplios. Debe abocarse a develar las leyes naturales que rigen las relaciones sociales para constituir así la disciplina que estudia al hombre y su vida en sociedad.

Si consideramos que el positivismo y sus productos son la doctrina filosófica de la ciencia más influyente de los dos últimos siglos, podemos explicar por qué es que el mundo de los objetos nos resulta cognoscible y controlable, en contraste con los fenómenos sociales cuya complejidad hace aparecer las relaciones entre las personas como un universo difícil de entender y conocer.
Para el positivista, la sociología debería reproducir los logros, en términos de control y progreso, de las otras ciencias, incorporando sus métodos y conocimientos por ser los fenómenos astronómicos, físicos, químicos y biológicos, partes constitutivas de los fenómenos sociales, más complejos, sujetos a las leyes más básicas de las otras ciencias.
Con estas premisas hemos visto en los últimos años cómo se incorporan a las ciencias sociales conceptos y léxico propios de la física o la biología, así como diversas herramientas matemáticas, y cómo se establecen estrictos criterios y experiencias de validación tratando de imitar aquellos que en otras áreas resultan fecundos.
Sin duda el esfuerzo por sistematizar y cientifizar la investigación dentro de las ciencias sociales es uno de sus rasgos principales en nuestro tiempo. De esta manera, el discurso científico, mediado por las matemáticas, se convierte en validador del conocimiento y criterio de veracidad.
Este hecho se pone de manifiesto en diversos niveles. A pesar de que se puede encontrar correlación positiva entre beber coca cola y ser homosexual, si se escogen adecuadamente

los parámetros[95], el común de la gente parece ser persuadida por los estudios estadísticos, que hoy son utilizados con todo tipo de fines. La absorción de un pañal debe ser demostrada por televisión mediante un experimento y la eficacia de la acción blanqueadora de las microesferas (¿?) de cierto dentífrico se demuestra mediante una animación que reproduce el lavado de dientes a escala microscópica...

La incorporación del lenguaje pseudocientífico a la dinámica de consumo de la sociedad capitalista es, desde mi punto de vista, el reflejo más claro de la trascendencia del discurso científico como validador del conocimiento.

Si bien podemos, y debemos, cuestionar el uso que se hace de este discurso y la veracidad de sus mensajes basados en la manipulación de datos, premisas y criterios, mi intención es solamente hacer notar la relevancia que adquieren las matemáticas en este contexto, donde las ciencias se nos presentan como el comprobado camino mediante el cual conocemos y adquirimos control sobre el entorno físico, el mundo de los objetos.

La trascendencia de este fenómeno no tiene parangón alguno y hoy vivimos en lugares cada vez más sometidos al diseño y al control, e incluso extrapolamos esta intención a nuestra sociedad, sometiendo a las personas a diversos mecanismos de control, masificando cánones de todo tipo que regulan todos los ámbitos de la vida en sociedad.

Las implicaciones históricas de este hecho todavía están por evaluarse.

No son pocos los que han sido críticos con esta noción de progreso basada en el control del entorno. Para Habermas *"la capacidad para controlar que han hecho posible las ciencias empíricas no se debe confundir con la capacidad para actuar de una manera inteligente."*[96]

Para Bishop *"el control es un arma de doble filo porque, para controlar algo, el propio comportamiento también se debe modificar ¡y ese 'algo' es lo que produce la modificación! Como han indicado varias personas, el programador programa al ordenador, pero ¡el ordenador también programa al programador! Según Ellul*[97]*, los mismos seres humanos se encuentran atrapados ahora en el mismo entorno tecnológico que han creado y, para sobrevivir, se han tenido que adaptar."*[98]

Tal vez lo que habría que notar como elemento fundamental de esta discusión, es que la noción de progreso en la sociedad capitalista no está exclusivamente ligada con la mejora en la calidad de vida de las personas y su bienestar. La sustitución tecnológica y el aumento de la eficiencia y de la productividad basado en el creciente control sobre el medio, es el acicate necesario para incentivar el consumo, elemento *sine qua non* del modo de producción capitalista.

Desde la lógica del consumo y la acumulación de la riqueza, la ciencia constituye un elemento indispensable del progreso y ambos deben ser instrumentos al servicio del capital.

Según Kothari, *"lo que el hombre ha descubierto en todas partes, sea en un país rico o en un país pobre, es que este vínculo entre la ciencia, la tecnología y la productividad no es suficiente para el bienestar de las personas.*

El énfasis en la enseñanza de la ciencia y de la matemática, ¿debería ser mejorar y reforzar los vínculos entre la ciencia, la tecnología y la productividad, que es algo

---

[95] Gracias Concha

[96] Habermas, J., *Toward a rational society*. En Bishop, *op. cit.*, p. 102.

[97] Véase Ellul J., *The technological system*, Continuum Publishing, Nueva York, 1980.

[98] Bishop, *op. cit.*, p. 98.

relativamente fácil de hacer, o debería orientarse a vincular la ciencia, la tecnología y la productividad con la sabiduría, que es algo mucho más necesario pero terriblemente difícil."[99]

Sea como parte de la reproducción de la ideología burguesa, como herramienta de la dinámica consumista, o como genuino camino de obtención de conocimientos en aras de la *sabiduría* de la que nos habla Kothari, las matemáticas están asociadas con las nociones de progreso, racionalismo, precisión y control. Esto es lo que queremos destacar en nuestra búsqueda de valores y creencias asociados con las matemáticas.

Más allá del contexto en el que se dan, estos valores y creencias fundan una percepción particular de la realidad que me parece de capital importancia destacar; una percepción según la cual lo desconocido se puede llegar a conocer.

Si en otras culturas el cuerpo de principios teóricos suele ser una construcción más bien rígida, inamovible e incluso incuestionable, en las culturas orientadas científicamente esto es distinto y la conciencia de su movilidad está sumamente desarrollada.

Considerando este cuerpo como un ente dinámico, el progreso, el racionalismo y el control nos imponen constantemente el ejercicio de la reflexión y el cuestionamiento.

La historia reciente de las ciencias ilustra los alcances de este hecho; desde la mecánica newtoniana a la mecánica cuántica, y de la generación espontánea a la virología, muchas de nuestras concepciones han cambiado a partir del desarrollo de las ciencias. Las matemáticas no son una excepción, las geometrías no euclidianas o los números infinitesimales son ejemplos claros en este sentido, y las implicaciones del teorema de Gödel para las matemáticas de su época, influidas por el pensamiento de Hilbert, debe ser el mayor de estos ejemplos.

Ahora bien, aunque el discurso científico y en particular el de las matemáticas nos propone una reflexión creativa y permanente como posición ante el conocimiento, para la mayoría de las personas presenta los rasgos opuestos, apareciendo como 'encarnación de la verdad descubierta'.

Para esta mayoría, acostumbrada ya a la sucesión tecnológica basada en la investigación científica, las matemáticas, y el discurso científico en general, son los encargados de dar enciclopédica e incuestionable cuenta de la realidad.

Los dogmas teológicos y metafísicos han sido sucedidos por los dogmas científicos.

No estoy sugiriendo que todo el mundo debería participar de las discusiones de frontera en matemáticas. Son pocas las personas que tienen los conocimientos necesarios para participar activamente en estos temas. Lo que pretendo decir es que, en la mayoría de los casos, el discurso científico no genera una actitud reflexiva frente al conocimiento, sino una de pasiva y utilitaria contemplación.

Desde mi perspectiva, esta actitud es parte del imaginario colectivo y se fortalece dentro de la educación básica. Las matemáticas, presentadas como hechos a memorizar y técnicas a aplicar, alejan a los niños de una posible interpretación alternativa, convirtiendo en actitud la aceptación dogmática.

David Block[100] describe esta situación en México con algunos ejemplos.

---

[99] Kothari D. S., conferencia de apertura, *Proceedings of asian regional seminar of the Commonwealth Association of Science and Mathematics Educators* (Nueva Delhi). En Bisop, *op. cit.*, p. 102.

"Un ejemplo clásico en primaria es la enseñanza de los algoritmos de las operaciones básicas. Los alumnos deben comprender una serie de instrucciones detalladas. El maestro da una descripción, paso a paso, de las acciones a realizar para resolver una operación determinada, haciendo uso de algún contexto. Así los niños aprenden a obtener el resultado correcto de una operación, dicen con seguridad 'llevo uno', 'pido uno prestado', pero, cuando se les pregunta ¿por qué llevan uno? o ¿ por qué aumentan diez si solo pidieron uno?, responden 'no sé' o 'porque así me lo enseñaron'."[101]
"Detrás de la incomprensión de los pasos que hacen al algoritmo, hay un problema aún más grande: en la enseñanza se reduce la noción de operación a la de algoritmo. La noción de división, por ejemplo, no es más que el algoritmo para dividir. Queda afuera el sentido de la operación, sentido que está dado por la gama de problemas que implican a la división. La expectativa de que una vez que los alumnos dominan el algoritmo, lo puedan aplicar en el corto plazo en todos los problemas que lo implican ha sido ya ampliamente desmentida.
A manera de ejemplo, para la mayoría de los maestros es bien conocido el hecho de que a la altura del cuarto grado, cuando se supone que los niños ya conocen las cuatro operaciones, sucede que al proponerles un problema, éstos preguntan: ¿es de suma o de resta? Este hecho muestra que el aprendizaje de las operaciones se concibe como un fin en sí mismo y no como una herramienta que se puede usar con flexibilidad para resolver problemas."[102]

El potencial de la enseñanza de las matemáticas como formadora de un pensamiento racional y reflexivo se ve asfixiado por la imposición de esta dinámica de estudio a la que Paulo Freire tildaría de ingenua. Desde esta lógica, los alumnos son simples recipientes vacíos que deben ser llenados con el conocimiento que el docente encarna.

En este punto habría que hacer una distinción esencial. Por un lado, esta situación queda determinada por el contexto más amplio en el cual se da, donde la reproducción cultural de la ideología dominante perméa el ámbito educativo auspiciando una práctica domesticadora que lejos de pretender formar personas reflexivas, encuentra en la aceptación de la cultura hegemónica su objetivo. Por otro lado, también las propias creencias de maestros y alumnos sobre las matemáticas les llevan a convertir su enseñanza en una mera instrucción mecanicista, convencidos del valor exclusivamente utilitario que reportan.

Aunque la enseñanza de las matemáticas puede parecer una mera instrucción referida a un conocimiento bien delimitado y estático, difícilmente influido por elementos apriorísticos aportados por alumnos y docentes, el vínculo entre éstos, las relaciones que establecen y los valores y creencias que asocian con las matemáticas y su enseñanza, son aristas importantes usualmente marginadas del análisis de esta práctica. *"La imagen meramente racional y fría del aprendizaje matemático como una disciplina dura deja paso a la posibilidad de un*

---

[100] Block, David et al., *Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las matemáticas en los primeros grados de la primaria.* En: revista **Educación matemática** Vol. 3 No. 3 Diciembre 1991, México. Iberoamericana. Pp. 40-56.
[101] *Ibid.*, p. 48.
[102] *Ibid.*, p. 49.

aprendizaje en que el ejercicio racional está inmerso en un cúmulo de otros elementos: afectos, usos, creencias."[103]

Dentro de la reflexión en torno a la educación matemática la ponderación del *dominio afectivo*[104] suele pasar a un segundo plano o estar del todo ausente. Gómez Chacón, en su libro '*Matemática Emocional. Los Afectos En El Aprendizaje Matemático*', nos llama la atención sobre su relevancia.

Mediante la elección de unos u otros contenidos o de sus preferencias por determinadas actividades, el docente traduce sus creencias sobre qué son las matemáticas, para qué sirven y cómo se aprenden; también sus decisiones y actitudes en el contexto de la clase delimitan estas creencias que pueden, o no, coincidir con las de cada uno de sus alumnos. *"Este conjunto de apreciaciones, que generalmente no se hace explícito, se transmite de hecho a los estudiantes."*[105]

Así, las formas en que interactúan los valores y creencias de maestros y alumnos, que a su vez están en función del contexto social más amplio en el que acaecen, resultan determinantes dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y definen la calidad de la experiencia.

Recíprocamente, los conceptos que alumnos y maestros desarrollan a partir de la práctica educativa de las matemáticas conforman el marco mediante el cual interpretan su propia realidad; dentro de la cual la educación juega un papel importante como agente de movilidad e inserción. Si bien podríamos suponer que la educación matemática puede resultar pobre como instancia de la propia reinterpretación dentro del contexto social, Gómez Chacón sostiene que *"los conocimientos subjetivos de los estudiantes acerca de la matemática y su aprendizaje y acerca de sí mismos como aprendices se usan como procedimientos y forman parte de un proceso (consciente o inconsciente) para alcanzar una finalidad. Este conjunto estructurado de elementos permite al joven definirse en una situación de interacción y vivirse como actor social.*

...Con el aprendizaje de la matemática los actores buscan modificar la identidad que se les atribuye."[106]

Según esta autora, *"las creencias de los jóvenes acerca de la matemática y de su aprendizaje, y de sí mismos, son reveladoras de la posición del grupo en la estructura social y de sus respectivas posiciones individuales en el grupo."*[107]

Si seguimos estas ideas, las creencias individuales acerca de las matemáticas no sólo son un elemento fundamental dentro de su enseñanza, sino que, siendo determinantes del proceso, contribuyen a conformar la autopercepción y la identidad social del individuo.

---

[103] Gómez Chacón, *op. cit.*, p. 147.

[104] *"El 'dominio afectivo' es un término que se usa con frecuencia en educación y en psicología; comprende las actitudes, emociones, creencias y valores. Tradicionalmente se ha considerado separado del 'dominio cognitivo', e incluso se han desarrollado taxonomías de objetivos educativos de forma separada para ambos dominios. Actualmente las propuestas contemplan la interacción entre ambos, dado que el individuo pasa de uno a otro de forma inconsciente".* (*Ibid.* p.163).

[105] *Ibíd.*, p. 159.

[106] *Ibíd.*, p. 143.

[107] *Ibíd.*

En este sentido, en nuestra indagación dentro de los valores y creencias asociados con las matemáticas cabe flexionar sobre la relación entre éstos y el subgrupo cultural particular al que los referimos.

Un ejemplo interesante lo constituye el rasgo al que Bishop denomina 'apertura', con lo cual quiere decir que al referirse exclusivamente a situaciones hipotéticas y basarse en la inferencia como herramienta fundamental, "*el conocimiento matemático está abierto a todos y 'pertenece' a todos. Podemos convencernos nosotros mismos de que un principio matemático es cierto: nadie tiene que persuadirnos porque 'los hechos hablan por sí mismos'.*"[108]

Esta aseveración podría parecer encontrada con nuestro planteamiento anterior acerca del dogmatismo de la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, desde mi experiencia, la formación necesaria para apreciar este rasgo se alcanza después de cierto tiempo dedicado al estudio universitario de las matemáticas. Es inocente suponer que cualquiera puede reconocer la certeza de una proposición matemática simplemente observando su coherencia interna, bajo el supuesto de estar al tanto de las convenciones de los símbolos y de la lógica que se emplean.

La formación necesaria requiere una experiencia activa dentro de las matemáticas que se encuentra alejada de las aulas de educación básica; apropiarnos de este rasgo significa acercarnos a las matemáticas como forma de teorización.

Probablemente cualquier matemático podría reconocer la 'apertura' de las matemáticas y de hecho aceptar que es este rasgo el que nos permite plantear el constructivismo como estrategia didáctica, pero, desde mi experiencia, los alumnos de educación básica, así como el común de los no iniciados, se encuentran lejos de apreciarla. Para ellos las matemáticas constituyen un cuerpo de verdades que no están sujetas a revalidación alguna por una especie de 'propia naturaleza', que las valida a priori y que se refuerza en la práctica dentro de la mayoría de los salones de clase.

Desde mi experiencia no es sino hasta el nivel universitario, mediante un estudio sólido y sistemático de las matemáticas, mediado generalmente por matemáticos, que es posible acceder a la percepción que éstos tienen sobre su propia actividad, comprender su objeto de estudio y la naturaleza de su método.

Ya apuntábamos al comienzo de este capítulo la generalizada ignorancia acerca de estos tópicos que es propia de la mayoría de las personas. De hecho éste es, de suyo, un rasgo más del conocimiento matemático. Incluso la divulgación de temas matemáticos, comparada con la de temas de física, química o biología, es mínima. Davis y Hersh, casi parodiando este hecho, dicen que "*el trabajo del matemático ideal sólo es inteligible para un pequeño grupo de especialistas, que se cuentan por unas cuantas docenas o unos centenares como mucho. Este grupo sólo ha existido durante unas décadas y existen muchísimas posibilidades de que se extinga al cabo de unas décadas más. (...) Se le etiqueta en función del campo en el que trabaja, de lo mucho o poco que publica y, especialmente, por los autores cuyo trabajo emplea y cuyo gusto sigue al elegir los problemas. (...) Estudia objetos cuya existencia es insospechada por todos, salvo por un puñado de sus colegas. De hecho, si alguien que no sea un iniciado le pregunta qué es lo que estudia, es incapaz de mostrárselo o explicárselo. Es necesario pasar por varios años*

[108] Bishop, *op. cit.*, p. 103.

de un aprendizaje muy arduo para comprender la teoría a la que se dedica. Sólo entonces está la mente preparada para recibir su explicación acerca de lo que estudia."[109]

Así, cuando se oye a algún matemático hablar de 'la belleza' de las matemáticas o de 'la elegancia' de una demostración, no parece que apelara más que a un sentido metafórico de estas frases y que éstas reflejaran su profesional locuacidad. Y si éstas se escuchan en voz de un maestro dentro de un salón de educación básica, no parecen más que el camuflaje de una amarga medicina.

Se diría que las matemáticas no son capaces de abrigar código estético alguno.

Sin duda el lector matemático protestará defendiendo ambos conceptos y otros tantos de tal índole. Para él, 'belleza' y 'elegancia' seguramente son palabras imprescindibles para describir un trabajo matemático particular o incluso su propia actividad. Probablemente para este lector las matemáticas sean una manifestación más de la creatividad humana, un vehículo del pensamiento al igual que lo son la literatura y la pintura. Tal vez hasta se atrevería a decir que como construcción cultural particular albergan sus propios paradigmas estéticos y resguardan en su historia las aportaciones de distintas culturas de todas las épocas, y que, por lo tanto, son merecedoras de un lugar dentro de la enseñanza más allá de sus méritos utilitarios.

Pero este lector tendrá que aceptar, según creo, que sólo mediante la experiencia activa en matemáticas éstas pueden obtener semejante reconocimiento.

---

[109] Davis P. J. y Hersh R., *The mathematical experience*. En Bishop, *op. cit.*, p. 107.

Capítulo 4

El capítulo anterior comenzaba con la pregunta ¿qué son las matemáticas?. Probablemente el lector incauto que remitiendo su pensamiento al desarrollo de aquel capítulo pretenda elucidar el perfil de una respuesta se sienta un tanto decepcionado si, como yo, encuentra que no es posible hacerse de tal.

Mayor será su decepción si encuentra, como lo hago yo, que durante la búsqueda son más las preguntas que han surgido que las respuestas halladas.

Sin embargo, si las ideas visualizadas junto a la nueva problemática encausada por tales dudas logra constituir, como pretendo, una escalera que lleve al lector hasta una nueva perspectiva de análisis, desde donde reinterpretar el problema y comenzar una reflexión más lúcida, entonces la búsqueda ha valido la pena. En este capítulo quisiera tratar de sacar en limpio aquellas ideas que son relevantes y analizarlas con la intención de concluir propositivamente esta tesis. Entonces el lector podrá desechar, sin más, esta escalera, mezcla de dudas y, espero, de algunas ideas felices, para, gracias a ella fuera de ella[110], continuar reflexionando sobre las líneas que esta tesis haya fundado.

IV.1 *¿Y entonces?*

Si la exposición de los argumentos del capítulo precedente resultó convincente, entonces hemos aceptado que las matemáticas son un fenómeno pancultural. Esta idea, que creo fácil de aceptar, es, sin duda, la idea central de esta tesis, alrededor de la cual giran y se agrupan el resto de las ideas.

Si bien esta afirmación pudo haberse hecho sin el preámbulo presentado y, mediante una breve argumentación, ganado una rápida aceptación, este preámbulo es el que nos lleva a explorar las implicaciones de aquélla dentro del ámbito educativo.

Para concluir que las matemáticas son un fenómeno pancultural, siguiendo las ideas de Alan Bishop, recurrimos a una serie de actividades (contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar) tratando de mostrar dos cosas: por un lado que estas actividades son comunes a todo grupo humano (universales), y por otro, que generan una serie de conceptos e ideas que son matemáticamente significativos.

Así, por 'desarrollar matemáticas' hemos entendido el manejo explícito de un conjunto de nociones, ideas y categorías que desde nuestra perspectiva son fundantes de una construcción más amplia que se puede denominar matemáticas. Esto, debe decirse, no implica que el grupo cultural al que nos refiramos entienda, o incluso sea capaz de concebir, estas nociones, ideas y categorías como componentes de una disciplina estructurada o como un grupo articulado. Incluso debemos aceptar la posibilidad de que los miembros de este conjunto pertenezcan a diversas categorías, posiblemente inconexas, que tienen un significado, dentro del grupo, que nos es ajeno.

[110] Gracias Ludwig.

Desde esta lógica nuestra intención no puede ser, en ningún momento, aislar una construcción cultural particular y explícitamente acotada con la intención de nombrarla 'las matemáticas' de un cierto grupo cultural. Aunque nos estemos refiriendo a nuestro propio grupo, donde existe una disciplina bien delimitada a la que llamamos 'matemáticas', esta observación nos impone tomar la cuestión con sumo cuidado.
Bishop hace, de hecho, esta distinción denominando a nuestra disciplina internacionalizada 'Matemáticas', con mayúsculas, y a los otros conjuntos de ideas, nociones y categorías, 'matemáticas', así, con minúsculas. Adoptemos esta convención en lo sucesivo.[111]

La distinción entre estos dos conceptos parece plantearnos una disyuntiva dentro de la enseñanza de las matemáticas en nuestra sociedad. ¿Debe ésta abarcar los temas propios de las Matemáticas o debería estar en función de aspectos más amplios que por su función cultural generan ideas matemáticamente significativas?
Pensemos esta cuestión.

Hemos visto que los temas propios de la actividad de los matemáticos son ajenos a la más amplia mayoría de las personas, que el currículo enfocado al desarrollo de técnicas se convierte en una instrucción mecanicista que no reporta mayor utilidad a la mayoría de los alumnos, salvo los conceptos y algoritmos más elementales, y que las Matemáticas como forma de teorización constituyen una experiencia ajena.
Por otro lado, para buscar ideas matemáticas dentro de otras culturas tuvimos que recurrir a actividades y nociones que las involucran y desarrollan, sea de manera explícita o implícita, como parte de prácticas más amplias comunes a todo grupo cultural. De esta manera, estas ideas matemáticas adquieren un significado intrínsecamente vinculado con otras ideas relevantes dentro del grupo y, recíprocamente, su adscripción a procesos relevantes les confiere significado como ideas en sí mismas, cuando se hacen explícitas o se distinguen como componentes.

Gómez Chacón dice que si *"se reconoce la parte* (de las matemáticas) *que está modelada por las raíces culturales e históricas (...) se amplían los significados de las ideas matemáticas."*[112]
Estas ideas quedan vinculadas de maneras específicas con el resto de la cultura, y es mediante estos vínculos que se insertan dentro del conjunto más amplio de conocimientos.
Entendidas desde este lugar, las ideas matemáticas se asimilan y desarrollan como parte de una construcción cultural más amplia cuyo impulso se fundamenta en la trascendencia que comporta al interior del grupo. Con trascendencia no me refiero meramente a una característica utilitaria, sino al valor subjetivo que se le confiere como elemento de cualquiera de los aspectos de la sociedad.

Las características particulares de las matemáticas de una sociedad y las formas en que dentro de ella se insertan, están, entonces, en función de aspectos culturales más amplios dentro de ésta.

---

[111] Por otro lado, si suscribimos el concepto de 'etnomatemáticas' que propone d'Ambrosio, incluso podríamos hablar de 'Etnomatemáticas' y, tal vez, éstos serían los términos más apropiados dentro de nuestra reflexión.
[112] Gómez Chacón, *op. cit.*, p. 214.

Bajo esta premisa, el estudio de Bishop basado en actividades no sólo se convierte en una herramienta útil, de hecho suscribe una línea de investigación necesaria en estudios crosculturales, según la cual no puede comprenderse el desarrollo de un concepto matemático particular sino a condición de entender cómo es que éste se inserta dentro del conjunto de los procesos culturales. Creo que un estudio que prescinda de este aspecto será incapaz de explicar las matemáticas como constructo cultural dentro de un grupo y de vincularlas con otros aspectos de la cultura, imponiendo categorías que, dentro de la cultura estudiada, niegan por omisión el componente cultural del conocimiento matemático.

En mi escasa experiencia en este tema, que no abarca mucho más que la factura de esta tesis, no he visto muchos estudios con este enfoque. Desde mi perspectiva, investigaciones de este tipo también aportarían un gran conocimiento acerca de la naturaleza cultural de nuestras propias Matemáticas.

Hemos visto que algunas ideas matemáticas están relacionadas con nociones básicas vinculadas con la percepción, interpretación y codificación del entorno. Veíamos, por ejemplo, que entre algunos grupos de Papúa-Nueva Guinea no hay manera de hacer comparaciones volumétricas en general; no por carencias instrumentales, sino porque, simplemente, no existe tal concepto, carece de sentido. Los aborígenes australianos ni siquiera cuentan con unidades de volumen y miden el área de un huerto sumando la longitud de sus lados.

En estos casos, como arranque culturocéntrico, solemos decir que éstas son sociedades atrasadas, primitivas. Pero ya hacíamos notar, también, la variedad de palabras con que los aborígenes diferencian grupos de cosas, o la capacidad admirable de reconocer pautas en un entorno que para nosotros sería totalmente monótono que, a su ves, les permite orientarse.

Desde nuestra perspectiva, que hace de cuantificar una herramienta esencial en la búsqueda de conocimiento y casi una manía, el valor de estos elementos, más bien subjetivos, no sobrepasa lo 'curioso' o 'pintoresco', o en el mejor de los casos es objeto de estudio de alguna investigación (en la que probablemente pretende cuantificarse la cuestión).

Si dejamos de lado la perspectiva culturocéntrica y observamos el manejo de ideas matemáticamente significativas dentro del conjunto de actividades que las desarrollan, observamos que éstas están estrechamente vinculadas con la forma en que el grupo interpreta su realidad, a las categorías mediante las cuales ésta se codifica y explica.

El vínculo más obvio es el que existe entre estas ideas y el lenguaje. La riqueza de palabras que involucran un concepto particular, o la ausencia de ellas, es la manifestación más básica de tal concepto; ilustra su importancia y lo vincula a un grupo particular de ideas, prácticas y actividades.

Un ejemplo obvio, que anotábamos en el capítulo anterior, es la variedad de palabras que se utilizan en Papúa-Nueva Guinea para denotar y distinguir distintos grados de pendiente, o entre los esquimales para describir el color y consistencia de distintos tipos de nieve.

Más interesante para nosotros es la riqueza de conectores lógicos dentro del lenguaje. Ya hemos visto que esta riqueza es la que permite establecer tipos particulares de conexiones entre ideas; vincularlas lógicamente es esencial dentro de la actividad de 'explicar'.

Según Gay y Cole, por ejemplo, los kpelle no pueden expresar equivalencia sino de una manera complicada, y pueden aceptar dos proposiciones contradictorias si son manifestadas por personas a las que se 'respete'.
Veíamos también que los navajo no organizan las ideas espaciales jerárquicamente como lo hacemos nosotros, y que no describen su entorno estableciendo vínculos entre eventos estáticos claramente discernibles, sino a través de 'procesos' y 'flujos'.
Entre los melpa, según comenta Lancy, la creación de una nueva categoría requiere, generalmente, dos conceptos, que por contraste o complementariedad conforman una totalidad.

Estos ejemplos, que en el capítulo precedente nos servían para 'rastrear' ideas matemáticamente significativas, ahora nos permiten reflexionar sobre la forma en que éstas se vinculan con otras ideas, tal vez ajenas a las matemáticas, que revisten una importancia capital dentro de la manera en que se explica la realidad dentro de un grupo cultural.
El concepto de 'coherencia', por ejemplo, que en nuestra sociedad es parte necesaria de cualquier explicación, en otras puede estar supeditado a convencionalismos que regulan la organización social.

Dos casos bastante bien documentados, aunque nunca bien ponderados, que ilustran de manera clara el vínculo entre ideas matemáticamente significativas y aspectos culturales más amplios, son el de los mayas y el de los incas. Las obras de Hector Calderón, '*La Ciencia Matemática de los Mayas*'[113] y de William Burns Glynn, '*Legado de los Amautas*'[114], son sumamente esclarecedoras en este sentido.
Calderón nos permite, de una parte, darle un valor más justo a las matemáticas que desarrollaron los mayas en nuestro territorio y que la historia oficial ha dejado prácticamente olvidada.
"Ante la incógnita de la naturaleza y extensión de la ciencia matemática que pudieron poseer los antiguos mayas las opiniones se dividen. Mientras que algunos investigadores niegan 'a priori' que los mayas tuviesen algo más que una patética obsesión de contar, uno a uno, los días que transcurrían, como quien registra pacientemente la duración de una pesada condena, otros señalan los portentosos logros que representan la determinación precisa de los ciclos astronómicos, la exacta proporción de las construcciones arquitectónicas y el adelanto imaginativo implícito en el descubrimiento del cero, la invención de las posiciones numéricas y el uso de un sistema vigesimal."[115]
A pesar de no representar hoy en día mucho más que un vestigio arqueológico, al menos para la gran mayoría de las personas, las Matemáticas mesoamericanas sorprendieron a los colonizadores y fueron por éstos documentadas.
Calderón consigna algunas de estas relaciones:
Acosta decía en 1590: *"(...) para efectuar un cálculo muy difícil, para el cual un calculador muy capaz requeriría de pluma y tinta... estos indios (del Perú) usan de sus granos de maíz. Colocan uno aquí y tres allá y el hecho es que pueden completar su cálculo sin cometer el menor error. En realidad, son mejores calculando lo que a cada cual toca pagar que lo seríamos nosotros con pluma y tinta."* Garcilaso de la Vega dice de

[113] Calderón, *op. cit.*
[114] Burns Glynn, William, *Legado de los amautas*, Perú. Editorial Ital Perú, 1990.
[115] Calderón, *op. cit.*, p. 7.

los Incas que *"(...) de la arismética supieron mucho y por admirable manera, que por ñudos dados en unos hilos de diversos colores, davan cuenta de todo lo que en el reino de Inca havia de tributos y contribuciones por cargo y descargo. Sumavan, restavan y multiplicaban por aquellos ñudos, y, para saber lo que cabía a cada pueblo, hazían las particiones con granos de maíz y piedrezuelas, de manera que les salía cierta su cuenta."*[116]
Sánchez de Aguilar relata que los mayas *"'echaban suerte con un gran puño de maíz' y es muy sugestivo leer en el Popol-Vuh el pasaje en que los abuelos cósmicos, Ixpiyacoc e Ixmucané, antes de emprender la tarea de formar a la raza humana, hacen su pronóstico a base de misteriosos cálculos en que emplean los granos de maíz y de tzité."*[117]

Todavía en nuestros días podemos identificar en la lengua maya gran cantidad de palabras vinculadas con conceptos matemáticos; 'infinito' (BAKLIZ, MAXULUNTE), 'cero' (MIXBAL, ICH), 'remanente' (U YALA), 'igualdad' (CETIL), 'Identidad' (LEILIL), 'fracción' (XETT), 'diferencia' (HELIL), son algunas de ellas que resultan interesantes. Además encontramos sufijos que unidos a los numerales permiten contar de manera diferenciada una amplia variedad de cosas[118].

Radical	Terminación	
1 HUN	TUL	para seres racionales y animales.
2 CA	POK	para cuadrúpedos y alados.
3 OX	PPEL	para seres inanimados en general
4 CAN	BAN	para montones
5 HO	CUL	para matas
6 UAC	PEDZ	para piezas
7 UUC	CUCH	para cargas
8 UAXAC	CHACH	para contar por puñados
9 BOLON	TEN, MAY y LEM	para veces
10 LAHUN	DZIT	para rajas, varas, velas, etcétera

La lista que nos proporciona Calderón es aún más amplia y nos permite ver el interés que para los mayas revestía el conteo.

Está bien establecido que los mayas habían desarrollado algoritmos para la suma, la resta, la multiplicación, la división, la raíz cuadrada e incluso raíces de orden superior, y que estos algoritmos se basaban en el uso de un tablero cuadriculado donde se operaba utilizando la naturaleza posicional de los números mayas. Aparentemente este tablero era usualmente impreso sobre una estera o petate, de cuya importancia dentro de la simbología maya hablábamos en el subcapítulo dedicado a 'diseñar'.
Igualmente establecido está el uso del cero entre los mayas, pero Calderón sugiere que éstos no querían indicar, con el cero, la ausencia de todo, sino, por el contrario, le daban un

[116] *Ibíd.*, p. 9.
[117] *Ibíd.*
[118] *Ibíd.*, p. 12.

sentido de plenitud. Al escribir la cifra 'veinte' (uno en la segunda posición y cero en la primera), el cero significaba que la veintena estaba completa, una acepción distinta, de hecho opuesta, a la de *falta* o *carencia.*

No pretendo resumir aquí la obra de Miguel Calderón, pero con estos ejemplos quiero ilustrar la forma relevante en que ciertas ideas matemáticamente significativas están relacionadas con diversos aspectos de la cultura y son parte de la forma en que se entiende y explica la realidad. Estas ideas son parte integral de la cosmovisión de un pueblo. En la medida en que aceptemos los alcances de este hecho, podremos tratar de entender el valor que reportan las ideas matemáticas en distintas culturas e inclusive en la nuestra.

Enfocar el currículo al uso de técnicas sólo limita la posibilidad de explorar los significados más amplios de estas ideas, y convierte las Matemáticas en una instrucción mecánica que las condena, en la mayoría de los casos, a aparecer como un conocimiento oscuro y con escaso sentido.

En la medida en que podamos ampliar los significados de las ideas matemáticas y vincularlos con manifestaciones culturales más amplias, la enseñanza de las matemáticas no sólo aparecerá con más sentido, sino que deberá permitirnos explorar la propia naturaleza cultural de nuestras Matemáticas y la manera en que éstas contribuyen a formar los paradigmas con los que entendemos nuestra realidad.

Tal vez estas afirmaciones parezcan ambiciosas, pero creo que el camino señalado por Bishop y que pretendo destacar en esta tesis, nos permite afirmar que esto es posible e incentiva estudios posteriores que pretendan recorrerlo.

Reconocer el origen cultural de las matemáticas implica que la educación matemática, sus contenidos y estrategias didácticas, debe estar en función de la cultura a la que nos refiramos. Debe permitir valorar las ideas matemáticas desarrolladas por aquella cultura, en oposición a la tesis culturocéntrica que hoy predomina.

IV.2 *¿En dónde quedan nuestras Matemáticas?*

Desde esta perspectiva, nos podemos preguntar cuál es el lugar que deben ocupar nuestras Matemáticas, esa disciplina internacionalizada y bien delimitada que sin duda encuentra en esta época, en nuestra sociedad, sus tiempos de mayor desarrollo.

Por supuesto no es mi intención plantear aquí una separación entre los contenidos propios de las Matemáticas y la educación matemática en favor de un enfoque basado exclusivamente en nociones supra-Matemáticas que, de suyo, posean la cualidad de vincular aspectos culturales más amplios con ideas matemáticamente significativas. Una propuesta semejante negaría a las Matemáticas su lugar como manifestación cultural dentro de nuestra sociedad o, al menos, la relegaría dentro del conjunto de estas manifestaciones.
Ya decíamos que las Matemáticas, o tal vez deberíamos decir, la 'institución Matemática', refiriéndonos a los matemáticos, su quehacer y la estructura que los vincula, no son la simple actualidad de una acumulación enciclopédica de conocimientos ajena al momento histórico en que acaece. Por el contrario, constituyen una manifestación cultural, una actividad creativa con impulso propio que alberga sus propios paradigmas y un vehículo del pensamiento humano.
Diluir la trascendencia y la importancia de la actualidad de este movimiento (baste decir que la mitad de los matemáticos de la historia están aún vivos) dentro del ámbito educativo excluyendo sus contenidos, me parece, definitivamente, erróneo.
Sin embargo, su inclusión no puede estar justificada por la recurrente excusa de su utilidad o por el 'ejercicio de abstracción' que implica. Si reconocemos que las Matemáticas son una manifestación cultural, su inclusión en el ámbito educativo debe fundarse en el valor del capital cultural que representan, su vínculo con el resto de las manifestaciones culturales, el placer que representan como actividad creativa y vehículo del pensamiento, e incluso por sus virtudes estéticas.

Es claro que el primer reto que nos plantea esta perspectiva es fomentar estudios que pretendan indagar en la naturaleza cultural de nuestras Matemáticas, que nos permitan entender cómo es que nuestras ideas matemáticamente significativas se vinculan con construcciones culturales más amplias y que esclarezcan los valores asociados con las Matemáticas.
Desde mi punto de vista, reflexionar en este sentido no puede convertirse en un mero acopio de datos anecdóticos a incorporar en los programas de estudio, o en un nuevo compendio de 'problemas de la vida real' a incluir en los libros de texto. Tampoco debe convertirse, a partir de estudios crosculturales, en una revisión zoológica y enciclopédica de las ideas y técnicas matemáticas de otras culturas.

Es necesario llegar a una nueva concepción acerca de lo que son nuestras Matemáticas que nos permita entenderlas como un refinado elemento de un conjunto más amplio de conocimientos, que podemos denominar matemáticos, que tienen un origen cultural y que, en tanto actividad humana creativa, son de carácter histórico. Tal concepción sentará las bases para una reflexión más lúcida sobre la forma en que las Matemáticas deben incorporarse a los contenidos del sistema educativo.

IV.3 *Hacia una nueva educación matemática*

Desde mi punto de vista, esta reconceptualización de las Matemáticas desde la perspectiva cultural es la base que debe permitirnos repensar la enseñanza de las matemáticas para lograr que ésta deje de ser una mera instrucción mecánica, un mero compendio de técnicas útiles incapaz de vincularse con otros aspectos culturales.

La concepción que tienen los enseñantes respecto de las matemáticas es determinante en la manera en que encaran su enseñanza. "*Las propias convicciones de lo que es matemática afectan a la propia convicción de cómo debería ser presentada. La propia manera de presentarlo es una indicación de lo que uno cree que es lo más esencial en ello.*"[119]

Para Hersh "*la cuestión entonces no es ¿cuál es el mejor modo de enseñar?, sino ¿de qué tratan realmente las matemáticas?.*"[120]

Gómez Chacón apoya esta visión cuando afirma: "*Nuestra experiencia en capacitación de maestros nos muestra que los docentes no necesitan tanto conocer temas matemáticos de niveles superiores como conocer con mayor profundidad los mismos temas que ellos enseñan, y sobre todo, necesitan reconceptualizar su idea de lo que es hacer matemáticas, así como su idea de cómo se aprenden y cómo se enseñan.*"[121]

Entendiendo el fuerte componente cultural del conocimiento matemático, el sistema educativo y en particular los docentes, tienen en sus manos la posibilidad de adaptar los contenidos y presentación en función del grupo cultural particular al que esté dirigido.

Por otro lado, es evidente, desde esta perspectiva, que el traslado de planes y programas de estudio así como la adopción de técnicas y materiales didácticos llevada a cabo de forma mecánica para reproducir resultados obtenidos en contextos diversos es un mecanismo que seguramente arrojará pobres resultados, además de limitar la reflexión que posibilite un diseño de contenidos que esté de acuerdo con las necesidades y expectativas del grupo al que se aplique. Sin duda no es posible desarrollar modelos curriculares que satisfagan por igual las necesidades, necesariamente diversas, de distintos grupos culturales.

Sin embargo, creo que es posible delinear algunas cuestiones básicas en este sentido.

Bishop plantea en su libro una propuesta curricular amplia y general que pretende delinear algunas cuestiones básicas. Aunque no es mi intención discutir aquí su propuesta, creo que su lectura es interesante y debe contribuir a una reflexión más amplia sobre el tema.

Desde mi punto de vista, cualquier reflexión en este sentido debe considerar que la enseñanza de las matemáticas debe atender las necesidades de todos los educandos por igual, debe incorporar una perspectiva que integre el conocimiento matemático, así con minúsculas, junto a los contenidos Matemáticos, destacando los vínculos con otros aspectos culturales, así como la forma en que este conocimiento contribuye a formar los paradigmas propios del grupo al que se refieran. Debe fomentar la búsqueda de nuevas perspectivas y alternativas como elementos constitutivos de las matemáticas como forma de teorización.

[119] Hersh, *op. cit.* En Gómez Chacón, *op. cit.*, p. 74.
[120] *Ibíd.*
[121] Gómez Chacón, *op. cit.*, p. 56.

Debe, en fin, dejar de lado la visión de las matemáticas como una forma de hacer, y acercarnos a éstas como una forma de conocer.

IV.4 *La dimensión afectiva*

Ya en el segundo capítulo destacábamos la importancia del dominio afectivo dentro del contexto de la enseñanza de las matemáticas, considerando la perspectiva de Gómez Chacón.

Si bien no pretendo extenderme mucho más en este sentido, quisiera hacer notar de qué manera esta perspectiva apoya la posición que intento destacar.

Para la autora, las creencias y valores en relación con las matemáticas son fuertes condicionantes del entorno afectivo y de la respuesta actitudinal y emocional dentro del proceso de enseñanza aprendizaje. De igual forma, la comunicación e interacción en el aula, la interacción social y el contexto cultural, constituyen otro grupo de condicionantes. Para Gómez Chacón resulta crucial que los profesores de matemáticas sean conscientes de este hecho.

"*La enseñanza de las matemáticas no es ajena a las concepciones acerca de lo que es el conocimiento matemático. Muchas de las ideas sobre esta materia están enraizadas en las distintas visiones de la Filosofía de la Matemática. Por ello es importante ayudar al profesorado a confrontarse con las propias concepciones epistemológicas de la matemática que indudablemente influyen en las prácticas de enseñanza.*"[122]

Desde su perspectiva, "*la práctica educativa tiene que tomar conciencia de los continuos mensajes que estudiantes reciben sobre qué significa conocer matemáticas y sobre cuál es el significado social de su aprendizaje. Debería tener en cuenta que la estructura del autoconcepto como aprendiz de matemáticas está relacionada con sus actitudes, con la perspectiva del mundo matemático y con su identidad social.*"[123]

Considerar el conocimiento matemático más en términos de su naturaleza social y cultural, para desde ahí reexaminar las creencias con él asociadas, debería ayudar a abrir la enseñanza de las matemáticas a la identidad social del aprendiz.

"*Un desarrollo óptimo de la dimensión afectiva en el aula de matemáticas requiere aportar modelos de situaciones que permitan descubrir y liberar creencias limitativas del alumnado, incorporar la experiencia vital y estimar la emoción y el afecto como vehículos del conocimiento matemático. Todo demanda que el profesor se forme en aspectos matemáticos y didácticos específicos para ello –relativos al área de conocimientos de la sociología y psicología de la Educación Matemática- y realice experiencias de aula que contribuyan al desarrollo de los afectos como vehículos del conocimiento matemático.*"[124]

Sin duda, el componente afectivo de la enseñanza de las matemáticas constituye una arista importante dentro del problema que hemos planteado. Sería erróneo no considerarlo o minimizarlo. Estoy convencido de que cualquier aproximación a este problema debe ponderar con justicia este factor si pretende proponer una línea de acción definida.

En el contexto de esta tesis no pretendo ahondar en esta reflexión, no tanto por creerla suficientemente atendida como por carecer de los elementos necesarios para hacerlo. Pero

[122] *Ibíd.*, p. 29.
[123] *Ibíd.*, p. 155.
[124] *Ibíd.*, p. 28.

creo que cualquier esfuerzo posterior me impondrá la necesidad de desarrollarla extensamente.

IV.5 *Sobre la hegemonía y la educación matemática*

Quisiera retomar ahora la perspectiva asumida en el primer capítulo, que pareciera ausente dentro de éste. Creo que el análisis que pretendo hacer sería incompleto si dejase de lado la cuestión fundamental del rol de la escuela y de las ciencias dentro de nuestra sociedad.

Desde mi perspectiva, el cambio en la enseñanza de las matemáticas no pasa exclusivamente por una revisión de sus contenidos, enfoque y técnicas pedagógicas; es necesario rebasar los límites impuestos a la escuela que la relegan a ser una instancia más de la reproducción cultural, supeditada al control hegemónico.

Sería ingenuo pretender un cambio en el sentido que hemos destacado si consideramos que el sistema educativo presenta un carácter primordialmente domesticador en nuestra sociedad.

Considero imprescindible combatir este modelo 'domesticador' de la enseñanza en favor de otro 'liberador', en el sentido que Paulo Freire otorga a este término.

La enseñanza de las matemáticas, en tal contexto, debe contribuir a formar una visión de las matemáticas (y las Matemáticas), y de las ciencias en general, que destaque su componente histórico y cultural en oposición a su caracterización apolítica, universal y neutral. Una visión que devele críticamente los valores con que está asociada y el discurso de poder que subyace a su enseñanza.

En el caso de los países como el nuestro, que desde el discurso hegemónico aparecen como relegados a un rol meramente maquilador y cuyos habitantes, en su mayoría, no parecen estar mas que llamados a engrosar las filas de los excluidos, la labor que se impone es gestar una enseñanza capaz de vincular las matemáticas al resto de los conocimientos y las manifestaciones culturales, que satisfaga las necesidades específicas del grupo al que la refiramos y que esté comprometida con el momento histórico en que acontece. Que nos permita revalorar los conocimientos matemáticos propios y al mismo tiempo el resto de los conocimientos y manifestaciones culturales con que están asociados.

Debemos desmitificar la historia oficial de las matemáticas, culturocéntrica y etnocéntrica, para incluir en el imaginario de los niños de estos países, como posibilidad, la idea de ser matemáticos.

Quisiera destacar que una praxis educativa distinta no es el paso previo necesario para una nueva práctica de la educación matemática. La reconceptualización del conocimiento matemático, en el sentido que hemos descrito, nos propone, por sí misma, considerar las matemáticas como una forma de teorización. En este sentido, la praxis de esta forma particular de teorización lleva en su seno la reflexión, el racionalismo y la expresión creativa; lejos de ser una disciplina ingenua y mecanicista basada en el hacer, es de suyo una forma de conocer y repensar la realidad. Así, al igual que una nueva práctica de su enseñanza nos debe llevar a la reconceptualización del conocimiento matemático, éste, recíprocamente, nos lleva a reflexionar sobre el proceso de enseñanza aprendizaje.

Mutuamente implicadas, ambas deben ser entendidas como una unidad dialéctica dentro de la problemática de la educación matemática.

Desde esta lógica, esta reflexión nos debe llevar también a develar críticamente los vínculos específicos entre el desarrollo científico y el poder hegemónico, así como el rol de la ciencia en la sociedad capitalista en que vivimos.

Respecto al vínculo entre matemáticas y ciencia, Courant, en la introducción de su libro '*Qué es la matemática*', considera que "*la meta será una verdadera comprensión de la matemática como un todo orgánico y como base para el pensamiento y la acción científicos.*"[125]

Si consideramos las matemáticas como una forma de teorización, más que referirse a ellas como un 'lenguaje útil', o una mera herramienta, Courant nos propone una manera de explorar y conocer la realidad.

Convencidos de esta posibilidad, debemos asumir que en el caso del conocimiento matemático, como en el de cualquier tipo de conocimiento, "*estudiar no es consumir ideas, sino crearlas y recrearlas.*"[126] En el caso de las Matemáticas, como bien dice Courant, "*un contacto real con el contenido de la matemática viva es necesario.*"[127]

[125] Courant. *op. cit.*, p. ix.
[126] Freire, *El acto de...* p. 97.
[127] Courant, *op. cit.*, p. ix.

IV.6 *Sobre las matemáticas y la formación matemática*

Este último apartado es producto de la investigación de esta tesis. Me pareció indispensable incluirlo no por ser trascendente dentro de este escrito, sino como reflexión acerca del ambiente académico en el que me he formado y su relación con la enseñanza de las matemáticas.

Los últimos años de mi vida he estudiado en la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de México dentro de la carrera de Matemáticas.

Una de las peculiaridades del programa de estudios de esta carrera es que la mitad de los créditos que deben ser aprobados se obtienen cursando materias 'optativas'; esto es, eligiendo dentro de una extensa lista de materias aquéllas que son de interés personal.

Dentro del conjunto de todas las materias, tanto optativas como obligatorias, la mayoría de éstas se inscribirían dentro del conjunto de las que poseen una temática estrictamente Matemática; alejadas de disquisiciones acerca de la historia, la filosofía o la enseñanza de las matemáticas (y de las Matemáticas). Sólo una minoría aborda estas cuestiones, y sin duda no son las más solicitadas.

Más allá de que existan estas materias y que tengan contenidos bien estructurados y definidos, tengo la sensación de que el común de los estudiantes las considera un tanto alejadas del 'verdadero' sentido de la carrera, que consideran inscrito dentro de los límites de lo estrictamente Matemático.

Incluso me atrevo a decir que gran parte de los alumnos que optan por alguna de las materias de este grupo consideran que el mayor aporte que les puede proporcionar su estudio es la cantidad de créditos que corresponden a la materia. Incluso tengo la sensación de que esta práctica se ha solidificado como actitud y es parte de la forma en que la mayoría de los alumnos conciben la carrera.

Esta visión y la consecuente mediocridad percibible dentro del estudio relacionado con estos temas han sido descuidadas por gran cantidad de maestros de la facultad y de manera clara por sus autoridades.

Por supuesto hablo de mis impresiones y sensaciones subjetivas y cualquier intento serio de hacer una crítica al respecto debería tener una mejor fundamentación. Pero siguiendo esta línea de ideas y basándome en lo que significó para mí, a nivel formativo, la investigación y factura de esta tesis, debo decir que los contenidos metamatemáticos referentes a la filosofía e historia de las matemáticas, así como a su enseñanza y la teoría que subyace a ésta, son capaces de aportar una perspectiva sumamente lúcida y constructiva de aquellos conocimientos que podríamos catalogar como estrictamente Matemáticos, y de hecho, conforman por derecho propio un área de investigación y reflexión sumamente rica, abordable desde la formación matemática.

Recíprocamente, la formación en temas estrictamente matemáticos provee una visión particularmente rica acerca de los temas metamatemáticos a quien los aborda desde esta óptica.

En suma, considero que cualquiera que adolezca de una de estas partes posee una visión fraccionada del conocimiento matemático.
Si bien esto no quiere decir que ambas sean necesarias al abordar cualquiera de las dos áreas, considero que en la etapa formativa de los alumnos de la facultad sería sumamente edificante incluir contenidos metamatemáticos dentro de un programa que presuponga una participación comprometida dentro de esta temática.

Me siento totalmente incapaz de hacer una sugerencia concreta en este sentido que vaya más allá de lo dicho en esta tesis; pero valga la crítica y el consejo a aquellos a quien les atañe.

Bibliografía

Alvarez, Carlos et al., *La función ideológica de la noción de ciencia.* En: **Revalorización social de la ciencia** (antología), México. UNAM Facultad de Ciencias, 1984.

Bergamini, David, *Matemáticas*, Colección científica de Time Life, trad. Ramón Garcés y Victorino Pérez, México. Ediciones Culturales Internacionales, segunda edición, 1989.

Bishop, Alan, *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*, trad. Genís Sánchez Barberán, España. Paidós, 1999.

Block, David et al., *Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las matemáticas en los primeros grados de la primaria.* En: revista **Educación matemática** Vol. 3 No. 3 Diciembre 1991, México. Iberoamericana. Pp. 40-56.

Bordieu, Pierre, *La escuela como fuerza conservadora: desigualdades escolares y culturales.* En: **La nueva sociología de la educación**, Patricia De Leonardo (comp.), México. SEP, El Caballito, 1986. Pp. 103-130.

Burns Glynn, William, *Legado de los amautas*, Perú. Ital Perú, 1990.

Calderón, Héctor, *La ciencia matemática de los mayas*, México. Orión, 1966.

Capra, Fritjof, *El tao de la física*, trad. Alma Alicia Martell Moreno, España. Sirio, 1983.

Charnay, Roland, *Aprender (por medio de) la resolución de problemas.* En: **Construcción del conocimiento matemático en la escuela: Antología básica**, México. UPN, 1995. pp. 15-25.

Chevallard, Yves et al., *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, México. SEP, 1998.

Cinni, Marcelo, *No neutralidad de la ciencia.* En: **Revalorización social de la ciencia** (antología), México. UNAM Facultad de Ciencias, 1984.

Comte, Augusto, *La filosofía positiva*, México. Porrúa, 1998.

Courant, Robert y Robbins, Herbert, *¿Qué es la matemática?*, Madrid. Aguilar, 1979.

De Guzmán, Miguel, *Juegos matemáticos en la enseñanza*, Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Santa Cruz de Tenerife, 10-14 septiembre 1984.

De Leonardo, Patricia (comp.), *La nueva sociología de la educación*, México. SEP, El Caballito, 1986.

Erro, Luis Enrique. *El pensamiento matemático contemporáneo*, México. IPN, 1986.

Freire, Paulo, *Alfabetización y educación liberadora*. En: **Corrientes pedagógicas contemporáneas: Antología básica**, México. UPN, 1995. pp. 109-121.

Freire, Paulo, *El acto de estudiar*. En: **Corrientes pedagógicas contemporáneas: Antología básica**, México. UPN, 1995. pp. 95-108.

Freire, Paulo, *La importancia de leer y el proceso de liberación*, México. Siglo XXI, séptima edición, 1990.

Giroux, Henry, *Más allá de la teoría de la correspondencia. Notas sobre la dinámica de la reproducción y la transformación educativa*. En: **La nueva sociología de la educación**, Patricia De Leonardo (comp.), México. SEP, El Caballito, 1986. Pp. 21-66.

Gómez Chacón, Inés Ma., *Matemática emocional*, España. Narcea, 2000.

Gramsci, Antonio, *Selections From Prision Notebooks*, (Editors And Translators, Quinten and Geoffrey Smith), N. York, Interrnational Publishers, 1971.

Kline, Morris, *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar*, México. Siglo XXI, quinta edición, 1980.

Mancera, Eduardo, *La matemática de la educación básica: el enfoque de la modernización educativa*. En: revista **Educación matemática** Vol. 3 No. 3 Diciembre 1991, México. Iberoamericana. Pp. 5-10.

Mc Laren, Peter, *El surgimiento de la pedagogía crítica*. En: **Corrientes pedagógicas contemporáneas: Antología básica**, México. UPN, 1995. pp. 76-81.

Newman, James (comp.), *La forma del pensamiento matemático*, México. Grijalbo, 1974.

Peirce, Charles Sanders, *La esencia de la matemática*. En: **La forma del pensamiento matemático**, James Newman (comp.), México. Grijalbo, 1974. Pp. 30-46.

Poincaré, Henri, *Filosofía de la ciencia*, México. UNAM, 1978.

Rojano, Teresa, *El álgebra en el curriculum de la secundaria. La reforma de los 90's*. En: revista **Educación matemática** Vol. 3 No. 3 Diciembre 1991, México. Iberoamericana. Pp. 3-4.

SEP, *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas*, México. segunda edición, 2000.

SEP, *Libro para el maestro. Educación secundaria. Matemáticas*, México. 1995.

UNAM Facultad de Ciencias, *Revalorización social de la ciencia* (antología), México, 1984.

Weyl, Hermann, *El modo matemático de pensar*. En: **La forma del pensamiento matemático**, James Newman (comp.), México. Grijalbo, 1974. Pp. 118-146

Wilber, Ken (comp.), *Cuestiones cuánticas*, trad. Pedro de Casso, España. Kairós, quinta edición, 1998.

Williams, Raymond, *Los significados de "reproducción"*. En: **La nueva sociología de la educación**, Patricia De Leonardo (comp.), México. SEP, El Caballito, 1986. Pp. 131-156.