

01162



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PLANTEAMIENTO DE UN MODELO NUMÉRICO PARA
LA SIMULACIÓN DE LA RUGOSIDAD HORIZONTAL**

T E S I S

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA
(HIDRÁULICA)**

**PRESENTA
CÉSAR VELÁZQUEZ MIRELES**

**DIRECTOR DE TESIS
Dr. JESÚS GRACIA SÁNCHEZ**



MÉXICO, D.F.

OCTUBRE DE 2003



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

A MI ABUELO[†]

MANUEL MIRELES TORRES

Quien desde niño me auguró grandes triunfos, a ti Papá Bigotes

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: César Velázquez Mireles

FECHA: 6- Enero-2004

FIRMA: 

DEDICATORIAS

A Dios

Por ser mi sentido de vida

A mis padres

A ustedes papás, a quienes debo lo que soy y he querido ser, quienes siempre han sido ejemplo e inspiración en mi vida. A ustedes porque fue su máximo el crecimiento a través del estudio y el esfuerzo, les agradezco también, por las lágrimas derramadas. Si hoy me considero un hombre con valores, tanto éticos como morales y sociales, es porque los heredé de ustedes. Gracias papás, por cuidarme y en cada momento hacerme sentir especial y por recordarme que no puedo darme el lujo de desfallecer en ningún instante.

A Gaby

Por tu amor, apoyo y compañía en cada etapa del camino que hemos recorrido juntos y, también en aquellos momentos difíciles. Gracias por tu amor, por ser una gran compañera, por el gran apoyo, por brindarme comprensión y sobretodo por ser mi esposa. Mi querida Mimí, gracias por hacer de esos instantes un verdadero vivir.

A mis hermanos

Mirna Angélica, David, Elizabeth y Nancy Ivonne por su apoyo, compañía y cariño incondicional; por su estímulo para poder continuar con mis estudios; gracias por ser como son conmigo, espero nunca decepcionarlos; los quiero mucho.

A mis Sobrinas

Ingrid, Elizabeth Deneb e Iris Altaír por todas las alegrías vividas y por vivir; las pequeñas que han alegrado mi corazón.

A mis familiares y amigos

A todos los que no he mencionado y me han entregado su amor y apoyo siempre. A todas las personas cercanas que han creído en mí, a aquellas que me han devuelto una sonrisa, gracias; por compartir y dedicar gran parte de sus vidas conmigo y por darme aliento para la ardua tarea de caminar hacia la perspectiva de un nuevo día; de verdad serán inolvidables.

AGRADECIMIENTOS

Este tema de tesis, se desarrolló en el Instituto de Ingeniería como becario del mismo. Le agradezco al M. en I. Víctor Franco por el apoyo brindado desde el inicio de la maestría.

A los Sinodales, Dr. Jesús Gracia Sánchez, Dr. Rolando Springall, Dr. Carlos A. Escalante Sandoval, Dr. Óscar Fuentes Mariles y M. en I. Víctor Franco, se les agradece las observaciones realizadas al trabajo, al mejorar con ello los objetivos alcanzados.

En especial al Dr. Jesús Gracia Sánchez, quien me dedicó su valioso tiempo y experiencia en este trabajo. Es un ejemplo a seguir y que le reitero las gracias por su apoyo proporcionado.

A los catedráticos que me ayudaron en todo el proceso de la especialización; además, a todos aquellos que no he mencionado pero que tienen alguna relación conmigo, también les doy las gracias. Puesto que son muchos, no los nombraré, pero ellas y ellos ya saben quienes son.

ÍNDICE

	Pag.
1. <u>INTRODUCCIÓN</u>	3
2. <u>ESTADO DEL ARTE</u>	5
3. <u>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</u>	15
4. <u>PLANTEAMIENTO ANALÍTICO DEL PROBLEMA</u>	24
5. <u>DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO</u>	29
6. <u>EJEMPLO DE APLICACIÓN</u>	39
7. <u>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</u>	52
<u>ANEXOS</u>	56
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	80

Léeme lector, si te deleitas en mí; porque rarísimas veces he renacido al mundo. Porque la paciencia para tal profesión se encuentra en pocos que quieran componer de nuevo semejantes cosas. ¡Y venid, hombres, a ver los milagros que por tales estudios se descubren en la naturaleza!

Carlo Zammattio

OBJETIVO

El objetivo principal de este trabajo es presentar ecuaciones que permitan determinar *un modelo numérico el cual represente el funcionamiento de la rugosidad horizontal artificial. Y, que por efecto de éste, disminuya la velocidad del flujo, pero a su vez, no cambie el régimen del mismo.* Existen dos ecuaciones características que se proponen para obtener dicha rugosidad y se basan en números adimensionales. El factor adimensional *facI* depende de dos ecuaciones características muy importantes en el desarrollo del modelo, una es el número de Froude; y la otra, la pendiente entre escalones ($Se = \sigma/\lambda$). Los resultados se comparan con el proyecto de encauzamiento hecho en un tramo de la Barranca La Pastora, afluente del río San Joaquín, ubicado en la colindancia con el predio Loreto de la Palma, Delegación Cuajimalpa, Ciudad de México, y revisado por la Comisión Nacional del Agua, en agosto de 2002.

El modelo permite obtener las cotas de fondo del canal, los tirantes, la velocidad media y el número de Froude, para distintas secciones. Las ecuaciones fueron deducidas a partir de las ecuaciones obtenidas por los rusos Zamarín y Fandiev para estimar la rugosidad horizontal de fondo, y por medio de la ecuación de la energía.

1. INTRODUCCIÓN

En canales revestidos de fuerte pendiente se pueden alcanzar velocidades tan grandes que, si la corriente lleva material sólido en suspensión, tengan una capacidad erosiva muy fuerte y, al mismo tiempo, producen grandes sobrelevaciones del nivel del agua en las curvas horizontales, ocasionando que el agua se salga en alguna de ellas. A tal efecto, para disminuir la velocidad se puede colocar en las rápidas una rugosidad artificial adecuada de manera que, a cambio de tener secciones transversales más grandes, se consiga un funcionamiento más estable y una menor capacidad erosiva¹.

Existen varios procedimientos para diseñar rugosidad artificial, como son los geotextiles, el uso de vegetación, o algún otro material; por tal motivo, existe cierta competencia entre empresas especialistas que proporcionan diferentes productos que se venden en el mercado;

¹ Sánchez Bribiesca, José L[†]; Gracia Sánchez, Jesús; Franco, Víctor. Revisión crítica de las ecuaciones para determinar el efecto de la rugosidad artificial en rápidas.

sin embargo, el costo para obtenerlos es muy caro, puesto que, además del material, debe considerarse el traslado del mismo a la zona en proyecto.

Por lo tanto, en esta investigación se desarrolla una metodología que proporciona una solución más sencilla, ya que su costo puede ser menor, a lo expuesto anteriormente.

Zamarín y Fandieiev (1972) proponen distintas aproximaciones empíricas para estimar una rugosidad artificial, con base a varias investigaciones, las que según estos autores han sido utilizadas con éxito en la solución de un buen número de problemas. Las dimensiones de los elementos que configuran los distintos tipos de rugosidad artificial se determinan mediante fórmulas específicas para cada caso².

Con el propósito de analizar tales ecuaciones, en esta investigación se desarrollarán y propondrán nuevas ecuaciones empíricas, al tomar como referencia las investigaciones hechas por Zamarín y Fandieiev (1972) como apoyo para obtener una forma más sencilla y práctica el valor de la de rugosidad artificial. La variante que se presenta en este trabajo consiste en el análisis de la rugosidad horizontal planteada.

En breve forma se describe el contenido del trabajo. En el capítulo uno se hace una pequeña introducción acerca de la problemática que se pretende abordar y el planteamiento general de una alternativa de solución con respecto a la generación de rugosidad artificial. En el capítulo dos describe el estado del arte sobre este tema a nivel mundial. En el capítulo tres se presenta en detalle el planteamiento del problema, en donde se realiza un análisis del comportamiento de la rugosidad superficial. En el capítulo cuatro se ofrece un planteamiento analítico del problema. En el capítulo cinco se proporciona paso a paso el desarrollo del modelo matemático. En el capítulo seis se realiza un ejemplo de aplicación utilizando el modelo para un proyecto de encauzamiento en el D.F. revisado por la Comisión Nacional del Agua (CNA). En el capítulo siete se describen las conclusiones y recomendaciones. Además de anexos que contienen los modelos realizados en el transcurso de esta investigación; y una bibliografía.

² E.A. Zamarin y V.V. Fandieiev. Gidrotejnichiskie Sooruyinia.

2. ESTADO DEL ARTE

Un problema importante en ríos y canales es la alta velocidad del flujo ya que causa la erosión del fondo y las márgenes, así como un alto volumen del material de arrastre. Por esta razón se necesitan alternativas para controlar la erosión. Un procedimiento es la rugosidad artificial, ya sea en el fondo o en las paredes del cauce o del canal. La rugosidad es el conjunto de irregularidades que presenta la superficie de una superficie, por lo que la rugosidad artificial es la adición o colocación de ciertos materiales para producir la rugosidad requerida.

CANALES ABIERTOS³

Los canales se pueden clasificar en naturales y artificiales. Los primeros son los ríos; los segundos, los construidos por el hombre, de estos se mencionan algunos tipos por su uso, como son: el control del escurrimiento de un río, agua potable, riego, drenaje, energía hidroeléctrica. Estos tienen la finalidad de conducir los caudales de captación desde la obra de

³ Camargo Hdez, Jaime y Franco, Víctor. Hidráulica de Canales.

toma hasta el lugar de carga o distribución, de acuerdo a la naturaleza del proyecto, en condiciones que permitan transportar los volúmenes necesarios para cubrir la demanda.

En general, el canal es la obra que requiere más inversión comparada con las demás obras civiles de un sistema hidráulico; ya que, debido a su longitud y condiciones topográficas, los volúmenes de excavación y materiales de construcción, son muy altos. En ocasiones superan en general al resto de obras civiles (obra de toma, cámara de carga o tanque de almacenamiento). En muchos casos, el costo de inversión del canal es fundamental para establecer la viabilidad de un proyecto.

Para el diseño de un canal artificial se acepta que el escurrimiento se desarrollará en condiciones de flujo uniforme. El flujo no uniforme se presentará en situaciones de cambios en la pendiente, rugosidad, dimensiones de la sección, embalsamientos, caídas o por cambios inducidos por la operación de órganos de operación y seguridad.

La velocidad media de flujo en un canal se determina por medio de la fórmula desarrollada por Chezy:

$$v = C\sqrt{RS} \quad (2.1)$$

Aplicando la ley de continuidad se obtiene la capacidad de conducción:

$$Q = AC\sqrt{RS} \quad (2.2)$$

Donde:

- v Velocidad media de flujo, en m/s
- C Coeficiente de Chezy, *adimensional*
- R Radio hidráulico, en m
- S Pendiente hidráulica, *adimensional*
- Q Caudal, en m^3/s
- A Area de flujo efectivo, en m^2

El caudal Q es la capacidad de conducción; la pendiente hidráulica del canal que es función de las condiciones topográficas, podrá estar asociada al mismo tiempo a las velocidades

límites; éstas se establecerán con base en las características del material de las paredes del canal y deberá tomar en cuenta la probabilidad de erosión y sedimentación.

De acuerdo a Manning-Strickler, el coeficiente de Chezy adquiere la siguiente forma:

$$C = ksR^{1/6} \quad (2.3)$$

donde:

ks coeficiente de fricción de Manning-Strickler, en $m^{1/3}/s$

R Radio hidráulico, en m

Por lo que la capacidad de conducción del canal se expresa por medio de la fórmula siguiente:

$$Q = AksR^{2/3}S^{1/2} \quad (2.4)$$

El coeficiente de fricción de Manning-Strickler depende del tipo de material que conforma el perímetro mojado, el caudal y las características morfológicas del canal. La influencia de la rugosidad será mayor para caudales menores, reduciéndose en función del incremento de este último. Por otra parte, la configuración en planta del canal también tendrá efectos sobre la rugosidad, siendo mayor para trayectorias con numerosas curvas y cambios de sección; sin embargo, esta influencia sólo es posible determinarla en la práctica, mediante mediciones en canales existentes.

El diseño de un canal requiere de la revisión de las velocidades medias del flujo, de manera que no ocurra sedimentación ni erosión; en el primer caso, se refiere a la velocidad mínima o velocidad "que no sedimenta", v_{ns} , y en el segundo, a la velocidad máxima o "velocidad no erosiva", v_{ne} .

Entre los primeros intentos para encontrar las relaciones hidráulicas de canales sin erosión ni sedimentación, se menciona lo desarrollado por el profesor inglés R.G. Kennedy, que presentó en 1895 una fórmula basada en el estudio del funcionamiento hidráulico de 22 canales de riego en la India, la misma que se expresa de la siguiente manera:

$$v_0 = Cy^{0.64} \quad (2.5)$$

Donde:

v_0 Velocidad media de flujo que no ocasiona sedimentación ni erosión, en *pies/s*

y Tirante de agua, en *pies*

C Coeficiente que depende de la firmeza del material que conforma el canal, el cual está asociado al grado de finura de las partículas del suelo.

Posteriormente, trabajos relacionados con el estudio de la Teoría de Régimen ampliaron los niveles de conocimiento sobre la estabilidad hidráulica de los canales; sin embargo, la aplicación de las fórmulas desarrolladas sobre la base de mediciones en canales naturales, requieren del conocimiento de los rangos de validez de las mismas y de las características particulares de los canales que sirvieron de modelo.

El diseño de un canal debe incorporar las medidas necesarias para evitar la sobresaturación de los taludes aledaños por efecto de la precipitación pluvial; entre ellos, se menciona un sistema de drenaje conformado por canales recolectores (zanjas de coronamiento) y alcantarillas, que se encargarán de conducir las aguas pluviales hacia cauces cercanos. En lo posible, se deberá complementar con medidas que permitan la protección de los suelos en los sectores contiguos al canal, por medio de material biológico (cobertura vegetal), combinadas con aplicaciones artificiales de protección adicional, por ejemplo: malla alveolar de geotextil, geomanta biodegradable, etc.

Fortier y Acobey (1925) obtienen conclusiones de la observación de un gran número de canales, que son importantes considerar, a saber:

- El material de los sedimentos depositados en los canales tienen diferentes tamaños, de manera que las partículas pequeñas rellenan los intersticios, conformando una capa más densa y estable. Los coloides presentes en el material sedimentado tienden a cementar las partículas de arcilla, cieno, arena y grava, incrementado la resistencia a la erosión hídrica.

- Los canales de riego se calculan para las condiciones de velocidad admisible, en el entendido que el caudal máximo se alcanza de manera gradual, al incrementarse paulatinamente la demanda de agua de las zonas de riego. Durante este período el perímetro mojado se irá asentando, incrementado la resistencia a la erosión.
- Los canales en centrales hidroeléctricas probablemente trabajan con el caudal máximo de proyecto, en un corto tiempo, por lo que es conveniente se aplique una velocidad de diseño más conservadora.
- Se recomienda en canales nuevos, controlar el escurrimiento con velocidades menores a la máxima admisible, por medio de las compuertas de control.

DISEÑO DE CANALES NATURALES⁴

En el caso de avenidas es necesario conocer el efecto de los remansos a lo largo del cauce. El efecto de remanso incrementa el nivel aguas arriba de la corriente, esto debido a que aguas abajo se encuentra alguna obra hidráulica, un estrechamiento, o alguna estructura que controle la circulación de la corriente. Una estructura o rugosidad que genera un remanso se conoce como punto de control, al originar una relación única entre el tirante y el gasto.

Se cree que los remansos se generan solamente por las presas. En realidad, cualquier elemento que modifique el flujo de la corriente produce un remanso. De aquí el objeto de conservar el control del flujo. Se presupone que al existir rugosidad artificial en algún canal, ya sea natural o artificial, ésta proporciona un efecto de remanso; de modo que, con ciertas condiciones, controle en cierta forma la erosión, y a su vez disminuya la velocidad del flujo.

Al analizar el flujo de una corriente por tramos, se observa el efecto del cambio de una sección transversal a otra. El que se representa por medio de la ecuación de la energía, que expresa las características hidráulicas entre dos secciones del flujo.

Estas características están representadas por dos aspectos importantes: las condiciones críticas y la velocidad del flujo; esto es, tirante crítico y número de Froude, respectivamente. Las

⁴ Ghosh, S.N. Boundary shear distribution in open channel flow.

cuales caracterizan el tipo de flujo del tramo analizado (supercrítico, subcrítico); y que, son función de la geometría de la sección del canal, y esta a su vez, se determina de cierta forma, por la rugosidad artificial o natural existente que se encuentre el flujo.

De lo anterior se desprende la importancia de la rugosidad, ya que ésta modifica de distintas formas al flujo, de tal manera que, eleva o disminuye el tirante de una corriente al depender de la magnitud de la rugosidad. Para ello se han hecho varios intentos para definir una metodología que ayude a inferir rugosidades en el flujo, ya sea en forma natural (troncos, rocas, estrechamientos), los cuales se encuentran en el fondo del cauce o por medios artificiales (revestimientos, geotextiles, etc).

La utilidad que tienen estas metodologías es la de evitar el desbordamiento o erosión de una corriente natural o artificial.

MÉTODOS PARA EL CONTROL DE LA EROSIÓN “ECTC “⁵

El uso de productos para el control de la erosión (Rolled Erosion-Control Products, RECP) ha crecido muy rápido. Se han desarrollado metodologías confiables para determinar la efectividad de la protección de taludes, rehabilitación de bancos en corrientes y aplicaciones para el revestimiento de canales. Existe una gran cantidad de materiales para estos usos.

Una de las organizaciones que se han encargado de lo anterior, es la *Erosion Control Technology Council* (ECTC), la cual ha implementado 13 productos para controlar la erosión (Niemeier y Rodencal, 1994). Otras organizaciones tales como la *International Erosion Control Association* (IECA) y la *American Society for Testing and Materials* (ASTM) enlistan un amplio soporte a la investigación y la industria manufacturera en la producción de estos materiales.

Existen dos tipos básicos de productos que controlan la erosión a corto y largo plazo: los degradables y los no degradables, respectivamente. Los productos degradables se usan para

⁵ Knight, D.W., and McDonald, J.A. Hydraulic resistance of artificial strip roughness.

proteger áreas de cultivo contra agentes ambientales tales como el viento, la lluvia, intemperismo, etc; mediante el incremento de la vegetación, para resistir las fuerzas erosivas; sin embargo estas acciones, son temporales. Los productos no degradables son aquellos que están formados por materiales sintéticos estabilizadores (Geotextiles) para proteger e inhibir la erosión, que dura mucho tiempo que las primeras.

Según las características hidráulicas (sección transversal, tirante, velocidad y gasto), se tiene una amplia variedad de materiales para revestimiento de canales, que se han mejorado con el tiempo. La introducción de productos RECP permite evaluar el reforzamiento de cauces en contra de la erosión. La *Hydraulic Engineering Circular Number 15* (HEC-15), publicada por la FHWA (1988) esta basada en materiales de revestimiento flexible (Chen y Cotton, 1988). En esta publicación se proponen valores de rugosidad para suelos desnudos, enrocamientos, revestimiento de talud, sistemas de fibras, etc, con una variedad de productos como mallas, colchones de barro y materiales sintéticos permanentes.

El reforzamiento de la vegetación para el control de la erosión va más allá de lo establecido por HEC-15 (Carroll, 1991; Dodson,1990; Hewlett,1987; Hoffman y Adamsky,1982; Theisen, 1992). Las herramientas de diseño para el cálculo son las básicas. Las condiciones de flujo en canales abiertos están en función de la geometría, la descarga, la rugosidad y la pendiente (French, 1985).

La velocidad en el canal se obtiene mediante la siguiente expresión

$$V = \frac{\phi}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \quad (2.6)$$

donde

V velocidad media en la sección, en m/s

ϕ factor de corrección ($\phi=1.49$ para el sistema inglés, $\phi=1.0$ para el S. I.), *adim*

n coeficiente de rugosidad de Manning, *adim*

R radio hidráulico, en m

S_f pendiente de fricción del canal, *adim*

La reducción (estrechamiento) ó fuerza tractiva es

$$Y = \delta R S_f \quad (2.7)$$

donde

Y estrechamiento promedio de la sección, en kg/m^2

δ unidad de peso del agua, $9.8 KN/m^3$

R radio hidráulico, en m

S_f pendiente de fricción del canal, *adim*

DISEÑO DE CANALES⁶

Para el revestimiento de canales hay una gama extensa de materiales de los cuales se pueden destacar los siguientes:

1. Revestimiento rígido impermeable
 - Concreto *in situ*
 - Suelo cementado
 - Enrocamiento con inyección o lechada de concreto precolado
 - Mampostería de piedra bruta
2. Revestimiento flexible y permeable permanente
 - Enrocamiento o rocas en bloque
 - Gaviones
 - Gravas
 - Sistemas de enclavamiento de concreto precolado
 - Unidades sintéticas de enclavamiento
 - Pastos y vegetación

3. Flexible temporales

- Suelo desnudo
- Malla con paja
- Caamo o yute zampeados

4. Otros (Tierra compactada)

La ventaja de los revestimientos anteriores es la de permitir entre otras cualidades, altas velocidades, minimizar el costo de excavación, prevenir infiltraciones, reducir el costo de mantenimiento, además de asegurar la estabilidad del canal con diferentes condiciones de flujo.

El procedimiento del diseño hidráulico consiste en:

- Determinar la geometría del canal
- Seleccionar la pendiente, rugosidad, para el gasto de diseño
- Considerar la mejor sección
- Resolver el balance de costos de excavación, de revestimiento
- La velocidad para prevenir la sedimentación y el crecimiento de vegetación
- Además verificar el número de Froude como condición principal

Lo anterior parece sustentarse de manera adecuada por los datos experimentales de muchas fuentes diferentes. El concepto también puede extenderse a superficies con rugosidad variable, utilizando valores promedio de las dimensiones de la rugosidad o combinando los factores de fricción para cada tipo de flujo, con el fin de obtener un factor de fricción global equivalente para el flujo.

En esta investigación se propone un tipo especial de rugosidad artificial para un canal de pendiente S y de sección rectangular de ancho b . Este método fue desarrollado por los rusos Zamarín y Fandiev (1972) los cuales indican que existen tres tipos comunes de rugosidad artificial.

⁶ Robinson, A.R., and Albertson, M.L. Artificial roughness standard for open channels.

El primer tipo se refiere a, la rugosidad de fondo, la cual esta constituida por travesaños horizontales, con una sección casi cuadrada y lado σ , normales al sentido de la corriente y a una equidistancia $\lambda = 8 \sigma$. El segundo tipo denominado rugosidad de pared, esta formado por parejas de travesaños verticales de sección cuadrada y lado σ , dispuestos con una equidistancia $\lambda = 12 \sigma$. El tercer tipo, rugosidad con rampas, esta formado por rampas de pendiente distinta de la del canal, que rematan en escalones de peralte σ , cuyas aristas son normales al sentido de la corriente y con una equidistancia $\lambda = 8 \sigma$. Para este trabajo solo se presentará el primer tipo (rugosidad de fondo), el cual se plantea en el capítulo siguiente.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Rugosidad Superficial

El concepto de la existencia de una subcapa laminar en la capa límite turbulenta ofrece una explicación del comportamiento de la rugosidad superficial. Para el régimen turbulento, el estudio del coeficiente de fricción es más complicado. El investigador alemán Ludwig Prandtl (1875-1953), quien expuso en 1904 su teoría de capa límite: *Si un cuerpo se moviera en el vacío o en el seno de un fluido no viscoso ($\mu = 0$), la resistencia sería nula, por lo que el desplazamiento del cuerpo no consumiría energía. Al ser el agua y el aire fluidos poco viscosos, puede parecer que ofrecerán poca resistencia al cuerpo (por ejemplo, un avión o un submarino), pero no es así: la resistencia es grande.* Prandtl descubrió que existe una capa próxima al contorno, a veces muy delgada, donde tiene lugar todo el gradiente de velocidades, ya que la velocidad debe reducirse desde su valor inicial hasta anularse en la pared. En definitiva la teoría postula que el estudio del movimiento de un líquido de pequeña viscosidad como el agua, podría asimilarse al de un líquido perfecto salvo en las proximidades de las paredes, en la cual se concentran los fenómenos de rozamiento y turbulencias.

Se comprueba experimentalmente que, en el contacto con las paredes, siempre persiste una delgada capa en que la capa límite es laminar, denominada subcapa laminar o capa viscosa, ya que al ser nula la velocidad del fluido en contacto con las paredes, el número de Reynolds (R_e) también debe disminuir hasta el valor cero. Por tanto, al ir separándonos de la pared el régimen es laminar hasta que R_e aumenta lo suficiente como para que el régimen sea turbulento. El conocimiento de la subcapa laminar es esencial para establecer el valor del coeficiente de fricción en régimen turbulento.

Con respecto a esta investigación, cuando se amplifica el perfil de la superficie de un canal (Fig.3.1), se observa que este se compone de picos y valles irregulares. La altura *efectiva* de las irregularidades que forman los elementos de la rugosidad se conoce como *altura de rugosidad* (k_c) de la figura 3.1. La altura de rugosidad es sólo una medida de la dimensión lineal de los elementos de rugosidad, pero no es necesariamente igual a la altura real o inclusive a la promedio. Por ejemplo, dos elementos con rugosidad pueden tener diferentes dimensiones lineales pero, debido a la diferencia en forma y orientación, pueden producir efectos de rugosidad idénticos y, por consiguiente, sus rugosidades serían designadas por la misma altura de rugosidad.

A la relación k_c / R de la altura de rugosidad con respecto al radio hidráulico se conoce como *rugosidad relativa*.

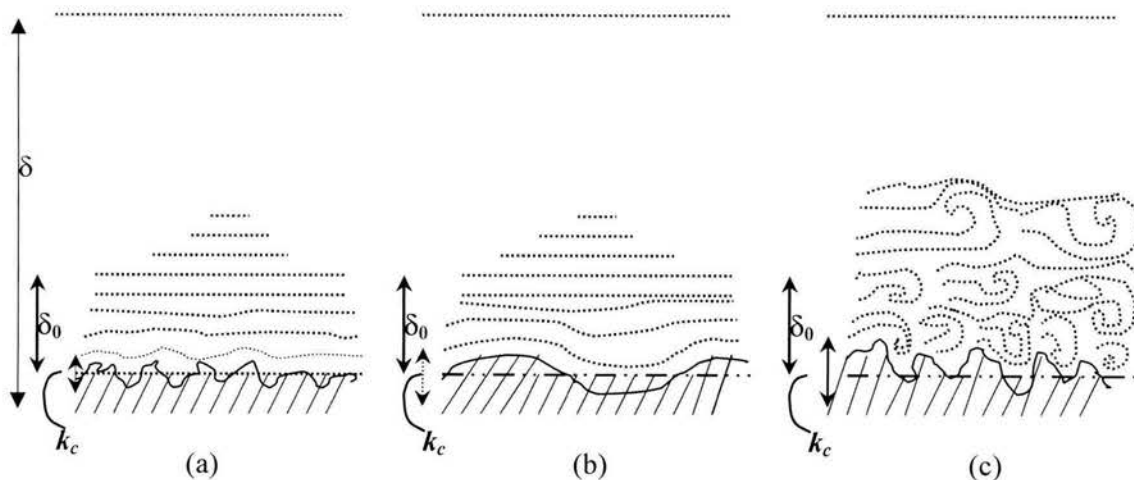


Figura 3.1. Naturaleza de la rugosidad superficial. (a) lisa; (b) ondulada; (c) rugosa.

Si la altura de la rugosidad es menor que una fracción determinada del espesor de la subcapa laminar, las irregularidades superficiales serán tan pequeñas que todos los elementos de rugosidad estarán sumergidos por completo en la subcapa laminar (figura 3.1-a); la posición desde la cual debe medirse la altura de rugosidad es un asunto discutible, aquí se acepta que k_c es medido desde un plano horizontal de referencia, que se localiza a una distancia de $0.5k_c$ por debajo del fondo promedio del canal. Con esta condición, la rugosidad no tiene efecto en el flujo fuera de la subcapa laminar, y se dice que la superficie es *hidráulicamente lisa*. Por otra parte, una superficie hidráulicamente es *ondulada* si el perfil superficial promedio sigue una curva suave (figura 3.1-b).

En relación con el flujo en tuberías o sobre placas planas con ángulo de incidencia cero, Schlichting (1951) recomienda la siguiente condición para que una superficie se considere como hidráulicamente lisa:

$$\frac{V_f k}{\nu} < 5 \quad \text{o} \quad k < \frac{5\nu}{V_f} \quad (3.1)$$

donde $V_f = \sqrt{gRS}$ un término conocido como velocidad de fricción; k es la rugosidad, ν es la viscosidad cinemática; g la aceleración de la gravedad; R el radio hidráulico y S la pendiente del canal.

A partir de la ecuación de Chezy y de la condición anterior, puede demostrarse que, para que una superficie sea hidráulicamente lisa, la altura de rugosidad debe ser menor que una *rugosidad crítica* k_c , expresada por:

$$k_c = \frac{5C}{\sqrt{g}} \frac{\nu}{V} \quad (3.2)$$

donde C es el coeficiente de la ecuación de Chezy, ν es la viscosidad cinemática y V es la velocidad media.

Según, la condición anterior se obtuvo por rugosidades medidas por arenas con valores de C probablemente mayores a 100. Para la condición promedio, Schlichting (ref. 7) proporciona $k_c = 100\nu/V$, que corresponde a $C = 113.5$. Como una aproximación a la ecuación (3.2) (figura

3.1-c), los elementos de rugosidad tendrán una magnitud y una angularidad suficientes para extender sus efectos por fuera de la subcapa laminar y por consiguiente perturbar el flujo en el canal. Por lo tanto, se dice que la superficie es, *rugosa*. En canales rugosos, la distribución de velocidades dependerá de la forma y del tamaño de las proyecciones de la rugosidad, y no es posible formarse una subcapa laminar estable.

La altura de rugosidad promedio para una superficie dada se determina experimentalmente. La Tabla 3.1 presenta valores de k_c para diferentes clases de material, promediados por varios datos experimentales.

El concepto de rugosidad fue desarrollado por Morris (1970), al suponer que la pérdida de energía en un flujo turbulento sobre una superficie rugosa se debe sobre todo a la formación de estelas por detrás de cada elemento de rugosidad. La intensidad de esas fuentes de vorticidad en la dirección del flujo determina, en gran medida, el carácter de la turbulencia y los fenómenos de disipación de energía en el flujo. Por consiguiente, el espaciamiento longitudinal λ de los elementos de rugosidad es la dimensión de rugosidad de mayor importancia del flujo. Bajo este concepto, el flujo sobre superficies rugosas se clasifica en tres tipos básicos (figura 3.2): *flujo con rugosidad aislada*, *flujo con interferencia de remolinos* y *flujo suavizado*.

<i>Material</i>	<i>k_c en pies</i>
Latón, cobre, plomo, vidrio.....	0.0001-0.0030
Hierro forjado, acero.....	0.0002-0.0080
Hierro fundido asfaltado.....	0.0004-0.0070
Hierro galvanizado.....	0.0005-0.0150
Hierro fundido.....	0.0008-0.0180
Listones de madera.....	0.0006-0.0030
Cemento.....	0.0013-0.0040
Concreto.....	0.0015-0.0100
Arcilla para tejas de drenaje.....	0.0020-0.0100
Acero remachado.....	0.0030-0.0300
Lecho de río natural.....	0.1000-3.0000

Tabla 1. Valores aproximados de la altura de la rugosidad k .

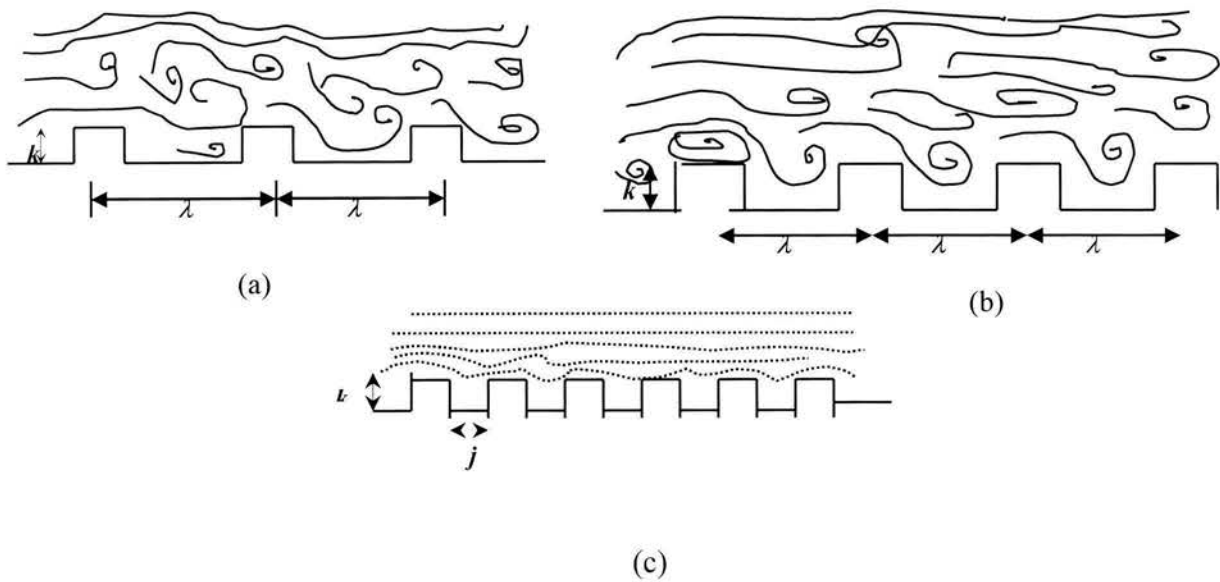


Fig. 3.2. Tipos de flujo sobre superficie rugosa: (a) F. Rugosidad aislada; (b) F. Interferencia de remolinos; (c) F. Cuasi liso.

El *flujo con rugosidad aislada* prevalece cuando los elementos de rugosidad están muy apartados uno del otro; de tal modo que, la estela y la vorticidad de cada elemento se desarrolla completamente y se disipa antes de que se alcance el siguiente elemento. La rugosidad aparente, por consiguiente, resultará de la fuerza de arrastre de los elementos de rugosidad, representada principalmente por la altura de la proyección k del elemento, en adición al arrastre por fricción sobre la superficie de la pared entre los elementos, la cual depende del espaciamiento de éstos. En este tipo de flujo, la relación k/λ puede tomarse como un parámetro de correlación significativo que influye el factor de fricción aparente en el flujo.

El *flujo con interferencia de remolinos* resulta cuando los elementos de rugosidad están colocados tan cerca unos de otros que las estelas y la vorticidad de cada elemento interfieren con aquellos desarrollados en el siguiente elemento, dando como resultado una vorticidad intensa y compleja y una mezcla turbulenta. En tal flujo, la altura del elemento es poco importante, pero el espaciamiento es obviamente de gran importancia. La profundidad promedio y del flujo por encima de las crestas de los elementos también controlará en parte la

extensión vertical de la región superficial de turbulencia anormal (Morris utilizó el radio de la tubería en lugar de la profundidad para definir el parámetro, debido a que él estaba interesado primordialmente en tuberías en lugar de canales). En tal flujo la relación y/λ será un parámetro de correlación importante.

El *flujo cuasi liso* ocurre cuando los elementos de rugosidad están tan cerca uno del otro que el flujo esencialmente se desliza por encima de la cresta de los elementos. Las ranuras entre los elementos se llenarán con agua muerta; es decir, agua estancada, creando una pseudopared y la superficie actúa como hidráulicamente lisa. En tal flujo la relación k/λ (o j/λ , donde j es el ancho de la ranura) de nuevo será un parámetro significativo. El flujo cuasi liso tiene un factor de fricción más grande que el flujo sobre una superficie realmente lisa, debido a que los remolinos en las ranuras consumen cierta cantidad de energía.

El concepto anterior parece sustentarse de manera adecuada por los datos experimentales de muchas fuentes diferentes; y, puede extenderse a superficies con rugosidad variable, al utilizar valores promedio de las dimensiones de la rugosidad o combinando los factores de fricción para cada tipo de flujo con el fin de obtener un factor de fricción global aparente para el flujo.

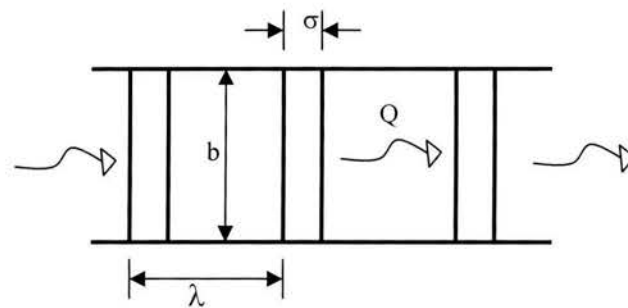
En este trabajo se propone un tipo especial de rugosidad artificial para un canal de pendiente S con sección rectangular de ancho b . Este método fue desarrollado por los rusos Zamarín y Fandiev los cuales indican que existen tres tipos comunes de rugosidad artificial, de los cuales sólo se analizará en este trabajo un solo tipo, denominado rugosidad de fondo. Esta constituido por travesaños horizontales, con una sección casi cuadrada y lado σ , normales al sentido de la corriente y a una equidistancia $\lambda = 8 \sigma$. El segundo tipo, rugosidad de pared, esta formado por parejas de travesaños verticales de sección cuadrada y lado σ , dispuestos con una equidistancia $\lambda = 12 \sigma$. El tercer tipo, rugosidad con rampas, esta formado por rampas de pendiente distinta de la del canal, que rematan en escalones de peralte σ , cuyas aristas son normales al sentido de la corriente y con una equidistancia $\lambda = 8 \sigma$. Para este trabajo solo se presentará el primer tipo (rugosidad de fondo), el cual se plantea a continuación.

Rugosidad de fondo

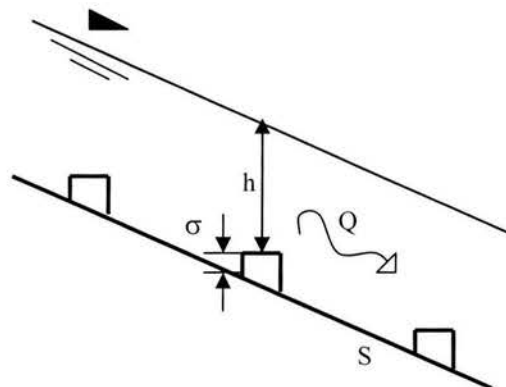
En las siguientes figuras se presentan los elementos que configuran una rugosidad de fondo, donde la huella de los travesaños es horizontal, de modo que su sección es casi cuadrada y de lado σ . Al escurrir un gasto Q , el desnivel entre la superficie libre del agua y la huella de los travesaños es h . Con estos datos se definen dos parámetros adimensionales:

$$\alpha_* = \frac{h}{\sigma} \quad (3.3)$$

$$\text{y} \quad \beta_* = \frac{b}{h} \quad (3.4)$$



PLANTA



PERFIL

De acuerdo con ello y dentro de los límites

$$8.0 \geq \alpha_* \geq 3.5 \quad (3.5)$$

$$6.0 \geq \beta_* \geq 1.0 \quad (3.6)$$

$$S \leq 0.15 \quad (3.7)$$

El coeficiente de rugosidad propuesto por Zamarín y Fandiev (al utilizar la ecuación de Chezy) es:

$$K = \frac{(47.5 - 1.2\alpha_* + 0.1\beta_*)}{1000} \quad (3.8)$$

Si se aplica la ecuación de Manning se obtiene:

$$K = \frac{(47.5 - 1.2\alpha_* + 0.1\beta_*)}{1000} \left(\frac{b(h + \sigma) + m(h + \sigma)^2}{b + 2(h + \sigma)\sqrt{1 + m^2}} \right)^{1/6} \quad (3.9)$$

Por otra parte, el área, el perímetro y el radio hidráulico para una sección trapecial se expresan como:

$$A = b(h + \sigma) + m(h + \sigma)^2 \quad (3.10)$$

$$P = b + 2(h + \sigma)\sqrt{1 + m^2} \quad (3.11)$$

$$\text{y } Rh = \frac{A}{P} \quad (3.12)$$

Sin embargo, cuando la sección del canal o encauzamiento sea rectangular el valor del talud m será igual a *cero*; por otro lado, la velocidad media y el gasto que circulan serán:

$$V = (SRh)^{0.5} / K \quad (3.13)$$

$$\text{y } Q = VA \quad (3.14)$$

Nótese que si en un canal son datos S y b , se podría determinar el valor de h si se selecciona σ y se escoge α_* dentro de los límites recomendados; y, a su vez, permitirá valuar β_* teniendo en cuenta los límites señalados con anterioridad. Así es posible determinar el factor

de rugosidad K con su ecuación correspondiente; además, del área A , el radio hidráulico Rh y finalmente la velocidad V y el gasto Q .

En cuanto al desarrollo del modelo numérico se señala que, se emplearon números adimensionales, los que permiten determinar la separación entre escalones y su tamaño.

Como se observa, se eligió este tipo de rugosidad por la facilidad de construcción. Otros métodos son más complejos en su cálculo y posiblemente más costosos.

Las desventajas del trabajo de Zamarín y Fandiev radica en las limitantes que existen en la separación entre travesaños (escalones) y su tamaño $\lambda=8\sigma$, además de los factores que proporciona el valor de K (α y β) que representa la rugosidad en el tramo entre secciones.

4. PLANTEAMIENTO ANALÍTICO DEL PROBLEMA

En este capítulo se describe el modelo matemático para el planteamiento analítico del problema. Al aplicar las ecuaciones de la energía y de continuidad se determinará el valor de los coeficientes de rugosidad K y de la separación entre travesaños, para obtener expresiones que permiten el cálculo teórico.

La ecuación de la energía esta dada por:

$$z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h \quad (4.1)$$

donde

$$\Delta h = h_f + h_L \quad (4.2)$$

además se sabe que

$$h_f = \left(\frac{vn}{Rh^{4/3}} \right) \Delta x \quad (4.3)$$

Se propone que K sea valuada con la ecuación para las pérdidas locales, donde K es un número dimensional el cual se debe buscar para encontrar la solución al problema de evaluar las pérdidas.

$$h_L = K \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (4.4)$$

Para el cálculo de las pérdidas, los datos que se necesitan son las características geométricas del canal (sección prismática: rectangular o trapecial), desnivel entre secciones, tirantes, ancho, talud (en caso de secciones trapeciales), además del gasto, rugosidad y pendiente del canal. En un principio, éstas se comparan con las establecidas por E. A. Zamarín y V. V. Fandieiev para verificar si se están dentro del rango recomendado.

Ahora bien, al tener algunos datos tales como el gasto, ancho del canal, distancia entre secciones (Δx), la pendiente y un tirante inicial; por medio de la ecuación de continuidad se proseguirá a lo siguiente:

$$q = \frac{Q}{b} \quad (4.5)$$

donde

q gasto unitario ($m^3/s/m$)

Q gasto (m^3/s)

b ancho del canal (m)

De aquí se desprende el cálculo del tirante crítico para sección rectangular que fue el que usaron Zamarín y Fandieiev

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (4.6)$$

que a su vez para una sección trapecial es igual a

$$y_{crap} = \left(1 - \frac{w}{3} + 0.105w^2\right)y_c \quad (4.6 a)$$

donde

$$w = (my_c) / b \quad \text{y} \quad m \text{ es el talud, adim.}$$

Conocido el tirante crítico, se encuentra el área crítica y la velocidad crítica, esto es:

$$A_c = by_c + my_c^2 \quad (4.7)$$

$$V_c = \frac{Q}{A_c} \quad (4.8)$$

El tirante normal se obtiene por medio de la ecuación de Manning. Se sabe que el tirante normal en flujo supercrítico es menor al tirante crítico, por lo que para este caso servirá como referencia.

Para esta investigación se utilizará la geometría de un canal rectangular o en su caso, si se requiere, un canal trapecial, en donde m será igual a **cero**; para una sección rectangular; así, conocido el gasto, el ancho del canal y la pendiente, se tiene que

$$Q = \frac{A}{n} Rh^{2/3} S^{1/2} \quad (4.9)$$

donde

$$A = by + my^2 \quad (4.10)$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + m^2} \quad (4.11)$$

$$Rh = \frac{A}{P} \quad (4.12)$$

Rh es el radio hidráulico, m

A es el área, m^2

P es el perímetro mojado, m

S pendiente del canal, adim.

n coeficiente de rugosidad de Manning, adim.

Quedando

$$Q = \frac{by + my^2}{n} \left(\frac{by + my^2}{b + 2y\sqrt{1+m^2}} \right)^{2/3} S^{1/2} \quad (4.13)$$

siendo la velocidad

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\frac{by + my^2}{n} \left(\frac{by + my^2}{b + 2y\sqrt{1+m^2}} \right)^{2/3} S^{1/2}}{by + my^2} \quad (4.14)$$

Además, conviene conocer el número de Froude, el cual proporcionará un valor que permitirá establecer el tipo de régimen en el que se encuentra.

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (4.15)$$

Para este caso se tendrán dos coeficientes de rugosidad, uno es el que tiene el canal sin rugosidad artificial y otro es el que tendrá cuando se instale la rugosidad del fondo.

Por otra parte, cuando se emplee rugosidad de fondo, las ecuaciones serán la 3.13 y 3.14:

$$Q = VA$$

$$y \quad V = (SRh)^{0.5} / K$$

Donde la diferencia será K , que se determinará con el criterio propuesto por Zamarín y Fandieiev la cual está expresada con la ecuación de Chezy (ec 3.8), y que a su vez, con su debida conversión a la ecuación de Manning (ec 3.9). Por lo que el área, el perímetro y el radio hidráulico, ecuaciones 3.10, 3.11 y 3.12 respectivamente se muestran como:

$$A = b(h + \sigma) + m(h + \sigma)^2 \quad y \quad P = b + 2(h + \sigma)\sqrt{1+m^2}$$

$$y \quad Rh = \frac{A}{P}$$

Con lo que

$$V = \frac{1000 \left[S \frac{b(h+\sigma) + m(h+\sigma)^2}{b + 2(h+\sigma)\sqrt{1+m^2}} \right]^{1/2}}{47.5 - 1.2\alpha_* + 0.1\beta_*} \quad (4.16)$$

y

$$Q = \frac{1000 \left[S \frac{b(h+\sigma) + m(h+\sigma)^2}{b + 2(h+\sigma)\sqrt{1+m^2}} \right]^{1/2}}{47.5 - 1.2\alpha_* + 0.1\beta_*} b(h+\sigma) + m(h+\sigma)^2 \quad (4.17)$$

Con las condiciones para representar los experimentos propuestos por Zamarín y Fandiev deben encontrarse entre los límites de las ecuaciones 3.5, 3.6 y 3.7 como se ven a continuación:

$$8.0 \geq \alpha_* \geq 3.5$$

$$6.0 \geq \beta_* \geq 1.0$$

$$S \leq 0.15$$

De esta forma se tienen las ecuaciones fundamentales, para plantear un modelo numérico que permita simular la presencia de la rugosidad artificial en un cauce.

En el siguiente capítulo se muestra el desarrollo del modelo numérico.

5. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

Con el uso de las ecuaciones del capítulo anterior se buscará el valor de los coeficientes de rugosidad K y la separación entre travesaños para simular los resultados obtenidos por Zamarín y Fandiev.

Cabe mencionar que para aproximarse al modelo requerido, se hará una primera formulación, esto en base a lo que se describe enseguida.

La ecuación de la energía está expresada como

$$z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h$$

donde

$$\Delta h = h_f + h_L$$

además se sabe que

$$h_f = \left(\frac{vn}{Rh^{4/3}} \right) \Delta x$$

Y, según Borda

$$h_L = K \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

A partir de las características geométricas del canal (mencionadas en el capítulo anterior), se emplea el paquete Mathcad, el cual calcula el tirante normal y el tirante crítico bajo las condiciones de rugosidad de fondo, con lo cual se determinan los límites de fluctuación del tirante y calcular la energía entre secciones, lo que nos permite determinar los perfiles del flujo.

Los resultados obtenidos indican el tamaño del escalón (travesaño o rugosidad de fondo), la separación entre escalones, los tirantes correspondientes a cada sección, las cotas de fondo del canal y las condiciones críticas (tirante crítico, velocidad crítica), el número de Froude, las pérdidas por fricción y las pérdidas locales ocasionadas por los escalones. Estas últimas indicarán si el modelo a prueba, necesita ajustarse, por lo cual se realizarán varias corridas para calibrarlo.

En cuanto al cálculo del coeficiente de pérdidas y la separación entre travesaños, se propone utilizar como una primera alternativa, la fórmula de Borda para pérdidas locales; si no proporciona buenos resultados, se buscará otro método más adecuado para su representación.

El procedimiento del programa es el siguiente: con las ecuaciones del capítulo anterior, se procede a desarrollar el modelo matemático con un gasto de entrada, un ancho fijo del canal, un ancho de escalón, un coeficiente de rugosidad inicial y la pendiente del canal. Con estos

datos se alimentará al programa, el cual ofrece los resultados paso a paso, como se muestra a continuación.

El criterio ruso indica que la separación entre travesaños ($\lambda = la$) es:

$$\lambda = 8 \sigma$$

Y la separación entre secciones ($\Delta x = dx$) se determina como

$$\Delta x = \lambda / 10$$

La forma de los travesaños es cuadrada por lo que sus lados serán igual a sigma ($\sigma = sig$). Conociendo el valor inicial del nivel de fondo (z_f), se procederá al cálculo del perfil de fondo.

Posteriormente, se calculan las condiciones críticas (tirante y velocidad) con

$$y_c := \left(\frac{Q^2}{b^2 \cdot g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad v_c := \frac{Q}{b \cdot y_c}$$

Para las condiciones normales, por medio de la ecuación de cantidad de movimiento, se obtiene el tirante normal, la velocidad y su respectivo número de Froude:

$$Q = \frac{b \cdot y_n}{n} \cdot \left(\frac{b \cdot y_n}{b + 2 \cdot y_n} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot S^{.5}$$

$$F_n := \frac{Q}{b \cdot y_n \cdot (g \cdot y_n)^{.5}}$$

$$v_n := \frac{Q}{b \cdot y_n}$$

Para las condiciones de un travesaño ó escalón se empleará el método de Zamarín y Fandiev, donde se determina el tirante en ese instante con:

$$Q = \frac{b \cdot y_{nn}}{\left(\frac{47.5 - 1.2 \frac{y_{nn}}{\text{sig}} + 0.1 \frac{b}{y_{nn}}}{1000} \right)} \left(\frac{b \cdot y_{nn}}{b + 2 \cdot y_{nn}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot S^{-5}$$

Para la condición de la ecuación de la energía sin considerar travesaños, se observa lo siguiente:

$$|d| = \left[z_2 + y_2 + 1 \frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_2} \right)^2}{2g} + \frac{dx}{2} \left[\frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_2} \right) \cdot (n)}{\left(\frac{Q}{b \cdot y_2} \right)^3} \right]^2 \right] - \left[(z_1) + y_1 + \frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_1} \right)^2}{2g} - \frac{dx}{2} \left[\frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_1} \right) \cdot (n)}{\left(\left(\frac{Q}{b \cdot y_1} \right) \right)^3} \right]^2 \right]$$

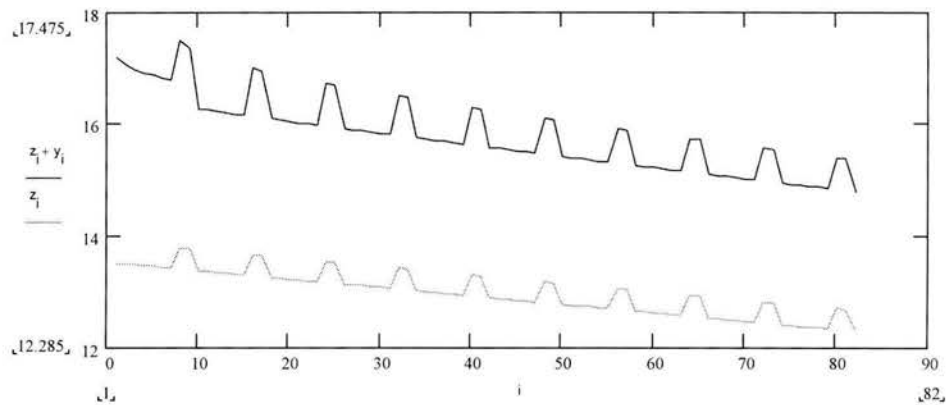
Sin embargo, si se consideran los travesaños, se utilizarán las siguientes ecuaciones, en las que se incluyen las pérdidas locales mediante el coeficiente K sugerido por Zamarín y Fandiev, auxiliadas con la ecuación de pérdidas de Chezy:

$$|d| = \left[z_2 + y_2 + \frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_2} \right)^2}{2g} + \frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_2} - \frac{Q}{b \cdot y_1} \right)^2}{2g} \cdot K + \frac{dx}{2} \left[\frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_2} \right) \cdot (n)}{\left(\frac{Q}{b \cdot y_2} \right)^3} \right]^2 \right] - \left[z_1 + y_1 + \frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_1} \right)^2}{2g} - \frac{dx}{2} \left[\frac{\left(\frac{Q}{b \cdot y_1} \right) \cdot (n)}{\left(\left(\frac{Q}{b \cdot y_1} \right) \right)^3} \right]^2 \right]$$

Con estas ecuaciones se puede realizar el cálculo de los tirantes para cada sección, a sabiendas de que siempre se hará una comparación entre los tirantes de cada sección, para observar si no existe un cambio de régimen. Esto es, el análisis se hará siempre para comparar las ecuaciones de la energía, de la sección calculada, con la energía crítica; por lo cual, si la energía crítica es mayor a la energía calculada; el tirante tomará el valor correspondiente de la ecuación de energía crítica.

5.1 Análisis del modelo propuesto

Los resultados arrojados por el modelo muestran lo siguiente: perfil de los tirantes de cada sección en estudio, con sus respectivas cotas de fondo, las cuales, contienen los travesaños



En tanto que los tirantes y números de Froude, correspondientes para cada sección, son:

	0		0
	0 0.00		0 0.00
	1 3.67		1 1.02
	2 3.55		2 1.07
	3 3.49		3 1.09
	4 3.45		4 1.11
y =	5 3.41	Fr =	5 1.13
	6 3.38		6 1.15
	7 3.35		7 1.16
	8 3.70		8 1.00
	9 3.56		9 1.06
	10 2.88		10 1.46
	11 2.87		11 1.47

Como un análisis preliminar al modelo propuesto, los resultados para los perfiles hidráulicos del canal con rugosidad de fondo (escalones o travesaños) muestra cierta congruencia; ya que, al intervenir los escalones, estos disminuyen la velocidad del flujo en el canal; lo que evitaría la erosión del mismo, y a su vez, el desbordamiento del flujo, que es uno de los objetivos que busca esta investigación.

Sin embargo, al analizar los números de Froude, existe una diferencia muy notoria con respecto al comportamiento del fenómeno que se desea representar; ya que, como se ve en la tabla anterior, hay un incremento paulatino de su valor (figura 5.1), debido a que los tirantes se incrementan aguas abajo, por consiguiente, el número de Froude crece. Por otra parte, los escalones ocasionan una pequeña disminución, pero no la necesaria para que el fenómeno sea estable.

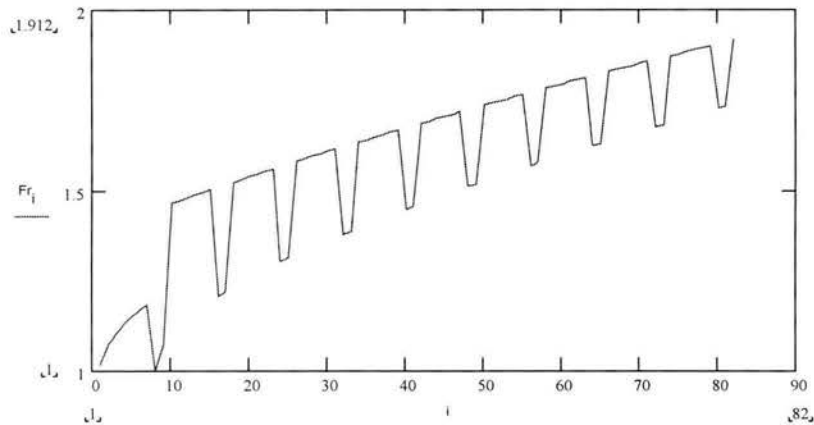


Fig. 5.1 Números de Froude entre Secciones.

De acuerdo con las restricciones del modelo, al presentarse un escalón, este puede provocar un salto hidráulico, es decir, un cambio de régimen, debido a que con las condiciones iniciales propuestas, se tiene un régimen supercrítico, con un $Fr > 1.0$; y posteriormente cambia a un régimen crítico, $Fr = 1.0$. Esto se observa en el perfil del flujo donde el flujo tiene un $Fr = 1.16$ y al encontrarse con un obstáculo (escalón), éste provoca que el flujo cambie a un $Fr = 1.0$; esto origina una disminución de la velocidad a tal grado que, cambia de régimen, el cual pasa de un supercrítico a un crítico. Esto conlleva a buscar la forma de evitar saltos hidráulicos, que provoquen que los tirantes aumenten bruscamente, y así, evitar desbordamientos ocurridos por el fenómeno que esta presentándose.

Para fines de esta investigación, hay que recordar que en canales revestidos con fuerte pendiente, se pueden alcanzar velocidades tan grandes que, si la corriente lleva material sólido en suspensión, tendrá una capacidad erosiva tan fuerte, que daría lugar a números de Froude de tal magnitud, que no solo producirían grandes sobrelevaciones del nivel del agua en las

curvas, sino que ocasionarían que el agua se desbordara en alguna de ellas. Para disminuir la velocidad se puede colocar en las rápidas una rugosidad artificial (escalones) debidamente controlada, ya sea en tamaño y en distancia entre ellas, de manera que, a cambio de tener secciones transversales más grandes, se consiga un funcionamiento más estable y una capacidad erosiva menor.

Por lo que al proporcionar la rugosidad artificial, se podrá disminuir la velocidad sin cambiar de régimen. De ahí la importancia de esta investigación.

Al analizar el factor de rugosidad del modelo definido por Zamarín y Fandieiev y auxiliado por la ecuación de Chezy, proporciona como resultado que la ecuación de rugosidad K no corresponde a lo esperado, debido a la presencia de saltos hidráulicos en el tránsito del flujo del tramo analizado, originando cambios de régimen en el flujo. Como recordatorio, se requiere obtener una rugosidad tal, que mantenga el mismo tipo de régimen, pero que disminuya la velocidad del flujo.

5.2 Análisis del modelo con modificaciones

Al hacer un segundo análisis, se sustituyó la expresión de la ecuación de Chezy, por la ecuación de Manning, para homogeneizar la ecuación de energía. A partir de las ecuaciones de velocidad de Chezy y de Manning, se despeja la constante de Manning (capítulo 3), que hace que la ecuación característica de la nueva K descrita por los rusos pero ahora en función de Manning se muestre como:

$$K = \frac{(47.5 - 1.2\alpha_* + 01\beta_*)}{1000} \left(\frac{b(h + \sigma) + m(h + \sigma)^2}{b + 2(h + \sigma)\sqrt{1 + m^2}} \right)^{1/6}$$

Al observar las modificaciones, los valores de las variables que intervienen en el modelo: cotas de fondo, condiciones críticas y normales con y sin rugosidad superficial, además de los tirantes con sus correspondientes números de Froude, proporcionan resultados más satisfactorios, por lo que el modelo con las nuevas modificaciones, se utilizará para los fines que se investigan.

En este modelo, se generó un factor adimensional (*fac1*), asignado a las ecuaciones de energía entre secciones, el cual modifica las pérdidas locales (escalones-rugosidad superficial). Este factor, proporcionará resultados tales que se aproximen a los obtenidos del modelo numérico propuesto por Zamarín y Fandiev, para la determinación de la rugosidad artificial horizontal. La obtención de este factor se describe en el Anexo A.

Los resultados obtenidos muestran una estabilidad del flujo que circula en el canal, pero todavía con una deficiencia, debido a que en el momento de presentarse el escalón, provocaba un cambio de régimen.

Se comenta que: en un régimen supercrítico los tirantes correspondientes deben de ser menores al tirante crítico de la sección y mayores al tirante normal de la misma. Por lo que existe un rango de variación entre los tirantes, esto es, “ $y_n < y < y_c$ ”, donde y_n , es el tirante normal; y , los tirantes calculados y; y_c , el tirante crítico en la sección.

No obstante, no se soluciona el problema del cambio de régimen cuando se presentan los escalones. Tras haber hecho varias pruebas, se observó que el uso de la ecuación de **Borda**, para pérdidas locales, no era la indicada, por lo que se hizo un cambio que llevó a buscar una ecuación tal, que cumpliera mejor la representación deseada al fenómeno.

Al considerar lo anterior, se empleó la ecuación de **Andrés** para pérdidas locales, que en sustitución de la ecuación de Borda, se presenta como:

$$h_L = fac1 \left(\frac{v1 - v2}{2g} \right)^2$$

$$h_L = fac1 \left(\frac{v1^2 - v2^2}{2g} \right)$$

Al analizar minuciosamente el modelo, indica que con ciertos valores, el factor adimensional *fac1* está en función de las características geométricas del canal, ancho *b*, gasto *Q* y pendiente *So*.

Entre las modificaciones realizadas se propone el empleo del método de **Bisección**, para obtener las soluciones los cálculos iterativos y optimizar el cálculo cíclico del modelo.

Con esto, el modelo simulaba un solo escalón; sin embargo, para el análisis de varios escalones era insuficiente.

Como consecuencia, se buscó otro método alternativo para la solución numérica de las aproximaciones; y, en sustitución al método de Bisección se usó el de la **Secante**. En el Anexo B se muestran otros métodos, incluidos los anteriores, por si se requiere o se desea utilizar otro método, de los cuales se mencionan: el método de la Falsa Posición, Newton-Raphson, Secante y el de Illinois, los cuales ya están codificados en Mathcad para su uso.

Posteriormente el modelo empezó a arrojar ciertos valores los cuales demostraron que las relaciones mencionadas con anterioridad ($q=Q/b$ y So) eran suficientes para decir que el valor de $fac1$ variaría de acuerdo a las condiciones geométricas que tuviera el canal.

El factor adimensional $fac1$ dependerá de dos relaciones, una es la pendiente entre escalones ($Se=\sigma/\lambda$) y la otra el número de Froude (Fr), y a partir de éstas, se obtuvo que dependería de dos ecuaciones características, tales como:

$$fac1 = Ec1(Fr) \times Ec2(\sigma/\lambda)$$

donde:

$$Ec1 = (0.000001059276 \times Fr^{19.911208})$$

y

$$Ec2 = (0.0341513 + 47.497395 \times \sigma/\lambda - 47.533204 \times \sigma/\lambda^2) / (1 + 33.800866 \times \sigma/\lambda + 5.0875568 \times \sigma/\lambda^2 - 7.1271782 \times \sigma/\lambda^3)$$

Estas dos ecuaciones *Ec1* y *Ec2*, permiten saber el valor que le corresponde al factor adimensional *fac1* el cual es el equivalente al factor adimensional *K* obtenido por el método de Zamarín y Fandieiev.

Como comentario el programa del modelo se encuentra en lenguaje Mathcad versión 2000, el uso de este paquete es sencillo y confiable para hacer las pruebas. La presentación del modelo numérico final se presenta en el Anexo C de esta investigación.

Otro de los objetivos que se proponen es el determinar la cantidad de volúmenes de material para la construcción de los escalones, el cual implica cierto capital a invertir.

Como se mencionó en capítulos anteriores, existen varias metodologías para la elaboración de rugosidad artificial; sin embargo, son muy costosas, de ahí la necesidad de hacerlo más práctico y menos costosa la elaboración de la rugosidad artificial, en base a la metodología que se propone.

En el siguiente capítulo se hará un análisis de un proyecto de canalización de un tramo de la Barranca La Pastora, en la ciudad de México, en la cual se propone un encauzamiento de forma cuadrada. No obstante, la comparación se hará con el diseño principal, la cual no conforma una rugosidad adicional (rugosidad horizontal artificial); y por otro lado, la adición de ésta, con el fin de observar el comportamiento y los resultados que se obtengan de estos.

6. EJEMPLO DE APLICACIÓN

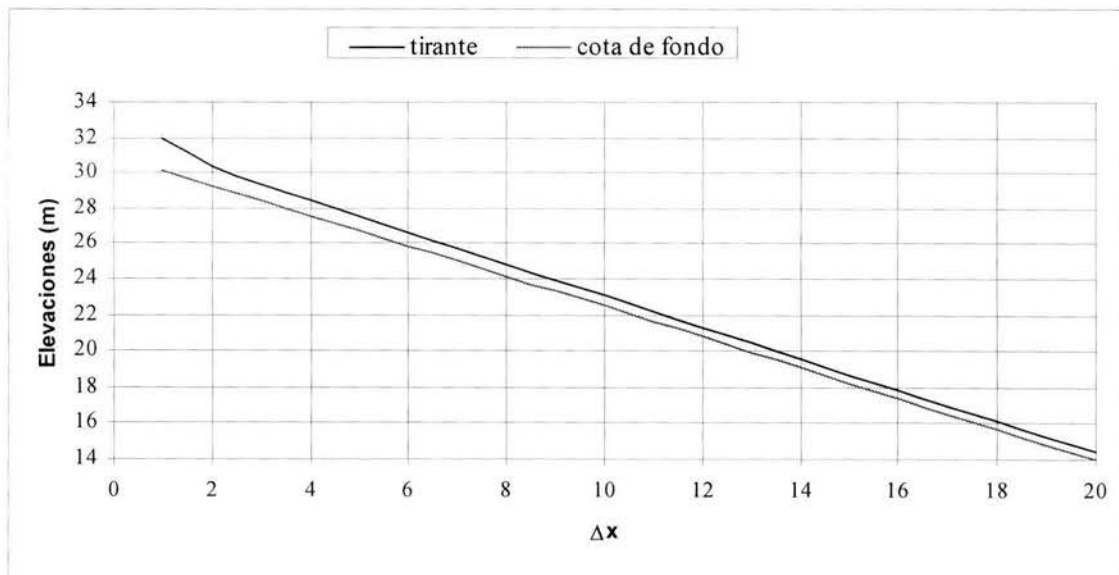
El ejemplo que a continuación se presenta, es para comparar los resultados obtenidos del modelo propuesto aplicado a un proyecto de encauzamiento sin rugosidad hecho en un tramo de la Barranca La Pastora, afluente del río San Joaquín, ubicado en la colindancia con el predio Loreto de la Palma, Delegación Cuajimalpa, Ciudad de México, y revisado por la Comisión Nacional del Agua, en agosto de 2002.

El estudio hidrológico propuso como gasto de diseño $17 \text{ m}^3/\text{s}$, asociado a un período de retorno de 1000 años, por tratarse de una obra en la Ciudad de México. La obra consistió de una sección cuadrada revestida de concreto armado, con una $n = 0.02$, con ancho de plantilla de 2.20 m, secciones a cada 5.65 m, a lo largo de 113 m. Al efectuar el análisis hidráulico, éste, trabajaba al 50% de su capacidad, por lo que no afectó el régimen hidráulico de la Barranca, y contar con una pendiente de fondo de 12%. Ésta se encuentra dentro de los límites establecidos por los rusos, y trabaja en régimen supercrítico, que es el ideal, para probar el modelo descrito en esta investigación.

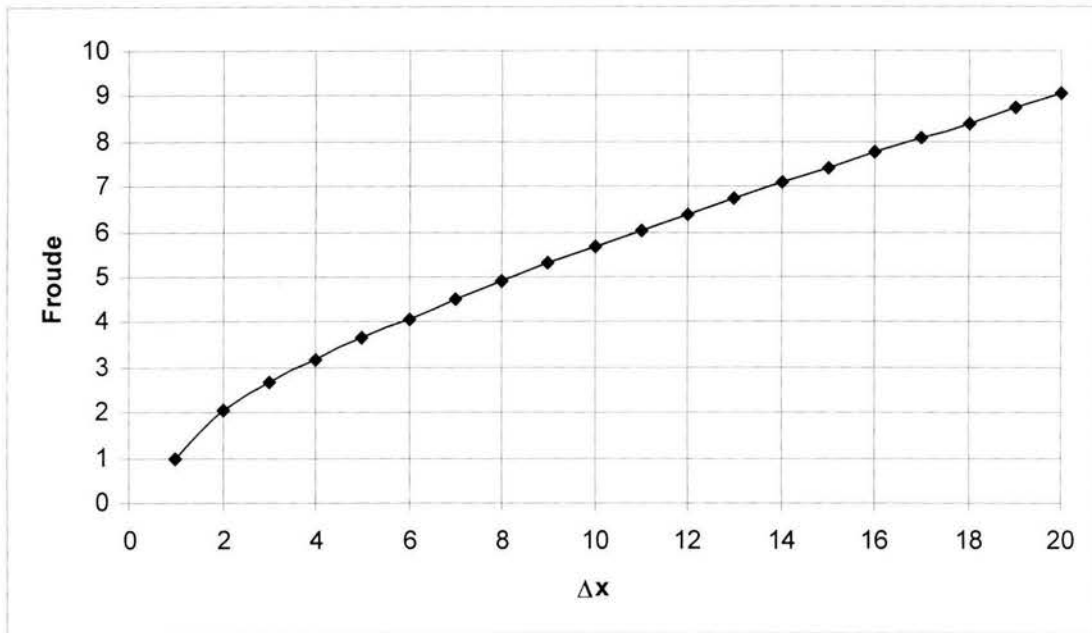
A continuación, se muestran los resultados obtenidos por el programa Hec-RAS, con el cual se transitó la avenida de diseño (no considera rugosidad horizontal de fondo):

Cota de fondo	y (m)	V (m/s)	Froude	Nivel del agua
30.10	1.83	4.23	1.00	31.93
29.25	1.13	6.86	2.06	30.38
28.41	0.95	8.12	2.66	29.36
27.56	0.85	9.14	3.17	28.40
26.71	0.77	10.02	3.64	27.48
25.86	0.71	10.81	4.08	26.58
25.02	0.67	11.54	4.50	25.68
24.17	0.63	12.22	4.91	24.80
23.32	0.60	12.86	5.30	23.92
22.47	0.57	13.46	5.67	23.05
21.63	0.55	14.04	6.04	22.18
20.78	0.53	14.59	6.40	21.31
19.93	0.51	15.12	6.75	20.44
19.08	0.49	15.63	7.10	19.58
18.24	0.48	16.12	7.43	18.71
17.39	0.47	16.60	7.77	17.85
16.54	0.45	17.06	8.09	16.99
15.69	0.44	17.51	8.41	16.13
14.85	0.43	17.94	8.73	15.28
14.00	0.42	18.37	9.04	14.42

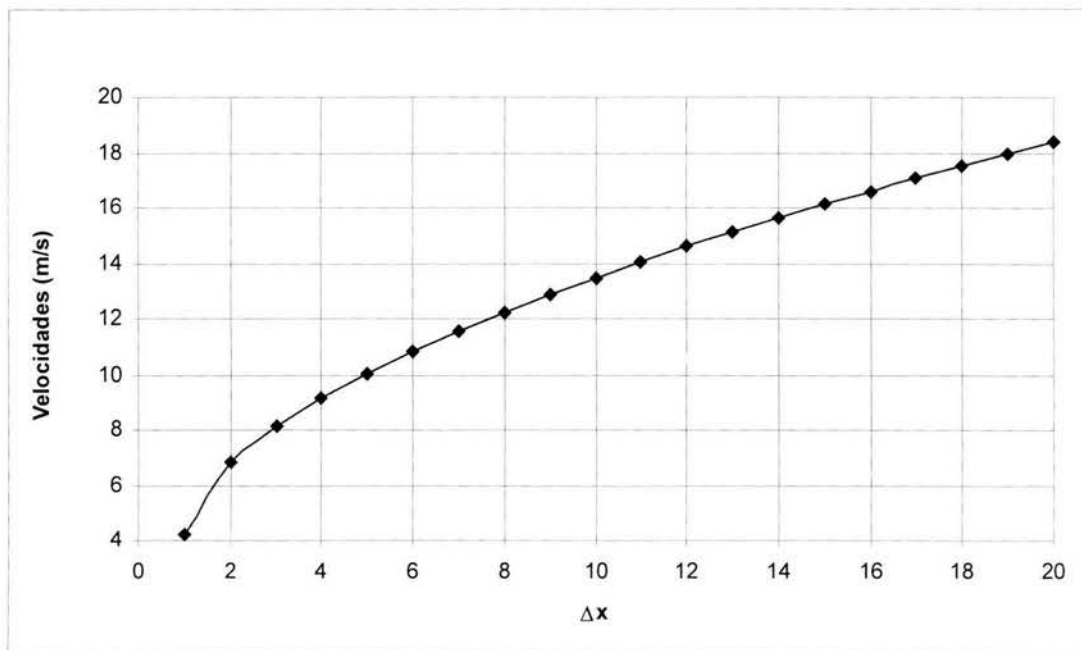
Que a su vez, graficados, muestran los perfiles de la cota de fondo del encauzamiento, con el nivel del agua alcanzado por el tránsito de la avenida; la gráfica de los números de Froude, y la gráfica de velocidades correspondientes:



Perfil de los niveles de agua



Gráfica de los números de Froude



Gráfica de velocidades

Ahora bien, si a este mismo encauzamiento se le asigna una rugosidad adicional; esto es, una rugosidad horizontal de fondo, los resultados que se esperan, son la disminución de las velocidades; además, debe mantenerse el mismo tipo de régimen.

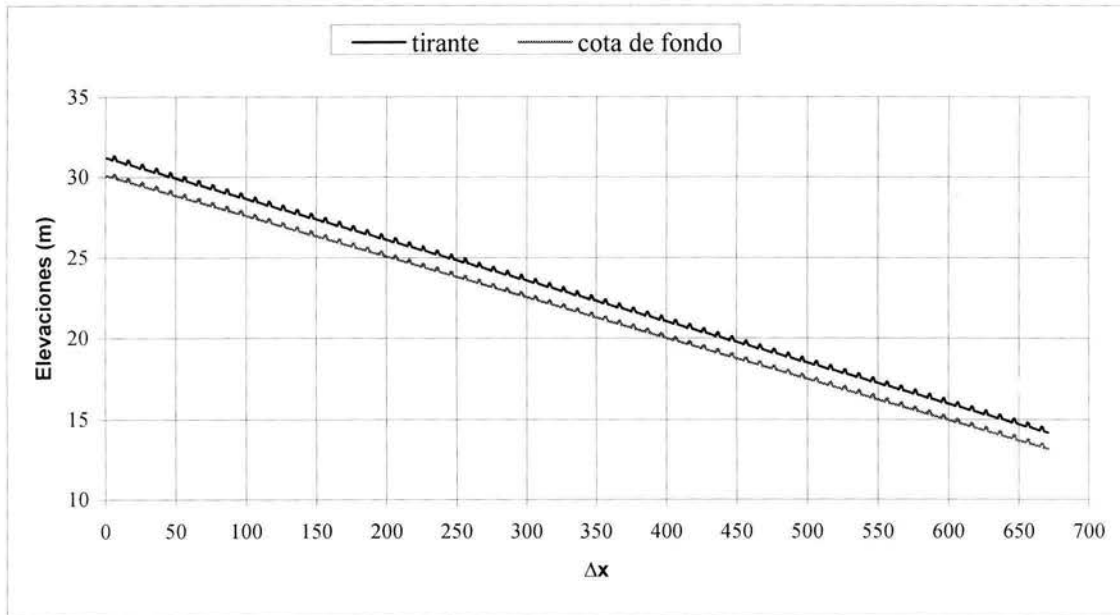
Supóngase que el canal estuviera provisto de rugosidad de fondo con $\sigma = 0.33$ m, con secciones a cada 0.264 m; al emplear el programa en Mathcad, llamado “Modelo final”, algunos de los resultados que se obtuvieron fueron los siguientes:

Cota de fondo	y (m)	V (m/s)	Fraude	Nivel del agua
30.10	1.11	6.96	2.11	31.21
30.08	1.10	7.00	2.13	31.18
30.05	1.10	7.04	2.15	31.15
30.02	1.09	7.09	2.17	31.11
30.00	1.08	7.13	2.19	31.08
30.18	1.14	6.79	2.03	31.32
30.16	1.13	6.83	2.05	31.29
29.92	1.12	6.88	2.07	31.05
29.90	1.12	6.92	2.09	31.01
29.87	1.11	6.97	2.11	30.98
29.85	1.10	7.01	2.13	30.95
29.82	1.10	7.05	2.15	30.92
29.80	1.09	7.09	2.17	30.89
29.77	1.08	7.13	2.19	30.85
29.75	1.08	7.17	2.21	30.82
29.93	1.13	6.84	2.05	31.06
29.91	1.12	6.88	2.07	31.03
29.67	1.12	6.92	2.09	30.79
29.65	1.11	6.97	2.11	30.75
29.62	1.10	7.01	2.13	30.72
29.60	1.10	7.05	2.15	30.69
29.57	1.09	7.09	2.17	30.66
29.54	1.08	7.13	2.19	30.63
29.52	1.08	7.17	2.21	30.60
29.49	1.07	7.21	2.23	30.56
29.68	1.12	6.88	2.07	30.80
29.65	1.12	6.92	2.09	30.77
29.42	1.11	6.96	2.11	30.53
29.39	1.10	7.00	2.13	30.50
29.37	1.10	7.04	2.15	30.46
29.34	1.09	7.09	2.17	30.43
29.32	1.08	7.13	2.19	30.40
29.29	1.08	7.17	2.20	30.37
29.27	1.07	7.21	2.22	30.34
29.24	1.07	7.25	2.24	30.31
29.43	1.12	6.92	2.09	30.54
29.40	1.11	6.96	2.11	30.51
29.17	1.11	6.99	2.12	30.27
29.14	1.10	7.03	2.14	30.24
29.11	1.09	7.08	2.16	30.21
29.09	1.09	7.12	2.18	30.17
29.06	1.08	7.16	2.20	30.14
29.04	1.07	7.20	2.22	30.11
29.01	1.07	7.24	2.24	30.08

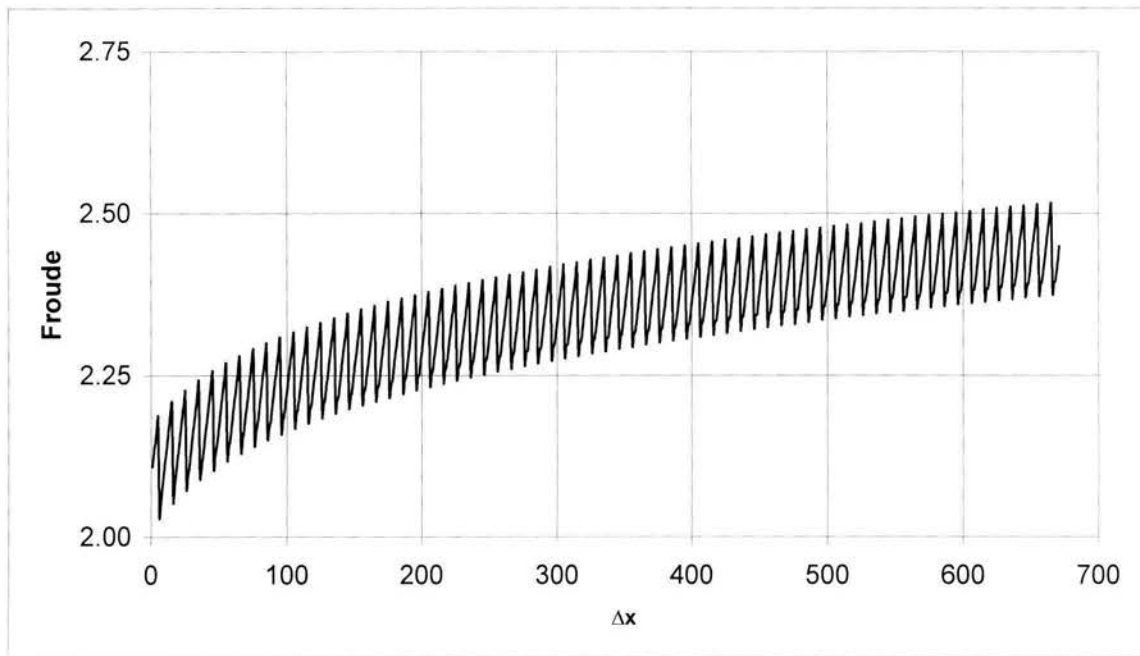
Cota de fondo	y (m)	V (m/s)	Fraude	Nivel del agua
28.99	1.06	7.28	2.26	30.05
29.17	1.11	6.95	2.10	30.28
29.15	1.11	6.99	2.12	30.25
28.91	1.10	7.02	2.14	30.01
28.89	1.09	7.06	2.16	29.98
28.86	1.09	7.10	2.17	29.95
28.84	1.08	7.14	2.19	29.92
28.81	1.08	7.19	2.21	29.89
28.79	1.07	7.23	2.23	29.86
28.76	1.06	7.26	2.25	29.82
28.74	1.06	7.30	2.27	29.79
28.92	1.11	6.98	2.12	30.03
28.90	1.10	7.02	2.14	30.00
28.66	1.10	7.05	2.15	29.76
28.63	1.09	7.09	2.17	29.72
28.61	1.08	7.13	2.19	29.69
28.58	1.08	7.17	2.21	29.66
28.56	1.07	7.21	2.22	29.63
28.53	1.07	7.25	2.24	29.60
28.51	1.06	7.29	2.26	29.57
28.48	1.05	7.33	2.28	29.54
28.67	1.10	7.01	2.13	29.77
28.64	1.10	7.05	2.15	29.74
28.41	1.09	7.07	2.16	29.50
28.38	1.09	7.11	2.18	29.47
28.36	1.08	7.15	2.20	29.44
28.33	1.07	7.19	2.22	29.41
28.31	1.07	7.23	2.23	29.37
28.28	1.06	7.27	2.25	29.34
28.26	1.06	7.31	2.27	29.31
28.23	1.05	7.35	2.29	29.28
28.42	1.10	7.03	2.14	29.51
28.39	1.09	7.07	2.16	29.48
28.15	1.09	7.09	2.17	29.24
28.13	1.08	7.13	2.19	29.21
28.10	1.08	7.17	2.21	29.18
28.08	1.07	7.21	2.23	29.15
28.05	1.07	7.25	2.24	29.12
28.03	1.06	7.29	2.26	29.09
28.00	1.05	7.33	2.28	29.06
27.98	1.05	7.37	2.30	29.03
28.16	1.10	7.05	2.15	29.26
28.14	1.09	7.09	2.17	29.23
27.90	1.09	7.11	2.18	28.99
27.88	1.08	7.15	2.20	28.96
27.85	1.07	7.19	2.22	28.93
27.83	1.07	7.23	2.23	28.89

Cota de fondo	y (m)	V (m/s)	Fraude	Nivel del agua
27.80	1.06	7.27	2.25	28.86
27.78	1.06	7.31	2.27	28.83
27.75	1.05	7.35	2.29	28.80
27.72	1.05	7.39	2.31	28.77
27.91	1.09	7.07	2.16	29.00
27.88	1.09	7.11	2.18	28.97
27.65	1.08	7.13	2.19	28.73
27.62	1.08	7.17	2.21	28.70
27.60	1.07	7.21	2.22	28.67
27.57	1.07	7.25	2.24	28.64
27.55	1.06	7.29	2.26	28.61
27.52	1.05	7.33	2.28	28.58
27.50	1.05	7.37	2.30	28.55
27.47	1.04	7.41	2.32	28.52
27.66	1.09	7.09	2.17	28.75
27.63	1.08	7.13	2.19	28.72
27.40	1.08	7.15	2.20	28.48
27.37	1.07	7.19	2.21	28.45
27.35	1.07	7.23	2.23	28.41
27.32	1.06	7.27	2.25	28.38
27.30	1.06	7.31	2.27	28.35
27.27	1.05	7.35	2.29	28.32
27.24	1.05	7.39	2.31	28.29
27.22	1.04	7.42	2.32	28.26
27.40	1.09	7.11	2.18	28.49
27.38	1.08	7.15	2.20	28.46
27.14	1.08	7.17	2.20	28.22
27.12	1.07	7.21	2.22	28.19
27.09	1.07	7.25	2.24	28.16
27.80	1.06	7.27	2.25	28.86
27.78	1.06	7.31	2.27	28.83
27.75	1.05	7.35	2.29	28.80
27.72	1.05	7.39	2.31	28.77
27.91	1.09	7.07	2.16	29.00
27.88	1.09	7.11	2.18	28.97
27.65	1.08	7.13	2.19	28.73
27.62	1.08	7.17	2.21	28.70
27.60	1.07	7.21	2.22	28.67
27.57	1.07	7.25	2.24	28.64
27.55	1.06	7.29	2.26	28.61
27.52	1.05	7.33	2.28	28.58
27.50	1.05	7.37	2.30	28.55
27.47	1.04	7.41	2.32	28.52
27.66	1.09	7.09	2.17	28.75
27.63	1.08	7.13	2.19	28.72
27.40	1.08	7.15	2.20	28.48
27.37	1.07	7.19	2.21	28.45

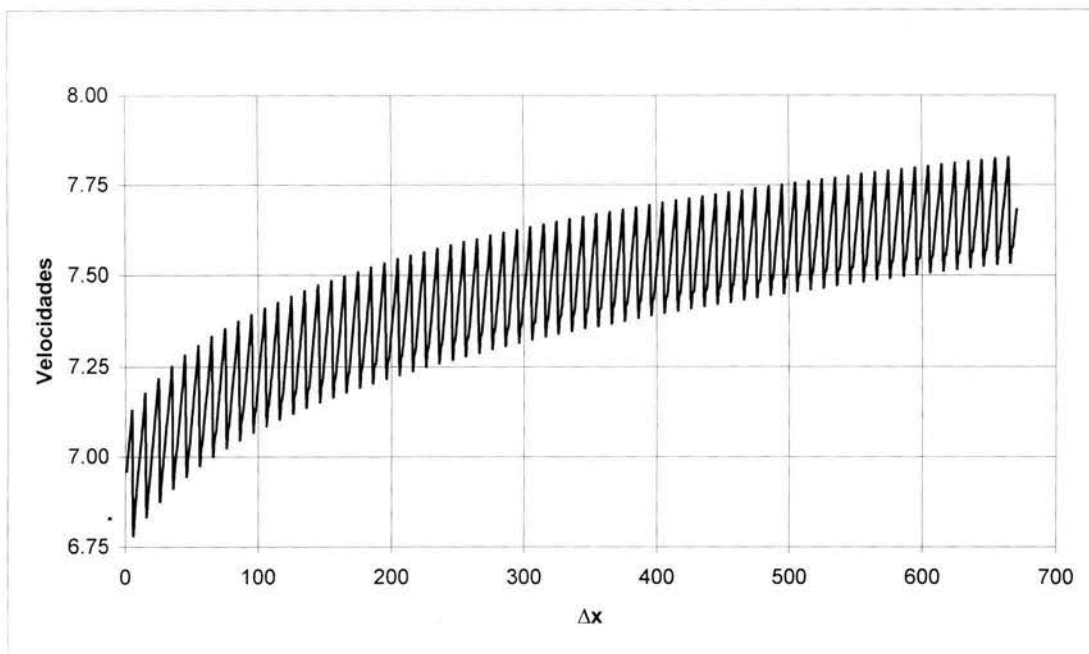
Con estos se resultados, se obtienen los perfiles de la cota de fondo del encauzamiento, con el nivel del agua alcanzado por el tránsito de la avenida; la gráfica de los números de Froude, y la gráfica de velocidades; los cuales consideran la rugosidad horizontal:



Perfil de los niveles de agua



Gráfica de los números de Froude



Gráfica de velocidades

La finalidad y objetivo de este modelo se cumplió; ya que la velocidad media se redujo notablemente, y los números de Froude fueron mayores a 1.0; por lo cual, el régimen del flujo se mantuvo en supercrítico.

Estos hechos, muestran que la velocidad media se reduce a menos de la mitad, y provoca una disminución en la capacidad erosiva del flujo, ya que minimiza la turbulencia del mismo, haciendo que la rugosidad de fondo (escalones) resulte muy efectiva.

El proyecto en sí, requería que en el tramo que se diseñó, la rugosidad fuera $n = 0.02$, que es el equivalente para el concreto armado, puesto que la finalidad era encauzar parte de la Barranca La Pastora; y, cuyo objetivo, era no afectar el régimen hidráulico del arroyo y que tuviera suficiente capacidad para transportar dicho gasto; por lo cual, se le otorgó el permiso de construcción.

Sin embargo, en muchas ocasiones, estos encauzamientos no toman en cuenta la problemática de las afectaciones a las construcciones aguas abajo, pero como se trata de una sección un tanto pequeña, no se considerará. Como recomendaciones se solicitó: que los rellenos sean

con material sano compactado a 95% de la prueba Próctor estándar en capas de 0.20 m, si se forma con material arcilloso o al 100% de la densidad relativa, en caso de emplear material producto de la excavación; emplear concretos con la resistencia recomendada para su construcción, colocar rejillas en la entrada, y se le de mantenimiento y limpieza permanente, sobre todo antes de cada temporada de lluvia; y dejar el área hidráulica libre de material producto de la construcción del encauzamiento.

Una alternativa, es adicionar ésta rugosidad horizontal artificial en un encauzamiento, debido a que una de las problemáticas más importantes en la erosión de los ríos y canales, es la velocidad del flujo, además del tipo de material del cual están constituidos el fondo y las paredes, así como el material de arrastre; por lo que se necesita una metodología para controlar la erosión, por medio de esta rugosidad artificial, las velocidades disminuyen manteniendo el régimen del flujo y en cierta forma minimiza esta erosión, además de las sobreelevaciones de los niveles de agua, si aguas abajo existieran deflexiones, lo que evitaría inundaciones a las construcciones que estuvieran aledañas a las curvas.

Como complemento al párrafo anterior; en el Instituto de Ingeniería de la UNAM se llevó a cabo un proyecto sobre el encauzamiento del arroyo Allende, afluente del río Motozintla, ubicado en el estado de Chiapas; el cual, consistió en una sección rectangular, asignándosele una rugosidad artificial adicional, esta rugosidad se aplicaría de forma horizontal, que es el tema de esta investigación, para resolver la problemática del desbordamiento del agua, sobre las márgenes del río en las curvas del canal; lo que era el objetivo principal de este proyecto; y como consecuencia, los resultados que se obtuvieron fueron muy satisfactorios, ya que los escalones en el fondo del canal funcionaron debidamente.

A continuación se presentan algunas imágenes con referencia al arroyo Allende, donde se muestra el modelo del encauzamiento con la rugosidad artificial adicional:

Como se observa en la foto 6.1, en el fondo del canal se colocaron rugosidades artificiales en forma de escalones, con una equidistancia entre ellas, las cuales determinarían si el modelo

propuesto por los rusos era funcional, o que en realidad, no tenía un fin adecuado para la solución específica del proyecto.

En la foto 6.2 se muestra el tránsito de la avenida que pasa por el encauzamiento, pero sin rugosidad artificial; además, se observa que en el curso del flujo, en las curvas principalmente, existen sobrelevaciones de los niveles de agua lo cual acarrea desbordamientos; y estos a su vez, daños a las poblaciones asentadas a las márgenes del río. Obsérvese que el flujo es muy turbulento, por lo tanto, es inestable.

Sin embargo, con la colocación de rugosidad artificial de fondo, los resultados se notan a simple vista, ya que en vez de observar una turbulencia, se nota que el flujo se estabiliza de tal forma, que la avenida no es afectada en lo absoluto en su régimen, lo que acarrea que los niveles de agua del río se mantengan constantes y no exista gran diferencia entre ellos. En la foto 6.3 se muestra lo antes mencionado.

En síntesis esta rugosidad artificial, altera de diferentes maneras un flujo, de tal manera que puede influir en elevar o disminuir el nivel (tirante) del mismo. Puede afirmarse que la rugosidad de fondo es la que ocasiona flujos más estables dentro de un rango más amplio, aunque es costosa y puede sufrir desgaste. El diseño obtenido mantiene casi al parejo las elevaciones del flujo en los taludes, por efecto de una avenida o caudal determinado, lo que evitaría desbordamientos que ocasionen pérdidas cuantiosas, ya sean materiales como humanas.



Foto 6.1 Colocación de la rugosidad artificial de fondo.



Foto 6.2 Tránsito de la avenida extraordinaria en el modelo del encauzamiento del arroyo Allende, afluente del río Motozintla, Chiapas.



Foto 6.3 Tránsito de la avenida en el modelo del encauzamiento del arroyo Allende, afluente del río Motozintla, Chiapas, con rugosidad artificial de fondo.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se propone y calibra un modelo numérico para determinar el funcionamiento de la rugosidad artificial, permitiendo calcular el ejercicio de la misma para las condiciones de régimen establecido. Se considera que la técnica empleada es fácil de implementar y permite ampliar el rango de los resultados obtenidos por Zamarín y Fandieiev.

Empleando la ecuación de la energía y la de continuidad el modelo representa el funcionamiento de la rugosidad horizontal artificial de fondo. Utiliza una serie de subrutinas que arrojan resultados; los cuales, muestran gráficamente los perfiles de las cotas de fondo del canal, los tirantes, la velocidad media y el número de Froude, para distintas secciones; además, puede visualizarse la disminución de la velocidad del flujo, para la condición de régimen establecido, que es el objetivo principal de este trabajo.

El factor adimensional *fac1* juega un papel muy importante en los cálculos que desarrolla el modelo, ya que representa las pérdidas asociadas a los travesaños y a la separación de los mismos, en el transcurso de la avenida, en el tramo en estudio (obsérvese Anexo A).

Este trabajo se enfocó como se menciona anteriormente a un solo tipo de rugosidad artificial, pero sería recomendable analizar otros tipos para compararlos y determinar aquellos que producen mejores resultados y las condiciones bajo las que esto ocurre.

Es probable que sea más económico construir la rugosidad artificial de fondo, que utilizar otros métodos tales como el uso de geotextiles, revestimientos prefabricados o refuerzo con base en vegetación. Estos muchas veces se deben trasladar al sitio de construcción con altos costos, en tanto que el método aquí propuesto, se puede fabricar en el sitio mismo.

Un canal requiere de importantes inversiones para construirlo pues generalmente su gran longitud, condiciones topográficas, volúmenes de excavación, bordos, materiales de construcción, etc., hacen la obra muy costosa. En algunas ocasiones los canales superan el costo del resto de obras civiles (obra de toma, cámara de carga o tanque de almacenamiento). En tales casos, la inversión en la construcción del canal será fundamental para establecer la factibilidad de un proyecto.

Con respecto al coeficiente de fricción, este dependerá del tipo de material que conforma el perímetro mojado de la sección, del caudal y de las características de la rugosidad del canal. Por otra parte, la configuración en planta también tendrá efectos sobre el diseño debido a las pérdidas de energía, siendo mayores para trayectorias con numerosas curvas y cambios de sección; sin embargo, esta influencia en la práctica sólo es posible determinarla bien mediante mediciones de los canales ya construidos.

En el trabajo aquí realizado se analizaron las condiciones hidráulicas empleando principalmente el criterio del tirante crítico y el número de Froude. Estos definen las condiciones del flujo (supercrítico ó subcrítico), que a su vez estarán en función de la geometría de la sección (canal; paredes y fondo) e influirán en la rugosidad.

En los asentamientos humanos cerca de cauces o ríos con régimen rápido, si llegara a ocurrir una avenida extraordinaria, propiciaría sobreelevaciones del nivel del agua y erosión en los cambios de dirección del flujo, lo cual puede provocar inundaciones o deslaves. Esto ha hecho necesario que se hayan desarrollado metodologías para mitigarlos y en la actualidad se pueden encontrar una gran cantidad de alternativas desarrollados por muchas empresas para proteger, encauzar y evitar la erosión en los cauces.

El diseño de un canal requiere del análisis de las velocidades medias de flujo, para que no se presente sedimentación ni erosión. El diseño incorporará las medidas necesarias para evitar la sobresaturación de los bordos por efecto de precipitación pluviales, en la que se puede mencionar el sistema de drenaje, que, por medio de canales recolectores (zanjas de coronamiento) y alcantarillas, se encargarán de conducir las aguas hacia cuerpos receptores cercanos. También, se complementará con medidas que permitan la protección de los suelos en los sectores contiguos al canal, al utilizar cobertura vegetal, combinada con aplicaciones artificiales de protección tales como la malla de geotextil, etc; ésto genera la uniformidad de velocidades en el canal, evitando la erosión y sedimentación. Sin embargo, en cuanto a precios e instalación, los materiales prefabricados son más costosos que el propuesto en este estudio, debido a que los productos que existen en el mercado, son desarrollados generalmente por industrias extranjeras. Para la metodología aquí propuesta, los materiales que se utilicen; se extraerían del sitio, minimizando los costos para la construcción de los escalones (rugosidad artificial horizontal de fondo).

En el diseño, además de definir la relación entre σ y λ ; se concluye que existen limitantes prácticas para el uso del concreto. Nótese que si se trata de usar poco concreto, es decir, se pueden espaciar más los escalones, pero el resultado puede ser similar a que no hubiera rugosidad artificial ya que la afectación será mínima; y, si los escalones (rugosidad artificial) son de mayor magnitud y más cerrados, además de utilizar más cantidad de concreto, ocasionaría cambios de régimen, que no es el funcionamiento deseado en esta investigación y el costo sería mayor. Esto implica que a veces sea necesario optimizar los volúmenes de concreto, en donde se proporciona un tamaño y una separación óptimos, para la rugosidad requerida.

Se determinó que existe una relación entre el tamaño del escalón σ y el tirante normal de la sección del canal, en la cual se observa una mejor convergencia del método de cálculo para un valor de σ del 25 al 30 % del tirante normal.

En el modelo propuesto, para rugosidad artificial de fondo, solo se consideró el análisis para un cierto tramo o longitud en el cual se instalaría ésta rugosidad, pero no toma en cuenta el análisis de los efectos del flujo que ocurrirán tanto aguas arriba como aguas abajo del tramo en estudio. Otro análisis que se excluye completamente es el de la erosión y/o sedimentación.

De aquí que este trabajo pueda completarse contemplando lo mencionado en el párrafo anterior y englobar un trabajo más extenso.

Anexo A

Obtención del factor adimensional f_{ad}

OBTENCIÓN DEL FACTOR ADIMENSIONAL *fac1*

El análisis dimensional provee una poderosa herramienta en la formulación de problemas que desafían la solución analítica y que deben ser resueltos experimentalmente. Los métodos del análisis dimensional se basan sobre el principio de la homogeneidad dimensional de Fourier (1822), el cual establece que una ecuación que expresa una relación física entre cantidades debe ser dimensionalmente homogénea; esto es, las dimensiones de cada lado de la ecuación deben ser las mismas.

Las ecuaciones que se deducen a partir de números adimensionales tienen la ventaja de ser dimensionalmente correctas. Además permite reducir el número de variables de un problema, simplificándolo en forma importante, ya que la información crece geoméricamente con cada nueva variable.

Cuando una ecuación describe un fenómeno físico, cada variable (independiente o dependiente) además de tener un valor numérico tiene una dimensión, o sea una combinación de unidades de referencia (por ej. masa, longitud, tiempo). Conviene notar que la selección de estas unidades de referencia es arbitraria, ya que pueden escogerse otras variables como unidades, siempre que se cumpla con el requisito de que sea un grupo de unidades completo e independiente.

El análisis dimensional tiene una restricción: en él solo pueden intervenir cantidades físicas que contengan un significado cuantitativo; por lo que excluye por ejemplo, a la escala de dureza de Moh (talco=1, gis=2, calcita=3, fluorita=4, apatita=5, feldespato=6, etc.), o la escala de Beaufor para la velocidades del viento (clama=0, ventolina=1, flojito=3, flojo=4, bonacible=4, fresquito=5, fresco=6, etc.)

En problemas donde hay pocos antecedentes se debe ser muy cuidadosos al seleccionar las variables. Si se toman menos variables que las necesarias, los resultados serán erráticos y mostrarán dispersiones inesperadas. Si se toman más variables de las necesarias, aumentará la complejidad del problema, aunque analizando los resultados será posible detectar la variable o

variables superfluas. Estas variables son cuando éstas se pueden poner en función de otras variables que aparecen en el problema (según Echávez Aldape,1996).

Es importante indicar que, al usar el análisis dimensional es posible que se presente(n) alguna(s) de las desventajas siguientes:

- A pesar de que las variables involucradas están comprendidas en un rango finito de valores, al utilizar productos adimensionales éstos pueden tener valores infinitos.
- Se pueden originar correlaciones espurias, o sea, correlaciones que aparecen por repetir variables en los productos adimensionales, y que pueden llevar a aparentes tendencias a pesar de que las variables sean independientes entre sí.
- Reduce el número de variables pero puede complicar la expresión que las relaciona entre sí.
- Pueden aparecer variables sin interés para el problema pero que, por necesidades dimensionales, es necesario incluir, por ejemplo, la gravedad.

Para encontrar los productos adimensionales hay que dar los siguientes pasos:

- ☒ Hacer una lista de las variables que intervienen en el problema.
- ☒ Seleccionar la variable dependiente y verificar que todas las variables sean independientes entre sí, esto es, que alguna de ellas no se pueda poner en función de las otras.
- ☒ Construir la matriz de los exponentes para encontrar el rango de la matriz dimensional (n) suele ser, aunque no siempre, igual al número mínimo de dimensiones independientes requeridas para especificar las dimensiones de todas las variables.
- ☒ Encontrar los números adimensionales con la aplicación del teorema π o teorema de Buckingham.

Teorema de Buckingham.

El método del análisis dimensional de Rayleigh fue mejorado por Buckingham (1915). Este método generalizado se le conoce como el teorema π que establece que en un problema físico en que se tengan m cantidades o variables que incluyan n dimensiones, las variables se pueden agrupar en $m-n$ parámetros adimensionales independientes. En efecto, sean $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ las variables consideradas, se supone que todas estas cantidades son esenciales para resolver el problema, lo cual se puede expresar mediante la relación funcional,

$$F(A_1, A_2, A_3, \dots, A_m) = 0 \quad (\text{A.1})$$

Si π_1, π_2, \dots , representan parámetros o números adimensionales que agrupan a las variables A_1, A_2, A_3, \dots , todas éstas incluyendo n dimensiones, el teorema de Buckingham establece la existencia de una ecuación de la forma:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{m-n}) = 0 \quad (\text{A.2})$$

El método para determinar los números adimensionales π consiste en seleccionar n de las m cantidades A , con diferentes dimensiones, de manera que contengan entre todas ellas las n dimensiones y emplearlas como variables repetidas, es esencial que ninguna de las n cantidades seleccionadas como variables que se repiten se pueda derivar de las otras variables repetitivas al combinarlas con las cantidades A restantes, formando así cada número adimensional π . Por ejemplo, supóngase que A_1, A_2 y A_3 contienen las dimensiones M, L y T , no necesariamente en cada una de ellas, pero sí en forma colectiva. Entonces el primer número adimensional sería

$$\pi_1 = A_1^{x_1} A_2^{y_1} A_3^{z_1} A_4 \quad (\text{A.3})$$

el segundo quedaría como

$$\pi_2 = A_1^{x_2} A_2^{y_2} A_3^{z_2} A_4 \quad (\text{A.4})$$

y así sucesivamente hasta el número

$$\pi_{m-n} = A_1^{x_{m-n}} A_2^{y_{m-n}} A_3^{z_{m-n}} A_m \quad (\text{A.5})$$

Los exponentes en estas expresiones deberán determinarse de tal manera que cada número resulte adimensional; se sustituyen las dimensiones de las cantidades A y los exponentes M, L y T se igualan a cero por separado, formándose así tres ecuaciones con tres incógnitas para cada número π , pudiéndose determinar los exponentes x, y, z y, por tanto, el número π .

Si sólo se tienen dos dimensiones, entonces se seleccionan dos de las cantidades A como variables repetitivas, obteniéndose dos ecuaciones con dos incógnitas para cada parámetro π .

En muchos casos el arreglo dimensional de algunas de las variables del problema se puede obtener por simple inspección. El caso más simple se tiene cuando dos cantidades poseen las mismas dimensiones, siendo el cociente de las dos cantidades un número adimensional.

Números adimensionales.

Con la aplicación del teorema π de Buckingham, a continuación se presentan los diferentes números adimensionales y su relación entre ellos que permitirán obtener las ecuaciones para estimar las pérdidas locales cuando se presente un escalón.

Las pérdidas locales h_L dependen principalmente de los parámetros que se indican a continuación

$$h_L = f(\text{fac}l, Fr, y, Q_{db}, b, n, q, v, \lambda, \sigma, S, Se, g) \quad (\text{A.6})$$

En la relación funcional A.4 se observa que algunas variables dependen de otras que aparecen en la misma relación, por lo que enseguida se mencionan la dependencia de esas variables.

La pendiente S , la pendiente Se , el número de Froude Fr , el tamaño del escalón σ y la separación entre escalones λ son números adimensionales por sí solos.

El tirante medio y , en este caso, es aquel que se obtiene cuando se presenta la avenida de diseño, por tanto, esa profundidad es la media que alcanza el fondo con presencia de escalón.

Así pues el valor de la pendiente depende del gasto unitario, del ancho de plantilla b , así como también de la profundidad media, y .

En cambio el número de Froude Fr es función principalmente de la velocidad v , que a su vez es función del ancho de plantilla b y del tirante medio y .

En tanto que la variable $fac1$ dependerá de: número de Froude Fr , de la pendiente entre escalones $Se = \sigma / \lambda$. Así pues, las pérdidas locales de avenidas queda en función de las siguientes variables independientes,

$$h_L = f(fac1, Fr, v, q, Se, g) \quad (A.7)$$

$$h_L = f(fac1, v) \quad (A.8)$$

En la relación A.7 aparecen todas las variables importantes que determinan las pérdidas locales, en cambio, en A.8 solo queda en función del factor $fac1$, y de la velocidad v , ya que la aceleración de la gravedad g es un valor constante y esta dentro de Fr . En tanto que el factor $fac1$ queda en función de:

$$fac1 = f(Fr, Se) \quad (A.9)$$

La obtención de las pérdidas locales, estarán en función del factor adimensional $fac1$; ya que éste, proporciona un cierto valor el cual, multiplicado por la ecuación de Andrés para pérdidas locales, da una aproximación de la rugosidad que se presenta en el canal, en el momento en que el flujo se encuentre con estos obstáculos.

Al hacer varias pruebas numéricas para calibrar el coeficiente adimensional $fac1$, se determinó que será función de dos ecuaciones características, las cuales se muestran como:

$$fac1 = Ec1(Fr) \times Ec2(\sigma / \lambda) \quad (A.10)$$

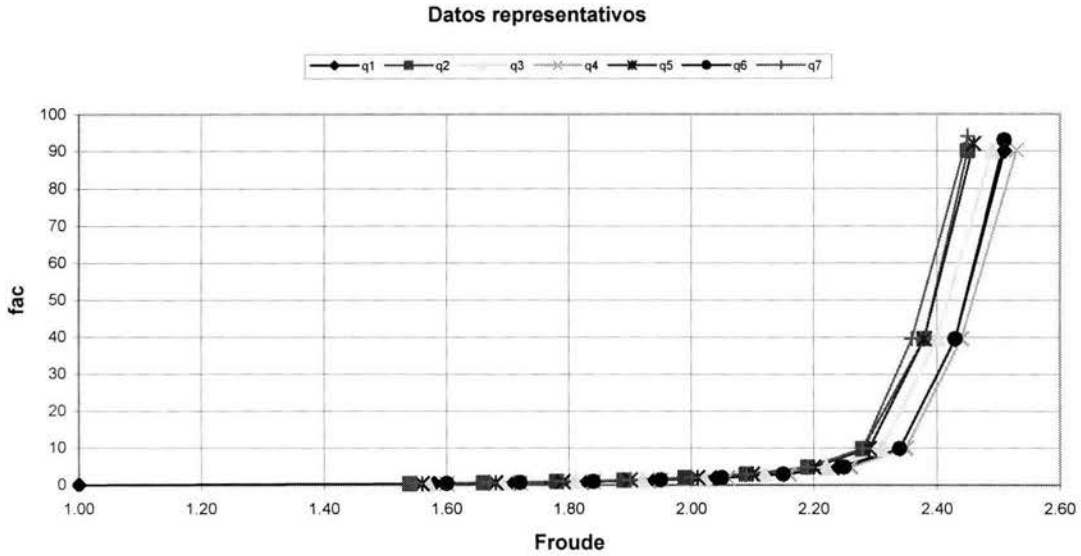
Estas ecuaciones se tomaron como características debido a que proporcionaban una tendencia, la cual se representaba por ciertas ecuaciones, los valores que se usaron se muestran a continuación:

q=Q/b	Froude	fac	So	Se=σ/λ
1.34	1.58	0.332	0.06	0.125
	1.71	0.590	0.07	0.125
	1.83	0.900	0.08	0.125
	1.94	1.310	0.09	0.125
	2.04	1.940	0.10	0.125
	2.15	2.900	0.11	0.125
	2.24	4.800	0.12	0.125
	2.34	9.800	0.13	0.125
	2.43	39.500	0.14	0.125
	2.51	90.000	0.15	0.125
1.54	1.54	0.350	0.06	0.125
	1.66	0.610	0.07	0.125
	1.78	0.920	0.08	0.125
	1.89	1.330	0.09	0.125
	1.99	1.960	0.10	0.125
	2.09	2.920	0.11	0.125
	2.19	4.820	0.12	0.125
	2.28	9.820	0.13	0.125
	2.38	39.520	0.14	0.125
	2.45	90.100	0.15	0.125
1.74	1.57	0.370	0.06	0.125
	1.69	0.630	0.07	0.125
	1.81	0.940	0.08	0.125
	1.92	1.350	0.09	0.125
	2.02	1.980	0.10	0.125
	2.12	2.940	0.11	0.125
	2.22	4.840	0.12	0.125
	2.31	9.840	0.13	0.125
	2.40	39.540	0.14	0.125
	2.49	90.200	0.15	0.125
2.00	1.60	0.38	0.06	0.125
	1.72	0.64	0.07	0.125
	1.84	0.95	0.08	0.125
	1.95	1.36	0.09	0.125
	2.06	1.99	0.10	0.125
	2.16	2.95	0.11	0.125
	2.26	4.85	0.12	0.125
	2.35	9.85	0.13	0.125
	2.44	39.55	0.14	0.125

	2.53	90.3	0.15	0.125
2.32	1.56	0.390	0.06	0.125
	1.68	0.650	0.07	0.125
	1.79	0.960	0.08	0.125
	1.90	1.370	0.09	0.125
	2.01	2.000	0.10	0.125
	2.10	2.960	0.11	0.125
	2.20	4.860	0.12	0.125
	2.29	9.860	0.13	0.125
	2.38	39.560	0.14	0.125
	2.46	92.000	0.15	0.125
2.50	1.60	0.410	0.06	0.125
	1.72	0.670	0.07	0.125
	1.84	0.980	0.08	0.125
	1.95	1.390	0.09	0.125
	2.05	2.020	0.10	0.125
	2.15	2.980	0.11	0.125
	2.25	4.880	0.12	0.125
	2.34	9.880	0.13	0.125
	2.43	39.580	0.14	0.125
	2.51	93.000	0.15	0.125
2.90	1.55	0.400	0.06	0.125
	1.67	0.680	0.07	0.125
	1.79	0.990	0.08	0.125
	1.90	1.400	0.09	0.125
	2.00	2.030	0.10	0.125
	2.09	2.990	0.11	0.125
	2.19	4.890	0.12	0.125
	2.28	9.890	0.13	0.125
	2.36	39.590	0.14	0.125
	2.45	94.000	0.15	0.125

Datos para $\sigma/\lambda = 1/8$

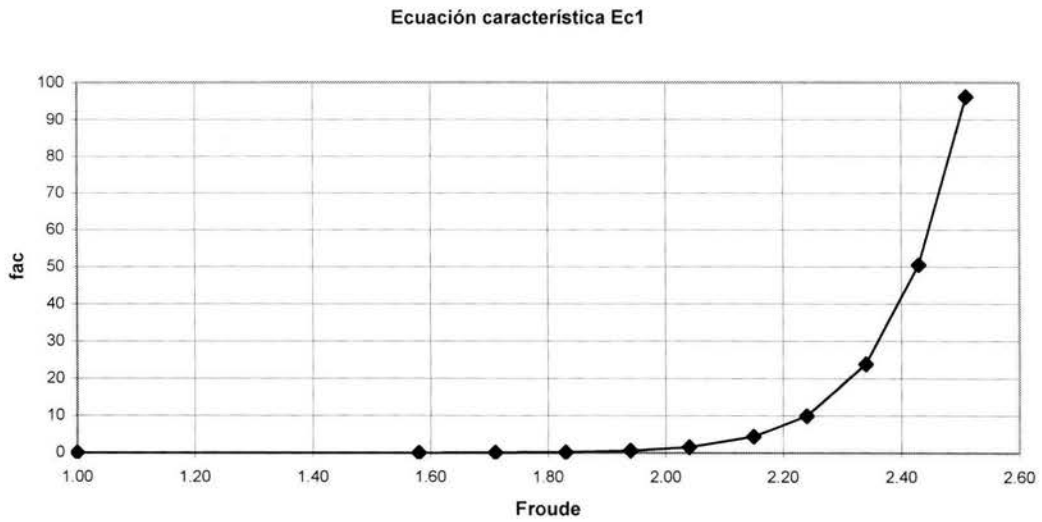
La ecuación característica *EcI* está en función del número de Froude. Para obtenerla, se realizó lo siguiente: al determinar que existe una relación entre el factor adimensional denominado *fac* y el número de Froude, se encontró que éste aumentaba en forma exponencial cuando el número de Froude se incrementaba:



Con estos valores, se obtuvo una ecuación característica, la cual se representa por la relación siguiente:

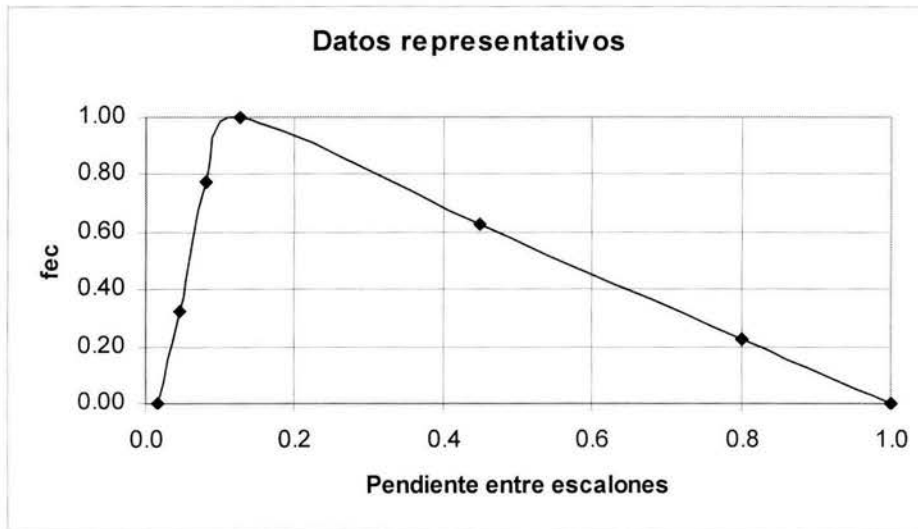
$$Ec1 = (0.000001059276 \times Fr^{19.911208}) \tag{A.11}$$

Y su respectiva gráfica:



Por otra parte, la segunda ecuación característica *Ec2* se tomó con referencia a la relación existente $\lambda = 8\sigma$ o en su caso $\sigma/\lambda = 1/8$, empleada por Zamarín y Fandiev, con respecto a una variable adimensional cualquiera que para este caso se denominó como *fec*, la cual estimaba que cuando $\sigma/\lambda = 1/8$, ésta tomaría el valor de “uno”; en tanto que, cuando la relación $\sigma/\lambda \approx 0$, tomaría el valor de “cero”, y cuando la relación $\sigma/\lambda \approx 1$, su valor

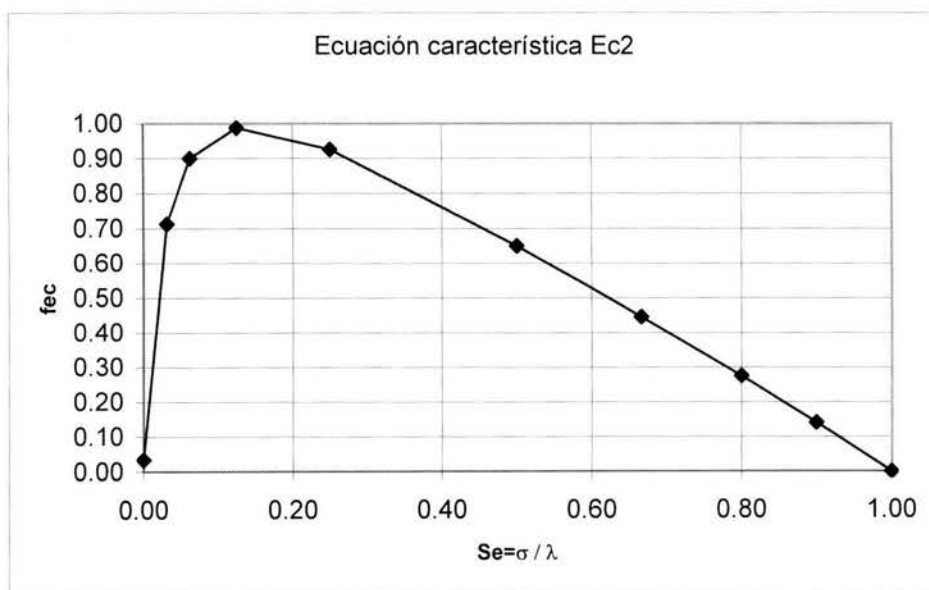
correspondiente sería “cero” también; lo que proporcionaba una gráfica en forma casi triangular:



Para estos datos la ecuación característica, que la determinaba con una aproximación más cercana se representa como:

$$Ec2 = \frac{(0.0341513 + 47.497395 \times \sigma/\lambda - 47.533204 \times \sigma/\lambda^2)}{(1 + 33.800866 \times \sigma/\lambda + 5.0875568 \times \sigma/\lambda^2 - 7.1271782 \times \sigma/\lambda^3)} \quad (A.12)$$

Y su gráfica correspondiente:



Al sustituir las ecuaciones A.11 y A.12 en A.10 se tiene:

$$fac1 = (0.000001059276 \times Fr^{19.911208}) \times (0.0341513 + 47.497395 \times \sigma/\lambda - 47.533204 \times \sigma/\lambda^2) / (1 + 33.800866 \times \sigma/\lambda + 5.0875568 \times \sigma/\lambda^2 - 7.1271782 \times \sigma/\lambda^3)$$

Con referencia a la ecuación A.9, queda claro que las variables independientes se resumirán a sólo el factor *fac1* y la velocidad media *v* en la sección; ya que la aceleración de la gravedad tiene un valor determinado y que a su vez, combinado con la velocidad da como resultado un valor adimensional.

El factor determinado anteriormente dará una aproximación para la obtención de la rugosidad en el canal o encauzamiento, en el momento que se presenten los escalones.

El objetivo principal de este trabajo es presentar ecuaciones que permitan determinar *un modelo numérico el cual represente el funcionamiento de la rugosidad horizontal artificial. Y, que por efecto de éste, disminuya la velocidad del flujo, pero a su vez, no cambie el régimen del mismo.* Existen dos ecuaciones características que se proponen para obtener dicha rugosidad y se basan en números adimensionales. El factor adimensional *fac1* depende de dos ecuaciones características muy importantes en el desarrollo del modelo, una es el número de Froude; y la otra, la pendiente entre escalones ($Se = \sigma/\lambda$). Los resultados se comparan con el proyecto de encauzamiento hecho en un tramo de la Barranca La Pastora, afluente del río San Joaquín, ubicado en la colindancia con el predio Loreto de la Palma, Delegación Cuajimalpa, Ciudad de México, y revisado por la Comisión Nacional del Agua, en agosto de 2002.

El modelo permite obtener las cotas de fondo del canal, los tirantes, la velocidad media y el número de Froude, para distintas secciones. Las ecuaciones fueron deducidas a partir de las ecuaciones obtenidas por los rusos Zamarín y Fandiev para estimar la rugosidad horizontal de fondo, y por medio de la ecuación de la energía.

Anexo B

Métodos iterativos para la obtención de los tirantes

Ingreso de los datos de proyecto, para secciones prismáticas, trapeciales y rectangulares

ORIGIN:= 1

g := 9.81 Aceleración de la gravedad

So := 0.075 Pendiente media del canal **So ≤ 0.15**

n := 0.02 Rugosidad inicial

LT := 15 Longitud total

Q := 17 Avenida máxima

b := 2.2 Ancho de plantilla

tal := 1 Para sección trapecial **tal > 0** y para sección rectangular **tal = 0**

Cálculo de las condiciones críticas

$$y_c := \left[\frac{(Q)^2}{(b)^2 \cdot g} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$w := \frac{(tal \cdot y_c)}{b}$$

$$y_{ctrap} := \left[1 - \left(\frac{w}{3} \right) + 0.105 \cdot (w)^2 \right] \cdot y_c$$

$$v_c := \frac{Q}{b \cdot y_c}$$

$$v_{ctrap} := \frac{Q}{b \cdot y_{ctrap}}$$

$$y_c = 1.82583$$

$$y_{ctrap} = 1.45278$$

$$q := \frac{Q}{b}$$

Cálculo del tirante mediante el "Método de Bisección" con la "n" inicial

$$y_{nn}(gg, x, y) := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow \frac{x+y}{2} \\ \text{while } |x-y| > 0.00000001 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x \leftarrow z \text{ if } gg(x) \cdot gg(z) > 0 \\ y \leftarrow z \text{ if } gg(x) \cdot gg(z) < 0 \\ z \leftarrow \frac{x+y}{2} \end{array} \right. \\ z \end{array} \right.$$

$$gg(x) := \left[\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{n} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (\text{So})^5 \right] - Q$$

$y_n := y_{nn}(gg, 0.001, 5)$ observar si los rangos del método de la bisección son apropiados
 $y_n = 0.696$

$\text{sig} = y_n \cdot 0.25$

$\text{sig} = 0.17$

$l_a := 8 \cdot \text{sig}$

$dx := \text{if}(\text{sig} \leq 0, 0.01 \cdot \text{LT}, 0.1 \cdot l_a)$

$\text{Se} := \frac{\text{sig}}{l_a}$

Cálculo del tirante mediante el "MÉTODO DE BISECCIÓN" con "σ"

$$y_{nnn}(h, x, y) := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow \frac{x+y}{2} \\ \text{while } |x-y| > 0.00000001 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x \leftarrow z \text{ if } h(x) \cdot h(z) > 0 \\ y \leftarrow z \text{ if } h(x) \cdot h(z) < 0 \\ z \leftarrow \frac{x+y}{2} \end{array} \right. \\ z \end{array} \right.$$

$$h(x) := \left[\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{47.5 - 1.2 \cdot \frac{x}{\text{sig}} + 0.1 \cdot \frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (\text{So})^5 \right] - Q$$

$y_{nn} := y_{nnn}(h, y_n, 0.85y_{\text{ctrap}})$ observar si los rangos del método de la bisección son apropiados
 $y_{nn} = 0.99606$

Cálculo del tirante mediante el "MÉTODO DE LA FALSA POSICIÓN" con " σ "

$$ymm(w, x, y) := \left\{ \begin{array}{l} c \leftarrow y - \frac{w(y) \cdot (y - x)}{w(y) \cdot w(x)} \\ \text{while } |w(c)| > 0.000001 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} x \leftarrow c \text{ if } w(x) \cdot w(c) > 0 \\ y \leftarrow c \text{ if } w(x) \cdot w(c) < 0 \end{array} \right. \\ \quad c \leftarrow y - \frac{w(y) \cdot (y - x)}{w(y) \cdot w(x)} \end{array} \right. \\ c$$

$$w(x) := \left[\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{47.5 - 1.2 \cdot \frac{x}{\text{sig}} + 0.1 \cdot \frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (\text{So})^5 - Q \right]$$

ym := ymm(w, 1, 0.85yctrap) observar si los rangos del método son apropiados ym = ■

Cálculo del tirante mediante el "MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON" con " σ "

$$y1(f, g, x) := \left\{ \begin{array}{l} H \leftarrow \frac{f(x)}{g(x)} \\ \text{while } |H| > 0.000000001 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} x \leftarrow x - H \\ H \leftarrow \frac{f(x)}{g(x)} \end{array} \right. \\ x \leftarrow x - H \end{array} \right.$$

$$f(x) := \left[\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{47.5 - 1.2 \cdot \frac{x}{\text{sig}} + 0.1 \cdot \frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] - \frac{Q}{(\text{So})^5}$$

$$g(x) := \frac{d}{dx} \left[\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{47.5 - 1.2 \cdot \frac{x}{\text{sig}} + 0.1 \cdot \frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] - \frac{Q}{(\text{So})^5}$$

yn := y1(f, g, yn) observar si los rangos del método son apropiados yn = 0.99606

Cálculo del tirante mediante el "MÉTODO DE LA SECANTE" con " σ "

```

ys(s, x, y) :=
  H ←  $\frac{s(y) \cdot (x - y)}{s(x) - s(y)}$ 
  w ← y - H
  while |w - y| > 0.000000001
    x ← y
    y ← w
    H ←  $\frac{s(y) \cdot (x - y)}{s(x) - s(y)}$ 
    w ← y - H
  w
  
```

$$s(x) := \left[\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{47.5 - 1.2 \cdot \frac{x}{\text{sig}} + 0.1 \cdot \frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] - \frac{Q}{(So)^5}$$

yns := ys(s, yn, 0.85yctrap) observar si los rangos del método son apropiados yns = 0.99606

Cálculo del tirante mediante el "MÉTODO DE ILLINOIS" con " σ "

```

var(f, a, c) :=
  b ← c + f(c) \cdot  $\frac{c - a}{f(a) - f(c)}$  if f(a) \cdot f(c) < 0
  while |f(b)| > 0.00001
    a ← c if f(b) \cdot f(c) < 0
    c ← b if f(b) \cdot f(c) < 0
    b ← c + f(c) \cdot  $\frac{c - a}{f(a) - f(c)}$  if f(b) \cdot f(c) < 0
    aa ← f(a) \cdot 0.5 if f(b) \cdot f(c) > 0
    a ← aa if f(b) \cdot f(c) > 0
    c ← b if f(b) \cdot f(c) > 0
    b ← c + f(c) \cdot  $\frac{c - a}{aa - f(c)}$  if f(b) \cdot f(c) > 0
  b
  
```

$$f(x) := \left[\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{47.5 - 1.2 \cdot \frac{x}{\text{sig}} + 0.1 \cdot \frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{b \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] - \frac{Q}{(So)^5}$$

ynilli := var(f, yn, 0.85yctrap) observar si los rangos del método son apropiados ynilli = 0.99606

Anexo C

Modelo Final

Nota importante, las partes sombreadas son los valores que se pueden modificar.

contadores

ORIGIN:= 1

k := 1 **renglón**

m := 1 **columna**

g := 9.81 Aceleración de la gravedad

So_m := 0.15 Pendiente media del canal **So ≤ 0.15**

n_{k,m} := 0.02 Rugosidad inicial

LT := 113 Longitud total (m)

Q_k := 17 Avenida máxima

b_k := 2.2 Ancho de plantilla $q_k := \frac{Q_k}{b_k}$

tal := 0 Talud de las márgenes

Condiciones críticas

$$y_{c_k} := \left[\frac{(Q_k)^2}{(b_k)^2 \cdot g} \right]^{\frac{1}{3}}$$
$$w_k := \frac{(\text{tal} \cdot y_{c_k})}{b_k}$$

$$y_{\text{ctrap}_k} := \left[1 - \left(\frac{w_k}{3} \right) + 0.105(w_k)^2 \right] \cdot y_{c_k}$$

$$v_{c_k} := \frac{Q_k}{b_k \cdot y_{c_k}}$$

$$v_{\text{ctrap}_k} := \frac{Q_k}{b_k \cdot y_{\text{ctrap}_k}}$$

n_{k,m} = 0.02

yc = (1.82583)

yctrap = (1.82583)

Cálculo del tirante con la "n" propuesta

$$y_{nn}(gg, k, m, x, y) := \left[\begin{array}{l} z \leftarrow \frac{x+y}{2} \\ \text{while } |x-y| > 0.000000001 \\ \quad \left[\begin{array}{l} x \leftarrow z \text{ if } gg(k, m, x) \cdot gg(k, m, z) > 0 \\ y \leftarrow z \text{ if } gg(k, m, x) \cdot gg(k, m, z) < 0 \\ z \leftarrow \frac{x+y}{2} \end{array} \right. \\ z \end{array} \right]$$

$$gg(k, m, x) := \left[\frac{b_k \cdot x + tal \cdot x^2}{n_{k,m}} \cdot \left(\frac{b_k \cdot x + tal \cdot x^2}{b_k + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + tal^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (So_m)^5 \right] - Q_k$$

$y_{n_{k,m}} := y_{nn}(gg, k, m, 0.001, 5)$ observar si los rangos del método de la bisección son apropiados
 $y_n = (0.702)$

$sig_k := y_{n_{k,m}} - 0.3$ sig = (0.21)

$la_k := 8 \cdot sig_k$

$dx_k := \text{if}(sig_k \leq 0, 0.05 \cdot LT, 0.1 \cdot la_k)$

$Se_k := \frac{sig_k}{la_k}$

$NT_k := \frac{LT}{dx_k}$ Número de secciones, se modifica el valor de k

$i := 1, 2.. NT_k$

Cálculo del nivel del fondo del canal

$$L(k) := \left[\begin{array}{l} j \leftarrow 1 \\ L_1 \leftarrow la_k - sig_k - 3 \cdot dx_k \\ \text{while } j < NT_k \\ \quad \left[\begin{array}{l} L_{j+1} \leftarrow L_j + la_k \\ j \leftarrow j + 1 \end{array} \right. \\ L \end{array} \right]$$

```

LL(k) := | j ← 1
          | LL1 ← lak - 3·dxk
          | while j < NTk
          |   | LLj+1 ← LLj + lak
          |   | j ← j + 1
          | LL

```

Li := L(1) Longitudes donde terminan los escalones, se modifica el valor de k.

Lf := LL(1) Longitudes donde inician los escalones, se modifica el valor de k.

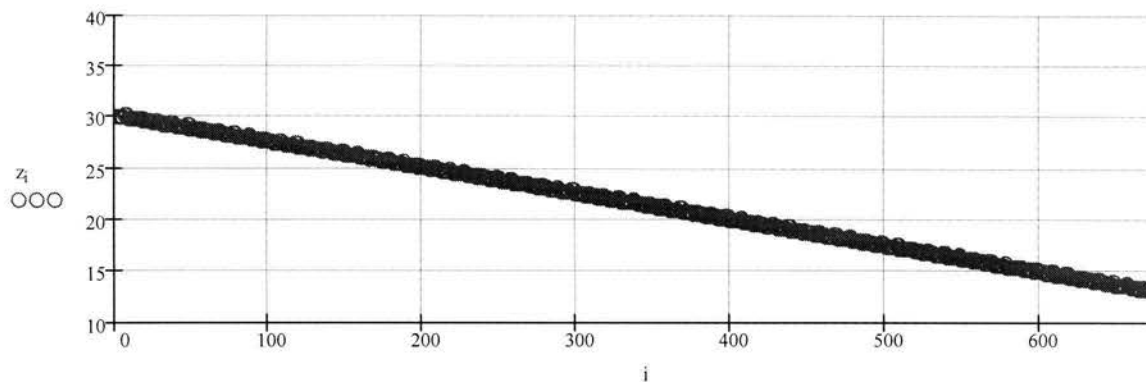
```

z(k, m) := | j ← 1
            | p ← 1
            | z1 ← 30.1
            | while j < NTk
            |   | zj+1 ← zj - Sok, m·dxk
            |   | zj ← zj + sigk if  $\frac{Li_p}{dx_k} \leq j \leq \frac{Lf_p}{dx_k} + 0.0001$ 
            |   | p ← p + 1 if  $j > \frac{Lf_p}{dx_k}$ 
            |   | p ← p otherwise
            |   | j ← j + 1
            | z

```

z := z(1, 1) Nivel del fondo del canal que depende de k, m

ORIGIN := 1



Cálculo del tirante con la "n" propuesta por los rusos

$$y_{nnn}(h, k, m, x, y) := \begin{cases} z \leftarrow \frac{x+y}{2} \\ \text{while } |x-y| > 0.000000001 \\ \quad \begin{cases} x \leftarrow z \text{ if } h(k, m, x) \cdot h(k, m, z) > 0 \\ y \leftarrow z \text{ if } h(k, m, x) \cdot h(k, m, z) < 0 \end{cases} \\ z \leftarrow \frac{x+y}{2} \\ z \end{cases}$$

$$l(k, m, x) := \text{if } \text{sig}_k > 0, \left[\frac{47.5 - 1.2 \cdot \frac{x}{\text{sig}_k} + 0.1 \cdot \frac{b_k}{x}}{1000} \cdot \left(\frac{b_k \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b_k + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{1}{6}} \right], n_{k, m}$$

$$h(k, m, x) := \left[\frac{b_k \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{l(k, m, x)} \cdot \left(\frac{b_k \cdot x + \text{tal} \cdot x^2}{b_k + 2 \cdot x \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (\text{So}_m)^{.5} \right] - Q_k$$

$$y_{nn_{k, m}} := y_{nnn}(h, k, m, 0.8 \cdot y_{n_{k, m}}, y_{\text{ctrap}_k})$$

$$y_{nn} = (1.11)$$

Cálculo de la "n" propuesta por los rusos

$$F_{nn_{k, m}} := \frac{Q_k}{[b_k \cdot y_{nn_{k, m}} + \text{tal} \cdot (y_{nn_{k, m}})^2] \cdot (g \cdot y_{nn_{k, m}})^{0.5}}$$

$$v_{nn_{k, m}} := \frac{Q_k}{b_k \cdot y_{nn_{k, m}} + \text{tal} \cdot (y_{nn_{k, m}})^2}$$

$$ae_{k, m} := \frac{y_{nn_{k, m}}}{\text{sig}_k} \qquad 8 < ae < 3.5$$

$$ae = (1.272)$$

$$be_{k, m} := \frac{b_k}{y_{nn_{k, m}}} \qquad 6 < be < 1.0$$

$$be = (0.981)$$

$$K_{k, m} := \frac{47.5 - 1.2 \cdot ae_{k, m} + 0.1 \cdot be_{k, m}}{1000}$$

$$nn_{k, m} := K_{k, m} \cdot \left[\frac{b_k \cdot y_{nn_{k, m}} + \text{tal} \cdot (y_{nn_{k, m}})^2}{b_k + 2 \cdot y_{nn_{k, m}} \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}} \right]^{\frac{1}{6}}$$

$$yn_{1,1} = 0.70203$$

$$yc_{1,1} = 1.82583$$

$$ynn_{1,1} = 1.11$$

$$n_{1,1} = 0.02$$

$$c := 1.0$$

$$nn_{1,1} = 0.037$$

```

y(Nf, y22, ec1, ec2, k, m, xx, yy) :=
  y1 ← ynnk, m
  j ← 1
  while j < NTk
    facaj ← 0.0 if zj - zj+1 = Som · dxk
    facaj ← Nf(j - 2, k, y) otherwise
    facbj ← Nf(j - 2, k, y) if zj+1 > zj
    facbj ← 0.0 otherwise
    NFj ← facaj - facbj
    H ←  $\frac{y22(j, NF, y, k, m, yy) \cdot (xx - yy)}{y22(j, NF, y, k, m, xx) - y22(j, NF, y, k, m, yy)}$ 
    w ← yy - H
    while |w - yy| > 0.000000001
      xx ← yy
      yy ← w
      H ←  $\frac{y22(j, NF, y, k, m, yy) \cdot (xx - yy)}{y22(j, NF, y, k, m, xx) - y22(j, NF, y, k, m, yy)}$ 
      w ← yy - H
    yj+1 ← w if ec1(j, y, k, m) > ec2(j, k, m) · c
    yj+1 ← yck otherwise
    xx ← 0.01
    yy ← yj+1
    j ← j + 1
  y

```

$$Nf(j, k, y) := \left[0.000001059276 \left[\frac{Q_k}{[b_k \cdot y_j + \text{tal} \cdot (y_j)^2] \cdot (g \cdot y_j)^{0.5}} \right]^{19.911208} \right] \left[\frac{[0.0341513 + 47.497395 Se_k - 47.533204 (Se_k)^2]}{[1 + 33.800866 Se_k + 5.0875568 (Se_k)^2 - 7.1271782 (Se_k)^3]} \right]$$

$$y2a(j, NF, y, k, m, xx) := z_{j+1} + xx + \frac{\left(\frac{Q_k}{b_k \cdot xx + \text{tal} \cdot xx^2}\right)^2}{2 \cdot g} + NF_j \cdot \left[\left[\left(\frac{Q_k}{b_k \cdot xx + \text{tal} \cdot xx^2}\right)^2 - \left[\frac{Q_k}{b_k \cdot y_j + \text{tal} \cdot (y_j)^2}\right]^2 \right] \right] + \frac{dx_k}{2} \cdot \left[\frac{\left(\frac{Q_k}{b_k \cdot xx + \text{tal} \cdot xx^2}\right) \cdot (n_{k,m})}{\left(\frac{Q_k}{b_k \cdot xx + \text{tal} \cdot xx^2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{Q_k}{b_k + 2 \cdot xx \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}}\right)} \right]^2$$

$$y2b(j, y, k, m) := z_j + y_j + \frac{\left[\frac{Q_k}{b_k \cdot y_j + \text{tal} \cdot (y_j)^2}\right]^2}{2 \cdot g} - \left[\frac{dx_k}{2} \cdot \frac{\left[\frac{Q_k}{b_k \cdot y_j + \text{tal} \cdot (y_j)^2}\right] \cdot (n_{k,m})}{\left[\frac{Q_k}{b_k \cdot y_j + \text{tal} \cdot (y_j)^2}\right]^{\frac{2}{3}} \cdot \left[\frac{Q_k}{b_k + 2 \cdot y_j \cdot \sqrt{1 + \text{tal}^2}}\right]} \right]^2$$

$$y22(j, NF, y, k, m, xx) := y2a(j, NF, y, k, m, xx) - y2b(j, y, k, m)$$

$$ec1(j, y, k, m) := z_j + y_j + \frac{\left[\frac{Q_k}{b_k \cdot y_j + \text{tal} \cdot (y_j)^2}\right]^2}{2 \cdot g}$$

$$ec2(j, k, m) := \left[\left(z_{j+1} + y_{\text{ctrap}_k} \right) + \frac{\left(\frac{Q_k}{b_k \cdot y_{\text{ctrap}_k} + \text{tal} \cdot y_{\text{ctrap}_k}^2}\right)^2}{2 \cdot g} \right] \cdot 1.00$$

$$y := y(Nf, y22, ec1, ec2, 1, 1, y_{n_{k,m}}, 0.8 \cdot y_{\text{ctrap}_k})$$

ORIGIN:= 1

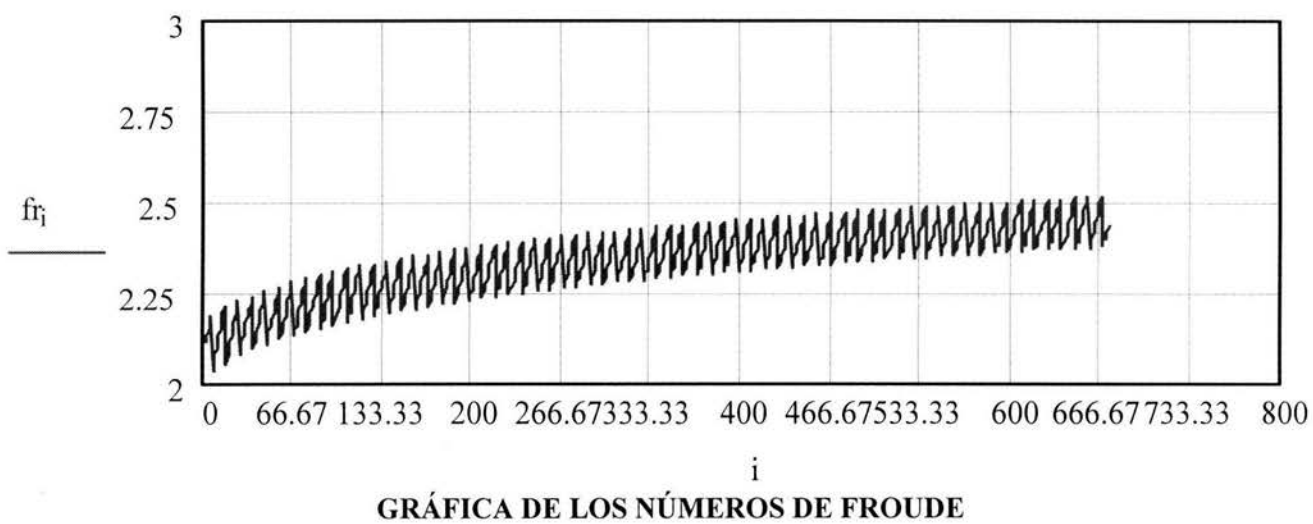
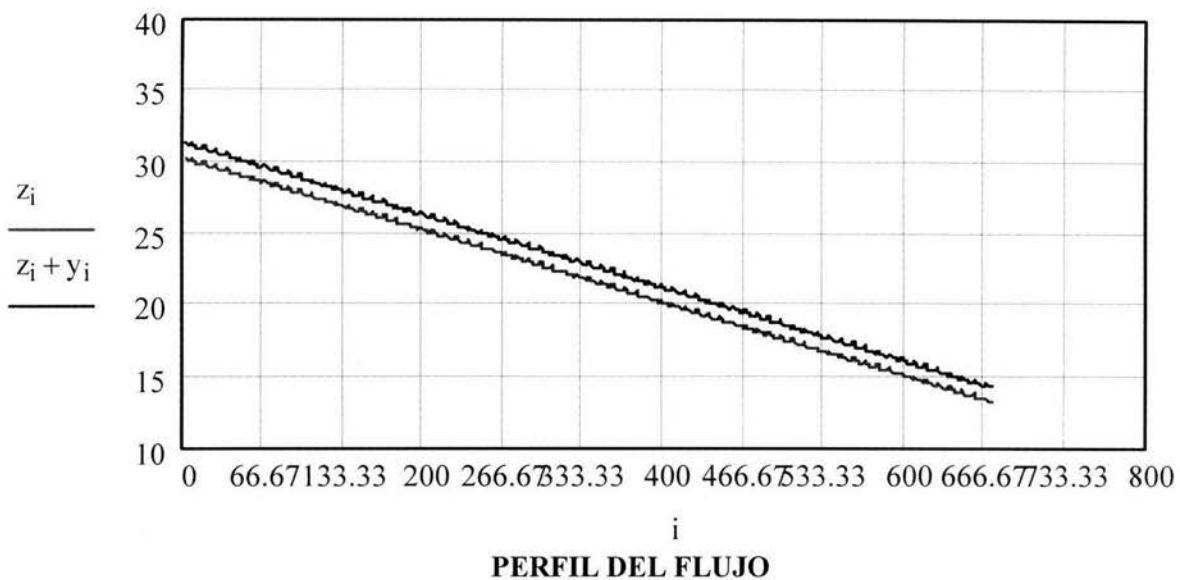
i:= 1.. NT_k

$$fr_{i,k} := \frac{Q_k}{(b_k \cdot y_i + \text{tal} \cdot y_i) \cdot \sqrt{g \cdot y_i}}$$

$$v_{i,k} := \frac{Q_k}{b_k \cdot y_i + \text{tal} \cdot (y_i)^2}$$

DD:= trunc(NT_k)

DD = 670



BIBLIOGRAFÍA

1. E.A. Zamarin y V.V. Fandieiev. *Gidrotejnichiskie Sooruyinia*. 5ª. Edición. Kolos, Moscú, 1965.
2. Sánchez Bribiesca, José L.; Gracia Sánchez, Jesús; Franco, Víctor. *Revisión crítica de las ecuaciones para determinar el efecto de la rugosidad artificial en rápidas*. Primer informe del convenio con CNA denominado “Revisión del efecto de la rugosidad artificial en el Arroyo Allende del Estado de Chiapas”, No. GRFS-CC-99-007. Agosto 1999.
3. Camargo Hernández, Jaime y Franco, Víctor. *Hidráulica de Canales*. Capítulo 5 del Manual de Ingeniería de Ríos, Número 614, Instituto de Ingeniería de la UNAM.
4. R.H. French, *Open channel hydraulics*. Editorial McGraw Hill, New York, 1985.
5. Ghosh, S.N., and Mehta, P.J. *Boundary shear distribution in a compound channel with varying roughness distribution*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. London, England. Vol. 57, Part 2, Technical Note 91, March 1974, pp. 159-164.
6. Hwang, L.S., and Laursen, E.M. *Shear measurement technique for rough surfaces*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 89, No. HY2, Proc. Paper 3451, March 1963, pp. 19-37.
7. Knight, D.W., and McDonald, J.A. *Hydraulic resistance of artificial Strip roughness*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. HY6, Proc. Paper 14635, June 1979, pp. 675-690.
8. Dandekar, M.M., and Modi, P.N. *Discussion of resistance equation for large scale roughness*. By C.J. Bathurst and R.M. Li, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 107(12), 1981, pp. 1593-1613.
9. De Vriend, H.J., and Koch, F.G. *Flow of water in a curved open channel with a fixed uneven bed*. R657-VI, M1415 Part II, Delft Univ. of Tech., Delft, The Netherlands. 1978.
10. Ghosh, S.N. *Boundary shear distribution in open channel flow*. Proc. Of the Institute of Civil Engineers, Institute of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96, No. HY4, April 1970, pp. 967-993.

11. Jin, Y., et al. Flow and shear stress in curved channel-phase IV- velocity and shear stress near smooth and rough outside bank slopes. Tech. Report WRE88-9 Dept. of Civil Engineering, Univ. of Alberta, Edmonton, Alberta. 1988.
12. Naot, D. Response of channel flow to roughness heterogeneity. Journal of the Hydraulics Engineering, ASCE, Vol. 112 (12), 1983, pp. 1137-1150.
13. Pe, J.A. Implicit erosion in high gradient open channel flow with artificial roughness elements. Proc. 16th Congress of IAHR, International Association of Hydraulic Research, Vol. 2, 1975, pp. 173-180.
14. Steffler, P.M. Turbulent flow in a curved rectangular channel. Thesis presented to the University of Alberta, at Edmonton, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. 1984.
15. Johnson, J.W. Rectangular artificial roughness in open channels. Transactions American Geophysical Union, Vol. 25, part VI, 1944, pp. 906-914.
16. Robinson, A.R., and Albertson, M.L. Artificial roughness standard for open channels. Transactions American Geophysical Union, Vol. 33, No. 6, December 1952, pp. 881-888.
17. Herbich, J.B., and Shulits, S. Large-scale roughness in open channel flow. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 90, No. HY6, Proc. Paper 4145, November 1964, pp. 203-230.
18. Streeter V. L. y Wylie B. E. (1983). Fluids Mechanics. Ed. McGraw-Hill Inc., U.S.A.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO