



01162
3

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA

“SALTO HIDRÁULICO EN CANALES TRAPECIALES
DE GRAN PENDIENTE”

T E S I S
COMO REQUISITO PARA
OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA
(HIDRÁULICA)

P R E S E N T A :

ING. JUAN CARLOS DELGADO RAMÍREZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. GILBERTO SOTELO AVILA



CIUDAD UNIVERSITARIA, NOVIEMBRE DEL 2003

TUVE CON
FALLA DE ORIGEN

1



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PAGINACIÓN DISCONTINUA

DEDICATORIAS

A MIS PADRES:
PILAR Y JAIME

Como testimonio de infinito aprecio y eterno agradecimiento. Por estar siempre conmigo, por el apoyo incondicional que siempre me han brindado, por la palabra de aliento y por la ayuda en todo momento.

A MI ESPOSA:
NORMA

Con profundo amor a quien siempre esta conmigo, mi compañera, mi amiga, mi esposa. Por todo lo que significas para mí, porque tu amor ha hecho mis cargas más ligeras y mantiene vivo mi deseo siempre de superación.

A MI HIJO:
CARLOS ALBERTO

Con todo mi amor y cariño para mi pequeño Carlos Beto. Por ser la alegría en todo momento y porque eres el motor que me impulsa a seguir adelante.

A MIS HERMANOS:
SOCORRO Y ALBERTO

Sabiendo que no existirá una forma de agradecer una vida de sacrificios y esfuerzos, quiero que sientan que el objetivo logrado también es de ustedes y que la fuerza que me ayudo a conseguirlo fue su apoyo, comprensión y confianza que han depositado en mí.

A MI FAMILIA:

Por su cariño, su apoyo y por la amistad que me han brindado. Y porque de alguna manera contribuyeron a hacer posible que alcanzara esta meta.

A MIS AMIGOS:

Con mucho cariño y afecto. Por su apoyo y por la amistad incondicional que me han brindado.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A G R A D E C I M I E N T O S

Mi más sincero agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México porque dentro de sus aulas se forjaron los cimientos que me sostendrán durante mi vida como profesionista.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo otorgado para la realización de mis estudios de posgrado, los cuales concluyen con este trabajo.

Deseo hacer un especial agradecimiento al Dr. Gilberto Sotelo Ávila por su enseñanza académica y por la dedicación en la dirección, revisión y comentarios para la elaboración de esta tesis. Y porque además de su ayuda para hacer posible este trabajo, me ha hecho partícipe de sus sabios consejos y me ha dado el mejor ejemplo con su excelente calidad como ser humano.

A los miembros del jurado:

Dr. Carlos Escalante Sandoval
Dr. Gilberto Sotelo Ávila
Dra. Lilia Reyes Chávez
Dr. Rafael Carmona Paredes
Dr. Jesús Gracia Sánchez

por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo y por sus valiosos comentarios que ayudaron a mejorarlo, mi más profundo agradecimiento.

A todos los profesores de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería (DEPFI), por su enseñanza académica, comprensión y ayuda que siempre me ofrecieron; a todos ellos mi más sincero agradecimiento.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo excepcional.
NOMBRE: Juan Carlos Delgado
Ramírez
FECHA: 11/DIC/2003
FIRMA: J. C. Delgado

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

**SALTO HIDRAULICO EN CANALES TRAPECIALES
DE GRAN PENDIENTE**

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4

I N D I C E

INDICE	I
RESUMEN	III
INTRODUCCION	IV

CAPITULO PRIMERO EL FENOMENO DEL SALTO HIDRAULICO

1.1 ASPECTOS GENERALES	1
1.2 SALTO HIDRÁULICO CONVENCIONAL	3
1.2.1 CARACTERÍSTICAS BÁSICAS	3
1.2.2 ECUACIÓN GENERAL DEL SALTO	10

CAPITULO SEGUNDO SALTO HIDRAULICO EN CANALES RECTANGULARES DE GRAN PENDIENTE

2.1 ASPECTOS GENERALES	14
2.2 TIPOS DE SALTO	16
2.3 ECUACIÓN GENERAL	18
2.4 ECUACIÓN PARA LOS DIFERENTES TIPOS DE SALTO	22
2.4.1 SALTO "TIPO A"	22
2.4.2 SALTO "TIPO B"	23
2.4.3 SALTOS "TIPO C Y D"	33
2.4.4 SALTO "TIPO E"	36
2.5 EFICIENCIA DEL SALTO	41

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPITULO TERCERO
SALTO HIDRAULICO EN CANALES TRAPECIALES
DE GRAN PENDIENTE

3.1 CONTRIBUCIONES TEÓRICO-EXPERIMENTALES	44
3.2 ASPECTOS GENERALES	49
3.3 ECUACIÓN GENERAL DEL SALTO	50
3.4 ANÁLISIS PARA LOS DIFERENTES TIPOS DE SALTO	55
3.4.1 ANÁLISIS DEL SALTO "TIPO A"	55
3.4.2 ANÁLISIS DEL SALTO "TIPO B"	64
3.4.3 ANÁLISIS DEL SALTO "TIPO C Y D"	77
3.4.4 ANÁLISIS DEL SALTO "TIPO E"	85

CAPITULO CUARTO
EJEMPLOS NUMERICOS DEL SALTO HIDRAULICO
EN CANALES TRAPECIALES DE GRAN PENDIENTE

4.1 APLICACIÓN DEL FENÓMENO	92
4.2 DETERMINACIÓN DEL TIPO DE SALTO	93
4.3 SOLUCIÓN NUMÉRICA	95
4.3.1 EJEMPLO NO. 1	95
4.3.2 EJEMPLO NO. 2	103
4.3.3 ASPECTOS RELEVANTES DEL ANÁLISIS REALIZADO	108

CONCLUSIONES 110

REFERENCIAS 114

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

R E S U M E N

El comportamiento del salto hidráulico en canales de pendiente mixta y su aplicación en el diseño de tanques disipadores de energía es de gran importancia e interés para el ingeniero proyectista. En este trabajo se presenta un esquema general sobre este fenómeno y se lleva a cabo un análisis mediante la aplicación del principio del impulso y cantidad de movimiento, con la finalidad de obtener la ecuación general del salto formado en canales trapeciales de gran pendiente antes de una pendiente suave, además de las expresiones particulares para los diferentes tipos de salto.

Se presenta además una solución gráfica general para los distintos tipos de salto, lo que permite determinar el valor del tirante conjugado mayor a partir de las condiciones de la sección inicial. Las expresiones obtenidas son teóricas y contienen en forma implícita una función empírica que debe ser determinada experimentalmente.

En términos generales el presente trabajo se enfoca en el análisis del salto hidráulico en canales trapeciales de gran pendiente, cuya finalidad es la de obtener las bases de una posible solución de este fenómeno; destacándose la necesidad de llevar a cabo los trabajos experimentales que permitan encontrar una adecuada correlación entre lo propuesto teóricamente en este trabajo y lo que se experimente.

Se desarrolla dos ejemplos, en los cuales se aplican las ecuaciones y gráficas obtenidas.

I N T R O D U C C I O N

El flujo en un canal se produce, principalmente, por la acción de la fuerza gravitacional y se caracteriza por la exposición de una superficie libre a la presión atmosférica.

Aunque los problemas relacionados con el flujo en canales son aparentemente sencillos, es necesario establecer las bases mínimas que permitan facilitar y entender el problema. La aplicación de los principios fundamentales de la hidráulica (de continuidad, de energía y de cantidad de movimiento) constituyen las bases de la interpretación para la mayoría de los fenómenos hidráulicos.

El fenómeno del salto hidráulico es un proceso de transición de un régimen supercrítico a uno subcrítico, esta transición es en forma brusca originando un estado de gran turbulencia, que genera una excesiva disipación de energía y una alteración de las presiones hidrostáticas.

El escurrimiento a régimen supercrítico y su consecuente cambio a régimen subcrítico produce fundamentalmente los efectos debidos a la socavación y erosión del agua al pie de las estructuras, poniendo en peligro la estabilidad o provocando un daño parcial de las mismas. Para estabilizar el salto se utiliza una depresión al pie de la estructura, conocida como tanque de amortiguamiento, en el cual se disipa la excesiva energía cinética del flujo y evita que el salto se mueva hacia una zona aguas abajo, la cual generalmente no está protegida contra los efectos de un flujo altamente turbulento que provoca daños de consideración.

El comportamiento del salto hidráulico en canales de pendiente mixta y su aplicación en el diseño de tanques disipadores de energía es de gran importancia e interés para el ingeniero proyectista. En este trabajo se presenta un esquema general sobre este fenómeno y se lleva a cabo un análisis mediante la aplicación

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

del principio del impulso y cantidad de movimiento, con la finalidad de obtener la ecuación general del salto formado en canales trapeciales de gran pendiente antes de una pendiente suave, además de las expresiones particulares para los diferentes tipos de salto. Se presenta además una solución gráfica general para los distintos tipos de salto, lo que permite determinar el valor del tirante conjugado mayor a partir de las condiciones de la sección inicial. Las expresiones obtenidas son teóricas y contienen en forma implícita una función empírica que debe ser determinada experimentalmente.

Un canal de pendiente mixta es aquel que se forma de dos tramos de diferente pendiente; el primero ubicado aguas arriba con una pendiente suficientemente grande que garantice un flujo supercrítico y el segundo ubicado aguas abajo con una pendiente suave, horizontal o adversa.

Por otro lado para llevar a cabo el análisis del salto hidráulico en canales de pendiente mixta es necesario considerar el efecto del componente horizontal de la fuerza debida al peso del prisma de agua dentro del volumen de control en estudio, cabe mencionar que el efecto de esta fuerza en un salto convencional es despreciable.

El presente trabajo se desarrolla bajo la siguiente temática:

En el primer capítulo se presenta un esquema general sobre el fenómeno; se desarrolla una breve explicación sobre el salto hidráulico convencional (salto formado sobre un canal horizontal). La aplicación del principio del impulso y cantidad de movimiento permite deducir las expresiones para dar solución a este fenómeno, ya que la concordancia general entre los resultados teóricos obtenidos con este principio y los resultados experimentales a los que se ha llegado ponen de manifiesto la seguridad de su aplicación. Se describen además las características básicas de un salto, entre las que se encuentran principalmente: formas del salto, la relación de tirantes conjugados, el perfil hidráulico, la longitud, la pérdida de energía y la eficiencia. Finalmente, se exponen las ecuaciones generales y particulares para las secciones rectangular y trapecial.

El segundo capítulo trata del salto hidráulico en canales rectangulares de gran pendiente. Se presenta la clasificación de los tipos de salto que se desarrollan en canales de pendiente mixta, los cuales son función de su posición, aspecto fundamental y adquieren gran importancia, ya que un ligero incremento del gasto Q o del tirante de salida y , de aguas abajo originan que el salto se desplace longitudinalmente de una manera considerable; el salto puede moverse hacia aguas arriba y ubicarse sobre el tramo de gran pendiente, formarse parcialmente en ambos tramos del canal o totalmente sobre el segundo tramo. Además, se desarrollan las ecuaciones general y particular de cada tipo de salto acorde a lo que se ha investigado hasta la fecha; ya que el fenómeno con esta geometría ha sido estudiado por un sin número de investigadores pero limitándose únicamente a canales rectangulares.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En el tercer capítulo se desarrolla un análisis sobre el salto hidráulico desarrollado sobre canales trapeciales de gran pendiente. En este punto se toma como base de análisis tanto los trabajos de investigación que se han desarrollado sobre este fenómeno en canales rectangulares como los que se han desarrollado en canales horizontales de sección trapecial; se presentan las ecuaciones tanto general como particular de cada tipo de salto, obtenidas a partir de la aplicación del principio de cantidad de movimiento. Además, se presenta la solución gráfica de estas ecuaciones para una solución más sencilla. Cabe destacar que dichas ecuaciones particulares son teóricas y contienen en forma implícita una función empírica que debe ser determinada experimentalmente.

Finalmente se integra un cuarto capítulo, en el cual se desarrolla un par de ejemplos, donde se aplican las ecuaciones y gráficas obtenidas. Además se plantea un pequeño y sencillo esquema que permite determinar el tipo de salto que se presenta.

En términos generales el presente trabajo se enfoca en el análisis del salto hidráulico en canales trapeciales de gran pendiente, cuya finalidad es la de obtener las bases de una posible solución de este fenómeno; destacándose la necesidad de llevar a cabo los trabajos experimentales que permitan encontrar una adecuada correlación entre lo propuesto teóricamente en este trabajo y lo que se experimente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPITULO PRIMERO
EL FENOMENO DEL SALTO HIDRAULICO

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

U¹¹

CAPITULO PRIMERO

EL FENOMENO DEL SALTO HIDRAULICO

1.1 ASPECTOS GENERALES

El salto hidráulico es un proceso de transición de un régimen supercrítico a uno subcrítico en forma brusca, originando un estado de gran turbulencia que genera una excesiva disipación de energía y una alteración de las presiones hidrostáticas en un tramo relativamente corto.

Los experimentos llevados a cabo han permitido observar que el agua reduce rápidamente su velocidad al entrar a la zona del salto, manifestándose con ello un incremento brusco del tirante que virtualmente rompe el perfil del flujo. Además, se tiene que la disipación de energía debida a la fricción en la frontera es relativamente pequeña y, en muchos casos, insignificante, si se compara con la disminución apreciable de energía cinética; ambas son transformadas principalmente en calor.

En el proceso de transición de régimen que se provoca ante la presencia de este fenómeno, se tiene un cambio en la forma de energía, es decir: cuando el flujo es a régimen supercrítico predomina la energía cinética, parte de ésta se transforma durante el desarrollo del salto en energía potencial, misma que impera después del salto donde se tiene flujo con régimen subcrítico.

De acuerdo con estudios realizados por Hager (1992), la comprensión y estudio de este fenómeno ha presentado una serie de complicaciones, mismas que están asociadas a las siguientes características:

- a) Alta turbulencia del flujo con significativos incrementos de velocidad y de presión.
- b) Fuertes pulsaciones tanto en la velocidad como en la presión y desarrollo de ondas aguas abajo del salto.
- c) Flujo de dos fases debido a la inclusión de aire.
- d) Patrón erosivo debido al desarrollo de vórtices a escala macro.
- e) Generación de sonidos y disipación de energía como resultado de la turbulencia generada.

La gran turbulencia y, por consiguiente, la fuerte disipación de energía que se provoca, convierten al salto hidráulico en un fenómeno importante de uso frecuente en obras hidráulicas; algunas de sus aplicaciones prácticas son las siguientes:

- a) La disipación de energía en flujos sobre presas, diques y otras estructuras hidráulicas y con ello prevenir o confinar la socavación aguas abajo de dichas estructuras.
- b) El mezclado eficiente de sustancias químicas utilizadas en la purificación o el tratamiento del agua, debido a la naturaleza fuertemente turbulenta del fenómeno.
- c) La recuperación de nivel del agua sobre el lado aguas abajo de un aforador y el mantenimiento de niveles altos del agua en un canal de irrigación o de distribución del agua.
- d) El aireamiento del agua destinada al abastecimiento de ciudades.
- e) La remoción de bolsas de aire atrapadas en conductos abovedados parcialmente llenos y así prevenir bloqueos por este concepto.
- f) La identificación de condiciones especiales de flujo, como la existencia del flujo supercrítico o la presencia de una sección de control, para una medición económica del gasto.

Dentro de los propósitos que se tienen en el análisis teórico de este fenómeno está el poder determinar la relación que existe entre los tirantes que se presentan al inicio y al final del salto (tirantes denominados conjugados menor y mayor respectivamente). Debido a que se desconoce la cantidad de energía que se disipa dentro del salto, la aplicación del principio de energía no es un medio adecuado para su análisis, sin embargo, al considerar la gran diferencia de la velocidad media que se tiene en las secciones inicial y final, es más adecuado llevar a cabo el análisis mediante la aplicación del principio de impulso y cantidad de movimiento; la concordancia general entre los resultados teóricos obtenidos con este principio y los resultados experimentales a los que se ha llegado ponen de manifiesto la seguridad de la aplicación del principio.

Otros aspectos importantes de evaluar son la longitud, el perfil y la localización del fenómeno.

1.2 SALTO HIDRAULICO CONVENCIONAL

La formación de este fenómeno en un canal horizontal prismático, sin obstáculos y obstrucciones y en el que la fuerza de fricción es despreciable, se conoce como "salto hidráulico clásico o convencional".

1.2.1 CARACTERISTICAS BASICAS

Algunas de las características básicas del salto hidráulico desarrollado en canales horizontales de cualquier sección transversal se mencionan a continuación:

FORMAS DE SALTO

De acuerdo a la clasificación propuesta por U.S. Bureau of Reclamation el salto hidráulico sobre plantilla horizontal puede adquirir diferentes formas, según el valor del número de Froude F_r , mismo que corresponde al flujo supercrítico. La explicación de las distintas formas se presenta a continuación:

- a) Cuando $F_r = 1.0$: el flujo es crítico, no se forma salto.
- b) Cuando F_r oscila entre 1.0 y 1.7: el salto se produce en forma de ondulaciones. El salto es llamado salto ondular.
- c) Cuando F_r oscila entre 1.7 y 2.5: se desarrolla una serie de remolinos sobre la superficie del salto (no hay perturbaciones sobre dicha superficie en el lado aguas abajo), la distribución de la velocidad es prácticamente uniforme y la disipación de energía es pequeña. Esta forma se conoce como salto débil.
- d) Cuando F_r oscila entre 2.5 y 4.5: se produce un chorro oscilante que entra a la zona del fondo del salto, se amplía hacia la superficie y regresa sin periodicidad. Cada oscilación origina una onda de gran longitud y período irregular, que comúnmente se traslada a grandes distancias hacia aguas abajo dañando las márgenes del canal. Este salto se conoce como oscilante.
- e) Cuando F_r oscila entre 4.5 y 9.0: el extremo aguas abajo del remolino superficial coincide con la sección en la que termina la difusión del chorro de gran velocidad; el tirante de aguas abajo casi no influye sobre la acción y posición del salto; el salto se produce de manera balanceada, alcanza su mejor funcionamiento y la disipación de energía varía desde 45 a 70%. Este salto se denomina estable.
- f) Cuando $F_r \geq 9.0$: el chorro de alta velocidad de aguas arriba penetra bajo el remolino del salto, emerge adelante y genera ondas hacia aguas abajo; prevalece una superficie libre muy irregular; la acción del salto es áspera pero efectiva ya que la disipación de energía puede alcanzar el 85%. Este salto se conoce como fuerte.

En la figura 1.1 se ilustran cada una de las formas del salto hidráulico. Cabe mencionar que aunque la clasificación se aplica a canales rectangulares se puede extender a otras formas de sección.

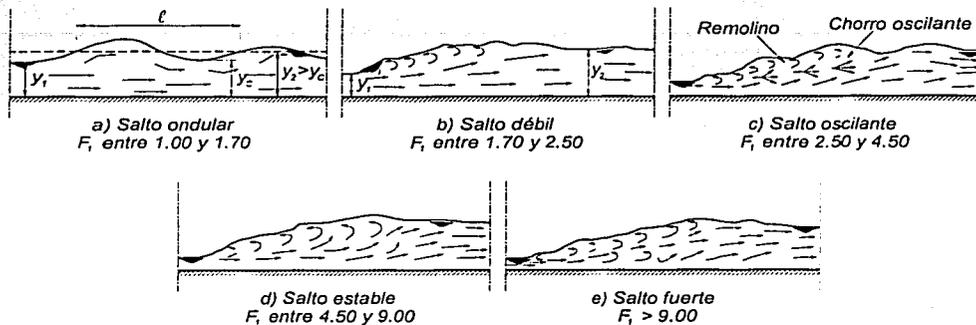


Figura 1.1 Distintas formas del salto hidráulico

TIRANTES CONJUGADOS

La aplicación del principio del impulso y cantidad de movimiento para la determinación de los tirantes conjugados de un salto hidráulico ha sido comprobada experimentalmente en un sinnúmero de investigaciones; en muchos casos el desarrollo experimental de este fenómeno se ha llevado a cabo para canales rectangulares horizontales o con poca inclinación. En la figura 1.2 se muestra la gráfica entre el número de Froude F_1 y la relación de los tirantes conjugados (y_2 / y_1) para el salto hidráulico formado en un canal rectangular, esta gráfica representa la comprobación experimental que desarrolló Peterka (1964) para este fenómeno.

La relación (1.08) que se presenta más adelante, es la ecuación general del salto hidráulico formado en un canal horizontal o de pendiente suave y de cualquier sección; se han desarrollado ecuaciones particulares para las secciones más comunes y al igual que sus representaciones gráficas permiten calcular directamente el tirante conjugado mayor a partir de las condiciones del flujo supercrítico (ejemplo mostrado en la figura 1.2 para un canal rectangular), o bien el tirante conjugado menor a partir de las condiciones del flujo subcrítico.

Estudios realizados por Hager y Bremen han mostrado que teórica y experimentalmente la relación de los tirantes conjugados (y_2 / y_1) en canales rectangulares dependen tanto del número de Froude F_1 , como del número de Reynolds y de la relación de aspecto en dicho flujo.

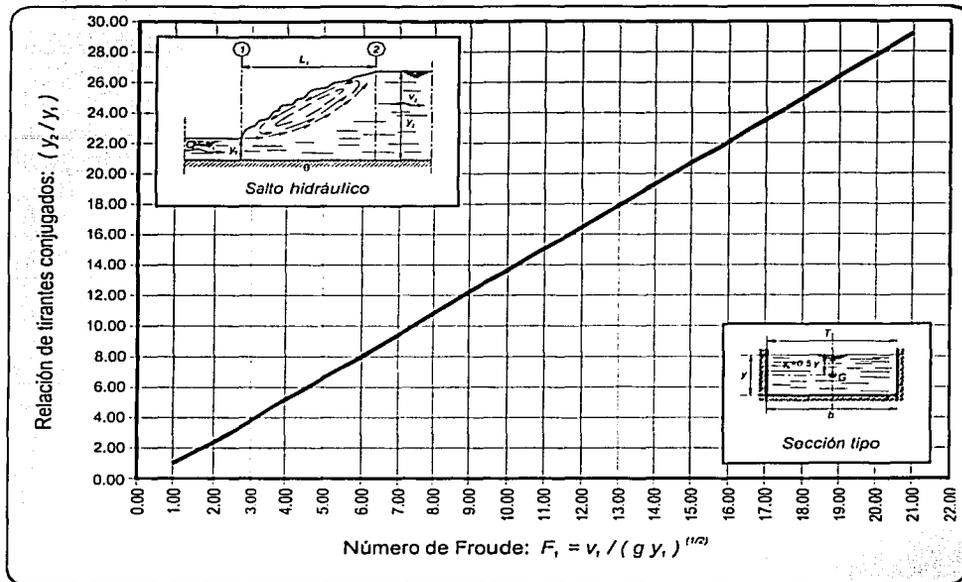


Figura 1.2 Relación de F_1 y (y_2/y_1) para el salto hidráulico en canales horizontales de sección rectangular

Adicionalmente a los estudios realizados sobre canales rectangulares, se tienen experimentaciones efectuadas en canales de sección trapecial llevadas a cabo por Posey y Hsing (1937), Press (1961), Sandover y Holmes (1962), con esta forma de sección donde se observó cierta desviación entre los resultados teóricos y experimentales, situación que Sylvester la atribuyó a problemas y limitaciones que hubo en los experimentos. Argyropoulos (1957 y 1961) presentó la teoría y el análisis experimental en canales de sección parabólica observándose una concordancia excelente entre los resultados teórico-experimentales; Sylvester (1965), Kunstatsky y Vyborá (1966) realizaron sus pruebas en conductos circulares parcialmente llenos.

De acuerdo con los trabajos de investigación que se han realizado, se puede decir que los criterios teóricos para el análisis hidráulico del cálculo de los tirantes conjugados y_1 o y_2 , con base en la aplicación del principio de la cantidad de movimiento, proporcionan un método adecuado, seguro y en todo caso conservador para llevar a cabo este análisis en términos del número de Froude F_1 .

En la práctica se conocen, por lo general, las características del flujo en una de las dos secciones que limitan al salto hidráulico, quedando por determinar las de la otra; lo anterior permite valuar un tirante conjugado en términos del otro, utilizando para ello el principio ya mencionado.

PERFIL HIDRAULICO DEL SALTO

El conocimiento del perfil de la superficie del agua de un salto hidráulico es necesario para la determinación del libre bordo que se tendrá en la estructura de disipación que se proponga en la zona donde ocurra el salto. Es importante también para calcular la presión del agua en las paredes y en la plantilla para llevar a cabo el diseño estructural de la estructura de amortiguamiento que se requiera. Cabe mencionar que los experimentos han demostrado que la presión vertical sobre el fondo horizontal abajo de un salto hidráulico es prácticamente la misma que la obtenida a partir del perfil de la superficie libre del agua.

Con base en resultados experimentales, Bakhmeteff y Matzke (1936) encontraron que el perfil de la superficie libre de un salto puede representarse mediante curvas adimensionales para distintos valores de F_1 . En la figura 1.3 se muestran dichos perfiles adimensionales para el caso de canales rectangulares.

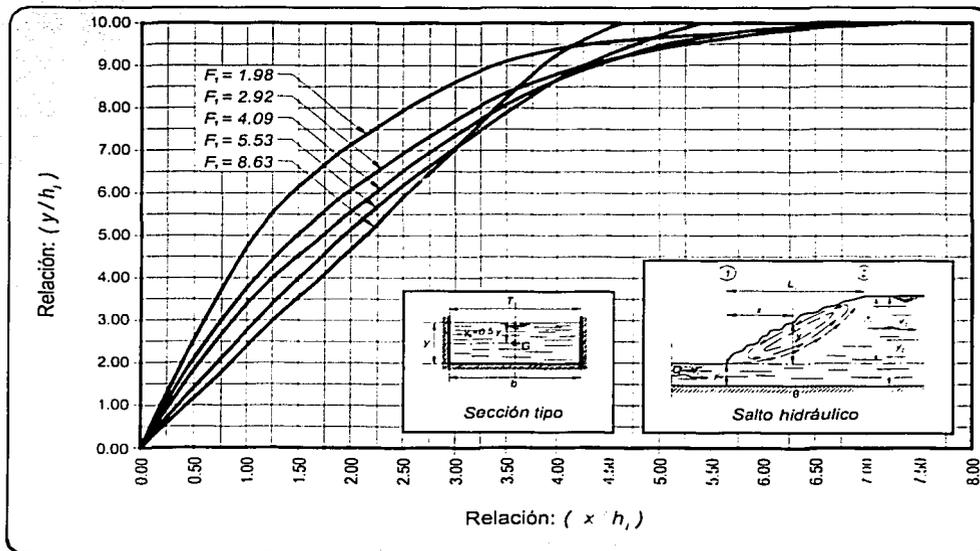


Figura 1.3 Perfiles adimensionales de la superficie libre del salto hidráulico en canales horizontales de sección rectangular

Moore (1943) desarrolló experimentos similares en los cuales se obtuvieron longitudes hasta del 20 por ciento más grandes que las que se obtienen por las curvas de Bakhmeteff y Matzke. Esta diferencia se atribuye a que los experimentos se efectuaron en condiciones distintas, es decir, el salto se formó aguas abajo de una compuerta deslizante, lo que origina la formación de perfiles diferentes de distribución de la velocidad del flujo supercrítico entrante debajo del salto.

LONGITUD DEL SALTO

Por definición la longitud L_r del remolino turbulento es la distancia que se tiene entre la sección donde inicia el salto y otra que corresponde a la superficie de estancamiento, es decir, esta sección corresponde a la de separación del flujo en las direcciones de avance y retroceso. La longitud L_j del salto corresponde a la distancia entre la misma sección inicial y la sección en la que se alcanza la máxima altura de la superficie libre llegando a estabilizarse la distribución de la velocidad. En la figura 1.4 se representan esquemáticamente las correspondientes longitudes.

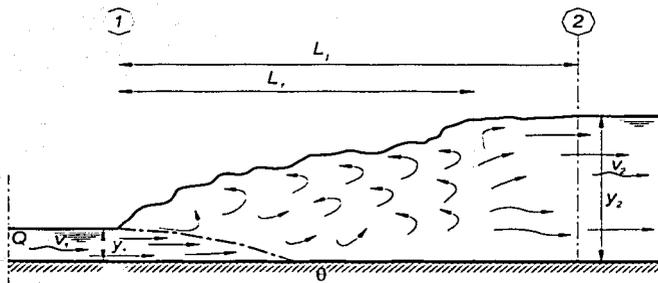


Figura 1.4 Definición de la longitud del remolino L_r y la longitud del salto L_j

La determinación de la longitud del salto ha sido muy estudiada, pero no se ha desarrollado un procedimiento teórico satisfactorio para su cálculo. Se tienen ecuaciones experimentales que permiten calcular la longitud del salto para las diferentes formas de sección, siendo las principales tanto la rectangular como la trapezoidal. Estas relaciones en la mayoría de los casos se expresan en términos del número de Froude F_1 .

Se han establecido experimentalmente relaciones entre el número de Froude F_1 contra relaciones adimensionales dadas por $L_j / (y_2 - y_1)$, L_j / y_1 o L_j / y_2 , para las diversas formas de sección.

La gráfica del número de Froude F_1 contra la longitud relativa (L_j / y_2) obtenida con base en datos experimentales fue presentada por el Bureau of

Reclamation y se muestra en la figura 1.5. Esta curva fue desarrollada para saltos que se forman en canales de sección rectangular, pero también ofrece resultados con una buena aproximación en saltos que ocurren en canales de sección trapecial; es muy conocida y utilizada a nivel mundial, la curva tiene una parte casi recta en el intervalo de F_1 , en el que se presenta el mejor funcionamiento de este fenómeno.

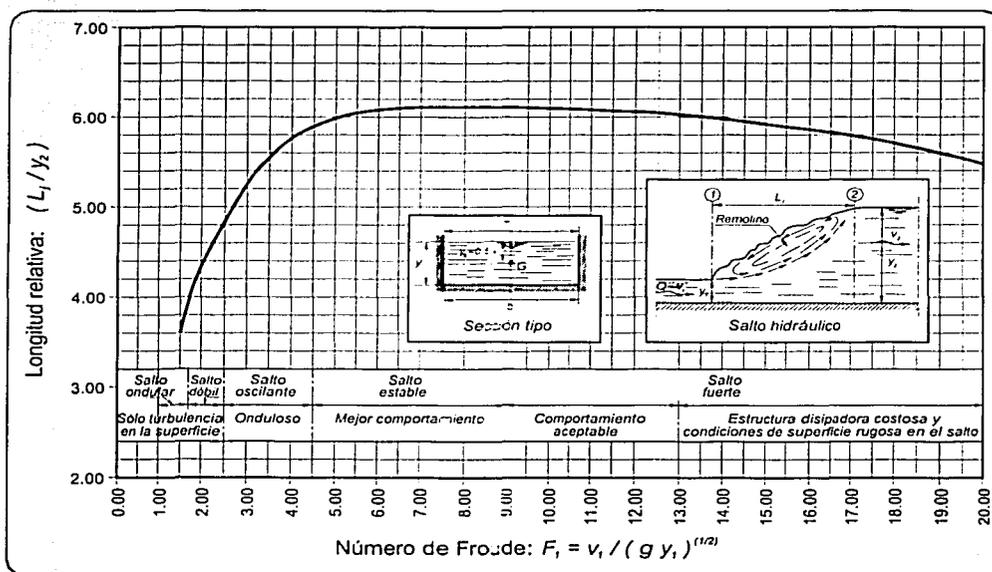


Figura 1.5 Longitud relativa del salto hidráulico en canales horizontales de sección rectangular, con base en resultados de USBR

La longitud del salto en canales trapeciales ha sido estudiada por varios investigadores, se han obtenido una serie de ecuaciones para su determinación. Con base en observaciones, Wanoschek y Hager (1988) determinaron que el salto formado en un canal trapecial es un fenómeno de flujo netamente tridimensional; consideraron que el inicio del salto es el punto de intersección del talud y el ala (ver figura 3.1 y explicación en el capítulo 3 de este trabajo), el final corresponde a la sección donde desaparece la ebullición superficial y las bolsas de burbuja de aire se elevan hasta la superficie, claro indicio del final de la zona de aireación, a partir de ella hay un nivel de turbulencia insignificante y poco transporte de aire hacia aguas abajo; en la figura 1.6 se presenta la gráficas de longitud relativa que obtuvieron estos investigadores.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

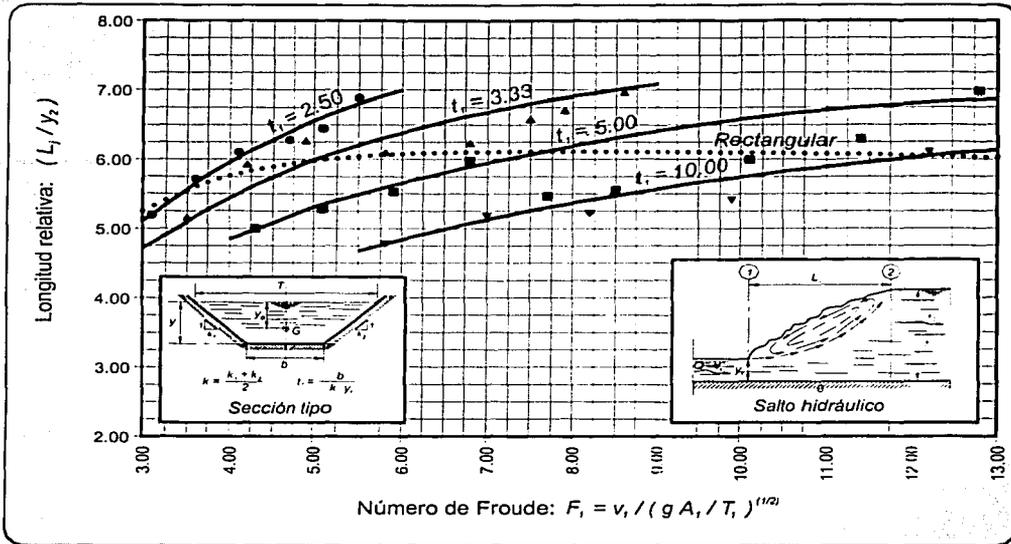


Figura 1.6 Longitud relativa del salto hidráulico en canales horizontales de sección trapecial, según Wanoschek y Hager (1988)

PERDIDA DE ENERGIA

La pérdida de energía que se produce en un salto hidráulico es igual a la diferencia de energía específica que se tiene en las secciones antes y después del fenómeno, es decir, $\Delta E = E_1 - E_2$. La pérdida relativa es igual a la relación de la pérdida de energía entre la energía específica que se tiene en la sección inicial del salto, $\Delta E/E_1$.

Para el caso de un canal horizontal la pérdida de energía esta dada por

$$\Delta E = y_1 - y_2 + \frac{F_1^2 A_1}{2 T_1} \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] \quad (1.01)$$

o bien por la forma
$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 (y_2 / y_1)} \quad (1.02)$$

estas relaciones están en función de F_1 y de los tirantes conjugados y_1 y y_2 .

EFICIENCIA

La relación de energía específica (E_2/E_1) se define como la eficiencia del salto, es decir, es una medida de eficacia del salto como disipador natural de energía. También se expresa por la relación $\eta = \Delta E/E_1 = 1 - (E_2/E_1)$ y es idéntica a la pérdida relativa. De acuerdo con los trabajos de experimentación, se ha observado que el salto hidráulico formado en un canal de sección rectangular es el menos eficiente como disipador de energía.

ALTURA

La diferencia de tirantes conjugados se conoce como la altura del salto $\Delta y = y_2 - y_1$, también se le expresa como una altura relativa en términos de la relación

$$\frac{\Delta y}{E_1} = \frac{y_1 - y_2}{E_1} \quad (1.03)$$

1.2.2 ECUACION GENERAL DEL SALTO

El análisis general de este fenómeno se lleva a cabo aplicando el principio de impulso y cantidad de movimiento al volumen de control mostrado en la figura 1.7 (limitado por las secciones 1 y 2, por el piso del canal y por la superficie libre); la concordancia general entre los resultados teóricos obtenidos con este principio y los resultados experimentales a los que se ha llegado ponen de manifiesto la seguridad de su aplicación.

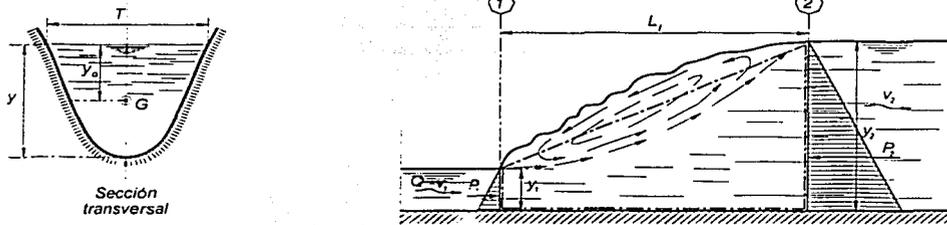


Figura 1.7 Volumen de control para la aplicación del principio del *Momentum*

La forma vectorial del principio del impulso y cantidad de movimiento aplicado al volumen de control de la figura 1.7 está dada por la relación

$$P_2 - P_1 = Q \rho (\beta_1 v_1 - \beta_2 v_2) \quad (1.04)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

donde

$P_{1,2}$ fuerza resultante de la presión ejercida sobre las superficies de frontera de las secciones 1 ó 2 del volumen de control

Q gasto en el canal

ρ densidad del agua

$v_{1,2}$ velocidad media en las secciones 1 ó 2

$\beta_{1,2}$ coeficiente de Boussinesq para las secciones 1 ó 2, es un factor de corrección que toma en cuenta el hecho de utilizar a la velocidad media en el calculo de la cantidad de movimiento, en lugar de la distribución irregular de la velocidad que es la que realmente se presenta

Al considerar que $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ es un término constante e igual a 1 y al aplicar el principio de continuidad, la ecuación (1.04) se expresa como sigue

$$P_2 - P_1 = Q^2 \rho \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right) \quad (1.05)$$

Las fuerzas debidas a la presión sobre las secciones 1 y 2 son:

$$P_1 = g \rho y_{G1} A_1 = g \rho A_1 (z_1' y_1) \quad (1.06)$$

$$P_2 = g \rho y_{G2} A_2 = g \rho A_2 (z_2' y_2) \quad (1.07)$$

en las expresiones anteriores se considera: $y_{G1} = z_1' y_1$ y $y_{G2} = z_2' y_2$; donde z_1' y z_2' son coeficientes que al ser multiplicados por el tirante y_i permiten calcular la profundidad del centroide del área en el cálculo de la fuerza resultante debida a la presión, con respecto al nivel de la superficie libre del agua.

Por lo tanto la ecuación (1.05) adopta la forma

$$A_2 z_2' y_2 - A_1 z_1' y_1 = \frac{Q^2}{g} \left(\frac{A_2 - A_1}{A_1 A_2} \right) \quad (1.08)$$

En términos del número de Froude, la expresión anterior está dada por

$$A_2 z_2' y_2 - A_1 z_1' y_1 = F_1^2 A_1 y_1 \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right) \quad (1.09)$$

Las expresiones (1.08) y (1.09) son las ecuaciones generales del salto hidráulico en un canal horizontal de sección transversal cualquiera.

A continuación se presentan las ecuaciones para las secciones rectangular y trapecial.

SECCION RECTANGULAR

En una sección rectangular de ancho de plantilla b y tirante y , el área esta dada por $A = b y$ y el valor de $z' = 1/2$. Aplicando la ecuación (1.09) se obtienen las siguientes dos expresiones:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1 \right] \quad (1.10)$$

esta relación permite calcular el tirante conjugado mayor y_2 a partir del conjugado menor y_1 y el número de Froude F_1 , antes del salto, es decir, cuando se conocen las condiciones del régimen supercrítico. Por otra parte,

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 F_2^2)} - 1 \right] \quad (1.11)$$

la relación anterior permite calcular el tirante conjugado mayor y_1 a partir del conjugado menor y_2 y el número de Froude F_2 después del salto, es decir, cuando se conocen las condiciones del régimen subcrítico.

SECCION TRAPECIAL

En una sección trapecial de ancho de plantilla b y tirante y se tienen las siguientes relaciones:

$$A = (b + k y) y \quad ; \quad z' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k y_1} \right) \quad \text{donde } k = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

Aplicando la ecuación (1.09) se obtienen dos expresiones de la forma

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^4 + \left(\frac{5}{2} t_1 + 1 \right) \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^3 - \left(\frac{3}{2} t_1^2 + \frac{5}{2} t_1 + 1 \right) \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 - \left(\frac{3}{2} t_1^2 + t_1 - \frac{3 F_{M1}^2}{t_1 + 2} \right) \left(\frac{y_2}{y_1} \right) - 3 F_{M1}^2 = 0 \quad (1.12)$$

donde: $F_{M1} = \frac{Q}{g^{(1/2)} k y_1^{(5/2)}} ; t_1 = \frac{b}{k y_1}$

la expresión (1.12) es de cuarto grado, con una sola raíz positiva útil, cuyo valor permite obtener al conjugado mayor y_2 cuando se conocen las condiciones de régimen supercrítico, el parámetro de Massey F_{M1} y t_1 .

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^4 + \left(\frac{5}{2}t_2 + 1\right)\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}t_2^2 + \frac{5}{2}t_2 + 1\right)\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}t_2^2 + t_2 - \frac{3F_{M2}^2}{t_2 + 2}\right)\left(\frac{y_1}{y_2}\right) - 3F_{M2}^2 = 0 \quad (1.13)$$

donde: $F_{M2} = \frac{Q}{g^{(1/2)} k y_2^{(5/2)}} ; t_2 = \frac{b}{k y_2}$

la expresión (1.13) permite obtener el conjugado mayor y_1 cuando se conocen las condiciones de régimen subcrítico, el parámetro de Massey F_{M2} y t_2 .

Asimismo se tienen expresiones para otros tipos de sección, como son: circular, herradura, la triangular, entre las más comunes. Adicionalmente se cuenta con la representación gráfica para las formas de sección mencionadas, lo que facilita el cálculo de los tirantes conjugados.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPITULO SEGUNDO
SALTO HIDRAULICO EN CANALES RECTANGULARES
DE GRAN PENDIENTE

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

13. A

CAPITULO SEGUNDO

SALTO HIDRAULICO EN CANALES RECTANGULARES DE GRAN PENDIENTE

2.1 ASPECTOS GENERALES

Un canal de pendiente mixta es aquel que se forma de dos tramos de diferente pendiente; el primero ubicado aguas arriba con una pendiente suficientemente grande que garantice un flujo supercrítico y el segundo ubicado aguas abajo con una pendiente suave, horizontal o adversa.

Para llevar a cabo el análisis del salto hidráulico en canales de pendiente mixta es necesario considerar el efecto del componente horizontal de la fuerza debida al peso del prisma de agua dentro del volumen de control en estudio, cabe mencionar que el efecto de esta fuerza es nula en canales horizontales. En la figura 2.1 se ilustra su volumen de control, el término d_i es el tirante normal a la plantilla en la sección i y el término y_i es su correspondiente tirante vertical.

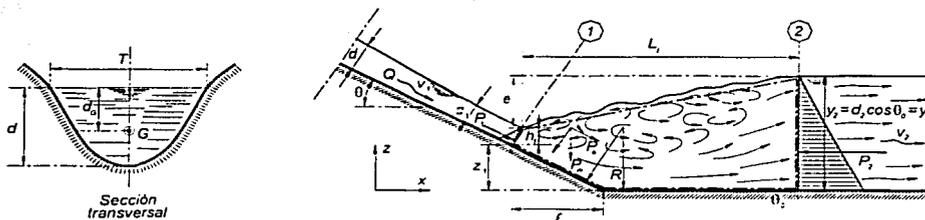


Figura 2.1 Salto hidráulico en canales de pendiente mixta

La ubicación del salto formado en canales con esta geometría es una característica básica en el estudio del fenómeno. Su importancia radica en que un ligero incremento del gasto Q o del tirante de salida y , originan que el salto se desplace longitudinalmente de una manera considerable; el salto puede moverse hacia aguas arriba y ubicarse sobre el tramo de gran pendiente, formarse parcialmente en ambos tramos del canal o totalmente sobre el segundo tramo.

Los efectos del salto hidráulico son fundamentalmente la socavación y erosión del agua al pie de las estructuras, poniendo en peligro la estabilidad o provocando un daño parcial de las mismas. Para estabilizar al salto se utilizan escalones, umbrales y bloques dentados que permiten ubicarlo sobre un dispositivo adosado al cuerpo de la estructura, conocido como tanque de amortiguamiento, en el cual se disipa la excesiva energía cinética del flujo y evita que el salto se mueva hacia una zona aguas abajo que generalmente no está protegida contra los efectos de un flujo altamente turbulento, lo que provoca daños de consideración.

Un tanque de amortiguamiento se coloca generalmente al final de un tramo de canal de gran pendiente, siendo éste: una rápida, el que existe después de la descarga de compuertas que trabajan con cargas elevadas, la espalda de una presa vertedora o el final del canal de conducción de una obra de excedencias.

Cuando el salto se forma totalmente sobre el tramo de gran pendiente, el diseño de un tanque resulta más económico al contar con la mínima longitud de la zona protegida, lo que conduce a que el salto hidráulico en canales con pendiente mixta sea de gran interés en ingeniería.

El salto hidráulico en canales de pendiente mixta ha sido realmente poco analizado, ya que su estudio se limita a canales de sección rectangular. Los principales investigadores que lo han analizado son: Yarnell (1934) inició el estudio sobre este tema; Bakhmeteff y Matzke (1938) llevaron a cabo estudios sobre el salto hidráulico en canales con pendiente inclinada; Kindsvater (1944) fue el primer investigador en desarrollar una solución racional de este fenómeno, utilizando para ello la información no publicada de Yarnell, inclusive propone la primera clasificación del salto de acuerdo a su posición (en el apartado 2.2 se presenta la clasificación de los tipos de salto y sus características); Bradley y Peterka (1957) basaron sus experimentos en la determinación de la longitud del remolino. Algunos estudios llevados a cabo para el salto tipo D fueron analizados por Bunday (1958), Rajaratnam (1963), Wielgorski y Wilson (1970), Mura Hari (1973), Rajaratnam y Murahari (1974). Los trabajos de investigación sobre el salto tipo B fueron desarrollados por Hager (1988), Kawagoshi y Hager (1990), Ohtsu y Yasuda (1991), Adam, Ruff, AlQaser y Steven (1993). La longitud y la relación de tirantes ha sido analizada por Husain, Alhamid y Negm (1994), Negm (1996). Otros trabajos los desarrolló Mustafa Gunal y Narayanan (1996).

De los trabajos desarrollados se deduce que el salto en canales de gran pendiente se comporta bastante diferente del que se forma en canales horizontales.

2.2 TIPOS DE SALTO

Uno de los aspectos importantes del salto hidráulico formado en canales de pendiente mixta se refiere a su ubicación, para este caso se tienen las siguientes posiciones: el salto puede formarse totalmente sobre el tramo de pendiente suave, horizontal o adversa; desarrollarse parcialmente sobre el tramo de pendiente fuerte y parcialmente en la zona del canal de pendiente suave u horizontal; formarse totalmente sobre el tramo de gran pendiente.

Kindsvater (1944) presentó la clasificación de los tipos de salto de acuerdo a su posición, en la figura 2.2 se muestra los que comúnmente han sido aceptados.

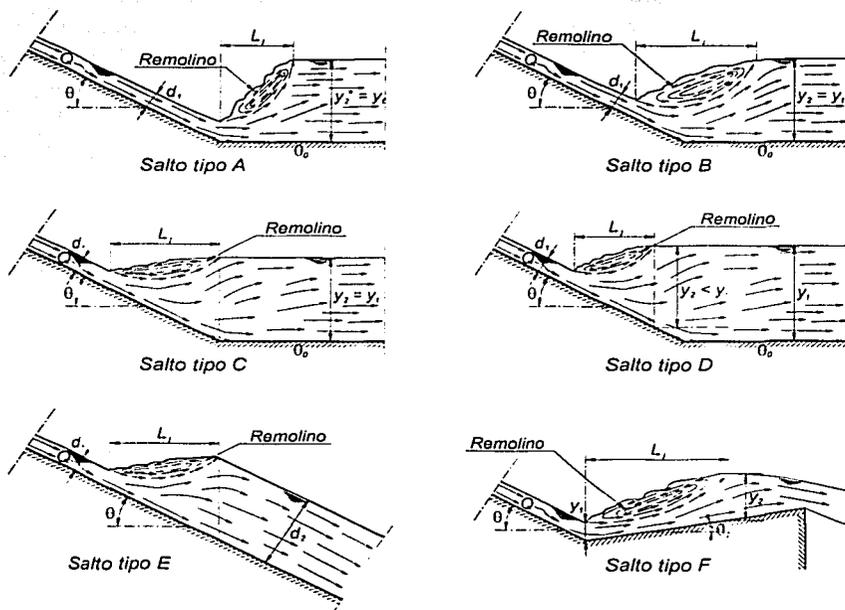


Figura 2.2 Tipos de salto hidráulico en canales de pendiente mixta, Sotelo (1990)

La nomenclatura que aparece en la figura 2.2 tiene el siguiente significado:

- Q gasto en el canal
- d_1 tirante supercrítico normal a la plantilla ubicado en el tramo de gran pendiente; se asume que es constante
- d_2 tirante subcrítico normal a la plantilla ubicado en el segundo tramo del canal
- y_1 tirante conjugado supercrítico vertical correspondiente al tirante supercrítico d_2
- y_2 tirante conjugado subcrítico vertical correspondiente al tirante supercrítico d_1
- y_1 tirante de salida, es función de las condiciones impuestas en el canal aguas abajo
- L_j longitud del salto, medida horizontalmente

- θ Ángulo de inclinación de la plantilla del tramo del canal ubicado aguas arriba
 θ_0 Ángulo de inclinación de la plantilla del tramo del canal ubicado aguas abajo.

Como ya se mencionó, uno de los aspectos importantes de este fenómeno se refiere a su ubicación, ya que la posición del salto es muy sensible a la magnitud que adopta el tirante de salida y_1 para un determinado gasto Q . Los distintos tipos del salto se establecen a partir del valor del tirante de salida y_1 y las condiciones a satisfacer por cada uno de ellos se explican a continuación:

- a) Tipo A Este tipo de salto inicia en la sección donde el canal cambia de pendiente y se forma totalmente sobre el tramo de pendiente suave u horizontal. El tirante d_1 y el número de Froude F_1 , que se presentan en la sección 1 producen un conjugado mayor y_2^* , obtenido a partir de la ecuación (2.14) mismo que coincide con el tirante de salida y_1 .
- b) Tipo B En este caso el salto retrocede hacia el tramo de gran pendiente, lo cual se debe a un incremento del tirante de salida y_1 ($y_1 > y_2^*$). Se forma parcialmente en ambos tramos del canal.
- c) Tipo C Este salto se forma sobre el tramo de gran pendiente y su final coincide con la sección de cambio de pendiente. El valor del tirante de salida y_1 es mayor que el necesario para que se forme el salto tipo B, pero menor que el que se requiere para la formación del tipo D.
- d) Tipo D Se desarrolla sobre el primer tramo del canal. El tirante de salida y_1 es mayor que el requerido para que se forme un salto tipo C y es además lo suficientemente grande para que el nivel de aguas abajo penetre e influya en el flujo sobre el tramo de gran pendiente.
- e) Tipo E Éste se forma sobre el tramo de gran pendiente y corresponde a la forma típica de un salto desarrollado en un canal de gran inclinación y longitud indefinida.
- f) Tipo F Este tipo de salto se forma sobre el tramo de pendiente adversa. Se considera como un salto muy inestable, poco común; ocurre únicamente en tanques amortiguadores que se encuentran al pie de estructuras vertedoras (siempre y cuando tengan pendiente adversa).

De los seis tipos de salto mencionados, los saltos A, B, C y D son los más comunes. Los saltos tipo A y B se desarrollan sobre canales cuyo primer tramo tiene una pendiente de gran inclinación y el segundo tramo es de pendiente suave u horizontal, siendo el más frecuente el tipo A. Los saltos tipo C y D se forman sobre canales, donde el primer tramo es de pendiente ligeramente inclinada y cambia a una pendiente suave u horizontal. Los saltos tipo E y F son poco comunes; el salto tipo E es propiamente un caso teórico y el análisis del salto tipo F requiere que sus características se obtengan mediante pruebas experimentales.

2.3 ECUACION GENERAL

La aplicación del principio del impulso y cantidad de movimiento al volumen de control mostrado en la figura 2.3 (limitado por las secciones 1 y 2, por el piso del canal y por la superficie libre) permite deducir una ecuación análoga a la expresión que se emplea en el análisis del salto convencional, misma que sirve para calcular el conjugado menor y_2 a partir del conjugado mayor y_1 , y el número de Froude F_1 , correspondientes al flujo supercrítico; la expresión para el salto convencional es

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1 \right] \quad (1.10)$$

Las principales dificultades que se tienen para obtener una expresión útil en este tipo de casos son las siguientes:

- El componente del peso se suele cuantificar de una manera deficiente debido a que la longitud y la forma del salto no están bien definidos.
- La densidad del fluido en el volumen de control es variable debido a la entrada de aire a dicho volumen.
- Los términos de la presión no pueden cuantificarse adecuadamente.

De acuerdo con estos puntos, la expresión que se obtenga contendrá una función empírica implícita que debe ser analizada experimentalmente.

Para llevar a cabo el análisis del salto se considera un canal rectangular de ancho b y de pendiente mixta; la pendiente del primer tramo ubicado aguas arriba definida por θ es lo suficientemente grande para que se garantice un flujo supercrítico, uniforme o gradualmente variado y de tirante supercrítico normal a la plantilla d_1 ; el segundo tramo ubicado aguas abajo tiene una pendiente suave u horizontal definida por θ_0 y de tirante normal a la plantilla d_2 . El gasto unitario es q y la velocidad media en cualquier sección es $v = q/d$. El cambio de pendiente entre ambos tramos del canal puede o no ocurrir con una curva vertical de radio R .

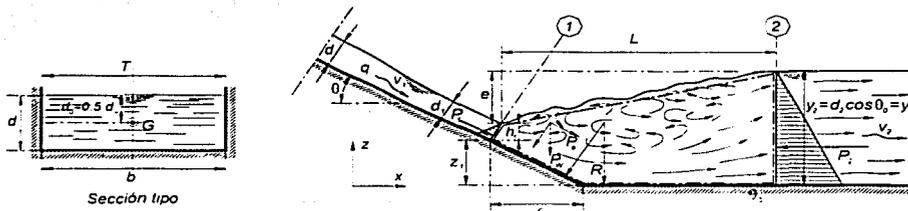


Figura 2.3 Análisis del salto hidráulico en canales de sección rectangular de pendiente mixta

El componente en la dirección del movimiento de la forma vectorial del principio del impulso y cantidad de movimiento aplicado al volumen de control de la figura 2.3 está dada por la relación

$$P_1 - P_2 + P_o = q \rho (\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) \quad (2.01)$$

donde

- $P_{1,2}$ fuerza resultante debida a la presión ejercida sobre la superficie de frontera de las secciones 1 ó 2
- P_o fuerza de cuerpo debida al peso del volumen de control
- q gasto unitario en el canal
- ρ densidad del agua
- $v_{1,2}$ velocidad media en las secciones 1 ó 2
- $\beta_{1,2}$ coeficiente de Boussinesq para las secciones 1 ó 2 que toma en cuenta el hecho de considerar a la velocidad media en el cálculo de la cantidad de movimiento en lugar de la distribución irregular de la velocidad, que es la que realmente se presenta. En este análisis se considera que $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ es un término constante e igual a 1.

En la aplicación del principio ya mencionado se considera un componente debido a las fuerzas externas P_{ox} actuando entre las secciones 1 y 2, misma que esta integrada por la fuerza de cuerpo P_o debida al peso del volumen de control y la fuerza de fricción P_f . Generalmente la fuerza de fricción P_f se desprecia en este tipo de fenómenos, por lo que no se toma en cuenta en la resultante de todas fuerzas de la ecuación (2.01).

La fuerzas debidas a la presión sobre las secciones 1 y 2 y en la dirección horizontal tienen la siguiente magnitud, respectivamente:

$$P_1 = \frac{g \rho h_1^2}{2} = \frac{g \rho d_1^2 \cos^2 \theta}{2} \quad (2.02)$$

$$P_2 = \frac{g \rho h_2^2}{2} = \frac{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_0}{2} \quad (2.03)$$

De acuerdo a lo anterior, el componente horizontal de la ecuación de cantidad de movimiento es

$$\frac{g \rho}{2} (d_1^2 \cos^2 \theta - d_2^2 \cos^2 \theta_0) + P_o = q \rho (v_2 \cos \theta_0 - v_1 \cos \theta) \quad (2.04)$$

al simplificar y ordenar la ecuación (2.04), se llega a la relación

$$\frac{q^2 \cos^2 \theta}{g d_1 \cos \theta} + \frac{d_1^2 \cos^2 \theta}{2} + \frac{P_o}{g \rho} = \frac{q^2 \cos^2 \theta_o}{g d_2 \cos \theta_o} + \frac{d_2^2 \cos^2 \theta_o}{2} \quad (2.05)$$

la cual se expresa en términos del principio llamado *Momentum*, que de manera más general se define de la siguiente forma

$$\frac{P_o}{g \rho} = M_2 - M_1$$

La función *Momentum* en las secciones 1 y 2, en su forma convencional, tiene la siguiente magnitud

$$M_1 = \frac{q^2 \cos^2 \theta}{g d_1 \cos \theta} + \frac{d_1^2 \cos^2 \theta}{2}$$

$$M_2 = \frac{q^2 \cos^2 \theta_o}{g d_2 \cos \theta_o} + \frac{d_2^2 \cos^2 \theta_o}{2}$$

Esta función se integra por dos términos: el primero es la cantidad de movimiento del flujo a través de la sección del canal y el segundo es el empuje debido a la presión sobre el área de la sección.

La ecuación (2.05) se divide entre $(d_1^2 \cos^2 \theta)$ y se multiplica por 2, una vez simplificados y ordenados los términos se tiene la siguiente expresión

$$\left(\frac{d_2 \cos \theta_o}{d_1 \cos \theta} \right)^2 - 1 - \frac{2 P_o}{g \rho d_1^2 \cos^2 \theta} + \frac{2 q^2}{g d_1^3 \cos \theta} \left(\frac{d_1 \cos \theta_o}{d_2 \cos \theta} - 1 \right) = 0 \quad (2.06)$$

El número de Froude F_1 , que se presenta en la sección 1 se sustituye en la ecuación (2.06) y se obtiene la expresión

$$F_1 = \frac{q}{d_1 \sqrt{(g d_1 \cos \theta)}} \quad ; \quad F_1^2 = \frac{q^2}{g d_1^3 \cos \theta} = \frac{v_1^2}{g d_1 \cos \theta}$$

$$\left(\frac{d_2 \cos \theta_o}{d_1 \cos \theta} \right)^2 - 1 - \frac{2 P_o}{g \rho d_1^2 \cos^2 \theta} + 2 F_1^2 \left(\frac{d_1 \cos \theta_o}{d_2 \cos \theta} - 1 \right) = 0 \quad (2.07)$$

se establece la relación de conjugados $Y = \frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1 \cos \theta}$, el cual se sustituye en la ecuación anterior y se obtiene la relación

$$Y^2 - 1 - \frac{2 P_e Y^2}{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_0} + \frac{2 F_1^2 \cos^2 \theta_0}{Y \cos^2 \theta} - 2 F_1^2 = 0 \quad (2.08)$$

Al introducir un coeficiente de fuerza $\phi = \frac{2 P_e}{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_0}$, equivalente a

$$\phi = \frac{2 P_e}{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_0} \left(\frac{d_2^2 \cos^2 \theta_0 - d_1^2 \cos^2 \theta}{d_2^2 \cos^2 \theta_0 - d_1^2 \cos^2 \theta} \right) = \left(1 - \frac{1}{Y^2} \right) 2 \delta$$

donde el valor de δ está dado por $\delta = \frac{P_e}{g \rho} \left(\frac{1}{d_2^2 \cos^2 \theta_0 - d_1^2 \cos^2 \theta} \right)$

Al sustituir el coeficiente de fuerza ϕ en la expresión (2.08), al ordenar y simplificar se obtiene la ecuación

$$Y^2 - 1 - \phi Y^2 + \frac{2 F_1^2 \cos^2 \theta_0}{Y \cos^2 \theta} - 2 F_1^2 = 0 \quad (2.09)$$

$$Y^2 - 1 - 2 \delta Y^2 + 2 \delta + \frac{2 F_1^2 \cos^2 \theta_0}{Y \cos^2 \theta} - 2 F_1^2 = 0 \quad (2.10)$$

Para simplificar la relación (2.10) se multiplica por Y y se divide entre $(1 - 2 \delta)$, obteniéndose la expresión

$$Y^3 - \left(1 + \frac{2 F_1^2}{1 - 2 \delta} \right) Y + \left(\frac{2 F_1^2}{1 - 2 \delta} \right) \left(\frac{\cos \theta_0}{\cos \theta} \right)^2 = 0 \quad (2.11)$$

La expresión (2.11) es una ecuación generalizada de la relación que obtuvo Belanger (1824) y es aplicable a cualquier tipo de salto en canales de sección rectangular y de pendiente mixta.

2.4 ECUACION PARA LOS DIFERENTES TIPOS DE SALTO

2.4.1 SALTO "TIPO A"

Este tipo de salto se forma totalmente sobre el tramo de pendiente suave u horizontal, como se muestra en la figura 2.4. Las condiciones de flujo que se presentan en la sección 1 producen un conjugado mayor y_2^* mismo que coincide con el tirante de salida y_1 , por lo que la ecuación (2.11) se puede simplificar bajo los siguientes puntos:

- El componente horizontal de la fuerza de cuerpo P_x debida al peso del volumen de control es casi igual a 0 (debido a la nula o poca inclinación del tramo donde se ubica el salto), por lo tanto el valor del coeficiente de fuerza Φ tiende a ser igual a 0. Para este análisis se considera que el segundo tramo es horizontal.
- Por la ubicación del salto, el ángulo de inclinación de la pendiente es el mismo, por lo que la relación de cosenos es: $(\cos \theta_0 / \cos \theta) = 1$.
- Se establece que $(d_2 \cos \theta_0) = y_2^*$.

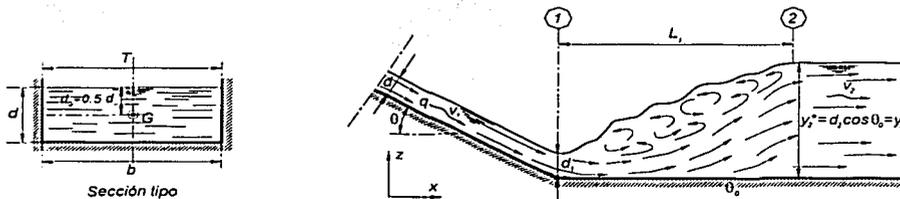


Figura 2.4 Volumen de control correspondiente al salto tipo A

De acuerdo con los incisos anteriores; la ecuación (2.11) queda expresada en la forma

$$Y^3 - (1 + 2 F_1^2) Y + 2 F_1^2 = 0 \quad \text{ecuación que al ser dividida entre } (Y-1) \text{ se tiene}$$

$$Y^2 + Y + 2 F_1^2 = 0 \quad \text{y su solución esta dada por}$$

$$Y = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1 \right] \quad (2.12)$$

Sustituyendo el término de la relación de conjugados $Y = \frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1 \cos \theta_0} = \frac{y_2^*}{d_1 \cos \theta_0}$ en la ecuación (2.12), se obtiene la expresión que permite calcular el tirante del

conjugado mayor a partir del tirante d_1 y el número de Froude F_1 , que se presentan en la sección 1. Esta expresión es

$$y_2^* = \frac{d_1 \cos \theta_0}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1 \right] \quad (2.13)$$

Finalmente, de acuerdo con el inciso a antes mencionado (la pendiente del segundo tramo del canal se considera horizontal), se tiene

$$y_2^* = \frac{d_1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1 \right] \quad (2.14)$$

Al excluir la solución trivial ($Y = 1$), y_2^* es el tirante que se forma después del salto, por lo que $y_2^* = y_1$ mismo que corresponde al tirante de salida, el cual es impuesto por las condiciones en el canal aguas abajo.

2.4.2 SALTO "TIPO B"

Este tipo de salto se forma parcialmente en ambos tramos del canal, es decir, el salto retrocede hacia el tramo de gran pendiente. Esto se debe a un incremento del tirante de salida y_1 ($y_1 > y_2^*$). La figura 2.5 muestra la ubicación de este tipo de salto y para su análisis se establece que la pendiente del segundo tramo del canal sea horizontal.

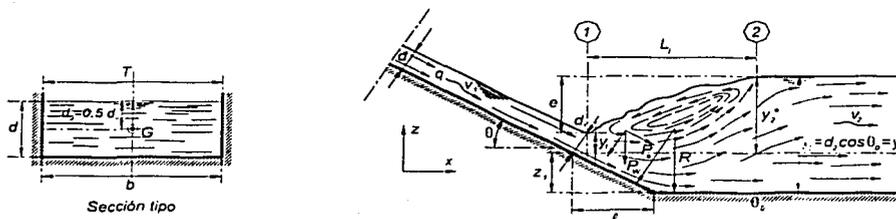


Figura 2.5 Volumen de control correspondiente al salto tipo B

La relación de conjugados está dada por: $Y = \frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1 \cos \theta} = \frac{y_2}{d_1 \cos \theta}$, en la

que el tirante y_2 es mayor que el tirante y_2^* (mismo que corresponde al tirante de salida del salto tipo A).

El componente P_o de la fuerza de cuerpo depende de la distancia l , a la cual se ubica el inicio del salto, con respecto a la sección de cambio de pendiente, por lo que no se puede obtener de una manera a priori; lo anterior implica que su solución se proponga de la siguiente manera:

Al despejar el coeficiente de fuerza ϕ de la ecuación (2.09) se tiene la siguiente expresión

$$\phi = 1 - \frac{2 F_1^2}{Y^2} + \frac{2 F_1^2}{Y^3 \cos^2 \theta} - \frac{1}{Y^2} \quad (2.15)$$

La ecuación (2.15) muestra que el coeficiente de fuerza ϕ es un coeficiente de presión dinámica que depende de Y y F_1 , por lo que no se puede estimar a priori; además si se considera que F_1 es normalmente función de la coordenada longitudinal, ello conduce a no poder valorar el tirante conjugado y_2 . De acuerdo con lo mencionado, para poder valorar el coeficiente ϕ se tendrían que especificar los valores de Y y F_1 , lo cual no permite representar completamente todos los aspectos de este tipo de salto; los dos únicos casos en que se dispone de suficiente información son:

- El salto hidráulico se desarrolla totalmente sobre el tramo de pendiente horizontal, lo que equivale a que el coeficiente de fuerza ϕ sea igual a 0, dando como resultado la ecuación (2.14).
- El valor del coeficiente de fuerza ϕ es igual a 1; este caso corresponde a la configuración que guarda el agua estando en reposo, en este caso, el número de Froude F_1 tiende a 0 y el tirante d_1 en la sección 1 es igual a 0.

Los dos casos extremos del salto tipo B se muestran en la figura 2.6, en esta figura se esquematiza la curva 1 para el valor del coeficiente $\phi = 0$ y la curva 2 para el valor $\phi = 1$. Cualquier otro caso debe quedar comprendido entre estos valores de ϕ , de tal manera que $0 \leq \phi \leq 1$.

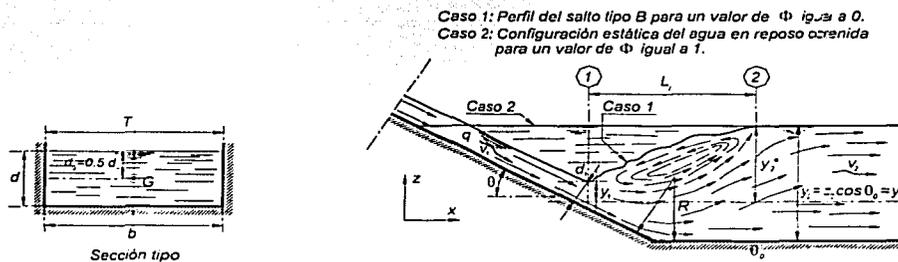


Figura 2.6 Condiciones extremas del flujo en el salto tipo B

Para determinar el valor del coeficiente de fuerza ϕ en cualquier ubicación del salto, C. Bachler y M. Serani (1957) determinaron la adecuada utilización de la relación de las longitudes (ℓ/L_1) y analizarlas experimentalmente; los trabajos que llevaron a cabo demostraron la gran dificultad que se tiene para apreciar la terminación del salto y por lo tanto la dificultad de fijar con precisión la longitud y el tirante conjugado y_2 .

Por otro lado, Bradley y Peterka (1957) y Peterka (1963), obtuvieron una solución gráfica de la relación (ℓ/y_2^*) basada en pruebas experimentales; en la figura 2.7 se muestra esta relación para diferentes pendientes del primer tramo del canal, el valor del tirante y_2^* indicado en esta figura corresponde al valor que se obtiene con la ecuación (2.14) relativo al salto ubicado en el tramo de pendiente horizontal. Bradley y Peterka determinaron que cuando la relación $y_1/y_2^* \leq 1.3$ la longitud ℓ está dada por la expresión

$$\frac{\ell}{y_2^*} = \frac{0.82}{(\tan\theta)^{0.78}} \quad (2.16)$$

y cuando la relación $y_1/y_2^* > 1.3$ la longitud ℓ está dada por la relación

$$\frac{\ell}{y_2^*} = \frac{0.82}{(\tan\theta)^{0.78}} + \frac{(y_1/y_2^*) - 1.30}{\tan\theta} \quad (2.17)$$

Adicionalmente, Bradley y Peterka determinaron que la longitud L_1 se puede determinar a partir de las curvas mostradas en la figura 2.8, mismas que son función de los términos: tirante de salida $y_1 = y_2$, el número de Froude F_1 y la pendiente del primer tramo del canal $\tan\theta$. Las curvas mostradas corresponden a diferentes ángulos de inclinación θ y se incluye la curva que corresponde al salto formado en un canal horizontal con fines comparativos.

Hager (1988) consideró que los estudios ya mencionados no cubrieron el caso de cimacios vertedores cuyo paramento de descarga tiene generalmente ángulos de inclinación hasta de 45° y la transición hacia el tramo horizontal se efectúa mediante una curva vertical de radio R . En sus estudios sobre el análisis del coeficiente de fuerza ϕ consideró incluir al valor correspondiente a la depresión del salto (definido por la altura e) relacionada con el tirante y_2 , es decir, $e/y_2 = (y_2 - z_1)/y_2$, donde z_1 es la altura de posición en la sección 1 (medida desde la plantilla horizontal hasta la plantilla de dicha sección); los valores extremos de este parámetro están dados por: $e/y_2 = 1$ si $\phi = 0$; $e/y_2 = 0$ si $\phi = 1$.

El intervalo dado por $0 \leq (e/y_2) \leq 1$, cubre totalmente el dominio físico del comportamiento de este tipo de salto; además, se debe considerar que e/y_2 es un parámetro característico de la dinámica del flujo sencillo de observar, de tal

manera que en la hipótesis de que si existiera una relación definida entre e/y_2 , F_1 e Y el problema quedaría resuelto, no obstante que dicha relación sólo pudiera ser obtenida experimentalmente. La figura 2.9 muestra los resultados obtenidos por Hager y el mejor ajuste de estos resultados experimentales se obtuvo a través de la expresión

$$Y = \frac{23.5}{\left(1 + 1.50 \frac{e}{y_2}\right)^2} + \frac{\sqrt{2} (F_1 - 3)}{\tan h \left(2.50 \frac{e}{y_2}\right)} \quad (2.18)$$

la expresión anterior es válida para los siguientes valores: $\theta = 45^\circ$, $3 \leq F_1 \leq 11$ y $0.05 \leq e/y_2 \leq 0.90$. Si se proponen valores fijos de F_1 y e/y_2 , se obtiene la relación de conjugados Y , que al ser sustituida en la ecuación (2.14) permite determinar el coeficiente de fuerza ϕ , la figura 2.10 muestra los resultados obtenidos.

Para determinar la longitud del salto Hager propone la relación

$$\frac{L_j}{y_2} = (5.2 + a) + (5.0 - b) \frac{e}{y_2} - \frac{1}{8} \left[1 + (4/3) \frac{e}{y_2} + 4 \left(\frac{e}{y_2} \right)^4 \right] (F_1 - 2) \quad (2.19)$$

válida para: $3 \leq F_1 \leq 11$ y $0 < (e/y_2) < 0.90$

donde a y b adquieren los siguientes valores:

$a = 0$, $b = 0$ cuando $0 < (e/y_2) < 0.30$

$a = 1.50$, $b = 5$ cuando $0.30 < (e/y_2) < 0.63$

$a = -1.65$, $b = 0$ cuando $0.63 < (e/y_2) < 0.90$

expresión que se obtiene a partir del análisis efectuado solamente sobre las mediciones que estuvieron dentro del intervalo $+ 0.10 y_2$, esto se debe a la dificultad que se tiene para evaluar dicha longitud.

Adicionalmente Hager y Kawagoshi (1990) llevaron a cabo trabajos de experimentación en canales de pendiente mixta cuyo ángulo de inclinación del primer tramo fue de 30° , la expresión para la relación tirantes Y que obtuvieron es

$$Y = 3.75 \left(\frac{e}{y_2} \right)^{(-0.575)} + \frac{\sqrt{2} (F_1 - 3)}{\tan h \left(3 \frac{e}{y_2} \right)} \quad (2.20)$$

la ecuación anterior es válida para el intervalo $0.10 \leq F_1 \leq 10$. Con base en los estudios realizados para ángulos de inclinación de 30° y 45° , propusieron una ecuación para diferentes ángulos θ

$$Y = 3.75 \left(\frac{e}{y_2} \right)^{(-\tan \theta)} + \frac{\sqrt{2} (F_1 - 3)}{\tan h \left(3.50 \frac{e}{y_2} \cos \theta \right)} \quad (2.21)$$

válida para: $0.30 < (e/y_2) < 1.00$

Es conveniente realizar experimentos para diferentes ángulos θ con el fin de verificar esta ecuación y poderla considerar como una ecuación general.

Adicionalmente Hager y Kawagoshi determinaron una expresión para calcular la longitud del remolino y la longitud del salto, estas expresiones son

Ecuación para la longitud del remolino

$$(L_r / y_2) = \lambda_2 + \tan \varepsilon (F_1 - 2) \quad \text{válida para: } F_1 < F_{11} \quad (2.22)$$

$$(L_r / y_2) \cong 4.55 \quad \text{válida para: } F_1 > F_{11} \quad (2.23)$$

los valores de F_{11} , λ_2 y $\tan \varepsilon$ están dados por

$$F_{11} = 11.30 \left(1 + (2/3) \frac{e}{y_2} \right) \quad \text{válida para } e/y_2 > 0.10$$

$$\lambda_2 = (7/3)(2 + \Sigma) \quad ; \quad \tan \varepsilon = -(7/20)(1 - \sigma) \quad \text{donde: } \sigma = (6e/y_2)$$

Ecuación para la longitud del salto

$$\frac{L_j}{y_2} = 6.85 \left(1 + (1/4) \frac{e}{y_2} \right) - (1/7)(F_1 - 2) \quad (2.24)$$

válida para: $0.10 < (e/y_2) < 0.60$

Ohtsu y Yasuda (1991) desarrollaron una serie de trabajos experimentales y obtuvieron las siguientes expresiones:

Relación de tirantes conjugados

$$\frac{\ell}{y_2^*} = \left(\frac{2.30}{(\tan \theta)^{0.73}} - 0.80 \right) \left(\frac{y_1}{y_2^*} - 1 \right)^{0.75} \quad (2.25)$$

válida para los parámetros: $6 \leq F_1 \leq 14$, $1.10 \leq y_1 \leq 3.0$ y $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$.

Ecuación para determinar la longitud del salto

$$\frac{L_j}{y_2^*} = 5.75 \tan \theta + 5.70 \quad \text{válida para: } 0^\circ < \theta \leq 19^\circ \text{ y } 6 \leq F_1 \leq 14 \quad (2.26)$$

$$\frac{L_j}{y_2^*} = 4.60 \frac{y_1}{y_2^*} + 1.10 \quad \text{válida para: } 19^\circ < \theta \leq 60^\circ \text{ y } 6 \leq F_1 \leq 14 \quad (2.27)$$

Adam, Ruff, AlQaser y Abt (1993) llevaron a cabo una serie de experimentos sobre el salto tipo B, cuya pendiente del tramo inclinado estaba dado por las relaciones 1:3, 1:4 y 1:5 (vertical:horizontal) y para un intervalo del número de Froude F , entre 2.40 y 7.40; en sus experimentos incluyeron un nuevo parámetro que considera el efecto de la localización del salto. Las relaciones que determinaron fueron las siguientes:

Relación de tirantes conjugados

$$Y = \frac{Y_*}{a_1 - (b_1 L_j / E_1)} \quad (2.28)$$

donde

$$Y_* = (3.75) \left(\frac{e}{y_2} \right)^{(-\tan \theta)} + \frac{\sqrt{2} (F_1 - 3)}{\tan h \left(3 \frac{e}{y_2} \cos \theta \right)}$$

$$a_1 = 1.838 + \tan \theta$$

$$b_1 = 0.207 + 1.70 \tan \theta$$

La relación L_j / E_1 es el parámetro que considera el efecto de la ubicación del salto.

Ecuación para determinar la longitud del remolino

$$\frac{L_r}{\Delta E} = a_2 \exp \left(\frac{-b_2 Y_*}{Y} \right)$$

donde ΔE es igual a la pérdida de energía a través del salto.

$$a_2 = -13.260 + 2.350 \tan \theta$$

$$b_2 = 1.522 + 1.486 \tan \theta$$

TESIS CON
 FALTA DE ORIGEN
 NOO 2011

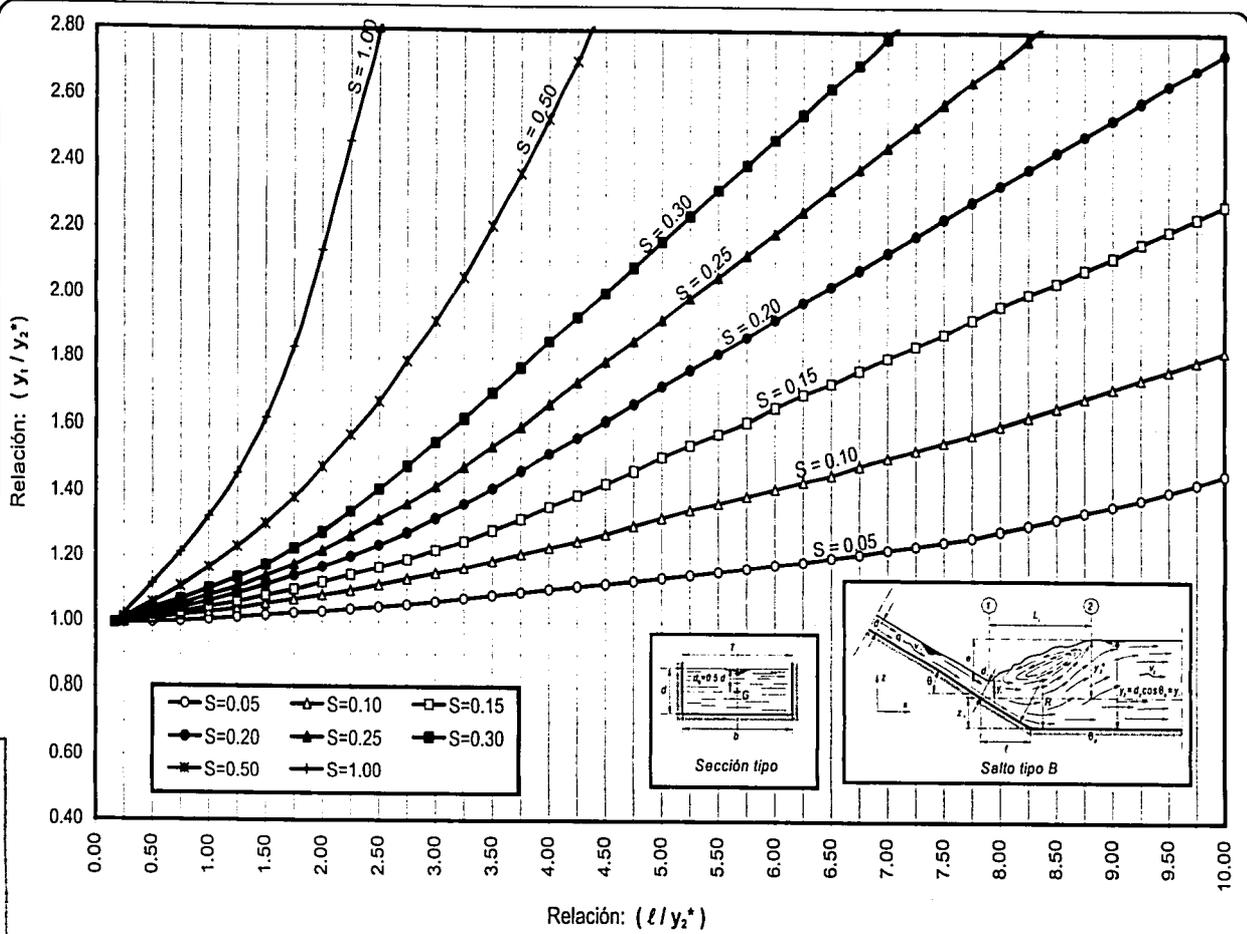


Figura 2.7 Solución para el salto tipo B

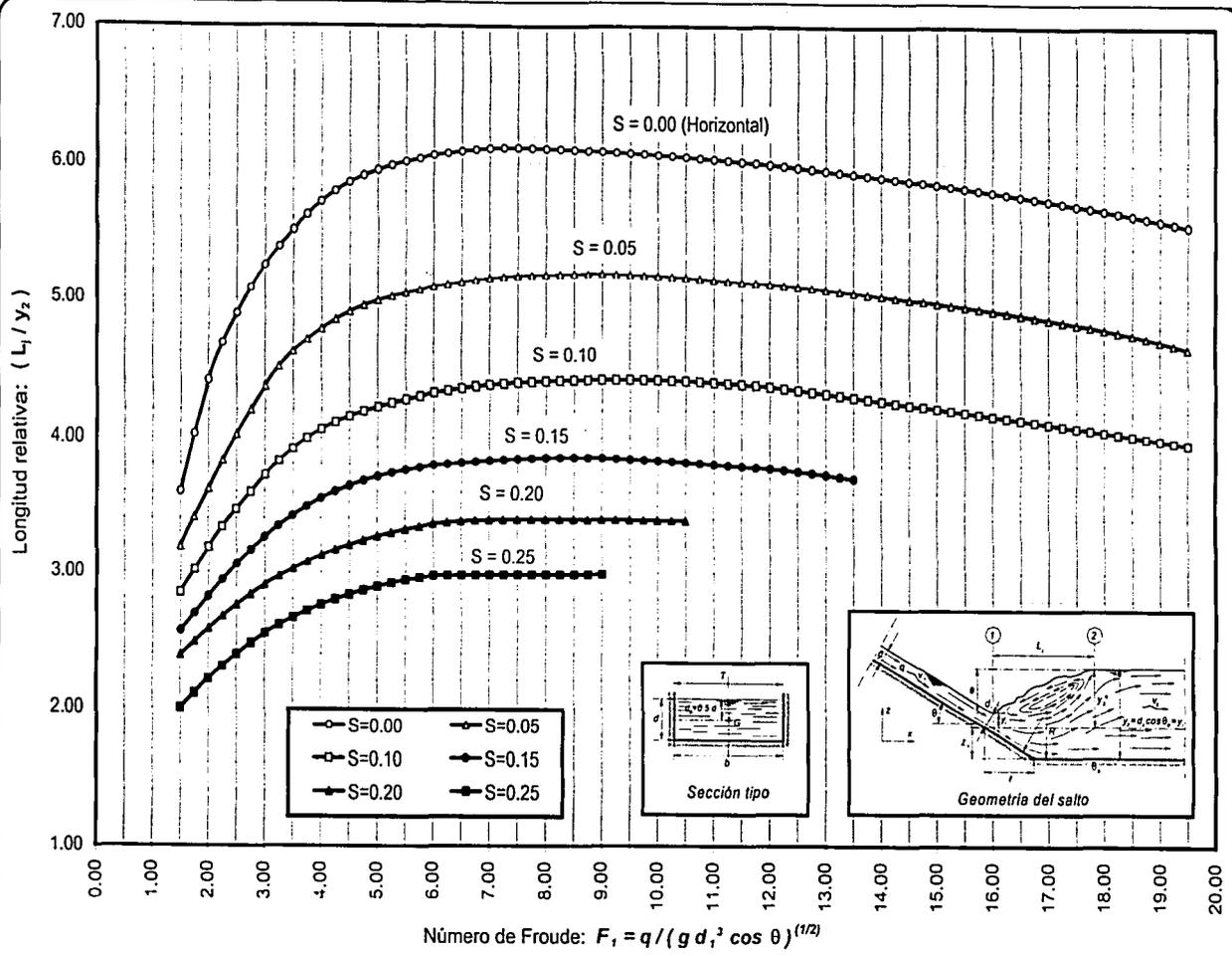


Figura 2.8 Longitud del salto en canales rectangulares de gran pendiente,
 para los saltos tipo B, C y D obtenido por Peterka (1963)

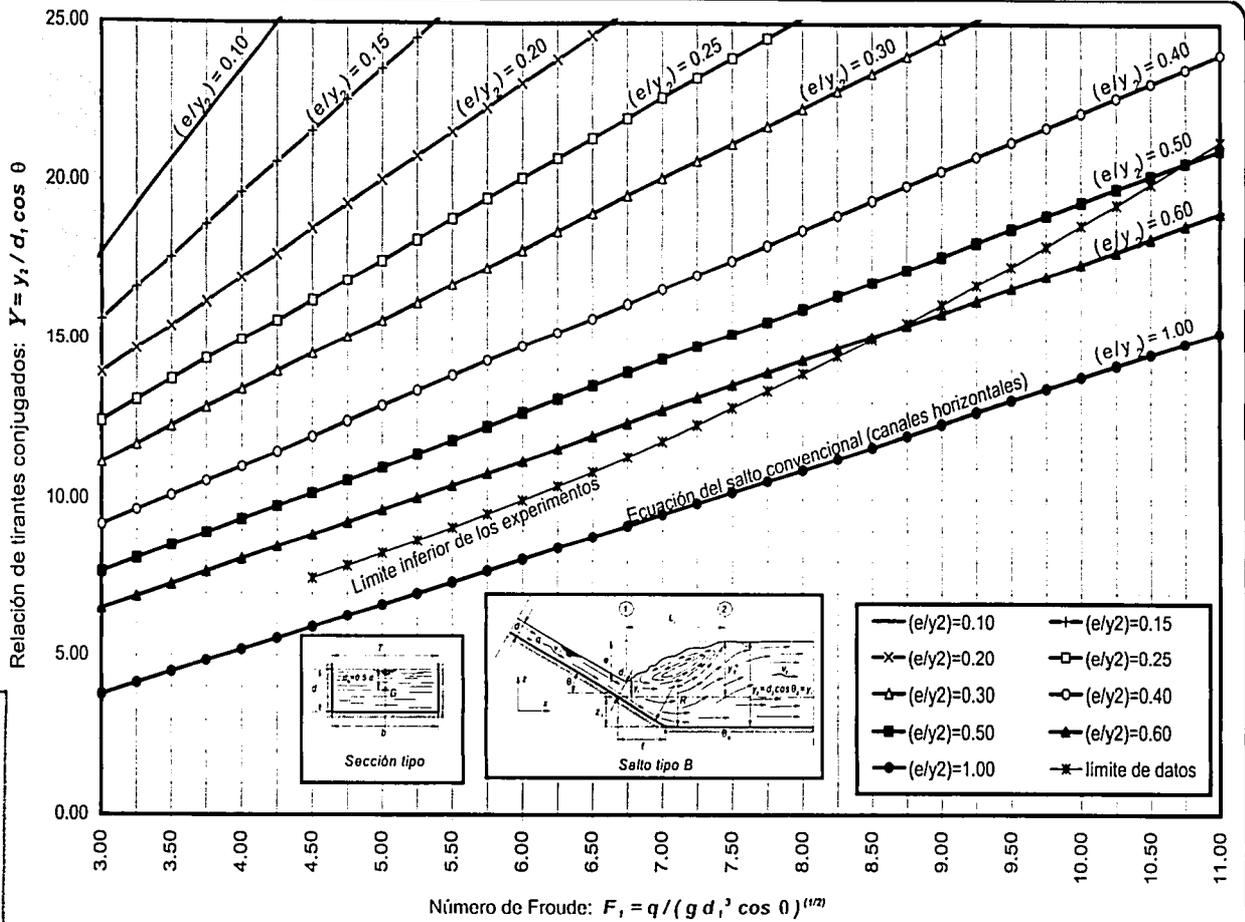


Figura 2.9 Relación de tirantes conjugados Y para el salto tipo B, en función de F_1 y e/y_2 , para un ángulo de inclinación $\theta=45^\circ$, obtenido por Hager (1988)

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

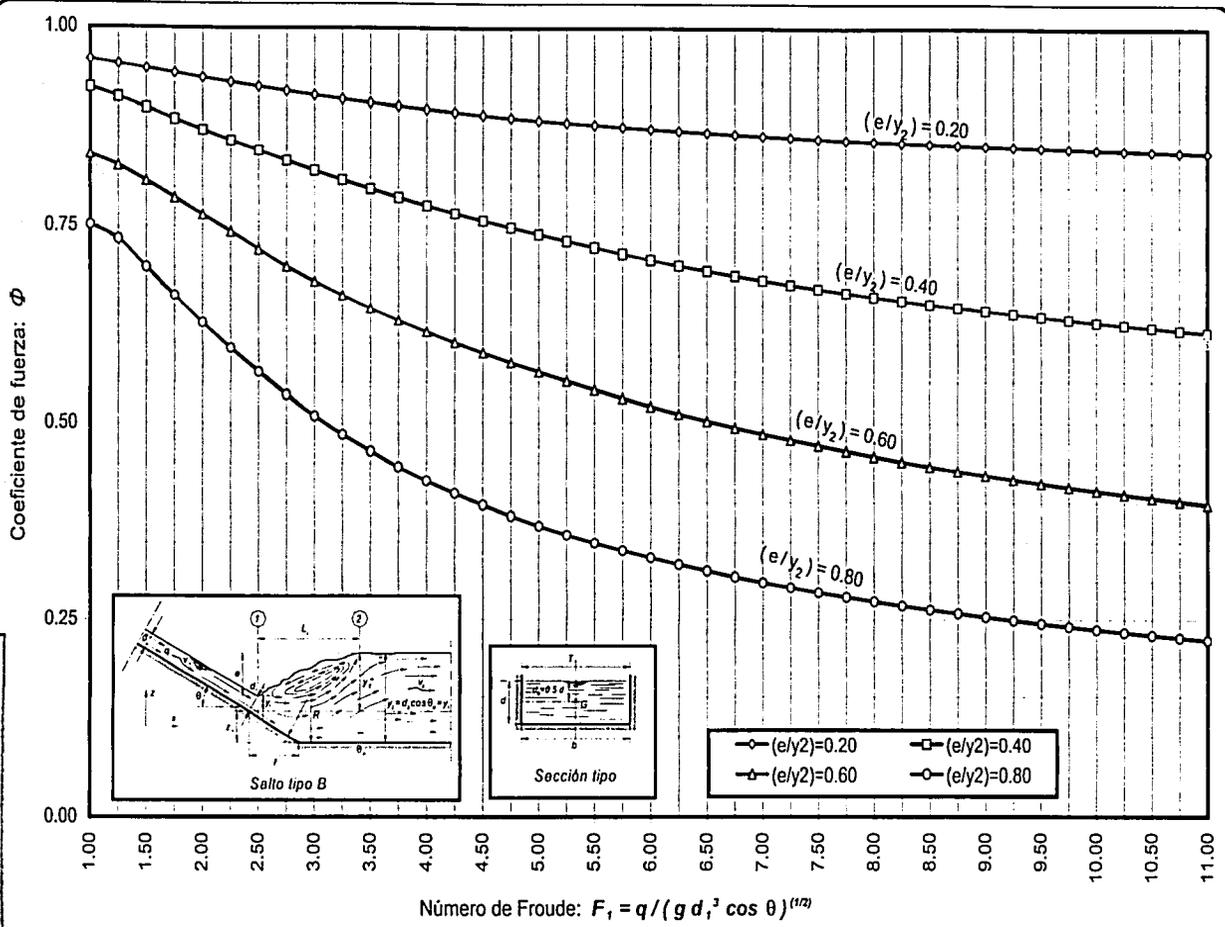


Figura 2.10 Coeficiente de fuerza horizontal ϕ para el salto tipo B, en función de F_1 y e/y_2 , para un ángulo de inclinación $\theta=45^\circ$, obtenido por Hager (1988)

2.4.3 SALTOS "TIPO C Y D"

Estos tipos de salto siempre se forman sobre el tramo de gran pendiente, lo que implica que la relación de conjugados Y sea d_2/d_1 , siendo posible determinar el componente horizontal de la fuerza debida a la presión sobre la plantilla actuando entre las secciones 1 y 2 definida por P_e ; en la figura 2.11 se muestra el volumen de control correspondiente a estos tipos de salto.

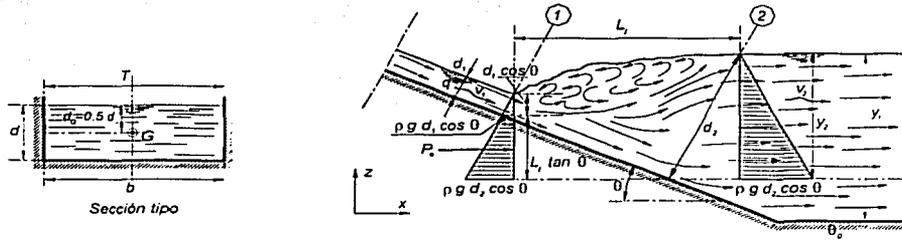


Figura 2.11 Volumen de control correspondiente a los saltos tipo C y D

El componente horizontal de las fuerzas externas P_e , integrada por la fuerza debida a la presión sobre el piso, está dada por la ecuación

$$P_e = \frac{g \rho}{2} (d_2 \cos \theta + d_1 \cos \theta) L_1 \tan \theta \quad (2.29)$$

Al multiplicar y dividir la ecuación anterior por $(d_2 \cos \theta + d_1 \cos \theta)$ se tiene

$$P_e = \frac{g \rho}{2} \left(\frac{d_2^2 \cos^2 \theta - d_1^2 \cos^2 \theta}{d_2 \cos \theta - d_1 \cos \theta} \right) L_1 \tan \theta \quad (2.30)$$

$$\frac{P_e}{g \rho (d_2^2 \cos^2 \theta - d_1^2 \cos^2 \theta)} = \frac{L_1 \tan \theta}{2 (d_2 \cos \theta - d_1 \cos \theta)}$$

donde el primer término quedó definido por δ y considerando la relación

$$N = \frac{L_1 \tan \theta}{2 (d_2 \cos \theta - d_1 \cos \theta)} \quad \text{se tiene que} \quad \delta = N \tan \theta$$

De acuerdo a lo anterior la ecuación general del salto en canales de pendiente mixta (2.11) se expresa de la siguiente manera

$$Y^3 - \left(1 + \frac{2 F_1^2}{1 - 2 N \tan \theta}\right) Y + \left(\frac{2 F_1^2}{1 - 2 N \tan \theta}\right) = 0 \quad (2.31)$$

si se considera el término $G_1^2 = \frac{F_1^2}{1 - 2 N \tan \theta}$ se llega a la expresión

$$Y^3 - (1 + 2 G_1^2) Y + 2 G_1^2 = 0 \quad (2.32)$$

ecuación que al ser dividida entre $(Y-1)$ conduce a la siguiente relación

$$Y^2 + Y - 2 G_1^2 = 0 \quad \text{cuya solución es}$$

$$Y = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 G_1^2)} - 1 \right] \quad (2.33)$$

Sustituyendo el término de la relación de conjugados $Y = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{d_1 \cos \theta}$

en la ecuación (2.33) se obtienen las expresiones

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 G_1^2)} - 1 \right] \quad (2.34)$$

$$\frac{y_2}{d_1} = \frac{\cos \theta}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 G_1^2)} - 1 \right] \quad (2.35)$$

Las dos ecuaciones anteriores fueron derivadas por Kindsvater (1944).

Bradley y Peterka (1957) y Peterka (1963) determinaron experimentalmente que N es función principalmente del ángulo θ , determinaron la ecuación empírica

$$\frac{y_2}{y_2^*} = 1 + 11.20 (\tan \theta)^{(3/2)} \quad (2.36)$$

Asimismo Rajaratnam (1967) determinó experimentalmente la ecuación

$$G_1^2 = \frac{10^{(0.054 \theta)} F_1^2}{\cos^3 \theta} \quad (2.37)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Las expresiones (2.34), (2.35) y (2.36) son válidas para los saltos tipo C y tipo D; el tipo C es un caso particular del tipo D cuando $y_2 = y_1$.

Con respecto a la longitud del salto, Bradley y Peterka encontraron que la longitud que se produce en estos tipos de salto es mayor que la que se provoca en un salto convencional, siendo constante en el intervalo $4.5 < F_1 < 13$ tal como ocurre en un salto convencional. Ellos obtuvieron la siguiente relación

$$\frac{L_j}{y_2^*} = 6.10 + 4 \tan \theta \quad \text{válida para: } 4.5 \leq F_1 \leq 13.0 \quad (2.38)$$

si F_1 queda fuera del intervalo indicado, L_j resulta físicamente menor que la obtenida por la ecuación anterior. La longitud L_j también se puede obtener con la gráfica mostrada en la figura 2.8, la cual esta en términos de y_2 , F_1 y de $\tan \theta$.

Por otro lado, F. Alamos y E. Gallardo, determinaron experimentalmente las siguientes ecuaciones, válidas para estos tipos de saltos:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1 \right] \left(5.74 + \frac{3.21}{F_1^{(2/3)}} \right)^3 (\tan \theta)^{(3/2)} \quad (2.39)$$

$$\frac{L_j}{y_c} = 18 (1 + 3 \tan \theta) - \frac{20}{F_1^{(2/3)}} \quad \text{donde } F_1 = \frac{q}{\sqrt{(g + d_1^3)}} \quad (2.40)$$

Ohtsu y Yasuda (1991) desarrollaron una serie de trabajos experimentales y obtuvieron las siguientes relaciones:

Ecuación para determinar la longitud del salto

$$\frac{L_j}{y_2} = 5.75 \tan \theta + 5.70 \quad \text{válida para: } 0^\circ < \theta \leq 19^\circ \text{ y } 4 \leq F_1 \leq 14 \quad (2.41)$$

Relación de tirantes conjugados

$$\frac{y_1}{d_1} = (0.077 \theta^{1.27} + 1.41)(F_1 - 1) + 1 \quad (2.42)$$

válida para los parámetros: $4 \leq F_1 \leq 14$, $0^\circ \leq \theta \leq 19^\circ$ y θ en grados.

2.4.4 SALTO "TIPO E"

El salto tipo E fue el primero que se estudió en canales de gran pendiente; es una forma típica, pero no es el más común en problemas prácticos. Para llevar a cabo su análisis se aplica el principio de impulso y cantidad de movimiento al volumen de control mostrado en la figura 2.12 en la dirección del flujo, lo que permite obtener la siguiente expresión

$$\frac{d_2^2 \cos \theta}{2} - \frac{d_1^2 \cos \theta}{2} - \frac{W \operatorname{sen} \theta}{g \rho} + \frac{q^2}{g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) = 0 \quad (2.43)$$

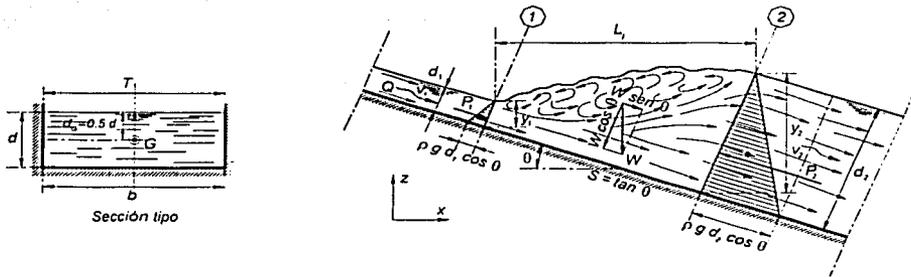


Figura 2.12 Volumen de control correspondiente al salto tipo E

Para la determinación del peso W del prisma de agua se considera que el perfil de la superficie libre del salto está dado por una línea recta, esta discrepancia se corrige mediante un coeficiente K' , por lo que el peso W vale

$$W = g \rho K' \left(\frac{L_1}{\cos \theta} \right) \left(\frac{d_2 + d_1}{2} \right) = \frac{g \rho K L_1 \cos \theta}{2} \left(\frac{d_2^2 - d_1^2}{d_2 - d_1} \right)$$

donde $K = K' / \cos^2 \theta$. Al sustituir la ecuación anterior en la expresión (2.43) y al multiplicar por $\frac{2 d_2}{g d_1^3 \cos^2 \theta}$, se obtiene

$$\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - \left(\frac{d_2}{d_1} \right) - \left(\frac{K L_1 \operatorname{sen} \theta}{d_2 - d_1} \right) \left[\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \right] + \frac{2 q^2}{g d_1^3 \cos \theta} \left(1 - \frac{d_2}{d_1} \right) = 0$$

empleando el número de Froude F_1 , y sustituyendo en esta ecuación, se tiene

$$F_1 = \frac{q}{d_1 \sqrt{(g d_1 \cos \theta)}} \quad ; \quad F_1^2 = \frac{q^2}{g d_1^3 \cos \theta}$$

$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3 \left(1 - \frac{K L_j \operatorname{sen} \theta}{d_2 - d_1}\right) - \left(\frac{d_2}{d_1}\right) \left(1 - \frac{K L_j \operatorname{sen} \theta}{d_2 - d_1} + 2 F_1^2\right) + 2 F_1^2 = 0$$

dividiendo esta expresión entre $\left(1 - \frac{K L_j \operatorname{sen} \theta}{d_2 - d_1}\right)$, se obtiene

$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right) \left(1 + \frac{2 F_1^2}{1 - \frac{K L_j \operatorname{sen} \theta}{d_2 - d_1}}\right) + \left(\frac{2 F_1^2}{1 - \frac{K L_j \operatorname{sen} \theta}{d_2 - d_1}}\right) = 0$$

al considerar el parámetro $\Gamma_1^2 = \frac{F_1^2}{1 - \frac{K L_j \operatorname{sen} \theta}{d_2 - d_1}} = \frac{F_1^2}{\cos \theta (y_2 - y_1)}$

que sustituido en la relación anterior, se tiene

$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3 - (1 + 2 \Gamma_1^2) \left(\frac{d_2}{d_1}\right) + 2 \Gamma_1^2 = 0 \quad (2.44)$$

la cual se divide entre $\left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right)$ y resulta la relación

$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right) - 2 \Gamma_1^2 = 0$$

cuya solución final es

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(1 + 8 \Gamma_1^2)} - 1 \right] \quad (2.45)$$

en esta ecuación se considera que $d_1 = y_1 \cos \theta$ y $d_2 = y_2 \cos \theta$. Esta expresión fue derivada por Kennison (1944). Chow (1959) y Argyroupoulos (1962) obtuvieron expresiones que tienen gran semejanza con la ecuación (2.34) y con la del salto convencional.

En la figura 2.13 se presenta la gráfica de relaciones experimentales entre el número de Froude F_1 y la relación de tirantes conjugados (correspondiente a la ecuación (2.45)).

Dado que los parámetros Γ , (d_2/d_1) y (y_2/y_1) son función del número de Froude F_1 y del ángulo de inclinación θ , Kennison propone que el valor de K sea igual a 1, además de que el factor $X = L_1 / [\cos \theta (y_2 - y_1)]$, cuyos términos aparecen en la relación de Γ^2 , se puede considerar igual a 3. Chow y Argyroupoulos encontraron que X era función de F_1 , pero no propusieron ningún valor a esta relación. Rajaratnam encontró que la variación de F_1 con X no debe ser ignorada, excepto para valores pequeños de θ .

Analizando la situación anterior, es común que todos los autores consideren posible al salto tipo E sólo cuando se cumplen las condiciones para formarse el salto tipo D, situación que provoca que ambos tipos de salto puedan confundirse.

Husain, Alhamid y Negm (1994) realizaron una serie de estudios basados tanto en los trabajos realizados por Hager y Bretz (1986) como en los desarrollados por Ohtsu y Yasuda (1991); determinaron unas expresiones que permiten determinar la longitud relativa y la relación de tirantes conjugados para saltos formados en canales de pendiente fuerte; las relaciones que obtuvieron son las siguientes

Coefficiente de corrección de discrepancia

$$K' = 1.152 + 0.025 \theta + 0.031 F_1 \quad (2.46)$$

Relación de tirantes conjugados

$$\frac{d_2}{d_1} = -74.85 + 63.305 K' - 0.695 \theta - 0.369 F_1 \quad (2.47)$$

Longitud relativa en términos de d_1

$$\frac{L_j}{d_1} = -393.261 + 337.487 K' - 7.011 \theta - 2.019 F_1 \quad (2.48)$$

Longitud relativa en términos de d_2

$$\frac{L_j}{d_2} = -11.492 + 14.65 K' - 0.652 \theta - 0.397 F_1 \quad (2.49)$$

Variación adimensional de la longitud del salto

$$\frac{L_j}{d_2 - d_1} = -6.273 + 11.324 K' - 0.66 \theta - 0.382 F_1 \quad (2.50)$$

Las expresiones (2.47), (2.48), (2.49) y (2.50) han sido comparadas tanto con las curvas de longitud relativa (figura 2.7 obtenida por Peterka) como en las relaciones experimentales de tirantes conjugados (figura 2.13 obtenidas por el U.S. Bureau of Reclamation) y se ha encontrado bastante similitud entre ambas gráficas.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

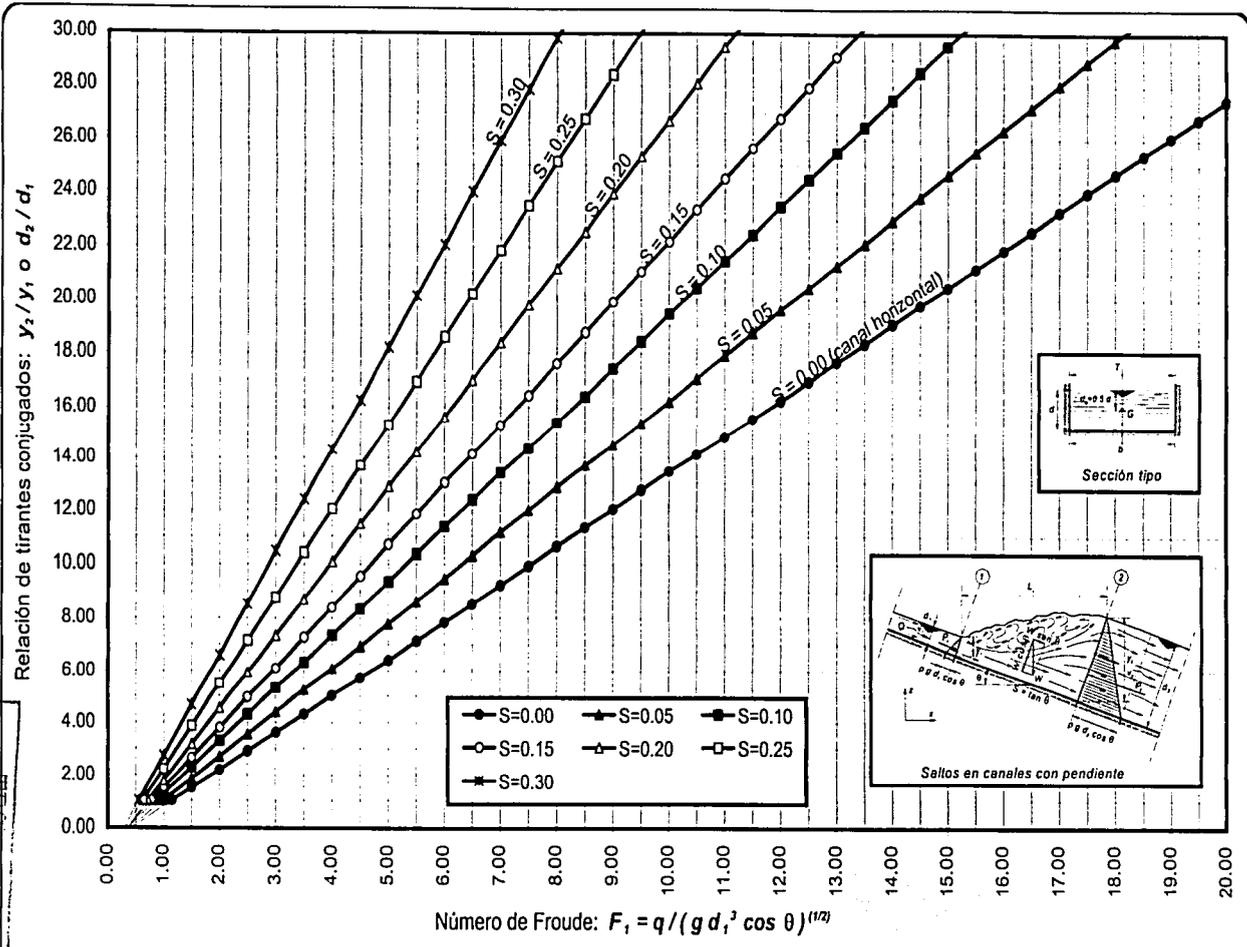


Figura 2.13 Relaciones experimentales entre F_1 e (y_1/y_2) o (d_1/d_2) para saltos en canales con pendiente, obtenido por U. S. Bureau of Reclamation (1955)

2.5 EFICIENCIA DEL SALTO

La eficiencia η para cualquier tipo de salto se obtiene mediante la expresión

$$\eta = 1 - (E_2 / E_1) \quad (2.51)$$

donde E_1 y E_2 corresponden a la energía total en cada sección, obtenida a partir de un determinado nivel de referencia.

Para el salto tipo A, el nivel de referencia se propone igual al correspondiente nivel de la plantilla del tramo de pendiente suave u horizontal, por lo tanto, los valores de la energía específica E_1 y E_2 están dados por

$$E_1 = d_1 \cos \theta_0 + \frac{q^2}{2 g d_1^2 \cos^2 \theta_0} \quad ; \quad E_2 = y_2^* + \frac{q^2}{2 g y_2^{*2}}$$

Al sustituir los términos de la energía en la ecuación de la eficiencia η , resulta

$$\eta = 1 - \frac{y_2^* + \frac{q^2}{2 g y_2^{*2}}}{d_1 \cos \theta_0 + \frac{q^2}{2 g d_1^2 \cos^2 \theta_0}} \quad (2.52)$$

Al ordenar la ecuación anterior en términos del número de Froude F_1 , se tiene

$$\eta = 1 - \frac{1 + \left(\frac{F_1^2}{2}\right) \left(\frac{d_1 \cos \theta_0}{y_2^*}\right)^3}{\left(1 + \frac{F_1^2}{2}\right) \left(\frac{d_1 \cos \theta_0}{y_2^*}\right)} \quad (2.53)$$

Para los saltos tipo B y tipo C, el nivel de referencia se propone igual al correspondiente nivel de la plantilla del segundo tramo, por lo tanto, los valores de la energía específica E_1 y E_2 están dados por

$$E_1 = z_1 + d_1 \cos \theta + \frac{q^2}{2 g d_1^2} \quad ; \quad E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2 g y_2^2}$$

Al sustituir los términos de la energía en la ecuación de la eficiencia η , resulta

$$\eta = 1 - \frac{y_2 + \frac{q^2}{2g y_2^2}}{z_1 + d_1 \cos \theta + \frac{q^2}{2g d_1^2}} \quad (2.54)$$

Al dividir entre y_2 a los términos del segundo miembro, donde se considera que el valor de z_1 está dado por $(l \tan \theta)$, al ordenar la ecuación anterior en términos del número de Froude F_1 , se obtiene la relación

$$\eta = 1 - \frac{1 + \frac{q^2 d_1^3 \cos^3 \theta}{2g y_2^3 d_1^3 \cos^3 \theta}}{\frac{l \tan \theta}{y_2} + \frac{d_1 \cos \theta}{y_2} + \frac{q^2 d_1 \cos \theta}{2g y_2 d_1^3 \cos \theta}}$$

Al aplicar la definición del número de Froude F_1 a la relación anterior, se obtiene finalmente la ecuación de la eficiencia del salto para los tipos de salto indicados

$$\eta = 1 - \frac{1 + \left(\frac{F_1^2}{2 \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{d_1 \cos \theta}{y_2} \right)^3}{\frac{l \tan \theta}{y_2} + \left(1 + \frac{F_1^2}{2} \right) \left(\frac{d_1 \cos \theta}{y_2} \right)} \quad (2.55)$$

Hager propone una expresión de la eficiencia para el tipo B en función de la relación (e/y_2) y para un ángulo de inclinación $\theta = 45^\circ$, se considera $z_1 = y_2 - e$, mismo que al ser sustituido en la ecuación (2.52) y al dividir entre y_2 , se obtiene

$$\eta = 1 - \frac{1 + \frac{q^2 d_1^3 \cos^3 \theta}{2g y_2^3 d_1^3 \cos^3 \theta}}{1 - \frac{e}{y_2} + \frac{1}{Y} + \frac{q^2 d_1 \cos \theta}{2g y_2 d_1^3 \cos \theta}}$$

De acuerdo con el número de Froude F_1 , la relación anterior se expresa como

$$\eta = 1 - \frac{1 + \frac{F_1^2}{2 Y^3 \cos^2 \theta}}{1 - \frac{e}{y_2} + \frac{1}{Y} + \frac{F_1^2}{2 Y}} \quad (2.56)$$

Para los saltos tipo D y tipo E se establece el nivel de referencia coincidente con el nivel de la plantilla en la sección 2, por lo tanto, los valores de la energía específica E_1 y E_2 son los siguientes

$$E_1 = L_j \tan \theta + d_1 \cos \theta + \frac{q^2}{2g d_1^2} \quad ; \quad E_2 = d_2 \cos \theta + \frac{q^2}{2g d_2^2}$$

Al sustituir estos términos en la ecuación (2.51), se tiene

$$\eta = 1 - \frac{d_2 \cos \theta + \frac{q^2}{2g d_2^2}}{L_j \tan \theta + d_1 \cos \theta + \frac{q^2}{2g d_1^2}}$$

Al dividir entre $(d_2 \cos \theta)$ a los términos del segundo miembro de la ecuación anterior y ordenarla en términos del número de Froude F_1 , se obtiene la relación

$$\eta = 1 - \frac{1 + \frac{q^2 d_1^3}{2g d_2^3 d_1^3 \cos \theta}}{\frac{L_j \tan \theta}{d_2 \cos \theta} + \frac{d_1}{d_2} + \frac{q^2 d_1}{2g d_1^3 d_2 \cos \theta}}$$

Se aplica el número de Froude F_1 a la relación anterior y se llega finalmente a la ecuación que permite obtener la eficiencia para los saltos en cuestión

$$\eta = 1 - \frac{1 + \left(\frac{F_1^2}{2}\right) \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3}{\frac{L_j \tan \theta}{d_2 \cos \theta} + \left(1 + \frac{F_1^2}{2}\right) \left(\frac{d_1}{d_2}\right)} \quad (2.57)$$

Para el salto tipo D se considera $(d_2 = y_2 \cos \theta)$ y se obtiene la relación

$$\eta = 1 - \frac{1 + \left(\frac{F_1^2}{2}\right) \left(\frac{d_1}{y_2 \cos \theta}\right)^3}{\frac{L_j \tan \theta}{y_2 \cos^2 \theta} + \left(1 + \frac{F_1^2}{2}\right) \left(\frac{d_1}{y_2 \cos \theta}\right)} \quad (2.58)$$

CAPITULO TERCERO
SALTO HIDRAULICO EN CANALES TRAPECIALES
DE GRAN PENDIENTE

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

43-A

CAPITULO TERCERO

SALTO HIDRAULICO EN CANALES TRAPECIALES DE GRAN PENDIENTE

3.1 CONTRIBUCIONES TEORICO-EXPERIMENTALES

Como ya se mencionó, el salto hidráulico en canales de pendiente mixta ha sido poco estudiado, en comparación con los estudios realizados de este fenómeno producido en un canal horizontal. Los trabajos realizados sobre el salto en canales de pendiente mixta se limitan únicamente a canales de sección rectangular.

De acuerdo con la importancia de este fenómeno, se exponen a continuación los trabajos de investigación efectuados relativos a la presencia de este fenómeno en canales horizontales de sección trapecial, mismos que aunados con la información que se tiene sobre el salto en canales de pendiente mixta de sección rectangular, permitirán determinar expresiones para las diversas formas del salto.

Los estudios que se han llevado a cabo sobre el fenómeno del salto hidráulico en un canal horizontal de sección trapecial, han considerado varias etapas: la primera de ellas es la aplicación de los "principios fundamentales de la hidráulica" cuya finalidad es determinar los tirantes conjugados a través de tablas y ábacos que facilitan su cálculo; la experimentación constituye otra de las etapas de este estudio. A través de ella se obtiene la longitud del salto y sus características básicas, lo que permite introducir los parámetros que influyen en dicho fenómeno. Últimamente se ha estudiado el comportamiento interno del flujo, con un avance significativo dada su complejidad.

Posey y Hsing (1930) llevaron a cabo los primeros estudios de este fenómeno en un canal de sección trapecial; ellos verificaron que la relación de tirantes conjugados que se obtiene a partir de la aplicación del principio de la cantidad de movimiento da buenos resultados. Uno de los aspectos más sorprendentes que observaron es la formación de dos frentes en forma de cuña con alas, cada uno en la proximidad del talud y a lo largo de la formación del salto. De acuerdo con lo anterior notaron que la superficie libre del agua después del salto no se mantiene en el mismo nivel, ya que los niveles en los lados son mayores que en la parte central del canal. Determinaron que la longitud del salto es más grande que la que se produce en un canal rectangular, existiendo de igual manera una gran dificultad para definir dicha longitud.

Estudios posteriores, se encaminaron a buscar soluciones analíticas, empleando diferentes aproximaciones matemáticas y elaborando gráficas que permiten determinar los tirantes conjugados. Se pueden mencionar los ábacos de Diskin y Massey ambos presentados en 1961; el segundo es el más utilizado. Diskin comprobó que existe una concordancia entre los tirantes conjugados obtenidos experimentalmente con los que se obtienen teóricamente a partir de la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento y propuso un procedimiento basado en una ecuación similar a la que presentó Elevatorski, obteniendo una solución aproximada para este fenómeno. Massey, indica que el método de Diskin no es preciso ya que subestima la relación de los tirantes conjugados; la solución que presenta es considerada exacta y puede ser útil, en lugar de emplear los métodos aproximados que se tienen en ese momento.

Sandover y Holmes (1962) llevaron a cabo sus investigaciones, cuyo fin primordial era determinar la longitud del salto a partir del número de Froude; sus trabajos se desarrollaron en canales trapeciales cuyo ancho de plantilla se mantuvo constante y los taludes se presentaron para ángulos de 30° , 45° y 60° respecto a la horizontal. Ellos tuvieron dificultades en determinar la concordancia existente entre los tirantes conjugados experimentales con los que se obtienen teóricamente a partir de la ecuación de la cantidad de movimiento. Además, no les fue posible determinar las características de la longitud del salto.

Trabajos de investigación de forma sistemática y muy detallada se llevaron a cabo por C. Andreani y M. Iglesias (1964). Estos estudios se consignan en el texto escrito por Domínguez F. J. en 1974. Sus estudios se llevaron a cabo en canales de sección trapecial con taludes entre 0.5 y 1.0 donde el principal parámetro que determinaron fue la longitud del salto. Comprobaron la validez de la concordancia existente entre los tirantes conjugados teóricos a partir de la ecuación del momentum y los obtenidos experimentalmente.

Mohed y Sharp (1971) estudiaron el comportamiento asimétrico del flujo en el fenómeno. Ellos tuvieron dificultades en determinar los tirantes conjugados debido a la presencia del flujo asimétrico, ya que se provoca una diferencia significativa en los niveles del agua dentro de la sección transversal del canal.

Ohtsu (1977) clasificó al salto hidráulico en canales de sección trapezoidal en cuatro tipos, utilizando para ello, un criterio que toma en cuenta la simetría de la corriente principal y la permanencia de la misma. Cada tipo de salto corresponde a distintos dominios del talud k y del número de Froude F_1 . Esta clasificación es:

- | | |
|------------------|---|
| a) Salto Tipo 1. | El flujo avanza sin deflectar a los lados y el salto es simétrico. Se presenta para las siguientes condiciones:
Para $k = 0$ No hay registro del rango del F_1 .
Para $k = 1/4$ No hay registro del rango del F_1 .
Para $k = 1/2$ El rango del $F_1 > 4.7 - 5.3$ |
| b) Salto Tipo 2. | La turbulencia es un poco diferente de un lado a otro, el salto es casi simétrico. Se presenta para las siguientes condiciones:
Para $k = 1/2$ El rango del $F_1 < 4.7 - 5.3$
Para $k = 2/3$ El rango del $F_1 > 4.4 - 4.8$ |
| c) Salto Tipo 3. | La turbulencia de un lado es inestable y el flujo frecuentemente cambia de un lado al otro. Se presenta para las siguientes condiciones:
Para $k = 2/3$ El rango del $F_1 < 4.4 - 4.8$
Para $k = 1$ El rango del $F_1 > 5.6 - 6.0$
Para $k = 4/3$ El rango del $F_1 > 5.8 - 6.2$ |
| d) Salto Tipo 4. | El flujo que avanza deflecta y el flujo es asimétrico. Se presenta para las siguientes condiciones:
Para $k = 1$ El rango del $F_1 < 5.6 - 6.0$
Para $k = 4/3$ El rango del $F_1 < 5.8 - 6.2$
Para $k = 2$ No hay registro del rango del F_1 . |

Ohtsu estableció como punto de inicio del salto aquel que corresponde a la sección en que ya no se tiene retroceso del flujo en los taludes y su longitud es la dada hasta la sección en que se ha disipado toda la energía posible.

Wanoschek y Hager (1989) llevaron a cabo investigaciones con respecto a este fenómeno utilizando un canal trapezoidal de talud $k=1$ y ancho de plantilla de $b=0.20$ m; el número de Froude F_1 se estableció en el intervalo de 3 a 13 y los gastos fueron de 7.5 a 98.0 l/s. Observaron que el comportamiento del fenómeno tanto en un canal de sección trapezoidal como en uno rectangular es bastante diferente. Con base en sus estudios concluyeron que el salto hidráulico es un fenómeno tridimensional; determinaron la presencia de un vórtice en el fondo de gran extensión, aspecto que provoca diferencias importantes en comparación con el salto producido en un canal de sección rectangular, siendo éstas:

1. La velocidad en el fondo se reduce en forma importante.
2. La corriente principal se levanta hacia la superficie pero diverge en ambos lados del canal.
3. Por lo anterior, la velocidad máxima ocurre a lo largo de los taludes, cerca de la superficie.

Los investigadores mencionados esquematizaron este fenómeno de acuerdo con la figura 3.1, donde se muestra un esquema de los patrones de flujo y se detalla la manera en que lo caracterizaron.

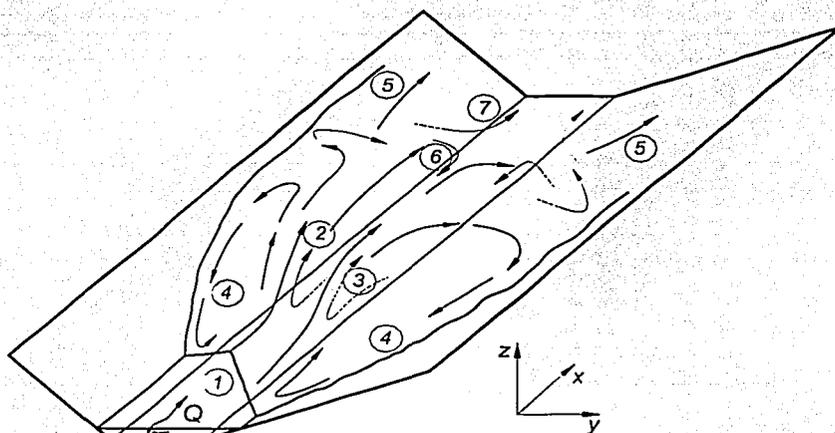


Figura 3.1 Vista esquemática de los patrones del flujo principal en un salto hidráulico formado en un canal de sección trapecial

En la figura 3.1 se esquematiza al salto hidráulico formado en un canal de sección trapecial mismo que se caracteriza por diferentes zonas: la zona (1) corresponde al flujo entrante, éste se concentra cerca del centro del canal y es de alta velocidad; el flujo se levanta y forma una zona de salpicadura (2), adicionalmente se provoca una zona (3) de separación del fondo, la cual fue designada como remolino de fondo. De esta manera, la corriente principal se mueve cerca de la superficie y diverge lentamente hacia los taludes, lo que provoca que la corriente entrante (1) se concentre en la parte central de la sección y que se tengan depresiones a lo largo de los taludes. Una parte del flujo lateral se regresa y forma las zonas del flujo de retroceso sobre ambos taludes (4), que incluyen las alas de la cuña formada al frente del salto. Otra parte del flujo lateral se mantiene sobre la superficie y continúa hacia abajo (5); la otra parte del flujo lateral se introduce en el cuerpo líquido a lo largo de los taludes (6) y alimenta al remolino del fondo. Más adelante esta corriente ya no es arrastrada por el remolino de fondo sino que continúa directamente hacia el flujo de salida después del salto (7).

La formación del remolino en el fondo provoca una distribución irregular de la velocidad aguas abajo, los valores máximos se localizan lateralmente y cerca de la superficie. Se detecta además, una oscilación del salto en el sentido longitudinal que lo desvía hacia un lado o hacia otro y se produce una inestabilidad atribuibles a las características turbulentas del fenómeno.

Wanoschek y Hager también analizaron los siguientes conceptos: se comprobó que la relación de tirantes conjugados y_2/y_1 , obtenida experimentalmente es más pequeña que la que se obtiene teóricamente a partir de la aplicación de la ecuación del impulso y cantidad de movimiento, por lo que el diseño queda del lado de la seguridad. Obtuvieron la longitud del flujo lateral de retorno L_s , medido desde el punto de intersección del ala hasta el punto de estancamiento sobre el talud del canal. Consideraron que el inicio del salto corresponde al punto de intersección del ala y el talud, y que el final coincide con la sección que corresponde al final de la zona de aireación (desaparece la ebullición superficial y las bolsas de aire se elevan hasta la superficie). La longitud del salto L_j esta definida por la distancia entre las secciones de inicio y final del salto ya mencionados. En la figura 3.2 se presentan las gráficas de longitud relativa que obtuvieron estos investigadores.

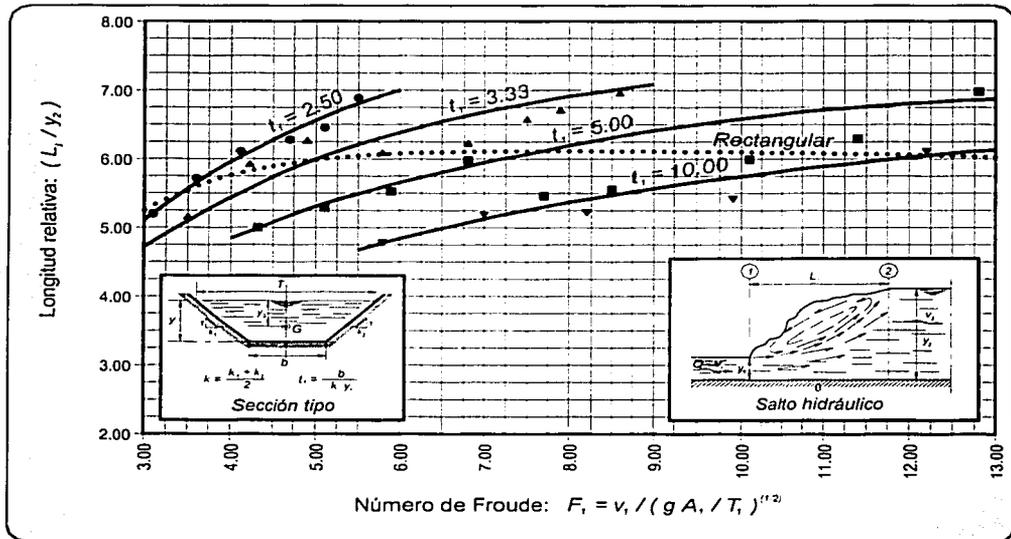


Figura 3.2 Longitud relativa del salto hidráulico en canales horizontales de sección trapecial, según Wanoschek y Hager (1988)

3.2 ASPECTOS GENERALES

La ecuación general del salto hidráulico que se desarrolla en un canal de sección trapezoidal y de pendiente mixta, así como las ecuaciones particulares para cada tipo de salto, se obtendrán aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento al volumen de control que se muestra en la figura 3.3 (limitado por las secciones 1 y 2, por el fondo del canal y por la superficie libre); las ecuaciones que se deducen son relaciones análogas a las expresiones obtenidas para saltos hidráulicos formados en canales horizontales y de sección trapezoidal (1.27) y para los que se forman en canales de sección rectangular de pendiente mixta (2.11), expresiones mostradas en los capítulos anteriores, mismas que se presentan a continuación:

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^4 + \left(\frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + \frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}t_1^2 + t_1 - \frac{3F_{M1}^2}{t_1 + 2}\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right) - 3F_{M1}^2 = 0 \quad (1.27)$$

donde: $F_{M1} = \frac{Q}{g^{(1/2)} k y_1^{(5/2)}} \quad ; \quad t_1 = \frac{b}{k y_1}$

$$Y^3 - \left(1 + \frac{2F_1^2}{1 - 2\delta}\right)Y + \left(\frac{2F_1^2}{1 - 2\delta}\right)\left(\frac{\cos\theta_0}{\cos\theta}\right)^2 = 0 \quad (2.11)$$

estas ecuaciones permiten calcular el conjugado mayor y_2 a partir del conjugado menor y_1 y el número de Froude F_1 correspondientes al flujo supercrítico.

Al igual que el salto formado en canales de sección rectangular de pendiente mixta, se tienen algunas dificultades para obtener una expresión útil para el fenómeno analizado, como son:

- El componente del peso no se puede cuantificar de una manera precisa debido a que la longitud y la forma del salto no están bien definidos.
- La densidad del fluido en el volumen de control es variable debido a la entrada de aire a dicho volumen.
- Los términos de la presión no pueden cuantificarse adecuadamente.

Por los puntos anteriores, la ecuación que se obtenga contendrá una función empírica implícita que será cuantificada mediante la experimentación.

3.3 ECUACION GENERAL DEL SALTO

Para el análisis de este fenómeno y de acuerdo con las condiciones establecidas, se considera un canal de sección trapecial de ancho b , taludes k_1 y k_2 y de pendiente mixta; la pendiente del primer tramo ubicado aguas arriba está definida por el ángulo θ suficientemente grande para que se garantice un flujo supercrítico, uniforme o gradualmente variado y de tirante supercrítico normal a la plantilla d_1 . El segundo tramo ubicado aguas abajo tiene una pendiente suave u horizontal definida por θ_0 y de tirante normal a la plantilla d_2 . El gasto es Q y la velocidad media en cualquier sección $v = Q / A$. El cambio de pendiente entre ambos tramos del canal puede o no realizarse con una curva vertical de radio R .

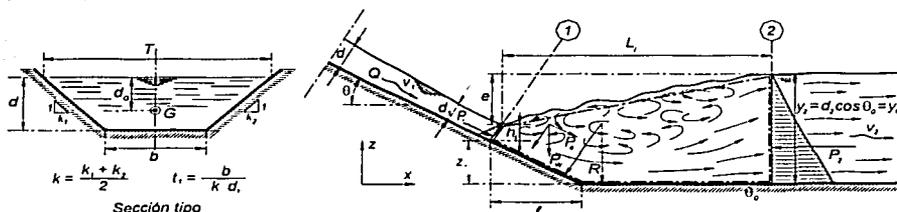


Figura 3.3 Análisis del salto hidráulico en canales de sección trapecial de pendiente mixta

La ecuación del impulso y cantidad de movimiento aplicada al volumen de control de la figura 3.3., establece que el cambio de la cantidad de movimiento que experimenta el cuerpo de agua contenido en dicho volumen de control es igual a la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre dicho cuerpo y su forma vectorial está dada por

$$P_1 - P_2 + P_e = Q \rho (\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) \quad (3.01)$$

donde

- $P_{1,2}$ fuerza resultante debida a la presión ejercida sobre la superficie de frontera de las secciones 1 ó 2
- P_e fuerza de cuerpo debida al peso del volumen de control
- Q gasto en el canal
- ρ densidad del agua
- $v_{1,2}$ velocidad media en las secciones 1 ó 2
- $\beta_{1,2}$ coeficiente de Boussinesq para las secciones 1 ó 2 que toma en cuenta el hecho de considerar a la velocidad media en el cálculo de la cantidad de movimiento en lugar de la distribución irregular de la velocidad, que es la que realmente se presenta. En este análisis se considera que $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ es un término constante e igual a 1.

Nota: La fuerza de fricción se considera despreciable, por lo que no se toma en cuenta en la suma de fuerzas de la ecuación (3.01).

La magnitud de las fuerzas debidas a la presión ejercida sobre las superficies de frontera de las secciones 1 y 2 y en la dirección horizontal x es

$$P_1 = g \rho d_{G1} A_1 \cos^2 \theta \quad (3.02)$$

$$P_2 = g \rho d_{G2} A_2 \cos^2 \theta_0 \quad (3.03)$$

Al introducir las relaciones: $d_{G1} = z_1' d_1$ y $d_{G2} = z_2' d_2$; en donde z_1' y z_2' son coeficientes que al ser multiplicados por el tirante d permiten calcular la profundidad del punto de aplicación de la fuerza resultante debida a la presión con respecto al nivel de la superficie libre del agua; dicho punto corresponde al centro de gravedad de las secciones 1 y 2 respectivamente; las relaciones (3.02) y (3.03) toman la siguiente forma

$$P_1 = g \rho d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta \quad (3.04)$$

$$P_2 = g \rho d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0 \quad (3.05)$$

El componente horizontal de la ecuación de cantidad de movimiento está dada por

$$(d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta - d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0) g \rho + P_e = Q \rho (v_2 \cos \theta_0 - v_1 \cos \theta) \quad (3.06)$$

Al dividir esta expresión entre $(g \rho)$ se tiene

$$d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta - d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0 + \frac{P_e}{g \rho} = \frac{Q}{g} (v_2 \cos \theta_0 - v_1 \cos \theta) \quad (3.07)$$

De la ecuación de continuidad se tiene: $v_1 = Q/A_1$, $v_2 = Q/A_2$ y sustituyendo en la ecuación (3.07), se tiene la siguiente relación

$$d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta - d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0 + \frac{P_e}{g \rho} = \frac{Q^2}{g} \left(\frac{\cos \theta_0}{A_2} - \frac{\cos \theta}{A_1} \right) \quad (3.08)$$

Al ordenar y simplificar la relación anterior se obtiene

$$\frac{P_e}{g \rho} = \left(\frac{Q^2 \cos \theta_0}{g A_2} + d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0 \right) - \left(\frac{Q^2 \cos \theta}{g A_1} + d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta \right) \quad (3.09)$$

La ecuación (3.09) se expresa en términos del principio llamado *Momentum*, cuya expresión más sencilla es

$$\frac{P_e}{g \rho} = M_2 - M_1 \quad \text{y es función de } Q \text{ y } A \text{ en las secciones 1 y 2, donde}$$

$$M_1 = \frac{Q^2 \cos \theta}{g A_1} + d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta$$

$$M_2 = \frac{Q^2 \cos \theta_0}{g A_2} + d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0$$

La función *momentum* se integra por dos términos: el primero lo constituye la cantidad de movimiento del flujo a través de la sección del canal y el segundo es el empuje que produce la presión sobre el área de dicha sección.

El Número de Froude F_1 , correspondiente al flujo supercrítico esta dado por

$$F_1 = \frac{Q}{A_1 \sqrt{\left(\frac{g A_1 \cos \theta}{T_1} \right)}} = \frac{v_1}{\sqrt{\left(\frac{g A_1 \cos \theta}{T_1} \right)}}$$

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{\left(\frac{g A_1^3 \cos \theta}{T_1} \right)} = \frac{v_1^2}{\left(\frac{g A_1 \cos \theta}{T_1} \right)}$$

Despejando Q^2 y sustituyendo en la ecuación (3.09) se tiene

$$Q^2 = \frac{F_1^2 g A_1^3 \cos \theta}{T_1}$$

$$\frac{P_e}{g \rho} = \left(\frac{F_1^2 A_1^3 \cos \theta \cos \theta_0}{A_2 T_1} + d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0 \right) - \left(\frac{F_1^2 A_1^2 \cos^2 \theta}{T_1} + d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta \right) \quad (3.10)$$

Al ordenar y simplificar la expresión anterior se obtiene la siguiente relación

$$d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0 - d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta - \frac{P_0}{g \rho} + \frac{F_1^2 A_1^2 \cos \theta}{T_1} \left(\frac{A_1 \cos \theta_0}{A_2} - \cos \theta \right) = 0 \quad (3.11)$$

Si la ecuación (3.11) se divide entre $(d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta)$, se obtiene una relación de la forma

$$\frac{d_2 z_2' A_2 \cos^2 \theta_0}{d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta} - 1 - \frac{P_0}{g \rho d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta} + \frac{F_1^2 A_1}{d_1 z_1' T_1} \left(\frac{A_1 \cos \theta_0}{A_2 \cos \theta} - 1 \right) = 0 \quad (3.12)$$

La ecuación (3.12) es la ecuación general del salto hidráulico en canales de pendiente mixta. Para obtener una expresión más general que la ecuación obtenida por Belanger, aplicable a cualquier tipo de salto en canales de pendiente mixta, se procede de la siguiente manera

1. Se establece el parámetro Y mismo que corresponde a la relación de conjugados, dado por

$$Y = \frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1 \cos \theta} \quad \text{este parámetro es sustituido en la ecuación (3.12)}$$

$$\left(\frac{z_2' A_2 \cos \theta_0}{z_1' A_1 \cos \theta} \right) Y - 1 - \frac{P_0}{g \rho d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta} + \frac{F_1^2 A_1}{d_1 z_1' T_1} \left(\frac{A_1 \cos \theta_0}{A_2 \cos \theta} - 1 \right) = 0$$

si se considera el término: $d_1 \cos \theta = (d_2 \cos \theta_0 / Y)$, y se sustituye en esta ecuación, se tiene

$$\left(\frac{z_2' A_2 \cos \theta_0}{z_1' A_1 \cos \theta} \right) Y - 1 - \frac{P_0 d_1 Y^2}{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_0 z_1' A_1} + \frac{F_1^2 A_1}{d_1 z_1' T_1} \left(\frac{A_1 \cos \theta_0}{A_2 \cos \theta} - 1 \right) = 0 \quad (3.13)$$

2. Se introduce un coeficiente de fuerza Φ_p

$$\Phi_P = \frac{P_o d_1}{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_o z_1' A_1}$$

mismo que se sustituye en la ecuación (3.13) y se obtiene

$$\left(\frac{z_2' A_2 \cos \theta_o}{z_1' A_1 \cos \theta} \right) Y - 1 - \Phi_P Y^2 + \frac{F_1^2 A_1}{d_1 z_1' T_1} \left(\frac{A_1 \cos \theta_o}{A_2 \cos \theta} - 1 \right) = 0$$

o bien

$$\left(\frac{z_2' A_2 \cos \theta_o}{z_1' A_1 \cos \theta} \right) Y - 1 - \Phi_P Y^2 + \frac{F_1^2 A_1^2 \cos \theta_o}{d_1 z_1' T_1 A_2 \cos \theta} - \frac{F_1^2 A_1}{d_1 z_1' T_1} = 0 \quad (3.14)$$

3. Ahora se consideran: un coeficiente correspondiente al punto de aplicación de las fuerzas debidas a la presión sobre las secciones 1 y 2 A_p ; un cociente de relación de áreas R_A y un coeficiente P_H ; éstos se definen como sigue

$$A_p = \frac{z_2' A_2 \cos \theta_o}{z_1' A_1 \cos \theta} \quad ; \quad R_A = \frac{A_1}{A_2} \quad ; \quad P_H = \frac{A_1}{d_1 T_1}$$

de acuerdo con estas relaciones la ecuación (3.14) adopta la siguiente forma

$$A_p Y - 1 - \Phi_P Y^2 + \frac{F_1^2}{z_2'} A_p R_A^2 P_H - \frac{F_1^2}{z_1'} P_H = 0 \quad (3.15)$$

si esta ecuación se multiplica por Y se obtiene

$$A_p Y^2 - Y - \Phi_P Y^3 + \frac{F_1^2}{z_2'} A_p R_A^2 P_H Y - \frac{F_1^2}{z_1'} P_H Y = 0$$

equivalente a

$$\Phi_P Y^3 - A_p Y^2 + \left(1 + \frac{F_1^2}{z_1'} P_H - \frac{F_1^2}{z_2'} A_p R_A^2 P_H \right) Y = 0 \quad (3.16)$$

La expresión (3.16) es una ecuación más general que la que obtuvo Belanger (1824) y es aplicable a cualquier tipo de salto hidráulico formado en canales de pendiente mixta y de cualquier sección; esta ecuación es equivalente a la obtenida por Sotelo (1990) para canales de sección rectangular.

3.4 ANALISIS PARA LOS DIFERENTES TIPOS DE SALTO

3.4.1 ANALISIS DEL SALTO "TIPO A"

Este tipo de salto inicia en la sección donde el canal cambia de pendiente, es decir, se forma totalmente sobre el tramo de pendiente suave. El tirante d_1 y el número de Froude F_1 que se presentan en la sección 1 dan origen a un conjugado mayor $y_2^* = d_2 \cos \theta_0$, en la figura 3.4. se esquematiza este tipo de salto. De acuerdo con su ubicación, se tienen los siguientes puntos:

- El componente horizontal de la fuerza de cuerpo debida al peso del volumen de control P_0 es casi igual a 0, debido a la poca inclinación del tramo donde se ubica el salto (de pendiente subcrítica), lo anterior equivale a que el coeficiente de fuerza ϕ_p tienda a ser igual a 0.
- Se establece que el valor del conjugado mayor es igual al tirante de salida, es decir: $d_2 \cos \theta_0 = y_2^* = y_1$.

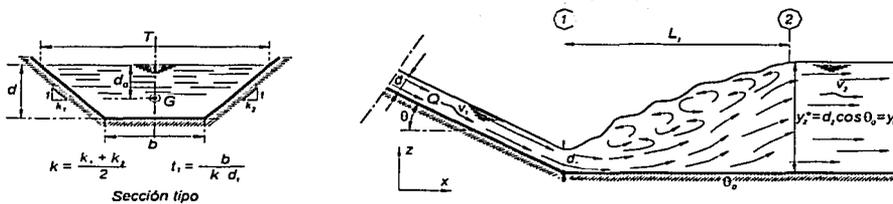


Figura 3.4 Volumen de control correspondiente al salto tipo A

La solución de la ecuación (3.16) se logra calculando los siguientes términos:

- El coeficiente de fuerza ϕ_p es

$$\phi_p = \frac{P_0 d_1}{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_0 z_1' A_1}$$
- La relación de conjugados Y es

$$Y = \frac{y_2^*}{d_1 \cos \theta_0} = \frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1 \cos \theta_0} = \frac{d_2}{d_1}$$
- El cociente A_p está dado por

$$A_p = \frac{z_2' A_2}{z_1' A_1}$$
- El área en las secciones 1 y 2 es

$$A_1 = (b + k d_1) d_1 \quad ; \quad A_2 = (b + k d_2) d_2$$

e) Los coeficientes z_1' y z_2' son

$$z_1' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k d_1} \right)$$

$$z_2' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k d_2} \right)$$

f) El coeficiente P_H es

$$P_H = \frac{b + k d_1}{b + 2 k d_1}$$

Se divide entre Y la expresión (3.16) y se sustituyen las relaciones a), b), c), d), e) y f) dando como resultado

$$\phi_p Y^2 - A_p Y + 1 + \frac{F_1^2}{z_1'} P_H - \frac{F_1^2}{z_2'} A_p R_A^2 P_H = 0$$

$$\frac{P_o d_1}{g \rho d_2^2 \cos^2 \theta_0 z_1' A_1} \left(\frac{y_2^*}{d_1 \cos \theta_0} \right)^2 - \frac{z_2' A_2}{z_1' A_1} \frac{y_2^*}{d_1 \cos \theta_0} + 1 + \frac{F_1^2}{z_1'} \frac{A_1}{d_1 T_1} - \frac{F_1^2}{z_2'} \frac{z_2' A_2}{z_1' A_1} \frac{A_1^2}{A_2^2} \frac{A_1}{d_1 T_1} = 0$$

$$\frac{P_o d_1}{g \rho z_1' A_1} \left(\frac{1}{d_1 \cos \theta_0} \right)^2 - \frac{z_2' A_2}{z_1' A_1} \frac{y_2^*}{d_1 \cos \theta_0} + 1 + \frac{F_1^2}{z_1'} \frac{A_1}{d_1 T_1} - \frac{F_1^2}{z_1'} \frac{A_1}{A_2} \frac{A_1}{d_1 T_1} = 0$$

$$\frac{P_o}{g \rho d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta_0} - \frac{z_2' A_2}{z_1' A_1} \frac{y_2^*}{d_1 \cos \theta_0} + 1 + \frac{F_1^2 A_1}{d_1 z_1' T_1} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right) = 0$$

$$d_2 z_2' A_2 - d_1 z_1' A_1 - \frac{P_o}{g \rho \cos^2 \theta_0} - \frac{F_1^2 A_1^2}{T_1} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right) = 0 \quad (3.17)$$

Para la obtención de la fuerza de cuerpo debida al peso del agua contenida en el volumen de control P_o , se considera que el perfil de la superficie libre del salto es lineal, esta consideración es corregida mediante la aplicación de un coeficiente K_A , es decir, el valor de P_o es

$$P_e = g \rho K_A \left(\frac{A_2 \cos \theta_0 + A_1 \cos \theta_0}{2} \right) L_j \tan \theta_0 \quad , \text{ por lo que se tiene}$$

$$d_2 z_2' A_2 - d_1 z_1' A_1 - \frac{K_A L_j \tan \theta_0 (A_2 + A_1)}{2 \cos \theta_0} - \frac{F_1^2 A_1^2}{T_1} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right) = 0$$

Al simplificar está ecuación se obtiene

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{b + k d_2} \right) (b + k d_2) d_2^2 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{b + k d_1} \right) (b + k d_1) d_1^2 \\ & - \frac{K_A L_j \tan \theta_0}{2 \cos \theta_0} (b d_1 + k d_1^2 + b d_2 + k d_2^2) \\ & - \frac{F_1^2 (b d_1 + k d_1^2)^2}{b + 2 k d_1} \left(1 - \frac{b d_1 + k d_1^2}{b d_2 + k d_2^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

simplificando esta última relación se tiene

$$\begin{aligned} & \frac{3 b d_2^2}{2} + k d_2^3 - \frac{3 b d_1^2}{2} - k d_1^3 \\ & - \frac{3 K_A L_j \tan \theta_0}{2 \cos \theta_0} (b d_1 + k d_1^2 + b d_2 + k d_2^2) \\ & - \frac{3 F_1^2}{b + 2 k d_1} \left(\frac{(b^2 d_1^2 + 2 k b d_1^3 + k^2 d_1^4)(b d_2 + k d_2^2) - (b d_1 + k d_1^2)^3}{b d_2 + k d_2^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Esta expresión se multiplica por el parámetro: $\frac{b d_2 + k d_2^2}{k^2 d_1^5}$ y al introducir

la relación $t_1 = \frac{b}{k d_1}$, se llega a una relación de la forma

$$\begin{aligned}
& Y^5 + \left(\frac{5}{2} t_1\right) Y^4 + \left(\frac{3}{2} t_1^2\right) Y^3 - \left(\frac{3}{2} t_1 + 1 + \frac{3 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{6 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) Y^2 \\
& - \left(\frac{3}{2} t_1^2 + t_1 + \frac{3 F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{6 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2 t_1}{t_1 + 2}\right) Y \\
& + \left(\frac{3 F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) \\
& - \frac{3 K_A L_j \tan \theta_0}{2 d_2 \cos \theta_0} \left[Y^5 + 2 t_1 Y^4 + (t_1^2 + t_1 + 1) Y^3 + (t_1^2 + t_1) Y^2 \right] = 0
\end{aligned}
\tag{3.18}$$

El grado de esta expresión se reduce al dividir entre $(Y - 1)$, por lo que se obtiene

$$\begin{aligned}
& Y^4 + \left(\frac{5}{2} t_1 + 1\right) Y^3 + \left(\frac{3}{2} t_1^2 + \frac{5}{2} t_1 + 1\right) Y^2 \\
& + \left(\frac{3}{2} t_1^2 + t_1 - \frac{3 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} - \frac{6 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} - \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) Y \\
& - \left(\frac{3 F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) \\
& - \frac{3 K_A L_j \tan \theta_0}{2 d_2 \cos \theta_0} \left[Y^4 + (2 t_1 + 1) Y^3 + (t_1^2 + 3 t_1 + 2) Y^2 + \frac{(2 t_1^2 + 4 t_1 + 2) Y^2}{Y - 1} \right] = 0
\end{aligned}
\tag{3.19}$$

Con esta ecuación se obtiene el valor del tirante conjugado mayor $y_2^* = y_1 = d_2 \cos \theta_0$ a partir del conjugado menor d_1 , el número de Froude F_1 , el valor de t_1 y la relación $(L_j / d_2 \cos \theta_0) = L_j / y_2^*$, correspondientes al régimen supercrítico. Esta relación contiene solamente una raíz positiva útil y su valor es el conjugado mayor.

Se propone determinar los valores de la longitud relativa L_j / y_2^* a partir de los diagramas obtenidos por Wanoschek y Hager (1989) para canales horizontales de sección trapezoidal para diferentes valores de t_1 . Para ello se adoptaron las curvas de longitud en términos de profundidad de saltos en canales rectangulares de gran pendiente (Figura 2.8), obtenidas a partir de datos experimentales del U. S. Bureau of Reclamation (Chow, 1959); de estas curvas se obtiene el porcentaje que se reduce la longitud relativa del salto conforme se incrementa su pendiente

tomando como referencia la curva de pendiente horizontal; por lo que se propone afectar las curvas obtenidas por Wanoschek y Hager por está relación de porcentajes, mismo que tentativamente están en función de la pendiente del canal. En el inciso b) se presentan los porcentajes de afectación para canales de pendiente $S=0.05$ y $S=0.10$.

De acuerdo con los trabajos experimentales realizados por Husain D. Alhamid A.A. y Negrn A.M. (1994), determinaron que el valor del coeficiente de corrección del perfil de la superficie libre del salto K_A formado en canales rectangulares con pendiente, oscile en el intervalo de 1.30 a 1.535 y sea función de un valor constante, del ángulo de la plantilla y del número de Froude F_1 ; esta dado por la relación

$$K_A = 1.152 + 0.025 \theta + 0.031 F_1$$

Se propone que el valor de este coeficiente para canales de sección trapecial oscile en el intervalo de 1.15 a 1.60 y sea función de un valor constante, del ángulo de la plantilla y del número de Froude F_1 . En el inciso c) se presentan los valores de cada factor de corrección.

Lo anterior implica que los términos: longitud relativa del salto L_1/y_2^* y el coeficiente de corrección K_A , se deben analizar experimentalmente y consecuentemente los diagramas que se presentan son teóricos.

En las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 se muestra la representación gráfica de la ecuación (3.19), además se presentan los diagramas de las longitudes relativas de un salto con las siguientes consideraciones:

- a) En la figura 3.5 se muestran los diagramas de las longitudes relativas de un salto formado en un canal horizontal de sección trapecial (salto convencional) para diferentes valores de t_1 ; obtenidas por Wanoschek y Hager (1989). Las curvas de longitudes mostradas fueron obtenidas de datos experimentales limitados, cubriendo un rango de número de Froude F_1 , de 3 a 13; esta información se extrapoló hasta cubrir un valor de 15 mediante una regresión no lineal.
- b) En las figuras 3.6 y 3.7 se presentan los diagramas de las longitudes relativas obtenidas a partir de afectar las curvas de longitudes de un salto formado en un canal horizontal de sección trapecial por un determinado porcentaje mismo que tentativamente está en función de la pendiente del canal; los valores que se consideraron son:
 - para una pendiente $S=0.05$, se afectó por el 84%
 - para una pendiente $S=0.10$, se afectó por el 70%

- c) El coeficiente de corrección K_A se propone que se determine tentativamente de acuerdo con los datos obtenidos por Husain D. Alhamid A.A. y Negm A.M. (1994); por lo que se tiene la siguiente relación:

$$K_A = k_{AC} + k_{A\theta} \theta + k_{AF} F_1$$

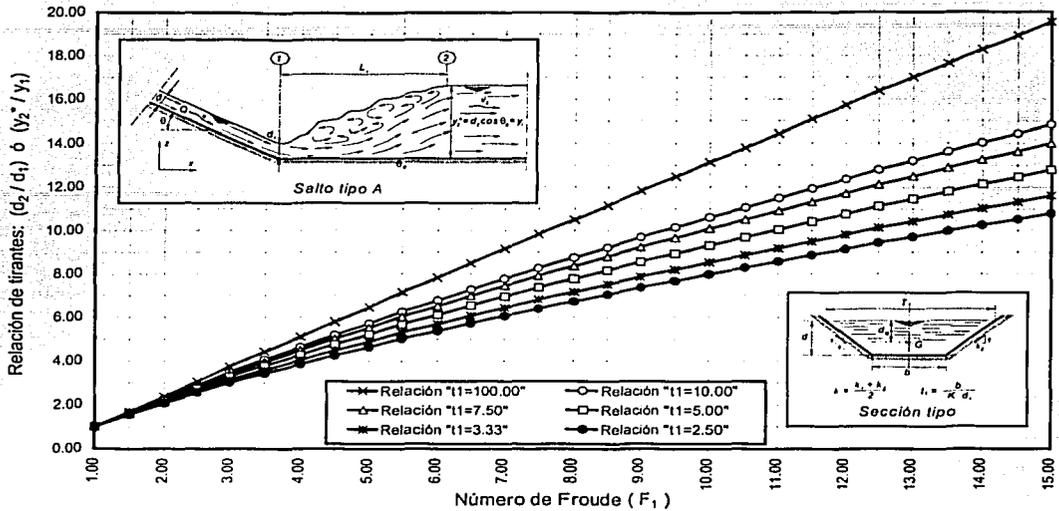
donde

$k_{AC} = 1.15$ factor de corrección constante

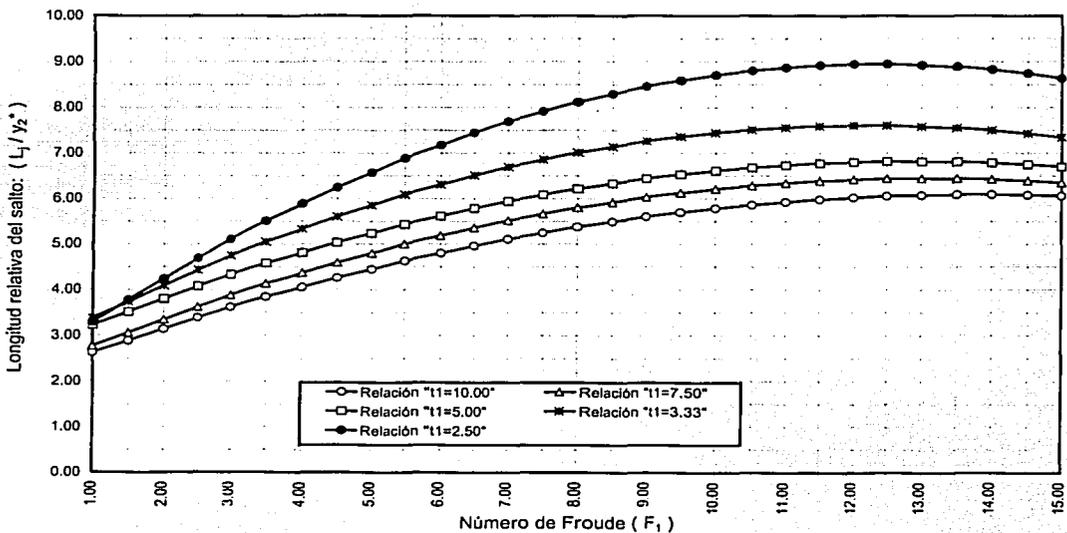
$k_{A\theta} = 0.025$ factor de corrección debido al ángulo de inclinación de la plantilla del canal

$k_{AF} = 0.030$ factor de corrección debido al número de Froude.

Como ya se mencionó estos términos se deben analizar experimentalmente y por lo tanto los diagramas que se presentan son teóricos.



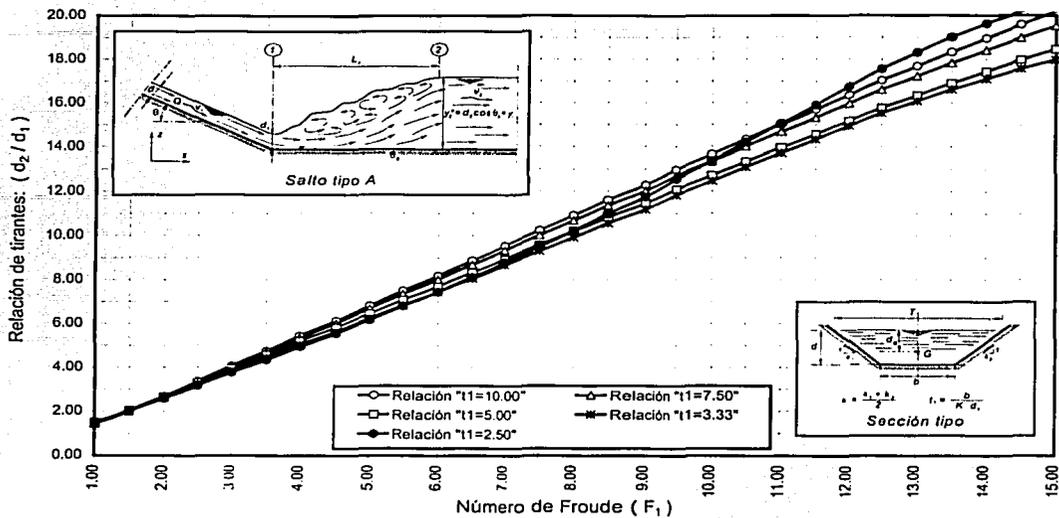
a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1) ó (y_2^* / y_1)



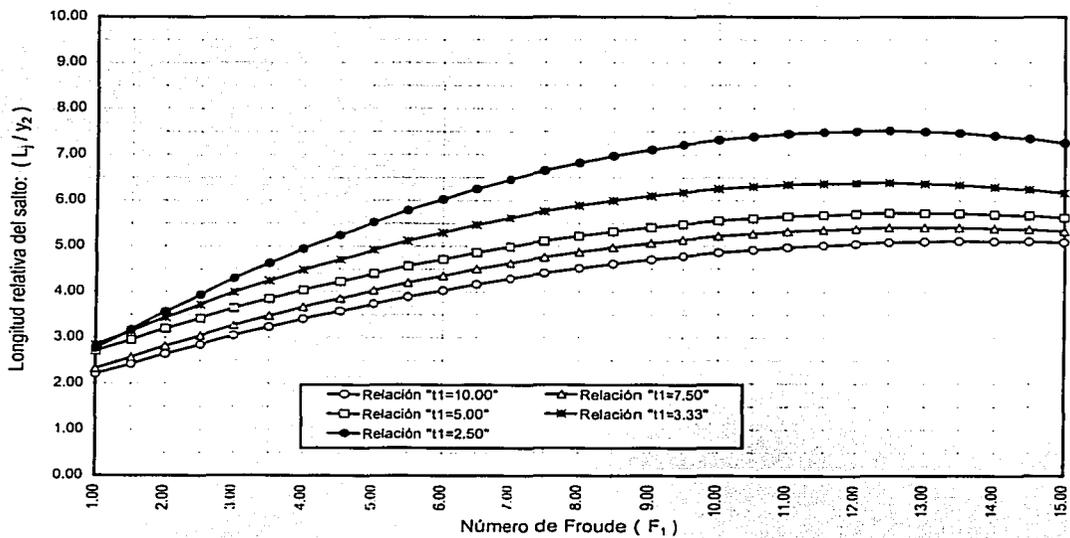
b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2^*)

Figura 3.5 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) , (y_2^* / y_1) y (L_j / y_2^*) para saltos en canales trapezoidales de pendiente mixta Salto tipo A Pendiente $S=0.00$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

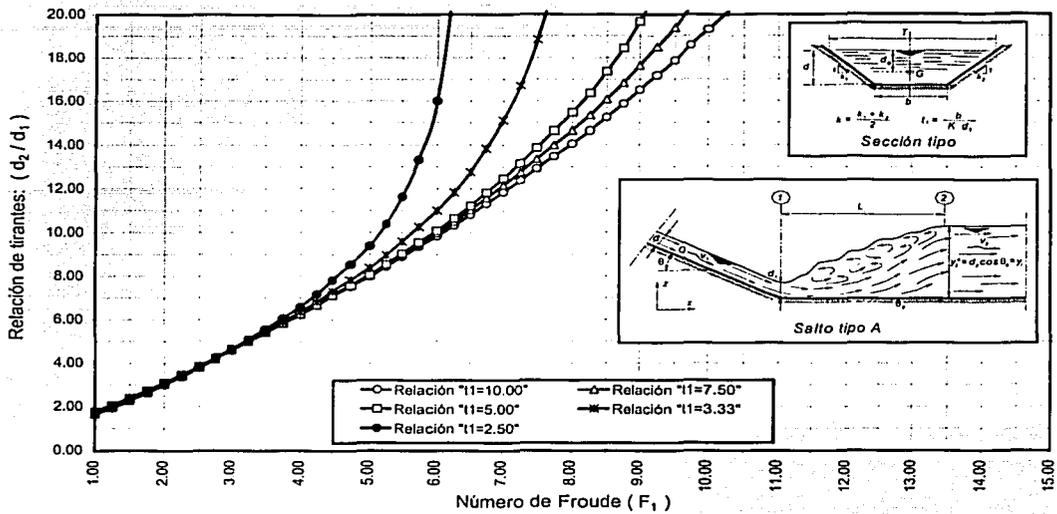


a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)

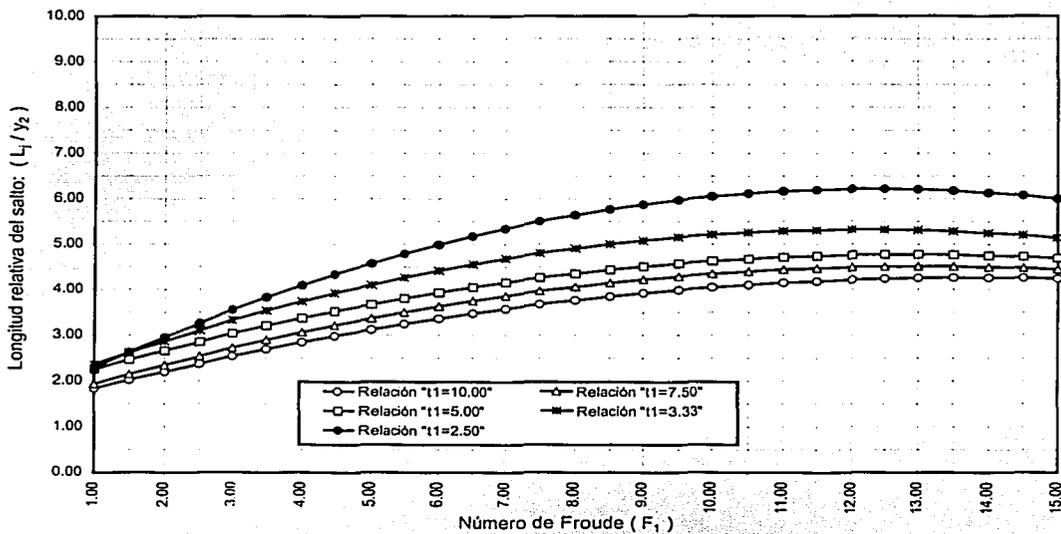


b) Relación teórica entre F_1 y (L_1 / y_2)

Figura 3.6 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_1 / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta Salto tipo A Pendiente $S=0.05$



a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)



b) Relación teórica entre F_1 y (L_1 / y_2)

Figura 3.7 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_1 / y_2) para saltos en canales trapezoidales de pendiente mixta Salto tipo A Pendiente $S=0.10$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.4.2 ANALISIS DEL SALTO "TIPO B"

Este tipo de salto se forma sobre ambos tramos del canal tal como se muestra en la figura 3.8, es decir, en el salto tipo B se tiene un incremento en el tirante de salida y_1 , por lo que se tiene $y_1 > y_2^*$, provocando que el salto retroceda hacia al tramo de pendiente inclinada.

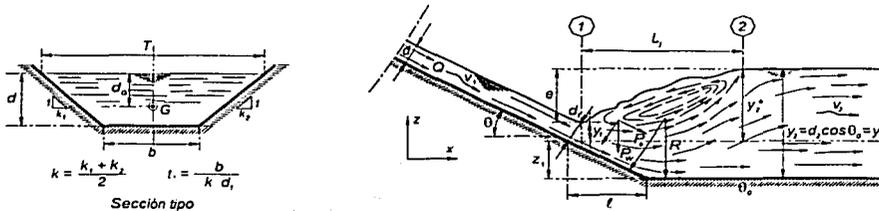


Figura 3.8 Volumen de control correspondiente al salto tipo B

Para la solución de la ecuación (3.16) se procede de la siguiente forma

$$\Phi_P Y^3 - A_P Y^2 + \left(1 + \frac{F_1^2}{z_1'} P_H - \frac{F_1^2}{z_2'} A_P R_A^2 P_H \right) Y = 0 \quad (3.16)$$

Considerando que para el tramo de pendiente suave u horizontal ($\theta_0 \leq 8^\circ$) se tiene que $\cos \theta_0 \approx 1$, para este tipo de salto se tiene las siguientes relaciones:

- a) El coeficiente de fuerza Φ_P es
$$\Phi_P = \frac{P_e d_1}{g \rho d_2^2 z_1' A_1}$$
- b) La relación de conjugados Y es
$$Y = \frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1 \cos \theta} = \frac{y_2}{d_1 \cos \theta}$$
- c) El coeficiente A_P está dado por
$$A_P = \frac{z_2' A_2}{z_1' A_1 \cos \theta}$$
- d) El área en las secciones 1 y 2 es
$$A_1 = (b + k d_1) d_1 ; A_2 = (b + k y_2) y_2$$
- e) Los coeficientes z_1' y z_2' son
$$z_1' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k d_1} \right)$$

$$z_2' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k y_2} \right)$$

f) El coeficiente P_H es

$$P_H = \frac{b + k d_1}{b + 2 k d_1}$$

La fuerza de cuerpo debida al peso del agua contenida en el volumen de control P_b , es un parámetro que no se puede obtener a priori, ya que depende de la distancia a la cual se ubica el inicio del salto con respecto a la sección de cambio de pendiente; lo anterior implica que su solución se proponga de la siguiente manera:

Al despejar el coeficiente de fuerza ϕ_p de la expresión (3.16), se obtiene

$$\phi_p = \frac{A_p}{Y} - \left(1 + \frac{F_1^2}{z_1'} P_H - \frac{F_1^2}{z_2'} A_p R_A^2 P_H \right) \frac{1}{Y^2} \quad (3.20)$$

esta relación muestra (al igual que el salto tipo B cuando se forma en un canal de sección rectangular) que el coeficiente de fuerza ϕ_p es un coeficiente de presión dinámica que depende de la relación de conjugados Y y del número de Froude F_1 , por lo que la solución no puede ser estimada a priori; en cuyo caso, para determinar el valor del coeficiente de fuerza ϕ_p se deben de proponer los valores de las variables Y y F_1 ya indicados.

Se tienen los casos extremos en los que se cuenta con la información necesaria que permite representar las características básicas de este tipo de salto, estos casos están determinados por el valor del coeficiente de fuerza ϕ_p y son:

1. Cuando el coeficiente de fuerza ϕ_p es igual a 0, es porque el salto se forma totalmente sobre el tramo de pendiente horizontal y de acuerdo con la relación (3.20), se llega a una expresión equivalente a la ecuación (3.19), por lo que su solución corresponde al caso del salto tipo A.
2. El valor del coeficiente ϕ_p es igual a 1, el cual sólo es posible cuando el agua se encuentra en reposo, por lo que el valor del número de Froude F_1 tiende a ser 0, y por consecuencia el tirante d_1 es igual a 0.

Estos dos casos extremos se muestran en la figura 3.9. Para cualquier otra ubicación de este tipo de salto el valor del coeficiente de fuerza ϕ_p estará comprendido entre 0 y 1.

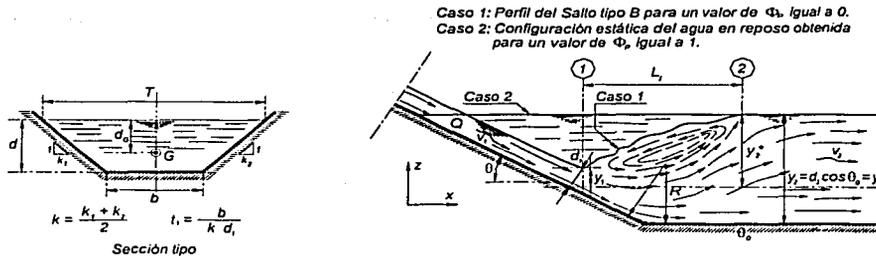


Figura 3.9 Casos extremos del salto tipo B

Al igual que se han llevado a cabo los trabajos de experimentación sobre este tipo de salto en canales de sección trapecial, es necesario determinar el valor del coeficiente de fuerza Φ_p y con la aplicación de la ecuación (3.20) se obtendrán los valores de los tirantes conjugados.

Para la obtención del coeficiente de fuerza Φ_p en canales de sección trapecial se emplearán los criterios que fueron considerados en canales de sección rectangular, es decir:

- a) Al igual que Bradley-Peterka (1963) y Rajaratnam (1967), se propone determinar una expresión a partir de resultados experimentales empleando la relación entre la distancia ℓ , la longitud del salto L_j y los tirantes y_2^* , y_1 .

Para determinar la distancia ℓ se propone adoptar tentativamente las curvas mostradas en la figura 2.7, obtenidas a partir de la relación de ℓ / y_2^* entre y_1 / y_2^* presentada para saltos tipo B en canales rectangulares y afectarlas por un determinado porcentaje, mismo que está en función de la pendiente del canal, los valores que se consideran para este análisis, son:

- para una pendiente $S=0.05$, se afecto por un 84%
- para una pendiente $S=0.10$, se afecto por un 70%
- para una pendiente $S=0.15$, se afecto por un 62%
- para una pendiente $S=0.20$, se afecto por un 50%
- para una pendiente $S=0.25$, se afecto por un 45%
- para una pendiente $S=0.30$, se afecto por un 40%

En la figura 3.16 se presenta la gráfica propuesta para saltos tipo B en canales trapeciales, obtenidas a partir de este criterio.

- b) O bien, empleando el criterio utilizado por Hager (1988), quién empleó la relación dada por la altura e entre el tirante y_2 (variables mostradas en la figura 3.8), cuya expresión es

$$\frac{e}{y_2} = \frac{(y_2 - z_1)}{y_2}$$

donde

- e valor correspondiente a la depresión del salto
- z_1 elevación de la plantilla en la sección 1, considerada a partir de la plantilla horizontal
- y_2 tirante conjugado mayor

La relación e/y_2 es un parámetro característico de la dinámica del flujo y los casos extremos que se tienen son equivalentes a los casos extremos del coeficiente fuerza Φ_p , es decir:

1. Cuando la relación e/y_2 es igual a 1, el coeficiente de fuerza Φ_p es igual a 0, por lo que corresponde a la formación del salto sobre el tramo de pendiente horizontal.
2. Si la relación e/y_2 es igual a 0, el valor del coeficiente Φ_p es igual a 1, situación que equivale a tener el agua en reposo.

El intervalo definido por $0 \leq e/y_2 \leq 1$ cubre completamente el dominio físico de este tipo de salto. La relación existente entre el parámetro de la dinámica del flujo e/y_2 , el número de Froude F , y la relación de conjugados Y no se puede definir a priori, por lo que tal relación sólo se puede obtener experimentalmente y con el mejor ajuste de los resultados obtenidos se determina la expresión que relacione a los parámetros ya indicados.

El paso inicial para la solución que se propone a este tipo de salto es determinar el valor del tirante y_2^* aplicando el criterio del salto tipo A, cuya expresión es

$$\begin{aligned}
 & Y^4 + \left(\frac{5}{2}t_1 + 1\right)Y^3 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + \frac{5}{2}t_1 + 1\right)Y^2 \\
 & + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + t_1 - \frac{3F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} - \frac{6F_1^2 t_1}{t_1 + 2} - \frac{3F_1^2}{t_1 + 2}\right)Y \\
 & - \left(\frac{3F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{9F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{9F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3F_1^2}{t_1 + 2}\right) \\
 & - \frac{3K_A L_1 \tan\theta_0}{2d_2 \cos\theta_0} \left[Y^4 + (2t_1 + 1)Y^3 + (t_1^2 + 3t_1 + 2)Y^2 + \frac{(2t_1^2 + 4t_1 + 2)Y^2}{Y - 1} \right] = 0
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

donde la relación de conjugados Y es: $Y = \frac{d_2 \cos\theta_0}{d_1 \cos\theta_0} = \frac{y_2^*}{d_1 \cos\theta_0} = \frac{y_2^*}{y_1}$

La figura 3.10 muestra la representación gráfica de la ecuación (3.21) para un salto formado en un canal horizontal de sección trapecial (salto convencional).

Una vez determinado el valor del tirante y_2^* , se compara con el tirante y_1 previamente establecido (tirante que depende de las condiciones de descarga), si el tirante y_2^* es igual que y_1 , se trata de un salto tipo A, si el tirante y_2^* es menor que y_1 , se trata de un salto formado sobre el segundo tramo del canal y si el tirante y_2^* es mayor que y_1 , entonces se procede de la siguiente manera:

Se obtiene el tirante conjugado d_2 aplicando el criterio del salto tipo C. Este tipo de salto se forma sobre el tramo de gran pendiente y el final coincide con la sección de cambio de pendiente; la expresión que permite obtenerlo es

$$\begin{aligned}
 Y^4 + \left(\frac{5}{2}t_1 + 1\right)Y^3 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + \frac{5}{2}t_1 + 1\right)Y^2 \\
 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + t_1 - \frac{3F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} - \frac{6F_1^2 t_1}{t_1 + 2} - \frac{3F_1^2}{t_1 + 2}\right)Y \\
 - \left(\frac{3F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{9F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{9F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3F_1^2}{t_1 + 2}\right) \\
 - \frac{3K_c L_j \tan \theta}{2d_2 \cos \theta} \left[Y^4 + (2t_1 + 1)Y^3 + (t_1^2 + 3t_1 + 2)Y^2 + \frac{(2t_1^2 + 4t_1 + 2)Y^2}{Y - 1} \right] = 0
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

donde la relación de conjugados Y es: $Y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1}$

Las figuras 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 y 3.15 muestran la representación gráfica de la ecuación (3.22) para un salto formado en el primer tramo del canal y para diferentes pendientes. La solución sigue el mismo criterio del salto tipo A; es decir, está ecuación permite obtener el valor del conjugado mayor $y_2 = d_2 \cos \theta$ a partir del tirante conjugado menor d_1 , el número de Froude F_1 , el valor de t_1 y la relación $(L_j / d_2 \cos \theta) = L_j / y_2$, correspondientes al régimen supercrítico. Esta relación contiene solamente una raíz positiva útil y su valor es el conjugado mayor.

Para la solución de la ecuación (3.22) Se propone determinar los valores de la longitud relativa L_j / y_2 a partir de los diagramas obtenidos por Wanoschek y Hager (1989) para canales horizontales de sección trapezoidal para diferentes valores de t_1 . Para ello se adoptaron las curvas de longitud en términos de profundidad de saltos en canales rectangulares de gran pendiente (Figura 2.8), obtenidas a partir de datos experimentales del U. S. Bureau of Reclamation (Chow, 1959); de estas curvas se obtiene el porcentaje que se reduce la longitud relativa del salto conforme se incrementa su pendiente tomando como referencia la curva de pendiente horizontal; por lo que se propone afectar las curvas obtenidas por Wanoschek y Hager por esta relación de porcentajes, mismo que

tentativamente están en función de la pendiente del canal. Los porcentajes de afectación que se consideraron son:

- para una pendiente $S=0.05$, se afectó por el 84%
- para una pendiente $S=0.10$, se afectó por el 70%
- para una pendiente $S=0.15$, se afectó por el 62%
- para una pendiente $S=0.20$, se afectó por el 50%
- para una pendiente $S=0.25$, se afectó por el 45%

Asimismo la obtención del coeficiente de corrección K_c se propone que se determine tentativamente de acuerdo con los datos obtenidos por Husain D. Alhamid A.A. y Negm A.M. (1994); por lo que se tiene la siguiente relación:

$$K_c = k_{CC} + k_{C\theta} \theta + k_{CF} F_1$$

donde

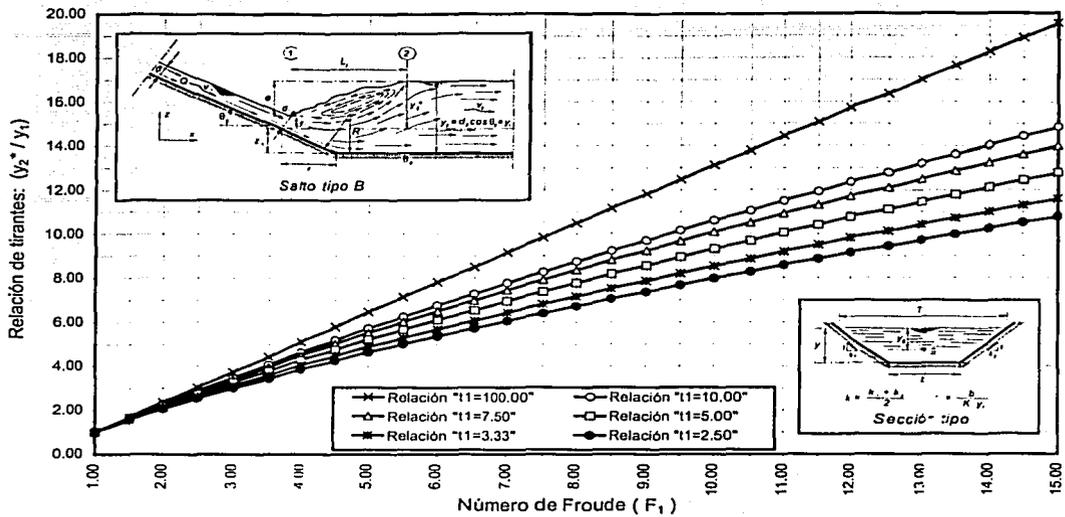
$k_{CC} = 1.15$ factor de corrección constante

$k_{C\theta} = 0.025$ factor de corrección debido al ángulo de inclinación de la plantilla del canal

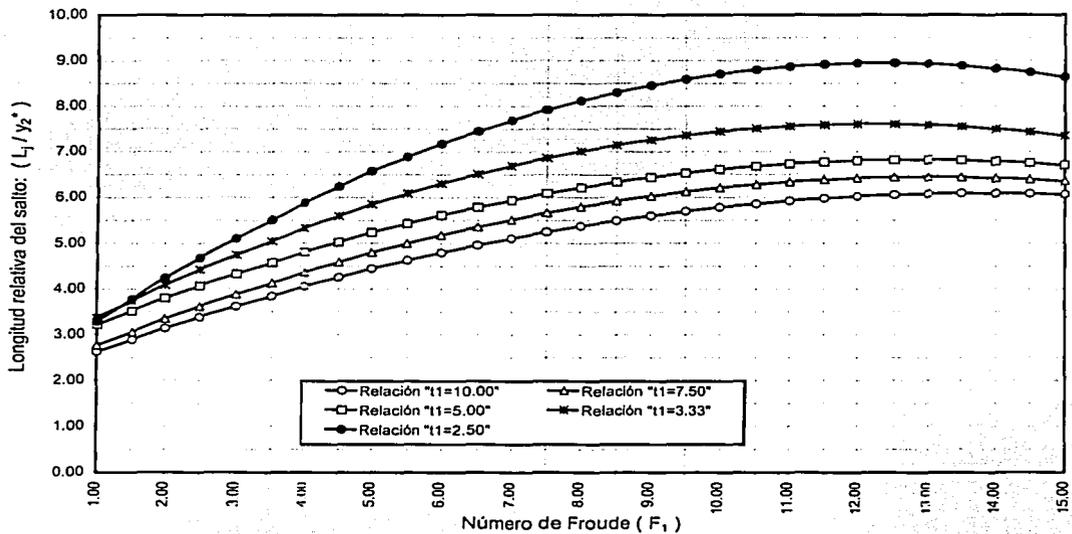
$k_{CF} = 0.030$ factor de corrección debido al número de Froude.

Los términos anteriores se deben analizar experimentalmente y por lo tanto los diagramas que se presentan son teóricos.

Una vez determinado el valor del tirante y_2 , se compara con el tirante y_1 ; si el tirante y_2 es igual a y_1 se trata de un salto tipo C, si el tirante y_2 es menor que y_1 se trata de un salto formado sobre el primer tramo del canal (tipo D o tipo E) y si el tirante y_2 es mayor que y_1 entonces se trata de un salto tipo B. Su ubicación se determina a partir de la relación y_1 / y_2^* y con la gráfica de la figura 3.16 se obtiene un valor de la relación l / y_2^* , a partir del cual se determina el valor de l mismo que corresponde a la distancia que existe de la sección de cambio de pendiente y de la sección de inicio del salto. La solución que se propone se debe de analizar experimentalmente y consecuentemente los diagramas que se presentan son teóricos.

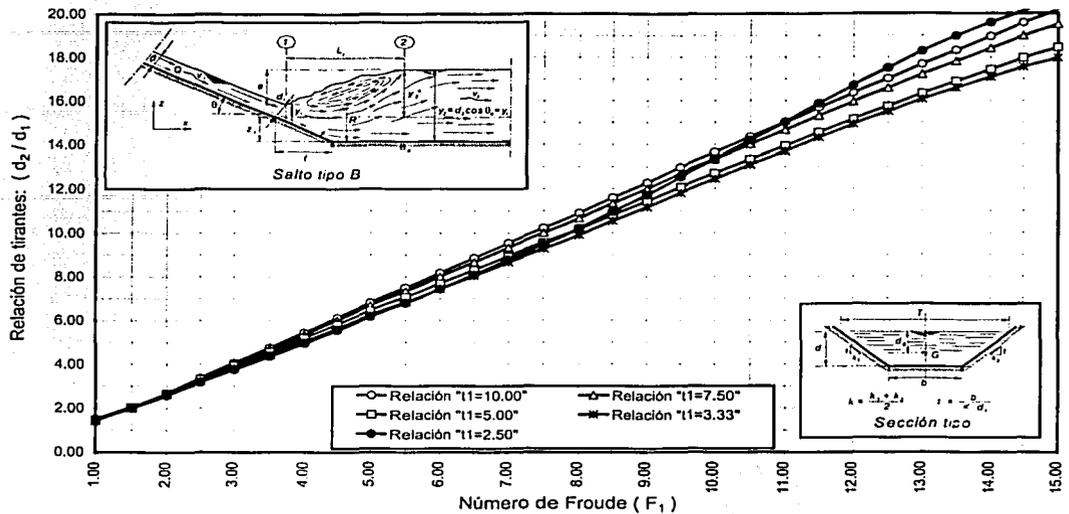


a) Relación teórica entre F_1 y (y_2^* / y_1)

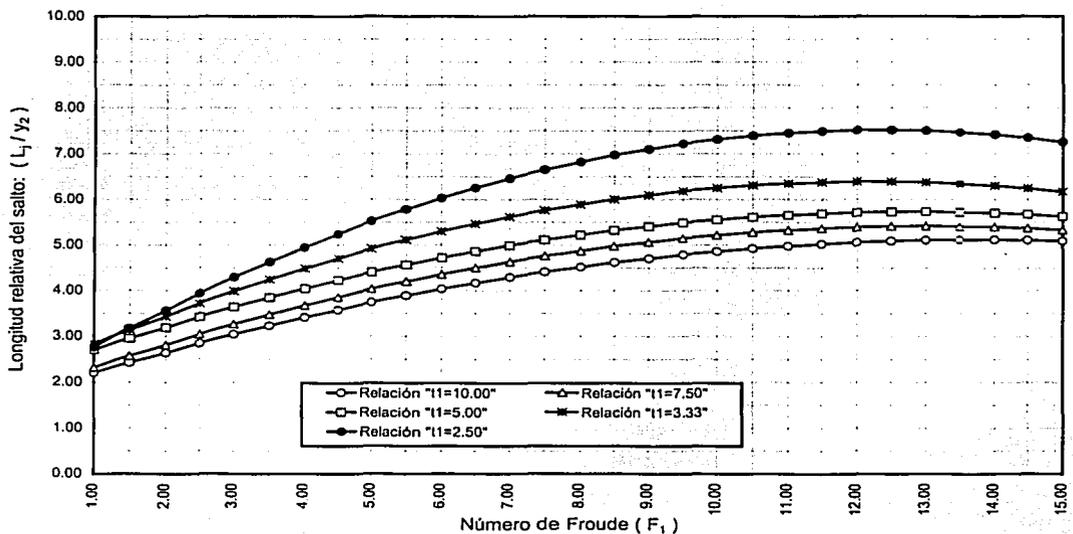


b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2^*)

Figura 3.10 Relación teórica entre F_1 , (y_2^* / y_1) y (L_j / y_2^*) para saltos en canales trapezoidales de pendiente mixta Salto tipo B Pendiente $S=0.00$

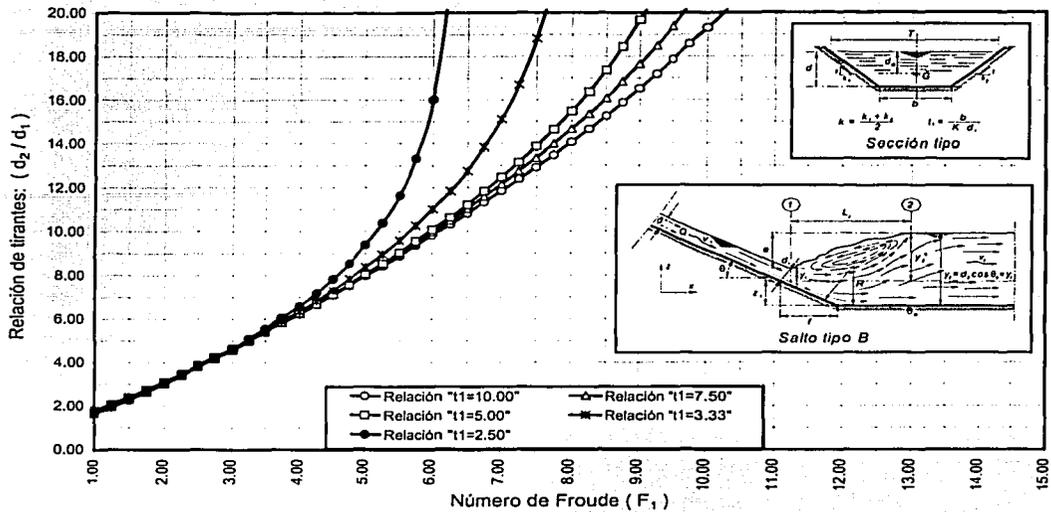


a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)

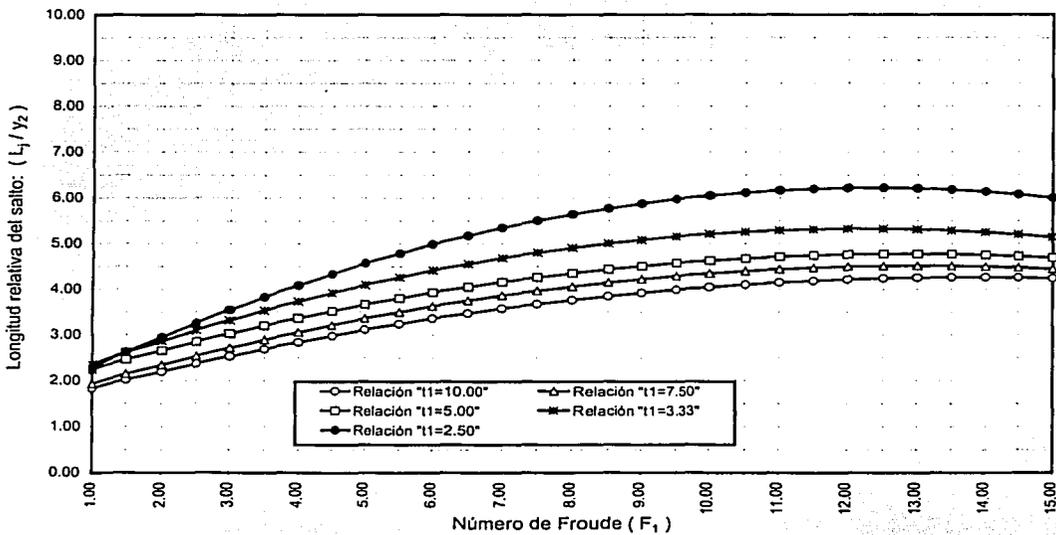


b) Relación teórica entre F_1 y (L_1 / y_2)

Figura 3.11 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_1 / y_2) para saltos en canales trapeziales de pendiente mixta Salto tipo B Pendiente $S=0.05$

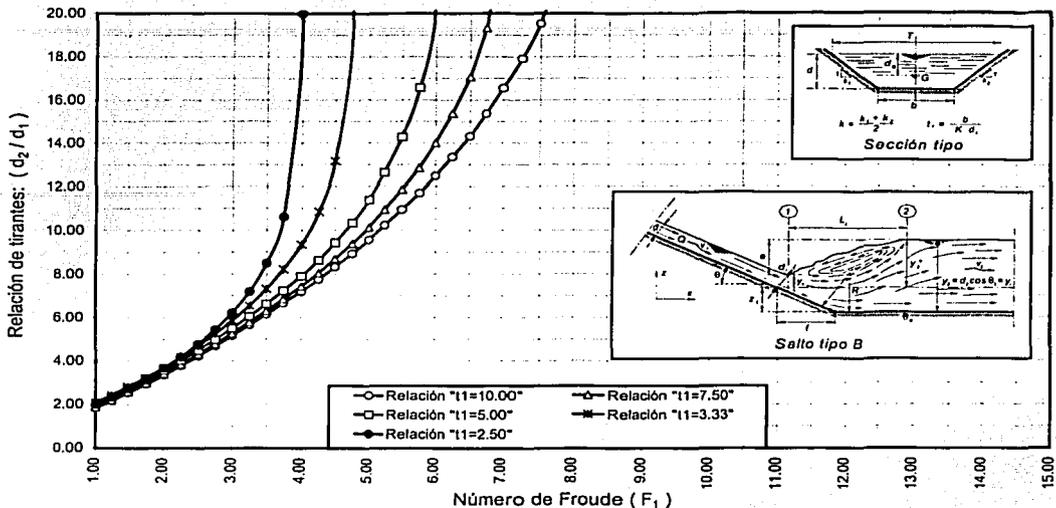


a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)

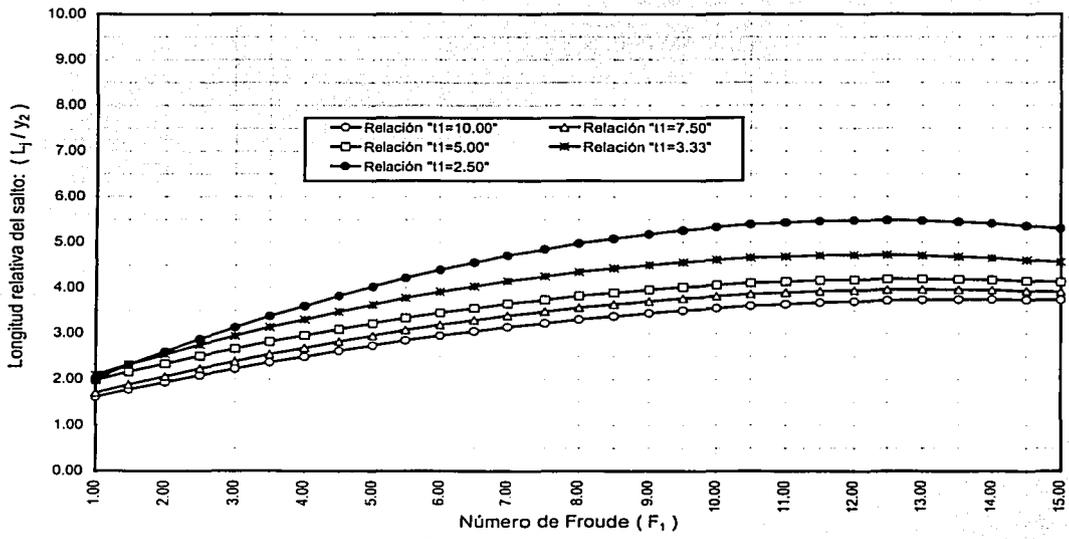


b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2)

Figura 3.12 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_j / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta Salto tipo B Pendiente $S=0.10$

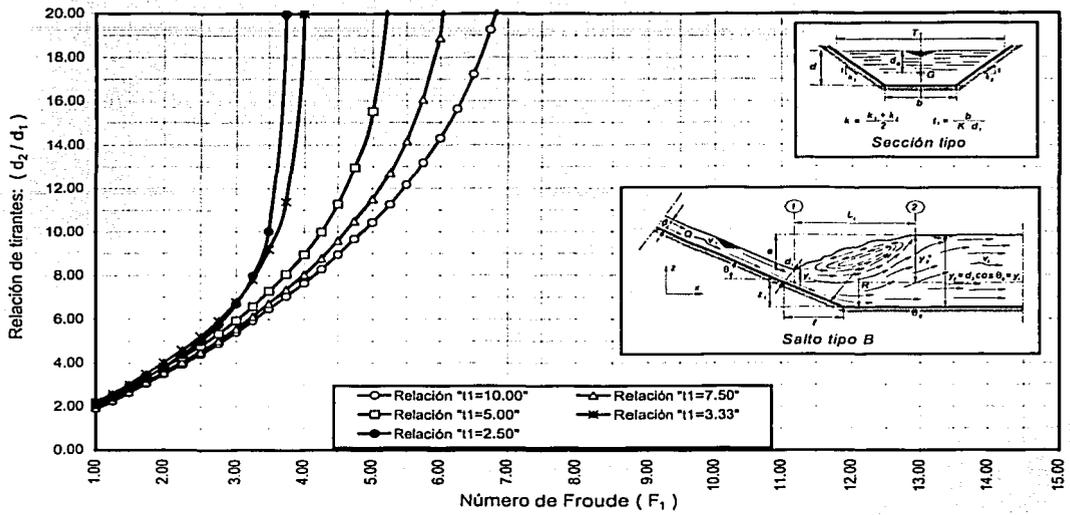


a) Relación teórica entre F_1 y (d_2/d_1)

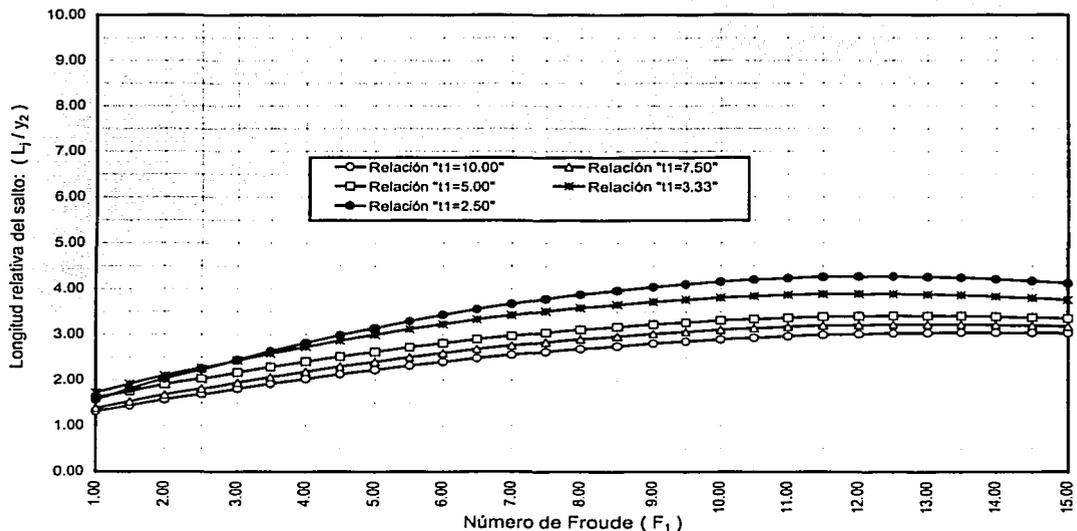


b) Relación teórica entre F_1 y (L_j/y_2)

Figura 3.13 Relación teórica entre F_1 , (d_2/d_1) y (L_j/y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta Salto tipo B Pendiente $S=0.15$



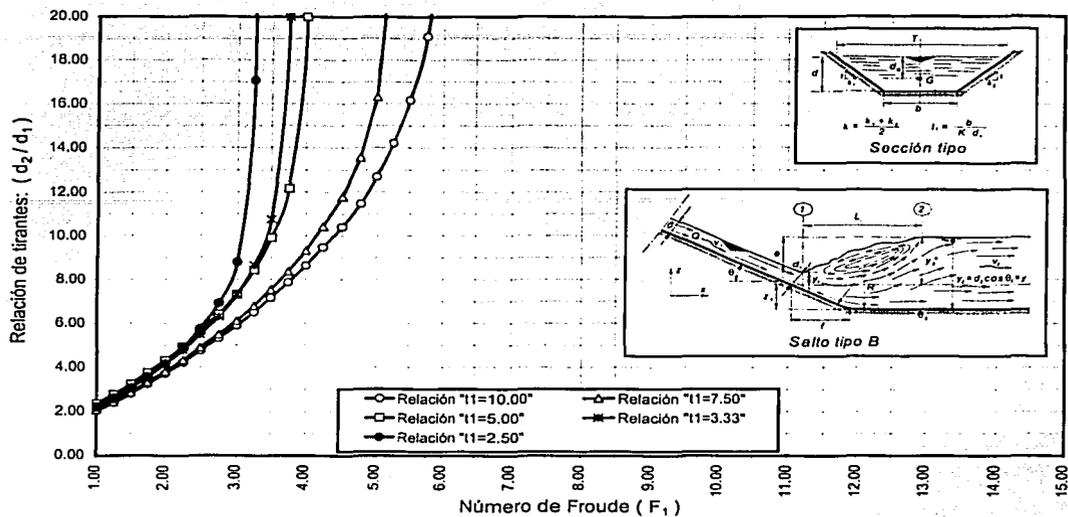
a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)



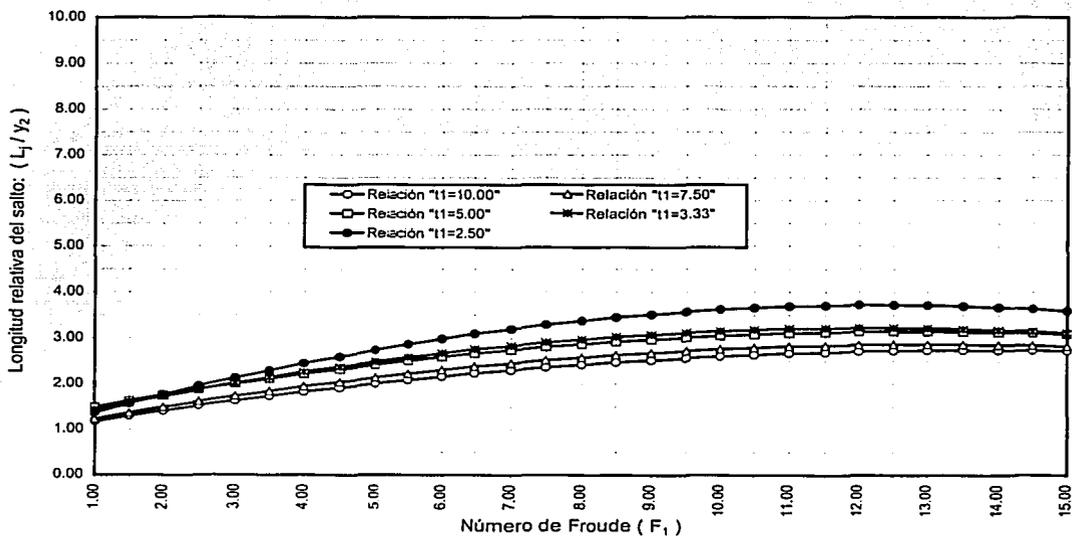
b) Relación teórica entre F_1 y (L_1 / y_2)

Figura 3.14 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_1 / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta Salto tipo B Pendiente $S=0.20$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)



b) Relación teórica entre F_1 y (L_1 / y_2)

Figura 3.15 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_1 / y_2) para saltos en canales trapezoidales de pendiente mixta Salto tipo B Pendiente $S=0.25$

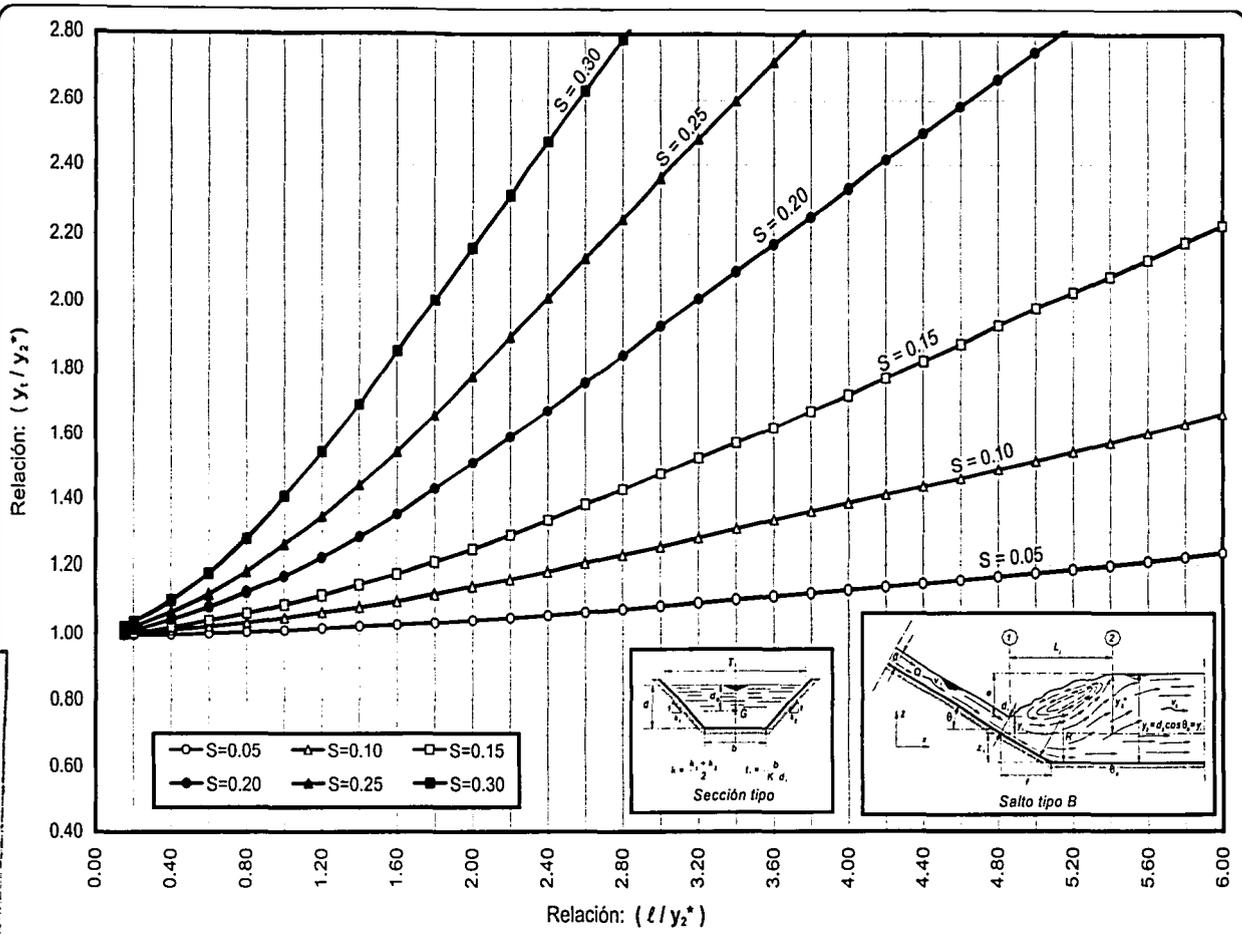


Figura 3.16 Solución para el salto tipo B
obtenida a partir de adoptar tentativamente las curvas mostradas en la figura 2.7
(curvas propuestas por Bradley-Peterka (1963) y Rajaratnam (1967))

3.4.3 ANALISIS DE LOS SALTOS "TIPO C Y D"

Estos tipos de salto se desarrollan sobre el tramo de gran pendiente tal como se ilustra en la figura 3.17. De acuerdo con la posición de los saltos tipo C y D se presentan las siguientes consideraciones:

- Se puede conocer el componente horizontal de la fuerza de cuerpo debida al peso del volumen de control P_e .
- La relación dada por los cosenos ($\cos \theta_0 / \cos \theta$) es igual a 1, es decir, $\theta = \theta_0$.
- Se establece que la profundidad del tirante conjugado mayor y_2 es diferente de la profundidad del tirante de salida y_1 .

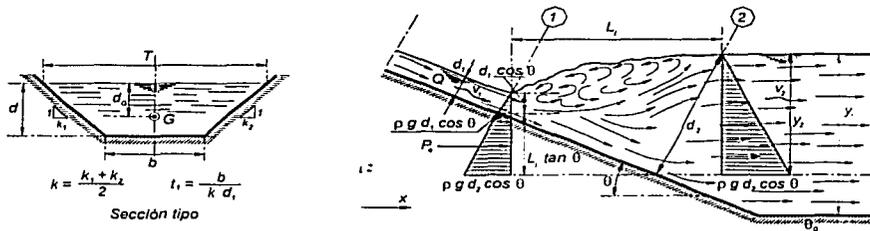


Figura 3.17 Volumen de control correspondiente a los saltos tipo C y D

El componente horizontal de las fuerzas externas P_e , integradas por la fuerza debida a la presión sobre el piso está dada por:

$$P_e = g \rho K_{CD} \left(\frac{A_2 \cos \theta + A_1 \cos \theta}{2} \right) L_j \tan \theta$$

En esta expresión se considera que el perfil de la superficie libre del salto es lineal, esta anomalía se corrige mediante la aplicación de un coeficiente K_{CD} . Sustituyendo esta expresión en la ecuación (3.12) (misma que corresponde a la ecuación general del salto hidráulico), al realizar las simplificaciones correspondientes de acuerdo al inciso b) indicado con anterioridad, se tiene:

$$\frac{d_2 z_2' A_2}{d_1 z_1' A_1} - 1 - \frac{(A_2 \cos \theta + A_1 \cos \theta) K_{CD} L_j \tan \theta}{2 d_1 z_1' A_1 \cos^2 \theta} + \frac{F_1^2 A_1}{d_1 z_1' T_1} \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right) = 0 \quad (3.23)$$

La relación (3.23) es la ecuación general del salto hidráulico formado en canales de gran pendiente y para cualquier sección; simplificando esta expresión se tiene

$$d_2 z_2' A_2 - d_1 z_1' A_1 - \frac{(A_2 + A_1) K_{CD} L_1 \tan \theta}{2 \cos \theta} - \frac{F_1^2 A_1^2}{T_1} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right) = 0 \quad (3.24)$$

La solución de la expresión anterior se muestra a continuación:

a) La relación de conjugados Y es
$$Y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1}$$

b) El área en las secciones 1 y 2 es
$$A_1 = (b + k d_1) d_1 \quad ; \quad A_2 = (b + k d_2) d_2$$

c) Los coeficientes z_1' y z_2' son
$$z_1' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k d_1} \right)$$

$$z_2' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k d_2} \right)$$

Las relaciones anteriores se sustituyen en la ecuación (3.24), obteniéndose

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{b + k d_2} \right) (b + k d_2) d_2^2 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{b + k d_1} \right) (b + k d_1) d_1^2 \\ & - \frac{K_{CD} L_1 \tan \theta}{2 \cos \theta} (b d_1 + k d_1^2 + b d_2 + k d_2^2) \\ & - \frac{F_1^2 (b d_1 + k d_1^2)^2}{b + 2 k d_1} \left(1 - \frac{b d_1 + k d_1^2}{b d_2 + k d_2^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3 b d_2^2}{2} + k d_2^3 - \frac{3 b d_1^2}{2} - k d_1^3 \\ & - \frac{3 K_{CD} L_1 \tan \theta}{2 \cos \theta} (b d_1 + k d_1^2 + b d_2 + k d_2^2) \\ & - \frac{3 F_1^2}{b + 2 k d_1} \left(\frac{(b^2 d_1^2 + 2 k b d_1^3 + k^2 d_1^4)(b d_2 + k d_2^2) - (b d_1 + k d_1^2)^3}{b d_2 + k d_2^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Si la expresión anterior se multiplica por el parámetro: $\frac{b d_2 + k d_2^2}{k^2 d_1^5}$, al introducir la relación $t_1 = \frac{b}{k d_1}$ se llega a una relación de la forma

$$\begin{aligned}
 Y^5 + \left(\frac{5}{2} t_1\right) Y^4 + \left(\frac{3}{2} t_1^2\right) Y^3 - \left(\frac{3}{2} t_1 + 1 + \frac{3 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{6 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) Y^2 \\
 - \left(\frac{3}{2} t_1^2 + t_1 + \frac{3 F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{6 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2 t_1}{t_1 + 2}\right) Y \\
 + \left(\frac{3 F_1^2 t_1^5}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) \\
 - \frac{3 K_{CD} L_j \tan \theta}{2 d_2 \cos \theta} \left[Y^5 + 2 t_1 Y^4 + (t_1^2 + t_1 + 1) Y^3 + (t_1^2 + t_1) Y^2 \right] = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

El grado de esta expresión se reduce al dividir entre $(Y - 1)$, por lo que se obtiene

$$\begin{aligned}
 Y^4 + \left(\frac{5}{2} t_1 + 1\right) Y^3 + \left(\frac{3}{2} t_1^2 + \frac{5}{2} t_1 + 1\right) Y^2 \\
 + \left(\frac{3}{2} t_1^2 + t_1 - \frac{3 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} - \frac{6 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} - \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) Y \\
 - \left(\frac{3 F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2}\right) \\
 - \frac{3 K_{CD} L_j \tan \theta_0}{2 d_2 \cos \theta_0} \left[Y^4 + (2 t_1 + 1) Y^3 + (t_1^2 + 3 t_1 + 2) Y^2 + \frac{(2 t_1^2 + 4 t_1 + 2) Y^2}{Y - 1} \right] = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.27}$$

Con esta relación se calcula el valor del conjugado mayor d_2 a partir del conjugado menor d_1 , el número de Froude F_{11} , el valor de t_1 y la relación $(L_j/d_2 \cos \theta) = L_j/y_2$. En las figuras 3.18, 3.19, 3.20 y 3.21 se muestra la representación gráfica de la ecuación (3.27). Esta expresión es válida tanto para el salto tipo C como para el tipo D (el salto tipo C es un caso particular del salto tipo D).

Se propone determinar los valores de la longitud relativa L_j/y_2 a partir de los diagramas obtenidos por Wanoschek y Hager (1989) para canales horizontales de sección trapecial para diferentes valores de t_1 . Para ello se adoptaron las curvas de longitud en términos de profundidad de saltos en canales rectangulares de gran pendiente (Figura 2.8), obtenidas a partir de datos experimentales del U. S. Bureau of Reclamation (Chow, 1959); de estas curvas se obtiene el porcentaje que se reduce la longitud relativa del salto conforme se incrementa su pendiente tomando como referencia la curva de pendiente horizontal; por lo que se propone afectar las curvas obtenidas por Wanoschek y Hager por esta relación de porcentajes, mismo que tentativamente están en función de la pendiente del canal.

Los diagramas de las longitudes relativas que se muestran en las figuras 3.18, 3.19, 3.20 y 3.21 se determinaron a partir de afectar las curvas de longitudes de un salto formado en un canal horizontal de sección trapecial por un determinado porcentaje; los valores de los porcentajes de afectación que se consideraron son:

para una pendiente $S=0.10$, se afectó por el 70%
 para una pendiente $S=0.15$, se afectó por el 62%
 para una pendiente $S=0.20$, se afectó por el 50%
 para una pendiente $S=0.25$, se afectó por el 45%

De acuerdo con los trabajos experimentales realizados por Husain D. Alhamid A.A. y Negm A.M. (1994), determinaron que el valor del coeficiente de corrección del perfil de la superficie libre del salto K_{CD} formado en canales rectangulares con pendiente, oscile en el intervalo de 1.30 a 1.535 y sea función de un valor constante, del ángulo de la plantilla y del número de Froude F_1 ; esta dado por la relación

$$K_{CD} = 1.152 + 0.025 \theta + 0.031 F_1$$

Se propone que el valor de este coeficiente para canales de sección trapecial oscile en el intervalo de 1.15 a 1.60 y sea función de un valor constante, del ángulo de la plantilla y del número de Froude F_1 . Por lo que se tiene la siguiente relación:

$$K_{CD} = k_{CDC} + k_{CD\theta} \theta + k_{CDF} F_1$$

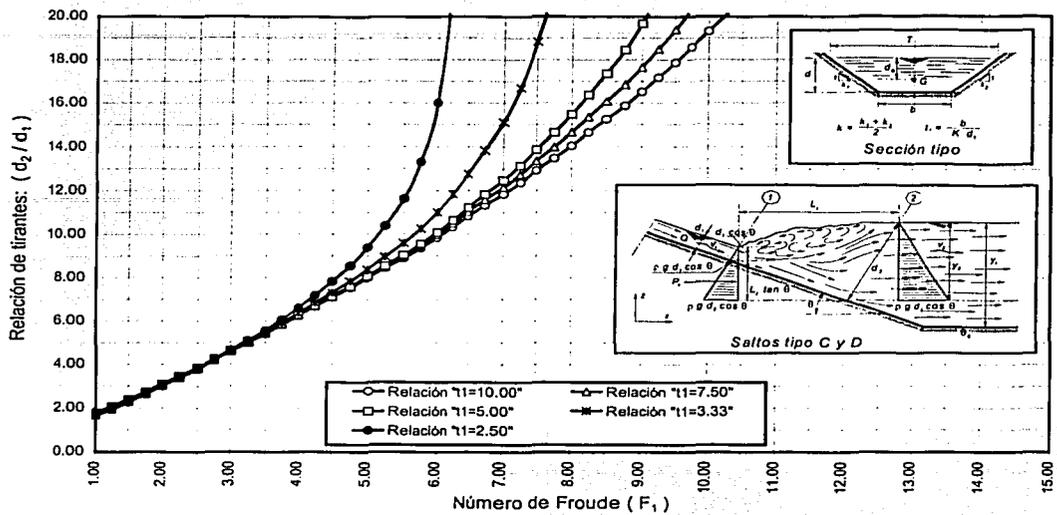
donde

$k_{CDC} = 1.15$ factor de corrección constante

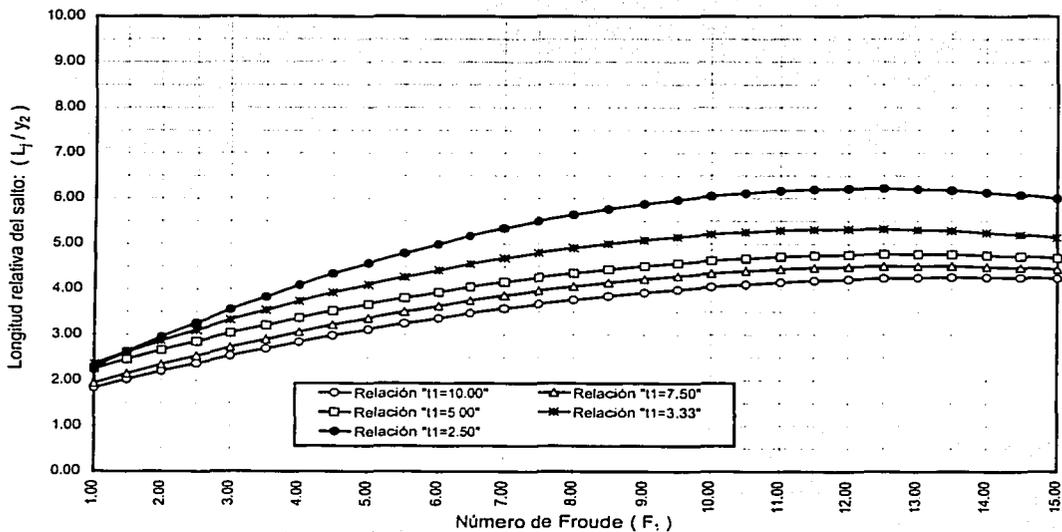
$k_{CD\theta} = 0.025$ factor de corrección debido al ángulo de inclinación de la plantilla del canal

$k_{CDF} = 0.030$ factor de corrección debido al número de Froude

Lo anterior implica que los términos: longitud relativa del salto L_j/y_2 y el coeficiente de corrección K_{CD} , se deben analizar experimentalmente y consecuentemente los diagramas que se presentan son teóricos.

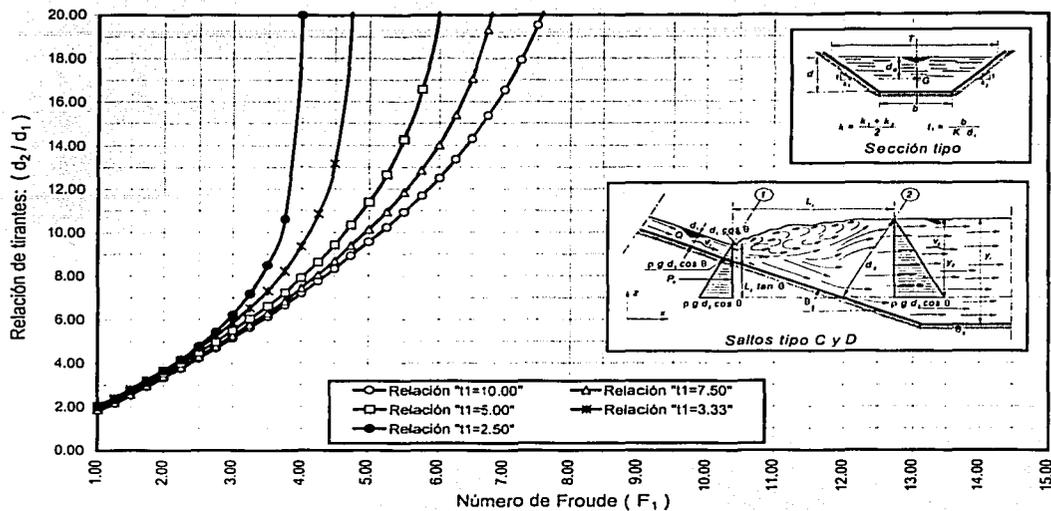


a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)

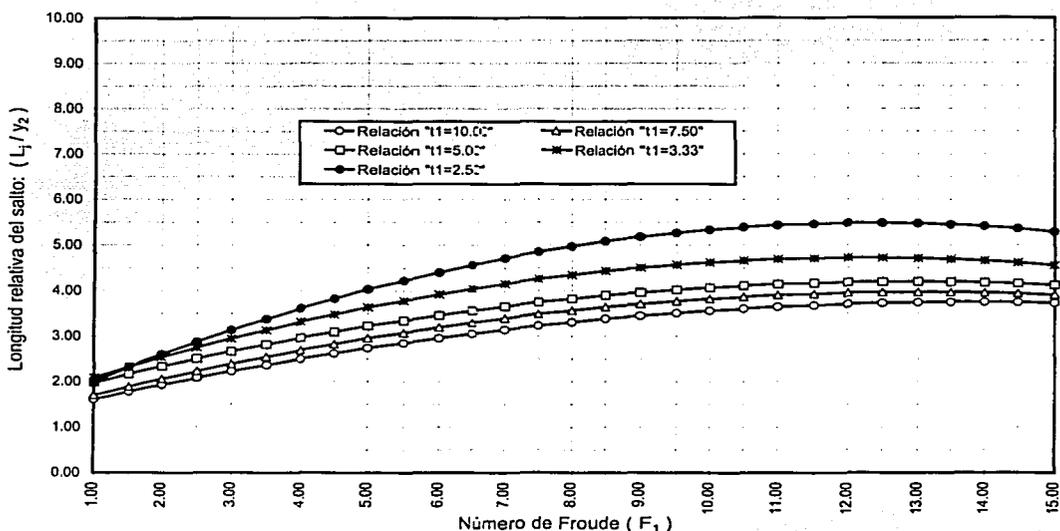


b) Relación teórica entre F_1 y (L_1 / y_2)

Figura 3.18 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_1 / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta
Saltos tipo C y D
Pendiente $S=0.10$



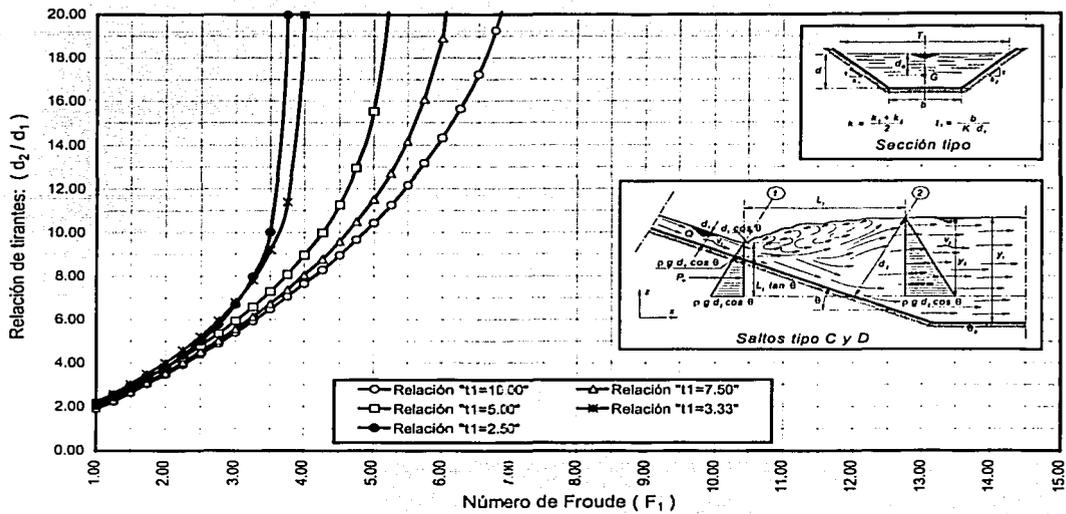
a) RELACION TEORICA ENTRE F_1 Y (d_2 / d_1)



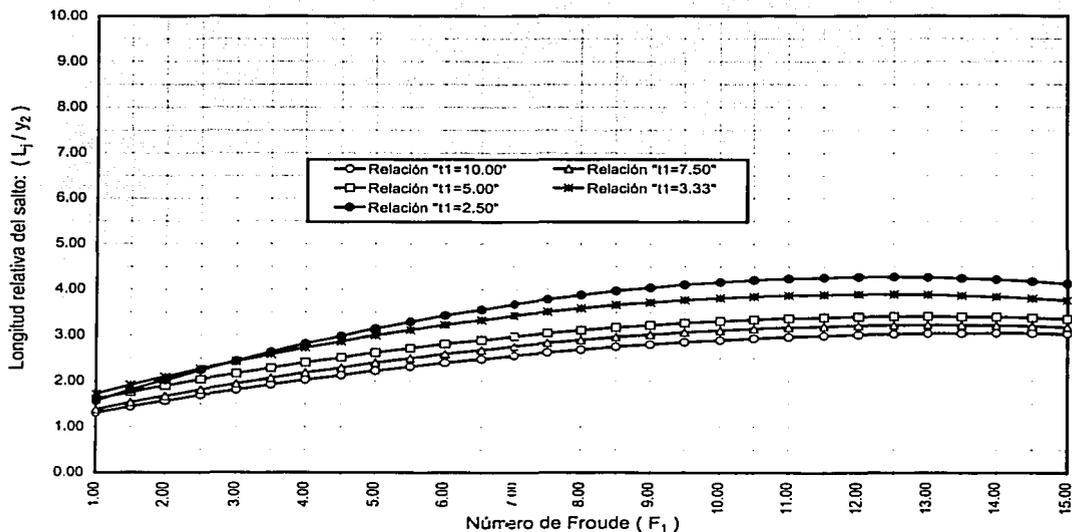
b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2)

Figura 3.19 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_j / y_2) para saltos en canales trapeziales de pendiente mixta
Saltos tipo C y D
Pendiente $S=0.15$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

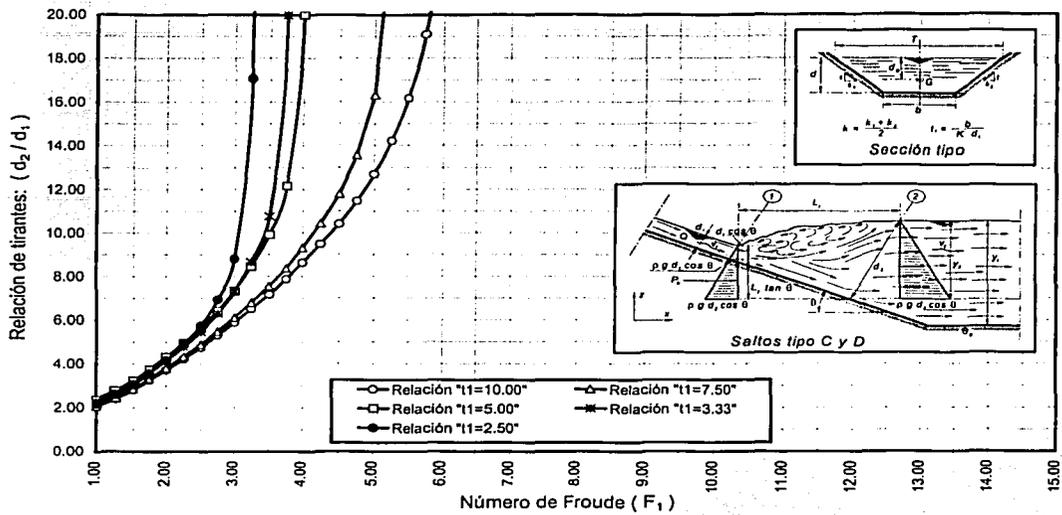


a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)

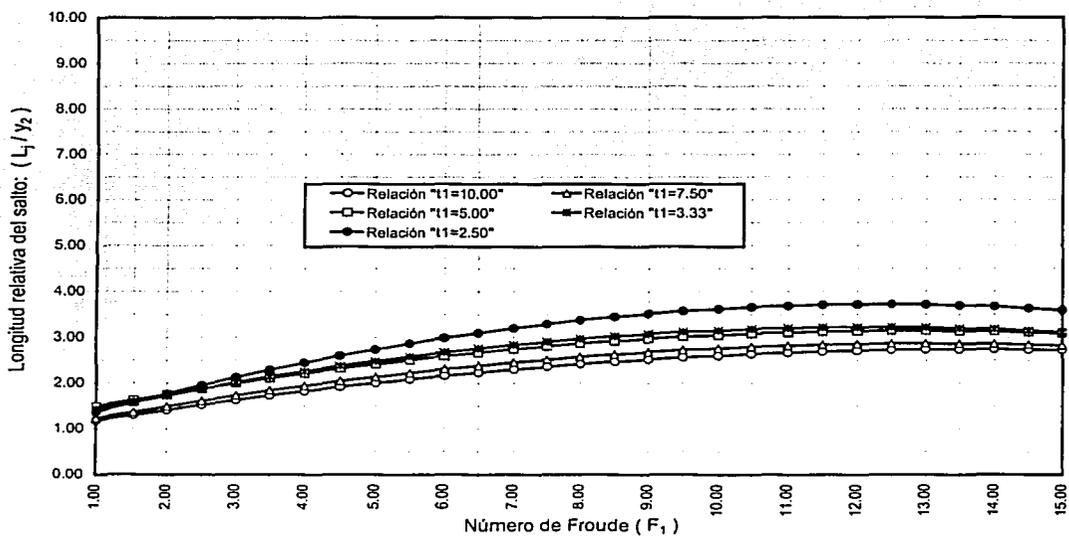


b) Relación teórica entre F_1 y (L_1 / y_2)

Figura 3.20 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_1 / y_2) para saltos en canales trapezoidales de pendiente mixta Saltos tipo C y D Pendiente $S=0.20$



a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)



b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2)

Figura 3.21 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_j / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta Salto tipo C y D Pendiente $S=0.25$

TESIS COM
FALLA DE ORIGEN

3.4.4 ANALISIS DEL SALTO "TIPO E"

El salto tipo E no es un caso muy común en problemas prácticos. Al aplicar el principio de impulso y cantidad de movimiento al volumen de control que se muestra en la figura 3.22 en la dirección del flujo, se obtiene la expresión

$$d_2 z_2' A_2 \cos \theta - d_1 z_1' A_1 \cos \theta - \frac{W \operatorname{sen} \theta}{g \rho} - \frac{F_1^2 A_1^2 \cos \theta}{T_1} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right) = 0 \quad (3.28)$$

Para la solución de la ecuación (3.28) se procede de la siguiente forma

- a) La relación de conjugados Y es
$$Y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1}$$
- b) El área en las secciones 1 y 2 es
$$A_1 = (b + k d_1) d_1 ; \quad A_2 = (b + k d_2) d_2$$
- c) Los coeficientes z_1' y z_2' son
- $$z_1' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k d_1} \right)$$
- $$z_2' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{b}{b + k d_2} \right)$$

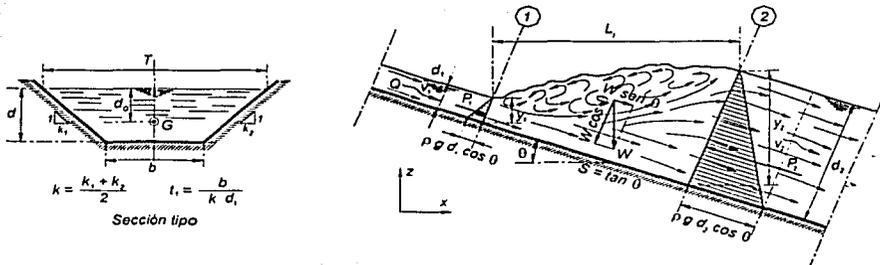


Figura 3.22 Volumen de control correspondiente al salto tipo E

Para la obtención del peso W del prisma de agua, se considera que el perfil de la superficie libre del salto es lineal, esta discrepancia se corrige mediante la aplicación de un coeficiente K_E , es decir, el valor de W esta dado por

$$W = g \rho K_E \left(\frac{A_2 + A_1}{2} \right) \frac{L_j}{\cos \theta}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Al sustituir en la ecuación (3.28) se tiene:

$$d_2 z_2' A_2 - d_1 z_1' A_1 - \frac{K_E L_j (A_2 + A_1) \tan \theta}{2 \cos \theta} - \frac{F_1^2 A_1^2}{T_1} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right) = 0 \quad (3.29)$$

Al simplificar esta ecuación se obtienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{b+k d_2} \right) (b+k d_2) d_2^2 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{b+k d_1} \right) (b+k d_1) d_1^2 \\ & - \frac{K_E L_j \tan \theta_0}{2 \cos \theta_0} (b d_1 + k d_1^2 + b d_2 + k d_2^2) \\ & - \frac{F_1^2 (b d_1 + k d_1^2)^2}{b + 2 k d_1} \left(1 - \frac{b d_1 + k d_1^2}{b d_2 + k d_2^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Simplificando esta relación de manera similar a la ecuación (3.25), se tiene

$$\begin{aligned} Y^4 + \left(\frac{5}{2} t_1 + 1 \right) Y^3 + \left(\frac{3}{2} t_1^2 + \frac{5}{2} t_1 + 1 \right) Y^2 \\ + \left(\frac{3}{2} t_1 + t_1 - \frac{3 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} - \frac{6 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} - \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2} \right) Y \\ - \left(\frac{3 F_1^2 t_1^3}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1^2}{t_1 + 2} + \frac{9 F_1^2 t_1}{t_1 + 2} + \frac{3 F_1^2}{t_1 + 2} \right) \\ - \frac{3 K_E L_j \tan \theta_0}{2 d_2 \cos \theta_0} \left[Y^4 + (2 t_1 + 1) Y^3 + (t_1^2 + 3 t_1 + 2) Y^2 + \frac{(2 t_1^2 + 4 t_1 + 2) Y^2}{Y - 1} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Ésta permite calcular el valor del conjugado mayor d_2 a partir del conjugado menor d_1 , el número de Froude F_1 , el valor de t_1 y la relación $(L_j/d_2 \cos \theta) = L_j/y_2$. En las figuras 3.23, 3.24, 3.25 y 3.26 se muestra la representación gráfica de la ecuación (3.30).

En cuanto a las premisas relacionadas con la longitud relativa L_j/y_2 y el coeficiente de corrección K_E , se consideran similares al caso de los saltos tipo C y D; lo que incurre a determinar estos términos mediante trabajos experimentales por lo que los diagramas que se presentan son teóricos.

Los diagramas de las longitudes relativas que se muestran en las figuras 3.23, 3.24, 3.25 y 3.26 se determinaron a partir de afectar las curvas de longitudes de un salto formado en un canal horizontal de sección trapecial por un determinado porcentaje de afectación; los valores que se consideraron son:

para una pendiente $S=0.10$, se afectó por el 70%

para una pendiente $S=0.15$, se afectó por el 62%

para una pendiente $S=0.20$, se afectó por el 50%

para una pendiente $S=0.25$, se afectó por el 45%

Se propone que el coeficiente de corrección K_E se obtenga tentativamente de acuerdo con los datos deducidos por Husain D. Alhamid A.A. y Negm A.M. (1994); por lo que se tiene la siguiente relación:

$$K_E = k_E + k_{E\theta} \theta + k_{EF} F_1$$

donde

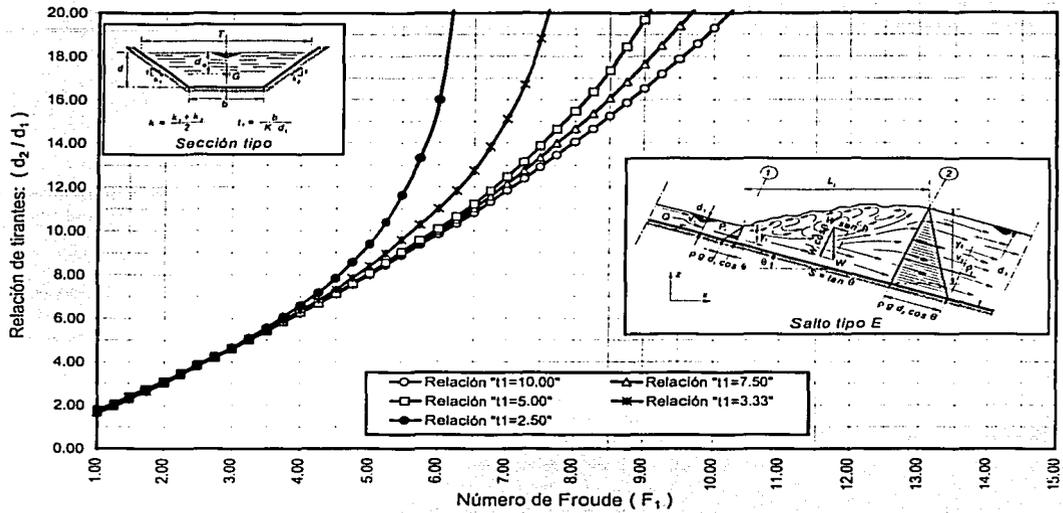
$k_{EC} = 1.15$ factor de corrección constante

$k_{E\theta} = 0.025$ factor de corrección debido al ángulo de inclinación de la plantilla del canal

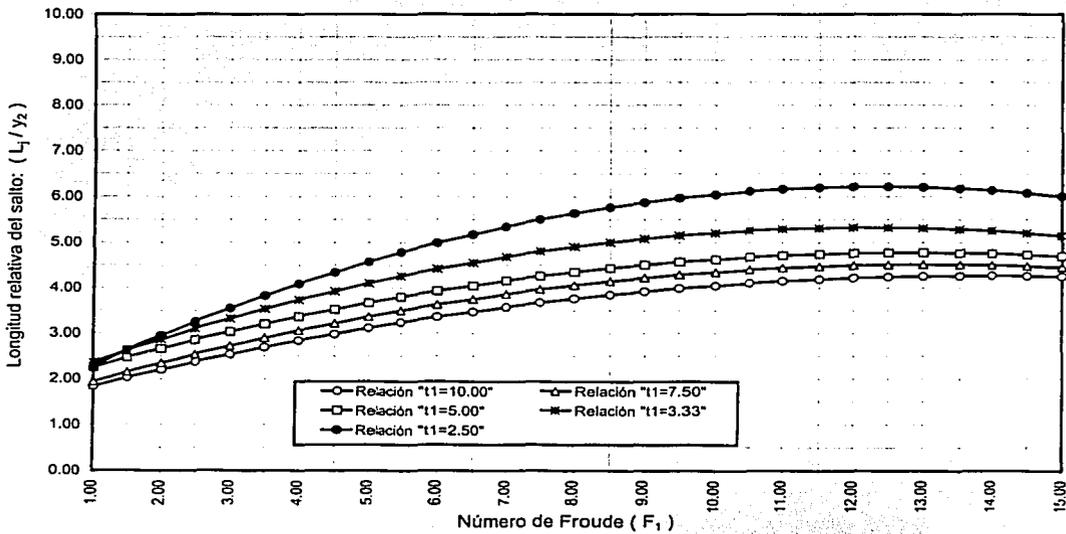
$k_{EF} = 0.030$ factor de corrección debido al número de Froude

De acuerdo a las consideraciones anteriores implica que estos términos se deben analizar experimentalmente y consecuentemente los diagramas que se presentan son teóricos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



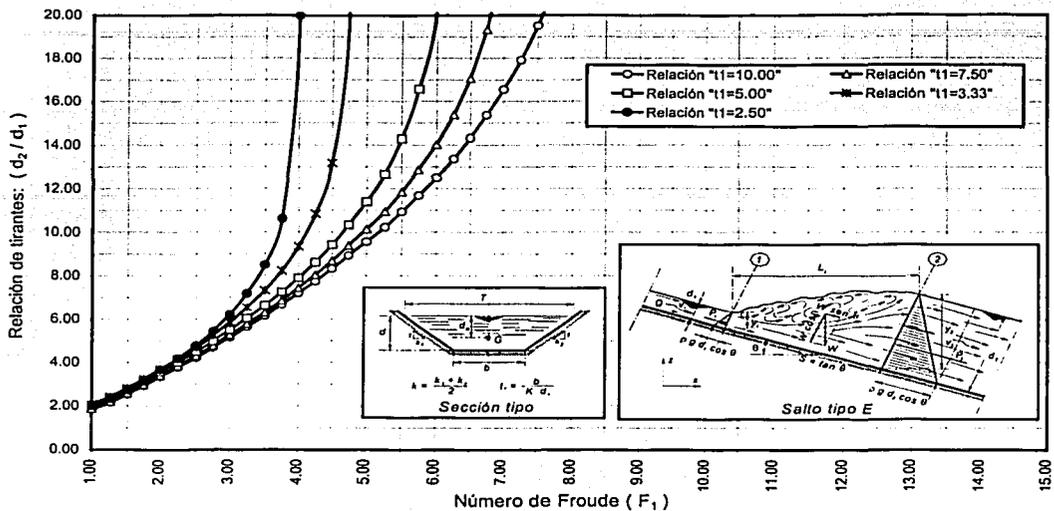
a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)



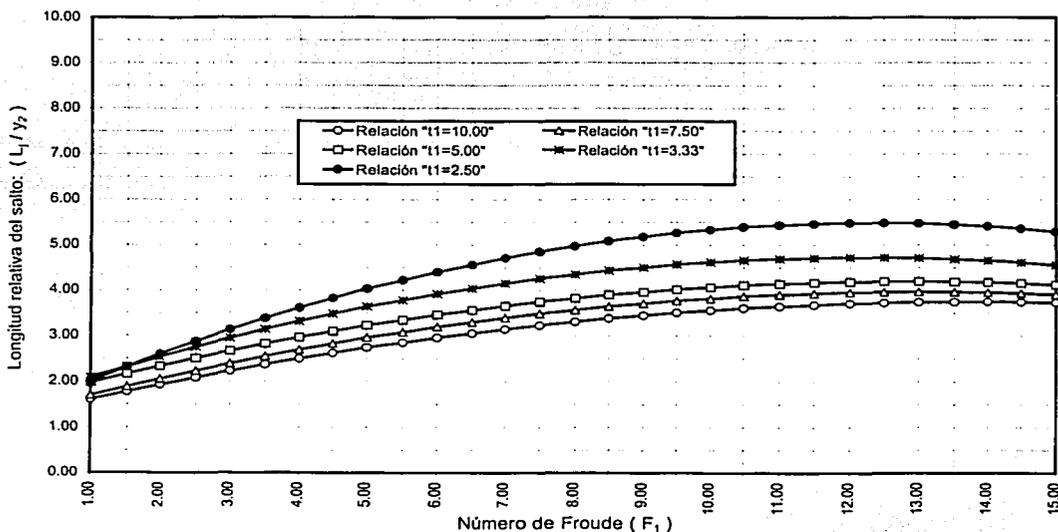
b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2)

Figura 3.23 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_j / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta
Salto tipo E
Pendiente $S=0.10$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



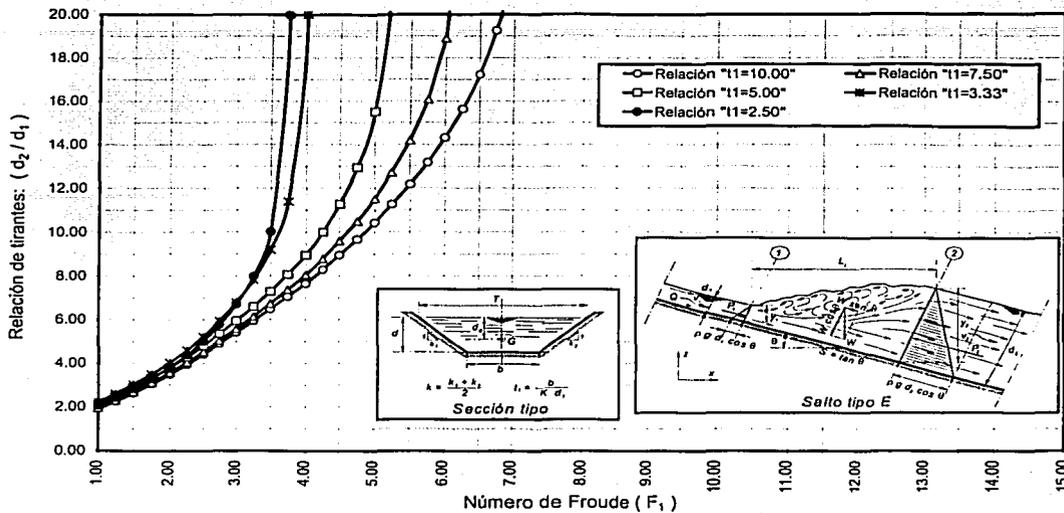
a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)



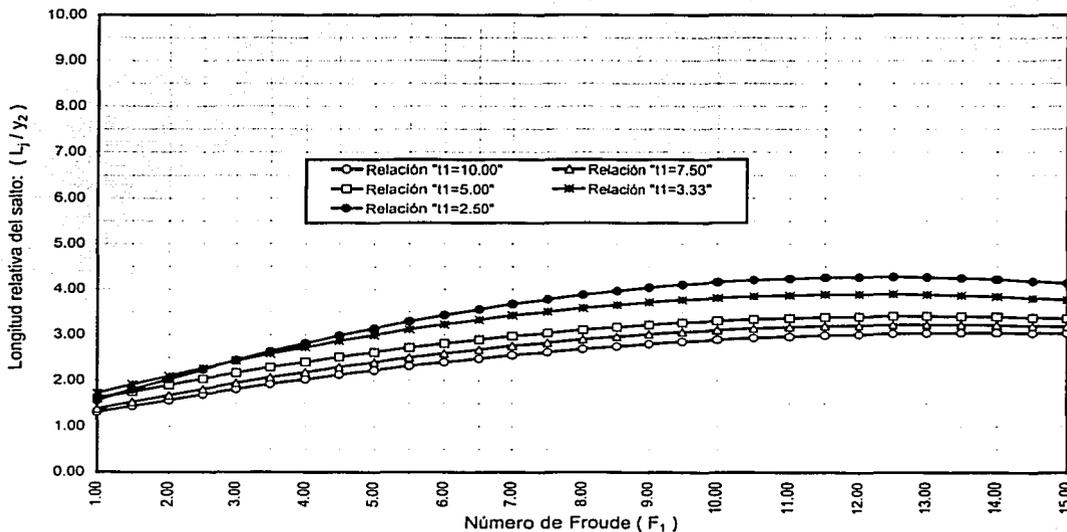
b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2)

Figura 3.24 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_j / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta Salto tipo E Pendiente $S=0.15$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

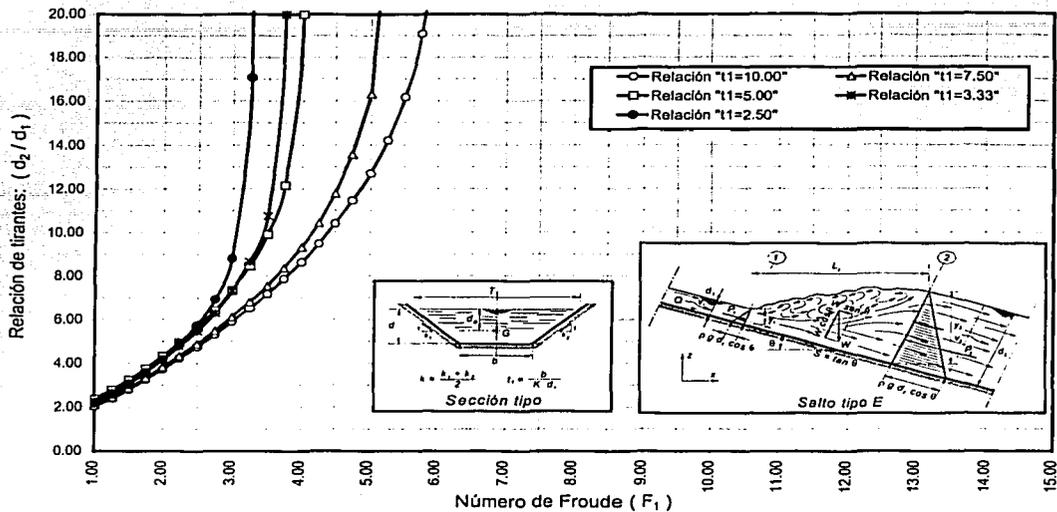


a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)

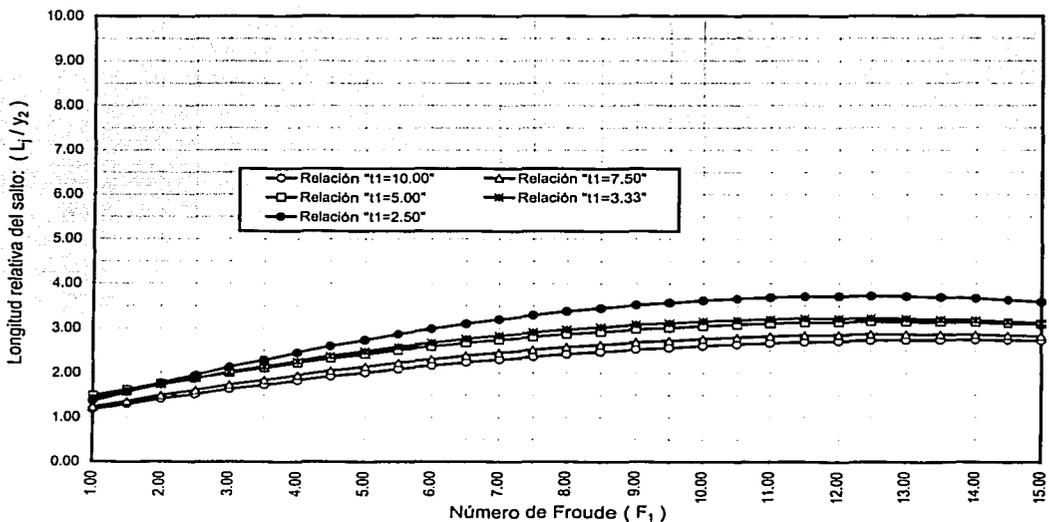


b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2)

Figura 3.25 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_j / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta Salto tipo E Pendiente $S=0.20$



a) Relación teórica entre F_1 y (d_2 / d_1)



b) Relación teórica entre F_1 y (L_j / y_2)

Figura 3.26 Relación teórica entre F_1 , (d_2 / d_1) y (L_j / y_2) para saltos en canales trapeciales de pendiente mixta
Salto tipo E Pendiente $S=0.25$

IMPRESO CON FALLA DE ORIGEN

CAPITULO CUARTO

**EJEMPLO NUMERICO DEL FENOMENO EN
CANALES TRAPECIALES DE GRAN PENDIENTE**

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

91-A

CAPITULO CUARTO

EJEMPLO NUMERICO DEL FENOMENO EN CANALES TRAPECIALES DE GRAN PENDIENTE

4.1 APLICACION DEL FENOMENO

Algunas de las aplicaciones prácticas del salto hidráulico son las que a continuación se mencionan:

- a) Disipar la energía en flujos sobre presas, diques y otras estructuras hidráulicas con la finalidad de prevenir o confinar la socavación aguas abajo de dichas estructuras.
- b) Recuperar el nivel del agua sobre el lado aguas abajo de un aforador y el mantenimiento de niveles altos del agua en un canal de irrigación o de distribución del agua.
- c) Mezclar eficientemente las sustancias químicas utilizadas en la purificación o el tratamiento del agua, debido a la naturaleza fuertemente turbulenta de este fenómeno.
- d) Airear el agua destinada al abastecimiento de ciudades.
- e) Remover las bolsas de aire atrapadas en conductos abovedados parcialmente llenos y así prevenir bloqueos de aire.

- f) Identificar las condiciones especiales de flujo, como la existencia del flujo supercrítico o la presencia de una sección de control para una medición económica del gasto.

Los perjuicios que ocasiona el flujo debido a una alta velocidad, son fundamentalmente los efectos debidos a la socavación y erosión del agua al pie de las estructuras hidráulicas, poniendo en peligro su estabilidad o le provocan daños de consideración.

Si la caída es pequeña o si en el cauce existe material resistente, el golpe del agua puede no afectarle y probablemente las precauciones que se tomen para amortiguar o resistir la velocidad del agua sean mínimos (por ejemplo un zampeado o un revestimiento en una longitud corta). Pero en la mayoría de los casos se requiere el diseño de un dispositivo adosado al cuerpo de la estructura, cuya finalidad es la disipación de la energía cinética del flujo supercrítico y descargar finalmente con velocidades que no ocasionen deterioros. Se han diseñado varios tipos de amortiguamiento cuyo diseño se basa en el principio del salto hidráulico; en general, estos dispositivos son colchones o tanques amortiguadores.

Un tanque de amortiguamiento se coloca generalmente al final de un tramo de canal de gran pendiente, siendo éste: una rápida, el existente después de la descarga de compuertas que trabajan con cargas elevadas, la espalda de una presa vertedora o el final del canal de conducción de una estructura de excedencias.

En general, el salto hidráulico constituye la única manera posible de cambio de un flujo a régimen supercrítico a uno subcrítico. Este fenómeno ocurre frecuentemente al pie de la descarga de una compuerta reguladora, de un cimacio o de un cambio de pendiente. Dentro de este capítulo se muestran dos ejemplos de aplicación de este fenómeno.

4.2. DETERMINACION DEL TIPO DE SALTO.

La solución a problemas donde se presenta un salto hidráulico sobre un canal de pendiente mixta, requiere que primeramente se determine el tipo de salto que ocurre; a continuación se menciona un procedimiento muy sencillo para su determinación.

Al considerar que los distintos tipos del salto se establecen a partir del tirante supercrítico d_1 , de la pendiente del tramo inicial del canal y sobre todo de la magnitud que adopta el tirante de salida y_2 , se puede aplicar el siguiente diagrama de flujo, el cual es relativamente sencillo:

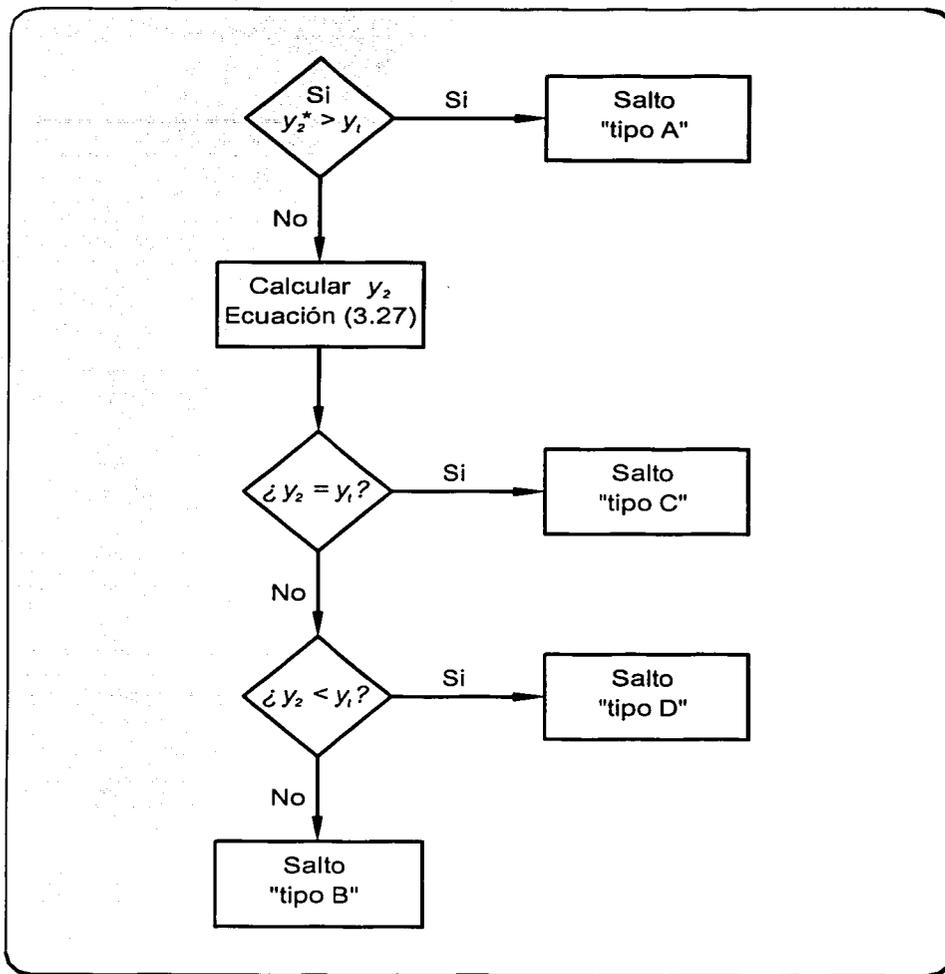


Figura 4.1 Determinación del tipo de salto hidráulico en canales trapeciales de gran pendiente, según French (1985).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.3 SOLUCION NUMERICA

4.3.1 EJEMPLO No. 1

Un canal trapezoidal tiene 5.00 m de ancho de plantilla, taludes $k_{1,2} = 2$ y pendiente $S_0 = 0.0003$, adopta un tirante normal $d_n = 1.950$ m en flujo uniforme para $n = 0.025$. Debido a razones topográficas existe un tramo intermedio en el canal con suficiente longitud y pendiente para que se establezca también flujo uniforme pero supercrítico. a) Calcular la pendiente del tramo intermedio de manera que se desarrolle un salto tipo A inmediatamente después de que termina (según figura 4.2), dicho tramo debe revestirse de concreto ($n = 0.015$ de Manning) por el aumento al incremento de velocidad que se produce. b) Determinar el tipo, dimensiones y posición del salto cuando se tiene un tirante de salida $y_1 = 2.80$ m. c) Calcular el tirante de salida y_2 necesario para que se forme un salto tipo C y determinar además las dimensiones del mismo. d) Determinar el tipo, dimensiones y posición del salto que se forma cuando el tirante de salida es $y_1 = 7.25$ m. Para la solución de los incisos b, c y d; considerar el valor de la pendiente del tramo inclinado igual a la obtenida en el inciso a.

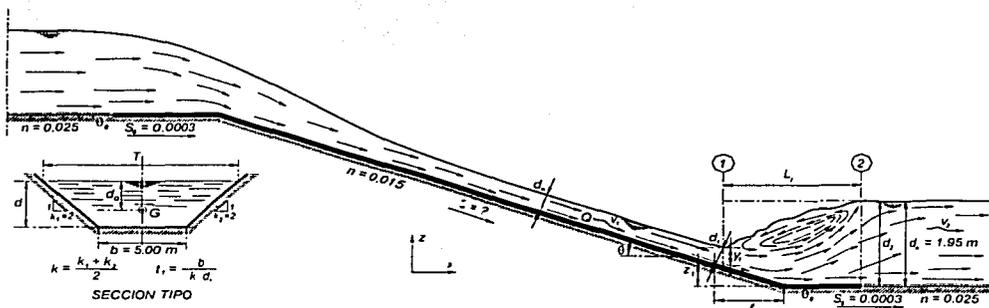


Figura 4.2 Esquema general del ejemplo No. 1

Solución inciso a)

Los elementos hidráulicos del tramo de pendiente suave están dados por:

$$\text{Area hidráulica} \quad A_2 = [5.00 + (2.00 \times 1.95)](1.95) = 17.355 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro mojado} \quad P_2 = (5.00 + (2.00 \times \sqrt{5.00} \times 1.95)) = 13.721 \text{ m}$$

$$\text{Radio hidráulico} \quad R_{h2} = (17.355 / 13.721) = 1.265 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad media} \quad v_2 = (1 / 0.025) \times (1.265)^{(2/3)} \times \sqrt{0.0003} = 0.810 \text{ m/s}$$

$$\text{Gasto} \quad Q = (17.355 \times 0.810) = 14.063 \text{ m}^3 / \text{s}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para que se desarrolle el salto tipo A, éste debe de iniciar en la sección de cambio de pendiente, por lo que se debe establecer que el tirante normal que se tiene en el segundo tramo del canal corresponda al tirante conjugado mayor d_2 y para determinar el valor del menor, se aplica una ecuación similar a la relación (3.19) pero con la consideración de que las condiciones que se conocen son las del flujo subcrítico. Dicha ecuación esta dada por

$$\begin{aligned}
 & Y^4 + \left(\frac{5}{2}t_2 + 1\right)Y^3 + \left(\frac{3}{2}t_2^2 + \frac{5}{2}t_2 + 1\right)Y^2 \\
 & + \left(\frac{3}{2}t_2^2 + t_2 - \frac{3F_2^2 t_2^2}{t_2 + 2} - \frac{6F_2^2 t_2}{t_2 + 2} - \frac{3F_2^2}{t_2 + 2}\right)Y \\
 & - \left(\frac{3F_2^2 t_2^3}{t_2 + 2} + \frac{9F_2^2 t_2^2}{t_2 + 2} + \frac{9F_2^2 t_2}{t_2 + 2} + \frac{3F_2^2}{t_2 + 2}\right) \\
 & - \left[\frac{3K_A L_j \tan\theta_0}{2d_2 \cos\theta_0}\right] \left[Y^4 + (2t_2 + 1)Y^3 + (t_2^2 + 3t_2 + 2)Y^2 + \frac{(2t_2^2 + 4t_2 + 2)Y^2}{(Y-1)} \right] = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.19a}$$

donde

La relación de conjugados es
$$Y = \frac{d_1 \cos\theta_0}{y_2^*} = \frac{d_1 \cos\theta_0}{d_2 \cos\theta_0} = \frac{d_1}{d_2}$$

La relación
$$t_2 = \frac{b}{k d_2}$$

con está ecuación se obtiene el valor del tirante conjugado menor $y_1 = d_1 \cos\theta_0$ a partir del conjugado mayor d_2 , el número de Froude F_2 , el valor de t_2 y la relación $(L_j/d_2 \cos\theta_0) = L_j/y_2$.

El número de Froude F_2 y el valor de t_2 son los siguientes:

$$F_2 = \frac{14.063}{(17.355) \sqrt{\frac{9.81 \times 17.355}{12.800}}} = 0.222$$

$$t_2 = \frac{5.00}{2.00 \times 1.95} = 1.282$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La solución a la ecuación (3.19a) se obtiene considerando que el último término es cero (debido a que la tangente del ángulo de inclinación del tramo donde se desarrolla el salto tiende a ser cero), entonces el valor del tirante conjugado menor es:

$$d_1 = 0.238 \text{ m} \quad ; \quad y_1 = d_1 \cos \theta_0 = 0.238 \text{ m}$$

Éste es casi igual al tirante normal d_n que se presenta en el tramo de gran pendiente, por lo que se procede a determinar en una primer instancia el valor de la pendiente de dicho tramo.

Los elementos hidráulicos de la sección 1 son los siguientes:

Area hidráulica $A_1 = [5.00 + (2.00 \times 0.238)] (0.238) = 1.303 \text{ m}^2$

Ancho superficial $T_1 = [5.00 + (2.00 \times 2.00 \times 0.238)] = 5.952 \text{ m}$

Perímetro mojado $P_1 = (5.00 + (2.00 \times \sqrt{5.00} \times 0.238)) = 6.064 \text{ m}$

Radio hidráulico $R_{h1} = (1.303 / 6.064) = 0.215 \text{ m}$

Velocidad media $v_1 = (14.063 / 1.303) = 10.795 \text{ m/s}$

Carga de velocidad $\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{10.795^2}{19.62} \right) = 5.939 \text{ m}$

Energía específica $E_1 = (0.238 + 5.939) = 6.177 \text{ m}$

Número de Froude $F_2 = \frac{14.063}{(1.303) \sqrt{\frac{9.81 \times 1.303}{5.952}}} = 7.367$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para $n = 0.015$, la pendiente necesaria en el tramo de gran pendiente es:

$$S = \left(\frac{10.795 \times 0.015}{(0.215)^{(2/3)}} \right)^2 = 0.204 \approx 0.200 \quad ; \quad \theta = 11.530^\circ$$

Con este valor preliminar de θ se calcula el nuevo tirante normal d_n , haciendo que se cumpla la igualdad de energía específica; sin embargo, en este caso la diferencia obtenida en este ajuste es muy pequeña y su valor esta dado por:

$$d_n = 0.243 \text{ m}$$

La longitud L_j del revestimiento debe ser, como mínimo, la del salto hidráulico, que de acuerdo con la figura 3.5, para el número de Froude $F_1 = 7.367$ y el valor de $t_1 = 10.509$, como último valor se lee $L_j / y_2^* = 5.212$, por lo que se obtiene:

$$L_j = (5.212 \times 1.95) = 10.163 \text{ m}$$

En la figura 4.3 se esquematiza este tipo de salto con sus respectivas dimensiones.

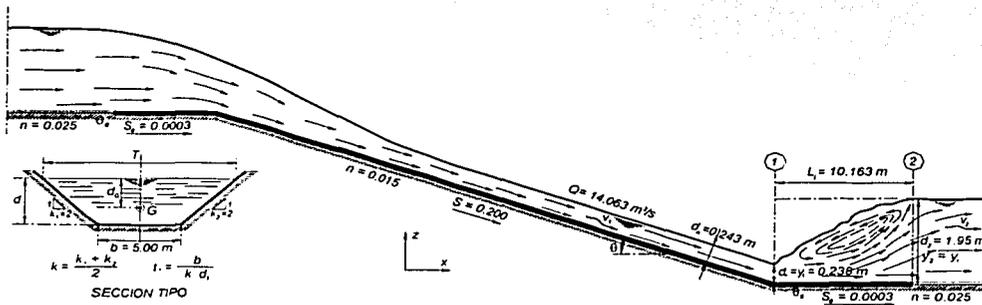


Figura 4.3 Esquema general del salto tipo A

Solución inciso b)

De acuerdo con el diagrama de la figura 4.1 y considerando que $y_2^* < y_1$, procedemos a calcular el valor de y_2 con la ecuación (3.27). Éste tirante corresponde al conjugado mayor del salto tipo C; su valor también se puede obtener mediante la gráfica de la figura 3.20, para la cual los datos de entrada son:

Tirante conjugado mayor $y_2^* = 1.950 \text{ m}$

Tirante de salida $y_1 = 2.800 \text{ m}$

Tirante conjugado menor $d_1 = 0.243 \text{ m}$

Número de Froude $F_1 = 7.138$

Relación de $t_1 = 10.297$

Pendiente $S = 0.200$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Resolviendo la ecuación (3.27) se tiene como resultado

$$y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = 24.260 \quad \text{por lo que } y_2 \text{ vale}$$

$$y_2 = (d_1 \cos \theta \times 24.260) = 5.781 \text{ m}$$

Continuando con el diagrama, se comparan ahora el tirante y_2 contra el tirante y_1 ; si son iguales, es un salto tipo C, si el tirante y_1 es mayor que y_2 entonces se trata de un salto tipo D y finalmente si el tirante y_1 es menor que y_2 entonces el salto es tipo B. De acuerdo con el análisis de valores obtenidos de estos dos tirantes, se puede decir que se tiene un salto tipo B.

Para dar solución al tipo de salto que se presenta, se determina el valor de y_2^* como paso inicial. Este tirante se obtiene mediante la ecuación 3.21 y su solución gráfica es a través de la figura 3.10. El valor es:

$$y_2^* = (d_1 \cos \theta \times 7.942) = 1.892 \text{ m}$$

El siguiente paso es obtener el valor del tirante y_2 ; este tirante ya se determinó, con base en él se estableció que se trata de un salto tipo B.

Ahora se procede a su ubicación, por lo que se establece la relación de tirantes y_1/y_2^* y con el apoyo de la gráfica de la figura 3.16 se determina la relación l/y_2^* obteniéndose con ello la ubicación del inicio del salto con respecto a la sección de cambio de pendiente; los valores obtenidos son los siguientes:

$$(y_1 / y_2^*) = (2.800 / 1.892) = 1.480 \quad ; \quad (l / y_2^*) = 1.918$$

$$l = (1.918 \times 1.892) = 3.629 \text{ m}$$

La determinación de la longitud del salto se obtiene mediante la gráfica de la figura 3.14 misma que corresponde al salto tipo B y cuya pendiente del tramo inicial es $S = 0.20$, obteniéndose los siguientes valores

$$(L_j / y_2) = 2.574 \quad ; \quad L_j = (2.574 \times 2.80) = 7.207 \text{ m}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En la figura 4.4 se esquematiza este tipo de salto con sus respectivas dimensiones.

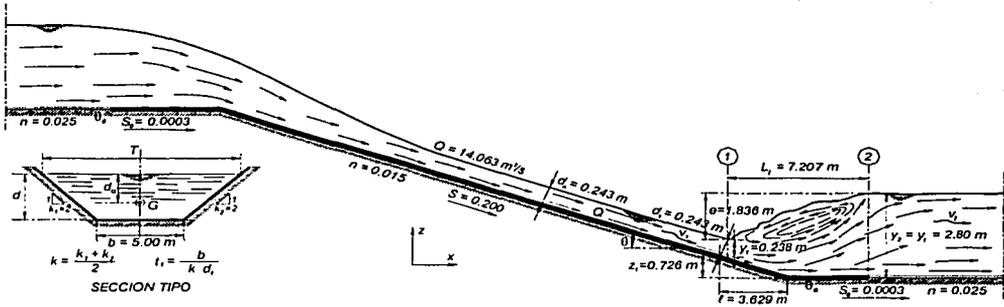


Figura 4.4 Esquema general del salto tipo B

Solución inciso c)

Para que se forme el salto tipo C es necesario que $y_2 = y_1 = 5.781 \text{ m}$, por lo que ahora se procede a determinar la longitud del salto.

La longitud del salto se obtiene mediante la gráfica de la figura 3.20, los datos de entrada son:

Tirante de salida $y_2 = 5.781 \text{ m}$

Tirante conjugado mayor $y_2 = 5.781 \text{ m}$

Tirante conjugado menor $y_1 = 0.238 \text{ m}$

Número de Froude $F_1 = 7.138$

Pendiente $S = 0.200$

La relación de conjugados es:

$$Y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = 24.260$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La longitud del salto se obtiene a partir de la gráfica indicada, misma que corresponde al salto tipo C cuya pendiente del tramo inicial es $S = 0.20$, por lo que se tiene:

$$(L_j / y_2) = 2.574 \quad ; \quad L_j = (2.574 \times 5.781) = 14.880 \text{ m}$$

En la figura 4.5 se esquematiza este tipo de salto con sus respectivas dimensiones.

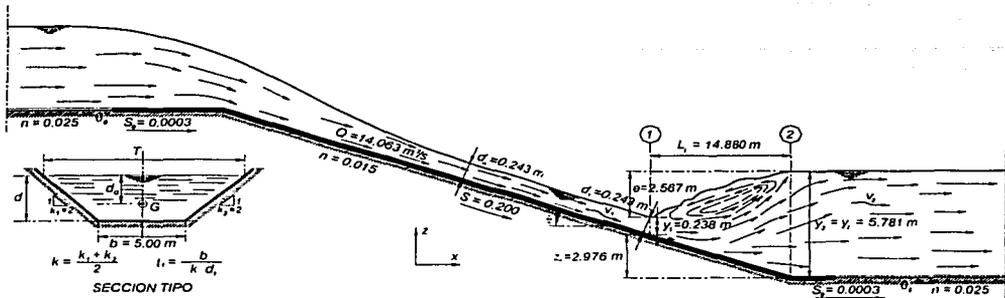


Figura 4.5 Esquema general del salto tipo C

Solución inciso d)

Considerando que el tirante y_2 es menor que el tirante de salida y_1 , entonces el tipo de salto que se forma es el D.

Los datos que se tienen son:

Tirante de salida $y_1 = 7.250 \text{ m}$

Tirante conjugado mayor $y_2 = 5.781 \text{ m}$

Tirante conjugado menor $y_3 = 0.238 \text{ m}$

Número de Froude $F_1 = 7.138$

Pendiente $S = 0.200$

La relación de conjugados es:

$$Y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = 24.260$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La determinación de la longitud del salto obtenida a partir de la gráfica indicada en la figura 3.20, misma que corresponde al salto tipo D cuya pendiente del tramo inicial es $S = 0.20$, por lo que se tiene:

$$(L_j / y_2) = 2.574 \quad ; \quad L_j = (2.574 \times 5.781) = 14.880 \text{ m}$$

que es exactamente igual al salto tipo C.

Ahora se procede a su ubicación, por lo que se obtiene a partir de la siguiente relación de tirantes:

$$U_s = \left(\frac{y_1 - y_2}{\tan \theta} \right) \quad ; \quad U_s = \left(\frac{7.250 - 5.781}{0.200} \right) = 7.345 \text{ m}$$

este valor corresponde a la distancia que se tiene desde la sección donde termina el salto y la sección que corresponde al cambio de pendiente.

En la figura 4.6 se esquematiza este tipo de salto con sus respectivas dimensiones.

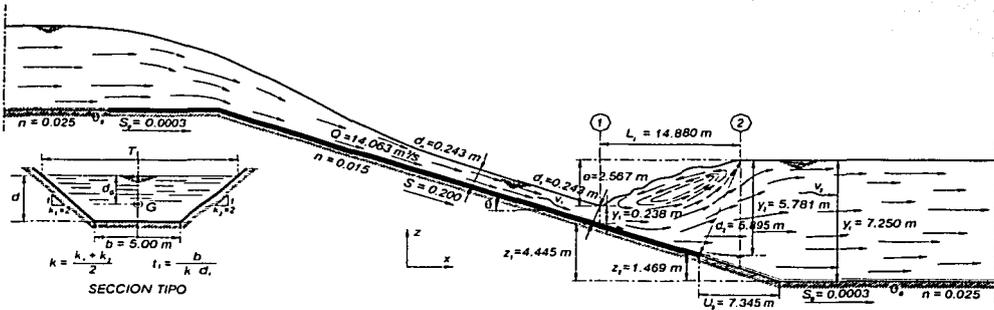


Figura 4.6 Esquema general del salto tipo D

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.3.2 EJEMPLO No. 2

El vertedor de excedencia de una presa es de sección trapecial, sus dimensiones y características son: ancho de plantilla de 4.00 m, taludes $k_{1,2} = 1.75$, la rápida tiene una pendiente con relación 1:5 (vertical:horizontal), la longitud es lo suficientemente grande para que se establezca un flujo uniforme en régimen supercrítico con tirante normal $d_n = 0.223$ m para un gasto de diseño de $10.00 \text{ m}^3/\text{s}$ (el vertedor está recubierto de concreto y su coeficiente de Manning es $n = 0.015$); al pie de la rápida se tiene un canal horizontal con la misma geometría, lo que conduce a la formación de un salto hidráulico (ver figura 4.7); a) Calcular el tirante conjugado mayor y_2 y las dimensiones de tal manera que se desarrolle un salto tipo A inmediatamente después de que termina la rápida, dicho tramo también debe revestirse de concreto por lo que $n = 0.015$. b) Determinar el tipo, dimensiones y posición del salto cuando se tiene un tirante de salida $y_1 = 2.50$ m. c) Determinar el tipo, dimensiones y posición del salto que se forma cuando el tirante de salida $y_1 = 6.00$ m. d) ¿Qué diferencias se tienen cuando el salto se desarrolla sobre el tramo de pendiente horizontal y cuando se forma en tramo de gran pendiente?

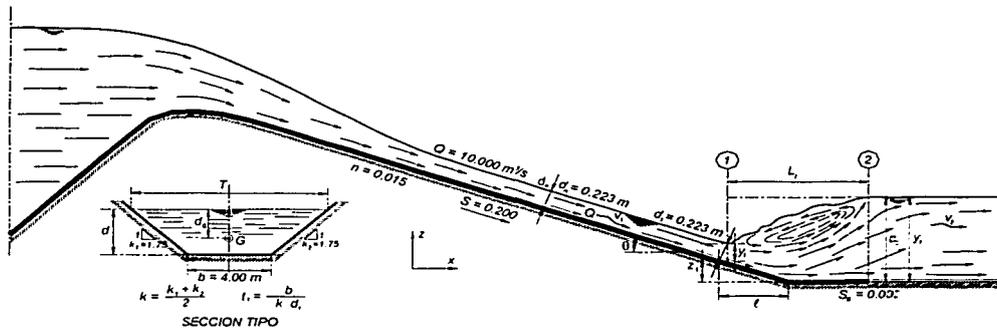


Figura 4.7 Esquema general del ejemplo No. 2

Solución inciso a)

Los elementos hidráulicos del tramo de gran pendiente están dados por:

Tirante normal	$d_n = 0.223 \text{ m}$
Gasto	$Q = 10.000 \text{ m}^3 / \text{s}$
Area hidráulica	$A = [4.00 + (1.75 \times 0.223)] (0.223) = 0.979 \text{ m}^2$
Perímetro mojado	$P = (4.00 + (2.00 \times \sqrt{4.0625} \times 0.223)) = 4.899 \text{ m}$
Radio hidráulico	$R_n = (0.979 / 4.899) = 0.200 \text{ m}$
Velocidad media	$v = (1 / 0.015) \times (0.200)^{(2/3)} \times \sqrt{0.200} = 10.214 \text{ m/s}$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para que se desarrolle el salto tipo A, éste debe de iniciar en la sección de cambio de pendiente, por lo que el tirante conjugado mayor que se debe de obtener es y_2^* , mismo que corresponde al tirante de salida y_1 . Para determinar su valor aplicamos la ecuación (3.19) o bien se puede calcular mediante la gráfica de la figura 3.5; los datos de entrada son los elementos hidráulicos de la sección 1 y son los siguientes:

Conjugado menor $d_1 = y_1 = d_n \cos \theta = 0.223 \times \cos 11.310^\circ = 0.219 \text{ m}$

Area hidráulica $A_1 = [4.00 + (1.75 \times 0.219)](0.219) = 0.958 \text{ m}^2$

Ancho superficial $T_1 = [4.00 + (2.00 \times 1.75 \times 0.219)] = 4.765 \text{ m}$

Perímetro mojado $P_1 = (4.00 + (2.00 \times \sqrt{40625} \times 0.219)) = 4.881 \text{ m}$

Radio hidráulico $R_{h1} = (0.958 / 4.881) = 0.196 \text{ m}$

Velocidad media $v_1 = (10.000 / 0.958) = 10.435 \text{ m/s}$

Número de Froude $F_1 = \frac{10.000}{(0.958) \sqrt{\frac{9.81 \times 0.958}{4.765}}} = 7.429$

valor de t_1 es $t_1 = \frac{4.00}{1.75 \times 0.219} = 10.453$

La relación de conjugados que se obtiene está dada por:

$$Y = \frac{y_2^*}{y_1} = 8.245 \quad ; \quad y_2^* = (0.219 \times 8.245) = 1.806 \text{ m}$$

este es el tirante conjugado mayor.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La longitud L_j del revestimiento debe ser, como mínimo, la del salto hidráulico que, de acuerdo con la figura 3.5, con el número de Froude $F_1 = 7.429$ y el valor de $t_1 = 10.453$ como último valor se lee $L_j / y_2^* = 5.229$, por lo que se obtiene:

$$L_j = (5.229 \times 1.806) = 9.444 \text{ m}$$

En la figura 4.8 se esquematiza este tipo de salto con sus respectivas dimensiones.

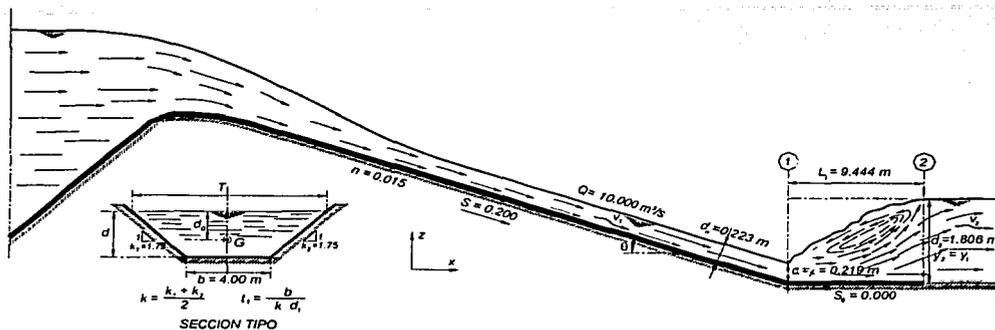


Figura 4.8 Esquema general del salto tipo A

Solución inciso b)

De acuerdo con el diagrama de la figura 4.1 y considerando que $y_2^* < y_1$, se procede a calcular el valor de y_2 con la ecuación (3.27). Este tirante corresponde al conjugado mayor del salto tipo C y su valor también se puede obtener mediante la gráfica de la figura 3.20. Los datos de entrada son:

Tirante conjugado mayor $y_2^* = 1.806 \text{ m}$

Tirante de salida $y_1 = 2.500 \text{ m}$

Tirante conjugado menor $d_1 = 0.223 \text{ m}$

Número de Froude $F_1 = 7.206$

Relación de $t_1 = 10.000$

Pendiente $S = 0.200$

Resolviendo la ecuación (3.27) se tiene que:

$$Y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = 26.158 \quad \text{por lo que } y_2 \text{ vale}$$

$$y_2 = (d_1 \cos \theta \times 26.158) = 5.729 \text{ m}$$

Continuando con el diagrama ahora se comparan el tirante y_2 contra el tirante y_1 . Si son iguales es un salto tipo C, si el tirante y_1 es mayor que y_2 entonces se trata de un salto tipo D y finalmente si el tirante y_1 es menor que y_2 entonces el

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

salto es tipo B. De acuerdo con el análisis de valores obtenidos de estos dos tirantes, entonces se puede decir que se tiene un salto tipo B.

Para dar solución al tipo de salto que se presenta, se determina como paso inicial el valor de y_2^* ; este tirante se obtiene mediante la ecuación (3.21) y su solución gráfica es a través de la figura 3.10. El valor es:

$$y_2^* = (d_1 \cos \theta \times 7.977) = 1.747 \text{ m}$$

El siguiente paso es obtener el valor del tirante y_2 , el cual ya se determinó y con base en él se estableció que se trata de un salto tipo B.

Ahora se procede a su ubicación, por lo que se establece la relación de tirantes y_1 / y_2^* y con el apoyo de la gráfica de la figura 3.16 se determina la relación l / y_2^* obteniéndose con ello la ubicación del inicio del salto con respecto a la sección de cambio de pendiente; los valores obtenidos son los siguientes:

$$(y_1 / y_2^*) = (2.500 / 1.747) = 1.431 \quad ; \quad (l / y_2^*) = 1.810$$

$$l = (1.810 \times 1.747) = 3.162 \text{ m}$$

La determinación de la longitud del salto se obtiene mediante la gráfica de la figura 3.14 misma que corresponde al salto tipo B y cuya pendiente del tramo inicial es $S = 0.20$, obteniéndose los siguientes valores:

$$(L_j / y_2) = 2.584 \quad ; \quad L_j = (2.584 \times 2.50) = 6.460 \text{ m}$$

En la figura 4.9 se esquematiza este tipo de salto con sus respectivas dimensiones.

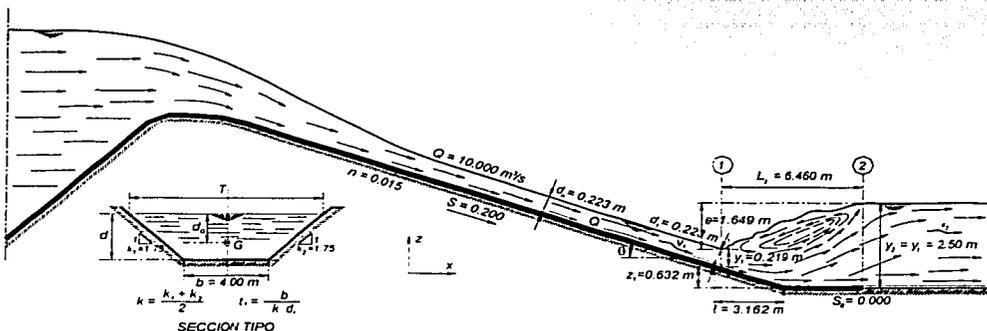


Figura 4.9 Esquema general del salto tipo B

Solución inciso c)

Considerando que el tirante y_2 es menor que el tirante de salida y_1 , entonces el tipo de salto que se forma es el D.

Los datos que se tienen son:

$$\text{Tirante de salida} \quad y_1 = 6.000 \text{ m}$$

$$\text{Tirante conjugado mayor} \quad y_2 = 5.729 \text{ m}$$

$$\text{Tirante conjugado menor} \quad y_1 = 0.219 \text{ m}$$

$$\text{Número de Froude} \quad F_1 = 7.206$$

$$\text{Pendiente} \quad S = 0.200$$

La relación de conjugados es

$$Y = \frac{d_2 \cos \theta}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = 26.158$$

La determinación de la longitud del salto obtenida a partir de la gráfica indicada en la figura 3.20, misma que corresponde al salto tipo D cuya pendiente del tramo inicial es $S = 0.20$, por lo que se tiene:

$$(L_j / y_2) = 2.584 \quad ; \quad L_j = (2.584 \times 5.729) = 14.804 \text{ m}$$

Ahora se procede a su ubicación, por lo que se obtendrá a partir de la siguiente relación de tirantes:

$$U_s = \left(\frac{y_1 - y_2}{\tan \theta} \right) \quad ; \quad U_s = \left(\frac{6.000 - 5.729}{0.200} \right) = 1.355 \text{ m}$$

este valor corresponde a la distancia que se tiene desde la sección donde termina el salto y la sección que corresponde al cambio de pendiente.

En la figura 4.10 se esquematiza este tipo de salto con sus respectivas dimensiones.

En cuanto a los resultados que se han obtenido de los dos ejemplos planteados, se puede notar que el tirante conjugado mayor y la longitud del salto es más grande cuando se desarrolla sobre el tramo de gran pendiente, implicando que su eficiencia se reduzca conforme éste avanza hacia aguas arriba. Cabe mencionar que mucho de lo anterior es provocado por las condiciones impuestas por el tirante de salida y_i ; consideración que se debe de tener muy presente ya que la ubicación del salto es una característica básica en el estudio del fenómeno, su importancia radica en que un ligero incremento del gasto Q o del tirante de salida y_i originan que el salto se desplace longitudinalmente de una manera considerable.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

C O N C L U S I O N E S

Este trabajo tiene como finalidad encontrar las ecuaciones que permitan resolver el salto hidráulico en canales trapeciales de gran pendiente. Después de un análisis mediante la aplicación del principio del impulso y cantidad de movimiento se determinan tanto la ecuación general del salto con esta geometría como las ecuaciones para cada uno de los tipos de salto.

La ecuación general que se obtiene es aplicable a cualquier tipo de salto formado en canales de gran pendiente. En el desarrollo de este documento se presentan expresiones teóricas para canales de sección trapecial para los diferentes tipos de salto y se incluye una solución gráfica general para estos tipos de salto.

Las expresiones que se obtuvieron contienen en forma implícita una función empírica que debe ser determinada mediante un desarrollo experimental.

La ubicación es una característica básica en el estudio del fenómeno, su importancia radica en que un ligero incremento del gasto Q o del tirante de salida y , originan que el salto se desplace longitudinalmente de una manera considerable; el salto puede moverse hacia aguas arriba y ubicarse sobre el tramo de gran pendiente, formarse parcialmente en ambos tramos del canal o totalmente sobre el segundo tramo.

La clasificación de los tipos de salto que se proponen son función de la ubicación y como ya se mencionó está es función del gasto y del tirante de salida por lo que se debe de tener un especial cuidado en su análisis.

Por otro lado para llevar a cabo el análisis del salto hidráulico en canales de pendiente mixta es necesario considerar el efecto del componente horizontal de la

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

fuerza debida al peso del prisma de agua dentro del volumen de control en estudio. Cabe también mencionar que el efecto de esta fuerza en un salto convencional es despreciable.

Dentro del análisis realizado se obtuvieron expresiones que están en función de la longitud relativa L_1/y_2 por lo que se propone obtener estos valores a partir de los diagramas obtenidos por Wanoschek y Hager (1989) para canales horizontales de sección trapecial con diferentes valores de t_1 ; para ello, se adoptaron las curvas de longitud en términos de profundidad de saltos en canales rectangulares de gran pendiente, obtenidas a partir de datos experimentales del U. S. Bureau of Reclamation (Chow, 1959); por lo que se propone afectar las curvas obtenidas por Wanoschek y Hager por un determinado porcentaje, mismo que tentativamente está en función de la pendiente del canal. Además de acuerdo con los datos obtenidos por Husain D. Alhamid A.A. y Negm A.M. (1994); se propone que el coeficiente de corrección del peso W del prisma de agua del volumen de control K oscile en el intervalo de 1.15 a 1.60 y sea función de un valor constante, del número de Froude F_1 y del ángulo de la plantilla. Lo anterior implica que estos términos se deben analizar experimentalmente y consecuentemente los diagramas que se presentan son totalmente teóricos.

La solución al salto tipo A incurre en una solución muy similar a un salto convencional, salvo la consideración del ángulo de la pendiente de inclinación del segundo tramo del canal, el cual no es de consideración ya que es una pendiente suave.

Para la solución del salto tipo B, al igual que Bradley-Peterka (1963) y Hager (1988), consideran un análisis de este salto a partir del coeficiente dinámico de fuerza; se desarrolla un análisis muy similar y se considera afectar las curvas que permiten determinar la ubicación del salto respecto de la sección de cambio de pendiente (Figura 2.7) por un determinado porcentaje y así poder obtener una solución empírica a este caso; al igual que todos los demás saltos se requiere que estas consideraciones se analicen experimentalmente, por lo que la solución que se presenta es teórica.

La solución que se presenta para los salto tipo C y D es función de la longitud relativa por lo que se aplicó el criterio ya mencionado, obteniéndose sus respectivas relaciones teóricas con sus gráficas.

El salto tipo E tiene un comportamiento similar al salto tipo D salvo que este es el de la forma típica de un salto desarrollado en un canal de gran inclinación y longitud indefinida, no es un salto común en problemas de ingeniería.

Con respecto a los valores que se obtuvieron en los ejemplos que se presentan, se tiene que tanto el tirante conjugado mayor y la longitud del salto resultan más grandes cuando el salto se desarrolla sobre el tramo inclinado, debiendo considerar que esto es función del tirante de salida que se tenga, por lo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

que hay que tener un especial cuidado de considerar la posibilidad de ubicar al salto ya sea en el tramo horizontal o en el inclinado.

Otro punto que se puede mencionar es que de acuerdo con su ubicación, entre más se mueva hacia el tramo inclinado la eficiencia del salto disminuye.

Si consideramos que el fenómeno del salto hidráulico es un proceso de transición de un régimen supercrítico a uno subcrítico, esta transición es en forma brusca originando un estado de gran turbulencia, por consiguiente se genera una excesiva disipación de energía y una alteración de las presiones hidrostáticas, lo que nos conduce a establecer que es un fenómeno que presenta dificultades al momento de realizar su experimentación por lo que se debe de analizar muy a detalle para poder comprobar las ecuaciones y soluciones gráficas aquí planteadas.

En el país se han construido tanques amortiguadores de sección trapecial en diversas presas, dentro de las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- i. Presa Miguel Hidalgo (El Mahone), ubicada sobre el río Fuerte, en el estado de Sinaloa.
- ii. Presa Falcón, localizada en el sistema de presas internacionales sobre el río Bravo, en el estado de Tamaulipas.
- iii. Presa Marte R. Gómez (El Azúcar), ubicada sobre el río San Juan, en el estado de Tamaulipas.
- iv. Presa Josefa Ortiz de Domínguez (El Sabino), localizada sobre el río Fuerte, en el estado de Sinaloa.
- v. Presa Nezahualcóyotl (Malpaso), localizada sobre el río Grijalva, en el estado de Chiapas.

Estas estructuras disipadoras de energía, han presentado diversos problemas en su funcionamiento: algunas sufrieron el levantamiento de las losas debido a las fluctuaciones de la presión dentro del tanque, otro de los problemas que se presentó es el flujo asimétrico, provocando una sobreelevación del agua con el consecuente desbordamiento, incrementando con ello, el empuje dinámico al que esta sometido el muro que recibe dicho flujo.

La selección de un tanque amortiguador de sección trapecial tiene diversas ventajas sobre uno rectangular, ya que por contar con un área hidráulica mayor requiere de profundidades de excavación menores, lo cual repercute en el costo de la obra, está geometría se adapta a cualquier tipo de terreno, su estabilidad natural es mayor y el salto hidráulico que se desarrolla es más eficiente.

Los saltos hidráulicos en canales trapeciales es de considerable interés en aplicaciones prácticas, aunque se tienen también algunas desventajas como la presencia del flujo asimétrico y las corrientes laterales de retorno que se general, dando origen a cierta incertidumbre en el resultado.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En términos generales el presente trabajo se enfoca en el análisis del salto hidráulico en canales trapeciales de gran pendiente, cuya finalidad es la de obtener las bases de una posible solución de este fenómeno; destacándose la necesidad de llevar a cabo los trabajos experimentales que permitan encontrar una adecuada correlación entre lo propuesto teóricamente en este trabajo y lo que se experimente.

Finalmente se puede decir que el estudio experimental de este fenómeno es un tema que aún no ha sido abordado y queda la posibilidad de complementar el análisis mediante pruebas de laboratorio.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

REFERENCIAS

1. Adam, A.M.; Ruff, J.F.; AlQaser, G. and Abt, S.R. (1993), "Characteristics of B-jump with different toe locations", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 8, pp. 938-948.
2. Chow V.T. (1959), "Open Channel Hydraulics", McGraw-Hill.
3. Domínguez, F (1974), "Hidráulica", Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Editorial Universitaria.
4. French H. Richard (1988), "Hidráulica de canales abiertos", McGraw-Hill.
5. Gunal, M. and Narayanan, R. (1996), "Hydraulic jump in sloping channels", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 8, pp. 436-442.
6. Hager, W.H. and Bretz, N.V. (1986), "Hydraulic jumps at positive and negative steps", Journal of Hydraulic Research, IARH, Vol. 24, No. 4, pp. 237-253.
7. Hager, W.H. (1988), "B-jump in sloping channel, Journal of Hydraulic Research", IARH, Vol. 26, No. 5, pp. 539-558.
8. Hager, W.H. (1992), "Energy Dissipators and Hydraulic Jump", Kluwer Academic Publishers.
9. Henderson, M (1966), "Open Channel Flow", The MacMillan Company, New York.
10. Husain, D.; Alhamid, A.A. and Negm, A.M. (1994), "Length and depth of hydraulic jump in sloping channels", Journal of Hydraulic Research, IARH, Vol. 32, No. 6, pp. 899-910.
11. Kawagoshi, N. and Hager, W.H. (1990), "B-jump in sloping channel II", Journal of Hydraulic Research, IARH, Vol. 28, No. 4, pp. 461-480.
12. Negm, A.M. (1996), "Hydraulic jumps at positive and negative steps on sloping floors", Journal of Hydraulic Research, IARH, Vol. 34, No. 3, pp. 409-420.
13. Ohtsu, I. and Yasuda Y. (1991), "Hydraulic jump in sloping channels", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 7, pp. 905-921.
14. Sotelo, G. (1990), "Salto hidráulico en canales de pendiente mixta", Revista de Ingeniería de la Facultad de Ingeniería, UNAM, pp. 41-62.
15. Sotelo, G. (2002), "Hidráulica de Canales", Facultad de Ingeniería, UNAM.
16. Wanoschek, R. and Hager, W.H. (1989), "Hydraulic jump in trapezoidal channel", Journal of Hydraulic Research, IARH, Vol. 27, No 3, pp. 429-446.

