

00323 A  
76

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

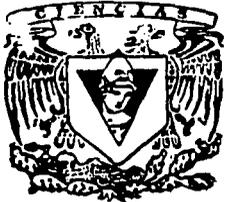


FACULTAD DE CIENCIAS

ANALISIS TERMODINAMICO DE HORNO S DE  
FUNDICION DE ALUMINIO CON ENERGIA  
SOLAR TRANSPORTADA A TRAVEZ DE FIBRAS  
OPTICAS

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
F I S I C O  
P R E S E N T A Y  
SAUL TAPIA SALINAS

DIRECTOR DE TESIS: DR. JESUS ANTONIO DEL RIO PORTILLA



FACULTAD DE CIENCIAS,  
UNAM





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA**  
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:  
"Análisis Termodinámica de Hornos de Fundición de Aluminio con Energía Solar  
Transportada a Través de Fibras Ópticas"

realizado por Tapia Salinas Saul

con número de cuenta 8351462-3 , quién cubrió los créditos de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis  
Propietario

Dr. Jesús Antonio del Río Portilla

Propietario

Dr. Marcos Ley Koo

Propietario

Dr. Oscar Alfredo Jaramillo Salgado

Suplente

Dr. Marco Antonio Martínez Negrete

Suplente

Dr. Federico Vázquez Hurtado

Consejo Departamental de Física



DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE  
Coordinadora de Licenciatura  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

C

**Análisis Termodinámico de Hornos de Fundición de Aluminio con  
Energía Solar Transportada a Través de Fibras Ópticas.**

**Elaborada por: Saúl Tapia Salinas**

**Propuesta para obtener el grado de: Físico**

**Facultad: Ciencias**

**Director de tesis: Dr. Jesús Antonio del Río Portilla**

**Universidad Nacional Autónoma de México**

### **Dedicatoria**

Para ti Norma Leticia Tapia Salinas porque con tu partida perdi parte de mi, y por todos esos momentos emotivos que compartimos, en tu memoria, te dedico este trabajo, a ti, que estas todavia tan presente en mi vida.

## Agradecimientos

A usted Dr. J. Antonio del Rio Portilla le agradezco todo el apoyo que me ha brindado desde aquel momento en que le pedi algún tema para trabajar, y por permitirme trabajar con usted lo que para mi es un gran orgullo le manifiesto nuevamente mi mas profundo y sentido agradecimiento.

A usted Dr. Oscar Alfredo Jaramillo Salgado mi mas sincero agradecimiento por aceptar la revision de mi trabajo, y sobre todo por sus valiosos comentarios sobre la presente tesis, pues con sus sugerencias el trabajo mejoro notablemente, ademas le hago un reconocimiento especial a su trabajo de fibras opticas realizado junto con el Dr. J. Antonio del Rio P. y la Dra. G. Huelsz ya que sin este antecedente mi trabajo no habria sido posible.

mi agradecimiento a usted Dr. Marcos Ley Koo porque cuando cursé termodinamica con usted nos motivaba a realizar trabajos de la fisica con aplicacion hacia ingenieria, y esta sugerencia despertó en mi un placer hacia la fisica aplicada que ha cambiado el rumbo de mi vida. Tambien le doy las gracias por sus valiosas sugerencias hacia el trabajo hecho, pues con estas, se ha mejorado la presentación de mi tesis.

Al Dr. Marco Martinez Negrete y al Dr. Federico Vázquez Hurtado les agradezco el haber aceptado revisar mi trabajo, y el despertar nuevas inquietudes sobre el trabajo desarrollado.



|  |    |
|--|----|
| Nombre de la tesis   |    |
| Dedicatoria  |    |
| Agradecimientos  |    |
| Contenido.....   | 4  |
| Lista de figuras.....  | 7  |
| Resumen.....   | 9  |
| Capítulo 1.  | 11 |
| Introducción.....  | 11 |
| Descripción de los hornos propuestos .....   | 23 |
| Capítulo 2. Marco Teórico.   | 27 |
| 2.1. Conceptos básicos de conducción y transmisión del flujo de calor.....                             | 27 |
| 2.1.1. Campo de temperaturas.....  | 27 |
| 2.1.2. Gradiente de temperaturas.....  | 28 |
| 2.1.3. Concepto de flujo de calor y ley de Fourier para la conducción del calor<br>en los cuerpos..... | 29 |
| 2.1.4. Conductividad térmica en los cuerpos.....   | 30 |
| 2.1.5. Ecuación diferencial de conducción del flujo de calor.....                                      | 31 |
| 2.2. Conducción del flujo de calor en estado estacionario.....   | 33 |
| 2.2.1. Conducción del flujo de calor en estado estacionario a través de una<br>pared plana.....        | 33 |
| 2.2.2. Conducción del flujo de calor en estado estacionario a través de una<br>pared cilíndrica.....   | 38 |
| 2.2.3. Conducción del flujo de calor en estado estacionario a través de una<br>pared esférica.....     | 43 |
| 2.2.4. Diámetro crítico de una pared cilíndrica.....   | 47 |
| 2.3. Transmisión del flujo de calor por convección libre en un volumen<br>limitado.....                | 49 |
| 2.4. Radiación térmica .....   | 53 |
| 2.4.1. Clases de flujos de radiación.....  | 53 |
| 2.4.2. Leyes de la radiación térmica.....  | 57 |
| 2.4.3.- Intercambio de energía radiante entre un sólido y una envoltura.....                           | 59 |
| 2.5. Conceptos básicos y leyes de la termodinámica.....  | 61 |
| 2.5.1. La termodinámica y su método.....   | 62 |
| 2.5.2. Parámetros de estado.....   | 62 |
| 2.5.3. Concepto de transformación.....   | 63 |
| 2.5.4. Concepto de capacidad calorífica.....   | 64 |
| 2.5.5. Ley de conservación y transformación de la energía.....   | 65 |
| 2.5.6. Ley cero de la termodinámica.....   | 65 |
| 2.5.7. Primera ley de la termodinámica.....  | 66 |

2.5.8. Segunda ley de la termodinámica.....66  
 2.5.9. Tercera ley de la termodinámica.....67  
 2.5.10. Entalpia de un cuerpo.....67  
   2.5.10.1. Entalpia de calentamiento.....69  
   2.5.10.2. Entalpia de fusión.....69

Capitulo 3. Análisis Termodinámico de Hornos de Fundición de Aluminio con Energía Solar a Través de Fibra Óptica. 71

3.1. Propuesta de horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía de radiación solar transportada a través de fibras ópticas..... 71  
 3.1.1. Evaluación de la energía necesaria para fundir una masa M de aluminio.....72  
 3.1.2. Determinación de la capacidad del horno.....74  
 3.1.3. Cálculo del crisol del horno.....75  
 3.1.4. Cálculo del aislamiento del crisol del horno.....77  
 3.1.5. Análisis termodinámico del horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas.....78  
   3.1.5.1. Energía de calentamiento del crisol.....78  
   3.1.5.2. Energía de calentamiento de la placa de absorción.....79  
   3.1.5.3. Evaluación de la energía disipada hacia el ambiente en el crisol...80  
   3.1.5.4. Evaluación de la energía de calentamiento del aislamiento del crisol.....84  
   3.1.5.5. Análisis de factibilidad del horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía solar a través de fibras ópticas.....88  
 3.1.6. Cubierta cónica para reducción de la energía disipada al ambiente por la placa de absorción.....90  
 3.2. Propuesta de horno de fundición de aluminio con anillo cónica de cubierta utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas.....91  
 3.2.1. Análisis termodinámico de la función de densidad de energía sobre la placa de absorción.....93  
 3.2.2. Análisis termodinámico de la energía de la radiación de la luz solar, absorbida y reflejada en el anillo cónico y en la placa de absorción.....92  
 3.2.3. Análisis termodinámico del intercambio de energía de radiación térmica entre el cono y la placa de absorción.....96  
 3.2.4. Análisis termodinámico del intercambio de energía de convección entre el anillo cónico y la placa de absorción.....101  
 3.2.5. Evaluación de la rapidez de cambio de la temperatura con respecto al tiempo de la temperatura del anillo cónico de la cubierta.....104  
 3.2.6. Análisis termodinámico de la energía total del horno consumida por los cuerpos que componen el horno, para elevar su temperatura hasta 750° centígrados.....106

|   |     |
|---|-----|
| 3.2.7. Resumen de consumos de la energía y cálculo de la eficiencia del horno.....  | 108 |
| 3.2.8. Sugerencias para mejorar el horno de fundición de aluminio con cubierta de anillo cónico que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.....  | 111 |
| 3.3. Propuesta de horno de fundición de aluminio con cubierta aislante negra que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.....   | 111 |
| 3.3.1. Resultados del análisis termodinámico de la energía total invertida en el horno de fundición de aluminio con cubierta de aislante recubierto en su interior con materiales cerámicos de color negro..... | 112 |
| 3.3.2. Reflexiones de los resultados obtenidos.....   | 116 |
| Capítulo 4. Conclusiones y recomendaciones  | 118 |
| 4.1. Conclusiones.....  | 118 |
| 4.2. Recomendaciones para trabajos futuros.....   | 119 |
| Apéndice .....  | 121 |
| Bibliografía.   | 125 |



|  |    |
|--|----|
| Capitulo 1. Introducción.  |    |
| Figura 1.1. Concentrador parabólico de energía solar y acoplamiento a una fibra óptica. ....   | 13 |
| Figura 1.2. Comportamiento de la temperatura de la fibra óptica a diferentes tiempos, (a) para $r=0$ y (b) para $r=R_n$ para recubrimiento de aluminio en la superficie del espejo parabólico plano.....                 | 21 |
| Figura 1.3. Comportamiento de la temperatura de la fibra óptica a diferentes tiempos, (a) para $r=0$ y (b) para $r=R_n$ para recubrimiento de plata como recubrimiento en la superficie del espejo parabólico plano..... | 22 |
| Figura 1.4. Horno de fundición de aluminio abierto que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas. ....   | 23 |
| Figura 1.5. Horno de fundición de aluminio con cubierta de anillo cónico que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.....  | 25 |
| Figura 1.6. Horno de fundición de aluminio con cubierta de aislante con recubrimiento interior negro y que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.....  | 26 |
| Capitulo 2. Marco Teórico.   | 28 |
| Figura 2.1. Representación geométrica de isoterms en un cuerpo.....  | 28 |
| Figura 2.2. Orden de magnitud de la conductividad térmica de algunos materiales.....   | 31 |
| Figura 2.3. Pared plana homogénea.....   | 35 |
| Figura 2.4. Transmisión de calor a través de una pared plana y homogénea.....  | 36 |
| Figura 2.5. Conducción del flujo de calor a través de una pared cilíndrica.....  | 39 |
| Figura 2.6. Transmisión de calor a través de una pared cilíndrica homogénea.....   | 42 |
| Figura 2.7. Comportamiento de la resistencia $R_T$ con respecto a $d_2$ .....  | 48 |
| Figura 2.8. Flujo libre de aire en un espacio cerrado.....   | 50 |
| Figura 2.9. $\epsilon_c$ con flujo libre en un espacio cerrado.....  | 52 |
| Figura 2.10. Determinación del flujo neto de calor.....  | 56 |
| Figura 2.11. Representación grafica de la ley de planck.....   | 58 |
| Figura 2.12. Diagrama de un sistema de radiación con una envoltura.....  | 60 |
| Figura 2.13. Curva de la entalpia en un cuerpo como función de la temperatura.....   | 70 |
| Capitulo 3. Análisis Termodinámico de Hornos de Fundición Aluminio con Energía Solar Transportada a Través de Fibras Ópticas.  |    |
| Figura 3.1. Horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas.....   | 71 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 3.2. Sistema de concentración de energía de radiación solar por medio de espejos parabólicos, y transporte a través de fibras ópticas.....  | 72  |
| Figura 3.3. Crisol del horno y placa de absorción de energía de radiación de la luz solar.....   | 77  |
| Figura 3.4. Crisol con aislamiento del horno solar abierto de fundición de aluminio.....   | 78  |
| Figura 3.5. $Q_{pec}$ es la energía disipada en el cilindro lateral, $Q_{pec}$ es la energía disipada en la base del crisol, $Q_{pec}$ es la energía disipada en la esquina del crisol, $Q_{ppa}$ es la energía disipada en la placa de absorción..... | 81  |
| Figura 3.6. Zonas en que se divide el aislamiento para evaluación de la energía de calentamiento.....  | 84  |
| Figura 3.7. Comportamiento del flujo luminoso, entrada de energía al cono del horno e interacción con la placa de absorción de una fibra óptica.....   | 90  |
| Figura 3.8. Horno solar con cubierta de anillo cónico y entrada de energía solar a través de fibra óptica.....   | 92  |
| Figura 3.9. Rayo de luz y su reflexión sobre el cono del horno.....  | 94  |
| Figura 3.10. Horno de fundición de aluminio con cubierta aislante con recubrimiento delgado de color negro utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas.....   | 111 |
| Figura 3.11. Horno de fundición de aluminio con cubierta de aislante recubierto de color negro en su interior y utilizando energía de radiación solar transportada mediante fibras ópticas.....  | 115 |
| Figura Ap.1 Cubo de control en coordenadas cartesianas para deducción de la ecuación de conducción del calor. ....   | 122 |

## Resumen

En la actualidad los energéticos atraviesan una situación crítica lo que está siendo causa de tensiones políticas mundiales, los precios de los energéticos principales gas y petróleo es altamente inestable lo que genera mucha incertidumbre en los sectores de la manufactura mundial. Adicional a lo anterior estos recursos son no renovables por lo que finalmente se terminarán más rápido en tanto más altos sean los consumos. Así es necesario que se busquen y encuentren alternativas para sustituir estos energéticos no renovables en los procesos industriales por otros energéticos renovables como es el caso que vamos a desarrollar en nuestro trabajo. Aquí vamos a presentar una aplicación de la física al aprovechamiento de energías alternas renovables, la energía que utilizaremos será la energía de radiación solar aplicada a procesos de fundición.

En este trabajo vamos a presentar tres propuestas de hornos de fundición de aluminio utilizando energía de solar transportada a través de fibras ópticas, las propuestas se analizarán desde el punto de vista termodinámico.

Nuestra primera propuesta es un horno de fundición de aluminio que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas de 5 mm de diámetro de su núcleo. Para esta propuesta presentaremos y propondremos un arreglo de espejos montados en un soporte mecánico, el cual tiene un equipo electrónico de seguimiento de la imagen del sol de dos ejes. Las fibras ópticas se acoplan cada una a un espejo parabólico, y se juntan en un manojo de fibras, este manojo de fibras ópticas transporta la energía solar hasta el horno solar abierto de fundición de aluminio. En el horno, los rayos del flujo de luz solar inciden sobre la placa de absorción del horno abierto dejando en esta placa el 96% de la energía que transportan. La placa de absorción cubre al aluminio en polvo contenido en un crisol y le transmite al aluminio y demás elementos que componen el horno, parte de la energía que absorbió. Con este proceso se inicia el calentamiento del aluminio y de los elementos que componen el horno, y finalmente después de un tiempo aproximado de 5 horas la fusión del aluminio se completa. De nuestro análisis se obtuvo que la fusión de 14.715 kg de aluminio en este horno es posible y necesita de sólo 67 fibras ópticas de 5 mm de diámetro. Los elementos del horno son diseñados por medio de análisis termodinámico también.

La segunda propuesta es un horno de fundición de aluminio con una cubierta de anillo cónico con aislamiento exterior al anillo, y el anillo está sobre la placa de absorción. Los elementos de captación de energía solar y transmisión son los mismos que en el horno abierto. Se realiza un análisis termodinámico al horno y se encuentran varias conclusiones importantes. Entre estas conclusiones están las siguientes: el principal mecanismo de transferencia de energía entre placa de absorción y la cubierta es la radiación; la transferencia de energía por convección entre la placa de absorción y anillo cónico de la cubierta es despreciable; la

diferencia de temperatura entre placa de absorción y anillo cónico de la cubierta es de un máximo de aproximadamente 24°C. Dentro de la cubierta se da un fenómeno de reequilibramiento de la temperatura entre placa de absorción y el anillo de cubierta por lo que es indistinto el lugar donde se introduce el flujo luminoso al horno si la cubierta tiene un coeficiente de absorción de la radiación similar al coeficiente de absorción de radiación de la placa de absorción.

La última propuesta es similar a la segunda propuesta, la única diferencia es la eliminación del anillo cónico y éste se sustituye por una película de un recubrimiento cerámico delgado pintado de color negro de alta temperatura.

Esta propuesta tiene mejoras respecto al horno abierto, y también mejora al horno de cubierta de anillo cónico, por lo que puede considerarse una mejor alternativa que las dos primeras propuestas de hornos de fundición de aluminio. De las mejoras con respecto al horno abierto se tiene: tiene más seguridad de operación, pues no hay contacto directo entre el operario y los elementos del horno con altas temperaturas; tiene mayor estabilidad al ambiente que el horno abierto de fundición de aluminio pues el horno abierto se incrementa el valor del coeficiente de transferencia de calor si existen corrientes de aire lo que cambiaría nuestras evaluaciones.

Las mejoras del horno de fundición de la última propuesta con respecto al horno de fundición de aluminio de anillo cónico tiene las siguientes ventajas: la energía utilizada en el calentamiento del anillo cónico se reduce a un valor despreciable; se mejora la eficiencia del horno de fundición de cubierta aislante; se reduce la energía de operación. Estas características presentadas nos hacen preferir esta propuesta contra las dos primeras.

Por último presentamos las características de los aislantes y refractarios que mejorarían el diseño de los hornos.

## Capítulo I. Introducción.

El costo de los energéticos se ha elevado en los últimos tiempos, el petróleo tiene una alta sensibilidad a los cambios políticos mundiales y nacionales lo que hace que su precio cambie continuamente, la energía eléctrica y demás energéticos comparten las variaciones del petróleo. Adicional a esto la contaminación ambiental que la combustión de estos energéticos produce, hace muy deseable la sustitución de estos combustibles en los procesos industriales, por otros que no tengan estos inconvenientes en particular el uso de la energía solar para fundición de metales, que desarrollamos en este trabajo, es un ejemplo de una nueva forma de producir.

La técnica de fundición de aluminio ya es dominada, y se usa ampliamente para producir diferentes objetos, algunos son artesanales y otros industriales.

De los objetos industriales algunos son envases para bebidas, estos envases se tiran a la basura convirtiéndose en contaminantes, estos envases de aluminio, se pueden recuperar y posteriormente fundirse, con el fin de utilizar el aluminio fundido en piezas útiles ya sean artesanales o industriales, evitando así contaminación al ambiente.

En Morelos se cuenta con largas temporadas de radiación solar, ésto es una gran ventaja si se encuentra un uso técnico directo de la energía solar. Los energéticos en el estado tienen precios muy elevados tanto en gas LP como en energía eléctrica que son los principales energéticos utilizados para fundición. El crecimiento demográfico de Morelos ha sido muy elevado en los últimos años, lo que provoca consumo de materiales desechables como bebidas se tengan en abundancia. Por tanto el desarrollo de un horno solar de fundición de aluminio que utiliza desechos está justificado, pues presenta grandes ventajas como:

- 1.- No consume energía derivada del petróleo, reduciendo contaminación ambiental.
- 2.- Los costos de operación serán bajos al consumir energía de bajo costo.
- 3.- Se reprocesa aluminio desechado.
- 4.- Se producen artículos de uso doméstico ó artesanal lo que beneficia a quien los produce en lo económico y los clientes en la oportunidad de obtener éstos.

Son estas ventajas lo que justifica el desarrollo del proyecto de diseño de un horno solar de fundición de aluminio.

Antes de continuar vamos a presentar brevemente los trabajos realizados para aprovechar la energía solar concentrada por espejos parabólicos y conduciendo esta energía a través de fibras ópticas (esta revisión esta basada en Jaramillo 1999).

El transporte de energía de radiación solar a través de guías de luz o fibras ópticas se propuso por Robieux, desde 1975, quien fue el primero que sugirió el uso guías de luz rígidas asociadas con grandes espejos parabólicos. El siguiente año, un

estudio teórico realizado por Kato y Nakamura (Kato y Nakamura, 1976) predijo que el transporte de la energía solar a diez metros de longitud en una fibra óptica de silicio tendría un promedio de atenuación de 6%. En 1982, Cariou experimentalmente analizó el rendimiento de fibras ópticas asociadas a pequeños espejos parabólicos. Él encontró que este módulo puede entregar una energía de 2 W con una eficiencia total de 70%. En los años 80's, A. Cutolo e I. Rendina reportaron un diseño de colectores dieléctricos para aplicaciones de energía solar. Ellos construyeron y estudiaron fibras ópticas no uniformes. En 1997, D. Liang y L. Fraser Montero propusieron dos grupos de fibras ópticas con 19 fibras ópticas de 1.5 mm. De diámetro de cada una, con dos espejos en un soporte mecánico con mecanismo de seguimiento de dos ejes. En ese trabajo ellos reportaron una intensidad incidente de  $650 \text{ W/m}^2$ , cada espejo capturó 143 W de energía solar, obtuvieron una eficiencia de 70%. En 1998, Liang y Fraser concentraron radiación en una fibra óptica y transportó una energía de 60 W con una eficiencia de 60%.

Dado que una de las principales preguntas en el sistema de transporte de energía de radiación solar es; que cantidad de energía se transporta en la fibra óptica antes de cambiar sus propiedades físicas, entonces en 1998 O.A. Jaramillo y J.A. del Rio presentaron un trabajo sobre un modelo para el comportamiento térmico en fibras ópticas. En el año 2000, O.A. Jaramillo y J.A. del Rio realizaron un estudio para revisar los valores de los coeficientes de absorción lineal y no lineal en fibras ópticas de silicio de alta pureza. En el año 2002, O.A. Jaramillo presentó un estudio teórico y experimental del comportamiento térmico de la transmisión de energía radiativa en fibras ópticas y mostró que una fibra óptica puede transportar energía durante 5 horas a pleno sol, así también que los estudios previos son adecuados.

Estos son los trabajos previos que anteceden al presente estudio, vamos a aprovecharlos y desarrollar el horno solar de fundición de aluminio.

En este trabajo, vamos a plantear el objetivo siguiente:

**Analizar y diseñar un horno de fundición de aluminio utilizando en este horno energía solar transportada por fibras ópticas.**

El trabajo está dividido en 4 capítulos, en el primer capítulo se presenta la revisión bibliográfica de los trabajos que anteceden al presente, se ubica el problema, se presenta el objetivo y el alcance de esta investigación. Así también se realizará una revisión del sistema de concentración de energía de radiación solar y su transporte por medio de fibras ópticas propuesto por O. A. Jaramillo (Jaramillo, 1998 y Jaramillo, 2000).

El segundo capítulo mostrará el marco teórico, esto contempla, los conocimientos

teóricos necesarios para el análisis del comportamiento termodinámico.

En el tercer capítulo se realizará un análisis termodinámico de los hornos de fundición de aluminio propuestos que utilizarán energía de radiación solar transportada a la entrada del horno a través de fibras ópticas, después del análisis termodinámico se proponen mejoras al horno de fundición para la tercer y definitiva propuesta.

Y por último en el capítulo cuatro se presenta las conclusiones finales, la comparación de los resultados con el objetivo planteado y las recomendaciones para trabajos futuros.

Vamos también en ésta introducción a presentar un resumen del trabajo de investigación de Jaramillo sobre concentración de energía solar por un espejo parabólico y el transporte de ésta energía por medio de una fibra óptica. Este trabajo es muy importante para nuestro desarrollo debido a que vamos a utilizar la unidad de concentración por espejo parabólico y transporte por una fibra óptica, propuesto por él.

Descripción del concentrador parabólico de energía de radiación solar y transporte a través de fibra óptica (Jaramillo et al., 1999).

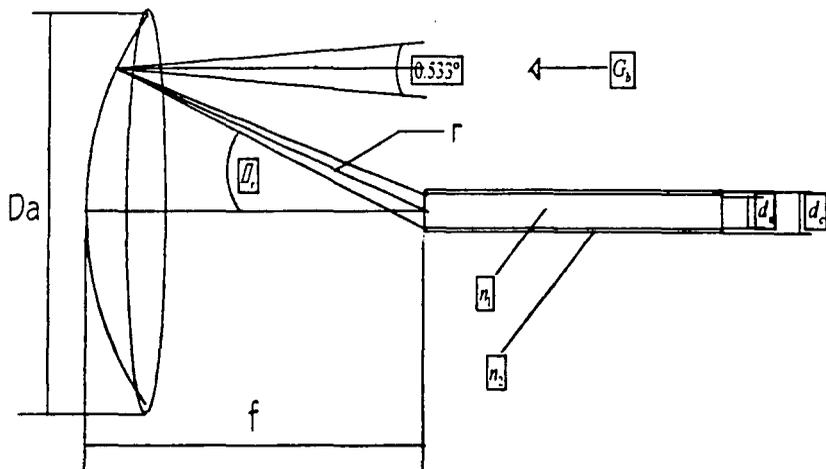


Figura 1.1. Concentrador parabólico de energía solar y acoplamiento a una fibra óptica (Jaramillo et al., 2000).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En la figura 1.1 se puede ver las partes de el concentrador de energía solar, éste se compone de un espejo parabólico, que recibe los rayos de luz del sol y los refleja en el foco de la parábola, el espejo parabólico tiene un diámetro  $D_a$ , la superficie está pulida, y tiene un recubrimiento de plata, o de aluminio. Debido a esto se tiene una alta eficiencia de reflexión de la luz solar. En el foco del paraboloide se acopla una fibra óptica, que transportará la energía de la luz hasta una distancia  $L$ , la fibra óptica tiene un núcleo con diámetro  $d_n$ , una coraza de diámetro  $d_c$ , y una protección con diámetro  $d_p$ .

El flujo de luz solar  $G_s$  es interceptado por el espejo parabólico, el flujo  $G_b$  llega al espejo con un ángulo  $\alpha = 533^\circ$  producido por el ancho del disco solar, con este ángulo se forma un cono de luz, este cono de luz se refleja en el foco del paraboloide, y es el diámetro máximo del cono reflejado, el que se acopla al diámetro  $d_n$  de la fibra óptica.

La fibra óptica es de un núcleo de  $SiO_2$  de alta pureza, el núcleo tiene un índice de refracción  $n_1$ , este núcleo tiene una cubierta de  $SiO_2$  dopado, esta cubierta tiene un diámetro  $d_c$ , y un índice de refracción  $n_2$ , si llamamos  $n_3$  al índice de refracción del aire, entonces se tiene que para que ocurra reflexión interna total es necesario que el ángulo de incidencia  $\theta$ , cumpla con la ecuación siguiente:

$$\theta \leq \arcsin\left(\frac{1}{n_3} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right) \quad (1.1)$$

si se elige el diámetro de la fibra  $d_n$ , y conociendo del fabricante los valores de  $n_1$  y  $n_2$ , se determina el ángulo máximo para  $\theta$ . Con esto los demás parámetros del sistema quedan determinados.

Para encontrar el punto focal óptimo se desarrolla un análisis matemático considerando el ángulo de reflexión de los rayos de luz, el flujo de energía luminosa, la reflexión de los rayos luminosos del espejo parabólico, el valor de  $\Phi_{rm}$ , y los parámetros geométricos del espejo y fibra óptica. Así como las características particulares del espejo como reflectividad, grado de pulido del espejo etc., con todo esto se realiza un análisis matemático acoplado todo el flujo recibido por el espejo parabólico al núcleo de la fibra óptica, y considerando las reflectividades del espejo parabólico y la fibra óptica, obteniendo con esto la relaciones para el foco óptimo y la energía luminosa en el exterior de la fibra como:

$$f = \frac{d_n \text{ sen } \Phi_{rm} \cos(\Phi_{rm} + .267^\circ)}{4 \text{ sen}(.267^\circ) \tan \frac{\Phi_{rm}}{2}} \quad (1.2)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

donde  $f$  es el punto focal óptimo. Entonces el flujo de energía que concentra el espejo parabólico plano esta dado mediante la relación (Siegel y Howell, 1981);

$$Q = \pi f^2 \rho_r q_s (\text{sen}^2 \Phi_{r,m} - \text{sen}^2 \Phi_{r,\text{min}}). \quad (1.3)$$

Donde  $\Phi_{r,m}$  es el ángulo al borde del espejo,  $\Phi_{r,\text{min}}$  es el ángulo de sombra de la fibra óptica,  $f$  la distancia focal,  $\rho_r$  es la reflectividad de la superficie del espejo parabólico, y  $q_s$  es la densidad de energía por unidad de área y por unidad de tiempo que llega del sol, 0.267 es la mitad del ángulo de incidencia del flujo luminoso sobre el espejo parabólico plano debida a la imagen del sol.

Ahora revisaremos el comportamiento de la energía a través de la fibra óptica.

Si se supone que existe una imagen perfecta del sol sobre el plano focal, es decir se tiene un concentrador ideal entonces esto quiere decir que;  $\Phi_{r,\text{min}} = 0$  y la ecuación 1.3 toma la forma siguiente:

$$Q = \pi f^2 \rho_r q_s \text{sen}^2 \Phi_{r,m}. \quad (1.4)$$

Ésta es la energía antes de entrar a la fibra óptica en el punto focal.

La energía que entra a la fibra es:

$$Q_e = (1 - \rho_f) Q. \quad (1.5)$$

Donde  $\rho_f$  es la reflectividad de la fibra óptica, si sustituimos el valor de  $Q$  de la ecuación 1.4 en la ecuación 1.5 obtenemos la siguiente relación:

$$Q_e = (1 - \rho_f) \pi f^2 \rho_r q_s \text{sen}^2 \Phi_{r,m} \quad (1.6)$$

La reflectividad  $\rho_f$  en la cara de entrada de la luz en la fibra óptica relaciona las pérdidas de energía del flujo luminoso al pasar de un medio con índice  $n_1 = 1$ , a un medio con índice de refracción  $n_2$ .

Para una reflexión de la luz a la entrada de la fibra óptica no polarizada,  $\rho_f$  se determina por las leyes de Snell y Fresnell como:

$$\rho_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\tan^2 \left\{ \arcsen \left( \frac{\text{sen} \theta}{n_1} - \theta \right) \right\}}{\tan^2 \left\{ \arcsen \left( \frac{\text{sen} \theta}{n_1} + \theta \right) \right\}} + \frac{\text{sen}^2 \left\{ \arcsen \left( \frac{\text{sen} \theta}{n_1} - \theta \right) \right\}}{\text{sen}^2 \left\{ \arcsen \left( \frac{\text{sen} \theta}{n_1} + \theta \right) \right\}} \right). \quad (1.7)$$

y la transmisión de energía a través de la fibra óptica tiene un comportamiento

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN

como sigue; La luz solar en la fibra óptica se comporta de acuerdo con la ley de Bouguer:

$$dQ_e = -\alpha Q_e dz. \quad (1.8)$$

Donde  $Q_e$  es la energía de la luz en la entrada de la fibra óptica y no depende del tiempo,  $z$  es la coordenada a lo largo de la fibra óptica,  $\alpha$  es el coeficiente de absorción de energía luminosa, entonces resolviendo la ecuación diferencial de  $z=0$  a  $z=z$  tenemos :

$$Q_f(z) = Q_e(0) \text{Exp}[-\alpha z], \quad (1.9)$$

donde  $Q_e(0)$  es el flujo de energía a la entrada de la fibra óptica,  $Q_f(z)$  es la energía en cualquier punto  $z$  de la fibra óptica.

Si sustituimos el valor de  $Q_e(0) = Q_e$  donde  $Q_e$  es la relación 1.6 se obtiene la siguiente relación :

$$Q_f(z) = (1 - \rho_f) \pi r_s^2 \rho_s q_s (\text{sen}^2 \Phi_{rm}) (\text{Exp}(-\alpha z)), \quad (1.10)$$

en ésta relación  $z$  es la coordenada a lo largo de la fibra óptica?

Queda así determinada la relación para evaluar la energía en la fibra óptica para cualquier longitud  $z=L$ .

Con esto podemos conocer la cantidad de energía que estará disponible para algún proceso a cualquier distancia  $L$  del punto de concentración.

Ahora mostraremos las eficiencias del sistema espejo parabólico-fibra óptica se definen como se presentan a continuación; se define la eficiencia de concentración (Simon, 1958) como:

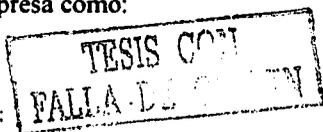
$$\eta_c = \rho_e \frac{\text{sen}^2 \Phi_{rm}}{4 \tan \frac{\Phi_{rm}}{2}} \quad (1.11)$$

en la relación 1.11  $\eta_c$  es la eficiencia de concentración,  $\rho_e$ ,  $\Phi_{rm}$ , fueron definidos ya anteriormente.

La eficiencia de transmisión se define como:

$$\eta_t = \frac{Q_f(L)}{Q_f(0)}. \quad (1.12)$$

por lo tanto la eficiencia de transmisión se expresa como:



$$\eta_t = \text{Exp}(-\alpha L). \quad (1.13)$$

La eficiencia desde la concentración de energía luminosa del sol hasta la salida de energía en el final de la fibra óptica es:

$$\eta_{ct} = \eta_c \eta_t, \quad (1.14)$$

donde  $\eta_{ct}$  es la eficiencia del sistema espejo-fibra óptica,  $\eta_c$  es la eficiencia de concentración,  $\eta_t$  es la eficiencia de transmisión de la fibra óptica.

Sustituyendo los valores de  $\eta_c$ , y  $\eta_t$  obtenemos la siguiente relación:

$$\eta_{ct} = \rho_s \frac{\sin^2 \Phi_{rm}}{4 \left( \tan \frac{\Phi_{rm}}{2} \right)} (\text{Exp}(-\alpha L)). \quad (1.15)$$

el valor para  $\alpha$  es reportado con un valor  $\alpha = 0.01 \text{ m}^{-1}$  (Jaramillo, 2000) para la fibra óptica de silicio de alta pureza, los demás parámetros fueron ya definidos.

Como una de las preguntas principales para el transporte de energía de radiación solar es; conocer, cuantas horas puede trabajar una fibra óptica antes de alcanzar la temperatura de 400°C (Polymicro Technologies, 1995), entonces revisaremos el comportamiento térmico para la fibra óptica.

En el análisis térmico de la fibra óptica realizado por Jaramillo en el año 2000, determinó la evolución de la temperatura en la fibra óptica, y comparó la evolución de la temperatura en el interior de la fibra óptica contra el valor máximo de temperatura que soporta la fibra sin dañarse que reporta el fabricante (400°C) (polymicro Technologies, 1995).

Siguiendo a Jaramillo (Jaramillo et al., 1998) realizaremos un análisis del comportamiento térmico, en éste análisis se presenta la ecuación de la energía para una interacción de conducción y radiación simultáneamente en la fibra óptica que se expresa como (Özisik, 1993):

$$-\nabla \cdot (q_c + q_r) + F(r, z, t) = \rho C_p \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t}, \quad (1.16)$$

$q_c$  y  $q_r$  son vectores de flujo de convección y radiación respectivamente,  $F(r, z, t)$  es la representación de la ó las fuentes de energía interna por unidad de volumen y por unidad

de tiempo en el medio,  $T$  es la temperatura y  $r$  es el vector de posición,  $\rho$  es la densidad de masa de la fibra de vidrio,  $C_p$  es el calor específico del calor de la fibra óptica y  $t$  es el tiempo.

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN

De acuerdo con la ley de Fourier para conducción del calor (Isachenko, 1973), el vector  $q_c$  es representado como :

$$q_c = -k \nabla T(r, z, t) \quad (1.17)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del núcleo de la fibra óptica. El vector del flujo de radiación es determinado por la solución de la ecuación de transferencia radiativo para un medio isotrópico :

$$\nabla \cdot q_r = \alpha (4\sigma T^4 - G), \quad (1.18)$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann,  $G$  es la intensidad de la radiación incidente, y  $\alpha$  es el coeficiente de absorción de radiación.

En la ecuación 1.18 para este caso se tiene que  $G \gg 4\sigma T^4$  por lo tanto se puede desprestigiar el término  $4\sigma T^4$ , además como ya vimos anteriormente la energía luminosa se comporta de forma tal que se propaga a lo largo del eje  $z$ , las componentes en las direcciones de  $r$  y  $\theta$  se pueden desprestigiar, esto es válido para pequeños ángulos de aceptación  $\theta$ , por tanto se tiene que:

$$q_z = G(r, z, t) \hat{e}_z, \quad (1.19)$$

y como  $q_c$  es igual a  $q_r$  por tanto expresamos  $q_c$  como :

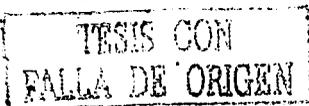
$$q_c = q_z(r, z, t) = G(r, 0, t) \text{Exp}(-\alpha z) \hat{e}_z \quad (1.20)$$

donde  $G(r, 0, t) = Q_f(0)$ .

Con la finalidad de obtener el peor caso en el comportamiento térmico de la fibra óptica, y como resultado de las imágenes elípticas de la reflexión en el espejo parabólico, así como las imperfecciones del espejo, se propone una distribución radial gaussiana a la entrada de la fibra óptica como (Jaramillo, 1998):

$$q_c = Q_c \left[ \frac{a \text{Exp} \left( -A \left[ \frac{r}{R_n} \right]^2 \right)}{\pi R_n^2 \{1 - \text{Exp}(-A)\}} \right] \quad (1.21)$$

donde  $r$  es la coordenada radial,  $R_n$  el radio del núcleo,  $A$  es la amplitud de la distribución,  $Q_c$  es igual a  $Q_f(0)$ , sustituyendo las relaciones 1.17, 1.20, y 1.21 en la relación 1.16 obtenemos la siguiente relación:



$$-\nabla \cdot (-k \nabla T(r, z, t)) - \nabla \cdot \left[ G(r, 0, t) \text{Exp}(-\alpha z) e_z \right] + F(r, z, t) = \rho C_p \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t},$$

(1.22)

al tomar en cuenta que para este caso,  $G(r, 0, t)$  es igual a  $Q_s(0)$ , y como no hay fuentes de calor dentro de la fibra entonces  $F(r, z, t) = 0$  y la ecuación de conducción del calor la podemos expresar como:

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = a_D \nabla^2 T(r, z, t) + \frac{a_D}{k} g(r, z), \quad (1.23)$$

en la relación 1.23 hemos considerado  $a_D = \frac{k}{\rho C_p}$  es la difusividad térmica de la fibra óptica y  $g(r, z)$  está dada como:

$$g(r, z) = \text{sen} \phi_{nm} \left( \pi^2_0 (1 - \rho_f) \left( \int_0^{\epsilon} \alpha_\lambda \rho_{e\lambda} G_{h\lambda} \text{Exp}[-\alpha_\lambda z] d\lambda \right) \right) \left( \frac{A \text{Exp} \left\{ -A \left[ \frac{r}{Rn} \right]^2 \right\}}{\pi Rn^2 [1 - \text{Exp}(-A)]} \right),$$

(1.24)

La dependencia de la longitud de onda se ha hecho explícita dentro de la integral para los parámetros,  $\alpha$ ,  $\rho_e$ , y  $G_b$ .

La ecuación 1.22, 1.23, y 1.24 están definidas para:

$$0 \leq r \leq R_n \quad 0 \leq z \leq L \quad t > 0$$

y donde  $R_n$  es el radio del núcleo de la fibra óptica, y  $L$  es el final de la longitud de la fibra óptica.

Las condiciones de frontera son:

$$k \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} = R_{eff} (T_\infty - T(r, z, t)) \quad \text{en } r = R_n \quad 0 \leq z \leq L \quad t > 0 \quad (1.25)$$

$$-k \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} = h (T_\infty - T(r, z, t)) \quad \text{en } z = 0 \quad 0 \leq r \leq R_n \quad t > 0 \quad (1.26)$$

TESIS CON  
FALLA DE EMERGEN

$$k \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} = h(T_z - T(r, z, t)) \quad \text{en } z = L, \quad 0 \leq r \leq R_n, \quad t > 0, \quad (1.27)$$

donde  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor entre la fibra y el aire,  $T_z$  es la temperatura ambiente, y  $R_{eff}$  es la resistencia térmica efectiva para cilindros concéntricos,  $R_{eff}$  considera la resistencia de la protección, la cubierta, y el núcleo de la fibra óptica. La relación que describe  $R_{eff}$  es :

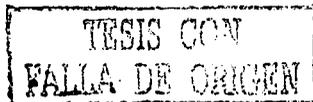
$$R_{eff} = R_2 \left[ \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{k_2} + \frac{\ln\left[\frac{R_1}{R_n}\right]}{k_1} + \frac{1}{hR_2} \right], \quad (1.28)$$

donde  $R_1$ ,  $k_1$  y  $R_2$ ,  $k_2$  son el radio y la conductividad térmica de la cubierta respectivamente, y  $R_n$  y  $h$  son el radio y la conductividad térmica de la protección.

La solución de las relaciones 1.23 a la 1.28 son las que dan el comportamiento térmico de la fibra óptica.

| <i>Fibra óptica</i>                                     | <i>Paraboloide de revolución</i> |
|---|----------------------------------|
| $R_n = 0.0025 \text{ m}$                                | $R_f = 0.0025 \text{ m}$         |
| $\theta = 12^\circ$                                     | $D_s = 0.218 \text{ m}$          |
| $\rho_f = 0.04$   | $f_0 = 0.519 \text{ m}$          |
| $k = 1.71 \text{ W/m}^\circ \text{K}$                   | $\phi_f = 12^\circ$              |
| $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$                            | $\phi_{\min} = 0^\circ$          |
| $c_p = 1026 \text{ J/kg}^\circ \text{K}$                | $\delta = 0$                     |
| $\alpha_D = 7.5757 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ | $c_{\max} = 1900$                |
| $k_1 = 1.51 \text{ W/m}^\circ \text{K}$                 | $h = 10 \text{ W/m}^2 \text{K}$  |
| $k_2 = 0.35 \text{ W/m}^\circ \text{K}$                 |                                  |
| $R_1 = 0.003 \text{ m}$                                 |                                  |
| $R_2 = 0.0035 \text{ m}$                                |                                  |

Tabla 1.1. Valores de datos de fibra óptica, paraboloide y los valores de frontera de esta considerados. (Jaramillo et al., 1998)



Introduciendo los valores de la tabla 1.1 estas relaciones fueron resueltas por métodos numéricos por Jaramillo et al 1998 y se obtuvieron los resultados que son mostrados en las graficas de las figuras 1.2 y figura 1.3.

En las Figuras 1.2, y 1.3 se muestra que  $T(r, z, t)$  alcanza la temperatura crítica en los primeros 50 cms. de longitud de la fibra óptica y en el centro de la fibra óptica.

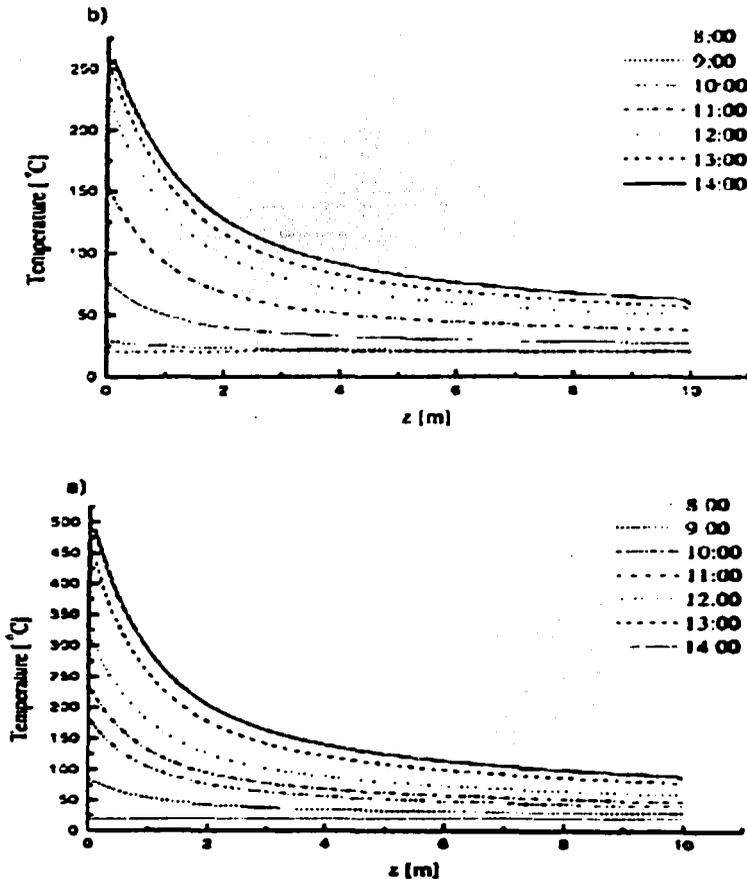


Figura 1.2. Comportamiento de la temperatura de la fibra óptica a diferentes tiempos, (a) para  $r=0$  y (b) para  $r=R$ , para recubrimiento de aluminio en la superficie del espejo parabólico plano, (Tomada de Jaramillo et al., 1998).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

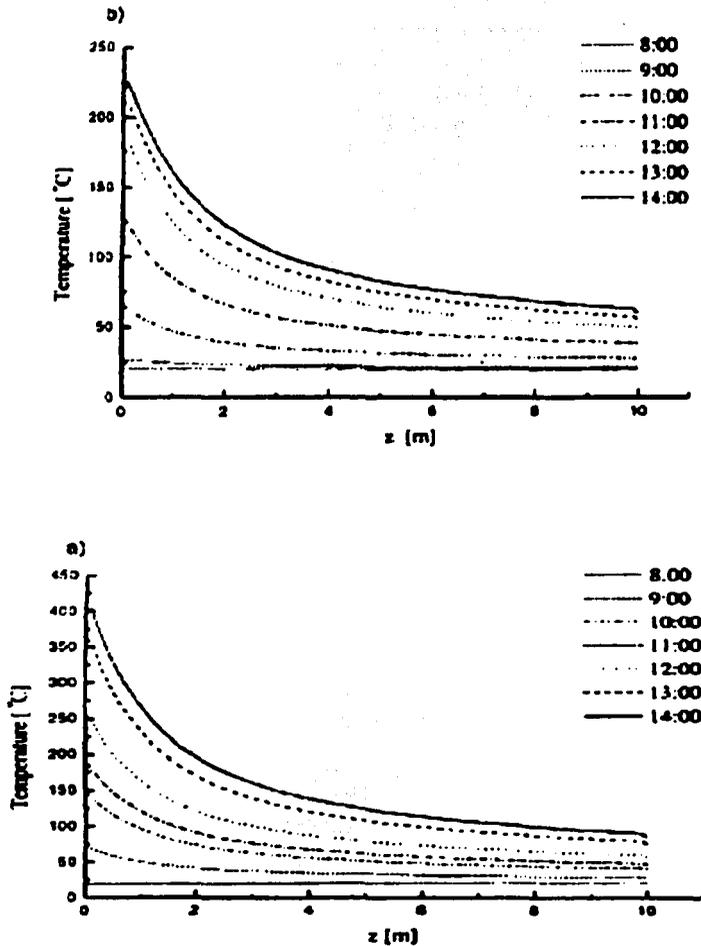


Figura 1.3. Comportamiento de la temperatura de la fibra óptica a diferentes tiempos, (a) para  $r=0$  y (b) para  $r=R$ , para recubrimiento de plata como recubrimiento en la superficie del espejo parabólico plano, (Tomada de Jaramillo et al., 1998).

Se puede observar cuando se usa plata como superficie reflectora en el espejo parabólico, se alcanza la temperatura crítica a las 6 hrs. en el centro de la fibra óptica, y cuando en el espejo se usa aluminio como superficie reflectora del espejo la temperatura crítica se alcanza a sólo 5 hrs. de inicio de trabajo de la fibra óptica en el centro de la fibra también.

La eficiencia total del sistema se reportó de un 87.8 % para aluminio como superficie reflectora del espejo y de 88.4 % para superficie reflectora con plata.

La capacidad del par espejo parabólico-fibra óptica tiene una capacidad de 26.2W para plata y de 25.9W para aluminio a la salida de la fibra óptica a 10 m de longitud.

Esto último lo vamos a aprovechar para realizar el desarrollo de un horno solar de fundición de aluminio.

En este trabajo vamos a diseñar y analizar por medio de análisis termodinámico tres hornos de fundición de aluminio utilizando energía solar transportada por medio de fibras ópticas. A continuación haremos una descripción breve del diseño de los tres hornos.

### Horno solar de fundición de aluminio abierto que utiliza la energía solar transportada a través de fibras ópticas.

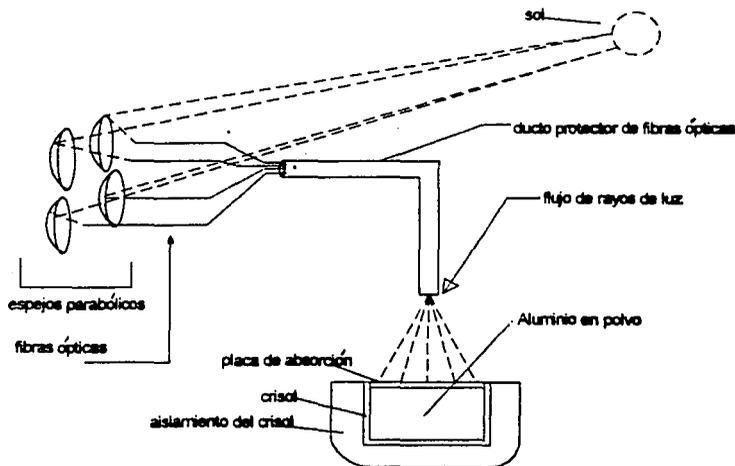


Figura 1.4. Horno de fundición de aluminio abierto que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En este horno como en las otras dos propuestas la concentración de energía y su transporte hasta el horno se llevan a cabo por el sistema descrito en esta introducción: espejo parabólico y fibra óptica, el número de fibras ópticas utilizado en cada horno propuesto es distinto, aunque de inicio proponemos un número fijo para iniciar el diseño, el esquema propuesto para este horno se muestra en la figura 1.4.

Como se muestra en la figura 1.4 se tiene al final de las fibras ópticas una separación entre el horno y las fibras ópticas, esta separación permite que los rayos de luz choquen con toda la superficie de la placa de absorción de manera uniforme dejando en esta placa de absorción un alto porcentaje de la energía que las fibras ópticas transportaron hasta este punto, la parte de la energía que no se absorbe en la placa de absorción se refleja hacia el ambiente, la energía que se absorbe en la placa de absorción incrementa la energía interna de la placa incrementando la temperatura de esta placa y transfiriendo por la diferencia de temperaturas entre la placa y el aluminio en polvo energía al aluminio en polvo y disipando otra parte al ambiente por conducción y por radiación. Cuando la temperatura del aluminio en polvo alcanza la temperatura de fusión del aluminio,

se inicia la fusión del aluminio, posterior a la total fusión del aluminio se deja incrementar la temperatura del aluminio hasta una temperatura de 750 °C y se suspende el proceso de trabajo de fusión en el horno. El horno abierto se compone entonces de; el sistema de concentración y transporte de la energía solar que son los espejos parabólicos y fibras ópticas, el crisol del horno con su aislamiento, la placa de absorción que se encuentra sobre el aluminio, y el aluminio en polvo para fundición.

### **Horno de fundición de aluminio con cubierta de anillo cónico que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.**

En esta segunda propuesta buscamos mejorar la eficiencia de la primera propuesta así también desarrollar un horno con mayor seguridad para la operación, el horno de fundición solar de cubierta cónica que transporta su energía a través de fibras ópticas se muestra en la figura 1.5, en esta se puede ver que el sistema de concentración y transporte de la energía solar es el mismo que en la primera propuesta, así también el crisol con su aislamiento, lo mismo que la placa de absorción, la diferencia con respecto a la primera propuesta es la cubierta de anillo cónico con su aislamiento exterior a este anillo esta cubierta tiene la finalidad de reducir la energía disipada al ambiente de la placa de absorción por radiación, por conducción, con esto se mejora la eficiencia del horno de la primera propuesta. La cubierta de anillo cónico cambia el comportamiento del horno en cuanto a sus características de diseño y de operación termodinámica.

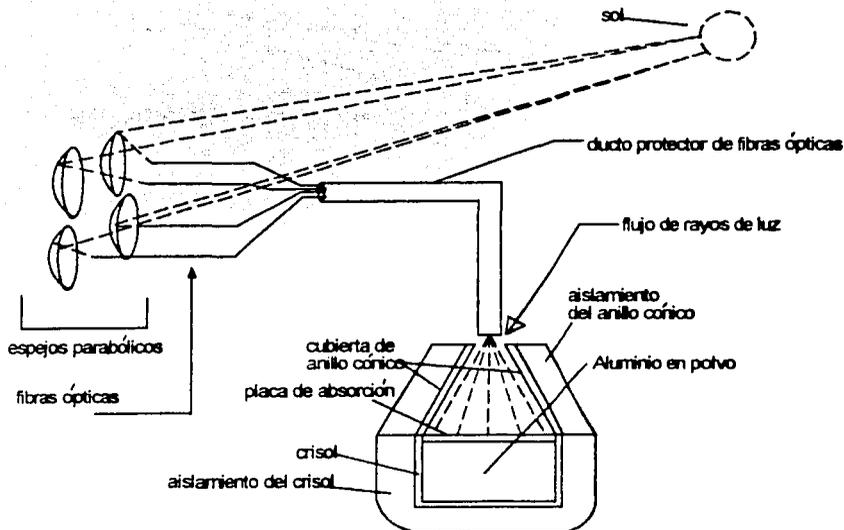


Figura 1.5. Horno de fundición de aluminio con cubierta de anillo cónico que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.

En este horno se mejora la eficiencia con respecto a la primera propuesta, y se da un horno con suficiente seguridad para el operador.

**El horno que se muestra en la figura 1.6, es el horno de la tercera propuesta, en éste puede observarse que el único cambio con respecto a la segunda propuesta es la sustitución del anillo cónico, en su lugar se adiciona una película de recubrimiento cerámicos de color negro.**

El horno de fundición de cubierta de aislante con recubrimiento interior negro cuenta con los mismos elementos que el horno de fundición de aluminio de anillo cónico de nuestra segunda propuesta y sólo se sustituyó el anillo cónico por la película de materiales cerámicos de color negro. En el anillo cónico de la segunda propuesta se invierte energía para el calentamiento de esta cubierta, por tanto si se

TESIS CON  
FUNDAMENTO DE ORIGEN

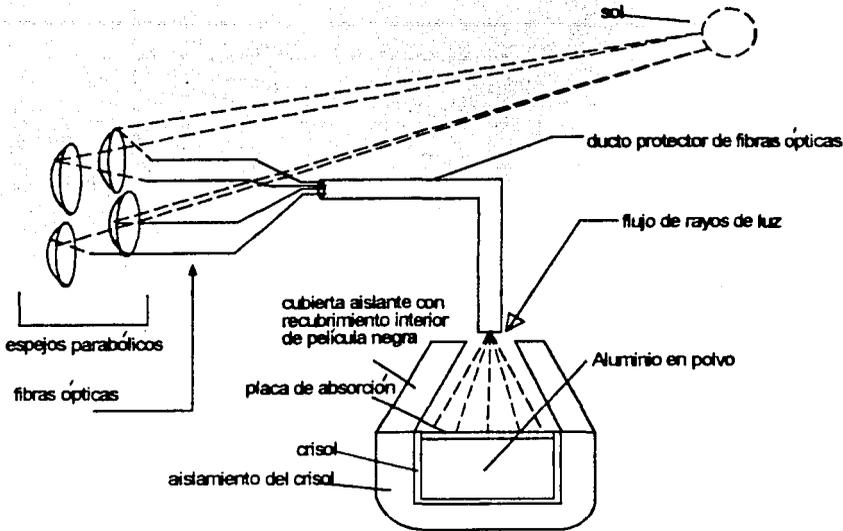


Figura 1.6. Horno de fundición de aluminio con cubierta de aislante con recubrimiento interior negro y que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.

puede obtener los mismos efectos del anillo pero con una inversión de energía mucho menor sería deseable descontar esta energía y mejorar la eficiencia del horno, y es esto precisamente lo que se realiza en la tercera propuesta.

A continuación presentaremos en el próximo capítulo los conceptos teóricos que vamos a utilizar en el análisis y diseño de los hornos solares de fundición de aluminio propuestos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 2. Marco teórico.

En este capítulo vamos a hacer una revisión de los conceptos básicos que utilizaremos en el trabajo. Estos conceptos versan sobre calor, energía, entalpia, transmisión del flujo de calor, radiación térmica, interacción de dos cuerpos por radiación térmica y por convección así como también leyes de la termodinámica, y algunos otros conceptos teóricos que se utilizarán en este trabajo.

Iniciemos con la presentación de los conceptos básicos de conducción y transmisión del flujo de calor.

### 2.1. Conceptos básicos de conducción y transmisión del flujo de calor.

En esta sección se revisaran los temas de: campo de temperaturas, flujo de calor ley de Fourier, conductividad térmica, y por último se mostrará la ecuación de conducción del calor.

#### 2.1.1. Campo de temperaturas.

En el horno de fundición que proponemos se requiere analizar el proceso de transferencia de energía y como ésta irá fluyendo de un lugar a otro necesitamos por tanto revisar los conceptos sobre transmisión del flujo de calor por conducción, convección y radiación.

Iniciaremos presentando el proceso de transmisión del flujo de calor por conducción.

El proceso de conducción del calor es posible si en el cuerpo existen diferentes temperaturas en los distintos puntos del cuerpo, la conducción del calor va siempre acompañada de variaciones en la temperatura en el cuerpo.

El tratamiento analítico de la conducción del calor no es más que el estudio de las variaciones de temperatura en el espacio y en el tiempo en el cuerpo de estudio (Isachenko et al., 1973). Esto se expresa analíticamente como :

$$T = f(x, y, z, t), \quad (2.1)$$

donde  $T$  es la temperatura y  $(x, y, z, t)$  es un punto en el espacio-tiempo, la función anterior describe la temperatura del sistema en todos los puntos del espacio estudiado y en el tiempo. En el caso de que el campo sea estacionario es decir no hay cambio en el tiempo se representa como:

$$T = f(x, y, z) ; \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (2.2)$$

para el espacio de trabajo:  $x_0 \leq x \leq x_1, y_0 \leq y \leq y_1, z_0 \leq z \leq z_1$  y  $t > 0$ .



### 2.1.2. Gradiente de temperaturas.

En el horno habrá lugares con mayor temperatura que otros, pero seguramente habrá superficies de igual temperatura llamadas isotermas. Llamaremos isoterma de un cuerpo al lugar geométrico de todos los puntos que tienen la misma temperatura. Como un cuerpo no puede tener dos temperaturas simultáneamente en un punto, las superficies isotermas no se cortan.

En la figura 2.1 se representan geoméricamente isotermas en un cuerpo que difieren las isotermas en  $\Delta T$  (Isachenko et al., 1973). La temperatura de un cuerpo varía sólo en la dirección que se cortan las isotermas. Un incremento de temperatura en esa dirección está determinado por el gradiente de temperatura. Este gradiente es un vector normal a la superficie isoterma y positivo en la dirección de las temperaturas crecientes, podemos expresar esto como:

$$\text{grad } T = n_0 \frac{\partial T}{\partial n} \quad (2.4)$$

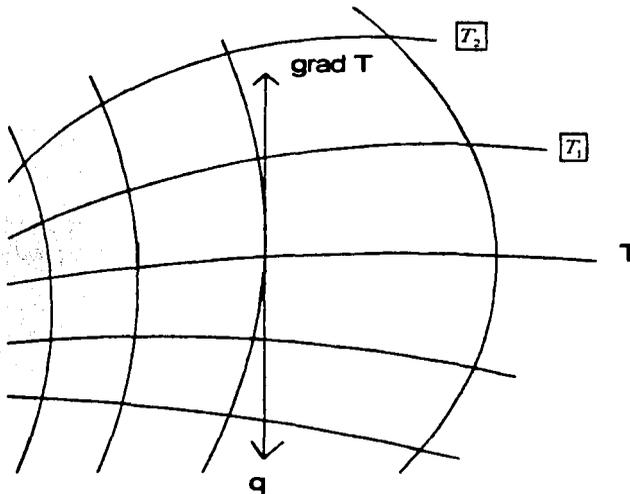


Figura 2.1. Representación geométrica de isotermas en un cuerpo.

en donde:  $n_0$  es un vector unitario normal a la superficie isoterma y en el sentido

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

de las temperaturas crecientes, y  $\frac{\partial T}{\partial n}$  es la derivada parcial de la temperatura en la dirección normal  $n$ . el módulo del gradiente de la temperatura no tiene la misma magnitud, es diferente en magnitud en los distintos puntos de la superficie isoterma; es mayor cuando la distancia  $\Delta n$  entre las superficies es menor,  $\frac{\partial T}{\partial n}$  es negativo en la dirección de las temperaturas decrecientes.

### 2.1.3. Concepto de flujo de calor y ley de Fourier para la conducción del calor en los cuerpos.

Sabemos que la temperatura interna del horno tratará de homogenizarse por tanto presentaremos como se propaga el flujo de calor en los cuerpos.

La propagación del calor en el medio considerado, depende de que la distribución de temperaturas no sea constante. Para que la transmisión de calor por conducción se realice es necesario que el gradiente de temperatura sea mayor que cero en varios puntos del cuerpo (Isachenko et al., 1973). Según la ley de Fourier la cantidad de calor  $dQ$ , que pasa a través de un elemento de superficie isoterma  $dF$  en el intervalo de tiempo  $dt$  es proporcional al gradiente de temperatura  $\frac{\partial T}{\partial n}$  ésta ley se puede representar como:

$$dQ = -n_0 k \frac{\partial T}{\partial n} dF dt, \quad (2.5)$$

el factor de proporcionalidad  $k$  es una propiedad de la sustancia, esta constante  $k$  define la capacidad de la sustancia para conducir el calor y se llama conductividad térmica.

La cantidad de calor transmitido a través de la superficie isoterma por unidad de área y por unidad de tiempo se llama densidad de flujo de calor, y es un vector definido por la relación siguiente:

$$q = -n_0 k \frac{\partial T}{\partial n}. \quad (2.6)$$

El vector densidad de flujo de calor es normal a la superficie isoterma y está dirigido en el sentido de las temperaturas decrecientes.

La validez de la ley de Fourier se ha demostrado y comprobado experimentalmente. Por lo tanto las ecuaciones 2.5 y 2.6 son las expresiones matemáticas de la ley básica de la conducción, que se enuncia como sigue; "la densidad del flujo de calor es proporcional al gradiente de la temperatura". Para determinar la cantidad de calor que pasa a través de cualquier superficie de un cuerpo, es necesario conocer el campo de temperaturas establecido en su interior.

Por ésto el principal problema de la teoría analítica del calor es determinar este campo de temperaturas.

#### 2.14. Conductividad térmica en los cuerpos.

Como ya se mencionó anteriormente, la conductividad térmica es una propiedad de la materia. En general depende de la temperatura, de la presión y de la naturaleza del mismo material. La conductividad térmica de los materiales se determina en general experimentalmente, y con este objeto se conocen distintos métodos, donde la mayoría se basan en la medida de la densidad de flujo de calor y en el gradiente de temperaturas.

La conductividad térmica se evalúa mediante la relación:

$$k = \frac{|q|}{|gadT|} \quad (2.7)$$

En la figura 2.2 se muestra el orden de magnitud de la conductividad de diversos materiales.

Se han publicado tablas con los resultados de las medidas de conductividades térmicas de distintos materiales, estos datos son utilizado en evaluaciones de transmisión del calor por conducción.

Como los cuerpos están a distintas temperaturas y la distribución de temperaturas dentro del cuerpo durante la transmisión del calor no es uniforme, resulta necesario conocer la dependencia de la conductividad térmica respecto de la temperatura. Se ha demostrado experimentalmente que en las aplicaciones prácticas es suficiente suponer que la conductividad térmica varía linealmente con la temperatura en la mayoría de los materiales:

$$k = k_0 [1 + b(T - T_0)] \quad (2.8)$$

en donde  $k_0$  es la conductividad térmica a la temperatura  $T_0$  y  $b$  es una constante determinada experimentalmente.

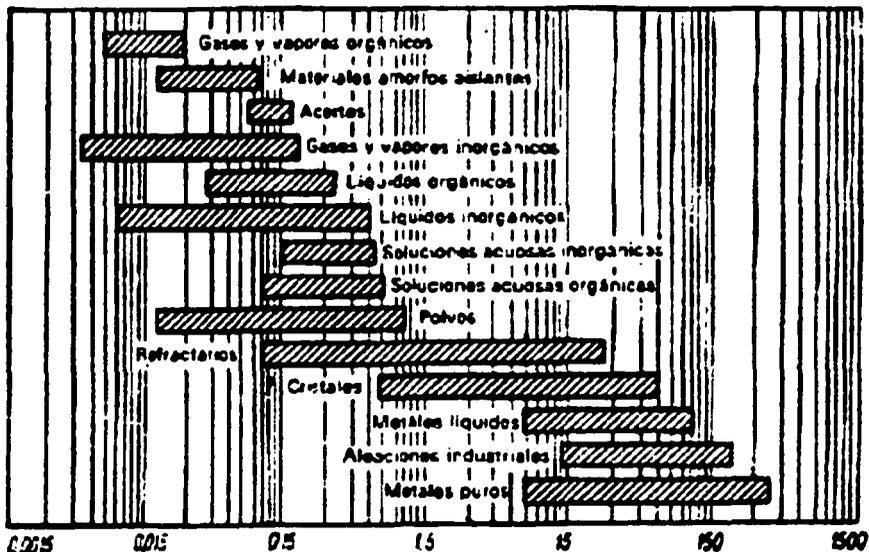


Figura 2.2. Orden de magnitud de la conductividad térmica  $k$  en las unidades ( $W/m^{\circ}C$ ) para algunos materiales (Tomado de Isachenko et al., 1973).

Para describir el comportamiento térmico del horno se requiere saber como cambiará la temperatura en él y para ello se requiere de una ecuación similar a la de la fibra óptica transportando energía solar concentrada, es decir, la ecuación de conducción del flujo de calor, esta ecuación la presentaremos a continuación.

#### 2.1.5. Ecuación diferencial de conducción del flujo de calor.

Siguiendo a Isachenko (Isachenko et al., 1973) la ecuación de conducción del flujo del calor se representa en coordenadas cartesianas (ver deducción en el apéndice) con la relación:

$$c\rho_m \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_v, \quad (2.9)$$

donde  $t$  es el tiempo,  $q_v$  es la densidad de generación de energía con respecto al volumen,  $x, y$  y  $z$  son las coordenadas espaciales, acomodando términos

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

podemos expresar esta última ecuación como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho_m}, \quad (2.10)$$

donde se tiene que  $a = \frac{k}{c\rho_m}$  es la llamada difusividad térmica y se puede expresar en unidades  $m^2/s$ ,  $k$  es la conductividad térmica del material y se puede expresar en unidades  $W/m^{\circ}C$ ,  $c$  es la capacidad calorífica del cuerpo expresada en  $J/kgK$ , y  $\rho_m$  es la densidad de masa del material se expresa en unidades  $kg/m^3$ . La difusividad térmica del cuerpo en que se desarrolla el proceso de conducción del flujo del calor es una propiedad de la sustancia, y como es la difusividad térmica un valor de proporcionalidad entre la velocidad de variación de la temperatura con respecto al tiempo y las energías de conducción y generación de energía, entonces la estabilización de la temperatura es más rápida en el cuerpo entre más alto es el valor de la difusividad térmica. Los líquidos y gases tienen difusividad térmica de valor más pequeño que los metales, por lo tanto los metales estabilizan más rápido su temperatura.

La ecuación diferencial de conducción del flujo de calor en coordenadas cilíndricas se puede expresar por medio de la relación:

$$k \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} + q_v(r, \varphi, z, t) = \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.11)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del cuerpo y se ha supuesto constante,  $c$  es la capacidad calorífica del cuerpo,  $\rho_m$  es la densidad de masa del cuerpo,  $f(x, \varphi, z, t)$  es la función de generación de energía. Las propiedades físicas del cuerpo  $\lambda, c$  y  $\rho_m$  tienen las mismas definiciones que en la ecuación diferencial de conducción del flujo del calor en coordenadas cartesianas.

La ecuación diferencial de conducción del flujo del calor en coordenadas esféricas se puede expresar como:

$$k \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sin \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right\} + q_v(r, \varphi, \phi, t) = \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.12)$$

donde  $r, \varphi$  y  $\phi$  son las coordenadas,  $t$  es el tiempo.

Para encontrar la relación de la temperatura  $T$  con respecto al tiempo y en las

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

coordenadas correspondientes de trabajo, hay que resolver la ecuación de conducción del calor para un cuerpo en particular, y es necesario que se determinen las condiciones de unicidad del problema.

Con la finalidad de homogenizar la temperatura dentro de la fundición se requiere que el horno trabaje en estado estacionario por lo tanto vamos a presentar la conducción del flujo del calor en estado estacionario en los cuerpos.

## 2.2. Conducción del flujo de calor en estado estacionario.

En estado estacionario, la temperatura del cuerpo no depende del tiempo, por lo tanto se tiene que:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (2.13)$$

la ecuación de conducción del calor en coordenadas cartesianas de las relaciones 2.10, 2.11 y 2.12 se puede escribir como:

$$\nabla^2 T + \frac{q_v}{k} = 0, \quad (2.14)$$

donde  $\nabla^2 T$  es el laplaciano en las coordenadas cartesianas de la temperatura, cilíndricas, o esféricas,  $q_v$  es la función de generación de energía,  $k$  es la conductividad térmica del material.

En ausencia de fuentes se tiene como es el caso que nosotros desarrollaremos,  $q_v = 0$  y entonces la ecuación de conducción de conducción del flujo del calor toma la expresión:

$$\nabla^2 T = 0. \quad (2.15)$$

Vamos a revisar el comportamiento de la temperatura y el transporte de la energía a través de cuerpos de geometría sencilla sin fuentes de calor. Esto debido a que en nuestro trabajo estas ecuaciones se van utilizar para evaluar la energía disipada a través del aislamiento del horno.

Vamos a iniciar revisando la transmisión del calor a través de una pared plana.

### 2.2.1. Conducción del flujo de calor en estado estacionario a través de una pared plana.

Vamos a suponer condiciones de contorno de primera especie.

Consideraremos una pared homogénea e isotrópica, de espesor  $\delta$  y de conductividad térmica  $k$  constante. Las superficies externas de la pared se mantienen a una temperatura constante  $T_w$  y  $T_w$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Con las condiciones dadas, la temperatura sólo cambiará en la dirección normal a la pared. Si se dirige el eje ox como se muestra en la figura 2.3 la temperatura permanecerá constante en la dirección de los ejes oy y oz, es decir tenemos:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (2.16)$$

y si planteamos la ecuación de conducción del calor en estado estacionario y en coordenadas cartesianas sin fuentes de calor se tiene la relación siguiente:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \text{ pero como } \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0, \quad (2.17)$$

con las condiciones de contorno como siguen:

$$\text{para } x=0 \text{ se tiene } T=T_w, \text{ y en } x=\delta \text{ se tiene } T=T_w. \quad (2.18)$$

La ecuación 2.17 y las condiciones 2.18 dan la descripción matemática del problema.

La distribución de temperaturas en la pared, es la solución del problema, y de ella se encontrará la densidad de flujo de calor que atraviesa la pared en la unidad de tiempo.

Al tomar la ecuación 2.17 y la integramos dos veces obtenemos:

$$T = C_1 x + C_2, \quad (2.19)$$

podemos encontrar las constantes  $C_1$  y  $C_2$  aplicando las condiciones de contorno, y obtenemos por valores de las constantes los siguientes:

$$C_1 = T_w, \text{ y } C_2 = \frac{T_w - T_w}{\delta}, \quad (2.20)$$

sustituyendo la relación 2.20 en la relación 2.19 se obtiene la distribución de temperaturas en la pared plana como se muestra a continuación:

$$T = T_w - \frac{[T_w - T_w] \cdot x}{\delta}, \quad (2.21)$$



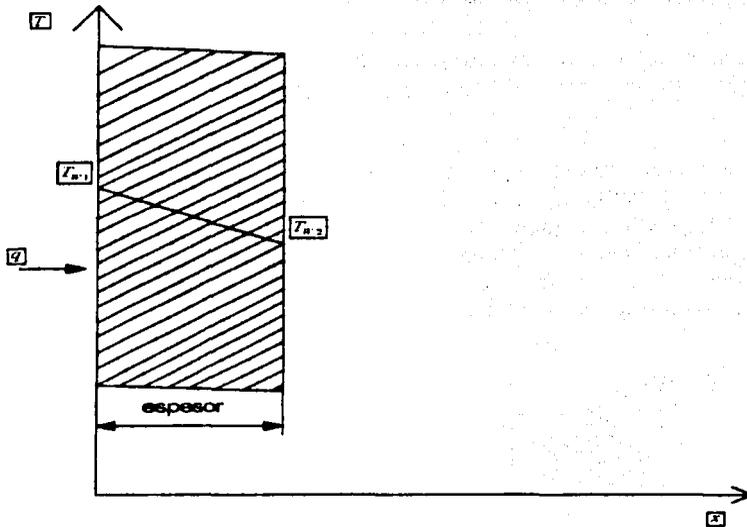


Figura 2.3. Pared plana homogénea.

Vamos ahora a encontrar la transmisión de calor a través de la pared plana mediante la relación de la ley de Fourier, entonces la densidad del flujo de calor es:

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x},$$

entonces derivando la ecuación 2.21 obtenemos:

$$q = \frac{k}{\delta} [T_{w,1} - T_{w,2}]. \quad (2.22)$$

La ecuación 2.22 es la relación que determina la densidad del flujo de calor a través de la pared plana. En ésta se ha supuesto que  $k$  es constante, la relación  $\frac{k}{\delta}$  es llamada conductancia térmica, y a su inversa  $\frac{\delta}{k}$  se le ha llamado resistencia térmica de la pared. Si conocemos la densidad de flujo de calor y si se conoce el área  $F$  entonces evaluamos el calor total  $Q$  mediante la relación:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$Q = qF = \frac{kF}{\delta} [T_{w_1} - T_{w_2}]. \quad (2.23)$$

A continuación encontraremos las relaciones para la temperatura en una pared que tiene interacción con el medio en ambas caras de la pared como en el caso del horno.

En el caso que vamos a desarrollar necesitaremos una relación para evaluar la energía disipada al ambiente desde la placa del crisol hacia el ambiente. Consideremos ahora el problema de la transmisión de calor, de una pared con una temperatura mayor en la parte interna de ésta, hacia la cara externa de la pared con temperatura menor, y de la cara externa de la pared hacia un fluido que tiene menor temperatura que la cara externa de la pared.

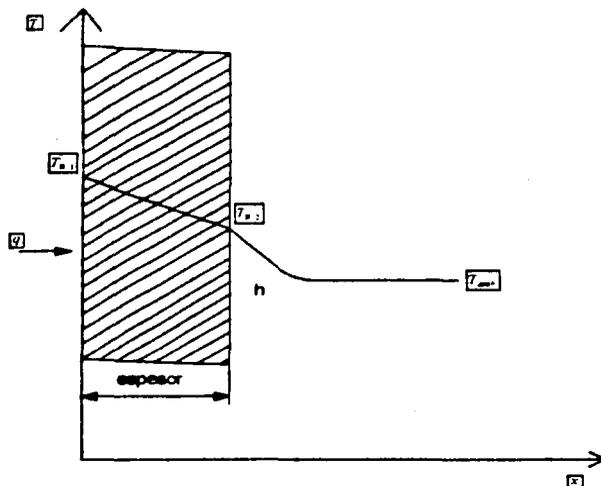


Figura 2.4. Transmisión de calor a través de una pared plana y homogénea.

Sea una pared plana y homogénea de espesor  $\delta$  (ver la figura 2.4). De esta pared se conocen los siguientes datos: conductividad térmica  $k$  de la pared, temperatura del fluido  $T_f$ ; las temperaturas de la pared son  $T_{w_1}$  y  $T_{w_2}$ , para la cara interna y externa respectivamente, coeficiente local de transmisión superficial del calor  $h$ . Suponemos que  $T_f$  y  $h$  son constantes para toda la superficie;

de esta manera la temperatura del fluido y de la pared sólo varía en la dirección normal a ésta.

Para las condiciones dadas es necesario encontrar la cantidad de calor que fluye desde la pared a mayor temperatura hacia el fluido a menor temperatura, y encontrar también las temperaturas de la pared.

La cantidad de flujo de calor que se transmite en estado estacionario de la cara interna de la pared hacia la cara externa de la misma pared de menor temperatura y se expresa como sigue:

$$q = \frac{k}{\delta}(T_{w_1} - T_{w_2}). \quad (2.24)$$

Para encontrar la densidad del flujo de calor en estado estacionario de la cara interna de la pared hacia el fluido externo a la pared se evalúa por medio de la relación:

$$q = h_2(T_{w_1} - T_f), \quad (2.25)$$

sumando las relaciones 2.24 y 2.25 y despejando la densidad de flujo de calor obtenemos:

$$q = \frac{(T_{w_1} - T_f)}{\left(\frac{\delta}{k} + \frac{1}{h}\right)}. \quad (2.26)$$

La cantidad de flujo de calor de una pared homogénea con una superficie  $F$  con una temperatura en la pared  $T_{w_1}$  y una temperatura ambiente  $T_f$  es igual a:

$$Q = qF = \frac{F[T_{w_1} - T_f]}{\frac{\delta}{k} + \frac{1}{h}}, \quad (2.27)$$

donde  $q$  está dado por la relación 2.26. Esta relación será utilizada para evaluar el flujo de energía disipada a través de la base del crisol del horno de fundición.

El flujo de energía disipado a través del cilindro aislante del crisol del horno de fundición se obtiene en la siguiente sección.



### 2.2.2. Transmisión del flujo de calor en estado estacionario a través de una pared cilíndrica.

Vamos a desarrollar la relación para evaluar la densidad del flujo de calor que pasa a través una pared cilíndrica hacia un fluido de un medio externo, el flujo de calor está bajo el régimen de estado estacionario y sin fuentes de flujo de calor.

Tomaremos las condiciones de contorno de primera especie.

Entonces como estamos considerando el caso del régimen estacionario a través de una pared cilíndrica (tubo) de diámetro interior  $d_1 = 2r_1$  y de radio exterior  $d_2 = 2r_2$ , ver la figura 2.5. Las superficies se mantienen a las temperaturas  $T_w$  y  $T_{w_1}$ , la conductividad térmica  $k$  del material de la pared es constante en el intervalo de temperaturas fijado. Para este caso es conveniente escribir la ecuación diferencial de conducción del calor en estado estacionario en coordenadas cilíndricas (Isachenko et al., 1973):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad (2.28)$$

esto debido a que:  $q_r(r, \varphi, z, t) = \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ . Si hacemos coincidir el eje oz con el eje del tubo entonces la temperatura sólo tendrá variación en la dirección radial es decir; la temperatura no varía en la dirección angular ni en la dirección de z entonces se tiene que:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad (2.30)$$

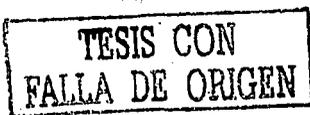
al tomar en cuenta las relaciones 2.29 y 2.30, y sustituir éstas dos relaciones en la ecuación de conducción del flujo de calor 2.28 se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0. \quad (2.31)$$

Al variar sólo en una dirección las derivadas parciales se cambian por derivadas en una variable y se expresa como sigue:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0, \quad (2.32)$$

haciendo una primera integración obtenemos:



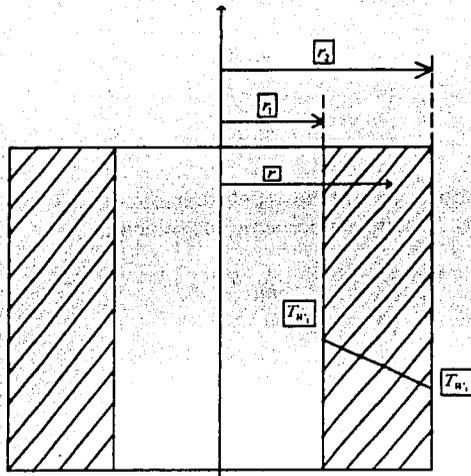


Figura 2.5. Conducción del flujo de calor a través de una pared cilíndrica.

$$r \frac{dT}{dr} = c_1, \quad \Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{c_1}{r} \quad \Rightarrow dT = \frac{c_1}{r} dr, \quad (2.33)$$

integrando ahora la ecuación 2.33 obtenemos:

$$T = c_1 \ln(r) + c_2. \quad (2.34)$$

las constantes  $c_1$  y  $c_2$  se determinan a partir de la sustitución de las condiciones de contorno en la ecuación 2.34, al hacer esto se obtiene:

$$\text{para } r=r_1, \quad T=T_{w_1}, \quad \text{tenemos } \Rightarrow T_{w_1} = c_1 \ln(r_1) + c_2. \quad (2.35)$$

$$\text{para } r=r_2, \quad T=T_{w_2}, \quad \text{tenemos } \Rightarrow T_{w_2} = c_1 \ln(r_2) + c_2. \quad (2.36)$$

resolviendo el sistema de ecuaciones 2.35 y 2.36 con respecto a las constantes  $c_1$  y  $c_2$  obtenemos los siguientes resultados:

$$c_1 = \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{\ln \frac{r_1}{r_2}}, \quad c_2 = T_{w_1} - (T_{w_1} - T_{w_2}) \frac{\ln r_1}{\ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right)}. \quad (2.37)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

sustituyendo estos valores  $c_1$  y  $c_2$  de la ecuación 2.37 en la ecuación 2.34 y obtenemos la relación para la expresión de la temperatura  $T(r)$ :

$$T = T_{w_1} - (T_{w_1} - T_{w_2}) \frac{\text{Ln} \frac{r}{r_2}}{\text{Ln} \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.38)$$

ó expresando la temperatura en función del diámetro  $d$  y de los diámetros interior  $d_1$  y exterior  $d_2$  entonces obtenemos la relación:

$$T = T_{w_1} - (T_{w_1} - T_{w_2}) \frac{\text{Ln} \frac{d}{d_2}}{\text{Ln} \frac{d_2}{d_1}} \quad (2.39)$$

Vamos ahora a evaluar la cantidad de calor que pasa a través de la pared cilíndrica.

La cantidad de calor que pasa a través de la superficie cilíndrica de área  $F$  en la unidad de tiempo se encuentra por la ley de Fourier como:

$$Q = -k \frac{dT}{dr} F \quad (2.40)$$

de la ecuación 2.33 se deduce que:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{c_1}{r} \quad (2.41)$$

sustituyendo el valor de  $c_1$  de la ecuación 2.37 en la ecuación 2.41 se obtiene la relación:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{r} \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{\text{Ln} \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.42)$$

el área  $F$  en un cilindro es igual a  $F = 2\pi rl$  donde  $l$  es la longitud del cilindro. sustituyendo el valor de  $F$ , así también la ecuación 2.42 en la relación 2.40 se obtiene la relación:

TESIS CON  
FALLA DE COPIEN

$$Q = \frac{2\pi r l k (T_{w_1} - T_{w_2})}{Ln \frac{r_2}{r_1}} = 2\pi k \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{Ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (2.43)$$

si sustituimos los valores de los diámetros en lugar de los radios externo e interno la ecuación para obtener la cantidad total del calor en estado estacionario queda como:

$$Q = 2\pi k \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{Ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (2.44)$$

Vamos a encontrar la densidad lineal de flujo de calor, éste se define matemáticamente como sigue:

$$q_l = \frac{Q}{l} = 2\pi k \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{Ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad (2.45)$$

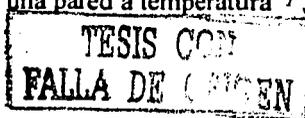
definamos la densidad de flujo de calor por área de superficie interna, ésta relación se expresa matemáticamente como:

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = 2k \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{d_1 Ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad (2.46)$$

a continuación encontraremos la densidad de flujo de calor referida a la superficie externa como sigue:

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = 2k \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{d_2 Ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad (2.47)$$

en nuestro horno será necesario conocer el flujo de calor de la pared interna del crisol hacia el ambiente por lo tanto es necesario encontrar la relación mediante la cual se puede saber cuanta energía es la disipada al ambiente. Por lo tanto vamos a evaluar la transmisión del calor en estado estacionario siguiendo a (Isachenko et al., 1973) de la cara interna de una pared a temperatura  $T_{w_1}$ , a través de una pared



cilíndrica hasta la cara externa a temperatura  $T_{w_2}$ , y de la cara externa del tubo, hacia el fluido externo con temperatura  $T_f$ . Como en la figura 2.6 se muestra, consideraremos una pared cilíndrica homogénea (tubo) cuyo material tiene una conductividad constante  $k$ , el coeficiente de transmisión superficial de la pared externa es  $h$  la magnitud del coeficiente de transmisión superficial se considera constante.

Vamos a encontrar las expresiones para  $q_1$  y  $T_w$ . Consideremos que la longitud del tubo es muy grande en comparación con su espesor, con esto se pueden despreciar la disipación de energía en los extremos del tubo. En estado estacionario el calor  $q_1$ , que se transmite del fluido a mayor temperatura hacia la pared, y de la pared al fluido a menor

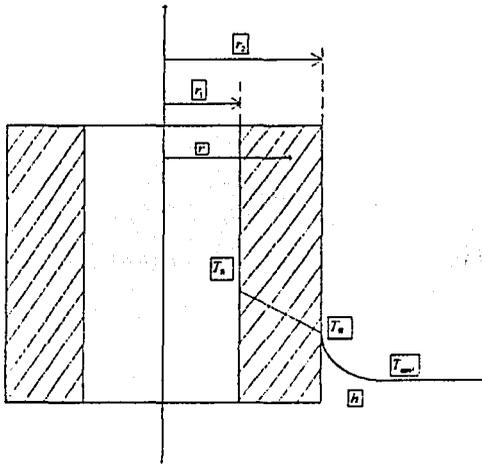


Figura 2.6. Transmisión de calor a través de una pared cilíndrica homogénea y transmisión al ambiente.

temperatura es el mismo. Por lo tanto, esto se escribe matemáticamente como:

$$q_1 = \pi \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{\frac{1}{2k} L n \frac{d_2}{d_1}}, \quad q_1 = h \pi d_2 (T_{w_2} - T_f), \quad (2.48)$$

despejando las temperaturas entre paréntesis de las ecuaciones 2.48 se obtiene las siguientes relaciones:

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

$$T_{w_1} - T_{w_2} = \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2k} \ln \frac{d_2}{d_1} \quad (2.49)$$

$$T_{w_2} - T_f = \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{h d_2}$$

sumando las dos ecuaciones miembro a miembro de la relación 2.49 obtenemos la siguiente relación:

$$T_{w_1} - T_f = \frac{q_l}{\pi} \left( \frac{1}{2k} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{h d_2} \right) \quad (2.50)$$

despejando ahora  $q_l$  obtenemos:

$$q_l = \frac{\pi (T_{w_1} - T_f)}{\frac{1}{2k} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{h d_2}} \quad (2.51)$$

Ésta es la expresión para la densidad lineal del flujo de calor que utilizaremos para evaluar el flujo de calor disipado al ambiente a través del aislamiento por el crisol del horno en el cilindro lateral. La relación 2.51 la vamos a utilizar en la evaluación del flujo disipado al ambiente del cilindro del crisol.

Vamos ahora a encontrar la relación para la densidad de flujo de calor a través de una pared esférica, ésta relación se utilizará en la evaluación de la energía disipada por la cubierta.

### 2.2.3. Conducción del flujo de calor a través de una pared esférica.

En el modelo que vamos a desarrollar tenemos partes del horno que son de forma esférica o realizaremos una evaluación equivalente a la forma esférica por lo tanto vamos a desarrollar las relaciones que evalúan la transferencia del flujo de calor en estado estacionario sin fuentes de calor en paredes esféricas.

Consideraremos una esfera hueca de radios  $r_1$  y  $r_2$ , hecha por un material de conductividad constante  $k$ . Las temperaturas de las superficies son constantes e iguales a  $T_{w_1}$  y  $T_{w_2}$ , la temperatura sólo variará en la dirección del radio (Isachenko et al., 1973).

Para calcular la cantidad de calor que se transmite a través de la pared esférica y del perfil de la temperatura, vamos a encontrar la relación para la temperatura y el calor total en estado estacionario a partir de la ecuación del calor en estado estacionario sin fuentes de calor que se expresa como sigue:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sin \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0, \quad (2.52)$$

esto debido a que:  $f(r, \varphi, \phi, t) = \frac{\partial T}{\partial t} = 0$  y sustituidas en la ecuación de conducción del flujo de calor en coordenadas esféricas de la relación 2.12 se obtiene la relación 2.52.

Como la temperatura sólo variará en la dirección del radio entonces se tiene que:

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0, \quad (2.53)$$

sustituyendo estas relaciones en la ecuación de conducción del flujo del calor en coordenadas esféricas en estado estacionario 2.52 se obtiene la relación:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0. \quad (2.54)$$

Como la función temperatura se expresa como  $T(r)$ , por lo tanto las derivadas parciales se pueden expresar como derivadas de una variable como sigue:

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0. \quad (2.55)$$

integrando una vez la ecuación de la relación 2.55 obtenemos la relación:

$$r^2 \frac{dT}{dr} = c_1 \quad (2.56)$$

entonces reacomodando términos tenemos  $\frac{dT}{dr} = \frac{c_1}{r^2}$ , de ésta ecuación obtenemos

la ecuación diferencial  $dT = \frac{c_1}{r^2} dr$  integrando esta ecuación de ambos miembros de la ecuación obtenemos la relación:

$$T = -\frac{c_1}{r} + c_2. \quad (2.57)$$

Ahora para encontrar los valores de las constantes, vamos a sustituir las condiciones iniciales que se muestran a continuación:



$$\text{en } r=r_1 \text{ se tiene } T=T_{w_1} \text{ en } r=r_2 \text{ se tiene } T=T_{w_2} \quad (2.58)$$

sustituyendo las relaciones 2.58 en la relación 2.57 obtenemos las expresiones:

$$T_{w_1} = -\frac{c_1}{r_1} + c_2 \quad \text{y} \quad T_{w_2} = -\frac{c_1}{r_2} + c_2. \quad (2.59)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones de la relación 2.59 se obtiene el valor de las constantes  $c_1$  y  $c_2$ , después los valores de las constantes  $c_1$  y  $c_2$  se sustituyen en la ecuación 2.57 y se obtiene la distribución de la temperatura como:

$$T = \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right) - \frac{1}{r} \right] + \frac{1}{2} (T_{w_1} + T_{w_2}). \quad (2.60)$$

Para encontrar la relación del flujo de calor total  $Q$  lo encontraremos mediante la ley de Fourier en donde se tiene que:

$$Q = -k \frac{dT}{dr} F = -(4\pi r^2) k \frac{dT}{dr}, \quad (2.61)$$

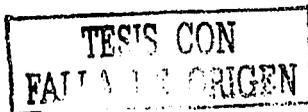
donde  $F$  es el área de la esfera de radio  $r$ , encontrando el valor de  $\frac{dT}{dr}$  de la ecuación 2.60 y sustituyendo éste en la relación 2.61 obtenemos:

$$Q = 4\pi k \frac{T_{w_1} - T_{w_2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}. \quad (2.62)$$

La relación 2.62 es la que evalúa el paso del flujo de calor a través de la pared esférica en estado estacionario.

En nuestro modelo necesitamos evaluar el flujo de calor disipado al ambiente a través de una pared cilíndrica, por tanto, vamos a presentar el desarrollo de estas relaciones.

Vamos a deducir la relación para evaluar el flujo de calor en estado estacionario, de una pared con temperatura  $T_{w_1}$  en la cara interna de un tubo cilíndrico, hacia la cara externa del tubo cilíndrico con temperatura  $T_{w_2}$ , y de la cara externa del tubo hacia el ambiente con un fluido a temperatura  $T_f$ , y coeficiente de transmisión superficial  $h$  las condiciones de contorno para las paredes interna y



externa son las que se dieron en el caso anterior de conducción del flujo del calor en estado estacionario de la pared esférica.

Como la conducción es estacionaria y la cantidad de calor que se transmite es constante sobre las superficies isotermas, podemos escribir las relaciones para el flujo de calor  $Q$  como:

$$Q = 4\pi k \frac{(T_{w_1} - T_{w_2})}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}, \quad Q = h(4\pi r_2^2)(T_{w_1} - T_f). \quad (2.63)$$

estas relaciones 2.63 se pueden escribir como:

$$Q \frac{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}{4\pi k} = T_{w_1} - T_{w_2},$$

$$Q \frac{1}{h 4\pi r_2^2} = T_{w_1} - T_f.$$

sumando las dos relaciones miembro a miembro obtenemos:

$$Q \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{4k} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{4hr_2^2} \right) = T_{w_1} - T_f, \quad (2.64)$$

despejando el flujo total  $Q$  obtenemos:

$$Q = \frac{\pi(T_{w_1} - T_f)}{\left( \frac{1}{4k} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{4hr_2^2} \right)}. \quad (2.65)$$

Como tenemos que:  $2r_1 = d_1$  y  $2r_2 = d_2$  entonces sustituyendo estos valores en la ecuación 2.65 queda la expresión para el calor  $Q$  como función de los diámetros:

$$Q = \frac{\pi(T_{w_1} - T_f)}{\left( \frac{1}{2k} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{hd_2^2} \right)}. \quad (2.66)$$

Una vez que encontramos las expresiones para el flujo de conducción del calor en estado estacionario de una pared plana, cilíndrica y una pared esférica así como expresiones para el comportamiento de la temperatura en estado estacionario.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

vamos a obtener el diámetro crítico del aislamiento de una pared cilíndrica, este valor del diámetro crítico es necesario conocerlo para asegurarnos que el aislamiento del crisol del horno disminuye el flujo de calor hacia el ambiente.

#### 2.2.4. Diámetro crítico para una pared cilíndrica.

El diámetro crítico es de gran importancia en el diseño, debido a que cuando se aísla un cuerpo cilíndrico, se tiene el comportamiento indeseable del flujo de calor disipado hacia el ambiente, que para diámetros del aislamiento menores que el diámetro crítico, incrementar el diámetro del aislamiento no reduce el flujo disipado al ambiente sino por el contrario éste flujo de energía se incrementa. Por esto vamos a mostrar y desarrollar la relación del diámetro crítico para cuerpos cilíndricos huecos aislados (Isachenko et al., 1973).

De la relación 2.51 se tiene que:

$$q_l = \frac{\pi (T_{w_1} - T_f)}{\frac{1}{2k} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{h d_2}}$$

esta ecuación se puede expresar como:

$$q_l = \frac{\pi (T_{w_1} - T_f)}{R_T} \quad (2.67)$$

$R_T$  es la resistencia térmica total al flujo del calor y se expresa como sigue:

$$R_T = \frac{1}{2k} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{h d_2} \quad (2.68)$$

Si tomamos  $h_2 \cdot k$  y  $d_1$  como constantes y hacemos variar  $d_2$ , vamos a observar como se comporta la resistencia total  $R_T$ . Para esto dividiremos la resistencia total en dos resistencias individuales como sigue:

$$R_{1w} = \frac{1}{2k} \ln \frac{d_2}{d_1}, \quad R_{12} = \frac{1}{h d_2} \quad (2.69)$$

TESIS CON  
 FOLIA DE ORIGEN

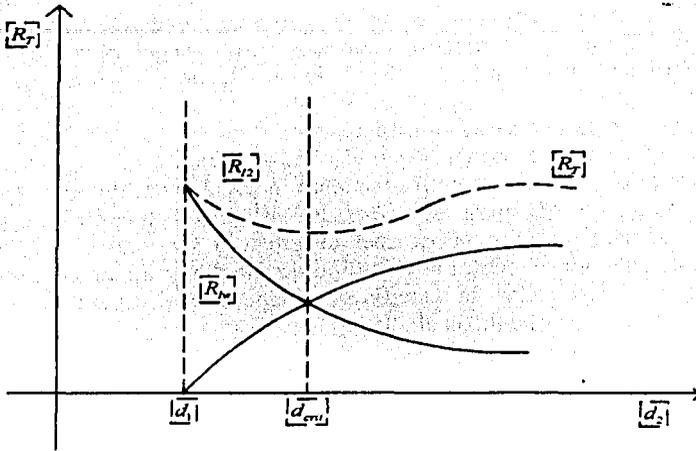


Figura 2.7. Comportamiento de la resistencia  $R_T$  con respecto a  $d_2$ .

Las curvas del comportamiento de las dos resistencias individuales se muestra en la figura 2.7, en la figura se puede observar que  $R_1$  decrece cuando el diámetro  $d_2$  crece,  $R_2$  aumenta cuando el diámetro  $d_2$  crece, por lo tanto  $R_T$  tiene un comportamiento resultado de la suma de las dos resistencias individuales, donde cuando el radio  $d_2$  es cercano a  $d_1$  la resistencia disminuye, esto en la relación del flujo de calor total, tiene por efecto que el flujo de calor aumente. Cuando  $R_T$  encuentra el valor mínimo de la curva  $R_T$  con respecto a  $d_2$  se dice que este diámetro, es el diámetro crítico. A partir del diámetro crítico, la resistencia total  $R_T$  crece, por lo tanto el flujo de calor total de conducción a través del cilindro disminuye cuando el diámetro  $d_2$  es mayor que el diámetro crítico.

Vamos a encontrar la relación matemática para el diámetro crítico, encontrando el mínimo

de la curva de  $R_T$  con respecto a  $d_2$ , derivando  $R_T$  con respecto a  $d_2$  e igualando a cero se llegara a:

$$\frac{dR_T}{dd_2} = \frac{d}{dd_2} \left[ \frac{1}{2k} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{hd_2} \right] \quad \frac{dR_T}{dd_2} = \frac{1}{2k d_2} - \frac{1}{hd_2^2} \quad (2.70)$$

Entonces igualando esta derivada a cero se obtiene:

$$d_2 = d_{\text{cri}} = \frac{2k}{h} \quad (2.71)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

este valor para  $d_{cm}$  es el valor del mínimo de la curva  $R_T$ . Como se puede observar en la representación gráfica de la figura 2.7, llamaremos a este valor diámetro crítico. En nuestro modelo vamos a utilizar esta relación del diámetro crítico para asignar un valor al aislamiento calculado de forma que la energía disipada al ambiente disminuya cuando se ponga el aislamiento de fibra de vidrio al horno de fundición de aluminio.

Ahora vamos a describir evaluación del flujo de energía que se transfiere por convección en un volumen cerrado para analizar nuestro de horno de fundición de aluminio.

### 2.3. Transferencia de flujo de calor por convección libre en un volumen cerrado.

En nuestro modelo de horno solar de fundición de aluminio tenemos un espacio limitado por una envoltura sobre el crisol del horno, en el balance de energía en el interior del cono de cubierta se necesita saber el valor del flujo de calor del crisol hacia la pared del cono, por lo tanto vamos a presentar como podemos evaluar la transferencia de energía por convección en espacios limitados.

De acuerdo con Isachenko et al., la transferencia de flujo de calor en estado estacionario mediante convección libre en espacios cerrados, se transfiere del área del cuerpo que tiene mayor temperatura hacia la parte del cuerpo que tiene menor temperatura (Isachenko et al., 1973), la energía se transporta a través del fluido inmóvil contenido en el volumen, y además por la convección interna en el volumen. El comportamiento de la convección del fluido depende de la forma del cuerpo, de la separación  $\delta$  entre las paredes "caliente" y "fría", y de la posición de estas paredes si están horizontales ó verticales.

La figura 2.8 muestra las distintas isotermas en los flujos de los fluidos, para distintas disposiciones de las paredes formas varias y distintos valores de separación entre las paredes. En ranuras horizontales formadas por paredes planas, el proceso está determinado por la disposición de las superficies "fría" y "caliente" y por la distancia de separación entre ellas. Si la temperatura de la pared superior es mayor que la temperatura de la pared inferior entonces no existe flujo libre de fluido, esto debido a que las isotermas tienen mayor temperatura en las capas superiores, por tanto la densidad del fluido es siempre menor en las capas superiores y por esto no hay movimiento del fluido.

La energía se transmite de la pared superior hacia la inferior sólo por conducción a través del fluido y radiación entre las paredes. Si la pared inferior está a una temperatura mayor que la temperatura de la placa superior, surgen corrientes de convección bajo ciertas condiciones. Las partículas del fluido que tienen mayor temperatura tienen menor densidad y si están en una altura menor a las partículas de menor temperatura que por esto tienen menor densidad. Es la diferencia de densidades lo que provoca que se formen flujos del fluido de forma ascendentes para las partículas de mayor temperatura y descendentes las partículas de menor

temperatura (ver figura 2.8d). Visto lateralmente, el perfil del flujo del fluido es de estructura celular, con células hexaédricas más o menos regulares. En su interior el fluido se mueve hacia arriba y descende a lo largo de la periferia. Este modelo persiste hasta que se establece el flujo aleatorio turbulento de acuerdo con el gradiente térmico.

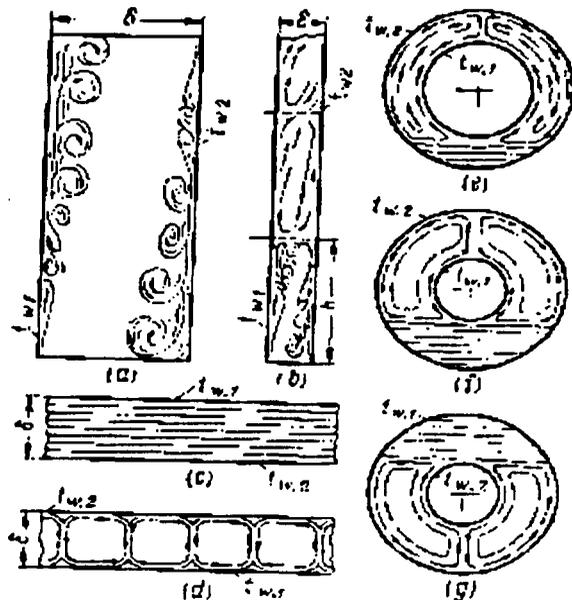


Figura 2.8. Flujo libre de aire en un espacio cerrado. (tomada de Isachenko et al., 1973).

En ranuras verticales la circulación del fluido se desarrolla en forma distinta, en función de la distancia  $\delta$  entre las paredes que forman el espacio cerrado. Si  $\delta$  es grande, los flujos ascendente y descendente no interfieren entre sí (ver la figura 2.8a). Si  $\delta$  es pequeño, la interferencia entre las corrientes crea circuitos internos, como se ilustra en la figura 2.8b. La altura  $h$  de estos circuitos internos está determinada por la anchura del espacio cerrado, el tipo de fluido y la intensidad del proceso.

En espacios esféricos y cilíndricos horizontales el fluido circula como se muestra en las figuras 2.8c, f, g, en función de la relación de los diámetros. El desarrollo de la circulación libre depende de las regularidades características de los espacios limitados.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGINALIDAD

El flujo se desarrolla en la región por encima del borde más bajo de la superficie calentada; por debajo de este borde el fluido permanece estancado. Sin embargo, si se calienta la superficie cilíndrica externa, la circulación del fluido se extiende al espacio por debajo del borde superior de la superficie fría.

Para determinar la densidad del flujo de calor a través de las capas de fluido, es práctica común remplazar el complejo proceso de transmisión del calor a través de espacios cerrados por un proceso equivalente de conducción del flujo de calor.

La densidad del flujo de calor se calcula condicionalmente mediante la fórmula de la conducción del flujo de calor para una pared plana:

$$q = \frac{k_{eq}}{\delta} [T_{w_1} - T_{w_2}], \quad (2.72)$$

en donde  $k_{eq}$  es la llamada conductividad térmica equivalente, que tiene en cuenta el transporte del flujo de calor a través del espacio por convección y por conducción.

La relación para  $k_{eq}$  es:

$$k_{eq} = \epsilon_c k, \quad (2.73)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del fluido a la temperatura promedio, la cantidad  $\epsilon_c$  es función del parámetro  $GrPr$ , donde  $Gr$  es el número adimensional de Grashof y que la relación matemática de las variables y propiedades físicas es;  $Gr = \frac{g \beta (\Delta T)_{w_1} l_0^3}{\nu^2}$  este número caracteriza la fuerza de empuje que aparece en el fluido. Debido a las diferencias de densidad del fluido en los distintos puntos del flujo del sistema, el número de Prandtl  $Pr$  se expresa por los parámetros físicos como;  $Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k}$ . En la figura 2.9 se muestra gráficamente la función  $\epsilon_c = f(GrPr)$ , dibujada a partir de los datos experimentales para recintos verticales y espacios horizontales, anulares y espacios esféricos cerrados llenos de gas o líquido.

Para calcular los parámetros adimensionales de semejanza se toma como dimensión de referencia el espesor del recinto cerrado  $l_0 = \delta$  y como temperatura de referencia, la temperatura media del fluido  $T_{w_0} = \frac{1}{2} [T_{w_1} + T_{w_2}]$  sin tener en cuenta la forma del espacio.

Para valores pequeños del parámetro  $GrPr < 10^3$  se tiene que  $\epsilon_c = 1$  y entonces  $k_{eq} = k$ . esto significa que el flujo de calor se transmite de la pared caliente a la pared fría sólo por conducción.

Para  $GrPr > 10^3$  se puede utilizar la relación:

Para valores pequeños del parámetro  $GrPr < 10^3$  se tiene que  $\epsilon_c = 1$  y entonces  $k_{eq} = k$ . esto significa que el flujo de calor se transmite de la pared caliente a la pared fría sólo por conducción.

Para  $GrPr > 10^3$  se puede utilizar la relación:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\epsilon_e = 0.18 [GrPr]^{0.25}, \quad (2.74)$$

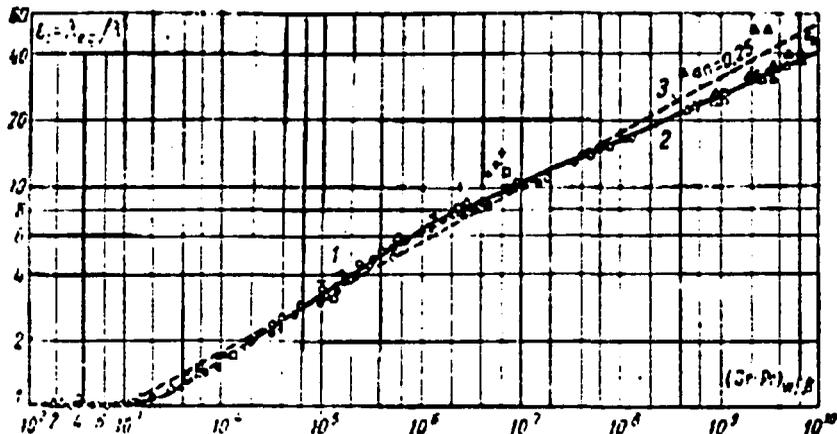


Figura 2.9.  $\epsilon_e = 0.18 [GrPr]^{0.25}$ , con flujo libre en un espacio cerrado. (Tomado de Isachenko et al., 1973).

este valor nos ayudará a evaluar la transferencia de energía en un recinto cerrado como es nuestro desarrollo.

Cuando el proceso de transferencia del flujo de calor que se desarrolla, sólo en una dimensión, las relaciones anteriores las podemos utilizar en nuestras evaluaciones, pero cuando el proceso de transferencia de flujo de calor se realiza en dos dimensiones que es el caso que desarrollamos es necesario hacer un ajuste para transformar las dos dimensiones a una dimensión esto se realiza de la siguiente manera (Kreith et al., 1970):

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}, \quad (2.75)$$

donde  $\delta$  es la coordenada lineal y  $L_1$  y  $L_2$  son las longitudes características en cada dimensión. En el caso que desarrollamos vamos a utilizar esta ecuación adaptada a nuestro modelo.

En el desarrollo del horno solar de fundición de aluminio la transferencia de flujo de calor por medio de radiación es otro punto importante, a continuación revisaremos brevemente este aspecto.

Haremos a continuación una revisión a los conceptos de radiación térmica.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.4. Radiación térmica.

Vamos a revisar el proceso de la radiación térmica, las leyes de la radiación térmica de un cuerpo y las relaciones para evaluar el transporte de energía de radiación térmica de un cuerpo a otro.

### 2.4.1 Clases de flujo de energía de la radiación térmica.

La radiación dentro de un intervalo estrecho de longitudes de onda (Isachenko et al., 1973), desde  $\lambda$  hasta  $\lambda + d\lambda$  se llama radiación monocromática  $Q_\lambda$ .

La radiación total desde la superficie de un cuerpo en todas las direcciones de una semiesfera, y de todas las longitudes de onda del espectro, se llama radiación integral o total  $Q$ . El flujo total emitido por unidad de área en todas las direcciones de una semiesfera, se llama densidad integral de la radiación hemisférica o poder emisor del cuerpo ( $E_\lambda, E$ ), y se expresa por medio de la relación:

$$E = \frac{dQ}{dF}, \quad (2.76)$$

donde  $dQ$  es el flujo radiante (J/s) emitido por la superficie elemental  $dF$ , el flujo radiante de la superficie entera se puede expresar por medio de la relación:

$$Q = \int_F E dF, \quad (2.77)$$

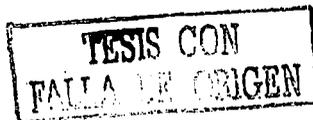
en donde  $F$  es la superficie total del cuerpo en  $m^2$ .

Se define la intensidad espectral de radiación como: la razón de la radiación emitida en el intervalo muy pequeño de longitud de onda, a todo el intervalo de longitudes de onda, y se expresa por la relación:

$$J_\lambda = \frac{dE}{d\lambda}, \quad (2.78)$$

la intensidad de radiación integral depende de la longitud de onda  $\lambda$ , pero también puede depender de la dirección. Entonces vamos a definir como intensidad espectral ó brillo de radiación: la cantidad de energía emitida en una dirección definida por unidad de área perpendicular a la dirección de la radiación, referida a un ángulo sólido elemental. De la definición anterior se derivan las expresiones para el brillo de la radiación espectral y el brillo de la radiación integral como sigue:

$$B_\lambda = \frac{dJ_\lambda}{d\omega}, \quad (2.79)$$



$$B = \frac{dE}{d\omega} \quad (2.80)$$

vamos ahora a revisar la interacción de la radiación entre los cuerpos.

La radiación incidente procedente de otros cuerpos es, en parte, absorbida por el cuerpo, en parte reflejada y otra parte atraviesa el cuerpo. Vamos a denotar por  $E_{in}$  a la cantidad de radiación incidente. La fracción de la energía que es absorbida por el cuerpo se transforma en energía interna del cuerpo. La energía absorbida es igual a:

$$E_{abs} = \alpha E_{in} \quad (2.81)$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de absorción.

Aquellos cuerpos que absorben toda la energía incidente de la radiación térmica se llaman cuerpos negros. En estos cuerpos el coeficiente de absorción  $\alpha$  es igual a uno.

La relación 2.81 también pueden referirse a la radiación monocromática, entonces el coeficiente de absorción se representara como  $\alpha_{\lambda}$ .

Aquellos cuerpos que absorben la energía de la radiación térmica de algunos valores de las longitudes de onda  $\lambda$  se llaman cuerpos grises, en estos la fracción de la radiación térmica de las longitudes de onda que no son absorbidas o se reflejan o se transmiten a través del cuerpo.

La fracción de radiación incidente reflejada al exterior por un cuerpo gris se llama radiación reflejada y se expresa como:

$$E_{ref} = \rho E_{in} \quad (2.82)$$

donde  $\rho$  es el coeficiente de reflexión del cuerpo. Cuando  $\rho = 1$ , los procesos implican reflexión desde la superficie y obedecen las leyes de la óptica geométrica, la superficie del cuerpo se llama especular; con difusión difusa la superficie es llamada absolutamente blanca.

La fracción de la energía térmica incidente que atraviesa el cuerpo se llama radiación térmica transmitida y se expresa como:

$$E_{trans} = \tau E_{in} \quad (2.83)$$

donde  $\tau$  es el coeficiente de la energía transmitida del cuerpo.

Los cuerpos cuyo coeficiente  $\tau$  es cercano a la unidad se llaman transparentes. La asociación de los procesos de emisión, absorción, reflexión y transmisión de

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

energía radiante por diferentes sistemas de cuerpos se conoce como intercambio de energía radiante.

Para un cuerpo que participa en el intercambio de energía radiante con otros cuerpos, se pueden escribir las siguientes relaciones del balance de calor, basadas en las leyes de conservación de la energía:

$$E_{in} = E_{abs} + E_{ref} + E_{trans}, \quad (2.84)$$

tomando en cuenta las relaciones 2.81, 2.82, y 2.83 sustituyendo estas en la ecuación 2.84 se obtiene la relación:

$$\alpha + \rho + \tau = 1, \quad (2.85)$$

vamos ahora a deducir la relación para evaluar la energía térmica que se tiene por los procesos de interacción de la radiación térmica de un cuerpo con la radiación térmica incidente del medio.

En la figura 2.10 se muestra las cantidades de la energía que se tiene en la frontera de una superficie de un cuerpo. Vamos a llamar radiación efectiva a la suma de la energía inherente del cuerpo más la energía reflejada por la superficie del cuerpo de la energía incidente, y se expresa como sigue:

$$E_{ef} = E + \rho Q_{in}, \quad (2.86)$$

la radiación efectiva depende de las propiedades físicas del cuerpo y de la temperatura no sólo del cuerpo en cuestión, sino también de los cuerpos circundantes. La radiación efectiva depende también de la forma, tamaño y de la disposición relativa de los cuerpos en el espacio. Debido a esto, la radiación efectiva y la radiación inherente son diferentes.

La radiación neta es la diferencia entre el flujo radiante incidente que llega al cuerpo y la radiación emitida por el cuerpo hacia el espacio circundante.

La radiación neta puede encontrarse en la parte interna del cuerpo y en la parte externa del cuerpo como se muestra en la figura 10 en las líneas de corte transversal  $a-b$  y  $c-d$ , el flujo de calor  $q_n$  para la parte interna del cuerpo se puede representar por la relación:

$$q_n = E - E_{abs} = E - \alpha E_{in}. \quad (2.87)$$

En la frontera externa se tiene que la radiación neta es:

$$q_n = E_{ef} - E_{in}. \quad (2.88)$$



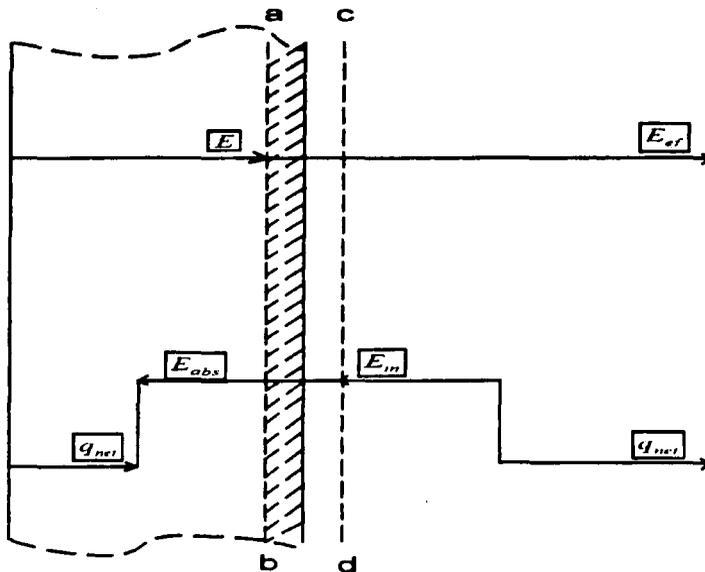


Figura 2.10. Determinación del flujo neto de calor. (Isachenko et al., 1973).

En la relación 2.88 el flujo térmico neto se determina por la diferencia de entre dos radiaciones contrarias cayendo sobre las caras opuestas de una superficie imaginaria  $c-d$  localizada en el campo de radiación próximo a la superficie límite. El flujo neto puede ser positivo negativo o nulo.

La radiación neta y la efectiva pueden relacionarse. De la ecuación 2.88 se despeja el flujo efectivo y se obtiene:

$$E_{ef} = q_n + E_{in} \quad (2.89)$$

y de la relación 2.87 se despeja la energía incidente y queda:

$$E_{in} = \frac{E - q_n}{\alpha} \quad (2.90)$$

Al sustituir la ecuación 2.90 en la ecuación 2.89 obtenemos:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$E_{ef} = q_n \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{E}{\alpha} \quad (2.91)$$

Esta relación para la radiación efectiva se usará posteriormente para encontrar la relación de la transferencia de energía entre dos cuerpos uno cubierto totalmente por otro.

Vamos ahora a mostrar las leyes de la radiación térmica para deducir la relación de la energía inherente de un cuerpo y encontrar el comportamiento de la radiación inherente del cuerpo y la energía que absorbe el cuerpo.

#### 2.4.2. Leyes de la radiación térmica.

La ley de Planck es una ley básica de la radiación. Esta ley describe la radiación de cuerpos ideales llamados cuerpos negros. Esta ley establece que la intensidad de radiación es representado por la relación:

$$J_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \left( e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} \quad (2.92)$$

donde los valores para  $c_1$  y  $c_2$  son ;  $c_1 = 0.374 \times 10^{-15} W \cdot m^2$  es el valor de la primer constante;  $c_2 = 1.4388 \times 10^{-2} m \cdot K$  es el valor de la segunda constante;  $\lambda$  es la longitud de onda en  $m$ ;  $T$  es la temperatura absoluta en  $K$ .

De acuerdo con la relación 2.92, un cuerpo negro radia con diferente intensidad de radiación en cada longitud de onda. La figura 2.11 muestra la distribución espectral de radiación del cuerpo negro en función de la longitud de onda y la temperatura absoluta.

De la ley de Planck se muestra que para cada isoterma presenta un máximo.

La intensidad de la radiación térmica aumenta considerablemente al crecer la temperatura.

A partir de la ley de Planck se puede deducir la ley de Stefan-Boltzmann esta ley relaciona la dependencia de la radiación hemisférica integral con la temperatura.

La radiación hemisférica integral total por unidad de área es la radiación total de todas las longitudes de onda de un cuerpo y se expresa como:

$$E_0 = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} J_{0,\lambda} d\lambda = c_1 \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda \quad (2.93)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

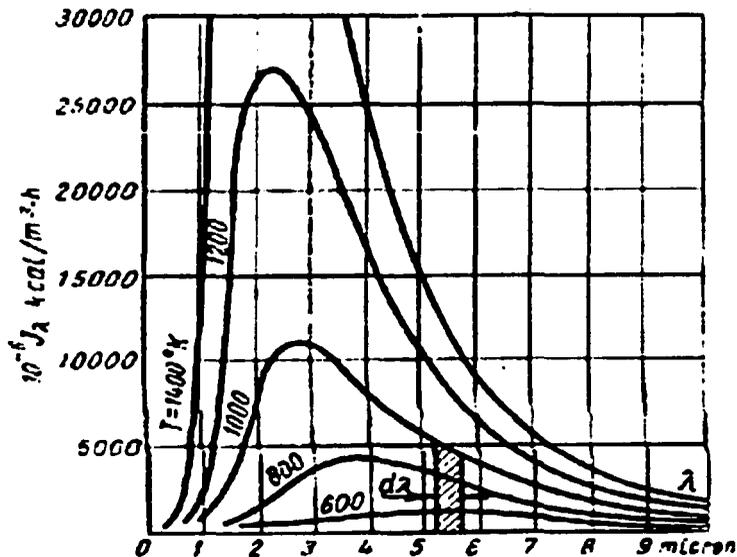


Figura 2.11. Representación grafica de la ley de planck. ( tomado de Isachenko et al., 1973)

integrando la relación 2.93 obtenemos:

$$E_0 = \sigma T^4, \quad (2.94)$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stephan-Boltzmann,  $T$  es la temperatura absoluta, por comodidad de cálculos técnicos la ecuación 2.94 se expresa como:

$$E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (2.95)$$

el subíndice cero es para indicar que la radiación es del cuerpo negro, la constante  $c_0$  tiene el valor  $c_0 = 5.67 W/m^2 K^4$ .

Cuando los cuerpos no son negros a estos cuerpos se les llaman grises, en estos se supone que la radiación inherente es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta pero el valor de proporcionalidad es menor que en el cuerpo

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

negro, de esta forma la ley de Stefan-Boltzmann toma la forma:

$$E = \varepsilon E_0 = \alpha_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = c \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (2.96)$$

donde  $\varepsilon = \frac{c}{c_0} < 1$  es la emisividad integral o media de un cuerpo gris;  $c$  es el factor de radiación del cuerpo gris en  $W/m^2 K^4$ .

La ley de Kirchoff establece que en equilibrio termodinámico se tiene que el coeficiente de absorción de un cuerpo es igual al coeficiente de emisividad esto se expresa como:

$$\alpha = \varepsilon, \quad (2.97)$$

para radiación monocromática esta relación es:

$$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda, \quad (2.98)$$

en donde  $A_\lambda$  es el coeficiente de absorción del cuerpo en un intervalo estrecho de longitudes de onda,  $\varepsilon_\lambda$  es la emisividad del cuerpo de la radiación monocromática.

Una vez que se tiene las relaciones de las leyes de radiación térmica y el comportamiento de absorción y reflexión de la radiación térmica podemos evaluar la transmisión de la energía de la superficie de un cuerpo totalmente encerrado por otra superficie.

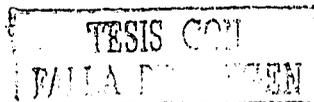
#### 2.4.3. Intercambio de energía radiante entre un sólido y una envolvente.

Siguiendo a Isachenko et al, consideraremos dos cuerpos, uno de los cuales envuelve totalmente al otro, como en la figura 2.12 el cuerpo 1 convexo y el cuerpo 2 cóncavo. Sus superficies  $F_1$  y  $F_2$ , los coeficientes de absorción son conocidos e igual a  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , y también sus temperaturas son conocidas sus temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ , con  $T_1 > T_2$ . De la ecuación 2.88 se deduce que:

$$Q_{1,2} = Q_{e,f1} - \varphi_{21} Q_{e,f2}, \quad (2.99)$$

en donde  $\varphi_{21}$  es el factor de visión geométrico medio, que caracteriza la fracción de la radiación efectiva que incide sobre el cuerpo 1 desde el cuerpo 2.

De acuerdo con la ecuación 2.91, el flujo total de radiación efectiva emitida por cada cuerpo se expresa como sigue:



$$Q_{of1} = Q_{12} \left( 1 - \frac{1}{\alpha_1} \right) + \frac{Q_1}{\alpha_1}, \quad (2.100)$$

y

$$Q_{of2} = Q_{21} \left( 1 - \frac{1}{\alpha_2} \right) + \frac{Q_2}{\alpha_2}. \quad (2.101)$$

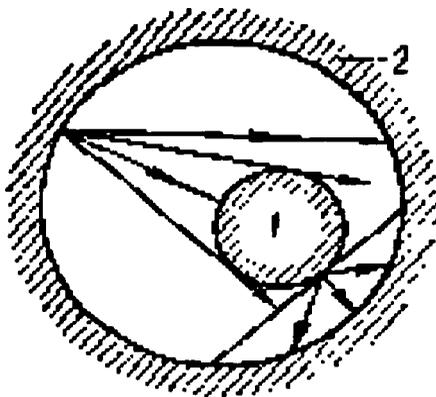


Figura 2.12. Diagrama de un sistema de radiación con una envoltura. (tomada de Isachenko et al., 1973)

sustituyendo las ecuaciones 2.100 y 2.101 en la ecuación 2.99 teniendo en cuenta que  $Q_{12} = -Q_{21}$ , y agrupando términos se obtiene:

$$Q_{12} = \frac{\frac{Q_1}{\alpha_1} - \varphi_{21} \frac{Q_2}{\alpha_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \varphi_{21} \left( \frac{1}{\alpha_2} - 1 \right)}. \quad (2.102)$$

De acuerdo con la ley de Stefan-Boltzmann, la radiación inherente de los dos cuerpos se representan por las relaciones:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$E_1 = Q_1 = F_1 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 c_0 \varepsilon_1 \quad (2.103)$$

y

$$E_2 = Q_2 = F_2 \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 c_0 \varepsilon_2 \quad (2.104)$$

al sustituir las ecuaciones 2.103 y 2.104 en la ecuación 2.102, y suponiendo que el cuerpo se encuentra en equilibrio termodinámico, por tanto  $\alpha_1 = \varepsilon_1$  y  $\alpha_2 = \varepsilon_2$ , entonces obtenemos:

$$Q_{12} = \frac{c_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 F_1 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 F_2 \varphi_{21} \right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \varphi_{21}} \quad (2.105)$$

En la relación 2.105 se desconoce el valor de  $\varphi_{21}$ , para encontrar el valor vamos a suponer que  $T_1 = T_2$ , entonces el flujo de intercambio de calor por radiación debe ser  $Q_{12} = 0$ , que se cumple si se tiene que:  $F_1 - F_2 \varphi_{21} = 0$ , entonces despejando  $\varphi_{21}$  obtenemos la relación:

$$\varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2} \quad (2.106)$$

sustituyendo la relación 2.106 en la relación 2.105 se obtiene:

$$Q_{12} = \frac{c_0 F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad (2.107)$$

Esta es la relación con que podemos evaluar la transferencia del flujo de calor en estado estacionario de una superficie totalmente contenida en otra como es el caso en este trabajo.

Vamos ahora a hacer una revisión a los conceptos de termodinámica que en este trabajo serán utilizados.

## 2.5. Conceptos básicos y leyes de la termodinámica.

Vamos a hacer una revisión a los conceptos básicos de la termodinámica, así como a las leyes que aplicaremos en este trabajo, para describir el comportamiento térmico de un horno alimentado con energía solar concentrada.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

### 2.5.1. La termodinámica y su método.

La termodinámica es la ciencia que estudia las leyes de las transformaciones de la energía (Kirillin et al., 1986). Los fundamentos de la termodinámica fueron asentados debido al desarrollo de los motores térmicos.

La termodinámica no está ligada a algún modelo de la microestructura de la materia. En esto radica la fuerza y la debilidad de la termodinámica.

De por sí, la termodinámica no puede proporcionar ningún dato acerca de las propiedades de la materia. El principio de estructuración de la termodinámica es simple.

De base de la termodinámica sirven cuatro leyes fundamentales. La ley cero sirve de base para asegurar la medición de la temperatura en un sistema termodinámico, la primera ley de la termodinámica caracteriza la parte cuantitativa de los procesos de transformación de la energía, y la segunda ley establece la parte cualitativa (dirección) de los procesos que tienen lugar en los en los sistemas físicos, la tercera ley permite establecer el nivel de referencia base de la entropía del sistema. Partiendo sólo de estos principios y siguiendo el método de deducción rigurosa, puede llegarse a todas las conclusiones principales de la termodinámica. A continuación, se presentan los conceptos básicos y definiciones necesarias para después explicar la termodinámica propiamente dicha.

### 2.5.2. Parámetros de estado.

Para determinar las condiciones físicas concretas en que consideraremos el cuerpo y, por lo tanto, definir de manera unívoca el estado en que dicha sustancia se encuentra, se introducen unas características convenientes del estado del cuerpo que se llaman variables de estado.

Las variables de una sustancia pueden ser extensivas o intensivas. Se llaman intensivas las propiedades de la sustancia que no dependen de la cantidad de sustancia que hay en el sistema ( la presión, temperatura y otras).

Las propiedades que dependen de la cantidad de sustancia se llaman extensivas.

El volumen es un ejemplo de esta propiedad extensiva. Las propiedades extensivas específicas, es decir referidas a la unidad de cantidad de sustancia, adquieren el sentido de propiedades intensivas.

Así por ejemplo, el volumen específico, la masa específica, etc., pueden considerarse como propiedades intensivas. Las propiedades intensivas que determinan el estado del cuerpo grupo de cuerpos que constituyen un sistema termodinámico reciben el nombre de variables termodinámicas del estado del cuerpo (del sistema).

Los variables de estado más convenientes y, por lo tanto, más utilizadas, son: la temperatura absoluta, la presión absoluta y el volumen específico (o la densidad) del cuerpo.

Otro parámetro de la sustancia es el volumen específico, este es el volumen que ocupa una unidad de densidad de dicha sustancia.

Entre la masa del cuerpo  $M$  y el volumen  $V$  existe la relación:

$$v = \frac{V}{M}. \quad (2.108)$$

La densidad se representa por:

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{M}{V}. \quad (2.109)$$

Podemos expresar el volumen específico de una sustancia unívocamente por los valores de la presión  $p$  y la temperatura absoluta  $T$  como:

$$v = f(p, T). \quad (2.110)$$

Como todas las variables de estado son equiparables desde el punto de vista de la determinación del estado de la sustancia, la temperatura del cuerpo quedará definida por la relación:

$$T = \phi(p, v). \quad (2.111)$$

y la presión, por:

$$p = \varphi(T, v). \quad (2.112)$$

Por lo tanto, tres parámetros cualesquiera del estado de una sustancia están relacionados entre sí. La ecuación que liga estos parámetros recibe el nombre de ecuación de estado de la sustancia dada.

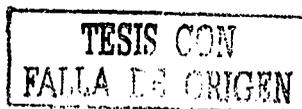
Si tomamos los parámetros  $p, v$  y  $T$  las relaciones 2.108, 2.109 y 2.110 se pueden representar en forma de ecuación de estado como:

$$F(p, v, T) = 0 \quad (2.113)$$

el carácter de la relación funcional que existe entre  $p, v$  y  $T$  es individual para cada sustancia, por tanto, las propiedades termodinámicas vienen definidas por la ecuación de estado particular de cada sustancia.

### 2.5.3. Concepto de transformación.

Se le llama sistema termodinámico a un conjunto de cuerpos materiales que interaccionan entre sí, como con el medio ambiente (Kirillin et al., 1986). A todos los demás cuerpos materiales que se hallan fuera de los límites del sistema que se considera, se les da el nombre de medio ambiente, exterior o circundante. Si varía



aunque sea sólo uno de las variables de estado, cambia el estado del sistema, es decir, se produce una transformación termodinámica. Todas las transformaciones que ocurren en un sistema termodinámico pueden dividirse en transformaciones en equilibrio y transformaciones irreversibles. Se llaman transformaciones en equilibrio las que consisten en una sucesión continua de estados de equilibrio del sistema. Se dice que son transformaciones irreversibles aquellas en cuyo transcurso el sistema no se encuentra en estado de equilibrio. Cualquier proceso real es, en mayor o en menor grado, una transformación irreversible. Por lo tanto, la transformación en equilibrio es un caso idealizado de una transformación irreversible. A las transformaciones en equilibrio se llaman a veces cuasiestáticas. Si un sistema está constituido por una sustancia pura, sus estados, como dijimos antes, estarán representados por cierta superficie en el sistema  $p, v, T$ .

Revisaremos a continuación el concepto de capacidad calorífica.

#### 2.5.4. Concepto de capacidad calorífica.

Se llama capacidad calorífica de un cuerpo a la cantidad de calor necesaria para elevar en un grado su temperatura.

De esta definición se puede notar que la capacidad calorífica es una propiedad extensiva del cuerpo. Se define también la capacidad calorífica por unidad de masa como la cantidad de calor necesaria para elevar en un grado la unidad de masa, la capacidad calorífica así definida se puede ver que es una propiedad intensiva de la sustancia.

Si designamos el calor específico por el símbolo  $c$ , de la definición de calor específico esté se puede representar por la expresión:

$$c = \frac{q_{1-2}}{T_2 - T_1} \quad (2.114)$$

donde  $T_1$  es la temperatura inicial;  $T_2$  es la temperatura final, y  $q_{1-2}$  es el calor cedido a la unidad de cantidad de sustancia mientras se calienta de la temperatura  $T_1$  hasta la temperatura  $T_2$ .

El calor específico no es una cantidad constante, varía con la temperatura. Como el calor específico no es una cantidad constante se definirá:

$$c = \frac{dq}{dT} \quad (2.115)$$

De esta relación se deduce que:

$$q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} cdT \quad (2.116)$$

Entonces conociendo la dependencia del calor específico verdadero con respecto a

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

la temperatura, se puede encontrar el calor específico medio mediante la relación:

$$c_m = \frac{\int_{T_1}^{T_2} c dT}{T_2 - T_1} \quad (2.117)$$

El calor específico es distinto según el carácter que tenga el proceso de suministro de energía térmica, la cantidad de energía térmica que hay que ceder al cuerpo para elevar su temperatura en un grado será distinta. Por esto cuando se habla de calor específico hay que puntualizar de qué proceso de suministro de energía térmica a la sustancia dada se trata. En otras palabras, la magnitud  $q$  depende no sólo del intervalo de temperaturas, sino también de la forma en que se le suministre calor. Por esto en la relación 2.113 se debe representar provista de un subíndice que caracterice el tipo de transformación, entonces se representará el calor específico como:

$$c_x = \frac{dq_x}{dT} \quad (2.118)$$

donde por medio de  $x$  se designa la variable que permanece constante durante el proceso de transformación. Las variables que son más utilizadas en la práctica son: el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante. Estos calores se designarán respectivamente por  $c_p$  y  $c_v$ .

Vamos ahora a revisar las leyes de la termodinámica.

### 2.5.5. Ley de conservación y transformación de la energía.

La ley o principio de la conservación y transformación de la energía es una de las leyes fundamentales de la naturaleza y tiene carácter general. Esta ley dice: la energía no se crea ni se destruye, solamente pasa de una forma a otra en las diversas transformaciones físicas y químicas. Continuaremos con la presentación de la ley cero de la termodinámica.

### 2.5.6. Ley cero de la termodinámica.

La ley cero de la termodinámica fue enunciada posterior a la primera y segunda ley de la termodinámica. Esta ley dice lo siguiente (Pippard et al., 1986): si un sistema termodinámico se compone de tres cuerpos denominados A, B y C y de manera separada los cuerpos A y B se encuentran en equilibrio con el cuerpo C, entonces los cuerpos A y B se encuentran necesariamente en equilibrio.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 2.5.7. Primera ley de la termodinámica.

En el caso general, cuando como resultado del suministro de energía térmica aumenta la temperatura del cuerpo y a consecuencia del aumento de su volumen se realiza trabajo exterior, el calor que se le cede al cuerpo se invierte en aumentar su energía interna  $U$  y en realizar el trabajo externo  $W$  (Kirillin et al., 1986).

Esto se puede expresar por medio de la ecuación:

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + W_{1-2}, \quad (2.119)$$

donde  $Q_{1-2}$  es el calor que se le cede al cuerpo cuando se calienta desde el estado 1 hasta el estado 2;  $\Delta U_{1-2}$  es la variación de la energía interna del cuerpo durante esta transformación, que es igual, a la diferencia de la energías internas que tiene el sistema en los estados 1 y 2; y  $W_{1-2}$  es el trabajo realizado por el cuerpo durante la transformación 1-2.

La ecuación 2.119 es la expresión del primer principio de la termodinámica, que es un caso particular de la ley de conservación y transformación de la energía.

La relación 2.119 se expresa en forma diferencial como:

$$dQ = dU + dW. \quad (2.120)$$

Convengamos que, el calor cedido al sistema será considerado positivo, y el flujo de calor extraído del sistema, negativo. Respectivamente, consideraremos positivo el trabajo realizado por el sistema, y negativo, el trabajo que el sistema recibe.

El trabajo de expansión depende del camino que sigue el proceso de expansión, es decir que es función de la transformación. La energía interna de un cuerpo es una función de estado y la variación de la energía interna sólo depende de la diferencia de energías en los estados inicial y final del cuerpo, la ecuación del primer principio de la termodinámica se puede expresar como:

$$Q_{1-2} = U_2 - U_1 + W_{1-2}. \quad (2.121)$$

La energía interna se mide en las mismas unidades que el calor y el trabajo.

Vamos a continuación a revisar la segunda ley de la termodinámica.

### 2.5.8. Segunda ley de la termodinámica.

El primer principio de la termodinámica (Kirillin et al., 1986), como se ha ya mencionado, caracteriza los procesos de transformación de la energía desde el punto de vista cuantitativo. El segundo principio de la termodinámica caracteriza la parte cualitativa de estos procesos. El primer principio da todo lo necesario para



hacer un balance energético de cualquier proceso. Pero no da indicaciones con respecto a la posibilidad de que se realice un proceso u otro.

El segundo principio de la termodinámica fue enunciado por R. Clausius en el año de 1850 a través del siguiente enunciado:

“el calor no puede pasar por sí mismo de un cuerpo frío a un cuerpo caliente”.

Esta ley es la que le asigna la dirección en que se transmite la energía térmica en un sistema termodinámico cuando no se realiza trabajo en el sistema (Kirillin et al., 1986). Es decir entre dos cuerpos en ausencia de cualquier forma de trabajo el calor pasará del cuerpo a mayor temperatura hacia el de menor temperatura.

Presentaremos a continuación la tercera ley de la termodinámica.

#### 2.5.9. Tercera ley de la termodinámica.

Esta ley tiene su principal aplicación a temperaturas cercanas al cero grados Kelvin, y como nuestro trabajo se desarrolla a temperaturas lejos del cero absoluto, entonces sólo será mencionada por completos. Esta ley fue determinada experimentalmente por V. Nernst (en el año 1906) y M. Planck (en el año 1912) formuló definitivamente el siguiente principio (Pippard et al., 1986): “a una temperatura que tiende al cero absoluto, en una sustancia que se encuentra en estado condensado y tiene una estructura cristalina ordenada, su entropía tiende a cero”:

$$s_0 = 0, \text{ cuando } T = 0^\circ K.$$

Este principio permite calcular el valor absoluto de la entropía a diferencia de la energía interna y de la entalpía, las cuales se calculan a partir de un nivel arbitrario.

Revisaremos ahora la función de estado llamada entalpía.

#### 2.5.10. Entalpía de un cuerpo.

Uno de los papeles más importantes en la termodinámica lo tiene la magnitud llamada entalpía. La magnitud llamada entalpía se compone de la suma de la energía interna y el producto de la presión y el volumen (Kirillin et al., 1986). Entonces esta función se expresa como:

$$H = U + pV. \quad (2.122)$$

La entalpía lo mismo que la energía interna es una propiedad extensiva, por tanto si se toma sólo la unidad de masa de la sustancia la entalpía específica se expresa como:

$$h = u + pv. \quad (2.123)$$



la entalpía se mide en las mismas unidades que el calor, el trabajo y la energía interna.

Como entre  $h$  y  $u$  existe una relación lineal, el punto de referencia para la medición de la entalpía va ligado al de la energía interna; en el punto de referencia tomado para medir la energía interna ( $u=0$ ) la entalpía será  $h=pv$ . La función entalpía es una combinación de magnitudes que son funciones de estado ( $u, p, v$ ), por lo tanto, la entalpía es también una función de estado. Lo mismo que la energía interna, la entalpía de un cuerpo puro puede representarse en función de dos parámetros de estado cualquiera, por ejemplo, de la presión  $p$  y de la temperatura  $T$ :  $h=f(p, T)$ . Además, como la entalpía es una función de estado, su diferencial es una diferencial total y esta se expresa como:

$$dh = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp. \quad (2.124)$$

Por otra parte de la ecuación del primer principio de la termodinámica en donde se tiene que la única forma de trabajo es la expansión del volumen del cuerpo, se expresa como:

$$dq = du + pdv. \quad (2.125)$$

Si tenemos en cuenta la relación:

$$pdv = d(pv) - vdp. \quad (2.126)$$

Si sustituimos la ecuación 2.126 en la ecuación 2.125 obtenemos la relación:

$$dq = du + d(pv) - vdp. \quad (2.127)$$

Si se reagrupan términos se obtiene:

$$dq = d(u + pv) - vdp. \quad (2.128)$$

Al considerar la relación 2.123 y sustituir ésta, en la relación 2.128 se puede escribir como:

$$dq = dh - vdp. \quad (2.129)$$

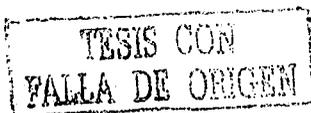
si la presión del sistema es constante entonces tenemos que:

$$dp = 0, \text{ entonces } dq_p = dh. \quad (2.130)$$

es decir, el calor que se le suministra a un sistema en una transformación a presión constante se invierte en variar su entalpía.

De la expresión del calor específico se tiene que:

$$c_p = \frac{dq_p}{dT}. \quad (2.131)$$



y de la igualdad 2.131 la capacidad calorífica a presión constante se puede escribir:

$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p. \quad (2.132)$$

Vamos ahora a revisar el comportamiento de la entalpía cuando los cuerpos se calientan.

#### 2.5.10.1. Entalpía de calentamiento.

De la relación 2.132 se puede deducir que el calor que absorbe un cuerpo a presión constante es igual a la variación de la entalpía del cuerpo, para evaluar el calor que se absorbe un cuerpo al ir del estado 1 al estado 2 en un proceso a presión constante, se obtiene a partir de las relaciones 2.131 y 2.132 la siguiente expresión para el calor:

$$q_{1-2} = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT. \quad (2.133)$$

Si se conoce el comportamiento de  $c_p$  con respecto a la temperatura a presión constante, con la relación 2.133 se puede evaluar el calor absorbido por el cuerpo.

Podemos también tomar el valor medio del calor específico a presión constante como  $c_{pm}$  y sustituirlo en la relación 2.133, resolviendo la integral entonces se obtiene la relación para el calor como sigue:

$$q_{1-2} = \Delta h = c_{pm} (T_2 - T_1). \quad (2.134)$$

Vamos ahora a revisar el comportamiento de la entalpía de fusión.

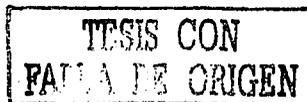
#### 2.5.10.2. Entalpía de fusión.

En la figura 2.13 se muestra el comportamiento de la entalpía en función de la temperatura  $T$ , en un cuerpo cuando el cuerpo está en la fase sólida y pasa al estado líquido, en un proceso a presión constante (Livshits et al., 1980).

La variación suave de la entalpía  $h$  con la temperatura se altera durante las transformaciones de fase reversibles, y el valor de  $h$  a la temperatura de transformación cambia dando un salto, aunque de manera continua.

En la figura 2.13 se representa esquemáticamente la correlación  $h(T)$ , a presión constante, para un metal con punto de fusión  $T_f$ .

De acuerdo con la capacidad calorífica durante el calentamiento, la entalpía



aumenta al elevarse la temperatura, al principio lentamente, luego con mayor rapidez, empezando por una temperatura determinada, casi en línea recta.

El curso rectilíneo de  $h$  comienza desde aquella temperatura por encima de la cual la capacidad calorífica crece de una manera sumamente suave (ver la figura 2.13).

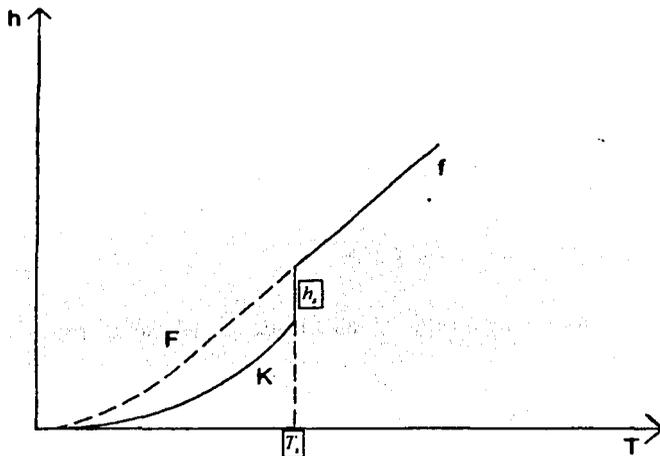


Figura 2.13. Curva de la entalpía en un cuerpo como función de la temperatura. (Tomado de Livshits et al., 1980).

En el punto  $T_1$  la entalpía se incrementa discontinuamente. Dicho incremento corresponde a la entalpía de fusión  $h_1$  (o calor de fusión). Por regla general, la entalpía de un metal líquido (curva f) crece con mayor rapidez que la del metal sólido (curva K). Puede observarse que la curva f tiene mayor pendiente que la curva K, por tanto siendo la pendiente de la curva igual al  $c_p$ , entonces la capacidad calorífica del líquido es mayor que la capacidad calorífica del sólido. Si hubiera sido posible obtener un vidrio amorfo (líquido sobre enfriado), entonces, para cualquier temperatura por debajo del punto de fusión, el cuerpo amorfo tendría una capacidad calorífica mayor que el cuerpo cristalino. En la figura 2.13 la entalpía de el cuerpo amorfo se muestra por la curva F que es la continuación de la curva f. Para nuestro desarrollo, el aluminio tiene una entalpía de fusión media de 395 J/gr, y la temperatura de fusión del aluminio es de 660°C (Livshits, 1980). Con todo lo anterior estamos listos para presentar el desarrollo del horno solar de fundición de aluminio utilizando energía de radiación solar transportada por medio de fibras ópticas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 3.

### Análisis Termodinámico de Hornos de Fundición de Aluminio con Energía Solar Transportada a Través de Fibras Ópticas.

En este capítulo vamos a proponer y a analizar tres hornos de fundición de aluminio que utilizan energía solar transportada a través de fibras ópticas, iniciaremos presentando la propuesta de un horno abierto.

#### 3.1. Propuesta de horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía de radiación solar transportada a través de fibras ópticas.

Como propuesta inicial tenemos un horno de fundición de aluminio abierto utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas. En la figura 3.1 se muestra el esquema del horno que se propone. El horno solar de fundición de aluminio abierto se compone de un crisol, en la parte externa del crisol es aislado con fibra de vidrio, en la parte interna del crisol se tiene el aluminio a fundir. En nuestro desarrollo vamos a considerar aluminio en polvo, el polvo de aluminio se cubre con una placa en la parte superior del crisol expuesta directa al aire ambiental.

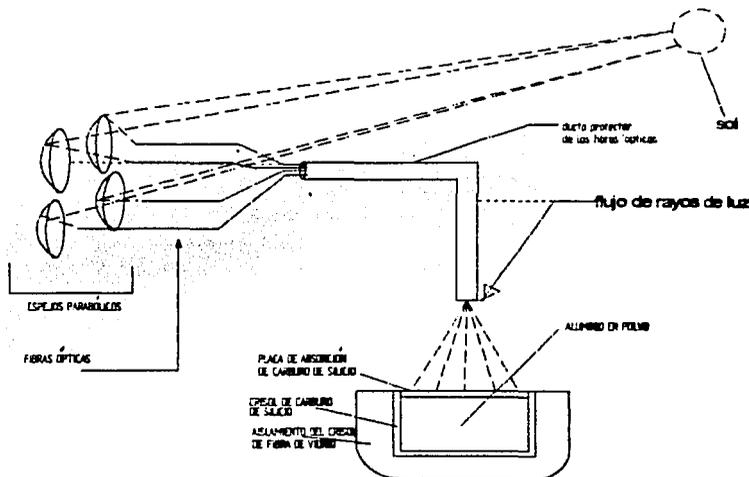


Figura 3.1. Horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas.

TESIS CON  
FOLIA DE ORIGEN

Esta placa tiene la función de absorber la energía de la radiación solar, por tanto es recomendable que seleccionaremos la placa de un material que tenga un alto valor de difusividad térmica. Esto para que la temperatura se estabilice rápidamente. Además también es deseable que la placa tenga un valor muy alto (cercano a la unidad) del coeficiente de absorción de la radiación solar, vamos por esto a llamar a esta placa, "placa de absorción". Las fibras ópticas que transportan la energía solar se colocan centradas en el eje del cilindro del crisol, y a una altura tal que los rayos de luz cubran totalmente la placa de absorción. Las fibras ópticas recolectan energía solar de un conjunto de espejos parabólicos, los espejos están montados en un soporte que tiene un seguidor solar de dos ejes. Este seguidor tiene la finalidad de obtener la máxima energía de la radiación solar al hacer un acoplamiento óptico a la imagen solar, mediante un sistema de control electrónico que se configurará para seguir el punto de máxima intensidad de la radiación solar. La figura 3.2 muestra el esquema propuesto de concentradores de energía solar.

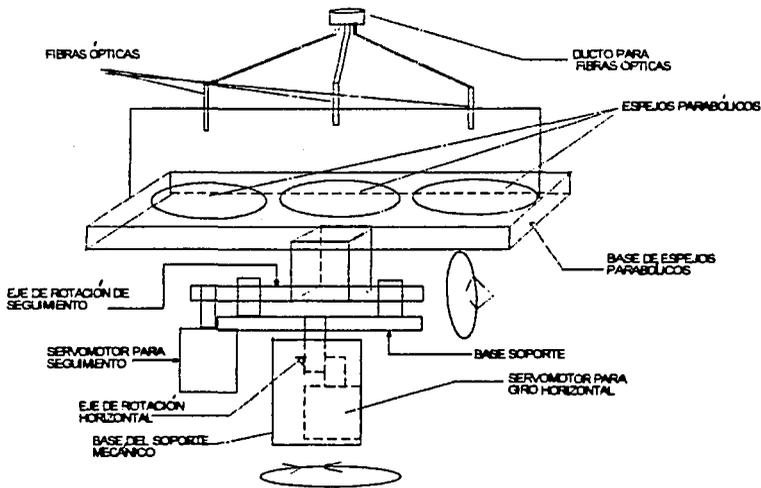


Figura 3.2. Sistema de concentración de energía de radiación solar por medio de espejos parabólicos, y transporte a través de fibras ópticas.

A continuación llevaremos a cabo el diseño de los elementos que componen el horno solar abierto de fundición de aluminio propuesto, evaluando primero la energía necesaria para fundir un gramo de aluminio.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.1.1. Evaluación de la energía necesaria para fundir una masa M de aluminio.

En esta sección evaluaremos la cantidad de energía necesaria para elevar la temperatura de un gramo de aluminio. Para esto vamos a utilizar la entalpía del aluminio, debido a que todo el proceso de transformación del aluminio sólido a líquido es a presión constante.

La entalpía total desde temperatura ambiente hasta  $750^{\circ}\text{C}$  (Groover, 1997) es:

$$\Delta h_T = \Delta h_{cs} + h_{fus} + \Delta h_{cl}$$

Donde  $\Delta h_T$  es la entalpía total por gramo de aluminio que es necesaria para llevar un gramo de aluminio del estado sólido con la temperatura del aluminio igual a la temperatura ambiente hasta alcanzar el estado líquido con una temperatura de  $750^{\circ}\text{C}$ .  $\Delta h_{cs}$  es la entalpía de calentamiento del aluminio sólido,  $h_{fus}$  es la entalpía de fusión del aluminio a temperatura ambiente y presión atmosférica normal,  $\Delta h_{cl}$  es la entalpía de calentamiento del aluminio líquido.

Dentro de la aproximación lineal las ecuaciones para las entalpías se pueden expresar como:

$$\Delta h_{cs} = \bar{c}_{ps}(T_{fus} - T_{amb}), \quad h_{fus} = 395 \text{ J/gr.}, \quad \text{y} \quad \Delta h_{cl} = \bar{c}_{pl}(T_{final} - T_{fus}), \quad (3.1)$$

donde  $\bar{c}_{ps}$  es el calor específico medio a presión constante del aluminio sólido,  $h_{fus}$  es la entalpía de fusión del aluminio,  $\bar{c}_{pl}$  es el calor específico medio a presión constante del aluminio líquido.

Dentro del rango de trabajo se tiene que :

$$\begin{array}{l} \bar{c}_{ps} = 1.065 \text{ J/gr K} \quad ; \quad h_{fus} = 395 \text{ J/gr} \quad ; \quad T_{final} = 1023 \text{ K} \\ \bar{c}_{pl} = 1.08 \text{ J/gr K} \quad ; \quad T_{amb} = 298 \text{ K} \quad ; \quad T_{fus} = 923 \text{ K} \end{array}$$

Calculando  $\Delta h_T$  con los datos anteriores tenemos :

$$\Delta h_T = 1.065 \text{ J/gr K} (923 - 298) \text{ K} + 395 \text{ J/gr} + 1.08 \text{ J/gr K} (1023 - 923) \text{ K}$$

$$\Delta h_T = 1157.625 \text{ J/gr.} = 1.158 \text{ KJ/gr.}$$



Por tanto la energía necesaria para elevar un gramo de aluminio desde la temperatura ambiente hasta  $750^{\circ}\text{C}$  es  $E = 1.158 \text{ KJ}$ .

Llamaremos  $E_{npf} = 1.158 \text{ KJ}$  a la energía necesaria para la fusión de un gramo de aluminio.

El par espejo parabólico-fibra óptica lleva a  $L = 10 \text{ mts}$  de distancia, una energía luminosa de  $26 \text{ W}$ , vamos a tomar éste valor para realizar los cálculos de los elementos que componen el horno.

La energía útil de la unidad espejo-fibra óptica es de  $26 \text{ W}$ , esta energía la convertiremos a  $\text{kJ/s}$ , para esto tenemos que:

$$1\text{W} = 3.6 \text{ kJ/hr} \quad \text{entonces} \quad 26\text{W} = (3.6\text{kJ/hrW}) (26\text{W}) = 93.6 \text{ kJ/hr}$$

Pero la unidad EF trabaja de manera segura durante 5 horas como se mostró en la introducción, por lo que la energía disponible de la unidad es :

$$E_{disponible} = (93.6\text{kJ/hr})(5\text{hr}) = 468 \text{ kJ}.$$

De esta energía disponible para la fusión, vamos a suponer que el horno solar abierto de fundición de aluminio tiene una eficiencia del 0.4, por tanto de  $E_{disponible}$  sólo el 40% es lo que se aprovechará para la fusión del aluminio, por tanto tenemos que:

$$E_{parafusion} = E_{disponible} (.4) = (468 \text{ KJ})(.4) = 187.2 \text{ KJ}.$$

Por tanto los gramos que estimamos se puedan fundir de aluminio son:

$$m_{EF} = \frac{E_{parafusion}}{E_{npf}} = \frac{187.2 \text{ KJ}}{1.158 \text{ KJ/gr}} = 161.7 \text{ gr}.$$

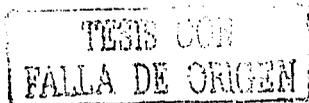
donde  $m_{EF}$  es la masa que funde utilizando sólo una unidad EF.

Una vez estimado los gramos que se funden por una unidad EF vamos a determinar la capacidad del horno para desarrollar un prototipo útil.

### 3.1.2. Determinación de la capacidad del horno.

Consideraremos un número suficiente de unidades EF, para diseñar un horno con dimensiones adecuadas para que el aislamiento se pueda construir adecuadamente.

El número de unidades que usaremos es de 91 unidades EF. Como utilizaremos 91 EF entonces la cantidad de masa  $M$  que se fundirá es calculada como:



$$M = 91 (m_{EF})$$

$$M = 91 (161.7 \text{ gr})$$

$$M = 14.715 \text{ Kg}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La energía que entra al horno es:

$$E_{TE} = 91 (E_{EF})$$

$$E_{TE} = 91 (26 \text{ W})$$

$$E_{TE} = 2366 \text{ W}$$

Donde  $M$  es la masa de aluminio para fundir,  $E_{TE}$  es la energía total de entrada al horno.

Procedamos a calcular el tamaño del crisol para la masa de aluminio.

### 3.1.3. Cálculo del crisol del horno.

Vamos a fundir aluminio en polvo de grano muy fino, de forma que la densidad del aluminio disminuye en aproximadamente 25%, la densidad del aluminio sólido es de  $\rho_{Al} = 2.7 \text{ gr/cm}^3$  y disminuido en 25% es  $\rho_{Alp} = 2.025 \text{ gr/cm}^3$ , donde  $\rho_{Alp}$  es la densidad del aluminio en polvo.

El volumen del crisol lo vamos a calcular por medio de la relación:

$$V_{Alp} = \frac{M}{\rho_{Alp}} \text{ sustituyendo los valores de } M \text{ y } \rho_{Alp} \text{ se obtiene:}$$

$$V_{Alp} = 7266.667 \text{ cm}^3$$

donde  $V_{Alp}$  es el volumen del aluminio en polvo a la temperatura ambiente.

El volumen se incrementa en un 13% aproximadamente a la temperatura de  $660^\circ\text{C}$ , por lo que considerando esto el volumen del crisol se evalúa como:

$$V_{crisol} = 1.13 (V_{Alp}) = 1.13 (7266.667 \text{ cm}^3) = 8211.337 \text{ cm}^3.$$

Con este valor del volumen del crisol vamos a construir una base cilíndrica para el crisol del horno abierto de fundición de aluminio propuesto en donde el radio sea igual a la altura, entonces se tiene que :

$$V_{crisol} = \pi r^2 h = \pi r^3 \text{ ya que } h = r, \text{ entonces despejando el radio :}$$

$$r^3 = \frac{V_{crisol}}{\pi} = \frac{8211.337 \text{ cm}^3}{\pi} = 2613.774 \text{ cm}^3 \text{ entonces } r \text{ se obtiene al tomar } \sqrt[3]{r^3}:$$

$$r = r_{cr} = (2613.774)^{\frac{1}{3}} \text{ cm} = 13.775 \text{ cm}.$$

Así el radio y la altura del crisol tiene la dimensión como sigue:  $r = h = 13.775 \text{ cm}$ .  
 Con la finalidad de tener medidas más prácticas para diseño tomaremos  $r = h = 14 \text{ cm}$ .

El espesor del crisol le asignaremos 0.75 cm de espesor. Como material propondremos utilizar carburo de silicio, con estos datos podemos tener un esquema del crisol del horno solar abierto de fundición de aluminio, las dimensiones se resumen a continuación:

$$r_{cr} = 14.00 \text{ cm}, \quad h_{cr} = 14.00 \text{ cm}, \quad \delta_{cr} = 0.75 \text{ cm}.$$

A continuación elaboraremos los datos específicos del cilindro del crisol y de la base del crisol, como se muestran a continuación:

$$r_{cr\text{int}} = 0.14 \text{ m}, \quad r_{cr\text{ext}} = 0.1475 \text{ m}, \quad h_{cr\text{int}} = 0.1475 \text{ m} \text{ y } h_{cr\text{ext}} = 0.155 \text{ m}.$$

En la figura 3.3 se muestra el esquema del crisol del horno propuesto. Continuaremos dimensionando la placa de absorción, ésta placa tiene el radio del crisol menos una holgura para que se desplace libremente en el interior del crisol, el espesor que le daremos a la placa será también de 0.75 cm entonces la placa de absorción luminosa tendrá las siguientes dimensiones:

$$r_{pla} = 13.95 \text{ cm} \quad \text{y} \quad \delta_{placa} = 0.75 \text{ cms}.$$

El esquema de la placa de absorción se muestra en la figura 3.3, el material de la placa de absorción es SiC (carburo de silicio) y será pintado con pintura negra de alta temperatura de cerámica. Necesitamos diseñar el aislamiento del crisol esto lo realizaremos a continuación.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

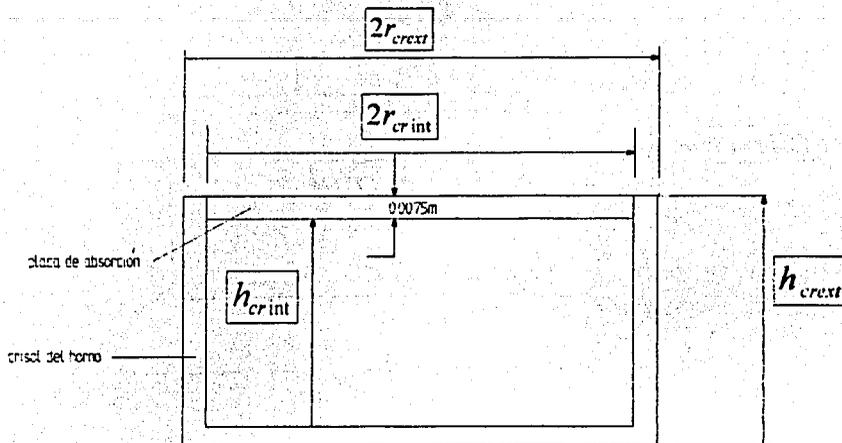


Figura 3.3. Crisol del horno y placa de absorción de energía de radiación de la luz solar.

### 3.1.4 Cálculo del aislamiento del crisol del horno.

Para poner el aislamiento al crisol primero vamos a calcular el radio crítico de la zona cilíndrica del crisol, este se calcula usando la relación 2.71. El aislamiento que usaremos es fibra de vidrio, ésta tiene una conductividad de  $k_{vis} = 0.06 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$ . considerando un valor de  $h = 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$ . entonces el radio crítico tiene el valor:

$$R_{cc} = \frac{.06 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}}{10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}} = 0.006 \text{ m.}$$

Como  $r_{crest} \gg R_{cc}$  entonces el aislamiento aumenta la resistencia a la transferencia de energía disipada al ambiente. Por lo tanto cuando se adiciona el aislamiento al crisol del horno de fundición de aluminio se disminuye la energía disipada al ambiente a través del cilindro del crisol.

Vamos a poner un espesor de 12 cms de aislamiento de fibra de vidrio, esto por mi experiencia de trabajo en hornos de cerámica presenta un buen aislamiento para temperaturas desde la temperatura ambiente hasta 750 °C.

A la base del crisol le asignaremos también un espesor de 12 cms.

Para dar simetría al diseño, con esto el crisol queda diseñado y se muestra en la figura 3.4.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

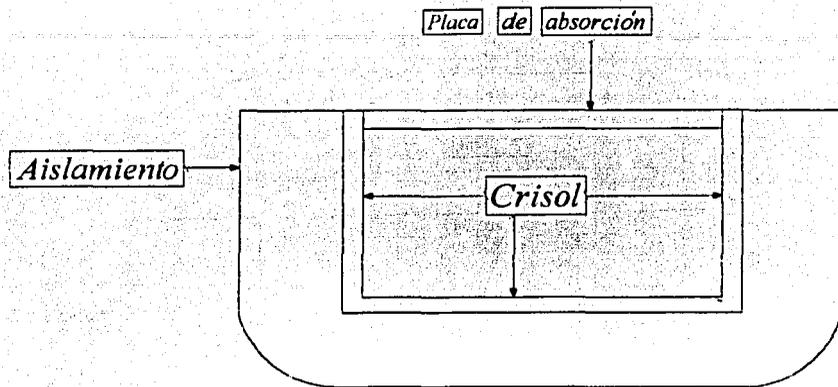


Figura 3.4. Crisol con aislamiento del horno solar abierto de fundición de aluminio.

### 3.1.5. Análisis termodinámico del horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía de radiación solar transportada a través de fibras ópticas.

En esta sección analizaremos el comportamiento de la energía en el horno abierto para determinar la energía acumulada en el horno al calentarse desde la temperatura ambiente hasta la temperatura máxima de operación del horno de fundición. La energía disipada al ambiente por el crisol del horno, la energía disipada por la placa de absorción hacia el ambiente, la energía acumulada en la placa de absorción, y la energía utilizada por el aluminio para fundirse y calentarse hasta 750 °C. Con los datos de la energía realizaremos un balance de energía en el horno solar abierto de fundición de aluminio.

#### 3.1.5.1. Energía de calentamiento del crisol.

Aquí calcularemos la energía de calentamiento del crisol y la placa de absorción por medio de la función de estado entalpía  $H$ , pues nuestro proceso se realiza a presión constante, por lo tanto, la energía de calentamiento del crisol que denominaremos  $E_{cr}$ , es igual al incremento de la entalpía del crisol como fue presentado en la sección 2.5.8.1, por lo tanto esta energía se expresa de forma equivalente a la relación 2.134 por medio de la relación:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN.

$$E_{cer} = H_{cer} = \overline{c}_{\rho_{SiC}} M_{cr} [T_{max} - T_{umb}] \quad (3.2)$$

donde  $\overline{c}_{\rho_{SiC}}$  es la capacidad calorífica a presión constante del carburo de silicio,  $M_{cr}$  es la masa del crisol del horno de fundición de aluminio,  $T_{max} = 750^{\circ}C$  y  $T_{umb} = 25^{\circ}C$  que es la temperatura promedio en la ciudad de Temixco Morelos. la masa del crisol esta determinada por la relación:

$$M_{cr} = \rho_{cr} V_{cr} \quad (3.3)$$

donde  $V_{cr}$  es el volumen del crisol,  $\rho_{cr} = \rho_{SiC}$  la densidad del crisol de carburo de silicio,  $\rho_{SiC} = 2700 \text{ kg/m}^3$ . El volumen del crisol está dado por la suma del volumen de la base más el volumen del anillo cilíndrico del crisol, este volumen es igual en nuestro caso tomando las dimensiones determinadas para el crisol de:

$$V_{cr} = \pi h_{cr} [r_{crea}^2 - r_{crim}^2] + \pi r_{crea}^2 \delta_{acr} = 1923 \text{ cm}^3, \quad (3.4)$$

al considerar la relación 3.4 y los datos del volumen del crisol y la densidad del carburo de silicio y obtendremos la masa del crisol como sigue:

$$M_{cr} = \rho_{cr} V_{cr} = (2.7 \text{ gr/cm}^3)(1923 \text{ cm}^3) = 5192.1 \text{ gr.} = 5.192 \text{ kg}$$

Podemos ahora evaluar el valor de la energía de calentamiento del crisol por medio de la relación 3.2 y tomando el valor de la capacidad calorífica del carburo de silicio  $\overline{c}_{\rho_{SiC}} = 0.974 \text{ kJ/kg}^{\circ}C$ . La energía de calentamiento se determina como:

$$E_{cer} = (0.947 \text{ kJ/kg}^{\circ}C)(5.192 \text{ kg})(750 - 25)^{\circ}C = 3564.7 \text{ kJ.}$$

Transformada ésta energía a Watts al dividir en las 5 horas de operación se obtiene que la energía de calentamiento es de  $E_{cer} = 198W$ .

### 3.1.5.2. Energía de calentamiento de la placa de absorción.

De igual manera que en el crisol la energía de calentamiento se puede expresar dentro de la aproximación lineal por medio de la relación:

$$E_{cpu} = H_{cpu} = \overline{c}_{\rho_{SiC}} M_{pa} [T_{max} - T_{umb}], \quad (3.5)$$

haciendo una evaluación similar a la del crisol encontramos que la masa de la placa de absorción es:



ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

$$M_{pa} = 1.238 \text{ kg.}$$

con este dato de la masa de la placa de absorción se puede calcular la energía de calentamiento de la placa de absorción por medio de la relación 3.5 y obtendremos:

$$E_{cpa} = (0.947 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C})(1.238 \text{ kg})(750 - 25)^\circ\text{C} = 850 \text{ kJ.}$$

Transformada esta energía a potencia de entrada en Watts ya que la energía de calentamiento se acumulará durante 5 horas entonces se obtiene que se invierte una energía de  $E(W)_{cpa} = 47.22 \text{ W}$

### 3.1.5.3. Evaluación de la energía disipada hacia el ambiente en el crisol.

Vamos a evaluar la energía disipada en estado estacionario del crisol, suponiendo que la temperatura de la pared del crisol está en contacto con el aislamiento y tiene temperatura uniforme.

La evaluación la realizaremos a la temperatura máxima de operación del horno de fundición de aluminio que es  $T_{max} = 750^\circ\text{C}$  en la pared interna y la temperatura externa igual a la temperatura ambiente que en esta localidad de Temixco Morelos es de  $25^\circ\text{C}$ .

En la figura 3.5 se muestra la forma en que se divide el crisol para facilitar la evaluación.

La energía que se disipa en el crisol la vamos a calcular en 4 partes, energía disipada en el aislamiento cilíndrico del crisol  $Q_{pcc}$ , energía disipada en la base del crisol  $Q_{phc}$ , energía disipada en la esquina del crisol  $Q_{pec}$ ,  $Q_{ppa}$  es la energía disipada al ambiente a través de la placa de absorción, la energía total disipada al ambiente se puede expresar como:

$$Q_{pt} = Q_{pcc} + Q_{phc} + Q_{pec} + Q_{ppa} \quad (3.6)$$

Evaluaremos cada una de los componentes de la energía disipada al ambiente.

#### 1. Energía disipada en el cilindro del crisol.

Vamos a evaluar  $Q_{pcc}$  que es la energía disipada a través del cilindro del crisol en estado estacionario lo hacemos por medio de la relación 2.51. El cálculo con los valores de nuestro horno, los valores se enlistan a continuación:

$$\begin{array}{lll} h_{ext} = 0.155 \text{ m} ; & d_{ais ext} = 0.535 \text{ m} & T_{max} = 750^\circ\text{C} \\ d_{ais int} = 0.295 \text{ m} ; & h = 10 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C} & T_{amb} = 25^\circ\text{C} \end{array} \quad y$$



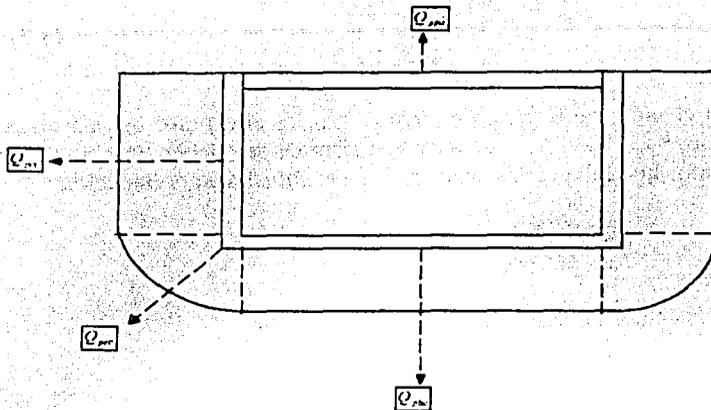


Figura 3.5.  $Q_{pcc}$  es la energía disipada en el cilindro lateral,  $Q_{pbc}$  es la energía disipada en la base del crisol,  $Q_{pca}$  es la energía disipada en la esquina del crisol,  $Q_{ppa}$  es la energía disipada en la placa de absorción.

introduciendo estos datos en la ecuación de  $Q_{pcc}$  obtendremos el valor de esta energía como:

$$Q_{pcc} = \pi (0.155 \text{ m}) \left( \frac{1}{\frac{1}{2(0.06 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C})} \ln \frac{0.535 \text{ m}}{0.295 \text{ m}} + \frac{1}{(10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C})(0.535 \text{ m})}} \right) (750 - 25)^\circ \text{C}.$$

$$Q_{pcc} = 68.59 \text{ W}.$$

luego la energía disipada promedio es  $E_{pcc} = 34.3 \text{ W}$ .

## 2.- Evaluación de la energía disipada a través de la base del crisol.

Vamos ahora a evaluar la energía disipada en la base del crisol, para esto vamos a considerar que la base del crisol se encuentra a temperatura uniforme e igual a la temperatura máxima  $T_{\max}$ . Como la base del aislamiento es plana entonces se evaluará  $Q_{pbc}$  mediante la relación para una pared plana que es la relación siguiente:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$Q_{phc} = (\pi r_{bc}^2) \frac{(T_{max} - T_{amb})}{\frac{\delta_{ais B}}{k_{ais B}} + \frac{1}{h}}, \quad (3.7)$$

donde  $r_{bc}$  es el radio de la base del crisol,  $\delta_{ais B}$  es el espesor del aislamiento de fibra de vidrio,  $k_{ais B}$  es el la conductividad térmica del aislamiento de la base del crisol. Los datos que faltan para evaluar  $Q_{phc}$  se enlistan a continuación:

$$r_{bc} = 0.1475 \text{ m}$$

$$\delta_{ais B} = 0.12 \text{ m}$$

sustituyendo los datos en la relación de  $Q_{phc}$  se obtiene:

$$Q_{phc} = \pi (0.1475 \text{ m})^2 \frac{(750 - 25)^\circ \text{C}}{\frac{0.12 \text{ m}}{0.06 \text{ W/m}^\circ \text{C}} + \frac{1}{10 \text{ W/m}^2 \text{C}}}$$

$$Q_{phc} = 23.6 \text{ W}$$

luego la energía disipada promedio es  $E_{phc} = 11.8 \text{ W}$ .

3.- Evaluación de la energía disipada hacia el ambiente en la esquina del crisol. Vamos ahora a evaluar la energía disipada en la esquina del crisol, está esquina es el límite donde se tomaron las evaluaciones de la disipación de energía de la base y el cilindro del crisol. Vamos a obtener una aproximación suponiendo que la esquina se transforma en un hilo de longitud equivalente a la longitud del perímetro del cilindro del crisol  $l_c = 2\pi r_{bc}$ , este hilo tiene un diámetro  $d_{cq} = 0.005 \text{ m}$ , además este cilindro está aislado sólo en una cuarta parte, la parte aislada tiene un espesor  $d_{esq.ais} = 0.12 \text{ m}$  por tanto la relación que evalúa las pérdidas de energía disipadas en la esquina es la relación 2.51, con esta relación aplicada al caso que evaluamos se expresa como:

$$Q_{pec} = l_c \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \frac{[T_{max} - T_{amb}]}{\frac{1}{2k_{ais}} \ln\left(\frac{d_{esq.ais}}{d_{cq}}\right) + \frac{1}{h \cdot d_{esq.ais}}}, \quad \text{como } l_c = 2\pi r_{bc} \text{ entonces al}$$

sustituirlo en la relación de  $Q_{pec}$  obtenemos la relación:

$$Q_{pec} = r_{bc} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot \frac{[T_{max} - T_{amb}]}{\frac{1}{2k_{ais}} \ln\left(\frac{d_{esq.ais}}{d_{cq}}\right) + \frac{1}{h \cdot d_{esq.ais}}}, \quad (3.8)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

sustituyendo los valores numéricos en la ecuación 3.8 se obtiene es  $Q_{pcc} = 15.72 W$ .

Entonces la energía disipada promedio es  $E_{pcc} = 7.86 W$ .

4.- Energía disipada en la placa de absorción.

Evaluaremos la energía disipada en la placa de absorción, estas son calculadas por la relación:

$$Q_{pa} = (\pi r_{pa}^2) \left[ h(T_{max} - T_{amb}) + \left[ (c_0) \left( \frac{T_{max}^4}{100} - \frac{T_{amb}^4}{100} \right) \right] \right]$$

donde  $r_{pa}$  es el radio de la placa de absorción, y tiene un valor para nuestro caso de  $r_{pa} = 0.1395 m$ , los demás parámetros ya han sido definidos, sustituyendo los valores correspondientes en la relación de cálculo de  $Q_{ppa}$  se tiene:

$$Q_{ppa} = (\pi)(0.1395 m)^2 \left[ 10 W/m^2 K [1023 - 298] K + \left[ 5.67 W/m^2 K^4 \left( \left[ \frac{1023 K}{100} \right]^4 - \left[ \frac{298 K}{100} \right]^4 \right) \right] \right]$$

$$Q_{ppa} = 4412.41 W$$

podemos observar que esta energía es mucho mayor que la energía disipada en el crisol aislado.

La energía disipada promedio en la placa de absorción es  $E_{ppa} = 1688.68 W$ .

La energía disipada tomando la evaluación en la temperatura media es  $E_{ppa} = 853.62 W$ . Para propósito de las evaluaciones, vamos a hacer un comparativo con respecto a la energía promedio.

podemos observar que la energía disipada por la placa de absorción es muy alta por tanto vamos a continuar con la evaluación de las energías invertidas en el calentamiento de los distintos elementos que componen el horno y también las energías disipadas por los elementos del horno y determinar cuantas son las fibras ópticas que se requieren para la operación de un horno abierto.

La energía total disipada al ambiente se puede expresar al sustituir los valores correspondientes de la energía disipada al ambiente como:

$$Q_{pt} = Q_{pcc} + Q_{pbc} + Q_{pec} + Q_{ppa} \quad (3.9)$$

al sustituir los valores numéricos obtenemos:

$$Q_{pt} = 4320.33 W$$



Entonces tenemos que la máxima energía disipada total, en estado estacionario a la temperatura máxima es de  $Q_{pt} = 4320.33 W$ .

La energía promedio disipada a través del aislamiento es  $\bar{Q}_{pt} = 1688.68 W$ .

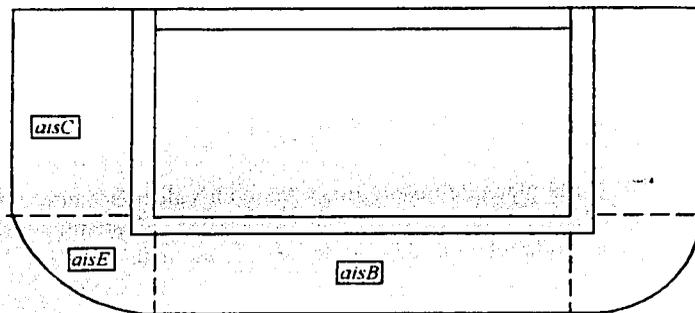


Figura 3.6. Zonas en que se divide el aislamiento para evaluación de la energía de calentamiento.

Resta evaluar la energía de calentamiento del aislamiento del crisol.

#### 3.1.5.4. Evaluación de la energía de calentamiento del aislamiento del crisol.

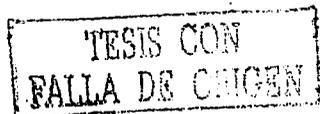
De manera similar a la evaluación de la energía de calentamiento del crisol vamos a evaluar la energía de calentamiento del aislamiento, donde hemos dividido el aislamiento en tres zonas (figura 3.6), por lo tanto ésta energía de calentamiento del aislamiento del crisol la podemos estimar como:

$$H_{ais} = H_{aisC} + H_{aisB} + H_{aisE} \quad (3.10)$$

donde  $H_{aisC}$  es la entalpia del aislamiento del cilindro del crisol,  $H_{aisB}$  es la entalpia de la masa del aislamiento de la base del crisol,  $H_{aisE}$  es la entalpia de calentamiento de la esquina del crisol, éstas relaciones se pueden estimar en estado estacionario por medio de la relación siguiente (Astirraga et al., 1994) como:

$$H_{ais} = \bar{c}_{p,aisC} M_{aisC} [\bar{T}_{aisC} - T_{amb}] + \bar{c}_{p,aisB} M_{aisB} [\bar{T}_{aisB} - T_{amb}] + \bar{c}_{p,aisE} M_{aisE} [\bar{T}_{aisE} - T_{amb}]$$

$$(3.11)$$



donde  $H_{ais}$  es la entalpia del aislamiento que es igual a la energia de calentamiento  $E_{ais}$ ,  $M_{aisC}$  es la masa del aislamiento del cilindro del crisol,  $\bar{c}_{p,aisC}$  es la capacidad calorifica del aislamiento del cilindro del crisol,  $\bar{T}_{aisC}$  es la temperatura

promedio en el aislamiento del cilindro del crisol,  $\bar{c}_{p,aisB}$  es la capacidad calorifica de la base del crisol,  $\bar{T}_{aisB}$  es la temperatura promedio del aislamiento

de la base del crisol,  $M_{aisE}$  es la masa de la base del cilindro del crisol,  $\bar{c}_{p,aisE}$  es la capacidad calorifica de la esquina del crisol,  $\bar{T}_{aisE}$  es la temperatura promedio de la esquina del crisol,  $M_{aisE}$  es la masa de la esquina del crisol. Los valores de la temperatura promedio se obtiene por medio de las relaciones:

$$\bar{T}_{aisC} = \frac{[T_{max} - T_{EXT. AIS. C}]}{2}, \quad \bar{T}_{aisB} = \frac{[T_{max} - T_{EXT. AIS. B}]}{2} \quad (3.12)$$

$$\bar{T}_{aisE} = \frac{[T_{max} - T_{EXT. AIS. E}]}{2} \quad (3.13)$$

por lo tanto es necesario encontrar los valores de las temperaturas  $T_{EXT. AIS. C}$ ,  $T_{EXT. AIS. B}$ ,  $T_{EXT. AIS. E}$ , que son las temperaturas exteriores del cilindro del crisol, base del crisol y esquina del crisol respectivamente.

Vamos a encontrar las temperaturas en las paredes exteriores del aislamiento del crisol a continuación y también a evaluar las temperaturas promedio de las pared exterior del crisol.

Temperatura del exterior al aislamiento en la base del crisol.

La temperatura exterior del aislamiento en estado estacionario se puede evaluar por medio de la relación:

$$\frac{q}{h} + T_{amb} = T_{EXT. AIS. B} \quad (3.14)$$

primero vamos a evaluar la densidad de flujo de la base del crisol

$$q = \frac{Q_{pbc}}{\pi r_{cr ext}^2} = \frac{23.6W}{\pi [(0.1475m)^2]} = 342W/m^2$$

después calcularemos la temperatura de la pared aislante exterior sustituyendo los valores en la relación 3.14,

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

$$T_{EXT. AIS. B} = \frac{3.42 W / m^2}{10 W / m^2 \cdot ^\circ C} + 25^\circ C = 59.2^\circ C.$$

La temperatura promedio del aislamiento de la base del crisol es:

$$\bar{T}_{AIS B} = \frac{[T_{max} - T_{EXT. AIS. B}]}{2} = \frac{(750^\circ C) - (59.2^\circ C)}{2} = 345.4^\circ C.$$

La temperatura de la pared exterior del aislamiento del cilindro del crisol se evalúa encontrando primero la densidad de flujo del cilindro con la relación que se muestra a continuación:

$$q = \frac{Q_{PEC}}{2 \cdot \pi \cdot r_{EXT. AIS. C} \cdot h_{CRIL}} = \frac{68.59 W}{6.2832 \cdot 0.2675 m \cdot 1.475 m} = 280 W / m^2.$$

La temperatura de la cara exterior del aislante se puede evaluar como:

$$\frac{q_{AIS B}}{h} + T_{AMB} = T_{EXT. AIS. C} \quad (3.15)$$

sustituyendo valores numéricos se obtiene:

$$T_{EXT. AIS. C} = 25^\circ C + \frac{280 W / m^2}{10 W / m^2 \cdot ^\circ C} = 53^\circ C$$

Con este dato de la temperatura vamos a evaluar la temperatura media del aislamiento por medio de la relación:

$$\bar{T}_{AIS C} = \frac{[T_{max} - T_{EXT. AIS. C}]}{2} = \frac{750^\circ C - 53^\circ C}{2} = 348.5^\circ C.$$

Para calcular la temperatura de la pared exterior del aislamiento en la esquina primero obtendremos la densidad de flujo de energía  $q_{AIS E}$  en la pared exterior de la esquina del aislamiento del crisol como:

$$q_{AIS E} = \frac{Q_{PEC}}{F_E} = \frac{Q_{PEC}}{\pi^2 \delta_{AIS} r_{EXT. CR}} = \frac{15.92 W}{[\pi]^2 \cdot 0.12 m \cdot 0.1475 m} = 95.90 W / m^2.$$

luego obtenemos la temperatura en la pared exterior de la esquina del aislamiento del crisol, esto mediante la relación:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\frac{q_{intE}}{h} + T_{amb} = T_{EXT.AIS.E} \quad (3.16)$$

sustituyendo los valores numéricos correspondientes se obtiene:

$$T_{EXT.AIS.E} = 25^{\circ}C + \frac{95.9W/m^2}{10W/m^2 \cdot ^{\circ}C} = 34.59^{\circ}C$$

La temperatura media de la pared del aislamiento de la esquina del crisol se obtiene mediante:

$$\bar{T}_{intE} = \frac{[T_{int} - T_{EXT.AIS.E}]}{2}$$

sustituyendo los valores de temperaturas correspondientes y obtenemos:

$$\bar{T}_{intE} = \frac{[750^{\circ}C - 34.59^{\circ}C]}{2} = 357^{\circ}C$$

Vamos con los datos de las temperaturas promedio de la base del crisol, del cilindro del crisol, y de la esquina del crisol a evaluar la energía de calentamiento a través de la relación de la entalpía 3.11. Para evaluar la energía de calentamiento por medio de esta ecuación es necesario conocer las masas del aislamiento del cilindro del crisol, de la base del crisol, y de la esquina del crisol.

La masa del cilindro del crisol se obtiene de:

$$M_{intC} = \rho_{intC} V_{intC} = \rho_{intC} [\pi][h_{crisol}][r_{intC}^2 - r_{extC}^2]$$

sustituyendo los valores correspondientes obtenemos:

$$M_{intC} = \rho_{intC} [\pi][0.155m][(0.2675m)^2 - (0.1475m)^2] = (0.024m^3) \rho_{intC}$$

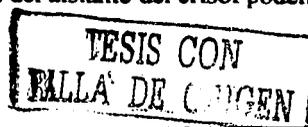
La masa del aislamiento de la base del crisol es:

$$M_{intB} = \rho_{intB} V_{intB} = \rho_{intB} \pi r_{extB}^2 \delta_{intB} = \rho_{intB} \pi [0.1475m]^2 [0.12m] = (0.056m^3) \rho_{intB}$$

La masa del aislamiento de la esquina del crisol es:

$$M_{intE} = \rho_{intE} V_{intE} = \rho_{intE} \frac{\pi^2}{2} \delta_{intE}^2 r_{extE} = \rho_{intE} \frac{\pi^2}{2} [0.12m]^2 [0.1475m] = 0.0105m^3 \rho_{intE}$$

Conociendo las tres componentes de la masa del aislante del crisol podemos



evaluar la energía de calentamiento del aislamiento del crisol, esto lo realizaremos por medio de la relación 3.11, sustituyendo los valores de las masas individuales del aislamiento del crisol en la relación anterior se obtiene la relación:

$$H_{ais} = 0.024m^3 c_{\rho_{aisC}} \rho_{aisC} [T_{aisC} - T_{amb}] + 0.009m^3 c_{\rho_{aisB}} \rho_{aisB} [T_{aisB} - T_{amb}] + 0.0105m^3 c_{\rho_{aisE}} \rho_{aisE} [\bar{T}_{aisE} - T_{amb}] \quad (3.17)$$

pero el aislamiento en todo el crisol tiene la misma densidad y la misma capacidad calorífica por lo tanto tenemos que:

$$\rho_{aisC} = \rho_{aisB} = \rho_{aisE} = \rho_{aisCR} \quad \text{y} \quad \bar{c}_{\rho_{aisC}} = \bar{c}_{\rho_{aisB}} = \bar{c}_{\rho_{aisE}} = \bar{c}_{\rho_{aisCR}}$$

por lo tanto sustituyendo los valores del aislamiento de la capacidad calorífica y de la densidad de masa obtenemos la relación siguiente:

$$H_{ais} = \bar{c}_{\rho_{aisCR}} \rho_{aisCR} 0.024 [\bar{T}_{aisC} - T_{amb}] + 0.009 [\bar{T}_{aisB} - T_{amb}] + 0.0105 [\bar{T}_{aisE} - T_{amb}], \quad (3.18)$$

los valores para la capacidad calorífica y densidad de la fibra de vidrio (Astirraga, 1994) son:

$$\bar{c}_{\rho_{aisCR}} = 1.13 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C} \quad \text{y} \quad \rho_{aisCR} = 96 \text{ kg/m}^3.$$

vamos a sustituir los valores correspondientes para evaluar la energía en la ecuación de  $H_{ais}$  en la relación 3.18 y obtenemos:

$$E_{ais} = H_{ais} = 1533 \text{ kJ.}$$

como ésta energía se invertirá en calentar el aislamiento en un tiempo de 5 horas la energía en Watts que se invertirá será de  $E_{CAL AIS} (W) = 85.17 W$

### 3.1.5.5. Análisis de factibilidad del horno abierto de fundición de aluminio utilizando energía solar a través de fibras ópticas.

Vamos a realizar un resumen de la energía que se utiliza en el horno abierto de fundición de aluminio que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas y buscar mediante un análisis de los datos mejoras al horno abierto, a continuación presentamos el cuadro de resultados.



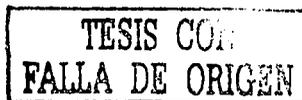
| Elemento del horno     | Energía calentamiento (W) | de Energía disipada ambiente. | al (W) | Energía p/ fusión (W) |
|------------------------|---------------------------|-------------------------------|--------|-----------------------|
| Crisol                 | 198.00                    | -----                         | -----  | -----                 |
| Placa de absorción     | 47.22                     | 1688.68                       | -----  | -----                 |
| Aislamiento del crisol | 85.17                     | -----                         | -----  | -----                 |
| Cilindro del crisol    | -----                     | 34.3                          | -----  | -----                 |
| Base del crisol        | -----                     | 11.8                          | -----  | -----                 |
| Esquina del crisol     | -----                     | 7.86                          | -----  | -----                 |
| Aluminio en polvo      | -----                     | -----                         | -----  | 946                   |
| Subtotales             | 330.39                    | 1742.64                       | -----  | 946                   |

Entonces la energía total para la operación del horno de fundición abierto es de

$$E_{tp} = 3019 W.$$

La energía que llega al horno es:

$$E_{TE} = 2366 W$$



por lo tanto para que el sistema propuesto la fusión del aluminio funcione es necesario que se tenga como mínimo 117 fibras ópticas, entonces el número de fibras ópticas para la fusión del aluminio de 91 fibras ópticas no es suficiente para el horno abierto pero con la corrección del número de fibras ya evaluadas la fusión es factible.

De la energía que se disipa al ambiente, es la energía de la placa de absorción la que tiene el mayor porcentaje del total de la energía disipada al ambiente con un 96.9% por tanto es esta energía la que buscaremos reducir en una segunda propuesta.

la eficiencia del horno es igual a  $\eta = \frac{E_{fusión}}{E_{tp}} \times 100\% = 31.33\%$ .

La energía que sería factible no disipar en este horno, es la energía disipada a través de la placa de absorción, con esto mejorará la eficiencia del horno abierto.

Vamos a proponer una cubierta cónica con la función de reducir la energía disipada al ambiente por la placa de absorción del horno.

En la siguiente sección analizaremos térmicamente esta variante.

### 3.1.6. Cubierta de anillo cónico para reducción de la energía disipada al ambiente por la placa de absorción.

Las mayor energía disipada en el horno abierto se tiene en la placa de absorción. Con la finalidad de reducir la energía disipada por ésta vamos a proponer una cubierta cónica. La cubierta deberá reducir la energía disipada por la placa de absorción al ambiente por conducción, convección y por radiación.

En la sección 1.2 de la introducción se mostró que los rayos luminosos se concentran en el foco del espejo parabólico, y en éste punto se acopla una fibra óptica, la fibra óptica recibe rayos luminosos con un ángulo máximo de  $12^\circ$ , medidos con respecto al centro del eje de la fibra. Los rayos luminosos tienen reflexiones internas en la fibra óptica con el mismo ángulo de incidencia, por tanto a la salida de la fibra, los rayos luminosos tienen en éste caso un ángulo máximo de  $12^\circ$  medidos contra el centro de la fibra óptica.

Para facilitar nuestro análisis vamos a suponer que el cono de rayos luminosos de la luz solar de la salida de la fibra óptica que entra al anillo cónico de la cubierta del horno de fundición de aluminio, se proyecta con abertura de  $12^\circ$  máximo hasta chocar con la placa de absorción, en la figura 3.7 se presenta un esquema de éste comportamiento del flujo luminoso para una fibra óptica.

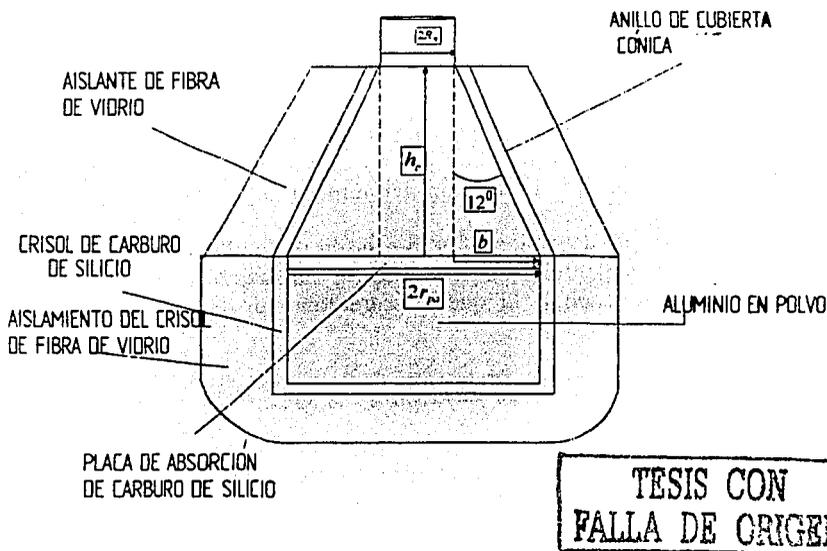


Figura 3.7. Comportamiento del flujo luminoso, entrada de energía al cono del horno e interacción con la placa de absorción de una fibra óptica.

En nuestra propuesta inicial propusimos 91 fibras ópticas de entrada al horno vamos nuevamente a proponer estas para esta evaluación del horno con cubierta de anillo cónico, a estas fibras le daremos un arreglo concéntrico, en este arreglo queda una relación de fibras de 1,6,12,18,24,30 para las capas de las fibras. Cada fibra tiene un diámetro exterior de .007m y al tener un arreglo nuclear se tiene 5 capas sobre la fibra central, por tanto el núcleo tiene un radio  $R_N = 5.5(.007m) = 0.0385m$ , al poner un cinturón a las fibras para sujetarlas, entonces, adicionando este cinturón vamos a asignar el espesor de 0.0015m, por lo que el radio del núcleo tiene la dimensión final del valor de  $R_N = 4cm$ .

Con este dato del núcleo podemos ya calcular las dimensiones del cono del horno. Al considerar la vertical en el punto  $r = R_N$  se abre un rayo con un ángulo de  $12^\circ$  que tenga como punto final el radio de la placa de absorción, con esto se ha formado un triángulo rectángulo, de base  $b = (r_{pa} - R_N)$  y altura  $h_c$  dada por

$$h_c = \frac{r_{pa} - R_N}{\tan 12^\circ} = \frac{0.1395m - 0.04m}{0.2125} = 46.82cm \approx 47cm.$$

Con estos datos elaboraremos el cono de cubierta para el horno abierto con sus dimensiones finales, como se muestra en la figura 3.8. El crisol del horno es el mismo que en el horno abierto. La cubierta cónica es un cono truncado de radio de base 14.0 cm., de radio superior de 4cm., y de altura 47cms.

El aislamiento del cono será de fibra de vidrio con un espesor igual al espesor del aislamiento del crisol, que es de 12 cm.

La cubierta de anillo cónico que se propone es de carburo de silicio pintada de negro cerámico de alta temperatura que es el mismo material del crisol. Al espesor del cono cubierta le asignaremos un valor de 0.75 cm para tener el mismo espesor del crisol. Se pone un aislamiento de fibra de vidrio de 12 cm de espesor para mantener la simetría constructiva con el crisol, y en la entrada se trunca el cono para hacer la entrada del manojito de las 91 fibras de vidrio, el ángulo del cono es de 12 grados con respecto a la vertical, con esto se calcula la altura para que el ángulo máximo de salida de la luz que es de 12 grados también choque totalmente sobre la placa de absorción.

En la figura 3.8 se muestra la segunda propuesta de horno de fundición de aluminio.

A continuación analizaremos térmicamente nuestra segunda propuesta de horno de fundición de aluminio proponiendo una cubierta de anillo cónico pintado de color negro y utilizando energía solar transportada por medio de fibras ópticas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.2. Horno con cubierta de anillo cónico de fundición de aluminio utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas.

En la figura 3.8 se muestra el horno que proponemos donde se ha adicionado un cono de cubierta. Esta cubierta es de superficie rugosa, la rugosidad de la cubierta tiene el propósito de reflejar la energía de radiación de forma difusa, el cono cubierta es de un material que tiene un coeficiente de absorción de energía de radiación  $\alpha_c$  cercano a la unidad.

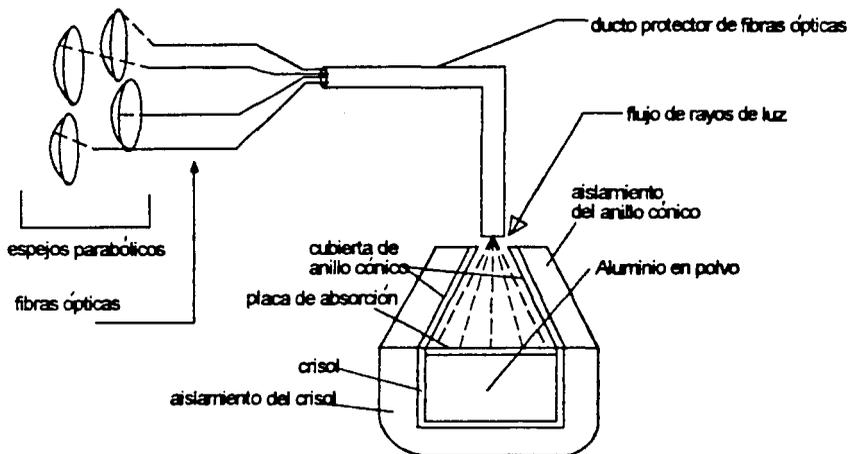


Figura 3.8. Horno solar con cubierta de anillo cónico y entrada de energía solar a través de fibra óptica.

La energía disipada por convección por la placa de absorción hacia el ambiente se espera que disminuya con el cono cubierta, esto debido a que, el aire contenido en cono cubierta más la masa del cono cubierta y el aislante que se tiene en la parte externa de la cubierta, forman una resistencia hacia el exterior que deberá hacer que se disminuya la disipación de energía por convección.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.2.1. Análisis termodinámico de la función de densidad de energía sobre la placa de absorción.

En la introducción se mostró el comportamiento del flujo luminoso de una fibra óptica, tomando éste comportamiento como base, podemos deducir que en la placa de absorción se tiene una superposición de campanas de Gauss con centro cada una, en el eje de las fibras ópticas, dando como resultado una función de distribución analítica en la placa como una suma de funciones tomadas de la relación 1.21 de la forma :

$$F_i(x, y, t) = Q_{(EH)(i)} \left( \frac{a}{\pi R_{NP}^2 (1 - e^{-a})} \right) \left[ \text{Exp}(-a) \left( \frac{(x - h_i)^2 + (y - k_i)^2}{R_{NP}^2} \right) \right]$$

(3.19)

Donde  $i$  corre desde  $i = 1$  hasta  $i = 91$  que corresponde a cada una de las fibras. Entonces la función de densidad es la suma de las funciones  $F_i(x, y, t)$  y se expresa como:

$$F(x, y, t) = \sum_{i=0}^{i=90} Q_{(EH)(i)} \left[ \frac{a}{\pi R_{NP}^2 (1 - e^{-a})} \right] \left[ \text{Exp}(-a) \left( \frac{(x - h_i)^2 + (y - k_i)^2}{R_{NP}^2} \right) \right]$$

(3.20)

de la relación 1.10 de salida de energía de la fibra óptica se tiene que:

$$Q_{(f)(i)} (= |L) = Q_{(EH)(i)}(L_i) = (1 - \rho_f) \pi f^2 \rho_s (\text{Sen}^2 \varphi_{r,m}) \text{Exp}(-\kappa L_i) \quad (3.21)$$

En esta relación  $L_i$  es la longitud de cada una de las fibras ópticas,  $R_{NP}$  es el radio proyectado del radio  $R_n$  y que es igual  $R_{NP} = 10.00 \text{ cm}$ , los valores de los puntos  $(h_i, k_i)$  es donde están centradas las fibras ópticas, y se determinan por el arreglo del núcleo de las fibras a la entrada física al cono, los valores de  $x$  e  $y$  se toman en el rango:

$$0 \leq x^2 + y^2 \leq r_{pa}^2.$$

donde  $r_{pa}$  es el radio de la placa de absorción.

El arreglo de fibras ópticas se puede ajustar de forma que las  $L_i$ , sean iguales a un valor  $L_{ch}$  es decir:

$L_i = L_{ch}$  para  $i = 0$  hasta 90 con esto  $F(x, y, t)$  queda expresado como:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$F(x, y, t) = \mu \sum_{i=0}^{i=90} \text{Exp}(-a) \left( \frac{(x-h_i)^2 + (y-k_i)^2}{R_{NP}^2} \right) \quad (3.22)$$

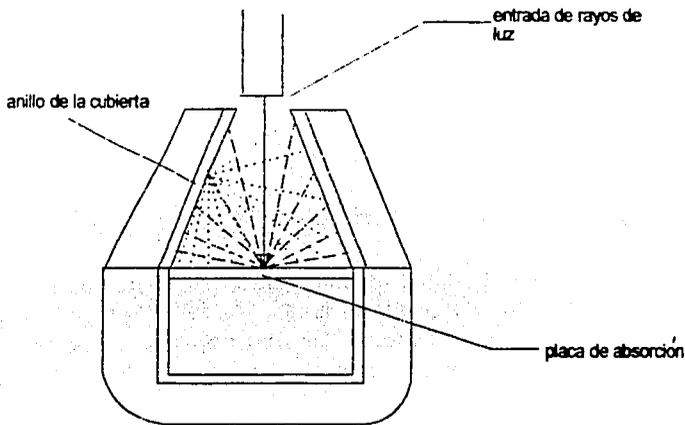
donde  $\mu$  está dada por:

$$\mu = (1 - \rho_f) \pi f^2 \rho_c q_s \text{sen}^2 \varphi_{rm} \text{Exp}[-\kappa L_{ch}] \left\{ \frac{a}{\pi R_{NP}^2 [(1 - e^{-a})]} \right\} \quad (3.23)$$

si damos a las fibras ópticas una distribución simétrica con respecto a los cuatro cuadrantes de las 91 fibras ópticas vamos a tener una superposición de campanas de Gauss que cubren toda la placa de absorción.

Queda con esto determinada la distribución energética de entrada de energía al horno y la interacción con la placa de absorción.

Ahora vamos a evaluar el comportamiento de la absorción y reflexión de la luz dentro del horno.



— rayo de luz de entrada    - - - rayos de luz reflejados de la placa de absorción    ..... rayos de luz reflejados por un rayo del cono de cubierta

Figura 3.9. Rayo de luz y su reflexión sobre el cono del horno .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

3.2.2. Análisis termodinámico de la energía de la radiación de la luz solar, absorbida y reflejada en el anillo cónico y en la placa de absorción.

En la figura 3.9 se observa la forma de reflexión de un rayo de luz, esta reflexión es difusa por lo que el rayo de luz reflejado lo hace en todas direcciones. Evaluaremos la cantidad de energía que absorbe la placa de absorción y la cantidad de energía que absorbe el cono cubierta.

Para evaluar la energía absorbida en la placa y el cono vamos a hacer el análisis por el método de reflexiones múltiples, tomaremos la entrada de energía  $E_0$  como constante.

Llamaremos  $\alpha$  al coeficiente de absorción de la placa y del cono cubierta ya que son del mismo material (carburo de silicio), sea  $E_0$  la energía de entrada al horno entonces tenemos: La energía absorbida por la placa en el primer choque de la entrada de luz es:

$$E_{\text{absplaca}}^1 = \alpha E_0$$

la energía reflejada por la placa de este rayo de luz es:

$$E_{\text{refplaca}}^1 = (1 - \alpha) E_0$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de absorción de energía de la luz. Debido a que se cumple la conservación de la energía se tiene la siguiente relación:

$E_0 = E_{\text{absplaca}} + E_{\text{refplaca}} = \alpha E_0 + \rho E_0$  pero  $\alpha + \rho = 1$  para un cuerpo opaco, donde  $\rho$  es el coeficiente de reflexión de la energía de la luz. Ahora en el cono cubierta tenemos que la energía absorbida por este es:

$$E_{\text{abscono}}^1 = \alpha E_{\text{refplaca}}^1 = \alpha (1 - \alpha) E_0$$

y la energía reflejada del cono cubierta es:

$$E_{\text{refcono}}^1 = (1 - \alpha)(1 - \alpha) E_0 = (1 - \alpha)^2 E_0$$

De la luz que refleja el cono en forma difusa una parte se refleja sobre el mismo cono otra parte sobre las fibras ópticas y otra parte sobre la placa de absorción, la parte que se refleja es:

$$E_{\text{refcono-cono-cono}} = r_1 E_{\text{refcono}}^1 = r_1 (1 - \alpha)^2 E_0$$

Vamos a desprestigiar la radiación de retorno a las fibras pues el área es pequeña

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

comparada con el área de la placa de absorción y con el área del cono. Con esto tenemos que:  $A_{total} \approx A_{cono} + A_{pa}$ . Las razones de área  $r_1 = \frac{A_{cono}}{A_{total}}$ ,  $r_2 = \frac{A_{pa}}{A_{total}}$ , son las que determinan la cantidad de energía reflejada del cono sobre el mismo cono y sobre la placa de absorción con las siguientes relaciones:

$$E_{ref\ cono-placa} = r_2 E_{ref\ cono}^1 = r_2 (1-\alpha)^2 E_0.$$

Al tomar en cuenta sólo dos reflexiones tenemos que:

$$E_{abs\ placa} = \alpha E_0 + r_2 (1-\alpha)^2 E_0 = (\alpha + r_2 (1-\alpha)^2) E_0.$$

$$E_{abs\ cono} = \alpha (1-\alpha) E_0 + r_1 (1-\alpha)^2 E_0 = ((1-\alpha) + r_1 (1-\alpha)^2) E_0.$$

Los valores para  $r_1$  y  $r_2$  con los valores numéricos de las áreas del cono y de la placa de absorción se tiene:

$$A_{cono} = 2601 \text{ cm}^2, \quad A_{pa} = 616 \text{ cm}^2, \quad A_{total} = 3217 \text{ cm}^2, \quad r_1 = \frac{2601 \text{ cm}^2}{3217 \text{ cm}^2} = 0.809,$$

$$r_2 = \frac{616 \text{ cm}^2}{3217 \text{ cm}^2} = 0.1914 \quad \text{y} \quad \alpha = 0.96.$$

y por lo tanto:

$$E_{abs\ placa} = (0.96 + 0.1914(1-0.96)^2) E_0 = (0.960306) E_0$$

$$E_{abs\ cono} = (0.96(1-0.96) + 0.8086(1-0.96)^2) E_0 = 0.03969 E_0$$

podemos observar que con un error muy pequeño podemos tomar:

$$E_{abs\ placa} = \alpha E_0$$

$$E_{abs\ cono} = (1-\alpha) E_0$$

A continuación a evaluar la energía por intercambio térmico entre placa y cono cubierta.



3.2.3. Análisis termodinámico del intercambio de energía de radiación térmica entre el cono y la placa de absorción.

Evaluaremos el intercambio de energía entre la placa de absorción y el cono de la cubierta, para esto utilizaremos la relación para transferencia de energía de una superficie totalmente contenida en otra. Esta relación evalúa la energía en estado estacionario. Con esta evaluación vamos a estimar también el comportamiento de la temperatura en el cono de la cubierta, y también se evaluará la energía disipada a través del cono cubierta. La relación para evaluar el intercambio de energía entre un cuerpo contenido totalmente en otro es la relación 2.107, aplicando esta relación a nuestro caso tenemos que las variables son:

$$F_1 = A_{placa}, \quad F_2 = A_{cono}, \quad T_1 = T_{placa}, \quad T_2 = T_{cono}, \quad Q_{12} = Q_{per}.$$

además vamos a suponer que en nuestro caso el sistema se encuentra en equilibrio termodinámico por tanto  $\epsilon = \alpha$  y tenemos que  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \alpha_{placa} = \alpha_{cono}$ . Con éstos datos podemos expresar la ecuación de transferencia de energía de la placa al anillo cónico de la cubierta como:

$$Q_{per} = \alpha_r c_0 A_{placa} \left[ \left( \frac{T_{placa}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{cono}}{100} \right)^4 \right], \quad (3.24)$$

donde se ha tomado:

$$\alpha_r = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{placa}} + \frac{A_{placa}}{A_{cono}} \cdot \left[ \frac{1}{\alpha_{cono}} - 1 \right]}. \quad (3.25)$$

vamos a enlistar los datos de la placa de absorción, las áreas y el valor de  $c_0$  a continuación:

$$\alpha_{placa} = \alpha_{cono} = \alpha = 0.96 \quad \text{y} \quad c_0 = 5.67 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}^4.$$

donde tenemos que  $Q_{per}$  es la energía de radiación térmica transferida en de la placa al cono en estado estacionario  $T_{placa}$  y  $T_{cono}$  son las temperaturas de la placa de absorción y del cono cubierta,  $c_0$  es una constante. Se han supuesto los coeficientes de absorción  $\alpha_{placa}$  y  $\alpha_{cono}$  son iguales al coeficiente de absorción  $\alpha$  del carburo de silicio.

Con estos datos estimaremos la transferencia de energía en estado estacionario de la radiación térmica de la placa de absorción hacia el cono cubierta donde supondremos que la placa de absorción tiene  $T_{placa} = 750^\circ \text{C}$ . Realizaremos la evaluación con cuatro diferentes temperaturas para el anillo cónico y obtener así información del comportamiento térmico en éste:

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

$$T_{placa} = 750^\circ C = 1023 \text{ K}$$

$$T_{cono,1} = 725^\circ C = 998 \text{ K}$$

$$T_{cono,2} = 700^\circ C = 973 \text{ K}$$

$$T_{cono,3} = 650^\circ C = 923 \text{ K}$$

$$T_{cono,4} = 600^\circ C = 873 \text{ K}$$

Para facilitar los cálculos llamaremos  $\gamma = \alpha_r c_0 A_{placa}$  y este producto lo evaluaremos a continuación:

$$\alpha_r = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{placa}} + \left(\frac{A_{placa}}{A_{cono}}\right)\left(\frac{1}{\alpha_{cono}} - 1\right)} = \frac{1}{\frac{1}{0.96} + \frac{616}{2601}\left(\frac{1}{0.96} - 1\right)} = 0.953$$

$$\gamma = \alpha_r c_0 A_{placa} = (0.953)(5.67 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(0.0616 \text{ m}^2)$$

$$\gamma = 0.332 \text{ W/l}^\circ C^4 = 0.332 \text{ W/l}^\circ K^4$$

ahora vamos a evaluar la energía  $Q_{perr}$  con las cuatro temperaturas del cono:

$$Q_{perr} = \gamma \left( \left[ \frac{T_{placa}}{100} \right]^4 - \left[ \frac{T_{cono}}{100} \right]^4 \right)$$

$$Q_{perr,1} = (0.332 \text{ W/l}^\circ K^4) \left( \left[ \frac{1023}{100} \right]^4 - \left[ \frac{998}{100} \right]^4 \right) \text{ K}^4 = 342.5 \text{ W}$$

$$Q_{perr,2} = (0.332 \text{ W/l}^\circ K^4) \left( \left[ \frac{1023}{100} \right]^4 - \left[ \frac{973}{100} \right]^4 \right) \text{ K}^4 = 660.4 \text{ W}$$

$$Q_{perr,3} = (0.332 \text{ W/l}^\circ K^4) \left( \left[ \frac{1023}{100} \right]^4 - \left[ \frac{923}{100} \right]^4 \right) \text{ K}^4 = 1226.5 \text{ W}$$

$$Q_{perr,4} = (0.332 \text{ W/l}^\circ K^4) \left( \left[ \frac{1023}{100} \right]^4 - \left[ \frac{873}{100} \right]^4 \right) \text{ K}^4 = 1707.7 \text{ W}$$

De los resultados de  $Q_{perr,1}$ ,  $Q_{perr,2}$ ,  $Q_{perr,3}$  y  $Q_{perr,4}$  se puede observar que; la energía que se transfiere de la placa de absorción al cono cubierta tiene valores elevados. Estos valores de  $Q_{perr}$  se incrementa mucho al tomar los incrementos de temperaturas de  $25^\circ C$ , los valores de la energía  $Q_{perr,3}$ ,  $Q_{perr,4}$ , no se pueden tener en estado estacionario, debido a que la energía en estado estacionario de la placa al cono debe estar en el rango de  $0 < Q_{dis,cono} = Q_{prr} < Q_{ppa} = 443 \text{ W}$ , ya que la

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

energía disipada por radiación ha sido evitada por el cono cubierta. Al observar los datos, cuando la temperatura de la placa difiere con la temperatura del cono en  $50^{\circ}\text{C}$ , el valor de  $Q_{\text{radi}}$  supera a la energía disipada por la placa de absorción tomando en cuenta sólo la energía disipada por convección, entonces para que se cumpla la ley de conservación de la energía, si la energía de  $Q_{\text{pert}}$  supera el valor de la energía de  $Q_{\text{ppa}}$ , entonces la diferencia de energía  $\Delta Q = Q_{\text{pert}} - Q_{\text{dis.cono}}$ , debe incrementar la energía interna del cono. Este incremento en la energía interna tendrá por efecto, incrementar la temperatura del cono. Vamos a estimar que temperatura se tiene en el cono cubierta cuando  $\Delta Q = 0$ , es decir cuando la energía de radiación entre placa de absorción y anillo de la cubierta se encuentran en equilibrio térmico.

Para conocer el valor de la temperatura del cono, en una primera aproximación, igualaremos la energía disipada al ambiente sólo con la energía de radiación térmica en estado estacionario que se transfiere, de la placa de absorción, al anillo cónico de cubierta.

Lo anterior lo podemos expresar matemáticamente como:

$$Q_{\text{pert}} = Q_{\text{dis.cono}}$$

$$y \left( \left[ \frac{1023}{100} \right]^4 - \left[ \frac{T_{\text{cono}}}{100} \right]^4 \right) = Q_{\text{dis.cono}}$$

despejando la temperatura del cono tenemos:

$$T_{\text{cono}} (K) = 100 \left( \left[ \left( \frac{1023}{100} \right)^4 - \frac{Q_{\text{dis.ais}}}{y} \right]^{\frac{1}{4}} \right)$$

En esta última relación tenemos el valor desconocido de la energía disipada en el aislamiento del cono  $Q_{\text{dis.ais}}$ .

Vamos a hacer una evaluación de la energía disipada en el cono cubierta en estado estacionario para calcular la temperatura aproximada del cono con la relación anterior.

Para evaluar la energía disipada en el cono vamos a transformar el área aislada del cono en un área equivalente aislada de una esfera, el espesor del aislamiento de la esfera es de 12 cm. Esta área del cono se calcula por la relación :

$$A_{C.H} = \pi \left( h_c^2 + [r_{c.c.H} - R_{N.EXT}]^2 \right)^{\frac{1}{2}} (r_{c.c.H} + R_{N.EXT})$$

$$A_{C.H} = \pi \left( (47)^2 + [14.75 - 4.75]^2 \right)^{\frac{1}{2}} (14.75 + 4.75) \text{ cm}^2$$

$$A_{C.H} = 2943.72 \text{ cm}^2$$



El área de una esfera es  $4\pi r^2$  entonces como en nuestro caso tenemos la mitad de una esfera el área es  $2\pi r^2$ , con esta relación para el área de una esfera vamos a estimar el radio equivalente de la esfera:

$$2\pi R_{eq., esf}^2 = 2943.72 \text{ cm}^2,$$

$$R_{eq., esf} = \sqrt{\frac{2943.72}{2\pi}} \text{ cm},$$

$$R_{eq., esf} = 21.65 \text{ cm}.$$

El radio interno del aislante es igual al radio equivalente de la esfera ya que están en contacto, el radio externo del aislante se le aumenta 12 cm de espesor quedando las dimensiones como siguen:

$$R_{INT., AIS} = 21.65 \text{ cms}$$

$$R_{EXT., AIS} = 33.65 \text{ cms}.$$

Con estos datos podemos evaluar la energía disipada del cono al ambiente a través de la relación 2.65, si hacemos las siguientes equivalencias entre las variables:

$$r_1 = R_{INT., AIS}, \quad r_2 = R_{EXT., AIS}, \quad T_{w_1} = T_{max}, \quad T_f = T_{amb}, \quad Q = Q_{dis., cono} \text{ y}$$

$$F = A_{ESF}.$$

Al sustituir los valores correspondientes en la relación 2.65 obtenemos:

$$Q_{dis., cono} = \frac{\pi (T_{max} - T_{amb})}{\frac{1}{4k_{ais}} \left[ \frac{1}{R_{INT., AIS}} - \frac{1}{R_{EXT., AIS}} \right] + \frac{1}{4hR_{EXT., AIS}^2}}$$

donde  $Q_{dis., cono}$  es la energía disipada del cono al ambiente,  $R_{INT., AIS}$  es el radio interno del aislante,  $R_{EXT., AIS}$  es el radio externo del aislante, los demás parámetros ya fueron definidos, sustituyendo los valores numéricos y asignando un valor a la temperatura máxima de  $735^\circ C$ , se calcula el valor de la energía disipada en el cono como:

$$Q_{dis., cono} = \frac{(\pi (735 - 25) C)}{\frac{1}{4(0.06 \text{ W/m} \cdot C)} \left[ \frac{1}{(0.2165 \text{ m})} - \frac{1}{(0.3365 \text{ m})} \right] + \frac{1}{4(10 \text{ W/m}^2 \cdot C)(0.3365 \text{ m})^2}}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$Q_{dis,cono} = 314.41 W$$

entonces el valor promedio de la energía disipada al ambiente a través del anillo cónico es  $E_{dis,cono} = 157.2 W$ .

Este valor de  $Q_{dis,cono}$  lo sustituimos para encontrar la temperatura aproximada del cono como sigue:

$$T_{cono} = 100 \left( \left[ \frac{1023 \text{ } ^\circ K}{100} \right]^4 - \frac{Q_{dis,ano}}{\gamma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$T_{cono} = 100 \left( \left[ 10.23 \text{ } ^\circ K \right]^4 - \frac{314.41 W}{0.332 W / K^4} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$T_{cono} = 1000.13 \text{ } ^\circ K = 726.43 \text{ } ^\circ C.$$

Como puede verse de esta evaluación la temperatura del anillo cónico tiene aproximadamente  $23.57 \text{ } ^\circ C$  de diferencia con la placa de absorción a la temperatura máxima con la primera aproximación. En este punto donde se encuentran en equilibrio térmico la energía de radiación entre placa de absorción y anillo cónico.

Ahora es necesario saber la magnitud de corrección por la transferencia de energía por convección de la placa de absorción al cono cubierta.

### 3.2.4. Análisis termodinámico del intercambio de energía de convección entre el anillo cónico y la placa de absorción.

La convección para espacios cerrados se comporta como en las figuras 2.8, en donde se puede ver que existen dos comportamientos bien determinados, el aire es una resistencia al paso de calor, esta condición se da cuando el producto  $(GrPr)_{wg,c} \leq 10^3$ , donde la especificación del subíndice significa que los

parámetros se deberán tomar a  $T_{wg} = \frac{1}{2}(T_{placa} + T_{cono})$ . La temperatura del cono será aproximada tomando en cuenta la transferencia por radiación térmica. La relación para evaluar el flujo de calor en estado estacionario se determina por medio de la relación 2.72, 2.73 y lo completamos con las relaciones 2.74 y 2.75 que a continuación se muestran con las variables adaptadas a nuestro caso particular:

TESIS CON  
 FALTA DE ORIGEN

$$Q_{pcc} = \frac{k_{eq}}{\delta_c} A_{placa} (T_{placa} - T_{cono}),$$

$$k_{eq} = \varepsilon_c k_{wg},$$

$$\frac{1}{\delta_c} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{r_{prom}},$$

$$r_{prom} = \frac{1}{2} (r_{ci} + r_{pa}),$$
(3.26)

donde  $Q_{pcc}$  es el flujo de calor de convección en estado estacionario que pasa de la placa al cono. Se evalúa la conductividad equivalente del aire  $k_{eq}$  con la grafica de  $\varepsilon_c$  de la figura 2.9 donde para este caso se tiene que  $\varepsilon_c = 1$ ,  $k_{wg}$  se toma al valor a  $T_{wg}$ , el espacio equivalente de la placa al cono  $\delta_c$  se normaliza a una longitud radial,  $r_{ci}$  es el radio interno del cono en la base. Si se tiene que  $10^3 \leq (GrPr)_{wg} \leq 10^{10}$  el aire dentro del cono cubierta se mueve en el interior del recinto cerrado, la fórmula para  $\varepsilon_c$  esta se determina por medio de la relación 2.74 como:

$$\varepsilon_c = 0.18 (GrPr)_{wg}^{\frac{1}{4}} \delta_c,$$

ó se toma el valor de la figura 2.9 donde se gráfica  $\varepsilon_c$  vs.  $(GrPr)_{wg}$ . Ahora para evaluar el valor de la energía disipada por convección vamos a evaluar primero  $\delta_c$ , como sigue:

$$\frac{1}{\delta_c} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{r_{c, prom}},$$

$$r_{c, prom} = \frac{1}{2} (r_{ci} + r_N),$$

$$\delta_c = \frac{h_c (r_{ci} + r_N)}{2h_c + r_N + r_{ci}},$$

$$\delta_c = \frac{47(14+4) \text{ cm}^2}{(2(47) + 4 + 14) \text{ cm}} = \frac{846 \text{ cm}}{112} = 7.553 \text{ cm}.$$

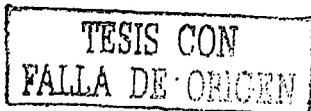
donde hemos tomado los valores de nuestro modelo:

$$h_c = 47 \text{ cm}$$

$$r_N = 4 \text{ cm}$$

$$r_{ci} = 14 \text{ cm}$$

$r_{ci}$  es el radio interno del cono cubierta,  $r_N$ , y  $h_c$  ya fueron definidos en la



sección 3.1.6 Calcularemos ahora el número de  $(GrPr)$  tomando los valores de  $\beta$ ,  $v$ , y  $Pr$  a la temperatura promedio entre temperatura máxima del cono y temperatura máxima de la placa de absorción entonces:

$$T_{wg} = \frac{1}{2} (T_{placa} + T_{cono})$$

con esta temperatura podemos encontrar los datos correspondientes y sustituirlos en la relación siguiente y evaluar  $(GrPr)_{wg}$ :

$$T_{wg} = 0.5 (1023 + 1000) \text{ } ^\circ K$$

$$T_{wg} = 1011.5 \text{ } ^\circ K = 738.71 \text{ } ^\circ C$$

evaluaremos  $\beta_{wg}$  a continuación:

$$\beta_{wg} = \frac{1}{T_{wg}} = \frac{1}{1011.5} K^{-1}$$

$$\beta_{wg} = 988.63 \times 10^{-6} K^{-1}$$

Los valores del número de  $Pr_{wg}$  y  $v_{wg}$  (Krasnoschiokov et al., 1980) se muestran a continuación:

$$Pr_{wg} = 0.709045$$

$$v_{wg} = 123.839 \times 10^{-6} m^2/s$$

con estos datos vamos a evaluar  $(GrPr)_{wg}$ :

$$(GrPr)_{wg} = \frac{g \beta_{wg} (\Delta T) \delta^3 Pr_{wg}}{v_{wg}^2}$$

$$(GrPr)_{wg} = \frac{(9.81 m/s^2) (988.63 \times 10^{-6} K^{-1}) (23.57^\circ K) (0.07553 m)^3 (0.709045)}{(123.839 \times 10^{-6})^2 m^4/s^2}$$

$$(GrPr)_{wg} = 4553.86$$

como  $(GrPr)_{wg} > 10^3$  entonces:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\varepsilon_c = 0.18 (GrPr)_{wg}^{\frac{1}{4}}$$

$$\varepsilon_c = 0.18 (4553.86)^{\frac{1}{4}}$$

$$\varepsilon_c = 1.479$$

evaluaremos ahora  $k_{eq}$  :

$$k_{wg} = 6.91 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$k_{eq} = \varepsilon_c k_{wg}$$

$$k_{eq} = 1.479 (6.91 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2 \text{ K})$$

$$k_{eq} = 10.22 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Con estos datos podemos evaluar el valor de la energía transferida de la placa al cono por convección en estado estacionario, como a continuación se muestra:

$$Q_{con} = \frac{\Delta T}{\frac{\delta_c}{k_{eq} A_{ca}}} = \frac{23.57^\circ \text{K}}{\frac{0.07553 \text{ m}}{(10.22 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2 \text{ K})(0.0611 \text{ m}^2)}} = 1.95 \text{ W}$$

Se puede observar muy claramente que la transferencia de energía por convección natural tiene un valor muy pequeño, por lo que puede despreciarse sin tener grandes errores en las evaluaciones del intercambio de la energía entre placa de absorción y cubierta.

3.2.5. Evaluación de la rapidez de cambio de la temperatura con respecto al tiempo de la temperatura del anillo cónico de la cubierta.

Podemos observar que el principal mecanismo de transferencia de energía a temperatura cercana a la temperatura máxima es la radiación térmica. Es la energía de la radiación térmica la que contribuye principalmente al reequilibrio de las temperaturas entre el cono y la placa de absorción.

Por lo que se puede considerar que sólo existe la radiación térmica como intercambio de energía entre placa y cono cubierta adicional a la energía reflejada por la placa de absorción. Sin embargo vamos ahora a realizar una estimación del incremento de la temperatura del anillo cónico como resultado del un balance de flujos de energía que entran al anillo cónico y la energía disipada al ambiente por éste.

Si se tiene en cuenta la energía total sobre el cono cubierta e igualando estas a la energía en estado estacionario disipada al ambiente más la energía interna que se

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

incrementa por en el anillo cónico de la cubierta, esto lo podemos expresar como:

$$Q_{pcc} + Q_{pcc} + (1 - \alpha)E_0 = (\Delta H_{cono}) + Q_{dis,cono} \quad (3.27)$$

$$\therefore \left( \left[ \frac{1023}{100} \right]^4 - \left[ \frac{T_{cono}}{100} \right]^4 \right) + Q_{pcc} + (1 - \alpha)E_0 - Q_{dis,cono} = \Delta H_{cono}$$

Aquí hemos despreciado la energía de calentamiento del aislamiento y hemos tomado el valor de la temperatura de la placa de absorción de  $750^\circ\text{C}$ . Si consideramos el punto de equilibrio encontrado para  $T_{cono} = 726.43^\circ\text{C}$ . Entonces la ecuación para el incremento de la entalpia se tiene:

$$Q_{pcc} + (1 - \alpha)E_0 = (\Delta H_{cono}), \quad (3.28)$$

al sustituir los valores correspondientes tenemos:

$$\Delta H = 1.93W + 94.64W = 96.63W$$

Si sustituimos el valor de la entalpia del cono se puede expresar ésta relación como:

$$M_{cono} c_{p,cono} \dot{T} = 96.63W \quad \text{entonces se tiene que:}$$

$$\dot{T} = \frac{96.63W}{M_{cono} c_{p,cono}} = \dot{T} = \frac{96.63J/s}{(5.487kg)(974.11kg^\circ C)} = 0.0181^\circ C/s$$

la rapidez de cambio de la temperatura con respecto al tiempo a partir del punto de equilibrio es de  $\dot{T} = 0.0181^\circ C/s$ . tomando la temperatura de  $726^\circ\text{C}$  como punto de referencia podemos observar que cada minuto se incrementa la temperatura del cono  $1.086^\circ\text{C}$ .

Si deseáramos obtener mayor precisión del valor de equilibrio de la temperatura del cono sería necesario hacer el planteamiento del balance de la energía en función de la temperatura del cono como incógnita y obtener la solución.

Vamos a realizar algunas reflexiones sobre el horno de cubierta de anillo cónico.

1.- La diferencia entre la temperatura de la placa de absorción y la temperatura del cono es de solamente  $\Delta T_{dif, pa - cono} = 23.57^\circ\text{C}$ .

2.- La diferencia de temperaturas entre la temperatura de la placa de absorción y la temperatura del cono cubierta es de un valor muy cercano.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

3.- Si buscáramos mantener una diferencia de temperaturas, entre placa de absorción y la temperatura del cono cubierta, despreciable, sería necesario que el aislamiento de fibra de vidrio reduzca la disipación de energía al ambiente a un valor muy pequeño, muy cercano a cero en todo el rango de temperaturas de operación en el horno.

4.- La energía disipada al ambiente a través del cono cubierta, crece desde  $Q_{dis, cono} = 0$  hasta  $Q_{dis, cono} |_{750^{\circ}C}$  con la diferencia de temperaturas entre la temperatura interna del cono del horno a la temperatura ambiente (ver relación para  $Q_{dis, cono}$ ), de esto podemos inferir que la diferencia de temperaturas entre placa de absorción y cono cubierta tendrán valores  $\Delta T_{dif. pa-cono} \leq \Delta T_{dif. pa-cono} |_{T=750^{\circ}C}$ .

5.- La rapidez de cambio de la temperatura del cono de cubierta se eleva en valor si la masa del anillo cónico se reduce a un valor cercano a cero, por ejemplo si la masa del anillo cónico fuera  $M_{cono} = 0.020 \text{ Kg}$ , entonces  $T = 4.96^{\circ}C/s$ , con esto puede observarse que la temperatura se estabilizara más rápido.

Al elevar la temperatura del cono y de su aislamiento se consume energía, es necesario evaluar esta energía para revisar si la energía que nos propusimos reducir en la placa de absorción es efectivamente disminuida por medio del cono cubierta, esto lo evaluaremos a continuación.

3.2.6. Análisis termodinámico de la energía total del horno invertida en los cuerpos que componen el horno, para elevar su temperatura hasta  $750^{\circ}$  centígrados.

Como el crisol del horno es el mismo en el horno abierto y en el horno de cubierta cónica la energía de calentamiento es la misma, lo mismo que para la energía de calentamiento de la placa de absorción, por lo tanto sólo falta evaluar, la energía de calentamiento del cono y del aislamiento del mismo cono.

Calcularemos el valor de la entalpía que se consume en todo el horno para elevar su temperatura hasta  $750$  grados centígrados.

Encontraremos primero el valor de la masa del cono cubierta iniciando ésta por el volumen del cono cubierta y la masa de éste.

El valor del volumen de un anillo cónico truncado para las dimensiones de nuestro caso es:

$$V_{C.H} = 0.2032 \text{ cm}^3,$$

el valor de la densidad del anillo cónico, es igual al valor de la densidad del carburo de silicio, éste valor se muestra a continuación:  $\rho_{SiC} = 2.7 \text{ gr/cm}^3$ , con éste valor vamos a encontrar la masa del anillo cónico como sigue:

TESIS C  
FALLA DE ORIGEN

$$M_{CH} = \rho_{uc} V_{CH}$$

$$M_{CH} = (2.7 \text{ gr/cm}^3) (2032.22 \text{ cms}^3) = 5487 \text{ gr.}$$

$$M_{CH} = 5.487 \text{ kg.}$$

$\rho_{SiC}$  es la densidad del carburo de silicio,  $V_{CH}$  es el volumen del cono cubierta,  $M_{CH}$  es la masa del cono cubierta.

Calcularemos la energía de calentamiento del anillo cónico a través de la entalpía del anillo del cono, que evaluaremos como sigue:

$$\Delta H_{CH} = \bar{c}_{PSiC} M_{CH} (T_{max} - T_{amb}) = (.974 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}) (5.487 \text{ kg}) (750 - 25) ^\circ\text{C} = 3874.64 \text{ kJ.}$$

Entonces la energía de calentamiento del cono es al aplicar la operación del horno de 5 horas es igual a:

$$\Delta H_{CH} = E_{CH} = 215 \text{ W.}$$

$\Delta H_{CH}$  es la entalpía del cono del horno.

Vamos a evaluar la energía de calentamiento del aislamiento del cono de cubierta a continuación. La relación para evaluar la energía

$$H_{ais\ cono} = \bar{c}_{p\ ais\ cono} M_{ais\ cono} [\bar{T}_{ais\ cono} - T_{amb}], \quad (3.29)$$

donde tenemos que  $\bar{c}_{p\ ais\ cono}$  es la capacidad calorífica del aislamiento de fibra de vidrio,  $M_{ais\ cono}$  es la masa del aislamiento del cono del horno,  $\bar{T}_{ais\ cono}$  es la temperatura media del aislamiento del cono de cubierta.

La masa del aislamiento del cono se puede evaluar por medio de la relación:

$$M_{ais\ cono} = \rho_{ais\ cono} V_{ais\ cono}$$

al sustituir esta relación en la ecuación de  $H_{ais\ cono}$  obtenemos:

$$H_{ais\ cono} = \bar{c}_{p\ ais\ cono} \rho_{ais\ cono} V_{ais\ cono} [\bar{T}_{ais\ cono} - T_{AMB}] \quad (3.30)$$

la temperatura promedio a la temperatura máxima es igual a:

$$\bar{T}_{ais\ cono} = \frac{[T_{max} - T_{EXT. AIS. cono}]}{2} \quad (3.31)$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

la temperatura  $\frac{q_{\text{aisE}}}{h} + T_{\text{amb}} = T_{\text{ENT.AIS.cono}}$ , sustituyendo ésta última relación en la ecuación de la entalpia del aislamiento obtenemos:

$$H_{\text{AIS.cono}} = c_{\text{p AIS.cono}} \rho_{\text{AIS.cono}} V_{\text{AIS.cono}} \left[ \frac{1}{2} T_{\text{max}} - \frac{q_{\text{AIS.cono}}}{2h} - \frac{2}{3} T_{\text{amb}} \right], \quad (3.32)$$

buscaremos el valor del volumen del aislamiento del cono del horno a través de la esfera equivalente como:

$$V_{\text{AIS.cono}} = \frac{4}{3} \pi [r_{\text{ENT.AIS.CONO}}^3 - r_{\text{INT.AIS.CONO}}^3], \quad (3.33)$$

sustituyendo los valores correspondientes obtenemos:

$$V_{\text{AIS.cono}} = \frac{4}{3} \pi [(.3365 \text{ m}^3) - (.2165 \text{ m}^3)] = .1173 \text{ m}^3.$$

Vamos ahora a encontrar el valor de la densidad del flujo de calor en el anillo cónico  $q_{\text{AIS.cono}}$  como:

$$q_{\text{AIS.cono}} = \frac{Q_{\text{AIS.cono}}}{A_{\text{ESF.EQ}}} = \frac{92.53 \text{ W}}{4(\pi)(.3365 \text{ m})^2} = 65 \text{ W/m}^2.$$

al sustituir los valores  $q_{\text{AIS.cono}}$  y  $V_{\text{AIS.cono}}$  en la ecuación de la entalpia del aislamiento relación 3.32 obtenemos  $H_{\text{AIS.cono}} = 4492.12 \text{ kJ}$ , entonces la energía de calentamiento es  $F_{\text{AIS.cono}} = 249.59 \text{ W}$ .

Conocidos los valores de la energía invertida en el anillo cónico y en el aislamiento del crisol, podemos realizar el análisis del comportamiento del horno de fundición de aluminio con cubierta cónica utilizando energía de radiación solar transportada por medio de fibras ópticas.

### 3.2.7. Resumen de consumos de la energía y cálculo de la eficiencia del horno.

Como el crisol es el mismo que el del horno abierto entonces los datos del crisol es el mismo en cuanto a los valores de flujo de calor disipado a través del crisol al ambiente, y la energía de calentamiento de crisol y aislamiento del crisol. Vamos a presentar el cuadro de resultados a continuación:



| Elemento del horno      | Energía de calentamiento (W) | de Energía disipada al ambiente. (W) | Energía fusión p/ (W) |
|-------------------------|------------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| Crisol                  | 198.00                       | -----                                | -----                 |
| Placa de absorción      | 47.22                        | -----                                | -----                 |
| Aislamiento del crisol  | 85.17                        | -----                                | -----                 |
| Cilindro del crisol     | -----                        | 34.3                                 | -----                 |
| Base del crisol         | -----                        | 11.8                                 | -----                 |
| Esquina del crisol      | -----                        | 7.86                                 | -----                 |
| Aluminio en polvo       | -----                        | -----                                | 946                   |
| Aislante de la cubierta | 245                          | 157.2                                | -----                 |
| Anillo cónico           | 215                          | -----                                | -----                 |
| Subtotales              | 790.39                       | 211.16                               | 946                   |

La energía total utilizada por el horno con cubierta de anillo cónico utilizando energía solar transportada al horno a través de fibras ópticas es de 1947.16 Watts, Comparando ésta energía con la energía del horno abierto que es de 3019 Watts. Podemos observar que se incremento la energía necesaria para la operación del horno con cubierta de anillo cónico con respecto al horno abierto tiene una disminución de un 35.5 %.

La energía de entrada al horno de ésta propuesta es  $E_o = 2366.4W$ , por tanto la fusión también es posible, pero sólo ocuparía 75 fibras ópticas el horno de fundición de aluminio de anillo cónico.

Energía para fusión del aluminio  $E_{F,Al} = 946.4W$

Energía de calentamiento del horno  $E_{C,H} = 790.39W$

La energía disipada en las paredes del horno es  $Q_{DIS,HORNO} = 211.16W$

La energía utilizada para la operación del horno es

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$E_{op} = E_{F.AI} + E_{CH} + Q_{DIS.HORNO} = 1947.16 W$$

La eficiencia del horno es  $\eta_{FH} = \frac{E_{F.AI}}{E_{operacion}} \times 100\% = \frac{946.4W}{1947.16W} \times 100\% = 48.58\%$

El margen de seguridad de cálculo para operación del horno

$$M_{SEG} = \left( \frac{E_0}{E_{operacion}} - 1 \right) (100\%) = \left( \frac{2366.4W}{1947.16W} - 1 \right) \times 100\% = 21.53\%$$

La suma de energías de calentamiento de anillo cónico y la energía disipada en el anillo cónico de cubierta al ambiente es:

$$\begin{aligned} E_{TOTAL.CONO} &= E_{CAL} + Q_{dis,dis} + E_{calaiscono} \\ E_{TOTAL.CONO} &= 215W + 157.2W + 245W = 617.2W \end{aligned}$$

puede observarse que la cubierta de anillo cónico cumplió el objetivo que nos planteamos, que fue, disminuir la energía disipada en la placa de absorción, esto debido a que, la energía total de calentamiento y disipación del cono, es muy inferior a la energía disipada por la placa de absorción sola sin cubierta:

$$E_{TOTAL.CONO} = 617.2W < E_{dis pla} = Q_{ppa} = 1688.68W$$

podemos concluir que ésta propuesta mejora el horno de fundición de aluminio abierto en cuanto a seguridad en operación del horno y también en cuanto a la eficiencia de la energía en donde puede observarse un incremento de 31.33% de la eficiencia del horno abierto que es menor que la eficiencia del horno con cubierta de anillo cónico que es de 48.58 %, la mejora en la eficiencia es muy alta, pero todavía se puede mejorar la eficiencia del horno con cubierta de anillo cónico si observamos que el anillo cónico recibe una energía para su calentamiento y esta energía puede eliminarse, por lo tanto vamos a hacer unas sugerencias para mejorar el horno de fundición de aluminio con cubierta de anillo cónico utilizando energía solar transportada al horno a través de fibras ópticas, en la siguiente sección.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

3.2.8. Sugerencias para mejorar el horno de fundición de aluminio con cubierta de anillo cónico que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas. Al observar que con el anillo cónico propuesto cumplió el objetivo de reducir la energía disipada al ambiente en la placa de absorción, pero se invierte energía para su calentamiento sugiero:

- 1.-Reducir la masa del anillo cónico de la cubierta con el fin de reducir la entalpia  $E_{TOTAL, CONO}$  casi a cero.
- 2.- Poner un cono de aislamiento de fibra de vidrio a la cubierta y recubrirla internamente con una mezcla de materiales cerámicos de alta temperatura de color negro.

Con estas mejoras vamos a realizar la propuesta final del horno de fundición de aluminio utilizando energía solar transportada al horno a través de fibras ópticas ver la figura 3.10.

3.3. Propuesta de horno de fundición de aluminio con cubierta aislante negra que utiliza energía solar transportada a través de fibras ópticas.

En ésta sección vamos a mostrar el esquema del horno de fundición con cubierta cónica de aislante con recubrimiento interior negro utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas, en la figura 3.10 se muestra el horno de esta tercera propuesta, a éste horno se le ha quitado el anillo cónico de la segunda

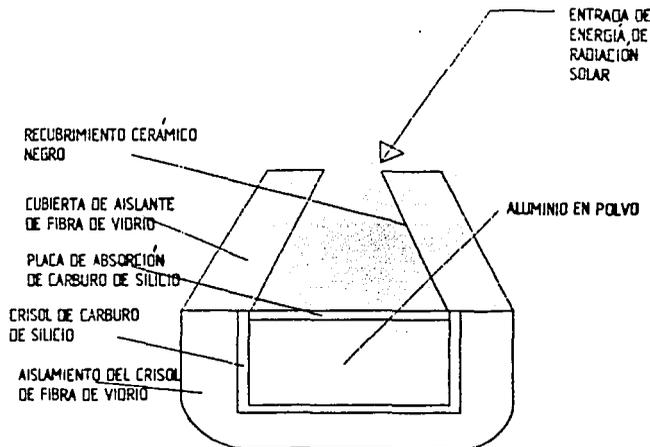


Figura 3.10. Horno de fundición de aluminio con cubierta aislante con recubrimiento delgado de color negro utilizando energía solar transportada a través de fibras ópticas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

propuesta, por lo tanto todo el análisis termodinámico de la energía de la sección 3.2 es el mismo para la actual propuesta, y sólo hay que restar el consumo de la energía de calentamiento del cono de la cubierta de la segunda propuesta.

El recubrimiento interior del aislante térmico se realiza de una mezcla de materiales cerámicos pintados de color negro y que tengan una constante de difusividad alta, estas dos propiedades del recubrimiento realizarán la función de homogenizar la temperatura de la pared en el interior de la cubierta y también mejora la transferencia del flujo de calor por radiación térmica entre placa de absorción y cubierta.

3.3.1. Resultados del análisis termodinámico de la energía total del horno de fundición de aluminio con cubierta de aislante recubierto en su interior con materiales cerámicos de color negro consumida por los cuerpos que componen el horno, para elevar su temperatura hasta 750° centígrados.

Como la tercera propuesta es una modificación de la segunda propuesta al eliminar el anillo cónico podemos utilizar las evaluaciones ya realizadas y sólo eliminar la energía invertida en el calentamiento del anillo cónico eliminado para la propuesta actual, por tanto podemos modificar el cuadro de la segunda propuesta como se muestra a continuación:

| Elemento del horno      | Energía de calentamiento (W) | de Energía disipada al ambiente. (W) | Energía p/ fusión (W) |
|-------------------------|------------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| Crisol                  | 198.00                       | -----                                | -----                 |
| Placa de absorción      | 47.22                        | -----                                | -----                 |
| Aislamiento del crisol  | 85.17                        | -----                                | -----                 |
| Cilindro del crisol     | -----                        | 34.3                                 | -----                 |
| Base del crisol         | -----                        | 11.8                                 | -----                 |
| Esquina del crisol      | -----                        | 7.86                                 | -----                 |
| Aluminio en polvo       | -----                        | -----                                | 946                   |
| Aislante de la cubierta | 245                          | 157.2                                | -----                 |
| Subtotales              | 575.39                       | 211.16                               | 946                   |

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En este caso la energía de calentamiento del recubrimiento cerámico negro pueden ser despreciada, debido a que, se realizará lo más delgado posible.

Por lo tanto podemos resumir los resultados de esta propuesta como se presenta a continuación:

La energía total utilizada para operación del horno con cubierta de aislante con recubrimiento interior negro utilizando energía solar transportada al horno a través de fibras ópticas es de 1732.55 W. Comparando ésta energía con la energía del horno abierto que es de 3019 W, podemos observar que disminuyó la energía necesaria para la operación del horno con cubierta aislante y recubrimiento interior negro comparado contra el horno abierto sin cubierta en un 42.61 %.

La energía de entrada al horno de ésta propuesta es  $E_0 = 2366.4W$ , por tanto la fusión también es posible, pero sólo ocuparía 67 fibras ópticas.

Energía para fusión del aluminio es  $E_{F,Al} = 946 W$ .

Energía de calentamiento del horno  $E_{C,H} = 575.39 W$ .

La energía disipada en las paredes del horno es  $Q_{DIS, HORNO} = 211.16 W$ .

La energía utilizada para la operación del horno es

$$E_{operacion} = E_{F,Al} + E_{C,H} + Q_{DIS, HORNO} = 1732.55 W.$$

La eficiencia del horno es

$$\eta_{F,H} = \frac{E_{F,Al}}{E_{operacion}} \times 100\% = \frac{946 W}{1732.55 W} \times 100\% = 54.6\%.$$

El margen de seguridad de cálculo para operación del horno

$$M_{SEG} = \left( \frac{E_0}{E_{operacion}} - 1 \right) (100\%) = \left( \frac{2366.4W}{1732.55 W} - 1 \right) \times 100\% = 36.58\%.$$

La suma de energías de calentamiento del aislante cubierta y la energía disipada en la cubierta al ambiente es:

$$E_{TOTAL, CONO} = Q_{dis, ais} + E_{cal ais como}$$

$$E_{TOTAL, CONO} = 157.2W + 245W = 402.2 W.$$

Puede observarse que la cubierta de aislante con recubrimiento interior de color

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

negro también cumplió el objetivo que nos planteamos, que fue, disminuir la energía disipada en la placa de absorción, esto debido a que, la energía total invertida y disipada en la cubierta es menor a la energía disipada por la placa de absorción en el horno abierto:

$$E_{TOTAL\ CONO} = 402.2W < E_{dis\ pa} = Q_{ppa} = 1688.68W.$$

Reflexiones respecto a las evaluaciones de los tres hornos analizados.

1.- Hemos tomado un valor típico de  $h = 10W/m^2 \cdot ^\circ C$  que es el coeficiente de transferencia de energía del cuerpo al ambiente, éste valor es considerado cuando el aire ambiental está quieto es decir no hay corrientes de aire que chocan sobre el cuerpo, cuando hay corrientes de aire que chocan sobre el cuerpo se reportan valores hasta de  $h = 35W/m^2 \cdot ^\circ C$ , por lo tanto nuestras conclusiones cambiarían drásticamente de tomar éste último valor, pero nosotros hemos supuesto que el horno estará instalado en un cuarto cerrado suficientemente amplio de forma que las corrientes de aire sean despreciables.

El horno de fundición de aluminio de cubierta de aislante recubierto en su interior con materiales cerámicos de color negro, este horno tiene gran estabilidad, ya que puede ser instalado en un sitio abierto o cerrado sin cambiar drásticamente las evaluaciones realizadas. Por tanto esta última propuesta es más recomendable.

2.- Las eficiencias de las propuestas son como se muestran a continuación. Las eficiencias de los hornos propuesto tiene los siguientes valores y

$$\eta_{horno\ cub.\ aislante} = 54.6\% > \eta_{horno\ cubierta\ de\ anillo\ cónico} = 48.58\% > \eta_{horno\ abierto} = 31.33\%.$$

Se puede observar que el horno menos eficiente es el horno abierto, y el más eficiente es el horno de cubierta aislante de fibra de vidrio recubierto con materiales cerámicos de color negro, el horno de fundición de aluminio con cubierta de anillo cónico se encuentra ubicado intermedio entre la propuesta uno y tercera en cuanto a eficiencia.

El horno más seguro para la operación del horno por el operario en combinación con la eficiencia, es, el horno de cubierta aislante, que es más eficiente que el horno de cubierta de anillo cónico, y en ambos hornos el operador no tiene contacto con las partes de alta temperatura del horno.

3.- Las tres propuestas son factibles de realizar, el número de fibras que se utilizaría sería diferente. El número de fibras esta determinado por el valor de la energía de operación, a continuación mostraremos los resultados comparativos:

$$E_{op.\ hornocubais} = 1732.55W < E_{op.\ hornuanillocónico} = 1947.16W < E_{op.\ hornoabierto} = 3019W.$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### 3.3.2. Reflexiones de los resultados obtenidos.

El horno de fundición se compone básicamente de cuatro partes, la primera es el crisol del horno, la segunda es el aislamiento del horno, la tercera es el material a fundir, y la cuarta parte es el tipo de energético que se utilizará en el horno.

1.- El tipo de energético determinará la forma física que se dará al horno y las características de su proceso.

2.- El crisol tiene por función principal contener el material desde el estado sólido hasta el estado líquido y además soportar cambios de temperaturas bruscos sin dañarse, tener una buena conducción del flujo de calor, y utilizar una cantidad baja de energía de calentamiento.

3.- El aislamiento tiene por función principal aislar la energía que se introduce al horno y que esta energía se concentre en el interior del horno acumulándose en el material a fundir y en el material del crisol, incrementando la energía interna de estos materiales y con esto incrementar la temperatura del material hasta alcanzar el punto de fusión, para posteriormente calentar el líquido hasta el punto de trabajo. Además el aislamiento tiene como segunda función proteger al operador de quemaduras en el exterior de la pared del aislamiento donde la temperatura debe estar lo más cercano a la temperatura ambiente. Entonces es el aislamiento la barrera de separación del ambiente y la energía contenida en la parte interna del aislamiento, entre más cercana esté la temperatura de la pared exterior del aislamiento a la temperatura ambiente, con una inversión baja de energía de calentamiento mejor aislamiento de considera.

4.- Si el flujo de calor disipado al ambiente es cero, el aislamiento del horno puede considerarse adiabático, aunque hay que notar que en la pared se invierte energía de calentamiento.

5.- Puede deducir de nuestro análisis termodinámico de la interacción de la energía entre placa de absorción y cubierta (mostrado en la sección 3.2.5) que podemos conocer el comportamiento aproximado de la curva de la temperatura de cada uno de los cuerpos, placa de absorción, cubierta de aislante, crisol, y aislante del crisol, con el tiempo. Al hacer evaluaciones del comportamiento estacionario de la temperatura con incrementos de un grado centígrado y haciendo un balance de energía en cada uno de los cuerpos para evaluar, el flujo de la energía sobrante del balance de energía en cada cuerpo que se transforma en energía interna en este cuerpo. Conocido el flujo de la energía que se transforma en energía interna, se puede evaluar la rapidez de cambio de la temperatura en el cuerpo en especial, a través de la rapidez de cambio de la entalpía, con esta rapidez proyectar el tiempo en que se aumenta un grado centígrado y se repite el proceso cada grado centígrado. Con esto encontraremos una aproximación de la curva de temperatura en cada parte del cuerpo al sumar en cada isoterma, a la temperatura en estado estacionario el incremento de temperatura extrapolado.

Aunque este proceso es muy laborioso, podría desarrollarse algoritmos para encontrar los estados estacionarios y la velocidad de cambio de la temperatura en cada uno de los cuerpos, y también reducir los incrementos de temperatura de cada evaluación.

Lo anterior se reduce a proponer que: "en cada punto estacionario el comportamiento de la temperatura en cada isoterma se compone de dos partes la primera de un valor resultado de la acumulación de energía interna, la segunda de un valor del impulso en la superficie isoterma por la velocidad de cambio de la temperatura con respecto al tiempo". Entonces encontrar la curva de temperatura en las isotermas de los cuerpos, se reduce a buscar la colección de todos los puntos de los estados estacionarios, desde el punto de operación inicial hasta el punto de operación final.

Una forma equivalente, pero que encuentra el comportamiento de la temperatura de los cuerpos de forma más precisa es, realizar el planteamiento de las ecuaciones diferenciales de conducción del flujo de calor en cada uno de los cuerpos y hacer un planteamiento de interacción de los cuerpos en contacto a través de sus valores en la frontera del flujo de la energía. Este planteamiento lo llevaremos a cabo en un trabajo posterior.

6.- En la eficiencia de los hornos, tiene una influencia dos factores principales, el primero son los elementos que tienen contacto con el elemento a fundir ó calentar, cuando éstos elementos necesitan una alta energía de calentamiento la eficiencia del horno disminuye mucho, el segundo factor es el aislamiento el cual deberá disminuir la energía disipada al ambiente y consumir una baja energía de calentamiento en éste aislamiento. Para mejorar esto el primer factor, es necesario tener como materiales de operación los que tengan un alto valor de la difusividad térmica y una alta resistencia mecánica utilizando espesores bajos, ya que con esto la masa del crisol ó elementos de contacto con el material de trabajo tendrán menor masa lo que hará que la entalpía de calentamiento sea baja aumentando la eficiencia del horno.

En segundo lugar está la energía que se invierte en calentar el aislamiento, en tanto mayor energía se invierte, más disminuye la eficiencia del horno. Para mejorar esto se necesita buscar materiales que tengan como propiedades aislantes tres principalmente, la primera un valor bajo de la capacidad calorífica, segundo una densidad másica baja y como tercera un bajo valor de la conductividad térmica.

Podemos pasar ahora a las conclusiones y recomendaciones del trabajo.

## Capítulo 4. Conclusiones y Recomendaciones.

En este capítulo vamos a presentar las conclusiones de los resultados obtenidos al comparar el trabajo realizado contra el objetivo propuesto, y vamos también a hacer las recomendaciones para realizar trabajos futuros.

En este trabajo se analizaron desde el punto de vista termodinámico tres propuestas de horno de fundición de aluminio alimentado con energía solar conducida por medio de fibras ópticas, de este análisis vamos a presentar las conclusiones.

### 4.1.- Conclusiones.

En el trabajo realizado hemos cumplido el objetivo que nos propusimos alcanzar, que fue: analizar y diseñar un horno de fundición de aluminio utilizando energía solar transportada al horno mediante fibras ópticas, pues en este trabajo se diseñaron y analizaron tres hornos de fundición solares. Además obtuvimos resultados teóricos generales de gran importancia para diseño de hornos a partir del análisis termodinámico aplicado en las tres propuestas de hornos que desarrollamos, de estos resultados mencionaremos los siguientes:

1.- La cubierta del horno puede tener cualquier forma siempre y cuando a través del aislamiento de la cubierta, la disipación de energía, tenga valores muy bajos, en el caso ideal  $Q_{dis, cubierta} = 0$ .

2.- En esta cubierta con bajo nivel de disipación de energía hacia el ambiente. es indistinto el lugar en que se introduce la energía solar si la cubierta tiene un recubrimiento delgado color negro, pues con esté recubrimiento, la temperatura en el interior del volumen formado por la cubierta, se estabilizará la temperatura de la superficie de absorción con la temperatura de la superficie de la cubierta rápidamente.

3.- Al introducir la energía solar al horno, se ha supuesto en nuestro análisis que se incrementa la temperatura en todo el interior de la cubierta a través de una sucesión continua de estados de equilibrio.

4.- En el horno donde la cubierta cónica se forma con el aislamiento de fibra de vidrio con un recubrimiento pelicular interior color negro, de un espesor despreciable, el gasto de energía de calentamiento (entalpía de calentamiento) de está película tiene un valor muy bajo, por tanto la entalpía de calentamiento  $\Delta H_{cal, cc}$  se desprecia en la evaluación de la entalpía total del horno.

5.- La energía que se disipa al ambiente en el horno abierto, es mayor que la energía disipada al ambiente en el horno de cubierta de anillo cónico y también que la energía disipada por el horno con la cubierta de aislante pintada de negro. Aunque hay que hacer notar que es costumbre tratar de evitar que se disipe energía

hacia el ambiente adicionando a los hornos, aislamientos de un espesor grande, lo cual reduce la energía disipada al ambiente pero incrementa la energía de calentamiento del aislamiento. De estos datos se desprende que cuando se diseñe un horno es recomendable minimizar la suma de energías de calentamiento del aislante más la energía disipada al ambiente a través del aislamiento.

6.- La eficiencia del horno abierto es menor que, la eficiencia de un horno con una cubierta anillo cónico y la eficiencia de este último horno inferior a la eficiencia del horno con cubierta aislante de fibra de vidrio recubierta de pintura de color negro con materiales cerámicos, podemos resumir lo anterior como:

$$\eta_{\text{horno, cubierta (recubrimiento negro, aislante)}} > \eta_{\text{horno, cubierta anillo conico + aislante}} > \eta_{\text{horno abierto}}$$

donde  $\eta$  es eficiencia.

De estos resultados puede observarse que la eficiencia de los hornos se incrementa cuando los elementos auxiliares del horno como crisol y aislamiento necesitan una energía baja para elevar su temperatura comparada con la energía que se necesita para calentar la masa del material de trabajo que en nuestro caso es el aluminio, además de disipar una baja energía al ambiente.

7.- La energía de operación de los hornos es diferente en las tres propuestas consumiendo mayor energía el horno abierto con 3019 W, el consumo del horno de fundición de cubierta de anillo cónico es 1947.16 W, y el horno de la propuesta final que es el horno de fundición de aluminio con cubierta de aislante recubierto en su interior con recubrimiento cerámico negro es de 1732.55 W. Por tanto podemos resumir esto como:

$$E_{\text{op, horno cubierto}} = 1732.55 \text{ W} < E_{\text{op, horno anillo conico}} = 1947.16 \text{ W} < E_{\text{op, horno abierto}} = 3019 \text{ W}.$$

8.- El número de fibras ópticas necesarias y suficientes para la fusión del aluminio en el horno propuesto finalmente (horno de cubierta cónica con pintura negra en su interior y alto aislamiento) es de 67 fibras ópticas.

#### 4.2. Recomendaciones

con la finalidad de dar continuidad a este trabajo se recomienda:

1.- Construir el sistema propuesto de concentración solar y transporte mediante fibras ópticas al horno de fundición, para hacer pruebas experimentales.

2.- Realizar pruebas experimentales.

3.- Plantear y resolver el sistema de ecuaciones diferenciales de conducción del calor en el horno para los cuerpos que componen el horno de fundición, y al encontrar la solución analítica o por métodos numéricos comparar los resultados del comportamiento de la temperatura en el interior del horno con los datos de temperatura de pruebas experimentales.

- 4.- Evaluar el efecto termoconvectivo en la fusión del aluminio en polvo en la zona de transición de fusión del aluminio.
- 5.- Evaluar el comportamiento térmico en el interior de una microcavidad del aluminio en polvo, durante el calentamiento y fusión del aluminio en polvo.

## Apéndice

### Ecuación del conducción del calor.

Para encontrar la distribución de temperatura en un cuerpo cuando en este se tiene generación de energía y entra energía al cuerpo a través de las fronteras y en el cuerpo se acumula energía, se realiza un balance de energía para encontrar una ecuación diferencial, al resolver la ecuación diferencial por medio de los métodos de ecuaciones diferenciales y se aplican las condiciones de frontera, entonces obtenemos la distribución de temperatura en el cuerpo para el tiempo mayor que cero, en todo el espacio del cuerpo.

Para la deducción de la ecuación del calor vamos a suponer que el cuerpo es un medio continuo el cual tiene las siguientes propiedades físicas:

- El sólido es homogéneo e isotropo.
- Sus parámetros físicos son constantes.
- Las variaciones de volumen debidas a los cambios de temperatura son muy pequeñas frente al propio volumen del cuerpo.
- No existe movimiento relativo entre las microparticulas del sólido.
- Las fuentes de calor internas están distribuidas uniformemente.

Vamos a introducir el sistema coordenado cartesiano, y en este sistema vamos a poner un cuerpo donde se extrae un cubo diferencial que es el mostrado en la figura A. 1, a este cubo de control le entra calor en el sentido positivo de las caras con respecto a  $x$ ,  $y$  y  $z$ , y sale calor por las caras posteriores a la entrada, esto se muestra en la figura A. 1.

Aplicando la primera ley de la termodinámica al volumen de control tenemos que:

$$dQ_1 + dQ_2 = dU \quad (\text{A.1})$$

en la relación A.1 estamos considerando que el trabajo es cero,  $dQ_1$ , es el calor que entra al cubo de control en joules en el intervalo de tiempo  $dt$ ,  $dQ_2$  es el calor generado en el cuerpo en Joules en el intervalo de tiempo  $dt$ .  $dU$  es la acumulación o decremento de la energía interna en el cuerpo en el intervalo de tiempo  $dt$ .

las cantidades de calor de entrada las denominaremos como  $dQ_{e,x} = dQ_x$ ,  $dQ_{e,y} = dQ_y$  y  $dQ_{e,z} = dQ_z$ ; y a la salida como

$$dQ_{s,x} = dQ_{x+dx}, \quad dQ_{s,y} = dQ_{y+dy} \quad \text{y} \quad dQ_{s,z} = dQ_{z+dz}.$$

Las relaciones de calor se muestran representadas en la figura Ap.1.

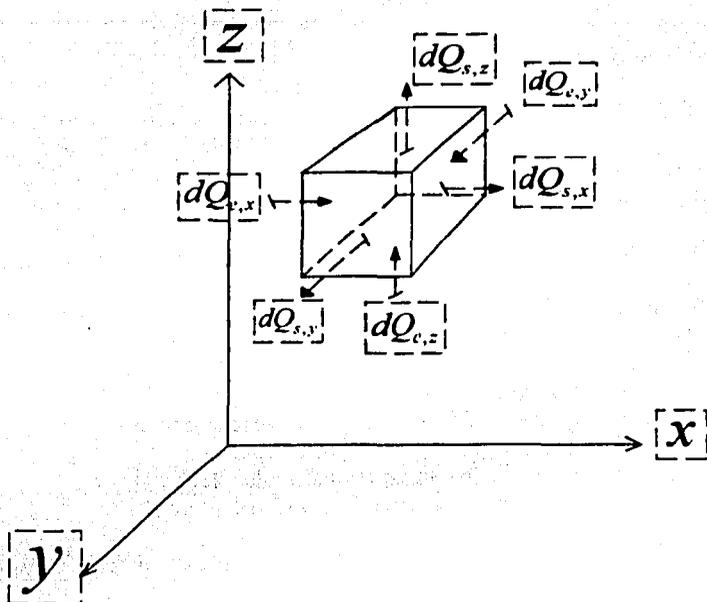


Figura Ap.1 Cubo de control en coordenadas cartesianas para deducción de la ecuación de conducción del calor.

Siguiendo a Isachenko et al 1973, la cantidad de calor que entra a través de la dirección  $x$  al cubo de control se puede expresar como:

$$dQ_x = q_x dy dz dt, \quad (A.2)$$

donde  $q_x$  es la densidad de flujo de calor sobre la cara de entrada perpendicular al eje  $x$  en el cubo de control, la energía extraída en la cara posterior la podemos expresar como:

$$dQ_{x-dx} = q_{x-dx} dy dz dt, \quad (A.3)$$

la cantidad de calor diferencia entre la entrada y de salida se evalúa como:

TRIPES C  
FALLA DE ORIGEN

$$dQ_{x,t} = dQ_x - dQ_{x+\Delta x} = q_x dy dz dt - q_{x+\Delta x} dy dz dt, \quad (\text{A.4})$$

la función  $q_{x+\Delta x}$  suponemos que es continua y diferenciable en el intervalo de trabajo y entonces la podemos desarrollar en series de Taylor como:

$$q_{x+\Delta x} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots, \quad (\text{A.5})$$

tomando los dos primeros términos de la serie e introduciéndolos en la relación A.4 obtenemos:

$$dQ_{x,t} = \frac{-\partial q_x}{\partial x} \Delta x dy dz dt, \quad (\text{A.6})$$

desarrollando de igual manera para los ejes  $y$  y  $z$ , se obtiene las relaciones:

$$dQ_{y,t} = \frac{-\partial q_y}{\partial y} \Delta x dy dz dt \quad \text{y} \quad dQ_{z,t} = \frac{-\partial q_z}{\partial z} \Delta x dy dz dt, \quad (\text{A.7})$$

luego al sumar las relaciones A.6 y A.7, se obtiene:

$$dQ_1 = dQ_{x,t} + dQ_{y,t} + dQ_{z,t} = -\left[ \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] \Delta x dy dz dt, \quad (\text{A.8})$$

El calor generado por el elemento de volumen de control en un tiempo  $dt$  se puede representar como:

$$dQ_2 = q_v dv dt, \quad (\text{A.9})$$

donde  $q_v$  es la densidad de generación de calor por unidad de volumen,  $dv = dx dy dz$ , la generación total de energía se expresa en Joules.

El cambio en la energía interna se expresa como:

$$dU = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dt dv, \quad (\text{A.10})$$

donde  $c$  y  $\rho$  son la capacidad calorífica y densidad respectivamente, introduciendo las relaciones A.8, A.9, A.10 en la relación A.1 se obtiene:

$$-\left[ \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] dv dt + q_v dv dt = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dv dt, \quad (\text{A.11})$$

agrupando términos del lado izquierdo de la relación A.11, e igualando términos obtenemos:

$$-\left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right] + q_v = c\rho \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (\text{A.12})$$

pero de la ley de Fourier las relaciones para el flujo de calor en coordenadas cartesianas se expresan como:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (\text{A.13})$$

sustituyendo las relaciones A.13 en la relación A.12 obtenemos:

$$-\left[\frac{\partial(-k \partial T)}{\partial x^2} + \frac{\partial(-k \partial T)}{\partial y^2} + \frac{\partial(-k \partial T)}{\partial z^2}\right] + q_v = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{A.14})$$

sacando el signo menos de los paréntesis la relación A.14 se puede escribir como:

$$\frac{\partial(k \partial T)}{\partial x^2} + \frac{\partial(k \partial T)}{\partial y^2} + \frac{\partial(k \partial T)}{\partial z^2} + q_v = c\rho \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (\text{A.15})$$

La relación A.15 es la ecuación de conducción del calor en coordenadas cartesianas, con  $k = k(x, y, z, T)$  la conductividad del material variable con la posición y la temperatura. Al resolver ésta ecuación por métodos de solución para ecuaciones en derivadas parciales y aplicar las condiciones de frontera e iniciales se obtiene la solución única al planteado.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Bibliografía

- Astirraga, U. J., Hornos Industriales de Resistencias. Madrid: Mc Graw-Gill, 1994.
- Chopra K. L. y S. R. Das, Thin Films Solar Cells. N. Y.: Plenum Press, 1991.
- Cariou J. M. y J. Dugas, Transport of Solar Energy with Optical Fibres, Solar Energy. 29. 397., 1982.
- Cutolo A. y I. Rendina., Coupling Efficiency of Non-Uniform Optical Fibers for Solar Energy Applications, Solar Energy 18, 191., 1989
- Duffie, J. A. y W. A. Beckman, Solar Engineering of Thermal Processes. N. Y.: Wiley-Interscience, 1991.
- Groover, P. M., Fundamentos de Manufactura Moderna. México D.F.: PRENTICE-HALL, 1997.
- Isachenko, V., y V. Osipova, Transmisión del Calor. España: MARCOMBO, 1973.
- Jaramillo, O. A., y J. A. Del Rio, A Model for Heating optical Fibers to Conduct Concentrated Solar Energy. Renewable Energy WREC V (Pergamon, Florence Italy), IV, 2243, 1998.
- Jaramillo, O. A., J.A. del Rio y G. Huelsz A Thermal Study of Optical Fibres Transmitting Concentrated Solar Energy. J. Phys. D. 32, 1999.
- Jaramillo, O. A., J. A. del Rio y G. Huelsz. Non-Linear Model For Absorption in  $SiO_2$  Optical Fibres. Solar Energy Mater. Solar Cells. 64, 209., 2000.
- Jaramillo, O. A., J. A. Del Rio y G. Huelsz, A Theoretical and Experimental Thermal Study of  $SiO_2$  Optical Fibres Transmitting Concentrated Radiative Energy. J. Phys. D: Appl. Phys., 35, 95., 2002.
- Kato, D. y T. Nakamura, J. Apl. Phys. 40, 4528., 1976.
- Kirillin, V. A., y V. V. Sichev, Termodinámica Técnica. Moscú: MIR, 1986.
- Krasnoschiokov, E. A. y A. S. Sukomieli, Problemas de Termodinámica. Moscú: MIR, 1986.
- Kreith F., Principios de Transferencia de Calor. México D.F.: HERRERO HERMANOS, SUCESORES, S.A., 1970.
- Liang D. y L. Fraser Montero., 200 W Solar Energy Delivery with Optical Fibre Bundles, J. SPIE 3139 217., 1997.
- Liang D. y L. Fraser Montero., Fiber-optic Solar Energy Transmission and Concentration. Solar Energy Mater. Solar Cells, 54, 323., 1998.
- Livshits, B. G., y V.S. Kraposhin., Propiedades Físicas de Metales y Aleaciones. Moscú: MIR. 1980.
- Modest M. F., Radiative Heat Transfer. New York: McGraw-Hill, 1993.
- Özisik M. N., Heat Conduction. New York: Wiley, 1993.
- Pippard, A. B., Classical Thermodynamics. Gran Bretaña: Alden Press Oxford, 1986.

Polymicro Technologies, <http://www.polymicro.com/>. 1998.

Rhodes, D., Hornos para ceramistas. Barcelona: CEAC, 1999.

Robieux J., 1975 Patent 75-14582 (INPI), internal classification F03g7/02; 02XX/G02b5/10.. 1975.

Siegel R. y J. R. Howell, Thermal Radiation Heat Transfer. New York: McGraw-Hill, 1981.

Simon A. W., Solar Energy, 2, 25., 1958.