

00321



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

20

INTRODUCCION AL ANALISIS FACTORIAL: UNA APLICACION FINANCIERA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
ACTUARIA
PRESENTA:
KATIA FERNANDEZ GOMEZ



FACULTAD DE CIENCIAS UNAM

M. EN A.P. MARIA DEL PILAR ADONSO REYES



2003

FACULTAD DE CIENCIAS SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# **PAGINACION DISCONTINUA**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo académico.

NOMBRE: Katia Fernández  
Gómez

FECHA: 11/nov/03

FIRMA: [Firma]

**DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA**  
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Introducción al análisis factorial: una aplicación financiera"

realizado por Fernández Gómez Katia

con número de cuenta 09420296-2, quién cubrió los créditos de la carrera de Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario M. en A.P. Ma. del Pilar Alonso Reyes [Firma]

Propietario M. en C. José Antonio Florez Díaz [Firma]

Propietario Act. Jaime Vázquez Alamilla [Firma]

Suplente Act. María Aurora Valdés Michel [Firma]

Suplente Act. Marypaola Janett Maya López [Firma]

Consejo Departamental de Matemáticas

[Firma]  
M. en C. José Antonio Florez Díaz



FACULTAD DE CIENCIAS  
CONSEJO DEPARTAMENTAL  
DE  
MATEMÁTICAS

## **AGRADECIMIENTOS**

Expreso mi más profundos y sinceros agradecimientos:

A **Dios**, por manifestarse en todo lo que soy y hago, por concederme los medios que me permiten lograr objetivos tan importantes como la realización de una carrera, gracias **Dios**.

A mi mamá, **Julla Gómez**, pilar esencial en gran parte de mi vida, gracias mamá por tu confianza, motivación, apoyo, dedicación, comprensión, tolerancia, amistad, tiempo, compañía, por tus consejos y sobre todo por tu fe en mi, *te quiero mucho mami*.

A mi abuelita **Carmen Gómez**, gracias porque desde dónde este es y ha sido parte importante para mí, por su memoria, su legado y su herencia.

A **Estela Gómez**, Estela gracias por tus consejos, ánimos.

A mi papá **Constantino Fernández** que dentro de sus posibilidades me apoyo cuanto pudo y aunque no ha estado presente en todo momento, papá te lo agradezco, *te quiero*.

A mis hermanos por el apoyo que en su momento pudieron darme.

A mi prima **Xochitl Cristina**, Cris gracias por tu amistad, a **Carmen Herrera**, gracias por tu apoyo y a mi tía **Lucrecia**, Quechita gracias por tus consejos.

A mis tías **Benita, María, Juanita y Cecilia**, gracias por el apoyo que en su momento dieron y a mi abuela **Natalia** gracias por las buenas palabras que en algunos momentos tuvo hacia mi.

A mi gran amiga que conozco desde la infancia **Guadalupe Ceballos**, gracias Lupe por tu apoyo de amiga que en estos años me has brindado, por tu tiempo y por motivarme, gracias amiga por estar en las buenas y en las dañadas y por lo mucho que hemos reído juntas y gracias a **Doña Lola** por sus consejos y apoyo moral y a los miembros de su familia por el apoyo que en algún momento me han podido brindar.

A mis amigas **Nayeli Ortiz y Guadalupe Morán** por su compañía y muchos momentos de diversión, gracias Naye por tu tiempo, los ánimos que siempre me das, tus detalles e invitaciones gracias. Guada gracias por la motivación que cuando has podido me has dado, gracias a las dos por compartir cosas buenas conmigo.

A mis grandes amigas **Dalia Sigler y Karina Altamirano**, Karina gracias por tu compañía, por tu tiempo, tu sentido del humor. Dalia gracias por tu apoyo, por tu confianza y comprensión que tuviste en esos momentos importantes, y en general gracias a las dos por compartir tantos momentos de alegría inolvidables, las quiero.

A **Mónica Fraga**, **Moni**, amiga gracias por todo tu apoyo, por tu comprensión, tu amistad, tu alegría, tus invitaciones, detalles y por seguir compartiendo momentos especiales conmigo, te quiero.

A **Adriana Luna** y **Xóchitl Rodríguez**, **Adri** gracias por tu amistad, tu comprensión, tu apoyo y motivaciones amiga. **Xochitl** gracias por tus invitaciones, por compartir momentos de aventura.

A mi amiga **Marisol Bravo**, **Marí** gracias por tu amistad y por la motivación y animo que siempre me das.

A mi amiga **Karina Pedraza**, por su confianza y amistad gracias, a **Yolanda**, gracias **Yola** por tu amistad, tus detalles y atenciones **Alexandra**, gracias por tu amistad y momentos de alegría compartidos, a **Erubiel**, **Cesar**, **Rodolfo**, **Isael**, **Israel**, por los momentos de amistad compartidos.

A mis profesores, a los que les debo gran parte de mi formación y por ello recuerdo ahora en estas líneas a mis maestros de primaria **Belem**, **Hilda**, **Carmina Vergara**, **Celia**, a mi primer maestro, **Arturo**, mis maestros de secundaria **Martha**, **Irene**, **Concepción**, **Laura**, **Sergio**. Con especial cariño porque fueron unos maestros muy especiales gracias a **Eduardo García**, a **María Luisa** y **Edith**. A mis maestros de facultad **Mauricio Aguilar**, **Hugo Villaseñor** y a todos los que formaron parte importante de mi formación en la carrera.

A mi asesora de tesis **M. en A. P. Ma. del Pilar Alonso Reyes**, **Pilar** gracias por tu paciencia, tu tiempo, tu dedicación, tu confianza

para realizar esta tesis, gracias por ser mi maestra y una guía muy importante en mi vida por lo que guardo una gran estimación y cariño por ti, gracias.

A mis sinodales **M. en C. José Antonio Flores, Act. Jaime Vázquez** y a **Maripaola Maya**, gracias por su tiempo y dedicación para revisar esta tesis.

A los que fueron mis primeros jefes **Act. Marcela Miramontes** y **Lic. Gustavo Cervantes**, gracias por sus consejos y enseñanzas, así como a mi compañera **Claudia**.

Y gracias a todas las personas que formaron y forman parte importante de mi vida y que han colaborado para mi bien, gracias, están en mi pensamiento y en mis recuerdos.

MUCHAS GRACIAS A TODOS LOS QUE PARTICIPARON EN EL LOGRO DE ESTA TESIS Y A LOS QUE ME HAN BRINDADO SU APOYO.

GRACIAS!!!

Katia



# INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS FACTORIAL: UNA APLICACIÓN FINANCIERA

INTRODUCCIÓN ...4

## *Capítulo 1*

### **ANÁLISIS FACTORIAL**

1.1. MODELO FACTORIAL LINEAL	...6
1.1.1. UN EJEMPLO ILUSTRATIVO	...9
1.2. SATURACIONES, COMUNALIDAD Y UNICIDAD	...12
1.2.1. PROPIEDADES FUNDAMENTALES	...15
1.2.2. NÚMERO DE FACTORES COMUNES	...19
1.2.3. COMUNALIDADES	...21
1.3. SOLUCIÓN DE FACTORES	...23
1.3.1. ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN	...23
1.3.2. MATRIZ DE CORRELACIONES	...24
1.3.3. CARGAS FACTORIALES	...25
1.3.4. ROTACIÓN DE LA MATRIZ FACTORIAL	...26
1.4. ANÁLISIS FACTORIAL COMO MÉTODO ESTADÍSTICO	...28
1.4.1. ESTIMACIÓN DE LA MATRIZ FACTORIAL	...28
1.5. MÉTODOS DE EXTRACCIÓN DE FACTORES	...29
1.5.1. COMPONENTES PRINCIPALES	...29
1.5.2. ANÁLISIS FACTORIAL	...30

1.5.3. ANÁLISIS FACTORIAL vs COMPONENTES PRINCIPALES	...30
1.5.4. MÉTODO DE MÁXIMA VEROSIMILITUD	...31

**Capítulo 2**

**MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES**

2.1. UTILIDADES	...32
2.2. ESTUDIO DE LAS RELACIONES CAUSALES	...34
2.3. CORRELACIONES Y CAUSALIDAD	...35
2.4. VENTAJAS DE LOS MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES	...37
2.4.1. POSIBLES APLICACIONES, EJEMPLO	...41
2.5. INTRODUCCIÓN A LA ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS ESTRUCTURALES	...56
2.6. ETAPAS DE LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES	...72
2.7. ETAPA DE ESPECIFICACIÓN	...60
2.7.1. RELACIONES ENTRE FACTORES	...62
2.7.2. RELACIONES ENTRE FACTORES Y DE INDICADORES	...64

2.8. ETAPA DE IDENTIFICACIÓN	...65
2.8.1. CONDICIONES DE IDENTIFICABILIDAD DEL MODELO	...67
2.8.2. ETAPA DE ESTIMACIÓN	...68
<b>Capítulo 3</b>	
<b>CASO PRÁCTICO</b>	
3.1. DATOS EMPLEADOS	...70
3.2. MODELO PROPUESTO	...77
3.3. EL MODELO DE MEDIDA	...78
3.3.1. VARIABLES EXPLICATIVAS	...78
3.3.2. VARIABLES EXPLICADAS	...92
3.4. MODELO ESTRUCTURAL	...92
CONCLUSIONES	...100
ANEXO	...102

## INTRODUCCIÓN

La necesidad de encontrar modelos de interpretación sencilla para el fácil estudio de fenómenos con numerosas variables, es una tarea laboriosa como por ejemplo: conocer cuales son los factores que originan los cambios experimentados por los precios de los activos financieros, es un problema de constante preocupación, sobre todo por el gran número de variables participantes en el mercado financiero.

Los conocidos como *modelos de factores* son el resultado de la búsqueda de métodos que simplifiquen el encontrar la solución a esto. Estos modelos buscan interpretar el comportamiento de los precios de los activos, intentando descubrir las principales fuentes de correlación entre sus rentabilidades. Específicamente, se trata de identificar factores que sistemáticamente afectan a la mayoría de los títulos negociados.

Una buena parte de la evidencia empírica enseña el tipo de variables que pueden influir en el comportamiento de las rentabilidades de un grupo de activo tales como los intereses, la deuda pública, las exportaciones, importaciones, el producto interno bruto, la producción de interés, entre otras.

Asimismo, se presta atención a la influencia que las variables macroeconómicas pueden ejercer en las rentabilidades de los títulos. La relación entre rentabilidades de los títulos y variables macroeconómicas en el marco del mercado de capitales mexicano se observa, en un principio, en el análisis de correlaciones entre las

variables, una vez encontradas las relaciones se pretende después construir una estructura de factores que reduzcan la dimensión de variables a una más simple y de mejor comprensión. Esto viene apoyado con el análisis de los modelos estructurales que permiten establecer, a partir del factor confirmatorio, la validez de la formación de esos factores, así como de encontrar los modelos más óptimos de explicación entre los activos y su relación con las variables macroeconómicas.

Con el propósito de encontrar relaciones causa-efecto, se decidió escoger un grupo de títulos que cotizaran permanentemente durante el período de estudio en el mercado accionario. El resultado de esta investigación fue la selección de 30 emisoras que cumplieron con esta condición.

En cuanto a las variables macroeconómicas, se buscaron aquellas que teóricamente representaban mayor importancia en la actividad económica del país como importaciones, exportaciones, tipo de interés, deuda pública, también variables de aspecto competitivo principalmente porque afectan parte de la economía de nuestro país como el DOWJONES de Estados Unidos.

Los modelos encontrados para efectos de este estudio son una propuesta evaluada por el conocimiento empírico y teórico que brindan las fuentes de información financiera, por lo que estos modelos no pretenden ser las únicas posibilidades de explicación, ya que existen otras posibilidades de construcción.

## Capítulo 1

### 1. ANÁLISIS FACTORIAL

#### 1.1. MODELO FACTORIAL LINEAL

El análisis factorial es un método de exploración multivariado que trata de explicar, de acuerdo a un modelo lineal, un conjunto extenso de variables observables mediante un número reducido de nuevas variables hipotéticas llamadas factores. Es importante señalar que en el análisis factorial los factores no sean directamente observables, esto obedece a conceptos de naturaleza más abstracta que las variables originales.

Ejemplos donde se puede aplicar este tipo de análisis son:

- a) La teoría clásica de la inteligencia postula que sus diferentes manifestaciones están relacionadas por un factor general, el llamado factor "g" de Spearman<sup>1</sup>.
- b) Según H. J. Eysenck<sup>2</sup>, la estructura de la personalidad medida a través de las diferentes características de un test, está dominada por dos dimensiones: factor neuroticismo - estabilidad y factor introversión-extraversión.

---

<sup>1</sup> Su contribución más notable al campo de la Psicología de la Inteligencia proviene tanto del campo metodológico, con el análisis factorial; como del teórico, con su teoría bifactorial de la Inteligencia y las subteorías explicativas de la cognición.

<sup>2</sup> H.J. Eysenck nació en Alemania en 1916. Defiende con vehemencia la aplicación de la metodología hipotético-deductiva al estudio de las diferencias individuales, así como el papel relevante de éstas en la Teoría Psicológica. Mediante la aplicación conjunta de las técnicas correlacionales y experimentales, ha intentado integrar diferentes modelos explicativos del comportamiento para la comprensión de las diferencias individuales.

- c) Ciertos síntomas clínicos propios de enfermos mentales se clasifican en síntomas de tipo neurótico y síntomas de tipo psicótico.
- d) El estudio de los conflictos internos de las naciones descubren la existencia de tres factores o dimensiones: agitación, revolución y subversión (Según R. J. Rummel<sup>3</sup>).
- e) Las diferentes asignaturas que constituyen la enseñanza media se dividen en asignaturas de Ciencias y de Letras.

El análisis factorial opera sobre  $n$  variables aleatorias observables,

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

Definidas sobre una misma población  $\Omega$ . Se trata de encontrar  $m$  +  $n$  nuevos componentes, llamados factores:

$$F_1, F_2, \dots, F_m \quad U_1, U_2, \dots, U_n$$

y determinar su contribución en las variables originales, que se relacionan con los factores a través del modelo factorial lineal:

$$X_1 = a_{11} F_1 + \dots + a_{1m} F_m + d_1 U_1$$

$$X_2 = a_{21} F_1 + \dots + a_{2m} F_m + d_2 U_2 \tag{1}$$

$$X_n = a_{n1} F_1 + \dots + a_{nm} F_m + d_n U_n$$

---

<sup>3</sup> R.J. Rummel ha enfocado su investigación sobre las causas y las condiciones de la violencia y de la guerra colectivas con una visión hacia ayudar a su resolución o eliminación.

Los factores  $F_1, F_2, \dots, F_m$  se denominan *comunes*, porque de acuerdo con el modelo (1), influyen en todas las  $n$  variables, los factores  $U_1, U_2, \dots, U_n$  se llaman *únicos*, porque cada  $U_i$  influye exclusivamente en la variable  $X_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ). En el modelo factorial lineal se supone:

- 1)  $m < n$ , puesto que se desea explicar las variables por un número más reducido de dimensiones.
- 2) La totalidad de los ( $m + n$ ) factores, se consideran incorrelacionadas; se pretende que la parte de la variabilidad de una variable explicada por un factor no tenga relación en (sentido lineal) con los demás factores.

La determinación de la **matriz factorial** es una de los problemas fundamentales de éste tipo de análisis .

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ & & \cdot & \\ & & \cdot & \\ & & \cdot & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Los elementos de la matriz  $A$  informan de la relación existente entre las variables y los factores comunes. Los factores únicos se incluyen en el modelo (1) dada la imposibilidad de expresar, en general,  $n$  variables en función de un número más reducido de  $m$  constructos.



La matriz A se obtiene a partir de los coeficientes de correlación entre las variables, por lo tanto, los factores comunes deben entenderse como la dimensionalidad influyente que relaciona y explica las asociaciones existentes entre las variable.

### 1.1.1. UN EJEMPLO ILUSTRATIVO

El psicólogo francés M. Reuchlin<sup>4</sup> (1964) comenta un sencillo ejemplo de análisis factorial, que servirá de excelente ilustración del método.

Es bien conocida la división clásica de las materias de la enseñanza media en asignaturas de Ciencias y asignaturas de Letras. En líneas muy generales, las primeras están caracterizadas por un factor racional y empírico, mientras que las segundas tienen un significado más especulativo, siendo, quizás, la "memoria" una de sus características importantes. Pero esta división no es absoluta. El Latín (considerado de Letras) es una lengua que induce al razonamiento. Las Ciencias Naturales, además de su carácter experimental, es una materia que obliga a recurrir a la "memoria". De forma más precisa se admitirá que las asignaturas dependen principalmente de dos factores: uno relacionado con Ciencias y el otro con Letras. Se relacionan las matemáticas claramente con el factor Ciencias. El Latín se considera de Letras, pero se admite una cierta relación con el factor Ciencias. Ambos no son directamente medibles, pero su significado

---

<sup>4</sup> Maurice Reuchlin, psicólogo francés de renombre mundial, que brinda en esta obra el desarrollo histórico de la psicología experimental, animal, diferencial, patológica e infantil.

ha sido tradicionalmente aceptado y es más amplio que cada asignatura por separado.

Se propone que ha sido efectuado un análisis factorial sobre  $n=4$  asignaturas: Matemáticas, Ciencias Naturales, Francés y Latín, a partir de las notas de un grupo de ocho alumnos (calificaciones sobre 20 puntos).

Alumno	Matemáticas	Ciencias Naturales	Francés	Latín
1	13	12.5	8.5	9.5
2	14.5	14.5	15.5	15
3	5.5	7	14	11.5
4	14	14	12	12.5
5	11	10	5.5	7
6	8	8	8	8
7	6	7	11	9.5
8	6	6	5	9.5

Tabla 1.1.

Si fuera posible medir para cada alumno sus calificaciones en los factores Ciencias y Letras respectivamente, como si ambos fueran asignaturas, se obtendría la siguiente tabla de factores propuesta por el autor:

Alumno	Factor	
	Ciencias	Letras
1	14	7.5
2	15	16
3	4	15.5
4	15	12

5	12	4
6	8	8
7	5	12
8	6	4.5

**Tabla 1.2.**

Cada asignatura tendrá, además, un coeficiente  $a_{ij}$  que es cada factor de la matriz de correlaciones:

Materia	Factor	
	Ciencias	Letras
Matemáticas	0.8	0.1
Ciencias Naturales	0.7	0.2
Francés	0.1	0.8
Latín	0.3	0.6

**Tabla 1.3.**

Estos coeficientes constituyen la matriz factorial A. Según el modelo lineal de la ecuación (1), atendiendo a los factores comunes, la nota del primer alumno en Matemáticas será:

$$(0.8)(14) + (0.1)(7.5) = 11.95$$

Este valor es próximo a la obtenido de 13, y la diferencia 1.05 es debida a que no todas las Matemáticas pueden explicarse por ambos factores comunes, es decir:

$$X_1 = a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + d_1U_1$$

$$13 = 11.95 + 1.05$$

En esta expresión la variable  $U_1$ , con coeficiente  $d_1$ , es el factor único que es intrínseco a la Matemática, y aporta 1.05 de los 13 puntos obtenidos.

Procedimiento análogo para las demás calificaciones y asignaturas, se observa que:

- 1) Las cuatro asignaturas se explican por dos factores.
- 2) Los factores son hipotéticos y no se pueden medir directamente, además son incorrelacionados. De este modo, Ciencias y Letras corresponden a conceptos independientes (en el sentido de interdependencia lineal).
- 3) Una pequeña parte de la variabilidad de cada asignatura (el factor único) se explica por sí misma, sin relación con las demás, ni con los dos factores comunes.

Las ideas que se han descrito contienen los conceptos principales que rigen en todo análisis factorial. Sin embargo, el problema de encontrar la matriz factorial es bastante complejo.

## **1.2. SATURACIONES, COMUNALIDAD Y UNICIDAD**

El coeficiente  $a_{ij}$  en el modelo factorial (1) recibe el nombre de saturación de la variable  $X_i$  en el factor  $F_j$ .

Puesto que los factores son variables hipotéticas, para simplificar el problema se suponen variables reducidas, es decir:

$$\begin{array}{lll} E(F_i) = 0 & \text{var}(F_i) = 1 & i = 1, \dots, m \\ E(U_j) = 0 & \text{var}(U_j) = 1 & j = 1, \dots, n \end{array}$$

Por otra parte, como los factores tienen como principal finalidad estudiar y simplificar las asociaciones entre las variables, medidas a través de la matriz de correlaciones, la cual es invariante por transformaciones de las variables del tipo  $\frac{(X_i - a)}{b}$ , se obtiene una nueva simplificación del problema suponiendo que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son observables y también reducidas. Se pasa de un indicador  $X_i$  de media  $m_i$  y desviación típica  $\sigma_i$  a una variable reducida utilizando la transformación:

$$Y_i = \frac{X_i - m_i}{\sigma_i}$$

Suponiendo, pues, las variables reducidas, por las propiedades de la varianza, se deduce de la ecuación (1), para  $i = 1, \dots, n$ .

$$\text{var}(X_i) = a_{i1}^2 \text{var}(F_1) + \dots + a_{im}^2 \text{var}(F_m) + d_i^2 \text{var}(U_i),$$

de donde,

$$1 = a_{i1}^2 + \dots + a_{im}^2 + d_i^2 \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

De la ecuación (3) se deduce que  $a_{ij}$  es la contribución del factor  $F_j$  a la variabilidad de  $X_i$ , mientras que  $d_i^2$ , que recibe el nombre de unicidad, es la contribución del factor único  $U_i$ .

Las cantidades:

$$h_i^2 = a_{i1}^2 + \dots + a_{im}^2 \quad i = 1, \dots, n$$

recibe el nombre de comunalidad y juegan un papel fundamental en análisis factorial. Se dice también que  $h_i^2$  es la comunalidad de  $X_i$  y representa la contribución de todos los factores comunes a la variable  $X_i$ . Se verifica entonces:

$$1 = h_i^2 + d_i^2 \quad i = 1, \dots, n$$

es decir, la varianza de una variable cualquiera es la suma de su comunalidad más su unicidad. En el análisis factorial interesa obtener los factores comunes de modo que expliquen una buena parte de la variabilidad de las variables. En el ejemplo de las cuatro asignaturas se tendrán las siguientes comunalidades y porcentajes de variabilidad explicados por los factores comunes:

Materia	Porcentaje de variabilidad explicada %	
	Factor	
	Ciencias	Letras
Matemáticas	64	1
Ciencias Naturales	49	4
Francés	1	64
Latín	9	36

Tabla 1.4

Finalmente, son válidas las siguientes observaciones:

a) Si las variables  $X_1, X_2, \dots, X_n$  se suponen reducidas, la matriz factorial  $A$  se obtiene a partir de la matriz de correlaciones. Entonces la saturación  $a_{ij}$  coincide con el coeficiente de correlación entre  $X_i$  y  $F_j$ .

b) En el caso general,  $A$  se obtiene a partir de la matriz de covarianzas  $C$ . Entonces la correlación entre  $X_i$  y  $F_j$  es  $\frac{a_{ij}}{\sigma_i}$ .

### 1.2.1. PROPIEDADES FUNDAMENTALES

El modelo factorial lineal puede expresarse en notación matricial, en forma:

$$X = A \cdot F + D \cdot U \quad (4)$$

siendo  $A$  la matriz del modelo factorial,  $D$  la matriz diagonal con las saturaciones de los factores únicos, y  $X = (X_1, \dots, X_n)$  un vector columna con las  $n$  variables aleatorias. Análogamente los vectores  $F = (F_1, \dots, F_m)$  y  $U = (U_1, \dots, U_n)$ .

Sea  $R = (r_{ij})$  la matriz de correlaciones entre las  $n$  variable aleatoria.

La matriz simétrica  $R$  tiene la propiedad de ser semidefinida positiva, es decir, sus valores propios, todos reales, son no negativos. El siguiente teorema da idea de las relaciones entre las v.a.  $X_1, \dots, X_n$  en función del rango de  $R$ .

**TEOREMA 1:**

*Si  $r \leq n$  es el rango de  $R$ , el conjunto de puntos  $(X_1(w), \dots, X_n(w))$  para todo  $w$  de la población  $\Omega$ , está contenido en una variedad lineal de dimensión  $r$ .*

*En consecuencia, habrá  $r$  variables linealmente independientes y las restantes serán combinación lineal de estas  $r$  variables.*

Así, si  $n=3$  y  $r=3$ , los posibles valores de las tres v.a. están contenidos en un espacio de tres dimensiones, si  $r=2$ , están contenidos en un espacio de dos dimensiones, es decir, un plano, y una de las variables es combinación lineal de las otras dos; si  $r=1$ , están contenidos en una recta, y dos variables pueden ponerse como combinación lineal de una sola.

Es de esperar que las v.a. que se desean analizar sean linealmente independientes. Carece de interés el caso en que el rango sea inferior a  $n$ , pues una o varias variables combinación lineal de las demás no añaden más información al conjunto. Se supondrá pues, en lo sucesivo, que el rango de  $R$  es  $n$ , con lo cual, los posibles valores de las variables están contenidos en  $n$  espacio de dimensión  $n$  y no en una dimensión inferior. No obstante, las  $n$  variables son, en general, estocásticamente<sup>5</sup> dependientes dos a dos. Esto se observa por la correlación  $r_{ij} \neq 0$ .

El análisis factorial parte exclusivamente de las correlaciones como información de entrada.

---

<sup>5</sup> Estocástico: Razonamiento estocástico es una técnica de análisis de datos que predice resultados en base a factores probabilísticos.



Se va a caracterizar la matriz del modelo factorial A. A través de la matriz de correlaciones R.

**TEOREMA 2. (Thurstone)** se tiene que

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ik} a_{jk} \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$1 = \sum_{k=1}^m a_{ik}^2 + d_i^2 \quad i = 1, \dots, n, \text{ es decir,} \quad (6)$$

$$R = A \cdot A' + D^2$$

donde A' es la transpuesta de A

De la linealidad de la esperanza, y al ser los factores incorrelacionados, se tendrá que:

$$E(F_k F_h) = 0 \quad \text{si } k \neq h$$

$$E(F_k U_j) = 0$$

$$E(U_i U_j) = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

$$E(F_k F_k) = 1$$

$$E(F_k U_j) = 0$$

$$E(U_i U_i) = 1$$

Este teorema es debido a Thurstone (1947). La relación (6) es la identidad fundamental que debe verificar toda matriz R sustituyendo los unos de la diagonal principal por las comunales de las variables.

Se obtiene así la siguiente expresión de la R\* que es la matriz siguiente:

$$R^* = \begin{pmatrix} h_1^2 & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & h_2^2 & \dots & r_{2n} \\ & & \ddots & \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & h_n^2 \end{pmatrix} \quad (r_{ij} = r_{ji})$$

La identidad fundamental tendrá la expresión equivalente:

$$R^* = A \cdot A' \quad (7)$$

Los coeficientes de saturación  $a_{ij}$  de las variables en los factores deben verificar esta condición, que, desde luego, no es suficiente para determinarlos. En realidad hay una infinidad de matrices  $A$  que la verifican, siendo soluciones válidas del análisis. Para seleccionar una solución, se deberá establecer alguna otra condición  $A$ , que se obtendrá de algún requisito impuesto a los factores. Pero las comunalidades en la diagonal  $R^*$  son desconocidas "a priori". Se determinan precisamente a partir de las saturaciones  $a_{ij}$ , suponiendo que fueran conocidas. Un primer problema es pues, la determinación de las comunalidades.

De la (5) se observa que la correlación  $r_{ij}$  se expresa exclusivamente a través de la filas  $i$  y  $j$  de la matriz  $A$ . Como  $h_j^2 = a_{j1}^2 + \dots + a_{jm}^2$  se ve que solamente la expresión fija  $j$  contribuye a la comunalidad de la variable aleatoria  $X_j$ .

### 1.2.2. NÚMERO DE FACTORES COMUNES

Las variables, una vez restadas sus unicidades, se expresan como combinación lineal de  $m$  factores comunes linealmente independientes, luego, se debe admitir que el rango de  $A$  es  $m$ . Se demuestra que la matriz producto  $A.A'$  es también de rango  $m$  y semidefinida positiva. Recíprocamente: toda matriz semidefinida positiva, simétrica, con  $n$  filas y columnas, y de rango  $m$ , se descompone (de infinitas maneras) en el producto  $A.A'$ . Esto demuestra que:

#### **TEOREMA 3.**

*El número de factores comunes es igual al rango de la matriz de correlaciones reducida  $R^*$ .*

Este teorema proporciona una solución teórica para determinar  $m$ , pero no es demasiado útil porque se desconocen, en principio, las comunalidades que ocupan la diagonal principal de  $R^*$ . Si se logra sustituir los unos de la diagonal de  $R$  que es matriz definida positiva (todos los valores propios son no nulos y positivos), por unos valores que den una matriz semidefinida positiva de rango  $m$  (sólo  $m$  valores propios son positivos, los demás son nulos), la matriz resultante se podrá descomponer en la forma  $A \otimes A'$ , siendo  $A$  la matriz factorial.

#### **TEOREMA 4.**

*Las comunalidades deben ser aquellos valores  $h^2$ , tales que  $0 \leq h^2 \leq 1$ , que hacen que la matriz  $R^*$  sea semidefinida positiva.*

Se concluye que la determinación del número de factores comunes está estrechamente relacionado con la obtención de las communalidades. Hay dos caminos para resolver esto; partir de un valor  $m$  prefijado, que cabe esperar por las condiciones del análisis, realizar la factorización y comprobar si la hipótesis sobre  $m$  es cierta, o bien, estimar de alguna manera las communalidades, y hallar el primero, segundo y los factores sucesivos que sean necesarios.

Poniendo  $R^* = R_0 + H^2$ , siendo  $R_0$  la matriz de correlaciones con ceros en la diagonal, y  $H^2$  la matriz conteniendo las communalidades, el teorema 3 asegura que  $m$  vale, como mínimo no nulo de  $R_0$ , que no contenga elementos de la diagonal principal. Por ejemplo, será  $m \geq 2$  si hay una matriz mínima de orden dos no nula. Para dar una idea de la complejidad del problema, se dice que:

- 1) Pueden haber varios valores válidos para  $m$ . Se procurará tomar el menor de ellos.
- 2) Fijado  $m$ , número de factores comunes, es posible obtener varias soluciones distintas para las communalidades. La solución teórica del teorema 4 no es única.
- 3) No obstante, obtenidas las communalidades, sólo existe un valor para  $m$ .

Se llama *postulado de parsimonia* al criterio según el cual debe considerarse como válida, entre varias soluciones admisibles, aquella que contenga el número mínimo de factores comunes.

La matriz factorial puede presentar un número de factores superior al necesario para explicar la estructura de los datos originales. Generalmente hay un conjunto reducido de factores, los primeros, que son los que explican la mayor parte de la variabilidad total. Los otros factores suelen contribuir relativamente poco. Uno de los problemas que se plantean, por tanto, consiste en determinar el número de factores que debemos conservar, de manera que se cumpla el principio de parsimonia.

Se han dado diversos criterios para determinar el número de factores a conservar. Uno de los más conocidos y utilizados es el *criterio o regla de Kaiser (1960)* que indicaría lo siguiente: "conservar solamente aquellos factores cuyos valores propios (eigenvalues) son mayores a la unidad". Este criterio es el que suelen utilizar los programas estadísticos por defecto. Sin embargo, este criterio es generalmente inadecuado tendiendo a sobreestimar el número de factores.

### **1.2.3. COMUNALIDADES**

Se denomina "comunalidad" a la proporción de la varianza explicada por los factores comunes en una variable.

La comunalidad ( $h^2$ ) es la suma de los pesos factoriales al cuadrado en cada una de las filas. El Análisis Factorial comienza sus cálculos a partir de la *matriz reducida* compuesta por los coeficientes

de correlación entre las variables y con las comunalidades en la diagonal.

Como la comunalidad no se puede saber hasta que se conocen los factores, este resulta ser uno de los problemas del Análisis Factorial.

En el Análisis de Componentes Principales como no suponemos la existencia de ningún factor común la comunalidad toma como valor inicial 1. En los otros métodos se utilizan diferentes modos de estimar la comunalidad inicial:

- a) Estimando la comunalidad por la mayor correlación en la fila  $i$ -ésima de la matriz de correlaciones.
- b) Estimando la comunalidad por el cuadrado del coeficiente de correlación múltiple entre  $x$  y las demás variables. (Es el que da el ordenador SPSS por defecto).
- c) El promedio de los coeficientes de correlación de una variable con todas las demás.

Calculando a partir de los dos coeficientes de correlación mayores, las comunalidades se calcularían de la forma:

Así, por ejemplo:

$$\begin{aligned}
 h_1^2 &= \frac{r_{12} r_{13}}{r_{23}} = \frac{r_{12} r_{14}}{r_{24}} = \dots = \frac{r_{12} r_{1n}}{r_{2n}} \\
 &= \frac{r_{13} r_{14}}{r_{34}} = \dots = \frac{r_{13} r_{1n}}{r_{3n}} = \dots = \frac{r_{1(n-1)} r_{1n}}{r_{(n-1)n}}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Los cocientes  $\frac{r_{ij} r_{ik}}{r_{jk}}$  se llaman tríadas; es necesaria una cierta consistencia entre las igualdades de las tríadas, rechazándose aquellas cuyo denominador sea demasiado pequeño, porque pueden alterar el cociente (podrían dar un valor superior a uno).

Debe asignarse a la comunalidad el resultado de tomar la media de las  $\binom{n-1}{2}$  correspondientes tríadas.

Aunque se anulen todas las relaciones, algunas de ellas pueden resultar mayor que uno. Éste es el llamado caso de Heywood.

La comunalidad final de cada variable viene dada por:

$$h_i^2 = a_{i1}^2 + \dots + a_{im}^2 \quad i = 1, \dots, n$$

### 1.3. SOLUCIÓN DE FACTORES

#### 1.3.1. ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN

Los pasos que se suelen seguir en el Análisis Factorial son:

- 1) Calcular la matriz de correlaciones entre todas las variables (conocida habitualmente como matriz R) y verificar si todas las correlaciones son altas.
- 2) Extracción de los factores necesarios para representar los datos.
- 3) Rotación de los factores con objeto de facilitar su interpretación. Representación gráfica.
- 4) Calcular las puntuaciones factoriales de cada individuo.

### **1.3.2. MATRIZ DE CORRELACIONES**

En el Análisis Factorial será calcular la matriz de correlaciones entre todas las variables que entran en el análisis.

Una vez que se dispone de esta matriz conviene examinarla para comprobar si sus características son adecuadas para realizar un Análisis Factorial. Uno de los requisitos que deben cumplirse para que el Análisis Factorial tenga sentido es que las variables estén altamente correlacionadas.

Un método para comprobar el grado de asociación entre las variables es:

*El determinante de la matriz de correlaciones:* un determinante muy bajo indicará altas intercorrelaciones entre las variables, pero no debe



ser cero (matriz no singular), pues esto indicaría que algunas de las variables son linealmente dependientes y no se podrían realizar ciertos cálculos necesarios en el Análisis Factorial).

### **1.3.3. CARGAS FACTORIALES**

Extraer los pesos factoriales que indican el peso de cada variable en cada factor. Lo ideal es que cada variable cargue alto en un factor y bajo en los demás.

El cuadrado de una carga factorial indica la proporción de la varianza explicada por un factor en una variable particular.

La suma de los cuadrados de los pesos de cualquier columna de la matriz factorial es lo que denominamos eigenvalues ( $\lambda$ ), indica la cantidad total de varianza que explica ese factor para las variables consideradas como grupo.

Las cargas factoriales pueden tener como valor máximo 1, por tanto el valor máximo que puede alcanzar el valor propio es igual al número de variables.

Si dividimos el valor propio entre el número de variables nos indica la proporción (tanto por ciento si multiplicamos por 100) de las varianza de las variables que explica el factor.

$$\frac{\lambda_1}{n} = \text{varianza explicada por el primer factor}$$

$$\frac{\lambda_2}{n} = \text{varianza explicada por el segundo factor}$$

La matriz factorial indica, como sabemos, la relación entre los factores y las variables. Sin embargo, a partir de la matriz factorial muchas veces resulta difícil la interpretación de los factores. Para facilitar la interpretación se realizan lo que se denominan rotaciones factoriales.

### **1.3.4. ROTACIÓN DE LA MATRIZ FACTORIAL**

La rotación factorial pretende seleccionar la solución más sencilla e interpretable. En síntesis consiste en hacer girar los ejes de coordenadas, que representan a los factores, hasta conseguir que se aproxime al máximo a las variables en que están saturados.

La saturación de factores transforma la matriz factorial inicial en otra denominada matriz factorial rotada, de más fácil interpretación. La matriz factorial rotada es una combinación lineal de la primera y explica la misma cantidad de varianza inicial.

Como hemos dicho el objetivo de la rotación es obtener una solución más interpretable, una forma de conseguirlo es intentando aproximarla al principio de estructura simple (Thurstone, 1935).

Según este principio, la matriz factorial debe reunir las siguientes características:

- Cada factor debe tener unos pocos pesos altos y los otros próximos a 0.
- Cada variable no debe estar saturada más que en un factor.
- No deben existir factores con la misma distribución, es decir, los factores distintos deben presentar distribuciones de cargas altas y bajas distintas.

Estos tres principios en la práctica no suelen lograrse, lo que se trata es de alcanzar una solución lo más aproximada posible a ello.

Con la rotación factorial aunque cambie la matriz factorial las comunalidades no se alteran, sin embargo, cambia la varianza explicada por cada factor.

En la fase de interpretación juega un papel preponderante la teoría y el conocimiento sustantivo.

A efectos prácticos se sugieren dos pasos en el proceso de interpretación:

- Estudiar la composición de las saturaciones factoriales significativas de cada factor.
- Intentar dar nombre a los factores. Nombre que se debe dar de acuerdo con la estructura de sus saturaciones, es decir, conociendo su contenido.

Dos cuestiones que pueden ayudar a la interpretación son:

- Ordenar la matriz rotada de forma que las variables con saturaciones altas en un factor aparezcan juntas.
- La eliminación de las cargas factoriales bajas (generalmente aquellas que van por debajo de 0,25).

## **1.4. ANÁLISIS FACTORIAL COMO MÉTODO ESTADÍSTICO**

### **1.4.1. ESTIMACIÓN DE LA MATRIZ FACTORIAL**

La matriz factorial  $A$  se obtiene de la matriz de correlaciones  $R$ . Sin embargo, la matriz  $R$ , en las aplicaciones prácticas, está formada por las correlaciones muestrales de las variables, en muestras de tamaño  $N$ , representando sólo una estimación de la matriz de correlaciones poblacionales  $R_p$ . Como los elementos de  $R$  estarán afectados por errores de muestreo, la matriz factorial obtenida a partir de  $R$  es solamente una estimación de la matriz factorial poblacional  $A$ , deducida a partir de  $R_p$ .

Los métodos anteriores como el de los dos factores, modelo bifactorial, método del factor principal, método del centroide, son esencialmente algebraicos, en el sentido de que se deduce de  $R$  utilizando diferentes expresiones algebraicas o diagonalización de matrices.

Tales métodos serían correctos si la matriz factorial fuera calculada a partir de  $R_p$ . Pero como el cálculo se efectúa sobre  $R$ , se obtiene una matriz que, sobre todo en muestras pequeñas, no es plenamente

fiable como solución factorial. Además, ciertas hipótesis estadísticas, como las que hacen referencia al número de factores comunes, no pueden ser resueltas con tales métodos. Por otro lado, es preferible abordar el problema de la obtención de la matriz factorial utilizando métodos estadísticos en lugar de métodos algebraico. Se trata pues de obtener una matriz  $\bar{A} = (\bar{a}_{ij})$  que sea una estimación de la matriz factorial  $A = (a_{ij})$ , con las propiedades deseables en los estimadores, ausencia de sesgo, eficiencia y consistencia.

La estimación de  $A$  es un problema bastante complejo. El método utilizado es el de la máxima verosimilitud, bajo el supuesto de que la distribución de las variables es normal multivariante. La estimación máximo verosímil  $\bar{A} = (\bar{a}_{ij})$  es asintóticamente insesgada, eficiente y normal, siendo también consistente. Tales propiedades no quedan aseguradas con los otros métodos.

## **1.5. MÉTODOS DE EXTRACCIÓN DE FACTORES**

### **1.5.1. COMPONENTES PRINCIPALES**

Busca la mejor combinación lineal entre las variables originales que explique la mayor cantidad de varianza posible. Se busca la segunda mejor combinación de variables que expliquen la mayor varianza residual no explicada en la anterior combinación.

Se necesita que cumpla la restricción de ortogonalidad con el primer factor, (i.e.) que ambos factores sean incorrelacionados. El proceso se repite hasta obtener todos los factores posibles.

### **1.5.2. ANÁLISIS FACTORIAL**

Es similar al método anterior, la información contenida por el conjunto de variables está formada por una parte común, entre las variables y otra parte específica a cada una de las variables más un error, de forma que la parte de la varianza no explicada en cada una de las variables originales, se debe a un componente específico de las demás variables originales, que no guardan ninguna relación con los componentes específicos de las demás variables originales.

Esto es por medio de una transformación de la matriz de correlaciones inicial, en la cual se sustituye la diagonal principal por los valores de las comunalidades estimadas a priori, mediante el cálculo del cuadrado del coeficiente de correlación múltiple entre cada variable y todas las demás.

### **1.5.3. ANALISIS FACTORIAL vs COMPONENTES PRINCIPALES.**

El Análisis Factorial y el Análisis de Componentes Principales están muy relacionados. Algunos autores consideran el segundo como una etapa del primero y otros los consideran como técnicas diferentes.

El Análisis de Componentes Principales trata de hallar componentes (factores) que sucesivamente expliquen la mayor parte de la varianza total. Por su parte el Análisis Factorial busca factores que expliquen la mayor parte de la varianza común.

En el Análisis Factorial se distingue entre varianza común y varianza única. La **varianza común** es la parte de la variación de la variable que es compartida con las otras variables. La **varianza única** es la parte de la variación de la variable que es propia de esa variable.

El Análisis de Componentes Principales no hace esa distinción entre los dos tipos de varianza, se centra en la varianza total. Mientras que el Análisis de Componentes Principales busca hallar combinaciones lineales de las variables originales que expliquen la mayor parte de la variación total, el Análisis Factorial pretende hallar un nuevo conjunto de variables, menor en número que las variables originales, que exprese lo que es común a esas variables.

En el Análisis de Componentes Principales, el primer factor o componente sería aquel que explica una mayor parte de la varianza total, el segundo factor sería aquel que explica la mayor parte de la varianza restante, es decir, de la que no explicaba el primero y así sucesivamente. De este modo sería posible obtener tantos componentes como variables originales aunque esto en la práctica no tiene sentido.

#### **1.5.4. MÉTODO DE MÁXIMA VEROSIMILITUD**

Este método obtiene los parámetros estimados que con mayor probabilidad puede haber producido la matriz de correlación inicial, se parte del supuesto de que los datos siguen una distribución normal multivariante.

## **Capítulo 2**

### **2. MODELO DE ECUACIONES ESTRUCTURALES**

#### **2.1. UTILIDADES**

Para evaluar el grado de madurez la psicología que estudia las diferencias individuales considera en qué medida los sujetos poseen ciertas capacidades. Algunas de las capacidades que se presentan aquí no son exactamente las que se utilizan, pero sí que se basan en el sentido común, ya que son apropiadas.

Así, el psicólogo verifica si el sujeto cumple los siguientes criterios:

- 1) ¿Dispone de una perspectiva global de la vida?.
- 2) ¿Es capaz de discernir entre lo esencial y lo secundario?, Es decir, ¿establece prioridades, evitando crear problemas adicionales que dispersarían esfuerzos?
- 3) ¿Aplica su propio criterio y personalidad en situaciones cotidianas, permitiendo cierto grado de flexibilidad consciente?
- 4) ¿Es consciente de que sólo conoce la realidad a través de sus percepciones y que éstas están a menudo distorsionadas, por qué incluyen errores de apreciación (de medición)?



Al utilizar los *modelos de ecuaciones estructurales* obtendrá, posiblemente, una elevada puntuación en cada uno de estos criterios, pues, como se verá en estas páginas, dichos modelos permiten:

- 1) Abordar los fenómenos en toda su globalidad, teniendo en cuenta su gran complejidad. Esto permite considerar sus múltiples causas y sus numerosos aspectos, evitando así las perspectivas tradicionales que están limitadas a pocas dimensiones.
- 2) Simplificar las grandes matrices multivariadas, que tienen un excesivo volumen de datos para la limitada capacidad humana de procesamiento. Los modelos de ecuaciones estructurales, al condensar las relaciones entre un gran número de variables en unos pocos factores, logran así un compromiso muy ventajoso entre la interpretabilidad y la completitud de la descripción.
- 3) Especificar el modelo por parte del propio investigador, de acuerdo con su propio criterio y conocimiento, modificándolo de forma flexible según su ajuste a los datos. Los modelos tradicionales, incluidos en paquetes estadísticos son, de hecho, especificaciones estandarizadas que proceden de forma mecanicista.
- 4) Eliminar el efecto del error de medida de las relaciones entre las variables. Se admite que los fenómenos reales y los medidos son realidades distintas. La práctica habitual, que no reconoce esta distinción, sigue la peligrosa estrategia de hacer los

cálculos en el espacio de las mediciones para extraer luego las conclusiones en el mundo real. Por el contrario al aceptar el error en la medida como inherente al estudio, éste se introduce como parte de la especificación del modelo, y de esta forma es posible cuantificar la calidad de la medición de los datos que se analizan. Este planteamiento requiere disponer de medidas repetidas.

## 2.2. ESTUDIO DE LAS RELACIONES CAUSALES

Las investigaciones empíricas en cualquier ámbito pueden clasificarse en función de su finalidad, descriptiva o explicativa. Este último objetivo, la explicación, precisa hallar *relaciones causales* entre las variables, lo cual puede lograrse bien siguiendo una metodología *experimental*. Ambas requieren formular hipótesis que puedan operativizarse en modelos estadísticos que permitan estimar y contrastar las magnitudes de los efectos entre las variables causa y las de efecto.

Los *modelos de ecuaciones estructurales* constituyen una de las herramientas más potentes para el estudio de relaciones causales sobre datos no experimentales cuando estas relaciones son de tipo lineal. A pesar de su sofisticación, estos modelos nunca prueban la causalidad, sólo ayudan a seleccionar entre las hipótesis relevantes, desechando aquellas no soportadas por la evidencia empírica.

Las teorías causales son susceptibles de ser estadísticamente rechazadas si se contradicen con los datos, es decir con las covarianzas o correlaciones entre variables.

### 2.3. CORRELACIONES Y CAUSALIDAD

La covarianza entre dos variables refiere simplemente el hecho de que ciertos valores de una variable se dan a menudo asociados con otros. La diferencia esencial se encuentra en que además de covariar, la relación causal supone que todo cambio en una de las variables (la causa), forzará variación en la otra (el efecto)

Se observa que la covariación define un tipo de relación *simétrica* entre variables, es decir, si una variable  $v_1$  correlaciona (positiva o negativamente) con  $v_2$ , correlacionará asimismo (positivamente o negativamente) con  $v_1$ . En cambio, la causalidad es *asimétrica*, pues del hecho que  $v_1$  sea causa de  $v_2$  no se sigue necesariamente que  $v_2$  lo sea de  $v_1$ .

Se desea representar el efecto causal de  $v_1$  en  $v_2$  bajo el supuesto que la relación entre ambas variables es lineal, y que éstas están expresadas en desviaciones respecto a su media, se emplea una ecuación de regresión del tipo:

$$v_2 = \beta_{21}v_1 + d_2$$

donde  $d_2$  es un término de *perturbación* aleatorio que recoge la variación de  $v_2$  por causas distintas de  $v_1$ . Si estas otras causas contenidas en  $d_2$  están relacionadas con  $v_1$ , confundirán la relación entre  $v_1$  y  $v_2$ . Se observa que en el modelo de regresión se asume que cualquier otra causa de  $v_2$  no está correlacionada con  $v_1$ ; por lo anterior, para inferir que  $v_1$  sea causa de  $v_2$ , habitualmente se exige además de *correlación* el establecimiento de la *dirección* del efecto y el *aislamiento* de otras posibles causas.

En lo referente a la dirección, en la investigación experimental puede establecerse manipulando los valores de la variable  $v_1$ , que de este modo deja de ser aleatoria. La única variable que varía libremente es  $v_2$  con lo que puede descartarse que la correlación se deba a un efecto de  $v_2$  sobre  $v_1$ .

En cuanto al aislamiento, en la investigación experimental se consigue por medio del control experimental, que consiste en mantener fija o bloqueada cualquier otra causa potencial de  $v_2$  cuando eso sea posible. Cuando el control no es posible se recurre a la aleatorización. En el caso de la investigación no experimental, se emplea el llamado control estadístico que requiere incluir en el análisis explícitamente las variables que se sospecha influirán en  $v_2$  y asumir que las variables omitidas del análisis o bien no tienen relación con  $v_2$ , o bien no tienen relación con las variables incluidas. Este último supuesto se conoce como de *pseudo-aislamiento* y se formaliza como

Incorrelación entre el término de perturbación y todas las variables explicativas incluidas.

El control estadístico puede llevarse a cabo también y de forma equivalente por medio de la *correlación parcial*.

#### **2.4. VENTAJAS DE LOS MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES**

La técnica de *análisis de varianza*, ideada por Fisher en (1925), fue pionera en la explotación estadística para el estudio de las relaciones causales y marcó un punto de partida en la concepción y utilización de la estadística. Esta técnica se pensó en su origen para el análisis de datos experimentales. El experimento, en su forma más simple, examina el efecto de una variable explicativa (independiente) sobre la explicada (dependiente), y establece en que medida la medida de valoración observada en la dependiente se debe a los cambios efectuados en la independiente.

Entre los diversos modelos estadísticos que permiten explicar la variación de una o varias variables aleatorias, (llamados *modelos para el análisis de relaciones de dependencia*, entre los que destaca el modelo de *regresión*), mucho se sigue a una estrategia común con el análisis de la varianza: analizar la variación de las variables que se consideran explicadas por otras. La palabra *análisis* refleja la partición, aislamiento e identificación de las causas de la varianza observada.

En la econometría es habitual el empleo de *ecuaciones simultáneas*, en las que las variables, que en una ecuación figuran como endógenas o explicadas, juegan el papel de explicativas en otras. Los modelos econométricos se especializaron inicialmente en análisis de series temporales de magnitudes económicas agregadas (lo que se llama *macroeconometría*) con lo que los datos presentan a menudo dependencia temporal.

El uso del modelo para analizar no sólo la varianza de una variable dependiente sino también las covarianzas entre todas las variables constituyen el rudimento y la filosofía de los modelos para el análisis de relaciones de interdependencia, entre cuyos miembros se cuentan los modelos de ecuaciones estructurales.

Por necesidades en las ciencias sociales y de la conducta se desarrollaron modelos para estudiar conceptos abstractos, en general no físicos, que se miden de forma indirecta y se denominan *constructos*. Los más comunes son el *análisis factorial exploratorio* y el *análisis factorial confirmatorio*. Ambos modelos formalizan las relaciones entre las *variables observables (indicadores)* y los *constructos, variables latentes o factores* en los que se centra el interés. Ya que todas las variables observables deben contribuir a la medida del constructo, esta línea también ha seguido la estrategia de analizar las relaciones de interdependencia.

El nacimiento de los modelos de ecuaciones estructurales tiene sus inicios en 1970, años en que el econométra Goldberger<sup>6</sup>, organizó

---

<sup>6</sup> Véase Joreskog y Goldberger, (1972). Factor analysis by generalized least squares. *Psychometrika*, 37,243-260.

una conferencia sobre modelos que analizan la causalidad a la que invitó junto a estadísticos, a psicómetras, económetras y sociómetras. Se dio por primera vez la misma importancia a la teoría que considera la relación entre indicadores y constructos, como a la que se interesa en las relaciones de los constructos entre sí. De esta interdisciplinariedad en la construcción del método, dónde unos aportaron la experiencia en la estimación, y otros la experiencia de enfrentarse con el error de medida, se deriva la generalidad del modelo que resultó y de sus aplicaciones.

Estos modelos incluyen como casos particulares todos los modelos lineales, recursivos y no recursivos, con y sin variables latentes, utilizados en la investigación no experimental de la causalidad y todos los modelos de análisis factorial. Al contrario que los modelos macroeconómicos, los modelos de ecuaciones estructurales están especializados en el análisis de datos individuales procedentes de muestras aleatorias. En este tipo de datos se asume la independencia entre observaciones, pero no la ausencia de error de medida. De hecho, la diferencia principal con respecto a los modelos macroeconómicos es la sustitución del supuesto de medida sin error por el de independencia entre observaciones.

Últimamente, la llamada *microeconometría* ha mostrado un creciente interés en el análisis de datos individuales, en el que los modelos de ecuaciones estructurales encajan perfectamente.

Los fenómenos de interés son complejos, presentan muchos aspectos que obedecen a múltiples causas y están frecuentemente

medidos con error, identificar el origen de su variabilidad requiere servirse de métodos multivariado adecuados como los modelos de ecuaciones estructurales, que permitan incorporar el error de medida y considerar relaciones recíprocas entre constructos.

Los modelos de ecuaciones estructurales brindan, entre otras, las siguientes ventajas:

- 1) Trabajar con constructos, que se miden a través de indicadores, para después evaluar la calidad de dicha medición.
- 2) Considerar los fenómenos en su verdadera complejidad desde una perspectiva más realista, abandonando la estadística uni y bivalente, e incorporando múltiples variables tanto explicadas como explicativas.
- 3) Considerar conjuntamente medida, predicción y análisis factorial, es decir, evaluar los efectos de variables latentes entre sí, sin contaminación debida al error de medida.
- 4) Introducir la perspectiva confirmatoria en el modelado estadístico. Se puede, y de hecho debe introducirse el conocimiento teórico en la especificación del modelo antes de su estimación.
- 5) Descomponer las covarianzas observadas y no sólo las varianzas, dentro de una perspectiva del análisis de la interdependencia.



### **2.4.1. POSIBLES APLICACIONES, EJEMPLO**

Los modelos de ecuaciones estructurales permiten establecer relaciones complejas entre gran número de variables medidas con error, siempre y cuando las relaciones sean de tipo lineal. Son muchas las disciplinas científicas que están interesadas en este tipo de relaciones.

Las aplicaciones psicológicas a datos procedentes de pruebas y las sociológicas y politológicas a datos procedentes de encuestas fueron posiblemente las pioneras, y siguen siendo las más numerosas, pues tanto las pruebas como las encuestas suelen contener gran número de preguntas (variables) cuyas respuestas difícilmente pueden asumirse libres de error.

Las aplicaciones a otros tipos de datos, si bien menos frecuentes, son igualmente atractivas. Si las variables pueden asumirse medidas sin error, los modelos econométricos clásicos constituyen una alternativa. En cualquier caso, no siempre las variables procedentes de fuentes distintas a las encuestas y las pruebas están libres de error.

Para ejemplificar mejor a los modelos estructurales se presenta el siguiente ejemplo, referente a la **investigación de mercados**:

Se parte de una línea de investigación sobre la medición de la calidad en el sector servicios, al contrario de los productos físicos, los

servicios tienen componentes intangibles que hacen necesario tener en cuenta la percepción subjetiva del cliente para evaluar la calidad.

Se definieron 5 aspectos de cualquier servicio que son susceptibles de causar discrepancia entre percepciones y expectativas y que por lo tanto influyen en la calidad. También se sugiere que las percepciones manifestadas por los encuestados ya llevan implícita la comparación con algún tipo de ideal, con lo que no es necesario preguntar las expectativas de forma separada.

Se realizó un estudio en el sector bancario de una ciudad según el cual las dimensiones relevantes para predecir la calidad eran *competencia* (entendida como profesionalidad, cumplimiento de lo pactado y puntualidad), *información* (entendida como publicidad clara y veraz, y asesoramiento fiscal y financiero personalizado), *trato de los empleados* (entendido como amable, personal e inspirador de confianza), y *diseño* (entendido como aspecto de las oficinas).

1) Variables para medir calidad y satisfacción global:

- *cal\_per*: valoración de la calidad global de la entidad financiera (en escala de 9 puntos de "muy mala a "muy buena").
- *sat\_glob*: satisfacción global con el servicio de la entidad financiera (en escala de 9 puntos de "completamente insatisfecho" a "completamente satisfecho").

2) Variable relacionada con el comportamiento:

- *recomen*: intención de recomendar la entidad financiera a otras personas (en escala de 9 puntos: "de ninguna manera" a "con entusiasmo").

3) Variables para medir el trato de los empleados (en escala de 9 puntos de "completamente en desacuerdo" a "completamente de acuerdo").

- *t\_confi*: el comportamiento de los trabajadores inspira confianza a los clientes.
- *t\_pulcro*: los trabajadores tienen aspecto pulcro.
- *t\_amab*: los trabajadores son siempre amables con los clientes.
- *t\_conoc*: los trabajadores tienen suficientes conocimientos para responder a las preguntas de los clientes.
- *t\_nombre*: los trabajadores le reconocen y se dirigen a usted por su nombre.

4) Variables para medir información (en escala de 9 puntos de "completamente en desacuerdo" a "completamente de acuerdo"):

- *imp\_clar*: los impresos y prospectos de informativos son claros y bien explicados.

- *info\_ad*: la entidad le proporciona información financiera y fiscal adecuada.
- *publi\_ad*: la publicidad de los productos y servicios es adecuada a la realidad.
- *ofr\_conv*: la entidad le ofrece el producto que más le conviene.

El cuestionario fue administrado a una muestra sistemática estratificada de tamaño  $N = 310$  representativa de la población mayor de edad de la ciudad estudiada.

A continuación se presenta la matriz de covarianza; de la muestra:

	<i>cal_per</i>	<i>sat_glob</i>	<i>recomen</i>	<i>t_confi</i>	<i>t_pulcro</i>	<i>t_amab</i>	<i>t_conoc</i>	<i>t_nombre</i>	<i>imp_clar</i>	<i>info_ad</i>	<i>publi_ad</i>	<i>ofr_conv</i>
<i>cal_per</i>	1.4											
<i>sat_glob</i>	1.2	1.7										
<i>recomen</i>	1.0	1.2	3.1									
<i>T_confi</i>	0.8	0.9	0.8	1.6								
<i>T_pulcro</i>	0.5	0.5	0.4	0.8	1.1							
<i>T_amab</i>	0.6	0.8	0.6	1.3	0.8	1.7						
<i>T_conoc</i>	0.6	0.7	0.6	1.0	0.7	1.0	1.5					
<i>T_nombre</i>	0.9	1.1	0.9	1.4	0.9	1.6	0.9	3.5				
<i>imp_clar</i>	1.0	0.8	0.6	1.2	0.6	1.0	0.9	1.1	2.0			
<i>info_ad</i>	0.7	0.7	0.6	0.9	0.5	0.9	1.0	1.2	1.1	1.6		
<i>publi_ad</i>	0.8	0.9	0.7	1.0	0.6	1.0	0.9	1.6	1.3	1.2	1.8	
<i>ofr_conv</i>	0.6	0.7	0.6	0.9	0.6	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.6

**Tabla 2.1**

## 2.5. INTRODUCCIÓN A LA ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS ESTRUCTURALES

Los modelos de ecuaciones estructurales comparten muchos elementos con el modelo de regresión que constituye un caso particular. Esto permitirá introducir nociones específicas de los modelos de ecuaciones estructurales a partir de conceptos ya conocidos.

La *especificación* de un modelo de ecuaciones estructurales, como la de cualquier otro modelo, consiste en un conjunto de supuestos sobre el comportamiento de las variables involucrada. Esta especificación tiene una *primera parte substancial* que requiere traducir en un conjunto de ecuaciones las teorías verbales, explicitando los efectos que se dan y los que no, y enumerando todos los parámetros del modelo. Analizando también la *parte estadística*, necesaria para la posterior estimación y contraste del modelo, que contiene los supuestos sobre la distribución aleatoria de las variables involucradas.

En el caso de la regresión lineal simple, el primer supuesto sustantivo refleja una posición de conveniencia, ya que raras veces la teoría suministra exactamente la forma de la relación funcional entre las variables, y dada la complejidad de los fenómenos reales, siempre se buscan omitir el detalle, por lo que se especifican formas simples, en general, *lineales*.

Si se expresan las variables centradas respecto a su media, este supuesto de linealidad conduce a expresar la relación:

$$v_2 = \beta_{21}v_1 + d_2 \quad (9)$$

La ecuación incluye el parámetro  $\beta_{21}$  llamado coeficiente de regresión, relaciona las escalas de  $v_1$  y  $v_2$  e indica en cuántas unidades se incrementaría la esperanza de la variable  $v_2$  si el valor de  $v_1$  aumentara una unidad. En este caso se emplea el llamado coeficiente de regresión estandarizado, que indica en cuántas desviaciones tipo se incrementaría la esperanza de la variable  $v_2$  si el valor de  $v_1$  aumentase una desviación tipo;  $v_1$  no tiene asociado ningún término de perturbación, lo cual implica que se supone *medida sin error*, lo que constituye el segundo supuesto sustantivo.

Al igual que cualquier modelo estadístico que aspire a ser útil, el modelo de regresión incorpora una lista de *supuestos estadísticos* sobre el comportamiento de las *fuentes de variación* de las variables incluidas en el modelo. En ciertos casos estos supuestos pueden no ser realistas, pero si no se formulan es imposible estimar y contrastar estadísticamente cualquier parámetro de interés. Las fuentes de variación a las que se refiere son todos los términos de perturbación. Haciendo referencia a  $d_2$  y  $v_1$  en a).

Estos supuestos estadísticos se resumen en la ecuación:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \rightarrow N \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \phi_{11} & 0 \\ 0 & \psi_{22} \end{pmatrix} \right) \quad (10)$$

En primer lugar, esta ecuación incorpora dos parámetros adicionales en la especificación del modelo: varianza de  $v_1$  ( $\phi_{11}$ ) y la

varianza de  $d_2$  ( $\psi_{22}$ ). En segundo lugar y como se ha dicho, la ecuación establece una serie de supuestos con respecto al comportamiento de las variables que se relacionan:

- 1) *Distribución normal biviada* ( $v_1$  y  $d_2$ ), que queda determinada por un vector de esperanzas y una matriz de varianzas y covarianzas. Este vector de esperanzas es cero reflejando el hecho que las variables representan desviaciones respecto a su media.
- 2) *Incorrelación entre  $v_1$  y  $d_2$* . Este supuesto se relaciona con la inexistencia de otras variables con efecto sobre  $v_2$ . Según este supuesto, la varianza de  $v_2$  puede descomponerse o analizarse según varianza explicada por  $v_1$  y la varianza no explicada o varianza de la perturbación  $d_2$  ( $\psi_{22}$ ). Esta descomposición se expresa en términos porcentuales como *coeficiente de determinación*,  $R^2$  - porcentaje de varianza de  $v_1$  explicada por  $v_1$ -. Y destaca la importancia de que  $\psi_{22}$  sea lo menor posible, lo que indicaría una alta capacidad de  $v_1$  para explicar o predecir  $v_2$ .
- 3) *Distribución idéntica* para todas las observaciones, que constituyen realizaciones *independientes* de la misma. La constancia de  $\psi_{22}$  para todas las observaciones recibe el nombre de *homoscedasticidad*.

Al considerar conjuntamente las ecuaciones (9) y (10) se describe exhaustivamente la distribución conjunta de  $v_1$  y  $v_2$  en función de 3 parámetros, lo que completa la especificación. La matriz de covarianzas se expresa como:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (11)$$

donde  $\sigma_{ii}$  representa la varianza poblacional de  $v_i$  y  $\sigma_{ij}$  representa la covarianza poblacional entre  $v_i$  y  $v_j$ . La matriz es simétrica, con lo que  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ . En general, para un modelo con un total de  $k$  variables observables (dependientes y explicativas), el número de elementos distintos en  $\Sigma$  es  $\frac{(k+1)k}{2}$ .

A su vez, el vector de parámetros se expresa como:

$$\pi = (\phi_{11}, \psi_{22}, \beta_{21}) \quad (12)$$

Se dispondrá de tres ecuaciones estructurales, tantas como elementos distintos en  $\Sigma$ . La varianza de  $v_1$  constituye directamente un parámetro del modelo. El sistema de ecuaciones estructurales  $\Sigma = \Sigma(\pi)$  se concreta en el caso de la regresión simple como:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \phi_{11} \\ \sigma_{21} = \phi_{11}\beta_{21} \\ \sigma_{22} = \psi_{22} + \sigma_{21}\beta_{21} = \psi_{22} + \phi_{11}\beta_{21}^2 \end{cases} \quad (13)$$



Si se conoce  $\Sigma$  se podrían obtener los valores de los parámetros del modelo  $(\phi_{11}, \psi_{22}, \beta_{21})$  sólo con aislarlos en función de los elementos de  $\Sigma$  resolviendo este sistema de ecuaciones  $\Sigma = \Sigma(\pi)$ . En este caso la resolución es posible porque el sistema contiene igual número de ecuaciones (elementos distintos de  $\Sigma$ ) que de incógnitas (elementos de  $\pi$ ). Por este motivo se dice que el modelo lineal de regresión simple está *exactamente identificado*.

$$\begin{cases} \phi_{11} = \sigma_{11} \\ \beta_{21} = \frac{\sigma_{21}}{\sigma_{11}} \\ \psi_{22} = \sigma_{22} - \frac{\sigma_{21}^2}{\sigma_{11}} \end{cases} \quad (14)$$

En realidad, no se puede conocer  $\Sigma$  pero se pueden estimar sus elementos a partir de una matriz de covarianza muestral:

$$S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} \quad (15)$$

Substituyendo las covarianzas de la ecuación (22) en el sistema (21) se puede obtener las estimaciones de los parámetros del modelo contenidas en el vector  $p = (\hat{\phi}_{11}, \hat{\psi}_{22}, \hat{\beta}_{21})$  como:

$$\begin{cases} \hat{\phi}_{11} = s_{11} \\ \hat{\beta}_{21} = \frac{s_{21}}{s_{11}} \\ \hat{\psi}_{22} = s_{22} - \frac{s_{21}^2}{s_{11}} \end{cases} \quad (16)$$

solución del sistema  $\Sigma(\rho) = S$ . En la expresión para  $\hat{\beta}_{21}$  se reconoce al estimador de *mínimos cuadrados ordinario* propio de los modelos de análisis de la dependencia.

Merece resaltarse que el planteamiento del análisis de la dependencia viene determinado por su objetivo de aproximar los valores de la variable dependiente. Por ello, define como *residuo* el término  $d_2 = v_2 - \hat{\beta}_{21}v_1$ , en la dirección predeterminada por la variable dependiente. Este residuo, o más precisamente su suma de cuadrados, se utiliza como:

- 1) *Función criterio a optimizar en la estimación del modelo* (se seleccionan las estimaciones de los parámetros que la minimicen).
- 2) *Medida de la bondad del ajuste a los datos* (constituye un índice de la calidad del óptimo hallado en la estimación).

Visto ahora como el modelo de regresión, del mismo modo que analiza e impone una cierta estructura en las puntuaciones de los individuos sobre la variable dependiente, también la impone, aunque

habitualmente no se pongan en ello el énfasis, en la matriz de covarianzas.

Los parámetros del modelo se pueden entonces estimar calculando el vector  $\mathbf{p}$  que minimice los residuos, entendidos ahora como diferencia entre la matriz de covarianzas estructurada por los parámetros del modelo  $\Sigma(\mathbf{p})$  y la matriz de covarianzas muestral  $\mathbf{S}$ , en lugar de minimizar los residuos con respecto a las puntuaciones de los individuos en la variable dependiente. Éste es el enfoque de los modelos de análisis de la interdependencia, para el cual no es ni tan solo necesario disponer de las puntuaciones originales de los individuos sobre las variables. En el caso en que el modelo esté exactamente identificado, el sistema  $\Sigma(\mathbf{p}) = \mathbf{S}$  tiene solución y por tanto es posible hallar un vector de estimaciones de los parámetros para el que todos los residuos valgan exactamente cero.

Dado el ejemplo se aplicará una regresión considerando la variable de intención ( $v_2 = \text{recomen}$ ) se explica a partir de la variable de satisfacción global ( $v_1 = \text{sat\_glob}$ ). En este caso:

$$\text{recomen} = \hat{\beta}_{21} \text{sat\_glob} + d_2 \quad (17)$$

Con las covarianzas de la Tabla 2.3:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} s_{\text{sat\_glob, sat\_glob}} & s_{\text{sat\_glob, recomen}} \\ s_{\text{sat\_glob, recomen}} & s_{\text{recomen, recomen}} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1.706 & 1.207 \\ 1.207 & 3.058 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

se obtienen las estimaciones:

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\phi}_{11} &= s_{sat\_glob,sat\_glob} = 1.706 \\ \hat{\beta}_{21} &= \frac{s_{sat\_glob,recomen}}{s_{sat\_glob,sat\_glob}} = \frac{1.207}{1.706} = 0.708 \\ \hat{\psi}_{22} &= s_{recomen,recomen} - \frac{s_{sat\_glob,recomen}^2}{s_{sat\_glob,sat\_glob}} = 3.058 - \frac{(1.207)^2}{1.706} \\ &= 2.204 \end{aligned} \right.$$

Las relaciones sustantivas del modelo se especifican como:

$$\begin{aligned} v_2 &= \beta_{21}v_1 + d_2 \\ v_3 &= \beta_{32}v_2 + d_3 \end{aligned} \quad (19)$$

y los supuestos estadísticos conciernen en este caso a  $v_1, d_2, d_3$ :

La matriz de covarianzas  $\Sigma$  es de orden  $3 \times 3$  y contiene por lo tanto  $\frac{4 \times 3}{2} = 6$  elementos no duplicados.

El vector de parámetro tiene 5 elementos y se expresa como:

$$\pi = (\phi_{11}, \psi_{22}, \psi_{33}, \beta_{21}, \beta_{32}).$$

La varianza de  $v_1$  constituye directamente un parámetro del modelo. La única manera de unir  $v_1$  y  $v_2$  es a partir del efecto directo, que se obtiene multiplicando la varianza de la variable  $v_1$  por el coeficiente que relaciona ambas variables.

El sistema de ecuaciones estructurales es ahora:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \phi_{11} \\ \sigma_{21} = \phi_{11}\beta_{21} \\ \sigma_{22} = \psi_{22} + \sigma_{21}\beta_{21} \\ \sigma_{31} = \phi_{11}\beta_{21}\beta_{32} \\ \sigma_{32} = \sigma_{22}\beta_{32} \\ \sigma_{33} = \psi_{33} + \sigma_{32}\beta_{32} \end{cases} \quad (20)$$

Un modelo como el presentado se podrían utilizar para los datos del ejemplo si se tratara de explicar la variable de intención ( $v_3 = \text{recomen}$ ) a partir de la variable de satisfacción global ( $v_2 = \text{sat\_glob}$ ), y ésta a partir de un indicador de trato de los empleados como por ejemplo  $v_1 = \text{t\_confi}$ .

$$\begin{aligned} \text{sat\_glob} &= \beta_{21} \text{t\_confi} + d_2 \\ \text{recomen} &= \beta_{32} \text{sat\_glob} + d_3 \end{aligned} \quad (21)$$

Al tratarse de un modelo sobreidentificado, podría estimarse resolviendo el sistema de ecuaciones estructurales eliminando las ecuaciones sobrantes, que corresponden a covarianzas restringidas entre sí según:

$$S_{\text{recomen}, \text{t\_confi}} = \frac{S_{\text{t\_confi}, \text{sat\_glob}} S_{\text{sat\_glob}, \text{recomen}}}{S_{\text{sat\_glob}, \text{sat\_glob}}}$$

Por ejemplo, si se elimina  $S_{\text{recomen}, \text{t\_confi}}$  y se toman las covarianzas y varianzas de la Tabla 2.3. se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{11} &= S_{t\_confi,t\_confi} \\
 &= 1.593 \\
 \beta_{21} &= \frac{S_{t\_confi,sa\_t\_glob}}{S_{t\_confi,t\_confi}} \\
 &= \frac{0.885}{1.593} \\
 &= 0.556 \\
 \Psi_{22} &= S_{sat\_glob,sa\_t\_glob} - S_{t\_confi,sa\_t\_glob}\beta_{21} \\
 &= 1.706 - 0.885(0.556) \\
 &= 1.214 \\
 \beta_{32} &= \frac{S_{sat\_glob,recomen}}{S_{sat\_glob,sa\_t\_glob}} \\
 &= \frac{1.207}{1.706} \\
 &= 0.708 \\
 \Psi_{33} &= S_{recomen,recomen} - S_{sat\_glob,recomen}\beta_{32} \\
 &= 3.058 - 1.207(0.708) \\
 &= 2.204
 \end{aligned} \tag{22}$$

Todos los residuos son iguales a cero excepto el que corresponde a  $S_{recomen,t\_confi}$ , que se calcula como :

$$0.750 - \hat{\Phi}_{11}\hat{\beta}_{21}\hat{\beta}_{32} = 0.750 - 1.593(0.556)(0.708) = 0.123.$$

En cambio, se elimina la ecuación de  $S_{sat\_glob,recomen}$  algunas estimaciones serán diferentes:

$$\begin{cases}
 \hat{\phi}_{11} = s_{t\_confi,t\_confi} \\
 \quad = 1.593 \\
 \hat{\beta}_{21} = \frac{s_{t\_confi,sa\_t\_glob}}{s_{t\_confi,t\_confi}} \\
 \quad = \frac{0.885}{1.593} \\
 \quad = 0.556 \\
 \hat{\psi}_{22} = s_{sat\_glob,s\_at\_glob} - s_{t\_confi,sa\_t\_glob} \hat{\beta}_{21} \\
 \quad = 1.706 - 0.885(0.556) \\
 \quad = 1.214 \\
 \hat{\beta}_{32} = \frac{s_{recomen,t\_confi}}{\hat{\phi}_{11} \hat{\beta}_{21}} \\
 \quad = \frac{0.750}{1.593(0.556)} \\
 \quad = 0.847 \\
 \hat{\psi}_{33} = s_{recomen,recomen} - s_{sat\_glob,recomen} \hat{\beta}_{32} \quad (23) \\
 \quad = 3.058 - 1.207(0.847) \\
 \quad = 2.036
 \end{cases}$$

Errores en la especificación, tales como la omisión de variables causales importantes, o la suposición incorrecta de implicaciones causales se conocen como *errores de especificación*.

En general un error de especificación puede sesgar las estimaciones de cualquier parámetro del modelo, incluso estimaciones de ecuaciones o relaciones correctamente especificadas.

## **2.6. ETAPAS DE LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES.**

Para formular un problema desde la inferencia se supone:

- 1) Un modelo para estructurar lo no observable (por ejemplo un modelo que especifique determinadas relaciones causales y de medida).
- 2) Se deducen consecuencias observables para el modelo supuesto (por ejemplo varianzas y covarianzas).
- 3) Se realiza una investigación empírica con el objetivo de mostrar si las consecuencias esperadas, son las que realmente aparecen en los datos.

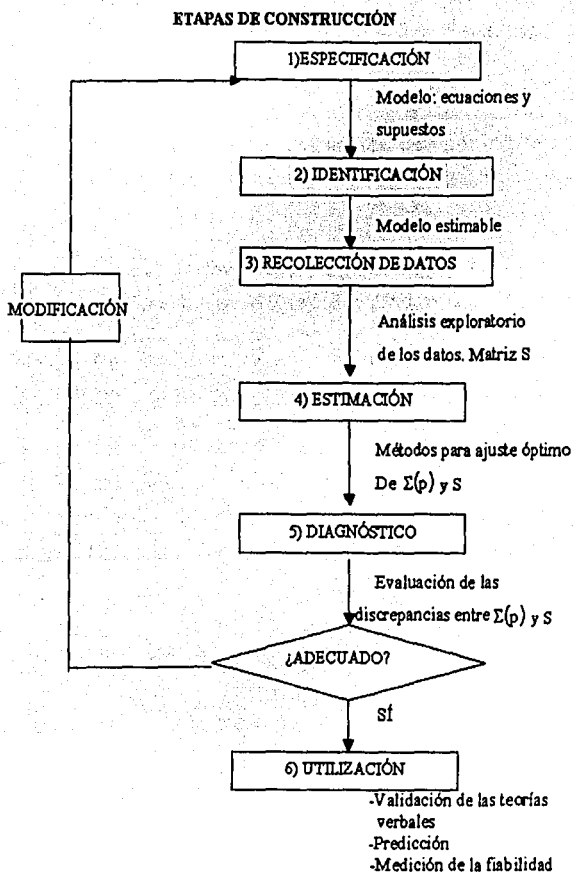
Así, toda inferencia, y en particular la causal, supone *rechazo o no* a la hipótesis según los datos recogidos. La interpretación de los datos requiere de un conjunto limitado de supuestos acerca de cómo los datos han sido generados.

Estos supuestos se establecen en la etapa de especificación:

1. Especificación
2. Identificación

La metodología estadística que permite elaborar un modelo, como toda metodología científica, es la consecuencia de un proceso interactivo entre teoría y práctica, en el que subyacen como mínimo las seis etapas que se esquematizan a continuación.





**Figura 2.1**

1) La primera etapa de especificación concierne más con el conocimiento teórico que se tenga sobre el fenómeno. En la etapa de especificación, por un lado se requiere interpretar en un conjunto de ecuaciones las teorías formuladas previamente, y que atañen:

- Las variables latentes o dimensiones que deben considerarse.
- Los efectos entre las variables latentes y su tipo (directo, indirecto, conjunto o espúreo.
- Los indicadores que se asignaron a cada dimensión.
- Las covarianzas entre variables latentes explicadas.

Por otro lado se deberá completar la especificación con supuestos estadísticos:

- Sobre las fuentes de variación y en concreto sobre la forma de su función de distribución conjunta, que se requieren para la operatividad del modelo. Se suele asumir la normal multivariada.
- Los supuestos sobre el comportamiento de las variables no consideradas cuyo efecto se recoge en los términos de error de medida o de perturbación. Se asume o bien que no se han omitido dimensiones relevantes, o bien que dichas dimensiones están incorrelacionadas con cualquiera de las dimensiones incluidas u omitidas.

- La correlación entre determinados pares de términos de perturbación o términos de error de medida.
- 2) En la etapa de identificación hay que asegurarse que los parámetros del modelo también puedan derivarse a partir de dichas varianzas y covarianzas, lo que determinará que el modelo sea estimable.
  - 3) Deben recogerse los datos y calcularse las varianzas y covarianzas muestrales. Frecuentemente esta etapa no puede cubrirse, porque los datos se recogen con independencia del investigador o no es posible diseñar su captación de datos.
  - 4) Cuando se dispone de la información muestral y de las relaciones establecidas entre covarianzas y parámetros, puede precederse a la estimación. La etapa de estimación requiere decidir sobre el criterio que se elegirá para determinar los mejores estimadores, así como sobre las propiedades estadísticas deseables de los mismos. En esencia, consiste en la utilización de algún algoritmo de optimización para la función criterio elegida.
  - 5) Se verán los datos empíricos y lo que deberían suceder en la teoría.
  - 6) Sólo una vez verificado con éxito el modelo, éste puede emplearse en la etapa de utilización para evaluar la intensidad de las relaciones, primero entre factores y sus indicadores, y después entre unos factores y otros.

## **2.7. ETAPA DE ESPECIFICACIÓN**

La especificación es el ejercicio de establecer formalmente un modelo, que en esencia es una explicación teórica plausible de porque las variables están o no relacionadas. Se elige una explicación con el pleno reconocimiento de que otras pueden ser igualmente buenas, e incluso mejores.

El modelo de ecuaciones estructurales consta de uno o dos de los sistemas de ecuaciones siguientes:

- ecuaciones que expresan relaciones entre factores y
- ecuaciones de medida de estos factores

Los modelos econométricos clásicos se extienden al caso en que las variables no son medibles directamente, asimismo, el modelo de análisis factorial se extiende al caso en que se pretende explicar la covariación entre factores, estableciendo entre ellos relaciones causales lineales, al caso en que el número de factores no sea menor que el de indicadores observables, y al caso que la matriz de covarianzas entre los errores de medida no sea diagonal. Todas las teorías causales que se asuman con o sin errores de medida, y que incluyan relaciones lineales y estocásticas entre las variables pueden formularse como casos especiales del modelo de ecuaciones estructurales, siempre y cuando resulten en modelos identificados.

Adicionalmente, en los modelos de ecuaciones estructurales la especificación implica formular sentencias sobre el conjunto de parámetros. Según éstas, se clasifican en:

- **libres** (desconocidos y no restringidos para ser estimados);
- **restringidos** (dos o más parámetros que, aunque desconocidos, deben tomar el mismo valor al estimarse),
- o **fijos** (conocidos, a los que se asigna previamente un valor dado). Aunque a los parámetros fijos se les puede asignar cualquier valor, se suelen fijar a cero.

Para contraste e interpretación de relaciones siempre se necesita, además de las correspondientes ecuaciones y parámetros, un conjunto de supuestos estadísticos acerca de cómo los datos han sido generados, cuya finalidad es hacer que el modelo sea operativo y estadísticamente contrastable, estos supuestos no tienen justificación teórica sino estadística.

El número *máximo* de supuestos substantivos y estadísticos que son capaces de estructurar los datos según una cierta teoría es lo que se entiende como *modelo estadístico*. La inclusión del término "máximo" en la definición obedece a que cuando mayor sea el número de supuestos introducido, más restrictivo será el modelo y por tanto más sencillo, condición deseable en todo modelo, siempre que su ajuste sea bueno .

El grado de conocimiento teórico que posea el investigador sobre el tema de estudio matizará la estrategia subsiguiente de modelado. Si el conocimiento es suficientemente exhaustivo y detallado, se podrá traducir fácilmente en la especificación de un modelo concreto. En este caso, el objetivo será simplemente confirmar o rechazar el modelo a

partir de su contraste con datos, de ahí que la estrategia sea a menudo llamada *confirmatoria*.

### 2.7.1. RELACIONES ENTRE FACTORES

En primer lugar, los modelos de ecuaciones estructurales asumen la existencia de relaciones lineales entre factores teniendo en cuenta que los factores que en una ecuación juegan el papel de explicativos (figurando a la derecha de la ecuación), en otra pueden representar factores explicados, (figurando a la izquierda de la ecuación). De este modo, las relaciones entre factores se expresan mediante un sistema de ecuaciones simultáneas del tipo:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \beta_{12}f_2 + \beta_{13}f_3 + \dots + \beta_{1m-1}f_{m-1} + \beta_{1m}f_m + d_1 \\
 f_2 &= \beta_{21}f_1 + \beta_{23}f_3 + \dots + \beta_{2m-1}f_{m-1} + \beta_{2m}f_m + d_2 \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 f_m &= \beta_{m1}f_1 + \beta_{m2}f_2 + \beta_{m3}f_3 + \dots + \beta_{mm-1}f_{m-1} + d_m
 \end{aligned} \tag{24}$$

donde el coeficiente de regresión entre factores se expresa por  $\beta_{j1}$  siendo el orden de los subíndices el correspondiente a los factores explicados,  $f_j$ , respectivamente. Algunos coeficientes  $\beta_{j1}$  deben fijarse o restringirse de uno u otro modo para permitir la identificación del modelo.

El supuesto que recoge la literatura econométrica mediante la expresión:

$$E(d) = 0$$

(25)

para todo término de perturbación, además de linealidad implica otorgar un efecto insignificante de las variables omitida que pudieran influir en cada variable explicada: representa la cancelación de otros efectos que se consideran despreciables y aleatorios.

Parámetros adicionales del modelo relacionados con la Ecuación (31) son:

- 1) Las varianzas  $\phi_{jj}$  y covarianzas  $\phi_{j1}$  de los factores explicativos (aquellos que no aparecen a la izquierda de ninguna ecuación).
- 2) Las varianzas  $\psi_{jj}$  de las perturbaciones de los factores explicados (los que aparecen a la izquierda de una ecuación).
- 3) Las covarianzas  $\psi_{j1}$  entre las perturbaciones de dos factores explicados.

Los parámetros referidos en los dos primeros puntos suelen considerarse como parámetros libres para ser estimados, mientras que los del tercero suelen fijarse a cero. Considerar estos últimos como libres implicaría el reconocimiento que el modelo omite factores causales comunes de ambos factores explicados implicados y en algunos casos conducen a un modelo no identificado.

## 2.7.2. RELACIONES ENTRE FACTORES Y DE INDICADORES

En general los factores no serán directamente medibles sin error, se especifican otras ecuaciones en las que las variables latentes aparecen como causas de las observables. Así, si se asume de nuevo que indicadores y factores latentes están relacionados linealmente, se llegan a formular las relaciones de medida que se expresan mediante un sistema de ecuaciones de análisis factorial del tipo:

$$\begin{aligned}v_1 &= \lambda_{11}f_1 + \lambda_{12}f_2 + \dots + \lambda_{1m}f_m + e_1 \\v_2 &= \lambda_{21}f_1 + \lambda_{22}f_2 + \dots + \lambda_{2m}f_m + e_2 \\&\vdots \\v_k &= \lambda_{k1}f_1 + \lambda_{k2}f_2 + \dots + \lambda_{km}f_m + e_k\end{aligned}\tag{26}$$

donde, el coeficiente de regresión (saturación) entre el factor  $f_1$  y la variable observable  $v_i$  se expresará por  $\lambda_{i1}$ . Los coeficientes  $\lambda_{i1}$  deben restringirse de uno u otro modo para permitir la identificación del modelo.

El supuesto que recoge la literatura psicométrica con la expresión :

$$E(e) = 0\tag{27}$$

para todo error de medida, además de linealidad, representa la cancelación de otros efectos que se consideran aleatorios, lo cual implica validez de la medición.



Parámetros adicionales del modelo relacionados con la Ecuación (26) son:

- 1) Las varianzas  $\theta_{jj}$  de los errores de medición: suelen considerarse libres y se utilizan para describir las propiedades de medida (validez y fiabilidad) de las variables observables.
- 2) Las covarianzas  $\theta_{j1}$  entre dos errores de medición: suelen considerarse fijos. Considerarlos libres implica el reconocimiento que el modelo omite factores comunes a ambos indicadores (invalidez) y en algunos casos conducen a un modelo no identificado.

El caso particular de los modelos econométricos clásicos, en que los factores están medidos sin error se presenta implícitamente como.

$$\begin{aligned}v_1 &= f_1 \\v_2 &= f_2 \\&\cdot \\&\cdot \\v_k &= f_k\end{aligned}$$

con  $\theta_{11} = \theta_{22} = \dots = \theta_{kk} = 0$ .

## 2.8. ETAPA DE IDENTIFICACIÓN

La aplicación de los modelos estructurales tiene por finalidad estimar los parámetros desconocidos del modelo especificado, para después contrastarlos estadísticamente.

El propósito de este apartado es comprobar si los parámetros que el modelo incluye también pueden derivarse a partir de dichas varianzas y covarianzas. Estudiar las condiciones para garantizar la unicidad en la determinación de los parámetros se conoce como el problema de la *identificación* del modelo. Éste consiste precisamente en determinar si las covarianzas entre las variables observables facilitan información suficiente para estimar unívocamente los parámetros del modelo.

Según el valor de  $g$ , los modelos estructurales pueden clasificarse de forma análoga a los sistemas de ecuaciones en:

- 1) *Nunca identificados* ( $g < 0$ ): modelos en los que los parámetros podrán tomar infinitos valores, y por ello están indeterminados. En esta situación, no tienen lugar las posteriores etapas de estimación y verificación.
- 2) *Posiblemente identificados* ( $g = 0$ ): modelos en los que *puede existir una única solución* para los parámetros que iguale la matriz de covarianzas observada e implicada. Si bien este tipo de modelos pueden ser susceptibles de estimarse, no son científicamente interesantes ya que su refutación no es posible, puesto que no simplifican la realidad y por lo tanto siempre proporcionan un ajuste perfecto a los datos.
- 3) *Posiblemente sobreidentificados* ( $g > 0$ ): modelos que incluyen menos parámetros que varianzas y covarianzas. En estos modelos no existe ninguna solución para los parámetros que iguale la matriz de covarianzas observada e implicada, pero

*puede existir una única solución* que minimice las discrepancias entre ambas matrices. Sólo estos modelos pueden ser contrastados a partir de los datos.

### **2.8.1. CONDICIONES DE IDENTIFICABILIDAD DEL MODELO**

Como se vio anteriormente la estimación estaba relacionada con la resolución del sistema expresando los parámetros (incógnitas) en función de las varianzas y covarianzas (ecuaciones). Se define ahora el concepto de número de grados de libertad ( $g$ ) como la diferencia entre el número de varianzas y covarianzas y el parámetro a estimar y se intuyó que  $g$  no podía ser negativo para que la estimación fuera posible. En este apartado se verá que ésta sólo es una condición necesaria para la identificación y se intentará aproximarse a las condiciones suficientes más habituales.

Según el valor de  $g$ , los modelos estructurales pueden clasificarse en:

- 1) Los modelos de regresión lineal que cumplan la incorrelación entre el término de perturbación y todas las variables explicativas son siempre identificables.
- 2) Se denominan *modelos recursivos* aquellos en los que es posible establecer una ordenación de las variables de forma que cada variable afecte solamente aquellas que tiene a continuación.

- 3) Los modelos no recursivos tienen mayores dificultades en cuanto a su identificabilidad. Se sirven, no obstante, de restricciones en los coeficientes, que se reflejan en lo que la literatura econométrica denomina *condiciones de orden y de rango*.

Cuando el modelo incluye variables latentes, las tres condiciones que siguen son suficientes para modelos con dos o más factores si se cumplen simultáneamente:

- 1) Las relaciones de las variables latentes entre sí están identificadas según las reglas vistas para variables medidas sin error.
- 2) Cada variable latente tiene al menos dos indicadores puros. Se entienden como tales aquellos indicadores que se relacionan con una única variable latente y cuyos errores de medida están incorrelacionados con los de cualquier otro indicador.
- 3) Cada variable latente tiene al menos un indicador cuya saturación está restringida a un valor distinto de cero (generalmente a la unidad).

### **2.8.2. ETAPA DE ESTIMACIÓN**

Como la etapa de identificación, la presente también se basa en la relación entre las varianzas y covarianzas de las variables originales y los parámetros. El conjunto de supuestos introducidos en la etapa de especificación ha permitido derivar la estructura de  $\Sigma$  a partir de  $\pi$ .

Establecida la identificabilidad, en esta etapa se trata de obtener los valores de  $\pi$  a partir de aquellas ecuaciones estructurales. Lógicamente, si se consideran los valores de los parámetros del modelo correcto y las varianzas y covarianzas poblacionales, entonces, cada elemento de  $\Sigma$  sería idéntico al reproducido en  $\sum(\pi)$  donde  $\pi = (\phi_{11}, \psi_{22}, \beta_{21})$ , vector de parámetros que ya se menciono antes, mediante los valores de los parámetros.

Sin embargo la matriz de varianzas y covarianzas de la población,  $\Sigma$ , no es conocida, por lo que de hecho, debe aproximarse mediante la matriz de varianzas y covarianzas muestrales,  $S$ . Así, pues, se trata de estimar los parámetros desconocidos basándose en las de la matriz  $S$ . En la etapa de estimación se desea obtener aquellos valores,  $p$ , de los parámetros,  $\pi$ , que ajusten lo mejor posible la matriz  $S$  por la que ellos reproducen  $\sum(p)$   $p$  es el vector de parámetros estimados y además  $\sum(p) = S$ .

## Capítulo 3

### 3. CASO PRÁCTICO

#### 3.1. DATOS EMPLEADOS

Se llevó a cabo un estudio empírico sobre las rentabilidades mensuales de 30 títulos negociados en el mercado mexicano, de los cuales se seleccionaron los más bursátiles del período 1990 al 2000, con ellos se pretende resumir a las emisoras en un modelo estructurado por factores y se desea encontrar otra estructura estadística del mismo tipo, formada por variables macroeconómicas, que pueda explicar el comportamiento de las rentabilidades de los activos. La muestra esta formada por las siguientes emisoras:

No.	Emisora	Ramo
1	ALFA	Controladora
2	APASCO	Industria cementera
3	ARGOS	Productos alimenticios, bebidas y tabacos
4	BANACCI	Grupos financieros
5	BIMBO	Productos alimenticios, bebidas y tabacos
6	CAMESA	Controladoras
7	CEMEX	Industria cementera
8	COMERCI	Casas comerciales
9	CONTAL	Controladoras
10	CYDSASA	Controladoras
11	DESC	Controladoras
12	FEMSA	Productos alimenticios, bebidas y tabacos
13	GCARSO	Controladoras
14	GIGANTE	Casas comerciales
15	GMEXICO	Industria minera

<b>No.</b>	<b>Emisora</b>	<b>Ramo</b>
16	ICA	Industria de la construcción
17	KIMBER	Celulosa y papel
18	LIVERPOOL	Casas comerciales
19	MASECA	Productos alimenticios, bebidas y tabacos
20	PEÑOLES	Mineras
21	SAN LUIS	Controladoras
22	SANBORN	Casas comerciales
23	SEARS	Casas comerciales
24	SERFIN	Sociedades nacionales de crédito
25	SIDEK	Controladoras
26	TAMSA	Siderurgia
27	TELMEX	Comunicaciones
28	TLEVISA	Comunicaciones
29	TTOLMEX	Industria cementera
30	VITRO	Fabricación de minerales no metálicos

Se eligió una muestra de variables macroeconómicas que teóricamente pueda explicar el comportamiento bursátil de las emisoras.

Los criterios que se siguieron para esta elección fueron básicamente de buscar los principales indicadores económicos que puedan afectar los cambios en el mercado bursátil del país.

Las variables macroeconómicas elegidas se muestran en la tabla 3.1.

<b>VARIABLE</b>	<b>DEFINICIÓN</b>
<b>IPCB</b>	Índice Nacional de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores.
<b>DOWJONES</b>	Índice representativo del mercado estadounidense
<b>IPI</b>	Índice de Producción Industrial
<b>EXPORTA</b>	EXPORTACIONES
<b>IMPORTA</b>	IMPORTACIONES
<b>CETES</b>	Certificados de tesorería del estado
<b>TIIP</b>	Tasa de interés interbancaria promedio
<b>BONEU E CERTEU</b>	Rendimiento de bonos del Estado y Tasas de interés (Certificados a 3 meses) respectivamente para el mercado estadounidense.
<b>RC</b>	Riesgo de crédito o riesgo corporativo, medido en este caso como diferencia entre la Tasas de Interés Bancarias Certificados de Depósito a Plazo Fijo y la ofrecida por la Deuda Interna Pública.
<b>PIB</b>	Producto Interno Bruto
<b>DEUPU</b>	Deuda Pública
<b>BONMEX</b>	Bonos del Estado Mexicano
<b>CD</b>	Certificado de depósito a plazo fijo
<b>BONMEX</b>	Bonos del Estado Mexicano

**Tabla 3.1**

Los datos anteriores se obtuvieron de el Banco de datos que proporciona el INEGI en su pagina de Internet.



A continuación se da la definición conceptual de las variables:

### **IPCB (Índice De Precios Y Cotizaciones De La Bolsa Mexicana De Valores)**

Este índice es un indicador del comportamiento del mercado accionario (renta variable). Es, en términos breves, un promedio ponderado de los precios de las acciones de un conjunto de emisoras que se consideran representativas del total de las mismas.

### **DOW JONES**

Es un promedio de precios actuales de 30 compañías con el fin de dar un parámetro del movimiento total de la bolsa de Estados Unidos. Las compañías seleccionadas suelen ser las mejores de Norte América.

### **IPI (Índice de Producción Industrial)**

El Índice de Producción Industrial (IPI) es un indicador coyuntural que mide la evolución mensual de la actividad productiva de las ramas industriales, excluida la construcción, contenidas en la Clasificación Nacional de Actividades Económicas 1993 (CNAE-93). Mide, por tanto, la evolución conjunta de la cantidad y de la calidad, eliminando la influencia de los precios. Para su obtención se realiza una encuesta continua de periodicidad mensual que investiga todos los meses más de 9.000 establecimientos.

### **EXPORTACIÓN**

Venta de bienes y servicios de un país al extranjero; es de uso común denominar así a todos los ingresos que recibe un país por

concepto de venta de bienes y servicios, sean estos tangibles o intangibles. Los servicios tangibles corresponden generalmente a los servicios no factoriales tales como, servicios por transformación, transportes diversos, fletes y seguros; y los intangibles corresponden a los servicios, como servicios financieros que comprenden utilidades, intereses, comisiones y algunos servicios no financieros.

Salida de mercancías por la frontera aduanera de un país y de otros bienes, a través de los límites de su territorio interior, incluidas las compras directas en el país, efectuadas por las organizaciones extraterritoriales y las personas no residentes.

Comprende el valor FOB (libre abordó) de las exportaciones de bienes y los servicios por fletes, seguros y servicios de transformación que se venden al exterior.

### **IMPORTACIÓN**

Adquisición de bienes o servicios procedentes de otro país. El concepto se puede aplicar también a capitales o mano de obra, etc.

Es el volumen de bienes, servicios y capital que adquiere un país de otro u otros países. Representa el valor CIF (COSTO, SEGURO Y FLETE) de los bienes importados, así como los servicios por fletes y seguros que se compran en el exterior.

### **CETES (Certificados De La Tesorería De La Federación)**

Títulos de crédito al portador emitidos por el Gobierno Federal, en los cuales se consigna la obligación de éste a pagar su valor nominal al vencimiento, tienen un plazo máximo de un año. Dicho instrumento se emitió con el fin de influir en la regulación de la masa monetaria para fines de control del circulante y financiamiento del gasto público,

financiar la inversión productiva y propiciar un sano desarrollo del mercado de valores. A través de este mecanismo se captan recursos de personas físicas y morales a quienes se les garantiza una renta fija; este instrumento se coloca a través de las casas de bolsa a una tasa de descuento y tiene el respaldo del Banco de México, en su calidad de agente financiero del Gobierno Federal. El rendimiento que recibe el inversionista consiste en la diferencia entre el precio de compra y venta. Su cotización es publicada en el Diario Oficial de la Federación, periódicos especializados y en las direcciones electrónicas que a continuación se enuncian

#### **TIIP (La Tasa de Interés Interbancaria Promedio)**

Se calcula a través de subasta donde la totalidad de los intermediarios ponen una postura de compra y de venta, y la tasa resultante establece los niveles en donde se realiza la operación y es el promedio ponderado de todas estas operaciones. La tasa de interés interbancaria promedio (TIIP) a 28 días se empezó a calcular semanalmente en enero de 1993, conforme a la Circular 1996/93 del Banco de México y dejó de ser publicada el 31 de diciembre del 2001 de acuerdo con lo establecido en el Diario Oficial de la Federación del 23 de marzo de 1995.

#### **BONEU**

Se refiere al promedio mensual del rendimiento diario de los bonos emitidos por el Gobierno Central a mediano plazo en EU.

#### **CERTEU**

Instrumento público que expide el gobierno y que asegura la verdad

de un hecho. Emitidos para satisfacer necesidades o conveniencias de carácter oficial.

#### **RC (Riesgo de crédito o riesgo corporativo)**

Medido en este caso como diferencia entre la Tasas de Interés Bancarias Certificados de Depósito a Plazo Fijo y la ofrecida por la Deuda Interna Pública.

#### **CERTIFICADO DE DEPOSITO CD**

Una cuenta de inversión con una fecha de vencimiento específico e interés fijo, en una institución bancaria.

#### **PIB Producto interno bruto.**

El valor de todos los servicios y bienes finales producidos en un país en un año. El PIB se puede medir sumando todos los ingresos de una economía (salarios, intereses, utilidades y rentas) o los gastos (consumo, inversión, compras del Estado y exportaciones netas [exportaciones menos importaciones]). De ambas formas se debería llegar al mismo resultado, porque el gasto de una persona es siempre el ingreso de otra, de modo que la suma de todos los ingresos debe ser igual a la suma de todos los gastos.

#### **DEUPU**

La Deuda Pública es una de las formas con las que el Estado obtiene financiación de los particulares y empresas. El Estado, de la misma forma que sucede con cualquier familia o empresa, necesita financiarse, y su principal fuente de ingresos es la emisión de títulos de renta fija a través del Tesoro Público. La construcción de carreteras,

hospitales y otras infraestructuras depende en muchos casos de este tipo de financiación. A estos activos que emite el Estado se les denomina títulos, y dependiendo de su plazo de vencimiento, se clasifican en Letras, Bonos y Obligaciones.

### **BONMEX**

Es un título cuyo emisor tiene la obligación de cancelar al poseedor el monto del principal y los intereses en los casos que estos existan. Título de la deuda emitido por la Tesorería del Estado o de otra corporación pública. Documento escrito que comprueba el derecho de una persona de hacerse pagar una suma cierta de dinero, o a exigir una prestación determinada.

Algunas de las variables se deflataron por el año especificado que se proporciona en la fuente de estos datos.

Todas las variables fueron estandarizadas para hacer más eficiente análisis ,comparando escalas iguales.

Se recurrió a los programas de SPSS y STATISTICA como herramientas para modelar.

### **3.2. MODELO PROPUESTO**

El modelo de ecuaciones estructurales consta de dos sistemas de ecuaciones llamados modelo de medida y modelo estructural. Sin embargo, para plantear las relaciones de dependencia entre las variables no es necesario expresar analíticamente dichas ecuaciones, sino que puede hacerse de manera más simple e intuitiva en modo

gráfico las ecuaciones irían implícitas, mediante flechas de conexión entre variables.

El programa que se utilizó para realizar este análisis fue el de STATISTICA .

### 3.3. EL MODELO DE MEDIDA

En estudios anteriores se comprobó que suele existir multicolinealidad entre las variables económicas, es decir, en cierta medida cualquier efecto de una variable, puede ser previsto o explicado por otras variables. Esto sustenta la creación de factores o constructos que aglutinen la información aportada por varias variables interrelacionadas. Basándose en la intuición económica y en los resultados previos se suponen la existencia de tres factores que agrupen a las variables; F1 y F2 representativo de la actividad económica y el sector financiero, el F3 es representativo del sector de colocación del rendimiento del Mercado de dinero.

#### 3.3.1. VARIABLES EXPLICATIVAS

El primer análisis factorial, presente en la tabla 3.2, se obtuvo a través del paquete estadístico de SPSS.

Variable	F1	F2	F3
PIB	0.961		
DOWJONES	0.947		
EXPORTA	0.941		

IMPORTA	0.898		
IPCB	0.887		
IPI	0.885		
DUEPU	0.812		
CERTEU	0.761		
CETES		0.975	
TPI		0.966	
RC		0.798	
BONEU			0.911
BONMEX			0.862

**Tabla 3.2**

Con el fin de saber que tan óptima es la formación de éstos factores, el programa de STATISTICA, en su modalidad de modelos estructurales, en la opción de análisis confirmatorio, verifica si los componentes extraídos tienen un nivel significativo y determinar si el modelo es aceptable.

A continuación está la tabla 3.3 con los resultados:

<b>Método de Estimación</b>	GLS -> ML	Ji-cuadrada	1158.84
<b>Función de discrepancia</b>	12.2	Grados de libertad	62
<b>Coseno del residual máximo</b>	0.0000864	Nivel de significancia de la ji-cuadrada	0
<b>Criterio ICSF</b>	0.0000003	<b>Tabla 3.3</b>	
<b>Criterio ICS</b>	0.000156		
<b>Condiciones de bondad</b>	1		
<b>Residual estándar RMS</b>	0.169		

**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**

Todos estos indicadores resaltados en negro deben ser cero, excepto por el índice de **Residual estándar RMS**(Root Mean Square) que debe ser menor que **0.05**, sin embargo en los resultados toma el valor de **1**, esto indica que no hay un buen ajuste todavía lo que implica rechazarlo.

Los criterios de estos indicadores se describen con detalle a continuación:

### **GLS**

Método de estimación de la función de discrepancia, el *Generalized Least Squares*, conocido en español como el de mínimos cuadrados generalizados bajo normalidad obtenida por el método de máxima verosimilitud.

#### **Función de discrepancia:**

Es un valor numérico que expresa, que tan bien o mal, el modelo estructural reproduce los datos observados, si este número es muy grande entonces el ajuste del modelo es malo. En general se pretende obtener una función de discrepancia lo más pequeña posible.

Se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Debe ser no negativa y ser más grande o igual a cero.
2. Es cero solo si el ajuste es perfecto, es decir, si el modelo y las estimaciones de los parámetros reproducen perfectamente los datos observados.
3. La función de discrepancia es una función continua de los elementos de  $S$  (matriz muestral de covarianzas) y  $S(q)$ , la



estimación reproducida de  $S$  obtenida a través de las estimaciones de los parámetros y el modelo estructural.

#### **Coseno del residual máximo**

Este criterio numérico debe ser cercano a cero si la iteración fue exitosa.

#### **Criterio ICSF (*invariante bajo un factor de escala constante*)**

Este criterio debe estar cercano a cero si el modelo estructural es invariante bajo un factor de escala constante. La mayoría de los modelos son invariantes bajo un factor de escala constante.

Un modelo es *invariante bajo un factor de escala constante (ICSF)* si el ajuste del modelo no es cambiado, esto sucede, pues todas las variables son multiplicadas por la misma constante. La mayoría, pero no todos, de los modelos estructurales que son de interés práctico son *ICSF*.

#### **Criterio ICS (*invariante bajo cambios de escala*)**

Este criterio debe ser cercano a cero si el modelo estructural es invariante bajo cambios de escala. En general, cuando las correlaciones son analizadas, este índice debe ser cercano a cero.

Un modelo estructural es *ICS* si el ajuste del modelo no es cambiado por re escalamiento de variables, es decir, por multiplicarlas por factores de escala.

#### **Condiciones de bondad**

Este criterio indica el número de restricciones de las desigualdades que fueron operadas en la convergencia. Este indicador debe ser cero

a menos que se presente el Caso de Heywood en el modelo. Si este valor no es cero, entonces la estadística de la Ji-cuadrada no tendrá necesariamente la distribución propia de su función.

Un caso de *bondad* ocurre cuando un parámetro itera a la "bondad" de el "espacio de parámetros" permisible. Por ejemplo, una varianza puede tomar solo valores de 0 a infinito. Si, durante la iteración, el programa intenta mover una estimación de una varianza debajo de cero, el programa lo restringirá para estar sobre el valor de *bondad* de 0.

Para problemas como un Caso de Heywood esto puede ser posible para reducir la función de discrepancia estimando una varianza para ser un numero negativo. En tal caso, el programa hace lo mejor que puede dentro del espacio parametral permisible, pero no obtiene el "mínimo global" de la función de discrepancia".

### **Caso de Heywood**

En general, si después de aplicar algún método de análisis factorial, se obtiene una solución de  $m$  factores comunes con alguna comunalidad mayor que 1, se dice entonces que se ha presentado el caso de Heywood. Se recuerda que las comunalidades se expresan como la suma de los cuadrados de las cargas factoriales  $a_{ij}$  y se denotan con la expresión  $h_i^2$ , esto se expresa como sigue:

$$h_i^2 = a_{i1}^2 + \dots + a_{im}^2 \quad i = 1, \dots, n$$

**Residual estándar RMS(RMSEA: Root Mean Square Error Aproximation).**

Índice del Radical del error de aproximación medio, se suman los cuadrados de los errores individuales y se dividen entre el número de errores individuales y se aplica raíz cuadrada. Esto da un número el cual resume el error total.

### **Ji-cuadrada**

Disponible para toda función de discrepancia, esta estadística tiene una distribución Ji-cuadrada asintótica si la hipótesis nula de ajuste perfecto es verdadera. En los modelos de grupo múltiple, esta es la estadística total para todo los grupos.

### **Grados de libertad**

Este es el número de grados de libertad por la estadística de la ji-cuadrada.

### **Nivel p**

Este es el nivel de probabilidad por la estadística de la ji-cuadrada.

Para encontrar las variables que determinaran un mejor modelo, se eliminaron las variables menos significativas como CETES, CERTEU y PIB, que no permitían un buen ajuste del modelo. Finalmente se obtuvo un solo constructo, el factor confirmatorio determinó índices con un mejor ajuste.

El factor es:

<b>F1</b>	
<b>IPI</b>	<b>0.982</b>
<b>DOWJONES</b>	<b>0.971</b>

IPCB	0.959
DUEPU	0.931

**Tabla 3.4**

Es **F1**, representativo de la actividad económica y sector financiero, su ajuste se confirmó con los siguientes índices en la Tabla 3.5.

<b>Método de Estimación</b>	GLS -> ML	Ji-cuadrada	3.18967
<b>Función de discrepancia</b>	0.0336	Grados de libertad	2
<b>Coseno del residual máximo</b>	<b>0.0001</b>	Nivel de significancia de la ji-cuadrada	0.202942
<b>Criterio ICSF</b>	<b>0.000000004</b>		
<b>Criterio ICS</b>	<b>0.00001</b>		
<b>Condiciones de bondad</b>	<b>0</b>		
<b>Residual estándar RMS</b>	<b>0.0047</b>		

**Tabla 3.5**

Índices próximos a cero, la **Condición de bondad** es **0**, el **Residual estándar RMS** es menor que **0.05**, por lo tanto, el modelo se ajusta mejor.

Los indicadores siguientes cumplen con las restricciones descritas.

<b>Joreskog GFI</b>	<b>0.983</b>
<b>Joreskog AGFI</b>	<b>0.913</b>
<b>Bentler-Bonett Normed Fit Index</b>	<b>0.995</b>

**Tabla 3.6**

Los índices de **Joreskog GFI** y **Joreskog AGFI** deben ser mayores respectivamente de **0.95**, como se aprecia en la tabla, el primero excede este valor y el segundo es muy próximo al mismo, satisfacen las restricciones establecidas.

El **Bentler-Bonett Normed Fit Index** debe ser próximo a 1, índice de ajuste más importante y original. Se observa un valor muy cercano a 1, cumple así con los criterios de restricción.

#### **GFI (Goodness of Fit Index).**

Índice de Bondad de Ajuste, similar al anterior, compara las discrepancias entre el modelo ajustado y el modelo anterior al ajuste

#### **AGFI (Adjusted Goodness of Fit Index).**

Índice ajustado de Bondad del Ajuste, es el mismo indicador que el anterior pero ponderado por un ratio de los grados de libertad del modelo base y ajustado

#### **Joreskog GFI**

Un valor mayor a 0.95 indica un buen ajuste.

#### **Joreskog AGFI**

Es como el GFI Un valor mayor a 0.95 indica un buen ajuste. Ese índice, en valores próximos a 1, califica al modelo de tener un ajuste perfecto.

	Estimación de parámetros	Error estándar	Estadística T	Nivel p
(F1)-1->[PCB]	0.959	0.076	12.684	0.000
(F1)-2->[DOWJONES]	0.971	0.075	12.989	0.000
(F1)-3->[IP]	0.982	0.074	13.275	0.000
(F1)-4->[DUEPU]	0.931	0.077	12.023	0.000

Tabla 3.7

La tabla anterior expresa que las cargas factoriales obtenidas son significativas al 95% de confianza.

### Estimación de parámetros.

Es el valor numérico del parámetro estimado.

### Error estándar.

Es el error estándar del parámetro estimado.

### Estadística T.

Éste debería ser llamado, más propiamente, "estadística normal asintótica", pues de hecho no tiene una distribución de Student. Esto representa una prueba de la hipótesis que el valor del parámetro es cero.

### Nivel de probabilidad p.

Éste es el nivel de probabilidad normal estándar para la Estadística "T".

Hasta ahora el modelo construido se aprecia en la Figura 3.1:

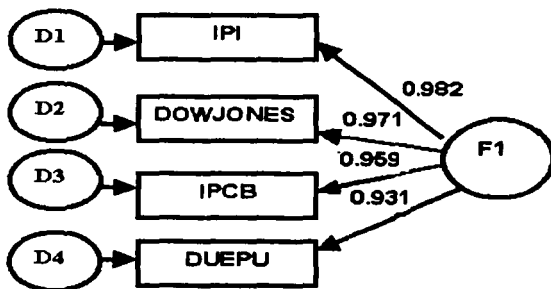


Figura 3.1

El modelo se forma por un solo factor que es explica la actividad económica y el sector financiero.

Las variables IPI (Índice de producción industrial), IPCB(Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa de Valores), DUEPU(Deuda Pública) y DOWJONES(Indicador de Estados Unidos) marcan una relación estrecha al poder ser explicadas por un solo factor y estadísticamente el análisis del modelo estructural se valida con las medidas de buen ajuste.

El modelo extrajo el factor que define la actividad Económica y Financiera en solo 4 variables que considera las más relacionadas entre si y las que aportan más a la explicación de este factor, pues las demás variables eran poco significativas y de menor importancia para modelo.

### 3.3.2. VARIABLES EXPLICADAS

Las variables para este análisis se seleccionaron de un grupo muy grande de emisoras, se eligieron las más bursátiles, 30 emisoras recopiladas junto con su rentabilidad mensual.

Grupo de emisoras:

1. ALFA	7. APASCO	13. ARGOS	19. BANACCI	25. BIMBO
2. CAMESA	8. CEMEX	14. COMERCI	20. CONTAL	26. CYDSASA
3. DESC	9. FEMSA	15. GCARSO	21. GIGANTE	27. GMEXICO
4. ICA	10. KIMBER	16. LIVERPOOL	22. MASECA	28. PEÑÓLES
5. SAN LUIS	11. SANBORN	17. SEARS	23. SERFIN	29. SIDEK
6. TAMSA	12. TELMEX	18. TLEVISA	24. TTOLMEX	30. VITRO

Tabla 3.8.

Después de registrar cada emisora con sus respectivas rentabilidades, era necesario ordenarlas para ello se aplicó el procedimiento de construcción propuesto por Black, Jensen y Scholes (1972) en su trabajo de contraste del CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)<sup>7</sup>, la teoría de este trabajo se trata en una sección al final, y se aplicó tal como se expone.

En primer lugar, con las rentabilidades de los tres años previos al período muestral (en este caso de 1990-1992) se calcularon las betas de los títulos y se ordenaron éstos de menor a mayor beta. Los primeros cinco títulos de menor beta conformaron la cartera C1, los siguientes cinco, la cartera C2, y así sucesivamente.

Con los datos de rentabilidad del primer año (1993) se obtuvieron las correspondientes series anuales de rentabilidad de las variables ordenadas C1 a C6. Al principio del siguiente años (1994) se recalcularon las betas de los títulos con datos del siguiente trienio (1991-1993) y se reconstruyeron las carteras para obtener las rentabilidades del mencionado año. El proceso se repitió hasta completar las series.

Los agrupamientos de las carteras se ordenaron por año en una gran base, que se dividía en sus columnas por los grupos de emisoras ordenadas , y las filas constituidas por el tiempo .

Una vez ordenadas se realizó un análisis factorial con los grupos de emisoras con las rentabilidades de las carteras construidas. Para evitar un número elevado de relaciones en el modelo estructural, que

---

<sup>7</sup> Black, F., M. C. Jensen y M. Scholes (1972). "The capital Asset Pricing Model: some empirical tests", en Jensen, ed., *Studies in the theory of capital markets*. Preeger. Nueva York, pp. 79-121.



complique excesivamente, se opto por deducir el número de variables explicadas mediante análisis factorial confirmatorio.

Después de correr varios factoriales, se determinó eliminar las variables que tenían menos importancia, haciendo el análisis de las correlaciones y se eligió solo a las más correlacionadas.

Finalmente se llegó a un solo factor que formaba entonces una sola cartera compuesta por 4 emisoras o variables, este modelo fue el que mejor ajusto en el factor confirmatorio.

	Estimación de parámetros	Error estándar	Estadística T	Nivel de p
(C1)-1->[G8]	0.6	0.109	5.518	0
(C1)-2->[G16]	0.678	0.108	6.261	0
(C1)-3->[G20]	0.771	0.108	7.104	0
(C1)-4->[G27]	-0.471	0.112	-4.219	0

Tabla 3.9.

A continuación se aprecian los resultados en la Tabla 3.10:

EMISORAS	CARTERA
GRUPO 20	0.784
GRUPO 8	0.781
GRUPO 16	0.724
GRUPO 27	-0.68

Tabla 3.10.

Los resultados del análisis de factores confirmatorio presentó los siguientes índices en la Tabla 3.11.

<b>Método de Estimación</b>	GLS -> ML	Ji-cuadrada	20.5272
<b>Función de discrepancia</b>	0.216	Grados de libertad	2
<b>Coseno del residual máximo</b>	0.0001	Nivel de significancia de la ji-cuadrada	0.000035
<b>Criterio ICSF</b>	<b>0.00000005</b>	<b>Tabla 3.11.</b>	
<b>Criterio ICS</b>	<b>0.00002</b>		
<b>Condiciones de bondad</b>	<b>0</b>		
<b>Residual estándar RMS</b>	<b>0.098</b>		

El **RMS** no es menor a 0.05, pero los demás valores marcados con negro señalan valores de ajuste muy buenos, pues están dentro del rango de restricciones establecidas.

Este modelo presentó el mejor ajuste, pues los indicadores son aceptables para efectos de este ejemplo.

El análisis se completa con los siguiente indicadores:

<b>Joreskog GFI</b>	<b>0.901</b>
<b>Joreskog AGFI</b>	<b>0.503</b>
<b>Bentler-Bonett Normed Fit Index</b>	<b>0.785</b>

**Tabla 3.12**

**Joreskog GFI** y **Joreskog AGFI** deben estar cercanos a 0.95 y **Bentler-Bonett Normed Fit Index** debe ser muy cercano 1, en general no cumplen con esto, sin embargo se mantienen en un rango aprobable.

La imagen del diagrama que describe el modelo se observa a continuación en la Figura 3.2.

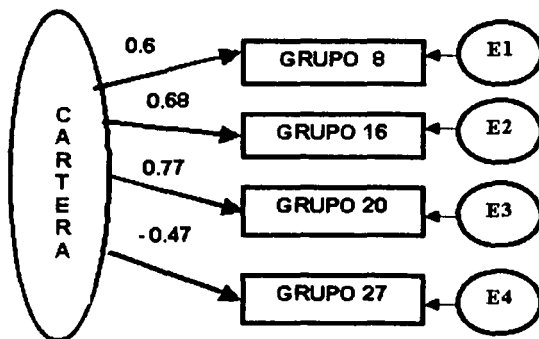


Figura 3.2

#### EMISORAS POR GRUPO

AÑO	GRUPO 8	GRUPO 16	GRUPO 20	GRUPO 27
1993	CEMEX	TTOLMEX	SAN LUIS	DESC
1994	TAMSA	TELMEX	MASECA	SAN LUIS
1995	SIDEC	CYDSASA	APASCO	ALFA
1996	CEMEX	CYDSASA	DESC	COMERCI
1997	TTOLMEX	ICA	TAMSA	MASECA
1998	CYDSASA	SANBORN	SEARS	VITRO
1999	CAMESA	GIGANTE	TTOLMEX	PEÑOLES
2000	SAN LUIS	MASECA	SEARS	KIMBER

Tabla 3.13.

Las variables E1 a E4 son errores de medida, los grupo están formados por las emisoras seleccionadas en un periodo de 7 años, con sus rentabilidades mensuales.

El análisis muestra como un modelo de buen ajuste, a los grupos acomodados en una sola cartera, es decir, un arreglo de variables en un solo factor, interpreta una clara similitud en el comportamiento de las rentabilidad a través del tiempo estudiado.

Las emisoras que participan en este modelo se observan en la Tabla 3.13, como conforman los grupo en el periodo de años señalado. En estas emisoras se encuentran las que de cierta forma cumplieron con un comportamiento homogéneo en sus movimientos bursátiles.

Aunque estos dos modelos se construyen de manera separada, la intención es de encontrar una relación estrecha entre los dos, por una parte el formado por las variables **macroeconómicas** y las constituidas por la **cartera** resultante.

### 3.4. MODELO ESTRUCTURAL

El núcleo del modelo especifica las relaciones entre los factores, a través de ellas se pretende comprobar si, efectivamente, el factor explica las rentabilidades de los activos.

Se unieron los modelos y el ajuste se observa en la tabla 3.14:

<b>Método de Estimación</b>	GLS -> ML	Ji-cuadrada	<b>175.383</b>
<b>Función de discrepancia</b>	1.85	Grados de libertad	<b>19</b>

<b>Coseno del residual máximo</b>	0.0001	<b>Nivel de significancia de la ji-cuadrada</b>	<b>0</b>
<b>Criterio ICSF</b>	0.0000001	<b>Tabla 3.14</b>	
<b>Criterio ICS</b>	0.00004		
<b>Condiciones de bondad</b>	0		
<b>Residual estándar RMS</b>	0.12		

**Residual estándar RMS** es muy alto, mayor a 0.05, no entra el los parámetros de un buen ajuste, los demás indicadores son admisibles, pues en general cumplen con las restricciones definidas.

<b>Joreskog GFI</b>	<b>0.730</b>
<b>Joreskog AGFI</b>	<b>0.489</b>
<b>Bentler-Bonett Normed Fit Index</b>	<b>0.800</b>

**Tabla 3.15**

**Joreskog GFI** toma el valor de 0.730, el **Joreskog AGFI** es de 0.8, son admisibles pues se alejan solo un poco de los parámetros establecidos, y el **Bentler-Bonett Normed Fit Index**, que debe ser muy cercano 1, es muy bajo. No se logra un ajuste completo, pero la mayoría de sus índices son buenos, sin embargo se intenta encontrar un modelo más significativo.

El diagrama que describen estos datos se muestra en la Figura 3.3:

MODELO COMPLETO

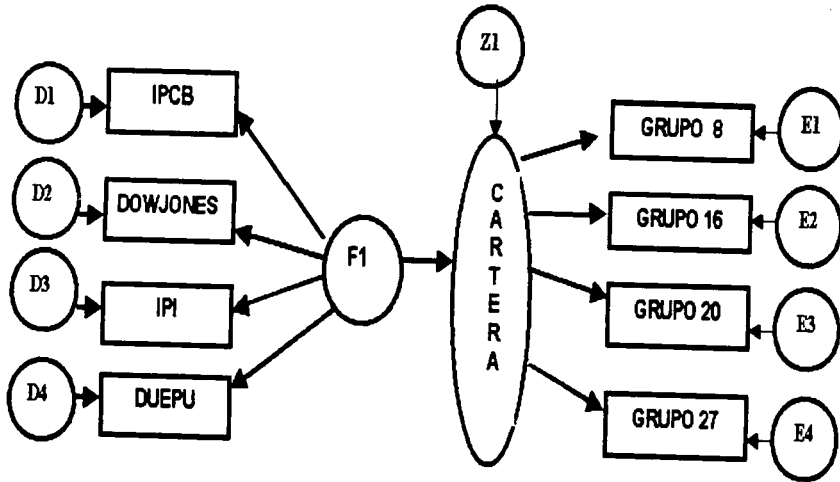


Figura 3.3

Las variables D1 a D4 , E1 a E4 y Z1 son errores de medida.

La estimación del parámetro que relaciona a F1 con Cartera no es significativo, se observa al final de la tabla 3.16.

	Estimación de parámetros	Error estándar	Estadística T	Nivel de p
(F1)-1->[IPCB]	0.958	0.076	12.678	0.000
(F1)-2->[DOWJONES]	0.971	0.075	12.989	0.000
(F1)-3->[IPI]	0.982	0.074	13.270	0.000
(F1)-4->[DUEPU]	0.932	0.077	12.041	0.000
(C1)->[G8]				
(C1)-9->[G16]	1.062	0.229	4.636	0.000
(C1)-10->[G20]	1.180	0.249	4.738	0.000
(C1)-11->[G27]	-0.754	0.206	-3.655	0.000
(F1)-18->(C1)	-0.121	0.077	-1.575	0.115

Tabla 3.16.

El factor F resultante no explica satisfactoriamente las rentabilidades de los activos propuesto, por ello es necesario reespecificar el modelo.

Se eliminan las variables no relevantes, es decir, aquellas que no aportan al modelo y no permiten obtener un buen ajuste. El criterio de eliminación se toma a partir de los niveles significancia que se registran en el análisis factorial correspondiente.

Se obtuvieron los siguientes resultados:

Método de Estimación	GLS -> ML	Ji-cuadrada	137.29
----------------------	-----------	-------------	--------

<b>Función de discrepancia</b>	<b>1.45</b>	<b>Grados de libertad</b>	<b>13</b>
<b>Coseno del residual máximo</b>	<b>0.000294</b>	<b>Nivel de significancia de la ji-cuadrada</b>	<b>0</b>
<b>Criterio ICSF</b>	<b>0.000001</b>		
<b>Criterio ICS</b>	<b>0.000143</b>		
<b>Condiciones de bondad</b>	<b>0</b>		
<b>Residual estándar RMS</b>	<b>0.119</b>		

Tabla 3.17.

<b>Joreskog GFI</b>	<b>0.730</b>
<b>Joreskog AGFI</b>	<b>0.489</b>
<b>Bentler-Bonett Normed Fit Index</b>	<b>0.800</b>

Tabla 3.18.

Los indicadores no cambiaron mucho con respecto al modelo anterior, pero en este caso la construcción del factor como la latente explicativa de la cartera obtenida si fue significativa al 95%.

	<b>Estimación de parámetros</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Estadística T</b>	<b>Nivel de P</b>
<b>(F1)-1-&gt;[PCB]</b>	0.977	0.075	13.083	0.000
<b>(F1)-2-&gt;[DOWJONES]</b>	0.921	0.078	11.775	0.000
<b>(F1)-4-&gt;[DUEPU]</b>				
<b>(DELTA4)-&gt;[DUEPU]</b>	0.081	0.020	4.097	0.000
<b>(C1)-&gt;[G8]</b>	0.699	0.164	4.254	0.000
<b>(C1)-9-&gt;[G16]</b>	0.792	0.171	4.632	0.000
<b>(C1)-10-&gt;[G20]</b>	-0.747	0.167	-4.463	0.000
<b>(C1)-11-&gt;[G27]</b>				
<b>(EPSILON4)-&gt;[G27]</b>	0.394	0.118	3.344	0.001
<b>(F1)-18-&gt;(C1)</b>	-0.200	0.094	-2.140	<b>0.032</b>

Tabla 3.19.



La siguiente figura expresa el modelo reespecificado y los resultados de su ajuste:

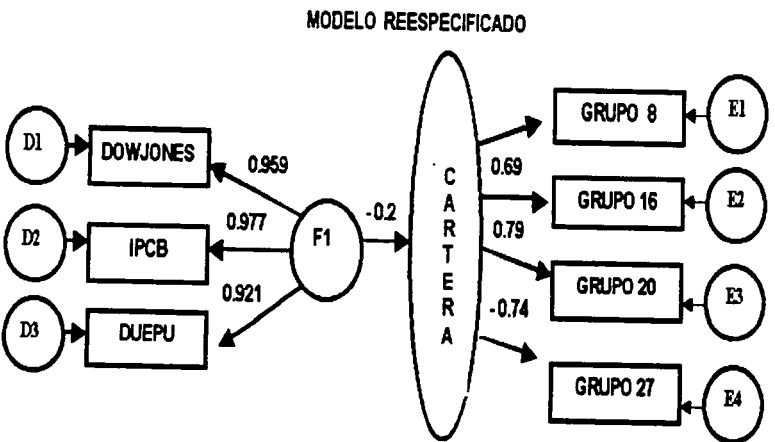


Figura 3.4.

El modelo final se obtiene después de probar varios patrones, éste se acepta después de encontrar índices con un mejor ajuste.

Finalmente, en la figura 3.4, se expresa el factor económico F1 formado por las variables macroeconómicas del DOWJONES, IPCB (Índice de precios y cotizaciones de la bolsa mexicana de valores), DEUPU (Deuda Pública), que actúa como la parte explicativa de la forma estructural. La variable latente de Cartera es explicada por ese factor económico y está compuesta por los grupos 8, 16, 20 y 27 formados por emisoras ya especificadas anteriormente en la tabla 3.13.

Se eliminó IPI, las variables de IPCB, DOWJONES Y DEUPU son las que mejor ajustan al modelo y por lo tanto son las que explican mejor a estos grupos de activos a través del periodo comprendido entre 1993 y 2000.

Las técnicas descritas ayudan a encontrar un modelo que satisface los intereses de conocer las relaciones que pueden existir entre las variables propuestas, la búsqueda está sujeta a los parámetros de un buen ajuste para definir una estructura significativa. El modelo pudo haber quedado reducido desde el principio, pero el factor económico y financiero fue aceptado con cierto nivel de ajuste del mismo, sin embargo esta nueva reestructuración permite encontrar un modelo con un mejor ajuste, y es ahora cuando todas las estimaciones resultan más significativas al 95%.

En general, el modelo reespecificado ofrece un ajuste aceptable. La *Chi-cuadrada* toma un valor de 137 con 13 grados de libertad y una

probabilidad de 0, es significativo, el Joreskog GFI de 0.730, que aquí se considera aceptables y el Joreskog AGFI aproximado a 0.5, que ya disminuye su ajuste y es difícil establecer una decisión de aceptación, sin embargo haciendo el análisis general y tomando en cuenta que es el mejor modelo encontrado todavía es difícil hasta ahora rechazar la hipótesis de que el modelo sea válido.

Revisando las razones de los pesos de regresión de **F1** sobre la variable latente de **Carteras**, se aprecia cómo, a pesar de la consistencia que los indicadores obtenidos puedan tener a la hora de explicar el factor, las relación de **F1** sobre Cartera, si llega a ser significativa en su probabilidad, el valor de la regresión a pesar de registrar una carga muy baja, su probabilidad es significativa, lo que permite considerar que **F1** explica a **Carteras**, no con la suficiencia esperada, pero considerando este como el mejor modelo obtenido se acepta que este factor es el que explica las rentabilidades de los activos.

## CONCLUSIONES

El uso de técnicas como el análisis factorial y los modelos de ecuaciones estructurales permite simplificar el estudio de las relaciones entre muchas variables, en este caso de las económicas y de activos financieros, pues se puede modelar la dependencia que existe en ellas, visualizada en arreglos más simples y fácil de interpretar.

El mercado, representado por un índice de referencia, el (IPC), se revela como la variable explicativa fundamental de las rentabilidades de los activos, sin embargo las de producción industrial (IP), el DOWJONES y la de deuda pública (DEUPU), no carecen de importancia. La constatada importancia del mercado podría contribuir a defender la causa de un modelo de factor único, antes que la de los modelos multifactorial, es decir, solamente un factor que representa la economía del país explica o afecta las rentabilidades de los activos financieros.

Estas conclusiones no son en absoluto definitivas, por una parte, se hace consciente que la utilización de datos históricos limita la validez permanente del modelo, se puede verificar para el pasado y no hacerlo en el futuro. No se debe descartar que otras variables no consideradas en el análisis puedan tener poder explicativo sobre las rentabilidades de los activos. Esto permite ampliar el margen de opciones para encontrar nuevos y mejores modelos que puedan explicar y predecir un comportamiento probable para tiempos determinados.

La utilización del análisis factorial y de los modelos de ecuaciones estructurales facilitó la construcción de varias propuestas para modelar

el estudio, complementado con herramientas estadísticas como el análisis de correlaciones, estadísticos, significancias que son el parámetro a partir del cual se toman decisiones de aceptación o de rechazo de variables.

La creación de este modelo hace conocer las posibles opciones a tomar en futuros estudios como el de realizar un minucioso estudio de variables no contempladas debido a que teóricamente no se hayan considerado importantes. Un análisis que contemple variadas posibilidades dejará tal vez muchos modelos, pero sin duda uno de ellos expresara un ajuste mejor y que proyecte las causas de comportamiento de ciertas variables en expresiones mas simples y de fácil comprensión.

## APÉNDICE 1

Las tablas con los datos que se utilizaron en este análisis se muestran a continuación con datos estandarizados.

### VARIABLES EXPLICATIVAS

FECHA	IPC	DOWJONES	IPI	EXPORTA
1993/01	-1.24	-1.29	-1.16	-1.62
1993/02	-1.34	-1.27	-0.99	-1.51
1993/03	-1.28	-1.25	-0.93	-1.31
1993/04	-1.27	-1.25	-1.01	-1.41
1993/05	-1.34	-1.22	-1.05	-1.41
1993/06	-1.32	-1.22	-1.11	-1.23
1993/07	-1.28	-1.21	-1.12	-1.41
1993/08	-1.18	-1.17	-1.12	-1.35
1993/09	-1.18	-1.21	-1.01	-1.31
1993/10	-1.13	-1.16	-1.02	-1.16
1993/11	-1.11	-1.16	-1.07	-1.25
1993/12	-0.8	-1.13	-0.79	-1.24
1994/01	-0.7	-1.05	-0.93	-1.43
1994/02	-0.64	-1.1	-0.91	-1.28
1994/03	-0.8	-1.18	-0.88	-1.08
1994/04	-0.96	-1.16	-0.43	-1.24
1994/05	-0.87	-1.13	-0.73	-1.1
1994/06	-0.86	-1.18	-0.46	-1.03
1994/07	-0.88	-1.13	-0.67	-1.21
1994/08	-0.69	-1.07	-0.57	-1.05
1994/09	-0.65	-1.1	-0.62	-1.12
1994/10	-0.7	-1.08	-0.62	-0.95
1994/11	-0.79	-1.14	-0.65	-0.78
1994/12	-0.84	-1.1	-0.67	-1.03
1995/01	-0.94	-1.1	-0.81	-0.83
1995/02	-1.15	-1.04	-0.98	-0.79
1995/03	-1.25	-0.99	-1.18	-0.56

1995/04	-1.14	-0.93	-1.29	-0.86
1995/05	-1.09	-0.87	-1.43	-0.48
1995/06	-1.04	-0.84	-1.45	-0.58
1995/07	-0.82	-0.78	-1.49	-0.8
1995/08	-0.82	-0.82	-1.43	-0.46
1995/09	-0.79	-0.75	-1.38	-0.51
1995/10	-0.91	-0.77	-1.32	-0.38
1995/11	-0.73	-0.65	-1.18	-0.52
1995/12	-0.67	-0.63	-0.95	-0.56
1996/01	-0.52	-0.53	-0.85	-0.45
1996/02	-0.51	-0.5	-0.89	-0.46
1996/03	-0.52	-0.46	-0.83	-0.29
1996/04	-0.41	-0.47	-0.74	-0.2
1996/05	-0.37	-0.44	-0.69	-0.15
1996/06	-0.41	-0.44	-0.59	-0.29
1996/07	-0.46	-0.48	-0.58	-0.17
1996/08	-0.32	-0.45	-0.49	-0.22
1996/09	-0.36	-0.36	-0.5	-0.05
1996/10	-0.35	-0.3	-0.43	0.25
1996/11	-0.34	-0.12	-0.33	-0.02
1996/12	-0.34	-0.15	-0.2	-0.01
1997/01	-0.14	-0.02	-0.22	-0.11
1997/02	-0.03	0.01	-0.12	-0.15
1997/03	-0.07	-0.1	-0.04	0.1
1997/04	-0.09	0.06	-0.07	0.22
1997/05	0.01	0.17	0.07	0.1
1997/06	0.29	0.3	0.2	0.27
1997/07	0.63	0.5	0.22	0.27
1997/08	0.71	0.28	0.26	0.13
1997/09	0.77	0.4	0.3	0.43
1997/10	0.8	0.21	0.44	0.56
1997/11	0.57	0.35	0.39	0.33
1997/12	0.72	0.38	0.42	0.43
1998/01	0.7	0.38	0.46	0.01
1998/02	0.46	0.62	0.6	0.12
1998/03	0.61	0.71	0.75	0.69
1998/04	0.69	0.82	0.65	0.39

1998/05	0.61	0.75	0.68	0.4
1998/06	0.36	0.76	0.64	0.57
1998/07	0.4	0.74	0.74	0.19
1998/08	0.11	0.25	0.74	0.23
1998/09	-0.05	0.36	0.75	0.54
1998/10	0.05	0.63	0.75	0.58
1998/11	0.17	0.82	0.74	0.54
1998/12	0	0.85	0.75	0.58
1999/01	0	0.91	0.72	0.04
1999/02	0.18	0.89	0.87	0.35
1999/03	0.55	1.07	0.85	1.01
1999/04	0.91	1.44	1.06	0.64
1999/05	1.21	1.35	1.04	0.81
1999/06	1.07	1.5	1.07	1.13
1999/07	1.14	1.39	1.12	0.81
1999/08	0.81	1.45	1.13	1.2
1999/09	0.64	1.27	1.18	1.1
1999/10	0.99	1.41	1.19	1.22
1999/11	1.36	1.47	1.22	1.45
1999/12	1.82	1.69	1.36	1.17
2000/01	2	1.49	1.47	0.88
2000/02	2.16	1.16	1.43	1.51
2000/03	2.51	1.48	1.61	1.61
2000/04	2.05	1.42	1.62	1.24
2000/05	1.52	1.34	1.67	1.98
2000/06	1.71	1.31	1.74	1.76
2000/07	2.04	1.34	1.75	1.61
2000/08	1.55	1.59	1.72	2.18
2000/09	1.72	1.39	1.73	1.8
2000/10	1.39	1.5	1.68	2.39
2000/11	1.44	1.3	1.63	1.97
2000/12	1.06	1.43	1.49	1.63



FECHA	IMPORTA	CETES	TIIP	BONEU
1993/01	-1.39	-0.52	-0.31	-0.18
1993/02	-1.25	-0.49	-0.32	-0.41
1993/03	-1.04	-0.55	-0.49	-0.53
1993/04	-1.21	-0.65	-0.47	-0.59
1993/05	-1.20	-0.69	-0.51	-0.53
1993/06	-0.97	-0.72	-0.63	-0.44
1993/07	-1.10	-0.83	-0.70	-0.51
1993/08	-1.18	-0.87	-0.76	-0.55
1993/09	-1.11	-0.87	-0.76	-0.68
1993/10	-1.04	-0.92	-0.80	-0.67
1993/11	-1.03	-0.91	-0.70	-0.46
1993/12	-0.98	-1.07	-0.95	-0.44
1994/01	-1.09	-1.15	-1.09	-0.47
1994/02	-0.94	-1.23	-1.18	-0.25
1994/03	-0.79	-1.19	-1.13	0.13
1994/04	-0.92	-0.73	-0.55	0.52
1994/05	-0.75	-0.59	-0.47	0.74
1994/06	-0.64	-0.66	-0.57	0.70
1994/07	-0.85	-0.61	-0.40	0.84
1994/08	-0.63	-0.86	-0.60	0.85
1994/09	-0.76	-0.86	-0.65	0.97
1994/10	-0.56	-0.88	-0.68	1.20
1994/11	-0.43	-0.84	-0.54	1.47
1994/12	-0.62	-0.44	0.10	1.64
1995/01	-0.87	1.22	1.42	1.61
1995/02	-1.08	1.24	2.00	1.34
1995/03	-0.83	3.64	4.35	1.11
1995/04	-1.28	3.88	4.30	0.97
1995/05	-0.93	2.47	2.48	0.70
1995/06	-0.94	1.89	1.67	0.39
1995/07	-1.14	1.26	1.19	0.45
1995/08	-0.82	0.94	0.80	0.59
1995/09	-0.92	0.81	0.64	0.45
1995/10	-0.74	1.38	1.16	0.37
1995/11	-0.81	2.46	2.24	0.24
1995/12	-0.85	1.95	1.81	0.12
1996/01	-0.79	1.41	1.17	0.00

1996/02	-0.75	1.33	0.98	-0.04
1996/03	-0.68	1.55	1.24	0.38
1996/04	-0.60	1.04	0.75	0.59
1996/05	-0.47	0.54	0.25	0.70
1996/06	-0.67	0.42	0.25	0.84
1996/07	-0.43	0.59	0.50	0.82
1996/08	-0.46	0.38	0.21	0.66
1996/09	-0.40	0.27	0.00	0.79
1996/10	0.03	0.26	0.22	0.57
1996/11	-0.22	0.36	0.38	0.40
1996/12	-0.30	0.16	0.22	0.46
1997/01	-0.41	0.00	-0.06	0.63
1997/02	-0.40	-0.21	-0.33	0.54
1997/03	-0.25	-0.19	-0.19	0.77
1997/04	0.05	-0.18	-0.21	0.92
1997/05	-0.11	-0.33	-0.45	0.80
1997/06	0.06	-0.26	-0.31	0.68
1997/07	0.16	-0.43	-0.45	0.52
1997/08	0.04	-0.36	-0.44	0.56
1997/09	0.34	-0.34	-0.49	0.51
1997/10	0.49	-0.39	-0.54	0.42
1997/11	0.32	-0.21	-0.36	0.36
1997/12	0.53	-0.39	-0.46	0.35
1998/01	0.09	-0.43	-0.53	0.22
1998/02	0.18	-0.41	-0.45	0.24
1998/03	0.72	-0.32	-0.36	0.29
1998/04	0.36	-0.43	-0.46	0.29
1998/05	0.37	-0.48	-0.48	0.29
1998/06	0.63	-0.30	-0.41	0.19
1998/07	0.36	-0.23	-0.36	0.09
1998/08	0.35	0.05	-0.10	-0.26
1998/09	0.64	1.37	1.09	-0.44
1998/10	0.70	1.07	0.79	-0.25
1998/11	0.72	0.81	0.58	-0.36
1998/12	0.72	0.90	0.73	-0.47
1999/01	0.09	0.64	0.70	-0.32
1999/02	0.32	0.34	0.39	-0.13
1999/03	0.98	-0.06	-0.02	0.02
1999/04	0.65	-0.29	-0.31	-0.02
1999/05	0.77	-0.30	-0.31	0.22

1999/06	1.10	-0.27	-0.22	0.46
1999/07	0.75	-0.32	-0.33	0.38
1999/08	1.22	-0.26	-0.26	0.48
1999/09	1.07	-0.27	-0.34	0.47
1999/10	1.28	-0.36	-0.46	0.59
1999/11	1.58	-0.49	-0.57	0.54
1999/12	1.37	-0.58	-0.59	0.71
2000/01	0.94	-0.59	-0.59	-2.29
2000/02	1.45	-0.68	-0.62	-2.21
2000/03	1.60	-0.84	-0.80	-2.25
2000/04	1.22	-0.85	-0.87	-2.26
2000/05	2.01	-0.75	-0.79	-2.32
2000/06	1.81	-0.66	-0.68	-2.26
2000/07	1.63	-0.83	-0.86	-2.31
2000/08	2.31	-0.74	-0.73	-2.17
2000/09	1.88	-0.70	-0.72	-2.21
2000/10	2.54	-0.63	-0.68	-2.22
2000/11	2.26	-0.55	-0.59	-2.35
2000/12	1.98	-0.60	-0.61	-2.34

FECHA	CERT_EU	RC	PIB	DUEPU	BONMEX
1993/01	-2.02	0.35	-1.52	-0.83	0.38
1993/02	-2.12	0.43	-1.51	-0.86	0.38
1993/03	-2.10	0.39	-1.50	-0.84	0.38
1993/04	-2.15	0.28	-1.49	-0.87	0.38
1993/05	-2.14	0.22	-1.48	-0.89	0.38
1993/06	-2.03	0.13	-1.47	-0.88	0.38
1993/07	-2.09	-0.03	-1.46	-0.87	0.38
1993/08	-2.11	-0.12	-1.48	-0.85	0.38
1993/09	-2.10	-0.16	-1.45	-0.85	0.38
1993/10	-2.00	-0.22	-1.43	-0.86	0.38
1993/11	-1.87	-0.18	-1.41	-0.86	0.38
1993/12	-1.97	-0.54	-1.39	-0.79	0.38
1994/01	-2.09	-0.90	-1.37	-0.79	0.38
1994/02	-1.81	-1.09	-1.36	-0.79	0.38
1994/03	-1.46	-1.11	-1.35	-0.78	0.38
1994/04	-1.24	-0.08	-1.35	-0.83	0.38
1994/05	-0.71	0.18	-1.34	-0.78	0.38

1994/06	-0.74	0.13	-1.32	-0.76	0.38
1994/07	-0.51	0.20	-1.31	-0.71	0.38
1994/08	-0.42	-0.06	-1.30	-0.72	0.38
1994/09	-0.22	-0.20	-1.29	-0.72	0.38
1994/10	0.25	-0.20	-1.27	-0.74	0.38
1994/11	0.57	-0.12	-1.26	-0.76	0.38
1994/12	1.06	0.01	-1.25	-0.53	0.38
1995/01	1.03	1.02	-1.00	-0.60	0.38
1995/02	0.91	1.34	-0.90	-0.56	0.38
1995/03	0.89	2.21	-0.80	-0.47	0.38
1995/04	0.89	2.53	-0.70	-0.58	0.38
1995/05	0.78	2.14	-0.60	-0.59	0.38
1995/06	0.65	1.85	-0.50	-0.56	0.38
1995/07	0.64	1.66	-0.61	-0.69	0.38
1995/08	0.54	1.45	-0.55	-0.69	0.38
1995/09	0.50	1.38	-0.50	-0.67	0.38
1995/10	0.56	1.64	-0.44	-0.68	0.38
1995/11	0.50	2.08	-0.39	-0.76	0.38
1995/12	0.38	1.93	-0.33	-0.80	0.38
1996/01	0.14	1.55	-0.28	-0.79	0.38
1996/02	-0.11	1.38	-0.24	-0.82	0.38
1996/03	0.03	1.51	-0.19	-0.84	0.38
1996/04	0.11	1.23	-0.15	-0.81	0.38
1996/05	0.11	0.79	-0.10	-0.78	0.38
1996/06	0.21	0.71	-0.05	-0.77	0.38
1996/07	0.29	0.88	-0.04	-0.75	0.38
1996/08	0.15	0.70	0.01	-0.76	0.38
1996/09	0.27	0.60	0.05	-0.72	0.38
1996/10	0.16	0.62	0.10	-0.68	0.38
1996/11	0.13	0.83	0.15	-0.66	0.38
1996/12	0.19	0.70	0.20	-0.61	0.38
1997/01	0.17	0.49	0.21	-0.60	0.38
1997/02	0.11	0.24	-0.08	-0.55	0.38
1997/03	0.24	0.24	0.09	-0.54	0.38
1997/04	0.47	0.22	0.25	-0.56	0.38
1997/05	0.46	-0.06	0.41	-0.53	0.38
1997/06	0.42	-0.04	0.57	-0.51	0.38
1997/07	0.36	-0.22	0.30	-0.49	0.38
1997/08	0.35	-0.25	0.35	-0.41	0.38
1997/09	0.36	-0.25	0.39	-0.32	0.38

1997/10	0.41	-0.33	0.44	-0.23	0.38
1997/11	0.50	-0.18	0.48	-0.17	0.38
1997/12	0.56	-0.33	0.52	-0.11	0.38
1998/01	0.29	-0.37	0.57	-0.04	0.38
1998/02	0.28	-0.39	0.58	0.05	0.38
1998/03	0.33	-0.27	0.58	0.09	0.38
1998/04	0.33	-0.35	0.59	0.21	0.38
1998/05	0.34	-0.52	0.60	0.25	0.38
1998/06	0.34	-0.41	0.61	0.31	0.38
1998/07	0.31	-0.35	0.68	0.42	0.38
1998/08	0.33	-0.23	0.72	0.46	0.38
1998/09	0.16	0.37	0.77	0.42	0.38
1998/10	-0.07	0.30	0.81	0.49	0.38
1998/11	-0.01	0.18	0.85	0.55	0.38
1998/12	-0.10	0.22	0.89	0.65	0.38
1999/01	-0.36	0.07	0.95	0.67	0.38
1999/02	-0.36	-0.16	0.97	0.71	0.38
1999/03	-0.35	-0.61	0.98	0.83	0.38
1999/04	-0.37	-1.01	1.00	0.93	0.38
1999/05	-0.33	-1.05	1.01	1.00	0.38
1999/06	-0.13	-0.99	1.03	1.06	0.38
1999/07	-0.02	-1.05	1.05	1.12	0.38
1999/08	0.14	-1.01	1.08	1.14	0.38
1999/09	0.22	-1.03	1.12	1.20	0.38
1999/10	0.89	-1.11	1.15	1.31	0.38
1999/11	0.74	-1.20	1.18	1.38	0.38
1999/12	0.83	-1.24	1.21	1.53	0.38
2000/01	0.69	-1.26	1.31	1.62	-2.63
2000/02	0.74	-1.35	1.31	1.71	-2.63
2000/03	0.87	-1.56	1.31	1.78	-2.63
2000/04	0.99	-1.69	1.31	1.82	-2.63
2000/05	1.47	-1.56	1.31	1.82	-2.63
2000/06	1.46	-1.45	1.31	1.90	-2.63
2000/07	1.41	-1.58	1.37	2.03	-2.63
2000/08	1.35	-1.51	1.39	2.11	-2.63
2000/09	1.33	-1.47	1.41	2.18	-2.63
2000/10	1.41	-1.41	1.43	2.28	-2.63
2000/11	1.38	-1.26	1.43	2.39	-2.63
2000/12	1.17	-1.28	1.43	2.44	-2.63

FECHA	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
1993/01	-0.53	0.07	-0.42
1993/02	-0.58	-0.14	-0.52
1993/03	-0.58	-0.10	-0.50
1993/04	-0.54	0.05	-0.46
1993/05	-0.59	0.09	-0.55
1993/06	-0.61	-0.09	-0.56
1993/07	-0.62	-0.17	-0.59
1993/08	-0.61	-0.12	-0.38
1993/09	-0.59	-0.07	-0.29
1993/10	-0.58	-0.15	-0.23
1993/11	-0.57	0.03	-0.03
1993/12	-0.46	0.19	0.32
1994/01	-0.60	0.13	-0.36
1994/02	-0.50	0.24	-0.24
1994/03	-0.46	0.06	-0.52
1994/04	-0.45	-0.08	-0.66
1994/05	-0.52	0.23	-0.67
1994/06	-0.58	0.21	-0.63
1994/07	-0.53	0.14	-0.62
1994/08	-0.50	0.33	-0.51
1994/09	-0.53	0.72	-0.46
1994/10	-1.07	0.32	-0.57
1994/11	-0.50	0.11	-0.71
1994/12	-1.07	0.12	-0.87
1995/01	-0.81	-1.11	-1.35
1995/02	-0.81	-1.13	-1.37
1995/03	-0.83	-1.12	-1.44
1995/04	-0.75	-1.11	-1.40
1995/05	-0.71	-1.12	-1.39
1995/06	-0.71	-1.13	-1.39
1995/07	-0.66	-1.11	-1.35
1995/08	-0.62	-1.11	-1.34
1995/09	-0.62	-1.10	-1.31
1995/10	-0.69	-1.11	-1.36
1995/11	-0.67	-1.12	-1.39
1995/12	-0.62	-1.10	-1.36
1996/01	-0.55	-1.10	-0.75
1996/02	-0.57	-1.11	-0.76
1996/03	0.23	-1.10	-0.76

1996/04	-0.48	-1.08	-0.68
1996/05	-0.50	-1.08	-0.63
1996/06	-0.52	-1.04	-0.66
1996/07	-0.56	-1.06	-0.78
1996/08	-0.49	-1.03	-0.64
1996/09	-0.48	-1.02	-0.63
1996/10	-0.46	-1.03	-0.57
1996/11	-0.40	-1.05	-0.65
1996/12	-0.37	-1.04	-0.71
1997/01	-0.35	0.17	0.86
1997/02	-0.31	0.15	1.08
1997/03	-0.18	0.21	1.12
1997/04	-0.10	0.13	1.12
1997/05	-0.03	0.14	1.25
1997/06	0.15	0.16	1.43
1997/07	0.26	0.27	1.90
1997/08	0.44	0.34	2.31
1997/09	0.48	0.38	2.52
1997/10	0.54	0.56	2.57
1997/11	0.51	0.25	2.14
1997/12	0.60	0.30	1.83
1998/01	0.11	0.97	1.35
1998/02	0.10	1.04	1.39
1998/03	0.16	1.07	1.56
1998/04	0.11	0.87	1.65
1998/05	0.02	0.87	1.39
1998/06	-0.12	0.80	0.88
1998/07	-0.09	0.64	0.89
1998/08	-0.40	0.31	0.27
1998/09	-0.44	0.44	0.05
1998/10	-0.42	0.74	0.35
1998/11	-0.33	0.79	0.53
1998/12	-0.39	0.59	0.34
1999/01	-0.44	1.00	-0.16
1999/02	-0.44	1.25	0.03
1999/03	-0.33	1.79	0.21
1999/04	-0.13	2.39	0.52
1999/05	-0.12	2.34	-1.36
1999/06	-0.18	2.03	0.68
1999/07	-0.05	2.15	0.97

1999/08	-0.18	1.71	0.72
1999/09	-0.11	1.70	0.78
1999/10	-0.19	1.91	0.58
1999/11	-0.07	2.22	0.72
1999/12	0.05	2.50	0.93
2000/01	2.66	-0.91	0.93
2000/02	2.49	-0.91	0.57
2000/03	2.72	-0.90	0.64
2000/04	2.67	-0.90	0.41
2000/05	2.19	-0.92	-0.04
2000/06	2.28	-0.89	-0.10
2000/07	2.39	-0.91	-0.02
2000/08	2.35	-0.90	-0.01
2000/09	2.83	-0.90	-0.27
2000/10	2.71	-0.91	-0.54
2000/11	2.30	-1.23	-0.51
2000/12	2.09	-0.92	-0.76

<b>FECHA</b>	<b>GRUPO 4</b>	<b>GRUPO 5</b>	<b>GRUPO 6</b>
1993/01	-0.74	-0.49	-0.64
1993/02	-0.75	-0.56	-0.65
1993/03	-0.76	-0.51	-0.64
1993/04	-0.75	-0.52	-0.63
1993/05	-0.75	-0.55	-0.62
1993/06	-0.76	-0.57	-0.62
1993/07	-0.75	-0.55	-0.62
1993/08	-0.73	-0.52	-0.72
1993/09	-0.73	-0.54	-0.59
1993/10	-0.73	-0.54	-0.57
1993/11	-0.73	-0.53	-0.53
1993/12	-0.73	-0.50	-0.47
1994/01	2.04	1.49	0.15
1994/02	2.31	1.75	0.18
1994/03	2.09	1.39	0.07
1994/04	2.01	0.90	0.00
1994/05	2.34	-0.35	0.11
1994/06	2.37	-0.43	0.09
1994/07	2.43	-0.41	0.13



1994/08	2.60	-0.25	0.27
1994/09	2.68	-0.18	0.29
1994/10	2.58	-0.19	0.26
1994/11	2.42	-0.18	0.23
1994/12	2.04	-0.28	0.17
1995/01	-0.20	-0.46	-0.17
1995/02	-0.38	-0.54	-0.25
1995/03	-0.54	-0.71	-0.40
1995/04	-0.37	3.85	-0.28
1995/05	-0.37	-0.48	-0.27
1995/06	-0.41	-0.52	-0.38
1995/07	-0.25	-0.37	-0.28
1995/08	-0.16	-0.41	-0.21
1995/09	-0.18	-0.29	-0.12
1995/10	-0.30	-0.43	-0.23
1995/11	-0.36	-0.47	-0.31
1995/12	-0.27	-0.36	-0.28
1996/01	0.08	1.84	-0.66
1996/02	0.10	1.84	-0.65
1996/03	0.13	1.67	-0.66
1996/04	0.08	-0.78	-0.66
1996/05	0.14	2.39	-0.62
1996/06	0.13	2.33	-0.61
1996/07	0.13	1.91	-0.62
1996/08	0.17	2.22	-0.59
1996/09	0.13	2.22	-0.59
1996/10	0.01	2.09	-0.58
1996/11	-0.17	2.21	-0.57
1996/12	-0.17	1.91	-0.57
1997/01	0.45	0.30	0.03
1997/02	0.46	0.30	0.11
1997/03	0.46	0.22	0.26
1997/04	0.44	0.30	0.25
1997/05	0.48	0.27	0.23
1997/06	0.64	0.38	0.27
1997/07	0.68	0.61	0.18
1997/08	0.73	0.65	0.17
1997/09	0.69	0.70	0.17
1997/10	0.75	0.60	0.17
1997/11	0.67	0.41	0.12

1997/12	0.56	0.54	0.16
1998/01	-0.78	-0.48	0.39
1998/02	-0.78	-0.46	0.20
1998/03	-0.76	-0.49	0.20
1998/04	-0.75	-0.48	0.39
1998/05	-0.76	-0.48	0.32
1998/06	-0.79	-0.50	0.30
1998/07	-0.80	-0.50	0.37
1998/08	-0.80	-0.50	0.37
1998/09	-0.81	-0.62	0.51
1998/10	-0.81	-0.62	0.45
1998/11	-0.81	-0.67	0.40
1998/12	-0.81	-0.57	0.81
1999/01	-0.39	-0.67	-0.33
1999/02	-0.36	-0.64	-0.30
1999/03	-0.34	-0.55	-0.30
1999/04	-0.27	-0.48	-0.30
1999/05	-0.18	-0.50	-0.28
1999/06	-0.19	-0.55	-0.26
1999/07	-0.21	-0.61	-0.28
1999/08	-0.18	-0.68	-0.24
1999/09	-0.24	-0.70	-0.27
1999/10	-0.28	-0.72	-0.27
1999/11	-0.34	-0.68	-0.34
1999/12	-0.37	-0.69	-0.30
2000/01	-0.85	-0.95	7.27
2000/02	-0.85	-0.96	5.30
2000/03	-0.85	-0.94	0.19
2000/04	-0.85	-0.94	0.02
2000/05	-0.85	-0.68	-0.06
2000/06	-0.85	-0.64	0.07
2000/07	-0.85	-0.62	0.11
2000/08	-0.85	-0.62	0.04
2000/09	-0.85	-0.65	0.04
2000/10	-0.85	-0.64	-0.12
2000/11	-0.85	-0.69	-0.11
2000/12	-0.85	-0.67	-0.16

FECHA	GRUPO 7	GRUPO 8	GRUPO 9
1993/01	-0.14	1.42	-0.51
1993/02	-0.15	1.24	-0.53
1993/03	-0.15	1.18	-0.53
1993/04	-0.13	1.37	-0.52
1993/05	-0.14	1.26	-0.52
1993/06	-0.14	1.30	-0.52
1993/07	-0.13	1.59	-0.51
1993/08	-0.08	1.83	-0.51
1993/09	-0.07	1.91	-0.51
1993/10	-0.03	2.23	-0.53
1993/11	0.02	2.63	-0.51
1993/12	9.61	3.40	-0.47
1994/01	-0.14	-0.26	-0.59
1994/02	-0.11	-0.19	-0.58
1994/03	-0.11	-0.26	-0.58
1994/04	-0.11	-0.37	-0.63
1994/05	-0.12	-0.39	-0.61
1994/06	-0.11	-0.22	-0.63
1994/07	-0.12	-0.27	-0.63
1994/08	-0.11	-0.20	-0.62
1994/09	-0.11	-0.23	-0.61
1994/10	-0.11	-0.26	-0.62
1994/11	-0.11	-0.29	-0.63
1994/12	-0.11	-0.13	-0.63
1995/01	-0.12	-0.78	0.67
1995/02	-0.16	-0.94	0.56
1995/03	-0.18	-1.08	0.56
1995/04	-0.15	-1.03	0.77
1995/05	-0.15	-0.99	0.88
1995/06	-0.14	-1.03	0.93
1995/07	-0.11	-0.98	1.29
1995/08	-0.10	-0.99	1.41
1995/09	-0.05	-0.97	1.54
1995/10	-0.08	-1.10	1.59
1995/11	-0.07	-1.16	1.67
1995/12	-0.04	-1.11	2.01
1996/01	0.09	0.24	-0.68
1996/02	0.06	0.22	-0.67
1996/03	0.10	0.15	-0.70

1996/04	0.12	0.32	-0.70
1996/05	0.13	0.29	-0.72
1996/06	0.13	0.21	-0.71
1996/07	0.14	0.17	-0.70
1996/08	0.19	0.26	-0.71
1996/09	0.20	0.32	-0.71
1996/10	0.21	0.30	-0.70
1996/11	0.27	0.22	-0.75
1996/12	0.26	0.27	-0.71
1997/01	-0.29	0.48	0.34
1997/02	-0.30	0.52	0.58
1997/03	-0.30	0.60	0.52
1997/04	-0.29	0.64	0.55
1997/05	-0.29	0.68	0.53
1997/06	-0.29	0.96	0.60
1997/07	-0.29	1.40	0.79
1997/08	-0.28	1.86	1.04
1997/09	-0.28	1.71	1.15
1997/10	-0.28	1.50	1.21
1997/11	-0.29	1.12	1.04
1997/12	-0.29	1.25	1.09
1998/01	-0.05	-0.28	-0.75
1998/02	-0.04	-0.29	-0.75
1998/03	-0.02	-0.29	-0.75
1998/04	-0.01	-0.26	-0.75
1998/05	-0.03	-0.40	-0.75
1998/06	-0.05	-0.44	6.90
1998/07	-0.02	-0.50	0.07
1998/08	-0.06	-0.61	0.07
1998/09	-0.04	-0.75	0.06
1998/10	-0.01	-0.78	0.07
1998/11	0.02	-0.79	0.07
1998/12	-0.01	-0.78	0.07
1999/01	-0.04	-1.20	-0.23
1999/02	-0.02	-1.12	-0.02
1999/03	0.02	-1.13	0.26
1999/04	0.08	-1.14	0.35
1999/05	0.04	-1.17	0.35
1999/06	-0.13	-1.10	0.45
1999/07	-0.13	-1.12	0.28

1999/08	-0.15	-1.12	0.32
1999/09	-0.18	-1.13	-0.35
1999/10	-0.18	-1.12	-0.40
1999/11	-0.15	-1.08	-0.36
1999/12	-0.15	-1.06	-0.36
2000/01	-0.21	-0.30	-0.33
2000/02	-0.21	-0.32	0.07
2000/03	-0.23	-0.34	-0.42
2000/04	-0.23	-0.35	-0.43
2000/05	-0.23	-0.32	-0.46
2000/06	-0.23	-0.33	-0.48
2000/07	-0.22	-0.26	-0.46
2000/08	-0.24	-0.30	-0.48
2000/09	-0.25	-0.34	-0.53
2000/10	-0.25	-0.35	-0.54
2000/11	-0.27	1.34	-0.53
2000/12	-0.27	-0.29	-0.56

<b>FECHA</b>	<b>GRUPO 10</b>	<b>GRUPO 11</b>	<b>GRUPO 12</b>
1993/01	-0.26	-0.38	-0.59
1993/02	-0.27	-0.44	-0.61
1993/03	-0.27	-0.40	-0.60
1993/04	-0.27	-0.35	-0.59
1993/05	-0.27	-0.38	-0.60
1993/06	-0.28	-0.37	-0.59
1993/07	-0.27	-0.34	-0.56
1993/08	-0.27	-0.26	-0.53
1993/09	-0.26	-0.23	-0.53
1993/10	-0.26	-0.22	-0.75
1993/11	-0.22	-0.13	-0.75
1993/12	-0.19	-0.03	-0.75
1994/01	-0.05	0.94	0.55
1994/02	-0.03	1.08	0.65
1994/03	-0.04	0.97	0.57
1994/04	-0.05	0.69	0.39
1994/05	-0.04	0.66	0.53
1994/06	-0.02	0.66	0.56
1994/07	0.00	0.71	0.42

1994/08	0.04	1.12	0.52
1994/09	0.15	1.28	0.59
1994/10	0.18	1.32	0.58
1994/11	0.21	1.29	0.57
1994/12	0.16	0.95	0.30
1995/01	0.42	-0.19	0.93
1995/02	0.26	-0.30	0.81
1995/03	0.19	-0.42	0.73
1995/04	0.29	-0.23	0.78
1995/05	-0.10	-0.12	0.72
1995/06	5.81	0.01	0.74
1995/07	0.47	0.04	1.10
1995/08	0.51	0.07	1.07
1995/09	7.41	0.15	1.10
1995/10	0.32	0.06	1.08
1995/11	0.46	0.09	0.93
1995/12	0.60	0.17	1.14
1996/01	-0.28	-0.88	-0.75
1996/02	-0.27	-0.07	-0.75
1996/03	-0.28	7.27	-0.75
1996/04	-0.28	-0.05	-0.75
1996/05	-0.28	0.00	-0.75
1996/06	-0.28	-0.88	-0.75
1996/07	-0.28	-0.04	-0.75
1996/08	-0.28	-0.01	-0.75
1996/09	-0.28	0.00	-0.75
1996/10	-0.29	0.00	-0.73
1996/11	-0.29	0.01	-0.73
1996/12	-0.28	0.02	-0.73
1997/01	-0.27	-0.88	-0.49
1997/02	-0.27	-0.88	-0.48
1997/03	-0.26	-0.88	-0.48
1997/04	-0.26	-0.88	-0.46
1997/05	-0.24	-0.88	-0.45
1997/06	-0.24	-0.88	-0.44
1997/07	-0.24	-0.88	-0.40
1997/08	-0.24	-0.88	-0.41
1997/09	-0.24	0.62	-0.41
1997/10	-0.23	0.67	-0.42
1997/11	-0.22	0.67	-0.42

1997/12	-0.20	0.67	-0.40
1998/01	-0.06	-0.34	1.38
1998/02	-0.04	-0.36	1.76
1998/03	-0.04	-0.41	1.65
1998/04	0.00	-0.38	1.63
1998/05	0.00	-0.41	1.42
1998/06	-0.03	-0.37	1.17
1998/07	-0.01	-0.34	1.19
1998/08	-0.06	-0.36	0.88
1998/09	-0.09	-0.37	0.99
1998/10	-0.09	-0.37	1.31
1998/11	-0.08	-0.29	1.33
1998/12	-0.09	-0.31	1.20
1999/01	-0.24	-0.85	-0.75
1999/02	-0.22	-0.86	-0.75
1999/03	-0.16	-0.85	-0.75
1999/04	-0.35	-0.84	-0.75
1999/05	-0.35	-0.85	-0.75
1999/06	-0.35	-0.87	-0.75
1999/07	-0.35	-0.88	-0.75
1999/08	-0.35	-0.88	-0.75
1999/09	-0.35	-0.88	-0.75
1999/10	-0.35	-0.88	-0.75
1999/11	-0.35	-0.88	-0.75
1999/12	-0.35	-0.88	5.70
2000/01	-0.27	0.62	-0.75
2000/02	-0.28	0.77	-0.75
2000/03	-0.27	0.92	-0.75
2000/04	-0.28	0.69	-0.75
2000/05	-0.28	0.42	-0.75
2000/06	-0.29	0.67	-0.75
2000/07	-0.28	0.97	-0.75
2000/08	-0.28	0.97	-0.75
2000/09	-0.29	1.13	-0.75
2000/10	-0.31	0.85	-0.75
2000/11	-0.30	-0.88	-0.75
2000/12	-0.31	-0.88	-0.75

<b>FECHA</b>	<b>GRUPO 13</b>	<b>GRUPO 14</b>	<b>GRUPO 15</b>
1993/01	0.39	-0.15	-0.99
1993/02	0.21	-0.32	-1.00
1993/03	0.16	-0.25	-1.01
1993/04	0.25	-0.22	-1.01
1993/05	0.32	-0.32	-1.02
1993/06	0.44	-0.34	-1.02
1993/07	0.65	-0.23	-1.01
1993/08	0.89	-0.16	-1.00
1993/09	1.00	-0.21	-1.00
1993/10	1.33	-0.26	-1.00
1993/11	1.62	-0.18	-0.98
1993/12	1.87	0.11	-0.95
1994/01	-0.20	-0.34	-0.37
1994/02	-0.08	-0.32	-0.32
1994/03	-0.13	-0.44	-0.32
1994/04	-0.20	-0.56	-0.37
1994/05	-0.25	-0.52	-0.41
1994/06	-0.26	-0.53	-0.40
1994/07	-0.20	-0.50	-0.44
1994/08	-0.09	-0.43	-0.40
1994/09	0.22	-0.21	-0.28
1994/10	0.08	-0.12	-0.31
1994/11	-0.15	-0.09	-0.33
1994/12	-0.24	-0.23	-0.38
1995/01	-0.63	0.94	0.01
1995/02	-0.63	0.30	-0.09
1995/03	-0.68	-0.40	-0.33
1995/04	-0.80	0.12	0.00
1995/05	-0.75	0.49	-0.04
1995/06	-0.73	0.56	-0.07
1995/07	-0.72	0.96	0.22
1995/08	-0.65	1.43	0.25
1995/09	-0.60	1.67	0.20
1995/10	-0.66	0.99	0.12
1995/11	-0.68	0.96	0.17
1995/12	-0.64	1.20	0.30
1996/01	-0.80	0.59	-0.64
1996/02	-0.77	0.58	-0.66



1996/03	-0.82	0.57	-0.68
1996/04	-0.79	0.50	-0.62
1996/05	-0.78	1.08	-0.52
1996/06	-0.82	0.91	-0.54
1996/07	-0.84	0.87	-0.59
1996/08	-0.90	1.12	-0.60
1996/09	-0.88	1.42	-0.63
1996/10	-0.76	1.35	-0.59
1996/11	-0.73	1.37	-0.64
1996/12	-0.78	1.30	-0.64
1997/01	-0.72	-1.53	-0.86
1997/02	-0.71	-1.53	-0.84
1997/03	-0.63	-1.53	-0.84
1997/04	-0.62	-1.53	-0.83
1997/05	-0.55	-1.53	-0.79
1997/06	-0.45	-1.53	-0.76
1997/07	-0.36	-1.53	-0.72
1997/08	-0.32	-1.53	-0.67
1997/09	-0.44	-1.53	-0.66
1997/10	-0.37	-1.53	-0.65
1997/11	-0.44	-1.57	-0.72
1997/12	-0.33	-1.54	-0.68
1998/01	0.77	-0.96	0.64
1998/02	0.73	-0.96	0.57
1998/03	0.96	-1.00	0.62
1998/04	1.10	-0.99	0.79
1998/05	0.76	-1.09	0.71
1998/06	0.47	-1.08	0.57
1998/07	0.32	-0.95	0.57
1998/08	-0.09	-1.36	0.08
1998/09	-0.16	-1.34	-0.06
1998/10	-0.11	-0.89	0.01
1998/11	0.27	-0.81	0.15
1998/12	0.16	-0.82	0.08
1999/01	-1.10	0.76	1.19
1999/02	-1.10	1.12	1.23
1999/03	-1.08	1.40	1.59
1999/04	-0.96	1.80	2.27
1999/05	-0.94	1.53	2.48
1999/06	-1.06	1.63	2.23

1999/07	-1.00	1.81	2.59
1999/08	-1.04	1.24	2.50
1999/09	-1.07	1.16	2.67
1999/10	-1.20	1.04	2.55
1999/11	-1.22	1.54	2.85
1999/12	-1.22	1.61	3.11
2000/01	2.11	0.70	0.47
2000/02	1.92	0.74	0.28
2000/03	2.12	0.72	0.15
2000/04	2.29	0.35	0.01
2000/05	1.98	0.27	-0.17
2000/06	2.04	0.14	-0.04
2000/07	2.47	-0.02	0.12
2000/08	2.19	-0.40	-0.09
2000/09	2.03	-0.38	-0.12
2000/10	1.61	-0.55	-0.21
2000/11	1.78	-0.73	-0.15
2000/12	1.43	-0.88	-0.35

<b>FECHA</b>	<b>GRUPO 16</b>	<b>GRUPO 17</b>	<b>GRUPO 18</b>
1993/01	0.08	-0.81	-0.45
1993/02	-0.04	-0.83	-0.45
1993/03	0.00	-0.83	-0.45
1993/04	0.04	-0.82	-0.45
1993/05	-0.02	-0.83	-0.45
1993/06	0.01	-0.83	0.03
1993/07	0.10	-0.82	0.07
1993/08	0.24	-0.80	0.19
1993/09	0.29	-0.77	-0.45
1993/10	0.36	-0.75	0.22
1993/11	0.42	-0.73	0.27
1993/12	0.64	-0.82	0.47
1994/01	-0.46	0.18	-0.40
1994/02	-0.43	0.30	-0.43
1994/03	-0.46	0.17	-0.40
1994/04	-0.50	0.08	-0.40
1994/05	-0.49	0.04	-0.40
1994/06	-0.49	0.01	-0.40

1994/07	-0.49	0.05	-0.40
1994/08	-0.45	0.16	-0.40
1994/09	-0.45	0.17	-0.40
1994/10	-0.47	0.16	-0.40
1994/11	-0.51	0.11	-0.40
1994/12	-0.52	0.02	-0.40
1995/01	-0.39	-0.85	-0.25
1995/02	-0.48	-0.86	-0.28
1995/03	-0.48	-0.93	-0.24
1995/04	-0.30	-0.86	-0.22
1995/05	-0.10	-0.93	-0.18
1995/06	-0.07	-0.93	-0.16
1995/07	0.00	-0.93	-0.10
1995/08	-0.08	-0.93	-0.07
1995/09	-0.11	-0.87	-0.06
1995/10	-0.18	-0.87	-0.03
1995/11	-0.16	-0.93	0.02
1995/12	-0.16	-0.93	0.06
1996/01	-0.19	1.36	0.43
1996/02	-0.20	1.34	0.46
1996/03	-0.23	1.31	0.16
1996/04	-0.19	1.31	9.17
1996/05	-0.12	1.58	0.57
1996/06	-0.14	1.67	0.57
1996/07	-0.17	1.82	0.51
1996/08	-0.23	2.16	0.62
1996/09	-0.27	2.23	0.64
1996/10	-0.29	2.34	0.61
1996/11	-0.28	2.90	0.59
1996/12	-0.33	3.40	0.63
1997/01	3.46	1.23	0.00
1997/02	3.70	1.27	0.00
1997/03	3.69	1.13	0.00
1997/04	3.43	1.02	0.01
1997/05	3.26	0.99	0.04
1997/06	3.55	1.08	0.08
1997/07	0.51	1.33	0.12
1997/08	0.00	1.33	0.16
1997/09	-0.08	1.29	0.17
1997/10	-0.08	1.18	0.22

1997/11	-0.13	0.80	0.15
1997/12	-0.06	1.00	0.24
1998/01	0.45	-0.72	-0.27
1998/02	-0.84	-0.74	-0.28
1998/03	0.46	-0.75	-0.28
1998/04	0.46	-0.76	-0.28
1998/05	0.52	-0.77	-0.29
1998/06	0.59	-0.81	-0.31
1998/07	0.59	-0.78	-0.31
1998/08	0.59	-0.83	-0.35
1998/09	0.48	-0.83	-0.36
1998/10	0.43	-0.83	-0.36
1998/11	0.38	-0.83	-0.37
1998/12	0.42	-0.82	-0.38
1999/01	-0.74	-0.45	-0.15
1999/02	-0.73	-0.47	-0.07
1999/03	-0.73	-0.42	0.03
1999/04	-0.72	-0.41	0.10
1999/05	-0.73	-0.32	0.12
1999/06	-0.73	-0.29	0.10
1999/07	-0.71	-0.26	0.09
1999/08	-0.73	-0.26	0.04
1999/09	-0.71	-0.27	0.03
1999/10	-0.71	-0.33	0.03
1999/11	-0.68	-0.35	0.11
1999/12	-0.69	-0.25	0.13
2000/01	-0.66	-0.25	-0.40
2000/02	-0.64	-0.34	-0.44
2000/03	-0.64	-0.34	-0.41
2000/04	-0.67	-0.40	-0.41
2000/05	-0.68	-0.44	-0.42
2000/06	-0.68	-0.37	-0.42
2000/07	-0.69	-0.33	-0.42
2000/08	-0.72	-0.35	-0.42
2000/09	-0.73	-0.37	-0.43
2000/10	-0.76	-0.40	-0.43
2000/11	-0.75	-0.42	-0.43
2000/12	-0.76	-0.46	-0.43

<b>FECHA</b>	<b>GRUPO 19</b>	<b>GRUPO 20</b>	<b>GRUPO 21</b>
1993/01	-0.70	-0.54	-0.14
1993/02	-0.91	-0.55	-0.14
1993/03	-0.72	-0.54	-0.17
1993/04	-0.91	-0.54	-0.21
1993/05	-0.91	-0.54	-0.28
1993/06	-0.91	-0.54	-0.30
1993/07	-0.69	-0.33	-0.27
1993/08	-0.70	-0.30	-0.18
1993/09	-0.91	-0.28	-0.24
1993/10	-0.68	-0.27	-0.27
1993/11	-0.66	-0.26	-0.18
1993/12	-0.66	-0.33	0.00
1994/01	0.50	-0.48	0.35
1994/02	0.41	-0.47	0.57
1994/03	0.27	-0.48	0.56
1994/04	0.19	-0.48	0.31
1994/05	0.21	-0.47	0.41
1994/06	0.18	-0.48	0.50
1994/07	0.21	-0.47	0.41
1994/08	0.45	-0.46	0.49
1994/09	0.50	-0.47	0.63
1994/10	0.44	-0.46	0.53
1994/11	0.38	-0.47	-0.95
1994/12	0.21	-0.48	0.23
1995/01	-0.49	-0.15	1.29
1995/02	-0.54	-0.20	1.00
1995/03	-0.52	-0.26	0.92
1995/04	-0.53	-0.17	1.10
1995/05	-0.53	-0.15	1.01
1995/06	-0.53	-0.10	0.82
1995/07	-0.47	-0.07	1.09
1995/08	-0.47	-0.05	1.10
1995/09	-0.47	-0.02	0.99
1995/10	-0.49	-0.09	0.65
1995/11	-0.47	-0.02	0.62
1995/12	-0.39	0.05	0.33

1996/01	3.43	-0.01	2.32
1996/02	3.11	0.01	2.18
1996/03	3.20	0.02	3.03
1996/04	3.57	0.10	1.98
1996/05	4.07	0.23	2.07
1996/06	1.93	0.23	1.59
1996/07	0.45	0.25	1.56
1996/08	0.50	0.20	1.53
1996/09	0.52	0.24	1.57
1996/10	0.49	0.26	1.52
1996/11	0.57	0.27	1.58
1996/12	0.61	0.24	1.70
1997/01	-0.27	2.13	-0.26
1997/02	-0.27	2.09	-0.30
1997/03	-0.24	2.12	-0.43
1997/04	-0.26	2.12	-0.47
1997/05	-0.28	2.25	-0.40
1997/06	-0.20	2.34	-0.37
1997/07	-0.07	2.56	-0.24
1997/08	0.02	2.39	-0.21
1997/09	0.01	2.90	-0.13
1997/10	-0.18	3.45	-0.02
1997/11	-0.20	2.88	-1.08
1997/12	-0.05	2.91	0.02
1998/01	-0.88	-0.58	0.05
1998/02	-0.91	-0.58	0.03
1998/03	-0.88	-0.58	0.02
1998/04	-0.89	-0.58	0.06
1998/05	-0.91	-0.21	0.11
1998/06	-0.91	-0.58	-1.08
1998/07	-0.90	-0.58	-1.08
1998/08	-0.90	-0.58	-1.08
1998/09	-0.90	-0.58	-0.50
1998/10	-0.90	-0.21	-0.44
1998/11	-0.90	-0.58	-1.08
1998/12	-0.90	-0.58	-0.37
1999/01	0.11	-0.58	-1.08
1999/02	0.26	-0.58	-1.08
1999/03	0.37	-0.58	-1.08
1999/04	0.50	-0.58	-1.08

1999/05	0.74	-0.58	-1.08
1999/06	0.62	-0.58	-1.08
1999/07	0.67	-0.58	-1.08
1999/08	0.57	-0.58	-1.08
1999/09	0.55	-0.58	-1.08
1999/10	0.68	-0.58	-1.08
1999/11	0.68	-0.58	-1.08
1999/12	1.00	-0.58	-1.08
2000/01	-0.38	-0.58	-1.08
2000/02	-0.46	-0.58	-1.08
2000/03	-0.48	-0.58	-1.08
2000/04	-0.42	-0.58	-1.08
2000/05	-0.50	-0.58	-1.08
2000/06	-0.50	-0.58	-1.08
2000/07	-0.45	-0.58	-1.08
2000/08	-0.43	-0.58	-1.08
2000/09	-0.21	-0.58	-1.08
2000/10	-0.43	-0.58	-1.08
2000/11	-0.43	-0.58	-1.08
2000/12	-0.46	-0.58	-1.08

<b>FECHA</b>	<b>GRUPO 25</b>	<b>GRUPO 26</b>	<b>GRUPO 27</b>
1993/01	-0.74	-0.53	-0.66
1993/02	-0.74	-0.55	-0.72
1993/03	-0.72	-0.54	-0.69
1993/04	-0.66	-0.55	-0.67
1993/05	-0.67	-0.55	-0.70
1993/06	-0.68	-0.56	-0.71
1993/07	-0.74	-0.55	-0.69
1993/08	-0.73	-0.54	-0.61
1993/09	-0.71	-0.55	-0.59
1993/10	-0.71	-0.54	-0.57
1993/11	-0.71	-0.54	-0.60
1993/12	-0.69	-0.52	-0.31
1994/01	2.23	-0.70	-0.20
1994/02	2.27	-0.70	0.08
1994/03	1.90	-0.70	0.08
1994/04	1.52	-0.59	-1.16

1994/05	1.63	-0.70	-0.01
1994/06	1.75	-0.60	0.20
1994/07	1.74	-0.60	0.28
1994/08	2.05	-0.59	2.64
1994/09	2.06	-0.70	0.37
1994/10	1.50	-0.59	0.41
1994/11	1.32	-0.58	0.49
1994/12	1.32	-0.70	0.63
1995/01	0.77	-0.61	0.96
1995/02	0.56	-0.61	1.03
1995/03	0.20	-0.63	1.10
1995/04	0.48	-0.63	1.28
1995/05	0.21	-0.63	1.81
1995/06	0.52	-0.63	2.17
1995/07	0.55	-0.63	2.67
1995/08	0.51	-0.62	2.76
1995/09	0.79	-0.61	2.73
1995/10	-0.38	-0.62	2.40
1995/11	-0.49	-0.63	2.62
1995/12	-0.45	-0.61	3.16
1996/01	0.61	1.52	-1.16
1996/02	0.63	1.69	-1.16
1996/03	0.68	1.91	-1.16
1996/04	0.81	1.91	-1.16
1996/05	0.79	1.88	-1.16
1996/06	0.70	1.84	-1.16
1996/07	0.43	1.79	-1.16
1996/08	0.16	1.86	-1.16
1996/09	0.17	1.94	-0.82
1996/10	0.23	2.20	-0.84
1996/11	0.33	2.20	-0.84
1996/12	0.34	2.18	-0.84
1997/01	-0.80	-0.35	-0.69
1997/02	-0.84	-0.32	-0.71
1997/03	-0.83	-0.34	-0.78
1997/04	-0.84	-0.35	-0.81
1997/05	-0.83	-0.34	-0.79
1997/06	-0.83	-0.33	-0.78
1997/07	-0.82	-0.23	-0.74
1997/08	-0.84	-0.18	-1.05



1997/09	-0.84	-0.20	-0.74
1997/10	-0.83	-0.20	-0.75
1997/11	-0.83	-0.29	-0.78
1997/12	-0.83	-0.28	-0.76
1998/01	1.33	2.02	0.29
1998/02	1.43	1.98	0.26
1998/03	-0.24	2.18	0.37
1998/04	-0.20	2.19	0.34
1998/05	-0.23	1.92	0.12
1998/06	-0.30	1.57	-0.18
1998/07	-0.28	1.29	-0.25
1998/08	-0.36	0.53	-0.52
1998/09	-0.39	0.59	-0.52
1998/10	-0.35	0.80	-0.47
1998/11	-0.36	0.92	-0.34
1998/12	3.96	0.56	-0.45
1999/01	-0.64	-0.70	0.16
1999/02	-0.61	-0.70	0.20
1999/03	-0.61	-0.70	0.23
1999/04	-0.57	-0.70	0.18
1999/05	1.20	-0.70	0.06
1999/06	-0.56	-0.70	-0.04
1999/07	-0.61	-0.70	-0.03
1999/08	-0.67	-0.70	-0.04
1999/09	-0.71	-0.70	0.07
1999/10	-0.72	-0.70	0.23
1999/11	-0.70	-0.70	0.16
1999/12	-0.69	-0.70	0.00
2000/01	-0.84	-0.51	0.31
2000/02	-0.84	-0.50	0.17
2000/03	-0.84	-0.49	0.24
2000/04	-0.84	-0.47	0.23
2000/05	-0.84	-0.54	0.14
2000/06	-0.84	-0.54	0.12
2000/07	-0.84	-0.50	0.10
2000/08	-0.84	-0.48	0.11
2000/09	-0.84	-0.47	0.06
2000/10	-0.84	-0.50	-0.10
2000/11	-0.84	-0.51	-0.08
2000/12	-0.84	-0.51	-0.07

FECHA	GRUPO 28	GRUPO 29	GRUPO 30
1993/01	1.70	1.15	-0.40
1993/02	1.57	0.79	-0.43
1993/03	1.60	1.09	-0.41
1993/04	1.72	1.49	-0.39
1993/05	1.60	1.30	-0.39
1993/06	1.59	1.23	-0.37
1993/07	1.51	1.45	-0.33
1993/08	1.49	1.89	-0.31
1993/09	1.45	1.97	-0.30
1993/10	1.53	2.26	-0.26
1993/11	1.85	2.59	-0.18
1993/12	2.71	3.57	-0.01
1994/01	-0.90	-1.15	0.68
1994/02	-0.90	-1.15	0.67
1994/03	-0.90	-1.15	0.49
1994/04	-0.90	-1.15	0.38
1994/05	-0.90	-1.15	0.29
1994/06	-0.90	-1.15	0.32
1994/07	-0.90	-1.15	0.26
1994/08	-0.90	-0.05	0.35
1994/09	-0.90	0.00	0.31
1994/10	-0.90	0.04	0.31
1994/11	-0.90	0.10	0.19
1994/12	-0.90	0.27	-0.13
1995/01	-0.69	0.05	-0.33
1995/02	-0.69	-0.04	-0.35
1995/03	-0.72	-0.08	-0.38
1995/04	-0.70	0.18	-0.30
1995/05	-0.70	0.32	-0.22
1995/06	-0.72	0.56	-0.03
1995/07	-0.70	0.69	0.06
1995/08	-0.69	0.95	0.05
1995/09	-0.67	1.02	0.01
1995/10	-0.70	1.11	-0.03
1995/11	-0.71	1.47	0.04

1995/12	-0.70	1.84	0.12
1996/01	0.67	-0.86	-0.47
1996/02	0.66	-0.83	-0.46
1996/03	0.71	-0.84	-0.78
1996/04	0.79	-0.83	-0.78
1996/05	0.75	-0.81	-0.78
1996/06	0.57	-0.82	-0.78
1996/07	0.58	-0.82	-0.78
1996/08	0.60	-0.83	-0.78
1996/09	0.72	-0.83	-0.78
1996/10	0.63	-0.82	-0.78
1996/11	0.59	-0.83	-0.78
1996/12	0.43	-0.85	-0.78
1997/01	-0.20	0.05	1.94
1997/02	-0.02	0.13	1.84
1997/03	0.00	0.03	1.83
1997/04	0.01	0.48	1.77
1997/05	0.06	0.48	1.92
1997/06	0.22	0.48	2.27
1997/07	0.54	0.48	2.24
1997/08	0.66	-1.15	2.55
1997/09	0.73	0.48	2.90
1997/10	0.70	0.48	2.98
1997/11	0.56	-1.15	2.89
1997/12	0.63	-1.15	3.20
1998/01	1.82	0.68	0.01
1998/02	1.68	0.67	0.04
1998/03	1.60	0.58	0.15
1998/04	1.62	0.79	0.23
1998/05	1.30	0.76	0.21
1998/06	0.90	0.67	0.13
1998/07	0.93	0.47	0.16
1998/08	1.02	-0.08	-0.08
1998/09	-0.57	-0.40	-0.21
1998/10	-0.49	-0.26	-0.21
1998/11	-0.52	-0.22	-0.11
1998/12	-0.52	-0.05	-0.21
1999/01	-0.89	-1.15	-0.78
1999/02	-0.90	-1.15	-0.78
1999/03	-0.89	-1.15	-0.78

1999/04	-0.90	-1.15	-0.78
1999/05	-0.90	-1.15	-0.78
1999/06	-0.90	-1.15	-0.78
1999/07	-0.90	-1.15	-0.78
1999/08	-0.90	-1.15	-0.78
1999/09	-0.90	-1.15	-0.78
1999/10	-0.90	-1.15	-0.78
1999/11	-0.90	-1.15	-0.78
1999/12	-0.90	-1.15	-0.78
2000/01	-0.90	-0.33	-0.78
2000/02	-0.90	-0.25	-0.78
2000/03	-0.90	-0.33	-0.78
2000/04	-0.90	-0.30	-0.78
2000/05	-0.90	-0.14	-0.78
2000/06	-0.90	-0.16	-0.78
2000/07	-0.90	0.00	-0.78
2000/08	-0.90	0.13	-0.78
2000/09	-0.90	0.06	-0.78
2000/10	-0.90	0.22	-0.78
2000/11	-0.90	0.20	-0.78
2000/12	-0.90	0.18	-0.78

## BIBLIOGRAFÍA

Cuadras M. Carles *"Métodos de análisis multivariante"*, EUB, Barcelona 1996.

Dallas E. Jonson, *"Métodos Multivariados aplicados al análisis de datos"*.

Jonson Richard A. *"Probabilidad y estadística para ingenieros de Miller y Freund"*, 5ta. ed. , Prentice Hall Barcelona 1997.

Batista Foguet Joan Manuel, Coenders Gallart Germá *"Modelos estructurales"*, La Muralla 2000.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil" 1990*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1991"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1992"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1993"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1994"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1995"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *Anuario bursátil 1996*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1997"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1998"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, *"Anuario bursátil 1999"*, BMV.

Bolsa Mexicana de Valores, "Anuario bursátil 2000", BMV.

Jefrey M. Wooldridge, "Introducción a la Econometría", Universidad estatal Michigan.

Black J. Ando J.F. Bradley, "Essential matematics for economics".

Jefrey M. Wooldridge, "Introducción a la Econometría", Universidad estatal Michigan.

Roberto Sampieri et al. "Metodología de la Investigación", México 2003, 706 pp.

#### Páginas en Internet

[http://www.uam.es/personal\\_pdi/psicologia/adarraga/studs/Josue/binet.htm](http://www.uam.es/personal_pdi/psicologia/adarraga/studs/Josue/binet.htm)

<http://www.uniovi.es/UniOvi/Apartados/Departamento/Psicologia/metodos/tutor.1/fac1.html>

[http://es.geocities.com/r\\_vaquerizo/Conjuntos\\_datos/GAS.TXT](http://es.geocities.com/r_vaquerizo/Conjuntos_datos/GAS.TXT)

<http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num9/index.html>