

01121  
83



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

División de Ingeniería Civil Topográfica y Geodésica

DETECCIÓN Y ESTIMACIÓN DE DAÑO EN MARCOS  
EN 2 Y 3D

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO CIVIL

PRESENTAN:

Sergio Alberto Li Alcayaga  
Juan Herrera Romero

DIRECTOR DE TESIS:  
Dr. José Alberto Escobar Sánchez

CD. UNIVERSITARIA, OCTUBRE DE 2003

Q



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# *Agradecimientos*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México.*

*Por brindarnos la oportunidad de formarnos como profesionistas.*

*A la Facultad de Ingeniería.*

*Por obsequiarnos los conocimientos que nos han permitido llegar hasta este punto*

*Al Dr. José Alberto Escobar Sánchez*

*Por el apoyo y dirección en la realización de este trabajo*

*A mi madre*

*Gloria Alcayaga Martorell*

*Por todo tu apoyo, comprensión y sobre todo al cariño que me has dado a lo largo de mi vida. Jamás podré terminar de agradecerte todo lo que has hecho por mí.*

*A mi Padre*

*Antonio Gen Li Diaz*

*Gracias Padre por la guía, el cariño y la confianza que siempre depositaste en mí, ya que sin ellas habría sido muy difícil llegar a donde he llegado*

*A mi hermano*

*Antonio Li Alcayaga*

*Gracias por tu comprensión, cariño y apoyo*

*A mis sobrinos*

*Por su alegría y cariño, y por llenar un poquito ese gran hueco que ha dejado con su partida*

*A mis amigos*

*Por brindarme su amistad, su apoyo, y sobre todo por estar ahí siempre juntos en los buenos y malos momentos*

*Sergio Di Alcayaga*

*A ti, Oh Dios de mis padres confieso y te alabo, que me diste sabiduría y fortaleza, y ahora me enseñaste lo que te pedí.*

*Dn. 2:23*

*Dando gracias siempre de todo al Dios y Padre en el nombre de nuestro Señor Jesucristo.*

*Ef. 5:20*

*A Dios*

*Por el Señor Jesucristo, que me amó y me hizo su hijo.  
Por que me ha permitido terminar una etapa más en la vida, a quien debo todo lo que tengo y lo que soy, y me ha dado la capacidad para seguir en el camino que tiene preparado para mí.*

*A mi madre*

*Quien a pesar de todas las circunstancias se esforzó por mí y por mis hermanos, y ha sido un ejemplo para mi vida.*

*A mi padre*

*Que me apoyó más allá de sus fuerzas y me ha enseñado a vivir.*

*A mis hermanos*

*Por ser parte fundamental en mi formación personal.*

*A Natalia*

*Por estar conmigo todo este tiempo.*

*A todos mis amigos y aquellos que en determinado momento estuvieron a mi lado.*

*Juan Herrera Romero.*

# **PAGINACIÓN DISCONTINUA**



# ÍNDICE

<b>ÍNDICE</b> .....	<b>I</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I</b> .....	<b>5</b>
<b>I. ANTECEDENTES</b> .....	<b>5</b>
<b>I.1 GENERALIDADES</b> .....	<b>5</b>
I.1.1 Efectos del daño estructural .....	7
I.1.2 Las primeras investigaciones .....	7
I.1.3 Clasificación de los métodos de detección de daño .....	8
<b>I.2 MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL</b> .....	<b>9</b>
I.2.1 Métodos basados en los cambios de frecuencia .....	9
I.2.2 El problema directo .....	10
I.2.3 El problema inverso .....	10
I.2.4 Cambios en las formas modales .....	11
I.2.5 Métodos basados en la medición dinámica de la matriz de flexibilidad .....	11
I.2.6 Método de la matriz error de la rigidez .....	12
I.2.7 Método de actualización de la matriz .....	12
<b>I.3 MÉTODOS BASADOS EN LA COMPARACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES</b> .....	<b>13</b>
I.3.1 Métodos basados en pruebas estáticas .....	13
I.3.2 Métodos basados en pruebas dinámicas .....	14
<b>I.4 OBJETIVOS Y ALCANCES</b> .....	<b>16</b>
<b>CAPÍTULO II</b> .....	<b>19</b>
<b>II. TEORÍA ESTRUCTURAL</b> .....	<b>19</b>
<b>II.1 ANÁLISIS ESTRUCTURAL</b> .....	<b>20</b>
II.1.1 Equilibrio estático .....	20
II.1.2 Relación esfuerzo-deformación .....	20
II.1.3 Ley de comportamiento .....	21
II.1.4 Deformación .....	22
II.1.5 Grados de libertad .....	23
II.1.6 Método de rigideces .....	23



II.1.7	Matriz de rigidez.....	24
II.1.8	Método de los desplazamientos o de la rigidez .....	26
<b>II.2</b>	<b>DINÁMICA ESTRUCTURAL .....</b>	<b>27</b>
II.2.1	Periodo natural de vibración .....	27
II.2.2	Grado de un sistema .....	28
II.2.3	Modo natural de vibración .....	29
II.2.4	Resonancia y amortiguamiento.....	30
II.2.5	Ecuaciones de movimiento .....	30
<b>II.3</b>	<b>CONDENSACIÓN ESTÁTICA .....</b>	<b>36</b>
II.3.1	Reducción de Guyan. Condensación en 2D .....	36
II.3.2	Condensación en 3D .....	39
<b>CAPÍTULO III.....</b>	<b>47</b>	
<b>III. DAÑO EN ESTRUCTURAS.....</b>	<b>47</b>	
<b>III.1 SUPERVISIÓN DE ESTRUCTURAS.....</b>	<b>48</b>	
III.1.1	Componentes básicos de los sistemas de supervisión .....	49
III.1.2	Supervisión estructural, (nociones básicas) .....	50
III.1.3	Evaluación de la supervisión .....	50
III.1.4	Supervisión durante la construcción de una nueva estructura .....	50
III.1.5	Supervisión durante las pruebas.....	51
III.1.6	Supervisión durante el servicio .....	51
<b>III.2 TIPOS DE DAÑO.....</b>	<b>52</b>	
III.2.1	Daño por sismo .....	53
III.2.2	Clasificación de daño en estructuras de concreto reforzado.....	55
III.2.3	Daño causado por fuego.....	60
III.2.4	Daño en construcciones de mampostería .....	61
<b>III.3 EVALUACIÓN DE DAÑO Y RESISTENCIA RESIDUAL DE UNA ESTRUCTURA.....</b>	<b>62</b>	
III.3.1	Reservas de resistencia en las obras.....	67
<b>III.4 REPARACIONES Y MEDIDAS DE PREVENCIÓN.....</b>	<b>68</b>	
III.4.1	Medidas de prevención.....	72



<b>CAPÍTULO IV.....</b>	<b>73</b>
<b>IV. DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL CON LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN .....</b>	<b>73</b>
<b>IV.1 ESTIMACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES LATERAL DE LA ESTRUCTURA.....</b>	<b>73</b>
IV.1.1 Métodos directos.....	75
IV.1.2 Métodos basados en los multiplicadores de Lagrange .....	77
IV.1.3 Métodos basados en la mezcla de matrices.....	79
IV.1.4 Métodos basados en la matriz de error.....	81
IV.1.5 Método de la matriz de flexibilidades.....	81
IV.1.6 Estimación de la matriz de rigideces con la Descomposición de Valores Singulares (DVS).....	83
IV.1.7 Comentarios de los métodos .....	88
<b>IV.2 DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS .....</b>	<b>89</b>
<b>IV.3 DETECCIÓN DE DAÑO EN MARCOS PLANOS.....</b>	<b>91</b>
IV.3.1 Finalización del algoritmo.....	98
IV.3.2 Consideraciones adicionales del método .....	98
IV.3.3 Algoritmo del método de detección de daño para estructuras bidimensionales .....	99
<b>IV.4 DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS TRIDIMENSIONALES 100</b>	
IV.4.1 Consideraciones adicionales del método .....	107
IV.4.2 Algoritmo del método de detección de daño para marcos tridimensionales .....	107
<b>CAPÍTULO V.....</b>	<b>109</b>
<b>V. CONSIDERACIONES DEL MÉTODO .....</b>	<b>109</b>
<b>V.1 CONSIDERACIONES FÍSICAS .....</b>	<b>110</b>
V.1.1 Linealidad .....	110
V.1.2 Diafragma rígido. Sistema de masas y resortes.....	111
V.1.3 Interacción suelo estructura. Suposición de base rígida.....	111
V.1.4 Incertidumbres inherentes a la estructura .....	112
V.1.5 Dificultad de obtener los modos superiores de vibración.....	112
<b>V.2 CONSIDERACIONES MATEMÁTICAS.....</b>	<b>113</b>
V.2.1 Sistemas mal condicionados .....	114
V.2.2 Número de condición de una matriz .....	114
V.2.3 Descomposición en valores singulares (DVS).....	116



<b>CAPÍTULO VI.....</b>	<b>119</b>
<b>VI. EJEMPLOS DE APLICACIÓN .....</b>	<b>119</b>
<b>VI.1 ESTIMACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES A PARTIR DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE LA ESTRUCTURA. MARCO PLANO DE 5 NIVELES.....</b>	<b>119</b>
<b>VI.2 MÉTODO DE DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL. MARCO PLANO DE 3 NIVELES .....</b>	<b>131</b>
<b>VI.3 MARCO STC.....</b>	<b>142</b>
<b>VI.4 MARCO TRIDIMENSIONAL .....</b>	<b>147</b>
<b>VI.5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>157</b>
VI.5.1 Estimación de la matriz de rigideces a partir de las propiedades dinámicas de la estructura. Marco plano de 5 niveles .....	157
VI.5.2 Método de detección de daño estructural. Marco plano de 3 niveles .....	158
VI.5.3 Marco STC.....	160
VI.5.4 Marco tridimensional .....	161
 <b>CAPÍTULO VII.....</b>	 <b>165</b>
<b>VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>165</b>
 <b>REFERENCIAS.....</b>	 <b>171</b>



# **INTRODUCCIÓN**

**E**n el transcurso de la historia, el hombre ha buscado la manera de dar solución a sus necesidades, desde alimentación hasta la necesidad de protegerse de la intemperie. Conforme evolucionaron los grupos humanos, fueron surgiendo requerimientos cada vez mayores, viéndose en la necesidad de construir sus propios espacios desarrollando la infraestructura necesaria para satisfacer el crecimiento como sociedad. De la misma manera en que las sociedades crecieron, lo hicieron las edificaciones, realizando estructuras cada vez más grandes. A raíz de esto y de las solicitudes a las que estaban expuestas dichas estructuras, surgió la necesidad de conocer el estado en el que estas se encontraban.

Los avances en la tecnología han permitido realizar estructuras cada vez más seguras a través de programas de cómputo, materiales que satisfagan los requerimientos constructivos para las obras en constante evolución, así como maquinaria y equipo más eficiente. Paralelamente, la investigación en el campo de la identificación de daño estructural se desarrolló con el fin de conocer el estado de daño en las estructuras existentes.

Actualmente, uno de los campos de investigación mayormente explotados por la ingeniería civil, mecánica y aeroespacial, es la posibilidad de determinar, en una fase temprana, el daño estructural y no estructural con base en la supervisión de las propiedades de las estructuras.

En los años recientes ha habido un gran incremento en la investigación de los métodos de detección de daño, esto se debe a una serie de factores. Fallas como la del avión de aerolíneas Aloha que perdió parte de la coraza en pleno vuelo, generó una gran cobertura en medios de comunicación y puso en la opinión pública la necesidad de contar con métodos capaces de estimar y detectar daño en



las estructuras en una etapa temprana. Otro factor importante es el costo asociado con la reparación y el mantenimiento de la infraestructura que ya cuenta con un cierto período de vida útil. Otros factores se asocian con el desarrollo tecnológico referente a la memoria y velocidad de cálculo de las computadoras, avances en sensores, la adaptación y los avances en los métodos de análisis estructural como el del elemento finito, adaptación de las pruebas modales, y el desarrollo de métodos de identificación de sistemas no lineales. Toda esta tecnología ha contribuido a los avances en los métodos de detección de daño basado en los cambios de las características de las estructuras.

Existen varios métodos para determinar el daño estructural, entre ellos se encuentran las inspecciones visuales, métodos acústicos y ultrasónicos, radiográficos y térmicos. La problemática que presenta la evaluación del daño con este tipo de métodos es que se necesita tener un conocimiento previo de la zona dañada en la estructura y que esta sea accesible. Sujetos a estas limitaciones, estos métodos experimentales pueden detectar el daño en o cerca de la superficie de la estructura, sin embargo, generalmente son difíciles de aplicar debido a que se requiere de la exposición completa de los elementos, haciendo dichos métodos imprácticos.

La necesidad de contar con métodos de detección que puedan ser aplicados de una manera global a estructuras complejas, ha conducido al desarrollo de procedimientos que examinan cambios en los modos de vibrar de las mismas. Estos presentan la ventaja de no requerir la exposición directa de los elementos estructurales dañados y poder así evaluar la totalidad de la estructura a través de una adecuada instrumentación. Lo anterior se refleja directamente en la reducción del tiempo de evaluación y disminución en el impacto de operación de la estructura, minimizando así el costo del proyecto.

La idea básica de estos métodos, consiste en que los parámetros modales (las frecuencias y las formas de vibrar) son función de las propiedades físicas de la estructura (la masa, el amortiguamiento, y la rigidez). Por lo tanto, los cambios en



las propiedades físicas causarán cambios en las propiedades modales de la estructura.

En este trabajo se presenta un método que utiliza las características modales para detectar daño en las estructuras. Básicamente consta de la construcción del modelo analítico de la estructura real en su estado inicial o sin daño. Posteriormente, reconstruye un modelo para el estado dañado a partir de la medición de las formas modales y frecuencias de vibración. Finalmente, compara ambos modelos localizando de esta manera el daño en la estructura y estimando la magnitud del mismo en los elementos estructurales.

Se desarrolló un programa de cómputo, para este método basado en la condensación de los grados de libertad del modelo analítico a través de la matriz de transformación, y los compara con los que es posible medir de la estructura real, determinando la aportación de cada elemento a la rigidez de la estructura. Esta matriz puede ser estimada para el estado dañado a partir de la correspondiente al estado no dañado mediante un proceso iterativo. Dicho programa tiene la particularidad de presentar los resultados de forma gráfica de tal manera que se facilita la identificación de los elementos dañados, así como el grado de daño de los elementos estructurales afectados.

En el capítulo 1 se presenta una reseña de las investigaciones realizadas en el campo de la detección de daño estructural, así como diversos métodos que trabajan sobre todas las propiedades de la estructura.

En el capítulo 2 se presenta una revisión de los métodos de análisis estructural, y los principales conceptos de dinámica estructural en que se basa el método de detección de daño estructural presentado.

En el capítulo 3 se presentan los principales conceptos asociados con el daño en las estructuras, como es la supervisión en las diversas etapas de la vida de las edificaciones, así como los tipos de daño existentes y la forma de clasificarlos.



Finalmente se discuten algunos aspectos referentes a la reparación de estructuras dañadas.

En el capítulo 4 se presenta la metodología de cálculo propuesta para la detección y estimación del daño en estructuras. En este capítulo se muestra una serie de métodos que son capaces de determinar la matriz de rigideces de una estructura para determinar su estado dañado a partir de sus propiedades dinámicas medidas, y por otra parte se muestra el método de detección de daño basado en la matriz de transformación para los casos de modelos bidimensional y tridimensional de las estructuras.

En el capítulo 5 se presentan algunas consideraciones tomadas para poder aplicar el método de detección propuesto. Estas consideraciones abarcan tanto los conceptos físicos del problema en estudio como las consideraciones matemáticas. De manera particular se expone el método de descomposición de valores singulares (DVS), para la solución de sistemas de ecuaciones que es una parte fundamental en cada uno de los procesos que intervienen en el método propuesto.

En el capítulo 6 se expone una serie de ejemplos que permiten evaluar el desempeño de los métodos propuestos. Se presenta el ejemplo de un marco plano de 5 niveles en donde se aplican cada uno de los métodos que nos permiten estimar la matriz de rigideces de la estructura para el estado dañado a partir de las propiedades dinámicas. También se muestran dos ejemplos de detección y evaluación de daño en marcos planos. Finalmente se plantea un problema tridimensional.

En el capítulo 7 se presentan las conclusiones y recomendaciones del trabajo realizado.







## **I. ANTECEDENTES**

**L**os avances científicos en la época actual no solo se manifiestan en nuevos conceptos, sino que se busca optimizar de alguna manera la tecnología tradicional retomando los métodos ya conocidos como una base para el mejoramiento de la mismos. Por lo anterior, es de vital importancia mantenerse actualizado y de esta manera obtener los beneficios que la ciencia ofrece para aplicarlos tanto en la vida diaria como en proyectos de gran envergadura. Debido a estos impulsos científicos se han realizado una serie de investigaciones que han relacionado los conceptos de análisis y diseño estructural con investigaciones en el campo de la detección y evaluación de daño en estructuras. A continuación se presentan algunas de estas investigaciones.

### **I.1 GENERALIDADES**

Dentro de la ingeniería estructural, una rama de estos avances ha surgido a partir de la creciente preocupación acerca del estado de estructuras existentes, especialmente después de terremotos, impulsando numerosos estudios basados en diversas técnicas de evaluación no destructivas para la detección de daño.



Los procedimientos más comunes de evaluación de estructuras usualmente consisten en inspecciones visuales y métodos destructivos o no destructivos que dependen de la localización física del daño.

Generalmente, las técnicas de inspección local consisten en aportar una cantidad de "energía" relativamente pequeña en las proximidades de la localización sospechada del daño y examinar su respuesta. Estas técnicas están en función de las diferentes formas y características de la energía incidente. Por ejemplo, mecánica, radiográfica, electromagnética y ultrasónica, Samman y Biswas, (1994). Sin embargo, estos procedimientos presentan también algunas limitaciones, Salawu y Williams, (1995), como son:

- Partes ocultas e inaccesibles de las estructuras son difíciles o imposibles de inspeccionar.
- La calidad del proceso depende comúnmente de la experiencia y conocimiento del personal que realiza la inspección.
- El resultado del análisis realizado en una determinada área de la estructura no necesariamente representa la situación de otra. En consecuencia, sería necesario hacer mediciones en una gran cantidad de puntos con objeto de obtener una buena representación de la situación global de la estructura.

Estas restricciones ocasionan que el proceso sea largo, tedioso y costoso. Considerando estas limitaciones, una mejor alternativa para la evaluación de estructuras es la basada en índices globales. De esta manera, cualquier daño o pérdida de integridad de la estructura puede ser detectada mediante la medición de parámetros globales en pocos puntos fácilmente accesibles de la misma.

En ese sentido, los ensayos de vibración y el análisis modal de las estructuras permiten medir sus propiedades dinámicas globales para poder evaluar, indirectamente, su integridad estructural. Ya que como cada modo de vibración se caracteriza por una distribución de energía diferente, una pérdida de rigidez local, afectará a cada modo en forma diferente, dependiendo de su ubicación y magnitud.



Como resultado del daño, local o global, se produce una reducción en la rigidez y así como de la energía libre almacenada en el cuerpo. Como la respuesta dinámica es gobernada por los parámetros del sistema (rigidez, masa y amortiguamiento), cualquier cambio en los mismos implicará cambios en la respuesta vibratoria caracterizada por los parámetros modales (frecuencias naturales y modos de vibración).

### 1.1.1 Efectos del daño estructural

El comportamiento dinámico de las estructuras se define por un infinito número de frecuencias naturales y sus correspondientes modos de vibración, los cuales son determinados en función de la geometría, distribución de masas, rigideces y condiciones de contorno. Entre esos parámetros, los cambios en la rigidez están directamente relacionados con cambios en las condiciones de seguridad de la estructura. Numerosos estudios indican que el incremento del daño estructural se refleja en una reducción de las frecuencias naturales de la estructura. Cawley y Adams, (1979) detectaron que los modos de vibración en una viga dañada son afectados de diferente forma de acuerdo a la localización del daño en la misma.

### 1.1.2 Las primeras investigaciones

La mayoría de los desarrollos modernos en los métodos de detección de daño, basados en las propiedades modales, han surgido de estudios realizados en los años 70s y 80s por la industria petrolera en plataformas marinas. Sin embargo, dichos estudios no fueron exitosos, debido a que las mediciones únicamente pudieron ser hechas por encima de la línea de mar y únicamente se obtuvieron datos de las frecuencias de vibración. Las condiciones ambientales como las marinas, llegan a adherir considerable masa a la estructura. El ruido por el equipo y los cambios de masa asociados con los cambios en los niveles de fluido en los tanques corrompen los datos. Debido a estos inconvenientes, las investigaciones no fueron exitosas y la industria petrolera abandonó esta tecnología a mediados de los 80s.



### I.1.3 Clasificación de los métodos de detección de daño

Los efectos del daño en una estructura pueden clasificarse como lineales y no lineales.

Una situación de daño lineal se define como el caso en que la estructura permanece, como lo estaba en el estado inicial, en el intervalo de comportamiento elástico-lineal después de haber sufrido el daño. El cambio en las propiedades modales es resultado del cambio en la geometría y/o cambios en las propiedades de los materiales que conforman la estructura, pero su respuesta puede seguir siendo modelada utilizando ecuaciones lineales de movimiento.

El daño no lineal se define como el caso en que después del daño, la estructura se comportan de manera no lineal saliéndose del intervalo de comportamiento elástico-lineal en que inicialmente se encontraba. Un ejemplo de daño no lineal es la formación de grietas por fatiga que subsecuentemente se abren y cierran bajo el funcionamiento normal de vibración. Cabe mencionar que la mayor parte de la investigación se ha centrado en la detección de daño lineal.

Otro sistema de clasificación para los métodos de detección de daño estructural es el propuesto por Rytter (1993) en el cual, se definen cuatro niveles de identificación de daño los cuales son:

Nivel 1: Determinación de que el daño está presente en la estructura

Nivel 2: Localización geométrica del daño

Nivel 3: Cuantificación de la severidad del daño

Nivel 4: Predicción de la vida útil restante de la estructura.

Hasta la fecha, la mayoría de los métodos de identificación de daño no utilizan un modelo de la estructura para el estado inicial o no dañado. Estos métodos únicamente pueden llegar a estimar los niveles 1 y 2. Existen otros procedimientos



en donde se utiliza un modelo de la estructura y se compara contra los resultados medidos. Estos métodos, en algunos casos, pueden estimar los niveles 1,2 y 3. Para el nivel 4 de predicción, generalmente está asociado con registros de fracturas y análisis de fatiga.

## **I.2 MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL**

A continuación se presenta una reseña de diversos métodos que examinan los cambios en las vibraciones medidas para estimar, localizar y evaluar el daño en sistemas estructurales. Los métodos se clasifican de acuerdo al tipo de datos medidos y/o la técnica de identificación de daño utilizada para medir los datos.

### **I.2.1 Métodos basados en los cambios de frecuencia**

La observación de que cambios en las propiedades estructurales ocasionan cambios en las frecuencias de vibración fue la idea fundamental para usar los métodos modales para la identificación de daño.

Debe notarse que los cambios de la frecuencia de vibración tienen limitaciones prácticas significantes al ser aplicados en la detección de daño para algunos tipos de estructuras. La baja sensibilidad de los cambios de algunas frecuencias de vibración para cierto tipo de daño requiere tanto medidas muy precisas, como grandes niveles de energía incidente.

Las frecuencias modales al ser una propiedad global de la estructura, no dejan claro qué cambios en este parámetro pueden usarse para identificar los daños existentes. En otras palabras, las frecuencias de vibración generalmente no pueden proporcionar información espacial sobre cambios estructurales. Una excepción a esta limitante ocurre en frecuencias modales más altas, donde los modos son asociados con las respuestas locales.



Sin embargo, las limitaciones prácticas involucradas con la excitación y extracción de estos modos locales de vibrar, causados en parte por la alta densidad modal, pueden hacerlos difíciles de identificar. Múltiples cambios de frecuencia pueden proporcionar información espacial sobre el daño estructural porque los cambios en la estructura en diferentes lugares causarán combinaciones diferentes de cambios en las frecuencias modales. Sin embargo, como lo señalan diferentes autores, a menudo hay un número insuficiente de frecuencias con bastantes cambios significativos para determinar la situación del daño localmente.

### 1.2.2 El problema directo

El problema directo usualmente puede detectar el daño en el nivel 1. Este método consiste en calcular los cambios en las frecuencias de vibración para un tipo conocido de daño. Usualmente el daño es modelado matemáticamente, y las mediciones son comparadas contra el modelo matemático para determinar el daño.

Friswell, et al. (1994) presentaron el resultado de un intento por identificar el daño basado en un catalogo de escenarios de daño probables. El método consistía en calcular las frecuencias para la estructura no dañada y posteriormente calcular las frecuencias con los posibles escenarios de daño. Posteriormente realizó una relación entre el posible escenario y la estructura original. Finalmente, comparando los valores de las frecuencias mediadas, se obtenía una estimación del daño.

### 1.2.3 El problema inverso

El problema inverso que usualmente puede detectar los niveles de daño 2 y 3, consiste en calcular los parámetros del daño, por ejemplo la longitud de las grietas y/o su localización, para los cambios de las frecuencias de vibración.

Stubbs y Osegueda, (1990) desarrollaron un método de detección de daño usando la sensibilidad en los cambios de las frecuencias de vibración. Este método está basado en el trabajo realizado por Cawley y Adams (1979) (ref. 0). En este método,



el error está en función del modo  $i$  del elemento estructural  $p$ . Este método supone que solamente hay un elemento dañado. Aquel que minimiza dicho error se determina como el miembro dañado. Se demuestra que este método produce resultados más exactos que el método anterior, donde el número de miembros estructurales es mucho mayor que el número de modos medidos.

#### 1.2.4 Cambios en las formas modales

West, (1984), presentó lo que posiblemente fue el primer uso sistemático de las formas modales como fuente de información para la localización de daño estructural sin el uso de un modelo de elemento finito, (MEF). El autor usa el criterio de correlación modal, que en inglés tiene las siglas "MAC" (Modal Assurance Criteria) para determinar el nivel de correlación entre los modos de un elemento sin daño y uno con daño.

#### 1.2.5 Métodos basados en la medición dinámica de la matriz de flexibilidad

Otra clase de método de identificación de daño usa la medición dinámica de la matriz de flexibilidades para estimar cambios en el comportamiento estático de las estructuras. Debido a que la matriz de flexibilidades se define como la inversa de la matriz de rigideces, relaciona las fuerzas estáticas aplicadas con los desplazamientos obtenidos. Por este motivo, cada columna en la matriz de flexibilidades está asociada con el patrón de desplazamientos de la estructura asociado con una fuerza unitaria aplicada en el respectivo grado de libertad. Así, la matriz de flexibilidades medida, puede ser estimada desde las formas modales y frecuencias medidas. La formulación de la matriz de flexibilidades por este método es aproximada, debido al hecho de que solo algunos de los primeros modos son medidos. La síntesis de la matriz de flexibilidades estática completa, requiere que sean medidos todos los modos y las frecuencias de vibrar de la estructura.



Usualmente, el daño en la estructura es detectado realizando una comparación entre la matriz de flexibilidades para el modelo inicial y la matriz de flexibilidades sintetizada utilizando los modos medidos. Debido a la relación inversa entre el cuadrado de las frecuencias modales, la matriz de flexibilidades medida es más sensible a los cambios en las frecuencias modales bajas de la estructura.

### 1.2.6 Método de la matriz error de la rigidez

El método de la matriz de error en la rigidez está basado en el cálculo de una matriz de error que está en función de los cambios en la flexibilidad en la estructura y la matriz de rigideces para su estado no dañado. He y Ewins (1986), presentaron el método de la matriz de error de la rigidez como un indicador entre los parámetros medidos y las matrices de masas y rigideces analíticas.

Para la detección de daño, la matriz de rigideces generalmente provee más información que la matriz de masas, por este motivo es más utilizada en el método de la matriz de error.

### 1.2.7 Método de actualización de la matriz

Otra clase de método de identificación de daño es el basado en la modificación de las matrices estructurales como la matriz de masa, de rigidez, y de amortiguamiento para reproducir lo más cercano posible los datos de la respuesta dinámica o estática. Estos métodos resuelven, para la matriz actualizada (o perturbaciones al modelo nominal que produce la matriz actualizada) un problema de optimización simplificado basado en las ecuaciones estructurales de movimiento, el modelo nominal, y los datos medidos. Las comparaciones de las matrices actualizadas con las originales proporcionan una indicación de daño y pueden usarse para cuantificar su localización y magnitud.





## **I.3 MÉTODOS BASADOS EN LA COMPARACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES**

Se han desarrollado varias formulaciones para ajustar la matriz de rigidez del modelo analítico a partir de los modos medidos de la estructura. Sin embargo, dichas formulaciones afectan la conectividad original de la matriz de rigidez de la estructura cuando no se conocen todos sus modos.

Entre otras formulaciones realizadas tomando en cuenta las restricciones de conectividad de la matriz de rigidez, Kabe (1985) (ref. 0) propuso un algoritmo tomando en cuenta estas restricciones, dando como resultado un método demasiado tedioso para estructuras grandes.

### **I.3.1 Métodos basados en pruebas estáticas**

Sheena et al en (1982) presentaron un método que minimiza la diferencia entre la matriz de rigidez del modelo analítico y la obtenida de pruebas en la estructura real. En este método se conservan las restricciones de conectividad de la matriz de rigidez. Sin embargo, para su aplicación es necesario medir los desplazamientos en todos los grados de libertad de la estructura, lo cual lo hace poco práctico para una estructura de pocos niveles y de alto grado de dificultad en el caso de una estructura grande.

Sanayei y Nelson (1986) presentaron un método de identificación de parámetros en estructuras elásticas sujetas a cargas estáticas. La rigidez de los elementos estructurales se obtiene mediante la aplicación de fuerzas y la medición de desplazamientos en un mismo grupo de grados de libertad de la estructura.

Clark (1989), presentó un algoritmo similar al presentado por Sanayei y Nelson (1986) para la obtención de la rigidez de los elementos estructurales. En este método no es necesario medir los desplazamientos en todos los grados de libertad



donde se aplican las fuerzas. Este autor expandió su algoritmo para utilizar los desplazamientos modales como dato.

### 1.3.2 Métodos basados en pruebas dinámicas

Kashangaki (1992), propuso un parámetro para medir la sensibilidad de la solución del problema de valores y vectores característicos del modelo analítico de una estructura ante modificaciones en la rigidez de sus elementos estructurales. El método requiere que las propiedades que definen la rigidez de estos elementos: (módulo de elasticidad, momento de inercia, área transversal, etc.), sean seleccionadas de tal forma que puedan ser modificadas, lo cual representa una dificultad práctica cuando el número de estas variables es grande. El método evalúa de forma separada los problemas de localización y cálculo de la magnitud de daño.

Hjelmstad et al (1992), propusieron un método de identificación de parámetros en estructuras lineales denominado método de la energía residual mutua. Este se basa en la suposición de que la topografía y la geometría de la estructura son conocidas. La matriz de rigidez del sistema estructural se expresa mediante el ensamble de matrices elementales. El método utiliza el principio del trabajo virtual, del cual se derivan ecuaciones para la estimación de los parámetros de rigidez y de masa de la estructura.

Kashangaki et al (1992), mostraron la importancia del uso de la energía de deformación para predecir el comportamiento y la localización de daño en estructuras. Establecieron que ésta es una opción adecuada para seleccionar los modos medidos experimentalmente que pueden ser utilizados en la evaluación de daño estructural.

Linder et al (1993), en su método definen el daño como una disminución de la rigidez a nivel elemento estructural. Estos investigadores observaron que el daño en los elementos estructurales de una armadura causó cambios considerables en



los componentes de su matriz de rigidez global. Con base en esto, el método propuesto localiza y calcula la magnitud del daño en estos elementos de forma simultánea.

Prion y Rezaik (1996), realizaron pruebas de vibración forzada en un modelo a escala de un edificio de acero de cuatro niveles que fue probado hasta la falla utilizando cargas cíclicas laterales. Este modelo estuvo sujeto a mediciones de vibración antes y después de la carga. Las comparaciones de las características dinámicas medidas antes y después de la aplicación de ésta mostraron un cambio considerable en las frecuencias y formas modales de vibración del edificio para el estado dañado y no dañado.

Cobb y Liebst (1997), presentaron un método de detección de daño que considera el número limitado de formas modales y frecuencias de vibración que es posible medir experimentalmente. Para minimizar la diferencia entre los parámetros modales medidos y los obtenidos del modelo analítico, el método emplea un programa de optimización que se resuelve mediante un proceso iterativo. El daño se evalúa determinando los cambios en la rigidez de los elementos estructurales.

Sohn y Law (1997), presentaron un método probabilista de detección de daño estructural que toma en cuenta el efecto de las incertidumbres existentes en la medición de los parámetros modales de la estructura. Este método tiene limitaciones en la evaluación del daño cuando el número de elementos dañados es considerable.

Sugahara (1997), presenta un método que relaciona la disminución en la rigidez de los elementos estructurales con los cambios en los términos de la matriz de la rigidez lateral de un marco plano. Esta relación permite generar una matriz de sensibilidad característica para cada estructura, con la cual es posible detectar el daño estructural se conoce la matriz de rigidez lateral para el estado dañado del marco.



Sosa (1998), desarrolló un método para localizar y estimar daño estructural que utiliza como dato la matriz de rigidez condensada de una estructura. El método se basa en el hecho de que la matriz de transformación geométrica que condensa la matriz de rigidez global del modelo analítico, puede ser estimada para su estado dañado a partir de la correspondiente a su estado no dañado. Mediante un proceso iterativo se detectan los elementos estructurales dañados.

Fierro (2001), basado en el método desarrollado por Sosa (1998), presenta un método con el cual la evaluación de daño en cada elemento estructural se realiza de forma independiente. Tomando en cuenta la cantidad limitada de grados de libertad que es posible medir en un edificio a través de su instrumentación para determinar sus parámetros modales. Considera el ambiente de incertidumbre debido al ruido en pruebas, errores en suposiciones y simplificaciones hechas al modelo analítico e incertidumbres inherentes a la estructura.

## **1.4 OBJETIVOS Y ALCANCES**

En el presente documento se muestra un método que permite detectar, localizar y estimar el daño estructural, valiéndose de las formas modales y frecuencias medidas en una estructura.

Como se ha visto en los antecedentes previos, existe un gran interés por parte de la comunidad de ingenieros de contar con métodos de detección y evaluación estructural que permitan conocer el estado global de una estructura, mediante la medición y comparación de las propiedades dinámicas de las mismas.

Por otro lado, hasta el momento no se ha llegado a encontrar métodos que puedan ser ampliamente aplicados, debido a que los grados de libertad que se pueden llegar a medir en una estructura, en comparación con los grados de libertad globales, es mínimo.



Por lo tanto, se llega a problemas en donde la cantidad de información que se tiene de las mediciones de las propiedades dinámicas es mínima, en comparación con la información requerida para poder hacer una correcta evaluación de cada uno de los elementos que conforman una estructura.

Con base en esta problemática se ha desarrollado un método que es capaz de analizar la totalidad de los elementos que componen una estructura, a partir de los datos de ciertos grados de libertad medidos. Este método está basado en la comparación de las matrices de rigideces, de la estructura, tanto para el estado dañado como para el modelo analítico que representa la estructura para su estado inicial o no dañado.





TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



## II. TEORÍA ESTRUCTURAL

**L**a teoría estructural describe el comportamiento de las estructuras sometidas a varios tipos de carga y predice la resistencia y deformaciones de las mismas. Las fórmulas y métodos de diseño basados en la teoría estructural, cuando se verifican, garantizan que una estructura sometida a las cargas especificadas no sufrirá daño estructural. Tal daño existe cuando cualquier parte de una estructura es incapaz de funcionar en forma satisfactoria y pueden estar indicados por deformaciones elásticas excesivas, deformaciones inelásticas o fluencia, fractura o colapso.

Para satisfacer las necesidades de diseño y análisis, la teoría estructural relaciona las propiedades y arreglos de los materiales con el comportamiento de las estructuras hechas con éstos. Sin embargo, si la teoría estructural tomará en cuenta todas las variables implicadas, sería demasiado complicada para usarse prácticamente en la mayoría de los casos. Por lo que la práctica común es formular suposiciones simplificadoras que produzcan resultados consistentes y suficientemente precisos.

Para comprender el funcionamiento del método de detección de daño en estructuras que se presenta en esta tesis, es necesario tener claros una serie de conceptos e hipótesis en que se basa. Por tal motivo, en este capítulo, se presenta



de manera breve la mayoría de estos conceptos, hipótesis y métodos, que ayudarán al entendimiento del tema principal.

## II.1 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

### II.1.1 Equilibrio estático

Si una estructura y sus componentes están soportadas de tal forma que después de ocurrir una pequeña deformación no es posible ningún movimiento adicional, se dice que están en equilibrio. En esas circunstancias, las fuerzas externas están equilibradas y las fuerzas internas, o esfuerzos, contrarrestan exactamente las cargas. Por esta razón la suma de las fuerzas internas y externas deberá de ser cero.

Así en el plano o dos dimensiones deberá cumplirse que:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

Y en tres dimensiones:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma M_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$\Sigma M_z = 0$$

(2.1)

### II.1.2 Relación esfuerzo-deformación

Los esfuerzos son las fuerzas internas que resisten las cargas. Cuando un material está sometido a fuerzas externas, desarrollará una deformación, las deformaciones pueden ser: Elástica lineal, elástica no lineal, viscoelástica, plástica e inelástica.





### II.1.3 Ley de comportamiento

Cuando un material se comporta elásticamente y también presenta una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación, es decir que la deformación es directamente proporcional al esfuerzo, se dice que es linealmente elástico.

La relación lineal entre el esfuerzo y la deformación para una barra sometida a tensión o compresión simple puede expresarse mediante  $f = E\varepsilon$  en donde  $E$  es una constante de proporcionalidad conocida como el módulo de elasticidad.

En el comportamiento elástico no lineal, el esfuerzo no es proporcional a la deformación, pero no hay deformación residual permanente cuando se quita la carga. La relación entre el esfuerzo y la deformación puede adoptar la forma  $\varepsilon = \left(\frac{f}{K}\right)^n$  en donde  $K$  es el módulo pseudoelástico determinado por pruebas y  $n$  es una constante también determinada por pruebas.

El comportamiento viscoelástico se asemeja al elástico lineal. La diferencia principal es que en el comportamiento elástico lineal, la deformación deja de aumentar si deja de aumentar la carga; pero en el comportamiento viscoelástico, la deformación continúa en aumento aunque la carga se vuelva constante y queda una deformación residual cuando se retira la carga.

La deformación inelástica depende del tiempo y es recuperable por completo. La deformación en cualquier tiempo es proporcional al cambio en el esfuerzo. El comportamiento en cualquier instante dado depende de todos los cambios previos en el esfuerzo. El efecto combinado de varios cambios en el esfuerzo es la suma de los efectos de los diversos cambios en los esfuerzos considerados en forma individual.

La deformación plástica no es proporcional al esfuerzo y queda una deformación permanente al quitar la carga. En contraste con el comportamiento inelástico, la



deformación plástica depende principalmente del esfuerzo y es en alto grado independiente de los cambios previos en el esfuerzo.

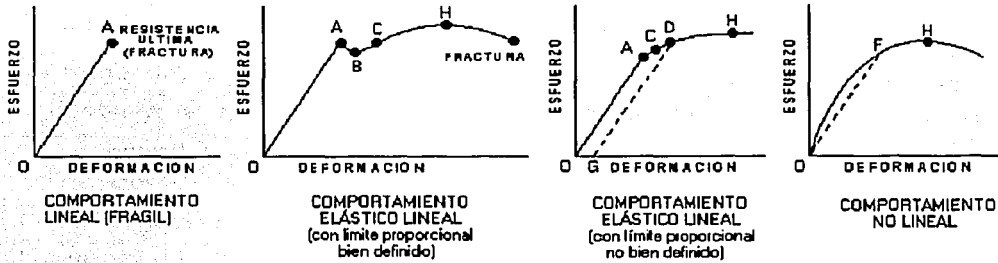


Figura 2.1

Comportamientos esfuerzo-deformación

### II.1.4 Deformación

Los casos más simples de esfuerzo y deformación son aquellos en que el esfuerzo y la deformación unitaria son constantes. Por ejemplo los esfuerzos causados por una carga axial de tensión o compresión, una fuerza cortante aplicada centralmente o una carga de aplastamiento o apoyo.

La aplicación de la ley de Hooke y de las ecuaciones de esfuerzo, dan una expresión conveniente para la deformación:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \tag{2.2}$$

donde:  $P$  = carga sobre el miembro  
 $A$  = área transversal del miembro  
 $E$  = módulo de elasticidad

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



### II.1.5 Grados de libertad

Cuando se aplican cargas en los nodos de una estructura sufrirán desplazamientos. A esos desplazamientos se les llama grados de libertad de la estructura. En tres dimensiones, cada nodo de un marco rígido o viga puede tener máximo tres desplazamientos lineales y tres rotacionales; en dos dimensiones, cada nodo puede tener cuando más dos desplazamientos lineales y uno rotacional.

### II.1.6 Método de rigideces

Los métodos usados para analizar estructuras pueden clasificarse en general como métodos de fuerzas (flexibilidades) o de desplazamientos (rigideces). En los métodos de desplazamientos, el número de incógnitas es igual a los grados de libertad o de desplazamientos en los nodos.

Estos métodos se basan en las relaciones fuerza-desplazamiento y usan las matrices de rigidez y flexibilidad. En estos métodos, los desplazamientos y las fuerzas externas se obtienen en componentes, usualmente horizontales, verticales y rotatorias, en los nodos o puntos de conexión de los elementos estructurales. La matriz de rigidez transforma los desplazamientos en fuerzas. Para llevar a cabo la transformación, las fuerzas y desplazamientos nodales deben ensamblarse en los elementos correspondientes. Dependiendo de cuál método se escoja, se establecen entonces las matrices de rigidez o flexibilidad para cada uno de los elementos y esas matrices se ensamblan para formar una matriz cuadrada a partir de la cual se deriva la matriz de rigidez o flexibilidad para toda la estructura. Conocida esa matriz global y sustituida en las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad para la estructura, todas las fuerzas y desplazamientos nodales de los elementos pueden determinarse a partir de la solución de las ecuaciones. Los esfuerzos y deformaciones internos en los elementos pueden calcularse a partir de las fuerzas y desplazamientos nodales.



Si la estructura satisface los requisitos para la aplicación del principio de superposición y las fuerzas y los desplazamientos se arreglan en la secuencia apropiada, los vectores de fuerzas y desplazamientos quedan relacionados por:

$$\begin{aligned} \{P\} &= [K]\{D\} \\ & \text{y} \\ \{D\} &= [F]\{P\} \end{aligned} \tag{2.3}$$

donde:  $K$  = matriz de rigidez global de la estructura  
 $P$  = vector de fuerzas  
 $D$  = vector de desplazamientos  
 $F$  = matriz de flexibilidad global de la estructura =  $K^{-1}$

### II.1.7 Matriz de rigidez

La matriz de rigidez  $K$  transforma los desplazamientos en cargas. Los elementos de  $K$  son funciones de las propiedades del material, por ejemplo, el módulo de elasticidad, la geometría de la estructura y de las propiedades geométricas de la sección transversal de los miembros.  $K$  es una matriz cuadrada y simétrica. Así,  $K_{ij} = K_{ji}$  donde  $i$  indica el renglón en que un elemento está situado y  $j$  indica la columna.

Así, la relación carga-desplazamiento para un miembro estructural en el plano puede expresarse en forma matricial como:



$$\begin{bmatrix} q_{Ax} \\ q_{Ay} \\ q_{Az} \\ q_{Bx} \\ q_{By} \\ q_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l} & 0 & 0 & -\frac{AE}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{l} & 0 & 0 & \frac{AE}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{Ax} \\ d_{Ay} \\ d_{Az} \\ d_{Bx} \\ d_{By} \\ d_{Bz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

donde:  $q$  = carga aplicada al elemento estructural en un grado de libertad determinado

$d$  = desplazamiento que sufre un grado de libertad determinado

$A$  = área transversal del elemento estructural

$E$  = módulo de elasticidad del elemento estructural

$I$  = momento de inercia del elemento estructural

$L$  = longitud del elemento estructural

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Esta ecuación pueden escribirse en forma abreviada como:

$$q = kd \quad (2.5)$$

donde:  $q$  = vector de cargas

$k$  = matriz de rigideces del elemento

$d$  = vector de desplazamientos

Siendo la matriz simétrica  $k$  la matriz de rigidez del miembro. Los 36 coeficientes de influencia  $k_{ij}$  que contiene, toman en cuenta las fuerzas axiales, cortantes y momentos flexionantes por desplazamiento del miembro. Físicamente, estos coeficientes representan la carga sobre el miembro cuando éste sufre un desplazamiento unitario específico.



### II.1.8 Método de los desplazamientos o de la rigidez

El método requiere primero la identificación del número de grados de libertad desconocidos de la estructura. Esos desplazamientos se determinarán a partir de ecuaciones de equilibrio. Después de calcular los desplazamientos, las fuerzas desconocidas en la estructura se determinan a partir de las relaciones de compatibilidad y de carga-desplazamiento.

Una de las ventajas del método es que puede usarse para analizar estructuras tanto determinadas como indeterminadas, además, el método de las rigideces proporciona los desplazamientos y las fuerzas directamente.

Su aplicación consiste en determinar las propiedades de fuerza-desplazamiento de cada elemento y luego relacionarlas entre sí mediante las ecuaciones de equilibrio planteadas en los nodos. Esas relaciones, para todos los miembros de la estructura, se agrupan luego en lo que se llama matriz  $K$  de rigidez global de la estructura. De esta manera  $K$  tendrá un orden que será igual al número de código mayor asignado a la estructura ya que representa el número total de grados de libertad en la estructura. Cuando varios miembros se conectan a un nodo, ellos tendrán la misma posición en la matriz  $K$  y por lo tanto esos coeficientes de influencia de rigidez de miembro deben sumarse algebraicamente entre sí para determinar el coeficiente de influencia de rigidez nodal para la estructura. Una vez establecida esto, los desplazamientos desconocidos de los nodos pueden determinarse para cualquier carga dada en las estructuras. Cuando se conocen esos desplazamientos, las fuerzas en la estructura pueden calcularse mediante las relaciones fuerza-desplazamiento para cada miembro.



## II.2 DINÁMICA ESTRUCTURAL

El objetivo del estudio dinámico de una estructura es predecir el comportamiento de la misma ante cargas que varían con el tiempo y establecer el nivel de seguridad de la misma. El análisis siempre es la verificación de un diseño, que deberá ser corregido hasta lograr un comportamiento satisfactorio.

Las cargas dinámicas pueden producir esfuerzos y deformaciones considerablemente mayores que las producidas por cargas estáticas de la misma magnitud. Si el tiempo en que una carga pasa de cero a su valor máximo es más del doble que el período natural, la carga puede tratarse como estática. Las cargas aplicadas más rápidamente pueden ser dinámicas.

En general, un análisis dinámico exacto es posible sólo para estructuras relativamente simples o cuando la variación de la carga y de la resistencia con el tiempo son una función matemática conveniente. Por lo tanto, en la práctica, es aconsejable adoptar métodos aproximados que permitan un análisis y diseño rápido. Además, debido a las incertidumbres en las cargas y en la resistencia estructural, los cálculos no tienen que efectuarse con más de unas cuantas cifras significativas, para ser consistentes con condiciones conocidas.

### II.2.1 Período natural de vibración

El período natural de vibración es el tiempo requerido para que una estructura describa un ciclo de vibración libre, es decir, la vibración que permanece después de que la perturbación que ocasiona el movimiento ha cesado.

Para calcular el período natural de vibración, la estructura real puede representarse en forma conveniente por un sistema de masas y resortes sin masa, con rigideces adicionales proporcionadas para tomar en cuenta las pérdidas de energía por fricción, histéresis y otras formas de amortiguamiento. En casos simples, las masas pueden hacerse iguales a las masas reales; de otra manera, deberán calcularse masas equivalentes.



Una sola masa sobre un resorte figura (2.2) puede también representar el marco rígido mostrado en la figura. En este caso, la masa idealizada es igual a la suma de las masas sobre la trabe más la masa de ésta.

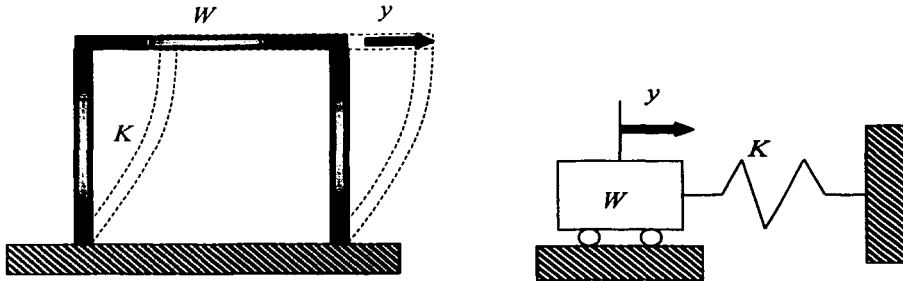


Figura 2.2

*Comportamiento dinámico de un marco rígido  
y su correspondiente modelo matemático*

## II.2.2 Grado de un sistema

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Como se ha visto, el concepto de grado de libertad está vinculado al de un movimiento (desplazamiento o giro) de un punto cualquiera de la estructura. Obviamente, en una estructura existe un número infinito de puntos pero sus movimientos no son independientes porque están vinculados por los componentes de ésta. En consecuencia, se considera grado de libertad a todo movimiento independiente de un punto de una estructura.

Suponiendo una estructura espacial de barras tal como un marco tridimensional de un edificio. Si se utiliza el concepto de grado de libertad para resolver las solicitaciones de las barras, se tendrían que considerar 6 grados de libertad por cada nudo de la estructura. Suponiendo que es posible referir los movimientos de los puntos intermedios (en realidad del continuo que forma la barra) a los desplazamientos de los puntos extremos. Si, en cambio, se trata de expresar las propiedades dinámicas de la estructura, aceptando que la masa se concentra en





los pisos, que estos son diafragmas infinitamente rígidos en su plano y que las únicas componentes de desplazamiento significativas son los movimientos horizontales, se tendrán que considerar 3 grados de libertad por piso.

Es práctica común "discretizar" el movimiento de la estructura concentrando las masas en unos pocos puntos y refiriendo a ellos los grados de libertad dinámicos. Es el caso de considerar las masas concentradas en los pisos para las estructuras de edificios comunes. Conviene advertir, sin embargo, que este procedimiento implica que esos movimientos representan adecuadamente todo el efecto dinámico sobre la estructura. En algunos casos esa hipótesis puede ser inválida.

### II.2.3 Modo natural de vibración

La dinámica estructural clásica enseña que el desplazamiento de la estructura en un instante cualquiera se reproduce idénticamente luego de un lapso fijo de tiempo: el período del movimiento. También enseña que ese movimiento se puede considerar resultante de la superposición de movimientos armónicos simples (senoidales) cada uno con un período y una forma característicos y que el número de movimientos simples es igual al número de grados de libertad del sistema. Cada uno de esos movimientos simples es un modo natural de vibración y el período correspondiente es un período natural. Cuando hay amortiguamiento (pequeño) estas consideraciones son válidas con la salvedad de que el movimiento no se repite idénticamente al cabo de un período sino que la forma es semejante porque la amplitud del movimiento disminuye exponencialmente.

Al modo natural de vibración de período más largo se le llama modo fundamental o primer modo, por el hecho que es el primero que aparece en la mayoría de los métodos de análisis y que generalmente proporciona una descripción bastante buena del comportamiento de las estructuras comunes sometidas a movimientos de su base como ocurre con los sismos.



## II.2.4 Resonancia y amortiguamiento

El amortiguamiento en las estructuras, debido a fricción y otras causas, resiste el movimiento impuesto por las cargas dinámicas. En general, su efecto consiste en disminuir la amplitud y alargar el período de las vibraciones. Si el amortiguamiento es suficientemente grande, las vibraciones pueden ser eliminadas.

Cuando la deformación y el esfuerzo máximos son de principal importancia, el amortiguamiento puede no ser de gran importancia para cargas de corta duración. Esos máximos usualmente ocurren bajo cargas tales como el primer pico de respuesta, y el amortiguamiento tiene influencia considerable.

La resonancia es la condición de un sistema vibratorio bajo carga variable tal que la amplitud de vibraciones sucesivas aumenta. A menos que queden limitadas por amortiguamiento o cambios en la condición del sistema, las amplitudes pueden llegar a ser muy grandes.

## II.2.5 Ecuaciones de movimiento

Las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras se conocen con el nombre de ecuaciones de movimiento. Dichas ecuaciones se obtienen aplicando cualquiera de los principios de la mecánica clásica y son básicamente una relación entre las fuerzas en un lado y los desplazamientos derivados correspondientes en el otro.

El modelo más sencillo con varios grados de libertad que se puede utilizar para describir el comportamiento dinámico de la estructura es el de edificio de cortante figura (2.3). Está basado en la hipótesis de que, los nodos son infinitamente rígidos, las columnas no sufren deformaciones axiales, y en consecuencia los únicos movimientos de los nodos son los horizontales.



El modelo de la figura (2.3) está sometido a una aceleración horizontal en su base  $a_{(t)}$  de origen sísmico. Las ecuaciones de movimiento pueden deducirse estableciendo el equilibrio dinámico de cada masa, así que la ruta usual para derivar la ecuación de movimiento de una posición de equilibrio. Empieza desde la ley de Newton o del principio de D'Alambert que reduce un problema dinámico a un problema estático equivalente. Las ecuaciones de movimiento se expresan en términos de un conjunto de coordenadas de tal manera que los desplazamientos virtuales son independientes y arbitrarios. Bajo estas circunstancias los coeficientes pueden igualarse a cero separadamente, al obtener un sistema de ecuaciones diferenciales en términos de coordenadas generalizadas, conocidas como ecuaciones de movimiento.

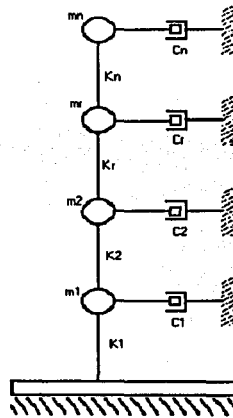


Figura 2.3

*Modelo simplificado de n pisos*

Aislado la masa  $m_i$  e introduciendo todas las fuerzas correspondientes, incluidas las de inercia. Expresando el equilibrio dinámico de la masa  $m_i$  en un sistema de referencia no inercial, con el origen en la posición inicial del edificio, figura (2.4), se obtiene:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



$$F_{ir}(t) - F_{er}(t) - F_{ar}(t) = 0 \quad (2.6)$$

$(r = 0, 1, 2, \dots, n)$

donde:  $F_{ir}(t)$  = fuerza de inercia correspondiente al grado de libertad  $r$   
 $F_{er}(t)$  = fuerza elástica correspondiente al grado de libertad  $r$   
 $F_{ar}(t)$  = fuerza de amortiguamiento correspondiente al grado de libertad  $r$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

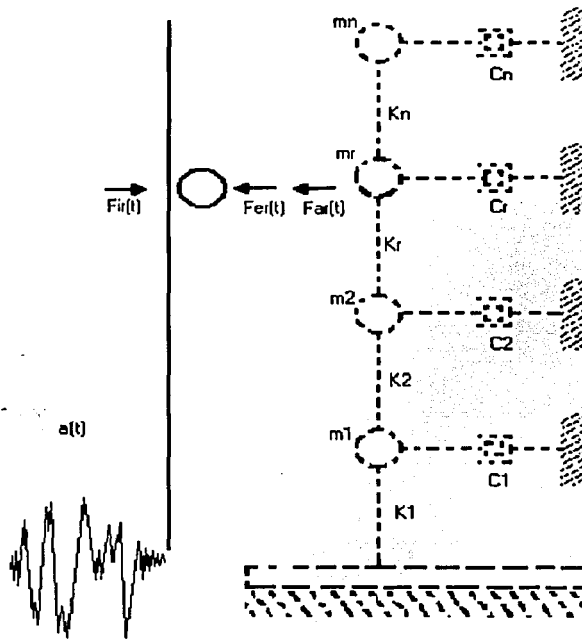


Figura 2.4

*Equilibrio dinámico, respecto a la posición inicial*

El modelo dinámico está en equilibrio si lo están todas y cada una de sus masas. Escribiendo una ecuación de equilibrio para cada una de ellas, se obtiene un sistema de ecuaciones de equilibrio que se escribe de la siguiente forma;

$$F_{ir}(t) - F_{er}(t) - F_{ar}(t) = 0 \quad (2.7)$$



Los vectores de las fuerzas elásticas, de inercia y de amortiguamiento se definen mediante las siguientes ecuaciones;

$$\begin{aligned} F_e(t) &= KX(t) \\ F_i(t) &= -M[\ddot{X}(t) + \{1\}a(t)] \\ F_a(t) &= C\dot{X}(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde:  $M$  = matriz de masas diagonal  
 $K$  = matriz de rigidez  
 $C$  = matriz de amortiguamiento  
 $X$  = vector de desplazamientos relativos a la base del edificio  
 $\dot{X}, \ddot{X}$  = velocidad y aceleración respectivamente

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La matriz de amortiguamiento en una primera aproximación se considera proporcional a la masa, a la rigidez o a una combinación lineal de ambas.

Sustituyendo las ecuaciones (2.8) en la (2.7) se obtiene la ecuación de equilibrio dinámico

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = -M\{1\}a(t) \quad (2.9)$$

donde:  $-M\{1\}a(t)$  = vector de cargas externas para el caso particular de excitación sísmica

En lugar de resolver la ecuación (2.9) conviene considerar el caso más simple en el que no existe amortiguamiento ni movimiento del terreno, con lo cual dicha ecuación se convierte en.

$$M\ddot{X} + KX = 0 \quad (2.10)$$



Toda estructura elástica puede vibrar libremente en forma tal que el desplazamiento de cada una de sus masas, con respecto a su posición de equilibrio estático, es igual al producto de una función de la posición de la masa considerada por una función de tiempo, que es la misma para todas las masas. En otras palabras, los desplazamientos se pueden expresar como.

$$X(t) = Zq(t) \quad (2.11)$$

donde:  $Z$  = modos de vibración  
 $q(t)$  = período natural de vibración

Se dice que una estructura de esta manera vibra en sus modos naturales el conjunto de valores  $Z$ , se denomina forma del modo y el período de la función del tiempo  $q(t)$ , en caso de existir, se llama período natural.

Derivando la expresión (2.11) con respecto al tiempo y sustituyendo en (2.10):

$$MZ\ddot{q} + KZq = 0 \quad (2.12)$$

Al desarrollar la expresión (2.12) para la  $i$ -ésima masa, se obtiene:

$$m_i z_i \ddot{q} + (\sum_j k_{ij} z_i) q = 0 \quad (2.13)$$

de donde:

$$\frac{\ddot{q}}{q} = -\frac{\sum_j k_{ij} z_i}{m_i z_i} \quad (2.14)$$

El primer término de la ecuación anterior es función de  $t$ , mientras que el segundo no lo es, por lo tanto, ambos deben ser constantes para que la igualdad subsista. Llamando  $-\omega^2$  a este valor constante, se obtiene:



$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0 \quad (2.15)$$

cuya solución es:

$$q = a \operatorname{sen} \omega(t - \tau) \quad (2.16)$$

donde:  $\omega$  = frecuencia natural de vibración

De acuerdo con lo anterior existen modos de vibración que satisfacen las condiciones de la expresión (2.11). Estos son tales que el movimiento de cada masa es armónico simple con período natural  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Derivando dos veces la ecuación (2.16) se tiene:

$$\ddot{q} = -\omega^2 a \operatorname{sen} \omega(t - \tau) = -\omega^2 q \quad (2.17)$$

sustituyendo (2.17) en (2.12) y considerando que  $q \neq 0$ ;

$$(K - \omega^2 M)Z = 0 \quad (2.18)$$

La ecuación anterior representa un sistema de ecuaciones lineales homogéneo. Para que existan valores de  $Z$  distintos de cero es necesario que el determinante del sistema se anule esto es:

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (2.19)$$

donde:

$$[\omega^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \omega_m^2 \end{bmatrix} \quad \omega_1 > \omega_2 > \dots > \omega_m \quad (2.20)$$



La ecuación (2.19) matemáticamente constituye un problema de valores y vectores característicos. Desarrollando el determinante se obtiene una ecuación algebraica de orden  $n$ , (número de grados de libertad), cuya solución conduce a  $n$  valores de  $\omega^2$ , (cuadrado de las frecuencias naturales), que corresponden a otros periodos naturales  $2\pi/\omega$ . Reemplazando cada valor de la frecuencia  $\omega$  en la ecuación (2.18) podemos obtener  $n$  vectores  $Z_j$  diferentes de cero, cada uno de ellos se llama modo de vibración.

## II.3 CONDENSACIÓN ESTÁTICA

### II.3.1 Reducción de Guyan. Condensación en 2D

El manejar las frecuencias y modos en grandes sistemas estructurales es un proceso que puede llevar mucho tiempo. Debido a eso, los métodos que reducen el problema de valores característicos que debe ser resuelto para manejar las formas modales y las frecuencias de vibración y obtener las características dinámicas importantes del sistema, son de gran interés.

De la ecuación (2.18), el problema general de valores y vectores característicos tiene la siguiente ecuación:

$$KZ = \omega^2 MZ \quad (2.21)$$

donde:

$K$  = matriz de rigidez  $n \times n$

$M$  = matriz de masa

$\omega$  = vector de frecuencia

$Z$  = matriz del modo correspondiente

En la mayoría de los análisis dinámicos de edificios, el interés está en los modos y frecuencias de vibración más bajas. El proceso de extracción de los modos necesarios de grandes sistemas, puede ser más eficiente si se puede reducir el número de grados de libertad, eliminando los asociados directamente con modos altos.





La relación entre los grados medidos,  $m$ , y los no medidos,  $n$ , es:

$$Z = Tx \quad (2.22)$$

donde:  $x$  = vector de grados de libertad medidos en el análisis  
 $T$  = matriz de transformación. Relación entre grados medidos y no medidos.

Sustituyendo esta relación en el problema de valores característicos de la ecuación (2.19), y multiplicando ambos lados por  $T^T$  se obtiene:

$$T^T kTx = \omega^2 T^T mTx \quad (2.23)$$

entonces;

$$kx = \omega^2 mx \quad (2.24)$$

donde la matriz reducida de rigidez de orden  $m \times m$  es:

$$k = T^T kT \quad (2.25)$$

Las  $m$  frecuencias naturales del problema reducido son las mismas que las del problema original. Conociendo las formas modales del problema reducido es posible determinar las del problema original multiplicándolos por la matriz  $T$ .

El éxito del método, depende de la correcta selección de los grados de libertad a medir y de la relación entre estos y todos los demás. Y se supone que no hay cargas externas correspondientes a los grados de libertad no medidos. Así las ecuaciones de equilibrio estático se pueden escribir como;

$$KZ = r \quad (2.26)$$



desarrollando;

$$\begin{bmatrix} k_{mm} & k_{mn} \\ k_{nm} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Donde la partición de la matriz  $k$  se escribe en correspondencia con los grados de libertad medidos y no medidos. Nótese que dependiendo de los grados medidos, la partición requerirá un reacomodo de renglones y columnas de la matriz  $k$ . De la ecuación (2.27) se tiene que los grados no medidos en términos de los grados medidos.

$$k_{nm}x + k_{nn}x_s = 0 \quad (2.28)$$

$$x_s = -k_{nn}^{-1}k_{nm}x \quad (2.29)$$

Así para la reducción de Guyan (ref.0), la matriz  $T$  se establece como sigue.

$$Z = \begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -k_{nn}^{-1}k_{nm}x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -k_{nn}^{-1}k_{nm} \end{bmatrix} x \quad (2.30)$$

llamando:

$$T = \begin{bmatrix} I \\ -k_{nn}^{-1}k_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Donde  $I$  es la matriz identidad. Usando esta matriz, la matriz de rigidez reducida es;

$$k = T^T k T = \begin{bmatrix} I \\ -k_{nn}^{-1}k_{nm} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{mm} & k_{mn} \\ k_{nm} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -k_{nn}^{-1}k_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$



Llevando a cabo la multiplicación de las matrices de la ecuación anterior, se observa que, debido a la simetría las matrices anteriores, estas pueden escribirse como sigue;

$$k = (k_{mm} - k_{mn}k_{nn}^{-1}k_{nm} \quad k_{mn} - k_{mn}k_{nn}^{-1}k_{nn}) \begin{bmatrix} I \\ -k_{nn}^{-1}k_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$k = k_{mm} - k_{mn}k_{nn}^{-1}k_{nm} \quad k_{nn} \quad (2.34)$$

El método de la condensación estática está basado en la suposición de que las vigas son infinitamente rígidas en comparación con la rigidez de las columnas, por este motivo se puede asumir que los desplazamientos en las columnas que están unidas a las vigas son los mismos en cada nivel, a partir de esta suposición, los desplazamientos en la estructura solo son laterales.

### II.3.2 Condensación en 3D

En general, las estructuras son tridimensionales y como tales se pueden analizar mediante el método del elemento finito. Sin embargo, esta no es práctica común debido a que presenta algunas dificultades, fundamentalmente numéricas. Por este motivo se hacen algunas suposiciones, como la de edificios con piso rígido. En esta, los elementos que forma la estructura están ligados entre sí por sistemas de piso que se consideran indeformables en su plano. Esto implica que los desplazamientos de cualquier punto en los entresijos del edificio pueden expresarse en términos de dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical.



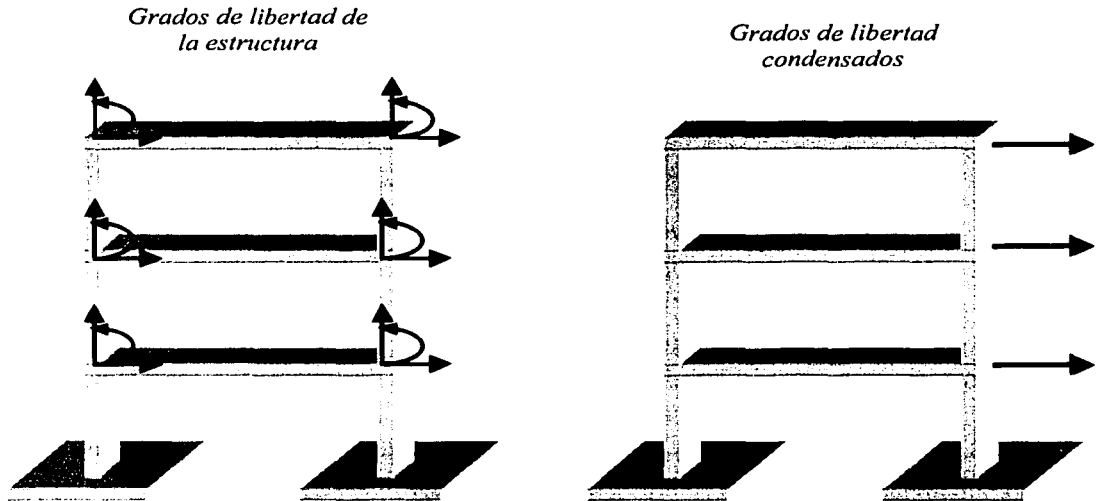


Figura 2.5  
Condensación estática

El análisis estructural tridimensional se puede hacer como sigue:

- a. Se calcula la matriz de rigideces lateral de cada sistema plano  $j$ . Para esto se asigna al sistema como grados de libertad un desplazamiento vertical y un giro en el plano del sistema por cada nudo, y un desplazamiento horizontal por cada nivel, como se ilustra en la figura (2.6). Si se tienen  $N$  nodos y  $L$  niveles, la matriz de rigideces correspondiente a estos grados de libertad es de orden  $2N + L$ . Se obtiene la matriz de rigideces lateral del sistema que es de orden  $L \times L$  denominada  $K_j$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



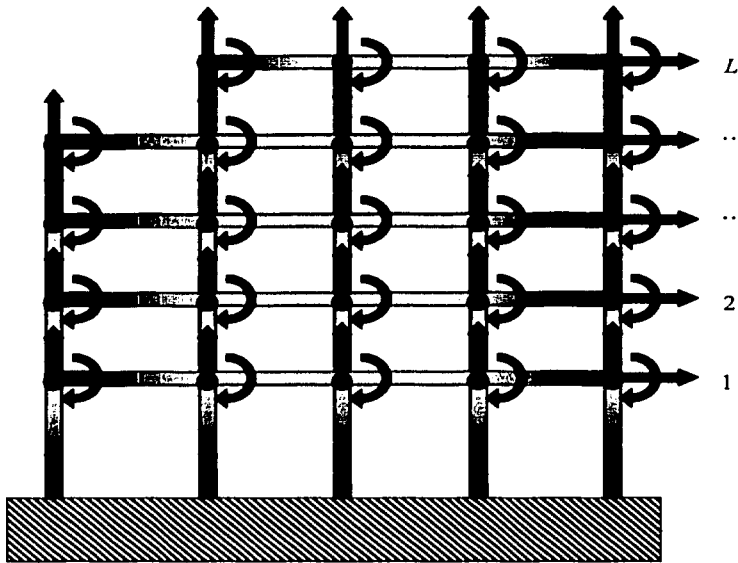


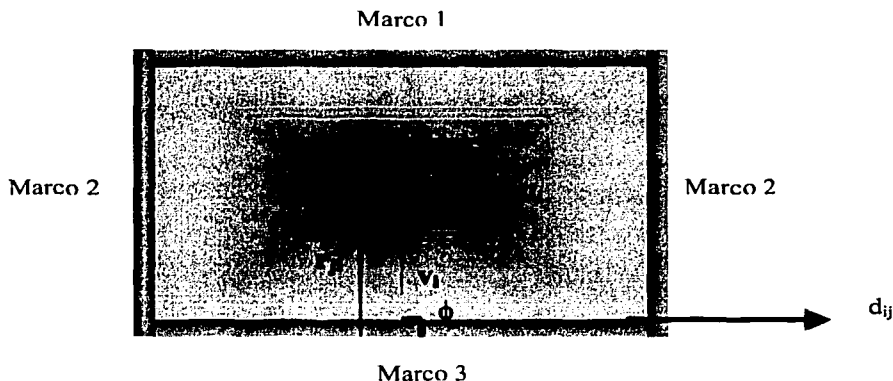
Figura 2.6  
Grados de libertad de un sistema plano

- b. Se deducen las matrices para expresar los desplazamientos laterales de cada sistema resistente en términos de los grados de libertad del edificio completo.

Para poder determinar los grados de libertad laterales en términos de los grados de libertad del edificio, es necesario definir un punto que sirva de referencia. Comúnmente se utiliza el centro de masas de la estructura, ya que es precisamente en este lugar donde inciden los efectos sísmicos. Figura (2.7).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN





TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Figura 2.7

*Centro de masas de la estructura para definir un punto de referencia*

El desplazamiento lateral  $d_{ji}$ , del sistema plano  $j$  en este piso, considerando que el giro del mismo  $\theta_i$  es pequeño, se expresa como:

$$d_{ji} = \langle \cos \phi_j \text{sen} \phi_j r_{ji} \rangle \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

- donde:  $u_i$  y  $v_i$  = desplazamientos del centro de masas del  $i$ -ésimo piso
- $\theta_i$  = giro del centro de masas del  $i$ -ésimo piso
- $\phi_j$  = ángulo entre las direcciones positivas de  $u_i$  y de  $d_{ji}$
- $r_{ji}$  = es la distancia de la proyección del sistema plano  $j$  al centro de masas del piso y tiene signo positivo cuando el giro de  $d_{ji}$  alrededor de dicho punto es del mismo sentido que  $\theta_i$



Compactando la ecuación (2.35) se tiene:

$$d_{ji} = b_{ji}^T u_i \quad (2.36)$$

donde;

$$b_{ji} = \begin{Bmatrix} \cos \phi_i \\ \text{sen} \phi_i \\ r_{ji} \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

que es el vector que contiene la información del seno, coseno y distancia que existe entre el punto medido en cada uno de los niveles  $i$  y el marco  $j$ .

$$u_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

Al considerar los  $L$  niveles del sistema resistente se tiene;

$$D_j = B_j U \quad (2.39)$$

donde:

$$D_j = \begin{bmatrix} d_{j1} \\ d_{j2} \\ \vdots \\ d_{jL} \end{bmatrix}_{L \times 1} \quad (2.40)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ v_L \\ \theta_L \end{bmatrix}_{3L \times 1} \quad (2.41)$$

TESIS CON  
REGISTRO

$$B_j = \begin{bmatrix} b_{j1}^T & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_{j2}^T & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{jl}^T \end{bmatrix}_{L \times 3L} \quad (2.42)$$

- c. Para determinar la matriz de transformación  $B$  de la estructura es necesario definir un punto en cada nivel de piso, el cual se tomará como referencia para definir los grados de libertad condensados de la estructura, en análisis sísmico, dicho punto suele ser el centro de masas ya que los efectos sísmicos inciden en dicho punto.

Notes que  $B_j$  desempeña el papel de la matriz de transformación, ya que relaciona los antiguos grados de libertad (desplazamientos laterales del sistema plano) con los nuevos (desplazamientos y giros de los centros de masa de los pisos), Así,  $K_j$  se transforma a estos nuevos grados de libertad mediante la operación:

$$K_j = B_j^T K_j B_j \quad (2.43)$$

donde  $K_j$  es una matriz de orden  $3L \times 3L$ .

- d. Se obtiene la matriz de rigideces  $K$  del edificio sumando directamente las  $K_j$  puesto que todas están referidas a los mismos grados de libertad. Para un edificio de  $L$  pisos,  $K$  es cuadrada de orden  $3L \times 3L$ . Nótese que algunas  $K_j$  pueden ser más pequeñas que  $K$  ya que el sistema plano  $j$  puede tener menos pisos que el edificio completo. Para sumar, se considera que todos los elementos faltantes son cero.





- e. Dado el vector de fuerzas laterales que obran en los centros de masa de los pisos  $F$ , se calculan los desplazamientos  $U$  resolviendo el sistema de ecuaciones  $KU = F$ . Obsérvese que  $F$  está formado por dos fuerzas propiamente dichas y un momento torsionante en el centro de masas de cada piso en congruencia con los grados de libertad elegidos para el edificio en conjunto.
- f. Conocido el vector de desplazamientos  $U$  se seleccionan los desplazamientos relevantes para cada uno de los sistemas planos  $j$  y con la expresión  $D_j = B_j U$  se calculan sus desplazamientos laterales  $D_j$ . A partir de ellos se determinan todos los desplazamientos verticales y giros y luego los elementos mecánicos de cada elemento estructural de dicho sistema.





TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# CAPÍTULO

## III

### III. DAÑO EN ESTRUCTURAS

**A**l igual que ocurre con los seres vivos, en los que cualquier enfermedad o lesión se manifiesta mediante una serie de síntomas, en las estructuras las fallas de los elementos que la constituyen se ponen de manifiesto, en general, con la aparición de una serie de señales o de cambios de aspecto, que se engloban dentro de la sintomatología. Ante estos síntomas el técnico especialista, o patólogo, debe establecer un diagnóstico de la enfermedad que sufre la estructura y que está, motivando sus anomalías.

Las causas que pueden provocar lesiones en una estructura pueden ser muchas y muy variadas y pueden estar relacionadas con el propio proyecto, con los materiales, con la ejecución y con el uso o desempeño de la estructura.

Los orígenes de los daños o lesiones, pueden proceder de acciones de tipo mecánico, físico, químico, electroquímico, o biológico. Por supuesto que las lesiones producidas a edades cortas suelen tener su origen en acciones de tipo mecánico y físico. Las de origen químico precisan del paso del tiempo para que sus efectos se manifiesten, aunque también es cierto que una vez que han aparecido éstos, es mucho más difícil encontrar soluciones de reparación.



### III.1 SUPERVISIÓN DE ESTRUCTURAS

Los beneficios que se obtienen con la supervisión durante cada período de la vida de una estructura, repercuten en diversas áreas. Esto ayuda para el mejoramiento del conocimiento referente al comportamiento estructural. La supervisión permanente puede proporcionar indicaciones tempranas de anomalías. De esta manera se podrán tomar medidas de seguridad a tiempo, pudiendo intervenir inmediatamente con mínimas pérdidas económicas. Además que usualmente las estructuras más seguras y durables son las que están bien supervisadas, Branco G (2002).

Básicamente, la supervisión de estructuras es una forma de obtener información acerca del estado en que se encuentran, midiendo diferentes parámetros de las mismas. La supervisión podrá realizarse en cada una de las etapas de la estructura desde la cimentación, construcción, pruebas, servicio y hasta la demolición, llevando acabo un programa bien estructurado. La supervisión de estructuras involucra mediciones de tiempo, parámetros dependientes durante ciertos periodos. Los parámetros supervisados pueden ser físicos, mecánicos, químicos y otros, que usualmente están presentes en la estructura.

En general, los datos resultantes de un programa de supervisión se usan para optimizar la operación, el mantenimiento, la reparación y el reemplazo de la estructura, basándose en datos confiables y objetivos.

Los datos de la supervisión pueden integrarse en los sistemas de administración de la estructura e incrementar la calidad de las decisiones proveyendo información confiable e imparcial. Por lo tanto, la supervisión se lleva a cabo con la finalidad de entender el comportamiento real de la estructura y poder compararlo con los estimados teóricos.



Regularmente, muchas estructuras están en mucho mejor estado del que se espera. En estos casos, la supervisión permite incrementar los márgenes de seguridad sin necesidad de modificaciones en las mismas. Además, proveen información referente a las propiedades de los materiales y el estado de los elementos estructurales, haciendo posible predecir su tiempo de vida, su capacidad de carga y genera considerables ahorros económicos.

### III.1.1 Componentes básicos de los sistemas de supervisión

Al conjunto de medios usados para dar seguimiento al estado de una estructura se les llama sistema de supervisión. Los componentes principales de un sistema de supervisión son: sensores, portadores de información, unidad lectora, interfaces y subsistemas de administración de datos.

Las fases del sistema de supervisión son:

- Los sensores detectan la magnitud de los parámetros supervisados y los transforman a información transportable
- El portador lleva la información del censor a la unidad lectora, quien la decodifica y recupera la magnitud de los parámetros supervisados
- Las medidas son revisadas y presentadas al operador por una interfase
- Por último, el subsistema de administración de información controla la operación y administra los datos obtenidos de la supervisión

Los componentes de un sistema de supervisión pueden separarse o usarse en diferentes combinaciones.

Generalmente, los sensores son discretos o distribuidos. Los sensores discretos detectan los parámetros observados únicamente en la zona donde están instalados mientras que los distribuidos detectan parámetros en varias zonas de la estructura.



### III.1.2 Supervisión estructural, (nociones básicas)

La supervisión puede ser de dos categorías distintas; supervisión del material y supervisión estructural. La diferencia principal entre estas categorías, está en la estrategia utilizada y el tipo de sistema utilizado. La supervisión del material, proporciona información relativa al comportamiento del material, pero poca información acerca del comportamiento estructural; en cambio la supervisión estructural proporciona información relativa al comportamiento estructural

### III.1.3 Evaluación de la supervisión

Las estructuras se pueden evaluar como; Supervisión Estática, Supervisión Dinámica e Identificación del sistema y Análisis Modal, estas categorías se pueden combinar. Cada categoría se caracteriza por ventajas y retos los cuales serán usados dependiendo principalmente del comportamiento estructural y metas en la supervisión.

Cada categoría de supervisión puede realizarse durante periodos cortos o largos, permanentemente o periódicamente. El itinerario y pasos de la supervisión dependen de qué tan rápido el parámetro supervisado cambie con respecto al tiempo. Para algunas aplicaciones, la supervisión periódica proporciona resultados satisfactorios. Sólo la supervisión durante toda la vida de la estructura podrá registrar su historia, lo cual ayuda a comprender el comportamiento de la estructura y explotar completamente las ventajas de la supervisión.

### III.1.4 Supervisión durante la construcción de una nueva estructura

La construcción es una fase muy delicada en la vida de la estructura dado que las propiedades del material cambian con el envejecimiento. Es importante conocer si los valores requeridos inicialmente se logran y se mantienen. Defectos que se presentan durante la construcción pueden tener serias consecuencias en el comportamiento estructural.



La supervisión de las cimentaciones ayuda a entender el origen de esfuerzos incorporados. Daños causados por cargas accidentales como truenos o sismos durante la construcción pueden influir en el rendimiento de la estructura.

La instalación de un sistema de supervisión durante la construcción permite llevar a cabo la supervisión en toda la vida de la estructura. Existen estructuras a las que se debe dar seguimiento durante toda su vida útil, por lo que resulta conveniente instalar un sistema de supervisión desde el principio.

### III.1.5 Supervisión durante las pruebas

Por razones de seguridad, algunas estructuras tienen que ser probadas antes de que empiece su servicio para valorar su comportamiento. En esta etapa se debe alcanzar el nivel de rendimiento requerido de la estructura. Se supervisan parámetros típicos como son; esfuerzos, deformaciones, desplazamientos, giros y aparición de grietas. Como ya se ha mencionado, las pruebas se llevan a cabo con la finalidad de entender el comportamiento real de la estructura y poder compararla con los estimados teóricos. La supervisión durante esta fase, puede ser utilizada para calibrar modelos numéricos que describan el comportamiento de la estructura.

### III.1.6 Supervisión durante el servicio

La fase de servicio es la más importante en la vida de la estructura. Durante esta, los materiales de construcción están sometidos a la degradación por envejecimiento. Dicha degradación es causada por factores mecánicos como cargas mayores que las supuestas, factores físico-químicos como corrosión, salificación y clorificación, congelamiento, etc. La capacidad durabilidad y seguridad de una estructura disminuyen como consecuencia de la degradación de los materiales.



La supervisión durante el servicio, provee información del comportamiento estructural sobre cargas pronosticadas, y también registra efectos de cargas no esperadas. Los datos obtenidos con la supervisión son útiles para la detección de daño, evaluación de la seguridad y determinación de la resistencia residual de la estructura. El detectar a tiempo el daño, es particularmente importante porque permite una intervención oportuna. Si el daño no es detectado a tiempo, este seguirá propagándose en la estructura y no se podrá garantizar el rendimiento requerido, aumentado el costo de reparación o incluso llegar al desmantelamiento.

## III.2 TIPOS DE DAÑO

Hay múltiples razones por las cuales una estructura puede dañarse y llegar hasta al colapso, razones entre las cuales se encuentran el sismo, sobrecargas, corrosión, fuego, acciones terroristas, etc.

Quizás uno de los síntomas más elocuentes en cualquier estructura dañada o con lesiones sean las fisuras o grietas. Dependiendo de su localización, forma, trayectoria, evolución en el tiempo, que sean estabilizadas o no, condiciones ambientales, etc., es fácil, en la mayoría de los casos, establecer un diagnóstico, o bien tener una buena base de partida para seguir investigando. Las fisuras pueden tener su origen en acciones de tipo mecánico (tracción, cortante, torsión, flexión, compresión); en acciones de tipo químico (ataque por ácidos, reacción álcali-agregado, ataque por sulfatos, etc.); en acciones de tipo electroquímico (corrosión de armados); en acciones de tipo físico (contracciones y dilataciones térmicas, heladas, fuego, cristalización interna de sales, etc.); en acciones de tipo reológico (retracción plástica o de secado, etc.). Otros síntomas muy frecuentes en zonas costeras y en zonas con atmósferas industriales son los desprendimientos de esquinas e incluso del recubrimiento de los armados como consecuencia del ambiente corrosivo, en el que puede haber existencia de aniones, tales como cloruros, y la aportación de agua y oxígeno, que van a facilitar la aparición de corrientes de intensidad adecuada para que se establezca una pila galvánica entre la armadura y su entorno.





Existen múltiples clasificaciones de los daños que se presentan en las estructuras, estos varían de acuerdo al tipo de estructura y material de que está hecha. A continuación se presentan varias clasificaciones de daños en construcciones de diferentes materiales.

### III.2.1 Daño por sismo

Las fuerzas que se generan durante un sismo, se transmiten a través de la estructura por trayectorias que dependen de la configuración estructural. Estas fuerzas, generan esfuerzos y deformaciones que pueden poner en peligro la estabilidad de la estructura. Se ha observado que las fuerzas en las uniones entre los elementos estructurales, resultan críticas Bazán E. y Meli R. (2001).

A medida que la intensidad de la excitación aplicada a la estructura aumenta, se generan cambios en las propiedades dinámicas de esta, las que alteran su respuesta. En términos generales, el comportamiento deja de ser lineal, la rigidez tiende a bajar y el amortiguamiento tiende a aumentar.

La magnitud de estas modificaciones es muy distinta para diferentes tipos de sistemas y materiales. El acero, por ejemplo, mantiene su comportamiento lineal hasta niveles muy altos de esfuerzos, correspondientes a la fluencia. El concreto tiene una reducción significativa en su rigidez cuando los esfuerzos de compresión exceden a 50% de la resistencia, pero sobre todo, la rigidez de estructuras de este material se ve disminuida por el agrietamiento de las secciones que están sujetas a momentos flexionantes elevados.

La experiencia que se ha derivado del comportamiento observado de las diferentes estructuras que han sufrido daño durante sismo severo, es el factor que más influye en el diseño sismorresistente. Siendo los principales sismos objeto de estudio para explicar el desempeño observado de las estructuras.

Las causas más frecuentes de colapso de las estructuras es la insuficiente resistencia a carga lateral de los elementos verticales de soporte de la estructura



(columnas o muros). Un requisito básico para una adecuada resistencia a sismo es la existencia de un área transversal de muros o columnas suficiente para resistir las fuerzas ocasionadas por sismo.

Para un correcto comportamiento sísmico, la resistencia no es el único factor importante. La capacidad de deformación, o la ductilidad, es una propiedad que puede salvar un edificio del colapso.

Las conexiones entre los elementos estructurales que tienen la función de resistir las fuerzas sísmicas son zonas críticas para la estabilidad de la construcción. Se presentan en ellas con frecuencia concentraciones elevadas y condiciones complejas de esfuerzos, que han dado lugar a numerosos casos de falla. Particularmente críticas son las conexiones entre muros y losas en estructuras a base de pánenes, y entre vigas y columnas en estructuras de marcos. Las fallas en las conexiones son generalmente de tipo frágil, por lo que deben protegerse estas zonas con particular cuidado.

En edificios de losas planas (apoyadas directamente sobre columnas, sin vigas), puede ocurrir una falla de punzonamiento que deja sin apoyo los sistemas de piso y da lugar a un colapso total de los pisos que dejan paradas sólo las columnas.

Los casos de volteo de un edificio por efectos sísmicos son escasos, pero pueden ocurrir en estructuras esbeltas.

Una situación que ha dado lugar a daños severos, es el golpeo entre edificios adyacentes que vibran de manera diferente y entre los cuales no se ha dejado una separación suficiente.

La interacción entre elementos supuestamente no estructurales como los muros divisorios de mampostería y las columnas de marcos de concreto produce concentraciones de fuerzas cortantes en los extremos libres de columnas (columnas cortas o cautivas) que tienden a fallar por cortante en forma frágil.



### III.2.2 Clasificación de daño en estructuras de concreto reforzado

En estructuras de concreto reforzado un tipo de daño se presenta como agrietamiento, dicho agrietamiento es producido por diferentes tipos de esfuerzos que actúan sobre los elementos estructurales.

Una forma de clasificación de las grietas es por el tipo de esfuerzo que las produce los cuales son, González O. y Robles F. (2002):

1. Grietas debidas a esfuerzos de flexión
2. Grietas debidas a esfuerzo cortante
3. Grietas debidas a esfuerzos de torsión

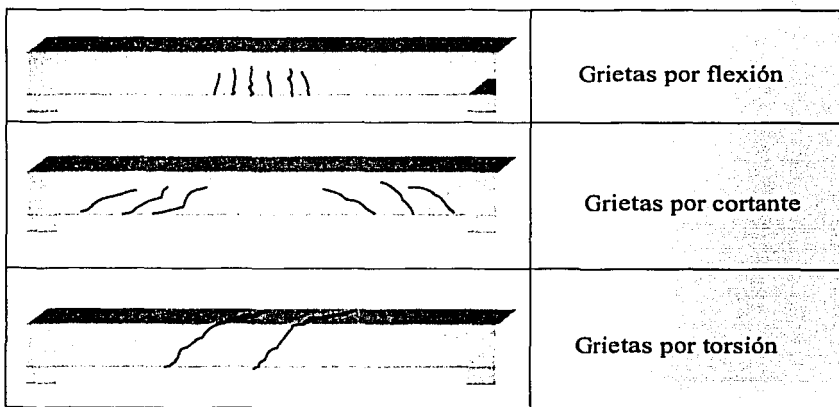


Figura 3.1

*Clasificación de las grietas debido al tipo de esfuerzo que las produce*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Clasificación de grietas por su ancho Boroschek R., et al (1983):

- a. Fisuras: ancho  $< 0.4$  mm.
- b. Grietas:  $0.4 \leq$  ancho  $< 1.0$  mm.
- c. Fractura:  $1.0 \leq$  ancho  $< 5.0$  mm
- d. Dislocación: ancho  $> 5.0$  mm.

Clasificación de grietas por su movimiento:

- a. Grietas muertas: son aquellas cuyo ancho y longitud no varían con el tiempo; es decir, son estables.
- b. Grietas vivas: son aquellas cuyo ancho y longitud varían con el tiempo, presentando movimiento bajo la acción de cargas, efectos térmicos, sollicitaciones dinámicas, etc. Son grietas inestables.



Tabla 3.1 Causas de agrietamiento en concreto Boroschek R., et al (1983)

Tipos de grieta en concreto	Después del endurecimiento	Causas físicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Agregados con contracción</li> <li>➤ Contracción por secado</li> <li>➤ Cuarteado superficial</li> </ul>
		Causas químicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Corrosión en el esfuerzo</li> <li>➤ Reacción alcali-agregado</li> <li>➤ Carbonatación del cemento</li> </ul>
		Causas térmicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Ciclos hielo/deshielo</li> <li>➤ Variaciones térmicas por cambios estacionales a lo largo del año</li> <li>➤ Contracción térmica temprana:</li> <li>➤ Restricción externa</li> <li>➤ Gradientes temperatura interna</li> <li>➤ Incendio</li> </ul>
		Causas mecánicas	
		Causas estructurales	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Sobrecarga accidental</li> <li>➤ Flujo plástico</li> <li>➤ Cargas de diseño</li> <li>➤ Otras causas</li> </ul>
	Antes del endurecimiento	Plasticidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Daños por congelamiento temprano (early frost damage)</li> <li>➤ Contracción plástica</li> <li>➤ Asentamiento plástico</li> </ul>
		Movimientos durante la construcción	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Movimientos del molde</li> <li>➤ Movimientos de la sub-base</li> </ul>

**TESIS CON FALLA DE ORIGEN**

Tabla 3.2 Tipos de grietas en estructuras de concreto reforzado Boroschek R., et al (1983)

Tipo de grieta	Letra	Sub-división	Localización típica	Causa principal	Causa secundaria o factores	Tiempo de aparición
Asentamiento plástico	A	Sobre-refuerzo	Secciones peraltadas	Exceso de sangrado (bleeding)	Condiciones de secado temprano y rápido	10-180 minutos
	B	Forma de arco	Extremo superior de columnas	Sangrado: pérdida de agua, afloramiento del agua, segregación		
	C	Cambio de peralte	Losa reticular celulada			
Contracción plástica	D	Diagonal	Carreteras y losas de piso	Secado temprano y rápido	Bajo porcentaje de sangrado	30 - 360 min
	E	Aleatorio	Losas densas			
	F	Sobre el refuerzo	Losas densas	Refuerzo cercano a la superficie		
Contracción térmica temprana	G	Restricción externa	Paredes gruesas	Exceso de generación de calor	Rápido enfriamiento	De 1 día a 1 ó 3 semanas
	H	Restricción interna	Losas gruesas	Gradiente térmico excesivo		
Contracción por secado	I		Losas delgadas y paredes	Juntas ineficientes	Exceso de contracción/ ineficiente curado	Algunas semanas o meses
Cuarteado superficial (crazing)	J	Sobre la formaleta	Concreto superficialmente agrietado	Moldes impermeables	Mezclas ricas en cemento/pobre curado	De 1 a 7 días (a veces más tarde)
	K	Concreto flotante	losas	Exceso de mezclado		
Corrosión del refuerzo	L	Natural	Columna y vigas	Falta de recubrimiento	Baja calidad del concreto	Más de 2 años
	M	Calcio clorhídrico	Concreto prefabricado	Exceso de calcio clorhídrico		
Reacción alcali-agregado	N		Presas	Reacción de los agregados con cemento altamente alcalino		Más de 5 años



## Daño en estructuras de concreto reforzado

### **Grado 1. Daño despreciable a ligero (daño no estructural):**

Fisuras en los revestimientos sobre elementos estructurales y en particiones.

### **Grado 2. Daño moderado (daño estructural ligero y daño no estructural moderado):**

Fisuras en columnas y vigas, caída de mortero de las juntas de paneles, grietas en los muros de partición, caída de trozos de revestimiento.

### **Grado 3. Daño sustancial a grave (daño estructural moderado y daño no estructural grave):**

Grietas en columnas con desprendimiento de trozos de concreto, grietas en vigas.

### **Grado 4. Daño muy grave (daño estructural grave y daño no estructural muy grave):**

Daño severo en las conexiones de la estructural con destrucción del concreto, colapso parcial, pérdida de verticalidad de columnas.

### **Grado 5. Destrucción (daño estructural muy grave):**

Colapso total o casi total de la construcción.



*Tabla 3.3 Criterios para la evaluación preliminar del nivel de daño en estructuras de concreto Boroschek R., et al (1983)*

Nivel de daño	Descripción	Evaluación preliminar
Leve	Daños en estructura secundaria	No existe peligro
Moderado	Fisuras en el concreto	No existe reducción en la capacidad sismorresistente
Fuerte	Grietas en el concreto	Existe reducción en la capacidad sismorresistente. Debe desocuparse el edificio, proceder a una rehabilitación temporal
Severo	Fracturas y dislocaciones	Existe una reducción importante en la capacidad sismorresistente. Deberá procederse a una evaluación definitiva urgente, para determinar si se procede a la demolición

### III.2.3 Daño causado por fuego

Nivel A: Elementos no dañados presentando algunos desprendimientos de los yesos de acabado y pequeñas roturas del concreto.

Nivel B. Pérdidas considerables de yesos de acabado y pequeñas roturas del concreto. Las superficies del concreto presentan microfisuras y coloración variable de rosácea a ante.

Nivel C: Pérdida total de yesos de acabado. Roturas importantes del concreto que presenta superficies de color ante. El armado permanece adherida al concreto no existiendo más de una barra de acero que presente síntomas de pandeo.

Nivel D: Daño grave. Las roturas y desprendimientos del concreto dejan al aire prácticamente todas las barras de acero. El número de barras pandeadas es superior a 1. Las columnas muestran signos de deformación. Pueden aparecer grietas de cortante.





Nivel E: Colapso parcial de elementos verticales.

Nota: Para otros elementos estructurales tales como vigas, losas o armaduras, se pueden adoptar niveles de daño similares teniendo en cuenta que para niveles superiores al C pueden existir grietas de varios milímetros de espesor y que las flechas pueden ser importantes. Además, para el nivel C el 10% de la superficie de las varillas de refuerzo puede quedar descubierta, y para el nivel D se puede llegar hasta el 50%, Fernández M. (2000).

### III.2.4 Daño en construcciones de mampostería

**Grado 1. Daño despreciable a ligero (daño no estructural):**

Fisuras en muy pocas paredes (en los revestimientos), caída de pequeños trozos de revestimiento. Caída de elementos sueltos de las partes altas de las construcciones en muy pocos casos.

**Grado 2. Daño moderado (daño estructural ligero y daño no estructural moderado):**

Fisuras o grietas en muchos muros, caída de grandes trozos de revestimiento, caída de tejas, caída de pretilas, grietas en las chimeneas si existen e incluso derrumbamientos parciales en las mismas.

**Grado 3. Daño sustancial a grave (daño estructural moderado y daño no estructural grave):**

Grietas grandes y largas en la mayoría de los muros, rotura por la base de chimeneas y falla de otros elementos no estructurales.

**Grado 4. Daño muy grave (daño estructural grave y daño no estructural muy grave):**

Grietas en los muros resistentes, derrumbamientos y fallas estructurales parciales.

**Grado 5. Destrucción (daño estructural muy grave):**

Colapso total o casi total de la construcción



### III.3 EVALUACIÓN DE DAÑO Y RESISTENCIA RESIDUAL DE UNA ESTRUCTURA

Existen daños que no afectan la integridad mecánica de la estructura y cuya reparación puede realizarse sin necesidad de un análisis estructural. Sin embargo, en otros casos habrá que realizar una evaluación de la capacidad mecánica resistente de la estructura, o de los elementos de la misma, a fin de conocer la importancia y el tipo de reparación a realizar y las medidas de seguridad que se habrá que tomar durante esta.

La determinación de la resistencia residual de la estructura puede llevarse a efecto mediante: métodos empíricos, métodos analíticos o, mediante pruebas de carga.

Los métodos empíricos están basados en observaciones directas y conllevan un número de ensayos mínimo. El nivel de información obtenido, en muchos casos, suele ser suficiente, especialmente si no es necesaria una intervención importante. El nivel de precisión obtenido es escaso como también lo es el costo de su aplicación.

Los métodos analíticos se fundamentan en el recálculo de la estructura y más frecuentemente de elementos de la misma, a fin de conocer la probabilidad de que se produzca una falla tanto en estados límite últimos o de servicio. Estos métodos son mucho más precisos que los empíricos pero a veces tan complejos que es imposible su aplicación. Son de alto costo y duración, aunque necesarios cuando la información dada por los primeros no es concluyente.

A veces se puede tener una idea precisa del comportamiento de una estructura dañada mediante el empleo de pruebas de carga escalonadas. Estas pruebas se hacen por escalones sucesivos cada uno de mayor valor que el precedente, existiendo entre cada escalón y el siguiente una descarga total y midiendo las deformaciones existentes en cada descarga y carga sucesiva. Este tipo de ensayos únicamente se realiza sobre elementos trabajando a flexión y con ellos se puede



conocer la carga máxima que se puede aplicar a una estructura dañada y sin correr el riesgo de llevarla a un estado límite último.

Alguno de estos métodos según Fernández M. (2000), se pueden aplicar a los casos de:

- Estructuras dañadas por acciones mecánicas
- Cargas accidentales (fuego, explosiones, impactos, etc.)
- Cargas excepcionales consideradas en proyecto pero que no han producido daños superiores a lo previsto
- Cargas excesivas (bibliotecas, etc.)
- Cambio de uso de la estructura (aumento de sobrecargas de uso, etc.)
- Modificación de estructuras (eliminación de un elemento estructural, aumento del número de plantas, etc.)
- Acciones químicas sobre el concreto (reacción ácido-alcali, sulfatos, etc.)
- Corrosión de acero de refuerzo

Dependiendo de los valores obtenidos de la relación carga deformación se pueden adoptar medidas para llevar la relación carga deformación a valores próximos a la unidad. Algunas de estas medidas pueden ser según Fernández M. (2000):

1. Demolición de las partes altas de la estructura
2. Limitación de uso para reducir sobrecargas
3. Modificación del sistema estructural (redistribución de solicitaciones)
4. Restauración de los elementos dañados
5. Sustitución de elementos dañados
6. Refuerzo de la estructura

El método analítico está basado en el cálculo de las solicitaciones que resiste una estructura en su estado actual y las que producirían las cargas actuantes en proyecto a fin de determinar un nuevo coeficiente de amplificación de acciones para poder tomar las decisiones adecuadas. En este caso pueden emplearse cualquier tipo de hipótesis de cálculo lo que permite mayor libertad de acción al proyectista.



En el análisis hay que tener en cuenta que las estructuras anteriores a los años 60 se calculaban suponiendo un comportamiento elástico del concreto reforzado y un modelo estructural muy simple y que, por supuesto, no era el óptimo para sacar el máximo rendimiento a la capacidad resistente potencial del material. Generalmente, algunas acciones indirectas como la de la temperatura, movimientos impuestos en las cimentaciones, etc., no se tenían en cuenta lo que suele ser fuente de algunas fallas.

En la evaluación de la seguridad estructural se tiene en cuenta las cargas permanentes que son las que actúan sobre la estructura y las sobrecargas que establecen las normas de diseño de acuerdo con el destino de la estructura.

Una de las condiciones necesarias para evaluar la seguridad de una estructura, es definir el esquema estructural y las acciones actuantes para llevar a cabo un primer análisis. Este puede realizarse con modelos simplistas, trabajando casi isostáticamente. Así se puede llegar a conocer el orden de magnitud de las sollicitaciones y tensiones en los elementos. Con ello se comprobará si los daños que presentan éstos corresponden a los deducidos de estas hipótesis, en cuyo caso se puede afirmar que son debidos a causas estructurales.

En la evaluación teórica de la seguridad se toman como acciones las cargas permanentes y las sobrecargas definidas por las normas de diseño o códigos de construcción en vigor. Calculando las sollicitaciones sobre la base del modelo estructural teniendo en cuenta las características mecánicas obtenidas en los ensayos de laboratorio. Todo lo anterior permite el cálculo de las sollicitaciones y la estimación, basándose generalmente en métodos semiprobabilísticos, del coeficiente de seguridad de la estructura, es decir, de la relación entre la carga última y la carga actuante.

Las pruebas de carga escalonadas se aplican cuando no se tienen antecedentes de la estructura dañada y no se puede realizar un análisis teórico. Las pruebas de carga sólo se emplean en elementos sometidos a flexión y se realizan mediante escalones sucesivos de carga con descargas intermedias, suspendiendo los



escalones de carga cuando se superan determinados valores de la flecha o cuando la estructura presenta una deformación excesiva remanente después de la descarga, es decir, cuando deja de recuperarse elásticamente.

*Tabla 3.4 Evaluación preliminar de daño en estructuras Boroschek R., et al (1983)*

Fases de la evaluación	Evaluación preliminar de daño	Diagnóstico aproximado para determinar evacuaciones y/o restricciones a la entrada al edificio	Nivel de daño
		Dictamen técnico preliminar que indique	Habitabilidad
			Rehabilitación temporal
			Demolición
	Evaluación detallada de daño		
	Diagnóstico		
	Análisis estructural previo al sismo		
Diseño de alternativas de reparación	Propuestas		
	Evaluación estructural		
	Evaluación de costos		
Organización del personal técnico	Coordinación		
	Equipo		
	Actitud		
Identificación del sistema estructural	Marcos de concreto reforzado		
	Paredes estructurales		
	Marcos y paredes interactuantes		
	Marcos metálicos		
	Estructuras de madera		
	Estructuras de adobe y bahareque		
	Combinaciones		
Identificación de daño en estructuras de concreto	Agrietamiento		
	Aplastamientos		
	Desconchamiento del recubrimiento		
	Explosión del núcleo confinado		
	Pandeo del acero		
	Inspección visual de los puntos estructuralmente importantes		
	Inspección de la corrosión del acero		
	Observación de detalles evidentes de estructura		
Criterios para la evaluación preliminar del nivel de daño en estructuras de			



**TESIS CON FALLA DE ORIGEN**

<b>concreto</b>	
<b>Identificación de daño en mampostería reforzada</b>	<b>Agrietamiento</b>
	<b>Fracturas</b>
	<b>Desplomes</b>
	<b>Defectos constructivos</b>
<b>Identificación de daño en estructura metálica</b>	<b>Pandeo local en patines</b>
	<b>Fractura en los patines</b>
	<b>Pandeo local en el alma</b>
	<b>Fractura del alma</b>
	<b>Torsión lateral</b>
	<b>Deflexiones</b>
<b>Identificación de daño en suelos, cimentaciones y obras de retención</b>	<b>Asentamientos</b>
	<b>Desplomes de elementos verticales</b>
	<b>Grietas en el piso</b>
	<b>Deslizamientos</b>
<b>Identificación de daño no estructural</b>	<b>Juntas de dilatación</b>
	<b>Cielos o techos falsos</b>
	<b>Pisos</b>
	<b>Puertas y ventanas</b>
	<b>Divisiones</b>
	<b>Elementos decorativos</b>
	<b>Instalaciones</b>
<b>Recopilación de información</b>	
<b>Análisis de la información</b>	
<b>Informe verbal al propietario o usuario</b>	
<b>Informe escrito</b>	



### III.3.1 Reservas de resistencia en las obras

Ocurre con frecuencia que una obra seriamente dañada, cuya resistencia está aparentemente muy disminuida, continúa soportando su carga sin fallo perceptible. Este estado se explica esencialmente por las razones siguientes:

1. Las obras se calculan generalmente basándose en procedimientos simplificados aplicados a los esquemas de construcción. Estos procedimientos tratan de representar, lo más exactamente posible, el estado físico en el que se encontrará la obra acabada. Sin embargo, a causa de dificultades de orden matemático, se admiten ciertas simplificaciones. Estas simplificaciones están, evidentemente, del lado de la seguridad. La construcción se calcula con un cierto margen de seguridad.
2. Los elementos se dimensionan para soportar los esfuerzos máximos. La sección necesaria en los puntos en los que el esfuerzo es máximo se extiende frecuentemente al resto del elemento, con objeto de reducir costos de cimbra en elementos de concreto reforzado, o por razones estéticas. Si el deterioro de un elemento es localizado y no afecta a un punto en el que el esfuerzo es máximo, la resistencia puede no sufrir disminución alguna.
3. El proyecto de una obra se basa normalmente en la teoría de la elasticidad. Procediendo a un análisis en rotura o por redistribución plástica de momentos. Frecuentemente es posible poner de manifiesto posibilidades resistentes superiores.
4. Las sobrecargas de uso previstas raramente se alcanzan en la práctica. Hay que comparar la carga útil teórica con la carga útil práctica.
5. Puede proporcionarse un margen de seguridad inicial en forma de exceso de acero de refuerzo, dimensionando los elementos con la sección normalizada inmediatamente superior, o yendo a una sección más ligera pero de mayor



inercia, o bien respetando valores mínimos de espesor de acero de refuerzo o máximos de deformación.

6. La resistencia de los materiales, y sobre todo del concreto, puede aumentar con el tiempo; si se trata de acero, puede producirse un endurecimiento por deformación.
7. La distribución de esfuerzos puede diferir de la que se admite tradicionalmente cuando se proyecta la obra. Las vigas y losas clásicas son un caso muy conocido.
8. En algunos casos la carga prevista responde a condiciones temporales o a necesidades de construcción, y las cargas de servicio son inferiores.

### **III.4 REPARACIONES Y MEDIDAS DE PREVENCIÓN**

La ejecución de una reparación necesita una técnica minuciosa que lleva consigo cinco etapas fundamentales, que son:

1. Encontrar el daño
2. Determinación de la causa
3. Evaluar la resistencia de la obra en su estado actual
4. Evaluar las reparaciones a hacer
5. Elegir y poner a punto un método de reparación

Una vez que se ha encontrado el daño, es de vital importancia determinar la causa que lo ha generado. Con base en esto será el tipo de reparación y tratamiento que se dará a la estructura. Se deberá tener presente que si no se conoce dicha causa, podrá volver a dañarse la estructura pudiendo ser mayor el daño consecuente. Teniendo esto claro, se podrá seguir con la comprobación de la resistencia de la obra y realizado esto se podrá optar por elegir varias alternativas, haciendo esta elección en función de la importancia de los daños. Las alternativas son: Fernández M (2000)





- a. Dejar que prosigan el daño
- b. No intervenir durante un cierto tiempo
- c. Tomar medidas para conservar la obra en su estado actual sin tratar de reforzarla
- d. Recalcular la estructura para determinar su capacidad resistente
- e. Frenar el deterioro pero sin actuar sobre la capacidad resistente
- f. Reparar parte o toda la estructura
- g. Si el daño es de gran importancia, reconstruir o incluso abandonar la obra.

Estas decisiones deben tomarse en función de factores de seguridad, economía y estética, considerando los siguientes casos:

**Primer caso.** Cuando después de un análisis se demuestra que la resistencia de la obra es aún suficiente, se deberá inspeccionar la obra para saber si el daño está estabilizado o prosigue. Si está estabilizado, ver si es útil reparar o es mejor no hacer nada. Si progresa, ver si es más económico dejarlo avanzar, y reparar más tarde o reparar cuanto antes.

**Segundo caso.** Después de un análisis detallado, se revela que la resistencia de la obra es, en conjunto, insuficiente o lo será rápidamente. Es preciso reparar, reconstruir, o bien renunciar a la utilización parcial o total de la obra.

Si la opción elegida es reparar o reforzar conviene conocer que existen dos tipos de intervenciones fundamentales, los métodos pasivos y los métodos activos.

Los pasivos son aquellos que entran en acción cuando la estructura sigue deformándose a partir del momento del refuerzo. Son los más fáciles de realizar y, por supuesto, son tanto más eficaces cuanto más descargada esté la estructura. Se emplean con elementos que aún están muy lejos de llegar al agotamiento de su capacidad de carga.



Los activos permiten introducir solicitaciones en la estructura con lo cual son capaces de recuperar la resistencia y posición original de los elementos estructurales. Son más complejos de realizar y se pueden utilizar en elementos que están cercanos al agotamiento de su resistencia.

En el caso de reparación o refuerzo de la estructura, el método a emplear debe ser adecuado al tipo, causa, o combinación de las fallas, que los ha producido y a la magnitud de los daños. Debe ser también adecuado a las condiciones futuras de servicio y en la aplicación del método elegido deben emplearse productos o sistemas experimentados y, a ser posible, normalizados.

Conviene tener en cuenta que la eficacia del método elegido puede ser muy variable dependiendo del fin que se busque con la reparación o refuerzo.

Se puede decir que no hay un método único de reparación o refuerzo, al igual que no existe un solo material adecuado para llevarlo a efecto. Dado que éstos serán función de si los daños han sido provocados por acciones mecánicas (impactos, sobrecargas, asentamientos diferenciales, explosiones, etc.), si son consecuencia de acciones químicas, electroquímicas, o biológicas (ataque por sulfatos, reacción álcali-árido, ácidos sulfurosos, aguas ácidas, corrosión de armados, etc.), o de acciones físicas (hielo-deshielo, fisuración térmica, cristalización de sales, erosión, etc.).

Las principales técnicas empleadas en la reparación o refuerzo de estructuras de concreto reforzado son:

- a. Las basadas en concreto de cemento Pórtland o de concretos modificados con polímeros.
- b. La utilización de estructuras metálicas adicionales formadas por perfiles laminados, tanto en vigas como en columnas.
- c. El pretensado parcial o total de elementos.
- d. La utilización de bandas de acero o de fibra de carbono-epoxi, encoladas con una resina epóxica.



Cualquiera de estas técnicas requiere un estudio previo de la calidad y compatibilidad química y física del soporte y del material de reparación a utilizar. El estudio de las acciones-efecto que pueden producirse en el elemento estructural, o en un conjunto de ellos concurriendo en un nodo, después de la intervención es fundamental para no introducir tensiones indeseables.

La experiencia indica que muchas columnas, muros o armaduras reparadas o reforzadas poseen una rigidez muy superior a la inicial, es decir, a la del proyecto original. Esto obliga a tener que considerar cómo se redistribuyen los efectos provocados por las acciones sobre los elementos concurrentes o próximos a los intervenidos. Naturalmente aumento de la rigidez de los elementos influye también en el período fundamental de vibración de la estructura.

Este efecto no se produce únicamente por cambio de las dimensiones de las secciones, sino que también puede estar provocado por las diferentes características de los materiales que forman el nuevo elemento reparado o reforzado. Así, es frecuente que esta redistribución de acciones-efecto sea consecuencia del diferente módulo de elasticidad o resistencia del concreto nuevo que encamisa una columna o un muro existente. En ambos casos se produce una deformación diferencial. Como consecuencia de esta redistribución, puede darse el caso de que haya que reforzar algunos elementos que estaban en buen estado simplemente por el hecho de encontrarse próximos a los que ha habido que reparar o reforzar.

Un aspecto muy importante que se debe tener en cuenta en las estructuras reparadas es el factor estético. A veces se realizan reparaciones que no sólo no pasan desapercibidas sino que afectan enormemente el aspecto de la construcción. Por supuesto que, a todos los factores indicados anteriormente hay que sumar uno fundamental que es el costo de la reparación y el tiempo de ejecución de la misma.

En la actualidad las técnicas de reparación y especialmente los materiales a utilizar han experimentado un avance extraordinario. Hoy es posible realcalinizar por



difusión un concreto carbonatado o, extraer electroquímicamente de un concreto los iones cloro que pueden provocar la corrosión del acero de refuerzo, o, hacer un control catódico de una zona armada o, emplear bandas de fibras de carbono unidas al concreto con un sistema epoxi para aumentar su capacidad resistente a flexión.

### III.4.1 Medidas de prevención

Las medidas de prevención se dirigirán a evitar riesgos derivados del derrumbamiento de edificios dañados por sismo, mediante:

- a. Desescombro
- b. Inspección y clasificación de edificaciones, en función de su estado y peligrosidad
- c. Reforzamiento o demolición, de edificios dañados según proceda
- d. Asimismo, se contemplarán las acciones de urgencia encaminadas a reparar los daños experimentados por estructuras de presas, instalaciones en las que se produzcan y/o almacenen sustancias peligrosas y otras construcciones o edificaciones cuyo deterioro pueda dar lugar a riesgos secundarios o peligros asociados.

En las inspecciones durante el período inmediato al sismo, se realizarán dos evaluaciones:

1. Una inspección rápida, para clasificación del estado de seguridad, que impida el uso de edificios en mal estado. Estas inspecciones, han de ser realizadas por personas calificadas
2. Una evaluación detallada que permite, con mayores medios y por técnicas especializadas, evaluar cuidadosamente el grado en que el edificio ha sido afectado y emitir un dictamen fiable del uso que puede hacerse del edificio y las acciones inmediatas que sean necesarias en dado caso.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# CAPÍTULO IV

## IV. DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL CON LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN

**S**e presenta un procedimiento capaz de proveer información acerca del estado de una estructura en su totalidad, a partir de las propiedades dinámicas medidas.

El método de detección de daño, tiene la finalidad de localizar los elementos que se encuentran dañados en la estructura, así como la magnitud del daño. Dicho método se basa en la comparación de la rigidez de la estructura del estado dañado con la del estado inicial.

### IV.1 ESTIMACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES LATERAL DE LA ESTRUCTURA

Una de las fases en la metodología de cálculo presentada para la detección de daño estructural consiste en obtener la matriz de rigideces lateral de la estructura a partir de las mediciones de esta. Actualmente, existe un gran número de investigaciones y modelos matemáticos que son capaces de estimar la matriz de



rigideces lateral de una estructura a partir de sus propiedades dinámicas. En este trabajo se describirán algunos de ellos que pueden ser utilizados para el problema planteado.

La medición de las propiedades dinámicas de una estructura básicamente consiste en dos pasos, la adquisición de los datos y el análisis de lo mismos y con esto poder extraer sus parámetros modales como son las frecuencias naturales y los modos de vibrar.

Para la adquisición de datos, la estructura debe ser excitada mediante la aplicación de una fuerza. Existen varias técnicas para poder excitar una estructura. Una de ellas es la aplicación de un impacto a través de una masa; otra consiste en unir un vibrador a la estructura, en algunas ocasiones este vibrador suele colocarse en más de un punto de la estructura lo que se denomina excitación multipunto; una más es la vibración ambiental que rodea a la estructura, y por último cargas externas accidentales como sismos, impactos, etc.

Para poder registrar los datos de las mediciones se utilizan transductores hechos de materiales piezoeléctricos, que son capaces de registrar los desplazamientos como las fuerzas en la estructura. Otro método es la utilización de acelerómetros conectados a un dispositivo para registrar la respuesta de la estructura.

Después de que se han realizado las mediciones, es necesario procesar los datos para determinar las propiedades del sistema. Esta área ha sido extensamente desarrollada y han surgido varias técnicas para poder identificar las propiedades modales de la estructura. Sin embargo, en la estimación de los parámetros se tienen los siguientes inconvenientes, Seed Z. R. (1997):

- a. El número máximo de puntos medidos está limitado al de dispositivos de medición, que por lo general es mucho menor que los de la estructura
- b. Con la tecnología actual no es posible medir algunos grados de libertad como son los rotacionales y los internos
- c. El número de modos de vibrar que se pueden identificar está limitado por el intervalo de las frecuencias de medición de los instrumentos



- d. Los datos que resultan de las mediciones están contaminados con ciertos niveles de ruido
- e. Algunos modos de la estructura no pueden llegar a ser excitados durante la prueba o bien, no es posible identificarlos
- f. La estructura puede llegar a exhibir un comportamiento no lineal

Debido a estas limitaciones se han desarrollado técnicas de identificación de parámetros que se basan en la minimización de la respuesta tanto para el modelo analítico como para las mediciones realizadas. Cabe destacar que puede existir un error relativamente grande en este tipo de métodos dependiendo de la calidad, y cantidad de la Información.

A continuación se muestran algunos de los métodos más utilizados en la estimación de parámetros estructurales:

#### IV.1.1 Métodos directos

Los métodos directos tienen la finalidad de estimar las propiedades de la estructura, como son la matriz de masas, la de rigideces y la de amortiguamiento, a partir de las frecuencias, y los modos de vibrar identificados a partir de las mediciones. Cabe resaltar que por lo general, el número de frecuencias y modos de vibrar difiere en gran medida del total de modos y frecuencias de la estructura.

Las principales ventajas de los métodos directos son, Seed Z. R. (1997):

- a. Aseguran la convergencia, debido a que estos métodos no necesitan iteración
- b. El tiempo de cómputo necesario, es menor que en el caso de los métodos iterativos
- c. Los métodos tratan de minimizar la diferencia entre las propiedades medidas y las del modelo de analítico



Sin embargo también presentan desventajas:

- a. Se necesita que las mediciones realizadas sean de gran calidad, y que el análisis modal sea exacto
- b. Las formas de vibrar deben extenderse al tamaño del modelo
- c. No existe ninguna garantía de que estos métodos estimen correctamente las matrices de masas y rigideces de la estructura

Todos los métodos tratados en el presente trabajo surgen a partir de un modelo de vibración libre no amortiguada cuya ecuación de equilibrio dinámico es la ecuación (2.10) anterior. Según lo descrito en el capítulo II, la ecuación de equilibrio dinámico se puede presentar como un problema de valores y vectores característicos que se puede expresar de acuerdo a la ecuación (2.21). Además de estas consideraciones, para la deducción de los modelos se utilizan las siguientes propiedades de las matrices, Sosa J. (1998):

La simetría de la matriz de rigideces es decir

$$[K] = [K]^T \quad (4.1)$$

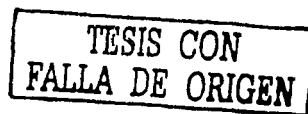
La ortonormalización de la matriz de vectores característicos  $[Z]$ , es decir:

$$[Z]^T [M] [Z] = [I] \quad (4.2)$$

$$[Z]^T [K] [Z] = [\omega^2] \quad (4.3)$$

$$[Z]^{-1} = [Z]^T \quad (4.4)$$

A partir de estas condiciones surgen una serie de métodos que estiman la matriz de rigideces de una estructura.





### IV.1.2 Métodos basados en los multiplicadores de Lagrange

Todos los métodos basados en los multiplicadores de Lagrange tratan de minimizar una función objetivo sujeta a una serie de restricciones.

Baruch (1978), propuso un método suponiendo que la matriz de masas no sufre ningún cambio, así que la estimación de la matriz de rigideces surge de minimizar la función.

$$J_K = \left\| [M_A]^{-1/2} ([K_U] - [K_A]) [M_A]^{-1/2} \right\| \quad (4.5)$$

donde:  $[M_A]$  = matriz de masas del modelo analítico  
 $[K_U]$  = matriz de rigideces estimada  
 $[K_A]$  = matriz de rigideces del modelo analítico

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$[K_U] = [K_U]^T \quad (4.6)$$

$$[K_U] [Z_X] = [M_U] [Z_X] [\omega_X^2] \quad (4.7)$$

donde:  $[Z_X]$  = matriz de vectores característicos medidos en la estructura  
 $[\omega_X^2]$  = matriz de valores característicos en la medidos  
 $[M_U]$  = matriz de masas estimada

Que hace cumplir la simetría de la matriz de rigideces y la ecuación de movimiento respectivamente. La matriz de rigideces estimada se puede obtener mediante:

$$[K_U] = [K_A] - [K_A] [Z_X] [Z_X]^T [M_A] - [M_A] [Z_X] [Z_X]^T [K_A] \\ + [M_A] [Z_X] [Z_X]^T [K_A] [Z_X] [Z_X]^T [M_A] + [M_A] [Z_X] [\omega_X^2] [Z_X]^T [M_A] \quad (4.8)$$



Berman (1979) y Baruch (1982) aceptaron que los modos medidos son correctos y trataron de estimar la matriz de masas, Berman y Nagy (1983) usaron las mismas suposiciones y estimaron las matrices de masas y rigideces secuencialmente. Ellos definieron el problema de minimización como:

$$J_K = \|[MA]^{-1/2} ([M_U] - [M_A])[M_A]^{-1/2}\| \quad (4.9)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$[Z_x]^T [M_U] [Z_x] = [I] \quad (4.10)$$

donde:  $[I]$  = matriz identidad

Del procedimiento de minimización surge la siguiente expresión para el cálculo de la matriz de masas.

$$[M_U] = [M_A] + [M_A] [Z_x] [m_A]^{-1} ([I] - [m_A] [m_A]^{-1} [Z_x]^T [M_A]) \quad (4.11)$$

donde:

$$[m_A] = [Z_x]^T [M_A] [Z_x] \quad (4.12)$$

Después del cálculo de la matriz de masas, la matriz de rigideces puede ser calculada mediante la minimización de:

$$J_K = \|[M_A]^{-1/2} ([K_U] - [K_A])[M_A]^{-1/2}\| \quad (4.13)$$

sujeta a:

$$[K_U] = [K_U]^T \quad (4.14)$$

$$[K_U] [Z_x] = [M_A] [Z_x] [\omega_x^2] \quad (4.15)$$

$$[Z_x]^T [K_U] [Z_x] = [\omega_x^2] \quad (4.16)$$



que satisface, la simetría de la matriz de rigideces, la ecuación de movimiento y la ortogonalidad respectivamente, el resultado es:

$$[K_U] = [K_A] + ([\Delta] + [\Delta]^T) \quad (4.17)$$

donde:

$$[\Delta] = \frac{1}{2} [M_A] [Z_X] ([Z_X]^T [K_A] [Z_X] + [\omega_X^2]) [Z_X]^T [M_A] - [K_A] [Z_X] [Z_X]^T [M_A] \quad (4.18)$$

### IV.1.3 Métodos basados en la mezcla de matrices

Los métodos basados en la mezcla de matrices fueron desarrollados por Ross (1971) y Thoren (1972) posteriormente fueron introducidos por César (1987) y Link et al. (1987).

Suponiendo que todos los modos de vibrar pueden ser medidos en todos los grados de libertad, es posible construir la matriz de masas y de rigideces de la estructura directamente. Suponiendo que los vectores característicos están normalizados con respecto a la matriz de masas se tiene que:

$$[M_U]^{-1} = [Z_X] [Z_X]^T = \sum_{i=1}^N \{z_x\}_i \{z_x\}_i^T \quad (4.19)$$

y

$$[K_U]^{-1} = [Z_X] [\omega_X^2] [Z_X]^T = \sum_{i=1}^N \frac{\{z_x\}_i \{z_x\}_i^T}{\omega_{Xi}^2} \quad (4.20)$$

**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**



donde:  $\{z_x\}_i$  = vector característico  $i$  medido en la estructura  
 $\omega_{x_i}^2$  = valor característico  $i$  medido en la estructura

Existen dos grandes dificultades con el método anterior. Primero, el número de modos medidos usualmente es mucho menor que el número de grados de libertad. Segundo, la respuesta de la estructura solo puede ser determinada en ciertos puntos. Sin embargo, la segunda dificultad puede ser solucionada mediante la expansión experimental de los modos de vibrar a partir del modelo analítico.

De este modo, las matrices de masas y de rigideces pueden ser obtenidas a partir de las siguientes ecuaciones.

$$[M_U]^{-1} = \sum_{i=1}^m \{z_x\}_i \{z_x\}_i^T + \sum_{i=m+1}^N \{z_A\}_i \{z_A\}_i^T \quad (4.21)$$

$$[K_U]^{-1} = \sum_{i=1}^m \frac{\{z_x\}_i \{z_x\}_i^T}{\omega_{x_i}^2} + \sum_{i=m+1}^N \frac{\{z_A\}_i \{z_A\}_i^T}{\omega_{A_i}^2} \quad (4.22)$$

donde:  $\{z_A\}_i$  = vector característico  $i$  del modelo analítico  
 $\omega_{A_i}^2$  = valor característico  $i$  del modelo analítico

Donde  $m$  y  $N$  son el número de modos medidos y el total de grados de libertad respectivamente. Si el número de modos medidos es mucho menor que el número de grados de libertad las expresiones anteriores se convierten en:

$$[M_U]^{-1} = [M_A]^{-1} + \sum_{i=1}^m \{z_x\}_i \{z_x\}_i^T - \sum_{i=1}^m \{z_A\}_i \{z_A\}_i^T \quad (4.23)$$

$$[K_U]^{-1} = [K_A]^{-1} + \sum_{i=1}^m \frac{\{z_x\}_i \{z_x\}_i^T}{\omega_{x_i}^2} - \sum_{i=1}^m \frac{\{z_A\}_i \{z_A\}_i^T}{\omega_{A_i}^2} \quad (4.24)$$



#### IV.1.4 Métodos basados en la matriz de error

Los métodos basados en la matriz de error son un grupo de técnicas que directamente estiman el error en las matrices de masas y rigideces suponiendo que el error relativo es muy pequeño, Gysin (1986) (Seed Z. R., (1997), formuló las siguientes ecuaciones para la estimación de la matriz de error de la rigidez  $[\Delta K]$  y de la masa.

$$[\Delta K] \cong [K_A] \left( [Z_A] \left[ \frac{1}{\omega_A^2} \right] [Z_A]^T - [Z_X] \left[ \frac{1}{\omega_X^2} \right] [Z_X]^T \right) [K_A] \quad (4.25)$$

$$[\Delta M] \cong [M_A] \left( [Z_A] [Z_A]^T - [Z_X] [Z_X]^T \right) [M_A] \quad (4.26)$$

donde:  $[Z_A]$  = matriz de vectores característicos del modelo analítico

#### IV.1.5 Método de la matriz de flexibilidades

La matriz de flexibilidades de una estructura, puede ser estimada directamente a partir de sus desplazamientos medidos.

La flexibilidad se puede describir como los desplazamientos provocados ante la aparición de una fuerza. La matriz de flexibilidades  $[F]$  de una estructura tiene la siguiente configuración.

$$[F] = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{21} & \dots & \dots & f_{n1} \\ f_{12} & f_{22} & \dots & \dots & f_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

donde:  $f_{i,j}$  = representa el desplazamiento que se produce en el grado de libertad  $j$  al aplicar una fuerza en el grado de libertad  $i$ .



Debido a esta relación, al aplicar una carga en cada uno de los grados de libertad de la estructura y medir los desplazamientos en los diferentes niveles, se puede determinar la matriz de flexibilidades de la estructura.

Por ejemplo si a la estructura de la figura (4.1), se le aplicamos una fuerza en el último nivel y se registran los datos de los desplazamientos, se tendrá:

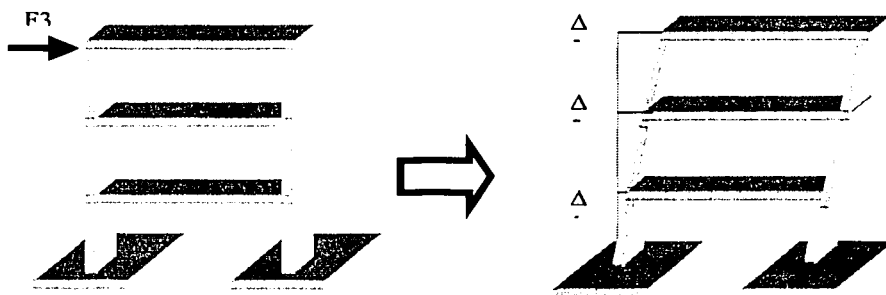


Figura 4.1

*Desplazamientos producidos por la aplicación de una fuerza al edificio*

Al aplicar una fuerza en el último nivel de la estructura se produce un desplazamiento en cada uno de los niveles, el coeficiente de flexibilidades estará dado por:

$$f_{i,j} = \frac{\Delta_j}{V_i} \quad (4.28)$$

donde:  $\Delta_j$  = desplazamientos en el grado de libertad  $j$

$V_i$  = fuerza aplicada en el grado de libertad  $i$

$f_{i,j}$  = coeficiente de flexibilidad

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Es decir,  $f_{i,j}$  se obtiene mediante el cociente del desplazamiento medido en el grado de libertad  $j$ , entre la fuerza aplicada en el grado de libertad  $i$ , de esta manera al excitar cada uno de los niveles de forma independiente y registrar los desplazamientos en cada uno de los grados de libertad se obtendrá la matriz de flexibilidades de la estructura.

#### IV.1.6 Estimación de la matriz de rigideces con la Descomposición de Valores Singulares (DVS)

Este método consiste en un proceso iterativo, en donde gradualmente se estima la matriz de rigideces de la estructura a partir de algunos modos y frecuencias medidos. El método se basa en el algoritmo DVS de una matriz.

Cualquier matriz  $A$  de orden  $M \times N$ , se puede escribir como el producto de una matriz ortogonal  $U$  de orden  $M \times M$ , una matriz diagonal  $D$  de orden  $N \times N$  con elementos positivos o ceros, y la transpuesta de una matriz ortogonal  $V$  de orden  $N \times N$ . Los elementos de la matriz diagonal  $D$  son los elementos o valores singulares de nuestro sistema. Si se tienen menos ecuaciones  $M$  que incógnitas  $N$  entonces se esperará más de una solución, teniendo una familia de soluciones. Quedando de la siguiente manera:

$$[A] = [U][D][V]^T \quad (4.29)$$

donde:  $[U]$  = matriz ortogonal de orden  $nti \times nti$

$[V]$  = matriz ortogonal de orden  $Ne \times Ne$

$[D]$  = matriz diagonal de orden  $nti \times Ne$

De manera que  $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k)$  siendo estos los valores singulares de la matriz  $[A]$  tal que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k$ , donde  $k$  es el rango de la matriz, que es igual al número de valores singulares diferentes a cero.

Este método también permite obtener la inversa de una matriz  $A$ . Como  $U$  y  $V$  son ortogonales, la inversa de cada una es igual a su respectiva matriz transpuesta y



como  $D$  es diagonal su inversa es una matriz diagonal cuyos elementos son recíprocos de los elementos de dicha matriz. Así que de la ecuación (4.29) podemos definir que la inversa de la matriz  $A$  es como sigue:

$$[A]^{-1} = ([U][D][V]^T)^{-1} \quad (4.30)$$

$$[A]^{-1} = [V][D]^{-1}[U]^T \quad (4.31)$$

donde:

$$D^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, \dots, \frac{1}{\sigma_k}\right)$$

A través del análisis de la matriz  $D$  se podrá determinar el número de condición del sistema, que es un indicador del estado de la matriz. El número de condición se define matemáticamente como:

$$c(A) = \frac{\sigma_1}{\sigma_k} \quad (4.32)$$

Si el número de condición de una matriz es muy grande, se dice que la matriz es mal condicionada. Observamos de la ecuación anterior que si el valor de  $\sigma_k$  es muy pequeño, el número de condición se incrementa considerablemente, en este caso es probable que los errores de medición, modelado y redondeo se amplifiquen significativamente. En tal caso será útil considerar lo siguiente:

$$A^{-1} = (UDV^T)^{-1} \approx VD_o^{-1}U^T \quad (4.33)$$

$$D_o^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_i} & \text{si } \sigma_i > t \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (4.34)$$

donde  $t$  será definido como el mínimo valor que podrá tomar un valor singular.





Dicho en otras palabras, será útil sustituir la matriz  $D^{-1}$  por  $D_o^{-1}$  obtenida de reemplazar los valores singulares más pequeños por cero. De esta forma, los valores singulares menores a este valor se desprecian. Dichos valores singulares a ser eliminados se obtendrán definiendo el valor mínimo que podrá tomar un valor singular.

Para determinar la matriz de rigideces de la estructura  $[K]$ , resulta que  $[V] = [U]$ , y están formadas por los vectores característicos de la matriz de rigideces, y por otro lado, la matriz  $[D]$ , es igual a la matriz de valores característicos. Así:

$$[V] = [U] = [Z] \quad (4.35)$$

$$[D] = [\omega^2] \quad (4.36)$$

Por lo tanto, la matriz de flexibilidades de la estructura estará dada por:

$$[F] = [Z][\omega^2]^{-1}[Z]^T \quad (4.37)$$

y la matriz de rigideces será:

$$[K] = [F]^{-1} \quad (4.38)$$

Si se tuvieran todos los modos y frecuencias de vibración de la estructura, se podría determinar la matriz de rigideces de la misma con las ecuaciones anteriores. Cuando no se conocen todos los valores es posible desarrollar un proceso iterativo que permite aproximarse a la matriz de rigideces. Los pasos para ejecutar dicho proceso se describen a continuación:

1. Se calculan las matrices  $[Z_n]$  y  $[\omega^2_n]$  para el modelo analítico de la estructura.
2. Se calculan los factores de correlación  $MC$  y  $FC$ , entre  $[Z_n]$  y  $[\omega^2_n]$ , para las mediciones y para el modelo analítico. Para el caso de los valores característicos el factor de correlación  $FC$  puede obtenerse de la siguiente manera:



$$FC = \left( \frac{\sum_{i=1}^m \omega^2_{X,i}}{m} \right) \quad (4.39)$$

donde:  $\omega^2_{X,i}$  = valor característico  $i$  medido en la estructura

$\omega^2_{A,i}$  = valor característico  $i$  del modelo analítico

$m$  = número de grados de libertad medidos

En el caso de los vectores característicos el factor  $MC$  se obtiene como:

$$MC = \frac{\{z_A\}^T \{z_X\}}{\{z_A\}^T \{z_A\}} \quad (4.40)$$

3. Se multiplican las matrices  $[Z_A]$  y  $[\omega^2_A]$ , por los factores de correlación  $MC$  y  $FC$  respectivamente. Para poder calcular la matriz de rigideces de la estructura, es necesario comenzar con valores cercanos al estado real. Por este motivo se deben multiplicar las matrices  $[Z_A]$  y  $[\omega^2_A]$ , por factores de correlación  $MC$  y  $FC$  respectivamente que permitan iniciar las iteraciones.

Este punto ofrece una ventaja sobre los demás métodos ya que la mayoría de ellos no modifican los valores y vectores característicos que no pudieron ser medidos en la estructura.

Al multiplicar las matrices  $[Z_A]$  y  $[\omega^2_A]$  por sus correspondientes factores, se puede suponer que se están determinando los valores y vectores característicos para el estado dañado de la estructura. Así se tiene:

$$[Z_D] = MC[Z_A] \quad (4.41)$$

$$[\omega^2_D] = FC[\omega^2_A] \quad (4.42)$$



4. Se sustituyen los valores medidos en las matrices  $[\omega^2_D]$  y  $[Z_D]$  factorizadas, que son las matrices de valores y vectores característicos respectivamente para el estado dañado.

Los valores de las frecuencias y modos de vibración conocidos de la estructura se pueden sustituir directamente en las matrices de las ecuaciones (4.41) y (4.42). La única consideración que se debe tomar en cuenta para realizar la sustitución es el orden de los valores en las matrices. Usualmente los valores determinados de las mediciones son los más pequeños, así que deben sustituirse en la misma posición que ocupan en la matriz para el modelo analítico. Para el caso de los vectores característicos, la organización de estos está asociada a la posición de los valores característicos.

5. Se calcula la matriz de flexibilidades  $[F]$  con la ecuación (4.37).
6. Si se conocen los valores de los coeficientes de la matriz de flexibilidades se pueden sustituir directamente en la ecuación (4.37).

La fuerza para excitar la estructura, comúnmente suele aplicarse en el último nivel. Al obtener los coeficientes de la flexibilidad de esta fuerza, se puede obtener la última columna de la matriz de flexibilidades. Debido a la simetría se obtendría la última fila de la misma.

7. Se calcula la nueva matriz de rigideces de la estructura  $[K_U]$ . Una vez obtenida la matriz de flexibilidades, podemos determinar la matriz de rigideces con la ecuación (4.38).
8. Se calculan los nuevos valores de  $[\omega^2]$  y de  $[Z]$  con las ecuaciones (2.18) y (2.19). Este paso consiste en determinar nuevamente los valores y vectores característicos y verificar que los valores que se generan a partir de la matriz de rigideces, sean iguales a los que se obtuvieron a partir de las mediciones.



9. Se evalúa el error entre los datos medidos y los calculados. En caso de que los valores que se generan a partir de la matriz de rigideces no sean iguales a los que se obtuvieron a partir de las mediciones, se vuelve a sustituir los valores medidos en las matrices y recalcular, regresando al paso número 4. Así, gradualmente el resultado de los valores y vectores característicos calculados, se van aproximando a los medidos y de igual manera, la matriz de rigideces se va aproximando a la matriz para el estado dañado.

### IV.1.7 Comentarios de los métodos

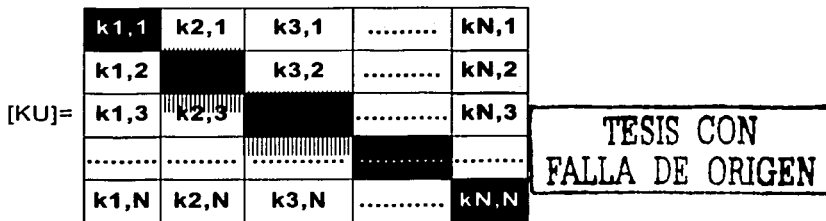
Todos los métodos mostrados, presentan un buen desempeño ante diferencias pequeñas entre la matriz de rigideces para el estado dañado y el modelo inicial. A medida que se incrementa esta diferencia la estimación va perdiendo exactitud. Otro factor que afecta la exactitud del método es la complejidad de la estructura analizada, ya que a mayor número de grados de libertad, menor será el grado de precisión.

Una consideración que se debe tomar en cuenta en la elección de alguno de estos métodos, radica en que pueden llegar a no ser congruentes con el problema físico. Esta incongruencia se puede verificar mediante la comparación de los coeficientes de la matriz de rigideces. En algunos casos, los coeficientes de la matriz de rigideces estimada resultan ser mayores que los del modelo analítico, lo que implicaría un incremento de rigidez que, en la realidad resulta incongruente.

Principalmente, los métodos estiman de manera adecuada la diagonal principal de la matriz de rigideces, pero los términos que relacionan la fuerza y el desplazamiento, mientras más alejados están de esta, mayor error presentan.

De manera esquemática las zonas de la matriz de rigidez en las que se obtiene un mejor resultado, se puede representar esquemáticamente como en la figura (4.2)





donde:

■ Términos de la matriz de rigideces estimada que presentan una mayor exactitud

□ Estos términos presentan buenos resultados, dependiendo de la cantidad de datos suministrados a los métodos

▨ En algunas ocasiones estos coeficientes llegan a ser mayores que para el modelo analítico, lo cuál implicaría un incremento de rigidez, y por otro lado se presentan errores muy grandes.

Figura 4.2

## IV.2 DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

La matriz de rigidez que se obtiene de la estructura para su estado dañado, a partir de las mediciones, es una matriz condensada, de menor orden que la matriz de rigideces global de la estructura. Esto se debe a que solo contempla un número limitado de grados de libertad. Por este motivo, es necesario contar con una metodología de cálculo que sea capaz de condensar la matriz de rigideces global de la estructura y hacer referencia a los grados de libertad medidos.

En la figura (4.3) se muestra de manera esquemática la metodología de cálculo que utiliza el método de detección propuesto.



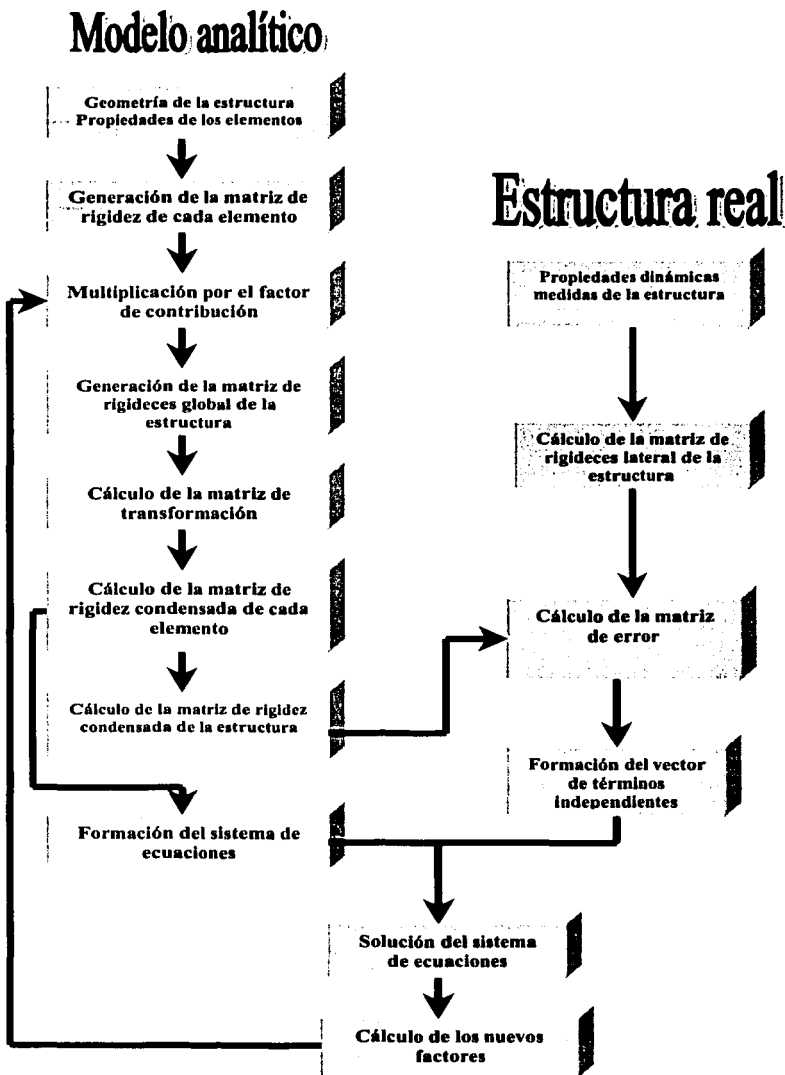


Figura 4.3

Detección de daño con el método de la matriz de transformación

TESIS CON  
ALLA DE ORIGEN



Es posible realizar una comparación directa entre las matrices de rigideces para el estado dañado y el modelo analítico a través de los diversos métodos que existen para estimar la matriz de rigideces, y de esta manera determinar si existe o no daño mediante una eventual pérdida de rigidez. Lo anterior no proporciona información acerca de la localización y la magnitud del daño en cada uno de los elementos que forman una estructura. Debido a esto, es necesaria la aplicación de una metodología de cálculo que permita relacionar, la rigidez real que cada elemento aporta a la matriz de rigideces lateral de la estructura en su estado dañado.

Como se aprecia en la figura (4.3), el método propuesto es un proceso iterativo, en el que, gradualmente se va afectando la rigidez de cada uno de los elementos que conforman la estructura. A partir de estas matrices de rigideces modificadas se determina la matriz de rigidez condensada de la estructura y posteriormente se compara con la matriz de rigideces condensada para el estado dañado de la estructura.

### IV.3 DETECCIÓN DE DAÑO EN MARCOS PLANOS

Las uniones entre barras se suponen rígidas. Por esta razón, para cada nudo de la estructura se consideran tres grados de libertad (dos translaciones y una rotación). Figura (4.4)

A continuación se describen los pasos que forman parte del método de cálculo propuesto.

- a. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS.** Cada uno de los *NE* elementos que forman la estructura tiene tres grados de libertad en sus extremos. Cada uno de estos elementos tiene asociada una matriz que representa su rigidez, ecuación (2.4).



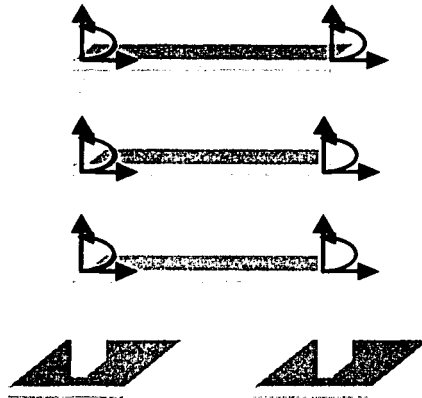


Figura 4.4

Grados de libertad de un marco plano

- b. **MULTIPLICACIÓN POR EL FACTOR DE CONTRIBUCIÓN.** El factor de contribución  $\{X\}$  en la siguiente ecuación, es un parámetro adimensional que representa la contribución, a la rigidez global de la estructura, que aporta cada uno de los elementos estructurales que la conforman.

$$[KEF]_i = [KE]_i \{X\}_i \quad (4.43)$$

donde:  $[KEF]_i$  = matriz de rigidez del elemento  $i$  afectada por el factor de contribución

$[KE]_i$  = matriz de rigidez del elemento  $i$

$\{X\}_i$  = vector que contiene los valores del factor de contribución del elemento  $i$

Por lo tanto, una estructura con  $NE$  elementos tendrá  $NE$  factores  $\{X\}$  asociados a cada uno de ellos. El valor de  $\{X\}$  está comprendido entre 1 y 0, donde 1 significa que el elemento aporta el 100% de su rigidez a la matriz



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



de rigideces global de la estructura y 0 que el elemento está completamente dañado, y no aporta rigidez a la estructura global.

Para la primera iteración, en donde se supone que la estructura no tiene daño, el parámetro  $\{X\}$  toma el valor de 1. A medida que el proceso iterativo evoluciona, el parámetro de cada una de las barras se irá ajustando, hasta que al final tomará el valor al cuál la barra está trabajando en la estructura dañada.

- c. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDECES GLOBAL DE LA ESTRUCTURA.** La matriz de rigidez global de la estructura  $[KG]$ , representa la contribución de la rigidez de cada uno de los elementos que la componen. Se puede formar a partir de la suma de las matrices de rigideces de los elementos. Esta matriz es de orden  $NGL \times NGL$ , ya que está referenciada a todos los grados de libertad que componen la estructura. Esto es:

$$[KG] = \sum_{i=1}^{NE} [KEF]_i \{X\}_i \quad (4.44)$$

- d. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN.** La matriz de rigideces lateral obtenida a partir de las mediciones  $[KM]$  es de orden  $NM \times NM$ , donde  $NM < NGL$ . Así, una comparación directa entre ambas matrices resulta imposible. Por este motivo, es necesario reducir la matriz global, haciendo referencia a los mismos grados de libertad que la matriz lateral. Para poder realizar esto es necesario utilizar un método de condensación como el descrito en el subcapítulo II.3. Donde se establece que la relación entre los grados de libertad medidos y los restantes es a través de la matriz de transformación  $T$ , ecuación (2.31). Ésta estará afectada por los factores de contribución, y debido a esto, esta la matriz no es fija sino se irá reajustando en cada iteración.
- e. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ CONDENSADA PARA CADA UNO DE LOS ELEMENTOS.** Una de las propiedades importantes del método de la condensación estática es que cada una de las  $[KEF]$  matrices de los  $NE$



elementos que forman la estructura pueden ser condensadas, y referenciadas a los  $NM$  grados de libertad medidos en la estructura. La forma de determinar la matriz de rigidez condensada  $[KEC]$  de cada uno de sus  $NE$  elementos es:

$$[KEC]_i = [T]^T [KEF]_i [T] \quad (4.45)$$

- f. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ CONDENSADA DE LA ESTRUCTURA.** Al igual que la matriz de rigideces global de la estructura, la matriz condensada  $[KGC]$  puede obtenerse a partir de la suma de las matrices  $[KEC]$  de cada uno de los elementos que la componen.

Cabe mencionar que en este punto, ya sería posible hacer una comparación directa entre la matriz de rigideces de la estructura para el estado inicial y para el estado dañado, pero dicha comparación directa no proporcionaría información acerca del estado de los elementos.

Así la matriz de rigideces condensada  $[KGC]$  de la estructura se obtiene como:

$$[KGC] = \sum_{i=1}^{NE} [KEC]_i \quad (4.46)$$

- g. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE ERROR.** Ya que el método propuesto trabaja sobre la diferencia que existe entre la matriz de rigidez para el estado inicial y para el estado dañado, se tiene la ventaja de que a medida que el modelo analítico se va aproximando al modelo medido, el error entre las matrices de rigidez de ambos estados se va reduciendo de forma gradual. Por lo que el factor de contribución de cada uno de los elementos también comienza a variar de manera gradual.

Así, el error en la matriz de rigideces  $[\Delta K]$  se obtiene con la siguiente expresión:



$$[\Delta K] = [KGC] - [KM] \quad (4.47)$$

- h. **FORMACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.** Para determinar el estado de los elementos que conforman la estructura es necesario plantear un sistema de ecuaciones. Este contendrá la información de la rigidez de cada uno de los elementos haciendo referencia a los grados de libertad medidos en la estructura. Por lo tanto, dicho sistema tendrá  $NE$  variables. Por otro lado, debido a la simetría de las matrices de rigideces condensadas, se tendrán  $NTI$  términos independientes que serán el número de ecuaciones en el sistema. Por lo general, en marcos planos el número de variables  $NE$ , es mayor que el número de ecuaciones  $NTI$ , por lo que se presenta un sistema de ecuaciones subdeterminado. Que tendrá la siguiente configuración matricial:

$$[S] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{2,1} & k_{3,1} & \dots & k_{NE,1} \\ k_{1,2} & k_{2,2} & k_{3,2} & \dots & k_{NE,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{1,NTI} & k_{2,NTI} & k_{3,NTI} & \dots & k_{NE,NTI} \end{bmatrix}_{NE \times NTI} \quad (4.48)$$

donde:  $k_{i,j}$  = coeficiente  $j$  de la matriz de rigideces del elemento  $i$

$$NTI = \frac{NM(NM + 1)}{2}$$

- i. **FORMACIÓN DEL VECTOR DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES.** Para la solución del sistema de ecuaciones anterior representado en forma matricial, es necesario contar con un vector de términos independientes. Debido a que cada ecuación del sistema anterior representa la contribución de la rigidez de cada uno de los elementos al grado de libertad medido, es necesario organizar el vector solución de la misma forma. Para esto se utiliza la matriz de error  $[\Delta K]$ , de orden  $NM \times NM$ , y debido a la simetría de la



misma, se cuenta con  $NTI$ , términos independientes. Por lo tanto, el vector de términos independientes queda de la siguiente manera:

$$\{\Delta K\} = \begin{Bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ . \\ . \\ \Delta k_{NTI} \end{Bmatrix} \quad (4.49)$$

donde:  $\Delta k_i$  = Es el vector que contiene el error en la rigidez para cada uno de los  $NTI$  términos independientes.

- J. SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.** En un sistema de ecuaciones subdeterminado, pueden existir una infinidad de soluciones, muchas de las cuales pueden llegar a no ser congruentes con el problema físico planteado. Es decir, en este caso, al determinar el valor de los factores de contribución pueden llegar a quedar fuera del intervalo comprendido entre 0 y 1. Esto significaría que la rigidez del elemento sobrepasa o incluso llega a restar a la rigidez global. Por este motivo es necesario contar con un método de solución que permita manejarse en un intervalo de solución adecuado.

Como se puede ver, existe gran complejidad en la solución del sistema de ecuaciones. Después de probar una serie de métodos que son capaces de resolver este problema, se obtuvo que el que proporcionó mejores resultados fue el método de descomposición en valores singulares (DVS). Este método, además ofrece la ventaja de trabajar tanto con sistemas subdeterminados como sobredeterminados como se vió en el subcapítulo IV.2.6.

Al resolver el sistema de ecuaciones se encuentra un vector solución  $\{\Delta X\}$  de  $NEX1$  elementos que representa la cantidad de rigidez que cada elemento deja de aportar al existir daño. Esto es:



$$\{\Delta X\} = \begin{Bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta X_{NE} \end{Bmatrix}_{NE \times 1} \quad (4.50)$$

- k. **CÁLCULO DE LOS NUEVOS FACTORES.** El valor del factor de contribución para cada uno de los elementos estará dado por la siguiente ecuación:

$$\{X\}_{i,r+1} = \{X\}_{i,r} - \{\Delta X\}_{i,r} \quad (4.51)$$

donde:  $\{\Delta X\}_{i,r}$  = vector que contiene la cantidad de rigidez que deja de aportar cada uno de los elementos a la rigidez de la estructura

$\{X\}_{i,r+1}$  = vector que contiene el factor de contribución de cada elemento en la siguiente iteración

$r$  = iteración

- l. **MULTIPLICACIÓN DE LOS NUEVOS FACTORES POR LAS MATRICES DE RIGIDEZ DE LOS ELEMENTOS.** Se multiplica cada una de las matrices de rigideces de los elementos por los factores de contribución calculados en el paso anterior y se reinicia el proceso desde el punto b.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### IV.3.1 Finalización del algoritmo

Hay dos maneras de terminar el algoritmo. La primera consiste en determinar a priori un número de iteraciones, terminar el proceso y posteriormente verificar el error existente entre la matriz de rigideces estimada y la matriz real para el estado dañado. Esta primera manera, resulta conveniente cuando el número de iteraciones que son necesarias para resultados exactos resulta ser grande y el tiempo de análisis también. Este criterio no implica que los resultados obtenidos con un número limitado de iteraciones sean inexactos ya que los cambios en el factor de contribución resultan ser muy pequeños.

La segunda manera, consiste en establecer una tolerancia permisible para el valor del error entre la matriz estimada y la matriz para el estado dañado de la estructura.

El programa de cómputo realizado para el desarrollo de este método, utiliza ambas opciones, y la que se cumpla primero es la que detiene el algoritmo. Así mismo, al ir calculando el error en cada iteración es posible estimar el número de iteraciones necesarias para obtener el resultado deseado.

### IV.3.2 Consideraciones adicionales del método

Los diversos métodos que estiman la matriz de rigideces a partir de las propiedades dinámicas medidas en una estructura, en ocasiones pueden no ser congruentes con el problema físico planteado. Esto puede ocasionar que el método de detección propuesto no llegara a converger. Por este motivo, en ocasiones resulta muy conveniente no trabajar con los *NTI* términos independientes de la matriz de rigideces. Es decir, se puede trabajar con los coeficientes de la matriz de rigideces de forma independientes e incluirlos o no en la formación del sistema de ecuaciones. El hecho de reducir el número de términos independiente produce un sistema de ecuaciones con un grado de subdeterminación superior, con lo que el resultado obtenido puede llegar a desviarse del resultado real.



Lo anterior ofrece una gran ventaja al aplicar los métodos de estimación de la matriz de rigideces a partir de las mediciones, ya que como se ha visto en general aproximan de buena forma la diagonal y bidiagonal principal. Esto es, que es posible formar el sistema de ecuaciones con la diagonal principal de la matriz de error o con la bidiagonal con lo cual se tendría lo siguiente:

Utilizando los términos independientes de la matriz de error se obtiene un sistema de ecuaciones formado por  $NE$  variables con  $\left(\frac{NM(NM+1)}{2}\right)$  ecuaciones.

Utilizando la diagonal principal de la matriz de error se obtiene un sistema de ecuaciones de  $NE$  variables con  $NTI = NM$  ecuaciones.

Utilizando la bidiagonal de la matriz de error se obtiene un sistema de  $NE$  variables por  $NTI = 2NM - 1$  ecuaciones.

Utilizando estas consideraciones adicionales se llega a obtener resultados muy aproximados además de facilitar la convergencia del método.

### IV.3.3 Algoritmo del método de detección de daño para estructuras bidimensionales

1. Se calcula la matriz de rigideces para el estado dañado de la estructura  $[KM]$  a partir de las mediciones.
2. Se establece el número de iteraciones para la finalización del algoritmo
3. Se calculan las matrices de rigideces de cada elemento de la estructura  $[KE]_i$ , con la ecuación (2.4)
4. Se multiplican las matrices  $[KE]_i$  por el factor de contribución  $\{X\}_i$  de cada uno de los elementos y se obtienen las matrices  $[KEF]_i$ . Para la primera iteración dichos factores toman el valor de la unidad  $\{1\}$



5. Se forma la matriz de rigideces global de la estructura  $[KG]$ , con la ecuación (4.44)
6. Se calcula la matriz de transformación  $[T]$  asociada a la matriz de rigideces global de la estructura, con la ecuación (2.31)
7. Se calculan las matrices de rigideces condensadas de cada uno de los elementos de la estructura  $[KEC]$ , con la ecuación (4.45)
8. Se determina la matriz de rigideces lateral de la estructura  $[KGC]$ , con la ecuación (4.46)
9. Se calcula la matriz de error  $[\Delta K]$ , con la ecuación (4.47)
10. Se forma el sistema de ecuaciones  $[S]$  ecuación (4.48) con las matrices  $[KEC]$  y se forma el vector de términos independientes ecuación (4.49) con la matriz de error  $[\Delta K]$  ecuación (4.47)
11. Se resuelve el sistema de ecuaciones con el método de la descomposición en valores singulares y se obtiene  $\{\Delta X\}$ , ecuación (4.50)
12. Se calculan los factores de contribución para la siguiente iteración  $\{X\}_{ik+1}$ , ecuación (4.51)
13. Con los factores de contribución calculados en el paso anterior se regresa al paso 4

## IV.4 DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS TRIDIMENSIONALES

En la mayoría de los casos es aceptable suponer que un edificio está formado por marcos planos ligados entre sí por sistemas de piso los que se consideran indeformables en su plano. Esto implica que los desplazamientos laterales de cualquier punto en los pisos del edificio se pueden expresar en términos de dos desplazamientos horizontales y un giro al rededor de un eje vertical. Así, cuando las cargas laterales están aplicadas en los pisos, el problema se puede reducir a uno de sólo tres grados de libertad por cada nivel. Figura (4.4).





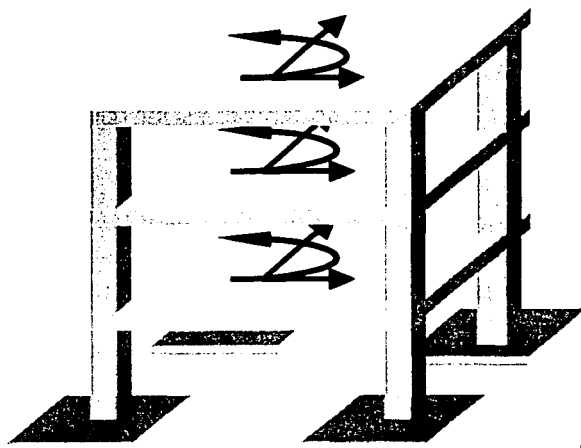


Figura 4.4

*Grados de libertad reducidos en un marco tridimensional*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

A partir de la suposición anterior es posible determinar la matriz de rigideces condensada de la estructura.

Básicamente la metodología de cálculo que se utiliza para el caso de marcos tridimensionales es la misma que se utiliza en marcos planos, ya que el método de la condensación estática, trabaja sobre sistemas planos. Por este motivo, en las estructuras tridimensionales, cada uno de los marcos planos que las componen es tratado de manera independiente. Existen algunas diferencias entre el análisis plano y el tridimensional que se podrán hacer evidentes más adelante.

- a. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS.** En las estructuras tridimensionales, cada nodo de la estructura consta de seis grados de libertad. Es decir, que a cada elemento le corresponderían un total de doce grados de libertad.



En el método de detección propuesto se analiza de forma independiente cada uno de los marcos planos que conforman la estructura. Debido a esto, la forma de calcular la matriz de rigideces de elemento es la misma que para el caso de marcos bidimensionales. De manera que en una estructura compuesta por  $NM$  número de marcos, donde cada uno de ellos está compuesto por  $NE$  elementos, se tendrá  $NE \times NM$ , matrices de rigideces de los elementos.

En este punto cabe resaltar que las columnas forman parte de más de un marco. Por lo que se deberá tener en consideración el momento de inercia que trabaja en cada una de las direcciones, de la sección transversal de la misma.

Por otro lado, es necesario que cada una de las matrices de rigideces de los elementos esté referenciada a los grados de libertad del marco al que pertenece  $NGLM$ , de esta forma se obtendrá un total de  $NE \times NM$  matrices  $[KE]_{i,j}$  calculadas con la expresión (2.4).

- b. **MULTIPLICACIÓN POR EL FACTOR DE CONTRIBUCIÓN.** En las estructuras en 3D, algunos de los elementos que las forman, pueden formar parte de más de un sistema plano, por lo que a estos elementos se les debe asignar un factor de contribución único.

De manera que para una estructura tridimensional con  $NE$  elementos se tendrán  $NE$  factores  $\{X\}$ .

$$[KEF]_{i,j} = [KE]_{i,j} \{X\}_{i,j} \quad (4.52)$$

donde:  $[KEF]_{i,j}$  = matriz de rigideces del elemento  $i$  que pertenece al marco  $j$ , afectada por el factor de contribución



- c. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDECES DE LA ESTRUCTURA.** Para cada uno de los  $NM$  marcos que conforman la estructura, la matriz de rigidez global  $[KG]$  será:

$$[KG]_j = \sum_{i=1}^{NE_i} [KEF]_{i,j} \quad (4.53)$$

$$i = 1, 2, \dots, NE$$

$$j = 1, 2, \dots, NM$$

Es decir, la matriz de rigideces global del  $j$ -ésimo marco, estará dada por la suma de todos los elementos  $i$  que forman parte de él.

- d. **CÁLCULO DE LAS MATRICES DE TRANSFORMACIÓN.** En este punto se presenta una mayor diferencia entre el método para marcos planos y para tridimensionales. A diferencia del caso de marcos planos, en donde solo existe una matriz de transformación  $[T]$ , para este caso adicionalmente se cuenta con otra matriz de transformación  $[B]$ .

En una estructura tridimensional formada por  $NM$  sistemas resistentes planos, cada uno de estos tendrá una matriz de transformación  $[T]$  dada por la ecuación (2.31) como se trató en el subcapítulo II.3.

- e. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ CONDENSADA PARA CADA UNO DE LOS ELEMENTOS.** En el caso de estructuras en 3D, cada barra hará referencia a dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical. Por lo tanto si una estructura es de  $NN$  niveles, cada una de las matrices de rigideces de los elementos será de orden  $3NN \times 3NN$ . De manera que para cada uno de los elementos la matriz de rigideces condensada según:

$$[KEC]_{i,j} = [B]_j^T [T]_j^T [KEF]_{i,j} [T]_j [B]_j \quad (4.54)$$



donde:  $[KEC]_{i,j}$  = matriz de rigideces condensada del elemento  $i$  que pertenece al marco  $j$   
 $[KEF]_{i,j}$  = matriz de rigideces afectada por el factor de contribución del elemento  $i$  que pertenece al marco  $j$   
 $[T]_j$  = matriz de transformación que condensa sobre los grados de libertad laterales del marco  $j$   
 $[B]_j$  = matriz de transformación que relaciona los grados de libertad laterales del marco  $j$  con los movimientos de cuerpo rígido de las losas del edificio tridimensional

- f. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ CONDENSADA DE LA ESTRUCTURA.** Como las matrices de rigidez de cada uno de los elementos ya hacen referencia a los mismos grados de libertad de la estructura, es posible determinar la matriz de rigidez condensada de toda la estructura, la cual, estará dada por la suma de la matriz de rigidez de cada uno de los elementos que conforman cada marco de la estructura esto es:

$$[KGC] = \sum_{j=1}^{NM} \sum_{i=1}^{NE} [KEC]_{i,j} \quad (4.55)$$

donde:  $[KGC]$  = matriz de rigidez condensada de la estructura

Cabe mencionar que la sumatoria anterior se realiza por marcos, así que las matrices de los elementos que forman un marco deben de ser sumados. Debido a esto, existen las matrices de los elementos que forman parte de más de un marco deberán ser sumadas tantas veces como marcos a los que pertenezcan.

- g. **CÁLCULO DE LA MATRIZ DE ERROR.** La matriz de error de las rigideces  $[\Delta K]$  se obtiene con la siguiente expresión:

$$[\Delta K] = [KGC] - [KM] \quad (4.56)$$



- h. **FORMACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.** El sistema de ecuaciones estará conformado por cada uno de los  $NE$  elementos que forman parte de los  $NM$  marcos planos de la estructura. Se debe recordar que el número de elementos de la estructura representa la cantidad de variables que presenta el sistema, y por otro lado el número  $NTI$ , de términos independientes será el número de ecuaciones del sistema. En este caso:

$$NTI_j = \frac{3NN_j(3NN_j + 1)}{2} \quad (4.57)$$

donde:  $NTI_j$  = número de términos independientes del elemento que forma parte del marco  $j$

$NN_j$  = número de niveles del marco  $j$

Como se puede ver, el número de términos independientes varía para cada marco en función del número de niveles, esto podría producir sistemas de ecuaciones no compatibles. Para que todas las matrices de rigideces condensadas de los elementos tengan el mismo número de términos independientes, es necesario complementar las matrices con ceros en los elementos que formen parte de marcos con un menor número de niveles.

El sistema tendrá la siguiente configuración de forma matricial.

$$[S] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{2,1} & k_{3,1} & \dots & k_{NE,1} \\ k_{1,2} & k_{2,2} & k_{3,2} & \dots & k_{NE,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{1,NTI} & k_{2,NTI} & k_{3,NTI} & \dots & k_{NE,NTI} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

- i. **FORMACIÓN DEL VECTOR DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES.** El vector de términos independientes es de la forma:



$$\{\Delta X\} = \begin{Bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta X_{NE} \end{Bmatrix}_{NE \times 1} \quad (4.59)$$

- j. **SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.** A diferencia del caso de marcos bidimensionales, aquí sí se llegan a presentar tanto sistemas sobredeterminados en donde el número de ecuaciones puede llegar a ser mayor que el número de incógnitas como subdeterminados. Por lo que es necesario contar con un método de solución que permita trabajar con ambos sistemas. Por este motivo se eligió el método de la descomposición en valores singulares DVS que permite resolver ambos tipos de sistemas.

Al resolver el sistema de ecuaciones se encontrará un vector solución  $\{\Delta X\}$  de  $NE$  elementos que representa la cantidad de rigidez que el elemento deja de aportar al existir daño en la estructura, esto es:

$$\{\Delta X\} = \begin{Bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta X_{NE} \end{Bmatrix}_{NE \times 1} \quad (4.60)$$

- k. **CÁLCULO DE LOS NUEVOS FACTORES.** El cálculo del factor de contribución para la siguiente iteración  $r+1$  se realiza como:

$$\{X\}_{i,r+1} = \{X\}_r - \{\Delta X\}_r \quad (4.61)$$



#### IV.4.1 Consideraciones adicionales del método

En el caso de estructuras tridimensionales adicionalmente a las limitaciones ya mencionadas para estructuras en 2D, se tienen que en la práctica no existen métodos capaces de medir los grados de libertad rotacionales directamente. Debido a esto, el método propuesto sufriría problemas de convergencia. Por lo que cada uno de los elementos que forman parte del marco  $j$  de la estructura tendrían NTI términos independientes en donde:

$$NTI_j = \frac{2NN_j(2NN_j + 1)}{2} \quad (4.62)$$

Adicionalmente a esta reducción de términos, es posible aplicar las mismas consideraciones que para el caso de marcos bidimensionales, es decir, trabajar únicamente con los coeficientes de la diagonal y bidiagonal principal

Así, en el caso de trabajar con la diagonal principal se tendría:

$$NTI_j = 2NN_j \quad (4.63)$$

y para el caso de trabajar con la bidiagonal

$$NTI_j = 4NN_j - 1 \quad (4.64)$$

#### IV.4.2 Algoritmo del método de detección de daño para marcos tridimensionales

1. Se calcula la matriz de rigideces para el estado dañado de la estructura  $[KD]$  a partir de las mediciones.
2. Se establece el número de iteraciones para la convergencia del método
3. Se calculan las matrices de rigideces de cada uno de los  $NE$  elementos que forman los  $NM$  marcos  $[KE]_{i,j}$ .



4. Se multiplican las matrices  $[KE]_{i,j}$  Por el factor de contribución  $\{X\}_{i,j}$  de cada uno de los elementos y obtenemos las matrices  $[KEF]_{i,j}$  ecuación (4.52), para la primera iteración dicho factores toman el valor de la unidad {1}
5. Se forman las matrices de rigideces globales para cada uno de los NM sistemas planos  $[KG]_j$ , ecuación (4.53)
6. Se calcula las matrices de transformación  $[T]$  y  $[B]$ , asociadas a cada uno de los NM marcos que conforman la estructura, ecuaciones (2.31) y (2.42) respectivamente
7. Se calculan las matrices de rigideces condensadas de cada uno de los elementos de la estructura  $[KEC]_{i,j}$ , ecuación (4.54)
8. Se determina la matriz de rigideces lateral de la estructura  $[KGC]$ , ecuación (4.55)
9. Se calcula la matriz de error  $[\Delta K]$ , ecuación (4.56)
10. Se forma el sistema de ecuaciones  $[S]$  ecuación (4.58), con las matrices  $[KEC]$  de los elementos y se forma el vector de términos independientes, ecuación (4.59) con la matriz de error  $[\Delta K]$ , ecuación (4.56)
11. Se resuelve el sistema de ecuaciones con el método de la descomposición en valores singulares y se obtiene  $\{\Delta X\}$
12. Se calculan los factores de contribución para la siguiente iteración  $\{X\}_{i,r+1}$
13. Con los factores de contribución calculados en el paso anterior se regresa al paso 4 el número de iteraciones definidas en el paso 2





TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# CAPÍTULO V

## V. CONSIDERACIONES DEL MÉTODO

La construcción del modelo analítico de una estructura es una de las etapas más importantes en el problema de detección de daño. La validez de los resultados depende de qué tan bien se pueda representar el comportamiento real de un sistema estructural. Para el refinamiento de estos modelos se han desarrollado técnicas de estimación y actualización de parámetros estructurales. Sin embargo, la diferencia entre la respuesta de la estructura real y la del modelo analítico es inevitable aun después del refinamiento.

Esta diferencia surge principalmente por la presencia de ruido en las mediciones durante las pruebas de vibración, por incertidumbres inherentes a la estructura, por dificultad de obtener a partir de pruebas la totalidad de datos necesarios y por errores cometidos en las suposiciones y simplificaciones hechas en algunos aspectos estructurales durante el proceso de construcción de este modelo. Se puede mencionar, linealidad de comportamiento, sistemas de pisos comportándose como diafragmas rígidos, no consideración del efecto de interacción suelo-estructura, entre otras.

En muchos casos es suficiente encontrar el valor máximo de la respuesta para compararla con un valor de referencia que depende de las características de la estructura y predecir la seguridad. Esto es así cuando la respuesta elegida es única y define el comportamiento de la estructura. En estructuras complejas y con materiales heterogéneos la cuestión no se define tan directamente. Debido a esto,



es necesario tomar en cuenta a la hora de diseñar diversas consideraciones que se han definido como consideraciones físicas.

Una vez definido el modelo, y tomadas las consideraciones físicas, viene la etapa de desarrollo del método. Durante esta etapa es necesario tomar varias consideraciones de tipo matemático debido a que muchas veces no se cuenta con una cantidad de datos suficientes. Esto debido a la poca información que se puede llegar a manejar y a la complejidad de las operaciones propias del método. Además, muchas veces las incongruencias y dificultades resultantes de la aplicación de un método de análisis muy elaborado nacen de fallas de diseño. Así se tendrá que la estructura tiene un comportamiento ambiguo o dudoso y otras veces que ese método de análisis no sirve para representar confiablemente el funcionamiento de la estructura.

## V.1 CONSIDERACIONES FÍSICAS

### V.1.1 Linealidad

El método se basa en la teoría elástica, que es un supuesto de cómo funcionan las estructuras. Primeramente esta teoría supone que el comportamiento de cualquier material, sección o sistema estructural es "elástico", es decir, que al aplicarle una fuerza (carga) sufre una deformación, y al ser retirada la carga, el elemento regresa a su forma original y este comportamiento se repite hasta la falla.

Como se vio en el capítulo de antecedentes, una situación de daño lineal se define como el caso en el que la estructura permanece en el intervalo de comportamiento elástico-lineal después del daño como lo estaba en el estado inicial. El cambio en las propiedades modales de las estructuras es resultado del cambio en la geometría y/o cambios en las propiedades de los materiales que conforman. Si este cambio no es muy grande, la respuesta de la estructura puede seguir siendo modelada utilizando ecuaciones lineales de movimiento. Cuando ocurre daño severo en la estructura esta se comporta de manera no lineal.



Además toda esta serie de supuestos se formula dentro de soluciones estáticas. Si estas ecuaciones pueden resolverse linealmente, el primer paso se cumple y se considera que la estructura es estáticamente determinada. Pero la realidad es que las ecuaciones de equilibrio son insolubles, es decir, las estructuras son estáticamente indeterminadas (hiperestáticas). Ya que existen muchos posibles estados de equilibrio, esto es, hay muchas formas en las cuales una estructura soporta sus cargas.

### V.1.2 Diafragma rígido. Sistema de masas y resortes

En el estudio dinámico de las estructuras, es práctica común discretizar su movimiento concentrando las masas en unos pocos pasos y refiriendo a ellos los grados de libertad dinámicos. La estructura real se puede representar en forma conveniente por un sistema de masas y resortes, donde las masas se hacen iguales a las masas reales de los pisos y los resortes se hacen iguales a la rigidez de los elementos resistentes. Siendo esta otra de las consideraciones tomadas en cuenta durante el desarrollo del método. Una sola masa sobre un resorte puede representar a un marco rígido.

### V.1.3 Interacción suelo estructura. Suposición de base rígida

En algunos casos la flexibilidad del suelo en combinación con la flexibilidad de la estructura hace que se modifiquen las características dinámicas del sistema suelo-estructura. Debido a la dificultad que representa establecer modelos analíticos que simplifiquen e idealicen el fenómeno de interacción suelo-estructura, es común despreciar su efecto y considerar que la estructura se desplanta sobre una base infinitamente rígida. Al despreciar el efecto de interacción suelo-estructura, en el diagnóstico hecho sobre el estado de una estructura, es probable que dichos cambios sean utilizados erróneamente como indicadores de daño. En estudios realizados, Fierro F. (2001), se ha observado que el efecto de despreciar este fenómeno se traduce, principalmente, en una sobreestimación de la magnitud del daño real. Esto es, el efecto de la flexibilidad del suelo puede, en algunos casos,



disminuir la precisión con que se calcula la magnitud del daño, principalmente cuando la consideración de base rígida se aleja considerablemente de las características de rigidez del suelo sobre el que se desplanta la estructura.

#### V.1.4 Incertidumbres inherentes a la estructura

Las incertidumbres inherentes en todas las estructuras representan siempre un reto para el ingeniero, ya que estos son muchos y muy variados. Por ejemplo, las incertidumbres que existen en el conocimiento exacto de las propiedades de los materiales utilizados en la construcción y el comportamiento de estos al someterse a la carga de servicio, el suelo en el que se desplantará la estructura y la interacción que tendrá con la estructura, la forma real de interacción entre elementos estructurales, las incertidumbres de las cargas que se presentarán durante el servicio de la estructura así como, la incertidumbre de que se lleven a cabo exactamente las instrucciones dadas en el diseño estructural durante la etapa de construcción. Y por último, se sigue haciendo distinción entre la estructura y los componentes no estructurales, que muchas veces se designan un tanto despectivamente como secundarios. Generalmente estos elementos aportan rigidez considerable, siendo a veces muy resistentes.

Todas estas incertidumbres llevan a tomar una serie de consideraciones, al despreciar algunos de los efectos o al utilizar factores de seguridad para estimar el comportamiento global de la estructura.

#### V.1.5 Dificultad de obtener los modos superiores de vibración

Una fase del método de detección de daño en estructuras es determinar los modos y frecuencias de vibración a partir de datos obtenidos en mediciones realizadas en la estructura real.

Sin embargo, las limitaciones prácticas involucradas con la excitación y extracción de estos modos locales, causados en parte por la alta densidad modal, pueden hacerlos difíciles de identificar. Múltiples cambios de frecuencia pueden



proporcionar información espacial sobre el daño estructural porque los cambios en la estructura en diferentes lugares causarán combinaciones diferentes de cambios en las frecuencias modales. Sin embargo, como lo señalan diferentes autores, a menudo hay un número insuficiente de frecuencias con bastantes cambios significantes para determinar la situación del daño singularmente.

Por lo tanto se llega a problemas en donde la cantidad de información que se tiene de las mediciones de las propiedades dinámicas es mínima, en comparación con la información requerida para poder hacer una correcta evaluación de cada uno de los elementos que conforman una estructura.

## V.2 CONSIDERACIONES MATEMÁTICAS

Muchas veces, al utilizar diferentes técnicas y modelos analíticos en el estudio de las estructuras, ya sea para definir las fuerzas o para predecir su comportamiento, existe la tendencia de dejarse llevar por la elegancia de las matemáticas involucradas y olvidar las incertidumbres de los datos. Este hecho nos lleva a realizar esfuerzos muy grandes al desarrollar los modelos analíticos llegando a resultados muchas veces incongruentes.

El método propuesto para detectar daño estructural, se basa en la solución de un sistema de ecuaciones lineal de  $NTI$  ecuaciones por  $NE$  incógnitas, como el que sigue:

$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (5.1)$$

donde:  $[A]$  = matriz de coeficientes de orden  $NTI \times NE$

$\{b\}$  = vector de datos de orden  $NTI \times 1$

$\{x\}$  = vector de incógnitas de orden  $NE \times 1$

Debido a que el número de ecuaciones del sistema anterior es función de la cantidad de grados de libertad que es posible medir en la práctica en estructuras



de edificios; usualmente, contiene más incógnitas que ecuaciones. Lo anterior conduce a tener un sistema de ecuaciones subdeterminado cuya solución puede ser puramente matemática, es decir, en ocasiones ésta puede violar las condiciones físicas del problema en estudio. Adicionalmente a esto el sistema de ecuaciones anterior es mal condicionado.

Para obtener resultados congruentes con las condiciones físicas de los problemas en estudio, es necesario auxiliarse de varias consideraciones matemáticas.

### V.2.1 Sistemas mal condicionados

Al trabajar con sistemas de ecuaciones uno de los principales problemas matemáticos que pueden llagar a afectar la solución del problema, es trabajar con sistemas mal condicionados, por ejemplo.

Sean los sistemas de ecuaciones;

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 1.001y = 2 \end{cases} \quad (a)$$

$$\begin{matrix} y \\ \begin{cases} x + y = 2 \\ x + 1.001y = 2.001 \end{cases} \end{matrix} \quad (b)$$

El sistema (a) tiene como solución  $x=2$ ,  $y=0$  mientras que el (b) tiene solución  $x=1$ ,  $y=1$ . Se dice que la matriz de coeficientes está mal condicionada porque un cambio pequeño en los coeficientes constantes resulta un gran cambio en la solución. De esta manera, la presencia de errores de redondeo, en los sistemas mal condicionados es más difícil de manejar. Al resolver sistemas con errores de redondeo se deben evitar los sistemas mal condicionados siempre que sea posible.

### V.2.2 Número de condición de una matriz



Una forma de medir qué tan sensible puede ser el vector solución debido a errores en los datos, o qué tan mal condicionado está el sistema, es el número de condición  $c(A)$  de la matriz  $[A]$ .

En un problema directo, generalmente, las matrices  $[A]$  y  $\{b\}$  de la ecuación (5.1) son conocidas con mayor exactitud que en un problema inverso, como el que aquí se estudia, donde existen infinidad de incertidumbres, errores en los datos y por su puesto errores de redondeo. Debido a esto es difícil tener una solución al sistema de manera satisfactoria sin considerar que dicha solución tendrá que cambiar de  $\{x\}$  para el caso ideal donde se consideran valores de mediciones y modelos perfectos a  $\{x\} + \{\delta x\}$  que resulta de considerar alguna variación en los datos de  $\{b\}$  a  $\{b\} + \{\delta b\}$  y de  $[A]$  a  $[A] + [\delta A]$ . Siendo  $\{\delta x\}$  el cambio en la solución de la ecuación (5.1) debido a errores de medición y de modelado,  $\{\delta b\}$  y  $[\delta A]$  respectivamente.

De esta forma, se tiene que el error  $\frac{\|\{\delta x\}\|}{\|\{x\}\|}$  cometido al resolver la ecuación (5.1) puede ser tan grande como los errores de medición y de modelado,  $\frac{\|\{\delta b\}\|}{\|\{b\}\|}$  y  $\frac{\|[\delta A]\|}{\|[A]\|}$  respectivamente, amplificados por  $c(A)$ :

$$\frac{\|\{\delta x\}\|}{\|\{x\}\|} \leq R \cdot c(A) \left( \frac{\|\{\delta b\}\|}{\|\{b\}\|} + \frac{\|[\delta A]\|}{\|[A]\|} \right) \quad (5.2)$$

donde:  $\|\cdot\|$  = cualquier norma matricial y su correspondiente norma vectorial

$$R = \frac{1}{1 - \|[\delta A][A]^{-1}\|} \quad (5.3)$$

$$c(A) = \|[A]\| \|[A]^{-1}\| \quad (5.4)$$

La magnitud del error depende de dos factores; el primero está relacionado con la magnitud de los errores en los datos y el segundo, con el valor de  $c(A)$ , el cual es



característico para cada matriz de coeficientes  $[A]$ . Si el cambio  $[\delta A]$  es pequeño, el valor de la constante  $R$  será cercano a 1, en este caso el error dependerá principalmente de los errores de medición si el valor de  $c(A)$  no es grande, es decir, si la matriz  $[A]$  no está mal condicionada.

### V.2.3 Descomposición en valores singulares (DVS)

Existe una serie de técnicas para tratar las ecuaciones o matrices que son singulares o numéricamente muy cercanas a serlo. En los casos en que la eliminación de Gauss u otros métodos fallan, la técnica conocida como descomposición en valores singulares (DVS), diagnostica cuál es el problema. En algunos casos el DVS no solo diagnosticará el problema, sino también lo resolverá, en el sentido de que dará una solución numérica útil, aunque no necesariamente se obtendrá la respuesta deseada.

Cuando en la estructura que estemos estudiando existan más elementos estructurales  $N_e$ , que ecuaciones  $n_i$ , es necesario utilizar consideraciones matemáticas para resolver adecuadamente el sistema, debido a que la matriz  $A$  de la ecuación (5.1) es subdeterminada y mal condicionada. Para ello podemos emplear el criterio DVS.

Este método tiene la finalidad de encontrar la inversa de una matriz de cualquier dimensión. Para realizar esto, el método descompone la matriz original  $[A]$  en tres matrices, dos de ellas  $[U]$  y  $[V]$  ortonormales y la otra diagonal  $[D]$ .

A través del análisis de la matriz diagonal  $D$  aparte de dar un claro diagnóstico del sistema, se podrá determinar el número de condición del sistema, que es un indicador del estado de la matriz.

Este método juega un papel de vital importancia en la estimación y localización del daño en estructuras, ya que es muy versátil debido a que todos los datos que son extraídos de las mediciones pueden ser utilizados. Dependiendo de la cantidad de





---

datos introducidos, será la aproximación de la matriz de rigideces de la estructura obtenida.





TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# CAPÍTULO VI

## VI. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### VI.1 ESTIMACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES A PARTIR DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE LA ESTRUCTURA. MARCO PLANO DE 5 NIVELES

Se presenta un ejemplo para evaluar el desempeño de cada uno de los métodos utilizados en la determinación de la matriz de rigideces de la estructura a partir de las mediciones, presentados en el subcapítulo IV.1.

El procedimiento para evaluar cada uno de los métodos es el siguiente:

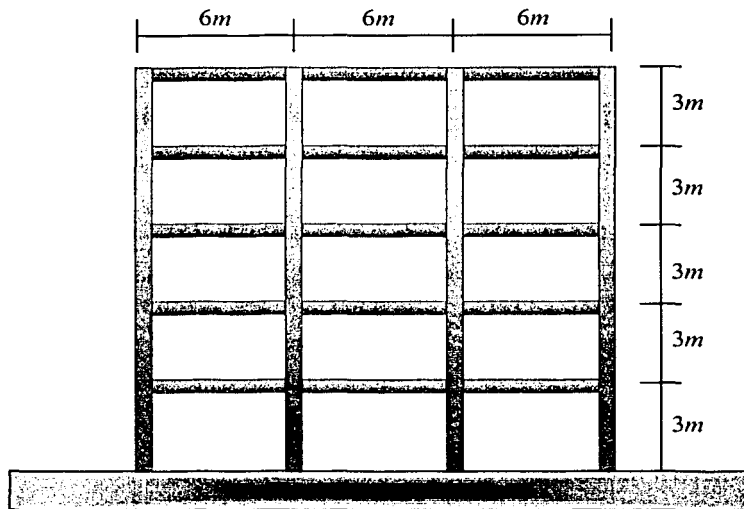
1. Construcción del modelo inicial, es decir, la geometría de la estructura, de las secciones y las propiedades de los materiales.
2. Formación de la matriz de rigideces lateral de la estructura
3. Cálculo de las frecuencias y los modos de vibrar de la estructura
4. Simulación de daño en la estructura
5. Cálculo de las propiedades dinámicas de la estructura para el estado dañado
6. Aplicación y comparación de los métodos



Para poder determinar la funcionalidad de los métodos se simula un estado de daño en los elementos de la estructura.

Todos los métodos pueden ser aplicados a estructuras tanto bidimensionales como tridimensionales.

El modelo analizado consta de las siguientes características.



*Figura 6.1*  
*Marco plano de 5 niveles*  
*Modelo analítico inicial*

Las columnas tienen una sección de 50 x 50 cm. Las traveses tienen una sección de 30 x 50 cm. El módulo de elasticidad  $253105.07 \text{ kg/cm}^2$ . La masa por unidad de volumen es de  $2.448 \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^3$ . La estructura está empotrada en su base.



Las propiedades de la estructura para el estado inicial sin daño son:

$$[K_A] = \begin{bmatrix} 257918.524 & -128180.06 & 23185.917 & -2474.1331 & 733.093629 \\ -128180.06 & 206454.661 & -124374.42 & 22591.626 & -1047.5275 \\ 23185.917 & -124374.42 & 204646.347 & -121757.29 & 19758.0942 \\ -2474.1331 & 22591.626 & -121757.29 & 188906.444 & -88240.452 \\ 733.093629 & -1047.5275 & 19758.0942 & -88240.452 & 68989.0152 \end{bmatrix} \left( \frac{kg}{cm} \right)$$

$$[M_A] = \begin{bmatrix} 13.965 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13.965 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13.965 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13.965 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10.29 \end{bmatrix} (kg)$$

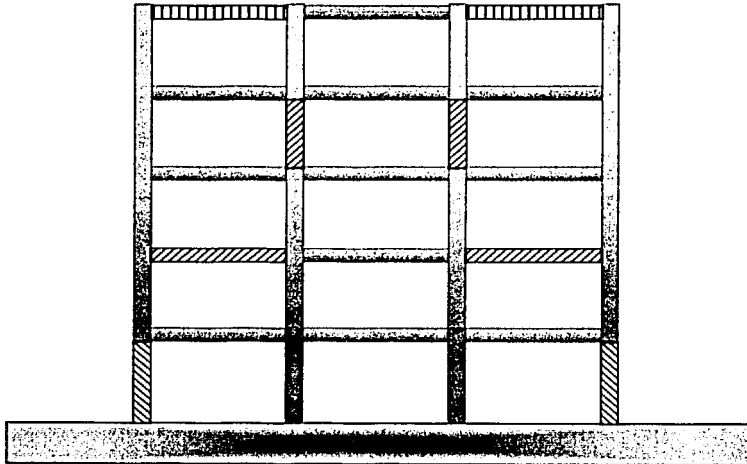
$$[\omega^2_A] = \begin{bmatrix} 357.67 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3571.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10913 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 21455 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 31841 \end{bmatrix} \left( \frac{rad}{s} \right)^2$$

$$[\omega_A] = \begin{bmatrix} 18.9121654 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 59.7637014 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 104.465305 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 146.475254 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 178.440466 \end{bmatrix} \left( \frac{rad}{s} \right)$$

$$[Z_A] = \begin{bmatrix} 0.029861 & -0.089574 & -0.14192 & -0.16453 & 0.12443 \\ 0.079572 & -0.16495 & -0.097278 & 0.072664 & -0.15272 \\ 0.12551 & -0.1094 & 0.12361 & 0.085903 & 0.1457 \\ 0.15908 & 0.040888 & 0.1011 & -0.15622 & -0.1 \\ 0.17791 & 0.17565 & -0.14966 & 0.10071 & 0.046218 \end{bmatrix} (cm)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Se simulan diferentes estados de daño en la estructura, haciendo variar la rigidez de los elementos, figura (6.2).



donde:



Los elementos están trabajando al 75% de su capacidad

Los elementos están trabajando al 80% de su capacidad

Los elementos están trabajando al 90% de su capacidad

Figura 6.2

*Estado de daño simulado del modelo analítico*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Las propiedades del modelo dañado son las siguientes:

$$[K_x] = \begin{bmatrix} 237452.361 & -120034.25 & 21963.3929 & -2243.0656 & 713.473816 \\ -120034.25 & 197405.912 & -119541.27 & 21932.8372 & -1296.4302 \\ 21963.3929 & -119541.27 & 196007.843 & -116840.59 & 19227.6745 \\ -2243.0656 & 21932.8372 & -116840.59 & 181498.056 & -85165.603 \\ 713.473816 & -1296.4302 & 19227.6745 & -85165.603 & 66677.6022 \end{bmatrix} \left( \frac{kg}{cm} \right)$$

$$[M_x] = \begin{bmatrix} 13.965 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13.965 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13.965 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13.965 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10.29 \end{bmatrix} (kg)$$

$$[\omega^2_x] = \begin{bmatrix} 336.38299 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3407.14121 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10348.7643 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20265.5175 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30293.4796 \end{bmatrix} \left( \frac{rad}{s} \right)^2$$

$$[\omega_x] = \begin{bmatrix} 18.3407467 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 58.3707222 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 101.728877 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 142.357007 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 174.050222 \end{bmatrix} \left( \frac{rad}{s} \right)$$

$$[Z_x] = \begin{bmatrix} 0.0304389 & -0.0916355 & -0.1459802 & -0.1650337 & 0.11720778 \\ 0.08013657 & -0.1645193 & -0.0928436 & 0.08050421 & -0.1517177 \\ 0.1258696 & -0.1083183 & 0.12513322 & 0.07851284 & 0.14902684 \\ 0.15898878 & 0.04232854 & 0.09815002 & -0.155001375 & -0.1042517 \\ 0.1772072 & 0.17520763 & -0.1491232 & 0.10215648 & 0.04907075 \end{bmatrix} (cm)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



La función principal de los métodos para estimar la matriz de rigideces de la estructura, a partir de sus propiedades dinámicas, radica en llegar a resultados aproximados utilizando los primeros valores de las propiedades dinámicas.

Para poder mostrar la efectividad de los métodos estudiados se realizó un análisis comparativo entre ellos. El procedimiento de cálculo fue el mismo para todos ellos y es el siguiente:

- a. Se calculó la matriz de rigideces lateral de la estructura a partir de las diversas propiedades dinámicas con cada uno de los métodos
- b. Se realizó la comparación entre la matriz estimada y la matriz real para el estado dañado de la estructura
- c. Se calcularon los errores relativos entre las matrices estimadas y la matriz para el estado dañado de la estructura como:

$$\text{Error relativo (\%)} = \left| \frac{\text{Valor calculado} - \text{Valor real}}{\text{Valor real}} \right| \times 100 \quad (6.1)$$

donde: Valor calculado = coeficiente  $k_{i,j}$  de la matriz de rigideces estimada  
Valor real = coeficiente  $k_{i,j}$  de la matriz de rigideces para el estado dañado

- d. Se comparó el resultado de cada uno de los métodos.

Con la finalidad de poder comparar la efectividad de los métodos, los resultados se muestran en forma de tablas, donde se anotan los valores de la rigidez y del error relativo.

Finalmente, se muestran gráficas que comparan el desempeño de cada uno de los métodos en la estimación de la matriz de rigideces de la estructura. Cabe mencionar que algunos valores del error relativo son muy superiores, por lo tanto no se incluyen en las gráficas al 10%, que es el valor máximo graficado. Esto se

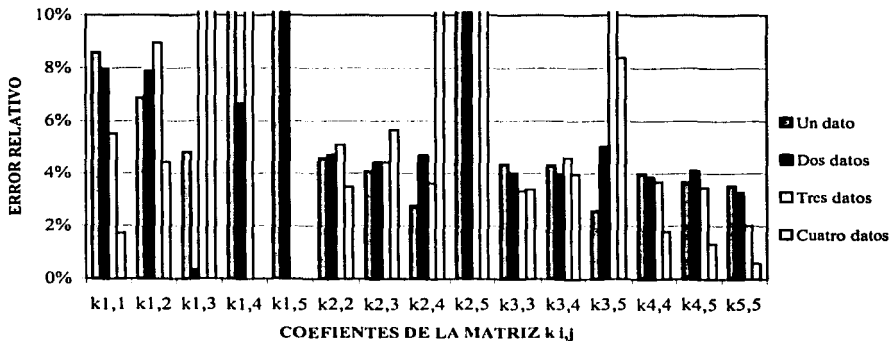




hizo con la finalidad de poder apreciar la diferencia en la mayoría de los coeficientes de la matriz de rigideces.

*Tabla 6.1*  
*Error relativo de la rigidez estimada a través del método de los multiplicadores de Lagrange, ecuaciones (4.17) y (4.18)*

Coeficiente	Un valor conocido		Dos valores conocidos		Tres valores conocidos		Cuatro valores conocidos		Cinco valores conocidos	
	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)
k1,1	257845.20	8.59	256405.24	7.98	250527.49	5.51	241560.41	1.73	237452.36	0.00
k1,2	-128279.05	6.87	-129498.32	7.88	-130780.56	8.95	-125351.84	4.43	-120034.25	0.00
k1,3	23021.20	4.82	21888.39	0.34	25204.88	14.76	27186.67	23.78	21963.39	0.00
k1,4	-2681.04	19.53	-2093.41	6.67	135.96	106.06	-5897.01	162.90	-2243.07	0.00
k1,5	580.64	18.62	1656.78	132.21	-1109.61	255.52	1980.76	177.62	713.47	0.00
k2,2	206441.82	4.58	206705.22	4.71	207451.74	5.09	204289.18	3.49	197405.91	0.00
k2,3	-124418.92	4.08	-124838.06	4.43	-124834.05	4.43	-126302.46	5.66	-119541.27	0.00
k2,4	22538.43	2.76	22962.47	4.69	22729.05	3.63	26662.62	21.56	21932.84	0.00
k2,5	-1045.19	19.38	-1037.60	19.96	-948.37	26.85	-2936.85	126.53	-1296.43	0.00
k3,3	204538.25	4.35	203872.15	4.01	202505.25	3.31	202649.12	3.39	196007.84	0.00
k3,4	-121889.11	4.32	-121457.47	3.95	-122210.77	4.60	-121486.49	3.98	-116840.59	0.00
k3,5	19722.12	2.57	20192.11	5.02	21267.37	10.61	20839.00	8.38	19227.67	0.00
k4,4	188745.90	3.99	188510.27	3.86	188169.50	3.68	184748.09	1.79	181498.06	0.00
k4,5	-88280.99	3.66	-88668.88	4.11	-88105.45	3.45	-86292.81	1.32	-85165.60	0.00
k5,5	69030.71	3.53	68856.60	3.27	68022.17	2.02	67068.55	0.59	66677.60	0.00



*Figura 6.3*  
*Error relativo en los coeficientes de la matriz de rigideces utilizando el método multiplicadores de Lagrange*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Tabla 6.2  
Error relativo de la rigidez estimada a través del método de mezcla de matrices, ecuación (4.24)

Coeficiente	Un valor conocido		Dos valores conocidos		Tres valores conocidos		Cuatro valores conocidos		Cinco valores conocidos	
	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)
k1,1	257834.06	8.58	256175.29	7.88	247811.04	4.36	235933.07	0.64	237452.36	0.00
k1,2	-128277.06	6.87	-129737.73	8.08	-130960.76	9.10	-120845.19	0.68	-120034.25	0.00
k1,3	23013.94	4.78	21765.15	0.90	26466.69	20.50	25192.56	14.70	21963.39	0.00
k1,4	-2688.47	19.86	-1998.00	10.93	410.16	118.29	-5677.78	153.13	-2243.07	0.00
k1,5	578.20	18.96	1799.97	152.28	-1708.43	339.45	2128.05	198.27	713.47	0.00
k2,2	206435.65	4.57	206732.02	4.72	208918.14	5.83	202050.99	2.35	197405.91	0.00
k2,3	-124424.89	4.09	-124759.68	4.37	-125486.87	4.97	-127252.81	6.45	-119541.27	0.00
k2,4	22536.39	2.75	23051.62	5.10	21515.88	1.90	28849.38	31.54	21932.84	0.00
k2,5	-1051.60	18.88	-1140.87	12.00	-25.36	98.04	-3984.35	207.33	-1296.43	0.00
k3,3	204530.69	4.35	203959.92	4.06	202160.92	3.14	206675.61	5.44	196007.84	0.00
k3,4	-121893.70	4.32	-121415.96	3.92	-121639.31	4.11	-125798.17	7.67	-116840.59	0.00
k3,5	19726.02	2.59	20079.46	4.43	21078.26	9.62	22618.36	17.63	19227.67	0.00
k4,4	188749.47	4.00	188466.90	3.84	189288.04	4.29	188810.11	4.03	181498.06	0.00
k4,5	-88276.08	3.65	-88719.01	4.17	-89015.99	4.52	-87900.26	3.21	-85165.60	0.00
k5,5	69040.61	3.54	69004.67	3.49	68660.27	2.97	67694.95	1.53	66677.60	0.00

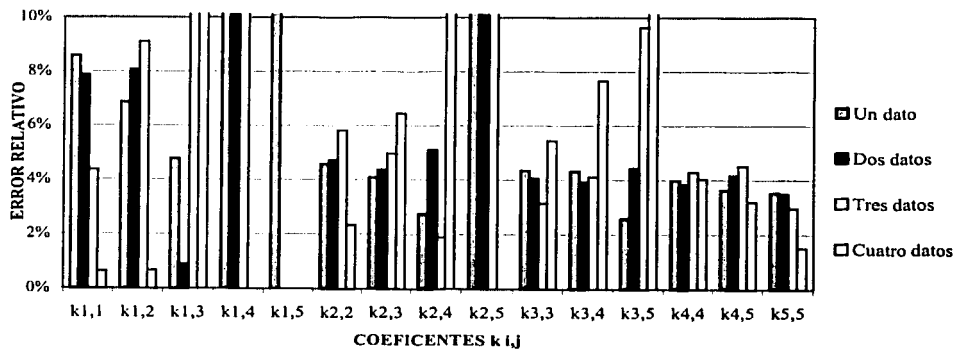


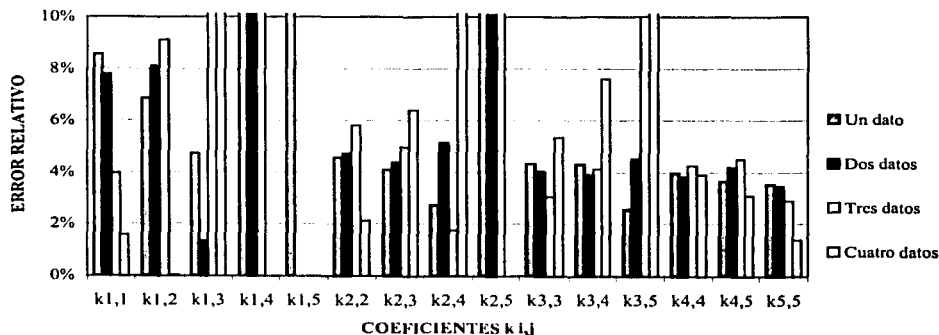
Figura 6.4  
Error relativo en los coeficientes de la matriz de rigideces utilizando el método de la mezcla de matrices

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



*Tabla 6.3*  
 Error relativo de la rigidez estimada a través del método de la matriz de error, ecuación (4.25)

Coeficiente	Un valor conocido		Dos valores conocidos		Tres valores conocidos		Cuatro valores conocidos		Cinco valores conocidos	
	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)
k1,1	257818.17	8.58	255970.41	7.80	246821.03	3.95	233724.12	1.57	235639.25	0.76
k1,2	-128288.25	6.88	-129779.51	8.12	-130990.48	9.13	-120087.48	0.04	-119415.28	0.52
k1,3	23001.77	4.73	21671.12	1.33	26649.67	21.34	25253.26	14.98	21871.11	0.42
k1,4	-2703.75	20.54	-1954.73	12.85	527.26	123.51	-5875.43	161.94	-2216.03	1.21
k1,5	574.13	19.53	1831.82	156.75	-1820.97	355.23	2215.19	210.48	708.03	0.76
k2,2	206435.07	4.57	206716.40	4.72	208862.73	5.80	201579.34	2.11	196947.24	0.23
k2,3	-124428.28	4.09	-124782.46	4.38	-125486.56	4.97	-127208.76	6.41	-119337.67	0.17
k2,4	22529.71	2.72	23060.76	5.14	21549.73	1.75	28993.38	32.19	21905.75	0.12
k2,5	-1047.42	19.21	-1129.55	12.87	-37.53	97.11	-4052.90	212.62	-1310.60	1.09
k3,3	204524.10	4.34	203914.71	4.03	202011.14	3.06	206502.79	5.35	195620.66	0.20
k3,4	-121901.91	4.33	-121398.12	3.90	-121661.64	4.13	-125744.24	7.62	-116628.48	0.18
k3,5	19722.03	2.57	20095.94	4.52	21152.57	10.01	22637.12	17.73	19211.69	0.08
k4,4	188736.13	3.99	188436.13	3.82	189229.87	4.26	188590.79	3.91	181184.82	0.17
k4,5	-88276.16	3.65	-88731.70	4.19	-88997.25	4.50	-87796.47	3.09	-85050.31	0.14
k5,5	69040.23	3.54	68994.87	3.48	68612.64	2.90	67608.27	1.40	66596.05	0.12



*Figura 6.5*  
 Error relativo en los términos de la matriz de rigideces utilizando el método de la matriz de error

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Tabla 6.4  
Error relativo de la rigidez estimada a través del método DVS

Coeficiente	Un valor conocido		Dos valores conocidos		Tres valores conocidos		Cuatro valores conocidos		Cinco valores conocidos	
	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)	Rigidez estimada	Error relativo (%)
k1,1	242690.28	2.21	243385.65	2.50	243039.25	2.35	231455.93	2.53	237452.36	0.00
k1,2	-120726.58	0.58	-122233.85	1.83	-122229.20	1.83	-115049.84	4.15	-120034.25	0.00
k1,3	21681.64	1.28	21100.95	3.93	20849.76	5.07	19499.99	11.22	21963.39	0.00
k1,4	-2506.38	11.74	-2117.20	5.61	-1181.33	47.33	-1695.55	24.41	-2243.07	0.00
k1,5	563.22	21.06	1188.68	66.60	584.91	18.02	746.90	4.68	713.47	0.00
k2,2	194336.48	1.55	196903.87	0.25	197776.06	0.19	194549.29	1.45	197405.91	0.00
k2,3	-117069.02	2.07	-117689.78	1.55	-118537.97	0.84	-119884.16	0.29	-119541.27	0.00
k2,4	21266.37	3.04	21576.28	1.63	21385.36	2.50	23694.64	8.03	21932.84	0.00
k2,5	-947.51	26.91	-1686.77	30.11	-1308.28	0.91	-2196.54	69.43	-1296.43	0.00
k3,3	192579.78	1.75	193725.48	1.16	194789.90	0.62	199437.65	1.75	196007.84	0.00
k3,4	-114651.72	1.87	-115229.11	1.38	-115306.48	1.31	-120734.85	3.33	-116840.59	0.00
k3,5	18629.19	3.11	18713.89	2.67	18453.95	4.02	20862.26	8.50	19227.67	0.00
k4,4	177754.60	2.06	178856.92	1.46	178440.33	1.68	185268.07	2.08	181498.06	0.00
k4,5	-83015.15	2.53	-83801.00	1.60	-83446.65	2.02	-86671.78	1.77	-85165.60	0.00
k5,5	65041.34	2.45	65913.12	1.15	65712.37	1.45	67268.88	0.89	66677.60	0.00

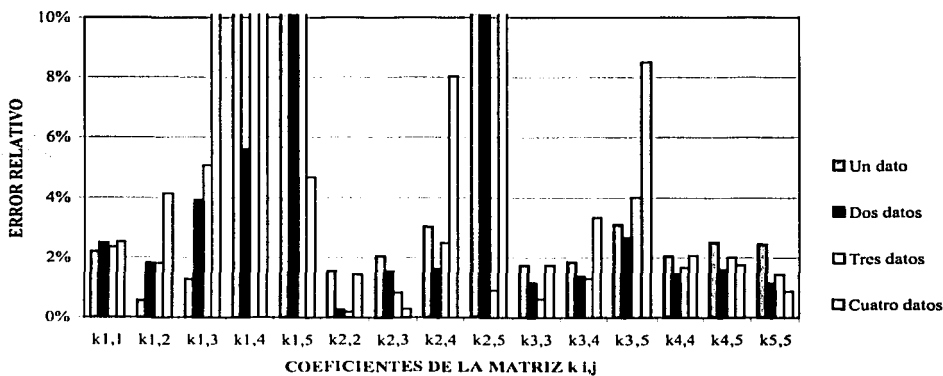


Figura 6.6  
Error relativo en los coeficientes de la matriz de rigideces utilizando el método DVS

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



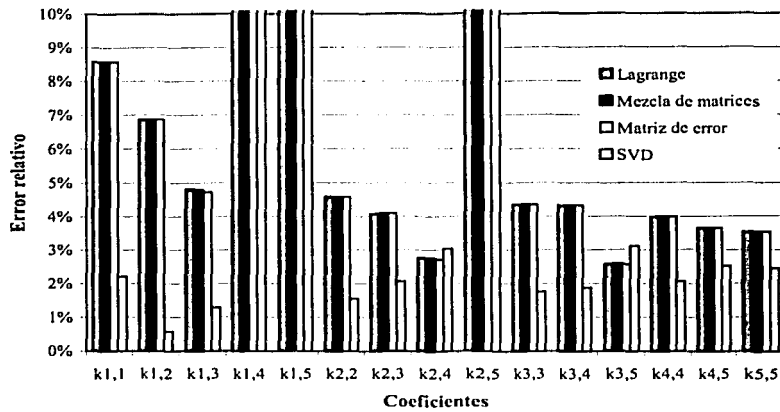


Figura 6.7  
Error relativo en los coeficientes de la matriz de rigideces para un modo conocido

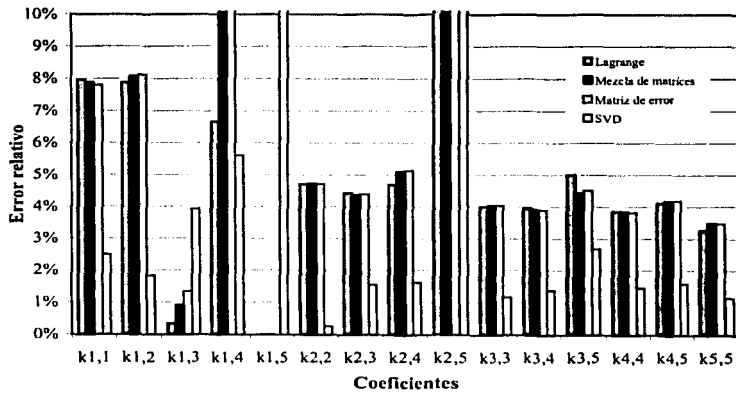


Figura 6.8  
Error relativo en los coeficientes de la matriz de rigideces para dos modos conocidos

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



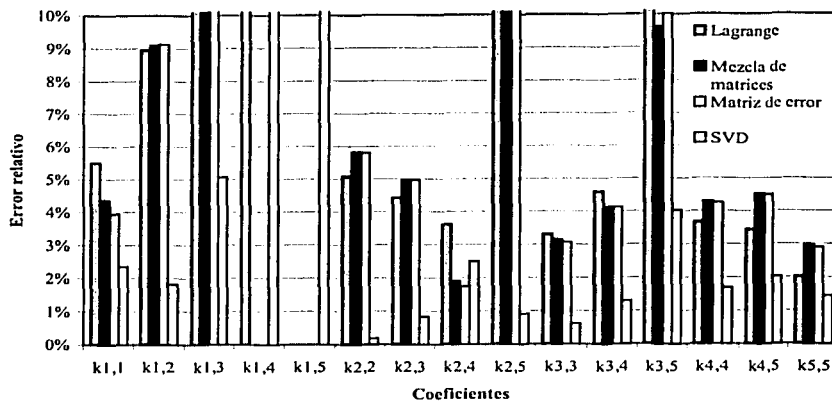


Figura 6.9

Error relativo en los coeficientes de la matriz de rigideces para tres modos conocidos

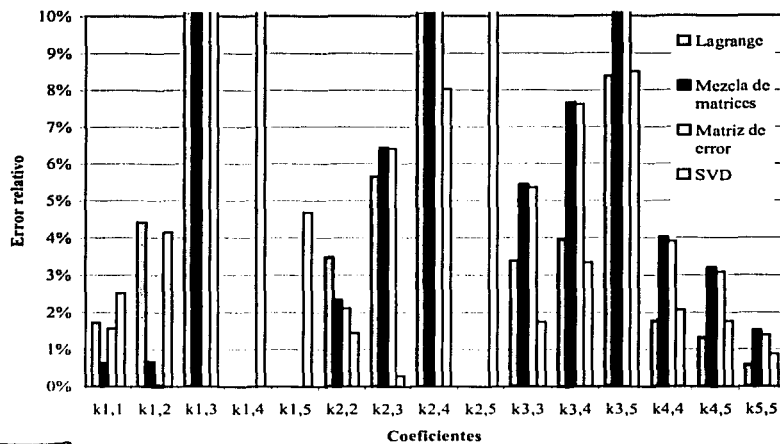


Figura 6.10

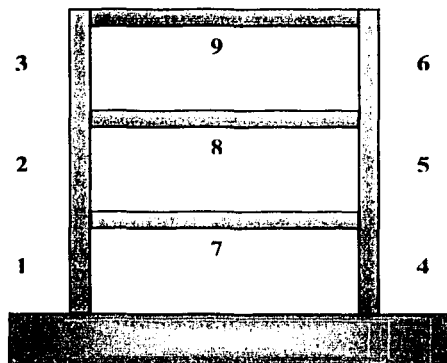
Error relativo en los coeficientes de la matriz de rigideces para cuatro modos conocidos

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



## VI.2 MÉTODO DE DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL. MARCO PLANO DE 3 NIVELES

Este ejemplo tiene la finalidad de mostrar cada uno de los pasos que forman parte del método de detección propuesto de forma explícita. La estructura tiene las características mostradas en la figura (6.11):



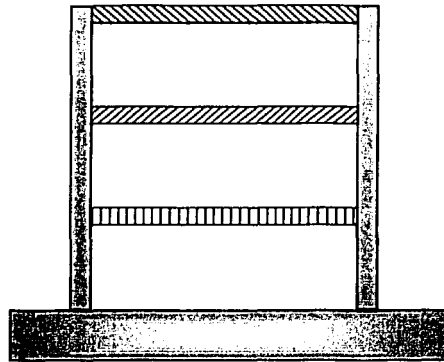
*Figura 6.11*  
*Características de la estructura*

Las columnas tienen una sección de 60 x 60 cm, las vigas tienen una sección de 30 x 60 cm, el módulo de elasticidad es de 253105.07 kg/cm<sup>2</sup>, la densidad es de 2.448X10<sup>-6</sup>kg/cm<sup>3</sup>.


El estado de daño de la estructura se muestra en la figura (6.12).


TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN






donde:

 Tiene una pérdida de rigidez del 50%

 Tiene una pérdida de rigidez del 20%

 Tiene una pérdida de rigidez del 30%

*Figura 6.12*  
*Estado de daño simulado*

Con la finalidad de depurar la solución y tratar de demostrar la precisión del método de detección de daño, se supone que se conocen todas las propiedades dinámicas de la estructura. Así, utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange se obtiene la matriz de rigideces para el estado dañado de la estructura, que es:

$$[Km] = \begin{bmatrix} 214218.5171 & -119873.1999 & 27353.96341 \\ -119873.1999 & 145193.0736 & -63323.39334 \\ 27353.96341 & -63323.39334 & 40567.0458 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{kg} \\ \text{cm} \end{bmatrix}$$



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



El siguiente paso en la detección de daño consiste en construir el modelo analítico inicial de la estructura. Como se mencionó en el capítulo IV, se calcula la matriz de rigideces de cada uno de los elementos y se multiplican por el factor de contribución correspondiente. Posteriormente, a partir de las matrices ya factorizadas se determina la matriz de rigideces global de la estructura y la matriz de transformación.

Aplicando la condensación estática a cada una de las matrices de rigideces de los elementos, se obtienen las matrices de rigideces condensadas de los elementos.

Sumando las matrices anteriores, se obtiene la matriz de rigideces lateral de la estructura para el estado no dañado, en este caso;

$$[K] = \begin{bmatrix} 229901.75 & -128307.98 & 29072.55 \\ -128307.98 & 162008.45 & -71601.00 \\ 29072.55 & -71601.00 & 47353.04 \end{bmatrix} \left( \frac{Kg}{cm} \right)$$

Con la matriz de rigidez para el estado dañado y la calculada en el paso anterior se determina la matriz de error, ecuación (4.47), que es:

$$[\Delta K] = \begin{bmatrix} 15683.24 & -8434.78 & 1718.58 \\ -8434.78 & 16815.38 & -8277.60 \\ 1718.58 & -8277.60 & 6786.00 \end{bmatrix}$$

Ahora se forma la matriz de términos para el sistema de ecuaciones, ecuación (4.48), con los términos independientes de las matrices de rigideces para cada uno de los elementos que forman la estructura, esto es:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

G LIBERTAD	ELEMENTO 1	ELEMENTO 2	ELEMENTO 3	ELEMENTO 4	ELEMENTO 5	ELEMENTO 6	ELEMENTO 7	ELEMENTO 8	ELEMENTO 9
1,1	66085.91461	44098.30851	9757.539352	46666.90778	29271.90274	4855.547289	14770.53338	13423.02992	972.0711768
1,2	-20633.15178	-32961.02667	-16003.92042	-11172.6737	-21211.85867	-9367.390669	-5648.507666	-6735.644767	-4573.805274
1,3	3199.091062	6862.626214	8284.796244	891.6851443	3544.551686	5078.691836	1315.95627	-3852.713797	3747.86167
2,2	9080.015995	33755.47732	28591.95974	4850.414598	23347.39056	20271.62963	11390.93627	7402.160971	23318.46538
2,3	-1442.285948	-10668.54684	-15904.92424	-495.6193334	-7328.971798	-11993.72909	-1960.744016	-2399.754307	-19406.42089
3,3	313.1191026	4455.342807	9324.735576	138.9067101	3293.410179	7503.864417	348.0954631	5777.122378	16198.44652

Y con los términos independientes de la matriz de error se forma el vector de términos independientes

$$\{\Delta K\} = \begin{Bmatrix} 15683.23765 \\ -8434.779747 \\ 1718.582914 \\ 16815.37689 \\ -8277.603123 \\ 6785.997352 \end{Bmatrix}$$

Para poder resolver el sistema de ecuaciones anterior se utiliza el método de la descomposición en valores singulares. Así se tiene que:

$$[U] = \begin{bmatrix} -0.789 & 0.538 & -0.267 & 0.063 & 0.111 & 0.009 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.406 & 0.138 & -0.606 & 0.233 & 0.627 & -0.035 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.084 & -0.123 & 0.103 & 0.854 & -0.159 & -0.457 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.416 & -0.637 & 0.177 & -0.095 & 0.611 & -0.089 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.156 & 0.425 & 0.428 & -0.278 & 0.285 & -0.673 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.088 & -0.296 & -0.580 & -0.354 & -0.339 & -0.573 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



$$[D] = \begin{bmatrix} 119934.420 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 55303.544 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 15684.211 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 7068.392 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 4520.542 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 644.111 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} -0.541 & 0.466 & -0.255 & 0.215 & -0.234 & -0.293 & 0.489 & 0.000 & 0.000 \\ -0.541 & -0.165 & 0.493 & -0.121 & -0.173 & 0.042 & -0.189 & 0.094 & 0.589 \\ -0.251 & -0.466 & 0.051 & 0.335 & -0.110 & -0.493 & -0.302 & -0.343 & -0.374 \\ -0.363 & 0.363 & -0.321 & 0.103 & 0.183 & 0.321 & -0.681 & 0.056 & -0.138 \\ -0.360 & -0.120 & -0.286 & -0.200 & 0.100 & 0.539 & 0.325 & -0.268 & -0.507 \\ -0.159 & -0.354 & -0.063 & 0.172 & 0.061 & 0.036 & 0.105 & 0.860 & -0.245 \\ -0.160 & -0.022 & 0.037 & 0.011 & 0.923 & -0.262 & 0.143 & -0.064 & 0.164 \\ -0.141 & -0.012 & -0.189 & -0.863 & -0.052 & -0.369 & -0.112 & 0.105 & -0.193 \\ -0.142 & -0.515 & -0.681 & -0.051 & -0.030 & 0.264 & 0.145 & -0.209 & 0.336 \end{bmatrix}$$

Mediante la ecuación (4.31) se obtiene la matriz inversa del sistema de ecuaciones que tiene los siguientes valores

$$[S]^{-1} = \begin{bmatrix} 4.69E-06 & -1.57E-07 & 2.04E-04 & -3.64E-07 & 2.79E-04 & 2.75E-04 \\ -1.12E-05 & -5.15E-05 & -3.40E-04 & -1.82E-05 & -3.81E-05 & -3.49E-05 \\ -1.00E-05 & 1.86E-05 & 3.96E-04 & 5.54E-05 & 4.93E-04 & 4.31E-04 \\ 2.11E-05 & 2.33E-05 & -2.25E-04 & -2.75E-05 & -3.43E-04 & -2.94E-04 \\ 4.17E-06 & -3.47E-05 & -4.08E-04 & -5.23E-05 & -5.43E-04 & -4.87E-04 \\ 2.19E-06 & 1.32E-05 & -6.17E-06 & 4.97E-06 & -4.48E-05 & -4.06E-05 \\ 1.96E-05 & 1.41E-04 & 1.55E-04 & 1.62E-04 & 3.32E-04 & 1.62E-04 \end{bmatrix}$$

Multiplicando la matriz inversa por el vector de términos independientes obtenemos el vector de error que es:



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$XER = \begin{Bmatrix} 0.035 \\ 0.0000 \\ 0.143 \\ 0.058 \\ 0.000 \\ 0.091 \\ 0.460 \\ 0.293 \\ 0.192 \end{Bmatrix}$$

Se determinan los nuevos factores de contribución de los elementos que serán utilizados en la segunda iteración, ecuación (4.51):

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} 0.97 \\ 1.00 \\ 0.86 \\ 0.94 \\ 1.00 \\ 0.91 \\ 0.54 \\ 0.71 \\ 0.81 \end{Bmatrix}$$

Como se puede ver, los factores que representan la cantidad de rigidez que aportan cada uno de los elementos a la rigidez global de la estructura para el estado dañado, en una iteración ya proporcionan una tendencia adecuada a la solución real del problema.

La segunda iteración consiste en multiplicar la matriz de rigideces de cada uno de los elementos por los nuevos valores de los factores de contribución y recalcular todo.



El número de iteraciones que fueron necesarias para llegar a un resultado exacto fue de 200 con un tiempo de cómputo de 4.2 s. A partir de la iteración número 60 se obtienen resultados muy aproximados al exacto.

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 0.50 \\ 0.80 \\ 0.70 \end{Bmatrix}$$

Se presentan dos gráficas que muestran el proceso de convergencia del método, figura (6.13) y (6.14). En la figura (6.13) se muestra el porcentaje de contribución que cada uno de los elementos aporta a la matriz de rigideces de la estructura para el estado dañado. Dicho porcentaje se calculó como el factor de contribución por 100. La figura (6.14) muestra el máximo error relativo entre la matriz de rigideces para el estado dañado de la estructura y la matriz de rigideces que se aproxima.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

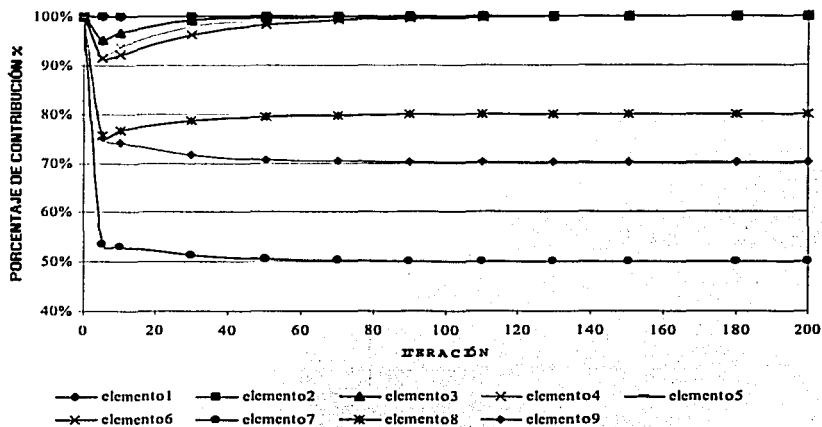


Figura 6.13  
Tendencia del porcentaje de contribución de cada elemento de la estructura

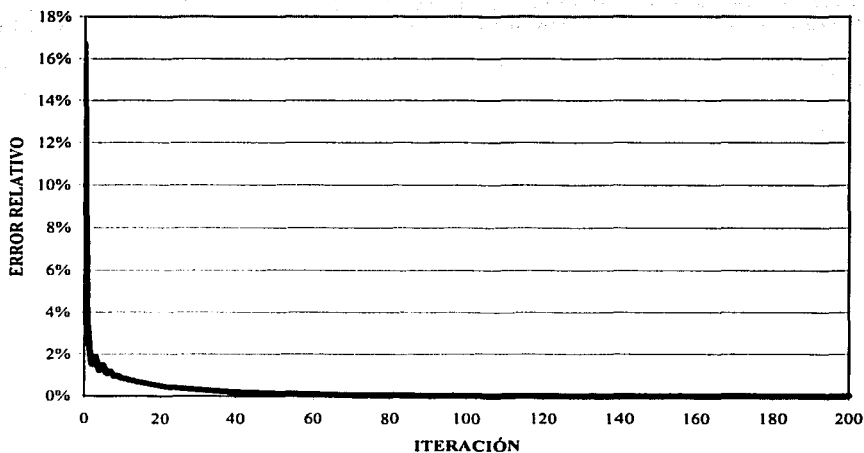


Figura 6.14  
Tendencia del error relativo máximo en los coeficientes de la matriz de rigideces de la estructura



A continuación se presentan varios escenarios de daño impuestos al marco de la figura (6.15), con la finalidad de demostrar las principales características de método de detección de daño propuesto.

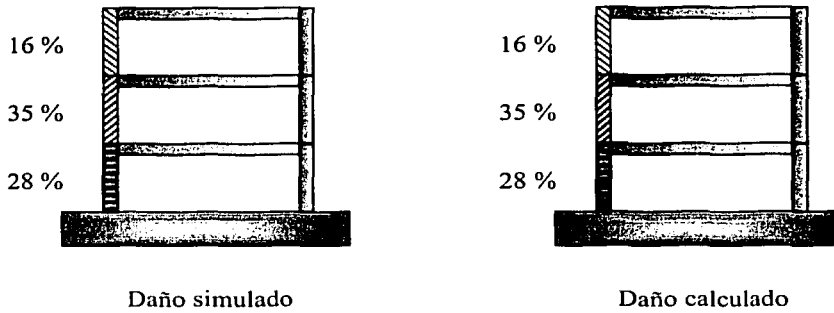


Figura 6.15  
Estado de daño I, simulado y calculado  
Daño en las columnas de la izquierda:

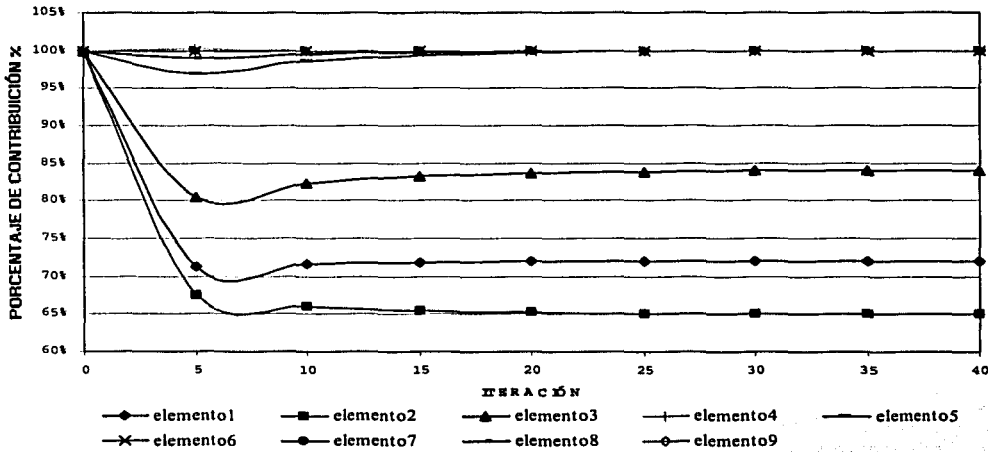


Figura 6.16  
Tendencia del porcentaje de contribución de los elementos



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

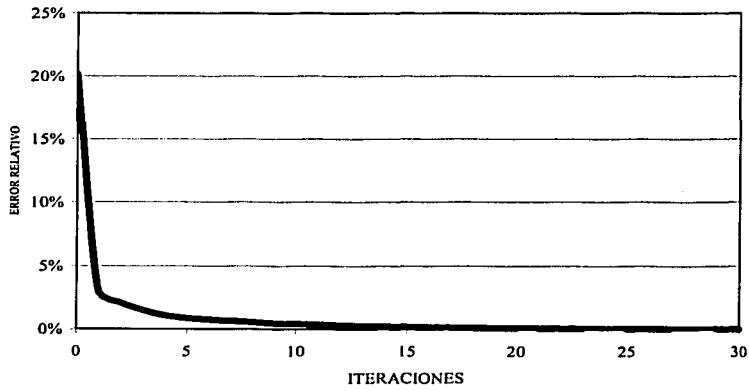


Figura 6.17  
Tendencia al error relativo con respecto a cada iteración

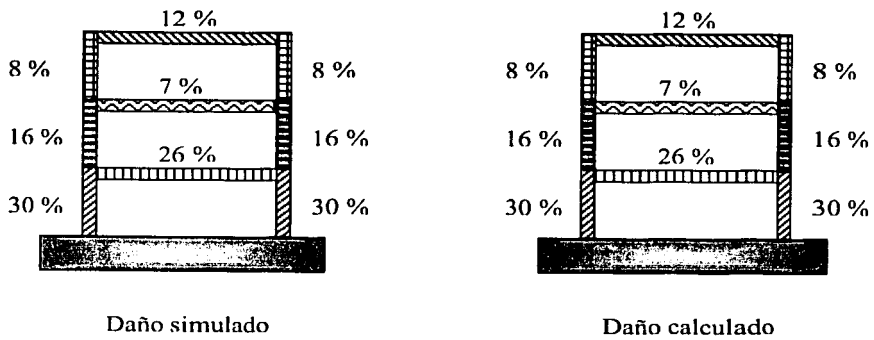


Figura 6.18  
Estado de daño II, simulado y calculado  
Daños simétricos





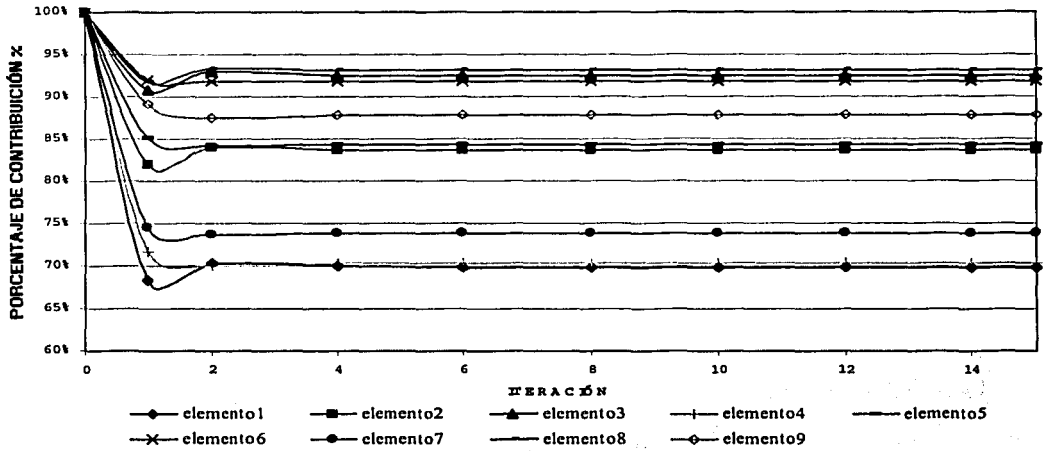


Figura 6.19  
Tendencia del porcentaje de contribución de los elementos

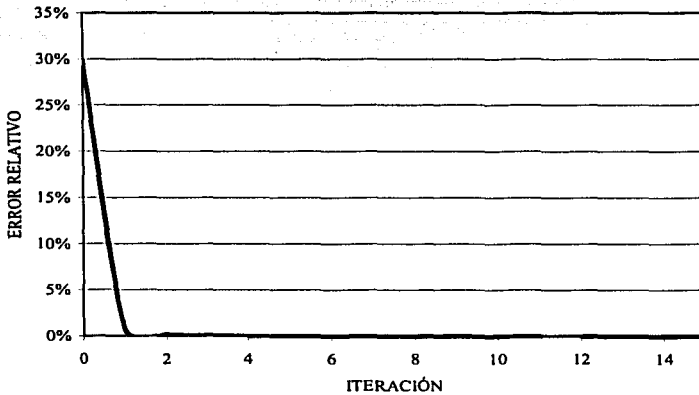


Figura 6.20  
Tendencia al error relativo con respecto a cada iteración



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### VI.3 MARCO STC

A continuación se presenta un ejemplo basado en el edificio de oficinas STC localizado en la zona de lago de la ciudad de México. Figura (6.24).

Este edificio es regular en planta y está formado por marcos en la dirección longitudinal y por muros de cortante en la dirección transversal. En este tipo de estructuraciones la mayor parte de las fuerzas laterales en la dirección transversal son tomadas por los muros, por este motivo los efectos sobre los marcos son mínimos (Villaverde 1989) (ref. 0), debido a esto podemos analizar el edificio en la dirección longitudinal mediante el modelo analítico de un marcos planos. El edificio tiene las siguientes características:

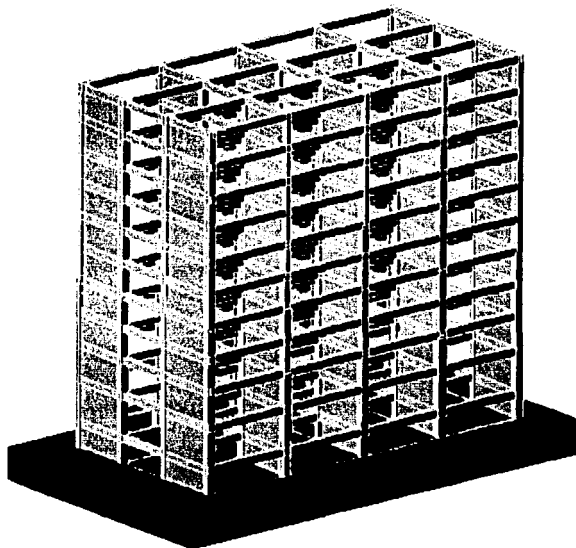
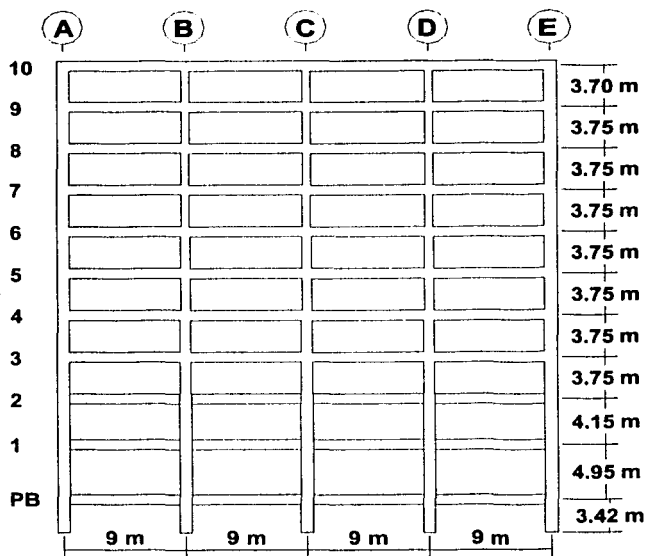


Figura 6.24

*Edificio del Sistema de Transporte Colectivo. STC*



En donde los sistemas resistentes planos tienen la siguiente configuración:



*Figura 2.25*  
Sistemas resistentes del edificio STC

*Tabla 6.1*  
Dimensión de las traves 40 x 90 cm.

Eje	Entrepiso	Dimensión de columnas
A, E	1 - 10	50 x 90 cm.
B, C, D	1, 2	50 x 90 cm
B, C, D	3, 4	50 x 80 cm
B, C, D	5, 6	50 x 70 cm
B, C, D	7, 10	50 x 60 cm



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

De igual forma que para el caso del marco de tres niveles a continuación se presentan varios escenarios de daño impuestos a la estructura:

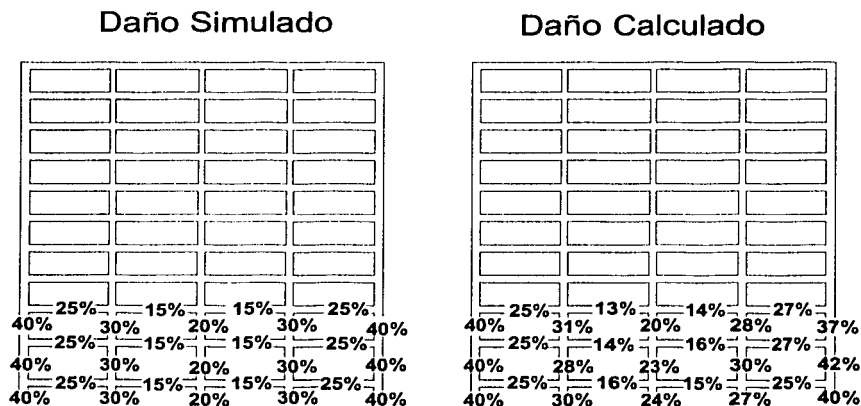


Figura 6.26  
Estado de daño I, simulado y calculado

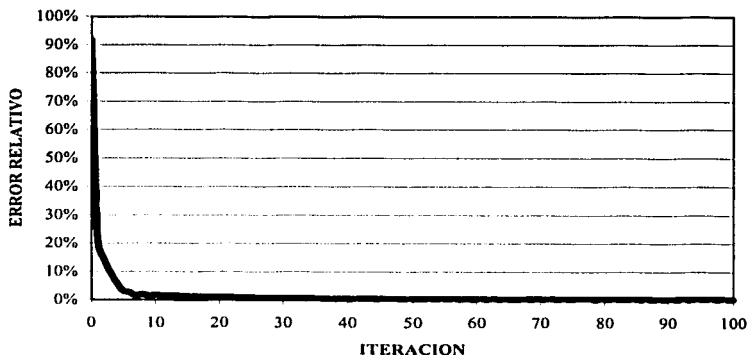
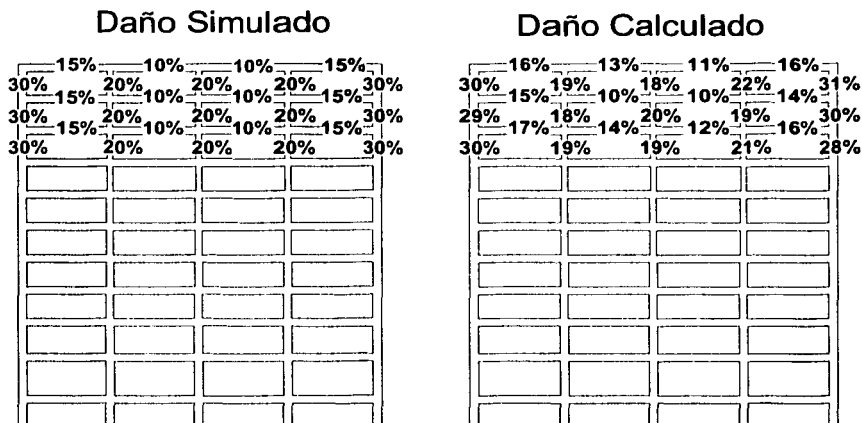
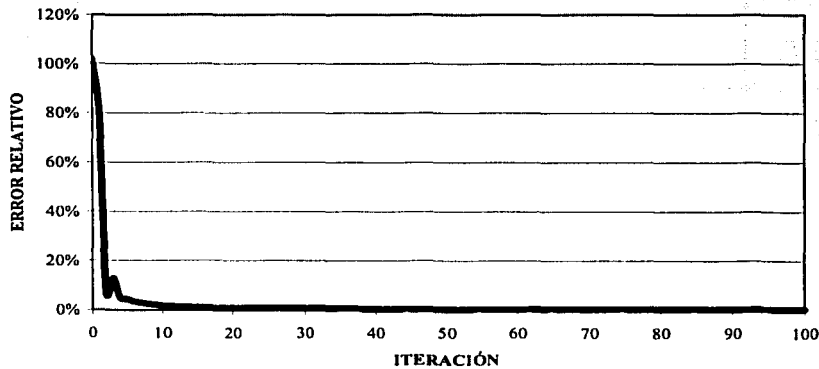


Figura 6.27  
Tendencia al error relativo con respecto a cada iteración





*Figura 6.28*  
*Estado de daño II, simulado y calculado*



*Figura 6.29*  
*Tendencia al error relativo con respecto a cada iteración*



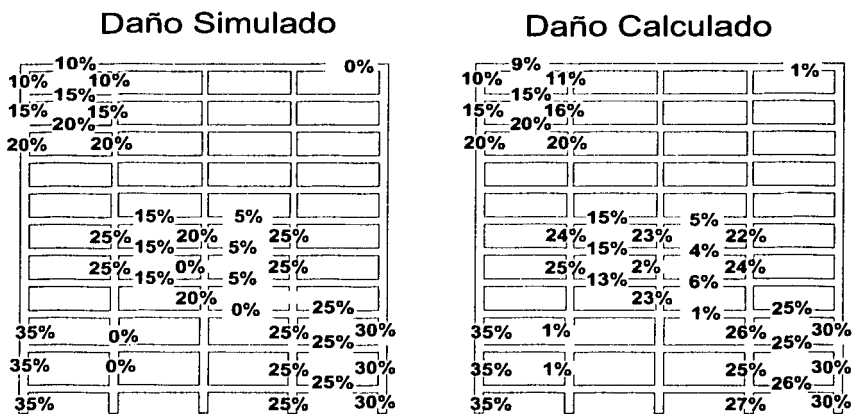


Figura 6.30  
Estado de daño II, simulado y calculado

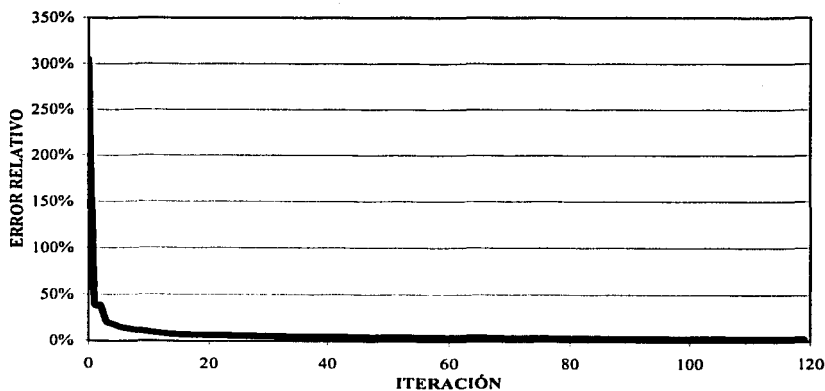


Figura 6.31  
Tendencia al error relativo con respecto a cada iteración



## VI.4 MARCO TRIDIMENSIONAL

Se muestra la aplicación del método de detección de daño propuesto en una estructura tridimensional, dicha estructura fue desarrollada en la universidad de British Columbia, por el grupo de investigación del ASCE (American Society of Civil Engineers), con la finalidad de probar los diversos métodos de detección de daño con que se cuenta.

El experimento fue desarrollado el 19 de julio del 2000. En esta estructura el daño fue simulado mediante la remoción de las diagonales y mediante la pérdida de las conexiones entre los elementos.

La excitación de la estructura fue realizada mediante impactos, y por un vibrador electromagnético colocado en el último nivel. Se colocaron una serie de acelerómetros en varios puntos de dicha estructura, los cuales captaron los niveles de vibración. Posteriormente, mediante un programa de cómputo desarrollado por el ASCE, fueron identificadas las frecuencias y los modos de vibrar para los diversos escenarios de daño impuestos a la estructura, Rodríguez R. (2002).

**Características de la estructura:** La estructura es un modelo a escala de cuatro niveles formada por tres marcos en cada una de las direcciones, esta estructura se encuentra en el laboratorio de investigación de ingeniería sísmica en la universidad de British Columbia (UBC). Para las pruebas, la estructura fue montada sobre una mesa vibradora, sin embargo dicha mesa no fue utilizada para la excitación.

Las dimensiones de la estructura son de 2.5m de longitud en cada una de las dos direcciones horizontales y de 3.6m de altura, los elementos están hechos de acero de  $f_y$  300 Mpa. Dichos elementos fueron especialmente diseñados para la escala del modelo, las propiedades se muestran en la tabla 6.2. También se adicionó masa a cada uno de los niveles de la estructura, la distribución se muestra en la tabla 6.3.



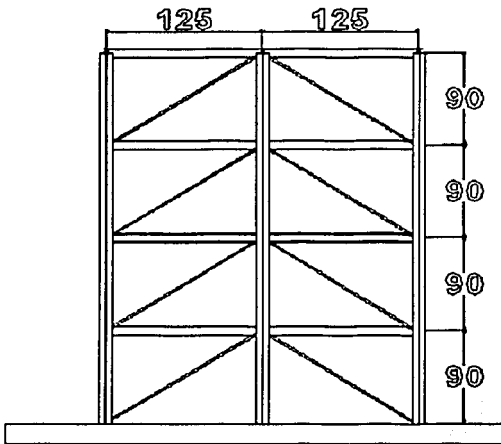


Figura 6.32  
Vista frontal de la estructura

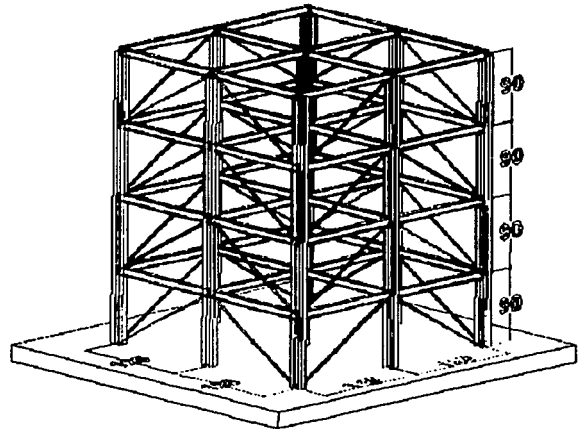


Figura 6.33  
Vista en perspectiva de la estructura

Tabla 6.2 Propiedades de los elementos

Propiedades de la estructura			
	Columnas	Vigas	Diagonales
Tipo de sección	B100 x 9	S75 x 11	L25 x 25 x 3
Área (m <sup>2</sup> )	1.13E-03	1.43E-03	1.41E-04
Inercia mayor (m <sup>4</sup> )	1.97E-06	1.22E-06	0
Inercia menor (m <sup>4</sup> )	6.64E-07	2.49E-07	0
Elasticidad (Pa)	2.00E+11	2.00E+11	2.00E+11
densidad (kg/m)	8.89E+00	1.10E+01	1.11





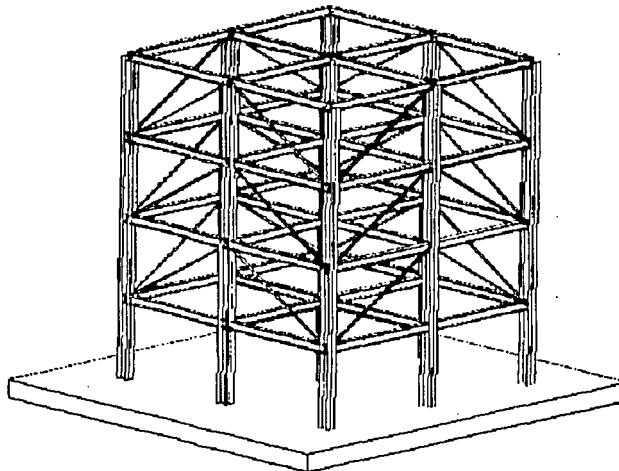
*Tabla 6.3. Distribución de masas*

Nivel	Masas
1	4 placas de 800kg
2	4 placas de 600 kg
3	4 placas de 600 kg
4	3 placas de 400 kg y una de 550 kg

**Procedimiento de prueba:** Para poder probar los métodos de detección de daño existentes se definieron varios escenarios de daño simulado mediante la remoción de las diagonales de la estructura los diferentes escenarios se muestran en la tabla (6.4).

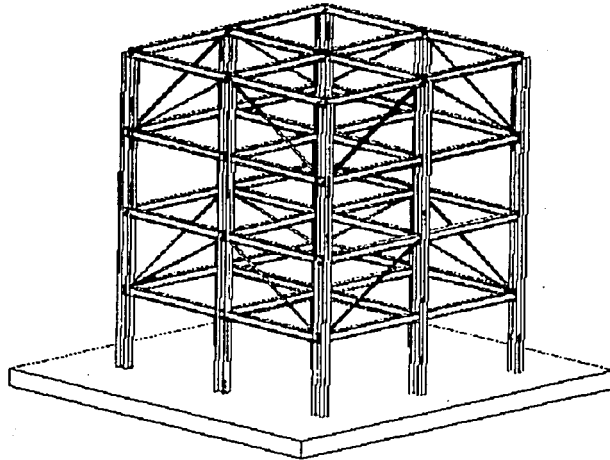
*Tabla 6.4. Escenarios de daño*

ESCENARIO	DAÑOS SIMULADOS
0	Se analizó la estructura sin daño
1	Se quitaron los brazos del primer piso
2	se quitaron las diagonales del primer y tercer piso



*Figura 6.34*  
*Daño 1 (Se removieron las diagonales del primer nivel)*





*Figura 6.35*  
*Daño 2 (Se removieron las diagonales del primer y tercer nivel)*

**Propiedades dinámicas:** Para poder determinar las propiedades dinámicas de la estructura a partir de los datos de los acelerómetros, el ASCE desarrolló un programa en Matlab llamado Datagen<sup>1</sup>, con el cual se obtuvieron las frecuencias y los modos de vibrar de la estructura para cada uno de los escenarios de daño propuestos y para la estructura en su estado inicial.

Cabe mencionar que los datos consideran un nivel de ruido del 10%, los valores de las frecuencias obtenidas se muestran en la tabla 6.5, y los valores de los modos de vibrar ortonormalizados se encuentran en la tabla 6.6.

<sup>1</sup> <http://wusceel.cive.wustl.edu/asce.shm/EMD2000.htm>  
150



Tabla 6.5. Frecuencias (Hz)

MODO	SIN DAÑO		DAÑO 1		DAÑO 2	
	X	Y	X	Y	X	Y
1	11.67	9.25	9.86	6.11	9.37	5.75
2	31.51	25.34	28.49	21.47	24.62	14.7
3	47.84	38.29	46.75	37.2	46.63	35.75
4	59.94	47.84	59.94	47.84	53.29	10.83

Tabla 6.6. Modos de vibrar

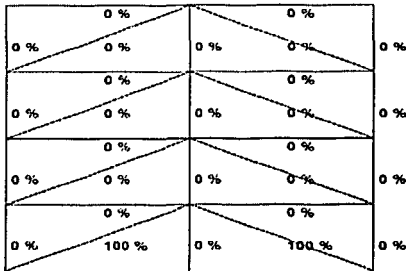
Estructura sin daño							
Modos en dirección X				Modos en dirección Y			
1	2	3	4	1	2	3	4
0.24165	-0.62365	0.51165	-0.18805	0.2368	-0.6182	0.5197	-0.209
0.4387	-0.4423	-0.47835	0.55815	0.44085	-0.4464	-0.48345	0.54635
0.5779	0.1723	-0.3942	-0.66775	0.57885	0.1782	-0.3923	-0.64495
0.6444	0.62055	0.57705	0.4546	0.64365	0.6196	0.5835	0.46275
Estructura daño 1							
Modos en dirección X				Modos en dirección Y			
1	2	3	4	1	2	3	4
0.22935	-0.459	0.3115	-0.11425	0.28	-0.45165	0.25715	-0.1135
0.3277	-0.238	-0.3895	0.3762	0.33855	-0.1715	-0.3779	0.37335
0.3946	0.17805	-0.2561	-0.4593	0.38105	0.23005	-0.19705	-0.4628
0.4283	0.4472	0.427	0.3244	0.40215	0.4618	0.41565	0.3422
Estructura daño 2							
Modos en dirección X				Modos en dirección Y			
1	2	3	4	1	2	3	4
0.20615	-0.4378	0.3656	-0.154	0.23545	-0.41895	0.3664	-0.07965
0.2969	-0.33765	-0.4458	0.32225	0.28115	-0.3599	-0.45775	0.16005
0.4158	0.2121	-0.1894	-0.4578	0.41895	0.2641	-0.21495	-0.4436
0.4419	0.3848	0.357	0.39255	0.4357	0.3508	0.2771	0.5187



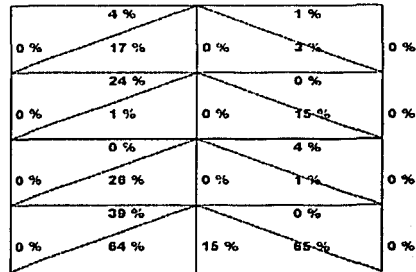
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

*Daño 1, remoción de las diagonales del primer nivel de la estructura:  
Primer marco en la dirección X:*

*Daño simulado*

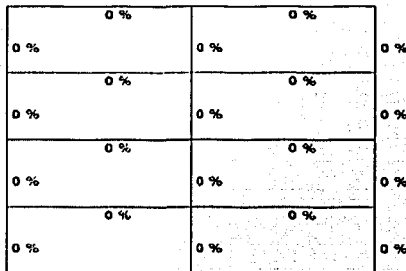


*Daño calculado*

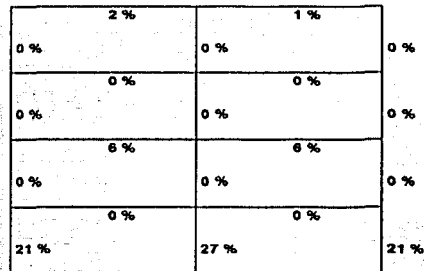


*Segundo marco en la dirección X:*

*Daño simulado*

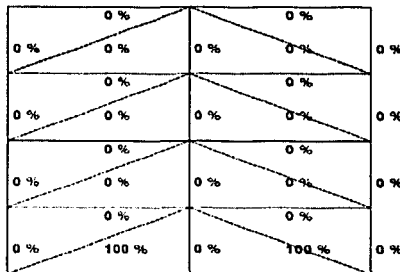


*Daño calculado*

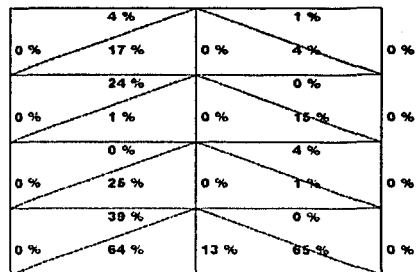


*Tercer marco en la dirección X:*

*Daño simulado*



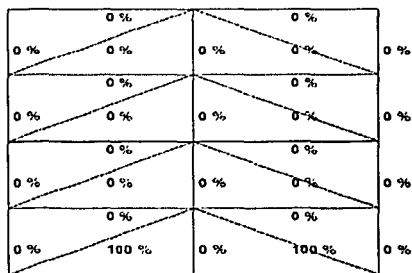
*Daño calculado*



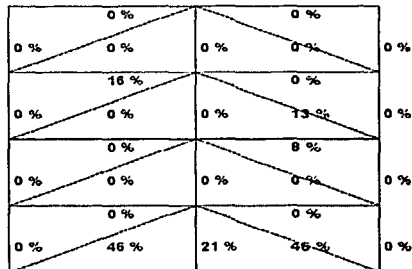
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

*Primer marco en la dirección Y:*

*Daño simulado*

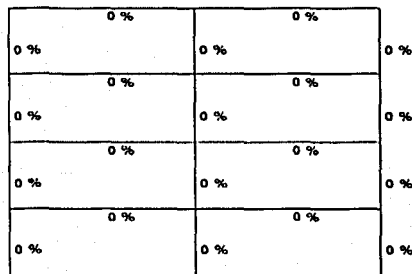


*Daño calculado*

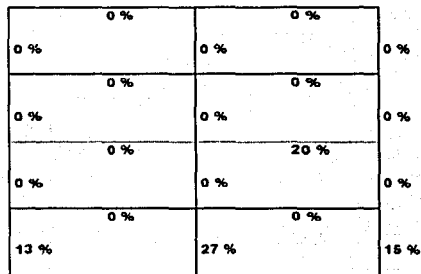


*Segundo marco en la dirección Y:*

*Daño simulado*

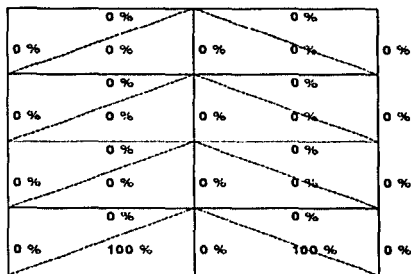


*Daño calculado*

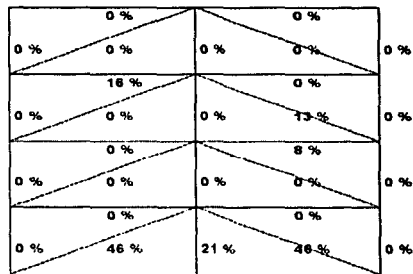


*Tercer marco en la dirección Y:*

*Daño simulado*



*Daño calculado*



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

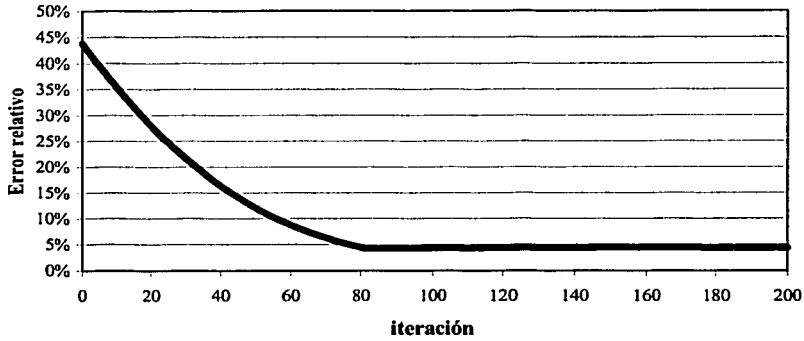
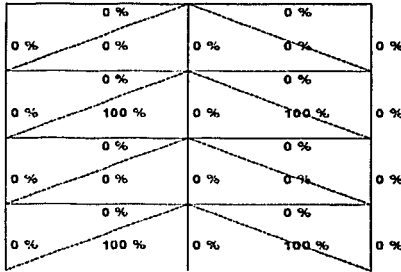


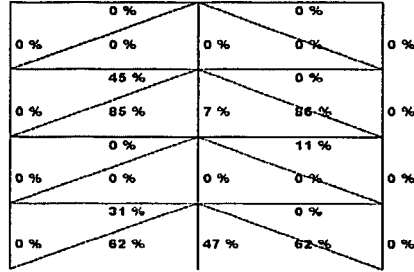
Figura 6.36  
Tendencia del error relativo para el daño I

*Daño 2 remoción de las diagonales del primer y tercer nivel de la estructura:*  
*Primer marco en la dirección X:*

*Daño simulado*

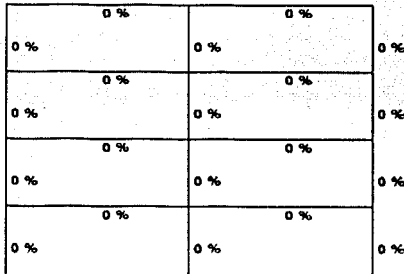


*Daño calculado*

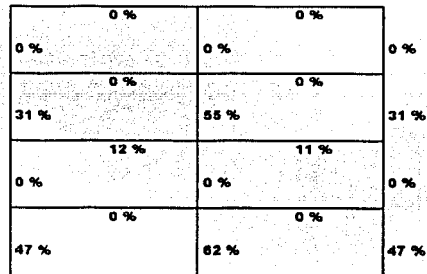


*Segundo marco en la dirección X:*

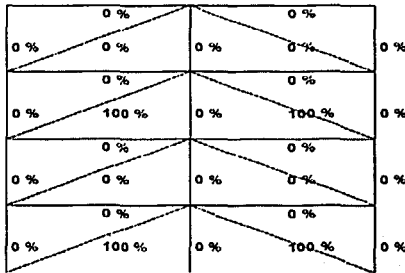
*Daño simulado*



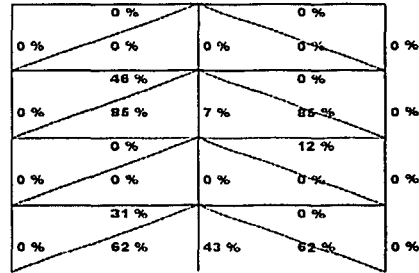
*Daño calculado*



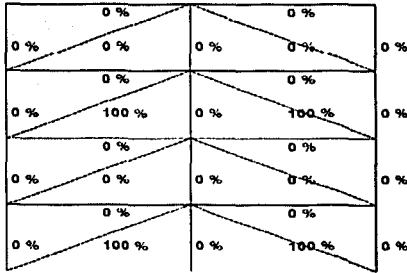
*Tercer marco en la dirección X:  
Daño simulado*



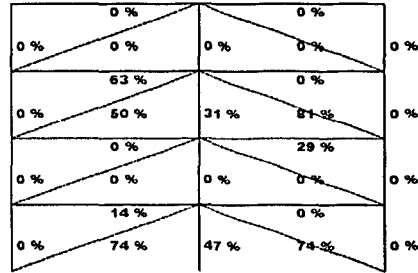
*Daño calculado*



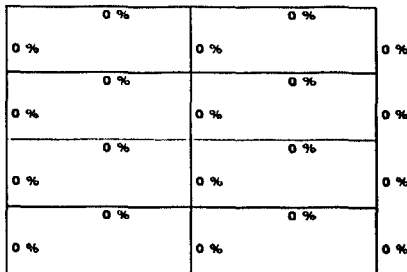
*Primer marco en la dirección Y:  
Daño simulado*



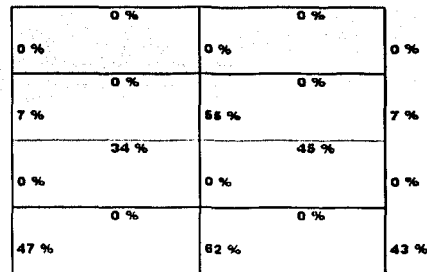
*Daño calculado*



*Segundo marco en la dirección Y:  
Daño simulado*

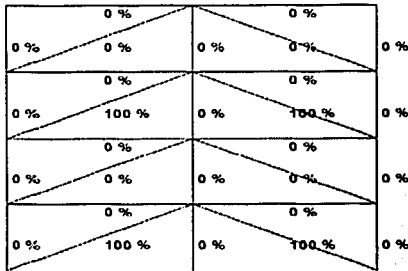


*Daño calculado*

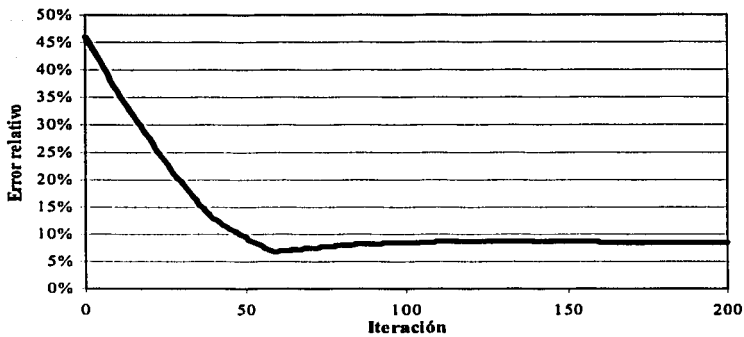
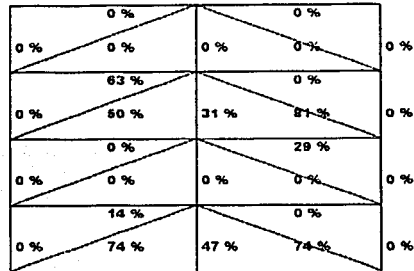


**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

*Tercer marco en la dirección Y:  
Daño simulado*



*Daño calculado*



*Figura 6.37  
Tendencia del error relativo para el daño 11*





## VI.5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### VI.5.1 Estimación de la matriz de rigideces a partir de las propiedades dinámicas de la estructura. Marco plano de 5 niveles

En este ejemplo se muestran los resultados de la estimación de la matriz de rigideces de la estructura a partir de las propiedades dinámicas, para esto se utilizaron distintos valores de las frecuencias y los modos de vibrar para poder determinar de que manera se afecta a la estimación variando la cantidad de datos conocidos.

Se muestra una tabla de resultados para cada uno de los métodos, en estas se puede identificar la rigidez estimada y el error relativo para los distintos valores de las propiedades dinámicas conocidas, adicionalmente se muestran las gráficas del error relativo en el cálculo de cada uno de los términos independientes de la matriz de rigideces.

De las graficas del error relativo se puede observar que a medida que un mayor número de datos es conocido el error relativo va siendo menor en el cálculo de los coeficientes. En todos los casos al conocer todas las propiedades dinámicas de la estructura el resultado estimado fue exacto.

En todos los métodos se tiene una tendencia similar en la estimación de los coeficientes, se puede observar que los términos que mejor son estimados, son los de la diagonal principal, obteniéndose niveles de error relativo máximos del 8% y por el contrario, se observa que los coeficientes de la matriz de rigideces que se encuentran más alejados de la diagonal principal, presentan errores muy superiores que varían desde el 20% al 200%.

Cabe mencionar que estos valores no se incluyeron en las gráficas para poder apreciar el error relativo en la mayoría de los coeficientes estimados.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Por otro lado también se verifica lo mencionado en la sección IV.1.7, y vemos que algunos de los términos estimados presentan un mayor valor de rigidez, lo que implicaría un incremento de rigidez en el elemento estructural, lo cuál nos lleva a una incongruencia entre el resultado matemático y la realidad física.

También se muestran las gráficas comparativas entre los diversos métodos, en general todos presentan el mismo patrón de comportamiento, el que obtuvo mejores resultados fue el método DVS. Esto se debe básicamente a que es el único método iterativo mostrado.

Comparativamente el método DVS presenta un muy buen desempeño con pocos datos conocidos ya que se tienen niveles de error relativo menores al 3%, mientras que los demás presentan errores del 5%, Aun que por otro lado también presenta algunas desventajas, en el caso de estructuras más elaboradas este método puede llegar a no converger, y por el volumen de datos utilizados puede volverse tedioso en su aplicación.

### VI.5.2 Método de detección de daño estructural. Marco plano de 3 niveles

Primero se presenta un caso en donde únicamente se dañaron las vigas de la estructura, básicamente este ejemplo es de carácter didáctico, para poder ejemplificar paso a paso el cálculo de cada uno de los procesos que intervienen en el método de detección de daño propuesto.

Se puede apreciar que al término de la primera iteración ya se presenta una tendencia adecuada hacia el estado dañado de la estructura.

Para poder estimar de manera exacta el daño en la estructura fueron necesarias 200 iteraciones con un tiempo de computo de aproximadamente 4 segundos, lo que demuestra una vez más la influencia de las computadoras en los análisis estructurales.



Para este ejemplo se muestra una gráfica con la tendencia del porcentaje de contribución de cada uno de los elementos que forman la estructura, con esta gráfica podemos apreciar como cada uno de los elementos que forman la estructura va variando la aportación a la rigidez global, y de que manera se va ajustando el porcentaje de contribución hasta llegar a los niveles reales de daño.

También se puede apreciar que a partir de la iteración número 60 ya se tienen resultados aceptables.

Por otro lado también se muestra la gráfica de la tendencia de error en el proceso de convergencia del método. Se puede observar que en la primera iteración se tiene un nivel de error de aproximadamente el 20%, y en la iteración número 60 el error relativo es prácticamente de cero.

El siguiente escenario de daño simulado consistió en dañar las columnas de la izquierda del marco, esto se hizo con la finalidad de mostrar el nivel de independencia en la estimación de cada uno de los elementos que conforman la estructura.

Por lo general ante efectos sísmicos los daños suelen ser simétricos, aunque esto no necesariamente es cierto, por este motivo se propone este ejemplo para ver como únicamente varían la rigidez los elementos que se encuentran dañados, en este caso también se muestran las gráficas del porcentaje de contribución de los elementos y la de tendencia de error en el proceso de convergencia del método.

Paras este caso la convergencia se obtuvo en un número menor de iteraciones, aproximadamente 30.

Finalmente se muestra un caso de daño simétrico en todos los elementos de la estructura, al igual que en los anteriores se determinaron las gráficas del porcentaje de contribución y de la tendencia del error relativo.



En este caso se puede ver que la convergencia del método se realizó en un número mucho menor de iteraciones ya que con cinco fue suficiente para obtener el error relativo prácticamente nulo.

### VI.5.3 Marco STC

En el caso del marco STC, también se analizaron varios escenarios de daño, en este caso si se llegaron a tener diferencias entre el daño propuesto y el estimado, esto se debe básicamente al número de iteraciones, ya que el volumen de información manejado resulta de importancia.

En este caso a diferencia del marco de tres niveles se detuvo el programa al llegar a las 120 iteraciones, y por lo tanto si se llegó a tener un pequeño porcentaje de error relativo que oscila alrededor del 2%.

Para probar el método de detección de daño se impusieron tres escenarios de daño distinto para comparar la efectividad del método.

El primer escenario impuesto es un daño simétrico en la base del edificio, como se puede apreciar se tuvieron pequeños errores en la estimación de los porcentajes de contribución de los elementos siendo el máximo de 3%.

En términos generales los resultados obtenidos si son representativos del daño impuesto a la estructura. Adicionalmente se muestra la gráfica de la tendencia del error relativo, que en este caso del 2.5% en la iteración número 100.

El segundo escenario impuesto fue el daño de la parte superior de la estructura, en este caso al igual que en el anterior se simuló un daño simétrico para poder apreciar y comparar la capacidad del método de identificar los elementos con iguales niveles de daño.



En este caso se tuvieron errores en la determinación del porcentaje de contribución de los elementos que oscilan alrededor del 3%, de igual manera se tuvo un error relativo del 3%.

En el tercer escenario de daño se le impusieron niveles de daño más elaborados a la estructura, ya que se dañaron varias zonas de la misma. Adicionalmente a esto, los daños simulados a diferencia de los casos anteriores no fueron simétricos,

El error en el porcentaje de contribución para este caso fue del 3%, la única diferencia es que se tuvo un mayor error relativo, por lo que fue necesario incrementar el número de iteraciones hasta 120, con un tiempo de cálculo de aproximadamente 20min, y también se obtuvo un mayor nivel de error relativo que tiene un valor del 3.5%.

#### VI.5.4 Marco tridimensional

A diferencia de los demás ejemplos en donde los diversos escenarios de daño fueron propuestos, en este caso se trata de escenarios reales de daño así como las mediciones realizadas, también se tuvieron errores grandes en comparación con los demás ejemplos, sin embargo la tendencia del error determinada es correcta.

Este ejemplo sin lugar a dudas es el más complejo en cuanto a la modelación del fenómeno. Existieron una serie de factores que afectaron la exactitud del método como son:

- En la toma de lecturas se consideró un nivel de ruido del 10%
- Existe una discrepancia entre las propiedades dinámicas de la estructura medidas para el estado sin daño y para el modelo analítico
- No se cumple con la condición de ortonormalización de los vectores característicos. Como se vio en el subcapítulo IV.1.1
- No se cuenta con valores de frecuencia y modos de vibrar rotacionales
- Muchos de los coeficientes de la matriz de rigideces para el estado dañado de la estructura son de mayor valor que los coeficientes de la matriz de



rigideces para el estado inicial o no dañado, por lo que en el análisis únicamente se tomaron en cuenta los términos de la diagonal principal de la matriz de rigideces

Para el primer escenario de daño, al modelo se le removieron todas las diagonales del primer nivel, en cada uno de los marcos extremos de la estructura, como se puede apreciar en los esquemas de resultados.

La estimación no fue del todo correcta, en los elementos dañados, se obtuvo un porcentaje de contribución de la rigidez del 35% en el primer nivel en la dirección X, y un porcentaje del 54%, en la dirección Y del primer nivel, mientras que los porcentajes reales son 0%, ya que estos elementos fueron removidos.

Adicionalmente se obtuvieron elementos con daño que en realidad no se encuentran dañados, también podemos ver que el error relativo que se obtuvo fue del 4%.

En el segundo escenario de daño, se removieron las diagonales del primer y tercer nivel de la estructura, en este caso al igual que en el anterior se obtuvieron resultados representativos de la realidad física del problema.

En este caso se obtuvieron niveles de daño del 39% en el primer nivel y del 15% en el tercer nivel de los marcos en la dirección X, y 16% en el primer nivel y del 50% y 15% en el tercer nivel en la dirección Y, también resultaron dañados otros elementos, pero de igual manera que en el caso anterior se determinó como dañado el primer y tercer nivel, lo que es congruente con el modelo físico. En este caso el error relativo obtenido fue del 7%.

Básicamente los errores obtenidos en los dos escenarios de daño analizado se deben a los factores antes mencionados.

Pero el factor que más afectó la exactitud del método fue que el análisis se realizó únicamente tomando en cuenta los términos de la diagonal principal de la matriz de rigideces, esto implica que el sistema de ecuaciones formado con la contribución de



---

la rigidez de los elementos es más subdeterminado que si se utilizara el total de términos independientes de la matriz de rigideces. Es decir que se tiene un sistema de ecuaciones formado por 116 variables con 8 ecuaciones, lo cual afecta la exactitud del método.

Sin embargo se puede observar que los resultados obtenidos son congruentes con los escenarios de daño impuestos a la estructura.







TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CAPÍTULO VII

### VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

**E**l daño estructural es un tema muy amplio y que ha generado un gran número de investigaciones, ya que las fallas en las estructuras, no solo llevan consigo innumerables pérdidas económicas y materiales, también pérdidas humanas. Debido a esto surge la necesidad de contar con métodos que sean capaces de evaluar la seguridad estructural en todas las etapas de la vida de la estructura.

A lo largo de la tesis se ha hecho una reseña de una serie de investigaciones realizadas hasta la fecha, prácticamente todas ellas se enfocan en la necesidad de detectar en una fase temprana el daño, basándose en parámetros globales, que permitan llegar a una aceptable estimación del daño con un mínimo de información.

La mayoría de estas investigaciones se centran en la utilización de la frecuencia y los modos de vibrar como indicadores globales del estado de la estructura, que permiten conocer el estado físico en que se encuentra.



En este trabajo se presentó un panorama general del daño en estructuras, así como un método que permite localizar y evaluar la magnitud del daño en cada uno de los elementos que conforman a la estructura, basándose en parámetros dinámicos medidos en algunos grados de libertad. Dicho método se fundamenta en un proceso iterativo mediante el cual la rigidez del modelo analítico se va ajustando a la rigidez real con la que cuenta la estructura en su estado de servicio.

Este método brinda ventajas al requerir una pequeña cantidad de información para el desarrollo de la estimación ya que generalmente se cuenta con problemas en donde la cantidad de información que se tiene de las mediciones de las propiedades dinámicas es mínima en comparación con la información requerida para poder hacer una correcta evaluación de cada uno de los elementos que conforman una estructura. A pesar de esto, se ha visto que hasta el momento no se ha llegado a encontrar métodos que puedan ser ampliamente aplicados, obteniendo resultados 100% confiables. Esto es debido a que los grados de libertad que se pueden llegar a medir en una estructura, en comparación con los grados de libertad globales son mínimos, así como por la dificultad de obtener los modos superiores de vibración.

Uno de los procesos que llegan a afectar de manera importante la exactitud del método, es la estimación de la matriz de rigideces de la estructura para el estado dañado, por este motivo se realizó una investigación de los métodos más utilizados actualmente. En general, todos presentan buenos resultados al conocer todas las propiedades dinámicas de la estructura, desgraciadamente esto no es posible en la mayoría de las ocasiones. Comparativamente el que presentó un mejor comportamiento fue el método DVS, pero aplicación a modelos en donde el número de elementos es considerable resulta impráctico debido al tiempo requerido para el análisis, por este motivo el que ha sido más utilizado es el método basado en los multiplicadores de Lagrange.



El método de los multiplicadores de Lagrange presenta una serie de ventajas que se deben tomar en cuenta en las futuras investigaciones. Es muy común que haya grandes diferencias entre la estructura en su etapa de diseño y en el inicio de la vida útil, esto genera que el método de detección de daño tenga errores en la estimación, como fue en el caso del modelo tridimensional analizado. Debido a esta consideración, la estimación de la matriz de rigideces para el estado dañado se realizó con el método de los multiplicadores ya que es el único que trata de minimizar la diferencia existente entre la matriz inicial y la matriz estimada a partir de las propiedades dinámicas medidas.

El método de detección de daño permite obtener la información de cada uno de los elementos que forman la estructura. El planteamiento físico y matemático del problema resulta adecuado pero, actualmente, una de las limitantes más importantes es el volumen de información manejada y la complejidad de trabajar con sistemas de ecuaciones tan subdeterminados.

Por un lado el volumen tan grande de información hace de la programación en computadoras una herramienta indispensable, ya que no es posible trabajar con modelos de estructuras considerables, en hojas de cálculo convencionales. Aunado a esto y debido al número de operaciones tan importante. El tiempo requerido por el análisis varía para cada tipo de estructura, para tener un parámetro de comparación, el tiempo necesario para realizar 200 iteraciones en el marco de tres niveles fue de 4.2 seg, sin embargo el tiempo de cálculo para el marco STC, fue de aproximadamente 1 hora para completar 200 iteraciones.

Con esto se puede ver que su eventual implementación en estructuras muy complejas o en modelos de elementos finitos podría resultar poco práctica.

Por otro lado, hasta la fecha, no se ha encontrado un método matemático que permita encontrar soluciones adecuadas a los sistemas de ecuaciones tan subdeterminados y sobredeterminados como los necesarios en este caso. El único método que presentó resultados aceptables, fue el de la descomposición en valores singulares DVS. Actualmente han surgido una serie de métodos matemáticos que permiten resolver este tipo de problemas de una mejor manera.



Algunos investigadores, han comenzado a estudiar la aplicación de redes neuronales artificiales, redes neuronales y algoritmos genéticos, no sólo en la solución de sistemas estructurales, sino también como métodos de detección de daño. Tal vez una línea de investigación que valdría la pena explotar es la utilización de métodos de optimización en la resolución de este tipo de problemas.

Para poder evaluar el desempeño del método de detección propuesto se han presentado una serie de ejemplos. Si bien es cierto que los resultados obtenidos en algunos de ellos no son "exactos", si se puede llegar a afirmar que se encuentran dentro de intervalos que permiten establecer la zona dañada de la estructura así como su magnitud.

El ejemplo que cabe resaltar es el modelo tridimensional estudiado, este tipo de estructuras denominadas "benchmark", permiten establecer patrones de comparación entre los diversos métodos de detección de daño existentes.

Comparativamente con muchos de los métodos utilizados en el análisis de esta estructura, el propuesto presenta grandes ventajas. Uno de los métodos más utilizados es el de "Stiffness-Mass Ratios Method" Rodríguez R. (2002), en el análisis de la estructura se hace una suposición de un modelo de cortante y se desprecian los efectos de los marcos centrales, así que la información aportada por este método es simplemente la existencia o no del daño en los marcos extremos, en cambio el método propuesto, permite estimar la existencia y evaluar el daño, no solo en los marcos, sino en cada uno de los elementos que lo componen.

En la implementación del método es necesario tener muy en cuenta las hipótesis en las que está basado, algunas de ellas son de tipo físico y otras de tipo matemático. Por un lado se sigue enfrentando el problema de analizar acciones dinámicas, en donde no se cuenta con métodos de análisis que permitan representar fielmente el fenómeno, y por otro lado el método está basado en la linealidad del comportamiento estructural.



Esto último puede llegar a tener serias limitaciones ya que en muchas ocasiones al estar presente el daño en una estructura esta podría comportarse dentro del intervalo elástico-lineal, por este motivo muchos investigadores han llegado a la conclusión de que las futuras líneas de investigación deben centrarse en métodos de detección de daño que permitan resolver este problema.

Debido a las hipótesis en las que se basa el método estudiado así como las limitaciones, tal vez sería poco probable poder utilizarlo como única herramienta en la detección de daño, lo más recomendable sería complementar la información proporcionada por el método con pruebas locales en los elementos que sean detectados como dañados.

Sin embargo queda de manifiesto que este campo es sumamente extenso y es necesario seguir investigando al respecto para poder llegar a desarrollar métodos y modelos consistentes y lo suficientemente exactos, para poder seguir construyendo estructuras cada vez más complejas y sobre todo seguras.





# REFERENCIAS

Adams, R.D., P. Cawley, C.J. Pye y B.J. Stone, 1978 "A Vibration Technique for Non-Destructively Assessing the Integrity of Structures," Journal of Mechanical Engineering Science, EUA

Baruch, M., 1978 "Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Tests," AIAA Journal, pp. 1208-1210

Bazán y Meli Roberto, 2001 "Diseño sísmico de edificios", Limusa, México

Barriola J. 2000. "Informe Sobre la Seguridad Estructural"

Berman, A. y E.J. Nagy, 1983 "Improvement of Large Analytical Model Using Test Data," AIAA Journal, pp. 1168-1173

Boroschek R., Astrosa M. y Osorio C., 1997 "Análisis de vulnerabilidad y preparativos para enfrentar desastres naturales en hospitales", España

Branco G, Inaudi D. y Vurpillot S., 2002 "Structural Monitoring of Concrete Structures" Third World Conference on Structural Control, Como Italia

Chandrupatla T. y Belegundi A., 2002 "Introduction to Finite Elements In Engineering", Tercera Edición, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, EUA

Clark S. J., 1989 "Member stiffness estimation in linear elastic structures from static and vibrational response", M. S. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign



Cobb R. G. y Liebst B. S., 1997, "Structural Damage Identification using assigned partial eigenstructure", Vol 35, pp 152-158

Doebbling S W., Farrar C. R., Prime M. B., Shevitz D. W., 1996 "Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics": A Literature Review", Los Alamos, New Mexico, EUA

Doebbling S. W., Peterson L. D., Kenneth F. A., 1998 "Experimental determination of local structural Stiffness by disassembly of measured Flexibility matrices" Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 120, EUA, pp. 949-957

Farrar C. R., Doebbling S. W. y Nix D. A. 1996 "Vibration-based structural damage identification", Los Alamos, New Mexico, EUA

Fernández M. 2000 "Diagnóstico, Evaluación y Reparación de Estructuras de Hormigón Armado", Universidad Politécnica de Madrid

Fierro F. 2001 "Identificación de daño estructural en modelos de edificios usando parámetros modales", Tesis de Maestría, UNAM

Fierro F, Escobar J. A. y Gómez R., 2002 "Detección de Daño Estructural", Instituto de Ingeniería, UNAM

Friswell, M.I., J.E.T. Penny y D.A.L. Wilson, 1994 "Using Vibration data and Statistical Measures to Locate Damage in Structures," Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, EUA.

Garcés F., Genatlos C., Bellan P. y Lafuente M., 1997, "Ajuste no paramétrico de matrices características en dinámica estructural", 1er Congreso Iberoamericano de Ingeniería Sísmica, La Serena, Chile, pp 387 - 393

González O. y Robles F., 2002 "Aspectos fundamentales del concreto reforzado", Limusa, tercera edición, México





Grossman S., 1987 "Álgebra lineal", Grupo Editorial Iberoamericana, Segunda Edición, México

He, J. y D.J. Ewins, 1986, "Analytical Stiffness Matrix Correction Using Measured Vibration Modes," *Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, pp. 9-14

Hibbeler R.C., 1997 "Análisis Estructural", Pretince Hall, tercera edición

Hjelmstad K. D., Wood S. I: y Clark S. J., 1992 "Mutual residual energy methos for parameter estimation in linear structures", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, pp 223-242

Johannio M., Peter T., Caicedo J. y Shirley J. D., 2001 "Supervisión de Salud Estructural de Puentes Metálicos", First Colombian Workshop on Steel Structures, Cartagena, Colombia

Juneja V., 1996 "Locating structural damage in real time using contrast maximization" tesis de doctorado, Virginia Polytechnic Institute and State University, EUA

Kabe A. M., 1985 "Stiffness matrix adjustment using mode data", Vol. 23, pp. 1431-1436

Kashangaki, T.A-L., S.W. Smith, y T.W. Lim, 1992 "Underlying Modal Data Issues for Detecting Damage in Truss Structures," in Proc. of 33rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, EUA

Lindner, D.K., G.B. Twitty, y S. Osterman, 1993 "Damage Detection for Composite Materials using Dynamic Response Data," ASME Adaptive Structures and Materials Systems, New York, 1993, pp 441-448



## Referencias

---

Medí H., Kharrazi, Ventura C., Brincker R., Dascotte H., 1997 " A study on damage detection using output only modal data", ASCE task group, EUA

Memorias de las Jornadas de Ingeniería Estructural, 2000 "Calificación sísmica de daños y reparaciones de edificios", Artículo de Internet

Merritt F, Kent M. y Ricketts J., 1999 "Manual del Ingeniero Civil", McGraw-Hill, Tomo I, cuarta edición

Nieto M y Alassa G., 2002 "Dinámica Estructural", Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional de Córdoba, España

Podlin S., 2001 "Aprendiendo Programación con Microsoft Excel 2000 en 24 horas", Parson Educación, México

Prion H. G. L. y Reizak M., 1996 "Damage detection by modal testing", Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, pp 459.

Ramses Rodriguez Rocha, 2002 "Stiffness-Mass ratios method for baseline determination and damage assessment of a benchmark structure", tesis de maestría, Texas A&M University, EUA

Reboredo A. 1996 "El Análisis Dinámico de Estructuras Sismo Resistentes", Publicación de Internet, México

Ren W-X., De Roeck G., Harik I. E., 1999 "Singular Value Decomposition Based Truncation Algorithm in Structural Damage Identification through Modal Data", Dept. of Civil Engineering, University of Kentucky, Lexington, Kentucky, EUA

Rodriguez R., 2002 "Stiffness-Mass ratios method for baseline determination and damage assessment of a benchmark structure", Tesis de maestría, Texas A&M University, EUA



## Referencias

---

Rytter, A., 1993 "Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures", Ph. D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Dinamarca

Salawu, O.S. y C. Williams, 1995 "Bridge Assessment Using Forced-Vibration Testing," *Journal of Structural Engineering*, pp 161–173. EUA

Samman, M. M. y M. Biswas, 1994 "Vibration Testing for Nondestructive Evaluation of Bridges," *Journal of Structural Engineering*, pp 290–306, EUA

Sanayei M., Arya B., 1991 "Challenges in Parameter Estimation for Condition Assessment of Structures", Department of Civil & Environmental Engineering, Tufts University, Medford, MA, EUA

Seed Z R, 1997 "Methods for updating numerical models in structural dynamics", Tesis de doctorado, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, junio

Sheena Z., Zalmanovitch A. y Unger A., 1982 "Theoretical stiffness matrix correction by using static test results", 24<sup>th</sup> Israel Annual Conference of Aviation and Astronautics, Febrero

Shirley J., Dyke., Bernal D., Beck J., Ventura C., 1996 "An experimental Benchmark Problem in structural Health Monitoring" ASCE task group, EUA

Shon H. y Law K. H., 1997 "A Bayesian probabilistic approach for structure damage detection", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26

Sobrevilla P, 2002 "Apuntes de algebra lineal", Facultad d' Informàtica de Barcelona, Universidad Politècnica de Catalunya, España

Sosa J. 1998 "Detección de daño en modelos tridimensionales de edificios", Tesis de Maestría, UNAM



## Referencias

---

Sosa J. 1997 "Daño estructural en marcos de edificios", trabajo de investigación, UNAM

Stubbs, N. y R. Osegueda, 1990 "Global Damage Detection in Solids—Experimental Verification," *Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, EUA

Villaverde R., 1989 "Investigation on the cause of numerous upper floor failures during the 1985 Mexico City earthquake", Report of National Science Foundation, University of California, Irvine

West, W.M., 1984 "Illustration of the Use of Modal Assurance Criterion to Detect Structural Changes in an Orbiter Test Specimen," in *Proc. Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity*, EUA

Zonta D, 2000 "Structural damage detection and localization by using vibrational measurements", Tesis de doctorado, Bologna, Gennaio

