



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE PSICOLOGIA

**DETECCION Y ANALISIS DE ERRORES
PRESENTADOS EN LA SOLUCION DE PROBLEMAS
MATEMATICOS POR ALUMNOS DE TERCER GRADO
DE UNA ESCUELA PUBLICA Y UNA PRIVADA.**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN PSICOLOGIA**

PRESENTAN:

**MIRIAM ~~BECERRIL CASTAÑEDA~~
ISABEL HERNANDEZ QUINTINO**

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. SILVIA MACOTELA FLORES

ASESORA TECNICA:

IRMA G. CASTAÑEDA RAMIREZ

MEXICO, D.F.

2003.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Deseamos agradecer y reconocer a la Lic. Irma G. Castañeda Ramírez por compartir con nosotras su experiencia. Por su comprensión, paciencia, y dedicación para la realización de este trabajo.

Muchas Gracias.

Por sus valiosas observaciones, comentarios y sugerencias para enriquecer este trabajo a los profesores:

Dra. Silvia Macotela Flores.

Dra. Lisbeth O. Vega Pérez.

Mtro. Ariel Vite Sierra.

Lic. Martha Romay Morales.

Mtra. Hilda Paredes Dávila.

Muchas Gracias.

A todas aquellas personas que de alguna u otra forma contribuyeron para la realización de este trabajo.

Muchas Gracias.

A nuestra Máxima Casa de Estudios "Universidad Nacional Autónoma de México", por habernos albergado durante estos años de preparación académica y a todos y cada uno de nuestros profesores, que con sus enseñanzas y consejos contribuyeron a nuestra formación profesional.

Muchas Gracias.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A mis padres.

*Por darme la vida, por haber guiado mis pasos,
por estar conmigo en los momentos más difíciles,
por vivir mis logros como suyos, por confiar en
mí, por todo esto y más he logrado dar un paso
importante en mi vida como profesionalista.*

Mil Gracias, Trinidad y M. Angeles.

A mis hermanos.

*Por su apoyo, comprensión y palabras de
aliento en los momentos más difíciles del
camino.*

Gracias, Jorge, Jaime y Trinidad.

A mi esposo:

*Por el apoyo, comprensión, tolerancia pero
sobre todo por el amor que nos tiene.*

Gracias, Enrique.

A mi hija:

*Una pequeña persona que con sus
sonrisas, llantos y logros, me motiva a
seguir adelante en todo momento*

Gracias Ingrid.

Miriam Becerril C.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Gracias a Dios.

Por permitirnos asistir, estar conmigo en los momentos más difíciles de mi vida y darme la fortaleza de seguir adelante. Por darme la oportunidad de estudiar esta carrera.

A mis padres:

Las personas más importantes en mi vida.

Nació por enseñarme a no darme por vencido y luchar por lograr mis metas.

Papá ¡ por enseñarme a soñar y a dar lo mejor de mí para lograr mis sueños. Aunque ya no estás conmigo físicamente siempre estás en mis pensamientos.

Gracias por ser mis padres.

A mis hermanos:

Por sus enseñanzas, por motivarme aunque ellos no lo supieran y por compartir su vida conmigo. Aunque hemos pasado por momentos difíciles al estar juntos nos ha ayudado a superarnos; si nos esforzamos por lo que queremos, podemos lograrlo.

Pablo, Gabby, Justo, Martín.

Raúl, Fernando, Just Antonio.

Isabel

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

INDICE

RESUMEN	I
CAPITULO 1	
1.1 DESARROLLO MATEMÁTICO DE LOS NIÑOS.	1
1.2 TEORÍAS ACERCA DEL DESARROLLO MATEMÁTICO EN LOS NIÑOS.	4
CAPITULO 2	
2.1 PROBLEMAS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS.	18
2.2 TIPOS DE ERRORES EN LA ADICIÓN	24
2.3 TIPOS DE ERRORES EN LA SUSTRACCIÓN	25
2.4 TIPOS DE ERRORES EN LA MULTIPLICACIÓN	27
2.5 TIPOS DE ERRORES EN LA DIVISIÓN	29
2.6 TIPOS DE ERRORES EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	30
CAPITULO 3	
ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS	33
MÉTODO	45
RESULTADOS	48
DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	58
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63
ANEXOS	68

PAGINACIÓN DISCONTINUA

RESUMEN

Una de las características que presentan con frecuencia los niños que cursan la primaria es el fracaso en la solución de problemas matemáticos por lo que es importante detectar a tiempo las dificultades que presentan para poder así orientarlos, y obtener un resultado exitoso.

En este trabajo se hace énfasis en la importancia que tiene el determinar los tipos de errores que presentan los alumnos en la solución de problemas matemáticos, ya que nos pueden servir como guía para proporcionar a los alumnos alternativas para corregir sus estrategias o procedimientos.

Para tal efecto se aplicó el Inventario de Ejecución Académica (IDEA) a 49 niños que cursaban el tercer grado de escolaridad básica; 25 de una escuela pública y 24 una escuela privada; mediante la prueba Ji Cuadrada y un análisis de frecuencias se analizaron las diferencias entre los alumnos de ambas escuelas en los diferentes tipos de errores.

Se encontraron diferencias significativas entre ambas escuelas en el número de aciertos, pero no se encontraron diferencias en los tipos de errores.

CAPITULO 1

1.1 DESARROLLO MATEMÁTICO DE LOS NIÑOS.

La mayoría de los niños, incluyendo los procedentes de familias de bajo nivel socioeconómico, llegan a la escuela con conocimientos matemáticos informales (Russell y Ginsburg 1994; cit. en Baroody 1998). Los preescolares aprenden la matemática informal de la familia, los compañeros y los juegos antes de llegar a la escuela. Como el aprendizaje es un proceso activo de asimilar nueva información a lo que ya se conoce, el conocimiento informal es una base fundamental para comprender y aprender las matemáticas que se imparten en la escuela (Baroody,1998).

Por ejemplo, poco después de empezar a hablar, los niños empiezan a aprender los nombres de los números; hacia los dos años de edad, emplean la palabra "dos" para designar las pluralidades: dos o más objetos (Wagner y Walters 1982; cit. en Baroody 1998).

Mediante el empleo de la percepción directa juntamente con contar, los niños descubren que las etiquetas numéricas como tres no están ligadas a la apariencia de conjuntos u objetos y son útiles para especificar conjuntos equivalentes. Contar ofrece a los niños un vínculo entre la percepción concreta directa, si bien limitada, y las matemáticas abstractas, pero generales; contar coloca el número abstracto y la aritmética elemental al alcance del niño pequeño (Baroody 1998).

Se suele suponer que los niños pequeños no son capaces de analizar y resolver problemas aritméticos de enunciación verbal antes de la enseñanza formal; en contra de las nociones populares, la investigación (p.e. Court, 1920, Carpenter, Hiebert y Moser,1981; Carpenter y Moser 1982,1983,1984;) indica que antes de recibir enseñanza aritmética formal, la mayoría de los niños pequeños pueden emplear su conocimiento aritmético informal para analizar y resolver problemas sencillos de adición y sustracción de enunciado verbal.

Los problemas aritméticos sencillos de enunciación verbal suelen ser mucho más significativos para los niños pequeños que la aritmética formal o simbólica (Baroody, 1998).

La teoría cognitiva sostiene que los niños no llegan a la escuela como pizarras en blanco; ya que el niño actúa, sus juegos, sus actividades más simples, lo llevan a resolver de forma concreta situaciones que a su vez pueden ser después

objeto de problemas escolares. Todas las actividades de agrupamiento, separación, clasificación pueden llevar a una reflexión, a una toma de conciencia, como lo han señalado muy bien los partidarios de las matemáticas modernas. Una reciente investigación cognitiva (Chapa, 1998), demuestra que antes de empezar la escolarización formal, la mayoría de los niños adquieren conocimientos considerables sobre contar, el número y la aritmética. Además este conocimiento adquirido de manera informal actúa como fundamento para la comprensión y el dominio de las matemáticas impartidas en la escuela. Así pues, el problema pedagógico consiste en llegar a una conexión entre una actividad determinada, real o imaginada y su traducción a un cierto lenguaje que utiliza sus propios signos (+, -, x, :) y fórmulas (Mialaret, 1986).

Por tanto la aritmética informal es fundamental para el dominio de las técnicas básicas y para enfrentarse con éxito a las matemáticas más avanzadas (Baroody, 1998). El contar y la aritmética informal se hacen cada vez menos útiles a medida que los números se hacen mayores; conforme estos aumentan, los métodos informales se van haciendo cada vez más propensos al error.

Es muy frecuente que los niños, al principio, se queden sin responder a problemas aritméticos simbólicos. Muchas veces son incapaces de interpretar los símbolos extraños, p.e. $5+1$, los niños no saben como responder. Sin embargo, si el problema de enunciación verbal se refiere a caramelos, el niño podría interpretar el problema en función de su comprensión informal de la adición como un proceso aumentativo y, por lo tanto, tendría significado para él (Baroody, 1998).

La matemática simbólica y escrita que se imparte en las escuelas supera las limitaciones de la matemática informal. Los símbolos y procedimientos escritos ofrecen un medio para anotar números grandes y trabajar con ellos, proporcionando medios eficaces para realizar cálculos aritméticos. Más aún, los símbolos y las expresiones escritas pueden ofrecer registros claros y permanentes que pueden ampliar enormemente la capacidad de la memoria (Baroody, op. cit.).

Aunque la matemática formal puede potenciar mucho la capacidad de los niños, implica aprender nuevas técnicas y conceptos que al principio les pueden parecer extrañas y difíciles; llegan a acostumbrarse a pensar en los números y en la aritmética en términos de contar (Baroody, op. cit.).

Pero al parecer muchos educadores se han olvidado de la importancia de fomentar las facultades para elaborar conocimientos desarrollando la inteligencia y la personalidad; por lo que optan por desarrollar en el niño la capacidad de reproducir los conocimientos elaborados por otros. Se les enseña a los estudiantes a aplicar un razonamiento preelaborado y se inhibe la capacidad de incitar al niño a la búsqueda de soluciones por medio de su propio razonamiento (Bote, 1992).

Se debe tener presente que el proceso enseñanza - aprendizaje de la matemática tiene en la escuela dos finalidades: La primera es ejercitar el razonamiento y la segunda proporcionar los instrumentos intelectuales para la solución de problemas; cuando los niños se enfrentan a situaciones problemáticas, generalmente además de estrategias propias para resolverlas emplean procedimientos originales para encontrar los resultados de las operaciones involucradas (Bote, 1992).

La solución de problemas es un esfuerzo constante, la actitud del educador deja ver que se exige del alumno un razonamiento inducido a través de la verbalización; esté se da cuando los individuos son capaces de relacionar correctamente los elementos de una cuestión, es decir, cuando resuelve satisfactoriamente el problema planteado, decimos que ya aprendió (Molina, 1994).

Brousseau (1990) plantea que es preciso diseñar situaciones didácticas que hagan funcionar el saber, a partir de los saberes definidos culturalmente en los programas escolares. Este planteamiento se apoya en la tesis de que el sujeto que aprende necesita construir por sí mismo sus conocimientos mediante un proceso adaptativo, similar al que realizaron los productores originales de los conocimientos que se quiere enseñar (Piaget, 1975 cit. en Parra y Saiz, 1997).

Así pues, el proceso educativo es llevado a cabo con la idea implícita de lo que se está enseñando no sólo le servirá al alumno para resolver aquellos problemas concretos que se le presenten, sino que le servirá para ejercitarse en la aplicación de algunos razonamientos matemáticos que más adelante podrá generalizar y utilizar en situaciones muy diferentes a las que se le presentan en el aula escolar.

Es por esto que se considera que el sistema escolar se relaciona con la clase social, por ser la escuela una institución social adopta las características del nivel socioeconómico donde se encuentre. Se cree que si la escuela se encuentra en una clase social económicamente pobre carecerá de condiciones que favorezcan el aprendizaje (Caballero, 1988) y por el contrario si la escuela pertenece a un nivel socioeconómico alto se favorece el aprendizaje. Quirós y Schragr (1975; cit. en Caballero, 1988) plantea la relación entre el fracaso escolar y los errores psicopedagógicos, estos se dan por deficiencias del sistema escolar.

A través de los años se ha podido detectar, que una de las dificultades más grandes con que se enfrentan los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas es la solución de problemas.

Cuando el niño se enfrenta a las matemáticas también se enfrenta a una realidad nueva y compleja que debe conocer y dominar. No hay que olvidar que el niño conoce la realidad a través de acciones y que muchas de esas acciones comportan ya la matematización, a un cierto nivel de algunos aspectos de la realidad. Primero esas acciones (reunir, separar, ordenar, repartir) son puramente manipulativas y posteriormente son interiorizadas de forma que puedan ser imaginadas o anticipadas mentalmente; de esta forma se va coordinando y diferenciando progresivamente en función de los múltiples objetos y situaciones a los que se aplican hasta convertirse en operaciones, en las estructuras cognitivas necesarias para la auténtica comprensión de conocimientos (Bote, 1992).

Para los alumnos, los problemas matemáticos de la escuela siempre tienen una solución, la cual se obtiene haciendo una o varias operaciones en las que hay que emplear todos los números del enunciado (Elmer, 1985; cit. en Bote, 1992).

1.2 TEORÍAS ACERCA DEL DESARROLLO MATEMÁTICO EN LOS NIÑOS.

Las matemáticas se han construido como respuestas a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas. Estas preguntas han variado en sus orígenes y en sus contextos: problemas de orden doméstico (división de tierras, cálculos de crédito, etc.), problemas planteados en estrecha vinculación con otras ciencias (astronomía, física, etc.), especulaciones en apariencia gratuitas sobre objetos pertenecientes a las matemáticas mismas, necesidad de organizar elementos ya existentes, de estructurarlos, p.e. las exigencias de la exposición (enseñanza, etc.).

Todos los seres humanos, tanto niños como personas mayores no pueden prescindir del conocimiento de los números y su adecuado manejo. No pueden moverse de un lado a otro sin tener la necesidad de medir y contar. Sea en el hogar, en el campo o en sus juegos, cuentan, miden y calculan (García, 1990).

En muchos aspectos, el desarrollo matemático de los niños corre paralelo al desarrollo histórico de la matemática; el conocimiento matemático impreciso y concreto de los niños se va haciendo cada vez más preciso y abstracto (Baroody, 1998).

Quando empiezan a caminar, los niños no solo distinguen entre conjuntos de tamaño diferente, sino que, pueden hacer comparaciones gruesas entre magnitudes; a los dos años de edad aproximadamente los niños pueden aprender palabras para expresar relaciones matemáticas que pueden asociarse a sus experiencias concretas (Wagner y Walters, 1982 cit. en Baroody, 1998).

Con el paso del tiempo los preescolares elaboran una amplia gama de técnicas a partir de su matemática intuitiva. La matemática no escolar o informal de los niños se desarrolla a partir de necesidades prácticas y experiencias concretas. Contar, desempeña un papel esencial en el desarrollo de este conocimiento informal, esté prepara el terreno para la matemática formal que se enseña en la escuela. En realidad los niños no aceptan y aprenden de inmediato la matemática formal, ya que choca con sus pautas de pensamiento (Baroody, op. cit.).

El sentido numérico básico de los niños constituye la base del desarrollo matemático. Los preescolares parten de este sentido del número y desarrollan conocimientos intuitivos más sofisticados. Casi todos los niños que se incorporan a la escuela deberían ser capaces de distinguir y nombrar como “más”, el mayor de dos conjuntos manifiestamente distintos.

El niño que no pueda usar “más” de esta manera intuitiva puede presentar considerables problemas consecutivos. Sin embargo como los niños basan sus juicios en las apariencias, las comparaciones que hacen entre magnitudes pueden ser correctas, aunque es frecuente que el aspecto refleje finalmente la cantidad, los indicios perceptivos como el área y la longitud no siempre son indicadores precisos de la cantidad (Baroody, op. cit.).

El sentido del número también permite a los niños reconocer si una colección ha sido alterada. Los niños reconocen muy pronto que añadir un objeto a una colección hace que sea “más” y que quitar un objeto hace que sea “menos”.

Brush en 1978, realizó un estudio en donde mostraban dos recipientes a unos preescolares, se colocaban pantallas delante de los recipientes para que los niños no pudieran verlos, mediante un proceso de correspondencia se colocaba el mismo número de objetos en cada recipiente cuando el niño había manifestado que los dos recipientes ocultos tenían la misma cantidad de objetos, se le hacía observar, cómo se añadía o quitaba un objeto de uno de los recipientes, los niños no tenían dificultades para reconocer que la adición o la sustracción de objetos modificaba la cantidad de uno de los recipientes (Baroody, 1998).

El desarrollo matemático de los niños es un tema de estudio importante para muchos investigadores, este tema ha sido estudiado desde diferentes enfoques teóricos, dos de los más importantes son el conductual y el cognoscitivo.

ENFOQUE CONDUCTISTA

El conductismo, es una corriente psicológica que explica el hecho educativo a través del esquema estímulo - respuesta y define el aprendizaje en base a la conducta del alumno (Molina, 1994). El enfoque conductista comienza con los trabajos pioneros de Thorndike y Skinner y tuvo un gran impacto en la educación especial.

La teoría conductual tuvo gran impacto en nuestro medio a principios de los setentas, mucho del entusiasmo despertado se debió en buena medida a que pugnaba por un estudio científico de la conducta humana alejado de especulaciones ambiguas y subjetivas, para en su lugar, dar aseveraciones fundadas en apego a una estricta metodología experimental (Hernández, 1991).

Las suposiciones básicas subyacentes a la postura conductual son: el interés de identificar las interacciones entre la conducta de los individuos y los eventos del medio ambiente, a este resultado se le denomina relación funcional, porque al variar uno de los elementos el otro también cambia. Si bien hay desacuerdo entre los conductistas sobre quien es el agente causal, la mayoría se inclina en asignar este papel al medio ambiente. Estos continuos cambios se acumulan para dar origen a conductas más complejas, organizadas de manera lineal, jerárquica y piramidal. Con esto quiere decir que cualquier comportamiento superior debe estar basado en conductas simples y básicas (Hernández, 1991).

Este enfoque se basa en la premisa de que la influencia del ambiente en la conducta es muy importante. Algunos términos característicos del punto de vista conductista son: modificación de la conducta, teoría del refuerzo, condicionamiento operante, análisis de tareas, medidas directas, instrucción directa, criterios de referencia y enseñanza de precisión. A pesar de las diferencias ideológicas entre los diferentes grupos conductistas, la mayoría comparte algunos supuestos:

- Los principios de aprendizaje influyen en la conducta.
- Las intervenciones se centran directamente en la conducta afectada (Comprensión lectora, problemas de conducta, conducta de resolución de problemas).
- Los objetivos de enseñanza son específicos y las metas son observables y medibles.
- Los datos del proceso del alumno determinan la efectividad de las

intervenciones y suministra las pautas para tomar decisiones instruccionales (Mercer, 1991).

Para los conductistas aprender es la modificación relativamente permanente del comportamiento observable de los organismos como fruto de la experiencia. Las condiciones básicas para que se produzca el aprendizaje son: 1) Una ocasión o situación donde se da la conducta, 2) la emisión de la conducta y 3) las consecuencias de la misma; es decir sus efectos sobre el medio ambiente. A esta triple relación se le denomina "Contingencias de reforzamiento" (Hernández, 1991).

Las aportaciones del conductismo a la educación han sido amplias; para citar algunos ejemplos mencionaremos a los objetivos de aprendizaje elaborados en base a conductas observables y verificables y la programación conductual donde se clarifican y organizan los medios, formas y técnicas para lograr el aprendizaje. (Hernández, op. cit.).

Un componente importante para obtener lo anterior es el análisis de tareas, que se basa en descomponer en varios pasos breves la conducta compleja final que se espera que el estudiante domine. Este sistema desarrollado originalmente por Miller (1962 cit. en Woolfolk 1996) que empieza con una definición del requerimiento del desempeño final, lo que la persona que se capacita (o el estudiante) tiene que ser capaz de realizar al final del programa o unidad. Luego se especifican los pasos que llevarán a la meta final. El procedimiento sólo descompone las habilidades y los procesos en subhabilidades y subprocesos.

Un análisis de tareas proporciona un panorama de la secuencia lógica de pasos que llevan hacia la meta final. Conocer esta secuencia puede ayudar a los profesores a asegurarse de que los alumnos tienen las habilidades necesarias antes de que avancen al paso siguiente. Además, cuando los estudiantes tienen dificultades, el profesor puede determinar con precisión áreas problemáticas (Woolfolk, 1996).

Otro método para modificar conducta es el enfoque directo, se centra en el desarrollo de aptitudes académicas específicas sin ocuparse de los déficits en los procesos deductivos. Esto no quiere decir que niños con trastornos de aprendizaje no tengan déficits en los procesos; pero el tratamiento directo de estos déficits no es posible, ni necesario para que se produzca una mejora académica, afirman Treiber y Lahey (1983) quienes hablan sobre la documentación que demuestra el éxito de la instrucción directa en los trastornos de aprendizaje en las áreas académicas de comprensión lectora, escritura, identificación de letras, vocabulario, aritmética y lectura oral (Mercer, 1991).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A pesar de que muchas investigaciones (Nelson y Polsgrove, 1984 cit. en Mercer 1991) demuestran que el rendimiento académico se puede mejorar con el refuerzo, no siempre es la estrategia óptima recomendada por los conductistas para la enseñanza académica. De hecho, diversas autoridades en la materia (Ayllon y Azrin, 1964; Smith y Lovitt, 1976 en Mercer 1991) afirman que el refuerzo sólo, no siempre es suficiente para mejorar las aptitudes académicas. Por ejem. Smith y Lovitt, (1976) demostraron que el refuerzo era ineficaz cuando los alumnos estaban aprendiendo cómo resolver problemas aritméticos por ordenador, pero era un éxito en lograr que realizaran cálculos aritméticos más rápidos.

Resnick y Ford (1998) aseguran que la realización de cálculos domina las matemáticas de la escuela elemental, y la destreza en los cálculos sigue siendo un objetivo de primer orden en la enseñanza. Una de las formas posibles de definir las matemáticas es como conjunto de reglas y procedimientos para realizar cálculos, es una definición que domina casi toda la enseñanza matemática de nuestras escuelas primarias. Esperamos que los niños sean capaces de realizar cálculos cada vez más complejos y que los realicen de forma rápida y exacta. También pretendemos que puedan aplicar esta destreza de cálculo a la resolución de problemas, pero en esto se tiene menos éxito.

Cuando decimos cálculo, nos referimos a la suma, la resta, la multiplicación y la división. También nos referimos al empleo de porcentajes, de fracciones y a otras destrezas propias de la vida diaria, nos referimos a lo que se ha llamado tradicionalmente aritmética. Al tratar de las destrezas aritméticas o de cálculo, es útil distinguir entre asociaciones sencillas, que a veces se llaman relaciones numéricas, y procedimientos complejos, que se llaman algoritmos, en los que se debe realizar una secuencia fija de operaciones. Las asociaciones sencillas, o relaciones numéricas, son las tablas de sumar, de restar, de multiplicar y a veces de dividir, se hacen estudiar de memoria a la mayoría de los niños en la escuela primaria. Los procedimientos complejos o algoritmos son la serie de pasos diferentes que hacen falta para, realizar una larga división o para restar fracciones con diferentes denominadores.

Cuando los niños aprenden a utilizar las propiedades numéricas y los algoritmos para la solución de problemas, lo más común es que lo hagan en el contexto de problemas que se plantean por medio de palabras llamados problemas verbales o problemas - relato. Los problemas relato o de enunciado exigen de los niños que éstos interpreten las palabras del problema, que preparen un cálculo matemático equivalente y seguidamente apliquen los procedimientos relevantes (Resnick y Ford, 1998).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Thorndike, es en cierto modo, el padre fundador de la psicología de la enseñanza matemática. Aducía que toda conducta humana, tanto de pensamiento como de obra, se podía analizar en términos de dos sencillos elementos: En estímulos, es decir, sucesos exteriores a la persona, y respuestas, es decir, lo que hacía la gente como reacción a dichos sucesos exteriores. Thorndike, se propuso demostrar cómo se podía aplicar las leyes del aprendizaje a los problemas de enseñanza. Creía que, lo que los profesores necesitaban era descubrir y formular el conjunto determinado de vínculos que conformaba la aritmética. Cuando se pudiesen delimitar listas bien organizadas de todos estos vínculos, se podría utilizar la práctica sujeta a recompensas para que la ley del efecto reforzase dichos vínculos, y cabría esperar una mejora de los resultados en el estudio de la aritmética (Thorndike, 1924; cit. en Resnick y Ford, 1998).

Thorndike (1924), razonaba que, dado que los alumnos de enseñanza primaria todavía no eran capaces de deducir las reglas de la aritmética a partir de los ejemplos y de otros sistemas de reglas, la misión de la enseñanza era dar forma cuidadosamente a los vínculos y los hábitos necesarios que les permitiera llevar a cabo cálculos y resolver problemas. Cuando se habían determinado los vínculos adecuados, se requería de ejercicios y práctica para formar y reforzar dichos vínculos, un buen sistema de ejercicios y de práctica requiere representar los vínculos de forma cuidadosamente programada, para que los vínculos más importantes se practiquen con más frecuencia, y los menores, con menos frecuencia (Resnick y Ford, 1998).

En la solución de problemas los maestros creen que los alumnos aprenderán si explican dos o tres de los mismos, se los plantean de una misma forma y estimulan las respuestas, incluso las insinúan, cuando no son correctas, el maestro corrige y sanciona a los alumnos usando un condicionamiento negativo (Molina, 1994).

La recompensa que servía para reforzar los vínculos que se practicaban se conseguían cuando los problemas aritméticos se hacían interesantes, divertidos y próximos a sus aplicaciones prácticas. Thorndike, también se preocupó del significado intrínseco de sus problemas y de su relevancia en la vida diaria, fuera de la escuela (cit. en Resnick y Ford, 1998).

Todo grupo humano requiere que la educación cumpla con dos funciones esenciales: la transmisión de las pautas culturales y la innovación de las mismas. La relevancia de estas tareas se manifiesta en que el vigor de una cultura está en su capacidad para reproducirse a sí misma;... pero también tiene que cambiar si es que quiere aumentar sus posibilidades de sobrevivencia (Skinner, 1970, cit. en Hernández, 1991). La escuela tal y como existe ahora es principalmente

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

transmisora y no innovadora, privilegia la homogeneización a la individualización. Por eso para cumplir mejor sus imprescindibles funciones requiere fomentar su diversidad y hacer de los individuos personas creativas; de ahí que la meta final de la educación no puede ser otra que lograr ... "el desarrollo del máximo posible del potencial del organismo humano" (Skinner, 1970, cit. en Hernández, 1991).

Este enfoque concibe al profesor como un técnico de la educación que aplica las contingencias de reforzamiento para producir el aprendizaje en sus alumnos. Su trabajo consiste en estar continuamente monitoreando el rendimiento de sus estudiantes y corrigiendo la respuesta. Debe programar la enseñanza mediante pasos cortos, basar los nuevos conocimientos en lo previamente aprendido, reforzar y dirigir el aprendizaje (Hernández, op. cit.).

Es decir el análisis conductual aplicado requiere una especificación clara de la conducta que se debe cambiar, una medida cuidadosa, un análisis de los antecedentes y reforzadores que podrían estar manteniendo una conducta inapropiada o indeseable, una intervención basada en los principios conductuales para modificar la conducta y una medida cuidadosa de los cambios (Woolfolk, 1996).

ENFOQUE COGNOSCITIVO

Su antecedente se remonta a la psicología de la Gestalt, sus escuelas más representativas son la teoría del procesamiento de la información que está interesada en estudiar las maneras en que los sujetos incorporan, transforman, reducen, almacenan, recuperan y utilizan la información que reciben, esta teoría tuvo su origen en el desarrollo de las computadoras y la inteligencia artificial (Hernández, op. cit.).

La teoría instruccional de Jerome Bruner enfatiza el valor del aprendizaje por descubrimiento ya que "... los humanos son seres activos dedicados a la construcción de su mundo"(Bruner, cit. en Hernández, op. cit.).

Para el teórico cognoscitivo, es esencial averiguar cuáles son los conocimientos y esquemas que el alumno posee porque servirán de apoyo al nuevo aprendizaje (Hernández, op. cit.).

Las conductas cognitivas son complejas y ponen en interpelación procesos asociados con la interpretación, el recuerdo y la comprensión de las experiencias. Hallahan, Kauffman y Lloyd, (1985, cit. en Mercer, 1991) definen la cognición como el estudio del pensamiento. Algunos de los principios más importantes del enfoque cognoscitivo son:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

-El alumno relaciona la información nueva con los conocimientos existentes para construir el significado y modificar el conocimiento.

-El alumno está implicado en el aprendizaje de forma activa y es responsable del mismo.

-La organización y la integración de la nueva información son procesos muy importantes para el aprendizaje y la memoria.

-El aprendizaje es holístico. Es decir, el todo es mayor que la suma de sus partes por consiguiente, la enseñanza se debe centrar en el todo (p. ej., comprensión lectora).

-La función del maestro consiste en suministrar experiencias relevantes a partir de las cuales el alumno pueda construir significados (Jacobs, 1984, cit. en Mercer, 1991).

Uno de los principales exponentes del enfoque cognoscitivo es Jean Piaget (1967, cit. en Kazuko, 1988), el cual sostiene que el aprendizaje basado en el esquema estímulo - respuesta es insuficiente para explicar el proceso cognoscitivo ya que no considera las estructuras existentes en el organismo para el cual un estímulo puede o no ser significativo. Piaget plantea lo siguiente:

La respuesta ya existe en el organismo y un estímulo cuando es significativo puede ser asimilado por las estructuras existentes de tal manera que se ponga en marcha la respuesta; el esquema es:

estímulo—organismo—respuesta
y sus estructuras

Para Piaget (1967), el aprendizaje es un proceso de construcción y éste se da a través de la asimilación, en ella el dato externo es captado por el individuo y éste lo integra en la estructura mental ya existente; entonces se tiene que hacer un ajuste estructural ante la presencia de nuevos elementos; a este último movimiento se le llama acomodación. Cuando la estructura se ha ajustado al nuevo conocimiento y se da el equilibrio entre asimilación y acomodación, viene un tercer momento que es la adaptación; en esto hay que tener dos elementos opuestos, el sujeto que asimila y el objeto que se acomoda a las estructuras ya existentes.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Piaget hacia hincapié en que el equilibrio total nunca se alcanza, se trata de un proceso progresivo que cada vez se va ampliando más. El conocimiento entonces se va construyendo paulatinamente por el individuo. Según Piaget, el sujeto vive dos tipos de experiencias que le sirven como fundamento, entre otros, para pasar de una estructura a otra superior, dichas experiencias son: Experiencia física y experiencia lógico - matemática (Kazuko, 1988).

Un aspecto importante que se debe considerar al analizar el aspecto lógico - matemático del niño es, que todo el cúmulo de experiencias que éste va teniendo desde el momento de su nacimiento, juega un papel primordial, ya que estas experiencias irán guiando al niño hacia las primeras relaciones lógico - matemáticas (Bote, 1992).

Piaget, desarrolla estas experiencias en su teoría del número, para él, el número, es una estructura mental, que construye cada niño mediante actitud natural para pensar, en vez de aprenderla del entorno. Además puesto que cada número se construye mediante la adición repetitiva del número uno, puede decirse que su misma construcción incluye la adición. La adición surge de la capacidad natural del niño para pensar y plantea que no hace falta enseñar la adición a los niños y que es más importante proporcionarles oportunidades que les hagan utilizar el razonamiento numérico. (Piaget, 1967, cit. en Kazuko, 1988).

El conocimiento físico es el conocimiento de objetos de la realidad exterior. El color y el peso de una ficha son ejemplos de propiedades físicas que están en objetos de la realidad exterior y que pueden conocerse mediante la observación. El conocimiento lógico - matemático se compone de relaciones construidas por cada individuo. Por ejemplo cuando se nos muestra dos fichas, una roja y otra azul, y creemos que son diferentes, esta diferencia es un ejemplo de los fundamentos del conocimiento lógico - matemático, las fichas son realmente observables, pero la diferencia entre ellas no lo es, la diferencia es una relación creada mentalmente por el individuo que establece esta relación entre los dos objetos, la diferencia no está ni en la ficha roja ni en la azul y si una persona no estableciera esta relación entre los dos objetos no habría para ella ninguna diferencia. Así el número es una relación creada mentalmente por cada individuo; el niño progresa a la construcción del conocimiento lógico - matemático mediante la coordinación de las relaciones simples que han creado anteriormente entre distintos objetos por ejem, mediante la coordinación de "iguales", "distintos" y "más". (Piaget, 1967, cit. en Kazuko, 1988).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Piaget admitía la existencia de fuentes internas y externas del conocimiento. La fuente del conocimiento físico (así como del conocimiento social) es en parte externa al sujeto, por contra, la fuente del conocimiento lógico-matemático es interna (cit. en Kazuko, op. cit.).

Según la teoría de Piaget (1967, cit. en Kazuko, op. cit.) la abstracción del color de los objetos es de naturaleza muy distinta a la abstracción del número. En realidad son tan diferentes, que se designan con términos diferentes. Para la abstracción de las propiedades de los objetos, Piaget usó el término de abstracción empírica para la abstracción del número, lo denominó abstracción reflexionante. En la abstracción empírica, todo lo que el niño hace es centrarse en una propiedad determinada del objeto e ignora las otras, por ejemplo cuando abstrae el color de un objeto, simplemente ignora las propiedades restantes como el peso y el material del que está hecho el objeto. Por su parte, la abstracción reflexionante comporta la construcción de relaciones entre objetos. La semejanza de las fichas entre una ficha u otra no existe en ninguna de las fichas ni en ningún otro lugar de la realidad exterior. Esta relación sólo existe en el pensamiento de quienes la pueden establecer entre los objetos.

Piaget continuó afirmando que, en la realidad psicológica del niño pequeño, la una no puede darse sin la otra. Por ejem. el niño no puede construir la relación "diferente" si no puede observar propiedades diferentes en los objetos. Igualmente, la relación "dos" sería imposible de construir si el niño pensara que los objetos separados se comportan como gotas de agua (que pueden combinarse para formar una sola gota). Recíprocamente, el niño no podría construir conocimientos físicos si no poseyera un marco de referencia lógico - matemático que le permitiera relacionar nuevas observaciones con el conocimiento que ya posee.

Así pues, aunque la abstracción reflexionante no pueda darse independientemente de la abstracción empírica durante los periodos sensoriomotor y preoperacional, posteriormente sí se hace posible esta independencia. Puede que la distinción entre los dos tipos de abstracción no parezcan importantes mientras el niño aprende números pequeños, digamos hasta 10, sin embargo, cuando pasa a números mayores como 999 y 1000, ¡es evidente que no es posible aprender cada número entero hasta el infinito a partir de conjuntos de objetos o imágenes! Los números no se aprenden mediante la abstracción empírica de conjuntos que ya existen, sino mediante la abstracción reflexionante a medida que el niño construye relaciones. (cit. en Kazuko, 1988).

El número es una síntesis de dos tipos de relaciones que el niño establece entre objetos (mediante la abstracción reflexionante) Una es el orden y la otra, la inclusión jerárquica. El niño no siente la necesidad lógica de situar los objetos en

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

orden para asegurarse de que no se salta ninguno ni lo cuenta más de una vez. La única manera de asegurarnos de no pasar por alto ningún objeto o de no contar el mismo más de una vez es poniéndolos en orden. Sin embargo, el niño no tiene que poner los objetos literalmente en un orden determinado para establecer entre ellos una relación de orden, lo importante es que los ordene mentalmente.

Si la ordenación fuera la única acción mental que realizara sobre los objetos, la colección no podría cuantificarse puesto que el niño tendría en cuenta un objeto cada vez y no un grupo de muchos al mismo tiempo.

Para cuantificar la colección de objetos el niño tiene que establecer entre ellos una relación de inclusión jerárquica. En cuanto a la relación de reversibilidad se refiere a la capacidad de realizar mentalmente acciones opuestas de forma simultánea en este caso, dividir el todo en dos partes y reunir en un todo. En la acción física material, no es posible hacer dos cosas opuestas al mismo tiempo, sin embargo en nuestro pensamiento sí es posible cuando se ha vuelto lo suficientemente móvil como para ser reversible. (Kazuko,1988) .

La teoría del número de Piaget (1967; cit. en Kazuko 1988) también contrasta con la suposición social, como un conocimiento social (convencional) especialmente enseñando a los niños a contar. La característica principal del conocimiento social es su naturaleza eminentemente arbitraria. Al igual que el conocimiento físico, el conocimiento social es un conocimiento de contenidos y requiere un marco referencial lógico-matemático para su asimilación y organización. El niño usa el mismo marco de referencia lógico-matemático tanto para construir el conocimiento físico como el social. En el conocimiento lógico-matemático, la fuente última de conocimiento es el niño mismo, y el punto de vista de Piaget contrasta con la creencia de que existe un mundo de números en el cual debe ser, por ejemplo la suma $2+3$ pero ni los dos números ni la suma "existen" en el mundo social para ser transmitidos por las personas.

Se puede enseñar a los niños a dar la respuesta correcta, a $2+3$ pero no puede enseñarseles directamente la relación que subyace a esta adición. Por la misma razón, incluso los niños de dos años pueden ver la diferencia entre una pila de tres bloques y una de diez. Pero esto no significa que el número "esté ahí", en el mundo físico, para ser aprendido mediante la abstracción empírica. Entonces ¿cómo es que los niños llegan a ser capaces de conservar el número? La respuesta es que los niños llegan a ser capaces de conservar cuando han construido mentalmente la estructura lógico - matemático del número, al menos hasta cierto punto, los que han construido esta estructura pueden imponerla a las hileras de diferente longitud. Los que no la han construido sólo pueden basar sus juicios en rasgos perceptivos. Para ellos, "sobrepasar especialmente los límites" significa " más". (Kazuko, 1988)

Como el número es una estructura mental que se tarda mucho tiempo en construir, se sintetiza la secuencia de desarrollo que acabamos de explicar:

En el nivel I, el niño ni siquiera puede hacer una colección que tenga la misma cantidad.

En el nivel II, es capaz de hacerla porque ha empezado a construir, la estructura lógico-matemática (mental). Sin embargo. Esta estructura emergente todavía no es lo suficientemente fuerte como para permitirle conservar la igualdad numérica entre ambos conjuntos.

Cuando llegan al nivel III, ya han construido una estructura numérica con poder suficiente para permitirle observar el grupo de objetos numéricamente en vez de espacialmente.

El número es algo que cada ser humano construye desde dentro y no algo que transmite. Nunca se había enseñado a ningún niño a conservar la cantidad numérica antes de que Piaget inventara la tarea de conservación.

El número es una idea, y si el número parece invariable, esta invariabilidad acontece en el pensamiento del niño. Los niños que no conservan no piensan que el número varía, como todavía no han construido la noción de número en su pensamiento, sencillamente no pueden pensar en él, solo pueden pensar en la cantidad, que juzgan en base al espacio, no piensan que el número cambia "cada vez que se altera la mera disposición física".

En otras palabras el concepto de número surge de la capacidad natural que el niño tiene para pensar, también muestran que la adición se da en la propia construcción del número puesto que el niño lo constituye mediante la adición repetitiva de uno (Kazuko, 1988).

Lo que se concluye de las investigaciones de Piaget es lo siguiente:

1. El número no es de naturaleza empírica. El niño lo construye mediante la abstracción reflexionante a partir de su propia acción mental de establecer relaciones entre objetos.
2. Los conceptos numéricos no pueden enseñarse. El número no ha de ser enseñado ya que el niño lo construye desde dentro, a partir de su propia capacidad natural para pensar.
3. La adición tampoco ha de ser enseñada, la propia construcción del número implica la adición repetida del número uno.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La aritmética no es un cuerpo de conocimientos que deba enseñarse mediante transmisión social. Debe ser construido por cada niño mediante la abstracción reflexionante; Si el niño no puede construir una relación, ninguna explicación del mundo hará que comprenda las explicaciones del maestro (Kazuko, 1988).

La adquisición del conocimiento siempre da la actividad del sujeto ya que no es posible comprender verdaderamente un contenido determinado, sin la probabilidad de comprender el modo de producción de ese conocimiento, es preciso crearlo y recrearlo.

La necesidad de que el niño construya su propio conocimiento puede parecer una pérdida de tiempo, ya que éstos pueden transmitirse directamente ya construidos, con lo que se ahorra todo el proceso, pero con todo esto solo se logra perjudicar al alumno por que los conocimientos adquiridos de modo mecánico solo le sirven para ser aplicados a situaciones muy semejantes a las que se aprendieron. Estos conocimientos adquiridos de modo mecánico se olvidan tan pronto como se ha cumplido, la finalidad para la que se aprendieron, es decir, para pasar los exámenes(Mercer, op. cit).

En la solución de problemas verbales intervienen conocimientos tanto matemáticos como lingüísticos y para muchos niños plantea una dificultad importante. Se ha comprobado que, en muchas ocasiones, la dificultad de la solución proviene de una inadecuada comprensión del texto del problema, aspecto que influiría en el fracaso más que las operaciones matemáticas propiamente dichas. Ante un problema, lo verdaderamente importante es la comprensión de su estructura lógica.

La solución de problemas es la meta última de la enseñanza de las matemáticas y en sentido amplio, de toda enseñanza. Durante muchos años predominó la idea de que los niños debían dominar el sistema numérico y el cálculo antes de presentar los problemas de enunciado verbal pero la investigación actual indica que no debe aplazarse este aprendizaje sino que debe integrarse desde el principio de la escolaridad (Carpenter y Moser, 1982 cit. en Defior, 1996).

La solución de problemas matemáticos da la oportunidad al maestro de saber cómo los conocimientos enseñados son reutilizados por los niños; a los alumnos les permite: poner a prueba los conocimientos o procedimientos adquiridos, extender el campo de significación y percibir sus límites (Defior, op. cit).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En este capítulo se describe brevemente como los niños van desarrollando los conocimientos matemáticos desde lo informal hasta lo formal, que se inicia con el ingreso al sistema escolar enfrentándose a complicaciones por la construcción de estructuras de pensamiento más elaboradas; todo esto, desde el punto de vista de dos enfoques teóricos conductual y cognoscitivo.

Debido a que los temas revisados tocan un aspecto que representa un problema en los escolares, como son las dificultades o problemas de aprendizaje en matemáticas en el siguiente capítulo se hace una revisión de los problemas de aprendizaje en matemáticas, de los tipos de errores en las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y principalmente de los tipos de errores en la solución de problemas que involucran estas operaciones.

CAPITULO 2

PROBLEMAS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

Desde principios del siglo XX, se han reconocido problemas en matemáticas, entre algunos de los autores que han sugerido o proporcionado información está, Grace Fernald en las décadas de 1920 y 1930, así como también están: Stratuss en la década de 1940 y Cruickshank en las décadas 1950 y 1960 (cit. En Gearheart, 1987); no obstante la mayoría de estos autores consideraban que los estudiantes tenían alguna lesión cerebral, entre los autores que no llegaron a esta conclusión están Fernald así como, Jhonson y Myklebust en 1967.

En 1979 Stanley Johnson dedica un texto completo y específico sobre problemas de aprendizaje en matemáticas y posteriormente en 1980 y 1981 Fredrika Reisman y Samuel Kauffman, proporcionan información para esta área

En tanto que una capacidad matemática pobre puede ser causada por una enseñanza deficiente o por una capacidad mental inferior, la discalculia está asociada con un cierto tipo de disfunción neurológica que interfiere con el pensamiento cuantitativo. Por tanto existen dos tipos de insuficiencia aritmética:

- a) La relacionada con trastornos lingüísticos: Este tipo de insuficiencia se relaciona a que el niño que padece algún trastorno del lenguaje receptivo es probable que su desempeño en la aritmética sea pobre, no por que no logre entender los principios del cálculo, sino porque no entiende la explicación del maestro, los problemas que se le plantean o las instrucciones que se le dan. Por lo que, la presencia de algún trastorno de lectura coloca al niño en desventaja para leer problemas aritméticos, mientras que la disgrafía le impide escribir las respuestas.
- b) La que se refiere a perturbaciones en el pensamiento cuantitativo: Estas perturbaciones se refieren a la comprensión de los principios matemáticos, el niño logra leer y escribir pero no calcular. A esta condición la han caracterizado diferentes autores (Dugaa y Col, 1972) como: a) la falta de organización visual espacial de integración verbal, b) capacidad auditiva extraordinaria, c) excelencia en leer el vocabulario así como en el silabeo, d) distorsión de la imagen corporal, e) falta de integración motora, f) problemas de lateralidad, g) falta de madurez social y h) puntuaciones considerablemente superiores en pruebas estandarizadas.

Actualmente sabemos que al efectuar mecánicamente un algoritmo de ninguna manera garantiza la necesaria comprensión del mismo, ni mucho menos la posibilidad de utilizarlo en la solución de problemas si el alumno no ha descubierto el sentido de las operaciones, es decir, qué significa sumar, restar, multiplicar y dividir, así como saber cuándo éstas sirven para resolver un problema; también sabemos que tanto en el campo matemático como en otras áreas del conocimiento, la edad cronológica no es condición suficiente para que un niño pueda resolver determinado tipo de problemas. Para ello, es fundamental su nivel de desarrollo cognoscitivo. (Hernández, 1993).

Hoy está fuera de duda la afirmación de que esta materia contribuye a la formación integral del individuo desde diferentes aspectos (Callejo. 1987):

- El intelectual porque desarrolla la lógica, la capacidad de síntesis y de análisis, el rigor, el pensamiento inductivo y deductivo y la creatividad.
- El estético por la belleza de ciertas demostraciones, teorías matemáticas y formas geométrica;
- El instrumental por su aplicación a situaciones de la vida diaria y otras disciplinas;
- El cultural por su historia y su aportación al desarrollo científico y tecnológico;
- El recreativo por el interés que suscitan ciertas paradojas, rompecabezas y problemas.

Aprender a leer, a escribir y las cuatro operaciones básicas ha sido durante mucho tiempo el mínimo indispensable para desenvolverse en la vida. Hoy los conocimientos necesarios de aritmética son mayores si se quieren entender los mensajes que nos llegan a través de la televisión, de la prensa y de la publicidad.

Dentro de la aritmética hay dos grandes apartados (Callejo. 1987):

- los números (naturales, enteros, racionales, decimales e irracionales);
- las operaciones básicas (sumar, restar, multiplicar, dividir) y sus propiedades.

Estas son destrezas necesarias para desenvolverse en la sociedad; leer, escribir, comparar y redondear números, el cálculo mental exacto y aproximado, el cálculo exacto con lápiz y papel. Estas destrezas contribuyen a (Callejo. 1987):

1. Resolver situaciones de la vida y a cuantificar fenómenos: rellenar documentos bancarios, hacer presupuestos, calcular porcentajes en operaciones de compra - venta, comprender el papel del número en las noticias, cuantificar fenómenos de las ciencias de la naturaleza o de las ciencias sociales.
2. Desarrollar la actividad matemática: observar y percibir regularidades, conjeturar y justificar.
3. Desarrollar el espíritu lúdico pues los números y sus operaciones constituyen una parte importante de la matemática recreativa: criptogramas, cuadrados mágicos, por ejemplo.
4. Introducir al alumno en aspectos históricos: sistemas de numeración maya, chino, romano; características y ventajas de nuestro sistema de numeración.
5. Desarrollar la capacidad crítica: estudiar el papel del número en las noticias de prensa y sacar a la luz la intencionalidad que se les quiera dar.

Las características que pueden presentar los niños con problemas de aprendizaje y que a su vez afectan el área de matemáticas, de acuerdo a Bley y Thorton (cit. en Gearheart, 1987) son:

1. Incapacidades perceptuales
2. En la discriminación
3. Trastocamiento
4. En lo espacial
5. Incapacidades motoras
6. Déficit en la memoria
7. En el cierre o déficit integrativos
8. En el lenguaje expresivo
9. En el lenguaje receptivo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Estas dificultades que presentan los niños con problemas de aprendizaje en matemáticas, los llevan a cometer errores en el cálculo de las operaciones aritméticas básicas así como, en la solución de problemas.

El análisis de los errores sistemáticos es un procedimiento de gran valor para la comprensión de los procesos y estrategias del pensamiento de los sujetos ya que, como expresa (Riviere 1990 cit. En Defior, 1996), "muchas veces son las únicas ventanas por las que podemos ver las mentes de los alumnos". En el caso de las matemáticas, el estudio de los errores sistemáticos que los alumnos cometen pone de relieve que aplican principios, reglas o estrategias incorrectas que, frecuentemente, tienen su origen en procedimientos viciados, inventados para resolver situaciones nuevas para las que no tienen respuestas.

El fracaso tan extendido en el aprendizaje de las matemáticas tiene su origen, en parte, en el efecto circular que provoca las primeras dificultades en los niños: los fracasos iniciales les llevan a evitar implicarse activamente en tareas matemáticas y a una actitud negativa; la ansiedad y conductas de evitación resultan en un decremento de las actividades matemáticas, lo cual, impide el progreso lo que, a su vez, es origen de un mayor bloqueo y así sucesivamente, de manera que se establece ese círculo vicioso de que es difícil salir sin una cuidadosa ayuda pedagógica (Defior, 1996).

Entre los tipos de errores que se han clasificado, Engelhardt (1982) realizó una clasificación detallada de errores relacionados al cálculo, en las cuatro operaciones básicas, estos son:

1. No respetar el valor del lugar que ocupa el número.
2. No saber llevar dígitos de una columna a otra.
3. Colocar las columnas en lugares incorrectos.
4. Omitir, colocar un cero en el resultado, o insertar el cero como poseedor de un lugar propio.
5. Sumar mal lo que lleva.
6. Colocar un dígito en lugar incorrecto.
7. No tomar en cuenta lo prestado, restar directamente, resta incompleta.
8. Procedimiento incorrecto, falta estimar el pedir prestado.

También menciona que existen cuatro tipos básicos de errores:

- ❖ Mecánicos: respuesta incorrecta como resultado de una dificultad motora o perceptivo – motora.
- ❖ Descuido: respuesta incorrecta como resultado de responder a la tarea sin interés.

- ❖ **Conceptual:** respuesta incorrecta como resultado de la ausencia de conceptos o principios incorrectos.
- ❖ **Procedimiento inadecuado:** respuesta incorrecta como resultado de un mal ordenamiento de los pasos del procedimiento o procedimientos inadecuados.

Posteriormente Macotela, Bermudez y Castañeda (1991); Plantean una clasificación de los errores que son más frecuentes en las operaciones básicas y son:

Suma:

- No conserva el lugar de la columna
- Olvida llevar
- Olvida llevar números en la columna
- Suma en forma independiente una o más columnas

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Resta:

- Suma en lugar de restar
- Cuenta a partir del minuendo para llegar el resultado
- Olvida llevar
- Desconoce el valor del cero en el minuendo
- Resta indistintamente el dígito menor del mayor

Multipliación:

- Errores debidos a problemas de sumas
- Errores debidos al desconocimiento del procedimiento de la multiplicación.
- Errores debidos al desconocimiento de las tablas de multiplicar.

División:

- Errores debidos a problemas de resta
- Errores debidos a problemas de multiplicación
- Errores debidos al desconocimiento del valor del cero en el dividendo
- Errores debidos al desconocimiento del procedimiento de la división
- Errores en divisiones inexactas

Solución de Problemas:

- Errores en el planteamiento
- Planteamiento correcto con resultados incorrectos

Por otro lado Ramírez, (1992) clasifica los tipos de errores como:

Números y Signos:

- Fallas en la identificación de números
- Confusión de números de forma semejante
- Confusión de números de sonido semejante
- Confusión de signos
- Confusión en la simetría
- Inversiones
- Translaciones o transposiciones

Seriación numérica:

- Repetición
- Omisión
- Perseveración
- Fallas en la abreviación



Anderson (1985) considera que los errores obstruyen el aprendizaje y por lo mismo los alumnos aprenden tendencias al error, por tanto, los errores no solo son un signo de que el estudiante tiene un comportamiento deficiente, sino que son también una fuente de confusión futura.

Mckillp (1979, cit. En León 1990) dice que una posible causa de los errores, es el inadecuado entendimiento de los conceptos y de los procedimientos por parte del alumno. A través del análisis del proceso de error, es posible para el maestro llegar a ciertas conclusiones tentativas como por ejemplo que el niño que emite estos errores tiene un adecuado conocimiento de las habilidades básicas de un determinado tipo de operación, pero presenta fallas en el procedimiento.

Las técnicas conductuales han sido utilizadas con mucha frecuencia en el manejo de problemas de aprendizaje; concretamente, en relación con las matemáticas, García (1994 cit. en Vargas 1995), señala que desde la perspectiva conductual se reconoce que existen pocos estudios sobre el origen y procesos de adquisición de la conducta matemática. Pero también se reconoce que existen numerosos trabajos de naturaleza aplicada que demuestran la efectividad de procedimientos, secuencias instruccionales y programación de contingencias para su corrección y generalización.

Sobre los efectos de generalización, García, Lugo y Lovitt (1975 cit. en Vargas 1995) trabajaron con un procedimiento experimental de instrucción, más retroalimentación a problemas de sumas con cantidades de dos dígitos sin llevar, encontrando que se generalizó la respuesta a problemas de suma con tres dígitos sin llevar.

2.1 TIPOS DE ERRORES DE LA ADICION

Existen dos grandes categorías de errores, errores de ejecución y errores de representación. Los primeros se originan cuando el niño resuelve la operación aritmética correspondiente es decir, la suma y por tanto, comete errores como iniciar la suma por la primera columna de la izquierda, no ir de columna en columna, el que un sumando sea mayor que otro y no se pueda representar con los dedos de una sola mano y en niños de mayor edad presentan mayor dificultad en las llevadas por la dificultad de intercambio entre columnas.

Las primeras clasificaciones que se realizan sobre los problemas se basan sobre todo en las variables sintácticas, tales como el número de palabras del problema, la presencia de palabras que inducen a una operación determinada y la secuencia en la que se presenta la información, sin embargo, existen otros autores que intentan relacionar los procesos de solución empleados por los niños con la estructura semántica del problema planteado. En cambio los errores de representación surgen cuando el niño construye una representación inapropiada del problema a partir del texto y los tipos de errores más relevantes son:

1. Repetir una de las cantidades propuestas en el problema.
2. Inventar la respuesta.
3. Selección de una operación inadecuada. Consiste en aplicar la forma canónica $A + B =$ cuando en el problema la incógnita se sitúa en uno de los sumandos. (Bermejo y Moser, 1982; cit. en Bermejo 1990).

Desde esta óptica se sugiere que la estructura semántica es una variable más relevante que la sintaxis para determinar los procesos que usan los niños en la solución de los problemas. Y se distinguen cuatro tipos los problemas de cambio, combinación, comparación e igualación. Bermejo (op. cit.).

Los problemas de cambio, se caracterizan por la presencia de una acción, de modo que esta acción, implícita o explícita, modifica una cantidad inicial, dando como resultado el incremento o decremento de esa cantidad. En otras palabras, en un primer momento se da una condición inicial, que viene seguida de un cambio que produce a su vez el estado final o resultado del problema. Por ejemplo:

- Pedro tenía 8 caramelos, María le da 4 caramelos más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora Pedro?

Los problemas de combinación y comparación implican relaciones estáticas.

En concreto, los problemas de combinación presentan situaciones en las que se proponen dos cantidades disjuntas, que pueden considerarse aisladamente o como partes de un todo, sin que haya ningún tipo de acción. Ejemplo:

- Pedro tiene 9 caramelos y María tiene 4. ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos?

Los problemas de comparación, suponen la relación de dos cantidades disjuntas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas, bien para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas. Ejemplos:

- Pedro tiene 7 caramelos. María tiene 5 caramelos. ¿Cuántos caramelos tienen Pedro más que María?
- Pedro tiene 13 caramelos. Tiene 4 caramelos más que María. ¿Cuántos caramelos tiene María?

Los problemas de igualación, constituyen una mezcla de los problemas de comparación y cambio, ya que hay una acción implícita que tiene que aplicarse a uno de los conjuntos, como acontece en los problemas de cambio, basada en la comparación de dos conjuntos distintos. Ejemplos:

- Pedro tiene 11 caramelos. María tiene 5 caramelos. ¿Cuántos caramelos le tienen que dar a María para tener los mismos que Pedro?
- Pedro tiene 3 caramelos. Si le dan 8 caramelos tendrá los mismos que María. ¿Cuántos caramelos tiene María?

2.2 TIPOS DE ERRORES EN LA SUSTRACCIÓN

Los primeros investigadores en el ámbito de la aritmética se ocupan principalmente de probar la existencia de errores sistemáticos en la resolución de tareas de sustracción, estos errores se deberían al uso de rutinas erróneas aplicadas sistemáticamente por los niños. Tanto Buswell (1926) como Brownell (1935) (cit. en Pedroza, 1995), utilizaron el movimiento de los ojos y medidas de tiempo para determinar en tareas de diagnóstico, con papel y lápiz, las fuentes comunes de los errores cometidos. El objetivo prioritario de estos trabajos residía en poner a disposición de los enseñantes unos instrumentos que le facilitarían la detección de las dificultades básicas que encuentra cada niño en la aritmética, así como el remedio instruccional adecuado que evite la relación de estos errores.

Algunos autores han recogido los errores mas frecuentes que los niños suelen cometer en la sustracción (Brown y Burton, 1978).

1. El niño sustrae el numero más pequeño del más grande, sin tener en cuenta la distinción entre minuendo y sustraendo.

$$\begin{array}{r} 4628 \\ -3945 \\ \hline 1323 \end{array}$$

3. Otras veces, cuando hay que restar un número de 0, la respuesta de los niños puede ser, o bien el número que figura en el sustraendo, o bien el mismo cero.

$$\begin{array}{r} 4608 \\ -2475 \\ \hline 2273 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4608 \\ -2475 \\ \hline 2203 \end{array}$$

5- Cuando la columna del sustraendo es 0, el niño escribe sistemáticamente como respuesta 0.

$$\begin{array}{r} 4679 \\ -2405 \\ \hline 2204 \end{array}$$

2. Cuando nos llevamos 1 de cada columna del minuendo, ocupada por el 0, el niño escribe el número que corresponde, pero no se lleva otra unidad de la columna inmediatamente a su izquierda.

$$\begin{array}{r} 4603 \\ -2475 \\ \hline 2228 \end{array}$$

4. Cuando hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupada por 0, el niño salta esta columna, llevando la unidad de la columna siguiente.

$$\begin{array}{r} 4603 \\ -2475 \\ \hline 2138 \end{array}$$

6. Cuando la columna del minuendo es menor que el sustraendo, el niño se limita a escribir 0 como respuesta.

$$\begin{array}{r} 4679 \\ -2795 \\ \hline 2004 \end{array}$$

7. Cuando hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupada por 0, el niño la lleva de la misma columna del sustraendo.

$$\begin{array}{r} 4603 \\ -2475 \\ \hline 2248 \end{array}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para explicar estos errores y otros se pensó en un principio en fallos del recuerdo de hechos numéricos así como en la escasez de práctica, fatiga y falta de concentración (Downes y Paling, 1958; cit. en Pedroza, 1995). Otras veces se insistió en la existencia de fallos en los procesos, bien del recuerdo o bien de la determinación de los hechos numéricos (Thyne, 1954; cit. en Pedroza, 1995).

2.3 TIPOS DE ERRORES DE LA MULTIPLICACIÓN

Una de las formas más reveladoras en que los investigadores se han adentrado en el estudio de la resolución de problemas consiste en analizar las diferencias existentes entre los llamados expertos y los novatos en la tarea de multiplicar:

1. Planificación del trabajo y en relación con ella, a las estrategias de resolución. Span y Overton (1986) destacan, que los novatos apenas se detienen a hacer un análisis previo del problema, sino que intentan pasar directamente desde el planteamiento a la operación que lo resuelve. No dividen el problema en etapas, no establecen submetas. Todo ello muestra, para estos autores, una falta de planificación.

Siman y Simon (1978), destacan que una planificación viene guiada por una adecuada representación del problema. Los novatos por el contrario, o muestran diferencias en dicha representación o carecen de ella, de esta manera la diferencia sustancial entre ambos es la existencia de un correcto mediador entre el planteamiento del problema y la aplicación de las operaciones.

2. Control de actuación, este control se muestra en la flexibilidad con que se abre a nueva información que pueda modificar el estado del problema. Así planifica la resolución, llega a determinar unas submetas y el estado del problema puede sugerirle otro camino.

Este control le da a los expertos una mayor facilidad de reconocer sus propios errores en la resolución de problemas y en los novatos es menor este reconocimiento. El alumno para poder resolver multiplicaciones complejas es necesario que forme grupos de relaciones de dos tipos, los de multiplicación de clases y los de multiplicación de series.

El alumno debe de iniciar la multiplicación de clases a partir de objetos, seres y plantas que están a su alrededor, después continuará construyendo series de clases más complejas y de forma ideográfica hasta llegar a la formación de clases de figuras y signos para dar paso hacia las clases numéricas. La multiplicación

puede ser concebida como una suma de sumandos iguales; es decir que psicológicamente si el niño está en condiciones de hacer sumas, también puede realizar la multiplicación de manera elemental con los números naturales

Las dificultades con la multiplicación básica suelen darse por que los niños no ven la conexión entre esta nueva operación y su conocimiento existente. A veces, la enseñanza de apoyo consiste, simplemente, en ayudar al niño a establecer esta conexión. Pero en otras ocasiones las dificultades con la multiplicación tienen raíces más profundas y es necesario emplear un enfoque más concreto (Baroody, 1986).

Por ejemplo, dentro del proceso enseñanza-aprendizaje específicamente con el contenido de la multiplicación nos enfrentamos con una serie de dificultades debido al desconocimiento del nivel de desarrollo en el cual se encuentra el alumno, al uso de una metodología inadecuada y no presentar una pasividad derivada de una simple recepción. De contenidos dictados desde afuera sólo favorece una retención mecanística, parcializada y en consecuencia, un olvido rápido, con imposibilidad de reconstruir el contenido olvidado. Un alumno que en lugar de comprender la operación de multiplicar recita las tablas de memoria no tiene el modo de recordar las operaciones multiplicativas que se le olviden. Si no recuerda cuánto es 6×8 no tiene modo de reencontrar ese resultado, y será dependiente de alguien que se la puede decir. Lo grave aquí no es el olvido; sino la importancia de reconstruir lo olvidado por incomprensión de las relaciones lógicas subyacentes. En cambio el alumno que en lugar de recitar las tablas de multiplicar pudo construir por sí mismo, en consecuencia comprendió la relación entre esta operación y otras operaciones (Carrillo, 1996).

Kilian (1980, cit. En León 1990) desarrolló una clasificación de errores en la multiplicación:

1. Errores de procedimiento: Omite multiplicar un multiplicando, fallas en el llevar, fallo en el manejo del cero, columnas colocadas en un lugar incorrecto.
2. Errores de cálculo: error en la suma del resultado, error en las tablas del 1 - 5, error en las tablas de 6 - 9.

Encontró que en los errores de procedimiento, los errores más frecuentes incluyen el proceso de llevar un dígito de una columna a otra, mientras que en los errores de cálculo, los errores, más frecuentes fueron en las operaciones que incluyen las tablas del 6 al 9.

Por su parte Martínez (1986) en su estudio donde realizó un análisis de las cuatro operaciones básicas, manejo 12 tipos de errores en la multiplicación y 14 en la división; concluyendo que muchos errores posiblemente tienen su origen en deficiencias formadas desde la enseñanza inicial de la aritmética, la cual se va acumulando proporcionalmente al proceso de aprendizaje de nuevas operaciones aritméticas.

2.4 TIPO DE ERRORES DE LA DIVISIÓN

La base para que aprendan el inicio de la división como es de sobra sabido, es el dominio completo de las tablas de multiplicar; sino tienen ese dominio, esto acarrea confusión e inseguridad a los niños; "haz de cuenta que los obliga a caminar por una senda llena de estorbos que ellos no los pueden sortear; cada error es un paso inseguro y como no hallan lugar firme para apoyarse, resulta que se atemorizan y confunden, aumentando al máximo las dificultades que pueden evitarse en forma sencilla, si empleamos un método adecuado a la naturaleza del alumno" (Hernández, 1993).

Mayer (1982, cit. en León 1990), afirma que el proceso de enseñanza de la división larga (p.e. una cifra de cinco dígitos en el dividendo y tres en el divisor), es el de mayor dificultad en el programa de matemáticas de la escuela elemental. Dice que la causa de esto puede ser la manera en como el proceso es desarrollado en el programa de enseñanza elemental, y no es debido al nivel de dificultad del proceso mismo.

Irons (1981, cit. en León 1990), por su parte dice que los estudiantes encuentran que el número de pasos para resolver la operación de división son difíciles para encadenarlos sin interrupción, y en general, ven poca relación entre esos pasos. Esto se relaciona a lo que menciona Mayer (1982, cit. en León, 1990), en relación a lo que la mayoría de los errores en la división, pueden ser atribuidos a la falta de habilidades en el procedimiento de resolución de la división y no a habilidades subordinadas como la resta y la multiplicación.

Dominar el aprendizaje de las operaciones básicas es muy provechoso para el desarrollo intelectual y psíquico del alumno, ya que aprende a resolver problemas combinados (León, op.cit.).

2.5 TIPO DE ERRORES EN SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hay que considerar a las matemáticas, como parte de un curriculum que favorezca una formación integral. Las matemáticas deben posibilitar la adquisición de hábitos intelectuales, técnicas de trabajo, conocimientos científicos, también deben contribuir a la capacitación para el ejercicio de actividades profesionales y deben preparar para la participación activa en la vida social y cultural. Las matemáticas contribuyen a conseguir los objetivos generales desde las siguientes perspectivas:

- desarrollo de la capacidad de pensamiento y de la reflexión lógica y
- adquisición de un conjunto de instrumentos para explorar la realidad, explicarla y predecirla a fin de actuar en ésta y sobre ésta. (Tomás; F. 1990).

Orton (cit. en Tomás, 1990), define: la solución de problemas se entiende como generadora de un proceso a través del cual el que aprende combina elementos de conocimiento, reglas, técnicas, habilidades y conocimientos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva.

Cada problema presenta con mayor o menor grado una novedad para el que aprende. Su solución depende del hecho que el alumno no sólo tenga un conocimiento y las habilidades requeridas sino que sea capaz de utilizarlas y establecer una red o estructura (Tomás, 1990).

Mayer (1982, cit. en Tomás, 1990) señala cuatro tipos de conocimientos necesarios en la resolución de problemas:

- factores lingüísticos: se refiere a la comprensión del texto.
- esquemáticos: relación entre los problema tipo.
- conocimiento algorítmico: cómo se realizan los procedimientos de cálculo, por ejemplo la suma.
- conocimiento estratégico: cómo se enfoca los problemas.

Para aprender a resolver problemas es necesario proporcionar a los alumnos instrumentos, técnicas específicas y pautas generales de resolución de problemas que les permitan enfrentarse a los enunciados sin miedo y con ciertas garantías de

éxito, puesto que el problema representa la evaluación de un conjunto de habilidades, conceptos y estrategias de pensamiento que se han trabajado con anterioridad. Se pueden señalar las siguientes fases de resolución de un problema:

- Lectura y comprensión del problema
- Concepción de un plan de resolución
- Traducción del enunciado al lenguaje matemático
- Elección de una estrategia
- Resolución del problema
- Concretar una resolución
- Comprobación de los resultados

Tomás (1990) propone 7 aspectos o categorías de corrección de los problemas:

1. Errores en la comprensión del problema. Con cierta frecuencia los alumnos no comprenden lo que leen, lo hacen rápido y no saben bien lo que dice el problema, ni lo que se les pregunta.
2. Errores en la elección de las operaciones. Aunque el alumno entiende la situación que plantea el problema y lo que se le pide desde el punto de vista de la comprensión resuelve erróneamente el problema utilizando operaciones distintas a las que correspondería.
3. Errores en dar la respuesta. Se considera que es importante el que se escriba y comunique bien la respuesta puesto que forma parte del problema la correcta interpretación del resultado numérico.
4. Errores en los cálculos. En ocasiones lo que dificulta que la resolución de un problema llegue a buen término son los errores cometidos en la ejecución de las operaciones.
5. Errores por no hacer nada del problema. El alumno que delante de un problema no se pone a trabajarlo, puede ser debido a la incapacidad de enfrentarse a este. El evaluador no puede delante de un problema en blanco decir que no lo ha comprendido o que no sabe cuáles son las operaciones que debe realizar, etc. Sólo podemos afirmar que no ha resuelto nada.
6. Errores por realizar parcialmente el problema. Un problema que está resuelto a medias, o simplemente ha empezado a ser planteado. Hay que considerar dos situaciones como mínimo: la situación en que parte del problema está correcto y la situación en que lo que se ha iniciado está mal.

Debido a que en este estudio se utilizó el instrumento I.D.E.A. (Macotela, Bermúdez y Castañeda, 1996) para la evaluación tomamos la clasificación de errores en solución de problemas propuesta por Macotela, Bermúdez y Castañeda (2002) que es:

Solución de problemas:

- Errores en el planteamiento
- Planteamiento correcto con resultados incorrectos.

Asímismo consideramos que esta clasificación resume todos los errores que han sido mencionados por otros autores.

En este capítulo se realiza una descripción de las diferentes clasificaciones que hacen algunos autores respecto a los tipos de errores tanto en las operaciones básicas como en la solución de problemas que involucran a las mismas.

Debido a que en el presente capítulo se muestra el interés de distintos autores por analizar y clasificar las dificultades que presentan los niños en la solución de problemas con operaciones básicas, en el siguiente capítulo se hace una revisión de investigaciones al respecto.

CAPITULO 3

ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Las matemáticas, en particular su enseñanza y su comprensión han sido y son objeto de estudio de gran importancia sobre todo por su indispensable utilización en la vida diaria. Esto ha hecho que se vuelva necesaria su enseñanza desde los primeros años de escuela; por lo que muchos investigadores se han dado a la tarea de investigar y encontrar nuevos métodos para facilitar el aprendizaje de las matemáticas en esos primeros años, ya que el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas tiene una alta prevalencia y, de hecho, las matemáticas se han convertido en un filtro selectivo dentro del propio sistema educativo.

Riviére (1990, cit. en Defior, 1996) proporciona los datos de una investigación evaluativa que compara el rendimiento de los alumnos en matemáticas en varios países, entre ellos España. Según estos datos sólo un 57% de los niños españoles de 13 años alcanzan un nivel funcional mínimo para responder a las demandas cotidianas y poder desenvolverse en la sociedad actual o lo que es lo mismo, un elevado 43% no poseen esta habilidad en su valor instrumental básico. En cuanto a la estimación de las dificultades en las operaciones básicas se cifra en un también elevado 9%. Según el DSM-IV (1995), alrededor de un 1% de los niños en edad escolar sufre un trastorno del cálculo, que se pondría de manifiesto en torno a 2° o 3° curso de primaria. Esta extensión de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas hace que se hayan invocado una diversidad de factores causales para explicar las dificultades de aprendizaje en matemáticas, intentando diferenciar si obedecen principalmente a factores externos, más relacionados con las dificultades de la propia disciplina (Bereiter, 1971, cit. en Defior, 1996) y de su enseñanza (Moser, 1984, cit. en Defior, 1996) o si, por el contrario se deben a una dificultad específica en algunas personas para el procesamiento de los números, el cálculo aritmético y la resolución de problemas.

Entre los estudios realizados esta el de Ganan y Ginsburg (1985) donde señalan que todos los niños poseen las habilidades matemáticas informales requeridas para el éxito escolar; y aunque muchos de los problemas escolares pueden deberse a diversos factores como el social, emocional o educativos, si la educación se basara en las habilidades informales que poseen todos los niños se reducirían drásticamente el número de niños que desarrollan dificultades matemáticas.

Por su parte Tomás (1990) realizó un estudio de las dificultades que se encuentra el alumno de los cinco primeros grados de enseñanza primaria a la hora de resolver problemas. Su muestra fue de 3284 alumnos de primero a quinto grado en Cataluña. Los alumnos estaban distribuidos en escuelas públicas y concertadas, confesionales y no confesionales, pequeñas y grandes, de población rural, semiurbana y urbana, con lengua de aprendizaje catalán y castellano. En los resultados obtenidos encontró que los errores más frecuentes en los cinco niveles son los que corresponden a la comprensión del problema y en la elección de las operaciones que conlleva. Los errores cometidos en dar correctamente la respuesta representa la tercera causa de error en los tres primeros cursos, mientras que en los dos últimos es la última fuente de error. El porcentaje de problemas que se han dejado en blanco es insignificante en los tres primeros cursos. La realización parcialmente correcta del problema es una categoría más común en los cursos altos que en los cursos bajos.

Gill (1995), realizó un estudio donde describe los pasos necesarios para la correcta enseñanza de la solución de problemas, este estudio está basado en facilitar a los maestros la forma de enseñar las matemáticas elementales básicamente la solución de problemas y de que el maestro debe nivelar o ajustar la dificultad que existe en solucionar un problema y las habilidades de los estudiantes. Esto facilitará que los alumnos adquieran las habilidades necesarias para la eficaz solución de problemas.

Otro estudio es el realizado por Higgins (1997) donde a un grupo de estudiantes se le dio instrucción en la solución de problemas por un año, mientras a otro se le enseñaba de manera tradicional; encontró que los estudiantes que recibieron instrucción en solución de problemas desarrollaron mayor perseverancia en solución de problemas y más actitudes positivas acerca de los beneficios de las matemáticas.

Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema y Empson (1997), realizaron un estudio longitudinal de tres años donde investigaron el desarrollo de 82 niños en su comprensión en conceptos de números y operaciones en grados de primero a tercero. Se realizaron entrevistas individuales a los estudiantes en cinco tiempos con una variedad en tarea involucrando el concepto de 10 números base en problemas de suma y sustracción. Encontraron que el noventa por ciento de los estudiantes usaron estrategias inventadas y que estos mejoraron el aprendizaje estándar de los algoritmos demostrados.

En México se han realizado varios estudios en el área de matemáticas relacionados con las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y la resolución de problemas, entre los cuales se encuentra el realizado

por Martínez (1986), para identificar los tipos de errores que presentaban los alumnos de primaria.

Martínez (1986), realizó su estudio con el propósito de dar continuidad a las investigaciones realizadas sobre el análisis de la conducta aritmética tomando en cuenta lo referente al desarrollo de la conducta aritmética, la respuesta aritmética incorrecta y el empleo de la retroalimentación. Su población constó de 18 sujetos (de primero a sexto grado) de ambos sexos pertenecientes a una primaria pública, con dificultades en las cuatro operaciones básicas. El número de errores que consideró en la adición fue de 18, en la sustracción fue de 14, en la multiplicación de 12 y en la división de 14.

Se analizó la ejecución de los sujetos en la adquisición y generalización de las respuestas, y el efecto de la instrucción en los errores que cometían. Se evaluó a los sujetos con la prueba Key Math para saber que operaciones serían sometidas a línea base y entrenamiento; después de dos meses de instrucción se hizo una sesión de seguimiento. Para analizar los resultados de las operaciones aritméticas se identificaron dos tipos de errores: de procedimientos y propios de la operación donde los primeros se debían a no seguir los pasos correctos.

Un estudio relacionado con la evaluación de las matemáticas fue realizado por Caballero (1988); La investigación tuvo como objetivo crear y validar un instrumento para evaluar habilidades y deficiencias académicas del escolar en función de las condiciones familiares, sociales y conductuales que afectan el aprendizaje. Se elaboró una entrevista y una prueba académica, la entrevista se aplicó a padres, maestros y niños; la prueba académica se realizó a partir del análisis de objetivos de los libros de texto para primero, segundo y tercer año de educación primaria, en las áreas de matemáticas, lectura y escritura. Ambos instrumentos fueron aplicados a una muestra tomada de las escuelas del municipio de Tlalneantla, Edo de México. Los resultados mostraron correlación entre los aspectos evaluados por la entrevista y los puntajes obtenidos en la prueba académica.

Parra (1989), llevó a cabo un estudio relacionado con la enseñanza de las matemáticas, que propone la representación como un modelo explicativo. La autora plantea que para resolver un problema en primer lugar hay que asegurarse de lo que dice el enunciado, a veces este no es muy claro entonces conviene hacer un dibujo que represente lo que dice el enunciado. La idea al hacer el dibujo es representar toda la información contenida en el enunciado del problema. Puede ser que todavía después de hacer el dibujo no resulte claro que es lo que te preguntan o que tiene que ver con los datos, entonces es bueno preguntarse: ¿ Tiene sentido el problema?, por que puede ocurrir que en la prisa del dictado haya escapado algo

importante y entonces el problema se vuelve absurdo. Si se ha logrado representar la situación descrita en el enunciado de un problema, entonces se puede establecer un esquema de resolución. El esquema permite descubrir las relaciones entre esos individuos o esos objetos; es decir, la manera como ellos se relacionan.

Por su parte León y Álvarez (1990), consideran que los estudios realizados sobre conducta aritmética, se han enfocado al análisis de los procesos de conducta (adquisición y generalización de respuestas) y al manejo de remedio; pero menciona que es conveniente realizar investigaciones que se ocupen del análisis de los tipos de errores que cometen los sujetos en las operaciones, para evitar que sigan acumulándolos y que no dificulten su aprendizaje. El trabajo tuvo como finalidad la corrección de errores con base en la estrategia que ya utilizaba el sujeto, así como identificar el origen de las fallas en el procedimiento de resolución.

León y Álvarez (1990) manejan los mismos errores que Martínez pero en algunas operaciones agregan algunos más y en otras reduce otros. Los errores encontrados se dividen en dos tipos: los de conceptos, que se debían principalmente a que los sujetos aun no conocían los conceptos de las operaciones o a que tenían escasa práctica; los otros eran errores de procedimiento. El primer tipo de error predominó en la fase de línea base y se eliminó en gran parte durante el entrenamiento.

En 1991, Macotela, Bermúdez y Castañeda desarrollaron un instrumento que evalúa el desempeño en escritura, lectura y matemáticas: El Inventario de Ejecución Académica (IDEA). En su sección de matemáticas incluye la evaluación de cinco tareas: numeración, fracciones, sistema decimal, operaciones y solución de problemas. La ejecución se analiza en términos de aciertos y errores. Los errores que se manejan en el IDEA se caracterizan en función de las operaciones básicas. Cuenta con una hoja de registro donde permite tener en cuenta, las estrategias o procedimientos utilizados por los alumnos para la solución de los problemas matemáticos.

Como se puede observar el campo de las matemáticas es muy amplio, por lo que brinda la posibilidad de realizar estudios con los más diversos objetivos por ejemplo. Ganan y Ginsburg (1985) y Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema y Empson (1997) se enfocaron en el desarrollo y estudio de las habilidades matemáticas informales como base para la adquisición y comprensión de conocimientos más complejos, como los que se enseñan en la escuela formal, encontrando que de utilizarse estos conocimientos se reducirían las dificultades de aprendizaje en matemáticas.

Ashlock (1976, cit. en Wong, 1996) menciona que los maestros deberían detectar, donde el aprendizaje matemático de los niños es más vulnerable y susceptible de desarrollar errores en el cálculo matemático; por ej. en un escrutinio en los patrones de error incluyendo las malas aplicaciones del reagrupamiento (suma) sugiere la necesidad de enfatizar en la lección sobre el reagrupamiento cuando este debe ocurrir. De esta manera los niños podrían aprender a discriminar las condiciones en las cuales ellos deben reagrupar en sumas o restas. Finalmente se necesita continuar con investigaciones sobre estrategias para resolver sumas restas multiplicaciones, para hacer efectivas estas estrategias deben acomodarse en el procedimiento de sus problemas, para lo que se deben tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- No hay muchas investigaciones respecto a los problemas matemáticos en estudiantes con problemas de aprendizaje.
- No sabemos acerca de donde vienen estos problemas.
- Las observaciones que hay vienen de estudiantes exitosos, investigaciones y maestros de matemáticas.
- Identificar patrones de error más comunes en suma, resta, multiplicación y división.

Por su parte Gill (1995), Higgins (1997) y Parra (1989) realizaron sus estudios enfocándose principalmente en lo que son diferentes métodos de enseñanza en la solución de problemas para así facilitar a los maestros la enseñanza y a los alumnos el aprendizaje de las habilidades necesarias para un mejor desempeño en la solución de problemas.

Otros estudios son los realizados por Tomás (1990), Martínez (1986) y León y Alvares (1990) los cuales se basan en las dificultades y errores más frecuentes presentados en la primaria para así diseñar métodos o estrategias específicas para la corrección de los errores encontrados, siendo los más frecuentes los que se referían a la elección de las operaciones adecuadas.

Existen autores que han centrado su interés en la elaboración de instrumentos para evaluar el desempeño de los alumnos en las diferentes áreas académicas, como son escritura, lectura y matemáticas, entre estos autores se encuentran: Gessell, (1983 cit. en Ysseldyke, 1998), publica el Diagnostic Mathematics Inventory / Mathematics Systems (DMI/MS), que es una referencia de criterio, de evaluación e instrucciones programadas incorporadas dentro de sistemas para el uso en instrucciones matemáticas las cuales pueden ser en dos sistemas 1- el calificado y 2- el sin calificar y establece objetivos. Los sistemas pueden ser usados por los estudiantes proporcionándoles el diagnóstico específico de sus fortalezas y debilidades en matemáticas, prescribe apropiadamente instrucciones y actividades

matemáticas y monitorea el progreso de los alumnos. El DMI/MS, es usado para proveer a los maestros con una evaluación de desarrollo de destrezas en cuatro principales áreas de matemáticas: 1- números enteros, 2- fracciones y decimales, 3- geometría y medición, 4- solución de problemas y tópicos especiales.

Connolly (1988, cit. en Ysseldyke, 1998) elabora un test de matemáticas para mostrar el comportamiento y diagnóstico, describiendo en términos satisfactorios, la aplicación de operaciones y actividades, entre sus aplicaciones se encuentra la solución de problemas. En la tarea de solución de problemas los estudiantes requieren de solucionar el cuadernillo de problemas ellos mismos, en cuatro problemas, generalmente están incluidos, 1- Aquellos que requieren primero de un paso, una operación matemática, 2- aquellos que requieren más de un cálculo de operaciones, 3- aquellos que requieren que el estudiante diferencie entre información esencial y no esencial en la solución de problemas, 4- Aquellos que requieren que el estudiante demuestre un pensamiento lógico para la solución de problemas con elementos perdidos.

En 1988 Connolly (op. cit.) revisa el Diagnostic Inventory of Essential Mathematics (KeyMath - Revised), se sugieren cuatro usos para la prueba, 1- planear instrucciones, 2- comparación de estudiantes, 3- evaluación de los progresos educativos, y 4- evaluación de los programas de estudio.

El diagnóstico matemático de Stanford Prueba- 4 es la cuarta edición de una extensa prueba primera desarrollada y publicada en 1966. La SDMT4 es una prueba de diagnóstico administrada grupalmente, designa la identificación específica de estrategias y necesidades débiles en matemáticas, haciendo hincapié generalmente en la solución de problemas específicos.

Para 1994, Brown, Cronin y McEntire (cit. en Ysseldyke, 1998) realizan una norma de referencia del Test of Mathematical Abilities- 2 (TOMA-2), prueba destinada para el uso con estudiantes entre 8 -10 años y 11 -18 años. El test funciona para el cálculo y la solución de problemas clásicos, la tercera medición se refiere a otros aspectos matemáticos ahora considerados cruciales: la prueba mide 1- las actitudes de los estudiantes para con las matemáticas, 2- el entendimiento del lenguaje de matemáticas, como la representación en el vocabulario de instrucciones y 3- su familiaridad con términos matemáticos y conceptos usuales en la vida cotidiana.

Caballero (1988) también creó y validó un instrumento para evaluar habilidades y deficiencias académicas; por su parte Macotela, Bermúdez y Castañeda (1996) desarrollaron un instrumento que evalúa el desempeño en

escritura, lectura y matemáticas, que llamaron: Inventario de Ejecución Académica (IDEA), este instrumento analiza la ejecución en términos de aciertos y errores.

Los objetivos de los estudios descritos en este capítulo son diversos, algunos están basados en elaborar instrumentos, otros en analizar los procesos de conducta aritmética, de aprendizaje y por último en analizar los tipos de errores que presentan los niños de primaria tanto en la solución de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) como en la resolución de problemas. Sin embargo algunos de estos estudios no se han hecho en México o utilizan pruebas realizadas en el extranjero y que no están hechas para la población mexicana; a excepción del estudio de Caballero (1988) que elaboró su propio instrumento, pero este sólo se aplicó en escuelas del Estado de México en el municipio de Tlalnepantla específicamente.

Por todo esto surge nuestro interés en el tema y observamos la importancia de realizar un estudio basado en una prueba hecha en México para niños mexicanos. De ahí, que el propósito del presente estudio sea realizar una comparación entre escuelas de primaria pública y privada en el Distrito Federal, con alumnos de tercer grado para hacer una detección y análisis de los tipos de errores cometidos en la solución de problemas matemáticos utilizando el Inventario de Ejecución Académica (IDEA) elaborado por Macotela, Bermúdez y Castañeda (1996). Se decidió trabajar con niños de este grado debido a que el programa oficial contempla las cuatro operaciones básicas y su utilización para la solución de problemas matemáticos y en consecuencia, se pueden analizar los errores en cada una de ellas. El IDEA fue elaborado con base en la revisión de fuentes bibliográficas relacionadas con la evaluación de problemas de bajo rendimiento y problemas de aprendizaje; con la evaluación académica en general y con la evaluación y enseñanza de la escritura, la lectura y las matemáticas, así como en la revisión de los programas y textos de la Secretaría de Educación Pública y finalmente en el análisis de muestras del desempeño de niños de primero, segundo y tercer grado de primaria, se enlistaron las habilidades correspondientes a las áreas académicas mencionadas.

La premisa de que la ausencia de una habilidad puede determinarse a partir del análisis de la ejecución deficiente, condujo a enlistar, asimismo, un conjunto de errores asociados a las áreas y/o a las habilidades particulares.

En concreto, los listados básicos, permitan de primera instancia realizar un análisis global de aciertos, en términos de la ubicación del paso o subdestreza en donde el individuo comienza a mostrar deficiencias dentro de la jerarquía de aprendizaje. El análisis fino de errores permitía caracterizar las modalidades de la deficiencia o debilidad, es decir, de la falta de dominio de una habilidad particular.

A partir de lo anterior, se diseñó el conjunto de materiales correspondientes a los contenidos por área. Estos materiales conformaron los bloques de estímulos con objeto de permitir al sujeto demostrar la habilidad o su ausencia.

El I.D.E.A. permite un análisis fino de los errores que el niño comete en la realización de las tareas involucradas. Es posible que el niño lleve a cabo las tareas, pero que lo haga con errores frecuentes. Este tipo de análisis no se relaciona necesariamente con la dificultad de los reactivos.

El análisis de los errores que maneja el I.D.E.A. permite identificar a niños con posibles problemas de aprendizaje y/o problemas de bajo rendimiento, involucra los errores que el niño comete en la realización de las tareas involucradas.

El análisis de los errores y del nivel de habilidades conduce a decisiones de intervención educacional que pueden ser de carácter "promocional", correctivo o preventivo. En cualquiera de los pasos, el propio contenido del instrumento sienta las bases para la elaboración de programas instruccionales. Esta particularidad del I.D.E.A. lo constituye como una herramienta profesional de naturaleza diagnóstica-prescriptiva.

El inventario consta de tres instrumentos cada uno de los cuales corresponde a las tres áreas académicas básicas, escritura, matemáticas y lectura; Cada instrumento consta a su vez de tres subpruebas: una para primer grado, otra para segundo y otra para tercero. Para su aplicación, se integran las subpruebas de cada área por grado, de manera que se evalúen integralmente la escritura, la lectura y las matemáticas.

En consecuencia, se optó por determinar la confiabilidad del inventario con base en dos índices de consistencia interna: división por mitades y análisis de reactivos.

A partir de esta estrategia se determinó la consistencia interna por subprueba, por instrumento y global empleando la correlación producto - momento.

En la perspectiva, la validación del IDEA se realizó con base en el apoyo ofrecido por la estrategia de validación social como derivado de la participación de jueces.

En consecuencia, se determinó la validez del inventario a través de dos de los estudios (El juicio de expertos y la validación social a través de profesionales).

El inventario de ejecución académica cuenta con tres cuadernillos tamaño esquila, uno para cada grado escolar (1o, 2o, 3o) cada cuadernillo contiene estímulos para evaluar las habilidades en escritura, matemáticas y lectura en ese orden; además cada cuadernillo cuenta con un protocolo en el que se registra si la respuesta que dio el niño al estímulo presentado fue correcta o incorrecta, estos se emplean durante la aplicación, también cuenta con hojas de registro complementarias para el área de matemáticas, lectura oral y escritura en las que se anota como fue la ejecución del niño en el área evaluada.

También se utilizaron hojas de trabajo para el área de matemáticas y en ellas se encuentran los estímulos para las tareas que el niño debe realizar y que producen los estímulos que se encuentran en el cuadernillo.

Para propósitos del presente estudio sólo se utilizó la subprueba de tercer grado en el área de matemáticas, la cual se fundamenta en la importancia que representan las matemáticas no sólo para la adaptación del individuo a requerimientos sociales que implican el manejo de elementos matemáticos, sino como base de aprendizajes más complejos relacionados con este dominio de conocimientos.

Las dificultades mostradas por los niños se distribuyen dentro de un continuo que va desde fallas en la identificación de números y signos, hasta fracasos en la resolución de problemas tanto escritos como orales.

Independientemente de las aproximaciones teóricas respecto del desarrollo de las habilidades implicadas y de las diversas estrategias particulares de enseñanza, existen cinco niveles que representan acuerdos consensuales respecto de lo que implica dominio de las matemáticas (Connolly, Natchman & Pritchett, 1971; Brueckner y Bond, 1980; Wallace y Larsen, 1978; Sedlak y Fitzmaurice, 1981; Ashock, 1976; Cawley, 1978; Lovitt, 1981, cit. en Macotela, Bermúdez y Castañeda, 2002). Estos niveles no sólo pueden organizarse en un orden de dificultad creciente, sino que además pueden relacionarse directamente con los contenidos programáticos de los tres primeros grados de la primaria de acuerdo con el sistema educativo vigente en México.

En un primer nivel podemos mencionar, el concepto de número determinado a través del conteo, el reconocimiento, la seriación y la asociación. Estas tareas requieren del manejo de números enteros.

En un segundo nivel se encuentra el manejo de fracciones como modalidad del concepto de número, pero, utilizando números fraccionarios.

Un tercer nivel, involucra las habilidades relacionadas con el manejo del sistema decimal. De principio estas habilidades involucran combinaciones de números enteros en cifras. Estas últimas varían en número de dígitos, se pueden asociar a los conceptos de unidades, decenas, centenas y millares.

A partir de los tres niveles anteriores se establece un cuarto nivel que involucra las operaciones aritméticas propiamente dichas. La suma, resta, multiplicación y división, como operaciones básicas, involucran elementos de los tres niveles anteriores. Sin embargo, las habilidades implicadas en la realización de operaciones van más allá de la suma de los elementos mencionados. Es decir, estos últimos son condición necesaria, pero no suficiente para un desempeño adecuado en la realización de operaciones.

El quinto y último nivel a considerar en una secuencia de habilidades asociadas a las matemáticas, se refiere a la aplicación de la habilidad de realizar operaciones a la solución de problemas de carácter cotidiano. En otras palabras, se refiere a la funcionalización de la aritmética.

En las categorías de operaciones y solución de problemas se analizaron los errores cometidos por el niño, los errores en el instrumento integral, los errores considerados en la literatura, (Brueckner y Bond, 1980; Farham - Diggroy, 1978; Wagner y Jordan, 1971; Giordano y giordano, 1974 y Myklebust, 1967, cit. en Macotela, 2002) así como, los que se presentaron con mayor frecuencia en la muestra de niños con los que se probó formalmente el instrumento. Los errores son los siguientes:

1. Errores de suma

No conservar el lugar de la columna

Olvida "llevar"

Olvida sumar números en la columna

Suma en forma independiente una o más columnas

2. Errores de resta

Suma en lugar de restar

Cuenta a partir del minuendo para llegar al resultado

Olvida "llevar"

Desconoce el valor del cero en el minuendo

Resta indistintamente dígito menor del mayor

3. Errores de multiplicación

Errores debidos a problemas de suma

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Desconoce el procedimiento de multiplicación
Manejo deficiente de las tablas de multiplicar

4. Errores de división

Errores debido a problemas de resta
Errores debido a problemas de multiplicación
Desconoce el valor del cero en el dividendo
Desconoce el procedimiento de la división
Errores en divisiones inexactas

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

5. Errores en solución de problemas

Errores en el planteamiento (realiza una operación diferente)
Planteamiento correcto con resultado incorrecto

El objetivo del instrumento para la evaluación de matemáticas consiste en determinar habilidades y deficiencias a través de la realización de tareas asociadas al manejo de la numeración, fracciones, sistema decimal, operaciones y solución de problemas. El conjunto de tareas se organiza en cinco categorías con sus correspondientes reactivos e incisos.

I.-Numeración

En esta categoría se evalúa, en los tres grados, el concepto de número a través de la presentación de estímulos numéricos entre 1 y 100 con los cuales el niño realiza tareas de conteo, reconocimiento y asociación. Para el segundo y tercer grado se agrega la tarea de seriación.

II.-Fracciones

Se evalúa en esta categoría el manejo de fracciones en los niveles de reconocimiento y asociación. Los estímulos, dependiendo del grado escolar, incluyen: mitades, cuartos, tercios, octavos y fracciones equivalentes.

III.-Sistema Decimal

En esta categoría se evalúa la capacidad del niño para el manejo del lugar que ocupan los números dentro de una cifra y dependiendo del grado escolar, se incluyen como estímulos: unidades, decenas, centenas y millares.

IV.-Operaciones

Aquí se determina la capacidad del niño para identificar los símbolos que representan a las operaciones básicas, así como para la resolución correcta de las mismas. Se incluyen, dependiendo del grado, las operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Se incluye también la suma y resta con números fraccionarios para el tercer grado.

V.-Solución de Problemas

Esta categoría evalúa la habilidad del niño para resolver problemas presentados por escrito u oralmente los cuales requieren del manejo de las operaciones básicas, de acuerdo con el grado. Las tareas presentan la aplicación de las operaciones a situaciones cotidianas. La ejecución se analiza en términos del conocimiento de los procesos de las operaciones, así como del razonamiento para la elección de la operación adecuada para la solución del problema. Se incluyen también para el tercer grado problemas de suma y resta con números fraccionarios.

En el instrumento para la evaluación de escritura y lectura se mantiene la misma estructura que en el instrumento para matemáticas: progresión de dificultad creciente, análisis de tareas y muestreo de estímulos. Difieren los instrumentos de escritura y lectura del de matemáticas en que para éste último no existen sub-incisos.

Con base en la revisión realizada hasta el momento, se propuso realizar un estudio en el cual se pudieran determinar los errores presentados en la solución de problemas matemáticos por alumnos de tercer año de una escuela pública y una privada, con el fin de observar las diferencias en la ejecución de los alumnos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MÉTODO

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

OBJETIVO GENERAL

El objetivo que se persiguió en esta investigación fué:

Determinar cuales son los errores más frecuentes que presentan los alumnos de 3er. año de primaria de una escuela pública y una privada en la solución de problemas matemáticos; así mismo, observar y analizar si existen diferencias entre las poblaciones estudiadas.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

¿Cuales son los errores mas frecuentes que presentan los niños de tercer grado de primaria en la solución de problemas de suma, resta, multiplicación y división?

¿Cuáles son las características de los errores presentados?

¿Existen diferencias entre los alumnos de una escuela pública y una escuela privada en los tipos de errores matemáticos, durante la solución de problemas que involucran operaciones de suma, resta, multiplicación y división?

HIPÓTESIS

Ho: No existen diferencias en los tipos de errores matemáticos que presentan los alumnos de tercer grado de primaria de una escuela pública y una escuela privada en la solución de problemas matemáticos.

Hi: Existen diferencias en los tipos de errores matemáticos que presentan los alumnos de tercer grado de primaria de una escuela pública y una escuela privada en la solución de problemas matemáticos.

SUJETOS

La muestra estuvo constituida por 25 alumnos de 3er grado de la escuela pública de la S.E.P. "Gral. Felipe Ángeles" y 24 alumnos de 3 er grado de la

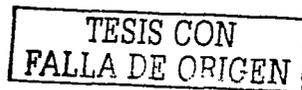
Escuela privada "María Eugenia Milleret" de ambos sexos. En las dos escuelas la edad de los niños fluctuaba entre los 8 y 11 años.

ESCENARIO

La aplicación de las pruebas en las escuelas se llevó a cabo en los lugares asignados por las autoridades de las mismas, estos espacios tuvieron el mobiliario necesario para la aplicación, así como adecuada iluminación.

MATERIALES

- Lápices
- Gomas
- Hojas
- Instrumento IDEA la parte de matemáticas



INSTRUMENTO

La prueba que se utilizó fue el Inventario de Ejecución Académica (IDEA) versión revisada 1996. Esta prueba ha sido elaborada por Macotela, S; Bermúdez, P; Castañeda I. para la obtención de datos sobre el desempeño académico de los niños en las áreas de escritura, matemáticas y lectura.

Para este estudio se utilizó la subprueba de matemáticas para tercer grado de primaria en su sección de solución de problemas. (ver anexo 2 y 3)

TIPO DE ESTUDIO

Se trata de una investigación de carácter descriptivo, ex post facto con una evaluación única.

PROCEDIMIENTO

Se solicitó a los directivos de las escuelas (pública y privada) la asignación de un grupo de tercer grado; para realizar la evaluación. Una vez asignado el grupo se procedió a la aplicación del I.D.E.A. (Inventario de Ejecución Académica).

La evaluación se llevó a cabo de manera individual, dando un tiempo para establecer una relación positiva con el niño, permitiendo así disminuir la angustia que genera una situación de prueba. Únicamente se aplicó la parte del IDEA correspondiente al área de matemáticas. Ya que la prueba permite separar cada área, a todos los alumnos se le dio el tiempo requerido sin presionarlos.

Una vez iniciada la aplicación sólo se le podía aclarar dudas respecto a las instrucciones, sin señalar si estaba en lo correcto o incorrecto.

Las respuestas del niño se registraron en los protocolos, conforme a lo establecido por la prueba, anotando observaciones con información adicional de índole cualitativa respecto a la ejecución del niño. (ver anexo 4)

Una vez terminada la aplicación de la prueba en ambas escuelas se procedió a la calificación de las mismas; la calificación se realizó conforme a los lineamientos establecidos en la prueba. Realizando la cuantificación de aciertos y de errores, tomando en cuenta:

1. Analizar los productos permanentes.
2. Atender al valor de los reactivos.
3. Asignar puntos a los protocolos.
4. Consignar los datos en las hojas de integración.

Terminada la calificación de las pruebas se procedió a la clasificación de los errores que presentan los alumnos en la solución de problemas de suma, resta, multiplicación y división.

Habiendo terminado con la clasificación de los errores en ambas escuelas, se llevó a cabo la comparación entre los dos grupos de alumnos y el análisis estadístico.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

RESULTADOS

A continuación se describen los resultados obtenidos en los siete problemas que plantea el I.D.E.A.

En primer lugar se realizó un análisis de frecuencias de aciertos y errores en función de la ejecución en la prueba I.D.E.A., en su sección de matemáticas (Solución de problemas).

En segundo lugar se analizaron las frecuencias de tipos de errores que contempla el I.D.E.A., los cuales son:

Error tipo 1 Operación incorrecta.

Error tipo 2 Operación adecuada, respuesta incorrecta.

Error tipo 3 Otros (incluido no contestar)

Así como la descripción de otros errores que no son contemplados en el I.D.E.A., y que se encontraron en el desempeño de la muestra.

Finalmente se analizaron las características de la estrategia o procedimiento que utilizaron los alumnos de ambas escuelas al contestar los problemas.

En relación al análisis estadístico para determinar diferencias entre los alumnos de ambas escuelas, se utilizó la prueba Ji cuadrada, debido a que se obtuvieron dos tipos de registro, 1 si acertaba y 0 si fallaba o no contestaba. Los resultados indicaron diferencias significativas, en los problemas 1, 2, 3, 5, 6 y 7 (ver anexo 1). Sin embargo, los resultados no indican diferencias significativas entre los alumnos en el problema 4, como lo muestra la Tabla 1.

RESULTADOS DE LA JI CUADRADA

Problema	Valor	Significancia
1	4.75080	.02928
2	7.12209	.00761
3	4.30571	.03798
	7.12209	.00761
4	2.67449	.10197
5	4.70546	.03007
6	3.98861	.04581
7	3.65889	.05577

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

De acuerdo con los resultados obtenidos en la prueba Ji cuadrada se rechaza la hipótesis nula en la que se estableció que no habría diferencias en los tipos de errores matemáticos que presentarían los alumnos de tercer grado de primaria de una escuela pública y una privada en la solución de problemas matemáticos; por lo tanto, se acepta la hipótesis alterna en la que se especificó que sí había diferencias en los tipos de errores matemáticos que presentan los alumnos de tercer grado de primaria de una escuela pública y una privada, en la solución de problemas matemáticos.

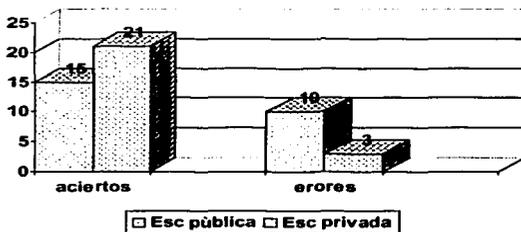
A continuación se presentan los resultados detallados de cada uno de los problemas evaluados. Primero se hizo un conteo de respuestas correctas e incorrectas, seguido de la descripción de los tipos de errores presentados.

Como se recordará el I.D.E.A. en su apartado de solución de problemas implicaba siete problemas en total, en donde en el 1° se requería la utilización de una suma para su solución, en el 2°, una resta, en el 3° de una suma y una resta, en el 4° y 5° de multiplicaciones, en el 6° y 7° de divisiones. (ver anexo 1)

En la solución del 1er problema, (EN UNA FABRICA TRABAJAN 345 MECÁNICOS, 186 PINTORES Y 92 HOJALATEROS. ¿CUÁNTOS TRABAJADORES TIENE LA FABRICA?) que implicaba la realización de una suma, los alumnos de la escuela privada obtuvieron un número mayor de aciertos 21 en tanto que en la escuela pública sólo 15 alumnos resolvieron de manera correcta, presentando estos últimos un número mayor de respuestas incorrectas 10, mientras que los de la escuela privada, obtuvieron sólo 3, como se muestra en la gráfica 1.

Gráfica 1

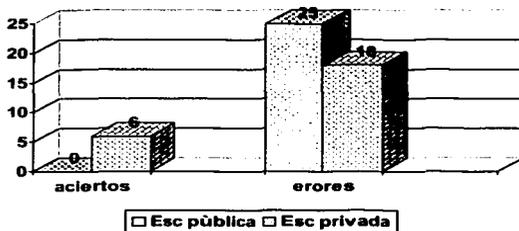
Problema 1



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

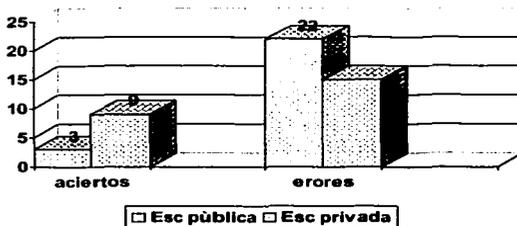
En el 2º problema (DON BENITO JUÁREZ NACIO EN 1806 Y MURIO EN 1872. ¿CUÁNTOS AÑOS TENIA CUANDO MURIO?) donde se requería de una resta, solo 6 alumnos de la escuela privada lo resolvieron de manera correcta en tanto que 18 dieron una respuesta incorrecta; en la escuela pública, todos los alumnos dieron una respuesta incorrecta. (gráfica 2)

Gráfica 2
Problema 2



La solución del 3er problema (UN COLEGIO TIENE 758 ALUMNOS. EN PRIMERO HAY 150; EN SEGUNDO 142; EN TERCERO 136; EN CUARTO 120 Y EN QUINTO 110. ¿CUÁNTOS ALUMNOS HAY EN SEXTO AÑO?) el cual requería de la aplicación de dos operaciones, primero una suma, seguida de una resta. En la suma los alumnos de la escuela privada obtuvieron 9 aciertos en tanto que los de la pública solo 3, respecto a los errores, los de la privada obtuvieron 15 y los de la pública 22; (Gráfica 3).

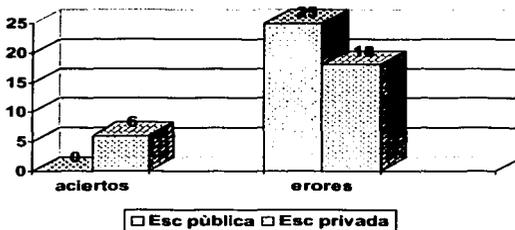
Gráfica 3
Problema 3 suma



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

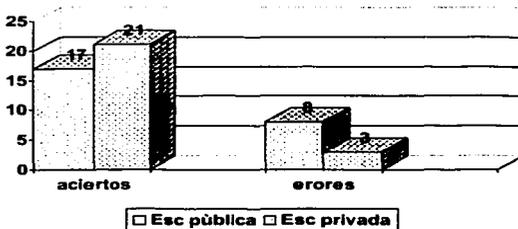
En la solución de la resta del problema tres, 6 alumnos de la escuela privada dieron una respuesta correcta y 18 alumnos obtuvieron resultado incorrecto; en tanto que en la escuela pública los 25 alumnos dieron respuesta incorrecta, Como se muestra en la gráfica 4.

Gráfica 4
Problema 3 resta



Respecto al 4º problema (UNA HORA TIENE 60 MINUTOS. ¿CUÁNTOS MINUTOS TENDRAN 3 HORAS?) donde se necesitaba realizar una multiplicación 21 alumnos de la escuela privada respondieron correctamente y solo 3 dieron una respuesta incorrecta, en tanto que 17 alumnos de la escuela pública dieron una respuesta correcta, y 8 respondieron incorrectamente. (Gráfica 5)

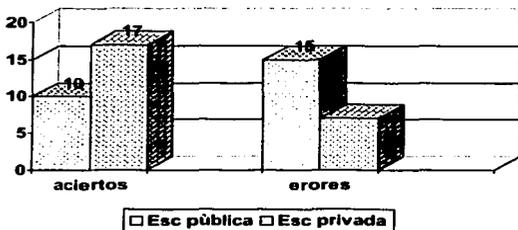
Gráfica 5
Problema 4



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

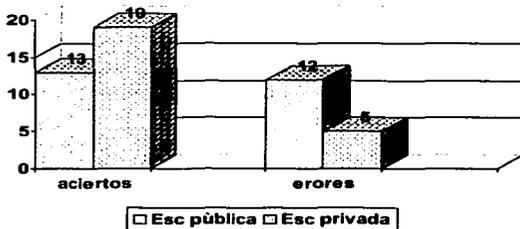
Como en el problema anterior en el 5° problema (UN OBRERO TRABAJA 160 HORAS AL MES. ¿CUÁNTAS HORAS TRABAJA EN 8 MESES?) también se requería de una multiplicación, en el cuál los alumnos de la escuela privada 17 dieron una respuesta correcta y 7 incorrectamente; en la escuela pública 10 alumnos obtuvieron respuesta correcta y 15 incorrecta. (Gráfica 6)

Gráfica 6
Problema 5



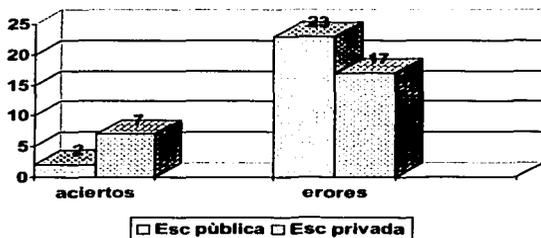
El 6° problema (EL MAESTRO TIENE 9 LIBROS Y LOS QUIERE REPARTIR ENTRE 3 DE SUS ALUMNOS. ¿CUÁNTOS LIBROS LE CORRESPONDEN A CADA ALUMNO?) que involucra la realización de una división con números de un solo dígito tanto en el divisor como en el dividendo, aquí los alumnos de la escuela privada obtuvieron 19 respuestas correctas y 5 incorrectas; en la escuela pública 13 alumnos obtuvieron respuesta correcta y 12 incorrecta. (Gráfica 7)

Gráfica 7
Problema 6



Para el 7º problema (EN UNA ESCUELA HAY 24 SALONES Y EN CADA PISO HAY 6 SALONES. ¿CUÁNTOS PISOS TIENE LA ESCUELA?) también se debía realizar una división con una cifra de un dígito en el divisor y dos dígitos en el dividendo. En este problema 7 alumnos de la escuela privada obtuvieron respuesta correcta y 17 incorrecta, en tanto que en la escuela pública sólo 2 alumnos dieron respuesta correcta y 23 incorrecta.(Gráfica 8)

Gráfica 8
Problema 7



En relación con la segunda parte del análisis, que se refiere a los tipos de errores, a continuación se describen los datos más sobresalientes.

Los errores que podían presentar los alumnos según la clasificación del I.D.E.A., fueron los siguientes:

Error tipo 1. Operación incorrecta.

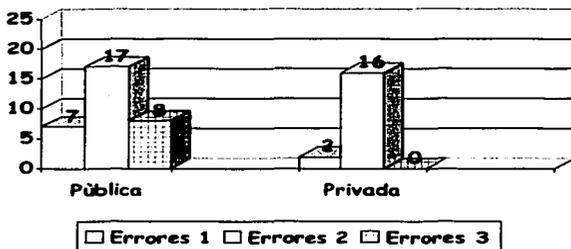
Error tipo 2. Operación adecuada, respuesta incorrecta.

Error tipo 3. Otros.

En los problemas 1 y 3 que implicaban la realización de una suma, el error tipo 1 se presentó 7 veces en la pública y 2 en la privada; el error tipo 2, 17 veces en la pública y 16 en la privada y el error tipo 3 se presentó 8 veces en la pública, 0 en la privada. (Gráfica 9)

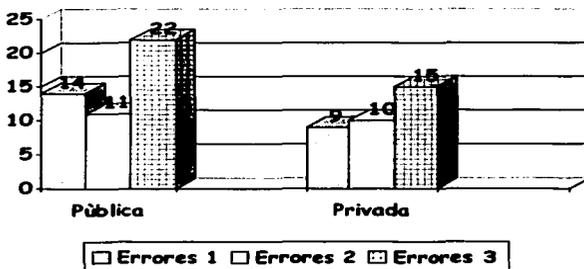
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Gráfica 9
Tipo de errores en suma



Los problemas 2 y 3 que requerían de una resta, se presentó 14 veces el error tipo 1 en la escuela pública y 9 en la privada; el error tipo 2 lo presentaron 11 veces en la pública y 10 en la privada; el error tipo tres 22 veces en la pública y 15 en la privada. (Gráfica 10)

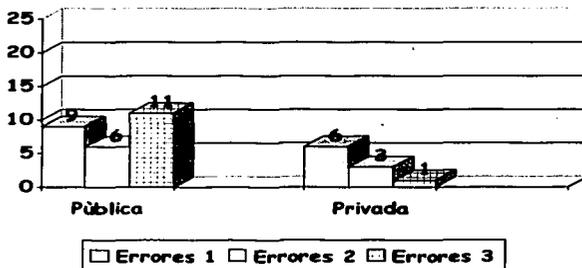
Gráfica 10
Tipo de errores en la resta



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

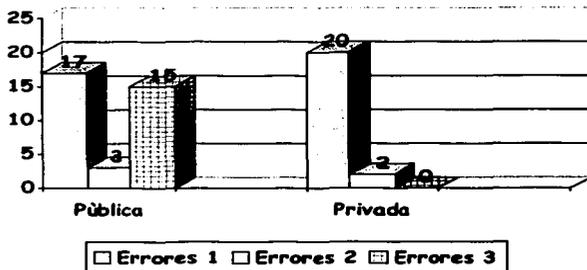
Los problemas 4 y 5 que requerían de una multiplicación, el error tipo uno se presentó 9 veces en la escuela pública y 6 en la privada; el error tipo dos 6 veces en la pública y 3 en la privada; el error tipo tres 11 veces en la pública y 1 vez en la privada. (Gráfica 11)

Gráfica 11
Tipo de errores en multiplicación



En los problemas 6 y 7 que implicaban de la realización de una división, el error tipo 1 se presentó 17 veces en la escuela pública y 20 en la privada; el error tipo dos, 3 veces veces en la pública y 2 en la privada; el error tipo 3 lo presentaron 15 veces en la pública y 0 en la privada. (Gráfica 12)

Gráfica 12
Tipo de errores en la división



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En la tabla II, se muestran las frecuencias globales de tipo de error de acuerdo al I.D.E.A., Como puede observarse en la escuela publica se presentaron los puntajes más altos., en tanto que los más bajos aparecen en la escuela privada.

Frecuencia de los tipos de errores presentados

Tipo	Esc. Publica	Esc. Privada
Error 1	47	37
Error 2	37	31
Error 3	56	16

A continuación se presentan otros errores presentados por los sujetos, además de los contemplados en el I.D.E.A.

Errores cometidos en todos los problemas.

- Cuenta con los dedos erróneamente.
- Colocan mal alguna cifra.
- Cambian alguna cifra.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Errores en la suma.

- Se equivocan al llevar.
- Sumar cifra de más.
- Se equivocan al contar.

Errores en la resta.

- Invertir cifras.

Errores en la multiplicación.

- Se equivocan al multiplicar.

Errores en la división.

- Invertir el orden de las cifras (divisor por dividendo y viceversa).

Con respecto a las características de la estrategia o procedimiento utilizado por los alumnos. Al terminar de resolver cada uno de los problemas se les preguntaba, como le habían hecho para resolverlo, es decir, el procedimiento o estrategia que habían utilizado., lo cual también se registró, obteniendo los siguientes resultados.

Se consideró que los alumnos conocían su procedimiento o estrategia cuando contestaban ampliamente lo que hacían, por ejemplo: “Sumé primero está fila (señalando las unidades), luego está (señalando las decenas) y por último está, y esté es el resultado”.

No identificaron su procedimiento o estrategia cuando sólo contestaban, “sume, sume los números”, sin dar más explicaciones, a pesar de que se les pedía ampliar su respuesta.

En el problema #1, los alumnos de la escuela pública contestaron acertadamente 15 de los cuales: 4 conocían su procedimiento o estrategia y 11 no la identificaban; de la escuela privada 21 alumnos contestaron correctamente, de los cuales 10 conocían su estrategia o procedimiento y 11 no la identificaban.

En el problema #2, en la escuela pública ningún alumno contestó acertadamente, en la escuela privada 6 alumnos contestaron correctamente y conocían su estrategia o procedimiento.

En el problema #3, que involucraba la realización de dos operaciones, en la escuela pública, ningún alumno contestó todo el problema, en la escuela privada 6 alumnos contestaron correctamente, todo el problema, de los cuales no identifican su estrategia o procedimiento 1, y 4 si lo identificaban.

En los problemas #4 y #5, donde se requería de una multiplicación, en la escuela pública 10 realizaron adecuadamente las dos multiplicaciones y solo 5 no identificaron su procedimiento, en la escuela privada 16 alumnos contestaron correctamente, de los cuales 10 lo conocían y 5 no, 8 solo contestaron una multiplicación donde 2 conocían su estrategia y 3 no.

Por último en los problemas #6 y #7, de división, en la escuela pública 1 contestó adecuadamente ambas divisiones y conocía su procedimiento, 14 contestaron correctamente una de las divisiones de los cuales 6 conocían su procedimiento y 8 no, en la escuela privada 6 alumnos contestaron correctamente, las dos divisiones y conocían su estrategia, los alumnos que solo contestaron una división bien fueron 13 y solo 10 conocían como la habían realizado.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos en la prueba Ji cuadrada se rechaza la hipótesis nula en la que se estableció que no habría diferencias en los tipos de errores matemáticos que presentaran los alumnos de tercer grado de primaria de una escuela pública y una privada en la solución de problemas matemáticos; por lo tanto, se acepta la hipótesis alterna en la que se especificó que sí había diferencias en los tipos de errores matemáticos que presentan los alumnos de tercer grado de primaria de una escuela pública y una privada, en la solución de problemas matemáticos.

Mediante el análisis de frecuencias se pudo observar que en la solución de los siete problemas los alumnos de la escuela privada presentan un mayor número de aciertos, como se muestra en la siguiente tabla:

TABLA DE ACIERTOS

Problema	Esc. Privada	Esc. Pública
1	21	15
2	6	0
3	6	0
4	21	17
5	17	10
6	19	13
7	7	2

La diferencia es en promedio de 5.7 aciertos entre la escuela privada y la pública, si sumamos a esto el tipo de error más frecuente, en los alumnos de la escuela privada es el error tipo 1 (operación incorrecta), mientras que en los alumnos de la escuela pública es el error tipo 3 (otras); podemos decir, que en la escuela privada los alumnos tienden más a contestar aunque no tengan claro el procedimiento o estrategia que deben seguir; en tanto que en la escuela pública un mayor número de alumnos prefirió no contestar; por este motivo el error tipo 3 fue el más frecuente, ya que el no contestar se incluyó en esta categoría. Se pudo observar en la ejecución de los alumnos de ambas escuelas que cuentan con los dedos de manera incorrecta, realizan operaciones diferentes, colocan mal alguna cifra, se equivocan al llevar, o no conocen el procedimiento de la operación. Como menciona Brousseau (1990 cit. en Parra y Saiz 1997) es preciso diseñar situaciones

didácticas que hagan funcionar el saber, a partir de los saberes definidos culturalmente en los programas escolares.

En los resultados obtenidos en los problemas, que implicaban una suma, el error más frecuente fue el tipo 2 tanto en la escuela pública como en la privada; en tanto que los problemas que requerían de una resta el error más frecuente fue el tipo 3 en ambas escuelas; en los problemas que implicaban una multiplicación el error más frecuente fue el tipo 3 en la pública y el tipo 1 en la privada; y en los problemas que implicaban una división el error más frecuente fue el tipo 1 en ambas escuelas.

Por lo anterior podemos decir que es la suma la operación con la que los alumnos están más familiarizados para resolver problemas, sin embargo, llegan a presentar dificultades con su procedimiento o estrategia como puede ser colocar mal alguna cifra, equivocarse al llevar o requerir de representación concreta como es contar con los dedos o dibujar palitos para hacer la suma, lo que los llevó a dar una respuesta incorrecta. Esto coincide por lo expuesto por Bermejo (1990) "el niño comete errores como iniciar la suma por la primera columna de la izquierda, no ir de columna en columna, el que un sumando sea mayor que otro y no se pueda representar con los dedos de una sola mano y en niños de mayor edad presentan mayor dificultad en las llevadas por la dificultad de intercambio entre columnas.

En cuanto a los problemas que implicaban una resta encontramos que la mayoría de los niños de ambas escuelas no prestaron atención en la lectura de los problemas, ya que al transcribir las cifras del mismo, lo hicieron en el mismo orden en el que aparecían en la lectura del problema, colocando primero la cifra menor en el lugar del minuendo y la mayor en el lugar del sustraendo por ejemplo si la lectura del problema decía: " Don Benito Juárez nació en 1806 y murió en 1872. ¿Cuántos años tenía cuando murió? ", los alumnos escribían la resta así:

-1806

1872

y en el otro problema la mayoría no realizó la resta, debido a que no comprendieron que el problema involucraba 2 operaciones, realizando la suma de todas las cifras presentadas, sin identificar la cifra que correspondía al minuendo para la resta.

Respecto a los problemas que implicaban una multiplicación, sí, se ve una diferencia entre escuelas en cuanto al tipo de error más frecuente presentando la escuela pública el error tipo 3 esto debido a que no estaban familiarizados con las tablas de multiplicar. En cambio el error más frecuente en la escuela privada fue el tipo 1 en donde la mayoría sumaba. De acuerdo con Baroody (1986) las dificultades con la multiplicación básica suelen darse por que los niños no ven la

conexión entre esta nueva operación y su conocimiento existente. A veces, la enseñanza de apoyo consiste, simplemente, en ayudar al niño a establecer esta conexión. Pero en otras ocasiones las dificultades con la multiplicación tienen raíces más profundas y es necesario emplear un enfoque más concreto.

El alumno debe de iniciar la multiplicación de clases a partir de objetos, seres y plantas que están a su alrededor, después continuará construyendo series de clases más complejas y de forma ideográfica hasta llegar a la formación de clases de figuras y signos para dar paso hacia las clases numéricas. La multiplicación puede ser concebida como una suma de sumandos iguales; es decir que psicológicamente si el niño está en condiciones de hacer sumas, también puede realizar la multiplicación de manera elemental con los números naturales (Baroody, 1986).

Respecto a los problemas de división el error más frecuente fue el tipo 1 en ambas escuelas, sin embargo es importante mencionar que en la escuela pública el error tipo 3 tuvo una frecuencia alta debido a que los alumnos no contestaron.

Cabe mencionar que la aplicación del IDEA se llevó a cabo a principios del mes de febrero en donde de acuerdo al programa escolar los alumnos estaban aprendiendo a resolver operaciones de multiplicación y división por lo que creemos fue esto lo que los llevó a utilizar procedimientos no usuales o elegir al azar la operación que resolviera el problema; es importante valorar los procedimientos propios de los alumnos y no esperar que desde el principio los niños apliquen determinada operación y es en la revisión cuando se les puede ayudar a mejorar sus procedimientos o mostrarles los procedimientos usuales, para así evitar deficiencias en los procedimientos, los cuales podrían irse acumulando en el proceso de aprendizaje de nuevas operaciones aritméticas.

Por todo lo antes mencionado podemos concluir que, la escuela privada obtiene un mayor número de aciertos, debido a que los alumnos tuvieron una mejor presentación de los resultados, teniendo una mejor distribución del espacio en la hoja, limpieza, y orden; lo que suponemos, puede ser este orden y limpieza, que se fomentan en los alumnos de la escuela privada lo que los ayudó a una mejor comprensión de los procedimientos para la resolución de los problemas que se les enseña. También se observó que los alumnos por lo general contestaban todos los problemas, en ocasiones, utilizando un procedimiento diferente y obteniendo un resultado correcto. Esto de acuerdo con Mayer (1982, cit. en Tomás 1990) menciona que es necesario proporcionar a los alumnos instrumentos, técnicas específicas y pautas generales de solución de problemas que les permitan enfrentarse a los enunciados sin miedo y con ciertas garantías de éxito.

En comparación con la escuela pública, en donde los alumnos escribían las operaciones en la hoja sin ningún orden, con poca limpieza, y por lo general, preferían no contestar lo que suponemos, son estas características las que no les ayudaron a los alumnos a una clara comprensión de los problemas disminuyendo su probabilidad de acertar.

Esto coincide con el estudio realizado por Tomás (1990) sobre las dificultades con las que se encuentra el alumno de los cinco primeros grados de enseñanza primaria a la hora de resolver problemas; en los resultados obtenidos encontró que los errores más frecuentes en los cinco niveles son los que corresponden a la comprensión del problema y a la elección de las operaciones que conlleva.

Por otro lado, a pesar de haber diferencias en el número de aciertos obtenidos entre la escuela privada y pública, se encontraron similitudes en los tipos de errores presentados por problema; suponemos que esto se debe a que los alumnos de ambas escuelas utilizaron estrategias similares.

Después de analizar los errores anteriores, consideramos que podrían englobarse en el error tipo 2 (operación adecuada, respuesta incorrecta) del IDEA; sin embargo, es importante tomarlos en cuenta de manera específica para saber donde el alumno requiere modificar o corregir su estrategia o procedimiento.

Se sugiere que se realicen dos aplicaciones de la evaluación una al inicio del ciclo escolar para detectar las características de los procedimientos y los errores que comenten los alumnos y así, proporcionales la ayuda adecuada durante el periodo correspondiente; la segunda evaluación se realizará al final del ciclo, lo cual nos permitiría valorar si hubo cambios en los procedimientos utilizados y en consecuencia en los tipos de errores presentados.

Además, tomar en cuenta las estrategias de enseñanza utilizadas por los maestros de cada escuela, esto nos permitiría ver la influencia de los procedimientos que utilizan los profesores para la enseñanza de las matemáticas en los tipos de errores que cometen los alumnos en la solución de problemas.

Debido a que el estudio se realizó en escuelas localizadas en la misma zona (Sur) sugerimos que para futuros estudios se consideren escuelas de diferentes zonas con el fin de detectar si las características de ejecución y los tipos de errores son similares en las diferentes zonas; para así intervenir en favorecer las habilidades de los alumnos para mejorar sus procedimientos o estrategias en la solución de problemas.

Adicionalmente, nos gustaría enfatizar la importancia que tiene el que los niños posean una buena comprensión lectora, ya que esto los ayuda a lograr una mejor comprensión de los problemas que tienen que leer. Como vimos en nuestro estudio, parece ser que los niños no centran su atención en lo que se les pregunta y empiezan a realizar operaciones para resolver el problema, sin saber realmente cuál es la pregunta que se les hace.

Para finalizar, nos parece importante subrayar la necesidad de contribuir a la solución de uno de los problemas más frecuentes en las escuelas primarias. Reconocemos que existen diferentes formas de analizar las dificultades en las matemáticas. Sin embargo, consideramos que analizar los errores en las tareas de solución de problemas, ofrece información útil para determinar los apoyos que pueden ofrecerse a los niños. Además, el análisis de errores permite conocer tanto las necesidades individuales, como aquellas que son comunes entre los niños que integran un grupo escolar. Por lo tanto, pueden desarrollarse programas correctivos para niños en lo particular o bien hacer ajustes a los procedimientos de enseñanza en el aula.

El fin último consiste en evitar que las dificultades sean constantes o permanentes, ya que esto podría explicar en parte por qué las matemáticas resultan poco atractivas para muchos, no solo en la primaria sino incluso, en la educación superior.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre, P. Ma. D. (1997). Utilización de I.D.E.A. para el análisis de la ejecución en matemáticas y el desarrollo de un programa correctivo en niños de primaria. Tesis de Licenciatura México: UNAM Psicología.
- Alonso, T. J. (1994). *Motivación y aprendizaje en el aula*. Madrid: Aula XXI/ Santillana.
- Amézquita, B. O. (1994). La multiplicación con números naturales en el tercer grado de educación primaria. Tesis licenciatura. Culiacán: UPN.
- Anderson , C. R. (1985). *Psicología educativa*. México: Trillas.
- Ary, D., Jacobs, L., Razavieh, A. (1989). *Introducción a la investigación pedagógica*. México: McGraw-Hill.
- Ausbe, D. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Baroody, A. (1998). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Beilin, H., (1985). *The psychology of mathematics learning. Past and present. Education and urban society NJ*: Lawrence Erlbaum.
- Bermejo, V., (1990). *El niño y la aritmética*. Buenos Aires: Paidós.
- Bote, P., G de J., (1992). Una alternativa para favorecer la comprensión de los problemas matemáticos en el tercer grado de primaria. Tesis de Licenciatura. Mérida: UPN
- Brown, J.S., y Burton, R. R. (1978) Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematics skills. *Cognitive Science*, vol. 2, pp. 155- 192.

- Caballero, B. (1988). Modelo de prueba académica y de entrevista para valorar problemas de aprendizaje en los tres primeros grados escolares de primaria. *Revista Mexicana de Psicología* vol 5 No. 2 México: UNAM ENEP-Iztacala.
- Callejo, M. L. (1987). *La enseñanza de las matemáticas etapa 12 – 16 años*. Madrid: NARCEA.
- Chapa, C. J. I. (1998) La matemática en la escuela primaria. Tesis Licenciatura. Monterrey: UPN.
- Coolican, H. (1994). *Métodos de investigación y estadística en Psicología*. México: Manual Moderno.
- Dedior, C. S. (1996). *Las dificultades de aprendizaje: Un enfoque cognitivo. Lectura, escritura, matemáticas*. España: ALJIBE.
- Dugas, Guillaume, Hasaerts, Cazenaur y col. (1972), *Transtornos del aprendizaje del cálculo*. España: Fontanella.
- Eguía, M. Ma S. (2003) Análisis de la lectura en una muestra de niños de 1º a 3º grado de primaria: Un estudio comparativo. Tesis Maestría. México: UNAM Psicología.
- Engelhardt, J. (1982) Using computational errors *Diagnostic Teaching Arithmetic Teacher*. vol. 29, No. 8 pp. 16 –19.
- Flores, V. (1984). *Problemas de aprendizaje*. México: Limusa.
- García, C. K. E. (1990). Causas que provocan el fracaso en matemáticas en tercer grado y cuarto grado de primaria. Tesis licenciatura. Coahuila: UPN.
- García, R. O. (1999). Problemas de aprendizaje y su relación con factores familiares. Tesis licenciatura. México: UNAM Psicología.
- Gearheart, B. R. (1987). *Incapacidades para el aprendizaje. Estrategias Educativas*. México: El Manual Moderno.

- Gill, A. J. (1995) Bridging second - grade children's thinking and mathematical recording. *Journal of Mathematical Behavior*. Vol. 14, pp.349 - 362.
- Hernández, H. P. (1991) *Psicología de la Educación. Corrientes Actuales y Teóricas Aplicadas*. México: Trillas.
- Hernández, M. Ma. V. (1993). Enseñanza del inicio de la división en tercer grado de educación primaria. Tesis licenciatura. N. L: UPN.
- Kamii, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Kamii, C. (1995). *Reinventando la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Kazuko, K. C. (1988). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Kline, M. (1984). *El fracaso de la matemática moderna*. México: Siglo XXI.
- Lcón, C. y Álvarez, V. (1990). Evaluación, entrenamiento correctivo y análisis de errores de conducta aritmética en niños de primaria. Tesis de Licenciatura. México: UNAM Psicología
- Macotela, F; Bermúdez, L; Castañeda, R. (1996) Inventario de Ejecución Académica; Un modelo diagnostico pres-criptivo para el manejo de problemas asociados a la lectura, la escritura y las matemáticas. Documento interno, México: UNAM, Facultad de Psicología.
- Macotela, F; Bermúdez, L; Castañeda, R. (2002) Inventario de Ejecución Académica; identificación de dificultades de lecto-escritura y matemáticas elementales. Documento interno, México: UNAM, Facultad de Psicología.
- Martínez, R. A. (1986). Evaluación Tratamiento y Análisis de conducta aritmética en niños con dificultades en el aprendizaje. Tesis de Licenciatura. México: UNAM Psicología.

- Maza, G. (1989). *Sumar y Restar, el proceso de enseñanza / aprendizaje de la suma y de la resta*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Maza, G. (1991). *Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Mercer, C. (1991). *Dificultades de aprendizaje 1. Origen y diagnóstico*. España: Ceac.
- Mercer, C. (1991). *Dificultades de aprendizaje 2. Trastornos específicos y tratamiento*. España: Ceac.
- Mialaret, G. (1986). *Las matemáticas, como se aprenden, como se enseñan*. México: Aprendizaje Visor.
- Molina, D. Ma. del R. (1994). La resolución de problemas de matemáticas en la escuela primaria. Tesis Licenciatura. Coahuila: UPN.
- Myers, P., y Hammill, D. (1982). *Learning disabilities: basic concepts assessment practices and instructional strategies*, Austin, Pro-ED.
- Myers, P., y Hammill, D. (1983). *Métodos para educar niños con dificultades de aprendizaje*. México: Limosa.
- Parra, M. B. M. (1989). Acerca del papel de la representación de problemas. *Pedagogía*, Vol. 6, Num. 17.
- Parra, C., Saiz, I. (1997). *Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones*. México: Paidós.
- Pedroza, M. (1995). Autorregulación: Una alternativa para abordar problemas de aprendizaje en matemáticas en niños de enseñanza básica. Tesis de Licenciatura. México: UNAM Psicología.
- Ramírez, C. M. (1991) Una alternativa didáctica para la resolución de problemas que involucran operaciones de sustracción con cifras cero en el minuendo en el tercer grado de educación primaria. Tesis de Licenciatura. Mexicali: UPN.

- Ramírez, L. Ma. C. (1998). Aplicación de un procedimiento cognoscitivo conductual para la enseñanza en solución de problemas aritméticos. Tesis de Licenciatura. México: UNAM Psicología.
- Ramírez, R. (1992) Detección y tratamiento de problemas de aprendizaje. Curso impartido por educación continua. UNAM.
- Resnick, L., y Ford, W. (1998). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.
- Tomás, F, M. (1990). Los problemas aritméticos de la enseñanza primaria. Estudio de dificultades y propuesta didáctica. *Educar*, No.17, pp.119-14.
- Salvia, Y. (1998). *Assessment*, 7ª Edición Boston: New York.
- S. E. P. (1981). Dirección general de educación especial Documento de divulgación. México: Fonapas.
- Siegel, S. (1985). *Estadística no paramétrica*. México: Trillas.
- Span, P. Overtoom - Cormsit, R. (1986) Information processing & intellectually gifted pupils solving mathematical problems. *Educational Studies in mathematics*. vol. 17, pp. 273 -295.
- Vargas, E. (1995). Elaboración de un programa de tratamiento para alumnos de primero a tercer grado en la solución de las cuatro operaciones básicas. Tesis de Licenciatura. México: UNAM Psicología.
- Willen, V. E. (1974). *Los años preescolares*. Venezuela: Monte Ávila.
- Wong, B. Y. L. (1996). *The ABCs of learning disabilities*, (Faculty of education) Academic, Press: Canada.
- Woolfolk, A. (1996). *Psicología educativa*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana.
- Zinser, O. (1987). *Psicología experimental*. Colombia: Mc Graw Hill.

ANEXO 1

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Problema 1

**EN UNA FABRICA TRABAJAN 345 MECANICOS, 186 PINTORES
Y 92 HOJALATEROS.**

¿CUÁNTOS TRABAJADORES TIENE LA FABRICA?

Problema 2

DON BENITO JUAREZ NACIO EN 1806 Y MURIO EN 1872.

¿CUÁNTOS AÑOS TENIA CUANDO MURIO?

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Problema 3

UN COLEGIO TIENE 758 ALUMNOS. EN PRIMERO HAY 150; EN SEGUNDO 142; EN TERCERO 136; EN CUARTO 120 Y EN QUINTO 110.

¿CUÁNTOS ALUMNOS HAY EN SEXTO AÑO?

Problema 4

UNA HORA TIENE 60 MINUTOS.

¿CUÁNTOS MINUTOS TENDRAN 3 HORAS?

Problema 5

UN OBRERO TRABAJA 160 HORAS AL MES.

¿CUÁNTAS HORAS TRABAJA EN 8 MESES?

Problema 6

**EL MAESTRO TIENE 9 LIBROS Y LOS QUIERE REPARTIR
ENTRE 3 DE SUS ALUMNOS.**

¿CUÁNTOS LIBROS LE CORRESPONDEN A CADA ALUMNO?

Problema 7

EN UNA ESCUELA HAY 24 SALONES Y EN CADA PISO HAY 6 SALONES.

¿CUÁNTOS PISOS TIENE LA ESCUELA?

ANEXO 2

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CUADROS DE CONCENTRACION DE ERRORES: TERCER GRADO
(PARA LA DEFINICION DE ERRORES VEASE MANUAL) Matemática, Dominio y Castellano, 1996

ESCRITURA: ERRORES DE REGLA
COP. DICT.

ERRORES	Yc	Yc	RED	TOT
BO				
BP				
OD				
OA				
DEF				
MM =				
BE				
YA				
OTROS				
TOTAL				

LECT. ORAL: ERR. ESPECIFICOS

ERRORES	YAL	YEU	YVY	TOTAL
BL				
BF				
AL				
AF				
YL				
YF				
OL				
OF				
EL				
EF				
OTROS				
TOTAL				

ESCRITURA: ERRORES ESPECIFICOS
COP. DICTADO

ERRORES	Yc	Yc	RED	TOT
BL				
BF				
AL				
AF				
YL				
YF				
OL				
OF				
EL				
EF				
U				
OS				
OTROS				
TOTAL				

MATEMATICAS: ERRORES EN SOLUCION DE PROBLEMAS

ERRORES	YAL	YEU	YVY	TOTAL
ERRORES BINA				
1 Real oper. divi.				
2 Op. ad. con. leque.				
Errores				
OTROS				
TOTAL				
ERRORES BINEVA				
1 Real oper. divi.				
2 Op. ad. con. leque.				
Errores				
OTROS				
TOTAL				
ERRORES MULTIF.				
1 Real oper. divi.				
2 Op. ad. con. leque.				
Errores				
OTROS				
TOTAL				
ERRORES BIVLE				
1 Real oper. divi.				
2 Op. ad. con. leque.				
Errores				
OTROS				
TOTAL				

LECT. ORAL: ERR. DE REGLA

ERRORES	YAL	YEU	YVY	TOTAL
BP				
OD				
DEF				
YA				
OTROS				
TOTAL				

MATEMATICAS: ERRORES EN OPERACIONES

ERRORES DE BINA	PREC.
1 Real oper. leque. divi.	
2 Divi. "leque."	
3 Div. con. con. con. con.	
4 Real con. sig. con. divi.	
OTROS	
TOTAL	
ERRORES BINEVA	PREC.
1 Real oper. leque. divi.	
2 Con. de. de. de. de.	
3 Con. de. de. de. de.	
4 Div. con. con. con. con.	
5 Real con. sig. con. divi.	
OTROS	
TOTAL	
ERRORES MULTIFER.	PREC.
1 Real oper. leque. divi.	
2 Divi. con. con. con. con.	
3 Con. de. de. de. de.	
4 Div. con. con. con. con.	
5 Real con. sig. con. divi.	
OTROS	
TOTAL	
ERRORES BIVLE	PREC.
1 Real oper. leque. divi.	
2 Con. de. de. de. de.	
3 Con. de. de. de. de.	
4 Div. con. con. con. con.	
5 Real con. sig. con. divi.	
OTROS	
TOTAL	

ANEXO 3

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

MATEMATICAS.

I. NUMERACION (#RC) (%RC)

1. CUENTA FIG. GRAFICAS (3) () ()
RC = 31 _____ 36 _____
2. COMP. SEC. NUMER. (4) () ()
a) 2 en 2
RC = 210 _____ 214 _____
b) 3 en 3
RC = 459 _____ 465 _____
3. NOMB. NM. CONSEC. - ANTEC. (4) () ()
a) Consec.
RC = 97 _____ 381 _____
b) Antec.
RC = 66 _____ 862 _____

SUBTOTAL (10) () ()

II. FRACCIONES

1. REC. FIG. DIV. E/FRACC. (4) () ()
a) Mitades _____
b) Cuartos _____
2. RELAC. FIG. DIV. C/FRACC. (4) () ()
a) Mitades _____
b) Cuartos _____

SUBTOTAL (8) () ()

III. SISTEMA DECIMAL

1. IDENTIF. LUG. MILLARES (3) () ()
RC = 4 _____ 8 _____
2. NOMBRA NUM D/MILLARES (3) () ()
RC = 7 _____ 8 _____

SUBTOTAL (4) () ()

CARACTERISTICAS ESPECIALES DE LA ESCRUCION

Cuenta con los dedos (), Se apoya en la regla (), Requiere objetos para el conteo (), Hace rayas o puntos para contar (), Otros:

TERCER GRADO

IV. OPERACIONES (#RC) (%RC)

1. REALIZA OP. SUMA (2) () ()
3 cf. c/3 dg. c/una llev.
RC = 740 _____ 1430 _____
2. REALIZA OP. RESTA (2) () ()
2 cf. c/3 dg. c/una llev.
RC = 289 _____ 249 _____
3. REALIZA OP. MULTIPL. (4) () ()
a) 2 dg. por 1 dg. llev.
RC = 204 _____ 576 _____
b) 3 dg. por 1 dg. llev.
RC = 2870 _____ 2289 _____
4. REALIZA OP. DIVISION (8) () ()
a) 1 dg. ent 1 dg. s/res.
RC = 3 _____ 2 _____
b) 2 dg. ent 1 dg. s/res.
RC = 6 _____ 24 _____
c) 1 dg. ent 1 dg. c/res.
RC = 2 (res. 1) _____ 1(res 2) _____
d) 2 dg. ent 1 dg. c/res.
RC = 15 (res 2) _____ 24(res 2) _____

SUBTOTAL (16) () ()

V. SOLUCION DE PROB.

1. RESUELVE PROB. DE SUMA (1) () ()
RC = 623 _____
2. RESUELVE PROB. DE RESTA (1) () ()
RC = 66 _____
3. RES. PROB. SUMA/RESTA (2) () ()
RC = 100 _____
4. RESUELVE PROB. DE MULTIF. (2) () ()
RC = 180 _____ 1280 _____
5. RESUELVE PROB. DE DIVIS. (2) () ()
RC = 3 _____ 4 _____

SUBTOTAL (8) () ()

TOTAL ABSOLUTO (46) () ()

OBSERVACIONES ADICIONALES:

ANEXO 4

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

HOJA 2-MSE REGISTRO COMPLEMENTARIO

MATEMATICAS 3ER GRADO

SOLUCION DE PROBLEMAS: CUANDO EL NIÑO TERMINE, PREGUNTELE COMO LLEGO AL RESULTADO. ANOTE EL PROCEDIMIENTO QUE DESCRIBA.

SUMA

En una fábrica trabajan 345 mecánicos, 186 pintores y 92 hojalateros. ¿Cuántos trabajadores tiene la fábrica?

PROCEDIMIENTO _____

SUMA

Don Benito Juárez nació en 1806 y murió en 1872. ¿Cuántos años tenía cuando murió?

PROCEDIMIENTO _____

SUMA-RESTA

Un colegio tiene 758 alumnos. En el primero hay 150; en segundo 142; en tercero 136; en cuarto 142 y en quinto 110. ¿Cuántos alumnos hay en sexto año?

PROCEDIMIENTO _____

MULTIPLICACION

Una hora tiene 60 minutos. ¿Cuántos minutos tendrán 3 horas?

PROCEDIMIENTO _____

MULTIPLICACION

Un obrero trabaja 160 horas al mes. ¿Cuántas horas trabaja en 8 meses?

PROCEDIMIENTO _____

DIVISION

El maestro tiene 9 libros y los quiere repartir entre 3 de sus alumnos. ¿Cuántos libros le corresponden a cada alumno?

PROCEDIMIENTO _____

DIVISION

En una escuela hay 24 salones y en cada piso hay 6 salones. ¿Cuántos pisos tiene la escuela?

PROCEDIMIENTO _____