

00321



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

34

"LA TEORIA DE CONJUNTOS: UN ELEMENTO ESENCIAL PARA LA FORMACION DEL PENSAMIENTO LOGICO".

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
ACTUARIA**

**P R E S E N T A:
LILIANA GUERRERO MORA**

**DIRECTORA DE TESIS:
MAT. CLAUDIA HERNANDEZ GARCIA**



**FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR**



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

1



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PAGINACIÓN

DISCONTINUA



ARZOBISPADO NACIONAL
AZÍMUTAL
MEXICO

Autoriza a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Liliana Guerrero

Mora

FECHA: 24-10-03

FIRMA: [Firma]

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito: " La teoría de conjuntos: Un elemento esencial para la formación del pensamiento lógico"

realizado por Liliana Guerrero Mora

con número de cuenta 8801434-8 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuarial

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	Mat. Claudia Hernández García
Propietario	M. en C. José Antonio Flores Díaz
Propietario	Mat. Concepción Ruiz Ruiz-Funes
Suplente	Act. Marypaola Janett Maya López
Suplente	Dra. María de la Paz Alvarez Scherer

[Firmas manuscritas de Claudia Hernández García, José Antonio Flores Díaz, Concepción Ruiz Ruiz-Funes, Marypaola Janett Maya López, y María de la Paz Alvarez Scherer]

Consejo Departamental de Matemáticas

[Firma]
M. en C. José Antonio Flores Díaz

MATEMÁTICAS

*Gracias por toda esperanza
que nos ayuda a vencer
la que nos muestra el camino
y sostiene nuestra fe.*

Sergio

Amor gracias por siempre dibujar una sonrisa en mi y alegrarme en todo momento, por un amor eterno 'Enguis.

Yael

Angelito lindo gracias por estar con nosotros y darnos tanta felicidad que Dios te de su bendición y protección.

Mama y Papa

Gracias por su cariño y protección por ser mi refugio sin condición.

Hermanos

Gordito, Martinica, Keinkeica, Lora gracias por siempre estar a mi lado apoyándome y compartiéndome sus alegrías. Y también a Susan, Grillon, José, Constanza, Iván (por los que se integrarán) por formar parte de esta bonita familia.

A todas las personas que me ayudaron a realizar mi tesis gracias por su apoyo y motivación.

INDICE

Introducción ----- 1

Capítulo 1. ENSEÑANZA

1.1 INTRODUCCIÓN ----- 3

1.2 EL LENGUAJE ----- 3

1.3 ASPECTOS DEL LENGUAJE ----- 4

1.4 CONSIDERACIONES PSICOLÓGICAS ----- 6

1.5 EL APRENDIZAJE ----- 12

1.6 APRENDIZAJE COOPERATIVO ----- 14

1.7 LA ENSEÑANZA ----- 15

Capítulo 2. LOS NIÑOS Y LAS MATEMÁTICAS

2.1 INTRODUCCIÓN ----- 17

2.2 GENERALIDADES DE LAS MATEMÁTICAS ----- 17

2.3 EL PENSAMIENTO CUANTITATIVO ----- 23

Capítulo 3. EL APRENDIZAJE LÓGICO DEL NIÑO A TRAVÉS DE LOS ELEMENTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS

3.1 LOS CONJUNTOS ----- 26

3.1.1 EL LENGUAJE DE LAS MATEMÁTICAS ----- 31

A

3.2 OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS-----	37
3.3 CORRESPONDENCIA Y CARDINALIDAD ENTRE CONJUNTOS-----	51

Capítulo 4. ACTIVIDADES

4.1 INTRODUCCIÓN -----	57
4.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS-----	57
4.3 OBSERVACIÓN E INFERENCIA -----	61
4.4 COMPARACIÓN -----	66
4.5 CLASIFICACIÓN-----	70
4.6 SECUENCIAS -----	78
4.7 RELACIONES -----	81
4.8 LOS DIAGRAMAS DE VEEN -----	84
4.9 ESTIMACIONES -----	87

APÉNDICE

CONSIDERACIONES -----	92
CONCLUSIONES -----	97
BIBLIOGRAFÍA-----	100

INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta tesis es proponer una herramienta que puede facilitar la ardua tarea de enseñanza y apoyar en el desarrollo intelectual.

Primero se hará una propuesta sobre el proceso de aprendizaje del niño. Se presentará la teoría piagetiana, que sugiere el desarrollo intelectual de este, que pasa por varias etapas, pues conforme él crece su intelecto y su conocimiento irán aumentando.

Se deben tomar en cuenta la edad y los conocimientos previos que tiene el niño, ya que el grado de complejidad del tema que se quiere enseñar depende de la etapa de desarrollo cognitivo en la que él se encuentra.

Cuando se quiere enseñar algo o transmitir un conocimiento es con base en el lenguaje, este es una herramienta fundamental en la enseñanza, de hecho en las escuelas se basan en él.

Con el paso del tiempo, la educación ha evolucionado, siendo en sus orígenes meramente verbal a una en la que el niño realiza actividades e interactúa con sus compañeros y maestros. Con base en esto, es que se proponen algunas consideraciones y reflexiones sobre el lenguaje y la enseñanza.

El tema central se enfocará en la problemática del aprendizaje de las matemáticas. Una pregunta por qué los niños les tienen tanto miedo, y les son tan difíciles de asimilar y se analizará qué es eso que hay detrás que hace que nadie las quiera.

Se percibe que los niños juegan con las matemáticas desde muy pequeños. Se debe comprender que ellos aprenden con todo lo que les rodea en la escuela en su casa o en otro lugar, conformando poco a poco sus conocimientos y estructuras mentales.

Mi interés principal no es la enseñanza de la teoría de conjuntos en la primaria, sino proponer una forma de enseñanza de las matemáticas a través de la construcción de los conceptos.

En esta tesis se proporciona la información necesaria para la formación de los conocimientos de los niños, así se podrá utilizar las actividades que se enlistan. Se podrá escoger libremente las actividades que se adapten más a las necesidades del niño de acuerdo con las matemáticas que esté estudiando.

Estas actividades conformarán un cuadernillo que puede servir de guía que incluye las indicaciones y los materiales necesarios para llevar a cabo las actividades. Esperando que este material ayude a lograr un mejor entendimiento de las matemáticas y que el lector y el niño las disfrute y se enamore de ellas.

El objetivo del capítulo uno es presentar el mundo de aprendizaje, para conocer el proceso por el cual pasan los niños para comprender y razonar. En el capítulo dos se muestra material de apoyo para que se introduzca al niño al mundo de las matemáticas y apoyarlo en el proceso del pensamiento lógico. En el capítulo tres se proporciona apoyo para el niño por medio de la construcción de conceptos y desarrollar habilidades de pensamiento a través de los conjuntos. En el capítulo cuatro se da diversidad de material de apoyo para llevar a cabo las actividades.

CAPITULO 1

ENSEÑANZA

1.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo es introducir al lector en el mundo del aprendizaje, con el objetivo de que comprenda el proceso, por el que pasan los niños para comprender y razonar todo lo que les rodea, para ir desarrollando un razonamiento cada vez más abstracto. Es importante que quien vaya a transmitir su conocimiento al niño comprenda y conozca la forma en que el niño construye su pensamiento, para lograr un mejor resultado en el aprendizaje del niño, y logre tener una mejor visión al respecto de esta ardua tarea de enseñar.

1.2 EL LENGUAJE

Durante mucho tiempo era lo mismo pensar que hablar, un ejemplo de ello se observaba antes en la escuela, cuando un alumno se retrasaba en las clases, lo mandaban a tomar cursos especializados en lingüística.

Acerca del lenguaje y su desarrollo hay diversas posiciones:

- Se establece la independencia entre el pensamiento y el lenguaje dándose la convergencia al paso del tiempo con el desarrollo del niño.
- La función del lenguaje no es la misma a lo largo del desarrollo del niño.
- El lenguaje da lugar al desarrollo cognoscitivo, por ejemplo el niño primero aprende a decir las cosas y luego a hacerlas.
- Primero es el desarrollo intelectual y después el lenguaje.

De estas posiciones la más aceptada es que a partir del desarrollo del pensamiento da lugar al lenguaje, a cada progreso del pensamiento corresponde un avance para el lenguaje.

El niño desarrolla el lenguaje de acuerdo con sus experiencias, éstas son cruciales para que las palabras tengan sentido. Él necesita experiencias físicas como modelos, antes de estar expuesto al lenguaje, de las cuales son abstraídos los conceptos.

Los niños son muchas veces introducidos al lenguaje de las matemáticas antes de que estén listos para hacer abstracciones apropiadas de los símbolos, para esto se deben llevar acabo una variedad de operaciones concretas.

Por ejemplo, los niños tienen una "escritura", ellos dibujan imágenes mentales de elementos comunes, que van conformando sus estructuras, las cuales son abstracciones de lo que va a ser aprendido. Una vez que los conceptos han sido entendidos, pueden ser verbalizados y simbolizados elocuentemente.

1.3 ASPECTOS DEL LENGUAJE

El lenguaje tiene una función comunicativa. Se puede observar que desde el nacimiento del niño, él se manifiesta mediante gritos y llantos para satisfacer alguna de sus necesidades o molestias, obteniendo como resultado la atención de algún adulto, aunque cabe señalar que no es la intención del recién nacido llamar a un adulto, pero el resultado es ése. El niño establece una forma de comunicación con la madre basándose en vocalizaciones y sonrisas; a esta conducta se le da el nombre de protoconversación, éste es el principio para el desarrollo de la actividad lingüística posterior. Estos aspectos del lenguaje están determinados por factores biológicos e innatos.

A la edad de tres o cuatro meses, el progreso del lenguaje se convierte en producir balbuceos, los cuales son producto de la imitación del habla de las personas adultas.

Cuando el niño pronuncia sus primeras palabras, éstas no designan conceptos o tipos de objetos, la designación progresará lentamente con el transcurso del tiempo. Este proceso es muy fácil darse cuenta ya que una palabra no tiene el mismo significado para un niño que para un adulto.

Los gestos y balbuceos son el juego simbólico que utilizan los bebés para imitar a los adultos y así avanzan en el aspecto de la comunicación y desarrollo del lenguaje, por ejemplo cuando el niño aplaude copiando los movimientos de las personas.

El niño presenta dos aspectos en el lenguaje, que no sólo designa propiedades objetivas de las cosas, sino subjetivas, en éstas aportan su punto de vista para designarlas. Después de un largo camino estas palabras cobrarán un sentido para los adultos que están alrededor de él.

Uno de los aspectos que se observa en el niño es que generalizan el significado de una palabra. Por ejemplo al niño se le dice el nombre de una pelota y posteriormente se lo asigna a todo objeto esférico, y el otro aspecto es lo contrario que puede hacer, la restricción; por ejemplo: éste le puede decir sólo hombre a su papá.

El niño trata de dar la mayor información en una o dos palabras, por lo que sólo se enfoca en los aspectos más esenciales de la situación, por ejemplo cuando él tiene hambre le dice a su mamá leche, él no le dice "mamá tengo hambre y quiero tomar leche". Dado que el niño va avanzando en el campo lingüístico también progresa en el conocimiento del lenguaje. Sin embargo, él confunde la palabra con lo que designa, por ejemplo: el niño sabe la palabra pipi y la designa a un coche, pero no sabe lo que es una palabra. Este campo es muy importante para el desarrollo del lenguaje, la lectura y la escritura.

El niño todavía no comprende el carácter de las palabras, él no diferencia aún entre el significado y el significante, por ejemplo, cuando a él se le pregunta por una palabra larga, él responde cuerda, esto es, porque la cuerda es larga. El significativo es el

objeto al que le designa el nombre de cuerda y palabra larga es el significado. El niño debería responder, por ejemplo parangaricutiririmicuaru, pero él todavía no comprende el aspecto de una palabra, ésta sólo sirve para designarla a un objeto, también lleva consigo una intención, un deseo, petición, relaciones, etc.

Lo importante del lenguaje son sus avances, o sea, la capacidad de comprender y darse a entender produciendo un número indefinido de frases nuevas para el niño. El desarrollo del lenguaje no es sólo innato, sino también se contribuyen al desarrollo de éste, porque el niño no lo puede aprender solo sin escuchar sonidos.

En este caso el lenguaje es caracterizado por su importancia de transmitir la mayor cantidad de información, por lo tanto es uno de los pilares de la educación.

1.4 CONSIDERACIONES PSICOLÓGICAS

El niño se desarrolla, al paso de los años, como resultado de la interacción con el medio ambiente y también por la madurez que adquiere. Se puede dividir el desarrollo de él en cuatro etapas que define Jean Piaget (1896-1980)¹. Las edades, en las que se dividen las etapas, son un estimado ya que cada niño es único y diferente, por lo tanto su desarrollo también es diferente al de otro niño.

La primera etapa, senso-motriz, generalmente se da en los dos primeros años de vida. Aquí el niño empieza a imitar sonidos, acciones y reconoce que los objetos existen incluso cuando están fuera de su vista.

La segunda etapa, preoperacional, generalmente se da entre la edad de dos y siete años. En ésta, el niño aprende a utilizar el lenguaje y la habilidad para pensar en términos simbólicos.

¹ Piaget psicólogo y pedagogo suizo, conocido por su trabajo pionero sobre el desarrollo de la inteligencia en los niños.

La tercera etapa, operaciones concretas, tiene lugar entre los siete y los once años, aquí los objetos concretos proveen el medio para aprender. El niño descubren en esta etapa que los objetos pueden ser cambiables o movibles y todavía mantienen muchas de sus características, y estos cambios pueden ser reversibles, por ejemplo cuando congelamos el agua se puede revertir el estado en el que se encuentra.

La cuarta etapa, operaciones formales, comienza a la edad de once años, sin embargo muchos adultos nunca operan completamente en un nivel formal. Aquí el niño aprenden a pensar lógicamente acerca de problemas abstractos.

Jean Piaget² ha influido en el trabajo de los maestros a cerca del desarrollo cognoscitivo³. Una importante idea de él, que está asociada a la etapa de operaciones concretas es la conservación. Cuando se tiene un número de objetos en un conjunto, éste no cambia, aun si los objetos son colocados en diferentes posiciones, a esto se le llama conservación de números. También se tiene que la cantidad de líquido no varía cuando se cambia de recipiente, por ejemplo de un recipiente angosto y largo a otro recipiente ancho y bajo. Y la conservación de longitud, esto es que un objeto conserva su longitud se da aunque esté en movimiento.

Se tiene otros dos procesos adicionales y complementarios del desarrollo cognoscitivo descritos por Piaget. La asimilación es el proceso por el cual se adquiere información. Esta causa que se ajusten o modifiquen sus entendimientos sobre las ideas o eventos. Por ejemplo cuando al niño se le da de comer puré de papa, el niño lo conoce como sustancia viscosa; pero cuando se le presenta a él la papa sin cocinar el niño en

² Psicólogo Jean Piaget. *Teaching and Learning elementary and middle school Mathematics* Macmillan Publishing (1992), p. 25

³ Cognoscitivo: Dic. de lo que es capaz de conocer.

ese momento modificará la imagen de la papa y su entendimiento, cuando se le presenten las papas de otra forma guisadas. Es a través de las experiencias, que el niño descubre relaciones y problemas. Pero el tema de asimilación se retomará más adelante.

El niño, en etapa preoperacional, usa procedimientos de conteo mentales para resolver problemas aritméticos. Éste es relativamente exitoso analizando y resolviendo problemas verbales simples. Antes de una enseñanza formal de la suma y resta el niño utiliza estrategias informales de conteo para la suma y resta. Por ejemplo un niño de dos años no sabe sumar ni restar formalmente, pero si comprende cuando tiene un dulce y se le da otro más o cuando tiene que repartir su manzana en dos.

Brownell⁴ influyó en la educación matemática ya que planteó su teoría del significado de instrucción aritmética. Ésta hace referencia a que los niños deben encontrar sentido a lo que aprenden, para que sea menos un reto para la memoria y más un reto para su inteligencia, nombrándola "reorganización instruccional".

Los conceptos son imágenes mentales o ideas. Para describir o etiquetar conceptos se usan las palabras y símbolos. Por ejemplo: zanahoria es una colección de sonidos que le trae a la mente al niño una imagen de una idea generalizada de un cierto vegetal. Esta imagen depende de las experiencias, tradiciones y el lenguaje porque el niño pudo tener su primer contacto con una zanahoria hecha jugo y luego en una ensalada; pero el niño realmente no conoce la forma de la zanahoria hasta mucho después que relaciona ese vegetal anaranjado que mamá cose, pica y guisa en la cocina.

Desde el nacimiento el niño puede aprender conceptos, éstos pueden dar comienzo inmediatamente con la convivencia con sus padres. Cuando el niño crece utiliza el lenguaje y los símbolos para nombrar imágenes mentales ya formadas y después para

⁴ Brownell (1992).Op. Cit. p. 25

nuevos conceptos, por ejemplo cuando un niño conoce que la pelota la puede aventar y después descubre que también la puede patear.

Para que el niño adquiera un nuevo concepto generalmente requieren un número de experiencias comunes relacionadas. El niño no aprende escuchando sólo las palabras o la definición, sino que encuentra las propiedades comunes de muchos ejemplos aparentemente sin relación, están abstrayendo las experiencias concretas. Pero el lenguaje es construido durante o después de la formación de conceptos de experiencias nuevas.

Los conceptos ya formados son el conocimiento de las personas, están basado en las experiencias adquiridas, cuando una nueva experiencia ocurre, se introduce en la estructura ya existente de la persona. Piaget⁵ a este proceso lo nombró asimilación. Depende de la familiaridad de las experiencias y el estilo de aprendizaje del niño, estas experiencias son recibidas o rechazadas que dependen de la estructura mental de una persona. El esquema es una parte que la mente usa para construir la comprensión de un tema y entender un concepto, significa que un esquema apropiado ha asimilado el concepto.

Cuando se tiene una herramienta tan poderosa como es, la idea de cómo funcionan los esquemas para la enseñanza de las matemáticas, se tiene que las relaciones, las ideas y los patrones de las matemáticas se entienden en lugar de memorizarse, cuando su estructura mental puede ser identificada y desarrollada. Se puede tener como efecto cuando un niño memoriza sus conocimientos de las matemáticas, que llegue a un punto en el que olvide las reglas que memorizó y sea incapaz de seguir aprendiendo.

⁵ Psicólogo Jean Piaget (1992). Op. Cit. p. 26

Se debe proveer al niño experiencias matemáticas en alguna forma para que asegure que serán entendidas y tenga una base sólida para su desarrollo matemático posterior y no sea sólo memorizar las fórmulas o conceptos.

Para el niño que todavía no está preparado para un pensamiento formal, el pensamiento intuitivo es un buen recurso para el aprendizaje. Aun cuando el individuo ha llegado a la etapa formal de Piaget⁶, el pensamiento intuitivo es necesario para llegar a un entendimiento preliminar de un concepto nuevo.

Cuando se aprende a través del pensamiento intuitivo es gracias a experiencias con materiales concretos e ideas, debido a éste, un concepto tiene sentido antes de que el entendimiento completo tenga lugar. Por ejemplo, cuando un niño juega con dos barras de diferentes colores y las junta o cambia de posición construye patrones; y aún cuando no aprende acerca de la propiedad conmutativa de la adición, más adelante aún cuando se le presente al niño estas propiedades, será capaz de entenderlas. Figura 1.1

⁶ Psicólogo Jean Piaget (1992). Op Cit. p. 27

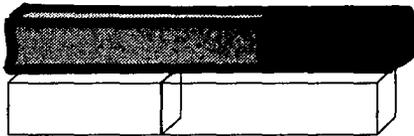
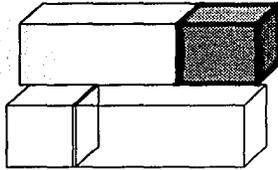
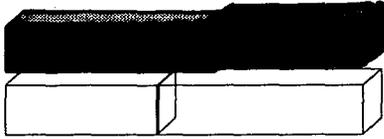


Figura 1.1

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Después del pensamiento intuitivo viene el pensamiento reflexivo. En cada niño puede variar la edad pero se estima que después de los siete años tiene lugar el pensamiento reflexivo. El pensamiento reflexivo, además de reflexionar incluye inventar, imaginar, jugar con ideas, resolver problemas, crear problemas, generalizar y crear teorías. Este pensamiento reflexivo le permite al niño saber cómo está constituido algo y no sólo hacer su tarea, sino también realizar una suma $14+56$, y saber explicar cómo se llevó a cabo la operación y así no sólo memorizar respuestas o fórmulas.

En los adultos, el pensamiento reflexivo tiene el efecto de alterar los esquemas originales, ya que el individuo tiene una percepción de una idea, que compara con otra interpretación de esta manera, el adulto tiene la decisión de escoger y modificar el esquema original si lo desea.

Las consideraciones psicológicas, en la enseñanza de las matemáticas, incluyen saber en general cómo desarrolla el niño conceptos y en particular conceptos matemáticos, qué pasa una vez que un concepto es aprendido, cómo fomentar los procesos de pensamiento y el papel del lenguaje.

1.5 EL APRENDIZAJE

Los psicólogos definen el aprendizaje como un cambio de la capacidad y de la conducta. Estos cambios son "relativamente" permanentes porque los conocimientos no se desechan; pero no siempre se atribuyen al proceso del desarrollo físico.

El aprendizaje se basa en el lenguaje ya que es una forma de transmitir los conocimientos, por esta razón los métodos de enseñanza para el niño es muy difícil, tomando en cuenta la gran diferencia que existe entre el lenguaje del niño y del adulto. Pero a su vez es más sencillo porque se emplea un lenguaje menos complicado cuando se trata con un niño. Y así éste empieza su aprendizaje y su acumulación de experiencias.

En el aprendizaje hay limitaciones, que están ligadas a la edad, por lo que se debe tomarlas en cuenta, al momento de enseñar algo nuevo, porque el niño dependiendo de su edad cuenta con algunos conocimientos, pero aún no ha adquirido experiencia para poder comprender conceptos más complejos. Pero si se emplean métodos especializados y se logra una relación con la experiencia escasa del niño y la enseñanza nueva, se podrá lograr que éste incremente sus conocimientos.

Los niños aprenden de diferentes formas y maneras, sobresaliendo de algún modo en particular. Ya sea a través de la experiencia del tacto - kinéticas, esto es, tocando objetos y del movimiento físico. Los niños que aprenden escuchando a otros y logran comprender son auditivos. Los que son aprendices visuales aprecian más los modelos pictóricos.

Algunos niños tienen problemas de aprendizaje, de igual modo hay otros que aprenden más rápido. A los primeros les puede tomar más tiempo, tienen menos interés y parecen incapaces de retener los conceptos y habilidades, mientras que los otros pueden, disfrutan de los retos intelectuales, aprender y progresar más rápidamente.

Los niños, pueden estar cohibidos, tímidos y estar incómodos o puede suceder lo contrario estar a gusto como en casa. De esto se puede concluir que un niño dependerá de un adulto si su aprendizaje es lento y si pasa lo contrario el niño no necesitará de mucha ayuda, porque aprende más rápido.

El aprendizaje suele ser espontáneo o incidental, pero a largo plazo el aprendizaje necesita una base que lo enriquezca y fortalezca como en la escuela, en donde el maestro es quien coloca los cimientos.

1.6 APRENDIZAJE COOPERATIVO

La competencia en el salón de clase y el énfasis que el niño pone en ser el mejor, el más rápido o el más brillante puede ser destructivo. Aplicar la competencia en el salón de clase para aumentar la motivación es poco efectiva, porque los niños que pueden competir lo hacen, pero los que no pueden no serán motivados e incluso se sentirán excluidos. En un grupo de treinta niños uno es más sobresaliente que los demás, los otros veintinueve tienen capacidades menos brillantes.

Es muy importante diferenciar entre ser el mejor y dar lo mejor de uno mismo. Una competencia amigable a veces no es dañina, al contrario, incrementa la amistad y la apreciación común entre individuos o grupos.

La cooperación y el hecho de tener una causa común, conduce al desarrollo persona y se puede involucrar a otras personas. Los niños se dan cuenta de la diferencia que implica recibir ayuda de otros compañeros, y de trabajar juntos comparando el trabajo en equipo de la competencia unos contra otros. Pero la cooperación no sucede fácilmente, se requiere inculcar el espíritu cooperativo.

El niño de seis años aún no ha desarrollado la capacidad de trabajar en grupo. Disfrutan los juegos que involucran a muchos compañeros, pero la actividad debe permitirle una libertad individual considerable. Puede realizar actividades como obras de teatro u otras con grupos pequeños donde la cooperación y el compartir se fomenten.

En cambio, los niños de ocho años ya son capaces de interactuar y trabajar en equipos pequeños. No es necesario que los niños sean siempre supervisados, ellos son capaces de entender las indicaciones y las tareas que se les proporciona. Son capaces de asumir un liderazgo en grupos pequeños, pero muy rara vez con el grupo completo.

Este aprendizaje cooperativo debe ser utilizado para que los desacuerdos académicos y las controversias entre el grupo de trabajo sean posibles de manejar y dar solución a los conflictos de una manera constructiva.

Los esfuerzos de los integrantes del equipo deben ser apoyados por ellos mismos y motivar la retroalimentación del equipo, procurando la participación de todos los integrantes del equipo.

El equipo debe conformarse con niños de habilidades altas, medianas y bajas para promover así la discusión, la retroalimentación, la enseñanza cooperativa y la justificación de las respuestas.

1.7 LA ENSEÑANZA

La enseñanza desde sus inicios fue puramente verbal. El niño sólo tenía que escuchar al maestro y repetir lo que éste le indicara; pero la enseñanza poco a poco fue cambiando.

En el siglo XVII el método sensorial - intuitivo fue puesto en práctica y cambió los aspectos de la enseñanza, se puede decir que este método revolucionó la enseñanza. Éste consistía en colocar imágenes en los libros de texto que ilustraran más al niño y le permitieran tener contacto con la naturaleza, y así lograr una enseñanza por medio de la observación, como en la actualidad, y no solo verbal.

La enseñanza se puede basar en diferentes métodos como:

-Por medio del lenguaje, o sea, verbalmente.

-Aprendizaje práctico: permitir que el niño realice actividades dándole las indicaciones adecuadas.

-Por demostración: quiere decir que el niño sólo va a ver cómo se realizan las actividades.

La enseñanza se basa en los sentidos y la intuición del niño, con las cuales aprende las actividades académicas. Es necesario ofrecer en lo posible, elementos sensibles a la percepción y a la observación de el niño. Pero en la actualidad la escuela

sigue siendo de escaso interés para el niño, porque no está adaptada a sus necesidades y no tiene interés en el desarrollo intelectual individual.

La enseñanza significa dirigir, canalizar, proveer, sugerir, anticipar y estimular en todo lo posible al niño. Se debe proporcionar a éste un ambiente de aprendizaje que consiste de escenarios físicos en donde la enseñanza y el aprendizaje tienen lugar. El ambiente de aprendizaje debe ser la organización física del salón de clases, de las áreas de recreo, y de áreas verdes, donde el niño pueda tener contacto con lo que le rodea, y que esté adaptado a sus necesidades para su buen desarrollo, así se le estará apoyando para un aprendizaje más factible.

CAPITULO 2

LOS NIÑOS Y LAS MATEMÁTICAS

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se trata de enseñar a niños de 8 a 11 años de edad algunos puntos de las matemáticas. El principal interés es proporcionar al público interesado, en el tema, un material de apoyo para ayudar a que los niños tengan un primer acercamiento a las matemáticas, ya sea en la escuela o en la casa. Se tiene que tomar en cuenta que no es necesario esperar a que los niños tengan quince años para que aprendan las matemáticas, se puede introducirlos desde pequeños para aventajar este aprendizaje. Cabe recalcar que el objetivo es introducir al niño al pensamiento lógico por medio de actividades de clasificación, agrupación, para apoyarlo en este proceso

Cabe puntualizar que, es enorme la cantidad de conocimientos que el niño debe adquirir en su desarrollo, por lo que es necesario apoyarlo para que tenga éxito en su aprendizaje. Una forma de dirigirlo es introducirlo poco a poco en el tema, de esta manera él tendrá el tiempo suficiente para la comprensión y después para asimilar el tema, y así se puede ir aumentando el grado de dificultad de los conceptos.

2.2 GENERALIDADES DE LAS MATEMÁTICAS

En las primeras etapas del aprendizaje de el niño en matemáticas, los conceptos que conciernen a la materia deben estar estrechamente relacionados con el lenguaje, porque es la forma más precisa para enseñar las matemáticas, ya que el niño no está familiarizado con significados, fórmulas y símbolos que se relacionan con la materia. Por ejemplo, cuando se le enseña al niño a contar el número de carritos que tiene no se

enseña así $1+1+1+1=4$ sino que se trata de explicar con palabras. Una manera muy recurrente es: *tengo uno, dos, tres y cuatro carritos*. Un error que cometen los adultos frecuentemente es que quieren enseñar al niño a sumar, antes de que se este seguro de que el niño ha logrado entender la noción intuitiva de la suma (usando conteo y manipulación de objetos) y la representación simbólica de la suma.

Las matemáticas son un área del conocimiento en la que el lenguaje a menudo causa distorsiones y malos entendidos. La confusión ocurre frecuentemente cuando el lenguaje no es familiar, y se presenta cuando el individuo no entiende el significado o antes de haber tenido alguna experiencia relacionada. Por ejemplo, cuando se trata de enseñarle a un niño o adulto por primera vez la suma y se utiliza la expresión "adición de números reales" él no entenderá de lo que se esta hablando debido a que todos estos términos son desconocidos.

En el medio en que se desarrollan los niños están interactuando con las matemáticas desde muy corta edad, cuando manipula juguetes de diferentes tamaños, muñecos que se transforman en otros objetos, las relaciones familiares, los ingredientes y las porciones de una torta, el tamaño del cabello de su mamá, el niño que corre más rápido, etc. El ambiente en el que el niño crece está lleno de números, figuras, distancias, lugar, tamaño, velocidad aunque ellos no son conscientes de esto y tal vez tampoco saben qué es.

El niño va conociendo el mundo en el cual tiene muchas experiencias con los números, de hecho éstos forman parte de su vida, desde el principio de su comunicación aunque el no se de cuenta. Él poco a poco va comprendiendo y entendiendo el mundo que lo rodea, como sería la comunicación, las relaciones familiares, la intensidad del sonido (volumen alto, volumen bajo), la distancia (lejos, cerca), el tiempo (mañana, noche), comparaciones (diferentes, iguales). Por ejemplo, el niño sabe que después de

bañarse en la noche es hora de dormir o que su mamá utiliza un volumen de voz alto cuando está enojada.

Los materiales como los bloques para armar con patrones, colores, figuras, rompecabezas, envases de diferentes tamaños, arena, agua, barras, también las calculadoras y computadoras con los programas adecuados son útiles para que el niño desarrolle sus habilidades para contar, crear, construir, comparar y discutir.

El niño juega con el material y observa lo que le rodea comprendiendo ideas, como puede ser el tamaño de las cosas, y después trata de expresar sus ideas con el lenguaje (un pedazo de pastel grande) y por último simbólicamente. Por ejemplo, el niño puede observar y jugar con sus canicas, ver cuántas tiene y después puede expresar con el lenguaje esta cantidad, conforme avanza en su desarrollo él puede expresar la cantidad de canicas que tiene con puntos en su cuaderno, y por último, después de unos años de estudio, puede expresar con ecuaciones otros conceptos. Este proceso se desarrolla a lo largo de varios años de aprendizaje de el niño.

El niño conocen las cosas con su vista y a partir de este primer contacto con las cosas van a relacionarlas, pero para los adultos es diferente, porque ellos ya pasaron esa etapa en la cual todo era desconocido, ya cuentan con un conocimiento previo de las cosas y un lenguaje al cual están ligadas.

Para cualquier persona, pero se refiere especialmente al niño, sería más fácil comprender cómo están relacionadas las cosas, que sólo memorizar hechos sin relación. Por ejemplo, si se le dice al niño que tiene un año de edad, es muy probable que el niño no comprenda lo que es tener esa edad, sin embargo, lo repetirá cuando le pregunten qué edad tiene. Otro ejemplo sería la multiplicación, sin embargo cuando el niño ha comprendido esta operación entonces él obtiene una estructura definida, al contrario si sólo se memoriza "tres por tres es nueve" no se le da importancia o es ignorada la estructura y es muy posible que al niño se le olvide el resultado de multiplicar tres por tres.

Y también, cuando al niño se le obliga a memorizar $a + b = c$, el niño no le da la importancia necesaria ni siquiera lo entiende, por lo que al siguiente día no lo va a recordar. En cambio, cuando el niño comprende el tema que se le está enseñando en ese momento le será fácil comprender las expresiones y su importancia.

Lo ideal sería que el niño tenga una cultura matemática, esto significa que pudieran aplicar las matemáticas a sus problemas y retos porque entenderán lo que está haciendo. También significa que el niño sería capaz de construir y reconstruir conceptos y procedimientos aun cuando los hubieran olvidado. Las matemáticas proporcionan al niño seguridad para abordar los problemas y persistir cuando los retos perduran. Todo esto podría alcanzarse si se logra hacer que él comprenda y no sólo memorice.

El niño debe tener retos constantemente a través de problemas, acertijos y patrones durante su aprendizaje de las matemáticas. Alentar a éste a plantear sus propios problemas les ayuda a pensar diferente acerca de la solución de problemas. Por ejemplo, cuando se plantea al niño el problema de averiguar cuántos años tenía su mamá cuando él nació, si ella tiene ahora 35 años y él tiene 7, se puede sugerir al niño que formule un problema que además puedan resolver otros niños, a él se le puede ocurrir alguno parecido al ejemplo pero lo importante es que el niño comprenda el problema.

Para empezar a ayudar al niño a que comprenda las relaciones que existen entre las cosas, es necesario utilizar objetos que estén relacionados de una manera sencilla. Esos objetos pueden ser desde una flor hasta un avión; siempre y cuando tengan la propiedad de clasificarse fácilmente, para que el niño pueda comprender la clasificación y así ayudarles en esta complicada labor. Y así poco a poco, el niño va a ir interactuando con objetos cualesquiera y los va a poder clasificar formando así "*conjuntos*", los cuales los niños todavía no saben que existen, y al paso del tiempo van a ir asimilando para qué sirven y cómo son.

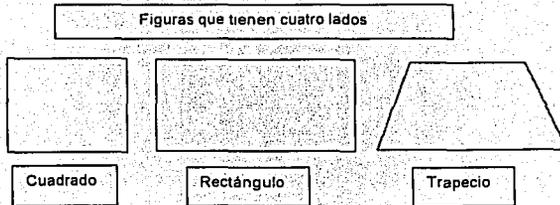
Conforme el niño avanza en el tema de clasificar, el nivel de dificultad debe aumentarse para que la clasificación sea cada vez más compleja. Por ejemplo, el niño entre 3 y 5 años de edad juega con 3 cubos de diferente tamaño pero de igual color, es muy probable que los clasifique por tamaño chico, mediano y grande. Se puede dar después a un niño entre 6 y 8 años de edad otros tres cubos de diferente tamaño pero también de diferente color para que el niño pueda clasificar por tamaño o por color. Después se puede dar a un niño mayor de 8 años de edad no tres cubos, sino tres figuras de diferente tamaño, color y forma. Después de que el niño tenga dominio de una clasificación sencilla se le da una tarea más complicada como podrían ser nueve figuras con tres tamaños, dos colores, y dos formas diferentes. Así, el niño podrá clasificarlas de acuerdo con distintos criterios para aumentar así la dificultad de clasificación.

Pero es conveniente mencionar que el aprendizaje de el niño al clasificar, lleva tiempo porque no es una tarea sencilla y se habla de años de estudio y práctica que lleven éstos.

Se toma en cuenta que la clasificación de objetos se puede hacer con las características de los objetos, pero también se tiene que tomar en cuenta sus propiedades. Por ejemplo, se observa que el niño de quinto grado no tiene mayor dificultad para distinguir entre un rectángulo y un cuadrado, pero es más difícil para ellos, y para algunos adultos, comprender que todos los cuadrados son rectángulos⁷; pero no todos los rectángulos son cuadrados. No sólo es necesario que los niños puedan clasificar cuadrados y rectángulos a simple vista, porque en algunos casos también es conveniente que conozcan las propiedades de los objetos que desea clasificar.

⁷Un cuadrado es un rectángulo que tiene 4 lados iguales.

Analiza las siguientes figuras.



Se puede observar que todas las figuras tienen cuatro lados, por lo tanto tienen una característica en común pero cada figura tiene sus propiedades. Por ejemplo, se comparan las propiedades del cuadrado con las del rectángulo:

- El cuadrado tiene cuatro lados y todos son iguales
- El rectángulo tiene cuatro lados y tiene dos parejas de lados iguales

Por lo cual si se tiene un cuadrado también cumple con las características del rectángulo ya que el cuadrado tiene dos parejas de lados iguales. Pero un rectángulo no cumple las características de un cuadrado porque no tiene sus cuatro lados iguales.

Ahora bien si se quiere clasificar las figuras por el número de lados, las tres figuras estarían en el mismo conjunto, sin embargo, si el criterio de clasificación fuera que todos los ángulos internos fueran rectos, el trapecio ya no pertenecería al conjunto.

2.3 EL PENSAMIENTO CUANTITATIVO

Aprender matemáticas es un medio para desarrollar las habilidades del pensamiento cuantitativo y lógico de los niños o adultos. Pero también es un fin, porque cuando el niño ha desarrollado habilidades básicas de cálculo y puede aplicar este conocimiento a su mundo, las matemáticas se vuelven funcionales en su vida, aunque sean las matemáticas más básicas. Pero sobretodo, tener cuidado en que la enseñanza de las matemáticas no sea aburrida e incoherente, todo lo contrario, debe retar su imaginación, generar soluciones creativas en su medio y esto podría ser a través del arte, música, conversación u otras disciplinas.

Para comenzar a construir estructuras lógicas en las matemáticas, se pueden empezar a dar el desarrollo de un entendimiento numérico inicial que involucre clasificación, relación y orden. Para poder lograr lo anterior se pueden utilizar objetos y conjuntos para ilustrar, la numeración y operación, como se mostrará en el capítulo 3 de actividades.

El niño piensa cuantitativamente antes de entrar a la escuela aunque sea inconscientemente, por ejemplo, en la cercanía y el orden de los objetos, o la secuencia de los colores de algún juguete. Empieza a juzgar a los objetos dependiendo si son pocos o muchos, grandes o pequeños, largos o cortos, rápidos o lentos. Obviamente, no está estudiando en los libros de matemáticas y sin embargo, está rodeados de un mundo cuantitativo aunque el no lo comprenda.

Para el niño es fácil aprender habilidades y conceptos interrelacionados, por eso las matemáticas deben estar relacionadas con otras disciplinas y que él comprenda que esta materia no se encuentra aislada. Y además que entienda la utilidad de la relación de estas disciplinas, ya que son una máquina de engranaje cuyas bases descansan unas en otras. Por ejemplo el niño no aísla sus experiencias de la vida, separando matemáticas e historia, al contrario, las relaciona. Para aprender a caminar, hablar, cantar o cualquier

actividad el niño no separa sus conocimientos por materia porque al separar o aislar los conocimientos no se complementan entre sí.

Se debe intentar que las matemáticas en relación con otras materias se relacionen entre sí y se logre una enseñanza mejor integrada para que el niño se de cuenta de que el conocimiento de cualquier materia se relaciona con todas las demás materias.

El proceso educativo debe proporcionar al niño varias experiencias relacionadas en un ambiente real, ya que es crucial que éste vea la relación entre todo lo que le rodea y que aprenda a reconocer lo que le sea realmente útil.

Al comparar la escuela de los abuelos con la actual, lo más valioso en la escuela de los abuelos eran las cuentas exactas, operaciones y que los niños supieran hacerlas muy bien. Pero en la actualidad hacer muy bien las operaciones no debería ser lo más importante, porque ya existen las calculadoras que hacen las operaciones de manera más rápida y exacta. Se tiene que incentivar al niño a hacer más que operaciones, tiene que estar por encima de las máquinas, y dejar el trabajo mecánico o tedioso para éstas. Es decir, que él aprenda las matemáticas y con ello, vaya aprendiendo a pensar mejor, a adquirir con la práctica mejores técnicas de pensamiento y pueda descubrir poco a poco esta materia. Aparte de comprender no sólo cómo utilizar la calculadora sino también cómo realizar los cálculos que hace, pero sin la ayuda de ésta.

El niño es quien debe realizar las actividades y encontrar la solución, esto no quiere decir que se debe dejar solo, porque no descubriría nada o tal vez se tardaría mucho tiempo, de aquí la importancia del lenguaje para transmitir los conocimientos de una generación a otra.

Pero hay que tener claro que tampoco se trata de que se le dé todo hecho y que sólo escuche. Es como si se realizara el experimento de la reacción de algunas sustancias químicas y al contárselo al niño se quiere que le guste y lo comprenda, para que esto suceda él es el que tendría que hacer el experimento.

Se debe tener en cuenta los conocimientos de el niño, por ejemplo no se puede empezar con los números, un concepto abstracto que él no puede comprender sin una base teórica-práctica, por lo cual se debe tomar en cuenta el conocimiento de el niño para partir de ese nivel.

CAPÍTULO 3

EL APRENDIZAJE LÓGICO DEL NIÑO ATRAVÉS DE LOS ELEMENTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS

3.1 LOS CONJUNTOS

El objetivo principal de este capítulo no es la enseñanza de la teoría de conjuntos en la primaria, sino proponer una forma de enseñanza de las matemáticas por medio de la construcción de los conceptos y desarrollar habilidades de pensamiento a través de los conjuntos.

En la actualidad se habla de las matemáticas modernas y sin embargo, no existe esta nueva materia. En realidad es la misma matemática de hace unos años.

El matemático alemán George Cantor es considerado el padre de la Teoría de Conjuntos. Dio su primer tratamiento formal a esta disciplina en 1870, pero fue hasta 1874 que apareció el primer trabajo revolucionario de Cantor sobre la Teoría de Conjuntos. Él introdujo el concepto de **conjunto**⁸, uno de los más fundamentales en matemáticas. Mucha gente cree que la teoría de conjuntos son las matemáticas modernas, pero la teoría de conjuntos sólo es una parte de las matemáticas que comenzó a desarrollarse en el siglo XIX y que en la actualidad sigue desarrollándose.

Estas son algunas definiciones de "conjunto" que se encuentran en el diccionario:

- Reunión de varias personas o cosas que forman un todo.
- Una agrupación, clase o colección de objetos denominados elementos del conjunto.

⁸ Conjunto: Reunión de varias personas o cosas que forman un todo.

-Colección o grupo de entidades que cumplen una determinada condición característica.

La palabra conjunto implica la idea de una colección de objetos que se caracterizan por algo en común.

El niño está rodeado de conjuntos pero no se da cuenta, por eso es necesario guiarlo para que comprenda y pueda comenzar a clasificar y agrupar los objetos. Se trata, sobretudo al principio, de jugar con el niño mostrándole diferentes objetos que pueda ir clasificando fácilmente y además explicarle que está formando conjuntos. El tema de los conjuntos es complejo y le llevará tiempo y práctica comprenderlo.

Se pretende trabajar con niños de 8 a 11 años los cuales ya tienen más idea de la forma de clasificar cualquier conjunto de objetos que se le den o incluso sin los objetos presentes, pero se comenzará con lo básico.

Primero, hay que permitir que el niño manipule y juegue con distintos materiales cubos, carritos o fichas, por ejemplo. Después se sugiere que forme conjuntos sencillos ya sea de los cubos, los carritos o fichas, o con material que sea de la preferencia de él. Éste comenzarán a agrupar sus piezas ya sea por color o tamaño. Después se le da al niño pedazos de cuerda, para rodear el grupo de objetos y así poderlos diferenciar fácilmente.

Otro ejercicio es darle al niño cubos de color azul y amarillo, por ejemplo, si el niño ya formó un conjunto con cubos amarillos, se le preguntará porqué no ha metido el cubo azul con los cubos amarillos (en el conjunto de cubos), y éste le puede responder algo como "porque no es amarillo". Con esta pregunta se estará guiando al niño al tema de clasificar y agrupar en conjuntos, estos temas son muy importantes y complejos, y aunque ellos no se den cuenta. Estas actividades son sencillas y divertidas.

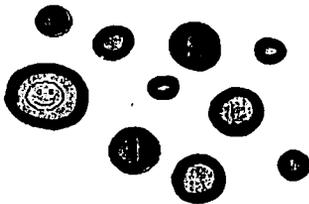
El niño ha generado un criterio que le permite operar en la elección de los cubos, y ha tomado una decisión admitiendo un cubo y desechando otro.

Ahora bien, después de que el niño ha comprendido y ha manejado bien la clasificación de objetos sencillos, y después se va a complicar un poco más la actividad, en vez de un criterio operativo, él aprenderá a clasificar dos criterios simultáneos (y después puede subir el grado de complejidad con tres, cuatro o más criterios).

Por ejemplo, en la siguiente actividad se debe colocar en el centro del salón pelotas que cuenten con las siguientes características:

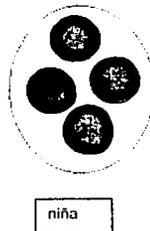
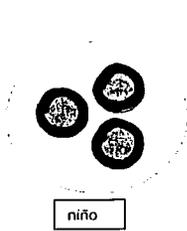
- Pelotas chicas y rojas
- Pelotas chicas y azules
- Pelotas grandes y rojas
- Pelotas grandes y azules
- Una pelota grande y azul con una carita

Para este ejemplo se utiliza las características anteriores, pero se puede utilizar diferentes características ya sea tamaño, color o figura dependiendo de sus necesidades.



Conjunto de pelotas que se colocó en el centro del salón.

Se le pide a los niños que formen conjuntos.



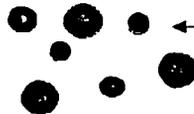
El niño formó un conjunto con pelotas grandes azules y la niña otro con pelotas grandes rojas.

Los niños se preguntarán cuál es el conjunto correcto y es necesario mencionar que los dos conjuntos son correctos, porque no se estableció una condición o criterio para el conjunto. En esta actividad lo importante es que ellos formen conjuntos y que decidan de que manera van a clasificar o agrupar, sin que se les den indicaciones.

Esta vez se indicará las características del próximo conjunto, éste tiene que ser de pelotas grandes y azules. Si algún niño formara un conjunto descartando las pelotas que no son azules y las que no son grandes, dejando dentro del conjunto o la cuerda que se utilizará para delimitar el conjunto sólo las pelotas que son grandes y azules, habrá formado un conjunto en el que se cumplen los dos criterios.



Conjunto de pelotas de color azul y de tamaño grande



Las pelotas que sobran

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ahora bien, se continua la actividad con los mismos objetos, y se escogieran los criterios de forma que sólo una pelota los cumpla por ejemplo, una pelota grande de color azul con una carita.



Conjunto de una pelota de color azul y de tamaño grande con una carita

Efectivamente, sólo se va a tener una pelota que cumpla todos los criterios, lo que conlleva a tener en el conjunto sólo una pelota. A este conjunto que contiene un solo elemento se le conoce como **conjunto unitario**.

Ahora un nuevo desafío para los niños en esta actividad, se va a mencionar los criterios que deben cumplir las pelotas del conjunto y ellos deben escoger las pelotas que cumplan los criterios. El objetivo de esta actividad es que ninguna pelota cumpla con los criterios, para no tener ningún elemento en nuestro conjunto. Por ejemplo, se puede indicar a los niños que formen un conjunto *con las pelotas grandes de color amarillo y con la foto de su mamá* (cada niño buscaría una pelota con una foto diferente ya que cada niño tiene una mamá diferente), enseguida sus niños buscarán entre las pelotas quitando las que no cumplan con el criterio, pero al final de revisar todas las pelotas no quedará ninguna pelota que tenga la foto de su mamá y sea de color amarillo.



Conjunto vacío

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Los niños se preguntarán si es correcto no tener ningún elemento o harán el comentario "tal vez la pelota está en otro lado" se debe comentar que eso no importa porque no está entre las pelotas con las que están trabajando, a lo que se llama universo, y que no están equivocados, dentro del conjunto con estas características no hay ninguna pelota. Los niños en ese momento están conociendo al conjunto que no tiene ningún elemento, a éste se le conoce como el **conjunto vacío**.

El conjunto unitario y el conjunto vacío son conceptos difíciles de comprender, y lo mejor es que se comprenda el concepto formando conjuntos, a que sólo se memorice una definición.

3.1.1 EL LENGUAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Se introducirá al niño al lenguaje matemático, con el cual debe ir familiarizándose poco a poco, para que cuente con las herramientas suficientes para expresar su pensamiento y tenga un razonamiento matemático.

La idea de los dos siguientes ejercicios es que el niño tenga que representar simbólicamente al conjunto, ya que los elementos del conjunto no se encontrarán físicamente en el lugar.

La primera actividad es proponer al niño formar conjuntos de las personas de su familia, que podrían ser sus abuelitos, que no se encuentran en el salón de clase. Es interesante ver como expresaría el conjunto de sus abuelitos, posiblemente lo hará con dibujos, con palabras o tal vez con símbolos. Por ejemplo, Yael podría representar al conjunto de sus abuelitos escribiendo los nombres de la siguiente manera:

Dolores Mora
Rodolfo Guerrero
Concepción Chacon
Vicente Uribe

Conjunto de los abuelitos de Yael

Estos son los nombres con los que Yael representó su conjunto de abuelitos.

Yael representó a sus abuelitos escribiendo el nombre de cada uno de ellos, y si se escribe el nombre de otra persona que no sea su abuelo pero que se llame igual que alguno de ellos, por ejemplo Vicente.

¿Cómo se podría identificar cuál es el conjunto de los abuelitos de Yael ?

Dolores Mora
Rodolfo Guerrero
Concepción Chacon
Vicente Uribe
Vicente Fernandez

Por ejemplo, una solución podría ser que Yael rodeara a los nombres de sus abuelitos con un círculo, y en otro círculo el nombre de Vicente que representa a una persona que no es su abuelito Vicente.



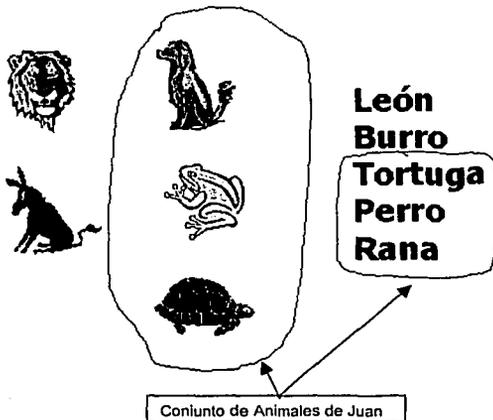
La segunda actividad es que el niño forme conjuntos con los distintos animales. Por ejemplo; se muestra al niño los dibujos o los nombres de los animales como un león, un burro, una tortuga, un perro y una rana.



**León
Burro
Tortuga
Perro
Rana**

Animales que se muestran al niño.

Y Juan formará su conjunto con los siguientes animales:



Juan encerró en un círculo a los animales que le gustan y con ellos forma un conjunto de animales sin que se le indique algún criterio para formar su conjunto.

Como se comento anteriormente, el objetivo de las dos actividades anteriores fue la representación simuólica del conjunto y al encerrar el conjunto ya sea con cuerda o con

el lápiz, se esta guiando al niño a ir formando conjuntos que vaya construyendo una forma primitiva de lo que se llama el diagrama de Euler-Venn, es decir, una manera en que se representan los conjuntos.

De acuerdo con el Diagrama de Venn, a cada conjunto se le considera dentro de una curva cerrada. Los elementos del conjunto considerado pueden ser específicamente dibujados o pueden quedar implícitamente sobreentendidos. Los diagramas son empleados, para representar tanto a los conjuntos como a sus operaciones, y constituyen una herramienta geométrica, a veces es conveniente ilustrar relaciones entre conjuntos con dibujos utilizando los diagramas de Venn. Como se represento el conjunto de abuelitos de Yael, mediante un diagrama de Venn (ver Pág. 32).

Las matemáticas son una materia que se expresa con símbolos, y es importante que el niño pueda comprender y utilizar estos símbolos para que desarrolle sus habilidades y así adquirir razonamiento más abstracto.

Ahora bien, cuando el niño está entre los 8 y 10 años de edad puede utilizar expresiones más formales. Y las actividades que estén relacionadas con los conjuntos, las expresará de manera más formal.

Hasta ahora el niño ha representado los conjuntos con dibujos y palabras lo siguiente es que utilice los símbolos convencionales para la representación de los conjuntos.

En el lenguaje matemático un conjunto es una agrupación, clase o colección de objetos denominados elementos. Un conjunto se representa convencionalmente de esta manera

$$S = \{ \}.$$

En donde S es el nombre que se le asigna al conjunto, y el nombre de éste es con base a los elementos que lo constituyen, por ejemplo si se trata de animales al conjunto se le llama A, y dentro de las llaves van los elementos del conjunto.

Los elementos de los conjuntos se pueden representar de diferentes maneras ya sea de forma explícita, es decir, escribiendo todos y cada uno de ellos, o dando una fórmula, regla o proposición que los describa. A la representación de los elementos del conjunto de forma explícita esta definido por **extensión**⁹ y a el otro por **comprensión**¹⁰, es decir que se escribe cada elemento.

Por ejemplo, la siguiente actividad está pensada para ayudar al niño a comprender la diferencia entre el concepto de un conjunto y los símbolos que lo representan. Ésta consiste en la representación de conjuntos por extensión y por comprensión. En esta ocasión se formará un conjunto con los integrantes del equipo de fútbol los Gigantes. El niño primero debe representar el conjunto por extensión de la siguiente manera:

$S = \{\text{Luis, José, Ángel, Carlos, Miguel, Pedro, Iván, Yael, Rodolfo, Víctor, Manuel}\}$,
mientras que por comprensión se hace así

$S = \{\text{Los integrantes del equipo de fútbol los Gigantes}\}$.

Las dos representaciones son correctas porque los conjuntos se pueden representar de diferentes maneras. El motivo por el cual se enseña al niño a expresar el conjunto de varias formas es para evitar que el niño se equivoque, que sepa que un mismo conjunto se puede expresar de muchas formas y que no confunda el concepto con la simbolización.

Puede causarle confusión al niño que dos conjuntos con diferentes elementos se llamen igual, por eso desde un principio se le debe dar a él la libertad de poder expresar un conjunto de diferentes formas.

El niño se debe dar cuenta de que un conjunto puede llamarse igual y tener diferentes elementos o puede llamarse diferente y tener los mismos elementos.

⁹ Extensión: Acción y efecto de extender.

¹⁰ Comprensión: Entender, alcanzar, penetrar

Ahora bien, se realiza la siguiente actividad con lápices de colores y se deja que el niño forme los conjuntos que ellos quieran. En algún momento se puede preguntar al niño que ha hecho su trabajo con lápices de color amarillo, por ejemplo por qué no incluyen los lápices de color rojo, y el niño le puede responder que no es el color de su conjunto y se puede afirmar que el lápiz de color rojo no pertenece al grupo de lápices de color amarillo. Con este tipo de preguntas se puede enseñar al niño el concepto de pertenencia a un conjunto y comenzar a utilizar el término *pertenece*¹¹ o *no pertenece* al conjunto.

La relación, que existe entre un conjunto y sus elementos, es de pertenencia, que se simboliza con la letra griega ϵ (épsilon). En la actividad anterior de los lápices de color, si a es el color amarillo, r es el color rojo y C el conjunto de lápices de color amarillo, se escribe $a \in C$ para simbolizar "a es un elemento de C" o "a pertenece a C" y $r \notin C$ o "r no pertenece a C" para indicar que "r no es un elemento de C". note que la pertenencia es una relación entre elementos y conjuntos. Y no pueden interrelacionarse.

A continuación, solicite al niño que exprese su conjuntos de lápices de color por escrito de forma más convencional.

Deje que el niño haga sugerencias al respecto, pero recuerde hay que guiarlos para que usen los símbolos matemáticos. Después surgirán diferentes dibujos de los objetos que el niño quieren representar y surgirán desacuerdos al respecto. En ese momento se puede sugerir una representación convencional simbólica del conjunto, y explicar al niño, que es necesario unificar criterios de representación de conjuntos, para lograr un mejor entendimiento.

¹¹ Pertenece: Referirse o hacer relación una cosa a otro, o ser parte integrante de ella.

3.2 OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

Continuando con el trabajo de los conjuntos se enfoca ahora en algunas operaciones, con grado de complejidad para niños de segundo o tercer grado.

Se comienza con la **intersección de conjuntos** con la siguiente actividad.

Se propone primero que cuente con lápices que pinten de color rojo, azul y bicolor (azul y rojo) reparta a los niños un lápiz. Después den a los niños la instrucción de que se agrupen en dos conjuntos:

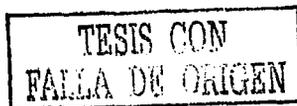
- El conjunto A de lápices que pinten de color azul
- El conjunto R de lápices que pinten de color rojo.

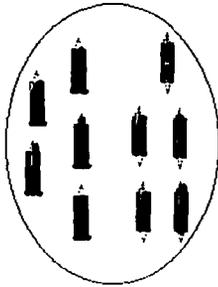
Los niños que tienen lápices que pinten de color rojo se coloquen a su derecha y los niños que tienen lápiz que pinte de color azul a su izquierda. En ese momento pregunte a los niños qué sucede con los niños que tiene un lápiz bicolor, pues su lápiz pinta de color rojo y de color azul. Se acordará que esos niños que tiene un lápiz bicolor pertenecen a los dos conjuntos, y se debe explicarles que los bicolors se pueden encontrar en los dos conjuntos porque pueden pintar de color azul y de color rojo; por eso los bicolors forman la **intersección** de estos dos conjuntos, ya que cumplen los criterios de clasificación de ambos conjuntos.

Se puede proponer otra actividad, por ejemplo con fichas de diferente color y figura, para que el niño comprenda que cuando dos conjuntos tienen elementos en común, forman otro conjunto llamado **intersección**.

Pero en este caso también se debe escribir de forma que todos entiendan.

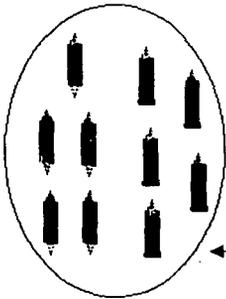
Se tiene el conjunto $A = \{\text{lápices que pintan de color azul}\}$,





Representación del conjunto A en diagramas de Venn

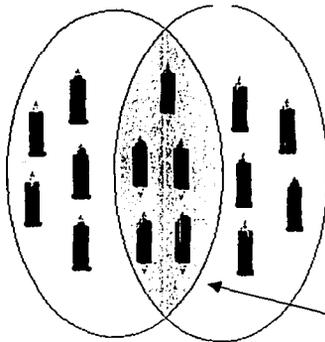
y el conjunto $R = \{\text{lápices que pintan de color rojo}\}$.



Representación del conjunto R en diagramas de Venn

La intersección de A y R son los lápices que pueden pintar de color azul y de color rojo. Para no escribir toda la frase también se puede utilizar el símbolo \cap que se asocia con la intersección.

$A \cap R = \{\text{lápices que pintan de color azul y de color rojo}\}$



Representación $A \cap R$ con diagramas de Venn

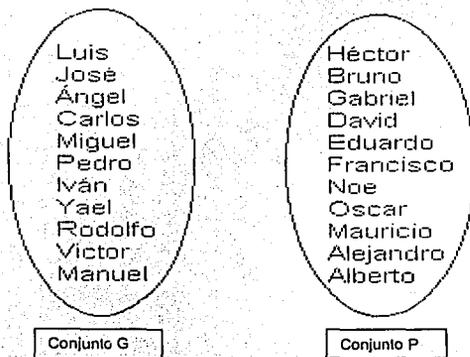
Otra actividad sería que los niños formen su conjunto con lo integrantes del equipo de fútbol de la escuela (se utilizará como ejemplo a los dos equipos de fútbol, los Gigantes y los Pumas), se comenzará por formar los dos conjuntos por extensión. Se va a llamar G al conjunto de los integrantes del equipo de fútbol los Gigantes

$G = \{\text{Luis, José, Ángel, Carlos, Miguel, Pedro, Iván, Yael, Rodolfo, Víctor, Manuel}\}$,

P es el conjunto de los integrantes del equipo de fútbol los Pumas

$P = \{\text{Héctor, Bruno, Gabriel, David, Eduardo, Francisco, Noe, Oscar, Mauricio, Alejandro, Alberto}\}$.

Representación de los conjuntos en diagramas de Venn



Y ahora se representaran los dos conjuntos por comprensión:

$G = \{\text{Los integrantes del equipo de fútbol los Gigantes}\}$,

$P = \{\text{Los integrantes del equipo de fútbol los Pumas}\}$.

Enseguida se realiza la intersección de los dos conjuntos, es decir, se busca si algún integrante del equipo de los Gigantes es también integrante del equipo de los Pumas.

Al analizar los elementos del conjunto G y el conjunto P no se encuentra ningún elemento en común, es decir que pertenezca a los dos conjuntos al mismo tiempo por lo cual se dice que la intersección de estos conjuntos es vacía.

Se escribe $G \cap P = \{ \}$ o $G \cap P = \emptyset$ porque la intersección de estos dos equipos es el conjunto vacío que se vio anteriormente. Entre las llaves no se pone nada porque no

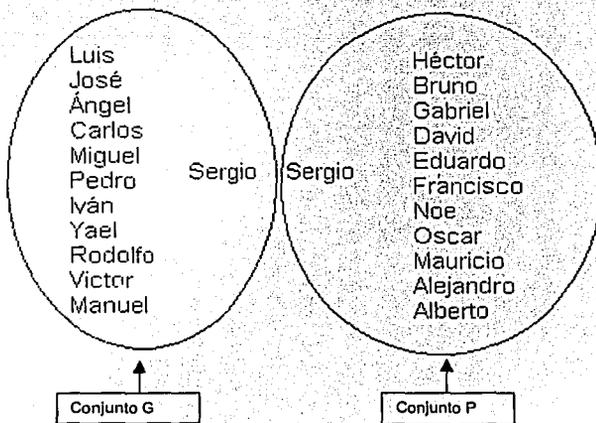
hay ningún elemento que pertenezca a los dos conjuntos o se puede poner que es igual a la letra griega phi ϕ que es la representación del vacío.

Pero, si Sergio entra al equipo de los Gigantes y también al de los Pumas, nuestros conjuntos quedarían así:

$G = \{\text{Luis, José, Ángel, Carlos, Miguel, Pedro, Iván, Yael, Sergio, Rodolfo, Víctor, Manuel}\}$,

$P = \{\text{Héctor, Bruno, Gabriel, David, Eduardo, Francisco, Noe, Oscar, Sergio, Mauricio, Alejandro, Alberto}\}$.

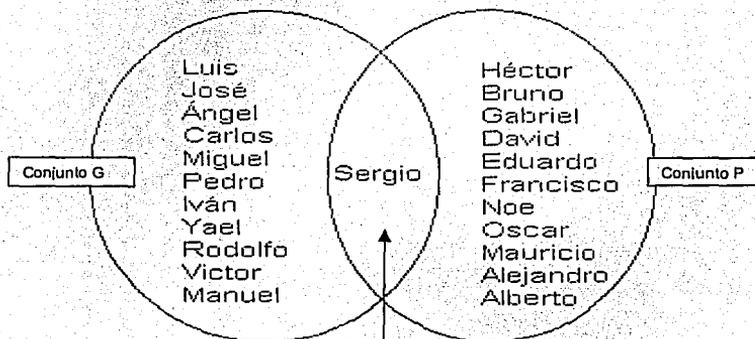
Representación de los conjuntos en diagramas de Venn



Al analizar los elementos del conjunto G y el conjunto P se encuentra que Sergio es el elemento en común, porque pertenece a los dos conjuntos, por lo que la intersección de estos conjuntos es Sergio, entonces se escribe

$$G \cap P = \{\text{Sergio}\}$$

Representación de la Intersección de los conjuntos en diagramas de Venn



Intersección del conjunto G y el conjunto P

Ahora se va a trabajar la **unión de conjuntos** con la siguiente actividad.

En este caso no importa de qué son los conjuntos ni cuántos objetos tienen, se va a poder unir un conjunto de niñas y otro de niños, por ejemplo, sólo se va a juntar estos dos conjuntos.

Una vez más se considera a los conjuntos de los equipos de fútbol los Gigantes y los Pumas

$G = \{\text{Luis, José, Ángel, Carlos, Miguel, Pedro, Iván, Yael, Sergio, Rodolfo, Victor, Manuel}\}$,

$P = \{\text{Héctor, Bruno, Gabriel, David, Eduardo, Francisco, Noe, Oscar, Sergio, Mauricio, Alejandro, Alberto}\}$.

Se representa la unión de estos dos conjuntos, utilizando el símbolo \cup que corresponde a la unión de conjuntos, y que consiste en juntar los dos conjuntos.

$G \cup P = \{\text{Luis, José, Ángel, Carlos, Miguel, Pedro, Iván, Yael, Sergio, Rodolfo, Víctor, Manuel Héctor, Bruno, Gabriel, David, Eduardo, Francisco, Noe, Oscar, Sergio, Mauricio, Alejandro, Alberto}\}$

Representación de la unión de los conjuntos en diagramas de Venn



Cabe recordar que Sergio es integrante de los dos equipos. El niño puede cometer el error de enlistar dos veces a Sergio, pero en ese momento se puede preguntar ¿hay dos niños que se llaman Sergio? El niño responderá que sólo hay uno ¿Pero en el conjunto $A \cup B$ enlistaron dos Sergio? Cuando se une dos conjuntos que tienen

elementos en común sólo se lista una vez. Es bueno decir al niño que es también un convencionalismo. Entonces se va a describir el conjunto unión:

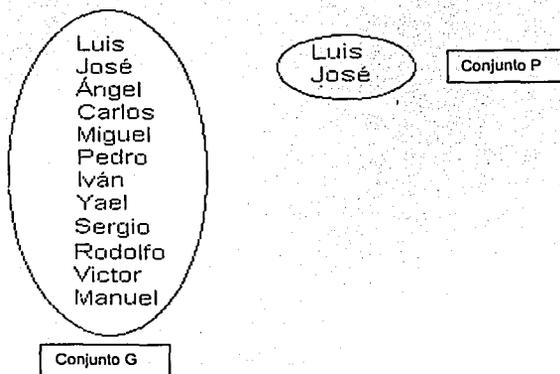
$G \cup P = \{Luis, José, Ángel, Carlos, Miguel, Pedro, Iván, Yael, Sergio, Rodolfo, Víctor, Manuel, Héctor, Bruno, Gabriel, David, Eduardo, Francisco, Noe, Oscar, Mauricio, Alejandro, Alberto\}$

Ahora bien, se va a ver otra relación entre conjuntos, la **contención**¹², con la siguiente actividad.

Se comienza por sugerir al niño que forme dos conjuntos. El primer conjunto G que comprenda todos los integrantes del equipo los Gigantes y el segundo conjunto P los porteros del equipo los Gigantes.

$G = \{Luis, José, Ángel, Carlos, Miguel, Pedro, Iván, Yael, Sergio, Rodolfo, Víctor, Manuel\}$,

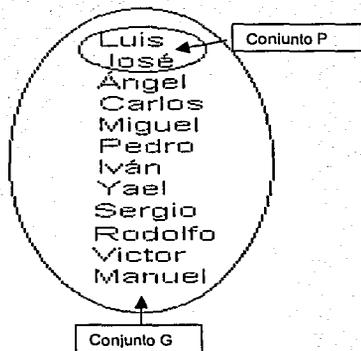
$P = \{Luis, José\}$.



¹² Contención: Llevar o encerrar dentro de si una cosa o otra.

En ese momento se puede mencionar al niño, que todos los elementos del conjunto P también forman parte del conjunto G, porque los porteros del equipo los Gigantes también son integrantes. Se dice entonces que P es **subconjunto** de G o que P está contenido en G y se representa simbólicamente por $P \subset G$.

Representación de los conjuntos en diagramas de Venn



Con la siguiente actividad se va a trabajar otra operación de conjuntos llamada **producto cartesiano**.

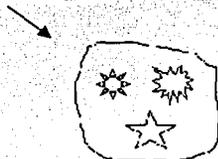
El producto cartesiano consiste en hacer las combinaciones entre todos los elementos de dos conjuntos o más.

Para esta actividad el material que necesita tener el niño es un lápiz de color azul, uno de color amarillo y tres pares de estrellas de cartón de tres formas diferentes. Se comienza por indicarle al niño que tomen el material necesario para que forme dos conjuntos.

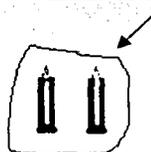
- El conjunto E formado por tres estrellas diferentes

- El conjunto C formado por los dos colores, el azul y el amarillo.

E = { estrellas }

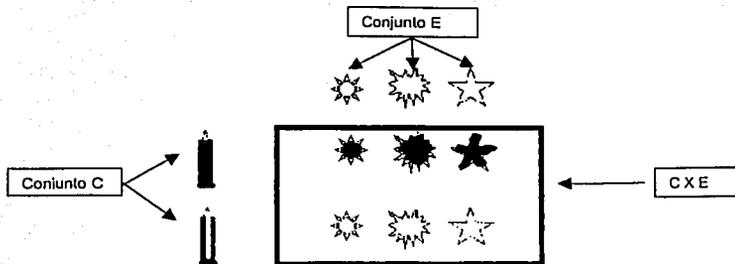


C = { lápices de color }



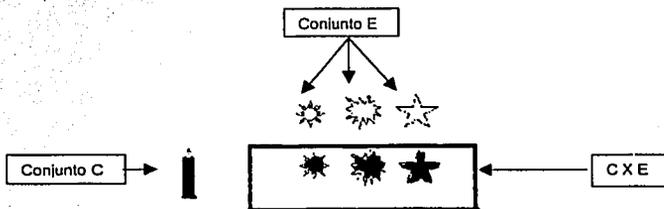
Después de formar estos conjuntos se pregunta al niño de cuántas maneras distintas se puede colorear las estrellas con los dos colores que se tiene, es decir, cuántas estrellas distintas se obtendrían. Se debe indicar al niño que puede tomar las estrellas que necesite y colorearlas de azul y amarillo. Se puede sugerir un orden para colorear las estrellas.

Se puede ver esta operación en la tabla de doble entrada otro procedimiento alternativo para especificar por extensión los elementos de un producto cartesiano de conjuntos, consiste en indicar los elementos del conjunto C en los renglones y los elementos del conjunto E en las columnas de la siguiente manera.



En este ejemplo lo que está en el cuadro es el producto cartesiano de un conjunto de dos elementos y otro conjunto de tres elementos. Al hacer el producto cartesiano de los colores y las estrellas, $C \times E$, se obtiene 6 estrellas diferentes, porque aunque tengan el mismo color, son de diferente forma y aunque sean de igual forma tienen diferente color.

Esta vez se hará el producto cartesiano entre el mismo conjunto E de las estrellas y el conjunto C de lápices de color que ahora sólo tendrá un elemento el color azul. Al hacer el producto cartesiano $C \times E$ sólo se tiene tres estrellas azules.

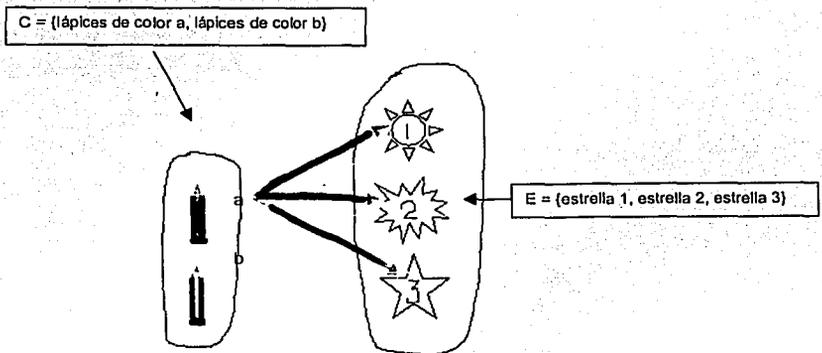


Ahora, se tiene el mismo conjunto E de las estrellas y el conjunto C de lápices de color fuera vacío, o sea que no se tendrá ningún color, el resultado del producto cartesiano entre estos dos conjuntos, será ninguna estrella pintada, es decir, cero estrellas de color. Eso no implica que desaparezca el conjunto de las tres estrellas, lo que significa es que no se tiene estrellas de algún color.

Si uno se da cuenta, el producto cartesiano entre conjuntos genera uno nuevo. Cuando se tiene el conjunto de estrellas y otro de colores, el resultado de hacer el producto cartesiano entre estos dos son todas las maneras posibles de pintar las estrellas con esos colores; que es algo nuevo, distinto.

Si se quiere representar el conjunto de estrellas y de colores de otra manera se puede hacer lo siguiente:

Se llamará C al conjunto {a, b} en donde a y b son los colores azul y amarillo y se llamará E al conjunto {1,2,3} de las tres estrellas diferentes que son representadas por los números 1, 2 y 3 respectivamente.

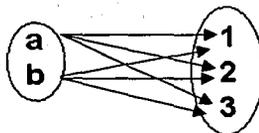


Entonces se representa así a nuestros conjuntos:

$$C = \{a, b\} \quad E = \{1, 2, 3\}$$

El producto cartesiano se denota $C \times E$ y consiste en hacer las combinaciones entre todos los elementos del conjunto C y todos los elementos del conjunto E . El producto cartesiano estará formado por pares ordenados. Un par ordenado se representa así $(a,1)$ la primera posición corresponde a elementos del primer conjunto, en este caso C , y la segunda a elementos del segundo conjunto, es decir E .

Para obtener el producto cartesiano de los dos conjuntos, se tienen que formar los pares ordenados, donde *cada uno* de los elementos de primer conjunto se relaciona con *todos* los elementos del otro conjunto,



entonces quedaría así:

$$C \times E = \{(a,1), (a,2), (a,3), (b,1), (b,2), (b,3)\}$$

También se puede ilustrar el producto cartesiano $C \times E$ recurriendo a la tabla de doble entrada:

C \ E	1	2	3
a	(a,1)	(a,2)	(a,3)
b	(b,1)	(b,2)	(b,3)

Se puede preguntar a los niños si ellos creen que $A \times B$ es igual a $B \times A$. ¿Sería lo mismo tener $(a,1)$ que $(1,a)$?

Su respuesta puede ser que sí y es errónea, se verá por qué. Se forman dos conjuntos A y B con los niños del grupo. Por ejemplo, se pueden tener los siguientes conjuntos:

$A = \{\text{Luis, Diana, Pedro}\}$

$B = \{\text{Vero, José, Carlos}\}$.

En esta actividad se forman parejas con un niño del conjunto A y otro del conjunto B. Se hace una pregunta por pareja y se otorga un punto al que conteste la respuesta correcta, y el punto se sumará al puntaje del equipo del niño.

Se supone que en la primera pareja (Luis ,Vero) Luis contesta correctamente la pregunta y Vero no. Entonces, Luis tendrá un punto y Vero cero puntos; se tiene que el equipo A tiene un punto y el B cero, y se podrá escribir como un par ordenado así: $(1,0)$.

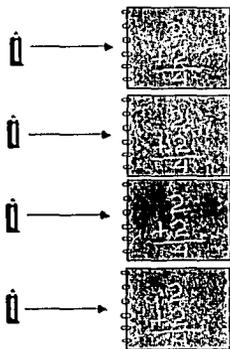
Se retoma aquello de la conmutatividad del producto cartesiano, si realmente fuera lo mismo $A \times B$ que $B \times A$, entonces también se podrá escribir el marcador así $(0,1)$, claro que el equipo A se va a enojar y no lo aceptará porque este marcador implica que el equipo de Vero va ganando por un punto. Por lo tanto, se puede concluir que no es lo mismo $A \times B$ que $B \times A$.

Con esto se trata de que los niños se den cuenta de que el orden es importante, que el producto cartesiano entre conjuntos no es conmutativo y que $A \times B$ y $B \times A$ no son lo mismo.

3.3 CORRESPONDENCIA Y CARDINALIDAD ENTRE CONJUNTOS

Ahora bien, se trabaja con dos conjuntos con el mismo número de elementos. El primer conjunto L estará formado por lápices y el segundo conjunto C por cuadernos.

L = {lápices}; C = {Cuadernos}.



Sugiera al niño ordenar los dos conjuntos, colocando sobre cada cuaderno un lápiz. Después, se utilizan los términos adecuados, por ejemplo, que al primer cuaderno le **corresponde** el primer lápiz.

También el niño debe contar el número de elementos de los conjuntos, en este caso tiene cuatro lápices y cuatro cuadernos. Se puede mencionar al niño que ambos

conjuntos tienen **cardinalidad**¹³ cuatro, porque ese es el número de elementos que tiene cada conjunto.

En este ejemplo de los cuadernos y lápices se tiene que todos los elementos de estos conjuntos tienen una correspondencia y ambos tienen el mismo número de elementos y que pueden corresponder 1 a 1, ya que a cada lápiz le corresponde sólo un cuaderno.

En esta actividad de conjuntos el niño está conociendo las propiedades de la **correspondencia**¹⁴ y la **cardinalidad**.

En el caso de la **correspondencia** se puede tener diferentes situaciones por ejemplo:

- Si se tiene un conjunto de cinco perros y otro conjunto de tres huesos, el niño se va a dar cuenta que al repartir los huesos habrá perros a los que no les tocará hueso.
- En el caso de que se tenga el conjunto de niños y en otro conjunto a sus padres, se tendrá al menos a un niño que le corresponden dos papás.
- Y si se tiene el conjunto de niños y mascotas tal vez se tendrá a niños que tengan dos o más mascotas o ninguna.

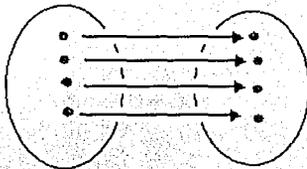
Cuando se habla de la **cardinalidad** se quiere que el niño comprenda y que si hay cuatro edificios y cuatro casitas de perros, tienen la misma cardinalidad. También que un conjunto de tres hormigas tienen mayor cardinalidad que un conjunto de dos locomotoras, porque la cardinalidad se refiere al número de elementos y no a las dimensiones de los elementos del conjunto.

¹³ Cardinalidad: Dic. del adjetivo numeral que expresa exclusivamente el número, la cantidad, m. Expresión del número de elementos de un conjunto.

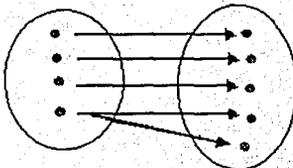
¹⁴ Correspondencia: Tocar o pertenecer.

Ahora bien, se pueden tener relaciones entre conjuntos en las que:

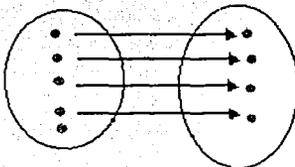
-A cada elemento de un conjunto le corresponda sólo un elemento de otro conjunto.



-A algunos elementos de un conjunto le correspondan dos (o más) elementos de otro conjunto.



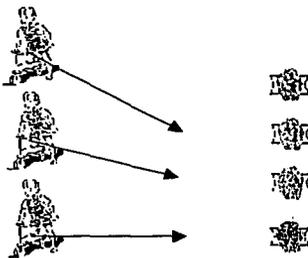
-A algún elemento de un conjunto no le corresponda ningún elemento de otro conjunto.



Se analizará y se asignará los nombres a las diferentes correspondencias con los siguientes ejemplos:

Se tiene el conjunto N de niños y el conjunto D de dulces, y los siguientes casos:

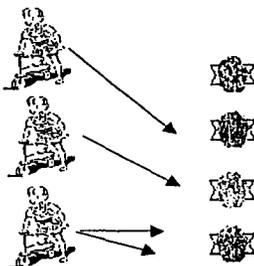
-Ningún niño tiene más de un dulce. El gráfico muestra que sale sólo una flecha de los niños a los dulces. Aunque haya dulces sin flecha, a ésta se le llama correspondencia *univoca*¹⁵ del conjunto N al conjunto D. Nótese que el sentido de la correspondencia es "de N a D", es decir, que se garantiza que cada elemento de N tiene un elemento de D correspondiente con él, pero no se afirma nada sobre los elementos de D. En este caso hay dulces que no corresponden a ningún niño.



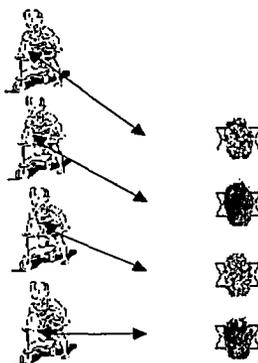
¹⁵ Univoca: Dic. de lo que tiene igual naturaleza o valor que otra cosa.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

- Otro caso sería cuando algún niño tiene más de un dulce. Como se tiene por lo menos a un niño del que salen dos flechas (o más en otros casos) se dice que esta correspondencia no es unívoca.



- En el caso que a cada niño le corresponde un dulce y a un dulce le corresponde un niño. A esta correspondencia se le conoce como **Biunívoca** o **1 a 1**. En general, si los elementos de dos conjuntos pueden hacerse corresponder de forma tal que a cada elemento de cada conjunto se le asocie uno y solo un elemento del otro conjunto, se dice que se ha establecido una correspondencia biunívoca.



Cabe mencionar que el conjunto del cual salen las flechas se le conoce como conjunto origen o inicial y el conjunto al cual llegan las flechas se le conoce como conjunto final o imagen.

En el caso en que los conjuntos tengan correspondencia unívoca, la cardinalidad de los dos conjuntos es distinta y no se puede saber cuál de los dos conjuntos tiene mayor cardinalidad. En cambio, si la correspondencia entre los conjuntos es biunívoca se puede afirmar que tienen la misma cardinalidad ya que a cada elemento del conjunto origen le asigna un único elemento del conjunto imagen y viceversa.

Se espera que con este material se introduzca al niño al mundo de los conjuntos y que utilice el material que considere adecuado para complementar todos los temas que en este capítulo se mencionan.

CAPÍTULO 4

ACTIVIDADES

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se sugiere material de apoyo para llevar a cabo actividades de clasificación, agrupación entre otras, para niños desde 3 años hasta 11 años de edad.

Las actividades presentadas aquí están generalmente en un orden de dificultad del más simple al más complejo. Se sugiere que escoja las actividades que mejor se adapten a las necesidades y edades de los niños y se recomienda hacer las modificaciones que crea conveniente.

En este capítulo se verán algunas maneras para desarrollar habilidades de pensamiento. Los niños deben ser alentados no sólo a resolver problemas sino también a crearlos. Este capítulo se enfoca en las habilidades y procesos que no requieren conceptos numéricos. Contiene actividades apropiadas para niños de 8 a 11 años, pero también incluye actividades para niños pequeños con el fin de que se cuente con éstas en caso de que fueran necesarias. Se sugieren maneras de alentar a los niños para que relacionen los objetos y conjuntos para comenzar a trabajar con la lógica formal.

4.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Un problema se define como una pregunta confusa o una situación que no sugiere de inmediato un método de solución. Un problema debe ser interesante para el niño.

Todos los días, los niños y los adultos enfrentan problemas. Por ejemplo, un adulto puede enfrentarse con el problema de distribuir su sueldo para cubrir todos los gastos de

la familia y un niño de siete años escoger a los integrantes que van a formar su equipo de fútbol o armar algún rompecabezas.

Más allá de la habilidad para calcular, está la habilidad de aplicar conceptos matemáticos para resolver problemas de la vida diaria. Porque nuestra sociedad funciona conforme a la tecnología y a los avances, tanto adultos como niños deben ser capaces de utilizar las matemáticas de todos los días, en la casa o en el trabajo. El niño necesitan aprender cómo usar las matemáticas para armar un avión de juguete, dibujar una casa o contar cuántos goles lleva el equipo.

El conocimiento previo también afecta la habilidad del niño para construir el nuevo conocimiento. El niño necesitan desarrollar conceptos fundamentales antes de que pueda edificar sobre estos la nueva información, porque a medida que el niño construye el nuevo conocimiento lo va sumando a su conocimiento previo. El conocimiento es generalmente más duradero que cualquier otra cosa que haya tratado de memorizar.

La Heurística¹⁸ es un método general para la solución de problemas, también ha probado ser útil para la creación y solución de problemas, es una guía para el descubrimiento.

Entre los métodos heurísticos más conocidos para el planteamiento de la solución de problemas es el de George Polya (1887-1985), matemático de origen húngaro, quien dedicó gran parte de su trabajo, además de sus investigaciones originales en la teoría de funciones y probabilidad, también desarrollar una teoría heurística para la resolución de problemas en matemáticas y las descripciones detalladas de varios métodos heurísticos. Él enumeró cuatro pasos en el proceso de solución de problemas:

- 1.- Entender el problema
- 2.- Elaborar un plan
- 3.- Lleva a cabo el plan

¹⁸ Heurística: Parte de la historia que se ocupa de la investigación documental.

4.- Revisar

En el primer paso el niño a veces se frustra porque no puede entender lo que el problema plantea. El segundo paso sugiere que la reflexión y la planeación serán utilizadas. El tercer paso requiere que el niño aplique una o más habilidades para la solución de problemas. El último paso sugiere la revisión del proceso para estar seguros de que el problema está correctamente resuelto.

El niño debe ser animado a hacer dibujos o construir modelos para corroborar las soluciones a los problemas cada vez que sea posible. Muchas veces las personas tienen la idea de que lo más importante es que el resultado sea correcto, pero es conveniente darse cuenta que esto no es lo más importante, porque la resolución de problemas es todo un proceso, y cada paso es tan importante como el resultado.

La resolución de problemas es también un área en la que el niño puede usar la escritura. No sólo pueden escribir y describir un problema y su solución.

Los objetivos de la resolución de problemas incluyen no sólo ayudar al niño a ser bueno al resolver problemas, también ayudarlo a plantear y resolver los problemas con base en las matemáticas.

Las estrategias para resolver problemas incluyen adivinar, revisar, buscar un patrón, hacer una lista sistemática, hacer y usar un dibujo o modelo, eliminar posibilidades, trabajar al revés, recrear el problema y cambiar de puntos de vista.

Las escuelas elementales necesitan hacer énfasis en las matemáticas ya que los rápidos avances en la tecnología, la exposición de la gran cantidad de datos con los que se tiene que tratar todos los días y la creciente velocidad de cambios requieren que el niño desarrolle nuevas habilidades. Es crucial que se le enseñe a éste a pensar.

Los niños de diferentes edades piensan en niveles diferentes, pero todos los niños son capaces de pensar racionalmente. Las matemáticas son una materia ideal en la que

desarrollan el proceso de razonamiento, y es importante que los niños comiencen este proceso desde temprana edad.

Para ayudar al niño a aumentar sus habilidades para pensar matemáticamente, se enfatizan en este capítulo cuatro procesos:

- 1.- Observar e inferir; alentando al niño a describir objetos oral y gráficamente.
- 2.- Comparar; pedir al niño encontrar similitudes y diferencias.
- 3.- Clasificar; pedirle que organice objetos con base en uno o más atributos.
- 4.- Secuencias; pedir al niño ordenar elementos en grupos basándose en una o más características dadas.

Estos procesos llevan a la solución de algunos problemas y no requieren el uso de números. Estos pueden comenzar a usarse antes de que el niño empiece a trabajar de manera formal con números.

Algunas de las maneras, en las que el niño usa los procesos de pensamiento en casa, incluye observar su entorno, comparando y clasificando objetos que ven todos los días. Los padres de el niño pueden apoyarlo en diferentes actividades para que él construya estas habilidades. Los padres pueden jugar con el niño en su casa, por ejemplo: Pueden pedirle observar los objetos del lugar donde se encuentren y después que cierren sus ojos. Mientras él tiene los ojos cerrados, los padres deben quitar un objeto, cuando el niño abra los ojos tratará de recordar cuál objeto es el que hace falta.

Muchos elementos en la casa u otro lugar pueden servir para fomentar la comparación y clasificación. Los padres pueden alentar al niño a plantear algún esquema de clasificación, para sus juguetes o para categorizar sus libros favoritos. También el niño puede practicar en la casa, por ejemplo, clasificando la vajilla y comparando los vasos del más pequeño al más grande o distinguiendo las cucharas soperas de las cucharas para el café. También cuando seleccionan su ropa limpia del cesto de la ropa. El niño notará una secuencia en los eventos del día a medida que se da cuenta de que, generalmente en la

mañana se despierta, desayuna, se lava los dientes, se viste y se va a la escuela. Se deben resaltar esta secuenciación con los procesos de resolución de problemas y, después, para que el niño aprenda conceptos numéricos.

Muchas de las actividades funcionan con grupos de objetos o materiales recolectados de la casa o contruidos. Observar, inferir, comparar, clasificar, secuenciar, manipular y construir son habilidades necesarias para todos los niños de todas las edades, y así desarrollarán más tarde conceptos numéricos sólidos. Estos se desarrollan a medida que ellos reconocen las relaciones entre objetos y conjuntos, y después cuando desarrollan conceptos numéricos.

Recuerde que las actividades que se presentan en este capítulo están generalmente en una secuencia que va de lo más simple a lo más complejo. Los niveles son enlistados como guía general. Escoja las actividades que mejor respondan a las necesidades de el niño y adáptelas como crea conveniente. Contiene actividades apropiadas para niños de 8 a 11 años, pero también incluyen actividades para niños más pequeños con el fin de que se cuenten con estas actividades en el caso de que sean necesarias. Se sugiere que siempre se genere una discusión en el ámbito de grupo (si se puede) para comparar razonamientos lógicos.

4.3 OBSERVACIÓN E INFERENCIA

Para hacer observaciones e inferencias, se debe alentar al niño para que use los cinco sentidos. A medida que él obtiene información acerca del mundo, debe describir lo que observa e inferir. El lenguaje es una poderosa herramienta para recolectar y diseminar información.

❖ Actividades para niños de 3 a 5 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: desarrollar las habilidades de observar y descubrir, utilizando los cinco sentidos.

Se pueden escoger varios objetos que el niño pueda manipular y los cuales sean seguros para oler, tocar y probar, como frutas o vegetales. La actividad consiste en colocar un objeto en una bolsa que no les permita ver lo que esta adentro, que el niño introduzca la mano para sentir el objeto, pero sin mirar dentro de la bolsa. Pida al niño describir que sintió. Agite la bolsa para que el niño puedan describir lo que escucha.

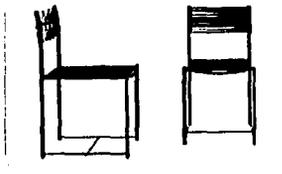
Después con los ojos cerrados, deje oler el objeto y que describan el olor. También permita que el niño le de una pequeña mordida y que describa el sabor. Para terminar la actividad deje ver al niño el objeto y que describa lo que ve y discuta porqué pudo o no adivinar lo que estaba dentro de la bolsa.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: desarrollar habilidades de inferencia basadas en el sentido del oído.

Haga que el niño cierre los ojos y póngalo a escuchar los sonidos que usted producirá, como puede ser una puerta que se abre y se cierra, arrastrar una silla o morder una manzana. Deje que el niño describa lo que escucho y que adivine lo que podría ser.

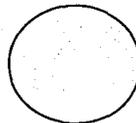
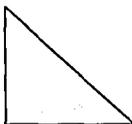


❖ Actividades para niños de 6 a 8 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: desarrollar habilidades de inferencia con el sentido del tacto.

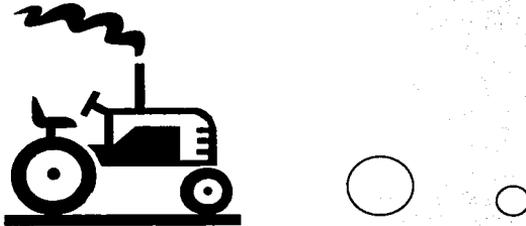
Coloque varias figuras geométricas dentro de una caja, permita que el niño las toque pero que no las vea y trate de inferir de cuál se trata.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: desarrollar habilidades de inferencia basadas en los sentidos de la vista y el tacto.

Dibuje sólo el contorno de una locomotora y ponga al niño a tratar de inferir que objeto es. Después dele objetos que embonen con dicho contorno de locomotora y observe si logra ubicarlos.



Platique con él la diferencia entre observar usando los sentidos e inferir basado en observaciones.

ACTIVIDAD 3

Objetivo: desarrollar habilidades de inferencia basadas en los sentidos del gusto y el tacto.

Se pueden colocar sobre la mesa varios montoncitos de azúcar, sal, harina y fécula de maíz, que son alimentos para que el niño pueda tocar y probar. La actividad consiste en que el niño cierre los ojos, y perciba la textura y pruebe el sabor de cada uno

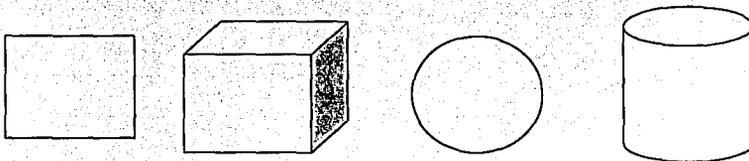
de los montoncitos y que describa lo que sintió y probó. Que trate de decidir cuál es cada uno con sólo ver los montoncitos.

❖ Actividades para niños de 6 a 8 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: desarrollar la habilidad para observar una figura tridimensional y describir qué modelo bidimensional corresponde a ésta y viceversa.

Use un juego de figuras geométricas planas y uno de figuras geométricas tridimensionales. Deje que el niño escoja un cuerpo geométrico y una figura plana, que describa su contorno y que discuta la diferencia de las otras figuras.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: desarrollar la habilidad para hacer el bosquejo de una observación.

Usando las figuras geométricas planas ponga al niño a dibujar cada una de las caras de las figuras mientras las mira.

Póngalo a dibujar cada cara de las figuras mientras las toca, pero sin mirarlas.

ACTIVIDAD 3

Objetivo: describir y reconocer figuras geométricas tridimensionales.

Usando las figuras geométricas planas otra vez, ponga a un niño a describir en voz alta las características de una figura, mientras otro niño con los ojos cerrados escucha. Deje que el segundo niño seleccione la figura que le fue descrita. También puede pedir que un niño describa una figura y el otro la dibuje y viceversa. Cambie los roles entre los niños para que ambos tengan la oportunidad de describir, seleccionar y dibujar.

Actividades como estas le dan al niño la oportunidad para observar, seleccionar e inferir y así pueden desarrollar muchos aspectos del pensamiento matemático. El niño no usará palabras específicas o descriptivas, más bien serán emocionales o vagas. Los niños que describían el flan napolitano como "bueno", es muy probable que después de estas actividades lo describan también como algo suave y dulce. Deje que el niño discuta qué palabras debe utilizar para describir mejor un objeto.

4.4 COMPARACIÓN

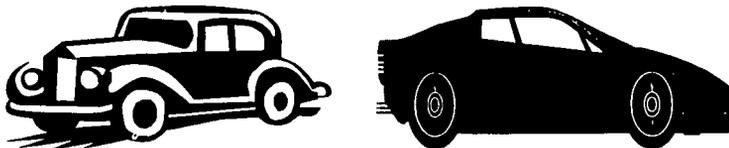
Después de que el niño aprende a observar y describir objetos, puede empezar a comparar dos o más. Muchas veces él se da cuenta de algunas diferencias o similitudes entre las cosas aun antes de saber para qué sirven o como se llaman. El niño debe saber que las diferencias no siempre son constantes. Se debe asistir al niño cuando desarrolla comparaciones de conceptos difíciles. Éste debe ser capaz de comparar objetos individuales, y después en conjuntos, esto lo ayudará cuando tenga que decidir si tres muñecos son mayores o menores que dos camiones, por ejemplo.

❖ Actividades para niños de 6 a 8 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: comparar dos o más objetos ocupando todos los sentidos.

Se discuten los términos *iguales* y *diferentes* con el niño. Después se toman algunos objetos que pertenezcan al niño, seleccione dos al azar y pídale que liste todas las cosas en las que los objetos son iguales y diferentes. Él tiene que usar todos sus sentidos por lo cual debe permitir que los manipule. Por ejemplo, podría comparar estos dos carros de juguete y discutir en que son iguales y en que son diferentes.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: comparar y observar diferencias y similitudes.

Práctica con más de dos niños

Se forma una fila con los niños, la persona que dirige la actividad que sea la primera de la fila. Dicha persona debe mencionar una diferencia y una similitud entre él y el niño que le sigue. Así sucesivamente un niño debe decir una diferencia y una similitud entre él y el niño siguiente.



ACTIVIDAD 3

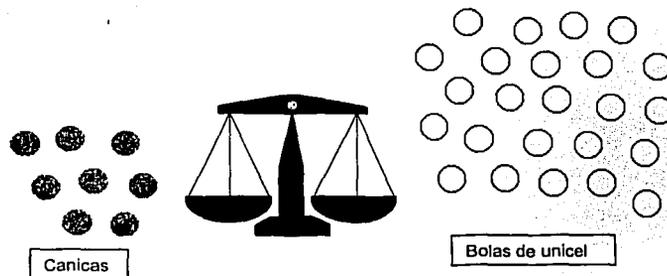
Objetivo: observar y estimar la cantidad de objetos y su volumen.

Deje que el niño tome un vaso y lo llene de arroz y luego llene otro de habas. Permítale que compare la cantidad de arroces y la cantidad de habas que tomó en el vaso. Pida al niño que observe y estime en qué vaso hay más granos. El objetivo de esta actividad es que se de cuenta de que hay más granos de arroz que de habas porque éstas ocupan más espacio y, por lo tanto, llenan un vaso con menor cantidad de granos.

ACTIVIDAD 4

Objetivo: observar y estimar cantidad, volumen y peso.

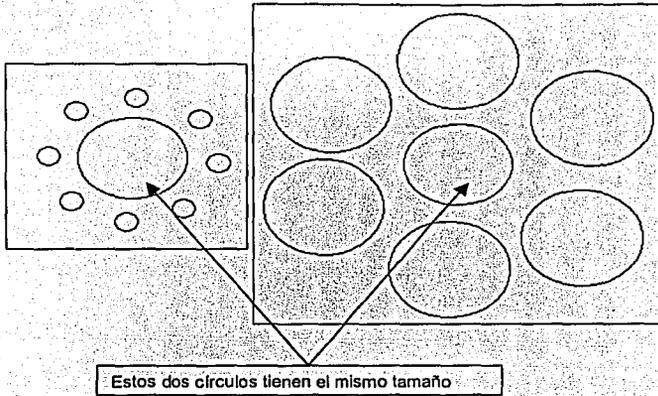
Se colocará en la mesa una balanza, bolas de unicel y canicas. Deje que el niño compare el peso de 5 canicas contra el peso de 5 bolas de unicel. Otra variante de esta actividad puede ser que el niño coloque de un lado de la balanza 100 gramos de canicas y del otro lado 100 gramos de bolas de unicel, y que compare la cantidad de canicas con respecto a la cantidad de bolas de unicel.



ACTIVIDAD 5

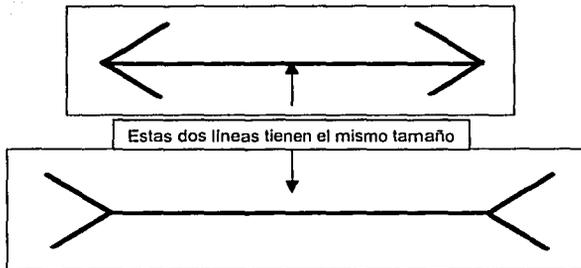
Objetivo: observar y estimar utilizando el sentido de la vista.

Se puede utilizar cuadros de cartulina o cartón para hacer los siguientes dibujos en cada cuadro.



Pregunte al niño ¿cuál círculo es más grande, el que está rodeado de círculos chicos o el que está rodeado por los círculos grandes?

De igual forma se hace con estos dos dibujos.



¿cuál de estas líneas horizontales es más larga, la de la primera cartulina o la de la segunda?

Los dos círculos del centro al igual que las dos líneas horizontales son del mismo tamaño. Discuta con el niño como al observar se puede confundir de acuerdo con diferentes sistemas de referencia.

4.5 CLASIFICACIÓN

Después de que el niño haya comparado objetos, se recomienda comenzar a clasificar objetos o agrupar en conjuntos. Clasificar es el proceso de agrupar objetos en clases de acuerdo con un **criterio**¹⁷ o **propiedad**¹⁸. Los grupos en los que los objetos son clasificados de diferentes formas se les llama categorías. El niño debe usar las propiedades específicas de los objetos que van a ser clasificados, y debe hacer comparaciones entre los objetos para decidir las categorías adecuadas.

❖ Actividades para niños de 6 a 8 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: clasificar objetos de acuerdo con una propiedad o criterio.

Se le da al niño un juego de canicas que sean del mismo tamaño pero diferente color por ejemplo, que sean de color anaranjado, azul, verde o cualquier color. Se le pide que clasifique algunas canicas en dos montones. Pregúntele ¿es posible clasificar las canicas de otra manera?



¹⁷ Criterio: Juicio para discernir, clasificar o relacionar una cosa.

¹⁸ Propiedad: Atributo, cualidad esencial.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: clasificar objetos de acuerdo con una propiedad o criterio.

Dele al niños un imán grande y algunos objetos, de metal, madera, plástico y papel. Pídale que use el imán para clasificar los objetos tomando en cuenta si son atraídos por el imán o no.



ACTIVIDAD 3

Objetivo: clasificar objetos de acuerdo con una propiedad o criterio.

Se le da al niño una cubeta con agua y algunos objetos, de metal, madera, plástico y papel. Pida que clasifique los materiales de la siguiente manera:

- 1.- Afuera de la cubeta se pondrán los objetos que no flotan.
- 2.- Adentro de la cubeta quedarán los que flotan.

Antes de que el niño comience a sumergir los objetos en la cubeta genere una discusión, para que él pueda establecer a priori cuál quedará afuera y cuál adentro de la cubeta.



Se puede permitir que el niño escoja los objetos para estas actividades y plantee sus propios esquemas de clasificación. Él tiene que intercambiar los objetos para ver si definen los conjuntos de la misma manera.

Se puede retomar las actividades del capítulo 2 o realizar otras actividades por ejemplo: la obtención del conjunto vacío o del conjunto unitario. Después de que el niño clasifica objetos de dos categorías o criterios, las actividades deben ser más difíciles.

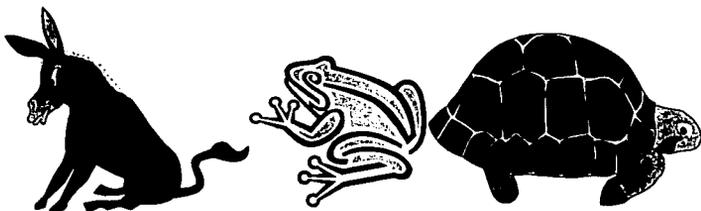
Se debe incrementar el número de objetos a clasificar y los criterios o categorías, cuidando que la intersección de los conjuntos sea vacía al principio y a medida que el niño avance en sus habilidades de razonamiento, puede empezar a clasificar objetos donde los conjuntos sí tengan intersección.

❖ Actividades para niños de 9 a 11 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: clasificar usando criterios o categorías.

Pida al niño que recorte ilustraciones de animales. Él puede comenzar a clasificarlos primero por tipo de animal, por ejemplo: agrupar en un conjunto a todas las aves y en otro conjunto a los felinos. Después puede agrupar a los animales de acuerdo al ambiente donde viven, por ejemplo: formar el conjunto de animales que viven en el mar y el de los animales que viven en la granja. También podría formar los conjuntos de acuerdo a lo que comen los animales. Permita que él escoja el criterio bajo el cual van a formar los conjuntos.

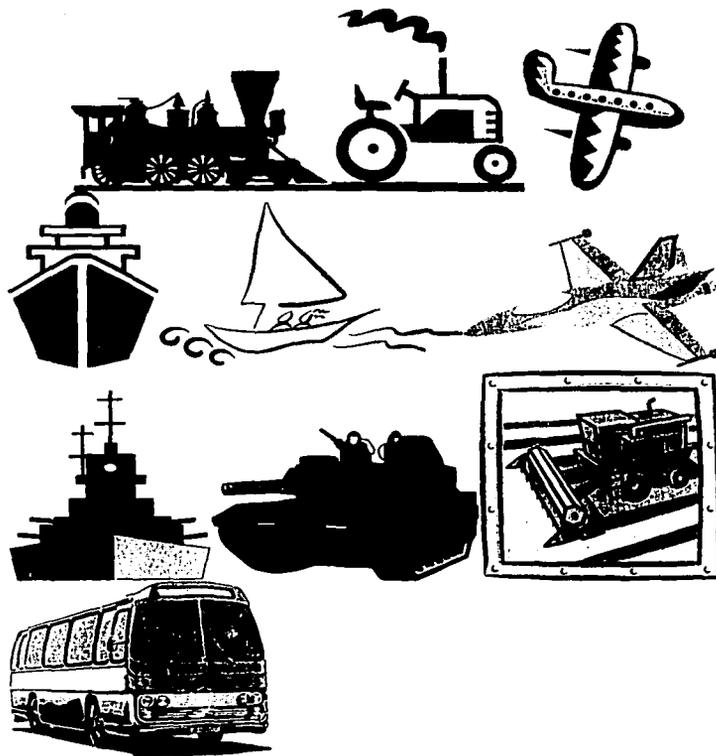


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

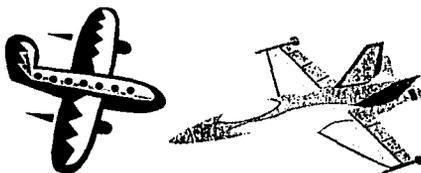
ACTIVIDAD 2

Objetivo: clasificar usando criterios o categorías.

Se le da al niño un grupo de juguetes con un cierto número de propiedades o criterios. Pídale clasificarlos en tres categorías y que explique las propiedades de cada categoría y cómo las estableció.



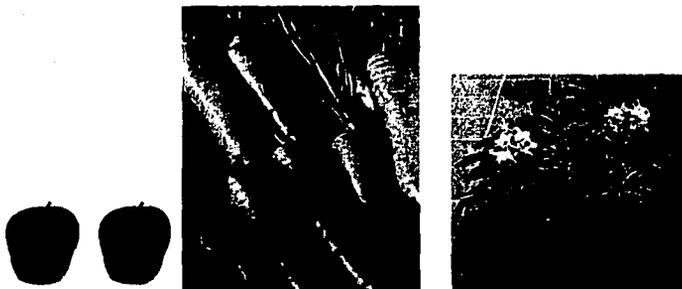
Después, el niño debe ser capaz de ver un grupo de objetos que han sido clasificados y descubrir las similitudes entre los elementos del conjunto y describirlos en un sólo enunciado. Por ejemplo, si se le presenta el siguiente conjunto se puede decir que cumplen la propiedad de ser un transporte aéreo.



ACTIVIDAD 3

Objetivo: clasificar usando criterios o categorías.

Se coloca en la mesa una manzana, una zanahoria y una planta. Después se le da otras frutas, verduras y plantas al niño para que vaya integrándolos a los conjuntos que pertenecen.



ACTIVIDAD 4

Objetivo: utilizar conjuntos y subconjuntos.

Dibuje en el pizarrón un árbol que no tenga hojas. Después dele al niño hojas para que las coloque en las ramas del árbol y méncionéle que las hojas son un subconjunto del árbol o que todas las hojas pertenecen al árbol.



❖ Actividades para niños de 9 a 11 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: abstraer una propiedad de un conjunto.

Para esta actividad se necesita un grupo de niños y se divide en dos, el primero debe tener a niños que tengan algo en común, podrían ser que usen tenis o tengan lentes, por ejemplo. El segundo grupo no debe saber en qué son parecidos los niños del primer grupo. Una vez que sepan cuál es el atributo en común, deben escoger quien lo cumplen también. Cuando todos los niños con el atributo en común han sido nombrados, deben decir cuál es el atributo.

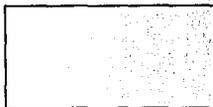


ACTIVIDAD 2

Objetivo: observar e identificar una propiedad.

Se escoge una figura geométrica. Deje que el niño encuentre un objeto que tenga la misma figura geométrica. Después pídale que le diga dónde está la figura en el objeto que selecciono. Realice una actividad más compleja escogiendo la unión de dos figuras o la intersección de dos o más atributos, como la figura y el color.

Por ejemplo: que en vez de sólo buscar un rectángulo busque uno de color café.



ACTIVIDAD 3

Objetivo: identificar los atributos de los objetos.

Escoja algunos objetos que tengan atributos en común. Se colocan los objetos sobre una mesa por ejemplo: pelotas, canicas, dados, cubos, frutas y verduras. Pida al niño escoger los objetos que tengan en común el atributo que el quiera. Pregunte cuál es el atributo que cumplen en común los objetos y por qué eligió tal atributo.



ACTIVIDAD 4

Objetivo: Identificar y agrupar los objetos por sus atributos.

De una caja de pelotas forme diferentes conjuntos. Se deja que el niño escoja, por turnos, alguna de las pelotas restantes y que decida a qué conjunto pertenece. Si el niño escoge el conjunto correcto se deja la pelota en ese conjunto; si su respuesta es incorrecta, hay que explicarle para que el niño comprenda por qué su respuesta está mal, y juntos decidan cuál es el conjunto correcto. Es posible que algunas pelotas no entren en ningún conjunto, por ejemplo: si no tiene ningún conjunto de pelotas pequeñas de color amarillo, esas pelotas se deben colocar en una caja a parte. Se continúa hasta que todas las pelotas estén en el lugar correcto. Pregunte al niño qué criterios cumple cada conjunto. Discuta con él cómo supo dónde colocar cada pelota.

4.6 SECUENCIAS

Las siguientes actividades se enfocan en completar o extender un patrón definitivo, para orientar a los niños de 6 a 8 años a reconocer secuencias o patrones. La secuencia forma el fundamento para que el niño vea los patrones y pueda comprender las secuencias de números entre otras.

❖ Actividades para niños de 6 a 8 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: reconocer y completar un patrón simple.

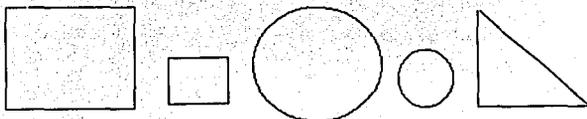
Se usan canicas de diferente color, por ejemplo: rojo y azul. Se alinean en un patrón definido como azul, rojo, rojo, azul, rojo, rojo, azul,.... Pídale al niño que le describa el patrón y lo continúe. Esta actividad también la pueden hacer niños más pequeños.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: reconocer y completar un patrón.

Usar figuras geométricas de diferentes tamaños y colocar algunas de ellas en un patrón definido. Pida al niño que continúe colocando las siguiendo el mismo patrón. Aléntelo a construir otros patrones. Por ejemplo: cuadrado grande, cuadrado chico, círculo grande, círculo chico, triángulo grande,.....



ACTIVIDAD 3

Objetivo: reconocer, secuenciar y completar un patrón.

Dele al niño fotografías de personas de diferentes edades, por ejemplo un bebe, un niño, un adolescente y un anciano. Pídale que las ordenen por edades.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ACTIVIDAD 4

Objetivo: reconocer, secuenciar y completar un patrón.

Dele al niño diferentes ilustraciones, para que las ordenen de forma secuencial, y forme una historia o un cuento. Se tienen varias opciones para acomodar y secuenciar las ilustraciones.



ACTIVIDAD 5

Objetivo: reconocer, secuenciar y completar un patrón.

Dele al niño algunas ilustraciones simulando un reloj, con diferente hora, para que las acomode de forma secuencial.

6:30 am

2:30 pm

6:00 pm

8:00 pm

4.7 RELACIONES

Cuando el niño compara, clasifica y realiza secuencias de algunos objetos, busca las relaciones entre éstos. Las relaciones son reglas usadas para distinguir un objeto de otro. Las matemáticas son una colección de relaciones entre conceptos y objetos. El niño debe tener una variedad de experiencias para explorar la relación entre objetos. A medida que éste realiza más abstracciones de los objetos, las relaciones pueden ser exploradas en un nivel más abstracto.

El niño debe observar los conjuntos para determinar si los objetos pueden ser ordenados o tiene alguna relación para ordenarse.

❖ Actividades para niños de 6 a 8 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: ordenar objetos usando, con base en las características de éstos.

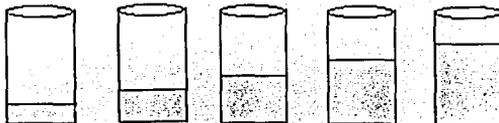
Dele al niño un juego de vasos de plástico transparente, cada vaso contiene una cantidad diferente de gelatina. Deje que el niño ordene los vasos, de los que tienen menor cantidad de gelatina al de mayor cantidad.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: ordenar objetos usando varias características de estos.

Dele al niño varios vasos de plástico ordenados en una fila y una jarra con agua. Pídale que vaya llenando los vasos con agua, de manera que cada vaso contenga más agua que el anterior.



ACTIVIDAD 3

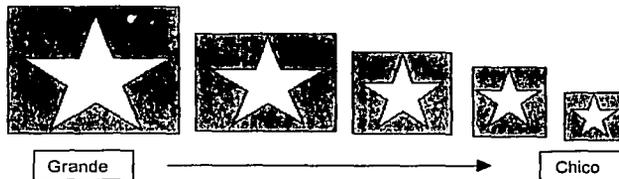
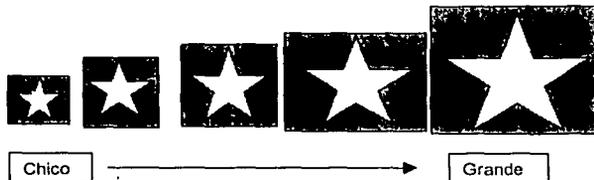
Objetivo: ordenar y secuenciar, usando varias características.

Seleccione seis niños y pídale que ellos mismos se ordenen de acuerdo a su estatura; sin que los demás niños lo sepan, para que traten de descubrir el criterio que fue usado.

ACTIVIDAD 4

Objetivo: ordenar y secuenciar, usando varias características.

Se puede dibujar en algunos cuadrados de cartón el mismo objeto en diferentes tamaños, por ejemplo una estrella. Dé al niño los cartones para que los ordene por tamaños, de la estrella más chica a la más grande o viceversa.



4.8 LOS DIAGRAMAS DE VENN

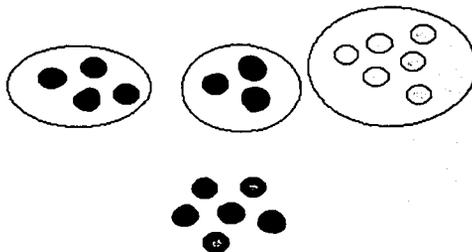
Los diagramas de Venn son usados para clasificar por criterios. El niño pequeño puede comenzar usando sólo uno o dos criterios.

❖ Actividades para niños de 9 a 11 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: clasificar usando diagramas de Venn.

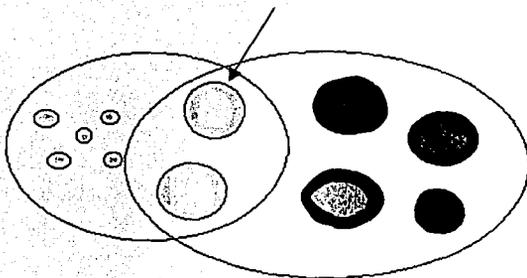
Dé al niño un conjunto de canicas de diferentes colores y tres pedazos de cuerda o hilo. Haga tres círculos con la cuerda y pída al niño poner todas las canicas rojas en un círculo, las azules en otro y las amarillas en otro. Pída crear otras maneras de clasificar las canicas. Esta actividad la pueden hacer niños más pequeños.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: formar la intersección de conjuntos usando diagramas de Venn.

Pída al niño formar dos círculos con la cuerda y poner todas las canicas amarillas en un lado y todas las canicas grandes en el otro. Deje que el niño se pregunte qué hacer con las canicas grandes y de color amarillo. Dirijalo para que pueda descubrir que puede sobreponer los dos círculos y poner las canicas grandes y amarillas en la sección donde se sobreponen los dos círculos. Se le recordará al niño que esta sección es la intersección de los dos conjuntos.

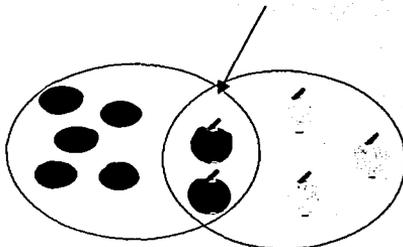


Deje que el niño busque la intersección de otros conjuntos y que describan los objetos de este. Si realiza la actividad bien con dos círculos con intersección, intente la actividad con tres círculos.

ACTIVIDAD 3

Objetivo: identificar los atributos de dos conjuntos y su intersección.

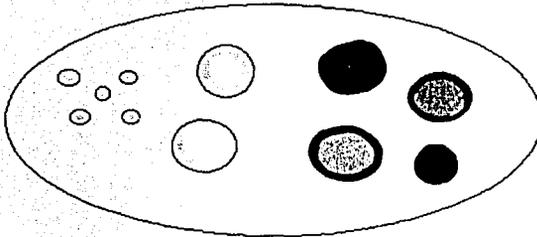
Se escogen algunos objetos que tengan dos atributos y tengan intersección por ejemplo: pueden tener algunos botones que sean de color rojo, algunas manzanas rojas y otras frutas. Ponga dos círculos entre cruzados, pídale al niño que forme dos conjuntos, uno de todos los objetos de color rojo y otro de las frutas; y que las acomode dentro de los dos círculos. Hay que guiarlo a que coloque las manzanas que cuenten con los dos criterios en la intersección de los dos círculos. Por último pídale que describa las manzanas de la intersección y discutan si alguna otra fruta puede formar parte y por qué.



ACTIVIDAD 4

Objetivo: formar la unión de conjuntos usando diagramas de Venn.

Pida al niño formar dos círculos y poner todas las canicas amarillas en un lado y todas las canicas grandes en el otro. Después pídale colocar todas las canicas amarillas y todas las canicas grandes en un mismo círculo; a este conjunto se le conoce como la unión. Deje que el niño describa los objetos de la unión.



4.9 ESTIMACIONES

Aunque las actividades descritas en este capítulo no requieren el uso de los números, debe pedir al niño estimar y predecir. Es importante que él desarrolle estas habilidades porque son muy útiles, por ejemplo: cuando se estima, si el dinero alcanza para ir al cine o cuando se quiere saber si alcanza para cubrir todos los gastos de la semana. Las habilidades de estimar y predecir son necesarias en la resolución de problemas, incluyendo los que no involucran números.

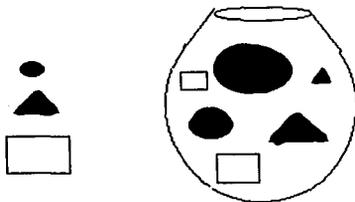
❖ Actividades para niños de 9 a 11 años

ACTIVIDAD 1

Objetivo: observar y estimar para completar un patrón determinado.

Ponga en una bolsa de tela figuras geométricas de diferente tamaño y color, por ejemplo: cuadrado, círculo, triángulo y tres tamaños grande, mediano y pequeño, con tres colores rojo, amarillo, azul. Vaya sacando las piezas, una por una y sólo saque tres o cuatro. Después pida que el niño describa una figura que se encuentra dentro de la bolsa. Comente con él que en la bolsa no hay dos figuras iguales, pero sí hay que cuentan con

características de las de más figuras, o bien, diferentes combinaciones de características. Por ejemplo, si el niño ha visto un círculo chico azul, un cuadrado grande amarillo y un triángulo mediano rojo, puede predecir que en la bolsa hay un círculo grande azul. Continúe la actividad hasta que el niño haya mencionado todas las piezas de la bolsa.



ACTIVIDAD 2

Objetivo: estimar y usar el producto cartesiano para encontrar el número total de combinaciones.

Por ejemplo: Si Luisa tiene tres pantalones y cuatro blusas. Ella puede usar cada uno de sus pantalones con cada una de sus blusas. Pregúntele al niño ¿Cuántas combinaciones diferentes tendrá Luisa?

Y en caso de que Luisa tenga tres pares de blusas y cuatro de pantalones ¿cuántas combinaciones diferentes tendrá? Es importante que el niño primero haga una estimación y luego corrobore si estaba en lo correcto o no.

ACTIVIDAD 3

Objetivo: estimar y usar el producto cartesiano para encontrar el número total de combinaciones.

En una hoja de papel escriba el siguiente menú de comida.

- * Sopa de lentejas
- * Sopa de tortilla

- * Pollo con mole
- * Milanesa de res

- * Arroz con leche
- * Flan

Comente con el niño que una comida está compuesta por una sopa, un guisado y un postre. Pida estimar cuántas comidas diferentes puede formar y cuando ya lo haya hecho, pida que escriba cada una de las diferentes comidas posibles y que compare su respuesta estimada y el resultado exacto que calculó. Para escribir todas las posibles combinaciones, sugiera al niño llevar un orden para no omitir ninguna opción. Dependiendo de la edad y las habilidades del niño puede variar el número de opciones en el menú, ya que a mayor número de opciones es más difícil el cálculo exacto de las posibles combinaciones.

ACTIVIDAD 4

Objetivo: observar, estimar y usar correspondencias.

Pida a los niños que observen cuántas sillas y cuántos niños hay en el lugar donde estén y que estimen si hay más sillas o niños. Por último, pida que cada niño se siente en

una silla y que se den cuenta si sobran o hacen falta sillas, y observen a los niños que tienen su silla sólo les corresponde una. Esta actividad también la pueden realizar niños más pequeños.



ACTIVIDAD 5

Objetivo: identificar cardinalidad de conjuntos.

Pida a los niños que formen un conjunto con objetos, y comparen el número de elementos de su conjunto, y después que formen otro. Y seleccionen el conjunto con mayor cardinalidad. Después que identifique los conjuntos que tienen la misma cardinalidad.



ACTIVIDAD 6

Objetivo: observar, estimar y establecer correspondencia biunívoca.

Dé al niño un número de candados y el mismo número de llaves y haga un montoncito con los candados y otro con las llaves. Pídale que trate de estimar si hay más llaves o más candados. Deje que él descubra que puede establecer una relación biunívoca entre ambos conjuntos. Comente con el niño, que el volumen muchas veces no tiene relación con la cantidad de cosas. Después comente que a cada candado le corresponde sólo una llave, es decir, que no sobran ni faltan llaves. El niño explorara los objetos de los dos conjuntos, para determinar si puede ser colocados en una correspondencia uno a uno. Es decir, si hay exactamente un elemento del primer conjunto que le corresponda un elemento del segundo conjunto, y ningún elemento sobra, es una correspondencia biunívoca en este caso las llaves y los candados tienen una correspondencia biunívoca.



Todas las actividades antes mencionadas tienen la finalidad, de apoyar el desarrollo del razonamiento lógico de niño y de las diferentes habilidades. Es conveniente poner especial atención y considerar la edad y habilidad de él; en el siguiente capítulo se dan algunas consideraciones que se pueden tomar en cuenta para seleccionar las actividades adecuadas para el niño.

Es importante hacer notar que la clasificación de las actividades no es excluyente, una actividad puede servir para desarrollar diferentes habilidades.

APÉNDICE

CONSIDERACIONES

El método de Piaget (1896-1980) explica el desarrollo de los conocimientos, es decir, cómo una persona pasa de un conocimiento a otro. En un principio, Piaget señala cuatro periodos:

1º. Periodo sensomotriz. Comprende del nacimiento al año y medio o dos años de vida. Piaget le llama así a este periodo porque el recién nacido cuenta sólo con los esquemas senso-motrices congénitos, como son los primeros reflejos o instintos. En este periodo, el recién nacido va diferenciando progresivamente los objetos que le rodean.

2º. Periodo del pensamiento preoperacional. Comprende de los dos a los siete años. Este periodo consta de dos fases: la preoperacional y la instintiva.

La fase preoperacional abarca de los dos a los cuatro primeros años. En esta fase el niño puede categorizar los objetos de forma global, basándose en una exagerada generalización de las características más sobresalientes de los objetos.

La fase instintiva se prolonga hasta los siete años, y se caracteriza porque el niño es capaz de pensar las cosas a través del establecimiento de clases y relaciones, y del uso de números, pero todo ello de forma intuitiva, sin tener conciencia del procedimiento empleado.

En este periodo el niño desarrolla primero la capacidad de conservación de la sustancia, luego desarrolla la capacidad de la conservación de la masa y, posteriormente la del peso y la del volumen.

Piaget señala que el paso del periodo sensomotriz a este segundo periodo se produce fundamentalmente a través de la imitación, que de forma individualizada el niño asume, y que produce la llamada imagen mental, en la que juega un gran papel el lenguaje.

3º. Periodo de las operaciones concretas. Comprende de los siete a los once años. Este periodo ha sido considerado algunas veces como una fase del anterior. En este, el niño hace uso de algunas comparaciones lógicas, como por ejemplo: la seriación. La adquisición de estas operaciones lógicas surge de una repelición de interacciones concretas con las cosas, aclarando que la adquisición de estas operaciones se refiere sólo a objetos reales.

Con esta adquisición de las operaciones concretas, se produce una serie de modificaciones en las concepciones que el niño tiene sobre las nociones de cantidad, espacio y tiempo, y abre paso en la mente del niño a las operaciones formales para continuar con su desarrollo intelectual.

4º. Periodo de operaciones formales. Este último periodo del desarrollo intelectual del niño abarca de los once o doce a los quince años aproximadamente. En este periodo los niños comienzan a dominar las relaciones de proporcionalidad y conservación. A su vez, se sistematizan las operaciones concretas del periodo anterior, y se desarrollan las llamadas operaciones formales, que no sólo se refieren a objetos reales como la anterior, sino también a todos los objetivos posibles. Con estas operaciones y con el dominio del lenguaje que poseen en esta edad, son capaces de acceder al pensamiento abstracto, abriéndoseles las posibilidades perfectivas y críticas que facilitan la razón.

Se debe tomar en cuenta la edad y habilidad del niño como lo marca el estudio de Piaget, para determinar el nivel de algunos problemas mencionados en el capítulo anterior. La habilidad del niño para entender la lógica de la clasificación es necesaria para muchas de las actividades.

Los niños en la etapa preoperacional pueden tener un error al agrupar los objetos y puede que no sean capaces de pensar en más de una o dos maneras de agrupar los objetos. Los niños, en etapa operacional concreta, no usarán ensayo ni error y ellos serán capaces de agrupar los objetos de acuerdo a la forma, el tamaño y el color. Los niños en la etapa preoperacional necesitan muchas experiencias para ordenar los objetos de acuerdo con uno o dos criterios. Los niños en esta etapa, están listos para la clasificación.

Para la clasificación es necesario que los niños conozcan las características de los objetos. Los niños deben darse cuenta de que una manzana es también una fruta, y saber que hay más frutas cuando se les muestra dos conjuntos, uno de diez manzanas y otro cinco de peras y se les pregunta si hay más manzanas o hay más frutas. Los niños en etapa preoperacional, como lo marca el estudio de Piaget, responderán que hay más manzanas. Los niños están comparando las manzanas con las peras, pero no las manzanas con todas las frutas, donde las manzanas forman parte. Los niños en esta etapa responderán correctamente.

Los niños, en la etapa preoperacional a veces, son capaces de realizar algunas actividades, pero son incapaces de justificar sus resultados, en cambio, los niños en la etapa operacional concreta pueden resolver la actividad y dar las razones de sus soluciones.

Niños pequeños, en la etapa preoperacional, pueden ser capaces de distinguir y diferenciar el tamaño de dos objetos, pero son incapaces de poner en secuencia algunos objetos. Los niños mayores, que están en esta etapa, son capaces de poner en secuencia objetos en una línea.

Los niños deben observar, comparar, clasificar y secuenciar con la variedad de los objetos que se les dé. Más tarde, los niños deben captar conceptos del trabajo para colocar un fundamento sólido y desarrollar conceptos numéricos.

A través de las actividades, debe alentarse al niño a proponer y resolver problemas. Recuerde que es más importante que el niño comprenda y no sólo memorice. El desarrollo del pensamiento de él debe ser la base para la enseñanza. Las habilidades de este deben ser identificadas, poniendo atención a los niveles de desarrollo.

Se puede tomar en cuenta las siguientes recomendaciones.

- Proveer instrucción para el desarrollo. Aprender cómo el niño piensa y cómo es su nivel de pensamiento, que es crucial para la instrucción empleada. Debe continuamente estimar el grado de entendimiento y progreso de los niños.

- Introducir al niño en el aprendizaje activo. En las matemáticas utilizar materiales que ellos pueden manipular. Al explorar materiales libremente o en situaciones de problema se forma parte del conocimiento. El aprendizaje activo es trabajar en equipo o intercambiar ideas matemáticas.

- Llevar al niño a discusiones y cuestionamientos acerca de sus pensamientos. Se debe alentar a él a explicar sus pensamientos, ofrecer opiniones e intercambiar ideas con otros. Aquí usted juega un rol fundamental ya que puede dirigir sus preguntas para conocer más a fondo al niño. Se puede realizar preguntas como ¿qué quieres decir? ¿cómo haces eso? ¿por qué dices eso? o ¿podrías explicarlo de otra manera? Con todas estas preguntas se trata de interpretar lo que el niño está entendiendo.

- Utilizar una instrucción centrada en el niño. Las ideas, opiniones e intereses de el niño son puntos principales alrededor de los cuales se realizan las instrucciones. Problemas de palabras basados en el ambiente de él ayudan a comenzar el proceso de aprendizaje dirigido. Asociado con los intereses y la curiosidad de él niño, el contenido de las matemáticas es útil para el desarrollo intelectual de éste.

- Enseñar conforme al diagnóstico. Es necesario monitorear los avances, valorar el trabajo de el niño y asistirlo en las interpretaciones equívocas que tenga. Para recabar esta información es necesario observar y discutir sus procesos de pensamiento con el niño. Se debe estar consciente de la lógica personal de cada uno y la manera de interpretar sus pensamientos en las actividades que se lleven en el grupo.

- Introducir nuevas técnicas. Se puede ampliar los horizontes del niño y enriquecer su ambiente, si desea, acepte el rol de cambiar de instrumento y emplee las técnicas que crea necesarias.

Todos los niños aprenden de sus errores y fracasos. Ellos deben entender que es también un proceso de aprendizaje, y que están listos para aprender algo dependiendo de su nivel de desarrollo. Se debe determinar la dificultad de lo que aprenden y tomar en cuenta que la retroalimentación es básica y el éxito es consecuencia del aprendizaje. Los niños deben sentirse útiles para sí mismos y para los demás ya que su imagen es fundamental para su progreso y su éxito en la vida.

CONCLUSIONES

La mayoría de los niños sienten desagrado por la materia de matemáticas y no sólo ellos, algunos adultos también. No faltan los comentarios de que es muy difícil o complicada e incluso es la materia de mayor índice de reprobación. Es preocupante conocer la opinión de las personas al respecto de esta materia, ya que en estos tiempos es necesario por lo menos saber sumar, restar, multiplicar y dividir, pero con los avances tecnológicos es indispensable manejar un pensamiento matemático más amplio.

Es común que los padres les preocupa la falta de interés de sus hijos con respecto a las matemáticas aún más si no la aprueban, aunque muchas veces no saben cómo ayudarlos. Cabe resaltar que no es indiferencia de los padres, pueden ser diferentes factores los que impiden apoyar a sus hijos, por ejemplo: que ellos mismos no comprendan la materia o que no sepan cómo pueden explicarle a sus hijos. Pero este problema no sólo atañe a los padres también en algunos casos a los maestros.

Es necesario saber la manera de enseñar matemáticas a un niño, pero es igual de importante saber cómo aprende un niño. Esto con el objetivo de comprender mejor los problemas y procesos por los que pasan los niños para aprender; con esto se conoce la forma de aprendizaje de los niños, y así se puede tener un punto de vista más objetivo para brindarle mejor apoyo.

Comparar, observar, estimar y escoger, entre otras, son habilidades que parecieran ser innatas, y los niños desarrollan fácilmente, por eso los adultos restan importancia a la necesidad de ayudarlos a desarrollar estas habilidades en comparación con que ellos aprendan dividir, por ejemplo, porque éstas forman la base sobre la que descansarán los conocimientos más abstractos.

Hay que hacer énfasis en el desarrollo de estas habilidades en los niños y no en la memorización de algoritmos, que es la tendencia en la enseñanza en el ámbito de primaria. Es necesario ayudar a desarrollar estas habilidades muy bien, para que esta base sea lo suficientemente fuerte para que puedan soportar conocimientos más complejos a lo largo de su desarrollo cognitivo. Se tiene que ayudar al niño desde el principio para fortalecer una parte de la base de su conocimiento.

Este trabajo se basa en la teoría de Piaget, el cual divide el desarrollo del niño en cuatro etapas las cuales son:

La primera etapa sensorio-motriz, generalmente se da en los dos primeros años de edad del niño. Aquí empieza a imitar sonidos, acciones y reconoce objetos.

La segunda etapa preoperacional, generalmente se da entre los dos y siete años de edad del niño, el cual aprende a utilizar el lenguaje y la habilidad, para pensar en términos simbólicos.

La tercera etapa, operaciones concretas, tiene lugar entre los siete y los once años del niño el cual aprende de los objetos que le rodean.

La cuarta etapa comienza a la edad de los once años en adelante, ésta es la de las operaciones formales, aquí los niños aprenden a pensar lógicamente acerca de problemas abstractos.

Es necesario mencionar que las edades en las que se dividen estas cuatro etapas son tentativas ya que el desarrollo de cada niño es único y diferente.

Por lo que este trabajo comprende primero cómo aprenden los niños y el proceso de éste. Posteriormente, un enfoque al proceso de aprendizaje de las matemáticas, esencialmente en un primer acercamiento a la teoría de conjuntos. El interés principal no es que el niño aprenda sobre teoría de conjuntos, lo que se quiere es que tenga la oportunidad de analizar actividades de clasificación, agrupación, seriación, entre otros. Por último, se propone algunas actividades para niños de diferentes edades, que pueden

ayudarlos a desarrollar estas habilidades, debe escoger las que mejor se adapten a las necesidades y edades de los niños y puede hacer las modificaciones que crea necesarias para que las adapten mejor a sus condiciones de trabajo.

El apéndice contiene comentarios para apoyar al usuario y algunas maneras de alentar a los niños para que relacionen los objetos para comenzar a trabajar con la lógica.

Este trabajo esta dirigido tanto a maestro, papás, entre otros que deseen apoyar al desarrollo y habilidades del niño , ya que los términos, material y actividades utilizados están dirigidos al público en general. Lo más importante es que los niños se interesen en las actividades ya que lo expuesto en esta tesis está pensado para el desarrollo formal y lógico de ellos.

BIBLIOGRAFÍA

- ATOCHA, Aliseda. Heurística, hipótesis y demostración en matemáticas, Instituto de investigación filosóficas. <http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/atocha.htm>.
- CRUIKSHANK, E. Douglas. SHEFFIELD, Jensen Linda. Teaching and learning elementary and middle school mathematics, Ed. Macmillan Publishing, 1992.
- DEVAL, Juan. Creer y Pensar, La construcción del conocimiento en la escuela, Ed. Piados Mexicana, México, 1983.
- GRACE, J. Craig. Desarrollo Psicológico, Ed. Prentice Hall, 1989.
- HOSSARD, Jack. Science experiences, Cooperative learning and the teaching of science, Ed. Addison-Wesley, 1990.
- KLEIMAN, Ariel. DE KLEIMAN, K. Elena. Conjuntos, Aplicaciones matemáticas a la administración, Ed. Limusa, 1972.
- LILLAR, Polk Paul. Un enfoque moderno al método Montessori, Ed. Diana, 1972.
- MONTESORI, María. El niño, El secreto de la infancia, Ed. Diana, 1982.
- REINOSO, Carlos. En busca de una nueva didáctica para la matemática, Ed. Nuevas técnicas educativas, 1974.

- REINOSO, Carlos. Matemáticas 2 Educación media básica, Ed. Fondo de cultura popular, 1976.

- ROSENTHAL, B. Evelyn. Understanding the new mathematics, Ed. Crest book, 1965.

- YAGLIS, Dimitrios. Montessori, Ed. Trillas, 1989.

- Axiomatización de la teoría de conjuntos

<http://www.personales.ya.com/casanchi/mat/axiomati.pdf>.

- Diccionario de la lengua española Ed. Oceano.

- El desarrollo de la conducta

<http://www.mflor.mx/materias/temas/conducta/conducta.htm>.

- Producto cartesiano

<http://www.geocities.com/Athens/Academy/6892/conjunt.htm>.

- Teoría de conjuntos

http://www.lafacul.com/apuntes/matematica/teoria_conjuntos/default.htm.