

01184
2

**MODELO MACROECONÓMICO CON
FUNDAMENTOS MICROECONÓMICOS.**
Una aplicación econométrica a la
economía mexicana.

POR

LUCÍA ATZIMBA RUIZ GALINDO

Tesis para obtener el grado de
Doctora en Ingeniería
(Investigación de Operaciones)

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
División de Estudios de Posgrado de la
Facultad de Ingeniería

Octubre, 2003

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

i



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS
CON
FALLA DE
ORIGEN**

PAGINACION

DISCONTINUA

A mi padre y a mi madre

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A Roge, el bebé hermoso

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México, mi *alma mater*, le agradezco que sea un espacio abierto y plural, y que me haya brindado la oportunidad de crecer profesionalmente.

A los miembros de mi Comité Doctoral les doy las gracias por sus valiosos comentarios y cuestionamientos durante el desarrollo de este trabajo, en especial a mi tutor, el Dr. Francisco Venegas M., y al Dr. Sergio Fuentes Maya, a quienes además les agradezco sus enseñanzas, tolerancia y confianza.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A mi padre y a mi madre les agradezco que no hayan planificado la familia y sus amorosos esfuerzos para proporcionar educación a sus hijos e hijas.

A mis hermanos y hermanas les doy las gracias porque en su momento fueron el ejemplo a seguir. Ejemplo que junto al de nuestros padres, me impulsó a fijarme nuevos retos y me estimuló a alcanzar mayores y mejores logros. A mis cuñadas les agradezco su apoyo y solidaridad. Un especial reconocimiento deseo hacer a aquellos y aquellas que siempre han estado presentes, su espíritu positivo y su aliento han sido muy importantes y determinantes en mi vida, sobre todo en tiempos difíciles.

A mis sobrinos y sobrinas les doy las gracias por permitirnos compartir nuestras vidas y en ocasiones, ser parte de ellas. Saberlos y tenerlos cerca o junto a mí, ha sido muy gratificante.

A Bubo y al Principeso les agradezco su presencia en mi vida, su amor y lealtad a prueba de todo.

A mis amigos y amigas les doy las gracias por los sueños y realidades compartidas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

**MODELO MACROECONÓMICO CON
FUNDAMENTOS MICROECONÓMICOS.**
Una aplicación econométrica a la
economía mexicana.

Resumen

Lucía Atzimba Ruiz Galindo

Universidad Nacional Autónoma de México
División de Estudios de Posgrado de la
Facultad de Ingeniería
Octubre, 2003

Director: Francisco Venegas Martínez

El objetivo principal de este trabajo es elaborar un modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos, es decir, un modelo macroeconómico en el que la dinámica de las variables relevantes y sus respectivas relaciones de comportamiento son el resultado de estudiar la conducta individual de los consumidores y productores y su interacción en el mercado. Con este propósito, se plantean modelos intertemporales para el consumidor y productor, cuyas soluciones son las trayectorias óptimas de las variables económicas relevantes. El análisis de las actividades del gobierno y su conexión con las de los agentes económicos conduce a la determinación de identidades, que junto con las relaciones de comportamiento integran el modelo macroeconómico, cuya esencia es que los determinantes de las variables endógenas de interés, no son formulados *ad-hoc*, sino que son derivados al estudiar y modelar la conducta individual de los agentes que constituyen la economía.

Una vez planteado el modelo macroeconómico con fundamentación microeconómica, con la pretensión de hacerlo operativo, se aplica la metodología econométrica utilizando información empírica trimestral de la economía mexicana. Con ello se obtiene un modelo macroeconométrico para México con fundamentos microeconómicos, hecho que lo distingue y diferencia de los que hasta ahora se han elaborado.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CONTENIDO

	Página
AGRADECIMIENTOS	ii
RESUMEN	vi
ÍNDICES DE CUADROS	xi
ÍNDICES DE DIAGRAMAS	xii
ÍNDICES DE GRÁFICAS	xii
CAPÍTULO	
1. INTRODUCCIÓN	1
2. MODELO INTERTEMPORAL BÁSICO PARA LOS CONSUMIDORES	8
2.1. Riqueza del consumidor	8
2.2. Modelo con costos de transacción	9
2.2.1. Dinámica de la riqueza	9
2.2.2. Planteamiento del problema intertemporal	10
2.2.3. Determinación de las trayectorias óptimas	13
2.3. Modelo con saldos monetarios reales en la función de utilidad	17
2.3.1. Planteamiento del problema intertemporal	18
2.3.2. Determinación de las trayectorias óptimas	19
2.4. Modelo con restricción <i>cash-in-advance</i>	22
2.4.1. Planteamiento del problema intertemporal	22
2.4.2. Determinación de las trayectorias óptimas	23
2.5. Conclusiones	25
3. MODELO INTERTEMPORAL BÁSICO PARA LOS PRODUCTORES	27
3.1. Tecnología	27

	Página
3.2. Modelo sin mercados de capital.....	28
3.3. Modelo con mercados de capital y con costos de ajuste	28
3.3.1. Planteamiento del problema intertemporal	29
3.3.2. Determinación de las trayectorias óptimas	30
3.4. Modelo con mercados de capital y sin costos de ajuste	32
3.4.1. Planteamiento del problema intertemporal	32
3.4.2. Determinación de las trayectorias óptimas	33
3.5. Conclusiones	34
4. EXTENSIÓN DEL MODELO INTERTEMPORAL BÁSICO PARA LOS CONSUMIDORES	36
4.1. Modelo sin activos financieros internacionales	36
4.1.1. Riqueza del consumidor.....	37
4.1.2. Dinámica de la riqueza.....	37
4.1.3. Planteamiento del problema intertemporal.....	37
4.1.4. Determinación de las trayectorias óptimas.....	40
4.2. Modelo con activos financieros internacionales	45
4.2.1. Riqueza del consumidor y su dinámica	45
4.2.2. Planteamiento del problema intertemporal.....	46
4.2.3. Determinación de las trayectorias óptimas.....	48
4.3. Conclusiones	49
5. EXTENSIÓN DEL MODELO INTERTEMPORAL BÁSICO PARA LOS PRODUCTORES.....	52
5.1. Tecnología	52

	Página
5.2. Planteamiento del problema intertemporal con costos de ajuste	52
5.3. Determinación de las trayectorias óptimas	54
5.3.1. Producción, importaciones, exportaciones y empleo	54
5.3.2. Capital e inversión	57
5.4. Conclusiones	58
6. MODELOS MACROECONÓMICOS CON FUNDAMENTOS MICROECONÓMICOS	61
6.1. Modelo macroeconómico para una economía cerrada	62
6.1.1. Gobierno	63
6.1.2. Identidad del ingreso nacional	63
6.1.3. Planteamiento del modelo	64
6.2. Modelo macroeconómico para una economía abierta	65
6.2.1. Gobierno	66
6.2.2. Identidad del ingreso nacional	67
6.2.3. Planteamiento del modelo	68
6.3. Conclusiones	69
7. METODOLOGÍA ECONOMETRICA	70
7.1. Esbozo metodológico	70
7.2. Modelo econométrico	73
7.2.1. Modelo estadístico	73
7.2.2. Mecanismo generador estadístico	74
7.2.3. Especificación del MGE y del modelo estadístico	75



	Página
7.3. Pruebas de diagnóstico	77
7.3.1. Autocorrelación	77
7.3.2. Heteroscedasticidad	79
7.3.3. Normalidad	79
7.3.4. Linealidad	80
7.3.5. Cambio estructural	80
7.4. Conclusiones	81
8. MODELO MACROECONOMÉTRICO CON FUNDAMENTOS MICROECONÓMICOS PARA MÉXICO	83
8.1. Modelos macroeconómicos en México	83
8.2. Breve descripción de la economía mexicana, 1985-2001	87
8.2.1. Periodo 1982-1988	87
8.2.2. Periodo 1988-1994	91
8.2.3. Periodo 1995-2001	92
8.3. El modelo MMicMex	93
8.3.1. Características generales	93
8.3.2. Definición de variables y especificación inicial modelo ..	94
8.3.3. Análisis del modelo estimado	97
8.3.4. Simulación	103
8.4. Conclusiones	105
CONCLUSIONES GENERALES	109
APÉNDICE A	113
APÉNDICE B	114
APÉNDICE C	119
BIBLIOGRAFÍA	124

ÍNDICE DE CUADROS

	Página
Cuadro 1. Modelos intertemporales básicos para los consumidores y sus soluciones	26
Cuadro 2. Modelos intertemporales básicos para los productores y sus soluciones	35
Cuadro 3. Extensión de los modelos intertemporales básicos para los consumidores y sus soluciones	51
Cuadro 4. Extensión de los modelos intertemporales básicos para los productores y sus soluciones	60
Cuadro 5. Modelos macroeconómicos en México	85
Cuadro 6. Indicadores macroeconómicos.....	90
Cuadro 7. Demanda final y producto interno bruto	90

ÍNDICE DE DIAGRAMAS

Página

Diagrama 1. Metodología econométrica.....	71
---	----

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ÍNDICE DE GRÁFICAS

	Página
Gráfica 1. Precio internacional del petróleo	89
Gráfica 2. Inflación promedio anual	89
Gráfica 3. Tipo de cambio real	91
Gráfica 4. Comportamiento histórico observado y simulado del consumo privado	106
Gráfica 5. Comportamiento histórico observado y simulado de la inversión privada	106
Gráfica 6. Comportamiento histórico observado y simulado de las importaciones	107
Gráfica 7. Comportamiento histórico observado y simulado de las exportaciones	107
Gráfica 8. Comportamiento histórico observado y simulado de los saldos monetarios reales	108
Gráfica 9. Comportamiento histórico observado y simulado de la producción	108

1. Introducción.

La manera de abordar el estudio de los grandes agregados que conforman los modelos macroeconómicos se ha modificado sustancialmente en los últimos años y ha llevado consigo la constitución de una nueva línea de investigación denominada de fundamentos microeconómicos, que consiste en establecer las trayectorias de las variables asociadas a los agregados económicos y sus determinantes, estudiando el comportamiento individual de los diferentes agentes que constituyen la economía. De la integración de las acciones de todos los agentes del mismo grupo y de su interacción en el mercado de los distintos grupos se obtienen conclusiones de las variables relevantes que componen un modelo macroeconómico.

El objetivo de este trabajo es formular un modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos, es decir, un modelo macroeconómico cuyas relaciones de comportamiento e identidades sean el resultado de analizar la conducta individual de los agentes económicos. En el logro de ese objetivo no sólo se incursiona en una nueva línea de investigación, sino que también se innova en el paradigma metodológico que se ha utilizado en la construcción de esta clase de modelos, ya que en general, sus relaciones de comportamiento e identidades se han definido *ad-hoc* y han sido adoptadas y adaptadas tanto a las características propias de la economía en estudio como a la información empírica disponible de las variables económicas que lo integran.

Una vez formulado el modelo macroeconómico con fundamentos micro es importante hacerlo operativo, en el sentido de que sea capaz de reproducir aspectos relevantes de la economía del país que se está modelando. Con este propósito y con el de ir más allá de su planteamiento teórico, se implementa la metodología econométrica utilizando información empírica de la economía mexicana. Ello conduce al establecimiento del modelo macroeconométrico con fundamentos microeconómicos para México, el MMMicMex, cuya característica esencial es que las trayectorias de las variables macroeconómicas y sus respectivos determinantes, se obtienen a partir de la perspectiva de la microeconomía dinámica, hecho que lo distingue y lo diferencia de los que hasta el momento se han construido para la economía mexicana.

Los modelos macroeconómicos con fundamentos micro datan de principios de la década de los noventa. Se desarrollan en el contexto de los modelos del agente representativo y por tanto, su estructura básica se remonta al trabajo de Ramsey (1928). Sus principales antecedentes son los modelos dinámicos de expectativas racionales, cuyas hipótesis fueron planteadas por primera vez en Muth (1961). Formas alternativas y extensiones de los modelos con microfundamentos se presentan de manera detallada en Turnovsky (1999)

y (2000). El supuesto de expectativas racionales en la forma de previsión perfecta y el modelo del agente representativo desempeñan un papel importante en el desarrollo del presente trabajo.

La característica esencial de los modelos macroeconómicos con fundamentos microeconómicos es su naturaleza dinámica en el sentido que cada uno de los agentes económicos y por ende, el conjunto integrado por los que efectúan las mismas acciones, toman decisiones en cada instante de tiempo, considerando las posibilidades del futuro y lo que hacen los agentes de los otros grupos. De esta manera, las relaciones de comportamiento de las variables macroeconómicas relevantes de un modelo con microfundamentos, y sus respectivos determinantes, son el resultado de alguna forma de optimización intertemporal que incorpora la conducta racional de los agentes: consumidores y productores, y que necesariamente reflejan lo que hacen y para qué lo hacen.

Los agentes de la economía toman sus decisiones maximizando sus respectivas funciones objetivo: los consumidores maximizan su utilidad y los productores su beneficio. Este proceso los lleva a establecer relaciones causales de comportamiento para el consumo, producción, trabajo e inversión, entre otras que integran los modelos macroeconómicos y que generalmente se encuentran en función de los precios del mercado y del rendimiento de algún activo financiero, por mencionar algunas de las variables que son tomadas como dadas por todos los agentes económicos.

Otra particularidad de los modelos macroeconómicos con fundamentos micro es que las variables que intervienen en ellos se definen de manera precisa lo cual es muy conveniente desde el punto de vista empírico, ya que permite obtener y/o identificar de manera apropiada la información empírica que más se adecua a la definición propuesta. Aunado a lo anterior, también se encuentra el hecho de que en las trayectorias óptimas de las variables macroeconómicas obtenidas de los modelos intertemporales de los distintos agentes económicos, se puede hacer caso omiso de la forma funcional resultante y considerar sólo sus determinantes, ya que la primera depende en gran medida de la elección de la función objetivo del problema intertemporal en cuestión, mientras que los determinantes permanecen inalterables.

Por su parte, los modelos macroeconómicos son el resultado de conjugar la macroeconomía y la econometría. La primera estudia las relaciones causales de comportamiento entre agregados de agentes y variables, y con el propósito de hacerlas consistentes con la contabilidad nacional, introduce algunas identidades y definiciones. La segunda, permite validar empíricamente esas relaciones y el modelo completo.

En términos generales, el propósito de los modelos macroeconómicos, independientemente de sus peculiaridades y de sus objetivos generales y específicos, es diseñar, implementar y evaluar políticas económicas, así como pronosticar y efectuar análisis estructural (Intriligator, 1990). En estos objetivos se lleva implícito que el modelo sea capaz de predecir lo que habría pasado si se hubieran utilizado estrategias alternativas de política económica. Dentro de los modelos macroeconómicos, los de naturaleza dinámica son de gran importancia, ya que además de lo planteado previamente, permiten capturar las relaciones intertemporales de las variables asociadas a los agregados económicos relevantes y por ende, examinar la dinámica de sus trayectorias.

En México, la construcción de los modelos macroeconómicos se remonta a la década de los setenta. En Beltrán (2000) se hace una revisión detallada de los principales modelos macroeconómicos que se han formulado para los países de América Latina de 1965 a 1985 y en Aceituno y Mattar (1984) se presentan los aspectos más relevantes de algunos modelos para la economía mexicana construidos durante la década de los setenta y la primera mitad de los ochenta. Los modelos que reseñan estos autores son econométricos y en ninguno de ellos, ni en los más recientes: el Eudoxio (Castro, Loría y Mendoza, 2000) y el Economéxico (Urzúa *et al*, 2001), las relaciones de comportamiento son obtenidas a partir de fundamentos microeconómicos.

Los modelos macroeconómicos usualmente incorporan el análisis econométrico tradicional. el que se presenta en casi todos los "libros de texto", como el Theil (1971), Maddala (1977), Judge *et al* (1985) e Intriligator (1990), por citar algunos. Sin embargo, el modelo MMicMex, además de su fundamentación microeconómica, se caracteriza por ser uno de los pioneros en la implementación de la propuesta metodológica de A. Spanos (Spanos, 1986 y 1988). Esta es más general que la tradicional y considera que el modelo macroeconómico teórico no necesariamente tiene por qué coincidir con el estimable y que los elementos estadísticos de este último no son exclusivos del término estocástico sino que también son incorporados en la información empírica de las variables observables. Otro modelo que usa este procedimiento econométrico es el Eudoxio.

Se ha mencionado que en el modelado macroeconómico *sin fundamentación micro*, es costumbre que las relaciones de comportamiento se definan de manera arbitraria, razón por lo cual, ellas no reflejan ni la conducta ni las decisiones que toman los agentes ante la política económica prevaeciente. Generalmente, el análisis del impacto de una propuesta alternativa de política parte de un modelo macroeconómico con esas características y por tanto, al no considerar en su especificación que los agentes pueden cambiar su comportamiento y sus decisiones, e incluso conducir a una formulación diferente del modelo, las conclusiones que se obtienen a partir de él no son válidas.

Lo anterior originó que en los años setenta, tuvieran lugar un gran número de críticas a ese tipo de modelos en lo que respecta a su capacidad de evaluación de políticas económicas. Quizás la más general y de mayor impacto fue la de R. Lucas (Lucas, 1976), quién señaló lo inadecuado de los modelos macro para simular políticas económicas alternativas. De acuerdo a las deducciones de este autor, mejor conocidas como la "crítica de Lucas", al modificar el tipo de política se cambia la estructura del modelo y en consecuencia, las conclusiones basadas en él no son apropiadas. Cabe mencionar que muchas de esas opiniones adversas, argumentaban que un buen modelo macro debería estar basado en fundamentos microeconómicos (Turnovsky, 1998).

La propuesta de este trabajo es precisamente romper el paradigma del modelado macroeconómico de manera que se evite que sus ecuaciones sean definidas *ad-hoc*. Con esta finalidad se incursiona en una línea de investigación relativamente nueva, la de los modelos macroeconómicos con microfundamentos, mediante la cual las relaciones de comportamiento responden a la conducta de los agentes y a las decisiones que toman ante la política económica prevaleciente o alguna alternativa. Este enfoque en la construcción de los modelos macroeconómicos contempla para cada nueva propuesta de política, el estudio de las acciones y decisiones individuales de los consumidores y productores, a través del planteamiento de modelos de optimización intertemporal, cuya solución son las trayectorias óptimas de las variables asociadas a los agregados económicos de interés. Con este proceso se evita la simulación de políticas alternativas con modelos que dan cuenta de una estructura económica diferente a la que se pretende analizar.

En resumen, el objetivo primordial de este trabajo es la elaboración de un modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos. Con el propósito de ir más allá de su formulación teórica, se implementa la metodología econométrica con información de la economía mexicana y se logra establecer el modelo MMicMex. Su fundamentación microeconómica es el aporte más importante y como ya se hizo notar, es lo que lo distingue y diferencia de los que hasta ahora se han construido para la economía mexicana. Adicionalmente, es importante señalar que el MMMicMex es el resultado de un análisis econométrico que comprende al que tradicionalmente se ha empleado en la construcción de los modelos macroeconómicos para México.

La presentación de los modelos macro con fundamentos microeconómicos y del MMicMex está organizada como se muestra a continuación. En los capítulos dos y tres se proporcionan los fundamentos microeconómicos de un modelo macroeconómico para una economía cerrada. En los tres y cuatro se amplían esas formulaciones para permitir que los agentes efectúen transacciones con el resto del mundo y por tanto, se abre la economía,

primero a los bienes de consumo y enseguida se incorporan los activos financieros. En el capítulo seis, con base en los resultados obtenidos, se formulan dos modelos macroeconómicos: uno para economías cerradas y el otro para abiertas. En el capítulo siete se explica de manera sucinta la metodología econométrica utilizada en la elaboración del modelo macroeconómico. En el último capítulo, el ocho, se dan algunos antecedentes del modelado macroeconómico en México, se hace una breve descripción de la economía mexicana durante el periodo 1985-2001 y se presenta de manera detallada la elaboración del MMMicMex así como una simulación histórica para analizar su capacidad explicativa y poder predictivo. El trabajo finaliza con algunas conclusiones y los apéndices.

A continuación se detalla un poco más el contenido de cada capítulo, pero antes, es importante señalar que todos los modelos intertemporales de los consumidores y de los productores que se desarrollan en este trabajo, se formulan en tiempo continuo y por tanto, las herramientas del cálculo de variaciones y control óptimo se hacen indispensables en la determinación de las trayectorias óptimas de las variables asociadas a los agregados económicos de interés.¹

La elaboración de un modelo macroeconómico con fundamentos micro para una economía cerrada considera un modelo básico intertemporal de consumo y otro de producción. En el capítulo 2, se presenta el tratamiento dinámico del primero, el cual se hace mediante tres formas alternativas mutuamente excluyentes: introduciendo costos de transacción en la restricción presupuestaria, considerando una función de utilidad que depende de los saldos monetarios reales e incorporando una restricción *cash-in-advance*. Cualquiera de estas modalidades proporciona las trayectorias óptimas de la demanda de consumo y de saldos monetarios reales, y de la oferta de trabajo, así como sus correspondientes determinantes.

En el capítulo 3 se hace el planteamiento del modelo intertemporal de los productores y se desarrolla considerando que en la economía no existen mercados de capital y posteriormente se adecua a la existencia de los mismos. El modelo que incorpora mercados de capital se estudia tanto en el contexto en el que la empresa enfrenta costos de ajuste y cuando no lo hace. Ambas aproximaciones originan las trayectorias óptimas de la demanda de trabajo e inversión, y sus correspondientes determinantes.

Cuando se abre la economía, los modelos básicos intertemporales se generalizan de manera que consideren operaciones de mercado abierto, permitiendo que el consumidor y/o el productor efectúen transacciones con el exterior, lo cual conduce a una adaptación de los fundamentos microeconómicos de sus respectivos modelos básicos.

¹ Kamien y Schwartz (1991), Chiang (1992) o bien Leonard y Van-Long (1994) son algunas recomendaciones dentro de la vasta literatura existente sobre esos temas.

En el capítulo 4 se estudian dos extensiones del modelo básico del consumidor. En la primera, se considera que la economía se abre sólo al mercado de bienes de consumo y por tanto, su planteamiento y solución conduce a las demandas de consumo del bien producido internamente, del importado, de los saldos monetarios reales y a la oferta de trabajo y del bien producido internamente. En la segunda, se abre la economía a los activos financieros, de forma que se permite que el consumidor negocie con bonos extranjeros, y se analiza la sensibilidad de los resultados previos ante esta apertura.

En el capítulo 5 se presenta una extensión del modelo básico del productor, la cual introduce mercados de capital, integra costos de ajuste y considera que el productor es el que efectúa transacciones con el exterior. La formulación y solución del modelo extendido da lugar a la demanda del bien importado, la de trabajo y de inversión, y a la oferta del bien exportado.

Con todo el instrumental desarrollado en los capítulos anteriores y cerrando el modelo con un tercer agente en la economía: el gobierno, y con la identidad del ingreso nacional, en el capítulo 6 se formulan dos modelos macroeconómicos con fundamentos microeconómicos. La combinación de los resultados de los modelos intertemporales básicos del consumidor y del productor, con la restricción presupuestal del gobierno y la identidad del ingreso nacional obtenidas en el contexto de una economía cerrada, conduce a un modelo para este tipo de economía. Mientras que el de una economía abierta, se integra con las variables determinadas en la extensión del modelo intertemporal del consumidor y del básico del productor, con la restricción presupuestal del gobierno y la identidad del ingreso.

El capítulo 7 presenta de manera sucinta, la metodología econométrica implementada en el planteamiento del modelo MMicMex. Primero se da un esbozo de la misma, enseguida se detallan los conceptos más relevantes: el proceso generador de información y el modelo estadístico, y se proporciona una breve explicación de las principales pruebas de diagnóstico, entre las que se encuentran la de Jarque-Bera para normalidad, la Durbin-Watson y la de multiplicadores de Lagrange para autocorrelación, las WHITE y la ARCH para heteroscedasticidad, la RESET para especificación y las CHOW y CUSUM para cambio estructural.

En el capítulo 8 se proporcionan algunas características de los modelos que se han elaborado para la economía mexicana, se hace una breve descripción de la misma de 1985 a 2001 y se expone detalladamente la construcción del modelo MMicMex y una simulación histórica del mismo. Se considera que el modelo macroeconómico con fundamentos micro para la economía abierta formulado en el capítulo 6, constituye el marco teórico macroeconómico del modelo MMicMex, a partir del cual se procede a efectuar el análisis econométrico. Conjugando el primero con la información empírica trimestral de la

economía mexicana, se propone el modelo estimable y el estadístico, con los que se inicia la metodología econométrica y se continua hasta obtener un modelo adecuado tanto desde el punto de vista de la teoría económica como de la estadística. Con esto como criterio, se seleccionan las mejores ecuaciones estimadas y con ellas se logra integrar el modelo MMicMex. Enseguida se llevan a cabo algunas simulaciones históricas para garantizar que el modelo propuesto tiene una buena capacidad explicativa y poder predictivo y por tanto, puede ser empleado para evaluar los efectos de la política económica que lo originó, realizar pronósticos de corto y largo plazo, efectuar simulaciones y análisis estructural, con la seguridad de obtener resultados acertados.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2. Modelo intertemporal básico para los consumidores.

Se supone que existe un número grande de consumidores idénticos, competitivos y de vida infinita, que toman decisiones de consumo, de participación en el mercado laboral y de cartera, y que derivan utilidad del consumo y desutilidad del trabajo. Bajo estos supuestos se formulan tres modelos alternativos con fundamentos microeconómicos para determinar la demanda de consumo, la oferta de trabajo y la demanda de saldos monetarios reales. Dichos modelos se establecen con el propósito de mostrar diferentes formas para describir la conducta de los consumidores y surgen debido a la necesidad de plantear la demanda de saldos reales en función del ingreso y de la tasa de interés nominal.

En el primer modelo los consumidores tienen como objetivo maximizar una función de utilidad que depende del consumo y de la desutilidad de trabajo, sujeta a una restricción presupuestal que introduce costos de transacción, es decir, costos por la tenencia de saldos reales positivos. En el segundo, los consumidores tienen una función de utilidad que además depende de los saldos monetarios reales y su restricción presupuestal no incorpora costos de transacción. El tercero y último modelo, consiste de la función de utilidad del primero, la restricción presupuestal del segundo y de una restricción *cash-in-advance*, que refleja el hecho de que el consumo se financia con los saldos monetarios reales. Los tres modelos se establecen considerando que en la economía se produce y consume un sólo bien.

2.1. Riqueza del consumidor.¹

Un consumidor representativo de la economía demanda los siguientes activos: dinero, bonos gubernamentales y acciones, cuyos valores nominales se denotan de manera correspondiente por M , B_g y S . Si P es el nivel general de precios, entonces la riqueza real del consumidor se define como

$$a = m + b_g + s,$$

donde $m = M/P$, $b_g = B_g/P$ y $s = S/P$. Aquí m , b_g y s representan de forma respectiva, la demanda de saldos monetarios reales, la demanda real de bonos del gobierno y la de acciones.

Se supone también que el consumidor conoce la trayectoria de los precios, así

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \pi^e = \pi,$$

¹ Dada la homogeneidad de los consumidores sólo es necesario analizar la conducta de uno de ellos, de esta forma el modelo se desarrolla en el contexto de los asociados al agente representativo.

donde π es la tasa a la que el individuo espera que crezca el nivel general de precios.

Adicionalmente se considera que la tenencia de los saldos reales cuesta $-\pi$ y como no paga intereses (su tasa de interés nominal es cero), el consumidor tiene incentivos para conservar sólo el mínimo posible.

Los bonos emitidos por el gobierno, a diferencia del dinero, sí pagan intereses nominales a la tasa R_g y al igual que los balances reales, su valor real se deprecia a la tasa de $-\pi$, en consecuencia, su tasa de interés real es $r_g = R_g - \pi$.

Por su parte, las empresas para financiar su inversión en capital nuevo emiten acciones y el valor real de los dividendos por la tenencia de las mismas está dado por $r_s s$, donde r_s es su tasa de rendimiento real.

2.2. Modelo con costos de transacción.

En el modelo que se estudia en esta sección los consumidores tienen utilidad del consumo y desutilidad del trabajo, y enfrentan una restricción presupuestal que incorpora los costos de transacción, los cuales surgen cuando el agente representativo necesita financiar su consumo, en cuyo caso debe vender algo de sus otros activos: bonos y acciones, por lo que incurre en un costo de transacción o equivalentemente, en un costo por la tenencia de saldos reales positivos, que se encuentra dado por $\alpha y/m$, donde y son los bienes que adquiere y α es una constante positiva (apéndice A).

2.2.1. Dinámica de la riqueza

El consumidor representativo de nuestra economía recibe recursos que provienen de diferentes fuentes: sueldos y salarios, intereses que le pagan los bonos gubernamentales, dividendos que le entregan las empresas por la tenencia de acciones y transferencias de suma fija que le reembolsa el gobierno. Estos recursos son destinados al consumo, a incrementar saldos reales, a la compra de bonos y acciones, y al pago de impuestos y de los costos por la tenencia de dinero.

Si c denota el consumo del único bien producido en la economía, l la oferta de trabajo, $w = W/P$ el salario real, τ_c y τ_w los impuestos sobre el consumo y el salario respectivamente, y T son las transferencias de suma fija reembolsadas por el gobierno, entonces

$$(1 + \tau_c)c + \dot{m} + \dot{b}_g + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m - \frac{\alpha y}{m}, \quad (2.1)$$

plantea la forma en que el consumidor financia su consumo y el cambio en su riqueza, y representa en términos reales, su restricción presupuestal.²

2.2.2. Planteamiento del problema intertemporal.

Dado que se ha supuesto que el consumidor tiene vida infinita, su problema de decisión intertemporal es uno de control óptimo que consiste en determinar la demanda de consumo, c , la oferta de trabajo, l , la demanda de saldos monetarios reales, m , y la tenencia de los otros activos financieros: bonos gubernamentales, b_g , y acciones, s , de forma que maximicen el valor presente de su utilidad descontada al tiempo $t = 0$ (el presente), sujeto a su restricción financiera, es decir, se desea

$$\max \int_0^{\infty} u(c, v(l)) e^{-\rho t} dt \quad (2.2a)$$

s.a.

$$\dot{m} + \dot{b}_g + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m - \alpha y/m - (1 + \tau_c)c, \quad (2.2b)$$

$$m(0) = m_0, \quad b_g(0) = b_{g0} \quad \text{y} \quad s(0) = s_0, \quad (2.2c)$$

donde u y v representan de manera respectiva la función de utilidad y la desutilidad del trabajo, ambas son positivas y estrictamente cóncavas en cada uno de sus argumentos, es decir, $u_c > 0$, $v' > 0$ ($u_l < 0$), $u_{cc} < 0$ y $v'' > 0$ ($u_{ll} < 0$).³ Por su parte, ρ denota la tasa subjetiva de descuento (de preferencia del consumidor o de sustitución intertemporal), un valor pequeño de ella significa que el individuo pondera más el consumo presente que el futuro, de manera que en $t = 0$ está ansioso por consumir. Adicionalmente se supone que las tasas de interés real: r_i , $i = g, s$, son constantes positivas y libres de riesgo.

Condiciones de optimalidad.

El hamiltoniano del problema del consumidor formulado en (2.2) es

$$H(c, v(l), m, b_g, s; \lambda) = u(c, v(l)) + \lambda[(1 - \tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m - \alpha y/m - (1 + \tau_c)c - \dot{m} - \dot{b}_g - \dot{s}],$$

² A través de este trabajo se adopta la siguiente notación:

$$\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}, \quad f'(x) \equiv \frac{df}{dx} \quad \text{y} \quad f_h(x_1, \dots, x_n) \equiv \frac{df}{dx_h}, \quad h=1, \dots, n.$$

³ La concavidad estricta de v implica que el consumidor prefiere un patrón de consumo y ocio relativamente uniforme a través del tiempo, a uno en el que sea bajo en unos periodos y alto en otros.

donde $\lambda = \bar{\lambda}e^{\rho t} > 0$ y por tanto, $\bar{\lambda}$ es el valor presente del precio sombra λ (variable de co-estado o multiplicador), asociado a la restricción presupuestal del consumidor.

Dado que en el planteamiento de este problema de decisión del consumidor las variables de control son c y l , y las demás son de estado, las condiciones de primer orden se formulan como sigue:⁴

$$u_c = (1 + \tau_c)\lambda, \quad (2.3a)$$

$$u_l = -(1 - \tau_w)\lambda w, \quad (2.3b)$$

$$\lambda \left(\pi - \alpha \frac{y}{m^2} \right) = \dot{\lambda} - \lambda \rho, \quad (2.3c)$$

$$-\lambda r_j = \dot{\lambda} - \lambda \rho, \quad j = g, s, \quad (2.3d)$$

y las de transversalidad son:⁵

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda m e^{-\rho t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda b_g e^{-\rho t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda s e^{-\rho t} = 0 \quad (2.4)$$

o equivalentemente,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda a e^{-\rho t} = 0. \quad (2.5)$$

Es importante señalar que en general, con las condiciones de transversalidad se elimina el comportamiento explosivo de las variables y en particular, en este caso, se garantiza que cuando alguno de los activos financieros toma un valor positivo, el valor presente de su acervo al final del horizonte de planeación, debe ser cero.

La ecuación diferencial planteada en (2.3d) es equivalente a

$$r \equiv r_j = \rho - \frac{\dot{\lambda}}{\lambda}, \quad j = g, s, \quad (2.6)$$

⁴ En realidad estas son condiciones necesarias, pero la concavidad estricta de la función de utilidad implica también su suficiencia.

⁵ La condición (2.3b) se puede plantear de manera alternativa en términos de la utilidad marginal de $v(l)$, como $u_l = u_v v'$.

lo cual significa que en un ambiente de certidumbre, para que coexistan los bonos del gobierno y las acciones, deben tener la misma tasa de rendimiento real: r , es decir, esos activos financieros deben ser sustitutos perfectos.⁶

De lo anterior debe observarse que la tasa de crecimiento del precio sombra es constante y está dada por la ecuación diferencial de primer orden en λ :

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \rho - r,$$

cuya solución es

$$\lambda = \lambda_0 e^{(\rho - r)t}, \quad (2.7)$$

donde λ_0 es la constante de integración.

También debe notarse que la tasa de interés real se puede expresar en términos de la tasa de crecimiento de la utilidad marginal del consumo o bien, de la correspondiente al trabajo, esto es,

$$r = \rho - \frac{\dot{u}_c}{u_c} = \rho - \frac{\dot{u}_l}{u_l},$$

ya que

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{\dot{u}_c}{u_c} = \frac{\dot{u}_l}{u_l}.$$

Además, (2.4) y (2.5) se pueden enunciar como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h e^{-rt} = 0, \quad h = m, b_g, s, \quad (2.4')$$

y

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a e^{-rt} = 0. \quad (2.5')$$

Así planteadas, las condiciones de transversalidad establecen que a perpetuidad, la tenencia de los saldos monetarios reales, de los bonos del gobierno, de las acciones y por ende, de

⁶ Es importante señalar que esta conclusión sigue siendo válida independientemente del número de activos financieros que el modelo incorpore, en consecuencia, para que cada uno prevalezca en el mercado debe ser sustituto perfecto de los restantes. En los modelos subsiguientes se utilizará este resultado y por tanto no será necesario considerar diferentes tasas de interés real para los activos financieros incluidos en ellos.

la riqueza del consumidor, deben ser cero, de forma que para cada uno de esos activos financieros se elimina la posibilidad de que la deuda del consumidor se eleve sin medida (*Ponzi game*).

Por último, ya que los bonos gubernamentales y las acciones son sustitutos perfectos, la restricción presupuestal (2.2b) puede formularse como

$$\dot{a} = (1 - \tau_w)wl + ra + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_c)c,$$

donde $R = r + \pi$ es la tasa de interés nominal.⁷

Dado que

$$(\dot{a} - ra)e^{-rt} = \frac{d}{dt}ae^{-rt},$$

la evolución de la riqueza a , se puede enunciar como

$$\frac{d}{dt}ae^{-rt} = \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_c)c \right] e^{-rt},$$

cuya solución sobre $[0, \infty)$ es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ae^{-rt} - a_0 = \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_c)c \right] e^{-rt} dt.$$

Combinando este resultado con la condición de transversalidad en (2.5') se obtiene que

$$\int_0^{\infty} (1 + \tau_c)ce^{-rt} dt = a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} \right] e^{-rt} dt. \quad (2.8)$$

Esta es una igualdad importante, ya que una vez especificada la forma funcional de la utilidad, conducirá conjuntamente con las condiciones establecidas en (2.3), a la trayectoria óptima de la demanda de consumo.

2.2.3. Determinación de las trayectorias óptimas.

El problema del consumidor y más específicamente, las condiciones planteadas en (2.3) se resuelven considerando la siguiente función de utilidad:

⁷ Con este planteamiento de la restricción presupuestal, el problema de control óptimo ahora está constituido sólo por una variable de estado: a , todas las demás son de control.

$$u(c, v(l)) = \ln(c - v(l)). \quad (2.9)$$

que es una función estrictamente cóncava en sus dos argumentos.

Trayectoria óptima de la oferta de mano de obra.

Sustituyendo $\lambda = u_c/(1 + \tau_c)$ en (2.3b) y reemplazando en el resultado la utilidad marginal del trabajo y la del consumo, ambas calculadas a partir de la especificación anterior, se obtiene

$$v' = \frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} w, \quad (2.10)$$

cuya diferencial total establece que la oferta de empleo, l^* , depende directamente del salario, es decir,

$$\frac{dl^*}{dw} = \left(\frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} \right) \frac{1}{v''} > 0. \quad (2.11)$$

Si la desutilidad del trabajo se define como $v(l) = l^2/2$, (2.10) y (2.11) se pueden plantear de manera respectiva como

$$l^*(w) = \frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} w$$

y

$$\frac{dl^*}{dw} = \left(\frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} \right) > 0,$$

en donde la primera expresión no es más que la trayectoria óptima de la oferta de mano de obra.

Trayectoria óptima de la demanda de consumo.

La condición en (2.3a), la solución dada en (2.7) y la utilidad marginal del consumo calculada con base en (2.9), conducen a

$$\begin{aligned} (1 + \tau_c)c &= \frac{1}{\lambda} + (1 + \tau_c)v(l) \\ &= \frac{1}{\lambda_0} e^{(r-\rho)t} + (1 + \tau_c)v(l), \end{aligned} \quad (2.12)$$

multiplicando esto por e^{-rt} , integrando el resultado sobre $[0, \infty)$ y utilizando (2.8) se llega a

$$\frac{1}{\lambda_0 \rho} = a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w) w l + T - R m - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_c) v(l) \right] e^{-rt} dt.$$

Este resultado y (2.12) permiten determinar la trayectoria óptima de la demanda de consumo, dada por

$$c = \frac{1}{1 + \tau_c} \rho e^{(r-\rho)t} \left\{ a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w) w l + T - R m - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_c) v(l) \right] e^{-rt} dt \right\} + v(l). \quad (2.13)$$

Si se supone que los mercados de trabajo y de dinero están en equilibrio, esto es,⁸ si existen w^* , l^* y m^* tales que

$$\frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} w^* = v'(l^*),$$

$$l^d(w^*) = l^s(w^*) = l^*$$

y

$$\frac{M^d}{P} = \frac{M^s}{P} = m^*;$$

y si además, se considera que los impuestos en términos reales permanecen constantes a través del tiempo, (2.13) se reduce a

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{(1 + \tau_c)} \frac{\rho}{r} e^{(r-\rho)t} \left[r a_0 + (1 - \tau_w) w^* l^* + T - R m^* - \frac{\alpha y}{m^*} - (1 + \tau_c) v(l^*) \right] + v(l^*) \\ &= \frac{1}{(1 + \tau_c)} \frac{\rho}{r} e^{(r-\rho)t} \left[r a_0 + (1 - \tau_w) w^* l^* + T - R m^* - \frac{\alpha y}{m^*} \right] \\ &\quad + \left(1 - \frac{\rho}{r} e^{(r-\rho)t} \right) v(l^*). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Observe que cuando $r > \rho$ el consumo crece sin cota a medida que transcurre el tiempo ($t \rightarrow \infty$) y en consecuencia, no existe un estado estacionario para la demanda de consumo.

⁸ h^d y h^s denotan la demanda y la oferta de la variable h , respectivamente.

Finalmente, la evaluación de (2.14) en $t = 0$ lleva a que la demanda de consumo se puede plantear como sigue:

$$\begin{aligned} c &\equiv c^d(a_0, r) \\ &= \frac{1}{(1 + \tau_c) r} \frac{\rho}{r} \left[r a_0 + (1 - \tau_w) w^* l^* + T - R m^* - \frac{\alpha y}{m^*} \right] \\ &\quad + \left(1 - \frac{\rho}{r} \right) v(l^*). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Si se denota $a \equiv a_0 = m^* + b_{g0} + s_0$, se define el ingreso disponible como

$$\begin{aligned} y_d &= y + r b_{g0} - \pi m^* \\ &= y + R b_{g0} - \pi (m^* + b_{g0}), \end{aligned} \quad (2.16)$$

con $y = (1 - \tau_w) w^* l^* + r s_0 + T$, y todo ello se combina con (2.15) se obtiene que

$$\begin{aligned} c &\equiv c^d(y_d, r) \\ &= \frac{1}{(1 + \tau_c) r} \frac{\rho}{r} \left(y_d - \frac{\alpha y}{m^*} \right) + \left(1 - \frac{\rho}{r} \right) v(l^*). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Las expresiones en (2.15) y (2.17) representan dos trayectorias óptimas de la demanda del consumo, ambas dependen de la tasa de interés real; sin embargo, en la primera la riqueza inicial es importante en su determinación, mientras que en la segunda lo es el ingreso disponible.

La propensión marginal al consumo calculada a partir de (2.17) esta dada por

$$\frac{\partial c^d}{\partial y_d} = \frac{1}{(1 + \tau_c) r} \frac{\rho}{r},$$

la cual es positiva y menor que la unidad si el consumo no alcanza su estado estacionario. Si además los costos de transacción, $\alpha y / m^*$, y la componente del trabajo, $v(l^*)$, son relativamente pequeños respecto al ingreso disponible, entonces

$$\frac{\partial c^d}{\partial r} < 0,$$

esto es, el consumo depende de manera inversa de la tasa de interés.

Por su parte, de (2.15) se llega a que

$$\frac{\partial c^d}{\partial a_0} = \frac{1}{1 + \tau_c} \rho > 0$$

y

$$\frac{\partial c^d}{\partial r} < 0,$$

por lo que la demanda del consumo depende de forma directa de la riqueza del individuo e inversa de la tasa de interés real cuando $\alpha y/m^*$ y $v(l^*)$ son relativamente pequeños en relación al ingreso disponible.

Trayectoria óptima de la demanda de saldos monetarios reales.

La combinación de (2.3c) con (2.6) conduce a

$$R - \frac{\alpha y}{m^2} = 0,$$

cuya solución proporciona la trayectoria óptima de la demanda de saldos reales, la cual es función del ingreso y de la tasa de interés nominal, es decir,

$$m \equiv m^d(y, R) = \left(\frac{\alpha y}{R} \right)^{1/2} \quad (2.18)$$

Observe que

$$\frac{\partial m^d}{\partial y} = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\alpha y}{R} \right)^{-1/2} > 0$$

y

$$\frac{\partial m^d}{\partial R} = -\frac{\alpha}{2R} \left(\frac{\alpha y}{R} \right)^{1/2} < 0;$$

de esta forma, la demanda de saldos reales depende positivamente del ingreso y negativamente de la tasa de interés nominal.

2.3. Modelo con saldos monetarios reales en la función de utilidad.

En esta sección se desarrolla un modelo que considera una función de utilidad con las propiedades establecidas previamente, pero que ahora no únicamente depende del consumo y de la desutilidad del trabajo, sino también de los saldos monetarios reales, y su restricción presupuestal no incluye los costos de transacción.

2.3.1. Planteamiento del problema intertemporal.

El problema del consumidor consiste en maximizar el valor presente de su utilidad futura, sujeto al cambio en su riqueza, la cual bajo este nuevo planteamiento, no considera costos de transacción. De esta manera, se quiere determinar c , l , m , b_g y s tales que

$$\max \int_0^{\infty} u(c, v(l), m) e^{-\rho t} dt \quad (2.19a)$$

s.a.

$$\dot{m} + \dot{b}_g + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r(b_g + s) + T - \pi m - (1 + \tau_c)c \quad (2.19b)$$

$$m(0) = m_0, b_g(0) = b_{g0} \text{ y } s(0) = s_0. \quad (2.19c)$$

En esta formulación la concavidad estricta en cada uno de los argumentos de la función de utilidad significa que $u_j > 0$, $j = c, m$, $u_l < 0$ y $u_{jj} < 0$, $j = c, m, l$.

Condiciones de optimalidad.

El hamiltoniano del problema previamente planteado es

$$H(c, v(l), m, b_g, s; \lambda) = u(c, v(l), m) + \lambda[(1 - \tau_w)wl + r(b_g + s) + T - \pi m - (1 + \tau_c)c - \dot{m} - \dot{b}_g - \dot{s}],$$

cuyas condiciones de primer orden son

$$u_c = (1 + \tau_c)\lambda, \quad (2.20a)$$

$$u_l = -(1 - \tau_w)\lambda w, \quad (2.20b)$$

$$-(u_m - \lambda\pi) = \dot{\lambda} - \lambda\rho, \quad (2.20c)$$

$$-\lambda r = \dot{\lambda} - \lambda\rho, \quad (2.20d)$$

y las de transversalidad son

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda m e^{-\rho t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda b_g e^{-\rho t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda s e^{-\rho t} = 0$$

o equivalentemente,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda a e^{-\rho t} = 0. \quad (2.21)$$

Obsérvese que salvo la (2.20c), las demás condiciones son las mismas que las del modelo de la sección anterior, el que no incorpora saldos monetarios reales en la función de utilidad y sí considera costos de transacción en la restricción presupuestal; por ello, los resultados que ahí se obtuvieron siguen siendo válidos.

Pese a lo anterior, es importante hacer notar que bajo la nueva formulación del problema, la evolución de la riqueza puede expresarse como

$$\dot{a} = (1 - \tau_w)w + ra + T - Rm - (1 + \tau_c)c \quad (2.22)$$

y con ella, siguiendo el procedimiento de la sección previa, la igualdad en (2.8) ahora toma la siguiente forma:

$$\int_0^{\infty} (1 + \tau_c)ce^{-rt} dt = a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w)wl + T - Rm]e^{-rt} dt, \quad (2.23)$$

resultado que al igual que antes, es de gran utilidad en la determinación de la trayectoria óptima de la demanda de consumo y la de saldos monetarios reales. Note que (2.23) puede obtenerse de (2.8) igualando a cero los costos de transacción.

2.3.2. Determinación de las trayectorias óptimas.

El problema en (2.19) se resuelve considerando la función de utilidad

$$u(c, v(l), m) = \phi \ln(c - v(l)) + (1 - \phi) \ln m, \quad (2.24)$$

donde $0 < \phi < 1$.

Trayectoria óptima de la oferta de mano de obra.

Procediendo de manera similar a como se hizo en la sección anterior en lo que respecta a la trayectoria óptima de la oferta de trabajo, esta nueva formulación del problema intertemporal del consumidor conduce exactamente a los resultados que se obtuvieron ahí, debido de manera primordial a la forma funcional de la utilidad.

Trayectoria óptima de la demanda de consumo.

La condición (2.20a) y la solución de la ecuación diferencial (2.20d) dada en (2.7), junto con la utilidad marginal del consumo calculada con base en (2.24), llevan a

$$\begin{aligned}
(1 + \tau_c)c &= \frac{\phi}{\lambda} + (1 + \tau_c)v(l) \\
&= \frac{\phi}{\lambda_0} e^{(r-\rho)t} + (1 + \tau_c)v(l),
\end{aligned} \tag{2.25}$$

multiplicando esto por e^{-rt} , integrando el resultado sobre $[0, \infty)$ y utilizando (2.23) se llega a

$$\frac{\phi}{\lambda_0 \rho} = a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w)wl + T - Rm - (1 + \tau_c)v(l)] e^{-rt} dt.$$

La combinación de este resultado con (2.25) conduce a la trayectoria óptima de la demanda de consumo:

$$c = \frac{1}{1 + \tau_c} \rho e^{(r-\rho)t} \left\{ a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w)wl + T - Rm - (1 + \tau_c)v(l)] e^{-rt} dt \right\} + v(l).$$

Bajo los supuestos de que los mercados de trabajo y de dinero están en equilibrio y que los impuestos en términos reales permanecen constantes a través del tiempo, la expresión anterior se reduce a

$$\begin{aligned}
c &= \frac{1}{(1 + \tau_c)} \frac{\rho}{r} e^{(r-\rho)t} [ra_0 + (1 - \tau_w)w^*l^* + T - Rm^* - (1 + \tau_c)v(l^*)] + v(l^*) \\
&= \frac{1}{(1 + \tau_c)} \frac{\rho}{r} e^{(r-\rho)t} [ra_0 + (1 - \tau_w)w^*l^* + T - Rm^*] \\
&\quad + \left(1 - \frac{\rho}{r} e^{(r-\rho)t}\right) v(l^*)
\end{aligned}$$

y evaluando este resultado en $t = 0$ se obtiene la trayectoria óptima de la demanda de consumo en términos de la riqueza inicial, esto es,

$$\begin{aligned}
c &\equiv c^d(a_0, r) \\
&= \frac{1}{(1 + \tau_c)} \frac{\rho}{r} [ra_0 + (1 - \tau_w)w^*l^* + T - Rm^*] \\
&\quad + \left(1 - \frac{\rho}{r}\right) v(l^*)
\end{aligned} \tag{2.26}$$

o equivalentemente, en función del ingreso disponible,

$$c \equiv c^d(y_d, r) = \frac{1}{(1 + \tau_c)} \frac{\rho}{r} y_d + \left(1 - \frac{\rho}{r}\right) v(l^*), \quad (2.27)$$

donde y_d se define como antes. Estas dos representaciones de la demanda de consumo satisfacen las propiedades que para cada una de ellas se determinó en la sección del modelo con costos de transacción.

Trayectoria óptima de la demanda de saldos monetarios reales.

Las condiciones (2.20c) y (2.20d), combinadas con la utilidad marginal de los saldos monetarios reales calculada con base en la función de utilidad (2.26) llevan a

$$\begin{aligned} Rm &= \frac{1 - \phi}{\lambda} \\ &= \frac{(1 - \phi)}{\lambda_0} e^{(r - \rho)t}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

La sustitución de este resultado y (2.25) en (2.23) conduce a

$$\frac{1}{\lambda_0 \rho} = a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w)wl + T - (1 + \tau_c)v(l)] e^{-rt} dt;$$

combinando esto con (2.28) se obtiene

$$m = (1 - \phi) \frac{\rho}{R} e^{(r - \rho)t} \left\{ a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w)wl + T - (1 + \tau_c)v(l)] e^{-rt} dt \right\}.$$

Suponiendo que los mercados están en equilibrio y que los impuestos no se modifican a medida que transcurre el tiempo, y evaluando el resultado en $t = 0$, lleva a la trayectoria óptima de la demanda de saldos reales en términos de la riqueza inicial, que se encuentra dada por

$$m \equiv m^d(a_0, R) = (1 - \phi) \frac{\rho}{R} [ra_0 + (1 - \tau_w)w^*l^* + T - (1 + \tau_c)v(l^*)] \quad (2.29)$$

o bien, en términos del ingreso

$$m \equiv m^d(y, R) = (1 - \phi) \frac{\rho}{R} [ra_0 + y - rs_0 - (1 + \tau_c)v(l^*)]. \quad (2.30)$$

De esas expresiones se obtiene que la demanda de saldos reales depende positivamente de la riqueza y del ingreso, y de manera negativa de la tasa de interés nominal. es decir,

$$\frac{\partial m^d}{\partial a_0} > 0,$$

$$\frac{\partial m^d}{\partial y} > 0$$

y

$$\frac{\partial m^d}{\partial R} < 0.$$

2.4. Modelo con restricción *cash-in-advance*.

El modelo que se establece en esta sección considera una función de utilidad dependiente del consumo y de la desutilidad del trabajo, ambas con las propiedades establecidas en la sección 2.2, y una restricción adicional a la presupuestal, la *cash-in-advance*. Cabe mencionar que en este contexto, la formulación del problema intertemporal del consumidor no incorpora costos de transacción y por ende, la evolución de su riqueza es igual a la que se formuló en el modelo que introduce a los saldos monetarios reales como argumento de la función de utilidad.

2.4.1. Planteamiento del problema intertemporal.

El consumidor desea determinar c , l , m , b_y y s de manera que maximicen el valor presente de su utilidad sujeta a su restricción presupuestal y a la *cash-in-advance*, esto es,

$$\max \int_0^{\infty} u(c, v(l)) e^{-\rho t} dt \quad (2.31a)$$

s.a.

$$\dot{m} + \dot{b}_y + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r(b_y + s) + T - \pi m - (1 + \tau_c)c \quad (2.31b)$$

$$m = \alpha c \quad (2.31c)$$

$$m(0) = m_0, \quad b_y(0) = b_{y0} \quad \text{y} \quad s(0) = s_0, \quad (2.31d)$$

formulación que supone que los activos financieros son sustitutos perfectos y en la que α es una constante positiva.

Condiciones de optimalidad.

El hamiltoniano del problema en (2.31) es

$$H(c, v(l), m, b_g, s; \lambda) = u(c, v(l)) + \lambda[(1 - \tau_w)wl + r(b_g + s) + T - \pi m - (1 + \tau_c)c - \dot{m} - \dot{b}_g - \dot{s}] + \mu[\alpha c - m],$$

donde λ se define como antes y μ es el multiplicador que da cuenta de la restricción *cash-in-advance*. Las condiciones de primer orden son

$$u_c = (1 + \tau_c)\lambda - \mu\alpha, \quad (2.32a)$$

$$u_l = -(1 - \tau_w)\lambda w, \quad (2.32b)$$

$$\lambda\pi + \mu = \dot{\lambda} - \lambda\rho, \quad (2.32c)$$

$$-\lambda r = \dot{\lambda} - \lambda\rho, \quad (2.32d)$$

y las de transversalidad se pueden formular como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda a e^{-\rho t} = 0. \quad (2.33)$$

2.4.2. Determinación de las trayectorias óptimas.

Las trayectorias óptimas del problema (2.31) se determinan utilizando la función de utilidad en (2.9):

$$u(c, v(l)) = \ln(c - v(l)).$$

Trayectoria óptima de la oferta de mano de obra.

Sustituyendo μ de (2.32c) en (2.32a) se obtiene

$$\lambda = u_c / [(1 + \tau_c) + \alpha R],$$

reemplazando esto en (2.32b) y combinando el resultado con la utilidad marginal del trabajo y la del consumo, ambas calculadas a partir de la especificación anterior, conduce a

$$v' = \frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c + \alpha R} w, \quad (2.34)$$

cuya diferencial total establece que la oferta de empleo depende directamente del salario, es decir,

$$\frac{dl^*}{dw} = \left[\frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c + \alpha R} \right] \frac{1}{v''} > 0.$$

Traectoria óptima de la demanda de consumo.

Combinando la condición (2.32a) y la solución de la ecuación diferencial (2.32d) dada en (2.7), con la utilidad marginal del consumo calculada con base en (2.9), lleva a

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{\lambda(1 + \tau_c + \alpha R)} + v(l) \\ &= \frac{1}{\lambda_0(1 + \tau_c + \alpha R)} e^{(r-\rho)t} + v(l). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Como la evolución de la riqueza es idéntica a la formulada en el modelo con costos de transacción (sección 2.2), la identidad en (2.23) sigue siendo válida y ella junto con la restricción *cash-in-advance* implican que

$$\int_0^{\infty} (1 + \tau_c + \alpha R) c e^{-rt} dt = a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w) w l + T] e^{-rt} dt.$$

Si se sustituye c de (2.35) en este resultado se obtiene

$$\frac{1}{\lambda_0 \rho} = a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w) w l + T - (1 + \tau_c + \alpha R) v(l)] e^{-rt} dt.$$

De la combinación de esto con (2.35) se determina la trayectoria óptima de la demanda de consumo, que se encuentra dada por

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{(1 + \tau_c + \alpha R)} \rho e^{(r-\rho)t} \left\{ a_0 + \int_0^{\infty} [(1 - \tau_w) w l + T - (1 + \tau_c + \alpha R) v(l)] e^{-rt} dt \right\} \\ &\quad + v(l). \end{aligned}$$

Bajo los supuestos de que los mercados de trabajo y de dinero están en equilibrio y que los impuestos en términos reales permanecen constantes a través del tiempo, la

expresión anterior una vez que se ha evaluado en $t = 0$, conduce a la trayectoria óptima de la demanda de consumo en términos de la riqueza inicial, esto es,

$$\begin{aligned} c &\equiv c^d(a_0, r) \\ &= \frac{1}{(1 + \tau_c + \alpha R) r} [ra_0 + (1 - \tau_w)w^*l^* + T] \\ &\quad + \left(1 - \frac{\rho}{r}\right) v(l^*) \end{aligned} \quad (2.36)$$

o equivalentemente, en función del ingreso disponible,

$$c \equiv c^d(y_d, r) = \frac{1}{(1 + \tau_c + \alpha R) r} y_d + \left(1 - \frac{\rho}{r}\right) v(l^*). \quad (2.37)$$

De (2.37) se obtiene que el consumo depende de manera directa del ingreso disponible y cuando la componente del trabajo es pequeña respecto al ingreso disponible, lo hace de forma inversa de la tasa de interés.

Trayectoria óptima de la demanda de saldos monetarios reales.

La sustitución de la demanda óptima de consumo en la restricción *cash-in-advance*, lleva de manera inmediata a la trayectoria óptima de la demanda de los saldos monetarios reales, que está dada por

$$m \equiv m^d(y, R) = \alpha \left[\frac{1}{(1 + \tau_c + \alpha R) r} (ra_0 + y - rs_0) + \left(1 - \frac{\rho}{r}\right) v(l^*) \right]. \quad (2.38)$$

De esta expresión se obtiene que la demanda de saldos reales depende positivamente del ingreso y de manera negativa de la tasa de interés nominal.

2.5. Conclusiones.

En esta sección se determinaron las ecuaciones de comportamiento de la demanda de consumo y de los saldos monetarios reales, y de la oferta de trabajo, bajo tres enfoques alternativos. Esas variables son las soluciones de modelos intertemporales en los que se maximiza una función de utilidad sujeta a la restricción presupuestal del consumidor representativo. La importancia de los resultados que se obtuvieron radica en que los determinantes de las variables económicas agregadas mencionadas previamente y sus correspondientes propiedades, son independientes del modelo en consideración (Cuadro 1).

Cuadro 1. Modelos intertemporales básicos para los consumidores y sus soluciones.

Modelos	Soluciones
<p>1. Modelo con costos de transacción en la restricción presupuestal.</p> $\max \int_0^{\infty} \ln(c - v(l))e^{-\rho t} dt$ <p>s.a.</p> $\dot{m} + \dot{b}_g + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m - \alpha y l m - (1 + \tau_c)c$ $m(0) = m_0, b_g(0) = b_{g0}, s(0) = s_0.$	
<p>2. Modelo con saldos monetarios reales en la función de utilidad.</p> $\max \int_0^{\infty} [\varphi \ln(c - v(l)) + (1 - \varphi) \ln(m)]e^{-\rho t} dt$ <p>s.a.</p> $\dot{m} + \dot{b}_g + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m - (1 + \tau_c)c$ $m(0) = m_0, b_g(0) = b_{g0}, s(0) = s_0.$	
<p>3. Modelo con restricción <i>cash-in-advance</i>.</p> $\max \int_0^{\infty} \ln(c - v(l))e^{-\rho t} dt$ <p>s.a.</p> $\dot{m} + \dot{b}_g + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r_g b_g + r_s s + T - \pi m - (1 + \tau_c)c$ $m = \alpha c$ $m(0) = m_0, b_g(0) = b_{g0}, s(0) = s_0.$	$l = l^*(w), \quad l^* > 0,$ $c = c^d(y, r), \quad c_{y,d} > 0, \quad c_r < 0,$ $m = m^d(y, R), \quad m_y > 0, \quad m_R < 0$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

3. Modelo intertemporal básico para los productores.

El análisis de la producción considera que existe un gran número de empresas que operan en mercados competitivos, producen un sólo bien y deciden cuánto contratar de mano de obra y capital (inversión). El estudio se inicia con un modelo intertemporal básico que supone que en la economía no hay mercados de capital y después se adecua a la existencia de los mismos. El modelo que incorpora mercados de capital se estudia en dos contextos: cuando la empresa enfrenta costos de ajuste y cuando no lo hace, en ambos se introduce un impuesto sobre la producción total.

3.1. Tecnología.

Cada empresa j produce un bien a una tasa instantánea de producción y_j , utilizando capital, k_j , y trabajo, l_j , los cuales se combinan en una función de producción $F_j(k_j, l_j)$ que satisface las propiedades neoclásicas: productos marginales positivos, pero decrecientes y rendimientos constantes a escala o equivalentemente, homogeneidad lineal o de grado uno en cada uno de los factores de producción.

Se supone también que todas las empresas enfrentan la misma función de producción, condición que aunada a la de rendimientos constantes a escala, permite considerar variables agregadas y por tanto, una empresa representativa, de esta manera se puede omitir el subíndice j , el que hace referencia a la empresa (apéndice B). Con esta simplificación, las propiedades neoclásicas de la función de producción se pueden establecer como sigue:

i) Productos marginales positivos, pero decrecientes:

$$F_k, F_l > 0, F_{kk}, F_{ll} < 0, \quad \forall k, l > 0.$$

ii) Homogeneidad lineal en k y l :

$$F(vk, vl) = vF(k, l), \quad \forall v > 0,$$

lo cual a su vez implica que $F_{kk}F_{ll} - F_{kl}^2 = 0$ y $F_{kl} > 0$.

Las características neoclásicas de F implican que cada insumo es esencial en la producción o equivalentemente, que $F(0, l) = F(k, 0) = 0$. Además, como consecuencia del teorema de Euler para funciones lineales homogéneas (TE), la función de producción se puede plantear como

$$y = F(k, l) = kF_k + lF_l, \quad (3.1)$$

resultado de gran utilidad al mostrar que en el análisis del productor sólo es necesario considerar una empresa representativa.

3.2. Modelo sin mercados de capital.

El análisis supone que en la economía no hay mercados de capital lo cual es equivalente a plantear que el capital de las empresas es fijo en cada instante de tiempo, es decir, $F_k = 0$. Bajo estas circunstancias, el problema de decisión intertemporal de la empresa representativa consiste en determinar la demanda de empleo, l , que maximiza el valor presente del flujo de efectivo de la empresa, que en este caso particular coincide con su beneficio, sujeto a su tecnología, esto es, se desea

$$\max \int_0^{\infty} (Py - Wl)e^{-Rt} dt \quad (3.2a)$$

s.a.

$$y = F(k, l). \quad (3.2b)$$

$$y(0) = y_0 \text{ e } l(0) = l_0. \quad (3.2d)$$

La condición de primer orden de este problema,

$$F_l = w, \quad (3.3)$$

conjugada con (3.1) conducen a que (3.2a) se puede expresar de manera equivalente como

$$\max \int_0^{\infty} k F_k e^{-Rt} dt,$$

lo cual es igual a cero, ya que el capital es fijo.

Por lo anterior, cuando no existen mercados de capital tanto el flujo de efectivo de la empresa como su valor presente son cero. Debe notarse que en el contexto del problema planteado en (3.2), realmente no existen elementos intertemporales y por tanto, maximizar el flujo de efectivo de la empresa es equivalente a maximizar su beneficio en cada instante de tiempo, en el sentido de que ambos conducen a los mismos productos marginales.

3.3. Modelo con mercados de capital y costos de ajuste.

Cuando hay mercados de capital las empresas pueden o no enfrentar costos de ajuste, es decir, costos asociados a la instalación de capital nuevo. En esta sección se formula y se

resuelve el problema más general, el que incluye costos de ajuste y en la que sigue, se hace lo mismo para un modelo que no los incorpora.

3.3.1. Planteamiento del problema intertemporal.

Si la empresa enfrenta costos de ajuste e impuestos sobre la producción, su problema es maximizar el valor presente de sus flujos reales de efectivo o equivalentemente, el beneficio después de impuestos menos el costo del capital adicional adquirido.¹

El beneficio real de la empresa una vez pagados los impuestos corporativos sobre la producción: τ_y , y el costo de la inversión adicional (que incorpora los costos de ajuste), son de manera respectiva,

$$\Pi = P[(1 - \tau_y)y - wl] \quad (3.4)$$

y

$$C(I, \dot{k}) = P[I + \psi(\dot{k})], \quad (3.5)$$

donde I es la demanda de inversión, $\dot{k} = I - \delta k$ es el cambio en el acervo de capital, δ es la depreciación del capital, $\psi(\dot{k})$ es la función de los costos de ajuste y todo lo demás se define como antes. La función de costos planteada en (3.5) establece que I unidades adicionales de capital requieren $\psi(\dot{k})$ unidades de producto.²

Por su parte, $\psi(\dot{k})$ es una función no negativa, doblemente diferenciable y debe satisfacer las siguientes propiedades:

- i) $\psi'(\dot{k}) > 0$ si $\dot{k} > 0$,
 $(\psi'(\dot{k}) < 0$ si $\dot{k} < 0)$,
- ii) $\psi''(\dot{k}) > 0$
- iii) $\psi(0) = 0$.

De lo anterior, el flujo real de efectivo de la empresa en cada instante es $\Pi - C(I, \dot{k})$ y por tanto, la empresa enfrenta un problema intertemporal de control óptimo que consiste

¹ Esta aproximación del problema de decisión del productor pretende dar un enfoque racional para justificar la función de inversión keynesiana. (véase por ejemplo Lucas (1967) y Gould (1968)).

² La función de los costos de ajuste se puede hacer depender de la inversión bruta o de la neta. Barro y Sala-i-Martin (1995) y Turnovsky (1999) la formulan en términos de la inversión bruta, I , mientras que aquí se hace al estilo de Sargent (1987), en función de $I - \delta k$.

en determinar y , l , k e I de manera que maximicen el valor presente de su flujo real de efectivo, es decir, se desea

$$\max \int_0^{\infty} P \left[(1 - \tau_y)y - wl - C(I, \dot{k}) \right] e^{-Rt} dt \quad (3.6a)$$

s.a.

$$y = F(k, l), \quad (3.6b)$$

$$\dot{k} = I - \delta k, \quad (3.6c)$$

$$y(0) = y_0, \quad l(0) = l_0, \quad k(0) = k_0 \quad \text{e} \quad I(0) = I_0. \quad (3.6d)$$

Condiciones de optimalidad.

El hamiltoniano del problema anterior es

$$H(y, l, k, I; q) = P[(1 - \tau_y)F(k, l) - wl - (I + \psi)] + q(I - \delta k - \dot{k}),$$

donde $q = \bar{q}e^{Rt}$ y \bar{q} es el valor presente del precio sombra q asociado a la acumulación del capital. De esta forma, q representa el valor actual del precio sombra de capital adicional en unidades de producto.

Las condiciones de primer orden son

$$(1 - \tau_y)F_l = w, \quad (3.7a)$$

$$P(1 + \psi') = q, \quad (3.7b)$$

$$- \{P[(1 - \tau_y)F_k + \delta\psi'] - \delta q\} = \dot{q} - Rq, \quad (3.7c)$$

y la de transversalidad es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q k e^{-Rt} = 0. \quad (3.8)$$

3.3.2. Determinación de las trayectorias óptimas.

Lo formulado en (3.7a) establece que el producto marginal del trabajo después de impuestos es igual al salario real, (3.7b) expresa que el precio sombra de la acumulación de capital es igual al costo marginal de la inversión ya que $1 + \psi' = C_I$, y (3.7c) combinada con (3.7b) es equivalente a

$$\frac{\dot{q}}{q} + \frac{P[(1 - \tau_y)F_k - \delta]}{q} = R,$$

lo cual plantea que la tasa de crecimiento del precio sombra del capital más los dividendos en relación a q , debe ser igual a la tasa de rendimiento del capital.³

Sustituyendo q de (3.7b) y su derivada: $\dot{q} = P(\dot{I} - \delta k)\psi''$, en (3.7c) se obtiene

$$(\dot{I} - \delta k)\psi'' - R\psi' + (1 - \tau_y)F_k - (R + \delta) = 0$$

o expresada en términos del capital

$$\dot{k}\psi'' - R\psi' + (1 - \tau_y)F_k - (R + \delta) = 0. \quad (3.9)$$

Observe que ésta es una ecuación diferencial en k cuyo orden depende de los costos de ajuste. Si se considera que ellos están dados por $\psi(\dot{k}) = \frac{\beta}{2}\dot{k}^2$ con $\beta > 0$, de forma que $\psi' = \beta\dot{k}$ y $\psi'' = \beta$, entonces (3.9) se puede formular como

$$\ddot{k} - R\dot{k} + \frac{1}{\beta} [(1 - \tau_y)F_k - (R + \delta)] = 0;$$

en consecuencia,

$$\dot{k} = \kappa e^{Rt} - \frac{D}{R} \quad (3.10)$$

y

$$k = \frac{\kappa}{R} e^{Rt} - \frac{D}{R} t + \left(k_0 - \frac{\kappa}{R} \right), \quad (3.11)$$

donde κ es la constante de integración y

$$D = -\frac{1}{\beta} [(1 - \tau_y)F_k - (R + \delta)] = -\frac{R}{\beta} \left[\frac{(1 - \tau_y)F_k - \delta}{R} - 1 \right].$$

Desde el punto de vista económico las soluciones particulares planteadas en (3.11) y (3.10) no son las adecuadas, debido a que ellas conducen a un valor negativo de la empresa. En el apéndice B se calcula el valor de la empresa y se hace notar que para garantizar su no negatividad es necesario que $\kappa = 0$, lo cual ocasiona que las trayectorias óptimas del cambio en el acervo del capital y del propio acervo se pueden formular de manera respectiva como sigue:

³ Esta '*q marginal*' casi nunca es observable, en Hayashi (1982) se muestra que una modificación adecuada de los costos de ajuste conduce a una '*q promedio*', la cual es muy apreciada desde el punto de vista empírico.

$$\dot{k}(t) = -\frac{D}{R} = \frac{1}{\beta} \left[\frac{(1 - \tau_y)F_k - \delta}{R} - 1 \right] \quad (3.10')$$

y

$$\begin{aligned} k(t) &= -\frac{D}{R}t + k_0 = \dot{k}t + k_0 \\ &= \frac{1}{\beta} \left[\frac{(1 - \tau_y)F_k - \delta}{R} - 1 \right] t + k_0. \end{aligned} \quad (3.11')$$

Estas soluciones también se pueden expresar en términos del precio sombra del capital adicional, tal y como se muestra a continuación. La sustitución de

$$q = P(1 + \psi') = P(1 + \beta\dot{k}) = \frac{P[(1 - \tau_y)F_k - \delta]}{R}, \quad (3.12)$$

en (3.11') conduce a las siguientes trayectorias:

$$k(t) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{q}{P} - 1 \right) t + k_0, \quad (3.13)$$

de donde se obtiene que

$$\dot{k}(t) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{q}{P} - 1 \right).$$

La combinación de estos resultados lleva a

$$\begin{aligned} I(t) &= \dot{k}(t) + \delta k(t) = (1 + \delta t)\dot{k}(t) + \delta k_0 \\ &= \frac{1}{\beta}(1 + \delta t) \left(\frac{q}{P} - 1 \right) + \delta k_0. \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.4. Modelo con mercados de capital y sin costos de ajuste.

El modelo sin costos de ajuste y su solución son un caso particular del formulado en la sección anterior y por tanto, sus resultados se obtienen igualando a cero los costos de ajuste.

3.4.1. Planteamiento del problema intertemporal.

El problema de decisión sin costos de ajuste consiste en determinar y , l , k e I de forma que maximicen el valor presente de los flujos de efectivo de la empresa, esto es,

$$\max \int_0^{\infty} P[(1 - \tau_y)y - wl - I]e^{-Rt} dt \quad (3.14a)$$

s. a.

$$y = F(k, l), \quad (3.14b)$$

$$\dot{k} = I - \delta k, \quad (3.14c)$$

$$y(0) = y_0, \quad l(0) = l_0, \quad k(0) = k_0 \quad \text{e} \quad I(0) = I_0. \quad (3.14d)$$

Así formulado, éste es un problema de control óptimo, donde k es variable de estado y l e I son de control.⁴

Condiciones de optimalidad.

El hamiltoniano del problema previamente formulado es

$$H(y, l, k, I; q) = P[(1 - \tau_y)F(k, l) - wl - I] + q(I - \delta k),$$

las condiciones de primer orden son

$$(1 - \tau_y)F_l = w, \quad (3.15a)$$

$$q = P, \quad (3.15b)$$

$$-[(1 - \tau_y)PF_k - \delta q] = \dot{q} - Rq \quad (3.15c)$$

y la de transversalidad es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} qke^{-Rt} = 0 \quad (3.16)$$

3.4.2. *Determinación de las trayectorias óptimas.*

En el sistema (3.15) se tiene que el producto marginal del trabajo después de impuestos es igual al salario real, que el precio sombra de la acumulación de capital es P y que el producto marginal del capital después de impuestos es igual a $R + \delta$.⁵ Estos resultados

⁴ Cabe mencionar que si se sustituye el cambio en el capital y la función de producción en la función objetivo, se tiene un problema equivalente que puede ser resuelto mediante cálculo de variaciones. Sin embargo, aquí se prefirió usar control óptimo para poder determinar el multiplicador q , el precio sombra del capital.

⁵ La combinación de (3.1) con las condiciones en (3.15) conducen a que $y = (R + \delta)k + wl$, es decir, el producto es igual al ingreso obtenido vía el salario y el rendimiento del capital, ambos medidos en términos del producto.

pueden ser obtenidos directamente de las condiciones de primer orden del problema (3.6), haciendo que los costos de ajuste sean igual a cero.

3.5. Conclusiones.

El análisis de la empresa desarrollado en este capítulo se hace a través de modelos intertemporales que consisten en maximizar el valor presente del flujo real de efectivo de una empresa sujeta a su tecnología y en su caso, al cambio en su capital. Los resultados interesantes desde un punto de vista intertemporal, son los que se obtienen del modelo que considera mercados de capital y costos de ajuste, ya que las decisiones de inversión son las que le dan un carácter de temporalidad al problema del productor. La solución de ese modelo que es el más general, proporciona las trayectorias óptimas del producto marginal de la mano de obra y de la demanda de inversión. La especificación precisa de cada una de esas variables macroeconómicas depende en gran medida de la forma funcional de la tecnología. Sin embargo, los resultados obtenidos muestran que el producto marginal del trabajo está determinado por el salario real y la demanda de inversión por el precio sombra del capital, es decir, por el multiplicador q (Cuadro 2). A partir del modelo con costos de ajuste y de sus resultados se pueden derivar los asociados al que no introduce ese tipo de costos, para él se obtiene que $q = P$.

Cuadro 2. Modelos intertemporales básicos de los productores y sus soluciones.⁶

Modelos	Soluciones
<p>1. Modelo sin mercado de capitales.</p> $\max \int_0^{\infty} P[y - wl]e^{-Rt} dt$ <p>s.a.</p> $y = F(k, l),$ $y(0) = y_0 \quad e \quad l(0) = l_0.$	$F_l = w$
<p>2. Modelo con mercado de capitales y costos de ajuste.</p> $\max \int_0^{\infty} P[(1 - \tau_y)y - wl - (I + \psi(k))]e^{-Rt} dt$ <p>s.a.</p> <p>(a) $y = F(k, l)$</p> <p>(b) $\dot{k} = I - \delta k$</p> <p>(c) $y(0) = y_0, l(0) = l_0, k(0) = k_0 \quad e \quad I(0) = I_0.$</p>	$F_l = w$ $l = l^d(q)$
<p>3. Modelo con mercado de capitales y sin costos de ajuste.</p> $\max \int_0^{\infty} P[(1 - \tau_y)y - wl - I]e^{-Rt} dt$ <p>s.a.</p> <p>(a) $y = F(k, l)$</p> <p>(b) $\dot{k} = I - \delta k$</p> <p>(c) $y(0) = y_0, l(0) = l_0, k(0) = k_0 \quad e \quad I(0) = I_0.$</p>	$F_l = w$ $q = P$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

⁶ En cada modelo se considera que la función de producción es neoclásica, es decir, presenta productos marginales positivos, pero decrecientes, y es homogénea de grado uno.

4. Extensión del modelo intertemporal básico para los consumidores.

En este capítulo se analiza cómo se modifican los fundamentos microeconómicos del modelo básico del consumidor y por ende, las relaciones de comportamiento que de él surgen, cuando la economía se abre primero al mercado de bienes de consumo y posteriormente, también al de activos financieros. Aunado a esto, se considera que las empresas para financiar su inversión además de acciones emiten bonos.

Todos los supuestos que se hicieron en el capítulo 2 siguen siendo válidos, a pesar de que ahora se extienden los fundamentos microeconómicos para que por un lado contemplen a los bonos empresariales y por el otro, incorporen ciertos aspectos de una economía abierta, los cuales permiten que el consumidor tenga acceso a dos bienes de consumo, uno producido internamente y otro importado, pueda exportar el bien que produce y adquirir activos financieros del resto del mundo.

Este capítulo se inicia incorporando a la fundamentación microeconómica del modelo básico del consumidor formulado en el capítulo 2, los elementos que reflejen que el agente representativo además de consumir y exportar los bienes producidos internamente, importa bienes de consumo final. En seguida, se amplían esos fundamentos microeconómicos para que el consumidor aparte de efectuar operaciones de mercado abierto en el ámbito de los bienes de consumo, pueda adquirir bonos del resto del mundo. Para cada uno de esos dos modelos se determinan las trayectorias óptimas de interés y se hace hincapié en las principales diferencias que guardan los resultados que de ellos se obtienen.

Cabe mencionar que los modelos se plantean considerando que los consumidores enfrentan costos de transacción, aunque se pudieron haber especificado mediante la introducción de los saldos reales en la función de utilidad o bien, incorporando una restricción *cash-in-advance*. Estas tres alternativas de modelado conducen a resultados muy similares, al igual que en el caso de una economía cerrada.

4.1. *Modelo sin activos financieros internacionales.*

Los supuestos que se hicieron en el capítulo 2 sobre el consumidor representativo siguen siendo válidos, sólo que ahora la economía consiste de dos bienes de consumo, el producido domésticamente y el importado, y se permite exportar; por su parte, se considera que la cartera de activos financieros a la que tiene acceso el consumidor consiste de bonos del gobierno, bonos empresariales y acciones.

4.1.1. Riqueza del consumidor.

Un consumidor de nuestra economía demanda dinero, bonos gubernamentales, empresariales y acciones, de forma que su riqueza está dada por

$$a = m + b_g + b_e + s,$$

donde $b_e = B_e/P$ es la demanda real de los bonos empresariales, B_e es su valor nominal y lo demás se define como antes. Esos bonos pagan una tasa de interés nominal R y su valor real se deprecia a la tasa $-\pi$, de forma que su tasa de interés real esta dada por $r = R - \pi$, con lo cual se está estableciendo que son sustitutos perfectos tanto de los bonos gubernamentales como de las acciones.

4.1.2. Dinámica de la riqueza.

Las fuentes de recursos del consumidor además de los sueldos y salarios, de los intereses que le pagan los bonos del gobierno y las acciones, contemplan las que recibe vía los intereses que le dan los bonos empresariales y los ingresos de las exportaciones que realiza. Por su parte, el destino de esos recursos sigue siendo el mismo: consumo, incremento de saldos reales, adquisición de bonos gubernamentales, empresariales y acciones, pago de impuestos y de los costos por la tenencia del dinero.

Se considera que el consumidor tiene acceso a un bien de consumo que se produce internamente y otro que es importado, y que tiene capacidad para exportar. Si z denota la demanda de consumo del bien doméstico, i la del importado y x la oferta del exportado, la evolución de la riqueza del consumidor puede formularse como sigue:

$$(1 + \tau_z)z + (1 + \tau_i)\frac{EP_i}{P}i + \dot{m} + \dot{b}_g + \dot{b}_e + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r(b_g + b_e + s) + T - \pi m - \frac{\alpha y}{m} + \frac{EP_x}{P}x, \quad (4.1)$$

donde P_i , P_x y E son de manera respectiva, el precio internacional del bien importado, del exportado y el tipo de cambio nominal.

4.1.3. Planteamiento del problema intertemporal.

El problema de decisión del consumidor consiste en determinar la demanda interna del bien doméstico, z , y la del importado, i , la oferta de exportaciones, x , y la de trabajo, l , la demanda de saldos reales, m , y la tenencia de los otros activos financieros: bonos

gubernamentales, b_g , empresariales, b_e , y acciones, s , de forma que maximicen el valor presente de su utilidad, sujeto a su restricción presupuestal, es decir,

$$\max \int_0^{\infty} u(z, i, x, v(t)) e^{-\rho t} dt \quad (4.2a)$$

s.a.

$$\begin{aligned} \dot{m} + \dot{b}_g + \dot{b}_e + \dot{s} = & (1 - \tau_w)wl + r(b_g + b_e + s) + T \\ & - \pi m - \alpha y/m + \gamma x - (1 + \tau_z)z - (1 + \tau_i)\sigma i \end{aligned} \quad (4.2b)$$

$$m(0) = m_0, \quad b_g(0) = b_{g0}, \quad b_e(0) = b_{e0} \quad y \quad s(0) = s_0. \quad (4.2c)$$

donde $\sigma = \frac{EP_i}{P}$ y $\gamma = \frac{EP_x}{P}$ son los precios relativos del bien importado y del exportado respectivamente, en relación al nivel general nacional.

En esta sección, se continúa suponiendo la no negatividad y la concavidad estricta de u y v en cada uno de sus argumentos: $u_j > 0$ para $j = z, i, x$, $u_l < 0$ ($v' > 0$) y $u_{jj} < 0$ para $j = z, i, x, l$.

Condiciones de optimalidad.

A partir del hamiltoniano de problema intertemporal (4.2):

$$\begin{aligned} H(z, i, x, v(t), m, b_g, b_e, s; \lambda) = & u(z, i, x, v(t)) + \lambda[(1 - \tau_w)wl + r(b_g + b_e + s) + T \\ & - \pi m - \alpha y/m + \gamma x - (1 + \tau_z)z - (1 + \tau_i)\sigma i \\ & - \dot{m} - \dot{b}_g - \dot{b}_e - \dot{s}], \end{aligned}$$

se obtienen las condiciones necesarias y suficientes de primer orden:

$$u_z = (1 + \tau_z)\lambda, \quad (4.3a)$$

$$u_i = (1 + \tau_i)\lambda\sigma, \quad (4.3b)$$

$$u_x = -\lambda\gamma, \quad (4.3c)$$

$$u_l = -(1 - \tau_w)\lambda w, \quad (4.3d)$$

$$\lambda \left(\pi - \alpha \frac{y}{m^2} \right) = \dot{\lambda} - \lambda\rho, \quad (4.3e)$$

$$-\lambda r = \dot{\lambda} - \lambda\rho \quad (4.3f)$$

y las de transversalidad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda h e^{-\rho t}, \quad h = m, b_g, b_e, s, \quad (4.4)$$

que se pueden formular de manera equivalente como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda a e^{-\rho t} = 0. \quad (4.5)$$

Dado que la ecuación diferencial (4.3e) y (4.3f) son de manera respectiva, iguales a las formuladas en (2.3c) y (2.3d), los resultados que se obtuvieron como consecuencia de estas últimas siguen siendo válidos, sólo que hay que adecuarlos al contexto del modelo que se ha formulado previamente.

La tasa de interés real se puede expresar en términos de la tasa de crecimiento de la utilidad marginal de z , i , x o bien, de la de l , esto es,

$$r = \rho - \frac{\dot{u}_z}{u_z} = \rho - \frac{\dot{u}_i}{u_i} = \rho - \frac{\dot{u}_x}{u_x} = \rho - \frac{\dot{u}_l}{u_l}.$$

Las condiciones en (4.4) y (4.5) se pueden enunciar como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h e^{-r t} = 0, \quad h = m, b_g, b_e, s, \quad (4.4')$$

y

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a e^{-r t} = 0. \quad (4.5')$$

Por último, la restricción presupuestal (4.2b) puede formularse como

$$\dot{a} = (1 - \tau_w) w l + r a + T - R m - \alpha y / m + \gamma x - (1 + \tau_z) z - (1 + \tau_i) \sigma i,$$

o equivalentemente,

$$\frac{d}{dt} a e^{-r t} = \left[(1 - \tau_w) w l + T - R m - \frac{\alpha y}{m} + \gamma x - (1 + \tau_z) z - (1 + \tau_i) \sigma i \right] e^{-r t},$$

cuya solución sobre $[0, \infty)$ es

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} a e^{-r t} - a_0 &= \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w) w l + T - R m - \frac{\alpha y}{m} \right] e^{-r t} dt \\ &+ \int_0^{\infty} [\gamma x - (1 + \tau_z) z - (1 + \tau_i) \sigma i] e^{-r t} dt. \end{aligned}$$

Esta expresión y la de (4.5') conducen a

$$\int_0^{\infty} [(1 + \tau_z)z + (1 + \tau_i)\sigma i - \gamma x] e^{-rt} dt = a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} \right] e^{-rt} dt, \quad (4.6)$$

resultado que junto con las condiciones en (4.3) lleva a las trayectorias óptimas de las demandas de consumo del bien producido internamente, del importado y de la oferta del exportado, una vez que se ha especificado la función de utilidad.

4.1.4. Determinación de las trayectorias óptimas.

Considérese la función de utilidad log-lineal

$$u(z, i, x, v(t)) = \phi[\theta \ln(z - v(t)) + (1 - \theta) \ln i] + (1 - \phi) \ln x, \quad (4.7)$$

donde $0 < \phi < 1$ y $0 < \theta < 1$.

La combinación de las condiciones planteadas en (4.3a), (4.3b) y (4.3c), con la solución de (4.3f) dada en (2.7) y con las utilidades marginales del consumo del bien doméstico, del importado y de la oferta del exportado, calculadas con base en la función de utilidad anterior, conduce a las siguientes formulaciones:

$$z = \frac{\phi\theta}{(1 + \tau_z)\lambda_0} e^{(r-\rho)t} + v(t), \quad (4.8a)$$

$$i = \frac{\phi(1 - \theta)}{(1 + \tau_i)\lambda_0\sigma} e^{(r-\rho)t} \quad (4.8b)$$

y

$$x = -\frac{(1 - \phi)}{\lambda_0\gamma} e^{(r-\rho)t}, \quad (4.8c)$$

a partir de las cuales se determinarán las reglas de decisión de los consumidores.

Trayectoria óptima de la oferta de mano de obra.

Procediendo de manera similar a como se hizo en el modelo básico del consumidor del capítulo 2, se obtiene que la oferta de mano de obra es igual a la que ahí se determinó. De

esta forma, la trayectoria óptima de esta variable es independiente del tipo de economía que se este considerando.

Trayectoria óptima de la demanda de consumo del bien doméstico.

Las relaciones en (4.8) se pueden plantear como

$$(1 + \tau_z)z + (1 + \tau_i)\sigma i - \gamma x = \frac{1}{\lambda_0} e^{(r-\rho)t} + (1 + \tau_z)v(l),$$

multiplicando esto por e^{-rt} , integrando el resultado sobre $[0, \infty)$ y utilizando (4.6) se llega a

$$\frac{1}{\lambda_0 \rho} = a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_z)v(l) \right] e^{-rt} dt.$$

Lo anterior junto con (4.8a) permite determinar la trayectoria óptima de la demanda del consumo del bien producido internamente:

$$z = \frac{\phi \theta}{1 + \tau_z} \rho e^{(r-\rho)t} \left\{ a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_z)v(l) \right] e^{-rt} dt \right\} + v(l). \quad (4.9)$$

Suponiendo que los mercados de trabajo y de dinero están en equilibrio, y que los impuestos en términos reales permanecen constantes a través del tiempo, tal y como se hizo en la determinación de la trayectoria óptima de la demanda del consumo del modelo básico, (4.9) se reduce a

$$\begin{aligned} z &= \frac{\phi \theta}{(1 + \tau_z) r} \rho e^{(r-\rho)t} \left[r a_0 + (1 - \tau_w)w^* l^* + T - Rm^* - \frac{\alpha y}{m^*} - (1 + \tau_z)v(l^*) \right] + v(l^*) \\ &= \frac{\phi \theta}{(1 + \tau_z) r} \rho e^{(r-\rho)t} \left[r a_0 + (1 - \tau_w)w^* l^* + T - Rm^* - \frac{\alpha y}{m^*} \right] \\ &\quad + \left(1 - \phi \theta \frac{\rho}{r} e^{(r-\rho)t} \right) v(l^*) \end{aligned}$$

y evaluando esto en $t = 0$ conduce a

$$\begin{aligned} z &\equiv z^d(a_0, r) \\ &= \frac{\phi \theta}{(1 + \tau_z) r} \rho \left[r a_0 + (1 - \tau_w)w^* l^* + T - Rm^* - \frac{\alpha y}{m^*} \right] \\ &\quad + \left(1 - \phi \theta \frac{\rho}{r} \right) v(l^*). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Si se denota $a \equiv a_0 = m^* + b_{g0} + b_{e0} + s_0$, se define el ingreso disponible como

$$\begin{aligned} y_d &= y + r(b_{g0} + b_{e0}) - \pi m^* \\ &= y + R(b_{g0} + b_{e0}) - \pi(m^* + b_{g0} + b_{e0}), \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde $y = (1 - \tau_w)w^*l^* + rs_0 + T$, y se combinan con (4.10) se obtiene que

$$z \equiv z^d(y_d, r) = \frac{\phi\theta}{(1 + \tau_z)} \frac{\rho}{r} \left(y_d - \frac{\alpha y}{m^*} \right) + \left(1 - \phi\theta \frac{\rho}{r} \right) v(l^*). \quad (4.12)$$

Nuevamente se tienen dos expresiones para la trayectoria óptima de la demanda del consumo del bien doméstico. Una en términos de la riqueza del individuo y la otra, de su ingreso disponible.

La propensión marginal al consumo calculada a partir de (4.12) está dada por

$$\frac{\partial z^d}{\partial y_d} = \frac{\phi\theta}{(1 + \tau_z)} \frac{\rho}{r}, \quad (4.13)$$

la cual es positiva y menor que la unidad si el consumo del bien doméstico no alcanza su estado estacionario; además, el consumo depende de manera inversa de la tasa de interés, es decir,

$$\frac{\partial z^d}{\partial r} < 0, \quad (4.14)$$

si los costos de transacción, $\alpha y/m^*$, y la componente del trabajo, $v(l^*)$, son relativamente pequeños respecto al ingreso disponible. Por su parte, (4.10) lleva a que la demanda del consumo depende en forma directa de la riqueza del individuo, esto es,

$$\frac{\partial z^d}{\partial a_0} = \frac{\phi\theta}{1 + \tau_z} \rho > 0. \quad (4.15)$$

Todos estos resultados son análogos a los que se obtuvieron en el contexto de una economía cerrada en el capítulo 2. Sin embargo, en cualquiera de ellos hay que utilizar la definición apropiada de la riqueza, ya que esta es la que se modifica de acuerdo a la economía que se éste modelando.

Traectoria óptima de la demanda de consumo del bien importado.

La combinación adecuada de las condiciones (4.8b) y (4.8c), la multiplicación del resultado por e^{-rt} , la integración de lo obtenido sobre $[0, \infty]$ y el uso de (4.6), conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{(1 - \phi\theta)}{\lambda_0\rho} = a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_z)z \right] e^{-rt} dt.$$

Sustituyendo esto en (4.8b) lleva a

$$i = \frac{\phi(1 - \theta)}{(1 - \phi\theta)} \frac{\rho e^{(r-\rho)t}}{(1 + \tau_i)\sigma} \left\{ a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1 - \tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1 + \tau_z)z \right] e^{-rt} dt \right\}.$$

Ya que se ha supuesto que los mercados están en equilibrio y los impuestos en términos reales no se modifican a través del tiempo, se integra, se evalúa en $t = 0$ y se utiliza la definición de σ para obtener la trayectoria óptima de la demanda de importaciones:

$$\begin{aligned} i &\equiv i^d(a_0, z, E, P) \\ &= \frac{\phi(1 - \theta)}{(1 - \phi\theta)} \frac{\rho}{(1 + \tau_i)r} \frac{P}{EP_i} \left[ra_0 + (1 - \tau_w)w^*l^* + T - Rm^* - \frac{\alpha y}{m^*} - (1 + \tau_z)z \right] \end{aligned} \quad (4.16)$$

o equivalentemente, en términos del ingreso disponible:

$$\begin{aligned} i &\equiv i^d(y_d, z, E, P) \\ &= \frac{\phi(1 - \theta)}{(1 - \phi\theta)} \frac{\rho}{(1 + \tau_i)r} \frac{P}{EP_i} \left[\left(y_d - \frac{\alpha y}{m^*} \right) - (1 + \tau_z)z \right]. \end{aligned} \quad (4.17)$$

En ambas representaciones de la trayectoria óptima de la demanda del consumo de bienes importados, se tiene que

$$\frac{\partial i^d}{\partial E} < 0,$$

lo cual significa que cuando el tipo de cambio se deprecia (es decir, cuando E aumenta), las importaciones disminuyen.

Traectoria óptima de la oferta del bien exportado.

Una vez que se han combinado adecuadamente (4.8a) y (4.8b), multiplicado el resultado por e^{-rt} , integrando lo obtenido sobre $[0, \infty)$ y utilizado (4.6), se obtiene

$$\frac{\phi(1-\theta)-1}{\lambda_0 r} = a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1-\tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1+\tau_i)\sigma i \right] e^{-rt} dt.$$

Despejando $\frac{1}{\lambda_0}$ y sustituyéndolo en (4.8c) lleva a

$$x = \frac{(1-\phi)\rho e^{(r-\rho)t}}{[\phi(1-\theta)-1]\gamma} \left\{ a_0 + \int_0^{\infty} \left[(1-\tau_w)wl + T - Rm - \frac{\alpha y}{m} - (1+\tau_i)\sigma i \right] e^{-rt} dt \right\}.$$

Suponiendo que los mercados están en equilibrio y los impuestos en términos reales no se modifican a través del tiempo entonces, después de integrar, evaluar en $t = 0$ y utilizar las definiciones de σ y γ , se obtiene la trayectoria óptima de la oferta de exportaciones, dada por

$$\begin{aligned} x &\equiv x^s(a_0, i, E, P) \\ &= \frac{(1-\phi)}{[\phi(1-\theta)-1]} \frac{\rho}{r} \frac{P}{EP_x} \left[ra_0 + (1-\tau_w)w^*l^* + T - Rm^* - \frac{\alpha y}{m^*} - (1+\tau_i) \frac{EP_i}{P} i \right] \\ &= \frac{(1-\phi)}{[\phi(1-\theta)-1]} \frac{\rho}{r} \left\{ \frac{P}{EP_x} \left[ra_0 + (1-\tau_w)w^*l^* + T - Rm^* - \frac{\alpha y}{m^*} \right] - (1+\tau_i) \frac{P_i}{P_x} i \right\} \quad (4.18) \end{aligned}$$

o equivalentemente, en términos del ingreso disponible:

$$x \equiv x^s(y_d, i, E, P) = \frac{(1-\phi)}{[\phi(1-\theta)-1]} \frac{\rho}{r} \left\{ \frac{P}{EP_x} \left(y_d - \frac{\alpha y}{m^*} \right) - (1+\tau_i) \frac{P_i}{P_x} i \right\}. \quad (4.19)$$

Las trayectorias de la oferta de exportaciones satisfacen que

$$\frac{\partial x^s}{\partial E} > 0,$$

esto es, cuando el tipo de cambio se deprecia, hay incentivos para que aumenten las exportaciones.

Trayectoria óptima de los saldos monetarios reales.

Al igual que la trayectoria óptima de la oferta de trabajo, la de la demanda de los saldos monetarios reales tampoco se modifica cuando se abre la economía. Por tanto los resultados que se obtuvieron para esta última en la sección 2.2.3. siguen siendo válidos.

4.2. Modelo con activos financieros internacionales.

El análisis que se ha efectuado hasta el momento se ha desarrollado en el contexto de una economía cerrada a los activos financieros, en lo que sigue, se desarrollará un modelo intertemporal del consumidor en el marco de una economía abierta tanto al mercado de productos, como al de bienes de capital. Por tal razón, en los fundamentos microeconómicos del modelo intertemporal del consumidor de la sección previa, los consumidores además de demandar dinero, bonos nacionales y acciones, también adquirirán bonos del resto del mundo.

De esta manera, a los supuestos que se han hecho hasta aquí, en principio se suman los dos siguientes: los bonos del resto del mundo se denominan en dólares y los consumidores del exterior no pueden tener dinero doméstico.

En lo que sigue se adecuarán los fundamentos microeconómicos del modelo intertemporal del consumidor de la sección anterior, para permitir que los consumidores puedan demandar bonos del exterior, se determinarán las relaciones de comportamiento de las variables de interés y paralelamente, se hará hincapié en las diferencias y similitudes que ellas guardan con las correspondientes al modelo que no incluye bonos extranjeros.

4.2.1. Riqueza del consumidor y su dinámica.

Si B_{rm} denota el valor nominal de los bonos extranjeros, la riqueza del consumidor se puede expresar como

$$A = m + b_{rm} + b_g + b_e + s, \quad (4.20)$$

donde $b_{rm} = E \frac{B_{rm}}{P}$ representa la demanda real de bonos del resto del mundo y lo demás se define como antes. Estos bonos pagan una tasa internacional de interés nominal R_I y el individuo tiene previsión perfecta de la tasa internacional de inflación, es decir,

$$\frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} = \pi_I^e = \pi_I,$$

donde Q es el nivel general de precios internacionales y π_I la tasa internacional de inflación. Con esto la tasa de interés real de los bonos extranjeros es $r_I = R_I - \pi_I$, cuando su valor real se deprecia a la tasa de $-\pi_I$. Sin embargo, para prevalecer en el mercado, esos bonos deben de ser sustitutos perfectos de los demás activos financieros: acciones, bonos del gobierno y empresariales, de esta forma su tasa de interés real debe ser la misma que pagan estos últimos, es decir, $r = r_I$

La relación entre el nivel general de precios doméstico e internacional está dada por

$$P = EQ$$

y bajo el supuesto de que ambos presentan crecimiento constante, se tiene que

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = 0.$$

Además, conjugando esas relaciones con el hecho de que los consumidores tienen previsión perfecta de la tasa de inflación interna, es decir,

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = 0,$$

se tiene que

$$\pi_I = \pi$$

y en consecuencia las tasas de interés nominal también son iguales: $R_I = R$.

Por su parte, la evolución de la riqueza del consumidor está dada por

$$(1 + \tau_z)z + (1 + \tau_i)\sigma i + \dot{m} + \dot{b}_{rm} + \dot{b}_g + \dot{b}_e + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r(b_{rm} + b_g + b_e + s) + T - \pi m - \frac{\alpha y}{m} + \gamma x. \quad (4.21)$$

4.2.2. Planteamiento del problema intertemporal.

Considerando ahora que cuando la economía se abre a los activos financieros la tasa de preferencia del consumidor es igual a la internacional de interés real (véanse por ejemplo Calvo (1986) y Turnovsky (2000)), el problema intertemporal del consumidor se formula como

$$\max \int_0^{\infty} u(z, i, x, v(t)) e^{-rt} dt \quad (4.22a)$$

s.a.

$$\dot{m} + \dot{b}_{rm} + \dot{b}_g + \dot{b}_e + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r(b_{rm} + b_g + b_e + s) + T - \pi m - \alpha y/m + \gamma x - (1 + \tau_z)z - (1 + \tau_i)\sigma i \quad (4.22b)$$

$$m(0) = m_0, \quad b_{rm}(0) = b_{rm0}, \quad b_g(0) = b_{g0}, \quad b_e(0) = b_{e0} \quad y \quad s(0) = s_0, \quad (4.22c)$$

cuyas condiciones de primer orden, obtenidas a partir de su hamiltoniano

$$H(z, i, x, v(t), m, b_{rm}, b_g, b_e, s; \lambda) = u(z, i, x, v(t)) + \lambda[(1 - \tau_w)wl + r(b_{rm}b_g + b_e + s) + T - \pi m - \alpha y/m + \gamma x - (1 + \tau_z)z - (1 + \tau_i)\sigma i - \dot{m} - \dot{b}_{rm} - \dot{b}_g - \dot{b}_e - \dot{s}],$$

son exactamente las mismas que se determinaron en la sección 4.1, sólo que ahora deben reflejar que $\rho = r$, esto es,

$$u_z = (1 + \tau_z)\lambda, \quad (4.23a)$$

$$u_i = (1 + \tau_i)\lambda\sigma, \quad (4.23b)$$

$$u_x = -\lambda\gamma, \quad (4.23c)$$

$$u_l = (1 - \tau_w)\lambda w, \quad (4.23d)$$

$$\lambda \left(\pi - \alpha \frac{y}{m^2} \right) = \dot{\lambda} - \lambda r, \quad (4.23e)$$

$$\dot{\lambda} = 0 \quad (4.23f)$$

y la de transversalidad se puede formular como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda A e^{-rt} = 0. \quad (4.24)$$

La condición (4.23f) establece que la utilidad marginal de la riqueza es constante en toda la trayectoria temporal, es decir,

$$\lambda(t) = \bar{\lambda}, \quad \forall t. \quad (4.25)$$

De esta forma, mientras que en todos los modelos que no incorporan bonos internacionales las trayectorias de las utilidades marginales varían a medida que transcurre el tiempo, en

el que sí los incluye, permanecen constantes; en consecuencia, las tasas de crecimiento de las utilidades marginales son cero, es decir,

$$\frac{\dot{u}_z}{u_z} = \frac{\dot{u}_i}{u_i} = \frac{\dot{u}_x}{u_x} = \frac{\dot{u}_l}{u_l} = \frac{\dot{u}_m}{u_m} = 0.$$

y (4.24) se puede expresar como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A e^{-rt} = 0, \quad (4.24')$$

lo cual elimina la posibilidad de que la deuda del consumidor se eleve sin medida.

4.2.3. Determinación de las trayectorias óptimas.

El modelo del inciso anterior se soluciona considerando la función de utilidad log-lineal que se utilizó en la sección 4.1. El problema de optimización intertemporal se puede resolver paso a paso, como se ha hecho en todos los planteamientos anteriores, pero por simplicidad, ahora únicamente se combinan los resultados que se obtuvieron en la sección anterior con el supuesto de que la tasa de preferencia del consumidor es igual a la tasa internacional de interés real y obviamente, con el hecho de que el multiplicador λ es constante en toda la trayectoria temporal.

Debe observarse que bajo las consideraciones anteriores, la oferta de trabajo y la demanda de saldos monetarios reales no sufre ninguna modificación respecto al modelo intertemporal básico con costos de transacción, ya que ninguna de ellas depende ni de r ni de ρ . De esta manera, las trayectorias óptimas de esas variables son las mismas independientemente de que la economía sea abierta o cerrada.

Sustituyendo $\rho = r$ en las soluciones del problema intertemporal del consumidor que no incorpora bonos internacionales dadas en (4.12), (4.17) y (4.19), se obtienen las correspondientes trayectorias óptimas de la demanda de consumo del bien producido internamente y del importado, y la oferta de exportaciones, las cuales están dadas de manera respectiva, como sigue:¹

$$z^d(y_d, r) = \frac{\phi\theta}{(1 + \tau_z)} \left(y_d - \frac{\alpha y}{m^*} \right) + (1 - \phi\theta) v(l^*), \quad (4.26)$$

¹ Debe tenerse cuidado en las siguientes relaciones de comportamiento, en especial en las que dependen del ingreso disponible, ya que en la definición de éste se debe de considerar A , la riqueza del consumidor que incorpora a los bonos del resto del mundo.

$$i^d(y_d, z, E, P) = \frac{\phi(1-\theta)}{(1-\phi\theta)} \frac{1}{(1+\tau_i)} \frac{P}{EP_i} \left[\left(y_d - \frac{\alpha y}{m} \right) - (1+\tau_z)z \right] \quad (4.27)$$

y

$$x^s(y_d, i, E, P) = \frac{(1-\phi)}{[\phi(1-\theta)-1]} \left[\frac{P}{EP_x} \left(y_d - \frac{\alpha y}{m} \right) - (1+\tau_i) \frac{P_i}{P_x} i \right] \quad (4.28)$$

donde

$$\begin{aligned} y_d &= y + r(b_{g0} + b_{e0}) - \pi m^* \\ &= y + R(b_{g0} + b_{e0}) - \pi(m^* + b_{g0} + b_{e0}) \end{aligned}$$

y

$$y = (1 - \tau_w)w^*l^* + r s_0 + T.$$

La oferta de trabajo y la demanda de saldos reales como ya se dijo, permanece como en el modelo intertemporal básico con costos de transacción:

$$v'(l) = \frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_z} w \quad (4.29)$$

y

$$m = \left(\frac{\alpha y}{R} \right)^{1/2}, \quad (4.30)$$

respectivamente.

4.3. Conclusiones.

En este capítulo se presenta una extensión del modelo intertemporal básico del consumidor en la que se considera que el consumidor puede importar y exportar bienes de consumo y adquirir bonos del resto del mundo. Se formulan dos modelos intertemporales extendidos del consumidor. El primero no contempla la incorporación de los bonos del resto del mundo y el segundo sí lo hace. Ambos modelos se solucionan considerando únicamente el enfoque de los costos de transacción y la misma función de utilidad. Cada uno de ellos conduce a las trayectorias óptimas de la demanda de consumo del bien producido internamente, del importado y de los saldos reales, y a la oferta de trabajo y de exportaciones, y a sus respectivos determinantes.

La importancia de los resultados obtenidos del modelo intertemporal extendido con bonos internacionales radica en que los determinantes de las variables económicas agregadas relevantes son los mismos que se obtuvieron en el modelo básico y en el extendido sin bonos del resto del mundo, sólo que en cada uno de ellos se debe de utilizar la definición apropiada de la riqueza y por ende, del ingreso disponible (Cuadros 1 y 3). Además, la utilidad marginal de la riqueza permanece constante en toda la trayectoria temporal, mientras que en los modelos que no incorporan ese tipo de bonos va cambiando a medida que transcurre el tiempo.

Cuadro 3. Extensión de los modelos intertemporales básicos para los consumidores y sus soluciones.²

Modelos	Soluciones
<p>1. Modelo sin bonos internacionales.</p> $\max \int_0^{\infty} u(z, i, x, v(l)) e^{-\rho t} dt$ <p>s.a.</p> $\dot{m} + \dot{b}_g + \dot{b}_e + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r(b_g + b_e + s) + T - \pi m - \alpha y / m + \gamma x - (1 + \tau_z)z - (1 + \tau_i)i,$ $m(0) = m_0, b_g(0) = b_{g0}, b_e(0) = b_{e0} \text{ y } s(0) = s_0.$	$l = l^s(w), \quad l' > 0$ $z = z^d(y_d, r), \quad z_{y_d} > 0, \quad z_r < 0,$ $i = i^d(y_d, z, E, P), \quad i_E < 0,$ $x = x^s(y_d, i, E, P), \quad x_E > 0,$ $m = m^d(y, R), \quad m_y > 0, \quad m_R < 0$
<p>2. Modelo con bonos internacionales.</p> $\max \int_0^{\infty} u(z, i, x, v(l)) e^{-\rho t} dt$ <p>s.a.</p> $\dot{m} + \dot{b}_{rm} + \dot{b}_g + \dot{b}_e + \dot{s} = (1 - \tau_w)wl + r(b_{rm} + b_g + b_e + s) + T - \pi m - \alpha y / m + \gamma x - (1 + \tau_z)z - (1 + \tau_i)i,$ $m(0) = m_0, b_{rm}(0) = b_{rm0}, b_g(0) = b_{g0}, b_e(0) = b_{e0} \text{ y } s(0) = s_0.$	

TESIS CON FALTA DE ORIGEN

² Ambos modelos se resolvieron utilizando la siguiente función de utilidad:

$$u(z, i, x, v(l)) = \varphi [\theta \ln(z - v(l)) + (1 - \theta) \ln(i)] + (1 - \varphi) \ln(x),$$

51 donde $0 < \varphi < 1$ y $0 < \theta < 1$.

5. Extensión del modelo intertemporal básico de los productores.

Al igual que en el estudio del modelo intertemporal básico de los productores, en el del modelo extendido que aquí se presenta se supone que existe un gran número de empresas que operan en mercados competitivos, pero a diferencia del modelo básico, ahora producen dos bienes, uno de uso doméstico y otro para exportar, y además de utilizar capital y trabajo en la producción, también incorporan materias primas importadas. Adicionalmente, dado que las empresas comercian en el ámbito internacional, se considera que son tomadoras de precios en ese mercado.

El problema de decisión de la empresa con esos nuevos elementos se resuelve primero en su contexto más general, aquel que considera la existencia de mercado de capitales y que incorpora costos de ajuste, ya que a partir de su planteamiento y solución se puede determinar el correspondiente a la empresa que no enfrenta ese tipo de costos.

5.1. Tecnología.

La empresa j produce un bien de uso doméstico y uno de exportación a las tasas de producción y_j y x_j , respectivamente; de esta manera, la producción total está dada por $y_j + \gamma x_j$. Ambos bienes son producidos mediante una función de transformación $G_j(y_j, x_j)$. Los factores que se utilizan en el proceso de producción son capital, k_j , trabajo, l_j , e insumos importados, i_j , los cuales se combinan en una función de producción neoclásica $F_j(L_j(k_j, l_j), i_j)$, donde $L_j(k_j, l_j)$ también es una función de producción neoclásica que incorpora sólo los insumos internos.

La tecnología de producción de cada empresa está dada por

$$G_j(y_j, x_j) = F_j(L_j(k_j, l_j), i_j) \quad (5.1)$$

y bajo los supuestos de que todas enfrentan la misma función de transformación y de producción, y de la homogeneidad lineal de F y L , se pueden considerar variables agregadas, omitir el subíndice j y por ende, considerar una empresa representativa, tal y como se hizo en el modelo básico intertemporal del productor en el capítulo 3 (Apéndice B).

5.2. Planteamiento del problema intertemporal con costos de ajuste.

Considerando que la empresa va a producir un bien para consumo interno y otro para exportar, que tiene capacidad para importar materias primas y que opera en una economía donde existen mercados de capitales y costos de ajuste, su problema de decisión consiste

en determinar y, x, l, i, k e I de manera que maximicen el valor presente de sus flujos de efectivo sujeto a su tecnología y al cambio en su capital, esto es,

$$\max \int_0^{\infty} P \left[(1 - \tau_y)y + \gamma x - \sigma i - w l - C(I, k) \right] e^{-Rt} dt \quad (5.2a)$$

s.a.

$$G(y, x) = F(L(k, l), i), \quad (5.2b)$$

$$\dot{k} = I - \delta k, \quad (5.2c)$$

$$y(0) = y_0, x(0) = x_0, l(0) = l_0, i(0) = i_0, k(0) = k_0 \text{ e } I(0) = I_0, \quad (5.2d)$$

donde las variables y los coeficientes ya han sido definidos.

Condiciones de primer orden.

El hamiltoniano del problema en (5.2) es

$$H(y, x, i, l, k, I; q, \xi) = P \{ (1 - \tau_y)y + \gamma x - \sigma i - w l - [I + \psi(I - \delta k)] \} \\ + \xi [F(L(k, l), i) - G(y, x)] + q(I - \delta k - \dot{k}),$$

donde $\xi = \bar{\xi} e^{Rt}$ es el multiplicador asociado a la producción y q se define como antes. Las condiciones de primer orden son

$$(1 - \tau_y)P = \xi G_y, \quad (5.3a)$$

$$\gamma P = \xi G_x, \quad (5.3b)$$

$$\sigma P = \xi F_i, \quad (5.3c)$$

$$w P = \xi F_l, \quad (5.3d)$$

$$G = F, \quad (5.3e)$$

$$P(1 + \psi') = q, \quad (5.3f)$$

$$-[\xi F_k + \delta P \psi' - \delta q] = \dot{q} - Rq \quad (5.3g)$$

y la de transversalidad es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q k e^{-Rt} = 0. \quad (5.4)$$

Despejando el multiplicador ξ de (5.3d) y sustituyendo el resultado en el resto de las ecuaciones se obtiene el siguiente sistema equivalente:

$$(1 - \tau_{yy}) = \frac{w}{F_l} G_y, \quad (5.5a)$$

$$\gamma = \frac{w}{F_l} G_x, \quad (5.5b)$$

$$\sigma = \frac{w}{F_l} F_i, \quad (5.5c)$$

$$G = F, \quad (5.5d)$$

$$P(1 + \psi') = q, \quad (5.5e)$$

$$-P \left(\frac{w}{F_l} F_k + \delta\psi' - \delta q \right) = \dot{q} - Rq, \quad (5.5f)$$

a partir del cual se determinan las trayectorias óptimas. Al igual que en el sistema formulado en (5.3) en el (5.5) se distinguen dos bloques independientes: el primero constituido por las cuatro primeras ecuaciones, conduce a las trayectorias óptimas de y , x , i e l ; el segundo, compuesto por las dos restantes, lleva a las de k e I .

5.3. Determinación de las trayectorias óptimas.

La solución del problema de la empresa y en especial del subsistema constituido por las condiciones de (5.5a) a (5.5d) requiere formular alguna estructura en el sector productivo especificando formas funcionales para G , F y L , y con el propósito de enriquecer el modelo, se incorporan variables que dan cuenta del progreso tecnológico y de los cambios en la penetración del sector externo. Por esta razón, en las funciones de producción se incluyen tres tendencias: la primera está asociada a la productividad marginal a la Harrod, la segunda a las importaciones y la tercera a las exportaciones, y sus parámetros están dados por λ , ϕ y φ , de manera respectiva.¹

Con base en lo anterior, en esta sección se obtienen las trayectorias óptimas de y , i , x e l considerando formas alternativas de G , F y L , y en seguida se determinan las de k , I y q mismas que se plantean en términos de los productos marginales del capital y del trabajo: F_k y F_l .

5.3.1. Producción, importaciones, exportaciones y empleo.

a) G , F y L son *Cobb-Douglas*.

Se supone que la función de transformación $G(y, x)$ es Cobb-Douglas, que los insumos domésticos también se combinan en la función de producción del tipo Cobb-Douglas:

¹ La notación de los parámetros de las transformaciones y funciones de producción es exclusiva de esta sección y nada tiene que ver ni con la que se ha utilizado hasta el momento ni con la que se usará después.

$L(k, l)$, y que ésta se encuentra anidada en otra Cobb-Douglas conjuntamente con las materias primas importadas: $F(L(k, l), i)$. Más específicamente,

$$G(y, x) = y^\alpha (xe^{\phi t})^{1-\alpha}, \quad (5.6)$$

$$F(L(k, l), i) = L(k, l)^\beta (ie^{\phi t})^{1-\beta} \quad (5.7)$$

y

$$L(k, l) = k^\theta (le^{\lambda t})^{1-\theta}, \quad (5.8)$$

donde α es el coeficiente de transformación y β y θ los de sustitución de las funciones correspondientes. De esas formas funcionales y de (5.5d) se obtiene que

$$G_y = \alpha \frac{F}{y}, \quad G_x = (1 - \alpha) \frac{F}{x}, \quad (5.9)$$

$$F_k = \beta \theta \frac{F}{k}, \quad F_l = \beta(1 - \theta) \frac{F}{l} \quad \text{y} \quad F_i = (1 - \beta) \frac{F}{i}. \quad (5.10)$$

El remplazo de estas derivadas parciales en el sistema (5.5a)-(5.5d) conduce a las trayectorias óptimas de la producción, exportaciones, importaciones y empleo, dadas por

$$y = \frac{\alpha}{\beta(1 - \theta)} \frac{wl}{(1 - \tau_y)}, \quad (5.11a)$$

$$x = \frac{(1 - \alpha)}{\beta(1 - \theta)} \frac{wl}{\gamma}, \quad (5.11b)$$

$$i = \frac{(1 - \beta)}{\beta(1 - \theta)} \frac{wl}{\sigma} \quad (5.11c)$$

y

$$l = \left\{ \left[\frac{y^\alpha (xe^{\phi t})^{1-\alpha}}{(ie^{\phi t})^{1-\beta}} \right]^{1/\beta} \frac{1}{k^\theta} \right\}^{1/(1-\theta)} e^{-\lambda t}. \quad (5.11d)$$

b) G y L son *Cobb-Douglas*, y F es *CES*.²

Ahora se considera que G y L se especifican como en (5.6) y (5.8), y que F es una función de producción de elasticidad constante, es decir,

$$F(L(k, l), i) = \mu [\rho L(k, l)^\beta + (1 - \rho)(ie^{\phi t})^\beta]^{1/\beta}, \quad (5.12)$$

donde μ es un factor de escala y ρ es el coeficiente de eficiencia. De (5.12) se obtiene

$$F_k = \rho\theta \frac{F^{1-\beta}(\mu L)^\beta}{k}, \quad F_l = \rho(1 - \theta) \frac{F^{1-\beta}(\mu L)^\beta}{l} \quad \text{y} \quad F_i = (1 - \rho) \frac{F^{1-\beta}(\mu ie^{\phi t})^\beta}{i}. \quad (5.13)$$

La sustitución de estos resultados en las condiciones de primer orden conduce a las trayectorias óptimas de las variables de interés:

$$y = \frac{\alpha}{\rho(1 - \theta)} \left(\frac{F}{\mu L} \right)^\beta \frac{wl}{(1 - \tau_y)} \quad (5.14a)$$

$$x = \frac{(1 - \alpha)}{\rho(1 - \theta)} \left(\frac{F}{L} \right)^\beta \frac{wl}{\gamma}, \quad (5.14b)$$

$$i = \left[\frac{(1 - \rho)}{\rho(1 - \theta)} \left(\frac{e^{\phi t}}{L} \right)^\beta \frac{wl}{\sigma} \right]^{1/(1-\beta)} \quad (5.14c)$$

y

$$l = \left\{ \left[\frac{1}{\rho} \left(\left(\frac{y^\alpha (x e^{\phi t})^{(1-\alpha)}}{\mu} \right)^\beta - (1 - \rho)(ie^{\phi t})^\beta \right) \right]^{1/\beta} \frac{1}{k^\theta} \right\}^{1/(1-\theta)} e^{-\lambda t}. \quad (5.14d)$$

c) G y F son *CES*, y L es *Cobb-Douglas*.

Se supone que L y F se mantienen como en (5.8) y (5.12) respectivamente, y que G toma la forma:

² Esta última función de producción es la de elasticidad de producción constante y toma su nombre de sus siglas en inglés: *Constant-Elasticity-of-Substitution*.

$$G(y, x) = \eta [\kappa y^\alpha + (1 - \kappa)(xe^{\varphi t})^\alpha]^{1/\alpha} \quad (5.15)$$

donde ξ es un factor de escala y α ahora es el coeficiente de eficiencia. De (5.15) y (5.5d) se obtiene

$$G_y = \kappa \eta^\alpha \left(\frac{F}{y}\right)^{1-\alpha} \quad y \quad G_x = (1 - \kappa) \eta^\alpha \left(\frac{F}{xe^{\varphi t}}\right)^{1-\alpha} e^{\varphi t} \quad (5.16)$$

y la sustitución de estas parciales en las condiciones (5.5a)-(5.5d) lleva a las siguientes trayectorias óptimas:

$$y = \left[\frac{\kappa}{\rho(1-\theta)} \left(\frac{F}{\mu L}\right)^\beta \left(\frac{\eta}{F}\right)^\alpha \frac{wl}{(1-\tau_y)} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (5.17a)$$

$$x = \left[\frac{(1-\kappa)}{\rho(1-\theta)} \left(\frac{F}{\mu L}\right)^\beta \left(\frac{\eta}{F}\right)^\alpha \frac{wl}{\gamma} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (5.17b)$$

$$i = \left[\frac{(1-\rho)}{\rho(1-\theta)} \left(\frac{e^{\phi t}}{L}\right)^\beta \frac{wl}{\sigma} \right]^{1/(1-\beta)} \quad (5.17c)$$

y

$$l = \left\{ \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\eta [\kappa y^\alpha + (1-\kappa)(xe^{\varphi t})^\alpha]^{1/\alpha}}{\mu} \right)^\beta - (1-\rho)(ie^{\phi t})^\beta \right]^{\frac{1}{\beta}} \frac{1}{k^\theta} \right\}^{1/(1-\theta)} e^{-\lambda t} \quad (5.17d)$$

5.3.2. Capital e inversión.

En la determinación de las trayectorias óptimas del capital y la inversión se puede proceder exactamente igual a como se hizo en el modelo intertemporal básico del productor del capítulo 3. Dado que la condición (5.5e) es idéntica a la que se obtuvo en el modelo mencionado y la (5.5f) difiere únicamente en el coeficiente del producto marginal del trabajo, sólo se usarán los resultados derivados en el capítulo 3 para obtener los correspondientes al capital e inversión del modelo intertemporal extendido del productor planteado en (5.2).

Por lo anterior, sólo es necesario que en (3.10') y (3.11') se reemplace $(1 - \tau_y)$ por w/F_l para obtener las dos trayectorias óptimas restantes del modelo extendido del productor, la asociada al cambio en el acervo de capital y la del propio capital. De esa manera, se tiene

$$\dot{k} = -\frac{D}{R} = \frac{1}{\beta} \left[\frac{\frac{w}{F_l} F_k - \delta}{R} - 1 \right] \quad (5.18)$$

y

$$\begin{aligned} k &= -\frac{D}{R}t + k_0 = \dot{k}t + k_0 \\ &= \frac{1}{\beta} \left[\frac{\frac{w}{F_l} F_k - \delta}{R} - 1 \right] t + k_0, \end{aligned} \quad (5.19)$$

donde D ahora está dada por

$$D = -\frac{1}{\beta} \left[\frac{w}{F_l} F_k - (R + \delta) \right] = -\frac{R}{\beta} \left[\frac{\frac{w}{F_l} F_k - \delta}{R} - 1 \right].$$

Se debe indicar también, que las trayectorias del capital y de la inversión en términos de q toman la misma forma que las que se obtuvieron para el modelo básico de los productores, mismas que a continuación se vuelven a formular:

$$k(t) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{q}{P} - 1 \right) t + k_0 \quad (5.18')$$

y

$$I(t) = \dot{k}(t) + \delta k(t) = \frac{1}{\beta} (1 + \delta t) \left(\frac{q}{P} - 1 \right) + \delta k_0, \quad (5.19)$$

sólo que ahora el precio sombra del capital esta dado como $q = \frac{P \left[\frac{w}{F_l} F_k - \delta \right]}{R}$.

5.4. Conclusiones.

En este capítulo se desarrolla un modelo intertemporal del productor que considera mercado de capitales con costos de ajuste y que a diferencia del modelo básico, incorpora el hecho de que las empresas producen dos bienes: uno de uso doméstico y otro para exportar, y además, importan otro que utilizan como insumo. El modelo conduce a las trayectorias

óptimas de la oferta del bien producido internamente y de las exportaciones, a las demandas de importaciones, de trabajo y de inversión, y a sus respectivos determinantes. Los resultados obtenidos en lo que respecta a estas dos últimas variables son básicamente los mismos que se determinaron en el capítulo 3 (Cuadro 4). Por su parte, la deducción de las otras variables del modelo implicó especificar formas alternativas de las funciones de producción. De la sustitución de estas en las condiciones de primer orden se obtuvieron las trayectorias y correspondientes determinantes. Sin embargo, es importante señalar que las expresiones obtenidas para las mismas, son un tanto complejas para resolverlas de manera analítica.

Cuadro 4. Extensión de los modelos intertemporales básicos para los productores y su solución.³

Modelo	Solución
<p>1. Modelo con mercado de capitales y costos de ajuste.</p> $\max \int_0^{\infty} P[(1-\tau_y)y + \gamma x - \sigma i - w l - (1 + \psi(\dot{k}))]e^{-\rho t} dt$ <p>s.a.</p> <p>(a) $G(y, x) = F(L(k, l), i)$</p> <p>(b) $\dot{k} = I - \delta k$</p> <p>(c) $y(0) = y_0, x(0) = x_0, i(0) = i_0, l(0) = l_0, k(0) = k_0$ e $I(0) = I_0$.</p>	$F_l = w$ $I = I^d(q)$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

³ En cada modelo se considera que la función de producción es neoclásica, es decir, presenta productos marginales positivos, pero decrecientes y es homogénea de grado uno.

6. Modelos macroeconómicos con fundamentos microeconómicos.

En este capítulo se formulan dos modelos macroeconómicos a partir de los resultados obtenidos de los fundamentos micro establecidos en los modelos intertemporales básicos de los consumidores y productores, y de sus correspondientes extensiones. Las ecuaciones de comportamiento de las variables económicas relevantes y los determinantes que se han obtenido de esos modelos son sin lugar a dudas la parte medular de un modelo macroeconómico, su complemento lo conforman algunas definiciones e identidades cuya formulación esta supeditada al tipo de economía que se desea estudiar.¹

La fundamentación microeconómica de los modelos básicos y extendidos incorpora algunos elementos *ad-hoc* que conducen a los determinantes de las variables asociadas a los grandes agregados económicos. La combinación de las que son obtenidas de los modelos básicos. integran un modelo macroeconómico para una economía cerrada, mientras que las que son resultado de los modelos extendidos o bien de uno básico con uno extendido, llevan a un modelo macroeconómico para una economía abierta.

En la presentación de los modelos de este capítulo más que proponer formas funcionales precisas para sus ecuaciones de comportamiento, se plantean funciones generales en las que se destacan los determinantes de las variables económicas de interés. Esto obedece a que las especificaciones que se han obtenido de los fundamentos microeconómicos son originadas por una forma precisa de la función objetivo del problema de optimización dinámica, si ella cambia, también lo hace la forma funcional de las variables, pero no así sus componentes. De esta manera, una vez que los determinantes son derivados de los modelos de optimización intertemporal que introducen los microfundamentos, la especificación final de sus relaciones de comportamiento será una decisión empírica más que una de teoría económica.

Los modelos macroeconómicos a los que pueden dar lugar las relaciones obtenidas a partir de los modelos intertemporales básicos y de sus extensiones son diversos, ya sea porque para algunas de las variables que se desean explicar se han establecido expresiones alternativas o porque al abrir la economía se prefiera hacerlo por el lado del consumidor o

¹ La contabilidad nacional del país para el que se está elaborando el modelo también da origen a ciertas definiciones e identidades, este aspecto adquiere importancia al pasar del modelo macroeconómico teórico al macroeconómico o equivalentemente, al incorporar información empírica de las variables del primero. En el capítulo 8, en donde se desarrolla el modelo MMicMex, se hará notar la trascendencia de este elemento.

del productor o bien, porque se deseen combinar los resultados de los modelos básicos, de los modelos extendidos o los de un básico y un extendido.

El capítulo se inicia con el planteamiento de un modelo macroeconómico para una economía cerrada y se continua con el de una abierta. Cada uno esos modelos consiste de tres agentes: consumidores, productores y gobierno, por lo cual, para complementar su formulación es necesario estudiar el papel que juega el gobierno, además de plantear la identidad del ingreso nacional e incorporar algunas definiciones y/o condiciones de equilibrio, todo ello en los contextos económicos en los que se desarrollan los modelos.²

Es importante comentar que los costos de transacción incluidos en la evolución de la riqueza del consumidor son un mero artificio. Se introducen con el propósito de obtener determinantes apropiados de algunas de las variables que integran el modelo macroeconómico con microfundamentos. Por esta razón, y para facilitar los cálculos en el establecimiento de la identidad del ingreso nacional, se hace caso omiso de ellos y por tanto, se igualan a cero.

6.1. *Modelo macroeconómico para una economía cerrada.*

El modelo macroeconómico para una economía cerrada consiste de tres agentes económicos: consumidores, productores y gobierno, y la fundamentación micro de sus relaciones de comportamiento surge de los modelos básicos intertemporales de consumo y de producción presentados previamente. Con el propósito de plantear el modelo completo es necesario estudiar el papel que juega el gobierno.

Esta sección se inicia con la formulación de la restricción presupuestal de ese tercer agente económico, con la cual se complementan los ingredientes para plantear la identidad del ingreso nacional, que conjuntamente con la definición del producto y las relaciones de comportamiento deducidas de los modelos básicos, integran el modelo para una economía cerrada, cuya presentación es el objeto de esta sección.

² En general, un modelo macroeconómico se puede concebir como un sistema de ecuaciones simultáneas. Desde este punto de vista, los uniecuacionales pierden su interés cuando el objetivo del mismo es estudiar la economía en su conjunto o algún sector que la integra. Usualmente, un modelo de este tipo puede incorporar sólo determinantes de la demanda agregada o de la oferta agregada o de ambas. La primera debe de incluir ecuaciones estocásticas del consumo privado, inversión privada, demanda de saldos reales e importaciones de bienes y servicios. La oferta agregada debe incorporar relaciones de comportamiento de la producción, de las exportaciones de bienes y servicios, y de los precios. Tanto en la demanda como en la oferta se deben introducir identidades que pueden ser definiciones o condiciones de equilibrio.

6.1.1. *Gobierno.*

El gobierno es el tercer agente de la economía, toma decisiones de gasto, financiamiento e impositivas, y se supone que no acumula bienes de consumo ni de capital.

Restricción presupuestal.

En términos generales, el déficit del gobierno se encuentra constituido por sus gastos más los intereses pagados por concepto de deuda menos los impuestos recaudados, y es financiado vía incrementos en la oferta monetaria y/o en el acervo de los bonos gubernamentales. Aunado a lo anterior y de acuerdo al modelo del consumidor, se debe considerar que el gobierno también recibe de los consumidores un impuesto inflacionario en forma de transferencia de suma fija originado por los saldos reales que inicialmente se denominaron en términos nominales, y les proporciona otro a través de un subsidio de suma fija.

Por lo anterior, la restricción presupuestal del gobierno en términos reales se puede formular como

$$\dot{m} + \dot{b}_g = g + r b_g - (\tau_w w l + \tau_c c + \tau_y y) - \pi m + T, \quad (6.1)$$

donde g es el consumo del gobierno (o gasto gubernamental) y lo demás ya ha sido definido. El lado izquierdo de (6.1) especifica los cambios en la oferta de los saldos monetarios reales y la de los bonos del gobierno necesarios para financiar el déficit del gobierno que se encuentra planteado en el lado derecho.

6.1.2. *Identidad del ingreso nacional.*

La identidad del ingreso nacional plantea la forma en que se distribuye el producto entre los diferentes agentes de la economía, enseguida se obtendrá ésta para una economía cerrada en la que los bienes de capital se deprecian a la tasa δk .

La inclusión de los costos por la tenencia de dinero en el modelo del consumidor es un mero artificio que permite que la demanda de los saldos monetarios reales dependa del ingreso y de la tasa de interés nominal. Por esta razón y para no complicar los cálculos en la determinación de la identidad del ingreso tanto en el contexto de la economía cerrada presentada en esta sección como en el de la abierta, de la siguiente, se prescindirá de ellos y por tanto, se harán igual a cero.

Bajo la consideración anterior, la sustitución de la restricción presupuestal del gobierno (6.1) en la evolución de la riqueza del consumidor (2.1), conduce a

$$c + g + (\dot{s} - rs) = wl + \tau_y y. \quad (6.2)$$

Por su parte, la condición (3.7a) junto con la propiedad de las funciones neoclásicas planteada en (3.1) y la expresión del precio sombra del capital adicional formulada en (3.12) llevan a que

$$wl + \tau_y y = y - (1 - \tau_y)kF_k = y - \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) k. \quad (6.3)$$

Este resultado combinado con (6.2) implica que el mercado se limpia, es decir, que el producto que se obtiene en la economía debe ser destinado al consumo privado, inversión, consumo del gobierno y depreciación de capital, esto es,

$$y = c + I + g + \delta k. \quad (6.4)$$

en donde $I = \dot{s} - (rs - Rqk/P)$.

Cabe mencionar que cuando en el modelo intertemporal básico del productor no se incorporan costos de ajuste (Sección 3.4), la definición de la inversión se modifica, ya que ella debe considerar que $q = P$ y $(1 - \tau_y)F_k = R + \delta$, que son las condiciones de primer orden formuladas en (3.15b) y (3.15c). Ellas conducen a $I = \dot{s} - (rs - Rk)$.

6.1.3. Planteamiento del modelo.

En los capítulos 2 y 3 se desarrollaron los fundamentos microeconómicos de las ecuaciones de comportamiento del modelo macroeconómico para una economía cerrada, a través de un modelo básico intertemporal para el consumidor y otro para el productor, y en las secciones previas se formuló la restricción presupuestal del gobierno y la identidad del ingreso nacional, ambas en el contexto de una economía cerrada. Con todo ello ya se está en condiciones de presentar las relaciones de comportamiento, definiciones y condiciones de equilibrio que integran al modelo mencionado.

Oferta del único bien:

$$y^s = F(k, l^d). \quad (6.5)$$

Demanda de trabajo:

$$F_l(k, l^d) = w. \quad (6.6)$$

Oferta de trabajo:

$$l^s = l^s(w). \quad (6.7)$$

Demanda de consumo:

$$c^d = c^d(y_d, r). \quad (6.8)$$

Demanda de inversión:

$$I^d = I^d(q). \quad (6.9)$$

Demanda de saldos reales:

$$m^d = m^d(y, R). \quad (6.10)$$

Identidad del ingreso nacional:

$$y^s = c^d + g + I^d + \delta k. \quad (6.11)$$

El equilibrio general del modelo se obtiene al agregar las condiciones:

$$l^d = l^s, m^d = m^s \text{ e } I^d = I^s.$$

Si por simplicidad se denota $l = l^d = l^s$, $m = m^d = m^s$ e $I = I^d = I^s$, entonces el modelo macroeconómico para una economía cerrada se puede formular como sigue:

$$y = F(k, l), F_k, F_l > 0, F_{kk}, F_{ll} < 0 \quad (6.12)$$

$$F_l(k, l) = w, \quad (6.13)$$

$$l = l(w), l' > 0, \quad (6.14)$$

$$c = c(y_d, r), c_{y_d} > 0, c_r < 0, \quad (6.15)$$

$$I = I(q), \quad (6.16)$$

$$m = m(y, R), m_y > 0, m_R < 0, \quad (6.17)$$

y

$$y = c + g + I + \delta k. \quad (6.18)$$

Es importante señalar que en este modelo las variables endógenas son y , l , $w = W/P$, c , I y m , las restantes son exógenas.

6.2. Modelo macroeconómico para una economía abierta.

Como ya se ha señalado, la parte complementaria de las ecuaciones de comportamiento en un modelo macroeconómico, la constituyen algunas definiciones e identidades, cuya formulación está vinculada al tipo de economía para la que se construye el modelo. Por

ejemplo, la identidad del ingreso nacional del modelo de la sección anterior, corresponde a una economía cerrada con tres agentes económicos, en la que los costos de transacción no tienen importancia alguna, ya que se igualan a cero.

En los capítulos 4 y 5 se desarrollaron los fundamentos microeconómicos de ciertas ecuaciones de comportamiento de variables macroeconómicas que forman la parte central de un modelo macroeconómico asociado a una economía abierta. Ello se ha realizado mediante el planteamiento y solución de problemas intertemporales de optimización para los consumidores y los productores y por tanto, el modelo para la economía abierta puede formularse considerando únicamente los resultados del primer modelo, del segundo o combinando los de ambos.

En esta sección se presenta un modelo macroeconómico para una economía abierta tanto al mercado de bienes de consumo como de activos financieros. Se formula considerando que el consumidor es el único que efectúa operaciones de mercado abierto. En consecuencia, los resultados obtenidos en la sección 4.2. y los correspondientes al modelo básico del productor del capítulo 3, son los que lo constituyen.³

La sección se inicia analizando el papel del gobierno en una economía abierta mediante el planteamiento de su restricción presupuestal, que no es más que una extensión de la formulada en el contexto de una economía cerrada. En seguida, con base en el desarrollo del modelo extendido del consumidor se formula la identidad del ingreso nacional. Finalmente se presenta un modelo macro para una economía abierta.

6.2.1. *Gobierno.*

Independientemente de si la economía es cerrada o abierta, o si se incluye o no un activo financiero del resto del mundo en alguno de los modelos intertemporales del consumidor, el gobierno siempre toma decisiones de gasto, financiamiento e impositivas, y se supone que no acumula ni bienes de consumo ni de capital. Sin embargo, cuando la economía abre sus mercados, el gobierno amplía sus fuentes de ingreso de acuerdo al planteamiento que se haga de los modelos extendidos, de forma que su restricción presupuestal tendrá que

³ El hecho de considerar sólo los resultados obtenidos en la extensión del modelo básico del consumidor es un tanto para facilitar la especificación del modelo para la economía abierta, ya que los correspondientes al modelo extendido del productor, como en su momento se señaló, son expresiones complejas para resolverlas analíticamente y en gran medida, dependen de las especificaciones de las funciones de producción. Además, se debe recordar que en la formulación que en esta sección se pretende realizar, lo esencial son los determinantes de las variables económicas relevantes.

dar cuenta de los ingresos que recibe vía las transacciones que se realizan con el resto del mundo y que con base en la extensión que se ha hecho del modelo básico del consumidor, en este caso ello se reduce a los impuestos que recibe por la importación de un bien de consumo.⁴

Restricción presupuestal.

Como ya se mencionó, el déficit del gobierno está constituido por los intereses que se pagan por concepto de deuda menos los impuestos recaudados y se financia mediante incrementos en la oferta monetaria y/o en la emisión de bonos gubernamentales, sólo que ahora en el marco de una economía abierta, además del subsidio y de la transferencia de suma fija, los impuestos deben considerar los que se recaudan por las importaciones.

Por lo anterior, la restricción presupuestal del gobierno en términos reales es la siguiente:

$$\dot{m} + \dot{b}_g = g + rb_g - (\tau_w w l + \tau_z z + \tau_i \sigma i + \tau_y y) - \pi m + T, \quad (6.19)$$

muy similar a la de la sección previa.

6.2.2. Identidad del ingreso nacional.

Al igual que en una economía cerrada, en una abierta la identidad del ingreso nacional debe dar cuenta de cómo se distribuye el producto entre los distintos agentes económicos. La combinación de la restricción presupuestal del gobierno (6.19) y de la evolución de la riqueza del consumidor (4.22b) y del resultado en (6.3), conduce a

$$z + \sigma i - \gamma x + g + \dot{b}_{rm} + \dot{b}_e + \dot{s} - r(b_{rm} + b_e + s) = y - \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) k. \quad (6.20)$$

De acuerdo al planteamiento del modelo intertemporal extendido del consumidor esta igualdad se puede formular de manera alternativa como

$$y = c + g + I + \delta k, \quad (6.21)$$

donde $c = z + \sigma i - \gamma x$ e $I = \dot{b}_{rm} + \dot{b}_e + \dot{s} - [r(b_{rm} + b_e + s) - Rqk/P]$.

⁴ Esto se debe a que se está considerando que los consumidores son los encargados de realizar las operaciones de mercado abierto. Si fueran los productores, la restricción presupuestal del gobierno sería igual a la del modelo de la economía cerrada, ya que de acuerdo a su modelo extendido, las importaciones que realizan no tienen carga impositiva (una modificación minucia de ese modelo sí podría integrarla).

6.2.3. Planteamiento del modelo.

En el capítulo 4 se desarrollaron los fundamentos microeconómicos de las ecuaciones de comportamiento del consumidor en el contexto de una economía abierta. En las secciones previas se formuló la restricción presupuestal del gobierno y la identidad del ingreso nacional, ambas en el contexto de una economía abierta. Con ellas y con las soluciones obtenidas del modelo básico intertemporal para el productor, se cuenta con los elementos para formular las relaciones de comportamiento, definiciones y condiciones de equilibrio que conforman el modelo objeto de esta sección.

Oferta del bien doméstico:

$$y^s = F(k, l^d). \quad (6.22)$$

Demanda de trabajo:

$$F_l(k, l^d) = w. \quad (6.23)$$

Oferta de trabajo:

$$l^s = l^s(w). \quad (6.24)$$

Demanda del bien doméstico:

$$z^d = z^d(y_d, r). \quad (6.25)$$

Demanda del bien importado:

$$i^d = i^d(y_d, z^d, E, P). \quad (6.26)$$

Oferta del bien exportado:

$$x^s = x^s(y_d, i^d, E, P). \quad (6.27)$$

Demanda de inversión:

$$I^d = I^d(q). \quad (6.28)$$

Demanda de saldos reales:

$$m^d = m^d(y, R). \quad (6.29)$$

Identidad del ingreso nacional:

$$y^s = c^d + g + I^d + \delta k. \quad (6.30)$$

Las condiciones para obtener el equilibrio general de este modelo son:

$$l^d = l^s = l, m^d = m^s = m \text{ e } I^d = I^s = I.$$

Con esto, el modelo macroeconómico para una economía abierta se formula como sigue:

$$y = F(k, l), F_k, F_l > 0, F_{kk}, F_{ll} < 0 \quad (6.31)$$

$$F_l(k, l) = w, \quad (6.32)$$

$$l = l(w), l' > 0, \quad (6.33)$$

$$z = z(y_d, r), z_{y_d} >, z_r < 0, \quad (6.34)$$

$$i = i(y_d, z, E, P), i_E < 0, \quad (6.35)$$

$$x = x(y_d, i, E, P), x_E > 0, \quad (6.36)$$

$$I = I(q), \quad (6.37)$$

$$m = m(y, R), m_y > 0, m_R < 0, \quad (6.38)$$

$$y = c + g + I + \delta k \quad (6.39)$$

y

$$c = z + \gamma x - \sigma i. \quad (6.40)$$

En él, las variables endógenas son $y, l, w = W/P, z, i, x, I$ e m , y las demás son exógenas.

6.3. Conclusiones.

En este capítulo se estudió el comportamiento del tercer agente en la economía, el gobierno, se formuló su restricción presupuestal y se estableció la identidad del ingreso, tanto en el contexto de una economía cerrada como en el de una abierta. Con el propósito de plantear diferentes modelos macroeconómicos con fundamentos microeconómicos, esas expresiones se pueden combinar de manera apropiada con los resultados obtenidos en los capítulos anteriores. En particular, aquí, se presentaron dos. El primero de ellos se estableció con las variables obtenidas de los modelos intertemporales básicos y por tanto, se encuentra asociado a una economía cerrada. Mientras que el segundo, el que corresponde a una economía abierta, se conformó con las variables determinadas a partir del modelo intertemporal extendido para el consumidor y del básico para el productor.

7. Metodología econométrica.

En los capítulos anteriores se desarrollaron los fundamentos microeconómicos que sustentan las relaciones de comportamiento de las principales variables económicas agregadas y con ellas se formularon un par de modelos macroeconómicos, uno para una economía cerrada y otro para una abierta. Ahora es el momento de introducir la metodología econométrica con la que finalmente se logra el planteamiento del modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos para México (MMicMex), ella se basa de manera primordial en la propuesta formulada en Spanos (1986) y (1988).

Es conveniente mencionar que el uso de esa metodología econométrica es otro de los rasgos distintivos del modelo MMicMex, ya que de todos los modelos que se han elaborado para la economía mexicana únicamente el Eudoxio (Loria et al (1999)), la utiliza, pero a diferencia del modelo que se propone en este trabajo, no tiene una fundamentación micro, incorpora información anual y es un modelo más desagregado y por ende, más grande.

El capítulo se inicia con una presentación general de la propuesta metodológica mencionada arriba, se continua profundizando en sus principales elementos y se finaliza con algunas de las pruebas estadísticas que se deben de efectuar para decidir si el modelo macroeconómico propuesto es el adecuado de acuerdo a la información empírica disponible.

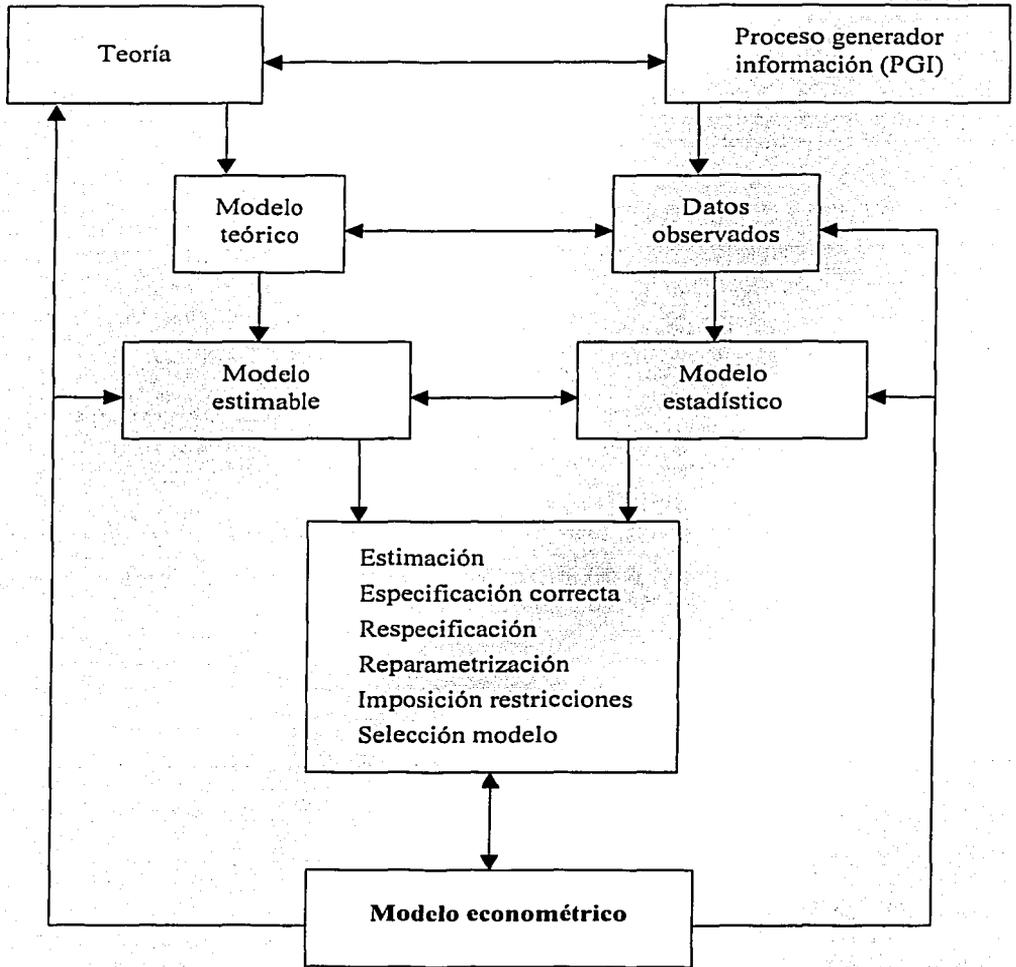
7.1. Esbozo metodológico.

La metodología econométrica formulada en Spanos (1986) y (1988) se desarrolla con los principios del modelado econométrico al estilo de la LSE (*London School of Economics*), cuyos principales representantes son J. D. Sargan y D. F. Hendry.¹

La metodología inicia con dos líneas paralelas de acción (Diagrama 1). Por un lado, postula un modelo teórico (formulación matemática de una teoría) y posteriormente uno estimable. Por el otro, supone que existe un proceso generador de información (PGI), no observable, es decir, un mecanismo probabilístico a través del cual se generan los datos observados. Dado que el PGI es desconocido se debe especificar una aproximación al mismo mediante un modelo estadístico, esto es, un modelo que combine la información muestral y la estructura probabilística de las variables observadas, y en el cual el modelo teórico sólo influye para sugerir las variables observables relevantes y posiblemente su

¹ En Plata y Ruiz (1997) se presentan de manera sucinta los principales aspectos de la metodología LSE también conocida como metodología de Hendry. Un análisis más profundo de la misma puede consultarse en Gilbert (1986) y Pagan (1987).

Diagrama 1. Metodología econométrica.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

reparametrización. De esta forma, el modelo estimable es el vínculo entre el modelo teórico y el estadístico y por ende, de las dos principales líneas de acción propuestas por esta metodología.²

Una vez formulados los modelos teórico y estadístico, se procede a la estimación, a la identificación de problemas de especificación, a la validación de los supuestos de teoría económica y de los estadísticos, y cuando sea pertinente, a la reespecificación, imposición de restricciones o bien, a la reparametrización; el proceso finaliza con la selección de un modelo econométrico que se pueda utilizar para descripción, análisis, pronóstico y/o simulación (Diagrama 1).

Es importante señalar que la reespecificación del modelo conlleva la necesidad de realizar una revisión minuciosa del marco teórico y de las variables observables que se han utilizado en su estimación. Por su parte, para garantizar la validez del modelo estadístico elegido se deberán probar sus supuestos utilizando los datos seleccionados, su no rechazo conducirá a un modelo estadísticamente adecuado, fundamental para el modelado econométrico.

De acuerdo a lo anterior, la especificación de un modelo econométrico puede dificultarse debido a la violación de los supuestos de teoría económica o bien, porque para los datos utilizados en la estimación, el modelo estadístico propuesto no es el adecuado. En cualquiera de esas situaciones el modelo no podrá ser usado para ninguno de los propósitos con los que fue construido y en consecuencia, como ya se ha indicado con anterioridad, se debe reespecificar, reparametrizar y/o imponer restricciones.³

² En la metodología tradicional, la de los libros de textos como el Theil (1971), Maddala (1977), Judge *et al* (1985) e Intriligator (1990), no existe distinción entre modelo teórico y estimable, implícitamente se está suponiendo que las variables teóricas coinciden con los datos observados o en dado caso, que el modelo estimable resulta ser una reinterpretación del modelo teórico en términos de la información empírica disponible. Por su parte, el modelo econométrico se obtiene de introducir al estimable un término aleatorio que incorpora errores de medida y/o efectos de las variables no incluidas y sobre el cual se hacen ciertos supuestos estadísticos. De esta forma, los elementos estadísticos del modelo econométrico obtenido siguiendo la metodología tradicional son exclusivos del término aleatorio, mientras que en la metodología propuesta por A. Spanos, ellos también son incorporados a través de la información empírica de las variables observables (modelo estadístico).

³ A. Spanos indica que una vez que se han unido las líneas de acción de la metodología y antes de hacer cualquier cuestión teórica, se debe asegurar que el modelo estadístico es válido (Spanos (1986)); sin embargo, en su esquema metodológico antepone los elementos de teoría económica al situarlos antes

7.2. Modelo econométrico.

En esta sección se presentan los aspectos más importantes de la metodología a seguir en la construcción de un modelo econométrico. Se inicia con una exposición de los componentes del modelo estadístico: el modelo probabilístico y el muestral, en seguida se formulan algunos supuestos generales referentes al PGI y se finaliza con el planteamiento de supuestos específicos sobre el marco teórico-estadístico de las secciones previas, que son los que se utilizan en la formulación del modelo MMicMex.⁴

7.2.1 Modelo estadístico.

Sea $\{Z_t = (y_t, X_t)'\}$, $t \in \mathcal{T}$ un proceso estocástico en el que Z_t es un vector de variables aleatorias, \mathcal{T} un conjunto de índices: $\mathcal{T} = \{1, 2, \dots\}$, y_t la variable cuyo comportamiento se desea explicar, es la variable endógena, y $X_t = (X_{t1}, \dots, X_{tk})'$ un vector de k variables para cada $t \in \mathcal{T}$.

Un modelo estadístico está integrado por

- i) un modelo probabilístico constituido por una familia paramétrica de funciones de densidad denotada por

$$\Phi = \{f(y_t/X_t; \theta_t) \mid \theta_t \in \Theta, t \in \mathcal{T}\},$$

donde Φ representa un conjunto de funciones de densidad indexadas por los parámetros desconocidos θ_t que pertenecen al espacio paramétrico Θ y

- ii) un modelo muestral compuesto por una muestra aleatoria $y \equiv (y_1, \dots, y_T)'$ seleccionada de $f(y_t/X_t; \theta_t)$, $t = 1, \dots, T$.⁵

El condicionamiento de y_t al conjunto de variables X_t es con la finalidad de modelar θ_t a través de relacionar sus componentes con variables observables y por ende, de reducir sustancialmente la dimensión del espacio paramétrico. Esto último también puede lograrse imponiendo restricciones sobre los parámetros en θ_t . Sin embargo, mediante el

de la imposición de restricciones y de la reparametrización (Diagrama 1). Lo que debe quedar claro es que independientemente del orden, el modelo econométrico debe ser resultado de un modelo estimado que satisface los supuestos de teoría económica y de uno estadístico que es el adecuado de acuerdo a los datos incorporados en la estimación.

⁴ La notación que se utiliza en lo que resta de este capítulo es exclusiva del mismo y nada tiene que ver con la que se usó en los modelos intertemporales presentados con anterioridad.

⁵ Observe que θ_t denota un vector de parámetros para cada t .

procedimiento seleccionado aquí, es posible combinar la información teórica contenida en el modelo de probabilidad con la de los parámetros y esto generalmente se hace por medio del primer momento, marginal o condicional, de la variable aleatoria de interés, y en ocasiones también de su segundo momento, pero raras veces se hace con los momentos de orden superior.⁶

Cuando se elige una familia paramétrica de densidades Φ para modelar un fenómeno real, se está suponiendo que los datos disponibles son generados mediante el mecanismo descrito por las densidades en Φ . De esta forma, la incertidumbre relacionada a los resultados de un ensayo particular del experimento, es decir, a los datos disponibles, se conjuga con la asociada a los parámetros desconocidos y más específicamente, a la selección de un vector $\theta_t \in \Theta$ que determine la función de densidad $f(y_t/X_t; \theta_t)$. La tarea de seleccionar esos parámetros o de probar ciertas hipótesis sobre ellos utilizando los datos observados, es exclusiva de la inferencia estadística, razón por la que el modelo estadístico es el punto de partida de la inferencia paramétrica del modelo econométrico.

Es importante hacer notar que el modelo muestral es el vínculo entre el modelo probabilístico y los datos observados, los cuales representan una realización del proceso estocástico $\{Z_t, t \in \mathcal{T}\}$ y por tanto, si de acuerdo a los datos observados, el modelo muestral propuesto no es el apropiado entonces tanto éste como el de probabilidad deben ser revisados y en su caso reespecificados y/o reparametrizados.

7.2.2. Mecanismo generador estadístico.

La manera de modelar los parámetros estadísticos desconocidos vía el condicionamiento de la variables endógena y_t , ocasiona la introducción de un componente adicional al modelo probabilístico y muestral, el cual es denominado mecanismo generador estadístico (MGE), que no es más que una aproximación al PGI, es decir, al procedimiento mediante el cual se originaron los datos observados. En él se toma en cuenta tanto la naturaleza de los datos como la información teórica *a priori*. Por su parte, como ya se ha mencionado, el condicionamiento de la variable endógena a un conjunto de variables observables, hace

⁶ Si no se procede a reducir el espacio paramétrico, difícilmente se podrá contar con información empírica suficiente de la variable endógena para determinar una aproximación a los parámetros de la función de densidad. En el caso más simple, en el que la función de densidad depende de un sólo parámetro, habría que determinar al menos T parámetros, uno para cada elemento de la muestra aleatoria. Paralelamente, es importante señalar que existe otra forma de solucionar esta falta de información, ella consiste en la incorporación de datos panel en lugar de los de series de tiempo.

posible relacionar la información empírica disponible con la teórica contenida en el modelo de probabilidad, a través del primer momento de la variable aleatoria de interés, tal y como se hace a continuación para la variable endógena y_t .

Defínase el componente sistemático de y_t como

$$\mu_t = E(y_t/X_t = \mathbf{x}_t), \quad t = 1, \dots, T$$

y el no sistemático, que representa la parte no modelada de y_t , como

$$u_t = y_t - E(y_t/X_t = \mathbf{x}_t), \quad t = 1, \dots, T,$$

donde \mathbf{x}_t son los valores observados de X_t . De esta manera, la variable endógena se puede representar como sigue:

$$y_t = \mu_t + u_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (7.1)$$

que no es más que la forma general del MGE.

Observe que por construcción los componentes de y_t satisfacen las siguientes propiedades:

i) $E(u_t/X_t = \mathbf{x}_t) = 0,$

ii) $E(u_t u_s / X_t = \mathbf{x}_t) = \begin{cases} V(u_t / X_t = \mathbf{x}_t) & \text{si } t = s \\ 0 & \text{si } t \neq s \end{cases}$

y

iii) $E(\mu_t u_t / X_t = \mathbf{x}_t) = 0,$

fácilmente verificables usando las correspondientes a la esperanza condicional. Las dos primeras establecen que el componente no sistemático es un proceso de ruido blanco y la tercera, que los dos componentes son ortogonales.

7.2.3. Especificación del MGE y del modelo estadístico.

Con todo lo anterior, ya se está en condiciones de dar un planteamiento preciso del MGE y del modelo estadístico. El supuesto crucial a partir del cual se desprenden las características específicas de la aproximación al PGI y de los modelos estimable y estadístico, es que el proceso estocástico $\{Z_t, t \in T\}$ tiene una distribución normal independiente e idéntica para cada $t \in T$, lo cual implica que el componente sistemático de la variable endógena toma la siguiente forma:

$$\mu_t = \beta' x_t, \quad (7.2)$$

es decir, es una función lineal de $x_t = (x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tk})'$ cuyos k parámetros desconocidos $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)'$, $k < T$, son invariantes en el tiempo, debido a que las variables son independientes y tienen la misma distribución.⁷ De aquí es claro que el espacio paramétrico $\Theta = \mathcal{R}^T \times \mathcal{R}_+$ se ha reducido a $\Theta = \mathcal{R}^k \times \mathcal{R}_+$ y es independiente de T .

Con base en lo anterior, se puede plantear la aproximación al PGI (el MGE) y a los modelos probabilístico y muestral, tal y como se expone a continuación.

I. MGE: $y_t = \mu_t + u_t$, $t \in T$.

1. $\mu_t = \beta' x_t$, es el componente sistemático y $u_t = y_t - \mu_t$ el no sistemático.⁸
2. $\theta = (\beta, \sigma^2)'$ son los parámetros de interés.
3. X_t , $t \in T$, es débilmente exógena respecto a θ .⁹
4. No hay información *a priori* de los parámetros β y σ^2 .
5. $\text{Rango}(X) = k$, donde $X = (x_1, x_2, \dots, x_T)'$ es una matriz de datos de dimensión $T \times k$.

II. Modelo probabilístico.

6a. $f(y_t/X_t; \beta', \sigma^2)$ es normal, es decir,

$$f(y_t/X_t; \theta_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \frac{-1}{2\sigma^2} (y_t - \beta' x_t)^2,$$

con $\theta \equiv (\beta, \sigma^2)' \in \mathcal{R}^k \times \mathcal{R}_+$, $t \in T$.

6b. $E(y_t/X_t) = \beta' x_t$ es lineal en x_t .

6c. $V(y_t/X_t) = \sigma^2$ no depende de x_t y es homoscedástica.

⁷ Implícitamente en (7.2) se está suponiendo que la media de cada y_t es cero, ya que no se plantea un término independiente en esa forma lineal. Este resulta ser un supuesto apropiado solamente por cuestiones de exposición y se hace sin perder generalidad alguna.

⁸ También se le denomina innovación o término aleatorio o estocástico.

⁹ Esto significa que la estructura estocástica de X_t es irrelevante en la inferencia de θ , es decir, la función de densidad $f(X_t; \theta_{X_t})$ no es tomada en cuenta cuando se estima θ . Este hecho conduce a que en lugar de estudiar la densidad conjunta de (y_t, X_t') , el análisis sólo se enfoque en la densidad condicional $f(y_t/X_t, \theta)$. Esta definición y otras sobre exogeneidad pueden consultarse en Engle, Hendry y Richard (1983).

7. $\theta = (\beta, \sigma^2)'$ es invariante en el tiempo.¹⁰

III. Modelo muestral.

8. $y \equiv (y_1, y_2, \dots, y_T)'$ es una muestra aleatoria de $f(y_t/X_t; \beta, \sigma^2)$, $t = 1, \dots, T$.

Resulta interesante notar que existen varias causas por las cuales los modelos propuestos pueden desviarse de los supuestos planteados previamente. Por ejemplo, la omisión (adición) de variables o de formas dinámicas, la no linealidad en la especificación de la variable de interés y su no normalidad, son sólo algunas de ellas. Por tanto, se deben llevar a cabo algunas pruebas de hipótesis para evaluar la adecuación tanto del mecanismo generador estadístico como del modelo estadístico propuestos, de acuerdo al conjunto de información empírica que se introduce al modelo estimable.

7.3. Pruebas de diagnóstico.

Una vez estimado el modelo es conveniente realizar algunas pruebas de diagnóstico, pruebas que son utilizadas para analizar si los datos observados incorporados en el modelo estimable dan evidencia a favor o en contra de los supuestos previamente formulados. De esta forma se garantiza que las ecuaciones estocásticas estimadas que integran el modelo MMicMex, realmente son una buena aproximación al PGI y que la especificación del modelo estadístico es adecuada de acuerdo a la información seleccionada.

A continuación se indican algunas de las pruebas que se llevan a cabo para evaluar el modelo econométrico, es una presentación sucinta que contempla la formulación precisa de la mismas con la única pretensión de que no se confunda(n) con otras del mismo nombre, pero con distinto propósito, y de que se tengan en mente las hipótesis que se prueban en cada caso. Cada una de esas pruebas se elabora considerando que bajo la hipótesis nula se encuentra el supuesto específico que se desea validar y se da por un hecho que todos los demás se satisfacen.¹¹

7.3.1. Autocorrelación.

Se efectúan dos pruebas, la de Durbin-Watson (DW) y la de multiplicadores de Lagrange (ML). La primera es una prueba muy particular en la cual se supone que la ecuación

¹⁰ En el contexto de información en corte transversal, esto significa que los parámetros son los mismos para todos los individuos.

¹¹ En Spanos (1986), Intriligator (1990) y Maddala (1996) se puede encontrar una exposición más detallada de estas pruebas y de otras que se utilizan con el mismo propósito.

de comportamiento no incorpora rezagos de la variable dependiente y se lleva a cabo considerando que la autocorrelación entre las y_t 's es de primer orden, lo cual significa que siguen un proceso autorregresivo de orden uno, es decir, un AR(1), y en consecuencia la aproximación al PGI bajo esta nueva consideración, está dada por

$$y_t = \beta'x_t + \rho(y_{t-1} - \beta'x_{t-1}) + v_t,$$

a partir de lo cual se obtiene la siguiente regresión auxiliar:

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t, \quad (7.3)$$

con $|\rho| < 1$ y donde u_t es el componente no sistemático asociado al PGI en el que las y_t 's son independientes.

El estadístico de la prueba

$$H_0: \rho = 0 \quad \text{vs} \quad H_1: \rho \neq 0$$

se define como

$$DW = \frac{\sum (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum \hat{u}_t^2},$$

donde los residuales $\hat{u}_t = y_t - \hat{y}_t$ se utilizan como *proxies* del término aleatorio u_t en (7.3). Cuando la muestra es grande se obtiene la siguiente aproximación:

$$DW \approx 2(1 - \hat{\rho}),$$

donde $\hat{\rho}$ es el estimador de ρ . De aquí se desprende que cuando no hay autocorrelación $DW=0$, cuando es positiva $0 < DW < 2$ y cuando es negativa $2 < DW < 4$.

Por su parte, la prueba de ML es más general que la anterior ya que considera que entre las y_t 's puede existir correlación hasta de orden p , esto es, supone que se pueden representar mediante un proceso AR(p), el cual conduce a la regresión auxiliar:

$$u_t = \alpha'x_t + \rho_1 u_{t-1} + \dots + \rho_p u_{t-p} + v_t. \quad (7.4)$$

Si ρ_i es estadísticamente significativo para alguna $i = 1, \dots, p$, la muestra proporciona evidencia a favor de autocorrelación de orden i .

7.3.2. Heteroscedasticidad.

Se realizan las pruebas de White para heteroscedasticidad y la ARCH para heteroscedasticidad condicional autorregresiva. La naturaleza de las dos primeras origina que también sean utilizadas para detectar problemas de especificación, ambas se llevan a cabo considerando que la heteroscedasticidad es una función de las variables explicativas de la ecuación estocástica. La prueba WHITE además de las variables independientes, incorpora sus cuadrados y sus productos cruzados y por tanto, se basa en la siguiente regresión auxiliar:

$$u_t^2 = \alpha_0 + \alpha'x_t + \gamma x_t'x_t + \sum_{i \neq j} \delta_{ij} x_{ti} x_{tj} + v_t. \quad (7.5)$$

La otra prueba de White, la WHITENC, no considera los productos cruzados de las x_{ti} 's en la regresión auxiliar anterior.

Por otro lado, para efectuar la prueba ARCH se supone que el cuadrado del término estocástico sigue un proceso AR(p) de forma que se de cuenta de que la varianza condicionada de las y_t 's es autorregresiva:

$$u_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 + v_t. \quad (7.6)$$

Si en cualquiera de las regresiones auxiliares (7.5) y (7.6) alguno de los parámetros estimados es estadísticamente significativo, entonces se tiene evidencia en contra de la hipótesis nula, es decir, la varianza condicionada de las y_t 's no es homoscedástica.

7.3.3. Normalidad.

Se lleva a cabo la prueba propuesta por Jarque y Bera (JB), estos autores plantean que si la distribución condicionada de las y_t 's es normal, entonces su tercer momento o sesgo es cero y el cuarto o curtosis es igual a $3\sigma^4$. A partir de esto, definen el estadístico de prueba como

$$JB = \frac{T}{6} \hat{\alpha}_3^2 + \frac{T}{24} (\hat{\alpha}_4 - 3)^2,$$

donde

$$\hat{\alpha}_3 = \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^3 \right) \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \right)^{-\frac{3}{2}}$$

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

y

$$\hat{\alpha}_4 = \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^4 \right) \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \right)^{-2}.$$

Con base en lo anterior, las hipótesis a probar son

$$H_0: \alpha_3 = 0 \text{ y } \alpha_4 = 3 \quad \text{vs} \quad H_1: \alpha_3 \neq 0 \text{ y/o } \alpha_4 \neq 3,$$

de forma que si la muestra da evidencia de una distribución sesgada y/o picuda o plana, entonces la distribución condicionada de las y_t 's no es normal.

7.3.4. Linealidad.

El supuesto de linealidad plantea que la media condicionada de las y_t 's es lineal en los valores observados de las variables independientes $\mathbf{X}_t = \mathbf{x}_t$. Sin embargo este supuesto puede relajarse un poco considerando que las \mathbf{X}_t 's son el resultado de alguna transformación de la variable independiente original, es decir, que puedan linealizarse. Específicamente, el supuesto se puede reformular de una manera más general como sigue:

$$6b'. E(y_t/\mathbf{X}_t) = \beta' \mathbf{x}_t \text{ es lineal en } \mathbf{x}_t = l(\mathbf{x}_t^*),$$

donde l es una transformación bien comportada. De esta manera, las no linealidades que interesan son las que no conducen a una media condicional lineal después de aplicar alguna transformación.

La prueba RESET (*Regression specification error test*) es la que se efectúa para evaluar el supuesto de linealidad, se basa en la regresión auxiliar

$$y_t = \alpha' \mathbf{x}_t + \gamma_2 \hat{y}_t^2 + \dots + \gamma_r \hat{y}_t^r + v_t$$

y a partir de ella se analiza la significancia estadística de los coeficientes estimados, de manera que si existe alguna γ_i , $i = 2, \dots, r$, estadísticamente significativa, la muestra da evidencia en contra de la linealidad.

7.3.5. Cambio estructural.

Se efectúan las dos pruebas de CHOW para evaluar el supuesto de que los parámetros sean invariantes en el tiempo. La prueba CHOWB (*Chow's breakpoint test*) considera que hay dos ecuaciones estocásticas para modelar a la variable de interés:

$$y_t = \beta' x_t + u_t, \quad t = 1, \dots, T_1, \quad \sigma_t^2 = \sigma^2$$

y

$$y_t = \alpha' x_t + u_t \quad t = T_1 + 1, \dots, T, \quad \sigma_t^2 = \sigma^2,$$

y que en ambas submuestras existen suficientes observaciones para estimar cada ecuación. La prueba es

$$H_0: \beta = \alpha \quad \text{vs} \quad H_1: \beta_j \neq \alpha_j \quad \text{para alguna } j = 1, \dots, k$$

y la idea es que una diferencia significativa entre los parámetros estimados es indicio de algún cambio en la relación y por ende, del rechazo de H_0 .

Por su parte, la prueba CHOWF (*Chow's forecast test*) se origina al considerar que una de las submuestras no tiene información suficiente para estimar sus correspondientes parámetros, en cuyo caso la ecuación que sí se puede estimar se utiliza para pronosticar los valores de la variable dependiente en el resto de la muestra. De esta manera, una diferencia sustantiva entre el valor verdadero y el pronóstico de la y_t es evidencia de cambio estructural.

Debe observarse que las dos pruebas CHOW asumen que se tiene conocimiento del periodo en el cual se sospecha existe un cambio importante en los parámetros en β , de no ser así es mejor utilizar pruebas del tipo CUSUM, las cuales se basan en la suma acumulada de los residuales recursivos. La prueba denominada CUSUM incorpora en la suma los residuales recursivos estandarizados, mientras que la CUSUMQ los introduce al cuadrado. Independientemente del nombre, la suma acumulada se compara con los extremos del intervalo generado por $[k, \pm\alpha(T-k)^{1/2}]$ y $[k, \pm 3\alpha(T-k)^{1/2}]$, donde α es el nivel de significancia de la prueba. De manera que si esa suma se encuentra fuera del intervalo existe evidencia en contra de la estabilidad de los parámetros del modelo propuesto.

7.4. Conclusiones.

La metodología econométrica presentada en este capítulo es más general que la que tradicionalmente se ha utilizado en la formulación de modelos macroeconómicos. Sus principales diferencias radican en que la primera considera que el modelo macroeconómico teórico no necesariamente tiene por qué coincidir con el estimable y que los elementos estadísticos de éste último no son exclusivos del término estocástico sino que también son incorporados en la información empírica de las variables observables.

La metodología expuesta previamente es la que se utiliza en la formulación del modelo MMicMex y por tanto, para validar los supuestos del mecanismo generador estadístico y del modelo estadístico se llevan a cabo las pruebas de diagnóstico, cuidando además que se cumplan los supuestos teóricos implícitos en la especificación de cada una de las relaciones de comportamiento del modelo macroeconómico. El proceso finaliza cuando se obtiene un modelo estimado que tenga una buena capacidad explicativa y mejor poder predictivo.

8. Modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos para México

En este capítulo se formula el modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos para México (MMicMex), cuyo marco teórico está constituido por el modelo macroeconómico con microfundamentos para una economía abierta de la sección 6.2 y la metodología econométrica utilizada para lograr su especificación final es la propuesta del capítulo anterior.

En términos generales, el contexto teórico de un modelo econométrico es usado como punto de partida para establecer los determinantes de las variables endógenas que lo integran, los signos y magnitudes que deben tener los coeficientes de las variables predeterminadas (endógenas rezagadas y exógenas), y algunas otras características inherentes al modelo o a las variables mismas, pero de ninguna manera debe ser utilizado para decidir la forma funcional de las relaciones de comportamiento, ni el número de rezagos de las variables que se incorporan en ellas, estas son decisiones empíricas que resultan de probar especificaciones alternativas para una misma ecuación estocástica, con el único propósito de obtener el modelo macroeconómico que proporcione los mejores resultados en lo que respecta a la evaluación de políticas y al pronóstico.

Este capítulo se inicia con una breve reseña de algunos de los modelos que se han elaborado para la economía mexicana, se continua con una exposición sucinta de los acontecimientos que afectaron el comportamiento de las principales variables macroeconómicas de México durante el periodo que va de 1982 al 2001, se prosigue con el desarrollo y especificación final del modelo MMicMex y se finaliza con su simulación histórica que permite analizar su capacidad explicativa y predictiva, es decir, en que medida el modelo es capaz de reproducir el comportamiento histórico de sus variables endógenas y por ende, de la economía mexicana en su conjunto.

La presentación del MMicMex contempla una exposición de sus características, un planteamiento inicial en el que se introduce la información empírica de la economía mexicana asociada a las variables del modelo teórico, una evaluación estadística y un análisis de sus relaciones estocásticas estimadas y una simulación histórica.

8.1. Modelos macroeconómicos en México.

En Beltrán (1991) se hace una revisión detallada de los principales modelos macroeconómicos elaborados para los países de América Latina de 1965 a 1985, de los cuales 36 se refieren a la economía mexicana. Un señalamiento importante que hace el autor en ese trabajo

es el hecho de que en sus inicios los modelos macroeconómicos respondían de manera primordial a motivos académicos ligados principalmente a proyectos de investigación, cuyos resultados originaron diversas tesis doctorales constituidas por modelos que "... eran derivaciones de los elaborados por L. Klein para países en desarrollo". Al cabo de los años gran parte de esos modelos y/o sus actualizaciones han servido de punto de partida a las agencias comerciales dedicadas a la predicción económica.

Los modelos que se han construido para la economía mexicana no han quedado al margen de la situación planteada previamente. Un ejemplo muy claro de ello es el hecho de que los primeros modelos macro para la economía mexicana surgieron en el seno de la Universidad de Pensilvania a principios de los setenta, uno de ellos, la tesis doctoral de A. Beltrán (Beltrán, 1973), años más tarde serviría de base para la construcción del modelo econométrico de Ciemex-Wefa, cuya evolución en las últimas décadas ha dado origen a más de once versiones.

En México la construcción de modelos macro tuvo su auge en la década de los setenta y a mediados de la de los ochenta, lo cual no significa que posteriormente no se hallan hecho otros o se hallan actualizado los existentes. En general, los modelos y cada una de sus versiones responden a objetivos específicos diferentes que surgen de los problemas que en su momento son de particular importancia para la economía mexicana, de las prioridades nacionales que fijan los gobiernos en turno y/o de los intereses particulares de las personas que los construyen. De los dos primeros puntos se vislumbra la relevancia entre las estrategias de política económica y la elaboración de modelos, lo cual originó que el sector público se vinculará con instituciones académicas para juntos desarrollar modelos para la economía mexicana.

Las características fundamentales de cada modelo macroeconómico que lo identifican y lo diferencian de los demás son sin lugar a dudas las especificaciones de las ecuaciones de comportamiento y las que relacionan los diferentes sectores incorporados en el modelo, y la manera en que se perciben la economía y la sociedad en su conjunto. Tanto las especificaciones como las percepciones dependen en gran medida del grado de desagregación del modelo y del énfasis que se desee dar a tal o cual política económica, sector, agente u otro. De esta manera, si bien pueden existir modelos que compartan objetivos generales y específicos, difícilmente se encontrarán dos que sean idénticos en todos los aspectos, lo cual no quiere decir que posiblemente compartan resultados semejantes.

El cuadro 5 presenta las principales elementos de algunos de los modelos que se han construido para la economía mexicana. Su selección obedece de manera primordial a la disponibilidad de información sobre los mismos. De ellos, el de Ibarra, el Modem, el

Cuadro 5. Modelos macroeconómicos en México.

Nombre y/o Autor(es)	Objetivo	Periodo estimación	Periodicidad	Enfoque teórico	Ecuaciones comportamiento	Método estimación ^{1/}
Ibarra, D. (1970).	Análisis y propuestas de política económica para el mercado de trabajo.	1950-1966	Anual	Estructuralista	19	MCO
Clavijo, F. (1976).	Análisis de política económica y elaboración de pronósticos.	1965-1975	Trimestral	Monetarista	9	MCO ALMON
PLANEACION HACENDARIA. Secretaría de Hacienda y Crédito Público (1979).	Análisis y evaluación de política económica, y elaboración de pronósticos.	1959-1977	Anual	Keynesiano (tipo IS-LM)	38	MCO
Rufatt, O. (1981).	Análisis de política económica y elaboración de pronósticos.	1960-1983	Anual	Keynesiano	81	MCO
GALILEO. Economía Aplicada, S. C. (1983)	Esquematización formal del análisis de política y análisis de la evolución de la economía.	1960-1982 1970-1982	Anual	Keynesiano	nd	MCO

1/ MCO: Mínimos cuadrados ordinarios, MCGNL: mínimos cuadrados generalizados no lineales, MC2ENL: mínimos cuadrados bietápicos no lineales, MV: máxima verosimilitud, MVIC: MV con información completa.

2/ Estas cifras incluyen las identidades.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Cuadro 5. Modelos macroeconómicos en México.

(Continuación)

Nombre y/o Autor(es)	Objetivo	Periodo estimación	Periodicidad	Enfoque teórico	Ecuaciones comportamiento	Método estimación ^{1/}
MODEM. CIDE (1984).	Análisis de política económica y elaboración de pronósticos.	1960-1982 1970-1982	Anual	Estructuralista	150 ^{2/}	MCO
Aspe, P. y C. Jarque (1985).	Comprobación de las hipótesis de expectativas racionales para el producto y la inflación.	1972-1982	Trimestral	Expectativas racionales	60 ^{2/}	NLMCG
Amieva-Huerta, J. (1985).	Análisis de política económica.	1950-1980	Anual	IS-LM	6	MC2E y MV
Lago, R. (1991).	—	1960-1983	Anual	Monetarista	7	MC2ENL y MVIC
EUODOXIO. Loria et al (1999)	Análisis estructural y de política económica, y elaboración de pronósticos.	1977-1994	Anual	Keynesiano	31	MCO
ECONOMEX Urzúa y Esquivel (2000)	—	1980-1999	Trimestral	Keynesiano	6	—

1/ MCO: Mínimos cuadrados ordinarios, MCGNL: mínimos cuadrados generalizados no lineales, MC2ENL: mínimos cuadrados bietápicos no lineales, MV: máxima verosimilitud, MVIC: MV con información completa.

2/ Estas cifras incluyen las identidades.

TESIS CON
FALTA DE ORIGEN

Eudoxio y el Economéxico surgieron en instituciones Académicas: en la Escuela Nacional de Economía de la UNAM, en el Departamento de Economía del CIDE, en la Facultad de Economía de la UNAM y en el Centro de Estudios Económicos del COLMEX, de manera respectiva. Por su parte, los elaborados en el sector público son el de Hacienda (Cuadro 5), el Programa (Secretaría de Programación y Presupuesto, 1980) y el Mim (Secretaría de Fomento Industrial, 1982).¹

8.2. Breve descripción de la economía mexicana, 1982-2001.

En México, durante las dos últimas décadas, tuvieron lugar diversos acontecimientos nacionales e internacionales que modificaron el comportamiento de las variables macroeconómicas y que dieron origen a dos crisis financieras: la de la deuda en 1982 y la de divisas en 1994. La primera originó un decenio de contracciones y estancamientos en la economía mexicana, mientras que la segunda condujo a una contracción de un sólo año. A fines de los ochenta e inicios de los noventa, la recuperación de la crisis de la deuda se ve frenada por la de divisas, misma que en 1995, llevaría a una fuerte devaluación del peso. En esta sección se da una breve descripción del impacto que tuvieron esos sucesos en las variables económicas relevantes de la economía mexicana y de los principales instrumentos que se implementaron para hacerles frente e intentar amortiguar sus efectos.

8.2.1. Periodo 1982-1988.

La crisis de la deuda en 1982, se originó cuando México declaró que ya no podría servir su deuda. Esta postura fue adoptada por varios países en desarrollo de América Latina y Africa. La incapacidad de pago de la deuda por parte de un número considerable de países, puso en peligro a los bancos internacionales y en general, al sistema financiero mundial, pero esta situación desapareció rápidamente; sin embargo, los países endeudados tuvieron que enfrentar contracciones y estancamientos económicos que en algunos casos como el de México, se prolongaron por al menos una década, y en otros aún persisten (Wenger, Chalapi y Visser, 2000).

Al iniciar la década de los ochenta, México enfrentó una severa y constante caída de los precios internacionales del petróleo que se prolongó hasta 1986, año en el que alcanzaron su mínimo nivel. Ellos se decrementaron en más del 50% respecto a 1985: de 25.33 dólares por

¹ En Aceituno y Mattar (1984) se hace una comparación de los principales aspectos teóricos de algunos modelos de aquella época entre los que se encuentran los tres que se acaban de mencionar, el Galileo y el Modem, entre otros.

barril en 1985, pasaron a 11.86 dólares por barril en 1986 (Gráfica 1). Lo anterior ocasionó un evidente deterioro en los principales indicadores de la economía mexicana. Entre otros aspectos, el PIB, el consumo y la inversión decrecieron, la deuda se elevó drásticamente, la tasa de interés real fue negativa y la tasa de inflación pasó de uno a tres dígitos (Gráfica 2, Cuadros 6 y 7).

Ante esta situación de la economía nacional, en 1986 se implementó un programa de estabilización económica cuyos objetivos principales eran el saneamiento fiscal, el fortalecimiento de las finanzas públicas, la reactivación de la actividad económica y la intensificación de la apertura comercial.² Las principales medidas adoptadas incluían intensificar reformas fiscales y desregulación y privatización de activos en poder del sector público (incluido el sector bancario).

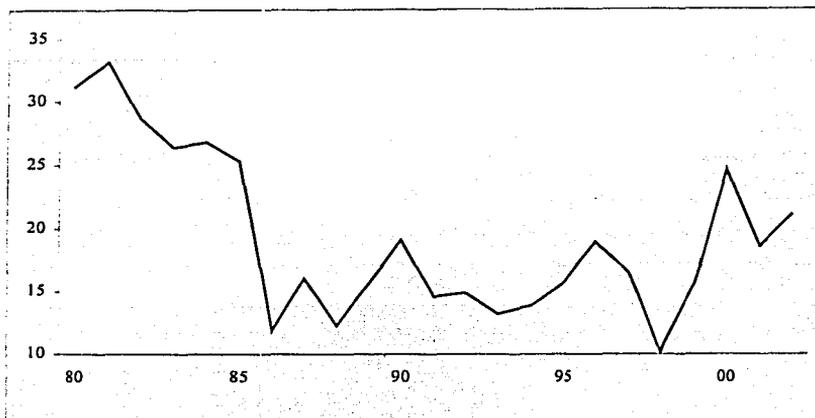
La apertura comercial se había iniciado de manera gradual en 1983 con una reducción paulatina de los aranceles y en 1985 se continuó con una disminución de los permisos a la importación. Un año más tarde, en 1986, México se integraba al Acuerdo General de Aranceles Aduaneros y Comercio (GATT, por sus siglas en inglés: *General Agreement on Tariffs and Trade*), bajo las condiciones de eliminar los precios oficiales de referencia, continuar la sustitución de los controles directos por aranceles y reducir el arancel máximo a 50% permitiendo mantener las licencias sobre algunos productos agrícolas y sobre otros bienes sujetos a programas de promoción industrial (Clavijo, 2000).

Aunado a lo anterior y debido a que la actividad económica continuaba disminuyendo, a finales de 1987, todos los sectores firmaron el Pacto de Solidaridad Económica, que fue el primero de varios acuerdos cuyo objetivo primordial era reducir rápidamente la inercia inflacionaria mediante la congelación temporal de precios, salarios y tipo de cambio.³ En particular, la política cambiaria contribuyó a la estabilidad de precios y esto a su vez, originó una apreciación gradual del tipo de cambio real de 1988 a 1994 (Gráfica 3).

² Antes de los ochenta, la economía mexicana se había caracterizado por tener una estructura productiva dirigida al mercado interno y elevados niveles de intervención estatal. Sin embargo, en los ochenta se instrumentaron medidas estructurales que tendían a constituir una economía orientada a hacer más eficiente el aparato productivo interno a través de la competencia internacional, mismas que se impulsaron de manera determinante a partir de 1989.

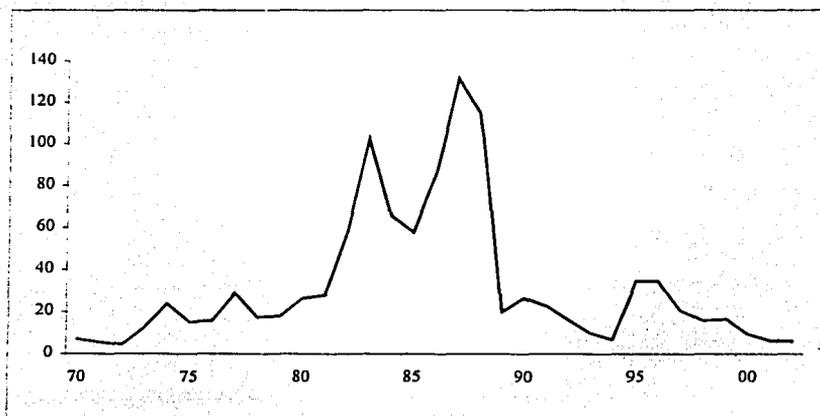
³ En Aspe (1993) se presenta una descripción detallada de las políticas de estabilización implementadas en 1988.

**Gráfica 1. Precio internacional del petróleo.
(Dólares por barril)**



Fuente: Cálculos propios con datos de la Secretaría de Energía y el INEGI.

**Gráfica 2. Inflación promedio anual.
(Porcentajes)**



Fuente: Cálculos propios con datos mensuales del Banco de México.

Cuadro 6. Indicadores macroeconómicos.
Variación promedio anual.
 (Porcentaje)

	1971-1973	1979-1981	1982-1983	1982-1988	1988-1994	1995	1995-1999	2000
Tasa de inflación ^{a/}	7.5	24.2	80.4	88.0	32.6	35	24.6	16.6
Tasa de interés real (Cetes 28 días) ^{a/}	n. d.	n.d.	-16.7	-5.7	2.1	15.3	7.6	5.0
Producto interno bruto real ^{a/}	6.6	9.2	-2.0	-0.3	3.5	-6.2	2.9	6.6
Deuda pública / PIB	24.0	35.5	73.2	79.4	45.3	38.6	29.4	32.1
M1 / PIB	11.7	11.2	9.7	7.7	7.5	10.9	11.5	12.6
Base monetaria / PIB	14.6	16.6	18.9	12.7	4.0	3.6	3.6	4.2

a/ Cifras calculadas considerando 1993=100.

Fuente: Cálculos propios con datos del Banco de México e INEGI.

Cuadro 7. Demanda final y producto interno bruto.
Tasa de crecimiento. ^{b/}
 (Porcentaje)

	1981	1982	1982-1988	1988-1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Demanda interna	9.7	-5.8	-0.5	5.5	-7.8	8.1	9.8	7.4	6.1	10.3	-0.6
Consumo privado	6.9	-1.0	0.0	4.8	-9.5	2.2	6.5	5.4	4.3	8.2	2.7
Consumo de gobierno	10.6	0.9	1.5	3.0	-1.3	-0.7	2.9	2.3	4.7	2.0	-1.2
Inversión	15.9	-16.8	-6.9	7.6	-29.0	16.4	21.0	10.3	7.7	11.4	-5.8
Variación existencias	19.9	-93.4	-7.8	6.4	-73.7	187.5	52.3	8.0	-17.8	11.5	-6.0
Exportaciones	11.4	22.6	9.4	7.7	30.2	18.2	10.7	12.1	12.4	16.4	-3.6
Producto interno bruto	8.5	-0.5	0.2	3.9	-6.2	5.1	6.8	4.9	3.7	6.6	-0.3
Importaciones	17.7	-37.9	-5.4	15.7	-15.0	22.9	22.7	-16.6	14.1	21.5	-1.5

b/ Cifras calculadas considerando 1993=100.

Fuente: Cálculos propios con datos del INEGI.

8.2.2. Periodo 1988-1994.

Los pactos entre los sectores económicos y el decisivo y determinante impulso que en 1989 se les dio a las desregulaciones, privatizaciones y a la apertura comercial, trajo consigo que se iniciara una franca etapa de recuperación económica. En la gráfica 2 y los cuadros 6 y 7 se puede observar que de 1988 a 1994, la inflación disminuyó, pasó de tres a dos dígitos en 1992 y a uno en 1993, el PIB, la inversión, el consumo privado y de gobierno se recuperaron, las importaciones tuvieron un crecimiento superior al de las exportaciones, la deuda pública se redujo al igual que el circulante y la base monetaria.

La política cambiaria también jugó un papel importante en la recuperación económica planteada previamente. Con el objetivo de bajar la inflación a un dígito, después de una política de cambio fijo puesta en marcha a partir de 1988, en 1992 se eliminó el doble mercado del tipo de cambio y se estableció un mercado único mediante la implementación de una banda de flotación, cuyo límite inferior era fijo y el superior se ajustaba continuamente de acuerdo a la cotización máxima de venta del tipo de cambio bancario al menudeo.

Gráfica 3. Tipo de cambio real.
(Pesos por dólar, 1993=100)



Fuente: Cálculos propios con datos del Banco de México.

Con lo anterior y con los instrumentos de política empleados en 1988, se logró la estabilidad de precios y como ya se mencionó, la inflación alcanzó sólo un dígito en 1993. En este contexto económico, se reestructuró la deuda pública externa, lo cual ocasionó el acceso a los mercados financieros internacionales y por ende, un repunte en la afluencia de capitales, que se tradujo en entradas abundantes y crecientes de capital nuevo al aparato económico mexicano entre 1990 e 1993.

A principios de 1994, como consecuencia de diversos hechos políticos adversos, los flujos de capital se revirtieron y en general, las tendencias positivas de las variables económicas se modificaron. En particular, la reducción de aranceles resultado del Tratado de libre comercio con los Estados Unidos de Norteamérica y Canadá (TLC), y el dinamismo de la demanda interna (Cuadro 2), propiciaron un incremento sustancial en el volumen de importaciones, el cual condujo junto con la salida de capitales, a un déficit insostenible en la balanza comercial y por ende, en la cuenta corriente de la balanza de pagos (Hernández, 2000).

Cuando de nueva cuenta, el gobierno mostró su incapacidad para cubrir sus deudas con las reservas disponibles, los acreedores iniciaron la salida de sus recursos, por el alto riesgo que representaba el mantenerlos en el país, y en consecuencia, se precipitó la crisis financiera que llevó consigo una fuerte devaluación del peso. Entre el 20 de diciembre de 1994 y el 3 de enero de 1995 el peso en términos reales, se devaluó aproximadamente un 30% respecto a su nivel predevaluatorio, mientras que las tasas de interés se elevaron sustancialmente y en general, la actividad económica entró en su peor recesión tal y como lo indican las cifras del cuadro 7.⁴ Ante esta situación, las autoridades tuvieron que recurrir a los paquetes de apoyo financiero proporcionados por el Fondo Monetario Internacional y el Departamento del Tesoro de Estados Unidos de Norteamérica, con el propósito de enfrentar las obligaciones financieras que se habían contraído.

8.2.3. *Periodo 1995-2001.*

Como ya se mencionó, la crisis de divisas de finales de 1994, tuvo efectos negativos en la economía nacional, muy en particular en los principales componentes de la demanda agregada. Sin embargo, a diferencia de la crisis de la deuda, en ésta, un año después se perciben indicios de recuperación económica, lenta, pero persistente, principalmente en el

⁴ En Wenger, Chalapi y Visser (2000), se lleva a cabo un análisis detallado de los factores que provocaron un decenio de contracción y estancamiento económico en la crisis de 1982 y una contracción de un año en la crisis de 1995.

consumo privado, inversión y producción, cuyos niveles de antes de 1994 fueron alcanzados hasta 1998 (Cuadro 7). De hecho, la inflación tuvo un aumento considerable de 34.8% en 1995, y a partir de 1996 mostró una clara tendencia descendente, llegando a ser de 6.5% en el 2001 (Gráfica 2).

Un aspecto que de alguna manera resultó favorable a las finanzas del país, que ayudó a detener el impacto adverso en variables económicas importantes y que permitió dar un respiro a las finanzas públicas, fue que de 1994 a 1996, el precio del petróleo tuvo una tendencia creciente (Gráfica 1). Sin embargo, en 1997 volvió a caer y en 1998 alcanzó su mínima cotización desde 1980, con las consecuentes repercusiones negativas en las finanzas públicas, en la economía en general y en la inflación en particular. Con este panorama económico nacional se inició la primera década del siglo veintiuno.

8.3. *El modelo MMicMex.*

En la formulación del modelo MMicMex se parte básicamente de algunas de las relaciones de comportamiento del modelo intertemporal para una economía abierta planteado en el capítulo 6 y se agregan algunas identidades que surgen debido a la naturaleza de los datos observados y que se usan para hacerlo compatible con la contabilidad nacional. Dada una especificación inicial y elegida la información empírica con la cual que se alimentará, se procede a implementar la metodología econométrica del capítulo anterior, misma que lleva al planteamiento del modelo MMicMex.

Es importante recordar que el análisis econométrico y más específicamente, la evaluación de los supuestos teóricos y estadísticos del modelo estimable, conduce a proponer formas funcionales alternativas a las que se plantean inicialmente y/o a introducir especificaciones dinámicas de algunas de las variables de interés, todo con el propósito de obtener un modelo con buena capacidad explicativa y poder predictivo.

En esta sección se da una visión general de las diferentes etapas que se siguieron en la elaboración del modelo MMicMex. Se presentan sus características generales, se proporciona una formulación inicial en la que se introduce la información empírica asociada a las variables teóricas, se establecen, evalúan y analizan las ecuaciones estimadas que fueron seleccionadas de acuerdo a los criterios establecidos por la metodología econométrica y finalmente, se realiza una simulación histórica.

8.3.1. *Características del modelo.*

El modelo MMicMex se alimenta de información empírica trimestral del periodo comprendido entre 1985:1 y 2001:3, con año base 1993. Sus fuentes más importantes son el

Banco de Información Económica del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI) y el Banco de México (BANXICO), instituciones que son las principales generadoras y concentradoras de la información macroeconómica para México.⁵

El modelo está constituido por seis ecuaciones estocásticas o de comportamiento y diez identidades originadas por la forma en que se contabilizan los agregados de las principales variables de la economía mexicana. El modelo MMicMex se estima mediante el método de mínimos cuadrados bietápicos (MC2E), se analiza la significancia estadística individual y conjunta de los parámetros estimados en cada ecuación, y se efectúan las pruebas de diagnóstico descritas en el capítulo 7, todo ello con el propósito de obtener un buen modelo.⁶

8.3.2. Definición de variables y especificación inicial del modelo.

A continuación se presenta la especificación inicial del modelo MMicMex expresado en términos de las variables observadas asociadas al modelo macroeconómico teórico. Se plantean las ecuaciones de comportamiento y con el propósito de cerrar el modelo, es decir, de hacerlo consistente con el sistema de cuentas nacionales de México, se agregan algunas definiciones e identidades. En cada ecuación se incorpora la nomenclatura de las variables observables, su contraparte en el modelo teórico y los signos que se esperan obtener para sus coeficientes, mismos que deben coincidir con los determinados en los modelos intertemporales de optimización dinámica.

Ecuaciones estocásticas.

- Consumo privado.

$$\text{CPR} = f(\text{YPD}, \text{CETES}).$$

CPR (c): consumo privado real.⁷

⁵ Algunas Secretarías de Estado también generan información, como puede ser la de Hacienda y Crédito Público o bien, la de Turismo, por citar algunas, pero el INEGI o BANXICO son las instituciones concentradoras.

⁶ En la literatura existen varios métodos para estimar modelos econométricos de ecuaciones simultáneas. Ellos se dividen en dos grandes grupos: el de información completa que comprende el método de máxima verosimilitud y el de mínimos cuadrados trietápicos, y el de información limitada que incluye el método de máxima verosimilitud, el de mínimos cuadrados bietápicos y el de indirectos, y el de variables instrumentales.

⁷ El nombre de la variable utilizado en los modelos intertemporales se indica entre paréntesis.

YPD (y_d): ingreso personal disponible real.

CETES (r): tasa real de rendimiento de los certificados de tesorería a 28 días.

$f_1 > 0$ y $f_2 < 0$.

- Inversión privada.

IPR = $f(\text{PIB}, \text{CETES})$.

IPR (I): inversión privada real.

PIB (y): producto interno bruto real.

$f_1 > 0$ y $f_2 < 0$.

- Importaciones.

IMPO = $f(\text{YPD}, \text{CPR}, \text{TC}, \text{INPC})$.

IMPO (i): importaciones totales de bienes y servicios reales.

TC (E): tipo de cambio real.

INPC (P): índice nacional de precios al consumidor (nivel general de precios).

$f_1 > 0$, $f_2 > 0$, $f_3 < 0$ y $f_4 > 0$.

- Exportaciones.

EXPO = $f(\text{YPD}, \text{IMPO}, \text{TC}, \text{INPC})$.

EXPO (x): exportaciones totales de bienes y servicios reales.

$f_1 > 0$, $f_2 > 0$, $f_3 > 0$ y $f_4 > 0$.

- Demanda de saldos monetarios reales.

M1 = $f(\text{YPD}, \text{CETES}, \text{INPC})$.

M1 (m): demanda de dinero en términos reales.

$f_1 > 0$, $f_2 < 0$ y $f_3 < 0$.⁸

- Producción.

PIB = $f(D(\text{IPR}, 1), \text{EMP})$.

$D(\text{IPR}, 1)$ (k): cambio en la inversión privada real.⁹

EMP (l): población ocupada.

$f_1 > 0$ y $f_2 > 0$.

⁸ Esta especificación es consecuencia de la relación entre la tasa de interés nominal, la real y la inflación, dada por $R = r + \pi$.

⁹ En adelante $D(X, h) = X - X(-h)$, donde $X(-h)$ significa que X se encuentra rezagada $h = 1, 2, \dots, T$ periodos.

- Precios.

$$\text{INPC} = f(\text{INPC}(-1), \text{INPC}(-2), \text{INPC}(-3), \text{INPC}(-4)).$$

Identidades.

- Demanda Agregada.

$$\text{DA} = \text{DINT} + \text{DEXT} = \text{CPR} + \text{CPUB} + \text{IPR} + \text{IPUB} + \text{EXPO} + \text{VE}.$$

DA: demanda agregada real.

DINT: demanda interna real.

DEXT: demanda externa real .

CPUB (parte de g): consumo público real.

IPUB (parte de g): inversión pública real.

VE: variación de existencias.

- Consumo total.

$$\text{CT} = \text{CPR} + \text{CPUB}.$$

- Inversión total.

$$\text{IT} = \text{IPR} + \text{IPUB}.$$

- Oferta Agregada.

$$\text{OA} = \text{PIB} + \text{IMPO}.$$

OA: oferta agregada real.

- Equilibrio en el mercado de bienes.

$$\text{DA} = \text{OA} \text{ o equivalentemente, } \text{VE} = \text{OA} - \text{CT} - \text{IT} - \text{EXPO}.$$

- Ingreso nacional disponible.

$$\text{YND} = \text{CT} + \text{AH}.$$

AH: ahorro.

- Ingreso personal disponible.

$$\text{YPD} = \text{YND} - \text{T}$$

T: impuestos indirectos.

- Balanza comercial.

$$\text{BC} = \text{EXPO} - \text{IMPO}.$$

- Cuenta corriente.

$$BCC=BC+BSF+BSNF+BT$$

BCC: balanza en cuenta corriente

BSF: balanza de servicios factoriales.

BSNF: balanza de servicios no factoriales.

BT: balanza de transferencias.

- Balanza de pagos.

$$BP=BCC+BCK+VRI+EO$$

BP: balanza de pagos.

BCK: balanza de cuenta de capital.

VRI: variación en las reservas internacionales.

EO: errores y omisiones.

El modelo anterior conforma el modelo estimable a partir del cual se inicia el trabajo econométrico. Es importante indicar que después de ciertas reespecificaciones y reparametrizaciones de ese modelo y del estadístico, se seleccionan las ecuaciones estimadas que arrojan los mejores resultados y con ellas se efectúa el proceso de simulación. Cuando la simulación no es del todo satisfactoria, en el sentido de que no reproduce el comportamiento observado de las variables relevantes del modelo, se vuelve a reformular y/o reparametrizar el modelo estimable o bien, el estadístico, según sea el caso. Se continúa con ese procedimiento hasta obtener ecuaciones estimadas que originen simulaciones adecuadas, es decir, simulaciones que reproduzcan el comportamiento de las variables endógenas del modelo y por ende, de la economía en su conjunto.

8.3.3. *Análisis del modelo estimado.*

Como ya se ha mencionado reiteradamente, el marco de teoría económica proporciona las bases para el desarrollo de un modelo macroeconómico y es el análisis empírico el que conduce a plantear formas funcionales alternativas para sus ecuaciones de comportamiento y/o a introducir especificaciones dinámicas, con el propósito de mejorar su capacidad explicativa y predictiva.¹⁰ De esta manera, la evaluación económica y econométrica de los resultados de estimación de las ecuaciones estocásticas y de su simulación, puede conducir

¹⁰ Algunas veces la selección de una forma funcional alternativa obedece también a poder dar una interpretación económica inmediata a los parámetros estimados de la ecuación en cuestión. Las formas funcionales más utilizadas son la lineal, logarítmica (log-log), lineal-log y log-lineal.

a reespecificar y reparametrizar tanto el modelo estimable como el estadístico, proceso que finalmente conduce a la selección de las ecuaciones de comportamiento estimadas que constituyen el modelo MMicMex.

En esta sección se reportan y analizan los resultados de la estimación y de las pruebas de diagnóstico de las relaciones de comportamiento que integran el MMMicMex.¹¹ Bajo cada parámetro estimado se muestra el estadístico *t-student* y enseguida se reportan los de las pruebas de diagnóstico más relevantes con sus correspondientes *p-value's* entre paréntesis.¹²

- Consumo privado.¹³

$$L(\text{CPR}) = -0.0264 + 0.4804L(\text{YPD}) - 0.0005\text{CETES} + 0.2571L(\text{CPR}(-1)) + 0.2574L(\text{CPR}(-4))$$

(-0.0460) (8.9613)
(-3.6085)
(4.4873)
(5.0452)

$$R^2 = 0.9822$$

$$DW = 1.5671$$

$$ML(1) = 3.0997 (0.0834)$$

$$ML(2) = 10.0554 (0.0002)$$

$$WHITE = 1.3592 (0.1925)$$

$$WHITENC = 2.1276 (0.0470)$$

$$ARCH(1) = 0.6976 (0.4067)$$

$$ARCH(2) = 2.4825 (0.0918)$$

$$JB = 0.0780 (0.9618)$$

$$RESET(1) = 0.3999 (0.5295)$$

$$RESET(2): \text{Matriz singular}$$

$$CHOWB = 2.1323 (0.0316)$$

$$CHOWF = 0.5876 (0.9283)$$

En la estimación de esta ecuación los coeficientes del ingreso y de los consumos rezagados representan elasticidades y dada la especificación, ellas son constantes durante el periodo de estimación. Observe que las del consumo rezagado uno y cuatro periodos, son prácticamente la misma, 0.257. Por su parte, YPD presenta una propensión marginal de 0.4804, mientras que la de CETES es de -0.0005.¹⁴

¹¹ Aquí sólo se presentan las estimaciones finales, aquellas cuya estimación es consistente tanto con el marco de teoría económica como con los supuestos estadísticos del modelo. La estimación inicial, la de las relaciones formuladas en la sección anterior, se expone en el apéndice C.

¹² El *p-value* es la probabilidad de que el valor absoluto del estadístico de prueba sea mayor o igual que el estadístico muestral si la hipótesis nula es verdadera. De esta forma, valores pequeños del *p-value* conducen a rechazar la hipótesis nula, en particular, cuando es menor que 5%.

¹³ En lo que sigue $L(X)$ denotará el logaritmo natural de la variable X .

¹⁴ La elasticidad representa el cambio porcentual en la variable endógena dividida por el correspondiente a la variable predeterminada. La propensión marginal muestra el cambio en la variable endógena con relación al cambio en la variable explicativa. Dependiendo de la especificación, elasticidades y propensiones marginales pueden ser constantes o variables. El apéndice C presenta cómo son cuando se utilizan las especificaciones lineal, logarítmica (log-log), lineal-log y log-lineal.

- *Inversión privada.*

$$L(IPR)=1.4802+3.0582D(L(PIB),4)-0.0402D(L(CETES),1)+0.9202L(IPR(-4));$$

(3.4253) (17.7402) (-3.0201) (40.7936)

$$R^2=0.9746$$

$$DW=1.2415$$

$$ML(1)=8.0743 (0.0062)$$

$$WHITE=0.9046 (0.5282)$$

$$ARCH(1)=0.9506 (0.3335)$$

$$JB=2.8133 (0.2450)$$

$$RESET(1)=0.6348 (0.4289)$$

$$CHOWB=1.5363 (0.1680)$$

$$ML(2)=4.9057 (0.0108)$$

$$WHITENC=0.9176 (0.4893)$$

$$ARCH(2)=0.5447 (0.5829)$$

$$RESET(2)=8.6067 (0.0005)$$

$$CHOWF=0.7422 (0.7748)$$

Los resultados obtenidos en esta ecuación muestran que la variable más relevante en la determinación de la inversión, es el PIB, y le sigue la tasa de interés, que presentan elasticidades constantes de 3.0582 y de 0.0402, respectivamente. La especificación se enriquece con la introducción del cuarto rezago de la inversión privada.

- *Importaciones.*

$$L(IMPO)=0.1502L(CPR)-0.2276D(L(TC),1)+0.0291L(INPC(-1))$$

(3.7425) (-2.0150) (3.0744)

$$+0.8294L(IMPO(-1))$$

(18.0225)

$$R^2=0.9713$$

$$DW=2.1497$$

$$ML(1)=0.8746 (0.3497)$$

$$WHITE=27.7288 (0.1545)$$

$$ARCH(1)=0.4534 (0.5007)$$

$$JB=4.5183 (0.1044)$$

$$RESET(1)=3.3040 (0.0691)$$

$$CHOWB=3.9595 (0.0561)$$

$$ML(2)=1.4935 (0.4739)$$

$$WHITENC=6.6894 (0.5705)$$

$$ARCH(2)=1.0708 (0.5854)$$

$$RESET(2)=3.4412 (0.1790)$$

$$CHOWF=0.9993 (0.4820)$$

Los parámetros estimados nuevamente representan elasticidades constantes. La del consumo refleja el carácter dependiente de la economía mexicana, la del tipo de cambio representa el grado de encarecimiento de los bienes del exterior respecto a los nacionales y por último, la del INPC muestra como la inflación puede hacer que se prefiera comprar productos extranjeros más baratos.

- *Exportaciones.*

$$EXPO=36342779-0.0234YPD+1.1183IMPO+1915173D(TC,1)$$

(12.5648) (-5.1462) (56.1988) (2.4236)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$R^2=0.9958$
 DW=1.9457
 ML(1)=0.0448 (0.8323) ML(2)=0.0586 (0.9711)
 WHITE=13.7389 (0.1319) WHITENC=5.5291 (0.4780)
 ARCH(1)=3.1326 (0.0767) ARCH(2)=4.0409 (0.1326)
 JB=0.5926 (0.7436)
 RESET(1)=0.0175 (0.8948) RESET(2)=0.2008 (0.9045)
 CHOWB=0.4211 (0.7928) CHOWF=0.4770 (0.9711)

En este caso los coeficientes representan la propensión marginal de las exportaciones en relación con cada una de las variables explicativas. Aunque todas estas variables son importantes, destaca la del tipo de cambio que de alguna forma refleja el grado de competitividad de los bienes nacionales respecto a los del extranjero.

- *Demanda de saldos monetarios reales.*

$$L(M1) = -5.6103 + 0.7604L(YPD) - 0.0017CETES - 0.2685D(INPC,4) + 0.4074L(M1(-1))$$

(-2.9352) (6.2791) (-4.2910) (-3.9108) (5.7399)

$R^2=0.9286$
 DW=1.8134
 ML(1)=0.9639 (0.3262) ML(2)=2.6266 (0.2689)
 WHITE=18.7862 (0.1733) WHITENC=5.8141 (0.6680)
 ARCH(1)=0.0490 (0.8249) ARCH(2)=4.1745 (0.1240)
 JB=4.6607 (0.0973)
 RESET(1)=0.0311 (0.8601) RESET(2)=0.7705 (0.6803)
 CHOWB=4.1512 (0.0027) CHOWF=1.3434 (0.2034)

En los resultados de estimación se observa que la actividad económica es la más relevante en la determinación de la demanda de saldos reales, con una elasticidad de 0.7604. El signo negativo de la tasa de interés refleja el costo de oportunidad por mantener liquidez, con una elasticidad de 0.0187.

- *Producción.*

$$L(PIB) = 5.3220 + 0.3952D(L(IPR),1) + 0.3832L(EMP) + 0.2216L(PIB(-1))$$

(5.8376) (6.5792) (5.5516)

$R^2=0.9348$
 DW=2.3655
 ML(1)=5.9113 (0.01833) ML(2)=14.1874 (0.0000)
 WHITE=2.9655 (0.2216) WHITENC=1.4286 (0.2216)

ARCH(1)=2.7098 (0.1053)

ARCH(2)=1.6066 (0.2100)

JB=2.4434 (0.2947)

RESET(1)=0.2438 (0.07231)

RESET(2)=0.5234 (0.0483)

El empleo y la inversión privada tienen más o menos la misma relevancia en la determinación de la producción nacional, con elasticidades de 0.3952 y de 0.3832 de manera respectiva. Además, su propia dinámica representada por PIB(-1), aunque un poco más baja que las anteriores, su influencia es importante alcanzando una elasticidad de 0.2216.

En cada una de las relaciones de comportamiento estimadas que se acaban de presentar, además de cuidar que los signos y magnitudes de los parámetros fueran los apropiados de manera que coincidieran con los supuestos de teoría económica, se tuvo la precaución de elegir las estimaciones que cumplieran en la medida de lo posible, todos los supuestos estadísticos del modelo econométrico. A continuación se hace una evaluación general de los resultados de las pruebas de significancia estadística y de diagnóstico, con el propósito de analizar la consistencia estadística del modelo.

- *Significancia estadística.*

Todos los parámetros estimados en las ecuaciones de comportamiento son estadísticamente significativos.

- *Bondad de ajuste.*

La medida más utilizada para medir el ajuste de un modelo uniecuacional es el coeficiente de correlación R^2 . En las relaciones estimadas se obtienen R^2 's superiores al 90%. La mínima de 93% se da en la ecuación de la producción y la máxima de 99%, en la de exportaciones, lo cual significa que el modelo estimado es adecuado, ya que más del 90% de la variación en las variables endógenas es explicada por las predeterminadas.

En este punto es importante recordar que el método de estimación es el de MC2E y por tanto se están efectuando dos regresiones usando MCO: una en la forma reducida del modelo y otra en la estructural. La estimación en la segunda etapa depende en gran medida de los instrumentos que se usan en cada ecuación, aquí se utilizaron el valor estimado de las variables dependientes de la primera etapa, entre otros. Esto, el hecho de que realmente se está utilizando un tamaño de muestra más bien grande y la forma de generar las variables, son elementos importantes que nos permiten obtener buenos resultados para esta medida de bondad de ajuste.¹⁵

¹⁵ Cabe mencionar también que cuando en la primera etapa de los MC2E se obtiene una correlación perfecta ($R^2 \approx 1$), los residuales son cero y el método coincide con el de MCO, y cuando no existe correlación ($R^2 \approx 0$), los residuales son muy grandes y los estimadores bietápicos no tienen ningún sentido y tampoco lo tienen los estadísticos que se obtienen en la etapa final.

- *Autocorrelación.*

La existencia de autocorrelación en los residuales de algunas de las ecuaciones del modelo condujo a probar formas funcionales que incluyeran diferencias de las variables de la ecuación en cuestión. La única en la que persistió la autocorrelación (de segundo orden), fue en la del consumo: el p -value del estadístico ML conduce a rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación. Sin embargo, se decidió elegir la forma funcional presentada, porque cualquier otra alternativa ocasionaba que se violara(n) otro(s) supuesto(s) del modelo y/o llevaba a estimaciones no consistentes.

- *Heteroscedasticidad.*

Cuando se presentó esta situación se procedió a introducir el logaritmo de las variables. Finalmente, se obtuvieron residuales homoscedásticos para cada ecuación estimada, tal y como se puede verificar con los p -value de los estadísticos correspondientes a las pruebas WHITE y ARCH.

- *Normalidad.*

Los resultados de estimación condujeron a residuales con distribución normal, ya sea porque las transformaciones que se hacían para corregir alguna situación de heteroscedasticidad o no linealidad a ello conducían; o porque se aplicaba exclusivamente para lograrla. Debe tenerse en mente que la normalidad de los residuales es importante para hacer inferencia estadística. Sin embargo, si en alguna de las ecuaciones del modelo se hubiera rechazado la hipótesis nula de normalidad, no se hubieran tenido problemas en la inferencia, debido a que las pruebas estadísticas que suponen este tipo de distribución siguen siendo válidas cuando el tamaño de muestra es grande.

- *Linealidad.*

De acuerdo a la prueba RESET que incorpora hasta la segunda potencia de la variable endógena ajustada, cada una de las ecuaciones que integran el modelo satisfacen el supuesto de linealidad. Sin embargo, cuando en ella también se considera la tercera potencia, se presentan problemas en las ecuaciones de consumo e inversión. En la del consumo no se puede efectuar la prueba porque durante el proceso se encuentra una matriz singular y en la inversión se rechaza la hipótesis de linealidad. Cuando se plantearon formas alternativas la situación no mejoró y se decidió mantener las ecuaciones estimadas que se han reportado arriba.

- *Cambio estructural.*

La crisis financiera de finales de 1994 ocasionó cambios drásticos en la política económica y por ende, en la dinámica de las variables endógenas del modelo. En consecuencia, era de esperarse que se rechazaría la hipótesis estadística de permanencia estructural en algunas de las ecuaciones del modelo. Ante una situación de este tipo, se procede estimando dos modelos con fundamentos microeconómicos: uno para antes del cambio y otro para después. Sin embargo, como hay pocas observaciones para estimar el segundo modelo, se eligieron las ecuaciones estimadas para todo el periodo de estudio que mejor satisficieran tanto los supuestos teóricos como los estadísticos.

A pesar de los inconvenientes que se han mencionado, el modelo en gran medida satisface los supuestos estadísticos y por tanto, con las salvedades que ya han sido comentadas, puede utilizarse para elaborar pronósticos y/o efectuar análisis estructural. Sin embargo, es importante indicar que el hecho de que en un par de ecuaciones no se halla podido eliminar la autocorrelación de segundo orden y persista la no linealidad, obedece al marco teórico tan rígido que resulta de la fundamentación microeconómica del MMMicMex, ya que ella evita que se puedan incorporar de manera arbitraria, variables predeterminadas que no son obtenidas de los modelos intertemporales de optimización de los agentes económicos, lo cual es una práctica común cuando se elabora un modelo macroeconómico.

8.3.4. *Simulación.*

Una vez elegidas las ecuaciones de comportamiento estimadas del modelo MMicMex es importante analizar su capacidad explicativa y predictiva. Ello hace necesario efectuar una simulación histórica mediante la cual se contrasten los resultados generados por el modelo con la evolución de las variables endógenas observadas. La evaluación de la simulación de cada una de esas variables se realiza visualmente, mediante una gráfica que presenta la variable observada y la simulada, y estadísticamente, a través del error absoluto porcentual medio y coeficiente de desigualdad de Theil.

*Medidas de evaluación del pronóstico.*¹⁶

Los estadísticos que más comúnmente se utilizan para evaluar la calidad de las predicciones son la raíz del error cuadrático medio, el error absoluto medio, el error absoluto porcentual

¹⁶ Una discusión más detallada de la evaluación del pronóstico puede consultarse en Pindyck y Rubinfeld (1991) o bien, en Aznar y Trávez (1993).

medio y el coeficiente de desigualdad de Theil. Los dos primeros tienen el inconveniente de que dependen de las unidades de medida de la variable en cuestión, mientras que los otros dos no tienen ese problema. Independientemente de las unidades de medida, entre más pequeño o cercano a cero se encuentre el valor de cualquiera de esos estadísticos, mejor será el pronóstico generado por el modelo seleccionado.

A diferencia del error absoluto porcentual medio que se mide en términos porcentuales, el coeficiente de desigualdad de Theil es una medida estandarizada que se encuentra entre cero y uno. Esos estadísticos se determinan como sigue:

$$EAPM = \frac{1}{h+1} \sum_{t=H}^{H+h} \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t}$$

y

$$C_{Theil} = \frac{\left[\frac{1}{h+1} \sum_{t=H}^{H+h} (y_t - \hat{y}_t)^2 \right]^{1/2}}{\left[\frac{1}{h+1} \sum_{t=H}^{H+h} y_t^2 \right]^{1/2} + \left[\frac{1}{h+1} \sum_{t=H}^{H+h} \hat{y}_t^2 \right]^{1/2}},$$

donde $t = H, H+1, \dots, H+h$ es el periodo que se pronostica y y_t y \hat{y}_t son de manera respectiva, el valor observado y pronosticado de la variable y en el periodo t . Cuando se efectúa una simulación histórica el periodo de pronóstico que se debe considerar es $t = H, \dots, T$.

Además, dado que el error cuadrático medio se puede descomponer como

$$\frac{1}{h} \sum_{t=H}^{H+h} (y_t - \hat{y}_t)^2 = (\bar{y} - \bar{\hat{y}})^2 + (\sigma_y - \sigma_{\hat{y}})^2 + 2(1 - \rho)\sigma_{\hat{y}} - \sigma_y,$$

donde \bar{y} , $\bar{\hat{y}}$, σ_y y $\sigma_{\hat{y}}$ son las medias y las desviaciones estándar de y y de \hat{y} respectivamente, y ρ es la correlación entre y y \hat{y} . Con este resultado, el coeficiente de desigualdad de Theil puede descomponerse en las siguientes proporciones:

Proporción de sesgo:
$$P_{Sesgo} = \frac{(\bar{y} - \bar{\hat{y}})^2}{\frac{1}{h} \sum_{t=H}^{H+h} (y_t - \hat{y}_t)^2},$$

Proporción de varianza:
$$P_{Var} = \frac{(\sigma_y - \sigma_{\hat{y}})^2}{\frac{1}{h} \sum_{t=H}^{H+h} (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

y

Proporción de covarianza:
$$PCov = \frac{2(1 - \rho)\sigma_{\hat{y}} - \sigma_{\eta}}{\frac{1}{h} \sum_{t=H}^{H+h} (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

Las tres son medidas que reflejan el sesgo del pronóstico. La proporción de sesgo muestra la diferencia entre la media de la variable pronosticada y de la observada, la de varianza indica que tan lejos se encuentra la variación de la variable pronosticada de la correspondiente a la observada y la de covarianza proporciona el grado de correlación entre lo pronosticado y lo observado. Cuando el pronóstico es adecuado, *PSesgo* y *PVar* deben ser cercanos a cero, de forma que *PCov* sea cercano a uno y por tanto, se proporcione evidencia de que las variables observada y pronosticada están altamente correlacionadas.

Resultados.

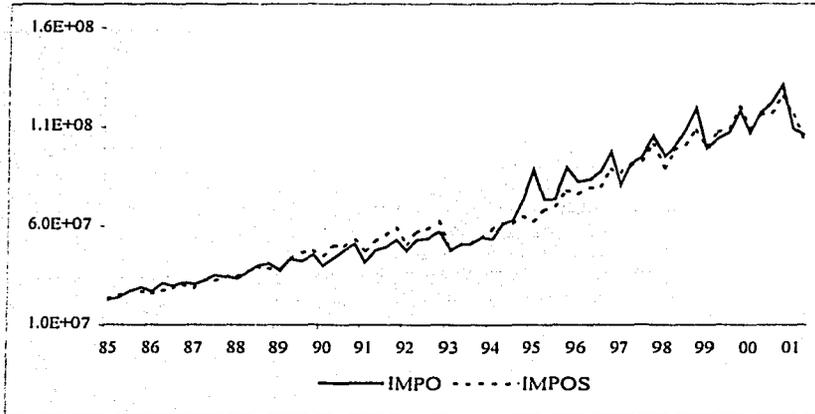
En términos generales puede afirmarse que el modelo MMicMex reproduce en gran medida la evolución y la dinámica de las variables endógenas durante el periodo comprendido del primer trimestre de 1985 al tercero del 2001. Ello se puede contrastar tanto visualmente, a través de las gráficas 4 a 9, como estadísticamente, mediante el error absoluto porcentual medio, el coeficiente de desigualdad de Theil y sus correspondientes proporciones, estadísticos que se muestran en la parte inferior de cada gráfica.

8.4. Conclusiones.

Como cualquier modelo macroeconómico, el MMicMex es perfectible y quizás uno de los aspectos que habría que incorporar es el relacionado a la apertura comercial y a la crisis financiera del 1994, hechos que en definitiva han modificado la dinámica de las variables económicas y que de alguna manera, su ausencia se ha dejado sentir en la estimación de las ecuaciones de comportamiento de las variables de comercio exterior y más específicamente, al realizar las pruebas de cambio estructural. Su introducción debe de efectuarse al modelar la conducta de los agentes económicos y no directamente en la especificación del modelo macroeconómico con fundamentación microeconómica que se ha formulado en este trabajo.

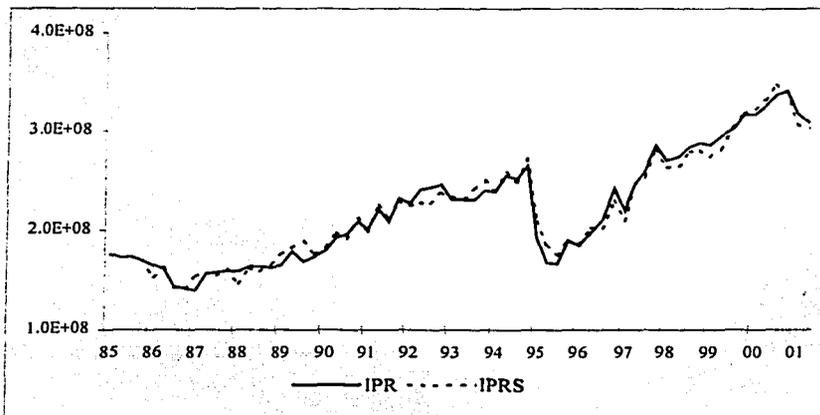
A pesar de lo anterior y de que la evaluación estadística del MMMicMex no es completamente satisfactoria en la ecuación del consumo y de la inversión, los resultados obtenidos de la simulación histórica hacen del modelo MMicMex uno que reproduce en gran medida la evolución y la dinámica de las principales agregados económicos. De hecho, las ecuaciones estimadas que lo integran son las que mejor satisfacen tanto los supuestos estadísticos como los de teoría económica. La conjunción de todos esos elementos hace que el modelo en conjunto represente una buena aproximación a la realidad económica del país.

Gráfica 4. Comportamiento histórico observado y simulado del Consumo privado.



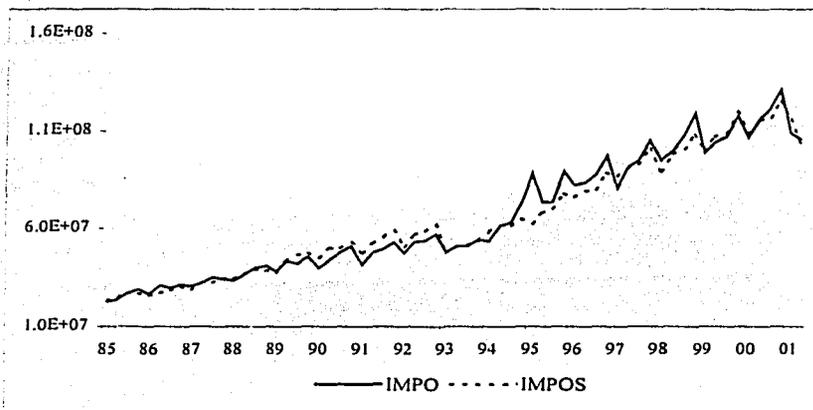
EAPM=1.5251, CTheil=0.0091, PSesgo=0.0001 y PVar=0.0050.

Gráfica 5. Comportamiento histórico observado y simulado de la Inversión privada.



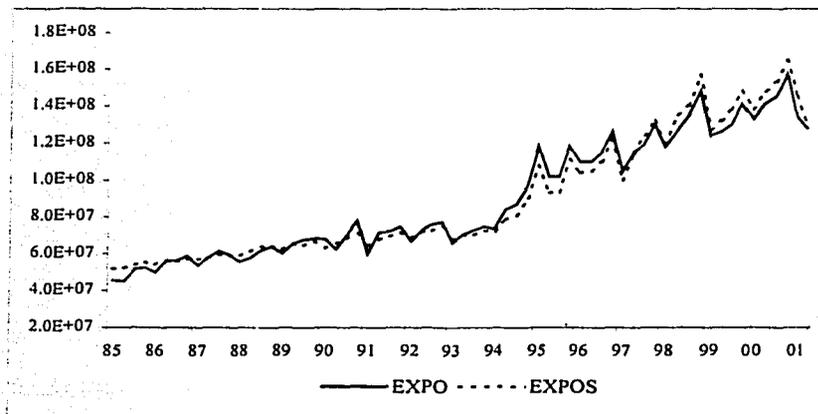
EAPM=2.9835, CTheil=0.0178, PSesgo=0.0416 y PVar=0.0366.

Gráfica 6. Comportamiento histórico observado y simulado de las Importaciones.



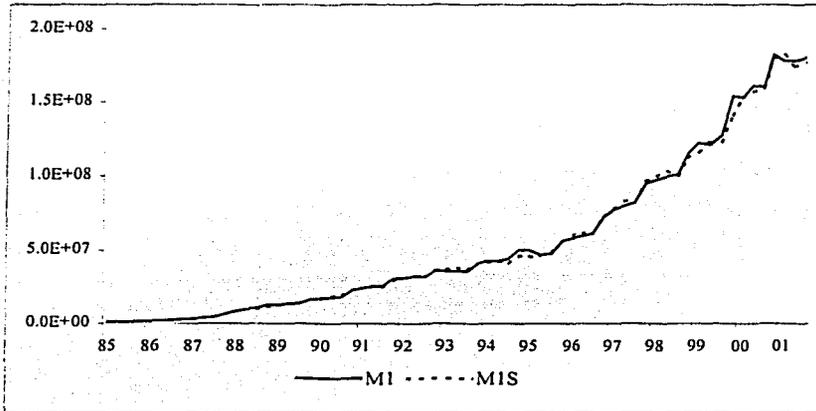
EAPM=7.2986, CTheil=0.0459, PSesgo=0.0032 y PVar=0.0223.

Gráfica 7. Comportamiento histórico observado y simulado de las Exportaciones.



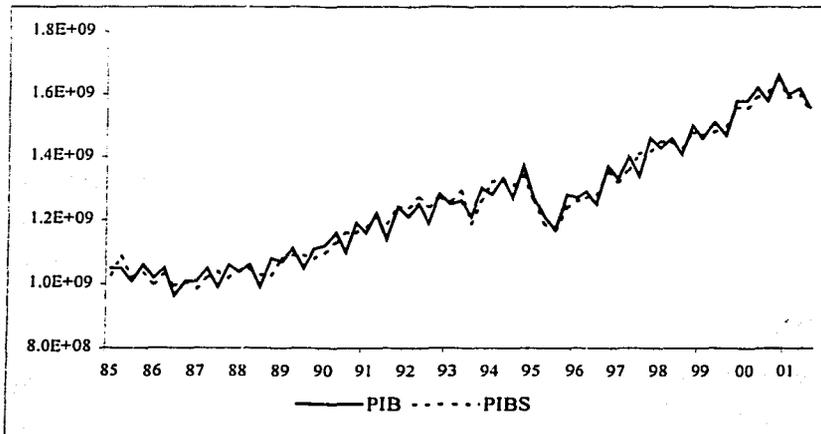
EAPM=5.1623, CTheil=0.0286, PSesgo=0.0185 y PVar=0.0065.

Gráfica 8. Comportamiento histórico observado y simulado de los Saldos monetarios reales.



EAPM=5.3836, CTheil=0.0314, PSesgo=0.0007 y PVar=0.0034.

Gráfica 9. Comportamiento histórico observado y simulado de la Producción.



EAPM=1.6648 CTheil=0.0099, PSesgo=0.0001 y PVar=0.0091.

Conclusiones.

Este trabajo logró su objetivo. Se estableció un modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos en el que la dinámica de las variables relevantes son el resultado de modelar el comportamiento de los agentes económicos y su interacción en el mercado, a través del planteamiento y solución de problemas de optimización intertemporal. Este hecho, lo hace distinguirse de los modelos macroeconómicos que hasta el momento se han construido, ya que en general ellos han sido definidos *ad-hoc* y se han adoptado y adaptado tanto a las características propias de la economía en estudio, como a la información empírica disponible de las variables económicas que lo integran.

Un modelado apropiado de la conducta de los agentes microeconómicos llevó a la determinación de las trayectorias óptimas de las principales variables que conforman un modelo macroeconómico. En particular, se hizo una fundamentación microeconómica de las relaciones de comportamiento de las variables que integran un modelo para una economía cerrada. Posteriormente esos fundamentos se ampliaron y adecuaron para obtener las que forman el de una economía abierta. Con este propósito, primero se formularon modelos intertemporales básicos para los consumidores y productores, en los que se consideró que los agentes no efectuaban operaciones con el exterior. Después se plantearon sus correspondientes extensiones y se permitió que cada uno realizara transacciones con el resto del mundo.

En el contexto de una economía cerrada, se desarrollaron con fundamentos microeconómicos tres modelos alternativos para el consumidor: uno que incorpora costos de transacción en la restricción presupuestal, otro que introduce saldos monetarios reales en la función de utilidad y el tercero, que agrega una restricción *cash-in-advance*. De cada uno de estos modelos se obtuvieron trayectorias óptimas de la demanda de consumo y de saldos monetarios reales, y de la oferta de trabajo, cuyos determinantes independientemente del modelo, resultaron ser los mismos. Por tal razón, cuando la economía se abrió a los bienes de consumo y a los activos financieros se utilizó sólo el modelo que consideró los costos por la tenencia de saldos reales positivos.

La gama de variables económicas se amplió al introducir en el modelo básico del consumidor, los microfundamentos para elaborar el de una economía abierta. Esta extensión condujo tanto a las relaciones de comportamiento de las variables mencionadas previamente, como a las propias de una economía abierta: importaciones y exportaciones. Evidentemente, algunas de las especificaciones y determinantes de las primeras, se modificaron sustancialmente respecto a los que se obtuvieron en una economía cerrada. Sin

embargo, las asociados a la oferta de mano de obra y a la demanda de saldos monetarios reales permanecieron inalterables cuando se agregó la comercialización con el exterior de bienes de consumo y de activos financieros.

Por su parte, los fundamentos microeconómicos del modelo básico del productor primero se establecieron considerando que no existían mercados de capital, en cuyo caso se hizo notar que tampoco se tenían elementos intertemporales y por tanto, el problema perdía interés en ese contexto. Cuando se incorporaron los mercados de capital, se presentó la posibilidad de que las empresas enfrentaran costos de ajustes. Esto llevó a formular dos modelos con microfundamentos, uno con ese tipo de costos y otro sin ellos. Obviamente los resultados del modelo que no contempló costos de ajuste son un caso particular del que sí lo hace. Por esta razón, cuando la economía se abrió, únicamente se formuló el modelo más general, el asociado a ese tipo de costos. A partir de él se determinaron además de las trayectorias de las demandas de trabajo e inversión, obtenidas también en el contexto de una economía cerrada, la de las importaciones y las exportaciones. En el planteamiento de cada uno de los modelos fue necesario introducir especificaciones alternativas de la función de producción, pero todas llevaron a expresiones un tanto complicadas para resolverlas analíticamente.

Las formas funcionales de las variables obtenidas de los modelos intertemporales básicos y de sus extensiones, dependen en gran medida de las especificaciones que se propusieron de la función de utilidad y de la de producción, según sea el caso. No obstante, sus determinantes permanecen inalterables cuando éstas últimas se modifican. Por esto, en el modelado con microfundamentos, la especificación de las variables económicas relevantes pasa a segundo término y sus determinantes son los que adquieren gran relevancia. Esta fue la razón por la que en los modelos del consumidor se emplearon formas funcionales que condujeran a soluciones analíticas sencillas. Sin embargo, eso no funcionó en el caso de los del productor, ya que cualquier especificación irremediablemente implicó soluciones algo complejas.

La combinación de las trayectorias óptimas obtenidas de los modelos intertemporales básicos y de sus correspondientes extensiones, con la restricción presupuestal del gobierno y la identidad del ingreso nacional, pueden originar diversos modelos macroeconómicos. El que sirvió de punto de partida en la construcción del modelo MMicMex es el resultado de conjugar las soluciones correspondientes al modelo de los consumidores para una economía abierta y al de los productores para una cerrada. De la extensión del modelo intertemporal básico del consumidor formulado a partir de fundamentos micro, se obtuvieron las relaciones de comportamiento para el consumo del bien doméstico e importado, la demanda de

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

los saldos monetarios reales y mano de obra, y las exportaciones, mientras que del básico para el productor se determinaron las de demanda de trabajo y de inversión. La mayoría de ellas constituyeron el marco macroeconómico del modelo MMicMex a partir del cual se inició el análisis econométrico.

En la implementación de la metodología econométrica hubo necesidad de incorporar especificaciones dinámicas y formas funcionales alternativas a las propuestas inicialmente para cada ecuación de comportamiento, lo cual se llevó a cabo cuidando por un lado que no se alterará el marco macroeconómico y por el otro, que se satisficieran los supuestos del modelo estadístico y en particular, los del probabilístico y del muestral. En este punto es importante señalar que si bien el marco macroeconómico establece los determinantes de las variables relevantes, los signos que deben tener sus coeficientes y posiblemente, sus magnitudes, y algunas otras características inherentes al propio modelo, de ninguna forma debe ser usado para determinar las formas funcionales de las relaciones de comportamiento, ni el número de rezagos de las variables que las integran, estas son decisiones empíricas que se deben de tomar cuando se efectúa el análisis econométrico, con el propósito de obtener un modelo con una buena capacidad explicativa y poder predictivo.

El modelo macroeconómico con fundamentos microeconómicos se alimentó con información empírica trimestral de la economía mexicana del periodo 1985-2001. El proceso econométrico llevó a diferentes especificaciones de las ecuaciones de comportamiento y para cada una de ellas se analizó su consistencia económica y estadística. Finalmente, se seleccionaron las estimaciones que proporcionaron mejores resultados y con ellas, se logró la especificación del modelo MMicMex, modelo constituido por seis ecuaciones de comportamiento y diez identidades, y como cualquier otro, puede ser utilizado para realizar pronósticos, hacer simulaciones y efectuar análisis estructural.

El MMicMex es el primer modelo para México que proporciona una fundamentación microeconómica de sus relaciones de comportamiento e identidades, lo cual no únicamente permite establecer los determinantes de las variables agregadas, sino que también propicia que estas últimas tengan una definición precisa y que pueda obtenerse una mejor aproximación de las mismas con la información empírica disponible. El modelo MMicMex es sencillo y pequeño, con una estructura teórica sólida, capaz de reproducir el comportamiento de las variables económicas fundamentales. Su ventaja relativa es su tamaño, que lo hace ser un modelo muy fácil de manipular, y su ventaja absoluta, es su consistencia con el marco macroeconómico desarrollado a partir de fundamentos microeconómicos, lo cual permite que se pueda estudiar el impacto de la política económica prevaleciente, a partir del comportamiento de los consumidores y productores, y que se lleven a cabo simulaciones y pronósticos bajo escenarios viables.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Claramente, los resultados que llevaron al modelo MMicMex dependen en gran medida de los fundamentos microeconómicos de los modelos intertemporales de los consumidores y productores, los cuales fueron formulados de manera que condujeran a un modelo sencillo, consistente teóricamente y que además, pudiera ser utilizado para la economía mexicana. Por esas razones quedaron fuera elementos importantes de tipo general y otros muy particulares de la economía mexicana. Dentro de los primeros destaca el modelar el comportamiento de los agentes económicos con base en los principales aspectos de la política económica prevaleciente o de alguna alternativa, incorporar heterogeneidad de los agentes económicos que pertenecen al mismo grupo o bien, introducir bienes diferenciados, por citar los más inmediatos. De los asociados a la economía mexicana, el más importante es el relacionado con la apertura comercial, su incorporación podría mejorar sustancialmente los resultados obtenidos en las relaciones de comportamiento estimadas de las importaciones y exportaciones, ya que a pesar de que su simulación histórica recupera gran parte de su evolución y dinámica, los estadísticos de las pruebas de diagnóstico son muy pobres, principalmente el de cambio estructural el cual muestra una fuerte evidencia a favor del mismo en la mitad de la década de los noventa.

Es importante señalar que el logro del objetivo propuesto al inicio de este trabajo, llevó al rompimiento del paradigma en la construcción de los modelos macroeconómicos, debido a que en lugar de definir *ad-hoc* sus relaciones de comportamiento e identidades, se determinaron desde la perspectiva de la microeconomía dinámica. De ello se puede implicar que el estudio del impacto de una nueva propuesta de política económica se debe llevar a cabo a través de modelar el comportamiento de los agentes económicos y analizar las decisiones que toman ante esa alternativa, hecho que conduce a un modelo con una estructura económica diferente a la de la política prevaleciente. Con este proceso no sólo se incursiona en una novedosa línea de investigación, la de los fundamentos microeconómicos, sino que también se evita la simulación de políticas con modelos inadecuados, tal y como se ha venido haciendo.

Finalmente, hay que mencionar que la fundamentación microeconómica de un modelo macro es clave en la toma de decisiones de cualquier individuo en la sociedad, ya que por un lado, ellos son los que juegan el papel de los agentes económicos, y por el otro, a través de modelar su conducta se puede analizar el impacto que tienen en sus decisiones las diferentes políticas económicas implementadas por el gobierno. Adicionalmente un modelo macroeconómico resulta conveniente para que los tomadores de decisiones puedan prever, predecir y por ende, tomar medidas precautorias en sus estrategias de desarrollo y crecimiento.

Apéndice A.

A.1. *Implicaciones de mantener constante la tasa de crecimiento de los saldos monetarios reales.*

La tasa de crecimiento de los saldos monetarios reales está dada por

$$\frac{\dot{m}}{m} = \frac{d \ln(M/P)}{dt} = \frac{1}{M} \frac{dM}{dt} - \pi,$$

para que ella permanezca constante a través del tiempo se necesita imponer la condición siguiente

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} = 0.$$

De esta manera, la tasa de crecimiento de los saldos monetarios reales no es más que la de inflación.

A.2. *Determinación del costo total de transacción.*

Se considera que el consumidor adquiere y bienes de manera continua y vende activos cada ϕ unidades de tiempo, entonces ϕy es el monto que debe poseer al inicio de cada periodo y que debe agotar al finalizarlo. Además, si ζ es el costo real de transacción que se supone independiente del número de activos que se venden, entonces $\frac{\zeta}{\phi}$ es el costo por unidad de tiempo.

Por su parte, los saldos monetarios reales deben igualar al monto promedio gastado, lo cual en términos reales significa que

$$m = \frac{\phi}{2} y;$$

de aquí se obtiene que la frecuencia de las transacciones $\frac{1}{\phi}$, se encuentra dada por

$$\frac{1}{\phi} = \frac{1}{2} \frac{y}{m}$$

y en consecuencia, el costo de transacción por unidad de tiempo es:

$$\frac{\zeta}{\phi} = \alpha \frac{y}{m},$$

donde $\alpha = \frac{\zeta}{2}$. Lo anterior significa que mientras más saldos reales mantenga el consumidor en su bolsillo, menor será el costo que deba de pagar por su tenencia.

Apéndice B.

B.1. Función de producción agregada.

Considérese que en la economía existen n empresas idénticas, competitivas y que producen el mismo bien. De esta manera, las empresas enfrentan la misma tecnología y por ende, tienen la misma función de producción: $y_j = F(k_j, l_j)$, que se supone satisface las propiedades neoclásicas.

Defínase

$$k = \sum_{j=1}^n k_j, \quad (\text{B.1})$$

$$l = \sum_{j=1}^n l_j \quad (\text{B.2})$$

y

$$y = \sum_{j=1}^n y_j = \sum_{j=1}^n F(k_j, l_j). \quad (\text{B.3})$$

Como F es homogénea, es decir, $F(\lambda k, \lambda l) = \lambda F(k, l)$ para toda λ positiva, entonces

$$\lambda F_k = \frac{\partial F(\lambda k, \lambda l)}{\partial k},$$

o equivalentemente,

$$F_k = \frac{\partial F(\lambda k, \lambda l)}{\partial \lambda k};$$

si se define $\lambda = \frac{1}{l}$, entonces

$$F_k = \frac{\partial F}{\partial \left(\frac{k}{l}\right)} \left(\frac{k}{l}, 1\right), \quad (\text{B.4})$$

lo cual establece que el producto marginal del capital es una función que depende de la relación entre el capital y el trabajo. Procediendo de manera similar se llega a que también el producto marginal del trabajo depende de esa relación.

Por otra parte, si los problemas de optimización formulados en el capítulo 3 se hubieran resuelto para la empresa j , se hubiera obtenido que el producto marginal del trabajo de esa

empresa (después de impuestos), iguala al salario real (véanse las condiciones de primer orden planteadas en 3.3, 3.7a y 3.15a), es decir,

$$F_{l_j} = w.$$

Recién se estableció que el producto marginal del trabajo depende la relación capital-trabajo y por tanto este resultado establece entre otras cosas, que ésta relación no cambia de empresa a empresa, ya que todas las empresas enfrentan el mismo salario real. De esta manera,

$$F_{l_j} \left(\frac{k_j}{l_j}, 1 \right) = w, \text{ para toda } j.$$

Como la proporción entre el capital y el trabajo es la misma para todas las empresas entonces

$$\frac{k_j}{l_j} = \frac{\sum_{j=1}^n k_j}{\sum_{j=1}^n l_j}$$

y ésto combinado con (B.1) y (B.2) conducen a

$$\frac{k_j}{l_j} = \frac{k}{l},$$

lo cual plantea que la relación capital-trabajo de cada empresa es la misma que a nivel agregado. esto es, a nivel de toda la economía.

Por su parte, después de utilizar el teorema de Euler y el resultado recién derivado, la producción se puede expresar como

$$\begin{aligned} y &= \sum_{j=1}^n F(k_j, l_j) = \sum_{j=1}^n (k_j F_{k_j} + l_j F_{l_j}) \\ &= \sum_{j=1}^n k_j F_{k_j} \left(\frac{k_j}{l_j}, 1 \right) + l_j F_{l_j} \left(\frac{k_j}{l_j}, 1 \right) \\ &= F_k \left(\frac{k}{l}, 1 \right) \sum_{j=1}^n k_j + F_l \left(\frac{k}{l}, 1 \right) \sum_{j=1}^n l_j \end{aligned}$$

y usando nuevamente (B.1), (B.2) y el teorema de Euler, finalmente se obtiene que

$$y = F_k \left(\frac{k}{l}, 1 \right) k + F_l \left(\frac{k}{l}, 1 \right) l = F(k, l).$$

Este resultado establece que cuando las empresas son perfectamente competitivas y enfrentan la misma función de producción neoclásica, entonces se puede considerar el agregado de todas ellas o equivalentemente, una representante de las mismas, tal y como se estableció en el capítulo 3.

B.2. Valor de una empresa.

En el capítulo 3 se obtuvo la solución del problema intertemporal básico del productor cuyo objetivo es maximizar el valor de la empresa, es decir, el valor presente de sus flujos de efectivo, los cuales una vez que se han sustituido la inversión y su correspondiente costo, se encuentran dados por

$$V = \int_0^{\infty} P \left[(1 - \tau_y)F - wl - \dot{k} - \delta k - \frac{\beta}{2} \dot{k}^2 \right] e^{-Rt} dt. \quad (\text{B.5})$$

El teorema de Euler, la condición (3.7a) y el hecho de que $q = \frac{P}{R} [(1 - \tau_y)F k - \delta]$ (véase la sección 3), conducen a que

$$(1 - \tau_y)F - wl = \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) k$$

y por tanto (B.5) se puede expresar como sigue:

$$V = \int_0^{\infty} P \left[\left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) k - \dot{k} - \frac{\beta}{2} \dot{k}^2 \right] e^{-Rt} dt.$$

Reemplazando la solución del problema básico del productor y su correspondiente derivada, dadas en (3.11) y (3.10) respectivamente, y agrupando términos lleva a

$$V = \int_0^{\infty} P \left[\left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \frac{1}{R} - 1 + \beta \frac{D}{R} \right] \kappa dt \\ + \int_0^{\infty} P \left\{ \left[\left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \left(k_0 - \frac{\kappa}{R} - \frac{D}{R} t \right) + \frac{D}{R} - \frac{\beta D^2}{2 R^2} \right] e^{-Rt} - \frac{\beta}{2} \kappa^2 e^{Rt} \right\} dt$$

$$\begin{aligned}
&= P \left\{ \left[\left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \frac{1}{R} - 1 + \beta \frac{D}{R} \right] \kappa t \right\}_{t=0}^{t=\infty} \\
&\quad - P \left\{ \left[\left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \left(k_0 - \frac{\kappa}{R} - \frac{D}{R^2} \right) + \frac{D}{R} - \frac{\beta D^2}{2 R^2} \right] \frac{1}{R} e^{-Rt} + \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \frac{D}{R^2} t e^{-Rt} \right\}_{t=0}^{t=\infty} \\
&\quad - P \left\{ \frac{\beta \kappa^2}{2 R} e^{Rt} \right\}_{t=0}^{t=\infty}
\end{aligned}$$

De aquí, es evidente que $V < 0$, ya que $\beta > 0$ y e^{Rt} crece mucho más rápido que cualquier función lineal de t . Además, el valor de la empresa es no negativo cuando $\kappa = 0$ y está dado por

$$\begin{aligned}
V &= -P \left\{ \left[\left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \left(k_0 - \frac{D}{R^2} \right) + \frac{D}{R} - \frac{\beta D^2}{2 R^2} \right] \frac{1}{R} e^{-Rt} + \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \frac{D}{R^2} t e^{-Rt} \right\}_{t=0}^{t=\infty} \\
&= P \left\{ \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) k_0 + \frac{D}{R^2} \left[1 - \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) \frac{1}{R} - \frac{\beta D}{2 R} \right] \right\} \\
&= P \left\{ \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) k_0 + \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{q}{P} \right) \left[\left(1 - \frac{q}{P} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{q}{P} \right) - \frac{\delta}{R} \right] \right\} \\
&= P \left\{ \left(\frac{Rq}{P} + \delta \right) k_0 + \frac{1}{2\beta} \left(1 - \frac{q}{P} \right) \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{q}{P} \right) - \frac{\delta}{R} \right] \right\} \tag{B.6}
\end{aligned}$$

donde la penúltima igualdad se obtiene utilizando la definición de D dada en el capítulo 3 y que se repite a continuación:

$$\begin{aligned}
D &= -\frac{R}{\beta} \left[\frac{(1 - \tau_y) F_k - \delta}{R} - 1 \right] \\
&= -\frac{R}{\beta} \left(\frac{q}{P} - 1 \right).
\end{aligned}$$

Observe en (B.6) que cuando la empresa representativa no enfrenta costos de ajustes ($q = P$) y se supone que no hay depreciación del capital, entonces su valor es el interés

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

que paga su capital inicia a precios de mercado: PRk_0 , y esta cantidad necesariamente es positiva. En este caso se tiene que

$$(1 - \tau_y)F_k = R + \delta,$$

lo cual significa que existe mercado de capitales perfecto en el que las empresas pueden adquirir capital en cada momento. Sin embargo, si este no fuera el caso, las empresas sólo comprarán capital cuando su producto marginal sea superior al costo del mismo que se encuentra dado por $R + \delta$ y en cuyo caso se tendrá que $q > 1$, mientras que lo venderán cuando se de la situación contraria: el producto marginal del capital sea menor que su costo ($q < 1$).

Apéndice C.

C.1. Variables del modelo MMicMex.¹

Nombre	Descripción
CPR	Consumo privado
EXPO	Exportaciones de bienes y servicios
IMPO	Importaciones de bienes y servicios
IPR	Inversión privada
PIB	Producto interno bruto
M1	Saldos monetarios
INPC	Índice nacional de precios al consumidor ²
AH	Ahorro
BCK	Balanza en cuenta de capital
BCC	Balanza en cuenta corriente
BC	Balanza comercial
BP	Balanza de pagos
BSF	Balanza de servicios factoriales
BSNF	Balanza de servicios no factoriales
BT	Balanza de transferencias
CETES	Tasa de rendimiento de los certificados de tesorería a 28 días
CPUB	Consumo del sector público
CT	Consumo total
DA	Demanda agregada
DEXT	Demanda externa
DINT	Demanda interna
EO	Errores y omisiones
IPUB	Inversión del sector público
OA	Oferta agregada
PIB	Producto interno bruto
T	Impuestos indirectos
TC	Tipo de cambio
VRI	Variación en las reservas internacionales
YPD	Ingreso personal disponible real

¹Todas las variables están en términos reales (1993=100). El INPC es un índice, CETES es una tasa de crecimiento anual, TC está en pesos por dólar y el resto de variables se encuentra en millones de pesos.

²En el MMicMex esta variable y las anteriores son endógenas, las que le siguen son exógenas.

C.2. *Estimación inicial de las ecuaciones de comportamiento del modelo.*

- *Consumo privado.*

$$L(\text{CPR})=3.7740+0.8109L(\text{YPD})-0.0519\text{CETES}$$

(4.2453) (19.6174) (-5.7078)

$$R^2=0.9552$$

$$\text{DW}=1.4428$$

$$\text{ML}(1)=4.1273 (0.0422)$$

$$\text{ML}(2)=21.6684 (0.0000)$$

$$\text{WHITE}=8.2847 (0.1412)$$

$$\text{WHITENC}=2.1276 (0.0470)$$

$$\text{ARCH}(1)=6.5232 (0.0107)$$

$$\text{ARCH}(2)=7.9814 (0.0185)$$

$$\text{JB}=0.4364 (0.8040)$$

$$\text{RESET}(1)=5.3390 (0.0209)$$

$$\text{RESET}(2): \text{Matriz no singular}$$

$$\text{CHOWB}=1.0178 (0.3911)$$

$$\text{CHOWF}=34.7396 (0.3850)$$

El primer problema que se optó por solucionar en esta ecuación, independientemente del valor de los estadísticos de las demás pruebas de diagnóstico, es el de la presencia de autocorrelación (DW y ML). Para hacerlo, se decidió incorporar como variable predeterminada el primer rezago del consumo privado y posteriormente, debido al comportamiento estacional de la misma, se incorporó el cuarto.

- *Inversión privada.*

$$L(\text{IPR})=-5.7795+1.2102L(\text{PIB})-0.1088L(\text{CETES})$$

(-3.4495) (15.5344) (-6.3424)

$$R^2=0.9399$$

$$\text{DW}=0.6709$$

$$\text{ML}(1)=29.2026 (0.0000)$$

$$\text{ML}(2)=29.2026 (0.0000)$$

$$\text{WHITE}=13.4479 (0.01952)$$

$$\text{WHITENC}=13.3618 (0.0096)$$

$$\text{ARCH}(1)=18.7057 (0.0000)$$

$$\text{ARCH}(2)=19.1416 (0.0000)$$

$$\text{JB}=4.5086 (0.1049)$$

$$\text{RESET}(1)=7.0411 (0.0080)$$

$$\text{RESET}(2)=12.3531 (0.0021)$$

$$\text{CHOWB}=25.31193 (0.0000)$$

$$\text{CHOWF}=92.5048 (0.0000)$$

En esta ecuación sólo se satisface el supuesto de normalidad. Todos los demás estadísticos muestran que existen problemas de autocorrelación, heteroscedasticidad, heteroscedasticidad condicional autorregresiva, etc. El análisis del comportamiento de la inversión privada y de su correlograma llevó a la incorporación de su cuarto rezago como variable predeterminada en esta ecuación. Posteriormente se agregaron también los correspondientes a las otras variables explicativas, en seguida después de una prueba Wald sobre los coeficientes de YPD y de CETES, se logró la especificación final.

- *Importaciones.*

$$L(IMPO) = -15.8319 - 0.3883L(YPD) + 2.0102L(CPR) + 0.2030TC - 0.3443INPC$$

(-3.4518) (-1.0220) (7.1262) (14.1702) (-6.9073)

En los resultados de esta ecuación estimada se debe observar en primer lugar que los signos de las variables YPD, TC e INPC no son los esperados y por tanto, no se tiene consistencia teórica en la misma. En segundo lugar, hay que notar que desde un punto de vista estadístico, el coeficiente de YPD no es significativo, mientras que los asociados a las demás variables sí lo son. Dado lo anterior, se procedió a reespecificar la ecuación. Después de probar varias alternativas, se decidió eliminar la variable no significativa (YPD) e incorporar rezagos de primer orden del TC, del INPC y de la misma IMPO.¹

- *Exportaciones.*

$$EXPO = 34437426 - 0.0136YPD + 1.1116IMPO + 531410.3TC + 2078172INPC$$

(5.2834) (-1.9708) (17.5687) (0.8464) (1.2099)

Al igual que la ecuación de importaciones que representa parte de las actividades de comercio exterior, la de exportaciones tampoco presenta consistencia teórica debido al signo del INPC. Además, como el parámetro estimado de esa variable no es significativo se procedió a su eliminación, hecho que junto con la incorporación de un rezago del TC, mejora la significancia estadística del YPD.

- *Saldos monetarios reales.*

$$L(M1) = 0.8506L(YPD) - 0.1715L(CETES) - 0.9788L(INPC)$$

(249.76) (-7.9916) (-82.0337)

$$R^2 = 0.9968$$

$$DW = 0.7819$$

$$ML(1) = 25.2194 (0.0000)$$

$$ML(2) = 25.7721 (0.0000)$$

$$WHITE = 11.7750 (0.2263)$$

$$WHITENC = 10.3509 (0.1106)$$

$$ARCH(1) = 11.8422 (0.0006)$$

$$ARCH(2) = 11.6430 (0.0030)$$

$$JB = 9.7650 (0.0076)$$

$$RESET(1) = 1.0241 (0.3115)$$

$$RESET(2) = 5.1759 (0.0752)$$

$$CHOWB = 3.2731 (0.3514)$$

$$CHOWF = 190.5681 (0.0000)$$

Los resultados de la estimación de esta ecuación muestran violación a ciertos supuestos, ya que se presentan problemas de autocorrelación, heteroscedasticidad condicional autorregresiva, no normalidad del término estocástico, entre otros. Con el propósito de solucionar

¹ Es importante señalar que no tiene sentido efectuar las pruebas de diagnóstico cuando la ecuación estimada no satisface las condiciones planteadas en el marco teórico establecido en la sección 6.2. y reformulado en la 8.2.2. en términos de las variables empíricas.

esta situación, se incorporó el primer rezago de la variable endógena y en seguida, se sustituyeron los logaritmos de las variables predeterminadas por las mismas en niveles.

- *Producción.*

$$L(\text{PIB})=9.0809+0.3765L(\text{IPR})+0.4817L(\text{EMP})$$

(23.4058)(9.4335) (18.8870)

Esta ecuación estimada no es consistente con el marco teórico ya que no es de rendimientos constantes a escala. Por tal razón, primero se debe imponer la condición de que los coeficientes de las variables sumen la unidad y posteriormente efectuar la evaluación econométrica.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

C.3. Propensiones marginales y elasticidades.

Las definiciones de la propensión marginal y de la elasticidad son:

$$PM = \frac{\partial y}{\partial x}$$

y

$$E = \frac{\frac{\partial y}{y}}{\frac{\partial x}{x}} = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \left(\frac{x}{y} \right),$$

de manera respectiva.

- *Función lineal:* $y = \alpha_0 + \beta x$.

$$PM = \beta.$$

$$E = \beta \frac{x}{y}.$$

- *Función logarítmica:* $L(y) = L(\alpha_0) + \beta L(x)$.

$$PM = \beta \frac{y}{x}.$$

$$E = \beta.$$

- *Función Lineal-Log:* $y = L(\alpha_0) + \beta L(x)$.

$$PM = \frac{\beta}{x}.$$

$$E = \frac{\beta}{y}.$$

- *Función Log-Lineal:* $L(y) = \alpha_0 + \beta x$.

$$PM = \beta y.$$

$$E = \beta x.$$

Bibliografía.

- Aceituno, G. y J. Máttar, (1984). "Modelos macroeconómicos en México: un análisis comparativo.", en CIDE *Economía Mexicana. Serie Temática 2*, pp. 75-96. CIDE.
- Amieva-Huerta, J., (1985). "Aspectos teóricos de un modelo macroeconómico para la economía mexicana.", *El Trimestre Económico* 205. FCE.
- Aspe, P. y C. Jarque, (1985). "Expectativas racionales: un modelo macroeconómico para la economía mexicana.", *El Trimestre Económico* 205. FCE.
- Aspe, P., (1993). *El camino mexicano a la transformación económica*. FCE.
- Aznar, A. y F. J. Trávez, (1993). *Métodos de predicción en economía (I). Fundamentos Input-Output, modelos econométricos y métodos no paramétricos de series temporales*. Ariel Economía.
- Banco de México. *Información financiera y económica. Indicadores económicos y financieros*. www.banxico.org.mx
- Banco de México. *Información financiera y económica. Cuadernos de información económica*. www.banxico.org.mx
- Barro, R. J. y X. Sala-i-Martin, (1995). *Economic Growth*. Advanced Series in Economics, McGraw-Hill.
- Beltrán del Río, A., (1973). *A Macroeconomic Forecasting Model for Mexico: Specification and Simulations*. Phd Thesis. University of Pennsylvania.
- Beltrán del Río, A. et al, (1991). *Macroeconomic Model Building of Latin American Countries, 1965-1985*. Bodkin.
- Calvo, G. A., (1986). "Temporary Stabilization: Predetermined Exchange Rates.", *Journal of Political Economy* 94, pp. 1319-1329.
- Castro, C., Loria E. y M. A. Mendoza, (2000). *EUDOXIO. Modelo Macroeconómico de la Economía Mexicana*. Facultad de Economía, UNAM.
- CIDE, (1984). "MODEM. Modelo macroeconómico.", *Economía Mexicana. Serie Temática 2*. CIDE.
- Chiang, A., (1992). *Elements of Dynamic Optimization*. McGraw-Hill.
- Clavijo, F. (1976). "Desarrollo y perspectivas de la economía mexicana en el corto plazo. Un modelo econométrico trimestral.", *El Trimestre Económico* 172. FCE.

- Clavijo, F. y S. Valdivieso, (2000). "Reformas estructurales y política macroeconómica: El caso de México 1982-1999.", *Serie Reformas Económicas*, CEPAL.
- Clower, R. W., (1967). "A Reconsideration of the Microeconomics Foundations of Monetary Theory.", *Wester Economic Journal* 6, pp. 1-8.
- Economía Aplicada, S. C., (1984). *Bases analíticas para la construcción de GALILEO, un modelo multisectorial dinámico de la economía mexicana*. Economía Aplicada, S. C.
- Gilbert, C. L., (1986). "Professor Hendry's Econometric Methodology." en C. W. J. Granger (1990), *Modelling Economic Series*. Oxford University Press.
- Gould, J. P., (1968). "Adjustment Costos in the Theory of Investment of the Firm.", *The Review of Economic Studies* 35, pp. 47-56.
- Granger, C. W. J., (1990). *Modelling Economic Series*. Oxford University Press.
- Hayashi, F., (1982). "Tobin's Marginal q and Average q : A Neoclassical Interpretation.", *Econometrica* 50, pp. 213-224.
- Hernández L. E., (2000). "Productividad y empleo en la apertura económica de México.", *El Trimestre económico* 265, pp 121-153. FCE.
- Ibarra, D., (1970). *Un modelo de política económica para México*. División de Estudios Superiores de la Escuela Nacional de Economía, UNAM.
- INEGI. Banco de información económica. www.inegi.mx
- Intriligator, M., (1990). *Modelos econométricos, técnicas y aplicaciones*. FCE.
- Judge, G. G. et al, (1985). *The Theory and Practice of Econometrics*. John Wiley & Sons.
- Kamien, M. I. y N. L. Schwartz, (1991). *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Managment*. Advanced Textbooks in Economics. 2a. ed. North Holland.
- Lago, R., (1991). "Programación financiera y política macroeconómica: un modelo financiero de la economía mexicana.", CEMLA.
- Léonard, D. y N. Van-Long, (1994). *Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics*. Cambridge University Press.
- Lucas, R. E. Jr., (1967). "Adjustment Costs and the Theory of of Supply.", *The Journal of Political Economy* 75, pp. 321-334.
- Lucas, R. E. (1976). "Econometric Policy Analysis: A critique." en K. Brunner y A. Meltzer (1976), *Philliphs: Curve and Labor Markets*. North Holland.

- Maddala, G. S., (1977). *Econometrics*. McGraw-Hill.
- Maddala, G. S., (1996). *Introducción a la Econometría*. Prentice Hall.
- Muth, J. F., (1961) "Rational Expectations and the Theory of Price Movements.", *Econometrica* 29, pp. 315-335.
- Pagan, A. R., (1987). "Three econometric methodologies: A critical appraisal." en C. W. J. Granger (1990), *Modelling Economic Series*. Oxford University Press.
- Pindyck, R. S. y D. L. Rubinfeld (1991). *Econometrics Models and Economic Forecasts*. McGraw-Hill.
- Plata, L. y L. A. Ruiz, (1997). "Notas sobre la evolución del análisis cuantitativo: econometría y métodos alternativos.", *Gaceta de Economía* 2. ITAM.
- Ramsey, F. P., (1928). "A Mathematical Theory of Saving.", *Economic Journal* 38, pp. 543-559.
- Ruiz L. A. y F. Venegas, (2002). "Microfundamentos del modelo clásico y su extensión a una economía abierta.", en prensa.
- Sargent, T. J., (1987). *Macroeconomic Theory*, 2a. ed. Academic Press.
- Secretaría de Hacienda y Crédito Público, (1979). *Aspectos dinámicos de la economía mexicana. Un modelo macroeconómico*. SHCP.
- Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial, (1982). *El modelo industrial de México*. SPFI.
- Secretaría de Programación y Presupuesto (1980). *Plan global de desarrollo. 1980-1982*. Anexo 2. SPP.
- Sidrauski, M., (1967). "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy.", *American Economic Review* 57, pp. 534-544.
- Spanos, A., (1986). *Statistical foundations of econometric modelling*. Cambridge University Press.
- Spanos, A., (1988). "Towards a Unifying Methodological Framework for Econometric Modelling.", *Economic Notes, Sienna* 1, pp. 1-28.
- Theil, H., (1971). *Principles of Econometrics*. John Wiley & Sons.
- Turnovsky, S. J., (1999). *International Macroeconomic Dynamics*, MIT Press.
- Turnovsky, S. J., (2000). *Methods of Macroeconomic Dynamics*, 2a. ed., MIT Press.

Urzúa, C. M., G. Esquivel, L. M. Lagunes y J. L. de la Cruz. *Proyecto ECONOMEXICO 1. Un espacio de acercamiento para la comprensión de la Macroeconometría*. Centro de Estudios Económicos, COLMEX.

Wengel, J. T., K. S. Chalapati Rao y H. Visser, (2000). "Lecciones de las crisis mexicanas para Corea.", *El Trimestre económico* 265, pp. 27-40. FCE.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN