

01129
8



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

“ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE LA MAQUINA SINCRONA EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO ELECTRICO-ELECTRÓNICO

PRESENTA

VICTOR IVAN BAEZ RAMON



DIRECTOR DE TESIS: ING. HUGO ALFREDO GRAJALES ROMAN

MÉXICO, D.F.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2003

A



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres y hermanos:

Por enseñarme a luchar por mis metas y por compartir el esfuerzo por conseguirlas.
Felicidades, el triunfo es suyo.

Al Bloque 6:

Por mostrarme la importancia de la amistad en la lucha y la trascendencia de aprender de los demás.

A la UNAM:

Por la oportunidad de ser parte de su gran historia y enseñarme que la verdadera superioridad la da el conocimiento.

*"Honroso, pero duro, es poseer muchas virtudes...
El hombre es algo que debe ser superado;
por eso debes de amar a tus virtudes,
pues sucumbirás ante ellas"*

F. Nietzsche

INDICE

	Pag.
INTROUCCION	1
CAPITULO 1	
ESTUDIO DE LA MAQUINA SINCRONA.	
1.1 Descripción de la máquina síncrona	2
1.2 Dinámica del rotor del generador	7
1.2.1 Ecuación de oscilación	7
1.2.2 Análisis en el dominio de la frecuencia	11
1.3 Teoría matemática de la maquina síncrona	15
1.4 Transformación de Park	20
1.4.1 Análisis de la máquina síncrona por transformada de Park	20
1.4.2 Expresiones para los encadenamientos de flujos según Park	25
1.4.3 Ecuaciones de circuito en termino de las variables de Park	25
1.4.4 Prueba de las expresiones de Park	27
1.5 Diagramas vectoriales de la máquina síncrona (estado estable)	33
1.6 Modelos analógicos de máquina síncrona	41
CAPITULO 2	
REGULADORES DE VELOCIDAD.	
2.1 Operación de los reguladores de velocidad	44
2.2 Función de transferencia de un regulador de velocidad	48
2.2.1 Representación de plantas	48
2.2.2 Ecuaciones de transferencia	49

**CAPITULO 3
CONDICIONES OPERACIONALES DE LOS
SISTEMAS DE POTENCIA.**

3.1 Comportamiento de los sistemas de potencia después de un disturbio	82
3.1.1 Redistribución de la carga eléctrica de la máquina	82
3.1.2 Redistribución de la potencia de salida de la máquina	83
3.1.3 Respuesta del regulador de tensión y del regulador de velocidad	83
3.2 Disturbios eléctricos en los sistemas de potencia	84
3.2.1 Cambios bruscos de la carga	84
3.2.2 Cambios en la excitación en la máquina síncrona	85
3.2.3 Fallas eléctricas	88
3.3 Transferencia de potencia	100
3.3.1 Ecuación de ángulo de potencia	100
3.3.2 Análisis en estado transitorio: Criterio de áreas iguales	103
3.3.3 Ejemplo para criterio de áreas iguales	106

**CAPITULO 4
MODELACION DE PLANTAS Y SIMULACIONES.**

4.1 Justificación del uso de <i>MATLAB</i> como herramienta de simulación	110
4.2 Simulación de la dinámica de la máquina síncrona en un sistema de potencia	114

CONCLUSIONES	125
---------------------	------------

BIBLIOGRAFIA	127
---------------------	------------

INTRODUCCION

INTRODUCCION

Durante la historia de la humanidad gran parte de su desarrollo se ha basado en los avances tecnológicos alcanzados, los cuales de forma general están enfocados a satisfacer las necesidades de la gente. De este modo, el avance tecnológico provoca cambios en la forma de vida de la sociedad y del medio ambiente en el que interviene, con lo que no solo satisface necesidades, sino que también transforma y modifica.

Sin lugar a dudas, uno de los parte aguas en el desarrollo tecnológico se ubica con el uso de la energía eléctrica. En nuestra actualidad el mundo es inconcebible sin el uso de esta energía. Es así como la electricidad es el motor de nuestras industrias, la luz de nuestras casas y calles, la energía para nuestras computadoras etc. Nadie en estos tiempos puede negar la importancia de la energía eléctrica como ese gran motor que mueve a la mayoría de la tecnología de nuestra época y sin la cual sería imposible seguir desarrollando nuestro futuro.

Por todo lo anterior la generación de la energía eléctrica es uno de los factores de mayor relevancia en el desarrollo de nuestra vida diaria, tanto a nivel individual como a nivel colectivo. Así pues, dentro del amplio campo de estudio de los sistemas de potencia, uno de los tópicos de mayor importancia es lo referente a los sistemas que permiten generar esta energía. De esta forma, dentro de los sistemas de generación eléctrica encontramos a la máquina síncrona como el elemento que en si mismo es el productor de esta energía, y la cual en conjunto con los sistemas motrices de la misma y los controladores de voltaje y velocidad, trabajan con el fin de generar la electricidad que demandan los sistemas de potencia y la sociedad en general.

Es así como el objetivo de este trabajo es el de desarrollar los conceptos electromecánicos que rigen el funcionamiento de la máquina síncrona, así como también el mostrar y analizar el desempeño de la misma dentro de los sistemas de generación eléctrica, poniendo énfasis en las condiciones y fenómenos que mayormente se presentan en la operación y uso de los sistemas de potencia, de tal modo que podamos identificar y conocer los parámetros de funcionamiento que intervienen en el diseño de los elementos y sistemas de control y protección que nos garanticen tener redes y sistemas eléctricos confiables y de calidad.

TESIS CON
FALSA DE ORIGEN

CAPITULO 1

ESTUDIO DE LA MAQUINA SINCRONA

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

CAPITULO 1

ESTUDIO DE LA MAQUINA SINCRONA

1.1 Descripción de la máquina síncrona

Una máquina síncrona es una máquina de corriente alterna cuya velocidad bajo condiciones de estado estable es proporcional a la frecuencia de la corriente en su armadura. El campo magnético que crean las corrientes de armadura gira a la misma velocidad que el que crea la corriente de campo en el rotor (que gira a la velocidad síncrona), produciendo un par estacionario.

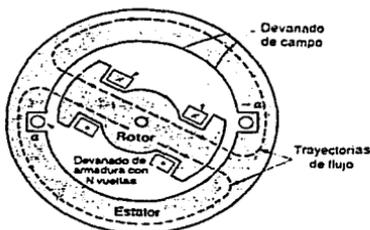
La ley de Faraday, $e = \frac{d\lambda}{dt}$ describe en forma cuantitativa la inducción de voltajes mediante un campo magnético variable en el tiempo. La conversión electromagnética de energía se lleva a cabo cuando el cambio de flujo se asocia con el movimiento mecánico. En las máquinas rotatorias los voltajes se generan en devanados o grupos de bobinas al hacerlos girar mecánicamente a través de un campo magnético, al hacer girar en forma mecánica un campo magnético que pasa por los devanados, o diseñando el circuito magnético de tal manera que la reluctancia varíe con la rotación del rotor. Mediante cualquiera de esos métodos se hace variar de forma cíclica el flujo que enlaza una bobina dada, y se genera un voltaje variable en el tiempo. Al grupo de bobinas como las descritas, e interconectadas de modo que sus voltajes generados contribuyan positivamente al resultado deseado, se llama *devanado de armadura*, normalmente colocadas en el estator.

En general las bobinas se arrollan sobre un núcleo de hierro. Esto se hace para aumentar al máximo el acoplamiento entre las bobinas, para aumentar la densidad de energía magnética asociada con la interacción electromecánica, y para conformar y distribuir los campos magnéticos de acuerdo con los requisitos de cada diseño determinado de máquina. Ya que el hierro de la armadura está sujeto a un flujo magnético variable en el tiempo, se inducen en él corrientes parásitas. Para reducir al mínimo esta pérdida por corrientes parásitas, el hierro de la armadura está constituido de laminaciones delgadas. El circuito magnético se completa a través del hierro del rotor de la máquina, y se pueden colocar bobinas de excitación, o *devanados de campo*, como fuentes de flujo magnético. En las máquinas de reluctancia variable no hay devanados en el rotor, y el funcionamiento depende de la no uniformidad de la reluctancia en el entrehierro, asociada con las variaciones en la posición del rotor.

Se pueden adquirir ideas preliminares de la acción-generador al describir el voltaje inducido por la armadura en un generador síncrono de ca mucho muy simplificado, como el que aparece en la figura 1.1. Con raras excepciones el devanado de la armadura de una máquina síncrona está en el estator, y el devanado de campo en el rotor. El devanado de campo se excita mediante corriente directa, que se lleva a través de las *escobillas* de carbón, que descansan sobre *anillos deslizantes* o *anillos colectores*. Los factores constructivos en general determinan esta ubicación de los dos devanados: es conveniente tener un devanado de baja potencia en el rotor. El devanado de la armadura, que consta en este caso de una sola bobina de N vueltas o espiras, se indica en sección transversal

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

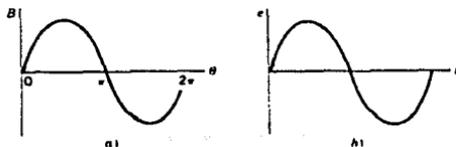
mediante los dos lados de la bobina, a y $-a$, diametralmente opuestos dentro de las ranuras angostas en la periferia interior del estator de la figura 1.1. Los conductores que forman dichos lados de bobina son paralelos al eje de la máquina y están conectados en serie mediante conexiones en los extremos (que no aparecen en la figura). El rotor gira a una velocidad constante mediante una fuente de energía mecánica conectada en su eje. En forma esquemática se indican las trayectorias de flujo mediante líneas punteadas.



Generador sincrónico elemental.

[Figura 1.1]

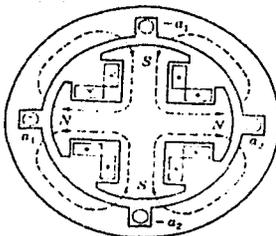
En la figura 1.2 *a* se muestra una distribución radial idealizada de la densidad de flujo B en el entrehierro, como función del ángulo espacial θ por la periferia del entrehierro. La onda de densidad de flujo en las máquinas reales se puede aproximar a una distribución senoidal mediante una conformación adecuada de las caras polares. Cuando gira el rotor la onda de flujo barre los lados a y $-a$ de la bobina. El voltaje de bobina resultante (figura 1.2 *b*) es una función variable en el tiempo que tiene la misma forma de onda que la distribución espacial de B . El voltaje de la bobina pasa por un ciclo completo de valores por cada revolución de la máquina de dos polos de la figura 1.1. Su frecuencia en ciclos por segundo (hertz) es la misma que la velocidad del rotor en revoluciones por segundo, es decir, la frecuencia eléctrica está sincronizada con la velocidad mecánica, y es la razón del nombre de la máquina sincrónica. Así, una máquina sincrónica de dos polos debe de girar a 3600 rpm para producir un voltaje de 60 Hz.



[Figura 1.2]

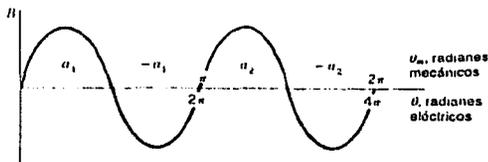
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Una gran cantidad de máquinas síncronas tienen más de dos polos. Como ejemplo específico, la figura 1.3 muestra un alternador elemental monofásico de cuatro polos.



[Figura 1.3]

Las bobinas de campo están conectadas de tal modo que los polos tienen polaridad alterna. Hay dos longitudes de onda completas, o ciclos, en la distribución de flujo alrededor de la periferia como se ve en la figura 1.4. El devanado de la armadura consiste ahora en dos bobinas, a_1 , $-a_1$ y a_2 , $-a_2$ conectadas en serie mediante sus conexiones extremas. El espaciamiento de cada bobina es la mitad de la longitud de onda del flujo. El voltaje generado pasa ahora por dos ciclos completos por cada revolución del rotor. La frecuencia f en hertz es por lo tanto el doble de la velocidad en revoluciones por segundo.



[Figura 1.4]

Cuando una máquina tiene más de dos polos, es conveniente concentrarse en un par determinado de polos y reconocer que las condiciones eléctricas, magnéticas y mecánicas, asociadas con los demás pares de polos, son repetitivas con respecto a las del par de polos que se considera. Por este motivo es conveniente expresar a los ángulos en *grados eléctricos* o en *radianes eléctricos*, más que en unidades mecánicas. Un par de polos, o un ciclo de distribución de flujo, en una máquina con P polos es igual a 360 grados eléctricos o

2π radianes eléctricos. Como hay $P/2$ longitudes de onda completas o ciclos en una revolución completa se tiene que,

$$\theta = \frac{P}{2} \theta_m \dots (1.1.1)$$

donde θ es el ángulo en unidades eléctricas, y θ_m es el ángulo mecánico. El voltaje de bobina en una máquina de P polos pasa por un ciclo completo cada vez que pasa a un par de polos, es sea $P/2$ veces cada revolución. La frecuencia de la onda de voltaje es, por consiguiente,

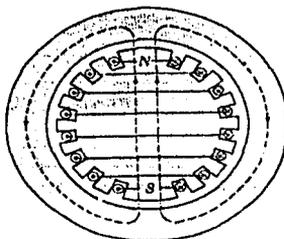
$$f = \frac{P}{2} \frac{n}{60} \text{ Hz} \dots (1.1.2)$$

siendo n la velocidad mecánica en revoluciones por minuto y $n/60$ la velocidad en revoluciones por segundo. La frecuencia ω de la onda de voltaje en radianes por segundo es:

$$\omega = \frac{P}{2} \dot{\omega}_m \dots (1.1.3)$$

siendo ω_m la velocidad mecánica en radianes por segundo.

Los rotores que se muestran en las figuras 1.1 y 1.3 tienen *polos salientes* o proyectantes, es decir, polos con *devanados concentrados*. La figura 1.5 muestra en forma esquemática un rotor *cilíndrico* o *sin polos salientes*. El devanado de campo es un *devanado distribuido* colocado en ranuras y dispuestos para producir un campo de dos polos, aproximadamente senoidal.



Devanado de campo en un rotor cilíndrico elemental de dos polos.

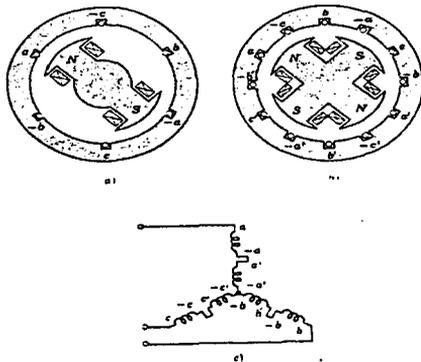
[Figura 1.5]

La razón para que algunos generadores síncronos tengan estructuras de rotor de polos salientes y otros tengan rotores cilíndricos se puede comprender con ayuda de la ecuación

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(1.1.2). La mayor parte de los sistemas de potencia en Estados Unidos trabajan a una frecuencia de 60 Hz. Una construcción de polos salientes es característica de los generadores hidroeléctricos, debido a que las turbinas hidráulicas trabajan a velocidades relativamente bajas y tienen relativamente un número grande de polos para producir la frecuencia deseada; la construcción con polos salientes está mecánicamente mejor adaptada a esta situación. Sin embargo las turbinas de vapor y las de gas trabajan a velocidades relativamente altas, y los alternadores impulsados por turbina o turbogeneradores son comúnmente de dos o cuatro polos de rotor cilíndrico.

Con muy pocas excepciones, los generadores síncronos son máquinas trifásicas, debido a las ventajas que tienen los sistemas trifásicos para la generación, transmisión y utilización intensiva de energía. Para la producción de un conjunto de tres voltajes desfasados 120 grados eléctricos en el tiempo, es lógico que se deben de usar un mínimo de tres bobinas con fase desplazada 120 grados eléctricos en el espacio. En la figura 1.6 *a* se muestra una máquina trifásica elemental de dos polos con una bobina por fase. Las tres fases se identifican mediante las letras *a*, *b* y *c*. En una máquina elemental de cuatro polos, se debe emplear un mínimo de dos conjuntos de bobinas, como se muestra en la figura 1.6 *b*; en una máquina elemental de *P* polos se deben de usar *P/2* conjuntos de bobinas. Las dos bobinas en cada fase de la figura 1.6 *b* están conectadas en serie para que sus voltajes se sumen, y las tres fases se pueden conectar en estrella o en delta. La figura 1.6 *c* muestra cómo se pueden interconectar las bobinas para formar una conexión en estrella.



[Figura 1.6]

Cuando un generador síncrono suministra energía eléctrica a una carga, la corriente de armadura crea una onda de flujo magnético en el entrehierro, que gira a la velocidad síncrona. Este flujo reacciona con el flujo creado por la corriente del campo y se provoca un par electromagnético de la tendencia a alinearse que tienen estos dos campos

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

magnéticos. En un generador este par se opone al giro, y la máquina de impulsión debe de suministrar el par mecánico para sostener la rotación. Este par electromagnético es el mecanismo mediante el cual el generador síncrono convierte la energía mecánica en energía eléctrica

1.2 Dinámica del rotor del generador

1.2.1 Ecuación de Oscilación

Bajo condiciones normales de operación, la posición relativa del eje del rotor y la del eje del campo magnético es fija. El ángulo entre estos dos ejes, es lo que se conoce como el ángulo de carga o ángulo de par; y se denota por δ , dependiendo su valor de la carga de la máquina. Entre mayor es la carga, mayor es el ángulo de esta.

Si alguna carga se agrega o se quita del eje de la máquina síncrona; el rotor se desacelera o se acelera, con respecto a la velocidad de rotación del campo del estator, y se inicia de esta manera un movimiento relativo. La ecuación que describe este movimiento relativo del rotor, con respecto al eje del campo del estator, como una función del tiempo; se conoce como ecuación de oscilación.

Si T_m representa al par del eje, y T_e al par electromagnético; y si se consideran como positivos para el generador, el par neto que produce la aceleración, es:

$$T_a = T_m - T_e \dots (1.2.1)$$

El valor de T_a es positivo si el par de entrada en el eje, es mayor que el par electromagnético de salida. Una relación similar se presenta para las potencias:

$$P_a = P_m - P_e \dots (1.2.2)$$

donde,

$$P_a = \text{potencia de aceleración}$$

Dado que una máquina síncrona es un cuerpo rotatorio (en su rotor), se aplican las leyes de la mecánica también, y como se sabe la potencia es igual al par premultiplicado por la velocidad angular, lo cual nos queda de la siguiente forma:

$$P_a = T_a \omega \dots (1.2.3)$$

Si tenemos que el par es:

$$T_a = I\alpha \dots (1.2.4)$$

donde,

$$I : \text{momento de inercia en kg-m}^2$$

$$\alpha : \text{aceleración angular de la máquina}$$

$$\text{en rad/seg}$$

Ahora, definiendo al momento angular como:

$$M = I\omega \dots (1.2.5)$$

donde,

ω : velocidad angular en radianes mecánicos por segundo (rad/seg), es decir,

$$\omega = \frac{2\pi N_s}{60}$$

N_s : velocidad síncrona de la máquina en RPM

M : está expresado en Joule-seg/radianes mecánicos, en términos eléctricos

$$\frac{\text{numero de radianes eléctricos / grado}}{\text{numero de polos}} = \frac{\text{numero de radianes mecánicos/grado}}{\text{numero de polos}}$$

Si M se expresa en Joule-seg/rad eléctrico, cuando ω está en radianes mecánicos por segundo, entonces:

$$M = I\omega / \text{numero de pares de polos}$$

Si M se expresa en Joule-seg/grado eléctrico, entonces:

$$M = I\omega / \text{numero de pares de polos a } 57.32^\circ$$

$$1 \text{ radian} = 57.32^\circ$$

Como ya se menciona M se conoce como el momento angular, y se expresa en términos de mega-Joule-segundo por grado eléctrico, si P_a se expresa en megawatts, y α en grados eléctricos por segundo al cuadrado. Ahora bien, la aceleración angular se puede expresar en términos de la posición angular del rotor, como:

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} \dots (1.2.6)$$

donde el ángulo θ cambia continuamente con respecto al tiempo, cuando ocurre un cambio brusco en el sistema. El valor de θ esta dado por :

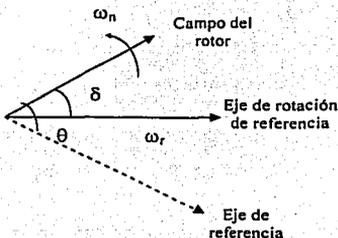
$$\theta = \omega_s t + \delta \dots (1.2.7)$$

donde:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ω_r : velocidad angular del eje de referencia,
girando a la velocidad de sincronismo

δ : desplazamiento angular en grados eléctricos
con respecto al eje de referencia que gira
a la velocidad de sincronismo



[Figura 1.7]

Si se deriva la ecuación (1.2.7) tenemos que :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r + \frac{d\delta}{dt} \dots (1.2.8)$$

Obteniendo la segunda derivada queda:

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \dots (1.2.9)$$

Sustituyendo la ecuación (1.2.9) en la ecuación (1.2.4) tenemos que:

$$T_a = I \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Ahora, multiplicamos esta última expresión por ω tenemos que:

$$T_e \omega = I \omega \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

Finalmente, si relacionamos esta última ecuación con las ecuaciones (1.2.3) y (1.2.5) nos queda que,

$$P_u = M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \dots (1.2.10)$$

de donde esta última expresión se conoce como la ecuación de oscilación. A la velocidad síncrona nominal M es conocida como constante de inercia de la máquina con unidades de:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Megajoule - Segundo} \\ \text{° Eléctricos} \end{array} \right]$$

Si trabajamos el sistema por unidad (P.U), podemos definir lo siguiente:

$$H_{p.u} = \frac{M}{2} \left(\frac{2\pi f_n}{G} \right) = 2\pi f_n \left(\frac{M}{2} \right) \dots (1.2.11)$$

donde,

G : capacidad nominal de la máquina en MVA

M : constante de inercia en p.u

De la ecuación (1.2.11) despejamos M :

$$M = \frac{2H}{2\pi f_n}$$

por lo que podemos escribir nuestra ecuación de oscilación como:

$$\frac{2H}{2\pi f_n} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \dots (1.2.12)$$

Ahora bien, como $P = T\omega$ y $\omega = 1$ (velocidad nominal en p.u), la ecuación de oscilación nos queda como:

$$\frac{2H}{2\pi f_n} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = T_m - T_e \dots (1.2.13)$$

donde,

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\begin{aligned}
 [H] &= \begin{bmatrix} KW - seg \\ KVA \end{bmatrix} \\
 [f_n] &= [Hertz] \\
 [\delta] &= [radianes] \\
 [t] &= [segundos] \\
 [T] &= [p.u]
 \end{aligned}$$

Ahora, haciendo que,

$$\tilde{M} = 2H$$

y

$$\omega_n = 2\pi f_n$$

donde \tilde{M} es conocido como coeficiente de inercia o coeficiente del par de aceleración, la ecuación (1.2.13) nos queda como:

$$\tilde{M} \frac{d^2\delta}{dt^2} = T_m - T_e \dots (1.2.14)$$

A la ecuación de oscilación se le pueden agregar los términos de amortiguamiento y de sincronización obteniendo esta última ecuación:

$$\tilde{M} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_n} \frac{d\delta}{dt} + T_e = T_m \dots (1.2.15)$$

1.2.2 Análisis en el dominio de la frecuencia

A partir de nuestra ecuación;

$$\tilde{M} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_n} \frac{d\delta}{dt} + T_e = T_m$$

para cambios muy pequeños, podemos tener en forma lineal,

$$\begin{aligned}\delta &= \delta_0 + \Delta\delta \\ T_v &= T_{v0} + \Delta T_v \\ T_m &= T_{m0} + \Delta T_m\end{aligned}$$

lo que convierte nuestra ecuación en:

$$\frac{\dot{M}}{\omega_0} \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\Delta\delta}{dt} + \Delta T_v = \Delta T_m \dots (1.2.16)$$

Para linealizarla respecto a ΔT_v , podemos decir que,

$$\Delta T_v = T \Delta\delta$$

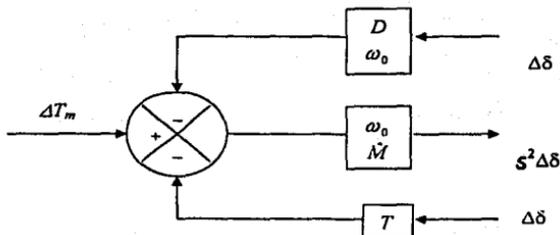
Aplicando la transformada de Laplace a (1.2.16) tenemos que:

$$\frac{\dot{M}}{\omega_0} s^2 \cdot \Delta\delta + \frac{D}{\omega_0} s \cdot \Delta\delta + T \cdot \Delta\delta = \Delta T_m \dots (1.2.17)$$

Despejando $s^2 \cdot \Delta\delta$,

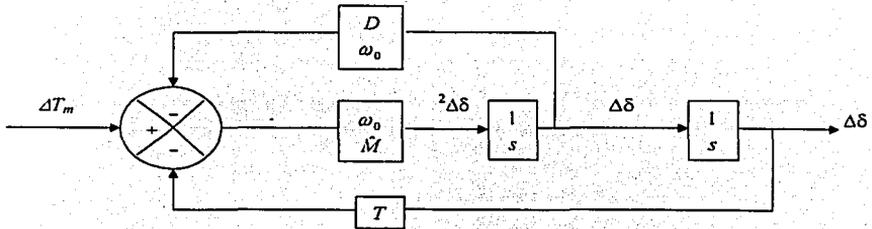
$$s^2 \cdot \Delta\delta = \left(\Delta T_m - \frac{D}{\omega_0} s \cdot \Delta\delta - T \cdot \Delta\delta \right) \frac{\omega_0}{\dot{M}} \dots (1.2.18)$$

lo cual puesto en diagramas de bloques es:

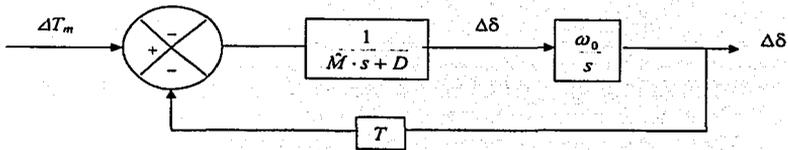


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Cerrando mallas tenemos:



Reacomodando bloques y simplificando,



Finalmente la función de transferencia es:

$$\Delta T_m \longrightarrow \boxed{\frac{\omega_0}{\bar{M} \cdot s^2 + Ds + \omega_0 \cdot T}} \longrightarrow \Delta \delta$$

Las raíces del polinomio característico son dividiendo entre $2\bar{M}$:

$$S_{1,2} = -\frac{D}{2\bar{M}} \pm \left(\frac{D}{2\bar{M}} \right)^2 - \frac{\omega_0 \cdot T}{\bar{M}} \dots (1.2.18)$$

TESIS CON
FOLIA DE ORIGEN

De esta forma podemos analizar tres casos de solución dependiendo del valor de D . Así tenemos lo siguiente:

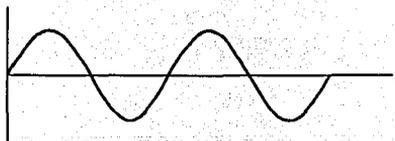
Si $D = 0$,

$$S_{1,2} = \pm j \frac{T\omega_0}{M}$$

Por lo que el sistema es estable sin amortiguamiento, es decir:

$$\omega_n = \frac{T\omega_0}{M}$$

Estable sin amortiguamiento



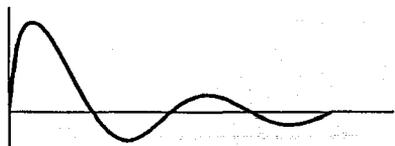
[Figura 1.8]

Si $D > 0$,

$$S_{1,2} = -\frac{D}{2M} \pm j \left(\frac{D}{2M} \right)^2 - \frac{T\omega_0}{M}$$

Por lo que el sistema es estable con amortiguamiento:

Estable con amortiguamiento ($D > 0$)



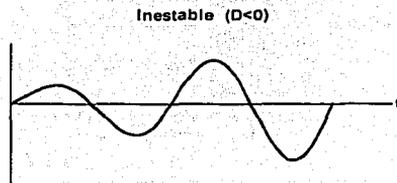
[Figura 1.9]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Si $D < 0$,

$$S_{1,2} = \frac{D}{2M} \pm j \left(\frac{D}{2M} \right)^2 - \frac{T\omega_0}{M}$$

Por lo que el sistema es inestable:



[Figura 1.10]

1.3 Teoría matemática de la máquina síncrona

EL PORQUE DE LA TRANSFORMACIÓN DE PARK.

La siguiente teoría para el análisis matemático de la máquina síncrona se desarrolla a partir de considerar que la máquina consta de varios circuitos acoplados inductivamente, cuyas inductancias propias y mutuas varían senoidalmente.

Se considera para su análisis una máquina de polos salientes trifásica, sin devanados amortiguadores, en donde las pérdidas en el hierro y por saturación son despreciadas por el momento. De esta forma la máquina quedara constituida por cuatro devanados: uno en el campo de la máquina y tres mas en la armadura de la misma.

Los voltajes terminales instantáneos para cualquiera de estos devanados están dados por la siguiente expresión:

$$v = ri + \frac{d\psi}{dt} \dots (1.3.1)$$

Donde r es la resistencia del devanado, i es la corriente en el devanado y ψ es flujo de encadenamiento del devanado, que depende de su inductancia propia y de la inductancia mutua del mismo. De esta modo el flujo de un devanado toma la siguiente forma:

$$\psi = \sum Li \dots (1.3.2)$$

Sí denotamos a los devanados de armadura como a, b y c y al devanado de campo como f , podremos obtener a partir de las ecuaciones (1.3.1) y (1.3.2) las siguientes expresiones:

$$v_a = r_i a + \frac{d\psi_a}{dt} \dots (1.3.3a)$$

$$v_b = r_i b + \frac{d\psi_b}{dt} \dots (1.3.3b)$$

$$v_c = r_i c + \frac{d\psi_c}{dt} \dots (1.3.3c)$$

$$v_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \dots (1.3.3d)$$

Donde :

$$\psi_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{af}i_f \dots (1.3.4a)$$

$$\psi_b = L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bf}i_f \dots (1.3.4b)$$

$$\psi_c = L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cf}i_f \dots (1.3.4c)$$

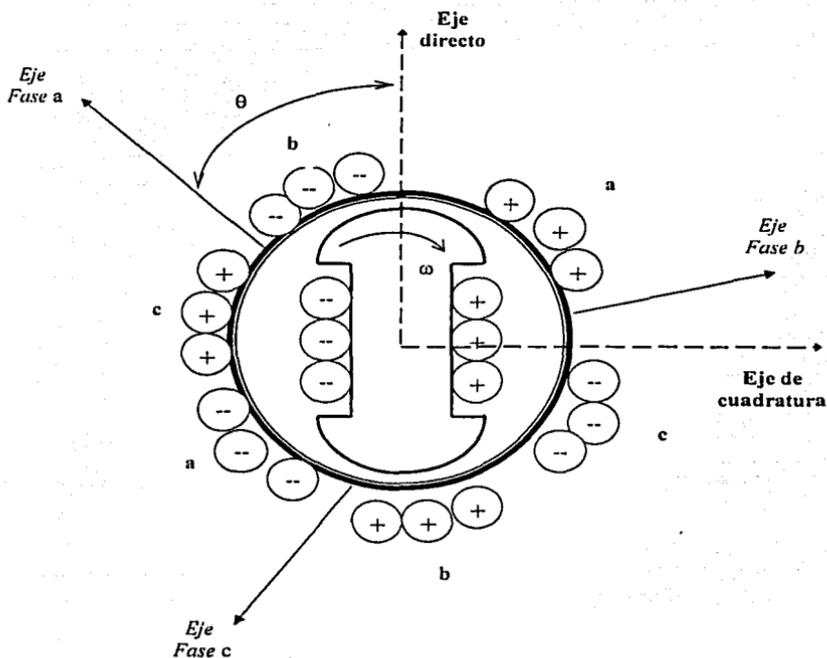
$$\psi_f = L_{fa}i_a + L_{fb}i_b + L_{fc}i_c + L_{ff}i_f \dots (1.3.4d)$$

Debido a que muchas de las inductancias varían con el tiempo es necesario ponerlas en función de la posición angular del rotor (θ), la cual cambia con el tiempo. Así, usando la siguiente expresión:

$$\theta = \omega t + \theta_0 \dots (1.3.5)$$

Donde ω es la velocidad angular del rotor, que puede ser constante para nuestros propósitos, y θ_0 es el valor inicial de θ . La convención de direcciones positivas será de acuerdo a lo que muestra la figura 1.11.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



[Figura 1.11]

Las inductancias propias de cada devanado siempre son positivas, pero varían con respecto a la posición del rotor, siendo mayores cuando el eje directo del rotor coincide con el eje de fase de la armadura para ese devanado. Por el lado contrario, la inductancia propia para un devanado será mínima cuando el eje directo del rotor este a 90° del eje de fase de la armadura, o bien cuando el eje de cuadratura del rotor coincida con el eje de fase de la armadura para ese devanado. Como ejemplo, se muestra la variación de la fase *a*:

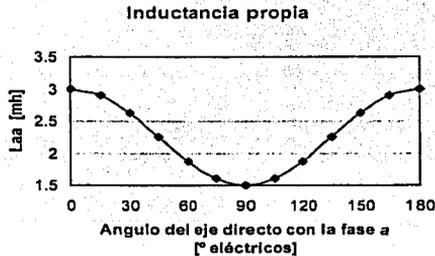
$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{af} + L_{ar} \cos 2\theta$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

donde, L_{aa0} es la componente de la inductancia propia debida al flujo fundamental espacial del entrehierro, L_{a1} es la componente adicional debida a la dispersión del flujo de armadura y L_m es una componente menor que varía cosenoídalmente con respecto al ángulo del rotor. Si hacemos $L_s = L_{aa0} + L_{a1}$ tendríamos para la fase a :

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta \dots (1.3.6)$$

donde $L_s > L_m$. Una grafica para diversos valores de θ se puede ver en la figura 1.12.



[Figura 1.12]

Para la fase b y c la ecuación de sus inductancias propias es similar a la de la fase a . Para la fase b el valor máximo de su inductancia propia ocurre cuando el eje directo del rotor coincide con el eje de la fase b , esto es en $\theta = 120^\circ$. Del mismo modo para la fase c el valor máximo de su inductancia propia ocurre cuando el eje directo del rotor coincide con el eje de la fase c , esto es en $\theta = 240^\circ$. Así las ecuaciones quedan de la siguiente manera:

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos 2(\theta - 120^\circ)$$

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos(2\theta + 120^\circ) \dots (1.3.7)$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos 2(\theta - 240^\circ)$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos(2\theta - 120^\circ) \dots (1.3.8)$$

La inductancia mutua entre dos fases cualquiera de la armadura varían también con el rotor. Esta inductancia siempre es negativa, y alcanza su máximo valor absoluto cuando el eje de cuadratura del rotor queda en fase con el eje del devanado de armadura restante. Así obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$L_{ab} = L_{ba} = -[Ms + L_m \cos 2(\theta + 30^\circ)]$$

$$L_{ab} = L_{ba} = -Ms + L_m \cos(2\theta - 120^\circ) \dots (1.3.9)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -[Ms + L_m \cos 2(\theta - 90^\circ)]$$

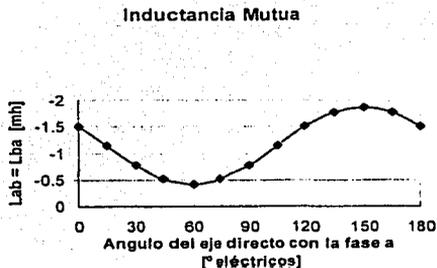
$$L_{bc} = L_{cb} = -Ms + L_m \cos 2\theta \dots (1.3.10)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -[Ms + L_m \cos 2(\theta + 150^\circ)]$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -Ms + L_m \cos(2\theta + 120^\circ) \dots (1.3.11)$$

donde $Ms = \frac{1}{2} L_{aa0}$.

En la figura 1.13 se grafica la inductancia mutua entre la fase *a* y la fase *b* para diferentes valores de θ .



[Figura 1.13]

La inductancia mutua entre el devanado de campo y cualquier fase de la armadura presenta su máximo valor cuando el eje directo del rotor coincide con el eje de la fase. Así:

$$L_{af} = L_{fa} = M_f \cos \theta \dots (1.3.12)$$

$$L_{bf} = L_{fb} = M_f \cos(\theta - 120^\circ) \dots (1.3.13)$$

$$L_{cf} = L_{fc} = M_f \cos(\theta + 120^\circ) \dots (1.3.14)$$

donde $M_f = L_{af}$ (cte.).

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Así finalmente solo nos resta referirnos a la inductancia propia del devanado de campo L_{ff} , la cual es constante.

De esta forma para obtener las expresiones del encadenamiento de flujo para cada uno de los devanados, procedemos a sustituir las ecuaciones (1.3.6) a (1.3.14) en las ecuaciones (1.3.4), lo que nos quedara de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \psi_u &= (L_s + L_m \cos 2\theta) i_u + [-M_s + L_m \cos(2\theta - 120^\circ)] i_h \\ &+ [-M_s + L_m \cos(2\theta + 120^\circ)] i_c + (M_f \cos \theta) i_f, \quad \dots (1.3.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_h &= (-M_s + L_m \cos(2\theta - 120^\circ)) i_u + [L_s + L_m \cos(2\theta + 120^\circ)] i_h \\ &+ [-M_s + L_m \cos 2\theta] i_c + [M_f \cos(\theta - 120^\circ)] i_f, \quad \dots (1.3.16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_c &= (-M_s + L_m \cos(2\theta + 120^\circ)) i_u + [-M_s + L_m \cos 2\theta] i_h \\ &+ [L_s + L_m \cos(2\theta - 120^\circ)] i_c + [M_f \cos(\theta + 120^\circ)] i_f, \quad \dots (1.3.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_f &= (M_f \cos \theta) i_u + [M_f \cos(\theta - 120^\circ)] i_h \\ &+ [M_f \cos(\theta + 120^\circ)] i_c + L_{ff} i_f, \quad \dots (1.3.18) \end{aligned}$$

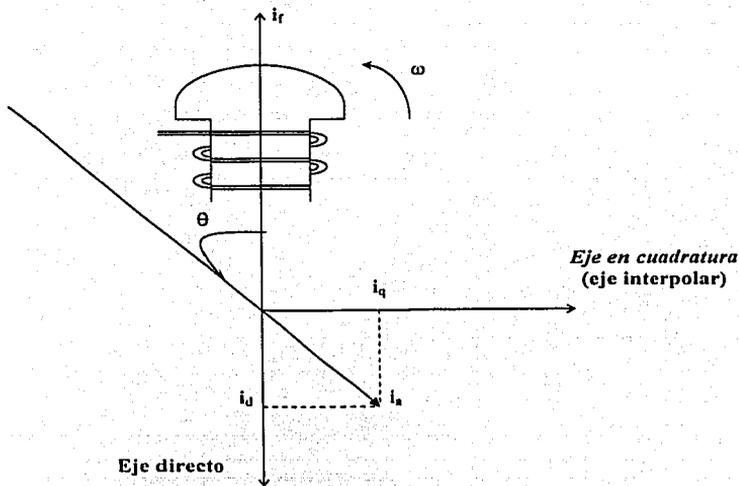
Si se requiere conocer la corriente en los devanados en función del tiempo, se tendría que sustituir las ecuaciones (1.3.15) a (1.3.18) en las ecuaciones (1.3.3) y derivar estas ultimas sustituyendo $\theta = \omega t + \theta_0$ en las ecuaciones (1.3.15) a (1.3.18). Evidentemente el proceso anterior es muy complicado y mas si son cuatro ecuaciones diferenciales simultaneas, por lo que este proceso queda fuera de los alcances que persigue esta tesis.

1.4 Transformación de Park

1.4.1 Análisis de la máquina síncrona por transformada de Park.

La forma mas común de representar a la máquina síncrona es a través de la transformación de Park. Dicha transformación es muy sencilla; consiste en proyectar las cantidades correspondientes a las fases a , b y c sobre dos ejes ortogonales ($d - q$), cuya posición depende de la posición del rotor. Observemos la figura 1.14:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



[Figura 1.14]

De la figura 1.14 se puede visualizar que:

$$i_a = i_d + i_q$$

$$i_a = i_a \cos \theta - i_a \cos(90 - \theta)$$

Por lo tanto:

$$i_d = i_a \cos \theta$$

$$i_q = -i_a \sin \theta$$

Si consideramos las tres fases es fácilmente demostrable que:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$i_d = \frac{2}{3} [i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)]$$

$$i_q = \frac{2}{3} [-i_a \sin \theta - i_b \sin(\theta - 120^\circ) - i_c \sin(\theta + 120^\circ)]$$

$$i_0 = \frac{1}{3} [i_a + i_b + i_c]$$

Lo anterior puesto en forma matricial queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Para el flujo y el voltaje se tiene en forma similar:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_d \\ e_q \\ e_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

La transformación inversa es la siguiente:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

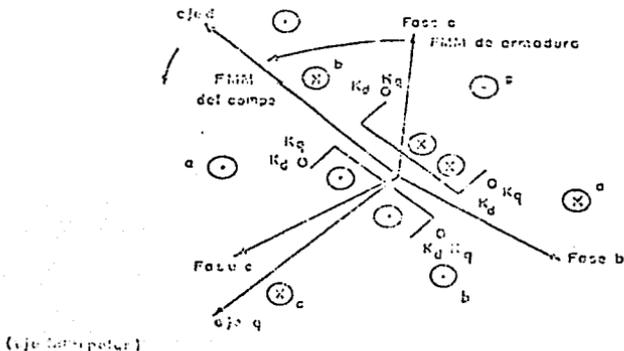
$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\text{sen}(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

Los fasores i_a , i_b y i_c que obtenemos de la red, pasan a través de la transformación de Park a tener esas mismas cantidades pero en dos ejes ortogonales d y q .

La transformación de Park es muy útil, ya que simplifica enormemente el análisis de problemas de estabilidad. En los programas digitales de estabilidad se utiliza un circuito monofásico que corresponde a la red de secuencia positiva. El problema se analiza considerando que para cada intervalo de tiempo es posible representar la máquina por su diagrama vectorial, como si fuera un sistema estable y balanceado. Los cálculos se hacen para una sola fase y se extrapolan estos resultados a las otras dos fases. Además, debido a la conexión casi universal de los transformadores (Δ - Y), la secuencia cero (0) no existe.

En la figura 1.15 se muestra a la máquina síncrona, en la que se tratan las cantidades como fasores, esto es justificable ya que se acepta el hecho de que la forma de onda de los voltajes y las corrientes son de forma senoidal.

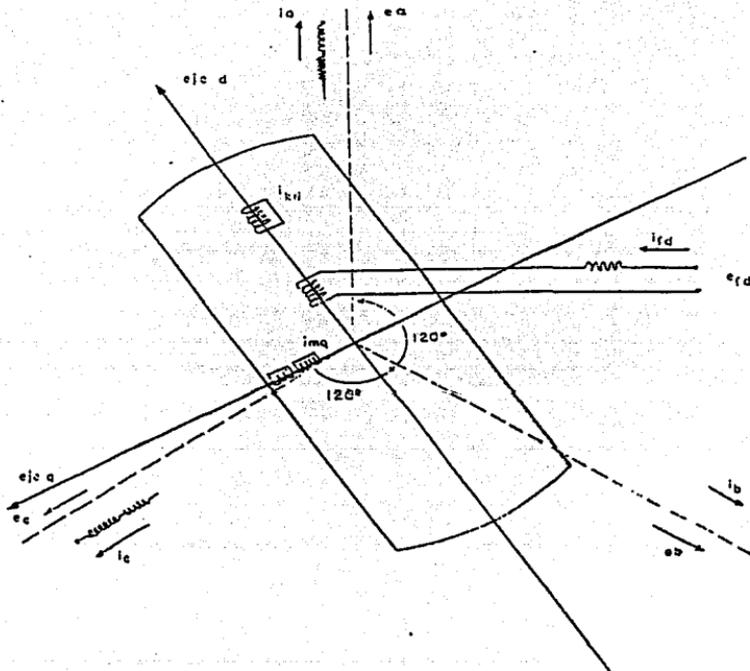


[Figura 1.15]

De esta forma i_d puede ser interpretada como una corriente instantánea en un devanado ficticio de la armadura, que gira a la misma velocidad que el campo de la máquina y que permanece en una posición en que su eje siempre coincide con el eje directo del campo, en donde el valor de la corriente en este devanado es tal que produce la misma F.M.M en este eje que la que producen las tres corrientes de armadura instantáneas que fluyen a través de ese devanado.

La interpretación de i_q es similar, solo que actúa en el eje en cuadratura en lugar del eje directo.

Desde el punto de vista de un circuito eléctrico, la máquina síncrona se puede representar como se muestra en la figura 1.16.



[Figura 1.16]

1.4.2 Expresiones para los encadenamientos de flujo según Park.

Sustituyendo las ecuaciones de transformación de Park en las ecuaciones (1.3.15) a (1.3.18) podemos obtener las expresiones para el flujo en términos de las variables de Park. El trabajo operacional es abundante, por lo que nos limitamos a presentar el resultado únicamente:

$$\psi_d = (L_s + Ms + \frac{3}{2}L_m)i_d + M_f i_f \quad \dots (1.4.1)$$

$$\psi_q = (L_s + Ms - \frac{3}{2}L_m)i_q \quad \dots (1.4.2)$$

$$\psi_0 = (L_s - 2Ms)i_0 \quad \dots (1.4.3)$$

$$\psi_f = \frac{3}{2}M_f i_d + L_f i_f \quad \dots (1.4.4)$$

En estas ecuaciones todos los coeficientes son constantes, independientemente de la posición del rotor. De esta forma podemos definir:

$$L_s + Ms + 3/2L_m = L_d = \text{Inductancia síncrona en el eje directo}$$

$$L_s + Ms - 3/2L_m = L_q = \text{Inductancia síncrona en el eje de cuadratura}$$

$$L_s - 2Ms = L_0 = \text{Inductancia de secuencia cero}$$

1.4.3 Ecuaciones de circuito en termino de las variables de Park

La ecuación (1.3.1)

$$v = ri + \frac{d\psi}{dt}$$

puede ser cambiada a lo siguiente usando la transformada de Park:

$$v_d = \frac{2}{3} \left[\left(r i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \right) \cos\theta + \left(r i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \right) \cos(\theta - 120^\circ) + \left(r i_c + \frac{d\psi_c}{dt} \right) \cos(\theta + 120^\circ) \right]$$

$$v_d = r \frac{2}{3} [i_a \cos\theta + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)] + \frac{2}{3} \left[\frac{d\psi_a}{dt} \cos\theta + \frac{d\psi_b}{dt} \cos(\theta - 120^\circ) + \frac{d\psi_c}{dt} \cos(\theta + 120^\circ) \right]$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$v_d = ri_d + \left(\frac{d\psi}{dt} \right)_d \quad \dots (1.4.5)$$

donde $\left(\frac{d\psi}{dt} \right)_d$ es introducida como una abreviatura del segundo miembro del termino de la derecha.

Por otro lado, tomando la derivada respecto al tiempo de:

$$\psi_d = \frac{2}{3} [\psi_a \cos \theta + \psi_b \cos(\theta - 120^\circ) + \psi_c \cos(\theta + 120^\circ)]$$

donde $\theta = \omega t + \theta_0$, por lo que se obtiene:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = \frac{2}{3} \left[\frac{d\psi_a}{dt} \cos \theta + \frac{d\psi_b}{dt} \cos(\theta - 120^\circ) + \frac{d\psi_c}{dt} \cos(\theta + 120^\circ) \right] - \omega \frac{2}{3} [\psi_a \sin \theta + \psi_b \sin(\theta - 120^\circ) + \psi_c \sin(\theta + 120^\circ)]$$

$$\frac{d\psi_d}{dt} = \left(\frac{d\psi}{dt} \right)_d + \omega \psi_d \quad \dots (1.4.6)$$

de esta ultima expresi3n podemos decir que:

$$\left(\frac{d\psi}{dt} \right)_d = \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_d \quad \dots (1.4.7)$$

As3 pues, sustituyendo la ecuaci3n (1.4.7) en la ecuaci3n (1.4.5) obtenemos:

$$v_d = ri_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_d \quad \dots (1.4.8)$$

Procediendo de igual forma para v_q y v_0 tenemos:

$$v_q = ri_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d \quad \dots (1.4.9)$$

y

$$v_0 = ri_0 + \frac{d\psi_0}{dt} \quad \dots (1.4.10)$$

La ecuaci3n (1.4.10) es de la forma de la ecuaci3n (1.3.1), sin embargo las ecuaciones (1.4.8) y (1.4.9) tienen dos t3rminos extra $\omega \psi_d$ y $-\omega \psi_q$.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Sustituyendo las ecuaciones (1.4.1) a (1.4.4) en las ecuaciones (1.4.8) a (1.4.10) y en (1.3.3d), obtenemos:

$$\text{Voltaje eje-directo} = v_d = r i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega L_q i_q + M_f \frac{di_f}{dt} \quad \dots (1.4.11)$$

$$\text{Voltaje eje-cuadratura} = v_q = r i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega L_d i_d + \omega M_f i_f \quad \dots (1.4.12)$$

$$\text{Voltaje secuencia-cero} = v_0 = r i_0 + L_0 \frac{di_0}{dt} \quad \dots (1.4.13)$$

$$\text{Voltaje de campo} = v_f = r_f i_f + L_{ff} \frac{di_f}{dt} + \frac{3}{2} M_f \frac{di_d}{dt} \quad \dots (1.4.14)$$

1.4.4 Prueba de las expresiones de Park.

- Inductancia Síncrona en el Eje Directo.

Condiciones:

1.- Corrientes estables de secuencia positiva aplicadas a la armadura:

$$i_a = I \cos \omega t \quad \dots (1.4.15a)$$

$$i_b = I \cos (\omega t - 120^\circ) \quad \dots (1.4.15b)$$

$$i_c = I \cos (\omega t + 120^\circ) \quad \dots (1.4.15c)$$

2.- Circuito de campo abierto:

$$i_f = 0 \quad \dots (1.4.16)$$

3.- Campo girando a velocidad síncrona con el eje directo en línea con el eje de armadura de la F.M.M de la armadura:

$$\theta = \omega t \quad \dots (1.4.17)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1.4.15) a (1.4.17) en la ecuación (1.3.15) tenemos:

$$\psi_d = (L_s + L_m \cos 2\omega t) * I \cos \omega t + [-M_s + L_m \cos(2\omega t - 120^\circ)] * I \cos(\omega t - 120^\circ) + [-M_s + L_m \cos(2\omega t + 120^\circ)] * I \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$\psi_a = \{L_s \cos \omega t - M_s [\cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(\omega t + 120^\circ)] + L_m [(\cos 2\omega t) * (\cos \omega t) + \cos(2\omega t - 120^\circ) * \cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(2\omega t + 120^\circ) * \cos(\omega t + 120^\circ)]\} * I \quad \dots (1.4.18)$$

Usando la identidad :

$$\cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(\omega t + 120^\circ) = -\cos \omega t \quad \dots (1.4.19)$$

y

$$(\cos 2\omega t) * (\cos \omega t) + \cos(2\omega t - 120^\circ) * \cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(2\omega t + 120^\circ) * \cos(\omega t + 120^\circ) = \frac{3}{2} \cos \omega t \quad \dots (1.4.20)$$

la ecuación (1.4.18) se reduce a :

$$\begin{aligned} \psi_a &= \left(L_s + Ms + \frac{3}{2} L_m \right) * I \cos \omega t \\ &= \left(L_s + Ms + \frac{3}{2} L_m \right) i_a \quad \dots (1.4.21) \end{aligned}$$

$$L_d = \frac{\psi_a}{i_a} = L_s + Ms + \frac{3}{2} L_m$$

L_d = Inductancia síncrona en el eje directo

- Inductancia Síncrona en el Eje de Cuadratura.

Si ahora decimos que el campo gira con el eje de cuadratura tenemos para la ecuación (1.3.15) y con las mismas condiciones anteriores excepto que:

$$\theta = \omega t - 90^\circ$$

$$\psi_a = [L_s + L_m \cos 2(\omega t - 90^\circ)] * I \cos \omega t + \{-Ms + L_m \cos[2(\omega t - 90^\circ) - 120^\circ]\} * I \cos(\omega t - 120^\circ) + \{-Ms + L_m \cos[2(\omega t - 90^\circ) + 120^\circ]\} * I \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$\begin{aligned} \psi_a &= \{L_s \cos \omega t - Ms[\cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(\omega t + 120^\circ)] + \\ &L_m[\cos(2\omega t - 180^\circ) * \cos \omega t + \cos(2\omega t + 60^\circ) * \cos(\omega t - 120^\circ) + \\ &\cos(2\omega t - 60^\circ) * \cos(\omega t + 120^\circ)]\} * I \end{aligned}$$

$$\psi_a = \left(L_s + Ms - \frac{3}{2} L_m \right) * I \cos \omega t$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\psi_a = \left(L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \right) i_a \quad \dots (1.4.22)$$

$$L_q = \frac{\psi_a}{i_a} = L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \quad \dots (1.4.23)$$

L_q = Inductancia síncrona en el eje de cuadratura

- Inductancia de Secuencia Cero.

Condiciones:

- 1.- $i_a = i_b = i_c = I \cos \omega t$
- 2.- $I_f = 0$
- 3.- $\theta = \theta$ (Rotación del campo no especificada)

Sustituyendo nuevamente estas condiciones en la ecuación (1.3.15):

$$\psi_a = (L_s - 2M_s) * I \cos \omega t + L_m [\cos 2\theta + \cos(2\theta - 120^\circ) + \cos(2\theta + 120^\circ)] * I \cos \omega t \quad \dots (1.4.24)$$

$$\psi_a = (L_s - 2M_s) i_a$$

$$L_0 = \frac{\psi_a}{i_a} = L_s - 2M_s \quad \dots (1.4.25)$$

L_0 = Inductancia síncrona de secuencia cero

Si sustituimos las ecuaciones (1.4.21), (1.4.23) y (1.4.25) en las ecuaciones (1.4.1) a (1.4.4) tenemos:

$$\psi_d = L_d i_d + M_f i_f \dots (1.4.26a)$$

$$\psi_q = L_q i_q \dots (1.4.26b)$$

$$\psi_0 = L_0 i_0 \dots (1.4.26c)$$

$$\psi_f = \frac{3}{2} M_f i_d + L_{ff} i_f \dots (1.4.26d)$$

- Inductancia Transitoria en el Eje Directo.

Condiciones:

- 1.- Corrientes de secuencia positiva aplicadas repentinamente a la armadura:

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

$$i_a = I_1 \cos \omega t \dots \dots \dots (1.4.27a)$$

$$i_b = I_1 \cos(\omega t - 120^\circ) \dots \dots \dots (1.4.27b)$$

$$i_c = I_1 \cos(\omega t + 120^\circ) \dots \dots \dots (1.4.27c)$$

2.- Circuito de campo cerrado pero no excitado

$$v_f = 0 \dots \dots \dots (1.4.28)$$

3.- Campo girando como en el caso de la inductancia de eje directo:

$$\theta = \omega t \dots \dots (1.4.29)$$

Sustituyendo la condición uno en las ecuaciones de Park para corrientes obtendremos:

$$i_d = I_1 \dots \dots \dots (1.4.30a)$$

$$i_q = 0 \dots \dots \dots (1.4.30b)$$

$$i_0 = 0 \dots \dots \dots (1.4.30c)$$

La condición dos muestra que:

$$\psi_f = 0 \dots \dots \dots (1.4.31)$$

y de la ecuación (1.4.26d):

$$\frac{3}{2} M_f i_d + L_f i_f = 0$$

0

$$i_f = -\frac{3}{2} \frac{M_f}{L_f} i_d \dots \dots \dots (1.4.32)$$

Sustituyendo los valores de corriente, (1.4.30b) y (1.4.30c) y (1.4.32) en las ecuaciones (1.4.26) se tiene:

$$\psi_d = \left(L_d - \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_f} \right) i_d \dots \dots \dots (1.4.33a)$$

$$\psi_q = 0 \dots \dots \dots (1.4.33b)$$

$$\psi_0 = 0 \dots \dots \dots (1.4.33c)$$

Ya que $i_q = i_0 = 0$, aplicando la ecuación de Park para la fase a:

$$i_a = i_d \cos \theta \dots \dots \dots (1.4.34)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

similarmenete:

$$\psi_a = \psi_d \cos \theta \dots \dots (1.4.35)$$

Dividiendo la ecuación (1.4.35) entre la (1.4.34) y usando a (1.4.33a) :

$$\frac{\psi_a}{i_a} = \frac{\psi_d}{i_d} = L_d \sin \theta - \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_f} = L'_d \dots \dots (1.4.36)$$

Ya que L_f es positiva:

$$(L'_d = \text{inductancia transitoria}) < L_d \text{-síncrona}$$

Esta inductancia es el flujo de encadenamiento inicial por unidad de corriente de armadura bajo las condiciones descritas.

- Inductancia de Secuencia Negativa.

L_2 : Esta inductancia es la relación entre el flujo de encadenamiento de armadura y la corriente de armadura bajo las siguientes condiciones.

1.- Corrientes de secuencia negativa aplicadas a la armadura:

$$i_a = I \cos \omega t \dots \dots \dots (1.4.37a)$$

$$i_b = I \cos(\omega t + 120^\circ) \dots \dots \dots (1.4.37b)$$

$$i_c = I \cos(\omega t - 120^\circ) \dots \dots \dots (1.4.37c)$$

2.- Campo cerrado pero no excitado.

$$v_f = 0 \dots \dots \dots (1.4.38)$$

3.- Campo girando a velocidad síncrona en cualquier posición:

$$\theta = \omega t + \alpha \dots \dots \dots (1.4.39)$$

Las ecuaciones de Park correspondientes a las ecuaciones (1.4.37) son:

$$i_d = I \cos(2\omega t + \alpha) \dots \dots \dots (1.4.40a)$$

$$i_q = -I \sin(2\omega t + \alpha) \dots \dots \dots (1.4.40b)$$

$$i_0 = 0 \dots \dots \dots (1.4.40c)$$

Nótese que i_d e i_q son del doble de la frecuencia aplicada. La corriente i_d induce un campo de la misma frecuencia. A esta frecuencia la resistencia del circuito de campo es despreciable comparada con su reactancia, así:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$v_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \approx \frac{d\psi_f}{dt} = 0 \dots \dots (1.4.41)$$

por tanto,

$$\psi_f = \text{constante}$$

y en estado estable,

$$\psi_f = 0$$

De las ecuaciones (1.4.31), (1.4.32), (1.4.33a) y (1.4.36),

$$i_f = -\frac{3}{2} \frac{M_f}{L_f} i_d \dots \dots (1.4.42)$$

$$\psi_d = L_d i_d + M_f i_f = \left(L_d - \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_f} \right) i_d \dots \dots (1.4.43)$$

$$\psi_d = L'_d i_d$$

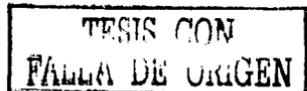
Para el eje de cuadratura:

$$\psi_q = L_q i_q \dots \dots (1.4.44)$$

$$\psi_0 = 0 \dots \dots (1.4.45)$$

Los eslabonamientos de flujo para la fase a según Park son:

$$\psi_a = \psi_d \cos \theta - \psi_q \text{sen} \theta + \psi_0 = \text{Ecuación de Park}$$



$$\psi_a = L_d i_d \cos \theta - L_q i_q \sin \theta$$

$$\psi_a = [L_d \cos(2\omega t + \alpha) * \cos(\omega t + \alpha) + L_q \sin(2\omega t + \alpha) * \sin(\omega t + \alpha)] * I$$

$$\psi_a = \left\{ \frac{L_d + L_q}{2} [\cos(2\omega t + \alpha) * \cos(\omega t + \alpha) + \sin(2\omega t + \alpha) * \sin(\omega t + \alpha)] \right. \\ \left. + \frac{L_d - L_q}{2} [\cos(2\omega t + \alpha) * \cos(\omega t + \alpha) - \sin(2\omega t + \alpha) * \sin(\omega t + \alpha)] \right\} * I$$

$$\psi_a = \left[\frac{L_d + L_q}{2} \cos \omega t + \frac{L_d - L_q}{2} \cos(3\omega t + 2\alpha) \right] \dots \dots \dots (1.4.46)$$

En esta ecuación se puede ver que aunque la corriente aplicada es de la frecuencia fundamental, los encadenamientos de flujo y consecuentemente los voltajes de armadura, consisten de armónica fundamental y tercera. Por esta razón el valor instantáneo de ψ_a / i_a no es constante.

Se define la inductancia de secuencia negativa como el promedio entre los encadenamientos de flujo de armadura de frecuencia fundamental y la corriente de armadura de frecuencia fundamental. Así:

$$L_2 = \frac{\psi_a(\text{fundamental})}{i_a} = \frac{L_d + L_q}{2} \dots \dots \dots (1.4.47)$$

1.5 Diagramas vectoriales de la máquina síncrona (estado estable)

Teniendo la corriente de campo constante:

$$i_f = I_f$$

corrientes de armadura estables y de secuencia positiva:

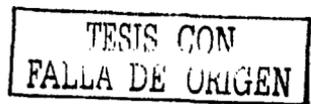
$$i_a = I \cos(\omega t + \beta)$$

$$i_b = I \cos(\omega t + \beta - 120^\circ)$$

$$i_c = I \cos(\omega t + \beta + 120^\circ)$$

donde:

$$I = I \angle \beta$$



Las ecuaciones de Park serán entonces:

$$i_d = I \cos \beta = cte = I_d$$

$$i_q = I \operatorname{sen} \beta = cte = I_q$$

$$i_0 = 0$$

$$\psi_d = L_d I_d + M_f I_f$$

$$\psi_q = L_q I_q$$

$$\psi_0 = 0$$

$$\psi_f = \frac{3}{2} M_f I_d + L_{ff} I_f$$

de los cuales todos son constantes.

$$v_d = r I_d - \omega \psi_q = r I_d - \omega L_q I_q$$

$$= r I_d - x_q I_q$$

$$= V_d = \text{constante}$$

$$v_q = r I_q + \omega \psi_d = r I_q + \omega L_d I_d + \omega M_f I_f$$

$$= r I_q + x_d I_d + E_q$$

$$= V_q = \text{constante}$$

Donde $E_q = \omega M_f I_f$ es el voltaje de excitación, el voltaje detrás de la impedancia síncrona o el voltaje interno en estado estable y es directamente proporcional a la corriente de campo I_f .

La corriente de armadura es:

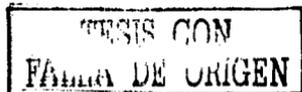
$$I = I \angle \beta = I (\cos \beta + j \operatorname{sen} \beta)$$

$$= I_d + j I_q$$

Similarmente el voltaje de armadura es:

$$V = V_d + j V_q$$

Y el voltaje de excitación ,

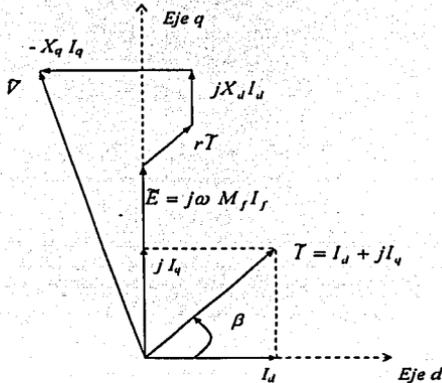


$$\vec{E} = 0 + jE_q = j\omega M_f I_f$$

Si sustituimos V_d y V_q en la ecuación del voltaje \vec{V} tenemos:

$$\vec{V} = \vec{E} + r\vec{I} + jx_d I_d - x_q I_q$$

El diagrama vectorial correspondiente a esta ecuación se dibuja en seguida:



[Figura 1.17]

Estas condiciones corresponden a la operación de motor con corriente magnetizante ya que I_f e I_d son positivas y sus efectos se suman. Si I_d es negativa sería con corriente desmagnetizante y con I_q negativa se representaría la acción del generador.

Las convenciones de signos son la siguientes:

PARA MOTOR.

$$\vec{V} = \vec{E} + \vec{Z}\vec{I}$$

PARA GENERADOR.

$$\vec{E} = \vec{V} + \vec{Z}\vec{I}$$

TESIS CON
FALLO DE ORIGEN

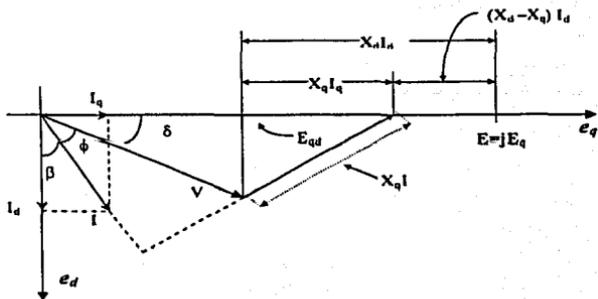
Si el signo de \bar{I} es cambiado sin cambiar el de I_f , entonces I_d positiva sería desmagnetizante e I_q positiva representa acción de generador.

El diagrama vectorial del generador con corriente atrasada se muestra en la figura 1.18. En este diagrama el eje q se traza horizontalmente y se deprecia la resistencia.

El voltaje de excitación $\bar{E} = jE_q$ queda en el eje de cuadratura. Definiendo un voltaje ficticio conocido como \bar{E}_{qd} podemos localizar el eje q , esto es:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{qd} &= E - I_d(x_d - x_q) \\ &= \bar{V} + jx_q \bar{I}\end{aligned}$$

Haremos ahora un resumen de todas las ecuaciones vistas hasta el momento y para estar de acuerdo con la convención de signos para el generador se invertirán los signos de i_d e i_q . Además, para que el análisis sea para generadores de polos lisos, se asumirá la presencia de un circuito (g) en el eje de cuadratura del rotor. Este nuevo circuito es análogo al devanado principal de campo (f) en el eje directo del rotor.



[Figura 1.18]

Las ecuaciones mas importantes, modificadas en estos aspectos son:

$$\psi_d = M_f i_f - L_d i_d$$

$$\psi_q = M_g i_g - L_q i_q$$

$$\psi_f = L_{ff} i_f - \frac{3}{2} M_f i_d$$

$$\psi_g = L_{gg} i_g - \frac{3}{2} M_g i_q$$

$$v_d = -r i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q$$

$$v_q = -r i_q + \frac{d\psi_q}{dt} - \omega \psi_d$$

$$v_d = -r i_d + M_f \frac{di_f}{dt} - L_d \frac{di_d}{dt} - \omega M_g i_g + \omega L_q i_q$$

$$v_q = -r i_q + M_g \frac{di_g}{dt} - L_q \frac{di_q}{dt} + \omega M_f i_f - \omega L_d i_d$$

$$v_f = r_f i_f + L_{ff} \frac{di_f}{dt} - \frac{3}{2} M_f \frac{di_d}{dt}$$

$$v_g = r_g i_g + L_{gg} \frac{di_g}{dt} - \frac{3}{2} M_g \frac{di_q}{dt}$$

$$V_d = -r i_d + x_q i_q + E_d$$

$$V_q = -r i_q - x_d i_d + E_q$$

$$E_q = \omega M_f I_f$$

$$E_d = -\omega M_g I_g$$

$$T = I_d + j I_q$$

$$\mathcal{V} = V_d + j V_q$$

$$\mathcal{E} = E_d + j E_q$$

$$\mathcal{V} = \mathcal{E} - r \mathcal{I} - j x_d I_d + x_q I_q$$

Definiremos un nuevo voltaje transitorio E'_q proporcional al eslabonamiento de flujo del devanado de campo en el eje q .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$E_q' = \frac{\omega M_f}{L_f} \psi_f$$

La diferencia entre este voltaje de excitación es :

$$E_q - E_q' = \omega M_f i_f - \frac{\omega M_f}{L_f} \psi_f$$

sustituyendo ψ_f ,

$$E_q - E_q' = \frac{3\omega M_f^2}{2L_f} i_d$$

O

$$E_q - E_q' = \omega(L_d - L_d') i_d = (x_d - x_d') i_d$$

Este resultado puede ser arreglado de la siguiente manera:

$$E_q - x_d i_d = E_q' - x_d' i_d$$

Similarmente, si existe un devanado de campo en el eje de cuadratura (rotor de polos lisos), podemos definir,

$$E_d' = \frac{\omega M_g}{L_{gg}} \psi_g$$

y siguiendo el mismo proceso anterior,

$$-(E_d - E_d') = (x_q - x_q') i_q$$

si decimos:

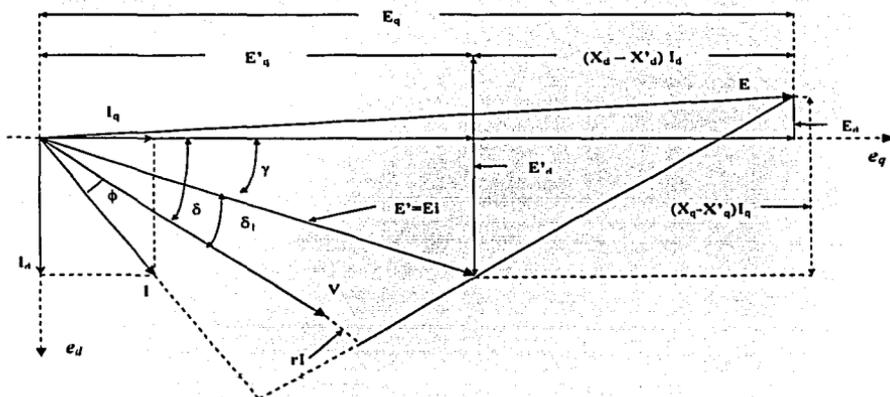
$$\bar{E}' = E_d' + jE_q'$$

podemos llamar a ese voltaje el voltaje detrás de la reactancia transitoria.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

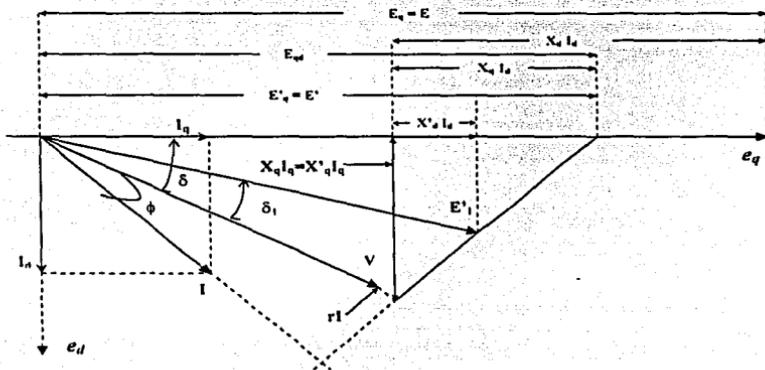
El diagrama vectorial para la maquina de polos lisos en estado transitorio se muestra en la figura 1.19.

En estado estable $E_d = 0$ ya que I_g es cero. Los valores correspondientes de E'_d y E'_q pueden ser obtenidos, respectivamente, añadiendo $I_q(x_q - x'_q)$ al origen y restando $I_d(x_d - x'_d)$ de E_q .



[Figura 1.19]

Ahora bien, para el caso de una máquina de polos salientes como no tiene circuito de campo en el eje de cuadratura se tiene que $I_g = 0$ y $E_d = 0$, debido a que $x'_q = x_q$, $E'_d = E_d = 0$. El diagrama vectorial se muestra en la figura 1.20.



[Figura 1.20]

La ley de voltajes de Kirchoff aplicada al circuito de campo nos genera:

$$E'_{ex} = R_f I_f + \frac{d\psi_f}{dt} \dots\dots (a)$$

donde E'_{ex} es la f.m.m de excitación de campo.

Si multiplicamos ambos miembros de la ecuación por $\frac{\omega M_f}{R_f}$ da:

$$\frac{\omega M_f}{R_f} E'_{ex} = \omega M_f I_f + \frac{\omega M_f}{R_f} \frac{d\psi_f}{dt} \dots\dots (b)$$

ya que,

TESIS CON
FALSA DE ORIGEN

$$\omega M_f i_f = E_q \quad \text{y} \quad \frac{\omega M_f}{L_{ff}} \psi_f = E'_q$$

La última ecuación queda de la siguiente forma:

$$\frac{\omega M_f \psi_f}{R_f} = \frac{L_{ff}}{R_f} \frac{\omega M_f \psi_f}{L_{ff}} = T'_{do} E'_q$$

, donde $T'_{do} = \frac{L_{ff}}{R_f}$ es la constante de tiempo de circuito abierto.

Una nueva cantidad, el voltaje de excitación referido al circuito de armadura se define:

$$\frac{\omega M_f E'_{ex}}{R_f} = E'_{ex}$$

el cual es el voltaje de armadura en circuito abierto que sería producido por el voltaje de excitación E'_{ex} en estado estable.

Sustituyendo esta última ecuación y arreglando la ecuación (b) obtenemos:

$$E'_{ex} = E_q + T'_{do} \frac{dE'_q}{dt}$$

Despejando la derivada,

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{E'_{ex} - E_q}{T'_{do}}$$

es decir, en estado estable $E'_{ex} - E_q$ es igual a cero, por tanto no hay variación en E'_q .

De esta forma se ha llevado a cabo una descripción de los diagramas vectoriales de la máquina síncrona de polos salientes y de polos lisos, con la condición de despreciar los amortiguadores. Si se tomaran en cuenta los amortiguadores se complicaría en demasiado el análisis, por lo que esta parte queda fuera del alcance de esta tesis.

1.6 Modelos analógicos de máquina síncrona.

El modelo de una máquina síncrona debe de ser lo suficientemente exacto como para representar con precisión los fenómenos transitorios o de cualquier otro tipo que se requieran en su análisis.

A partir del análisis matemático y vectorial de la máquina que se desarrolló anteriormente encontraremos el modelo de una máquina síncrona de polos salientes en la que se desprecian los amortiguadores.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Comenzaremos por poner las ecuaciones principales que definirán nuestro modelo:

$$E_{ex} = T_{do} \frac{dE'_q}{dt} + E'_q$$

$$E'_q = \omega M_f I_f = x_{ad} I_{fd}$$

$$= E'_q + (x_d - x'_d) * I_d$$

$$\psi_d = \frac{E'_q}{\omega} - x'_d I_d$$

$$\psi_q = -x_q I_q$$

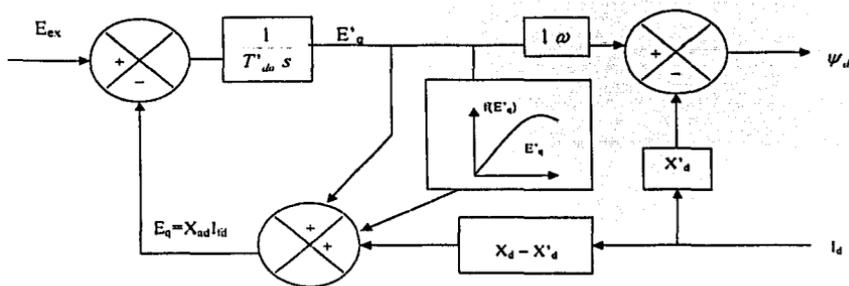
Ahora incluiremos la saturación. Dada la curva de saturación en circuito abierto, se define que la f.m.m adicional requerida para compensar el efecto de saturación, bajo condiciones de carga, es proporcional a E'_q es decir:

$$\text{Saturación} = S = f(E'_q)$$

f : flujo

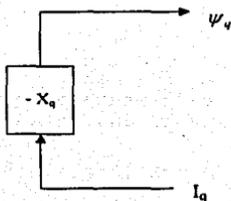
E'_q : Excitación de eje de cuadratura

Ahora podemos hacer un diagrama de bloques. Así, para el eje directo:

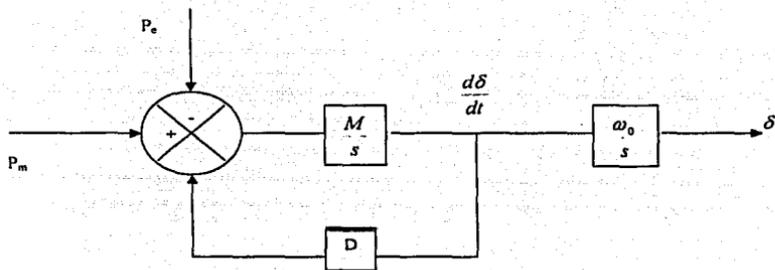


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

para el eje de cuadratura:



y si incluimos la dinámica del rotor tendríamos un modelo analógico completo.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPITULO 2
REGULADORES DE VELOCIDAD

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPITULO 2

REGULADORES DE VELOCIDAD

2.1 Operación de los reguladores de velocidad

Cuando se produce una variación de carga en una máquina motriz (turbina hidráulica, turbina de vapor, etc.) se modifica también el par resistente de dicha máquina; entonces la velocidad variará y será inversamente proporcional al par resistente o sea que:

Cuando aumenta el par resistente \longrightarrow Disminuye la velocidad

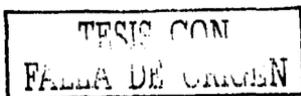
Cuando disminuye el par resistente \longrightarrow Aumenta la velocidad

Lo cual quiere decir que el funcionamiento de una máquina motriz sería inestable ya que con poca carga tendería a embalsarse y con mucha carga la tendencia sería a pararse. En las instalaciones de suministro de energía eléctrica la carga conectada a la red es muy variable, y depende de los meses del año y las horas del día.

Por lo tanto hay que solucionar este problema, equilibrando en cada caso, el par mecánico de la máquina motriz con el par eléctrico de las cargas conectadas a la red. En el caso de turbinas hidráulicas, se logra graduando la entrada de agua, ya que la altura del salto no puede variarse; de esta manera, en caso de aumento del par resistente, la turbina recibirá mas caudal hasta que su par mecánico equilibre el par eléctrico y, salvo una ligera variación, la velocidad de la turbina será la misma que antes de la variación de la carga; en caso de disminución de la carga, se hace lo contrario, es decir, se disminuye la entrada de agua y la turbina, que tenía tendencia a embalsarse recuperara nuevamente su velocidad inicial. En el caso de la turbina de vapor se produce un efecto semejante, graduando la válvula de admisión de vapor. Lo mismo podríamos decir de otras máquinas motrices. En todos los casos, debe de efectuarse una regulación de velocidad y de la potencia de las máquinas motrices para que en todo momento, su funcionamiento se ajuste a las exigencias de la carga conectada a la red. Téngase en cuenta, además que la frecuencia de la red depende de la velocidad de la máquina motriz. Por lo tanto para mantener la frecuencia a un valor fijo debemos de procurar, en lo posible, que la velocidad de la máquina motriz sea constante.

En las centrales eléctricas de poca importancia esta regulación de velocidad puede hacerse ajustando manualmente la entrada de agua o de vapor en la turbina, pero esto no es posible sino en pocos casos, ya que el operario encargado del funcionamiento de la máquina ha de estar constantemente atento a las variaciones de la carga; la regulación manual es lenta y poco precisa. Generalmente, las máquinas motrices ajustan automáticamente su régimen de funcionamiento, por medio de los reguladores de velocidad.

Un regulador de velocidad como su nombre lo indica, gradúa automáticamente la velocidad de una máquina motriz, variando apropiadamente el flujo de la energía que entra o sale de la misma.



En el caso de las turbinas de gas, turbinas de vapor y motores de combustión interna, el combustible suministra la energía a la máquina motriz. Para estas aplicaciones, el regulador controla normalmente la velocidad de la máquina motriz, regulando la cantidad de combustible suministrado a dicha máquina. Es decir, que el regulador controla el flujo de combustible de modo que la velocidad del motor permanezca constante cualquiera que sea la carga (regulación astática), o que para determinada carga, el motor adopte una velocidad determinada (regulación estática).

En las turbinas de vapor, el regulador actúa sobre las válvulas que regulan el flujo de vapor a la turbina.

En las turbinas de gas, la salida del regulador esta acoplada a la válvula del carburante.

Los reguladores de velocidad son de acción directa cuando actúan directamente sobre la magnitud, y se refieren a la cantidad de vapor, caudal de agua, etc., que han de controlar; o de acción indirecta cuando actúan sobre lo dicho, a través de un dispositivo amplificador o servomotor.

Así, los mecanismos para regular y controlar la velocidad de los generadores eléctricos que con el tiempo y avances en la tecnología han manifestado cambios notables, en esencia, a la fecha no han cambiado sus objetivos.

Puesto que la frecuencia es función directa de las revoluciones del rotor en máquinas de corriente alterna, los diferentes medios ya sean electrónicos, eléctricos o electrohidráulicos, contienen elementos comunes entre ellos, en los que únicamente es la velocidad de respuesta el factor preponderante.

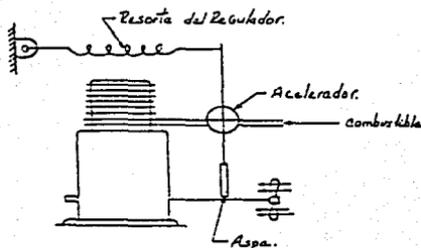
Las grandes inercias como son: el volumen de agua en las tuberías de presión, el volumen de vapor a la entrada de las turbinas y las masas rodantes de los turbogeneradores, resultan ser los parámetros por controlar y así lograr sostener a determinado valor la frecuencia a la salida eléctrica del generador, por lo que la sensibilidad de estos equipos de control son, hasta cierto punto, justificables cuando las maquinas son la base para mantener la frecuencia de los sistemas.

Por lo contrario, cuando alguna planta generadora no es base como sostén de la frecuencia, la sensibilidad de estos equipos no es de gran justificación puesto que la dinámica del sistema, por su gran magnitud, arrastra a su frecuencia nominal a esta planta.

Dentro del estudio sobre los reguladores de velocidad uno de los factores mas importantes es la precisión con la que trabajen dichos reguladores. De esta forma se tiene que dentro del campo de los reguladores de velocidad existen varios grados de precisión en el control de los mismos. Debemos tomar en cuenta que para muchos propósitos, tales como controles de limite en el campo automotriz, resultan adecuados reguladores de poca precisión. Un ejemplo importante de este tipo de regulador es el usado en el control de la aceleración de pequeñas maquinas, como las usadas en las segadoras de pasto. En este caso un aspa plana es colocada en el chorro de aire del abanico y pivotea hacia la válvula del acelerador: al haber un incremento en el chorro de aire debido al aumento en la velocidad entonces el

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

aspa se mueve en contra de un pequeño resorte de tal forma que va cerrando la válvula del acelerador.

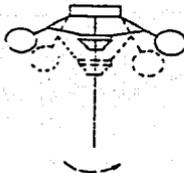


[Figura 2.1]

Este tipo de reguladores son muy baratos, sin embargo son muy adecuados para determinadas aplicaciones. No obstante, si requerimos de un regulador muy preciso y que disponga de una gran fuerza para operar y controlar el acelerador, la solución no va a ser simple, ni barata.

De lo anterior se puede deducir que un regulador de velocidad debe de estar formado por lo menos de dos componentes: un sensor de velocidad y un dispositivo para operar el acelerador. En los reguladores mas sencillos, como el visto anteriormente, los componentes son uno solo. Sin embargo, cuando se requiere de un gran esfuerzo para operar el acelerador, se necesita de un dispositivo adicional llamado servomotor, el cual es capaz de dar la fuerza necesaria y es controlado por un sensor de velocidad que dispone de poca energía en su salida. De esta forma, se puede sentir el cambio de velocidad y activar el acelerador mencionado.

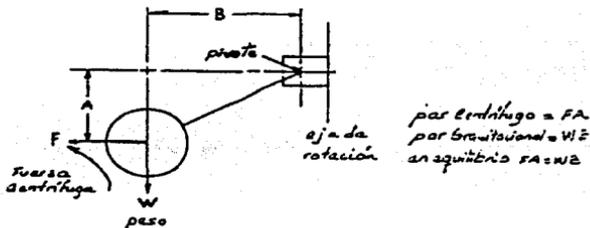
Uno de los sensores mas usados por su sensibilidad, resistencia y por la utilidad que tiene su salida es el llamado PENDULO ROTACIONAL. Este mecanismo es probablemente el mas antiguo y uno de los mas simples sensores de velocidad. Depende para su operación del hecho de que se requiere una fuerza para hacer girar una masa, a través de una trayectoria circular. Esta fuerza es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación y a la distancia de la masa al eje de rotación. El péndulo rotacional consiste de un par de pesas o masas, unidas a dos brazos que giran alrededor del eje de rotación, de tal forma que las pesas se mueven radialmente, en un plano perpendicular al eje. Lazos adicionales se fijan a los brazos y un anillo que circunda al eje, como se puede observar en la figura siguiente:



[Figura 2.2]

Cuando las pesas se mueven hacia fuera, es decir cuando aumenta la velocidad, el anillo sube. Por el contrario, cuando las pesas tienden a moverse hacia adentro, es decir cuando la velocidad disminuye, el anillo baja. La fuerza centrífuga siempre actúa en ángulo recto con respecto al eje de rotación, ejerciendo una fuerza de torsión o par sobre el pivote igual al producto de la fuerza por la distancia vertical de la esfera al pivote. Este par es opuesto y, si no hay otras fuerzas presentes, deben equilibrarse con el par de gravedad, que es igual al peso de las masas por la distancia horizontal al pivote (figura 2.3).

En consecuencia, cuando la velocidad aumenta la fuerza centrífuga aumenta y las masas se mueven hacia fuera; disminuyendo la distancia "A" del par centrífugo y aumentando la distancia "B" del par gravitacional, hasta que alcanza su punto de equilibrio.



[Figura 2.3]

De lo anterior se concluye, que existe solo una posición de equilibrio de las masas y el collar para cada velocidad de rotación. En el regulador mecánico el anillo está conectado directamente a las válvulas del primotor, que tienden a cerrarse cuando las masas se mueven hacia afuera, es decir, cuando la velocidad está aumentando. Debemos notar que existe una relación única entre la velocidad y la posición del péndulo rotacional, y esta relación ya no existiría si añadimos fricción al sistema. Por esta razón, cuando la velocidad

aumenta, partiendo de una condición de equilibrio, el par centrífugo debe alcanzar una valor igual al par gravitatorio más el esfuerzo necesario para lograr el movimiento, venciendo la fricción. Análogamente cuando la velocidad disminuye, el par centrífugo debe bajar a un valor igual al par gravitacional menos la fricción correspondiente. Lo anterior da por resultado a la llamada "BANDA NULA" o región en la cual la velocidad puede variar sin que haya alguna corrección. Es necesario minimizar esta banda nula, ya que provoca un fuerte tirón sobre las masas; defecto común en los primeros reguladores mecánicos.

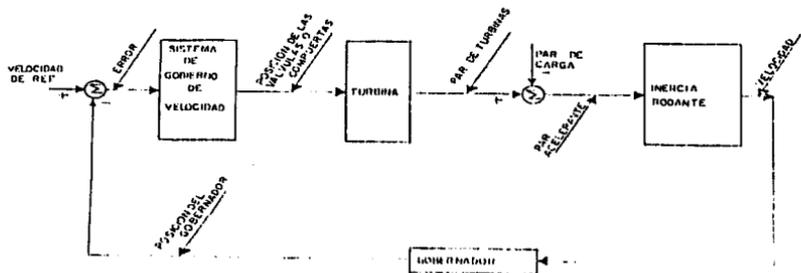
De lo anterior se puede concluir que para una gran sensibilidad, la fuerza disponible en el péndulo debido a un pequeño cambio de velocidad, debe de ser mayor que la fuerza necesaria para el control. Para resolverse este problema, existen dos soluciones: la fricción presente en todo el sistema y la fuerza necesaria para el control deben de minimizarse; o la fuerza disponible en el péndulo debido a un pequeño cambio de velocidad debe de aumentarse. La segunda solución se cumple cuando el tamaño del péndulo rotacional se aumenta, o cuando el péndulo se mueve a mayor velocidad. La primera solución implica una cuidadosa construcción para reducir la fricción, y que las válvulas sean movidas por un servomotor controlado por el péndulo.

Después de varios años, el péndulo rotacional ha progresado en la forma de su diseño, aunque su funcionamiento básicamente sigue siendo el mismo. De esta forma en este trabajo de tesis se analiza un sensor que se rige bajo el principio de operación de un "Péndulo Rotacional", pero cuyo diseño y forma es producto de los progresos que se han tenido en el campo de los sensores de velocidad.

2.2 Función de transferencia de un regulador de velocidad

2.2.1 Representación de plantas

Un sistema de control velocidad-carga, puede ser representado por un diagrama de bloques, como se muestra en la siguiente figura:



[Figura 2.4]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Cada bloque representa una parte de la planta, que con su respectiva ecuación de transferencia, relaciona las variables de salida con las variables de entrada.

La señal de entrada al sistema de gobierno de velocidad es la diferencia entre la señal de velocidad proveniente de la inercia rodante y la señal de posición del cambiador de velocidad, que es la señal de referencia.

Esta señal causara que el sistema de gobierno de velocidad actúe sobre las válvulas o compuertas, manifestándose en un cambio de posición de éstas.

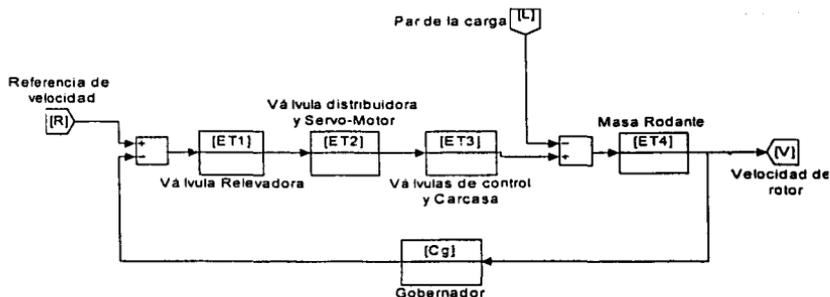
Este cambio de posición causa un cambio en la variable de entrada a la turbina. El cambio a la entrada produce un cambio en el par de salida de la turbina, el cual, en unión con el par de la carga y las características de la inercia rodante, determinará el cambio en la velocidad del sistema

2.2.2 Ecuaciones de transferencia

La ecuación de transferencia representa el comportamiento dinámico de los sistemas, en la que aparecen constantes que caracterizan la velocidad de respuesta.

Según sea el sistema, existirán retardos en las señales de control por lo que el análisis nos conducirá a encontrar el tipo de diseño que sea adaptable a la señal de salida.

A continuación se analizan las ecuaciones de transferencia de los distintos elementos que conforman a un modelo general de planta con turbina térmica (sin recalentador) como primotor y con regulador de velocidad hidro-mecánico, cuyo diagrama de bloques se muestra a continuación:

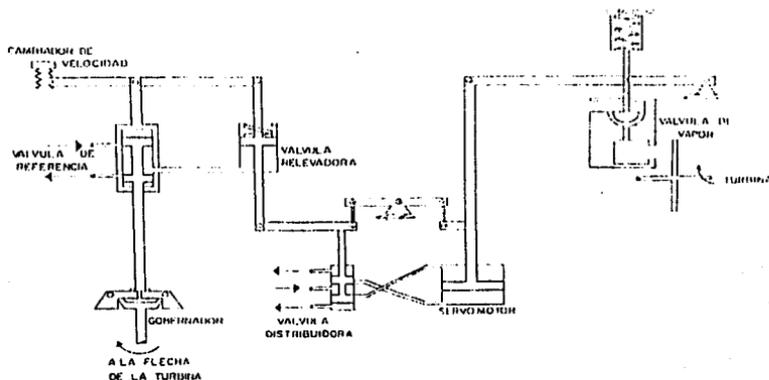


[Figura 2.5]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Con la representación esquemática de la planta por analizar, vamos a aplicar las expresiones matemáticas que describen el comportamiento dinámico a una determinada señal de entrada que se igualara a la representación dinámica de la salida.

De esta forma, cada uno de los elementos que conforman el regulador de velocidad trabajan en conjunto para lograr el objetivo de mantener estable la velocidad del rotor de la máquina síncrona, relacionándose uno con otro por sus variables de funcionamiento, representadas por las ecuaciones de transferencia. El diagrama que muestra a los elementos físicos que forman al regulador de velocidad es presentado a continuación:



[Figura 2.6]

Con el fin de hacer el presente análisis aplicable a cualquier tipo de planta, así como para hacer una fácil comparación de las condiciones de diferentes plantas, las variables del sistema de control velocidad-carga son transformadas a la forma por unidad.

Las cantidades de referencia al cual los cambios podrán ser referidos son:

- A) Valor nominal de la planta.
- B) Magnitudes entre cero y plena carga de la planta.

Así, tomando como referencia las magnitudes entre cero carga y plena carga tenemos la siguiente tabla, en la cual se muestra la notación dada a las distintas variables involucradas en este análisis:

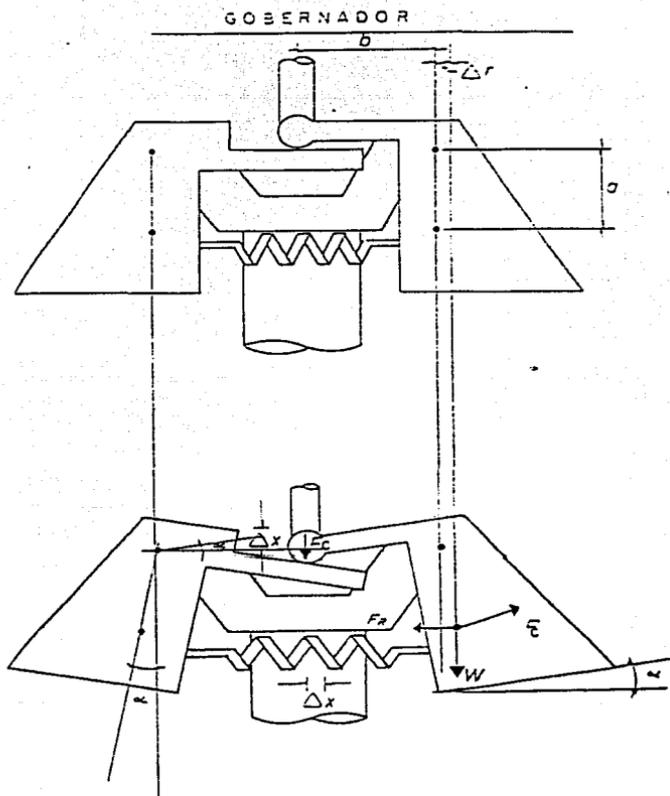
TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Δn :	Cambio de velocidad del gobernador.
Δx :	Cambio de posición del gobernador.
Δy :	Cambio de la posición de las válvulas de referencia, relevadora, piloto y servopiloto.
Δz :	Cambio de posición de las válvulas distribuidora y servomotor.
ΔT :	Cambio de par.
ΔP :	Cambio de presión.
ΔR :	Cambio en el ajuste de la referencia.
$\frac{\Delta n}{n}$:	σ : Cambio relativo de la velocidad del gobernador.
$\frac{\Delta x}{x}$:	ξ : Cambio relativo de la posición del gobernador.
$\frac{\Delta y}{y}$:	η_1 : Cambio relativo de la posición de las válvulas de referencia, relevadora, piloto y servopiloto.
$\frac{\Delta z}{z}$:	η_2 : Cambio relativo de la posición de las válvulas distribuidora y servomotor.
$\frac{\Delta T}{T}$:	τ : Cambio relativo del par.
$\frac{\Delta P}{P}$:	P' : Cambio relativo de la presión.
$\frac{\Delta P}{P}$:	P : Potencia neta acelerante.
$\frac{\Delta L}{L}$:	λ : Cambio relativo de la carga α .
$\frac{\Delta R}{R}$:	R' : Cambio relativo en el ajuste de referencia.

(*) : Son los valores de cada dispositivo del sistema de control velocidad-carga cuando el generador aporta su potencia nominal.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Gobernador - C_v (sensor de velocidad)



[Figura 2.7]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El gobernador es utilizado para transformar la señal de velocidad angular de la flecha en una señal de posición en la válvula de referencia.

El ajuste del mecanismo de gobierno, que no se muestra, está provisto de tal manera que se puede aumentar o disminuir la tensión del resorte dentro de los límites en cualquier posición de las masas, naturalmente estando el gobernador en reposo.

El gobernador o sensor de velocidad se encuentra directamente conectado al rotor de la máquina sincrónica, por lo cual se encuentra girando a una velocidad proporcional a la velocidad de dicho rotor. De esta forma, el gobernador detecta los cambios de velocidad en el rotor de la máquina causados por las variaciones de la carga conectada a la misma. Así, la fuerza centrífuga F_c que se genera con el movimiento de giro de las masas del gobernador es una función de dos variables: el radio de giro de las masas y la velocidad angular a la que se están moviendo.

La ecuación que define a esta fuerza centrífuga es la siguiente:

$$F_c = \frac{W}{g} r \omega^2 \dots (2.2.1)$$

donde,

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} : \text{velocidad angular}$$

n : velocidad del gobernador - rotor

g : aceleración de la gravedad.

r : radio.

W : peso.

así,

$$F_c = \frac{W}{g} r \left(\frac{2\pi n}{60} \right)^2$$

De la figura del gobernador y de la dinámica que se presenta en el giro de las masas del gobernador, podemos apreciar que cuando la velocidad del rotor aumenta, las masas del gobernador tienden a separarse del eje de rotación, es decir a aumentar su radio (r) de giro. Por el contrario, al disminuir la velocidad del rotor, el radio de giro también disminuye.

De lo anterior y de la ecuación de la ecuación (2.2.1), queda claro que la magnitud de la fuerza centrífuga generada en este movimiento, es directamente proporcional a la velocidad con la que gira el rotor de la máquina.

Continuando con el análisis y para simplificar el mismo podemos plantear que,

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$k_1 = \frac{W}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \dots\dots(2.2.2)$$

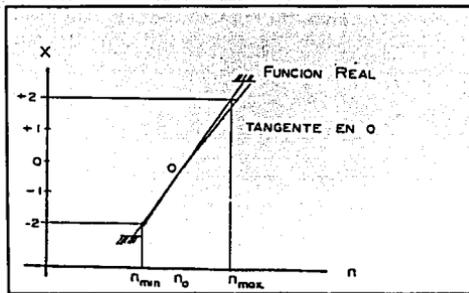
con lo que tendremos ahora la siguiente ecuación:

$$F_c = k_1 r n^2 \dots\dots(2.2.3)$$

Así, de la figura del gobernador y sabiendo que la F_c siempre actúa en ángulo recto con respecto al eje de rotación, podemos hacer la siguiente aproximación lineal:

$$\Delta F_c \approx \Delta F_c \tan \alpha$$

Ahora bien, si tomamos la tangente a la velocidad de referencia n_0 ,



[Figura 2.8]

consideramos un radio de referencia r_0 y recordamos que F_c es función de n y r , tenemos que:

$$\Delta F_c \tan \alpha \approx \left(\frac{\partial F_c}{\partial r} \Big|_{(r_0, n_0)} \right) \cdot \Delta r + \left(\frac{\partial F_c}{\partial n} \Big|_{(r_0, n_0)} \right) \cdot \Delta n \dots\dots(2.2.4)$$

Así, sustituyendo F_c y derivando:

$$\Delta F_c \tan \alpha \approx \left(\frac{\partial}{\partial r} k_1 r n^2 \Big|_{(r_0, n_0)} \right) \cdot \Delta r + \left(\frac{\partial}{\partial n} k_1 r n^2 \Big|_{(r_0, n_0)} \right) \cdot \Delta n$$

$$\Delta F_c = k_1 n_0^2 \Delta r + 2k_1 r_0 n_0 \Delta n \dots\dots(2.2.5)$$

Esta última ecuación nos representa las variaciones de la fuerza centrífuga en el gobernador debida a las variaciones de la velocidad del rotor y a las variaciones del radio de giro.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Por otro lado, además de la F_c el movimiento de las masas del gobernador se ve afectado por otras fuerzas. Así, tomando de la figura del gobernador los momentos con respecto al eje "O" causados principalmente por el peso de las masas (W) y por la fuerza de reacción (F_R) debida al resorte, así como a otras fuerzas no definidas totalmente; tales como la fricción entre los elementos giratorios, a las cuales llamaremos F para poder incluirlas en el análisis, tenemos que:

$$\sum M_O = \frac{W}{g} r \omega^2 a \cdot \cos \alpha - Wa \cdot \text{sen} \alpha \pm Fb \cdot \cos \alpha - F_R a \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{W}{g} r \omega^2 a \cdot \cos \alpha = Wa \cdot \text{sen} \alpha \pm Fb \cdot \cos \alpha + F_R a \cdot \cos \alpha \dots (2.2.6)$$

O también:

$$F_c a \cdot \cos \alpha = Wa \cdot \text{sen} \alpha \pm Fb \cdot \cos \alpha + F_R a \cdot \cos \alpha$$

$$F_c a = Wa \cdot \text{Tan} \alpha \pm Fb + F_R a$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) F_c = (W \cdot \text{Tan} \alpha + F_R) \left(\frac{a}{b}\right) \pm F \dots (2.2.7)$$

La ecuación (2.2.7) representa las variaciones del resorte, o sea:

$$\Delta F_R = (W \cdot \text{Tan} \alpha + F_R) \left(\frac{a}{b}\right) \pm F \dots (2.2.8)$$

Entonces, las variaciones de la fuerza centrífuga en función de las variaciones del resorte es, de (2.2.8) en (2.2.7):

$$\left(\frac{a}{b}\right) \Delta F_c = \Delta F_R \dots (2.2.9)$$

Ahora bien, recordando que la fuerza aplicada a un resorte es definida por la siguiente ecuación:

$$F_R = k_R \cdot x$$

De la ecuación anterior tenemos que:

$$\Delta F_R = k_R \cdot \Delta x \dots (2.2.10)$$

Sustituyendo (2.2.10) en (2.2.9),

$$\Delta F_c = \left(\frac{b}{a}\right) k_R \cdot \Delta x \dots (2.2.11)$$

e igualando (2.2.11) con (2.2.5) tenemos :

$$\left(\frac{b}{a}\right) k_R \cdot \Delta x = k_1 n_0^2 \Delta r + 2k_1 r_0 n_0 \Delta n \dots (2.2.12)$$

De la figura del gobernador tenemos que la variación en la longitud del resorte (Δx) debida al giro de las masas, es la misma variación en la posición del gobernador, la cual genera a su vez un cambio en la posición de la válvula de referencia, siendo en si este cambio de posición la señal de salida del gobernador y la señal de entrada a la siguiente etapa del regulador, formada por la válvula de referencia y por la válvula relevadora.

De la figura del gobernador tenemos que, si relacionamos las variaciones de la posición del gobernador y las variaciones del radio de giro con las dimensiones físicas de construcción del sistema a través del ángulo que se forma, tenemos que:

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\Delta x}{b} = \frac{\Delta r}{a}$$

De lo anterior podemos obtener que,

$$\Delta r = \frac{a}{b} \Delta x \dots (2.2.13)$$

sustituyendo (2.2.13) en (2.2.12) :

$$\left(\frac{b}{a}\right) k_R \cdot \Delta x = k_1 n_0^2 \left(\frac{a}{b}\right) \Delta x + 2k_1 r_0 n_0 \Delta n$$

$$\left(\frac{b}{a}\right) k_R \cdot \Delta x = k_1 n_0^2 \left(\frac{a}{b}\right) \Delta x + 2k_1 r_0 n_0 \Delta n$$

$$\Delta x \left[\left(\frac{b}{a}\right) k_R - k_1 n_0^2 \left(\frac{a}{b}\right) \right] = 2k_1 r_0 n_0 \Delta n$$

multiplicando por $\left(\frac{a}{b}\right)$:

$$\Delta x \left[k_R - k_1 n_0^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right] = 2k_1 r_0 n_0 \Delta n \left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta n} = \frac{2k_1 r_0 n_0 \left(\frac{a}{b}\right)}{k_R - k_1 n_0^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2}$$

Sustituyendo k_f :

$$\frac{\Delta x}{\Delta n} = \frac{2 \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 r_0 n_0 \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{W}{g} \right)}{k_R - \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 n_0^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left(\frac{W}{g} \right)}$$

Haciendo:

$$K_g = \frac{\Delta x}{\Delta n} = \frac{2 \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 r_0 n_0 \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{W}{g} \right)}{k_R - \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 n_0^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left(\frac{W}{g} \right)} \dots (2.2.14)$$

6

$$K_g = \frac{\Delta x}{\Delta n} = \frac{(0.0219) r_0 n_0 \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{W}{g} \right)}{k_R - (0.0109) n_0^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left(\frac{W}{g} \right)} \dots (2.2.14')$$

Siendo ésta última ecuación la constante de velocidad del gobernador.

Haciendo uso de las cantidades relativas de la velocidad y de la carrera del gobernador, podemos escribir:

$$\Delta x = K_g \Delta n \dots (2.2.15)$$

$$\Delta n = \sigma n^* \text{ y } \Delta x = \xi x^*$$

sustituyendo estas en (2.2.15):

$$\xi x^* = K_g \sigma n^*$$

$$\frac{\xi}{\sigma} = K_g \frac{n^*}{x^*}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

o bien,

$$\frac{\xi}{\sigma} = \frac{(0.0219)r_0n_0\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{W}{g}\right)}{k_R - (0.0109)n_0^2\left(\frac{a}{b}\right)^2\left(\frac{W}{g}\right)}\left(\frac{n^*}{x^*}\right)$$

Llamando a :

$$C_g = \frac{\xi}{\sigma} = \frac{(0.0219)r_0n_0\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{W}{g}\right)}{k_R - (0.0109)n_0^2\left(\frac{a}{b}\right)^2\left(\frac{W}{g}\right)}\left(\frac{n^*}{x^*}\right)$$

ó

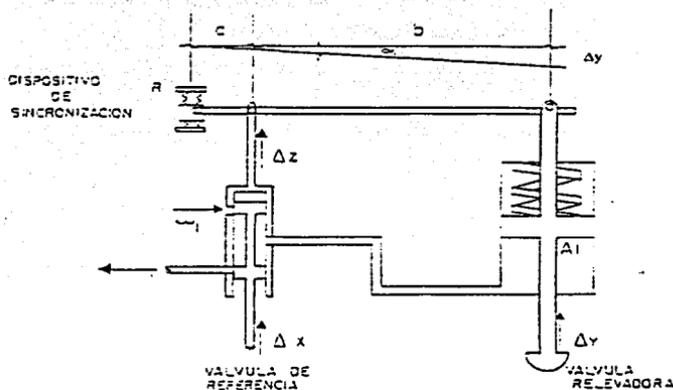
$$C_g = \frac{\xi}{\sigma} = K_g\left(\frac{n^*}{x^*}\right) \dots\dots(2.2.16)$$

*Constante de velocidad normalizada
del gobernador*

Estas dos últimas ecuaciones representan la ecuación de transferencia del gobernador, o sea, la ecuación de transferencia de la retroalimentación del sistema.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Válvulas de referencia v relevadora - ETI



[Figura 2.9]

El desplazamiento Δx del gobernador es comparado con la referencia R de entrada, que es la posición del dispositivo de sincronización y que da como resultado una señal de error E . Esta última es amplificada para obtener una señal de salida en forma de desplazamiento, con la cual se afecta la posición de la válvula relevadora. Dependiendo de la dirección del desplazamiento el embolo de la válvula de referencia se moverá de tal manera que provocará que entre o salga fluido en la válvula de referencia. De esta forma, si se presenta un aumento en la velocidad del rotor, se desplazará hacia abajo el embolo de la válvula de referencia (ver figura 2.9), con lo cual se provocará que salga fluido de la válvula de referencia y como consecuencia sucederá lo mismo con el fluido de la válvula relevadora, provocando el desplazamiento hacia abajo del embolo de dicha válvula. Para el caso contrario, si se presenta una disminución en la velocidad del rotor se desplazará hacia arriba el embolo de la válvula de referencia (ver figura 2.9), con lo cual se provocará la entrada de fluido a la válvula de referencia y a la válvula relevadora, provocando el desplazamiento hacia arriba del embolo de dicha válvula. Dichos desplazamientos dependerán en magnitud del ajuste predeterminado en el dispositivo de sincronización (R), el cual funge como referencia de la velocidad a la que debe de funcionar normalmente el sistema.

La velocidad de flujo a través de la válvula de referencia, suponiendo una caída de presión constante, puede obtenerse empleando la ecuación que determina la rapidez del flujo a través de una válvula con orificios planos:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$q = C_d A v' \quad \dots(2.2.17)$$

donde,

C_d : coeficiente de descarga [sin unidades]

A : área del orificio [m^2]

v' : velocidad de las partículas del fluido [m/s]

Ahora bien, la velocidad de las partículas del fluido se obtiene de la siguiente ecuación:

$$v' = 2g \frac{\Delta P}{\rho} \quad \dots(2.2.18)$$

donde,

g : aceleración de la gravedad [m/s^2]

ΔP : caída de presión [kg/m^2]

ρ : densidad del fluido [kg/m^3]

La abertura de la válvula de referencia depende del desplazamiento provocado a su embolo, el cual está dado por $\Delta x - \Delta z$ (ver figura 2.9). De esta forma el área del puerto por donde se desalojara o entrara fluido a la válvula de referencia será:

$$A = w_1 (\Delta x - \Delta z) \dots(2.2.19)$$

w_1 : ancho del orificio

Entonces, sustituyendo (2.2.18) y (2.2.19) en (2.2.17):

$$q_{V-referencia} = C_d w_1 (\Delta x - \Delta z) 2g \frac{\Delta P}{\rho} \quad \dots(2.2.20)$$

Como la caída de presión se ha considerado constante al igual que C_d y ρ , podemos simplificar la ecuación (2.2.20) haciendo:

$$k_{v1} = C_d \sqrt{2g \frac{\Delta P}{\rho}}$$

$$q_{V\text{-referencia}} = k_{v1} w_1 (\Delta x - \Delta z) \dots (2.2.21)$$

Por otro lado, de la figura 2.9 podemos apreciar que la palanca de retroalimentación indica que, la relación entre los desplazamientos de la camisa y el pistón de la válvula relevadora puede expresarse a través del ángulo que se forma, con lo cual nos queda la expresión siguiente:

$$\text{Tan} \alpha = \frac{\Delta y}{a+b} = \frac{\Delta z}{a}$$

$$\Delta z = \frac{a}{a+b} \Delta y \dots (2.2.22)$$

Sustituyendo (2.2.22) en (2.2.21):

$$q_{V\text{-referencia}} = k_{v1} w_1 \left(\Delta x - \frac{a}{a+b} \Delta y \right) \dots (2.2.23)$$

Siendo esta última ecuación el flujo que sale o entra a la válvula de referencia cuando se produce un cambio de velocidad en el rotor de la máquina.

Como consecuencia, este flujo imprime un movimiento en el pistón de la válvula relevadora igual a:

$$q_{V\text{-relevadora}} = A_1 \frac{d}{dt} \Delta y \dots (2.2.24)$$

Como los gastos producidos en la válvula de referencia son los mismos que los de la válvula relevadora, podemos igualarlos:

$$A_1 \frac{d}{dt} \Delta y = k_{v1} w_1 \left(\Delta x - \frac{a}{a+b} \Delta y \right)$$

$$A_1 \frac{d}{dt} \Delta y + k_{v1} w_1 \frac{a}{a+b} \Delta y = k_{v1} w_1 \Delta x \dots (2.2.25)$$

Con lo cual se obtiene la ecuación diferencial que rige a esta parte del sistema.

Ahora, dado que la transformada de Laplace indica que,

$$\frac{d}{dt} = s$$

tendremos que la ecuación (2.2.25) será:

$$A_1 s \Delta y + k_v w_1 \frac{a}{a+b} \Delta y = k_v w_1 \Delta x$$

Agrupando términos tenemos lo siguiente:

$$\Delta y \left(A_1 s + k_v w_1 \frac{a}{a+b} \right) = k_v w_1 \Delta x$$

Multiplicando y dividiendo ambos lados de ésta última ecuación por $(a+b)$ y $(k_v w_1 a)$ respectivamente, tenemos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{a+b}{a}}{\left(\frac{A_1}{k_v w_1} \right) \left(\frac{a+b}{a} \right) \cdot s + 1} \dots (2.2.26)$$

que es la ecuación de transferencia.

Análisis Dimensional:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{L}{L} \text{ Sin dimensiones}$$

$$\frac{A_1}{k_v w_1} \frac{a+b}{b} = \frac{L^2 \cdot L}{T \cdot L \cdot L} = \frac{1}{T} = T [\text{Seg}]$$

Ahora bien, si decimos que,

$$T_1 = \frac{A_1}{k_v w_1} \frac{a+b}{a} [\text{Seg}]$$

y

$$K_1 = \frac{a+b}{a}$$

la ecuación de transferencia nos queda como sigue:

$$ET1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{K_1}{T_1 s + 1} \dots (2.2.27)$$

Siendo T_1 la constante de tiempo que rige la velocidad de respuesta del sistema formado por la válvula de referencia y la válvula relevadora, y K_1 representa una constante adimensional dependiente de las dimensiones físicas de construcción del sistema.

A partir de las cantidades relativas de la posición de las válvulas de referencia y relevadora, así como del cambio relativo en la posición del gobernador tenemos que:

$$\Delta y = \eta_1 y^*$$

$$y$$

$$\Delta x = \xi x^*$$

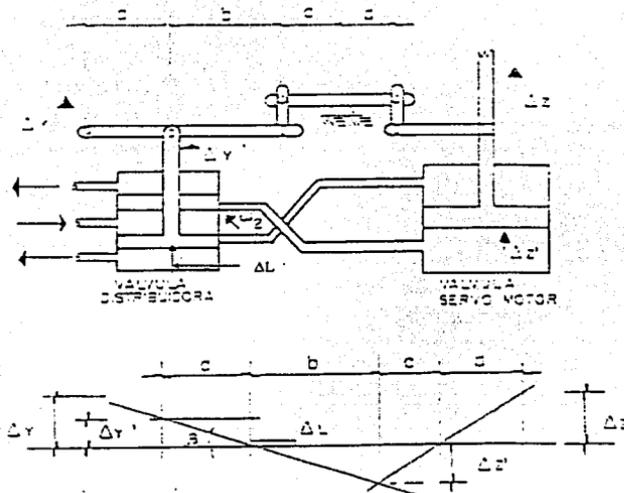
y finalmente sustituyéndolas en la ecuación de transferencia tenemos que:

$$\frac{\eta_1}{\xi} = \frac{K_1}{T_1 s + 1} \left(\frac{x^*}{y^*} \right) \dots (2.2.28)$$

Hay que observar que, si el dispositivo de sincronización está en el valor alto, o sea 5% en este caso, a una señal del gobernador de $-\xi$ (sentido opuesto) la carrera Δy de la válvula relevadora es mínima. Lo contrario sucede al ser $+\xi$, con lo que la carrera Δy podrá ser máxima.

TESIS CON
FALSA DE ORIGEN

Válvula distribuidora y servomotor - ET2



[Figura 2.10]

La válvula distribuidora es el elemento de entrada a la siguiente etapa del regulador de velocidad, la cual está conformada por la misma válvula distribuidora y el servomotor. Como su nombre lo indica, la válvula distribuidora se encarga de distribuir los flujos de entrada y salida que afectan el desplazamiento del embolo del servomotor.

Cuando se tiene un desplazamiento en el embolo de la válvula relevadora se genera también un desplazamiento en el embolo de la válvula distribuidora. De la figura 2.10 se puede observar que el desplazamiento del embolo de la válvula distribuidora se da en la misma dirección al desplazamiento de la válvula relevadora. De esta forma, si el desplazamiento del embolo de la válvula relevadora es hacia abajo (aumento de la velocidad del rotor), el embolo de la válvula distribuidora se desplazara en la misma dirección. A su vez, por acción de las barras que conectan a la válvula relevadora con el servomotor, se provocara un desplazamiento del embolo de éste ultimo en la misma dirección del desplazamiento del embolo de la válvula relevadora. Adicionalmente, al cambiar de posición la válvula distribuidora; en este caso hacia abajo, se provocara una distribución entre los flujos de entrada y salida que obligue al embolo del servomotor a desplazarse hacia esa misma dirección. Para el caso en el que el desplazamiento de la válvula relevadora sea hacia arriba

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(disminución de la velocidad del rotor), el sistema funcionara de la misma forma que la explicada anteriormente, pero con los desplazamientos generados en dirección contraria.

De la figura 2.10 tenemos que, al relacionar los desplazamientos generados en la válvula distribuidora y en el servomotor con las dimensiones físicas de construcción del sistema a través de los ángulos que se forman, podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$\tan \alpha = \frac{\Delta z}{d} = \frac{\Delta z'}{c} \dots (2.2.29)$$

$$\tan \beta = \frac{\Delta y - \Delta L}{a} = \frac{\Delta L + \Delta z'}{b} \dots (2.2.30)$$

La velocidad de flujo a través de la válvula distribuidora, suponiendo una caída de presión constante, puede obtenerse empleando la ecuación que determina la rapidez del flujo a través de una válvula con orificios planos:

$$q = C_d A v' \dots (2.2.31)$$

donde,

C_d : coeficiente de descarga [sin unidades]

A : área del orificio [m^2]

v' : velocidad de las partículas del fluido [m/s]

Ahora bien, la velocidad de las partículas del fluido se obtiene de la siguiente ecuación:

$$v' = \sqrt{2g \frac{\Delta P}{\rho}} \dots (2.2.32)$$

donde,

g : aceleración de la gravedad [m/s^2]

ΔP : caída de presión [kg/m^2]

ρ : densidad del fluido [kg/m^3]

Ahora, la abertura de la válvula distribuidora se obtiene a partir de la ecuación (2.2.29):

$$\Delta z' = \frac{c}{d} \Delta z \dots (2.2.29a)$$

De la ecuación (2.2.30) tenemos que:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$b\Delta y - b\Delta L = a\Delta L + a\Delta z' \dots (2.2.32a)$$

Así, sustituyendo (2.2.29a) en (2.2.32a):

$$\begin{aligned} b\Delta y - b\Delta L &= a\Delta L + \frac{ac}{d} \Delta z \\ \Delta L(a + b) &= b\Delta y - \frac{ac}{d} \Delta z \\ \Delta L &= \frac{db\Delta y - ac\Delta z}{da + db} \dots (2.2.32b) \end{aligned}$$

De esta forma el área del puerto por donde se distribuirá el flujo a la válvula distribuidora será:

$$A = w_2 \Delta L = w_2 \frac{db\Delta y - ac\Delta z}{da + db} \dots (2.2.33)$$

w_2 : ancho del orificio

Sustituyendo (2.2.32) y (2.2.33) en (2.2.31):

$$q_{V-distribuidora} = C_d w_2 \left(\frac{db\Delta y - ac\Delta z}{da + db} \right) \sqrt{2g \frac{\Delta p}{\rho}} \dots (2.2.34)$$

Como la caída de presión se ha considerado constante al igual que C_d y ρ , podemos simplificar la ecuación (2.2.34) haciendo:

$$k_{v2} = C_d \sqrt{2g \frac{\Delta p}{\rho}}$$

y

$$q_{V-distribuidora} = k_{v2} w_2 \left(\frac{db\Delta y - ac\Delta z}{da + db} \right) \dots (2.2.35)$$

Este flujo imprime un movimiento en el pistón de la válvula servomotor igual a:

$$q_{servomotor} = A_2 \frac{d}{dt} \Delta z$$

Como los gastos producidos en la válvula distribuidora son los mismos que los del servomotor podemos igualarlos:

$$A_2 \frac{d}{dt} \Delta z = k_{v2} w_2 \left(\frac{db \Delta y - ac \Delta z}{da + db} \right)$$

$$A_2 \frac{d}{dt} \Delta z + k_{v2} w_2 \left(\frac{ac \Delta z}{da + db} \right) = k_{v2} w_2 \left(\frac{db \Delta y}{da + db} \right) \dots (2.2.36)$$

Siendo ésta última la ecuación diferencial de esta parte del sistema.

Ahora, dado que la transformada de Laplace indica que,

$$\frac{d}{dt} = s$$

se tiene que la ecuación (2.2.36) será:

$$A_2 s \Delta z + k_{v2} w_2 \left(\frac{ac \Delta z}{da + db} \right) = k_{v2} w_2 \left(\frac{db \Delta y}{da + db} \right)$$

Y agrupando términos tenemos que:

$$\Delta z \left(A_2 s + k_{v2} w_2 \left(\frac{ac}{da + db} \right) \right) = k_{v2} w_2 \left(\frac{db}{da + db} \right) \Delta y$$

Multiplicando y dividiendo ambos lados de ésta última ecuación por $(da+db)$ y $k_{v2} w_2 ac$ respectivamente, tenemos:

$$\Delta z \left(A_2 \frac{da + db}{k_{v2} w_2 ac} s + 1 \right) = \frac{db}{ac} \Delta y$$

Obteniendo finalmente la ecuación de transferencia.

$\frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{db}{A_2 \frac{da + db}{k_{v2} w_2 ac} s + 1} \dots (2.2.37)$

Análisis Dimensional:

$$A_2 \frac{da + db}{k_{v2} w_2 ac} = L^2 \cdot \frac{L^2 + L^2}{\frac{L}{T} \cdot L \cdot L \cdot L} = \frac{L^4}{\frac{L^4}{T}} = T \text{ [Seg]}$$

$$\frac{db}{ac} = \frac{L^2}{L^2} = \text{Sin dimensiones}$$

Ahora bien, si decimos que:

$$T_2 = A_2 \frac{da + db}{k_{v2} w_2 ac} \text{ [seg]}$$

y

$$K_2 = \frac{da}{ac}$$

La ecuación de transferencia del sistema nos quedara como sigue:

$$ET2 = \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{K_2}{T_2 s + 1} \dots (2.2.38)$$

Siendo T_2 la constante de tiempo que rige la velocidad de respuesta del sistema formado por la válvula distribuidora y el servomotor, y K_2 representa una constante adimensional dependiente de las dimensiones físicas de construcción del sistema.

A partir de las cantidades relativas de la posición de la válvula de referencia, así como de la del cambio relativo en la posición de la válvula distribuidora y del servomotor tenemos que:

$$\Delta y = \eta_1 y'$$

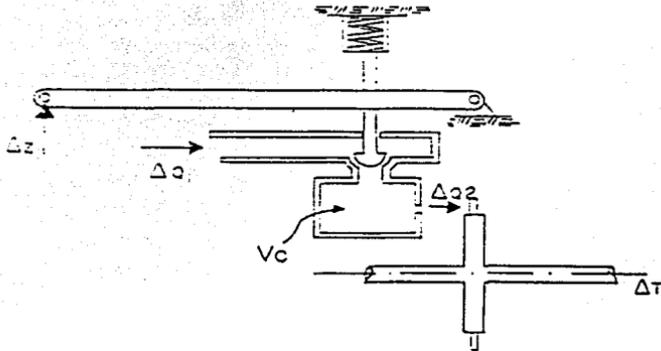
y

$$\Delta z = \eta_2 z'$$

Y finalmente sustituyéndolas en la ecuación de transferencia tenemos que:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{K_2}{T_2 s + 1} \left(\frac{y'}{z'} \right) \dots (2.2.39)$$

Válvulas de vapor -ET3 (válvulas de control y carcasa)



[Figura 2.11]

La función que transferencia que relaciona el desplazamiento (Δz) de la válvula del servomotor con el par de las turbinas, incluye las características de las válvulas de control, el volumen de vapor entre las válvulas y el receptáculo o carcasa y la transformación de la energía del vapor en forma de par en el eje de la turbina.

Cuando la válvula del servomotor presenta un desplazamiento (Δz) automáticamente se pone en movimiento la palanca que conecta al servomotor con la válvula de admisión de vapor a la carcasa de la turbina (ver figura 2.11). De esta forma si se presenta un aumento en la velocidad del rotor de la máquina la válvula del servomotor se desplazara hacia abajo, provocando que la barra que controla la válvula de admisión de vapor se cierre y con ello se disminuya la cantidad de vapor dentro de la carcasa de la turbina, causando una baja en la velocidad de la misma. Cuando la velocidad disminuye, los desplazamientos generados se darán en dirección contraria al caso anterior, provocando la apertura de la válvula de admisión de vapor a la turbina, con lo cual la velocidad aumentará.

Ahora bien, si decimos que V_c es el volumen de la carcasa de la turbina en cm^3 y que Q_1 y Q_2 son los flujos de las masas de vapor en kg/seg que entran y salen de la carcasa respectivamente (ver figura 2.11), tenemos que:

1- La ecuación de continuidad nos dice que las variaciones del peso W (kg.) del vapor en el tiempo, es igual a la diferencia de los flujos de masa que entran y salen, o sea:

$$\frac{dW}{dt} = \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \dots (2.2.40)$$

2- La ecuación de flujos nos dice que el flujo Q_2 es proporcional a la presión dentro de la carcasa:

$$\Delta Q_2 \propto \Delta P$$

o sea que a mayor presión dentro de la carcasa mayor será el flujo Q_2 .

Por flujos tenemos que:

$$\Delta Q_2 P_0 = Q_0 P \dots (2.2.41)$$

donde,

P_0 : presión absoluta en estado estable en la carcasa

Q_0 : flujo de masa de vapor en estado estable que sale de la carcasa correspondiente a P_0

P : presión variable dentro de la carcasa

Trabajando la ecuación (2.2.41) tenemos:

$$\Delta Q_2 = \frac{P}{P_0} Q_0$$

$$\frac{d}{dt} \Delta Q_2 = \frac{Q_0}{P_0} \frac{dP}{dt} \dots (2.2.42)$$

3- Considerando la temperatura dentro de la carcasa constante y aplicando la regla de la cadena que dice que,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$$

con lo cual tendríamos:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\delta W}{\delta P} \frac{dP}{dt} \dots (2.2.43)$$

Como el peso es:

$$W = \frac{V}{v} \dots (2.2.44)$$

donde,

V : volumen de la carcasa
 v : volumen específico del vapor
 en la carcasa

y sustituyendo (2.2.44) en (2.2.43),

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= \frac{\delta}{\delta P} \frac{V}{v} \frac{dP}{dt} \\ \frac{dW}{dt} &= V \frac{\delta}{\delta P} \left(\frac{1}{v} \right) \frac{dP}{dt} \dots (2.2.45) \end{aligned}$$

despejando de (2.2.42):

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P_0}{Q_0} \frac{d}{dt} \Delta Q_2 \dots (2.2.46)$$

Sustituyendo (2.2.46) en (2.2.45) e igualando con (2.2.40) obtenemos la siguiente ecuación que es la ecuación diferencial del sistema:

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = \frac{VP_0}{Q_0} \frac{\delta}{\delta P} \left(\frac{1}{v} \right) \frac{d}{dt} \Delta Q_2$$

Haciendo:

$$T_3 = \frac{VP_0}{Q_0} \frac{\delta}{\delta P} \left(\frac{1}{v} \right)$$

Siendo T_3 la constante de tiempo que rige la velocidad de respuesta de esta parte del regulador de velocidad.

A partir de lo anterior tenemos que:

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = T_3 \frac{d}{dt} \Delta Q_2$$

Ahora, dado que la transformada de Laplace indica que,

$$\frac{d}{dt} = s$$

Y aplicado a la ultima ecuación nos queda que:

$$T_1 s \Delta Q_2 + \Delta Q_2 = \Delta Q_1 \dots (2.2.47)$$

Para calcular la constante de tiempo T_1 debemos de obtener la derivación del recíproco del volumen específico con respecto a la presión. Si se considera la temperatura constante se puede deducir de la tabla entalpía-entropía. Para ilustrar este proceso veamos un ejemplo:

Si tenemos que,

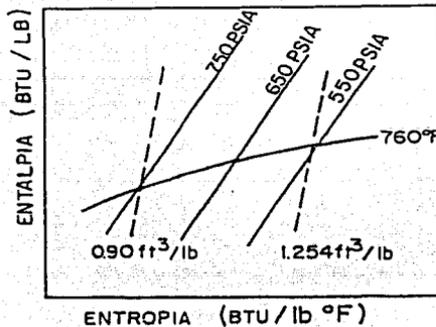
$$Q_0 = 900 \text{ lb/seg}$$

$$V = 200 \text{ ft}^3$$

y

$$T_0 = 760^\circ F$$

de la tabla de entalpía - entropía tenemos que,



[Figura 2.12]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\dot{v}_1 = 0.901 \frac{ft^3}{lb}$$

$$v_2 = 1.254 \frac{ft^3}{lb}$$

$$P_1 = 750 \text{ PSIA}$$

$$P_2 = 550 \text{ PSIA}$$

con lo cual :

$$T_3 = \frac{P_0 V}{Q_0 (P_1 - P_2)} \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right)$$

$$T_3 = \frac{650 \text{ PSIA} \times 200 \text{ ft}^3}{900 \frac{lb}{seg} (750 \text{ PSIA} - 550 \text{ PSIA})} \left(\frac{1}{0.901 \frac{ft^3}{lb}} - \frac{1}{1.254 \frac{ft^3}{lb}} \right)$$

$$T_3 = 0.226 \text{ seg}$$

Donde :

W : peso del vapor [kg ó lb]

V : volumen de la carcasa [cm³ ó ft³]

T_3 : tiempo [seg]

Q_1 y Q_2 : flujos de masa de vapor [kg / seg ó lb / seg]

P : presión variable dentro de la carcasa [kg / cm² ó PSIA]

P_0 : presión absoluta en estado estable en la carcasa [kg / cm² ó PSIA]

Q_0 : flujo de masa de vapor en estado estable que sale de la carcasa correspondiente a la presión P_0 [kg / seg]

v : volumen específico del vapor en la carcasa [cm³ / kg ó ft³ / lb]

4- Sabiendo que,

$$\Delta P (\text{potencia}) \left[\frac{Kg - m}{seg} \right] = \Delta Q_2 \left[\frac{Kg}{seg} \right] \cdot \delta_0 [m]$$

y si multiplicamos ambos miembros de (2.2.47) por una distancia δ_0 , obtenemos las variaciones de potencia:

$$T_3 s \Delta Q_2 \cdot \delta_0 + \Delta Q_2 \cdot \delta_0 = \Delta Q_1 \cdot \delta_0$$

Entonces:

$$T_3 s \Delta P + \Delta P = \Delta Q_1 \cdot \delta_0$$

Y como las variaciones de potencia son iguales a las variaciones de par:

$$\Delta P = \Delta T \cdot \delta$$

$$T_{js} \Delta T \cdot \delta + \Delta T \cdot \delta = \Delta Q_1 \cdot \delta_0 \dots (2.2.48)$$

5- Como la velocidad angular δ es el cambio de velocidad producido por un cambio del par en la flecha podemos definir como:

REGULACION INCREMENTAL DE VELOCIDAD.

$$\delta = \frac{n_0 - n'}{n_r} [PU] \dots (2.2.49)$$

donde,

n_0 : Velocidad a cero potencia de salida [rpm]

n_r : Velocidad nominal [rpm]

n' : Velocidad ficticia [rpm], a la cual será necesario rodar la turbina para obtener la potencia nominal de salida, si la pendiente de la curva de potencia aumenta en el punto donde la regulación incremental está siendo medida y fue continua desde cero hasta plena carga, manteniendo la referencia R constante

6- El flujo Q_1 por la distancia δ_0 nos expresa la potencia desarrollada por el vapor a la entrada de la turbina:

$$\Delta P_1 = \Delta Q_1 \cdot \delta_0$$

A su vez, el flujo Q_1 es proporcional a la abertura de la válvula de admisión de vapor, la cual depende del desplazamiento de la válvula del servomotor (Δz), o sea :

$$\Delta Q_1 \propto \Delta z$$

Entonces,

$$\Delta P_1 = \Delta z \cdot \delta_0 \dots (2.2.50)$$

7- Como la velocidad angular de la flecha de la turbina es proporcional a la potencia que se suministra a través de las válvulas de admisión, podemos definir como:

REGULACION DE VELOCIDAD (REGULACION DE ESTADO ESTABLE).

$$\delta_o = \frac{n_o - n}{n_r} [PU] \dots (2.2.51)$$

donde,

n_o : Velocidad a cero potencia de salida [rpm]

n_r : Velocidad nominal [rpm]

n : Velocidad a potencia nominal [rpm], permaneciendo la posición de referencia R constante.

8- Sustituyendo en (2.2.48) las ecuaciones (2.2.49), (2.2.50) y (2.2.51),

$$T_3 \left(\frac{n_o - n'}{n_r} \right) s \Delta T + \left(\frac{n_o - n'}{n_r} \right) \Delta T = \left(\frac{n_o - n}{n_r} \right) \Delta z$$

y agrupando términos tenemos,

$$T_3 s \Delta T + \Delta T = \frac{\frac{n_o - n}{n_r}}{\frac{n_o - n'}{n_r}} \Delta z$$

factorizando ΔT se tiene:

$$\Delta T (T_3 s + 1) = \frac{\frac{n_o - n}{n_r}}{\frac{n_o - n'}{n_r}} \Delta z$$

Para simplificar el análisis hacemos que,

$$K_3 = \frac{\frac{n_o - n}{n_r}}{\frac{n_o - n'}{n_r}}$$

donde K_3 es una constante adimensional.

De lo anterior nos queda que,

$$\Delta T (T_3 s + 1) = K_3 \Delta z$$

y de esta forma obtenemos la ecuación de transferencia de esta parte del sistema:

$$ET_3 = \frac{\Delta T}{\Delta z} = \frac{K_3}{T_3 s + 1} \dots (2.2.52)$$

A partir de las cantidades relativas de la posición de la válvula distribuidora y del servomotor y del cambio del par tenemos que:

$$\Delta z = \eta_2 z^*$$

y

$$\Delta T = \tau T^*$$

Y finalmente sustituyéndolas en la ecuación de transferencia tenemos que:

$$\frac{\tau}{\eta_2} = \frac{K_3}{T_3 s + 1} \left(\frac{z^*}{T^*} \right) \dots (2.2.53)$$

Las turbinas de vapor emplean válvulas de control a la entrada del vapor para regular el flujo de éste. Estas válvulas son accionadas por el mecanismo regulador de velocidad.

El receptáculo o carcasa de la turbina, la tubería de entrada al primer cilindro, los recalentadores y los cabezales posteriores, introducen retardos entre el movimiento de las válvulas y los cambios en el flujo del vapor.

Dicho de otra forma, la respuesta de potencia de una turbina de vapor a un cambio en la posición de las válvulas, es una función que depende principalmente de las características de las válvulas, el flujo de vapor a través de la turbina, las condiciones del vapor, el volumen interno de la turbina y la distribución de potencia entre los diferentes elementos de la turbina.

Las variaciones de presión en las válvulas pueden tener un valor significativo cuando se simulan disturbios, dando como resultado grandes cambios en la frecuencia. Sin embargo, no es muy importante cuando las variaciones de frecuencia son pequeñas o cuando varían alrededor de la frecuencia nominal del sistema.

Par de freno externo

El par de salida de la turbina sufre una oposición ocasionada por la carga, la cual debe considerarse como la función de impulso del sistema. En el caso particular de sin-carga, no existe par de freno externo en la unidad y la única carga serán las pérdidas por fricción en la flecha, blindaje y pérdidas eléctricas.

Par-Velocidad

Para un cambio en el par, el valor de la aceleración cambiara hasta un valor que es determinado por la inercia del rotor. Cuando la velocidad aumenta también lo hacen las perdidas del par en la flecha.

La energía cinética del sistema se pueden expresar en función del momento de inercia:

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2 \dots (2.2.54)$$

Cuando la velocidad angular aumenta en $d\omega$, el aumento de energía cinética es:

$$d(E_c) = I \Delta \omega d\Delta \omega \dots (2.2.55)$$

como:

$$I = \text{momento de inercia} = mR^2 \dots (2.2.56)$$

de donde,

$R = \text{distancia al eje de rotación}$

y

$$m = \text{masa en rotación} = \frac{W}{g} \dots (2.2.57),$$

$W : \text{peso}$

$g : \text{aceleración de la gravedad}$

Sustituyendo (2.2.56) y (2.2.57) en (2.2.55) tenemos que:

$$d(E_c) = \frac{WR^2}{g} \Delta \omega d\Delta \omega \dots (2.2.58)$$

Por otro lado, la diferencial de energía cinética del sistema con respecto al diferencial de tiempo dt es:

$$\frac{d(E_c)}{dt} = \text{Potencia} = P \dots (2.2.59)$$

$$d(E_c) = P dt \dots (2.2.60)$$

Ahora, igualando (2.2.60) con (2.2.58) nos queda.

$$P dt = \frac{WR^2}{g} \Delta \omega d\Delta \omega$$

$$P = \frac{WR^2}{g} \Delta \omega \frac{d\Delta \omega}{dt} \dots (2.2.61)$$

que es la ecuación diferencial de esta parte del sistema.

Ahora, si $P = \Delta P$ y linealizando la ecuación (2.2.61) tendríamos que:

$$\frac{\Delta P}{\Delta \omega} = \frac{WR^2}{g} \frac{d\Delta \omega}{dt} \dots (2.2.62)$$

Como:

$$\Delta \omega = \frac{2\pi \Delta n}{60} [\text{rad / seg}] \dots (2.2.63)$$

donde,

n : velocidad del rotor en RPM

Sustituyendo (2.2.63) en (2.2.62):

$$\frac{\Delta P}{\frac{2\pi \Delta n}{60}} = \frac{WR^2}{g} \frac{d}{dt} \frac{2\pi \Delta n}{60}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta n} = \frac{WR^2}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{d\Delta n}{dt} \dots (2.2.64)$$

Multiplicando y dividiendo (2.2.64) por n^* donde:

n^* : velocidad sincrona del rotor en RPM

$$\frac{n^* \Delta P}{n^* \Delta n} = \frac{WR^2}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{d}{dt} \frac{\Delta n \cdot n^*}{n^*} \dots (2.2.65)$$

$$\frac{n^* \Delta P}{\Delta n} = \frac{WR^2}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 (n^*)^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta n}{n^*} \right)$$

sabiendo que,

$$\frac{\Delta n}{n^*} = \sigma$$

nos queda,

$$\frac{n^* \Delta P}{\Delta n} = \frac{WR^2}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 (n^*)^2 \frac{d}{dt} \sigma \dots (2.2.66)$$

Dividiendo la ecuación (2.2.66) entre P^* que es la potencia nominal en MW:

$$\frac{\Delta P}{P^*} \frac{\Delta n}{n^*} = \frac{WR^2}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{(n^*)^2}{P^*} \frac{d}{dt} \sigma \dots (2.2.67)$$

Ahora, dado que la transformada de Laplace indica que,

$$\frac{d}{dt} = s$$

Y aplicado a la última ecuación nos queda que:

$$\frac{\Delta P}{P^*} \frac{\Delta n}{n^*} = \frac{WR^2}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{(n^*)^2}{P^*} s \sigma \dots (2.2.68)$$

Para simplificar el análisis hacemos que,

$$T_a = \frac{WR^2}{g} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{(n^*)^2}{P^*} [seg] = \text{Constante de tiempo de aceleración} \dots (2.2.69)$$

así,

$$\frac{\Delta P}{P^*} \frac{\Delta n}{n^*} = T_a s \sigma \dots (2.2.70)$$

Ahora, sabiendo que,

$$\frac{\Delta P}{P^*} = P = \text{potencia neta acelerante}$$

y

$$\frac{\Delta P}{P^*} = \frac{P}{\sigma} = \tau = \text{Par neta acelerante}$$

la ecuación (2.2.70) nos quedara de la siguiente forma:

$$\tau = T_a \sigma \dots (2.2.71)$$

De donde finalmente obtenemos la ecuación de transferencia de esta parte del sistema.

$$ET4 = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{1}{T_a s} \dots (2.2.72)$$

De este análisis tenemos que:

T_a : Constante de tiempo en segundos. Es el tiempo requerido para acelerar la Turbina-Generador de una velocidad establecida hasta la velocidad síncrona, cuando es aplicado al rotor un par neta acelerante (igual al par nominal)

WR_g^2 : Momento de inercia de la Turbina-Generador (incluye la turbina).

n^* : Velocidad síncrona del rotor en RPM.

P^* : Potencia nominal de T.G en MW.

H : Constante de inercia = $\frac{\text{Energía almacenada a vel. síncrona (MJ)}}{\text{Valor nominal (MVA)}}$

$$H = \frac{MJ}{G}$$

GH : Energía almacenada en MJ

$$E_C : \text{Energía almacenada} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} M \omega \text{ [Joules]}$$

$$M = I \omega$$

$$\omega = 2 \pi f$$

$$2 \pi = 360^\circ$$

$$\omega = 360^\circ f \text{ [}^\circ \text{ eléctricos / seg]}$$

$$GH = 1/2 M (360^\circ f)$$

$$M = \frac{2GH}{360^\circ f} = \frac{GH}{180^\circ f} \text{ [MJoules - seg! }^\circ \text{ eléctricos]}$$

M : Momento angular (MJoules-seg / ° eléctricos). Si M es calculado de $I\omega$ con ω determinado por la velocidad síncrona de la máquina, M es llamada " *constante de inercia*".

M debe de ser determinada para estudiar la estabilidad transitoria puesto que debe de tomarse en cuenta el tamaño y tipo de la máquina. En tanto que H no varia en gran forma con el tamaño de la máquina.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPITULO 3

**CONDICIONES OPERACIONALES DE LOS SISTEMAS DE
POTENCIA**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

CAPITULO 3

CONDICIONES OPERACIONALES DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA

3.1 Comportamiento de los sistemas de potencia después de un disturbio

3.1.1 Redistribución de la carga eléctrica de la máquina

La operación adecuada de un sistema de potencia depende de la posibilidad que tengan las máquinas síncronas que se conectan a la red de mantener sincronismo en presencia de condiciones transitorias tales como las que se presentan durante disturbios.

El estudio del comportamiento transitorio involucra fenómenos eléctricos que relacionan flujos de potencia y corrientes, así como fenómenos mecánicos que describen las variaciones en la velocidad de la flecha y el ángulo del rotor como función del desbalance entre la potencia eléctrica y la potencia mecánica.

El mecanismo mediante el cual una máquina síncrona mantiene sincronismo con el resto, es el siguiente: la velocidad de la flecha es constante, siempre y cuando exista equilibrio entre el par mecánico y el par eléctrico (de freno): cualquier desbalance entre estos pares produce aceleración o desaceleración del rotor de la máquina siguiendo las leyes de movimiento de un cuerpo que gira.

La ecuación que describe la dinámica del rotor de cada una de las máquinas, durante algún disturbio, es la siguiente:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{M} \int (T_m - T_e) dt \dots\dots(3.1.1)$$

δ : desplazamiento angular

T_m : par mecánico

T_e : par eléctrico

M : cte. de inercia

El par eléctrico de una máquina síncrona, de manera aproximada, puede separarse en dos componentes: par sincronizante y par de amortiguamiento, de modo que la ec. (3.1.1) puede escribirse como:

$$T_e = T_m - T_a = M \frac{d^2\delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} \dots\dots(3.1.2)$$

D : Cte. de amortiguamiento

T_a : par acelerante

Independientemente de la finalidad que pudiera tener un estudio de estabilidad (estable, transitoria o dinámica) en los términos de las ecuaciones (3.1.1) ó (3.1.2) quedan involucradas todas las probables alteraciones o consecuencias de un disturbio y se sabe además cual será el que responderá mediante acciones o tendencias correctivas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Después de la presencia de un disturbio en un sistema eléctrico de potencia la carga tomada por cada máquina se redistribuye, debido a que la red eléctrica equivalente vista por cada generador cambió súbitamente. Este cambio brusco causa un desbalance en los pares eléctricos y mecánicos del rotor de cada unidad, debido a que el par mecánico no puede cambiar inmediatamente.

Este balance está representado por la potencia de aceleración en la ecuación (3.1.3):

$$P_u = P_m - P_e = M \frac{d^2\delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} \dots\dots(3.1.3)$$

3.1.2 Redistribución de la potencia de salida de la máquina

De acuerdo con la energía cinética de sus masas giratorias cada máquina ajusta su potencia de salida. Si existen motores grandes conectados a la red, sus inercias tendrán efectos en esta nueva redistribución. Este cambio se expresa por el termino :

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

La respuesta anterior (electromecánica), puede resultar en un cambio de velocidad del rotor, que a su vez resultaría en un cambio de la carga eléctrica. Este cambio de la carga con la velocidad tiene un efecto amortiguador de las oscilaciones del rotor. Agrupando este efecto con el efecto amortiguador de fricción y ventilación se representa por le termino:

$$D \frac{d\delta}{dt}$$

3.1.3 Respuesta del regulador de tensión y del regulador de velocidad

La respuesta del circuito de excitación y del regulador de tensión es cualitativamente la siguiente: cuando ocurre una falla cerca de las terminales de máquina, el voltaje disminuye instantáneamente. El sistema de excitación intentara restablecer el voltaje incrementando la potencia de salida P_e y disminuyendo la potencia acelerante en la ecuación (3.1.2). La respuesta del sistema de excitación varía con la edad de la máquina; nuevas, poseen excitación de respuesta rápida, tan rápida, que pueden tener efectos significantes durante la primera oscilación.

Si existe una redistribución de cargas, éstas estarán de acuerdo con las funciones de transferencia de los gobernadores o reguladores de velocidad; dado que éste controla la potencia mecánica de entrada su efecto es sobre P_m de la ecuación (3.1.3).

Si la potencia eléctrica se ha reducido, el gobernador responde para reducir la potencia acelerante. El tiempo de respuesta se mide en décimas de segundo y usualmente no tiene influencia apreciable sobre la primera oscilación.

Si existe control de frecuencia y control de enlace, estos controles enviaran señales para modificar los ajustes de los gobernadores; si existe baja frecuencia se aumenta P_m y por lo tanto se aumenta la velocidad. La respuesta se mide en segundos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.2 Disturbios eléctricos en los sistemas de potencia

3.2.1 Cambios bruscos de la carga

Los cambios en la carga conectada a las terminales de un generador síncrono se ven reflejados en la velocidad con la que gira la flecha del generador. En condiciones normales de operación, es decir con una carga constante en las terminales del generador, la velocidad del mismo tendrá un valor igual o cercano a la velocidad sincrónica, la cual se mantendrá de esta forma hasta que ocurra algún cambio provocado por un disturbio o por alguna variación en la cantidad de carga conectada.

Cuando la carga conectada en las terminales del generador aumenta se presenta un desbalance entre la potencia electromagnética de salida del generador con respecto a la potencia mecánica de entrada del mismo. Para este caso al aumentar la carga conectada se aumenta la potencia electromagnética demandada al generador, siendo mayor a la potencia mecánica que se suministra al generador. Partiendo de la ecuación de equilibrio de potencia para un generador,

$$P_a = P_m - P_e$$

P_a : potencia acelerante

P_m : potencia mecánica

P_e : potencia electromagnética

se tiene que el valor de la potencia acelerante será negativo, lo cual representa una desaceleración; es decir, la velocidad del rotor disminuirá al aumentar la carga conectada al generador.

De forma análoga, al disminuir la carga conectada a las terminales del generador, se presentará una disminución en la potencia electromagnética de salida, la cual tendrá un valor menor que la potencia mecánica de entrada, generando un valor de potencia acelerante positivo que provocará una aceleración; es decir, la velocidad del rotor aumentará al disminuir la carga conectada al generador.

Cuando un sistema trabaja en condiciones normales de operación, se pueden presentar variaciones en la carga limitadas dentro de un rango preestablecido, el cual responde principalmente al regulador de velocidad que se encarga de mantener la magnitud de la velocidad en un valor o dentro de un rango, respondiendo a las variaciones en la carga conectada al generador.

De esta forma, si se cuenta con un regulador de velocidad y las variaciones en la carga están en los rangos de control del mismo, el sistema operará de forma normal y sin problemas a corto plazo. Por el contrario, si el sistema no cuenta con un regulador de velocidad o la carga presenta variaciones bruscas y fuera del rango de control del regulador, se producirán efectos nocivos para la operación del sistema.

Si la carga aumenta de forma súbita, la velocidad del rotor disminuirá rápidamente, lo cual provocara que se salga de sincronía, además de provocar efectos de desgaste en los elementos del rotor, debidos al efecto súbito de frenado y a la fricción generada.

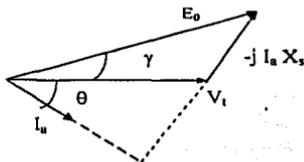
Si la carga disminuye de forma súbita, la velocidad aumentara rápidamente, provocando la perdida de sincronía del generador, además dependiendo de la disminución de la carga, se podría alcanzar el desbocamiento de la flecha del rotor, llegando a producir daños irreparables en los elementos mecánicos giratorios del generador.

Los sistemas generadores presentan según sus capacidades y usos un rango de operación estable, dentro del cual se presentan variaciones permisibles en la carga conectada. Dicho rango de operación será estudiado a detalle en la sección correspondiente a la **Transferencia de potencia (3.3)** de esta misma tesis.

3.2.2 Cambios en la excitación en la máquina síncrona

El Cambio en la excitación en las máquinas síncronas, es un factor importante en el control de la potencia reactiva en los sistemas eléctricos, si se considera inicialmente un generador conectado en sus terminales a un sistema de potencia muy grande; es decir, un sistema tan grande que no se altere por cambios en la excitación del generador. El bus al cual se conecta el generador al sistema, se le conoce también como bus infinito, que tiene como principal característica que el voltaje y la frecuencia se mantienen sin cambios; aún cuando se presente cambios en la potencia de entrada y en la excitación.

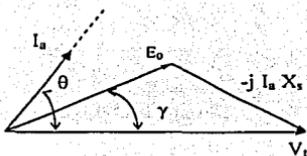
Dependiendo de las condiciones de operación del sistema, se trata de mantener para cualquier condición de carga, el voltaje terminal constante; por ejemplo, un generador que entrega corriente con factor de potencia atrasado al sistema, y que opera *Sobreexcitado*, tiene el diagrama vectorial que se muestra a continuación:



[Figura 3.1]

De esta forma el generador funciona como un capacitor que entrega potencia reactiva al sistema.

Por el contrario, un generador que entrega corriente con factor de potencia adelantado al sistema y que opera *Subexcitado*, tiene el diagrama vectorial que se muestra a continuación:



[Figura 3.2]

De esta forma el generador funciona como un inductor que demanda potencia reactiva al sistema.

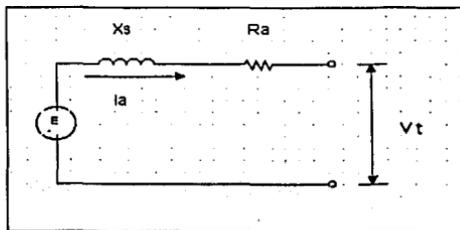
Esto quiere decir que el control de la excitación en el generador, controla el flujo de potencia reactiva entre el generador y el sistema. De esta forma si se controla el flujo de potencia reactiva se controlara también el factor de potencia del sistema según se requiera, con lo cual evitaremos los problemas generados por trabajar con un factor de potencia inadecuado, como son el calentamiento de elementos y conductores por el flujo de corriente excesiva debida a un factor de potencia bajo, así como el propiciar el ahorro de energía al manejar un factor de potencia adecuado al funcionamiento del sistema.

Si se analiza el comportamiento de la potencia real P , ésta se puede determinar a partir del ángulo δ entre los vectores del voltaje terminal de la máquina V_t y su voltaje interno E_0 . Si expresamos estos voltajes como:

$$V_t = V_t \angle 0^\circ \dots (3.2.1)$$

$$E_0 = E_0 \angle \delta \dots (3.2.2)$$

Consideremos para nuestro estudio el siguiente modelo elemental de la máquina síncrona:



[Figura 3.3]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$V_t = E_0 - I_a (R_a + jX_s) \dots (3.2.3)$$

donde,

X_s : reactancia sincrona
 R_a : resistencia de armadura
 E_0 : voltaje interno de la máquina
 V_t : voltaje terminal de la máquina

Ahora bien, expresando V_t y E_0 en volts al neutro o en por unidad y en base al modelo elemental de la máquina sincrona, en donde se desprecia el valor de R_a ; la corriente entregada al sistema es:

$$I_a = \frac{E_0 \angle \delta - V_t \angle 0^\circ}{jX_s} \dots (3.2.4)$$

El conjugado de esta corriente es:

$$I_a^* = \frac{(E_0 \angle -\delta) - V_t \angle 0^\circ}{-jX_s} \dots (3.2.5)$$

La potencia aparente es:

$$\begin{aligned} S &= V_t I_a^* = P + jQ \\ S &= (V_t E_0 \angle -\delta) - V_t^2 \angle 0^\circ \\ &\quad - jX_s \\ S &= \frac{V_t E_0 \angle (90^\circ - \delta) - V_t^2 \angle 90^\circ}{X_s} \dots (3.2.6) \end{aligned}$$

Tomando la parte real de la expresión anterior:

$$\begin{aligned} P &= \frac{V_t E_0}{X_s} \cos(90^\circ - \delta) \\ P &= \frac{V_t E_0}{X_s} \text{sen} \delta \dots (3.2.7) \end{aligned}$$

Tomando la parte imaginaria de la expresión anterior:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{V_t E_0}{X_s} \text{sen}(90^\circ - \delta) - \frac{V_t^2}{X_s} \\ Q &= \frac{V_t}{X_s} (E_0 \cos \delta - V_t) \dots (3.2.8) \end{aligned}$$

La ecuación para la potencia real se puede interpretar, como la potencia transmitida de un bus a otro en una red, a través de una reactancia X_s que interconecta los dos buses. Si los

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

voltajes de bus se designan por $V_1 (E_0)$ y $V_2 (V_1)$ y δ es el ángulo entre ellos: entonces la expresión para la potencia transmitida, es:

$$P = \frac{V_2 \cdot V_1}{X_s} \text{sen} \delta \dots (3.2.9)$$

En forma análoga, para la potencia reactiva:

$$Q = \frac{V_2}{X_s} (V_1 \cos \delta - V_2) \dots (3.2.10)$$

3.2.3 Fallas eléctricas

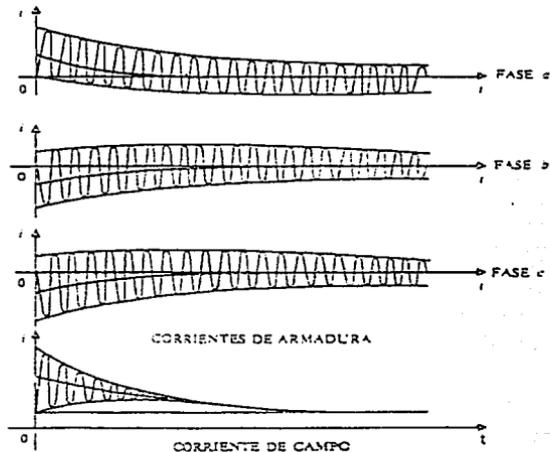
Del análisis de las ecuaciones de la máquina síncrona realizado en el capítulo 1 sabemos que mediante la transformada de Park la corriente de armadura en estado estable se divide en dos componentes: una para el eje directo (*eje-d*) y otra para el eje de cuadratura (*eje-q*). Debido a que estas componentes son constantes bajo operación balanceada de estado estable, no tienen efecto en la corriente de campo, aún cuando la corriente de armadura del *eje-d* produce una fmm en el eje directo. Sin embargo, durante fallas en el sistema de potencia al cual la máquina está conectada, o durante cambios repentinos en la carga, la corriente de armadura y la fmm de la armadura sufre variaciones en el tiempo durante las cuales la fmm de la armadura del *eje-d* induce una corriente transitoria en el circuito de campo que a su tiempo reacciona en la armadura. Este efecto mutuo se toma en cuenta usando la reactancia transitoria X'_d en lugar de la reactancia síncrona X_d del *eje-d*, siendo la primera mucho menor que la última. De hecho, X'_d es realmente menor que la reactancia X_q del *eje-q*. Dado que no hay interacción entre el *eje-q* y el embobinado de campo debido al desplazamiento de 90° , la reactancia transitoria del *eje-q* es igual a X_q . Sin embargo, las fms de la armadura que varían con el tiempo inducen corrientes en los circuitos del rotor que pueden encadenar ambos ejes *d* y *q*, como por ejemplo, el hierro en rotores cilíndricos y amortiguadores en las estructuras de polos salientes. Estas corrientes inducidas siguen trayectorias de una relativa alta resistencia y por lo tanto, decaen mucho más rápido que la corriente transitoria del campo. No obstante, suman otra componente a la corriente de armadura, dando lugar a las reactancias subtransitorias de la armadura X''_d y X''_q , siendo ambas menores a X'_d .

Comúnmente, dentro de los tipos de fallas eléctricas que se presentan en los sistemas de potencia encontramos al corto circuito trifásico y al desbalanceado. El análisis de ambos tipos se presentan a continuación.

- Corto circuito trifásico en las terminales de un generador síncrono operando en vacío.

Si se establece súbitamente un corto-circuito trifásico en las terminales de un generador que está operando en vacío y se registran los oscilogramas de las corrientes de las tres fases y en el campo, se obtendrían unas curvas como las mostradas a continuación:

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN



Oscilogramas de las corrientes producidas por un cortocircuito trifásico aplicado a las terminales de un generador que estaba operando en vacío.

[Figura 3.4]

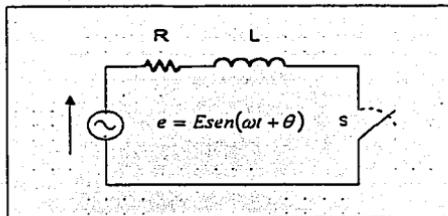
En el oscilograma de las corrientes mostradas se aprecia para cada una de ellas una componente de corriente alterna y una componente de corriente continua. A continuación se dará se explicará el por que de la componente de directa.

Componente de corriente continua.

Para explicar la aparición de una componente de corriente continua en la corriente de corto circuito equivalente, se representa una fase de un generador síncrono trifásico. R y L son, respectivamente, la resistencia y la inductancia por fase del generador.

Inicialmente el generador está funcionando en vacío, sin carga conectada, la fuerza electromotriz inducida es una función armónica del tiempo con un valor de cresta E .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



[Figura 3.5]

En el instante $t = 0$ se produce un cortocircuito trifásico en las terminales del generador representado en el circuito equivalente de la figura anterior por el cierre del contacto S.

La ecuación diferencial que describe las condiciones del circuito al establecerse el corto circuito es:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = E \cdot \text{sen}(\omega t + \theta) \dots (3.2.11)$$

La solución de esta ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes es:

$$i = \frac{E}{R^2 + (\omega L)^2} \left[\text{sen}(\omega t + \theta - \phi) - \text{sen}(\theta - \phi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right] \dots (3.2.12)$$

donde,

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

La ecuación anterior muestra que la expresión de la corriente i consta de dos términos:

1) El término

$$-\frac{E}{R^2 + (\omega L)^2} \text{sen}(\theta - \phi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \dots (3.2.13)$$

que es una corriente continua amortiguada que decae con la constante de tiempo L/R .

2) El término

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\frac{E}{R^2 + (\omega L)^2} \dots \text{sen}(\omega t + \theta - \phi) \dots (3.2.14)$$

que es una corriente alterna simétrica de frecuencia $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

Para $t = 0$ los dos términos son de igual magnitud pero de signo contrario, de manera que el valor correspondiente de la corriente total i es igual a cero.

En un generador síncrono la resistencia R es mucho menor que la reactancia inductiva ωL y por lo tanto puede despreciarse, así tenemos,

$$R \ll \omega L$$

∴

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} = 90^\circ$$

Si el corto circuito se establece en el instante en que $\theta = 90^\circ$ o sea cuando la fuerza electromotriz tiene su valor máximo, se tendrá:

$$\text{sen}(90^\circ - 90^\circ) = 0$$

y por lo tanto no existirá en este caso componente de corriente continua.

Si el cortocircuito se establece en el instante en que $\theta = 0$ o sea cuando la fuerza electromotriz pasa por cero, se tendrá:

$$\text{sen}(0 - 90^\circ) = -1$$

y la componente de corriente continua alcanzara su valor inicial máximo de :

$$\frac{E}{R^2 + (\omega L)^2} \dots (3.2.15)$$

Las dos condiciones extremas antes citadas pueden explicarse desde un punto de vista físico de la siguiente forma:

En un circuito inductivo, la corriente está atrasada 90° con respecto a la fuerza electromotriz aplicada.

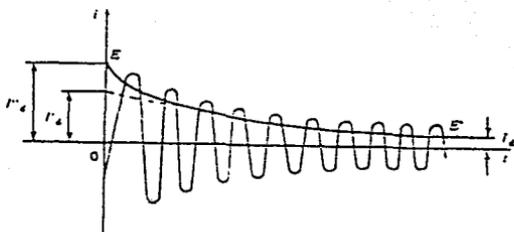
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Si el circuito se cierra cuando la fuerza electromotriz pasa por su valor máximo, la corriente se inicia con un desfase de 90° con respecto al voltaje y no existe componente de corriente continua.

Si el circuito se cierra cuando la fuerza electromotriz pasa por cero, la corriente no puede alcanzar su valor de cresta instantáneamente y existe un estado transitorio entre el instante inicial, en el que la corriente y la fuerza electromotriz son simultáneamente iguales a cero y la condición de régimen permanente en que la corriente está atrasada 90° con respecto a la fuerza electromotriz; en este caso aparece una componente de corriente continua cuyo valor inicial es de igual magnitud que el valor inicial de cresta de la corriente alterna simétrica, pero de signo contrario. Esta corriente continua que circula en los devanados del estator induce una corriente alterna en el rotor.

Componente de corriente alterna simétrica.

En la siguiente figura se muestra la componente de corriente alterna simétrica correspondiente a una de las fases de un generador en el que se ha producido un corto circuito trifásico.



Componente de corriente alterna simétrica.

[Figura 3.6]

La línea EE' representa el valor eficaz de la corriente en función del tiempo y esta dada por la expresión :

$$\left(\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt \right)^{1/2}$$

donde i es el valor instantáneo de la corriente y T es el periodo de la corriente alterna.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Una expresión mas clara para el valor de I_{EE} tiene la siguiente forma:

$$I_{EE} = (I''_d - I'_d)e^{-t/T''_d} + (I'_d - I_d)e^{-t/T'_d} + I_d$$

donde T''_d es la constante de tiempo subtransitoria con rango de cerca de 0.02 seg. hasta casi 0.05 seg., T'_d es la constante de tiempo transitoria con un rango de cerca de 0.5 seg. hasta casi 3.5 seg.

La amplitud de esta corriente alterna decae muy rápidamente en los primeros ciclos y después mas lentamente hasta alcanzar el valor de la corriente de corto circuito de régimen permanente.

La disminución de la amplitud de la corriente alterna se debe al efecto de flujo producido por las corrientes que circulan en los amortiguadores y por la variación de la reacción de armadura. Las corrientes en los amortiguadores decaen muy rápidamente y su efecto se hace sentir únicamente en los primeros ciclos. La reacción de armadura pasa de un valor cero, correspondiente a la operación en vacío del generador, a un valor desmagnetizante máximo cuando el generador alcanza el régimen permanente alimentando un circuito inductivo con factor de potencia prácticamente igual a cero, la reacción de armadura está en oposición a la excitación de campo.

En la teoría de la máquina síncrona, el efecto combinado de la reacción de armadura y de la inductancia interna del generador puede tomarse en cuenta mediante una reactancia ficticia.

Para esta reactancia que varia durante el corto circuito se definen tres valores:

- La reactancia subtransitoria X''_d , correspondiente a las condiciones existentes en el generador al iniciarse el cortocircuito y que esta ligada a la existencia de corrientes en los amortiguadores. Esta reactancia debe considerarse durante los primeros ciclos del corto circuito.
- La reactancia transitoria X'_d que es la reactancia correspondiente a las condiciones existentes en el generador al iniciarse el corto circuito, pero despreciando el efecto de las corrientes de los amortiguadores. Esta reactancia representa las condiciones de la máquina después de los primeros ciclos del corto circuito hasta mas o menos medio segundo a partir de la iniciación del corto circuito.
- La reactancia síncrona X_d que corresponde a las condiciones de régimen permanente del generador.

Para el intervalo de tiempo que es de interés en el estudio de los cortos circuitos, puede considerarse que la velocidad del generador permanece constante.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Por otra parte, como los eslabonamientos de flujo del campo no pueden cambiar instantáneamente, la fuerza electromotriz inducida en cada fase del estator inmediatamente después de producirse el corto circuito es igual a la que existía inmediatamente antes del corto circuito.

La corriente I_d'' es el valor eficaz de la intensidad de corriente inicial de corto circuito y se llama corriente subtransitoria; esta dada por la siguiente expresión:

$$I_d'' = \frac{E_0}{r + jX_d''} \dots (3.2.16)$$

donde E_0 es el valor eficaz de la fuerza electromotriz existente inmediatamente antes de producirse el corto circuito, que es igual al voltaje terminal en vacío del generador inmediatamente antes del corto circuito si este ocurre cuando el generador no tenga carga.

La corriente I_d' es el valor eficaz de la intensidad de corriente si no existen amortiguadores o se desprecia su efecto y se llama corriente transitoria:

$$I_d' = \frac{E_0}{r + jX_d'}$$

Por último I_d es el valor eficaz de la intensidad de corriente de corto circuito de régimen permanente.

Al calcular I_d hay que tener en cuenta que la fuerza electromotriz tendrá ya un valor diferente del que tenía al iniciarse el corto circuito: este valor dependerá de las características del regulador de voltaje y del excitador.

Desde el punto de vista del cálculo de las corrientes de corto circuito, la determinación de la corriente de corto circuito permanente no tiene interés práctico. Con protecciones e interruptores modernos, que interrumpen la corriente de corto circuito en unos cuantos ciclos, la corriente interrumpida es la corriente subtransitoria o con protecciones más lentas es la corriente transitoria.

Al utilizar las ecuaciones anteriores se está calculando el valor eficaz inicial de la corriente subtransitoria simétrica y de la corriente transitoria simétrica respectivamente.

Para tomar en cuenta el fenómeno de asimetría producido por la posible existencia de una componente de corriente continua, se multiplica la corriente simétrica por un factor mayor que la unidad, cuya magnitud depende del instante en que quiere determinarse la corriente total.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

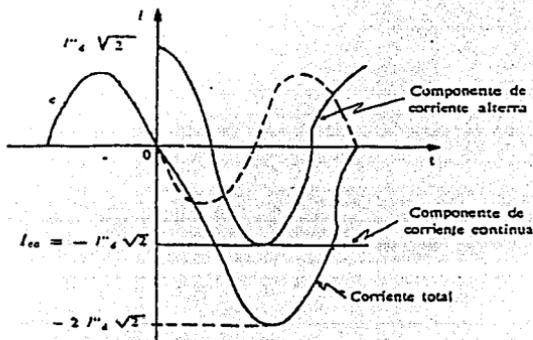
El valor eficaz de la corriente de cortocircuito asimétrica I_a en un instante dado, es igual a:

$$I_{an} = \sqrt{I_{cc}^2 + I_n^2} \dots (3.2.17)$$

donde I_{cc} es el valor de la componente de corriente continua e I_n es el valor eficaz de la corriente alterna simétrica en el instante dado.

Para el caso en que el corto circuito se produce en el instante en que la fuerza electromotriz pasa por cero, que es instante de máxima asimetría, el valor inicial de la componente de corriente continua es de igual magnitud y de signo contrario que el valor de la cresta de corriente subtransitoria simétrica.

Si se desprecia el amortiguamiento tanto de la componente de corriente continua como de la componente de corriente alterna durante el primer ciclo, se tiene que el valor eficaz de la corriente total de cortocircuito es igual a:



Valor inicial de las componentes de corriente continua y de corriente alterna simétrica, para el caso del máxima asimetría.

[Figura 3.7]

$$I_{an} = \sqrt{I_{cc}^2 + I_d^2}$$

$$I_{an} = \sqrt{(-I_d \cdot \sqrt{2})^2 + I_d^2} = I_d \cdot \sqrt{3} \dots (3.2.18)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

- Cortocircuitos desequilibrados en las terminales de un generador síncrono.

Para calcular las corrientes de falla en el caso de cortocircuito en las terminales de un alternador trifásico que afecte una o dos fases y tierra, o dos fases sin contacto a tierra, puede usarse el método de las componentes simétricas.

Para ello es necesario conocer las impedancias de secuencia positiva, negativa y cero del generador.

La impedancia de secuencia positiva que debe de utilizarse para calcular el valor eficaz inicial de la componente alterna simétrica de las corrientes de cortocircuito es la impedancia subtransitoria; si se desea calcular el valor de dicha componente después de los primeros ciclos de la corriente de cortocircuito debe de usarse la impedancia transitoria. Esta impedancia corresponde, como se mencionó antes, al efecto combinado de la resistencia e inductancia interna del generador y de la reacción de armadura producida por las tres corrientes alternas que circulan por las tres fases de la armadura y que constituyen un sistema de corrientes de secuencia positiva.

Este sistema de corrientes da lugar a una fuerza magnetomotriz resultante que gira, en condiciones de sincronismo, a la misma velocidad y en el mismo sentido que el rotor.

La impedancia de secuencia negativa de un alternador corresponde al efecto combinado de la resistencia e inductancia interna del generador y de la reacción de armadura producida por un sistema de tres corrientes alternas de secuencia negativa que circulan por las tres fases de la armadura y que producirán una fuerza magnetomotriz que gira, en condiciones de sincronismo, a la misma velocidad que el rotor, pero en sentido contrario.

Para el cálculo de las corrientes de cortocircuito la impedancia de secuencia negativa puede considerarse generalmente de la misma magnitud que la impedancia subtransitoria, o que la transitoria en los generadores que no tienen amortiguadores.

La impedancia de secuencia negativa existe mientras circulen corrientes de secuencia negativa por la armadura del generador y su valor se mantiene constante.

La impedancia de secuencia cero de un alternador corresponde al efecto combinado de la resistencia e inductancia interna del alternador y de la reacción de armadura producida por un sistema de tres corrientes alternas de secuencia cero que circulen por las tres fases de la armadura y que producirán una fuerza magnetomotriz estacionaria con respecto al estator y que varía armónicamente en función del tiempo.

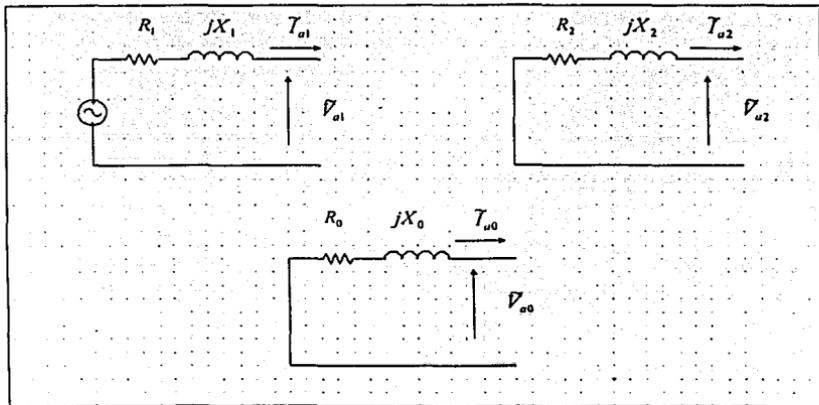
Esta fuerza magnetomotriz estacionaria se combina con la giratoria producida por el campo o inductor de la máquina.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La impedancia de secuencia cero es bastante menor que las impedancias de secuencia positiva y negativa.

En los cálculos de corriente de cortocircuito pueden desprejarse las resistencias de secuencia positiva, negativa y cero del generador, ya que son mucho menores que las reactivancias de secuencia positiva, negativa y cero.

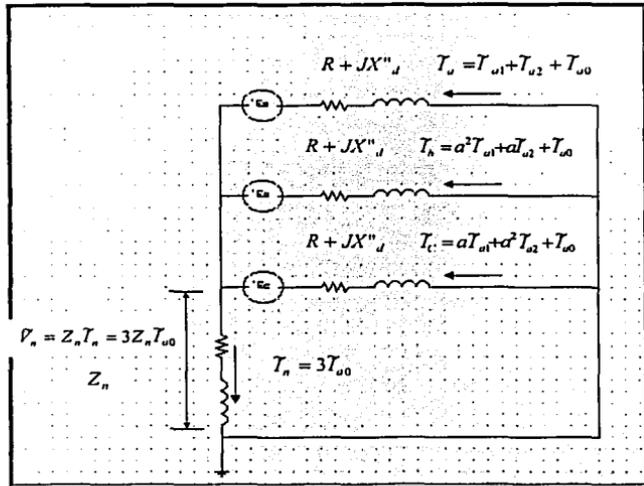
En la siguiente figura aparecen los circuitos equivalentes de secuencia positiva, negativa y cero de un alternador trifásico conectado en estrella, con el neutro conectado directamente a tierra.



[Figura 3.8]

Como las fuerzas electromotrices generadas por los alternadores trifásicos constituyen sistemas trifásicos equilibrados de secuencia positiva, sólo aparece una fuente electromotriz en el circuito equivalente de secuencia positiva.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



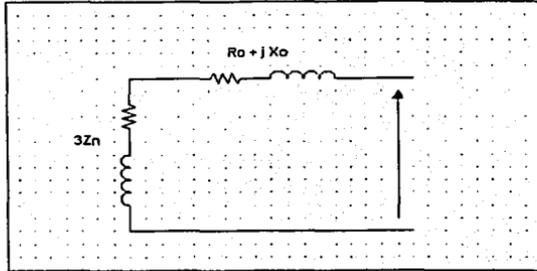
[Figura 3.9]

Si el neutro del alternador está conectado a tierra a través de una impedancia, en caso de una falla monofásica a tierra circulará por el neutro una corriente $I_n = 3I_{a0}$. La caída de voltaje en la impedancia del neutro es:

$$V_n = Z_n I_n = 3 Z_n I_{a0} \dots (3.2.19)$$

En este caso el circuito equivalente de secuencia cero queda como se muestra en la siguiente figura:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



[Figura 3.10]

Si el neutro del alternador no está conectado a tierra no podrán circular corrientes de secuencia cero. Esta condición equivale a considerarse Z_n como infinita y a tener un circuito equivalente de secuencia cero.

Si el alternador está conectado en delta, cosa poco frecuente, puede substituirse por una conexión estrella equivalente con el punto neutro aislado de tierra.

Para ilustrar el cálculo de las corrientes de falla usaremos el siguiente ejemplo:

Se tiene un generador trifásico de las siguientes características,

Potencia trifásica de 50000 KVA, con $f.p = 0.8$ y voltaje nominal entre líneas de 13.8 KV.

Las reactancias de secuencia positiva, negativa y cero son las siguientes:

$$X_{11} = j0.15$$

$$X_{22} = j0.16$$

$$X_{00} = j0.10$$

Las resistencias de secuencia positiva, negativa y cero son despreciables.

El generador está conectado en estrella con el neutro directamente conectado a tierra. Con el generador operando inicialmente sin carga se produce un cortocircuito de la fase (a) a tierra.

Para calcular el valor eficaz inicial de la componente de corriente alterna simétrica de la corriente de cortocircuito partimos de lo siguiente:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\vec{E}_{a1} = 1 \angle 0^\circ$$

$$\vec{T}_{a1} = \vec{T}_{a2} = \vec{T}_{a3} = \frac{\vec{E}_{a1}}{X_{11} + X_{22} + X_{00}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.15 + j0.16 + j0.10} = -j2.439$$

$$T''_a = 3T''_{a1} = -j7.317$$

$$I''_a = \frac{50000KV}{13.8KV \sqrt{3}} = 2092A$$

$$T''_a = -j7.317 \times 2092A = -j15307A$$

Siendo este ultimo valor el valor eficaz de la componente de corriente alterna simétrica.

Si el cortocircuito se produce cuando el valor instantáneo del voltaje terminal de la fase (a) del generador es igual a cero, la magnitud de la componente de corriente continua será máxima y tendrá un valor de cresta inicial de la componente de corriente alterna pero de signo contrario:

$$I_{cc} = -2I''_a = -2 \times 15307A = -21648A$$

Si se desprecia el amortiguamiento de las componentes de corriente alterna durante el primer ciclo, el valor eficaz de la corriente total de cortocircuito resulta ser:

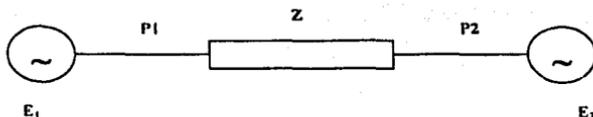
$$I_a = \sqrt{I_{cc}^2 + I''_a^2} = \sqrt{(-2I''_a)^2 + I''_a^2} = I''_a \sqrt{3}$$

$$I_a = 15307A \times \sqrt{3} = 26513A$$

3.3 Transferencia de potencia

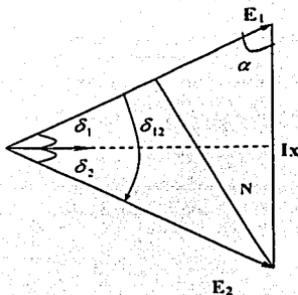
3.3.1 Ecuación de ángulo de potencia

Considérese un sistema como el que se muestra a continuación:



El diagrama vectorial asociado, considerando que $Z = (R + jX)$ es predominantemente reactancia y que R puede ser ignorada sin cometer un error apreciable, es:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



[Figura 3.11]

La figura 3.11 muestra las relaciones angulares entre corrientes y voltajes. La línea N se dibuja del final de E_2 a E_1 , perpendicular a E_1 . Ahora:

$$E_2 \text{sen} \delta_{12} = N = LX \text{sen} \alpha \dots \dots (3.3.1)$$

es claro que:

$$\alpha = 90^\circ - \delta_1$$

y sabiendo que :

$$\text{sen}(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

obtenemos:

$$\text{sen} \alpha = \cos \delta_1 \dots \dots (3.3.2)$$

y sustituyendo (3.3.1) en (3.3.2) obtenemos:

$$\text{sen} \alpha = \frac{E_2 \text{sen} \delta_{12}}{LX} \dots \dots (3.3.3)$$

Sabemos que la relación para obtener la potencia es:

$$P = \text{Re} [E I^*]$$

Y de la figura 3.11 :

$$P = E_1 I \cos \delta_1 \dots \dots (3.3.4)$$

sustituyendo (3.3.2), (3.3.3) en (3.3.4):

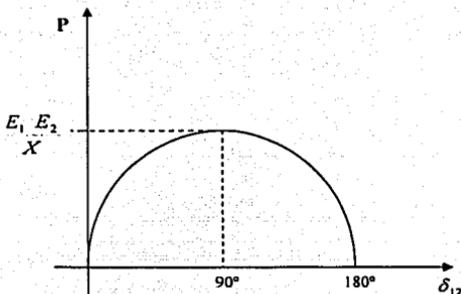
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$P = E_1 I \frac{E_2 \text{sen} \delta_{12}}{X} \dots (3.3.4')$$

de esta última ecuación, simplificándola obtenemos:

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \text{sen} \delta_{12} \dots (3.3.5)$$

que se muestra gráficamente en la siguiente figura:



[Figura 3.12]

Obviamente el valor máximo, ocurre cuando el ángulo δ_{12} es de 90° y la potencia en este punto vale:

$$P_{\max} = \frac{E_1 E_2}{X} \dots (3.3.6)$$

La ecuación (3.3.6) es la forma más simple de la ecuación fundamental del flujo de potencia en un sistema eléctrico. Los voltajes que han gobernado la transferencia de potencia de la máquina a la carga, han sido los voltajes generados internamente correspondientes al flujo de excitación de la propia máquina. Estos voltajes pueden ser mantenidos constantes como ocurre en este caso, o pueden ser variados dependiendo de la complejidad del recuso digital.

Como se puede apreciar de lo tratado anteriormente, según va aumentando la transferencia de potencia, y por ende abriéndose el ángulo entre los voltajes, el voltaje terminal de la máquina necesariamente va disminuyendo. Para un operador de la máquina esta disminución de voltaje terminal es la señal para aumentar la excitación para regresar el voltaje al valor normal de operación. Al aumentar la excitación, aumenta el voltaje interno.

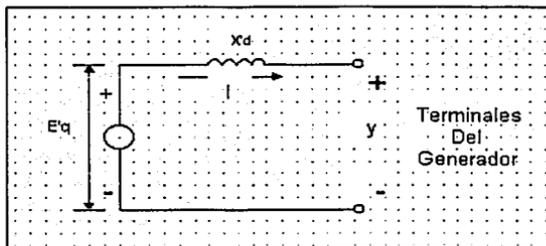
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Por tanto, en conformidad con el principio de mantener equilibrio entre las fuerzas acelerantes y desacelerantes, el ángulo entre los voltajes internos debe disminuir.

Esto es el por que de la importancia, o mejor dicho, de la dependencia de la estabilidad del sistema del ángulo entre los voltajes internos generados en las máquinas.

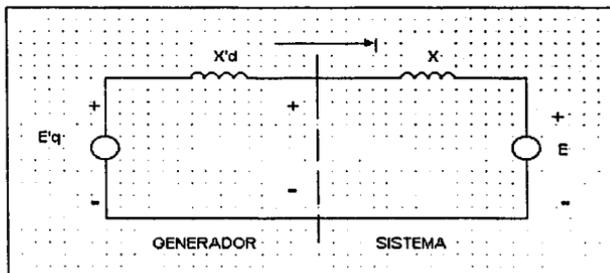
3.3.2 Análisis de estado transitorio: Criterio de áreas iguales

Para el análisis en estado transitorio el generador puede ser modelado de la siguiente forma:



[Figura 3.13]

Viendo desde las terminales del generador hacia el sistema, tenemos líneas, transformadores, etc. El sistema puede considerarse como un equivalente de Thevenin. Así podemos tener el siguiente diagrama:



[Figura 3.14]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

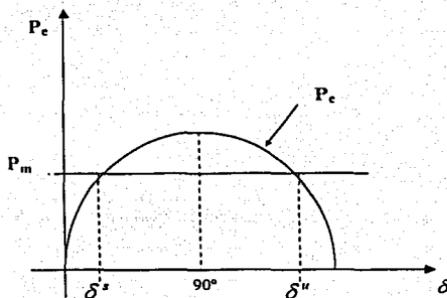
La ecuación de potencia eléctrica es:

$$P_e = \frac{E'_i E}{X'_d + X} \sin \delta \dots (3.3.7)$$

y como la potencia mecánica no tiene variación tan rápida como la potencia eléctrica en estado transitorio (0-0.2 seg.), podemos decir que :

$$P_m = \text{constante}$$

Dibujando ambas funciones, tenemos:



[Figura 3.15]

En equilibrio P_m debe ser igual a P_e , así tenemos que δ^s y δ^u satisfacen esta condición.

ANÁLISIS:

Si δ^s aumenta súbitamente $P_e > P_m$ y de nuestra ecuación de equilibrio:

$$P_m - P_e = H \frac{d^2 \delta}{\pi f dt^2} \dots (3.3.8)$$

podemos ver que $\frac{d^2 \delta}{dt^2}$ será negativo. Es decir, la máquina tratará de disminuir δ para volver a la condición de estabilidad.

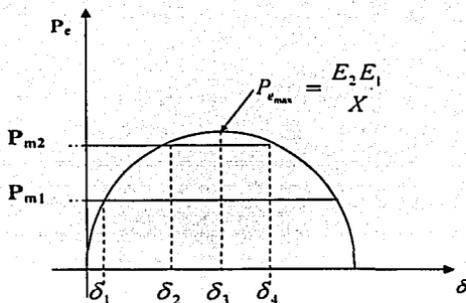
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En el caso de δ'' , si esta aumentara súbitamente $P_m > P_e$ y $\frac{d^2\delta}{dt^2}$ será positiva. Es decir, la maquina tendrá mas energía cinética en su masa mayor que la energía de freno de la carga. El sistema tendera a aumentar δ siendo inestable.

δ^s es conocido como ángulo de equilibrio estable y δ'' es conocido como ángulo de equilibrio inestable.

Lo anterior puede ser mejor visualizado mediante un ejemplo:

Sea la siguiente figura,



[Figura 3.16]

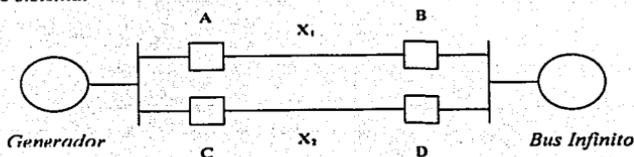
Supongamos el punto de operación normalmente en $P_m = P_{m1}$ y $\delta = \delta_1$. Cuando P_m es cambiada rápidamente a P_{m2} en $t=0$, debido a la inercia del rotor, δ no puede cambiar instantáneamente a δ_2 por lo que $\delta = \delta_1$ en $t = 0^+$ y $P_m > P_e$. El rotor comienza a acelerarse, hasta que $\delta = \delta_2$ donde $P_m = P_e$. Por la misma inercia del rotor, este no puede detenerse justo en $\delta = \delta_2$ y δ continuara aumentando y así se tendrá que,

$$\delta > \delta_2 \text{ y } P_e > P_m$$

produciendo la desaceleración o freno del motor.

3.3.3 Ejemplo para criterio de áreas iguales

Sea el siguiente sistema:



En donde:

$$X_1 = X_2 = 0.4$$

$$E_q = 1.0$$

$$E'_q = 1.2$$

$$P_m = 1.5$$

$$X'_d = 0.2$$

Para este sistema se produce un disturbio y se abre el interruptor C. Queremos dibujar la curva $P - \delta$ antes y después del disturbio.

Desarrollo:

En $t = 0^-$ (equilibrio),

$$X = X_1 // X_2 = \frac{0.4 \times 0.4}{0.4 + 0.4} = 0.2$$

$$P_e = \frac{E'_q E}{X'_d + X} \sin \delta = \frac{1.2 \times 1.0}{0.2 + 0.2} \sin \delta = 3 \sin \delta$$

Como $\delta = \delta_1$ y $P_{e1} = P_m$, entonces:

$$3 \sin \delta_1 = 1.5$$

$$\rightarrow \delta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{1.5}{3} \right) = 30^\circ$$

En $t = 0$, cuando el interruptor abre,

$$X = X_1 = 0.4$$

$$P'_e = \frac{1.2 \times 1.0}{0.2 + 0.4} \sin \delta = 2 \sin \delta$$

como $P'_e = P_m$,

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

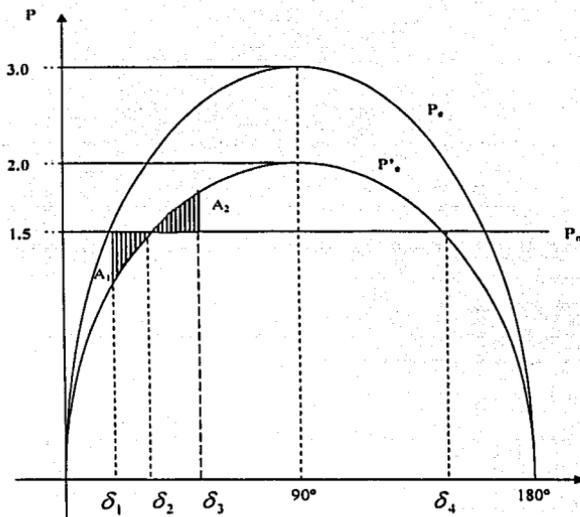
$$1.5 = 2 \operatorname{sen} \delta$$

despejando δ tenemos:

$$\delta = \delta_2 = 48.6^\circ$$

δ

$$\delta = \delta_4 = 131.4^\circ$$



[Figura 3.17]

Se ha encontrado el punto de operación para cuando perdemos una línea, pero todavía no conocemos el ángulo δ_3 , que sería hasta donde llega la oscilación, y que no debe de ser mayor que δ_1 pues se perdería la estabilidad.

Podemos intuir de la figura 3.17 que cuando el área A_2 sea igual al área A_1 , el rotor dejara de acelerar y volverá al punto de operación de δ_2 .

Lo anterior se explica a partir de la siguiente expresión.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{d\delta}{dt} \right]^2 = 2 \frac{d\delta}{dt} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

despejando $\frac{d^2\delta}{dt^2}$:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2}{2d\delta} \dots (3.3.9)$$

Ahora sustituyendo (3.3.9) en la ecuación (3.3.8) obtenemos.

$$P_m - P_e = \frac{H}{\pi f} \frac{d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2}{2d\delta} \rightarrow (P_m - P_e) \frac{2\pi f}{H} d\delta = d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2$$

Integrando,

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2\pi f}{H} \int_0^{\delta} (P_m - P_e) \cdot d\delta \dots (3.3.10)$$

Podemos decir, de esta última ecuación, que el área entre dos funciones P_m y P_e es proporcional al cuadrado de $d\delta/dt$, que es una velocidad angular relativa a la velocidad de referencia y puesto que la energía cinética es proporcional al cuadrado de la velocidad angular, podemos pensar que esas áreas están referidas a la energía cinética relativa, respecto a la referencia giratoria. Esto es, cuando $P_m > P_e$ el rotor está siendo acelerado y adquiere una energía A_1 , que debe ser cancelada por una energía A_2 que desacelere el rotor, es decir que $P_m < P_e$.

La integración empieza en un ángulo inicial δ_0 ($d\delta/dt = 0$) hasta otro valor δ .

Continuando con nuestro ejemplo tenemos.

$$\delta_1 = 30^\circ = 0.524 \text{ rad}$$

$$\delta_2 = 48.6^\circ = 0.848 \text{ rad}$$

$$\delta_3 = 131.4^\circ = 2.293 \text{ rad}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_m - P_e) \cdot d\delta \\
 &= \int_{0.524}^{0.848} (1.5 - 2 \operatorname{sen} \delta) \cdot d\delta \\
 &= 1.5\delta + 2 \cos \delta \cdot \Big|_{0.524}^{0.848} = 0.0773
 \end{aligned}$$

Si el sistema es estable, debe haber suficiente área negativa ($-A_2$) en el intervalo $\delta_2 < \delta < \delta_4$ para detener al rotor.

$$\begin{aligned}
 -A_{2\max} &= \int_{\delta_2}^{\delta_4} (P_m - P_e) \cdot d\delta \\
 &= \int_{0.848}^{2.293} (1.5 - 2 \operatorname{sen} \delta) \cdot d\delta \\
 &= 1.5\delta + 2 \cos \delta \cdot \Big|_{0.848}^{2.293} = -0.478
 \end{aligned}$$

$$A_{2\max} > A_1,$$

por lo que se tiene un sistema estable. Ahora encontraremos la oscilación mas grande del rotor, o sea el ángulo δ_3 , esto es cuando $A_1 = A_2$.

$$\begin{aligned}
 \int_{\delta_2}^{\delta_3} (P_m - P_e) \cdot d\delta &= -0.0773 \\
 \int_{0.843}^{\delta_3} (1.5 - 2 \operatorname{sen} \delta) \cdot d\delta &= -0.0773 \\
 1.5\delta_3 + 2 \cos \delta_3 - 1.5(0.843) - 2 \cos(0.843) &= -0.0773 \\
 1.5\delta_3 + 2 \cos \delta_3 &= -0.0773 + 2.5949 = 2.5176 \rightarrow \\
 \delta_3 &= 1.218 \text{ rad} = 69.8^\circ
 \end{aligned}$$

CAPITULO 4**MODELACIÓN DE PLANTAS Y SIMULACIONES**

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPITULO 4

MODELACIÓN DE PLANTAS Y SIMULACIONES

4.1 Justificación del uso de *MATLAB* como herramienta de simulación

El avance y robustecimiento en el tamaño y complejidad de los sistemas eléctricos de potencia, han llevado a la necesidad de introducir para su análisis y estudio herramientas y técnicas que nos permitan predecir y conocer con mayor veracidad el comportamiento de los mismos.

De este modo, en la actualidad el crecimiento y demanda de energía eléctrica obliga a tener sistemas de generación y distribución de gran tamaño y complejidad, con lo cual también aumenta el nivel de los sistemas de control y protección que nos garanticen el correcto funcionamiento de los sistemas de potencia. Por estas razones expuestas, el uso de técnicas numéricas y computacionales en su estudio ha tomado una importancia muy relevante.

Mediante el uso de programaciones numéricas y de simulaciones se pueden llevar a cabo análisis de muchas de las variables y situaciones que intervienen en el funcionamiento de los sistemas de potencia. Es así como para una red eléctrica compleja se pueden realizar estudios de flujos de potencia, determinar niveles de corto circuito, predecir el comportamiento de la demanda eléctrica en la red, fijar la capacidad de crecimiento del sistema, etc., lo cual nos ayudara a diseñar sistemas de potencia mas confiables y seguros.

Es de esta forma que en afán de realizar un estudio lo mas amplio y completo posible de la dinámica de la máquina síncrona, dedicamos este capitulo a la simulación de las variables que se presentan en el funcionamiento de la misma. Este proceso de simulación pretende ubicar a la máquina síncrona en interacción con los elementos que conforman un sistema eléctrico de potencia particular, pero que en base a lo anterior nos lleve a entender los parámetros y conceptos que nos permitan comprender el comportamiento de la máquina de forma general y dentro de una gran gama de posibles usos y configuraciones.

Después de haber realizado en los capitulos anteriores el análisis de la dinámica de máquina síncrona, así como el estudio de las condiciones operacionales de la misma dentro de los sistemas de potencia, corresponde presentar de forma practica lo anterior mediante la simulación de un sistema eléctrico particular, tratando de obtener un panorama amplio y claro que nos permita entender los fenómenos y condiciones de operación que se presentan en los sistemas eléctricos de potencia.

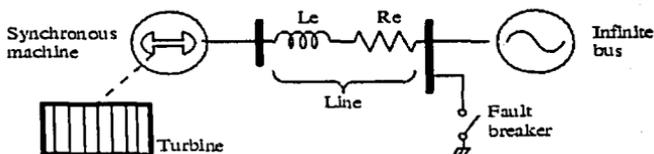
Para generar este proceso de simulación hacemos uso de las herramientas que nos proporciona el programa de análisis matemático conocido como *MATLAB* en su modalidad para simulación de sistemas llamada *Simulink*. Este programa es una herramienta muy poderosa que nos permite realizar simulaciones de muchos tipos de sistemas tales como matemáticos, físicos, mecánicos, eléctricos, electrónicos, de control, entre otros, con lo cual se abarca un amplio sector en el estudio de la ingeniería. De forma particular, dentro de las opciones que presenta *Simulink* encontramos una sección dedicada al análisis y simulación

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

de los sistemas de potencia. En esta sección contamos con elementos eléctricos y mecánicos que nos permiten construir una gran variedad de sistemas para simular y analizar. De este modo podemos hacer uso de los modelos de máquina síncrona con los que cuenta *Simulink* y ubicarlo dentro de un sistema para analizar sus variables mecánicas y eléctricas.

La razón por la cual hacemos uso de *MATLAB* se centra en el hecho de que los modelos matemáticos y eléctricos de la máquina usados por este programa, son los mismos que se obtuvieron en el estudio de esta tesis, de tal forma que podemos sustentar los resultados generados en la simulación con el análisis matemático y eléctrico realizado en los capítulos correspondientes.

El modelo matemático usado por *MATLAB* considera una máquina síncrona conectada a un sistema de bus infinito. En la siguiente figura se muestra a la máquina (unifásica) como un generador con una turbina como primotor.



El sistema eléctrico para cada una de las fases consiste en una fuente de voltaje en serie con una impedancia resistiva e inductiva ($R_e - L_e$), la cual es conocida como impedancia interna de la máquina. El valor de R_e puede aproximarse a cero y debido a que es menor que el valor de L_e generalmente se le desprecia.

Debido a que la máquina síncrona está conectada a un bus infinito, los voltajes terminales V_d y V_q están determinados por las ecuaciones de carga del sistema. En coordenadas de la transformada de Park (con marco de referencia en el rotor) y de la figura anterior, V_d y V_q están expresados como:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = R_e \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + L_e \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \omega L_e \begin{bmatrix} i_q \\ -i_d \end{bmatrix} + V^\infty \begin{bmatrix} \cos(\delta - \alpha) \\ -\sin(\delta - \alpha) \end{bmatrix}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Donde,

i_d e i_q : corrientes en el eje directo y en el eje de cuadratura

ω : velocidad angular de la máquina

δ : ángulo eléctrico medido desde un marco de rotación sincrónico

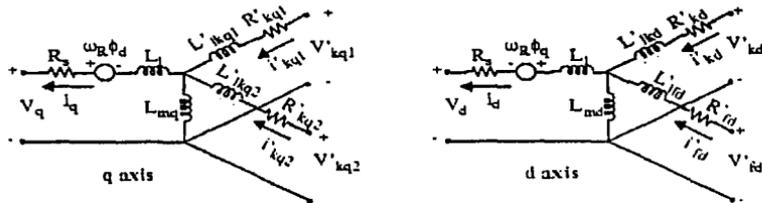
V^∞ : voltajes en los circuitos de campo y dependientes de la rotación sincrónica

En afán de mantener la congruencia entre las ecuaciones que maneja *MATLAB* y las ecuaciones obtenidas en nuestro trabajo, podemos comparar las ecuaciones (1.4.11) y (1.4.12) del capítulo 1 con el grupo de ecuaciones ($V_d - V_q$) usadas por el programa, pudiéndose apreciar que son las mismas, ya que los términos de voltajes en los circuitos de campo que se presentan en el capítulo 1 están contenidos en el término V^∞ en las ecuaciones de *MATLAB*.

El sistema de ecuaciones que definen la parte eléctrica de la máquina esta representado por un modelo de sexto orden. Dentro del modelo están incluidas la dinámica del estator, la de campo y la de los devanados amortiguadores. Estos últimos no se consideran en el análisis realizado en el capítulo 1 de esta tesis. El circuito equivalente del modelo matemático esta representado en coordenadas con marco de referencia en el rotor ($d - q$) y todos los parámetros del rotor están vistos desde el estator y se identifican como variables primas. Los subíndices usados para las variables del modelo matemático están definidos de la siguiente forma:

- d, q : cantidades en el eje directo y en el de cuadratura respectivamente
- R, s : cantidades de rotor y estator respectivamente
- l, m : cantidades referidas a pérdidas y magnetización respectivamente
- f, k : cantidades de devanados de campo y amortiguadores respectivamente

El diagrama eléctrico de la máquina es,



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

de donde se tiene las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 V_d &= R_s i_d + \frac{d}{dt} \varphi_d - \omega_R \varphi_q \\
 V_q &= R_s i_q + \frac{d}{dt} \varphi_q + \omega_R \varphi_d \\
 V'_{fd} &= R'_{fd} i'_{fd} + \frac{d}{dt} \varphi'_{fd} \\
 V'_{kd} &= R'_{kd} i'_{kd} + \frac{d}{dt} \varphi'_{kd} \\
 V'_{kq1} &= R'_{kq1} i'_{kq1} + \frac{d}{dt} \varphi'_{kq1} \\
 V'_{kq2} &= R'_{kq2} i'_{kq2} + \frac{d}{dt} \varphi'_{kq2} \\
 \varphi_d &= L_d i_d + L_{md} (i'_{fd} + i'_{kd}) \\
 \varphi_q &= L_q i_q + L_{mq} i'_{kq} \\
 \varphi'_{fd} &= L'_{fd} i'_{fd} + L_{md} (i_d + i'_{kd}) \\
 \varphi'_{kd} &= L'_{kd} i'_{kd} + L_{md} (i_d + i'_{fd}) \\
 \varphi'_{kq1} &= L'_{kq1} i'_{kq1} + L_{mq} i_q \\
 \varphi'_{kq2} &= L'_{kq2} i'_{kq2} + L_{mq} i_q
 \end{aligned}$$

De las cuales tanto los voltajes terminales y los encadenamientos de flujo son los mismos que se obtuvieron en el cap. 1 (ecs. 1.4.1, 1.4.2, 1.4.8 y 1.4.9), salvo por los términos extras en los encadenamientos debidos a los devanados amortiguadores, que como ya se menciono, en el trabajo de esta tesis no se consideraron pero en *MATLAB* si se tomaron en cuenta.

Por otro lado, la dinámica de la máquina correspondiente a su parte mecánica esta dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 \Delta\omega(t) &= \frac{1}{2H} \int_0^t (T_m - T_e) dt - Kd \Delta\omega(t) \\
 \omega(t) &= \Delta\omega(t) + \omega_0
 \end{aligned}$$

Donde,

- $\Delta\omega$: variación de la velocidad con respecto a la velocidad de operación
- H : constante de inercia
- T_m : torque mecánico
- T_e : torque electromagnético
- Kd : factor de amortiguamiento
- $\omega(t)$: velocidad mecánica del rotor
- ω_0 : velocidad de operación

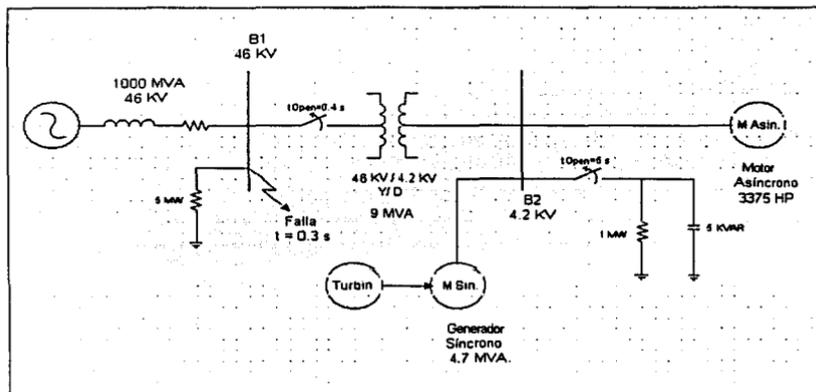
TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Si comparamos lo anterior con la ecuación (1.2.13) del cap. 1, veremos que si integramos esta última obtendremos lo mismo que plantea la ecuación de que maneja *MATLAB*, salvo por el uso del factor de amortiguamiento.

Como se puede ver, la similitud entre las ecuaciones obtenidas por el análisis desarrollado en esta tesis con las ecuaciones usadas por *MATLAB*, nos permiten hacer uso de este programa teniendo el sustento teórico de los resultados que se generen en este proceso de simulación.

4.2 Simulación de la dinámica de la máquina síncrona en un sistema de potencia

El sistema de potencia que se ha elegido para simular la dinámica de la máquina consiste en una planta formada por una carga resistiva y un motor asíncrono, los cuales operan a una tensión de 4.2 kV alimentados por una red de distribución de 46 kV a través de un transformador (9 MVA . 46/4.2 kV) y por una planta de emergencia formada por un generador síncrono con una turbina como primotor.

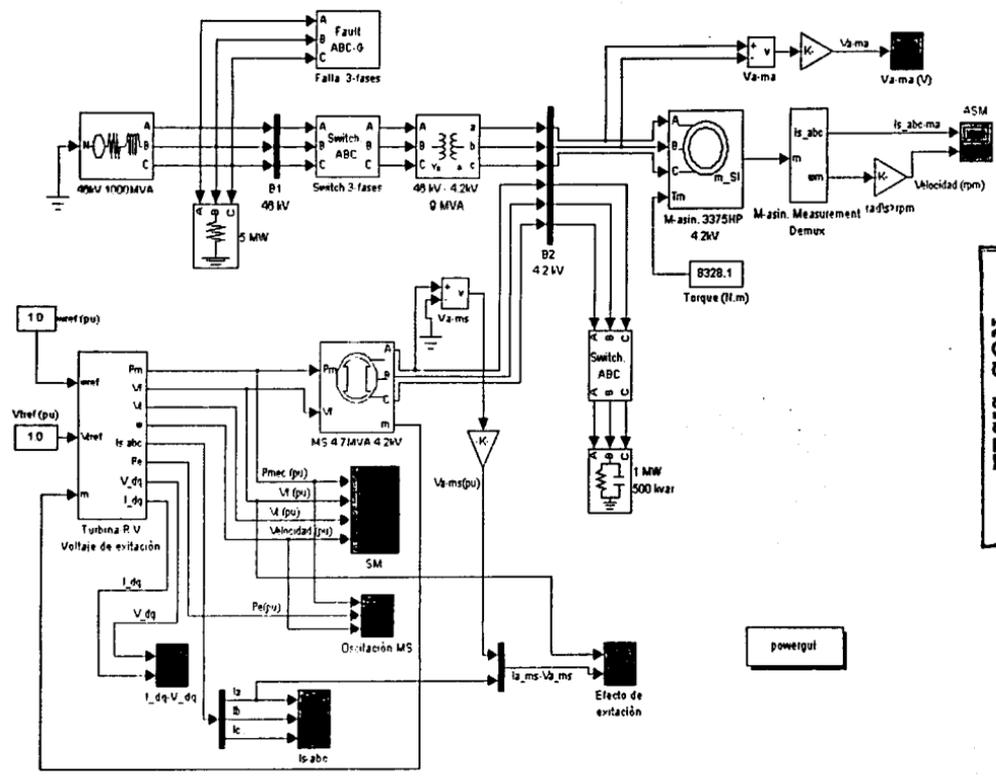


La red de 46 kV (B1) está modelada por una fuente simple formada por un circuito R-L serie, con un nivel de corto circuito de 1000 MVA y con una carga resistiva de 5 MW.

La red de 4.2 kV (B2) está formada por un motor asíncrono con capacidad de 3375 HP a 4.2 kV y 1800 rpm, una máquina síncrona con capacidad de 4.7 MVA a 4.2 kV, una carga resistiva de 1 MW y un banco de capacitores de 500 kvar usado para la corrección del factor de potencia.

El modelo de simulación de este sistema de potencia se construye usando las librerías del bloque de *sistemas de potencia (Simulink)*, el cual se presenta a continuación:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

4.2.1 Simulación de fallas eléctricas

Inicialmente, el motor asíncrono desarrolla una potencia de 2100 HP (1.566 MW) y el generador síncrono entrega 600 kW de potencia activa. A los $t = 0.3$ s una falla trifásica a tierra ocurre en la red de 46 kV, provocando la apertura del switch (46 kV) a los $t = 0.4$ s por lo que se incrementa repentinamente la carga alimentada por el generador síncrono. Durante el periodo transitorio posterior a la falla y al aislamiento del sistema Motor / Generador, el control de voltaje y el regulador de velocidad de la máquina síncrona reaccionan para tratar de mantener constante el valor de la velocidad y el voltaje entregados al sistema.

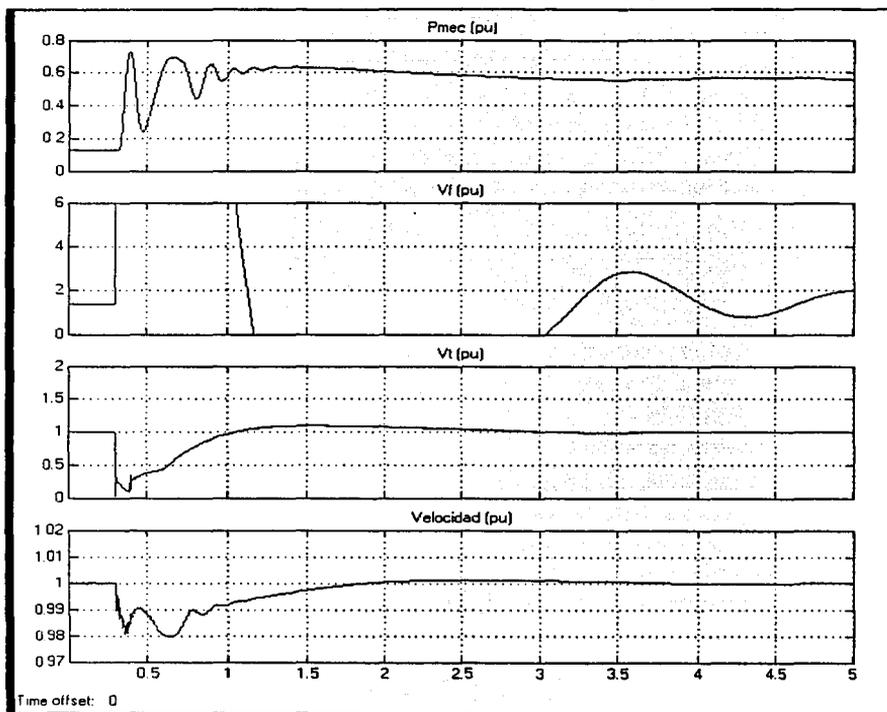
De la gráfica 1 obsérvese que durante la falla (0.3 s) el voltaje terminal (V_t) de la máquina decae aproximadamente a 0.2 p.u y el voltaje de excitación (V_f) se eleva a casi 6 p.u. Después de que el switch se abre (0.4 s) y se aísla el sistema Motor / Generador la potencia mecánica del generador se incrementa rápidamente desde un valor inicial de 0.127 p.u (0.6 MW / 4.7 MVA = 0.127 p.u) a más de 0.7 p.u. y oscila hasta estabilizarse aproximadamente en 0.546 p.u que es la cantidad de potencia requerida por la carga (1 MW-carga resistiva + 1.566MW-motor = 2.566 MW \therefore 2.566 MW/4.7MVA = 0.546 p.u). De la misma forma, al aumentar la carga en las terminales del generador la velocidad de su rotor disminuye, a lo que el regulador de velocidad responde tratando de regresar el valor de la misma a 1.0 p.u.

Por otro lado, de la gráfica 2 podemos observar como inicialmente el valor de la velocidad del motor asíncrono se encuentra en un valor cercano a las 1800 rpm y como después de la falla esta decrece hasta casi 1620 rpm, recuperando su valor inicial pasados más de 2 segundos. De igual modo podemos apreciar el incremento en las corrientes de fase del motor, así como su estabilización una vez que se aísla el sistema.

En la gráfica 3 vemos que el voltaje entre fases (a-b) del motor asíncrono presenta su valor nominal de 4200 V_{L-L} antes de la falla, decreciendo durante la misma y al igual que la corriente, busca estabilizarse después de 0.4 segundos.

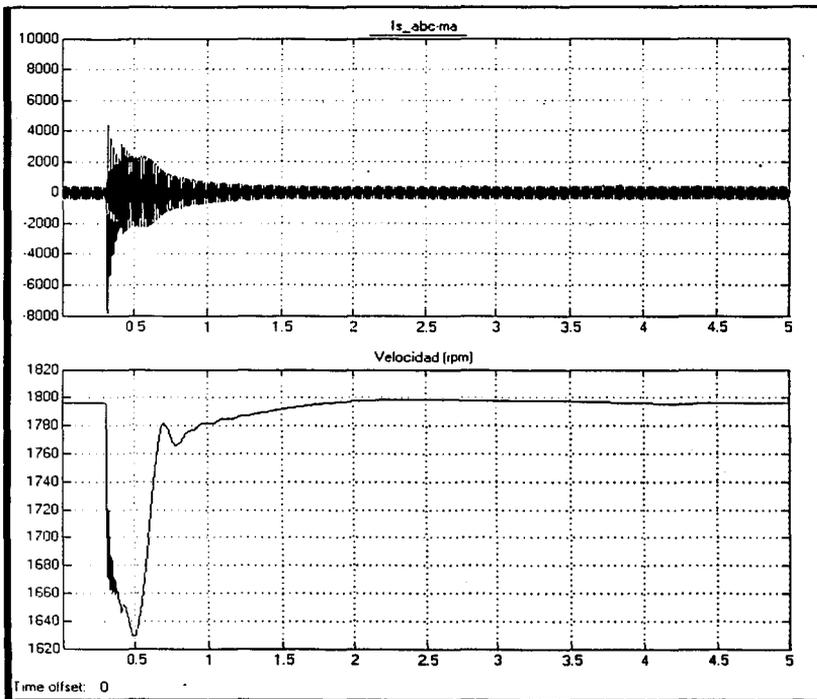
Ahora bien, en la gráfica 4 se muestran las corrientes de fase en los devanados de estator de la máquina síncrona, en donde se puede apreciar como las corrientes presentan un valor inicial y estable antes de la falla, incrementándose de manera súbita al ocurrir la misma (0.3s). Aquí mismo podemos ver como la magnitud de la corriente se decrecienta durante el periodo transitorio y como tiende a estabilizarse después de aislar el sistema (0.4s).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



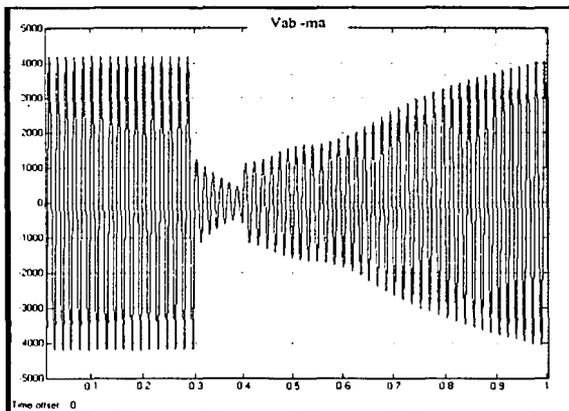
[Gráfica 1]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

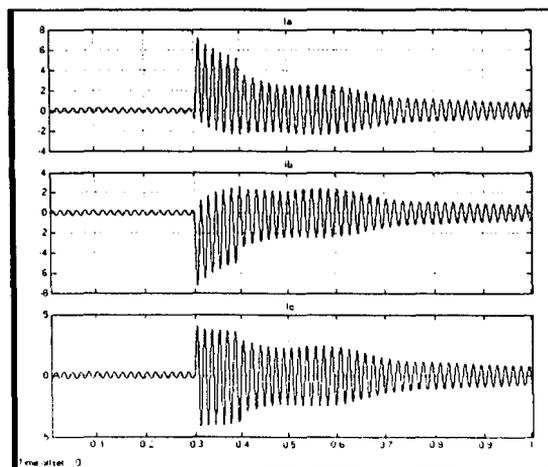


[Gráfica 2]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



[Gráfica 3]

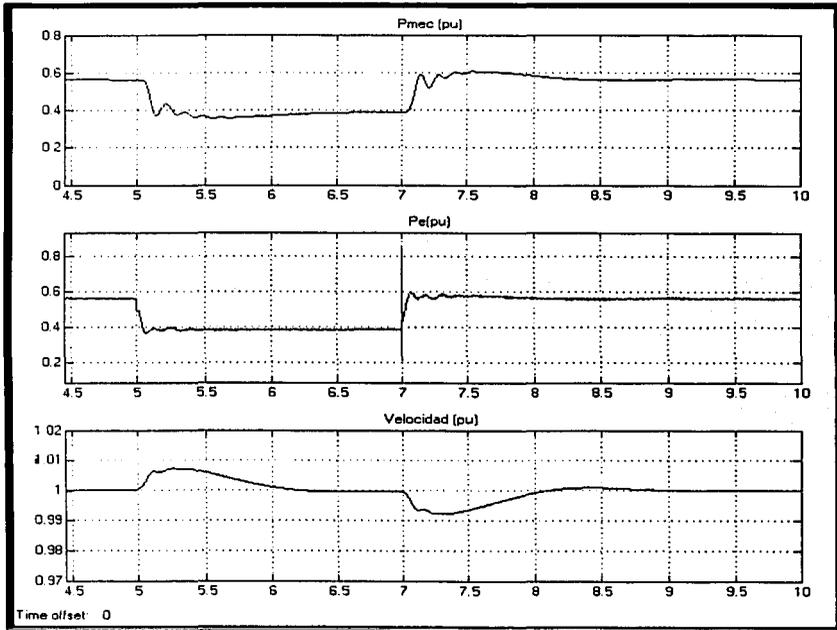


[Gráfica 4]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.2.2 Simulación de cambios bruscos en la carga

Una vez que el sistema se estabiliza ($t > 2$ s), la carga conectada al generador síncrono permanece constante hasta los 5 segundos, momento en el cual la carga resistiva de 1 MW se desconecta, provocando una disminución en la carga. Posteriormente, a los 7 segundos, la carga resistiva vuelve a conectarse, con lo cual se incrementa la demanda de potencia del sistema



[Gráfica 5]

En la gráfica 5 podemos ver como al disminuir la carga conectada al generador (5 s) la potencia eléctrica disminuye, lo que provoca un aumento en la velocidad del rotor de la máquina, en consecuencia, el regulador de velocidad reacciona disminuyendo la potencia mecánica a la entrada de la máquina, lo que lleva a disminuir la velocidad y estabilizarla en 1 p.u a los 6 seg. aproximadamente. Del mismo modo, con la velocidad del rotor constante, al aumentar la carga conectada al generador (7 s), la potencia eléctrica aumenta,

provocando una disminución en la velocidad del rotor de la máquina, en consecuencia, el regulador de velocidad reacciona aumentando la potencia mecánica a la entrada de la máquina, lo que lleva a aumentar la velocidad y estabilizarla en 1 p.u a los 9 seg. aproximadamente.

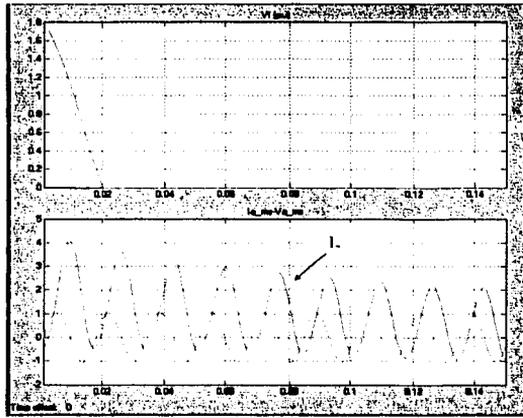
4.2.3 Simulación del cambio en la excitación de la máquina síncrona

En esta parte se muestra el efecto provocado en la dinámica de la máquina debido al cambio en el voltaje de excitación (V_f). Como se explica en la sección 3.2.2 de esta tesis, existen dos condiciones de operación de la máquina dependientes de su voltaje de excitación: la condición de operación *Sobreexcitada* y la condición de operación *Subexcitada*.

Cuando el generador opera *Sobreexcitado*, éste entrega al sistema una onda de corriente atrasada a la onda de voltaje terminal (*f.p. atrasado*), por lo que estaría entregando potencia reactiva al sistema.

Por otro lado, cuando el generador opera *Subexcitado*, éste entrega al sistema una onda de corriente adelantada a la onda de voltaje terminal (*f.p. adelantado*), por lo que estaría demandando potencia reactiva al sistema.

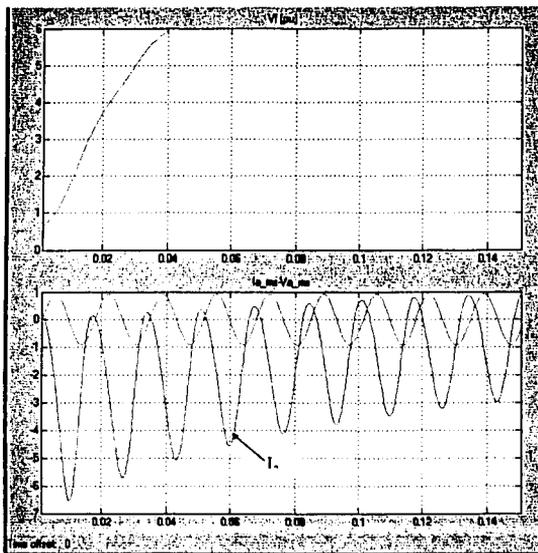
En la gráfica 6 se puede ver que al aplicar un valor inicial de $V_f = 1.8$ p.u (*sobreexcitado*) la onda de corriente esta atrasada con respecto a la onda de voltaje terminal



[Gráfica 6]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

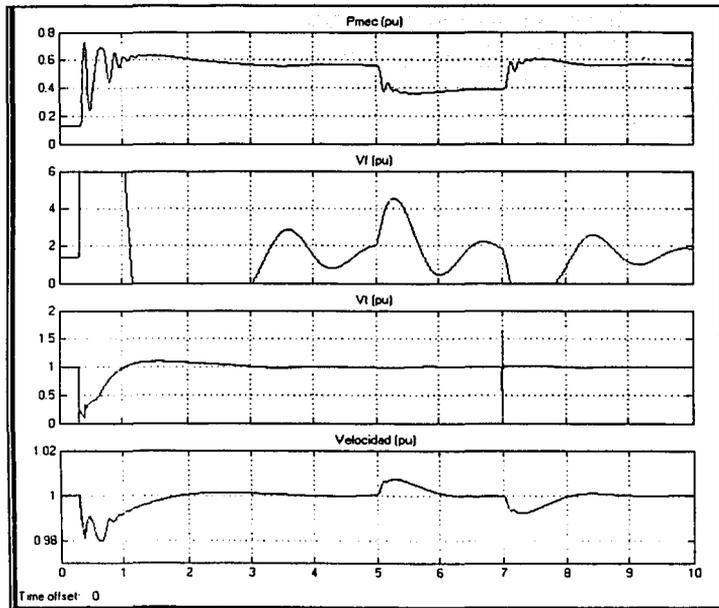
En la gráfica 7 se puede ver que al aplicar un valor inicial de $V_f = 0.6$ p.u (*subexcitado*) la onda de corriente esta adelantada con respecto a la onda de voltaje terminal.



[Gráfica 7]

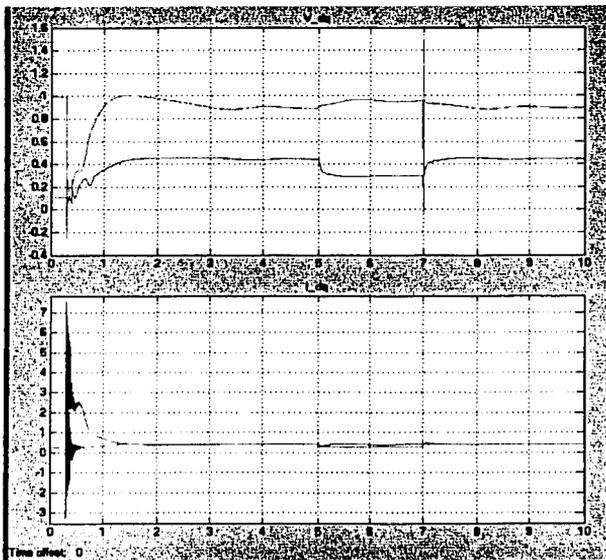
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Finalmente, podemos mostrar el comportamiento de la máquina síncrona durante todo el proceso de simulación, así como también presentamos las gráficas de los voltajes y corrientes en el eje directo y en el eje de cuadratura para este mismo proceso.



[Gráfica 8]

TESIS CON
FALLA DE ALIENEN



[Gráfica 9]

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

El desarrollo del estudio de la dinámica de la máquina síncrona nos ha permitido comprender y aplicar la transformada de Park como herramienta en la obtención de los parámetros electromagnéticos que rigen su comportamiento y de forma general el comportamiento de las máquinas rotatorias.

A partir de este estudio sabemos que en condiciones balanceadas de estado estable, la onda de fuerza magnetomotriz del devanado del estator y su onda de flujo asociada giran a la misma velocidad que el rotor y tienen esencialmente la misma forma de onda. Como resultado de ello los encadenamientos de flujo con los circuitos de rotor no cambian con el tiempo, y no se inducen voltajes en estos circuitos. Con ello el devanado de campo principal es el único circuito de rotor que conduce corriente, y su excitación es determinada por el voltaje aplicado a las terminales de campo.

En condiciones transitorias las magnitudes de los flujos de estator y rotor cambian, y a menudo la velocidad cambia también, haciendo que éste altere su alineamiento con respecto al flujo de estator que gira sincrónicamente. En consecuencia, cambian los encadenamientos de flujo con todos los circuitos del rotor a través del tiempo, y se inducen corrientes en cada uno: en los devanados del rotor, en los de armadura y en los devanados de amortiguación. Como la fuerza magnetomotriz neta del rotor está producida por todos los devanados, el comportamiento eléctrico y electromecánico resultante de la máquina está determinado por el comportamiento transitorio de cada una de estas corrientes.

La mayor parte de las veces el análisis transitorio se obtiene representando a la máquina como un conjunto de circuitos mutuamente acoplados. El análisis básico del comportamiento transitorio en la máquina síncrona puede lograrse si se resuelven el conjunto de ecuaciones diferenciales del circuito acoplado, sin embargo, la solución de estas ecuaciones puede ser una tarea formidable. Es en este punto en donde la transformación de Park adquiere su importancia, ya que la solución se facilita considerablemente al transformar las corrientes, voltajes y flujos del estator en cantidades equivalentes que giran a la velocidad del rotor.

De esta modo, la transformada de Park nos permite hacer un análisis de la máquina en un marco de referencia fijo con respecto al rotor, siendo las variables transformadas cantidades equivalentes de armadura tal como las ve un observador en este marco de referencia. Este cambio de variables permite separar a las ecuaciones simultáneas en dos conjuntos de ecuaciones, uno para el eje directo y otro para el eje de cuadratura, basándose en las inductancias que son constantes con respecto al tiempo. Esto se puede ver con facilidad si se reconoce que las inductancias mutuas reales entre los devanados de fase en el estator y los circuitos del rotor cambian con la posición del rotor, y por lo tanto con el tiempo, mientras que las variables transformadas del estator permanecen fijas en el marco del rotor y con ello las inductancias mutuas permanecen invariables con respecto al tiempo.

De este mismo trabajo hemos analizado el comportamiento de la maquina dentro de los sistemas de potencia, centrándonos principalmente en el comportamiento debido a las variaciones de la carga y al flujo de potencia del sistema, así como a fenómenos transitorios tales como cortos circuitos, basándonos en el funcionamiento de los sistemas controladores de voltaje de excitación de la maquina y en los reguladores de velocidad, los cuales tienen como principal ecuación de funcionamiento la llamada ecuación de oscilación, que como se ha visto, relaciona la velocidad de rotación de la máquina a las variaciones resultantes del par eléctrico debido a la carga y al par mecánico con el que se acciona el rotor de la máquina.

Finalmente, a partir del estudio realizado y mediante un proceso de simulación, se ha conseguido analizar las principales variables eléctricas y mecánicas de la maquina, así como también se ha podido observar en acción a los sistemas reguladores de velocidad, con lo cual se ha resaltado su labor en el mantenimiento de la estabilidad de los sistemas de potencia.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- Chapman, Stephen. Máquinas Eléctricas. Editorial McGraw-Hill. México. 1993.
- Enríquez Harper, Gilberto. Estudio de Sobretensiones Transitorias en Sistemas Eléctricos y Coordinación de Aislamiento. Editorial Limusa. México. 1978.
- Enríquez Harper, Gilberto. Técnicas Computacionales en Sistemas Eléctricos de Potencia. Editorial Limusa. México. 1986.
- Fitzgerald, A.E. Máquinas Eléctricas. Editorial McGraw-Hill. México. 1992.
- Gourishankar, Vembu. Conversión de Energía Electromecánica. Editorial Alfaomega. México. 1990.
- Grainger, John. Power System Analysis. Editorial McGraw-Hill. E.U.A. 1995.
- Grajales Román, Hugo. Introducción al Control y Simulación de Plantas. Editorial Federación Editorial Mexicana. México. 1981.
- Gray, C.B. Máquinas Eléctricas y Sistemas Accionadores. Editorial Alfaomega. México. 1993.
- John, James. Introducción a la Mecánica de los Fluidos. Editorial Prentice Hall. España. 1974.
- Luca M., Carlos. Máquinas Eléctricas. Editorial Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México. 1988.
- Matsch, Leander. Máquinas Electromagnéticas y Electromecánicas. Editorial Alfaomega. México. 1990.
- McPherson, George. Introducción a Máquinas Eléctricas y Transformadores. Editorial Limusa. México. 1987.