

00362
6



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

**EL GRUPO DE RENORMALIZACIÓN
EN TEORÍAS DE GRAN UNIFICACIÓN
CON DIMENSIONES EXTRA**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)

P R E S E N T A :

FIS. MARÍA CATALINA ESPINOZA HERNÁNDEZ

ASESORA: DRA. MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS

pcf
posgrado en ciencias físicas
u n a m

MÉXICO D.F.



2003

1

posgrado en ciencias físicas
u n a m

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

***Nuestra ciencia, en relación con
la realidad, es primitiva e infantil,
aun así es lo máspreciado que tenemos.***

A. Einstein.

Dedico este trabajo a todas aquellas personas que estuvieron conmigo en todo momento brindádome su apoyo y confianza en todos los aspectos, lo cual fue fundamental para el desarrollo de este trabajo.

Agradezco a la Dra. Myriam Mondragón Ceballos por la excelente dirección de este trabajo. En especial por la confianza que depositó en mí desde el momento en que aceptó dirigir este trabajo, lo cual me alentó para seguir adelante. Muchas gracias por tu paciencia y por compartir conmigo tu vasto conocimiento. Agradezco también al Dr. J. Kubo y T. Ishikawa por sus valiosas contribuciones a este trabajo.

A mi comité tutorial: Dra. Myriam Mondragón Ceballos, Dr. Martí Ruiz Altaba, Dr. Luis F. Urrutia y Dr. H. Hugo García Compeán por sus valiosos consejos y recomendaciones durante mi formación.

A los sinodales: Dr. C. R. Stephens Stevens, Dr. Lorenzo Díaz Cruz, Dr. Alberto Güijosa Hidalgo, Dr. H. Hugo Carcía Compeán por su gran disponibilidad y sus valiosas observaciones y comentarios a este trabajo.

Al Dr. Fernando Quevedo, al Dr. Alfonso Mondragón, a la Dra. Enriqueta Hernández, al Dr. Luis de la Peña A., al Dr. Marcos Moshinsky, al Dr. Roberto Ortega y al Dr. Manuel Torres por su gran generosidad, por brindarme sus sabios consejos y por sus oportunas palabras de aliento en momentos de gran incertudumbre en mi vida.

A mis padres, Herminia Hernández y Mariano Espinoza, por su constante apoyo y por brindarme su amor y confianza, lo cual ha sido parte definitiva

en la realización de este trabajo. Muchas gracias por sus sacrificios y su gran nobleza ... disculpen las preocupaciones y angustias que les hago pasar.

A mis hermanas(os): Mario, Juan, Raúl, Víctor, Alex, Lupe, Silvia y Bety a quienes suelo *exasperar* con mi peculiar personalidad... *mil* gracias por su comprensión y cariño. A mis abuelos, Hermelinda Barba y Melitón Hernández, agradezco su sola presencia la cual me ha fortalecido espiritualmente. A mis cuñadas(os) agradezco su cariño y su benevolencia. A mis sobrinas(os) sus hermosas e inocentes sonrisas que me impregnan de tranquilidad, en especial a Cristian por disminuir mis angustias.

A mis amigos a quienes suelo hacer cómplices de mis angustias y miedos cotidianos: Javier por su amistad y su apoyo incondicional en todos los aspectos, a Erica Ivonne quien a pesar de estar lejos siempre estuvo conmigo brindándome su constante ayuda. A Liliana, Benjamín P., Ana, Ezequiel, Erika Lorena, Luis Quintanar, Gabriela, Benjamín A., Félix, José Luis, Eduardo, Saúl, Rosario, Leonardo, Braulio, Tania, Verónica, Araceli, Julian, Adrian, Libertad, Nallely, Aida, Rina, Janete, Juan, Maria del Pilar, Joseline y Jesús quienes constantemente fueron testigos de mis usuales *dramas* muchas gracias por su grata compañía y por brindarme su valiosa ayuda.

Agradezco a la UNAM, en especial al IFUNAM. Agradezco a mis profesores de la maestría de quienes aprendí mucho y a mis compañeros del Instituto de Física. También agradezco al proyecto de investigación IN116202 por el apoyo económico brindado.

Agradezco a la Dra. Rocío Jauregui por su disponibilidad y apoyo como coordinadora del Posgrado en Física.

Agradezco a la Dra. Graciela Flores por ayudarme a mirar dentro de mí y por disminuir mis miedos y angustias.

Por último quiero expresar mi agradecimiento a un *ser* muy especial que en todo momento me dio fuerza y valor para sobreponerme y seguir adelante.

Índice

Introducción	2
1 Ecuaciones del Grupo de Renormalización y Puntos Fijos	6
1.1 Introducción	6
1.2 Teoría de la Renormalización	7
1.2.1 Ecuaciones del Grupo de Renormalización	8
1.3 Puntos Fijos	12
2 Más Allá del Modelo Estándar	16
2.1 Introducción	16
2.2 Modelo Estándar	16
2.2.1 Rompimiento Espontáneo de la Simetría	20
2.2.2 Problemas del Modelo Estándar	21
2.3 Teorías de Gran Unificación	22
2.4 El Problema de la Jerarquía	22
2.5 Supersimetría	23
2.5.1 Rompimiento de la Supersimetría	25
2.6 Modelo Estándar Supersimétrico Mínimo	26
2.6.1 Fenomenología del MSSM	29
2.6.2 Ecuaciones de Renormalización del MSSM	29
2.7 Teorías Supersimétricas de Gran Unificación	30
2.8 Modelo Mínimo Supersimétrico $SU(5)$	31
3 Dimensiones Extra	33
3.1 Introducción	33
3.2 Kaluza-Klein	33

<i>ÍNDICE</i>	2
3.3 Fenomenología Convencional de Cuerdas	39
3.3.1 Construcción de Modelos de Cuerdas Recientes	40
3.4 Incorporación de Dimensiones Extra en el MSSM	40
3.5 Renormazilización e Interpretación de los Parámetros de Corte	44
3.6 Dimensiones Extra y Unificación	46
3.7 Dificultades en Modelos de Radio de Compactificación Grande	52
3.7.1 Dimensiones Extra y el Decaimiento del Protón	52
4 Atracción Infrarroja en Dimensiones Extra	55
4.1 Introducción	55
4.2 Puntos Fijos Estables Infrarrojos	56
4.2.1 PFEIR de Pendleton-Ross	56
4.2.2 PCF de Hill	58
4.3 Dimensiones Extra	59
4.4 Aplicación a un Modelo SU(5)	60
4.4.1 Atracción Infrarroja de los Acoplamientos de Yukawa	60
4.4.2 Atracción Infrarroja para los Términos de Rompimiento Suave	69
4.4.3 Análisis Fenomenológico	77
Conclusiones	81
A Teorema de no renormalización	94
Bibliografía	95

Introducción

Desde la formulación de la teoría de Fermi de las interacciones electrodébiles ha existido un gran misterio en la física fundamental: ¿por qué la intensidad de la fuerza electrodébil es mucho mayor que la de la fuerza de gravedad? Este misterio se conoce como el problema de la jerarquía. En el contexto de las teorías de gran unificación (TGU) la disparidad entre estas fuerzas se describe en términos de un desierto enorme de aproximadamente 17 ordenes de magnitud en escala de energía. El desierto se extiende desde la escala electrodébil, actualmente investigada en los más grandes aceleradores, hasta la escala de Planck, en donde se espera que la gravedad se vuelva tan fuerte como las otras interacciones. A energías planckianas la distancia característica es de aproximadamente 10^{-33} cm, a estas separaciones los efectos gravitacionales cuánticos presumiblemente entran en juego.

Precisamente debido a que todos estos fenómenos ocurren a energías tan altas la evidencia experimental de la gravedad cuántica es a lo más indirecta. Sin embargo, en años recientes se ha propuesto un nuevo marco teórico para atacar a estos problemas, dichas ideas ponen en duda la suposición del enorme desierto de energía. Dentro de este nuevo modelo, se postula la existencia de nuevas dimensiones espaciales. Esta idea de la posible existencia de otras dimensiones, además de las convencionales, se remonta a los años 20's y actualmente es un ingrediente central de las teorías modernas de cuerdas.

Hasta hace algunos años se pensaba que estas dimensiones extra estaban enrolladas en círculos muy pequeños de diámetros característicamente del orden de 10^{-33} cm, lo cual hacía imposible poder detectarlas experimentalmente. Más recientemente, se ha sugerido que las dimensiones extra son enormes comparadas con lo que se pensaba, quizás hasta del orden de milímetros. El hecho experimental de que hasta ahora no se hayan detectado estas grandes dimensiones extra podría obedecer a que únicamente la gravedad se puede propagar en ellas. Las partículas y las fuerzas que componen la materia están confinadas a una pared tridimensional en las dimensiones extra.

Aun así, estas nuevas ideas no son excluidas por alguna observación experimental conocida, ni tampoco por constricciones astrofísicas o cosmológicas.

Una de las implicaciones más atractivas de las dimensiones extra es que si en verdad el tamaño característico de ellas es del orden de 10^{-19} m (que corresponde a una escala de energía de 1 TeV) o más, entonces el efecto principal sería bajar la escala de gran unificación significativamente hasta la escala de TeV (10^3 GeV). Esto a su vez permitiría que algunos efectos característicos de gran unificación puedan observarse directamente en los próximos experimentos de los nuevos aceleradores.

Generalmente se piensa que las extensiones supersimétricas son teorías muy prometedoras en el sentido de que se pueda describir a través de ellas la física a energías que estarán al alcance de nuestros experimentos en el futuro cercano. La extensión más popular del Modelo Estándar (ME) es el Modelo Estándar Supersimétrico Mínimo (MSSM).

Aunque el MSSM es el modelo supersimétrico más simple contiene un gran número de parámetros libres. Esta libertad paramétrica del MSSM proviene en su mayoría del fenómeno de rompimiento supersimétrico suave, el cual es necesario para obtener un espectro masivo de las partículas aceptable fenomenológicamente. Al mismo tiempo, la existencia de este gran número de parámetros libres desmejora el poder predictivo de esta teoría. Una manera común de reducir esta libertad es hacer algunas suposiciones a una escala de energía alta (por ejemplo a la escala de gran unificación o a la escala de Planck). Luego, tratando los parámetros del MSSM como variables de “corrimiento” y utilizando las ecuaciones del grupo de renormalización se pueden derivar sus valores a una escala de energía más baja.

Existe otra manera de restringir la libertad de una teoría sin suposición alguna a escalas de energía alta. A saber, los parámetros a energía baja son insensibles a sus valores iniciales a energía alta. Esto nos permite encontrar sus valores a energía baja sin el conocimiento de la física a energía alta.

Para lograr este objetivo se recurre al estudio del comportamiento infrarrojo de las ecuaciones del grupo de renormalización para determinar los puntos fijos estables infrarrojos (PFEIR).

Los puntos fijos estables infrarrojos verdaderos discutidos por Pendleton y Ross [22] se alcanzan únicamente en un régimen asintótico. Para una región finita de “corrimiento”, por ejemplo $M_P \rightarrow M_Z$, los puntos se alcanzan solamente en un intervalo muy pequeño de soluciones. De manera alternativa, Hill [38] consideró la situación en la que un valor inicial es mucho más grande en comparación con el valor del PFEIR y encontró los así

denominados puntos cuasi-fijos infrarrojos (PCF). Estos puntos fijos difieren de los de Pendleton y Ross a la escala intermedia y usualmente dan la frontera superior o inferior para las soluciones relevantes.

Como se mencionó el modelo con dimensiones extra grandes parece ser muy atractivo. Dentro del contexto de estos modelos los análisis del párrafo anterior permiten concluir que las constantes de acoplamiento muestran un comportamiento de “corrimiento” como una ley de potencias debido a la contribución proveniente de los modos de Kaluza-Klein si se supone que los campos de norma y materia viven en dimensiones extra. Usando este comportamiento como ley de potencias, se espera que las constantes de acoplamiento se acerquen a sus puntos fijos infrarrojos mucho más rápido que en el modelo en cuatro dimensiones, en el cual las constantes de acoplamiento corren de manera logarítmica.

En este trabajo se considera un modelo “híbrido”, en el cual se tiene una dimensión extra entre la escala de Planck y la de gran unificación, de manera que el radio de compactificación no es tan grande como en los modelos de Dienes et al. Se utilizó un modelo supersimétrico basado en el grupo de norma $SU(5)$ y se muestra el comportamiento de “corrimiento” de las constantes de acoplamiento. También se describen las predicciones para los parámetros a bajas energías, por ejemplo la masa del bottom y el bosón de Higgs, así como el espectro de las superpartículas, todo ello usando los PFEIR de las teorías de gran unificación TGU's con dimensiones extra.

Capítulo 1

Ecuaciones del Grupo de Renormalización y Puntos Fijos

1.1 Introducción

A partir de cualquier teoría cuántica de campo se pueden construir las reglas de Feynman correspondientes para calcular las funciones de Green y los elementos de la matriz S en teoría de perturbaciones. Para una teoría relativista la integración sobre el momento se considera de cero a infinito, es decir, no existe un corte intrínseco en la variable de momento, lo cual puede conducir a divergencias en las integrales [1, 2, 4, 3].

La teoría de renormalización se designó originalmente como un procedimiento para remover las divergencias encontradas en los diagramas de Feynman, orden por orden en teoría de perturbaciones. Este hecho proporciona un esquema para eliminar las contribuciones infinitas y absorberlas en redefiniciones de parámetros físicos tales como las constantes de acoplamiento. Desde este punto de vista, la renormalización parece ser más que nada una receta, libre de algún significado físico. Su uso, sin embargo, nos ha proporcionado resultados numéricos que concuerdan con los experimentos. Las aplicaciones del proceso de renormalización en fenómenos críticos nos proporciona un entendimiento del significado físico fundamental de la renormalización. El punto central es que las manifestaciones a bajas energías de una teoría se pueden describir por un lagrangiano efectivo, excepto por el hecho de que se tienen menos grados de libertad, y de que las constantes de acoplamiento originales son reemplazadas por constantes de acoplamiento renormalizadas que dependen de la escala de energía.

1.2 Teoría de la Renormalización

En cualquier teoría del campo se presentan divergencias en las integrales en los desarrollos perturbativos de las funciones de Green. Para darle sentido a estas cantidades, las expresiones divergentes primero se hacen “temporalmente finitas” por medio de algún procedimiento de *regularización*, el cual introduce parámetros adicionales (es decir, la masa de un gluón m_g , un parámetro de corte ultravioleta del momento Λ_R o una dimensión fraccionaria de espacio-tiempo $D = 4 - 2\epsilon$). De este modo, las divergencias de la teoría de perturbaciones se re-expresan en una forma bien definida (aunque con límites divergentes). El método de regularización aísla las divergencias y además hace más fácil y explícita la tarea de renormalización. Las divergencias regularizadas de la teoría de perturbaciones son entonces removidas absorbiendo éstas en redefiniciones de cantidades físicas a través de un procedimiento de renormalización. Esto se realiza por medio de alguna prescripción específica (pero arbitraria), la cual introduce una escala dimensional nueva μ . Las cantidades renormalizadas en la teoría, tales como la constante de acoplamiento g dependen explícitamente de μ .

Existen diferentes enfoques de la teoría de renormalización, los cuales son completamente equivalentes. El propósito es proporcionar cantidades físicas finitas.

Considérese un Lagrangiano, las funciones de Green las cuales contienen uno o más lazos internos son divergentes. Estos, sin embargo, se pueden hacer finitos por medio de una renormalización de la masa, de la constante de acoplamiento y de la amplitud del campo, que hace la transición de sus valores *desnudos* a sus valores físicos. Este punto de vista de la renormalización tiene el mérito de proporcionar una interpretación física más clara e intuitiva. Esta interpretación tiene analogías en estado sólido, donde, por ejemplo, a los electrones se les atribuye una “masa efectiva” para tomar en cuenta sus interacciones con la red. Esto equivale exactamente al punto de vista anterior de la renormalización de la masa.

En física de altas energías se adopta en general otro punto de vista. Se considera la masa y la carga en el lagrangiano original como la masa *física* y la constante de acoplamiento, respectivamente. El hecho de que este lagrangiano no tenga funciones de Green finitas requiere que se añadan términos extra en el mismo para cancelar las divergencias. Estos términos son llamados **contra-términos**. Estos se pueden construir a cualquier orden en la teoría de perturbaciones. En este lenguaje, una teoría es renormalizable si los contra-términos que se requieren para cancelar las divergencias a cada

orden en teoría de perturbaciones, son de la misma forma que los presentes en el lagrangiano original. En este caso, las cantidades desnudas se pueden definir como factores de renormalización multiplicativos (infinitos), y el lagrangiano desnudo tiene la misma forma que el lagrangiano original. Sin embargo, el lagrangiano desnudo es el lagrangiano "verdadero" de la teoría y es quien nos proporciona las cantidades físicas finitas al orden deseado.

En una **teoría** del campo **renormalizable** las divergencias presentes, en cualquier orden en teoría de perturbaciones, se pueden absorber por medio de un reescalamiento de los campos y los acoplamientos del lagrangiano original. El gran mérito de una teoría renormalizable es la posibilidad de calcular los procesos en teoría de perturbaciones en términos de pocos parámetros fundamentales.

Una **teoría** con términos en el lagrangiano original que involucran constantes de acoplamiento con dimensiones de masa recíproca **no es renormalizable** a cada orden en teoría de perturbaciones. Resultan nuevos términos que no están presentes en el lagrangiano original, los cuales tienen coeficientes divergentes. Un ejemplo es la teoría de Fermi de interacciones débiles.

Las teorías con términos en el lagrangiano de dimensión ≤ 4 no tienen acoplamientos con dimensión de masa inversa. Sin embargo, esta condición es necesaria pero no suficiente para asegurar renormalización (nótese que para calcular esta dimensión todos los bosones tienen dimensión 1 y todos los fermiones tienen dimensión $3/2$).

En el caso de teorías de masas vectoriales existe un gran dificultad para probar renormalización. El problema es la presencia de un potencia recíproca de la masa en el propagador, justo lo que se quiere evitar. En 1971 'tHooft mostró que este problema se puede resolver por medio del rompimiento espontáneo de la teoría de norma. La invariancia de norma fundamental permite escribir el propagador vectorial en una norma en la cual existen tanto estados escalares como vectoriales propagándose.

En esta norma la teoría satisface la pruebas necesarias para una teoría renormalizable.

1.2.1 Ecuaciones del Grupo de Renormalización

El espíritu del formalismo del grupo de renormalización se basa en la observación de que en una teoría específica las constantes renormalizadas tales como los acoplamientos o las masas son parámetros matemáticos que varían dependiendo de la prescripción de renormalización elegida. Una vez que los infinitos de la teoría han sido cancelados por

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

medio de alguna prescripción aún se tiene la libertad de aplicar renormalizaciones finitas adicionales que pueden resultar en una renormalización efectiva diferente en cada caso.

Cada prescripción de renormalización se puede interpretar como un reordenamiento particular del desarrollo perturbativo, y al mismo tiempo reexpresa esta última en términos de las nuevas constantes renormalizadas, las cuales están en cada caso, por supuesto, relacionadas de manera distinta a las constantes físicas (por ejemplo la masa definida como el polo de un propagador es una constante física) que son directamente medibles y por lo tanto invariantes ante renormalización.

Un cambio en la prescripción de la renormalización se compensa por cambios simultáneos de los parámetros de la teoría a manera de dejar, por construcción, todos los resultados físicos exactos invariantes ante la renormalización (en la práctica existe una dependencia residual en el esquema de renormalización en cada orden de la teoría de perturbaciones).

La renormalización se efectúa sobre la suma de diagramas de Feynman conectados con los propagadores externos removidos (incluyendo sus partes de auto energía). En un lenguaje más técnico la renormalización trata con funciones de Green Γ irreducibles a una partícula, las cuales no se pueden desconectar por medio del corte de una sola línea interna. Una manera de controlar las divergencias en Γ es introducir un parámetro de corte ultravioleta Λ_R en las integrales de lazos de momento. Se obtienen así funciones de Green no renormalizadas $\Gamma_U(p_i, g_0, \Lambda_R)$, donde p_i denota el momento externo de la partícula y g_0 es el acoplamiento básico de vertice en el lagrangiano. Para una teoría renormalizable tal como QCD, es posible definir la función de Green renormalizada Γ_R :

$$\Gamma_R(p_i, g, \mu) = Z_\Gamma(g_0, \Lambda_R/\mu)\Gamma_U(p_i, g_0, \Lambda_R), \quad (1.1)$$

las cuales son finitas en el límite cuando $\Lambda_R \rightarrow \infty$ pero dependen del parámetro de la prescripción μ y del acoplamiento renormalizado g . Z_Γ es un producto de factores de Z_i (una para cada partícula externa i de la función de Green Γ).

La función renormalizada irreducible a una partícula Γ_R depende de μ a través de la dependencia de Z_Γ en μ . En otras palabras la función no renormalizada es independiente de μ , es decir, es invariante bajo al grupo de transformaciones

$$\mu \rightarrow \exp(S\mu). \quad (1.2)$$

Prescripciones de renormalización con diferentes μ conducen a las mismas amplitudes

observables, por tanto son invariantes bajo este grupo de transformaciones.

A las transformaciones de operadores renormalizados cuando μ varía se les denomina grupo de renormalización. Las ecuaciones que expresan esta invariancia de la física bajo la variación del parámetro μ son denominadas **ecuaciones del grupo de renormalización EGR** (aunque en realidad no constituyen propiamente un grupo sino un "semigrupo").

Existen cuatro representaciones de las EGR [4]: la ecuación diferencial funcional, la integral funcional, las ecuaciones diferenciales ordinarias para los campos de escalamiento y el conjunto infinito de ecuaciones diferenciales parciales para las constantes de acoplamiento, las cuales introducen las denominadas *funciones β* . Cada formalismo se caracteriza por la forma en la que se introduce el parámetro de corte del momento Λ_R , es decir, la dependencia del esquema de regularización. El punto importante es que las diferentes formas de las EGR engloban un contenido físico único, en el sentido de que todas preservan la misma física a distancias largas y además, recurriendo al proceso de límite, preservan la misma física a distancias pequeñas (límites continuos).

Puesto que Γ_U no depende de μ , se obtiene la ecuación diferencial

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_U}{d\mu} &= \frac{dZ_\Gamma^{-1}\Gamma_R}{d\mu} \\ &= \frac{\partial Z_\Gamma^{-1}}{\partial\mu}\Gamma_R + Z_\Gamma^{-1}\left(\frac{\partial}{\partial\mu} + \frac{\partial g}{\partial\mu}\frac{\partial}{\partial g}\right)\Gamma_R \\ &= 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

la cual se escribe usualmente de la siguiente manera:

$$\left(\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta\frac{\partial}{\partial g} + \gamma_\Gamma\right)\Gamma_R(p_i, g, \mu) = 0, \quad (1.4)$$

donde $\beta(g)$ representa la **función β** y γ_Γ son las **dimensiones anómalas**, las cuales se definen

$$\begin{aligned} \beta &= \mu\frac{\partial g}{\partial\mu} \\ \gamma_\Gamma &= -\frac{\mu}{Z_\Gamma}\frac{\partial Z_\Gamma}{\partial\mu}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

En estos cálculos Λ_R se mantiene constante y subsecuentemente se toma el límite $\Lambda_R \rightarrow \infty$. La función beta es universal, las funciones γ dependen de las funciones de Green. Si Z_Γ

se expresa como un producto de factores de renormalización, γ se puede expresar como una suma de las contribuciones correspondientes.

La ecuación (1.4) representa las ecuaciones del grupo de renormalización, también conocidas como ecuaciones de Callan-Symanzik. Estas expresan la invariancia de la función de Green renormalizada Γ_R bajo un cambio del parámetro de regularización μ .

Ahora considérese el cambio de escala $p_i \rightarrow t'p_i$ y $\mu \rightarrow t'\mu$. La función Γ_R tiene una dimensión en la masa dada por

$$D = d + n(1 - d/2) = 4 - n + \epsilon(n/2 - 1), \quad (1.6)$$

donde n es el número de campos y $d = 4 - \epsilon$ (esquema de regularización dimensional). Por tanto las EGR se reexpresan de la siguiente manera

$$(t' \frac{\partial}{\partial t'} + \beta \frac{\partial}{\partial g} + \gamma_r + D)\Gamma_R(t'p_i, g, t'\mu) = 0. \quad (1.7)$$

Esta ecuación expresa directamente en Γ_R el escalamiento en todos los momentos por un factor t' .

Considérese ahora el caso en cual existe una escala grande de momento Q . Todos los momentos p_i se pueden expresar como fracciones fijas x_i de Q . Introduciendo la variable

$$t = \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right), \quad (1.8)$$

las EGR se expresan de la siguiente manera

$$\left(-2 \frac{\partial}{\partial t} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} + \gamma_r(g)\right) \Gamma(t, g, x_i) = 0. \quad (1.9)$$

Se define el "acoplamiento de corrimiento" por medio de la ecuación

$$\frac{\partial g(t)}{\partial t} = -\frac{1}{2} \beta(g(t)) \quad (1.10)$$

de donde se obtiene

$$\frac{t}{2} = - \int_{g(0)}^{g(t)} \frac{dg'}{\beta(g')} \quad (1.11)$$

1.3 Puntos Fijos

La principal utilidad del grupo de renormalización es esclarecer el comportamiento del momento, grande o pequeño, de una teoría cuántica de campo, el cual está determinado por el comportamiento de la constante de acoplamiento "efectiva" $\bar{g}(t)$ conforme $t \rightarrow \pm\infty$. Este último está determinado por

$$\frac{t}{2} = - \int_g^{\bar{g}(t,g)} \frac{dx}{\beta(x)}, \quad (1.12)$$

donde $\beta(x)$ se puede calcular a nivel perturbativo. La relación (1.12) proporciona una base para una clasificación muy importante físicamente de diferentes teorías. En este trabajo sólo se discutirán teorías con una constante de acoplamiento. En primer lugar se supone que (1.12) es válida en el intervalo $-\infty < t < \infty$. De otra manera la escala de renormalización μ no podría variar de forma arbitraria y la teoría necesitaría de algún parámetro de corte natural Λ_R . Una teoría renormalizable con desarrollo perturbativo válida únicamente en un cierto intervalo de energía acotado por Λ_R (es decir, aparecen interacciones nuevas a una escala de masa Λ_R) no deja de ser interesante, como se verá ahora.

La solución de $\bar{g}(t, g)$ de la ecuación (1.12) para $t \rightarrow \infty$ y $t \rightarrow -\infty$ debe aproximarse al cero de $\beta(x)$ que está más cerca de g o tender a ∞ de lo contrario. Los ceros de la función $\beta(x)$ son llamados **puntos fijos** [19, 3]. Sea \bar{g} el punto fijo que está más cerca a g . Si

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \bar{g}(t, g) = \bar{g} \equiv g_- \quad (1.13)$$

se denomina un **punto fijo estable ultravioleta (PFEUV)**. Si

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{g}(t, g) = \bar{g} \equiv g_+ \quad (1.14)$$

se denomina un **punto fijo estable infrarrojo (PFEIR)**.

En ambos casos se dice que g está en el dominio de atracción del punto fijo \bar{g} . Un dominio es una región que yace entre dos ceros de β . Desde luego para dos diferentes valores del acoplamiento que viven en dos dominios diferentes se tiene en general dos teorías diferentes (o dos diferentes fases de la misma teoría). La naturaleza de un punto fijo se determina, si es un cero simple, por el signo de la derivada $\beta'(g)$ en $g = \bar{g}$. De la ecuación (1.12) y de la figura (1.1) es claro que para

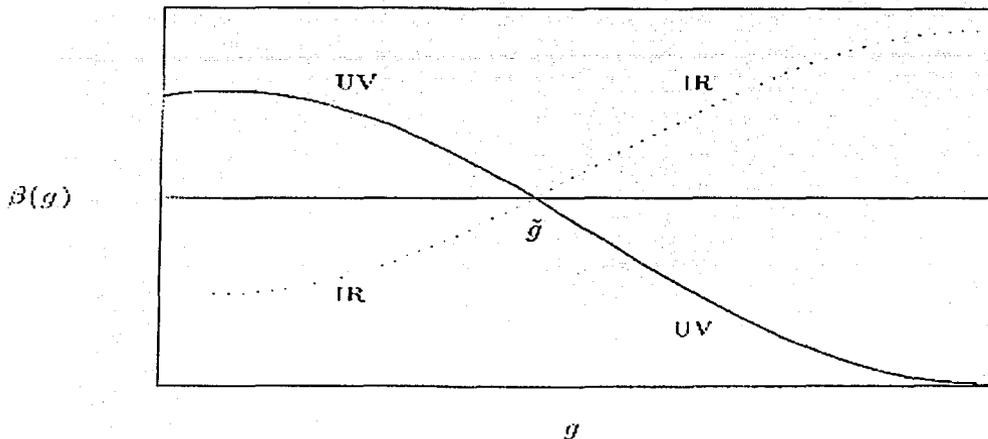


Figura 1.1: Puntos fijos infrarrojos y ultravioletas.

a) $\beta'(g)|_{\tilde{g}} < 0$ si es un PFEUV.

b) $\beta'(g)|_{\tilde{g}} > 0$ si es un PFEIR.

En otras palabras, para satisfacer la ecuación (1.12) en ambos casos $g < \tilde{g}$ y $g > \tilde{g}$ el acoplamiento efectivo $\tilde{g}(t, g) \rightarrow \tilde{g}$ cuando $t \rightarrow -\infty$ si $\beta'(g)|_{\tilde{g}} < 0$, y $\tilde{g}(t, g) \rightarrow \tilde{g}$ cuando $t \rightarrow +\infty$ si $\beta'(g)|_{\tilde{g}} > 0$.

Es importante notar que para todas las teorías con un solo acoplamiento el valor $g = 0$ es un punto fijo ($\beta(0) = 0$ en teoría de perturbaciones). Se dice que una teoría es asintóticamente libre si $g = 0$ es un PFEUV e IR estable si es un PFEIR. Todas estas teorías son ya sea asintóticamente libres o IR estables. En una teoría asintóticamente libre la constante de acoplamiento efectiva se anula para momento infinito. Para teorías con varios acoplamientos el origen puede que sea UV estable para algunos acoplamientos e IR estable para otros. La teoría $\lambda\phi^4$ (con $g > 0$) y QED son IR estables ($\beta(g)$ es positiva para g pequeña) mientras que QCD es asintóticamente libre ($\beta(g)$ es negativa

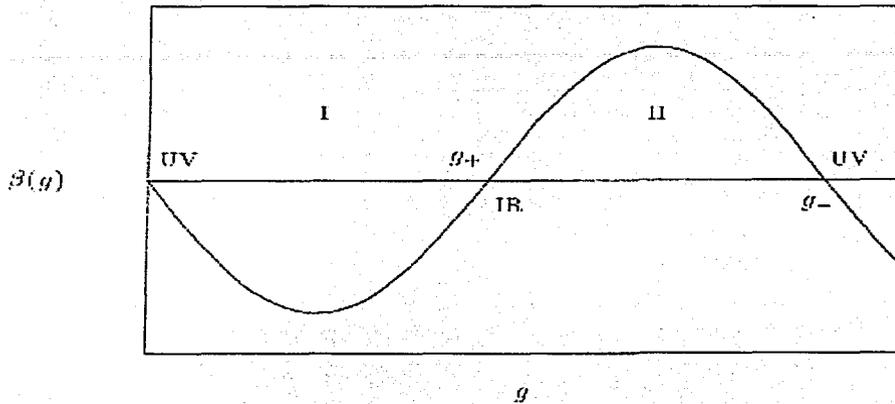


Figura 1.2: **Regiones con puntos fijos infrarrojos y ultravioletas.**

para g pequeña). Desde luego para una teoría dada sólo es posible calcular $\beta(g)$ en teoría de perturbaciones cerca de $g = 0$ y su comportamiento para g creciente es esencialmente una especulación. En consecuencia, el comportamiento de la constante de acoplamiento $\bar{g}(t, g)$ para $t \rightarrow -\infty$ en $\lambda\phi^4$ y QED, y para $t \rightarrow +\infty$ en QCD también permanecen, estrictamente hablando, como una especulación.

En la figura (1.2) se hace la distinción entre dos dominios de atracción. Si g se encuentra en la región I, la teoría es asintóticamente libre y $t \rightarrow +\infty$ (momentos pequeños) g se acerca al punto fijo g_+ . Por otro lado si g está en la región II entonces la teoría no es asintóticamente libre; en vez de esto $\bar{g}(t, g) \rightarrow g_-$ cuando $t \rightarrow -\infty$. La figura (1.3) muestra que podría suceder en QED: estabilidad IR y punto fijo g_- para $t \rightarrow -\infty$.

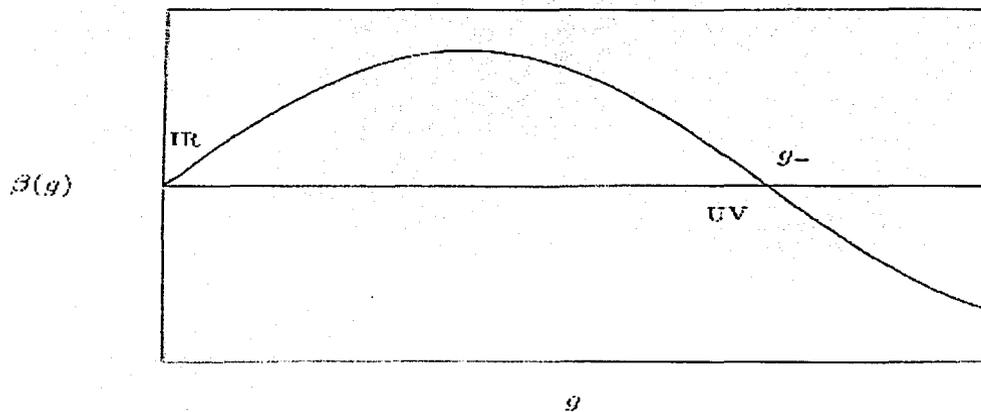


Figura 1.3: Estabilidad IR y puntos fijos ultravioletas.

Capítulo 2

Más Allá del Modelo Estándar

2.1 Introducción

Uno de los retos actuales de la física de partículas es entender el rompimiento de la supersimetría¿ Por qué el electrón y el neutrino son distintos?, ¿por qué hay dos quarks muy ligeros y el leptón cargado muy ligero?, ¿por qué el rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil deja una simetría sin romperse, dejando al protón como es?

¿Qué fijó el rompimiento de la simetría unificada, suponiendo que hay una, o dió lugar a la existencia de una interacción muy fuerte y otra débil?

El hecho de que el quark u sea un poco más ligero que el quark d , hace posible un protón estable. El que la masa del electrón sea menor que la diferencia de masa entre el neutrón y el protón, garantiza que el átomo de hidrógeno sea estable ante la captura de un electrón.

Todas estas inquietudes han sido encausadas hacia la construcción de teorías que recuperen los éxitos del modelo estándar ME, eliminen los problemas descritos anteriormente y al mismo tiempo sean más predictivas. Estas son las denominadas teorías más allá del modelo estándar.

2.2 Modelo Estándar

El **modelo estándar de las interacciones elementales (ME)** describe las interacciones **fuerte, débil y electromagnética** entre las partículas primordiales [1, 2, 5, 6].

La filosofía detrás del ME es el denominado **principio de norma**. De acuerdo con este principio los objetos fundamentales de la materia, los **quarks** (**u,d,t,b,c** y **s**) y los **leptones** (**e, $\nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau$ y ν_τ**), interactúan debido al intercambio de bosones de norma del correspondiente grupo de simetría local. El grupo de simetría del ME es

$$SU(3)_{color} \otimes SU(2)_{izquierdo} \otimes U(1)_{hipercarga} \quad (2.1)$$

en donde $SU(3)_{color}$ y $SU(2)_{izquierdo} \otimes U(1)_{hipercarga}$ describen a las interacciones fuerte y electrodébil, respectivamente.

Los sectores de campo son los siguientes:

A) Sector de norma : espín = 1

Los bosones de norma son partículas vectoriales de espín 1 que pertenecen a la representación adjunta del grupo de simetría. Los números cuánticos correspondientes respecto del mismo son

Gluones	$G_\mu^a : (\underline{8}, \underline{1}, 0)$	$SU_c(3)$	g_s
Bosones débiles intermedios	$W_\mu^i : (\underline{1}, \underline{3}, 0)$	$SU_L(2)$	g
Bosón abeliano	$B_\mu : (\underline{1}, \underline{1}, 0)$	$U_Y(1)$	g'

donde las g 's son las constantes de acoplamiento correspondientes.

B) Sector Fermiónico : espín = 1/2

Los campos de materia son fermiones que pertenecen a la representación fundamental del grupo de norma. Estos se denominan quarks y leptones y se piensa que existen tres generaciones. El ME tiene una asimetría entre izquierda y derecha, i.e. es una teoría quiral, los fermiones izquierdos y derechos tienen diferentes números cuánticos:

Quarks :

$$Q_{\alpha L}^i = \begin{pmatrix} U_\alpha^i \\ D_\alpha^i \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u^i \\ d^i \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c^i \\ s^i \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t^i \\ b^i \end{pmatrix}_L, \dots \quad (3, 2, 1/3)$$

$$U_{\alpha R}^i = u_{iR}, c_{iR}, t_{iR}, \dots \quad (3^*, 1, 4/3)$$

$$D_{\alpha R}^i = d_{iR}, s_{iR}, b_{iR}, \dots \quad (3^*, 1, -2/3) \quad (2.2)$$

Leptones :

$$L_{\alpha L} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \dots \quad (1, 2, -1)$$

$$E_{\alpha R} = e_R, \mu_R, \tau_R, \dots \quad (1, 1, -2)$$

donde $i = 1, 2, 3$ -color y $\alpha = 1, 2, 3$ -generación, los puntos suspensivos denotan un número posible de generaciones mayor que tres.

C) Sector de Higgs : espín = 0

En la versión mínima del ME hay un doblete de campos escalares de Higgs:

$$H = \begin{pmatrix} H^0 \\ H^- \end{pmatrix} \quad (1, 2, -1) \quad (2.3)$$

que se introduce como generador de masas para los quarks, leptones y bosones intermedios débiles a través del *rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil*.

Dentro del formalismo de la Teoría Cuántica de Campos (QFT) el ME se describe por el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{norma} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{Higgs} \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_{norma} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \quad (2.5)$$

$$+ i\bar{L}_\alpha \gamma^\mu D_\mu L_\alpha + i\bar{Q}_\alpha \gamma^\mu D_\mu Q_\alpha + i\bar{E}_\alpha \gamma^\mu D_\mu E_\alpha \\ + i\bar{U}_\alpha \gamma^\mu D_\mu U_\alpha + i\bar{D}_\alpha \gamma^\mu D_\mu D_\alpha + (D_\mu H)^\dagger (D_\mu H) \quad (2.6)$$

donde

$$\begin{aligned}
 G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \\
 W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g_s \epsilon^{ijk} G_\mu^j G_\nu^k, \\
 B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \\
 D_\mu L_\alpha &= \left(\partial_\mu - i \frac{g}{2} \tau^i W_\mu^i + i \frac{g'}{2} B_\mu \right) L_\alpha, \\
 D_\mu E_\alpha &= (\partial_\mu + i g' B_\mu) E_\alpha, \\
 D_\mu Q_\alpha &= \left(\partial_\mu - i \frac{g}{2} \tau^i W_\mu^i - i \frac{g'}{6} B_\mu - i \frac{g_s}{2} \lambda^a G_\mu^a \right) Q_\alpha, \\
 D_\mu U_\alpha &= \left(\partial_\mu - i \frac{2}{3} g' B_\mu - i \frac{g_s}{2} \lambda^a G_\mu^a \right) U_\alpha, \\
 D_\mu D_\alpha &= \left(\partial_\mu + i \frac{1}{3} g' B_\mu - i \frac{g_s}{2} \lambda^a G_\mu^a \right) D_\alpha.
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = y_{\alpha\beta}^L \bar{L}_\alpha E_\beta H + y_{\alpha\beta}^D \bar{Q}_\alpha D_\beta H + y_{\alpha\beta}^U \bar{Q}_\alpha U_\beta \tilde{H} + h.c. \quad (2.7)$$

donde $\tilde{H} = i\tau_2 H^\dagger$, y finalmente:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = -V = m^2 H^\dagger H - \frac{\lambda}{2} (H^\dagger H)^2. \quad (2.8)$$

En las expresiones anteriores y denotan los acoplamientos de Yukawa y λ es la constante de acoplamiento del Higgs, todas estas constantes son adimensionales, el único parámetro con dimensiones es m y tiene dimensiones de masa.

El conjunto de parámetros libres en el lagrangiano del ME es el siguiente:

- 3 acoplamientos de norma g_s, g, g' ;
- 3 matrices de Yukawa $y_{\alpha\beta}^L, y_{\alpha\beta}^D, y_{\alpha\beta}^U$;
- la constante de acoplamiento del Higgs λ ;
- el parámetro de la masa del Higgs m^2 ;
- el número de campos de materia (generaciones).

2.2.1 Rompimiento Espontáneo de la Simetría

En el ME todas las partículas adquieren su masa por medio del rompimiento espontáneo del grupo de simetría $SU(2)$ izquierdo a través de un valor de expectación del vacío (v) diferente de cero del campo de Higgs

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v = m/\sqrt{\lambda}. \quad (2.9)$$

En consecuencia, el grupo de norma del ME se rompe espontáneamente a

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_c \otimes U(1)_{EM}.$$

Los bosones electrodébiles físicos se expresan como combinaciones lineales de los bosones de norma

$$W_{\mu}^{\pm} = \frac{W_{\mu}^1 \mp iW_{\mu}^2}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad Z_{\mu} = -\sin\theta_W B_{\mu} + \cos\theta_W W_{\mu}^3 \quad (2.10)$$

con masas

$$m_W = \frac{1}{\sqrt{2}} g v \quad \text{y} \quad m_Z = m_W / \cos\theta_W, \quad (2.11)$$

donde

$$\tan\theta_W = g'/g. \quad (2.12)$$

Mientras que el campo del fotón permanece no masivo

$$\gamma_{\mu} = \cos\theta_W B_{\mu} + \sin\theta_W W_{\mu}^3. \quad (2.13)$$

Los campos de materia adquieren masas proporcionales a los correspondientes acoplamientos de Yukawa:

$$M_{\alpha\beta}^u = y_{\alpha\beta}^u v, \quad M_{\alpha\beta}^d = y_{\alpha\beta}^d v, \quad M_{\alpha\beta}^l = y_{\alpha\beta}^l v, \quad m_H = \sqrt{2}m. \quad (2.14)$$

Es importante notar que en el lagrangiano no se permiten términos de masa explícitos puesto que no son simétricos respecto de $SU(2)_{\text{izquierdo}}$ y destruirían la renormalizabilidad del ME.

2.2.2 Problemas del Modelo Estándar

El ME ha sido construido como resultado de numerosos esfuerzos tanto teóricos como experimentales y hasta la fecha sus predicciones han resultado extraordinariamente exitosas. Todas las partículas excepto el bosón de Higgs se han descubierto experimentalmente, no obstante la masa del elusivo Higgs ha quedado severamente constreñida por experimentos de precisión electrodébil.

Sin embargo, el ME tiene algunos inconvenientes o problemas que dan la pauta para el surgimiento de posibles generalizaciones o alternativas, entre ellos se mencionan:

- Existe un gran número de parámetros libres.
- Carece de una unificación formal de las interacciones fuerte y electrodébil.
- El mecanismo del rompimiento de la simetría electrodébil permanecerá oscuro si no se observa experimentalmente el Higgs.
- Aún no es claro si el bosón Higgs es fundamental.
- El número de generaciones es arbitrario.
- El origen del espectro de masas no es entendible.
- El problema de la jerarquía de norma.

La respuesta a estos problemas presumiblemente se encuentra en lo que se ha dado en llamar *nueva física más allá del modelo estándar* [5, 6]. Existen dos maneras de proceder. Considerar los “mismos” campos fundamentales con interacciones “nuevas”. Esto conduce de manera natural a la incorporación de la *supersimetría*, *teorías de gran unificación*, *teoría de cuerdas*, etc. La otra posibilidad es considerar campos fundamentales “nuevos” con las interacciones “nuevas”. Esto conduce a la *condensación del fermión-antifermión*, *tecnicolor*, *preones*, etc.

Existen otras alternativas de proceder: *gravedad a energías de TeV*, *dimensiones extra con radio de compactificación grande*, *mundo brana*, etc.

2.3 Teorías de Gran Unificación

Como se mencionó anteriormente, se espera que algunos de los problemas presentes en el ME se resuelvan con la idea de la existencia de una teoría de gran unificación. El hecho de que las interacciones **fuerte**, **débil** y **electromagnética** se puedan describir por teorías de norma da señales para pensar que quizás cada una de estas interacciones se pueden entender como aspectos distintos de una teoría de norma única.

Las **teorías de gran unificación (TGU)**, tienen como objetivo unificar los acoplamientos de las interacciones fuerte, débil y electromagnética a una escala alta de energía, al tiempo que describen los procesos a bajas energías, recuperando los éxitos del ME, y hacen predicciones sobre los parámetros libres del ME. Para esto, se elige un grupo simple o semi-simple de norma, G , con un único acoplamiento g_G a la escala de TGU, que después se rompa al grupo del ME, $G_{ME} = SU(3) \times SU(2)_2 \times U(1)_Y$.

Las TGU sin supersimetría no son fenomenológicamente realistas, debido principalmente a la predicción que se hace sobre el decaimiento del protón y a las predicciones de valores incorrectos para los parámetros del ME a bajas energías.

2.4 El Problema de la Jerarquía

La escala de gran unificación es del orden de

$$M_{TGU} \sim 10^{16} \text{ GeV.} \quad (2.15)$$

Las TGU contienen interacciones donde existe violación del número leptónico y del número bariónico y además la estabilidad del protón observada ($\tau_p > 10^{31-32}$ años) pone inmediatamente una cota inferior en M_{TGU} . La diferencia entre la escala electrodébil ($M_W \sim 100 \text{ GeV}$) y la escala de las TGU M_{TGU} es “enorme”

$$\frac{M_W}{M_X} \leq 10^{-13}. \quad (2.16)$$

El hecho de que no se entienda porqué la masa del bosón de Higgs M_W sea tan pequeña con respecto a la posible escala de unificación M_{TGU} , y de que haya que depender de un ajuste que imponga un valor del orden de cientos de GEV a la masa del doblete de Higgs, se denomina problema de **jerarquía de norma**.

Existen varias posibilidades para resolver este problema. Una opción es considerar que los escalares de Higgs sean sistemas compuestos, sin necesidad de tener partículas escalares fundamentales, puesto que éstas originan la presencia de divergencias cuadráticas. Otra alternativa para resolver el problema es la introducción de la *supersimetría*.

2.5 Supersimetría

La principal motivación que sugiere que el ME debe ser extendido por medio de la introducción de la *supersimetría* es la necesidad de resolver el problema de la jerarquía.

La **supersimetría** *SUSI* es una simetría entre fermiones y bosones [5, 7, 8]. Antes del descubrimiento de esta simetría, en física de partículas sólo se conocían dos tipos de simetría: la simetría del espacio-tiempo con generadores de traslaciones P^μ y de rotaciones $M^{\mu\nu}$ que forman el álgebra de Poincaré, y simetrías internas.

Los generadores T_a de una simetría interna no abeliana forman el álgebra de Lie,

$$[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c \quad (2.17)$$

y conmutan con el hamiltoniano y los generadores de Poincaré,

$$[T_a, H] = [T_a, P^\mu] = [T_a, M_{\mu\nu}] = 0. \quad (2.18)$$

La supersimetría transforma bosones en fermiones y viceversa. El álgebra de Lie se extiende a un álgebra de Lie "gradada" con relaciones de conmutación y anticonmutación que conectan los generadores de la *SUSI* interna con los generadores de Poincaré. En su forma más simple, el álgebra supersimétrica contiene un generador de Majorana autoconjugado de espín $1/2$ Q_α que tiene la propiedad de cambiar el momento angular total J por $1/2J$ y por tanto transformar campos bosónicos en campos fermiónicos,

$$Q_\alpha |\text{bosón}\rangle = |\text{fermión}\rangle, \quad (2.19)$$

y viceversa, donde $\alpha = 1, 2, 3, 4$ es un índice espinorial.

Las reglas de conmutación y anticonmutación son las siguientes:

$$[Q_\alpha, M^{\mu\nu}] = i(\sigma^{\mu\nu} Q)_\alpha,$$

$$\begin{aligned}
[Q_\alpha, P^\mu] &= 0, \\
\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} &= -2(\gamma_\mu)_{\alpha\beta} P^\mu, \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 0,
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

donde $\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ y $\bar{Q}_\alpha = Q_\alpha^T \gamma^0$. La primera relación de conmutación expresa que Q_α se transforma como un espinor. La segunda expresa que las cargas espinoriales se conservan. La primera relación de anticonmutación indica que dos transformaciones sucesivas de *SUSY* originan una traslación del espacio-tiempo. De este modo, la supersimetría contiene la estructura del espacio-tiempo.

La forma más simple de esta simetría es la supersimetría con $N = 1$. En este caso cada partícula tiene sólo un compañero supersimétrico y el supermultiplete correspondiente más simple es el supermultiplete quirral o de materia:

$$\text{Supermultiplete quirral} \rightarrow (\phi; \psi), \tag{2.21}$$

el cual contiene un escalar complejo ϕ y un espinor de Weyl (de dos componentes) ψ . El siguiente más simple es el supermultiplete de norma o vectorial:

$$\text{Supermultiplete de norma} \rightarrow (V^\mu; \lambda), \tag{2.22}$$

el cual contiene un bosón de norma V^μ y su compañero correspondiente de espín 1/2, el **gaugino**. Es importante notar que el compañero supersimétrico de una partícula tiene los mismos números cuánticos internos que la partícula original. Por ejemplo, si V^μ corresponde al gluon, el gluino λ también será un octete de color.

En principio, pueden existir N operadores diferentes de supersimetría Q_α^i ($i = 1, \dots, N$) de este tipo, pero sólo la supersimetría $N = 1$ permite que los fermiones se observen en sus representaciones quirales.

Una propiedad importante de la supersimetría es que aplicaciones sucesivas de la transformación fermión-bosón equivale a una transformación de Poincaré. La relatividad general es una teoría con invariancia local de Poincaré. Por tanto, la supersimetría local incluye la teoría de Einstein de la gravedad. Por esta razón la supersimetría local se le denomina usualmente *supergravedad*.

El modelo supersimétrico más simple que se puede construir es el producto directo del grupo de simetría interna con un grupo supersimétrico. También es necesario especificar los acoplamientos de la teoría. La estructura de los multipletes de norma de los nuevos estados supersimétricos es la misma, así como de sus compañeros no supersimétricos.

Entonces las interacciones de los bosones de norma con estos estados son fijas. Las operaciones del generador de supersimetría conducen a nuevos acoplamientos que involucran al gaugino del bosón de norma con una fuerza dada en términos del acoplamiento de norma original.

Los acoplamientos restantes corresponden a los acoplamientos de Yukawa (los cuales son necesarios para dar masa a los quarks y leptones) y los relacionados a estos por supersimetría. Las interacciones de Yukawa están dadas por:

$$\sum_{i,j} \left| \frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_B \psi_i \psi_j \quad (2.23)$$

$$\sum_i \left| \frac{\partial W}{\partial \phi_i} \right|_B^2 \quad (2.24)$$

donde W es un superpotencial, el cual es un polinomio invariante de norma en los campos quirales (y no involucra sus conjugados complejos), B significa que los campos quirales ϕ_i son reemplazados por sus componentes escalares ϕ_i y sus componentes fermiónicas correspondientes.

Este gran número de estados en una teoría supersimétrica conduce a una posible solución del problema de la jerarquía. En la evaluación de las automasas de las partículas de Higgs, los diagramas que contienen lazos tienen contribuciones tanto de las partículas como de sus supercompañeras supersimétricas. De la estadística de Fermi, el término del fermión tiene signo opuesto al término del bosón y podrían cancelarse en el límite masas degeneradas. Este resultado es un caso especial del teorema de no renormalización, el cual se enuncia como sigue: el superpotencial (para una teoría supersimétrica $N = 1$) no es renormalizado, excepto por medio de cantidades finitas, a cualquier orden de la teoría de perturbaciones, más que por renormalizaciones de funciones de onda.

2.5.1 Rompimiento de la Supersimetría

En una teoría realista la supersimetría debe romperse puesto que los compañeros supersimétricos no se han observado hasta ahora. Sin embargo, la escala del rompimiento de la supersimetría y de las masas de los estados supersimétricos asociados no puede estar más arriba de la escala del rompimiento electrodébil, de otra manera el problema de la jerarquía reaparecería y las correcciones radiativas “recorrerían” la escala del rompimiento electrodébil.

2.6 Modelo Estándar Supersimétrico Mínimo

En el ME los acoplamientos de norma se unifican de dos en dos, formando el triángulo de gran unificación (ver figura 2.1). En la extensión mínima supersimétrica del Modelo Estándar (MSSM) los tres acoplamientos de norma se unifican en un punto ¹ alrededor de 10^{16} GeV.

El modelo más simple que se puede construir se obtiene a partir del producto directo del grupo interno de simetría con un grupo supersimétrico $N = 1$, el cual corresponde a la introducción de los campos de Higgs, que son necesarios para la cancelación de las anomalías quirales y $SU(2)$ global, que después de la ruptura de la supersimetría se acoplan a los quarks tipo d y u para darles masa. Los bloques básicos de construcción son multipletes supersimétricos sin masa, ya sea quirales o vectoriales, que pueden acomodar al grupo del ME $G_{ME} = SU(3) \times SU(2)_2 \times U(1)_Y$.

En la representación adjunta del grupo del ME no hay fermiones. Por lo cual, se deben incorporar los fermiones de norma (gauginos λ), que junto con los bosones de norma V_μ forman el supercampo vectorial sin masa $V = (V_\mu, \lambda, D)$, donde D es un campo auxiliar.

Sin embargo, aún se tiene el problema de asignar los fermiones conocidos a los supermultipletes. Para que la teoría sea renormalizable, todos los campos vectoriales de la teoría deben de ser campos de norma vectoriales. Los fermiones no se pueden asignar a los supermultipletes vectoriales con los supercompañeros vectoriales, por lo tanto deben pertenecer a los multipletes quirales con supercompañeros escalares.

De esta forma se debe completar el número de estados introduciendo campos escalares complejos para acompañar a los fermiones conocidos en los supermultipletes quirales. Estos campos están en la misma representación del G_{ME} tal como sus compañeros fermiónicos, y son conocidos como *s-fermiones* (de "scalar fermions"). El supercampo quiral que los describe es $\bar{\Phi} = (\bar{\phi}, \bar{\Psi}, F)$, en donde ϕ es un campo escalar con números cuánticos asociados al espinor de Weyl $\bar{\Psi}$ y F es un campo auxiliar.

De este manera se tienen los supercampos de los dobletes izquierdos de quarks \bar{Q} , los supercampos de los dobletes leptónicos \bar{L} , los supercampos izquierdos de los singletes de anti-quarks \bar{q} y los supercampos izquierdos de los singletes antileptónicos \bar{l} . En la tabla (1.1) se muestran los supermultipletes del MSSM y las partículas asociadas.

¹Dentro del error debido a los valores experimentales de los parámetros medidos a bajas energías.

Tabla 1.1 Contenido de materia del MSSM

Supercampo	Supermultiplete	Partícula	Nombre	Espín
Vectorial de norma V	V_G	$g_{\mu}^{a=1,\dots,8}$	Gluones	1
	V_W	W_{μ}^{\pm}, Z_{μ}	Bosones W, Z	1
		$W_{\mu}^{\pm}, \tilde{Z}_{\mu}$	Wino, Zino	1/2
	V_{γ}	γ_{μ}	Fotón	1
		γ	Fotino	1/2
Quirales ϕ	Doblete Q		Doblete de quarks de $SU(2)_L$	
	Doblete L		Doblete de leptones de $SU(2)_L$	
	Singletes			
	$q_R = u, c, t$	u, c, t	quarks tipo u	1/2
	$q_L = d, s, b$	d, s, b	quarks tipo d	1/2
	$\tilde{q}_R = \tilde{u}, \tilde{c}, \tilde{t}$	$\tilde{u}, \tilde{c}, \tilde{t}$	s-quarks tipo u	0
	$\tilde{q}_L = \tilde{d}, \tilde{s}, \tilde{b}$	$\tilde{d}, \tilde{s}, \tilde{b}$	s-quarks tipo d	0
	$l_L = e, \mu, \tau, \nu$	e, μ, τ, ν	leptones	1/2
	$\tilde{l}_L = \tilde{e}, \tilde{\mu}, \tilde{\tau}, \tilde{\nu}$	$\tilde{e}, \tilde{\mu}, \tilde{\tau}, \tilde{\nu}$	s-leptones	0
	Dobletes			
	H_1, H_2		Dobletes de Higgs	
	\tilde{H}_1, \tilde{H}_2		Dobletes fermiónicos de Higgs	

Los acoplamientos de los bosones de norma y los acoplamientos a los campos de los leptones y los quarks corresponden a los del ME.

Por último, se deben asignar los escalares de Higgs del contenido de materia del ME a supermultipletes quirales. En este esquema, se esperaba que el sector de Higgs se simplificara si los escalares de Higgs se asignaran a los mismos supermultipletes que los fermiones conocidos. Una posibilidad inmediata es identificar los dobletes de Higgs correspondientes a $SU(2)$ como los compañeros de un doblete leptónico. Sin embargo no es posible, puesto que no se obtiene un espectro aceptable de masas. La razón es que la supersimetría restringe las formas posibles de los acoplamientos de Yukawa, y los acoplamientos necesarios para dar masa a los quarks y a los leptones cargados que no están presentes en el ME.

El superpotencial W (polinomio de grado tres en los campos) debe formarse sólo con el producto de los supermultipletes (quirales izquierdos) y no con sus conjugados (quirales derechos). De este modo, en la expresión para el potencial el doblete de Higgs H_1 debe

contener nuevos fermiones cargados de Weyl y deben incorporarse más fermiones cargados para permitir la construcción de las masas de Dirac, asegurando de esta manera que la teoría final no tenga estados cargados sin masa (puesto que no es posible dar masa de Majarona a los fermiones cargados sin violar la conservación de la carga). La solución más simple es introducir otro supercampo de doblete quirral $SU(2)$, que sea identificado con H_2 . Esto debido a que si H_2 se identifica con un doblete leptónico, el decaimiento del protón ocurre en forma rápida debido a que las componentes del triplete de color (que median el decaimiento del protón) debe ser necesariamente ligeras.

De esta forma se tienen dos nuevos supermultipletes quirales, cuyos compañeros escalares son identificados con los escalares de Higgs, necesarios para romper el grupo G_{ME} al grupo del lagrangiano efectivo $SU(3)_c \times U(1)_{em}$ y de este modo dar masa a todos los fermiones cargados.

Los campos de Higgs están dados por

$$H_1 = H_u = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}, \quad H_2 = H_d = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}.$$

La cantidad que tiene sentido en los cálculos de las masas de los fermiones es

$$\tan \beta = \frac{v_{H_u}}{v_{H_d}} = \frac{v_u}{v_d}. \quad (2.25)$$

Por tanto el superpotencial se puede escribir de la siguiente forma:

$$W = W_1 + W_2, \quad (2.26)$$

donde

$$W_1 = \bar{u} \mathbf{Y}_u H_u Q + \bar{d} \mathbf{Y}_d H_d Q + \bar{e} \mathbf{Y}_e H_d L + \mu H_u H_d + h.c., \quad (2.27)$$

donde \mathbf{Y}_u , \mathbf{Y}_d y \mathbf{Y}_e son las matrices de Yukawa 3×3 , sin considerar índices de color, μ es un acoplamiento asociado a los campos de Higgs, que son los responsables de la generación de masas al romperse la supersimetría.

A diferencia del ME, en donde la simetría de norma y de renormalizabilidad conducen a la conservación de los números leptónico y bariónico, en el MSSM no se tiene esa situación conveniente, ya que el doblete leptónico y el del Higgs tienen los mismos números cuánticos bajo G_{ME} , de tal forma que aparecen términos no deseados en el superpotencial

$$W_2 = Q^\alpha L^\beta \epsilon_{\alpha\beta} \bar{d} + L^\alpha \bar{e} L^\beta \epsilon_{\alpha\beta} + \bar{u} \bar{d} \bar{d}, \quad (2.28)$$

donde $\alpha \beta$ son índices de sabor. Estos términos violan explícitamente B y L y conducen al decaimiento rápido del protón (suponiendo que el compañero supersimétrico del quark d sea más ligero a la escala de gran unificación). La cancelación de los términos de W_2 se logra mediante la introducción de una simetría global, la simetría R .

2.6.1 Fenomenología del MSSM

La supersimetría exacta implicaría la existencia de estados fermiónicos y bosónicos degenerados en el valor de la masa, situación que no se presenta en la naturaleza. Por tanto, si la supersimetría existe debe romperse a una escala de energía determinada M_{SUSY} . Sin embargo, un rompimiento espontáneo de la supersimetría es muy restrictivo [44] para la construcción de modelos. Ante esta situación, la solución más viable parece ser la introducción de términos de rompimiento suave en el lagrangiano. Las escalas a las cuales se introducen dependen de prejuicios teóricos.

En vista de la unificación de los acoplamientos de norma con la supersimetría, parece natural introducir las tres masas de los gauginos a la escala de gran unificación. Entonces es posible notar que las escalas a las que las partículas s , las masas de los bosones Higgs y los acoplamientos trilineales que entran en el lagrangiano pueden estar, es en principio en algún lugar intermedio entre la escala de Planck y la escala electrodébil.

2.6.2 Ecuaciones de Renormalización del MSSM

Se espera que en un modelo de gran unificación se tengan relaciones entre los acoplamientos de Yukawa y las interacciones trilineales de los términos de rompimiento suave de la supersimetría (del superpotencial) en la escala de unificación, para que a partir de esto se puedan correr las ecuaciones del Grupo de Renormalización del MSSM hasta que la supersimetría se rompa y después se puedan hacer evolucionar los parámetros del ME a la escala de las interacciones electrodébiles.

Las funciones β a dos lazos para los acoplamientos supersimétricos, tanto de los acoplamientos de norma como los parámetros del superpotencial, se conocen desde hace tiempo [18]. Después las funciones β a dos lazos para los parámetros de masa del gaugino

Unificación de las constantes de acoplamiento en el MS y en el MSSM

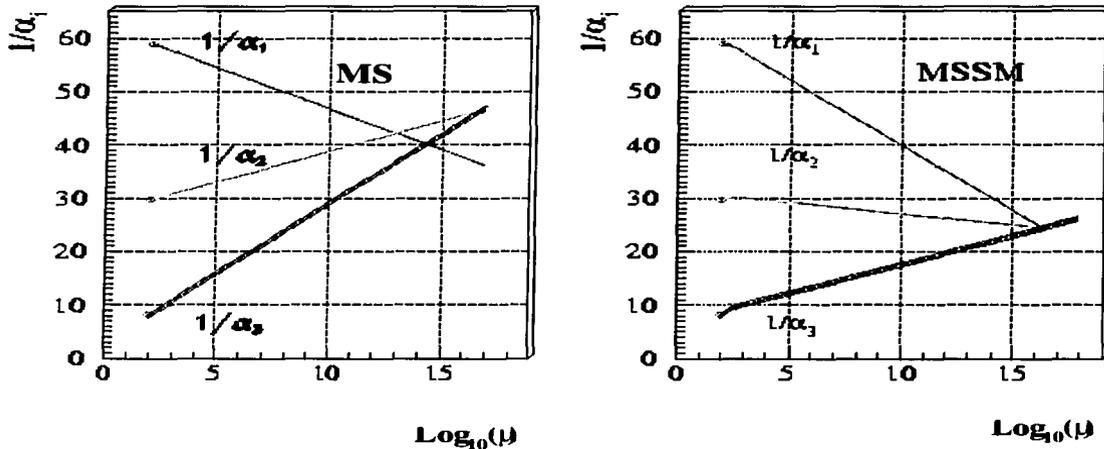


Figura 2.1: Evolución del inverso de los acoplamientos en el ME (izquierda) y en el MSSM (derecha)

fueron presentadas, y actualmente se dispone de las ecuaciones del grupo de renormalización a dos lazos para los términos del rompimiento suave de la supersimetría, para cualquier modelo y en particular para el MSSM [17].

2.7 Teorías Supersimétricas de Gran Unificación

Las TGU se basan en grupos de Lie que asignan las partículas a representaciones de un espín determinado, pero no establecen una relación entre partículas de diferente espín. Por otro lado, en las TGU no supersimétricas no se entiende, en particular, porqué existen tantas interacciones escalares y de Yukawa, ya que sólo las interacciones vectoriales están especificadas por el principio de norma local. Precisamente la supersimetría (SUSI), se define mediante el álgebra de generadores anticonmutantes de una simetría que se

transforma en las representaciones espinoriales $(1/2, 0)$ y $(0, 1/2)$ del grupo de Lorentz. Puesto que estos nuevos generadores de simetría son espinores y no escalares, la SUSI no es una simetría interna, es por tanto una extensión del álgebra de simetría de Poincaré.

Por lo anterior la SUSI se ha incorporado a las teorías de gran unificación, dando como resultado las teorías supersimétricas de gran unificación (TSGU). Con esta incorporación se han hecho contribuciones al problema de la jerarquía, se logró fijar la escala de gran unificación de tal forma que $M_{TGU} > 10^{16}$ GeV, entre otras cosas.

Como las TSGU serían efectivas a escalas altas de energía, la supersimetría se puede incorporar a escalas más bajas de energía, por arriba de la escala electrodébil. Se tendrían ahora tres escalas de energía: la escala en la cual la TSGU deje de ser exacta (por abajo de M_{TGU} o del orden) y se puede describir por un modelo supersimétrico hasta que la supersimetría se rompa a la escala M_{SUSI} , dando lugar al grupo del ME, que después se rompe al grupo efectivo a bajas energías $SU(3)_c \times U(1)_{em}$.

Los modelos supersimétricos que describen el comportamiento de los parámetros medibles, desde M_{SUSI} hasta M_{TGU} , pueden ser distintos, dependiendo del número N de generadores del álgebra supersimétrica.

Las TSGU se construyen a partir del grupo de norma G y el grupo del álgebra supersimétrica N . El modelo más simple consiste de $N = 1$ y la introducción de dos dobletes de Higgs. Este modelo ha dado predicciones correctas cuando se extrapolan sus resultados por debajo de M_{SUSI} . Por lo tanto, se piensa que puede ser el modelo más viable fenomenológicamente, aún cuando el espectro de partículas que predice no se ha detectado experimentalmente.

2.8 Modelo Mínimo Supersimétrico $SU(5)$

En este modelo se utilizan las representaciones $\bar{5} + 10$ para acomodar una familia de leptones y quarks. Los supercampos quirales $\bar{5}$ y 10 se escogen para describir los campos de materia. En este modelo se tienen partículas más ligeras que en el modelo $SU(5)$ no supersimétrico y por lo tanto la evolución de los acoplamientos de norma cambia. Se incorporan dos juegos de supercampos de Higgs para generar la masa de los fermiones $H_u \in \bar{5}$ y $H_d \in \bar{5}$. Se elige el supercampo de Higgs $\Phi \in 24$ para romper $SU(5)$ hacia G_{ME} . La contribución más importante viene de los gauginos. Como resultado $M_G \sim 2 \times 10^{16}$ GeV. Más aún este modelo da una predicción correcta para $\sin^2 \theta_W(M_Z)$.

Para que el modelo sea supersimétrico, se deben incorporar fermiones de norma en la representación adjunta del grupo $SU(5)$ para completar el supermultiplete vectorial. Las tres familias de quarks y leptones reciben compañeros complejos escalares que forman supermultipletes quirales $Y_i(\bar{5})$ y $X_i(10)$ con $i = 1, 2, 3$. También se tienen los tres multipletes de Higgs (que aparecen en el modelo no supersimétrico $SU(5)$) $H(5)$, $\bar{5}$ y $\phi(24)$. La acción de este modelo está dada por los términos cinéticos y de norma usuales, y por el superpotencial

$$W = Y^{ij} X_i X_j H + Y'^{ij} X_i X_j \bar{H} + \lambda_1 H \phi H + \lambda_2 \phi^2 + M' H \bar{H} \quad (2.29)$$

sin índices de $SU(5)$. Al igual que en el caso del ME un solo doblete de Higgs no puede dar masa a todos los quarks y leptones, debido tanto a las anomalías como a la necesidad de dar masa a todos los quarks y leptones a través de los acoplamientos de Yukawa Y^{ij} y Y'^{ij} . Los demás términos en (2.29) definen el potencial de Higgs, en donde M y M' son del orden de magnitud de la escala de gran unificación M_{TGU} .

El grupo $SU(5)$ debe romperse a G_{ME} en M_{TGU} y se supone que la supersimetría debe de romperse a una escala pequeña comparada con M_{TGU} (del orden de eV) para tener implicaciones en el sector de bajas energías.

Capítulo 3

Dimensiones Extra

3.1 Introducción

La física de dimensiones extra comienza con el trabajo de Theodor Kaluza y Oscar Klein en el siglo XX [9]. Recientemente motivados por los trabajos [12, 13, 14] en los cuales las teorías de Kaluza-Klein aparecen en la teoría de cuerdas a la escala de TeV surgió un gran interés por tales teorías. Las dimensiones extra a escala de energía alta es una característica genérica de la teoría de cuerdas. Típicamente estas dimensiones extra permanecen compactificadas a la escala de Planck, pero es posible tener efectos por debajo de esta escala. En particular, se han discutido esquemas de compactificación de radio grande en un gran número de contextos teóricos y fenomenológicos. En caso extremo los radios podrían ser del orden de milímetros y por tanto las excitaciones de Kaluza-Klein con masas < 10 TeV serían observables en futuros experimentos de colisiones (figura 3.1). La actividad en estos modelos ha tomado tres direcciones: a) efectos de las dimensiones extra en el ME y teorías más allá del ME, b) efectos en el sector gravitacional [15] y c) geometrías no factorizables [16]. En este capítulo nos concentraremos en el contexto del ME y teorías más allá del ME.

3.2 Kaluza-Klein

Algunos años después de la formulación de la teoría general de la relatividad de Einstein, Theodor Kaluza en 1921 [10] y siete años después Oskar Klein [11] se percataron del hecho

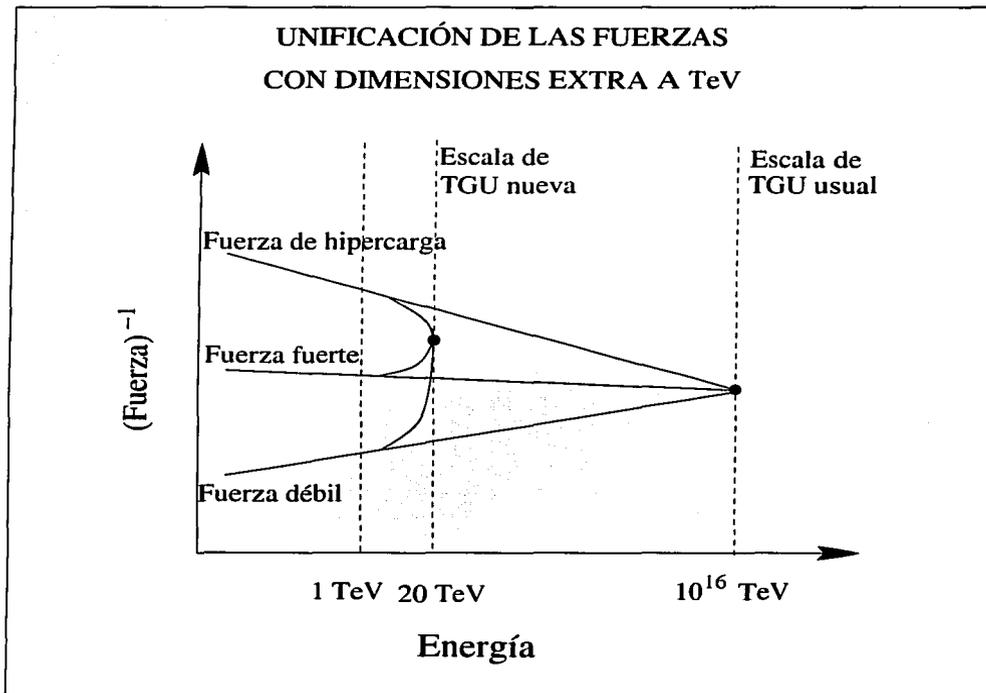


Figura 3.1: Esta figura muestra el inverso de las tres interacciones con y sin dimensiones extra. Con dimensiones extra la unificación de las fuerzas puede ocurrir a la escala de 10 a 20 TeV.

de que una formulación de la teoría de la gravedad de Einstein en un espacio-tiempo de 5 dimensiones en donde los campos físicos no dependen de la dimensión espacial extra incorpora de una manera natural la unificación de la gravedad y el electromagnetismo tras la reducción dimensional a cuatro dimensiones. Los campos físicos en la teoría de Kaluza-Klein están contenidos en la métrica \bar{g}_{MN} en cinco dimensiones donde $M, N = 0, 1, 2, 3, 4$. Denotando los índices del espacio-tiempo usual en cuatro dimensiones con letras griegas, a la métrica de este último le corresponden las componentes $\bar{g}_{\mu\nu}$ mientras que el potencial electromagnético está dado por las componentes $\bar{g}_{\mu 4} = \bar{g}_{4\mu}$. La componente restante \bar{g}_{44} se toma generalmente como constante. En el espacio-tiempo en 5 dimensiones se tiene el elemento de línea $d\bar{s}^2 = \bar{g}_{MN} dx^M dx^N$, donde las coordenadas se representan por $x^M = (x^\mu, x^4 \equiv y)$. Se acostumbra a definir $\bar{g}_{44} = h$ y $\bar{g}_{4\mu} = hA_\mu$ y por el momento se tomará a los campos $h(x)$ y $A_\mu(x)$ con dependencia arbitraria en las coordenadas. El espacio-tiempo 4D se toma ortogonal al vector base \bar{e}_4 en la dirección extra y se genera por los cuatro vectores base

$$\bar{e}_{\mu\perp} = \bar{e}_\mu - \bar{e}_{\mu\parallel} = \bar{e}_\mu - \frac{\bar{e}_\mu \cdot \bar{e}_4}{\bar{e}_4 \cdot \bar{e}_4} \bar{e}_4 = \bar{e}_\mu - \frac{\bar{g}_{\mu 4}}{\bar{g}_{44}} \bar{e}_4. \quad (3.1)$$

La métrica inducida es entonces

$$g_{\mu\nu} = \bar{e}_{\mu\perp} \cdot \bar{e}_{\nu\perp} = \bar{g}_{\mu\nu} - \frac{\bar{g}_{4\mu}\bar{g}_{4\nu}}{\bar{g}_{44}} = \bar{g}_{\mu\nu} - hA_\mu A_\nu, \quad (3.2)$$

de manera que en la métrica original podemos distinguir los siguientes bloques

$$\bar{g}_{MN} = \left[\begin{array}{c|c} \frac{g_{\mu\nu} + hA_\mu A_\nu}{hA_\nu} & \frac{hA_\mu}{h} \\ \hline & h \end{array} \right], \quad (3.3)$$

mientras que el elemento de línea se descompone en

$$d\bar{s}^2 = \bar{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + 2\bar{g}_{\mu 4} dx^\mu dx^4 + \bar{g}_{44} dx^4 dx^4 \quad (n) = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + h(dy + A_\mu dx^\mu)^2. \quad (3.4)$$

La primera suposición importante es la llamada *condición de cilindro* $\bar{g}_{MN,4} = 0$ en la que se toman los campos independientes de la quinta coordenada y (3.2). En el espacio 4D los *vierbeins* V_ν^μ , inversos V_ν^μ satisfacen las relaciones $V_\lambda^\mu V_\nu^\lambda = \delta_\nu^\mu$ y $V_\nu^\mu V_\mu^\lambda = \delta_\nu^\lambda$, donde los índices normales denotan la base coordenada mientras que los índices con *circunflejo* denotan la denominada base *no coordenada*. La métrica en este espacio es $g_{\mu\nu} = V_\mu^\alpha V_\nu^\beta \eta_{\alpha\beta}$ donde $\eta_{\alpha\beta}$ es la métrica de Minkowski en cuatro dimensiones. La base de uno-formas ortonormales es entonces

$$\omega^\mu = V_\nu^\mu dx^\nu. \quad (3.5)$$

Por otra parte, del elemento de línea (3.4) es posible leer la uno-forma en la quinta dirección:

$$\omega^4 = \sqrt{h}(\mathbf{d}y + A_\mu \mathbf{d}x^\mu). \quad (3.6)$$

En el espacio-tiempo 4D la derivada exterior de la base dual está dada por $\mathbf{d}\omega^\mu = -\Omega^\mu{}_\nu \wedge \omega^\nu$ donde $\Omega^\mu{}_\nu$ es la uno-forma denominada *conexión*. La relación análoga a la ecuación (3.2) entre las conexiones en 4 y 5 dimensiones se resume en la expresión

$$\bar{\Omega}^\mu{}_\nu = \Omega^\mu{}_\nu + \frac{1}{2}\sqrt{h}F_\nu{}^\mu \omega^4, \quad (3.7)$$

donde $F_{\mu\nu} = A_{\nu,\mu} - A_{\mu,\nu}$ es la *intensidad de campo* y las derivadas en los diferentes marcos están relacionadas por la expresión $O_{,\mu} = O_{,\nu}V^\nu{}_\mu$. La dos-forma de curvatura o simplemente curvatura se define por la ecuación de estructura en el espacio-tiempo 4D

$$\mathbf{R}^\mu{}_\nu = \mathbf{d}\Omega^\mu{}_\nu + \Omega^\mu{}_\lambda \wedge \Omega^\lambda{}_\nu \equiv \frac{1}{2}R^\mu{}_{\nu\beta\sigma} \omega^\beta \wedge \omega^\sigma \quad (3.8)$$

y de manera análoga en el espacio-tiempo 5D. Las componentes $R^\mu{}_{\nu\beta\sigma}$ forman el tensor de curvatura de Riemann en el marco no-coordenado, de manera similar los coeficientes de conexión $\Omega^\mu{}_{\nu\sigma}$ se definen por el desarrollo

$$\Omega^\mu{}_\nu = \Omega^\mu{}_{\nu\sigma} \mathbf{d}x^\sigma, \quad (3.9)$$

y entran en la expresión para la derivada covariante, por ejemplo

$$F^\mu{}_{\nu;\sigma} = F^\mu{}_{\nu,\sigma} + \Omega^\mu{}_{\rho\sigma} F^\rho{}_\nu - \Omega^\rho{}_{\nu\sigma} F^\mu{}_\rho, \quad (3.10)$$

también $F_{\hat{\sigma}\hat{\rho};\hat{\mu}} = F_{\hat{\sigma}\hat{\rho};\nu}V^\nu{}_{\hat{\mu}}$. Puesto que el tensor de Riemann es antisimétrico en los primeros dos índices y en los dos últimos, las únicas componentes de este tensor que involucran la quinta dirección son, usando la definición $\bar{\mathbf{R}}^\mu{}_{\hat{\lambda}} = \mathbf{d}\bar{\Omega}^\mu{}_{\hat{\lambda}} + \bar{\Omega}^\mu{}_\nu \wedge \bar{\Omega}^\nu{}_{\hat{\lambda}}$:

$$\bar{R}^\mu{}_{\hat{\lambda}\hat{\rho}\hat{\sigma}} = \frac{1}{2}\sqrt{h}F_{\hat{\sigma}\hat{\rho}}{}^{i\hat{\mu}} + \frac{1}{4\sqrt{h}}(2h^{i\hat{\mu}}F_{\hat{\sigma}\hat{\rho}} + h_{i\hat{\rho}}F_{\hat{\sigma}}{}^{\hat{\mu}} - h_{i\hat{\sigma}}F_{\hat{\rho}}{}^{\hat{\mu}}) \quad (3.11)$$

y

$$\bar{R}^\mu{}_{\hat{\lambda}\hat{\rho}\hat{\lambda}} = \frac{1}{4}F^{\hat{\mu}\hat{\nu}}F_{\hat{\rho}\hat{\nu}} - \frac{1}{2h}h^{i\hat{\mu}}{}_{i\hat{\rho}} + \frac{1}{4h^2}h_{i\hat{\mu}}h_{i\hat{\rho}} \quad (3.12)$$

donde se ha utilizado la identidad de Bianchi $F_{\hat{\sigma}\hat{\rho};\hat{\mu}} + F_{\hat{\rho}\hat{\mu};\hat{\sigma}} + F_{\hat{\mu}\hat{\sigma};\hat{\rho}} = 0$. Las componentes restantes se siguen de la expresión

$$\bar{\mathbf{R}}^\mu{}_\nu = \mathbf{d}\bar{\Omega}^\mu{}_\nu + \bar{\Omega}^\mu{}_\lambda \wedge \bar{\Omega}^\lambda{}_\nu + \bar{\Omega}^\mu{}_{\hat{\lambda}} \wedge \bar{\Omega}^{\hat{\lambda}}{}_\nu, \quad (3.13)$$

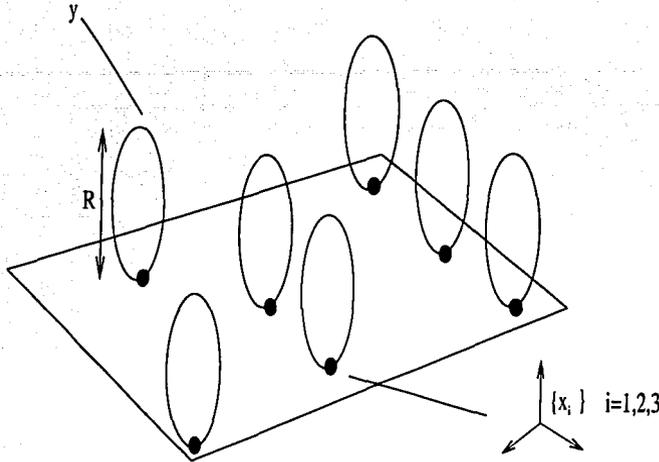


Figura 3.2: Escenario de Kaluza-Klein.

obteniendose

$$\bar{R}^{\mu}_{\nu\rho\sigma} = R^{\mu}_{\nu\rho\sigma} + \frac{1}{4}h(2F_{\nu}^{\mu}F_{\rho\sigma} - F_{\rho}^{\mu}F_{\sigma\nu} - F_{\sigma}^{\mu}F_{\nu\rho}). \quad (3.14)$$

Las componentes del tensor de Ricci son entonces (en cuatro dimensiones $R_{\nu\sigma} = R^{\mu}_{\nu\rho\sigma}$ con una expresión análoga en cinco dimensiones):

$$\begin{aligned} \bar{R}_{44} &= \frac{1}{4}hF^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2h}h^{i\mu}{}_{;\mu} + \frac{1}{4h^2}h^{i\mu}h_{i;\mu}, \\ \bar{R}_{\rho 4} &= \frac{1}{2}\sqrt{h}F_{\nu\mu}{}^{i\mu} + \frac{3}{4\sqrt{h}}F_{\nu\mu}h^{i\mu}, \\ \bar{R}_{\nu\sigma} &= R_{\nu\sigma} - \frac{1}{2}hF^{\mu}_{\nu}F_{\mu\sigma} - \frac{1}{2h}h_{\nu\sigma} + \frac{1}{4h^2}h_{i;\nu}h_{i;\sigma}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Finalmente la expresión para la curvatura escalar en el marco coordenado es $\bar{R} = \bar{R}^{\mu}_{\mu}$ se resume en la expresión

$$\bar{R} = R - \frac{1}{4}hF^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{h}\nabla^2 h + \frac{1}{2h^2}(\nabla_{\mu}h)^2, \quad (3.16)$$

donde ∇^{μ} es la derivada covariante.

Para darle sentido a las consideraciones anteriores se postula que la gravedad en el espacio-tiempo 5D se describe por la acción de Einstein-Hilbert en cinco dimensiones

$$S = \frac{1}{2} \bar{M}^3 \int d^5x \sqrt{-\bar{g}} \bar{R}, \quad (3.17)$$

donde \bar{M} es la masa de Planck en este espacio. De lo anterior el determinante de la métrica en cinco dimensiones es $\bar{g} = hg$, donde g es el determinante correspondiente de la métrica en cuatro dimensiones $g_{\mu\nu}$. Usando este hecho en la expresión para la acción e integrando la quinta componente se obtiene la acción efectiva en el espacio 4D:

$$S = \frac{1}{2} M^2 \int d^4x \sqrt{-g} \sqrt{h} \left[R - \frac{1}{4} h F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{h} \nabla^2 h + \frac{1}{2h^2} (\nabla_\mu h)^2 \right], \quad (3.18)$$

donde M depende de la geometría de la *compactificación*. Por ejemplo, si la dimensión extra es un círculo de radio a entonces $M^2 = 2\pi a \bar{M}^3$. Generalmente al campo h no se le atribuye sentido físico alguno y se toma como una constante, con lo cual la expresión anterior se reduce a

$$S = \frac{1}{2} M^2 \int d^4x \sqrt{-g} \sqrt{h} \left[R - \frac{1}{4} h F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right]. \quad (3.19)$$

Se observa que para $h = 1$ la acción efectiva de Kaluza-Klein efectivamente contiene la unificación de la gravedad de Einstein y el electromagnetismo.

Otra característica genérica importante del esquema de Kaluza-Klein aparece al considerar el acoplamiento con la materia que debido a la periodicidad de la quinta coordenada en el caso de compactificación circular aparece en la teoría efectiva en cuatro dimensiones una torre de modos masivos, los denominados modos de Kaluza-Klein, que se interpretan como partículas en el espacio 4D cuyas masas están relacionadas con el radio de compactificación. Para ver más explícitamente el efecto de la dependencia en x^5 , se considera un escalar ϕ no masivo en cinco dimensiones y se toma por simplicidad la métrica en la dirección compacta como constante $g_{55} = 1$. Se desarrolla la dependencia en x^5 de ϕ en un conjunto completo

$$\phi(x^M) = \sum_{p_5} \phi_{p_5}(x^\mu) \exp(ip_5 x^5). \quad (3.20)$$

Al imponer periodicidad en la dirección compacta

$$\phi(x^5) = \phi(x^5 + 2\pi R), \quad (3.21)$$

se obtiene la regla de cuantización para p_5

$$2\pi i p_5 R = 2\pi i n \Rightarrow p_5 = \frac{n}{R}, \quad n \in \mathbf{Z}$$

entonces

$$\phi(x^M) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n(x^\mu) \exp(inx^5/R) \quad (3.22)$$

y por tanto la ecuación de onda en cinco dimensiones $\partial_M \partial^M \phi = 0$, se reduce a la siguiente expresión

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi_n(x^\mu) = \frac{n^2}{R^2} \phi_n(x^\mu). \quad (3.23)$$

Se observa que los modos de Fourier ϕ_n del campo en cinco dimensiones se transforman en una torre infinita de campos en cuatro dimensiones etiquetados por n con una masa efectiva

$$m^2 = p_5^2 = \frac{n^2}{R^2}. \quad (3.24)$$

En otras palabras la masa en cuatro dimensiones es no nula para todos los campos con momento distinto de cero en la dirección compacta.

3.3 Fenomenología Convencional de Cuerdas

Las dimensiones extra de espacio-tiempo son un ingrediente central de la teoría de cuerdas. Sin embargo, las compactificaciones de estas dimensiones en la fenomenología convencional de cuerdas ocurren a la escala de Planck, $M_{Pl} = 1.2 \times 10^{19}$ GeV. En este caso, los efectos de las dimensiones extra ocurren al nivel de los efectos de umbral de estados masivos con masas del orden de 10^{17} GeV. Tales modelos se basan en compactificaciones en variedades denominadas *Calabi-Yau*, orbifoldios y construcciones fermionicas libres, y poseen características atractivas. Contienen al grupo de norma del Modelo Estándar, supersimetría $N = 1$ y pueden acomodar al espectro del Modelo Estándar Supersimétrico Mínimo (MSSM). En estos modelos existe una unificación automática de las constantes de acoplamiento de norma a las escala de las cuerdas M_{str} . Desafortunadamente no se garantiza una compatibilidad con los datos de **LEP**. De hecho, se tiene que recurrir a la presencia de fenómenos adicionales, tales como la adición de conjuntos de estados

por arriba y por debajo del espectro del MSSM con masas a escalas intermedias o la introducción de grandes correcciones de umbral para lograr una concordancia con los datos de LEP. Además, en algunos modelos de cuerdas existe el problema de los dobletes de Higgs ligeros y en algunos otros el problema de la estabilidad del protón.

3.3.1 Construcción de Modelos de Cuerdas Recientes

El estudio de modelos de cuerdas ha tomado dos direcciones principales: a) compactificaciones en la teoría M y b) compactificaciones en la teoría de cuerdas tipo I (tipo IIB). Las características genéricas de ambos modelos es que ya no existe una relación rígida entre M_{str} y M_P . De hecho en el contexto de las compactificaciones en la teoría tipo I (tipo IIB) la escala M_{str} puede tan baja como 1 TeV. Esto es posible debido a que la escala de Planck M_P observada en cuatro dimensiones y la escala fundamental de la gravedad en dimensiones más altas están relacionadas por dimensiones extra.

3.4 Incorporación de Dimensiones Extra en el MSSM

El mundo observable a bajas energías consiste de sólo cuatro dimensiones de espacio-tiempo. Por tanto la única forma en la cual es posible incorporar dimensiones extra es suponiendo que estas se encuentran compactificadas. Por simplicidad se supone que las dimensiones extra están compactificadas en un círculo de radio R , donde R^{-1} excede escalas de energía observables. De esta manera, $\mu_0 = R^{-1}$ fija la escala de la masa a la cual las dimensiones extra serán significantes. La existencia de dimensiones extra de radio R implica que un campo cuántico complejo $\Phi(x)$ dado ahora no sólo depende las cuatro coordenadas de espacio-tiempo usuales $\mathbf{x} \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3)$ sino también de coordenadas espacio-tiempo adicionales $\mathbf{y} \equiv (y_1, y_2, \dots, y_\delta)$, donde $\delta \equiv D - 4$ es el número de dimensiones adicionales. Las coordenadas en conjunto se denotarán por $x = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Si se exige periodicidad en $\Phi(x)$ bajo

$$y_i \rightarrow y_i + 2\pi R \quad (3.25)$$

entonces $\Phi(x)$ toma la forma

$$\Phi(x) = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{n_\delta=-\infty}^{\infty} \Phi^{(n)}(x) \exp(i\mathbf{n} \cdot \mathbf{y}/R), \quad (3.26)$$

donde $\mathbf{n} \equiv (n_1, n_2, \dots, n_\delta)$, con $n_i \in \mathcal{Z}$. Los campos en cuatro dimensiones $\Phi^{(n)}(x)$ son los denominados modos de Kaluza-Klein y n_i son los números de excitación de Kaluza-Klein ($p_i \equiv n_i/R$ corresponden a los momentos de Kaluza-Klein). En general, cada modo de Kaluza-Klein está dado por

$$m_n^2 \equiv m_0^2 + \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}}{R^2}, \quad (3.27)$$

donde m_0 es la masa del modo cero. A energías por debajo de R^{-1} se espera que las dimensiones extra no sean observables. Sin embargo, en este límite, ninguno de los modos de Kaluza-Klein distintos de cero pueden ser excitados y solo se observa el campo de modo cero $\Phi^{(0)}(x)$. De esta manera el campo de modo cero corresponde al estado usual en cuatro dimensiones y la existencia de dimensiones extra de espacio-tiempo se siente a través de la existencia de una torre infinita de estados de Kaluza-Klein de masa creciente asociados al modo cero.

En principio para incorporar dimensiones extra se podría pensar que a cada estado de masa m_0 del MSSM le corresponde una torre infinita de estados de Kaluza-Klein con masas dadas por (3.27), cada una de las cuales refleja exactamente el modo cero del estado base del MSSM. Si estos modos existen, R^{-1} presumiblemente excedería escalas de energía observables y por tanto es posible despreciar m_0 en (3.27).

Sin embargo, cada estado del MSSM no puede tener excitaciones de Kaluza-Klein que reflejen el estado del MSSM en sí mismo. Esta complicación surge debido a que es necesario que las excitaciones de Kaluza-Klein formen parte de representaciones que permitan términos de masa de Kaluza-Klein apropiados para formarse. Este hecho es de gran importancia debido a que un estado quirral del MSSM (tales como un quark o un leptón) no es capaz de autogenerar una masa de K-K. De esta manera, no es posible tener una torre infinita de excitaciones de K-K quirales. Se tienen dos posibilidades: ya sea que una representación quirral del MSSM no tendrá excitaciones de Kaluza-Klein o bien serán las excitaciones de Kaluza-Klein correspondientes que consistirán de su representación original del MSSM y de su reflexión conjugada quirral. Ambos casos son consistentes con la teoría de cuerdas. En particular, se considerará un escenario en donde los estados no quirales del MSSM pueden tener excitaciones de Kaluza-Klein.

Es importante considerar la forma exacta de las excitaciones de Kaluza-Klein que tendrán los campos de Higgs, los bosones de norma y los fermiones quirales. En el caso de los campos de Higgs a cada conjunto de momentos de K-K distinto de cero (n_i) le corresponde un estado de K-K el cual es un multiplete $N = 1$ quirral $\mathcal{H}^{(n)} \equiv (H^{(n)}, \Psi_H^{(n)})$.

Nótese que la estructura de estos multipletes quirales no depende de si son masivos o no masivos. Puesto que el MSSM contiene dos campos de Higgs, cada nivel de masa de Kaluza-Klein tendrá dos supermultipletes $N = 1$ quirales masivos $\mathcal{H}_{1,2}$

$$H^{(n)} = \begin{pmatrix} H_1^{(n)} & H_2^{(n)} \\ \psi_{H_1}^{(n)} & \psi_{H_2}^{(n)} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

(donde se han suprimido los índices de Lorentz).

Para los bosones de norma sucede algo similar. Un bosón de norma ordinario no masivo es un supermultiplete vectorial $N = 1$. Sin embargo, un bosón de norma masivo se representa por un supermultiplete vectorial $N = 1$ masivo, lo cual es equivalente a un supermultiplete vectorial $N = 1$ no masivo $\mathcal{A} \equiv (\mathcal{A}, \lambda)$ más un supermultiplete quiral $\mathcal{A}' \equiv (\phi, \psi)$. Juntos forman un supermultiplete vectorial $N = 2$ masivo:

$$V^{(n)} = \begin{pmatrix} \mathcal{A}^{(n)} & \phi^{(n)} \\ \lambda^{(n)} & \psi^{(n)} \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

Uno de los campos reales escalares en el supermultiplete quiral \mathcal{A}' es una componente longitudinal del bosón de norma masivo, mientras que los otros campos escalares reales y los fermiones de Weyl permanecen dentro del espectro al nivel masivo.

Por simplicidad se considerará solo una dimensión adicional ($\delta = 1$). Las coordenadas de espacio-tiempo correspondientes son $x \equiv (\mathbf{x}, y)$, donde $\mathbf{x} \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3)$. Nótese que es posible escribir (3.26) en la forma $\Phi(x) = \Phi_+(x) + i\Phi_-(x)$, donde

$$\begin{aligned} \Phi_+(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} [\Phi^{(n)}(\mathbf{x}) + \Phi^{(-n)}(\mathbf{x})] \cos(ny/R) \\ \Phi_-(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} [\Phi^{(n)}(\mathbf{x}) - \Phi^{(-n)}(\mathbf{x})] \sin(ny/R). \end{aligned} \quad (3.30)$$

En general $\Phi_{\pm}(x)$ son campos complejos. Es claro que si $\Phi(x)$ fuera un campo real Φ_+ sería diferente de cero. Incluso, si $\Phi(x)$ es complejo es posible distinguir entre Φ_+ y Φ_- por medio de las propiedades bajo la transformación \mathbb{Z}_2

$$y \rightarrow -y. \quad (3.31)$$

Específicamente se tiene

$$\begin{aligned} \Phi_+(\mathbf{x}, -y) &= +\Phi_+(\mathbf{x}, y) \\ \Phi_-(\mathbf{x}, -y) &= -\Phi_-(\mathbf{x}, y). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Nótese que en la descomposición de (3.30) $\Phi_-(x)$ no contiene el modo cero. De esta manera, aunque los estados de la torre de Kaluza-Klein correspondiente para los bosones de norma son supersimétricos $N = 2$ es posible asegurar que sus correspondientes modos cero son solo supersimétricos $N = 1$. Este resultado es congruente con el MSSM y pidiendo que A y λ se transformen como funciones pares bajo (3.31) mientras que ϕ y ψ se transforman como funciones impares es congruente con el MSSM.

Como se observa, al exigir que las funciones de onda exhiban ciertas propiedades de simetría bajo la transformación (3.31), estrictamente hablando, no se está compactificando en un círculo. Se está haciendo la identificación adicional \mathbb{Z}_2 $y \approx -y$. Tal identificación cambia el círculo en un \mathbb{Z}_2 orbifoldio. La ventaja de compactificar en un orbifoldio es que permite pedir propiedades específicas de simetría bajo la relación de orbifold (3.31). Los orbifoldios son completamente naturales desde el punto de vista de la teoría de cuerdas.

En concreto el MSSM con dimensiones extra se debe describir en términos de un espacio-tiempo de cuatro dimensiones planas con un cierto número de dimensiones extra compactificadas en orbifoldios de radio R . A nivel no masivo (modos cero), el contenido de partículas consiste completamente del MSSM. A niveles de Kaluza-Klein más altos se tienen torres de estados de Kaluza-Klein infinitas asociadas con el campo de Higgs, con los estados de los bosones de norma y un número de generaciones de los fermiones de los bosones de norma quirales.

Observese ahora el comportamiento de este sistema a escalas de energía diferentes: A escalas de energía mucho más pequeñas que $\Lambda_0 \equiv R^{-1}$, la energía del sistema es menor que la masa de las excitaciones de Kaluza-Klein más bajas, y la existencia de los estados de Kaluza-Klein (y efectivamente de las dimensiones extra) se pueden ignorar. De este modo, en este límite, la teoría se reduce al MSSM usual en cuatro dimensiones. En contraste, para $\mu \gg \mu_0$ las excitaciones de muchos modos de Kaluza-Klein son posibles y las contribuciones de los estados de Kaluza-Klein se deben incluir en todos los posibles cálculos físicos. Por ejemplo, al incluir estas contribuciones en el corrimiento de los acoplamientos de norma este corrimiento se acelera, cambiando la dependencia logarítmica de la escala de los acoplamientos de norma a una escala de ley de potencias como función de μ . Esto refleja el hecho de que más allá de la escala de R^{-1} , un cierto subconjunto del MSSM vive esencialmente en dimensiones más altas, y el radio efectivo R de estas dimensiones extra es infinito relativo a la escala de energía μ . De hecho, en este límite, las nuevas dimensiones de espacio-tiempo son efectivamente planas. De esta manera, se observa que el efecto de las excitaciones extra de Kaluza-Klein es esencialmente hacer

que el espacio-tiempo parezca ser D -dimensional en vez de cuatro-dimensional para el subconjunto apropiado del MSSM.

Estrictamente, esta teoría contiene una torre infinita de estados de Kaluza-Klein. Sin embargo, es claro que sólo los estados de Kaluza-Klein más bajos pueden jugar un papel importante en la física debido a que las contribuciones de los estados de Kaluza-Klein muy pesados son sustituidas por sus masas enormes. De este modo, en algunas teorías sólo es útil retener un cierto número de los estados de Kaluza-Klein más bajos. El punto en cual las torres de Kaluza-Klein se truncan depende de la escala de energía a la cual se desea estudiar tal teoría, para algunos propósitos se elige un punto de truncación fijo.

La presencia de las dimensiones extra tiene un efecto importante en los acoplamientos de norma de la teoría. En cuatro dimensiones de espacio-tiempo, los acoplamientos de norma g_i son cantidades de dimensión de masa cero (es decir, números puros). Sin embargo, en D dimensiones de espacio-tiempo las constantes de acoplamiento \tilde{g}_i adquieren una dimensión de masa clásica

$$[\tilde{g}_i] = 2 - \frac{D}{2} \implies [\tilde{\alpha}_i^{-1}] = D - 4 = \delta \quad (3.33)$$

donde $\delta \equiv D - 4$.

Sin embargo, considerando el hecho de que las dimensiones extra en estudio tienen radio R fijo, es posible utilizar el procedimiento de compactificación estándar para determinar la relación entre los acoplamientos de norma en cuatro dimensiones y los acoplamientos de norma en D dimensiones, la cual resulta

$$\alpha_i = R^{-\delta} \tilde{\alpha}_i. \quad (3.34)$$

3.5 Renormazilización e Interpretación de los Parámetros de Corte

Como ya se mencionó, las teorías de campo con dimensiones extra no son renormalizables debido a su gran estructura divergente. La no renormazibilidad es consecuencia de la presencia de torres infinitas de estados de Kaluza-Klein no quirales, los cuales circulan en los lazos de todos los procesos mecánico-cuánticos. Incluso, si se elige ignorar estos estados de Kaluza-Klein tratando el sector no quiral del MSSM en D dimensiones de

espacio-tiempo planas, la descripción resultante es todavía no renormalizable, debido a la necesidad de integrar sobre el valor en D dimensiones de los momentos de lazo no compactificado en tales sectores. Por tanto, no tiene sentido hablar de un corrimiento de las constantes de acoplamiento como función de la escala de energía μ . Para una teoría no renormalizable se introduce explícitamente un parámetro de corte Λ . En consecuencia, hablando estrictamente, los valores de los parámetros físicos, tales como los acoplamientos de norma no "corren", estos reciben correcciones cuánticas finitas, cuyas magnitudes dependen explícitamente del valor del parámetro de corte. Por tanto, en un lenguaje apropiado de una teoría de campo no renormalizable, no se calcula el corrimiento de los acoplamientos de norma α_i o de Yukawa, se calculan los valores corregidos a un lazo de los acoplamientos de norma $\alpha_i(\Lambda)$ como función del valor de este parámetro de corte Λ .

En muchos casos, esta dependencia matemática de Λ es idéntica a la dependencia escalar que se tiene que resolver si la teoría fuera renormalizable. Por esta razón, se continúa usando la palabra corrimiento para referirse a este proceso. Por otro lado, una teoría no renormalizable sólo se puede ver como una teoría efectiva, válida incluso hasta algunos órdenes de magnitud más arriba de la escala M .

Por otro lado, el parámetro de corte Λ no es un parámetro físico con significado intrínseco. De hecho, depende de la forma del esquema de regularización y de tal modo, de la renormalización que se usa para definir Λ dentro de tal regulador. Podría ser natural asociar el parámetro de corte Λ con la escala de la masa física M en la cual se presume que habrá nueva física, más allá de la teoría no renormalizable con dimensiones extra. Esta asociación tiene sentido puesto que como ya se mencionó anteriormente esta teoría no renormalizable con dimensiones extra es sólo una descripción efectiva de la física para escalas de energía por debajo de alguna nueva escala fundamental de masa M . En general tal asociación funciona, sin embargo no siempre es el caso. Por ejemplo existen ciertas situaciones en donde los resultados dependen de ciertas elecciones del parámetro de corte y de las variables del regulador. En tal caso, el valor del parámetro de corte Λ no da información de la escala fundamental de masa M .

La falta de renormalizabilidad se puede atribuir al hecho de que las torres de Kaluza-Klein son infinitas. Sin embargo, para algunos propósitos no es necesario incluir todos los estados de Kaluza-Klein, de hecho es posible con gran frecuencia truncar las torres a la escala de energía adecuada sin alterar seriamente los cálculos. Por tanto, la descripción de la física en la cual la torre de Kaluza-Klein sea truncada da lugar a una teoría del campo completamente renormalizable. Es decir, aunque la teoría fundamental completa

no sea renormalizable, existe una teoría del campo completamente renormalizable la cual da esencialmente los mismos resultados para ciertos cálculos y en cierto límite.

3.6 Dimensiones Extra y Unificación

Ahora se va a considerar como se afectan los acoplamientos de norma del ME y su unificación en presencia de dimensiones extra de espacio-tiempo.

En la teoría de campo en cuatro dimensiones, los acoplamientos de norma g_i son cantidades adimensionales y su evolución como función de la escala μ está dada por el usual grupo de renormalización (EGR):

$$\frac{d}{d \ln \mu} \alpha_i^{-1}(\mu) = -\frac{b_i}{2\pi} \quad (3.35)$$

de donde se obtiene

$$\alpha_i^{-1}(\mu) = \alpha_i^{-1}(M_Z) - \frac{b_i}{2\pi} \ln \frac{\mu}{M_Z} . \quad (3.36)$$

Este es precisamente el corrimiento logarítmico de los acoplamientos de norma. En esta expresión $\alpha_i \equiv g_i^2/4\pi$ y b_i son los coeficientes de las funciones β a un lazo del MSSM.

$$(b_Y, b_2, b_3) = (11, 1, -3) , \quad (3.37)$$

se ha tomado $M_Z \equiv 91.17$ GeV como una escala de referencia arbitraria a bajas energías. En esta escala (dentro del esquema del grupo de renormalización del ME) los acoplamientos de norma están dados por

$$\begin{aligned} \alpha_Y^{-1}(M_Z)|_{\overline{\text{MS}}} &\equiv 98.29 \pm 0.13 \\ \alpha_2^{-1}(M_Z)|_{\overline{\text{MS}}} &\equiv 29.61 \pm 0.13 \\ \alpha_3^{-1}(M_Z)|_{\overline{\text{MS}}} &\equiv 8.5 \pm 0.5 \end{aligned} \quad (3.38)$$

de donde $\alpha_1 \equiv (5/3)\alpha_Y$ y $b_1 \equiv (3/5)b_Y$. Como ya se mencionó una extrapolación de estos acoplamientos de norma a bajas energías según (3.36) conduce a la relación de unificación

$$\alpha_1(M_{\text{GUT}}) = \alpha_2(M_{\text{GUT}}) = \alpha_3(M_{\text{GUT}}) \approx \frac{1}{24} \quad (3.39)$$

a la escala de unificación

$$M_{\text{GUT}} \approx 2 \times 10^{16} \text{ GeV} . \quad (3.40)$$

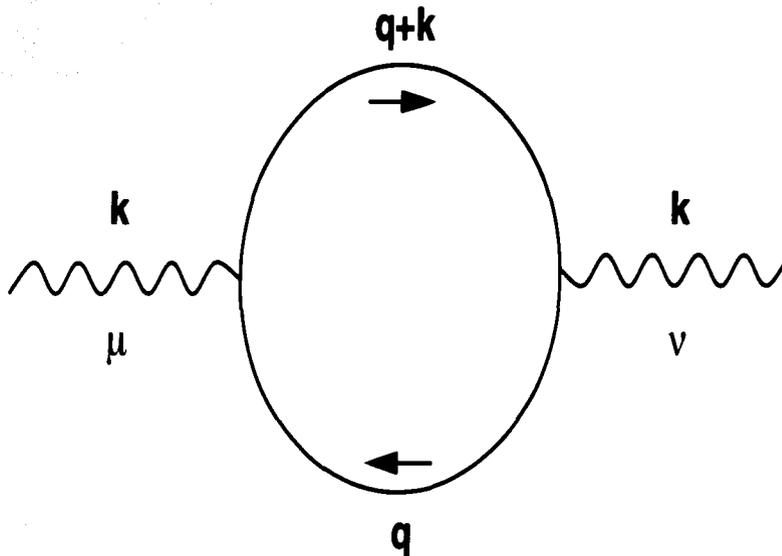


Figura 3.3: **Diagrama de polarización del vacío.** Se incluyen los efectos de los modos de Kaluza-Klein extra en los lazos.

Es claro que la naturaleza cualitativa del escenario tradicional de unificación cambia si los campos del ME o del MSSM sienten la presencia de dimensiones extra.

Las correcciones a un lazo usuales surgen del diagrama del vacío de polarización donde las masas de los modos cero se incluyen en los lazos. Para calcular los efectos de las dimensiones extra es factible evaluar los diagramas del vacío de polarización Fig. 3.3 donde se incluyen también los efectos de las partículas del MSSM y las excitaciones de Kaluza-Klein en los lazos. Por simplicidad se comenzará por calcular el caso de un fermión de Dirac y sus excitaciones de Kaluza-Klein correspondientes. Es posible generalizar estos resultados al caso del MSSM puesto que los efectos de las excitaciones de Kaluza-Klein serán esencialmente los mismos para cada partícula que tiene excitaciones de Kaluza-Klein.

Para un fermión de Dirac con excitaciones de Kaluza-Klein, el diagrama de polarización

del vacío Fig. 3.3 está dado por

$$\Pi_{\mu\nu}(k) = - \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} g^2 \int_0^{\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left(\gamma_\mu \frac{1}{\not{A} - m_n} \gamma_\nu \frac{1}{\not{k} + \not{A} - m_n} \right) \quad (3.41)$$

donde

$$\sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \equiv \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{n_s=-\infty}^{\infty} \quad (3.42)$$

representan las sumas sobre todos las excitaciones correspondientes de Kaluza-Klein con masas m_n^2 dadas en (3.27). En dicha expresión, m_0 es la energía del estado base la cual se tomará como cero por simplicidad. De esta manera al restringir las sumas al término $n_i = 0$ corresponde a considerar únicamente el estado fermiónico original sin sus excitaciones de Kaluza-Klein, mientras que valores opuestos de n_i corresponden a estados de Kaluza-Klein cuyos i -ésimos momentos compactos están en direcciones opuestas. El signo global en la ecuación 3.41 surge debido al lazo fermionico.

Usando la invariancia de norma para definir $\Pi(k^2)$, se contraen los indices de Lorentz y se evalua la traza para obtener

$$\Pi(k^2) = - \frac{8g^2}{3k^2} \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{-(k+q) \cdot q + 2m_n^2}{(q^2 - m_n^2)[(k+q)^2 - m_n^2]} \right\}. \quad (3.43)$$

Pasando a momentos euclidianos, introduciendo el parámetro de Feynman x para combinar los propagadores y conservando sólo los términos en el integrando que son pares respecto de q , se obtiene:

$$\Pi(k^2) = - \frac{8g^2}{3k^2} \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \int_0^1 dx \int_0^{\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{q^2 - x(1-x)k^2 + 2m_n^2}{[q^2 + x(1-x)k^2 + m_n^2]^2} \right\}. \quad (3.44)$$

Para reescribir esta expresión en términos del parámetro de tiempo propio de Schwinger t se usa la identidad

$$\frac{1}{A^2} = \int_0^{\infty} dt t e^{-At}. \quad (3.45)$$

Entonces se obtiene

$$\begin{aligned} \Pi(k^2) = & - \frac{8g^2}{3k^2} \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \int_0^1 dx \int_0^{\infty} dt t \int_0^{\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [q^2 - x(1-x)k^2 + 2m_n^2] \times \\ & \times \exp \left\{ -t[q^2 + x(1-x)k^2 + m_n^2] \right\}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Calculando las integrales de momento a través de las identidades

$$\int_0^\infty \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{-tq^2} = \frac{1}{16\pi^2 t^2}, \quad \int_0^\infty \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} q^2 e^{-tq^2} = \frac{1}{8\pi^2 t^3}, \quad (3.47)$$

se obtiene

$$\begin{aligned} \Pi(k^2) = & -\frac{g^2}{6\pi^2 k^2} \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \int_0^1 dx \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[\frac{2}{t} - x(1-x)k^2 + 2m_n^2 \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -t[x(1-x)k^2 + m_n^2] \right\}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Al realizar la integral por partes del primer término se obtiene

$$\Pi(k^2) = \frac{g^2}{2\pi^2} \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \int_0^1 dx x(1-x) \int_0^\infty \frac{dt}{t} \exp \left\{ -t[x(1-x)k^2 + m_n^2] \right\}. \quad (3.49)$$

Para calcular la suma sobre los estados de Kaluza-Klein se utiliza la función de Jacobi ϑ_3

$$\vartheta_3(\tau) \equiv \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \exp(\pi i \tau n^2) \quad (3.50)$$

donde τ es un número complejo.

Esta función tiene una propiedad de gran utilidad

$$\vartheta_3(-1/\tau) = \sqrt{-i\tau} \vartheta_3(\tau) \quad (3.51)$$

donde se toma la rama con parte real no negativa de la raíz cuadrada.

De esta manera es posible reescribir el resultado (3.49) en términos de esta función como

$$\Pi(k^2) = \frac{g^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx x(1-x) \int_0^\infty \frac{dt}{t} e^{-tx(1-x)k^2} \left\{ \vartheta_3 \left(\frac{it}{\pi R^2} \right) \right\}^\delta, \quad (3.52)$$

de donde se obtiene que $\Pi(0)$ está dado por

$$\Pi(0) = \frac{g^2}{12\pi^2} \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left\{ \vartheta_3 \left(\frac{it}{\pi R^2} \right) \right\}^\delta. \quad (3.53)$$

En este punto es importante introducir los reguladores ultravioletas junto con sus parámetros de corte correspondientes. Como ya se mencionó en esta expresión las divergencias ultravioletas e infrarojas surgen de los límites $t \rightarrow 0$ y $t \rightarrow \infty$ de la integración respectiva. Por tanto lo más simple es regularizar esta expresión en ambos límites introduciendo cortes superior e inferior en la integración sobre t

$$\int_0^\infty dt \rightarrow \int_{r\Lambda^{-2}}^{r\mu_0^{-2}} dt. \quad (3.54)$$

donde Λ es el parámetro de corte ultravioleta, y μ_0 es el parámetro de corte infrarrojo, y el coeficiente numérico r se define como

$$r \equiv \pi (X_\delta)^{-2/5} \quad (3.55)$$

donde X_δ está dada por (3.62).

Si se observa la ecuación (3.53), vemos que el límite de la teoría estándar en cuatro dimensiones estándar (sin modos de Kaluza-Klein) se obtiene haciendo $\vartheta_3 = 1$. Esto es equivalente a tomar $R \rightarrow 0$, lo cual esencialmente equivale a tomar los modos de Kaluza-Klein infinitamente masivos. Para todos los valores de δ esto reproduce el resultado esperado

$$\Pi(0) = \frac{g^2}{6\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu_0} = \frac{g^2 b}{8\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu_0} \quad (3.56)$$

donde se ha identificado a $b = 4/3$ como el coeficiente de la función beta del fermión de Dirac.

Generalicemos este resultado al caso del MSSM. Como se discutió anteriormente no todos los estados del MSSM tienen excitaciones de Kaluza-Klein. De hecho, mientras los estados de modo cero con $n_i = 0$ corresponden al espectro del MSSM (cuyos coeficientes correspondientes se denotan por b_i), únicamente los bosones de norma y los campos de Higgs en el MSSM tendrán excitaciones de Kaluza-Klein. De esta manera generalizando (3.53) al caso del MSSM con excitaciones de Kaluza-Klein únicamente de los bosones de norma y de los campos de Higgs, se obtiene que

$$\begin{aligned} \Pi(0) &= \frac{g_i^2 b_i}{8\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu_0} + \frac{g_i^2 \bar{b}_i}{16\pi^2} \int_{r\Lambda^{-2}}^{r\mu_0^{-2}} \frac{dt}{t} \left\{ \left[\vartheta_3 \left(\frac{it}{\pi R^2} \right) \right]^\delta - 1 \right\} \\ &= \frac{g_i^2 (b_i - \bar{b}_i)}{8\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{\mu_0} + \frac{g_i^2 \bar{b}_i}{16\pi^2} \int_{r\Lambda^{-2}}^{r\mu_0^{-2}} \frac{dt}{t} \left\{ \vartheta_3 \left(\frac{it}{\pi R^2} \right) \right\}^\delta. \end{aligned} \quad (3.57)$$

En el primer renglón se ha separado explícitamente las contribuciones del modo cero de las contribuciones de los modos mayores. Puesto que la función ϑ_3 incluye implícitamente las contribuciones de los modos cero, se ha restado estas contribuciones del integrado del segundo término. Así, del segundo renglón se observa que el segundo término representa las contribuciones de las torres completas de Kaluza-Klein que hubieran existido si los

estados del modo cero hubieran coincidido con los estados excitados en esta teoría, mientras que el primer término representa el factor de compensación que surge debido a que los modos cero y los estados excitados son de hecho diferentes. Por tanto (3.57) implica que

$$\alpha_i^{-1}(\Lambda) = \alpha_i^{-1}(\mu_0) - \frac{b_i - \tilde{b}_i}{2\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu_0} - \frac{\tilde{b}_i}{4\pi} \int_{r\Lambda^{-2}}^{r\mu_0^{-2}} \frac{dt}{t} \left\{ \vartheta_3 \left(\frac{it}{\pi R^2} \right) \right\}^\delta. \quad (3.58)$$

El resultado (3.58) da el corrimiento exacto de los acoplamientos de norma del MSSM en presencia de una torre infinita de estados de Kaluza-Klein de bosones de norma y Higgses asociados con δ dimensiones extra compactificadas en círculos de radios R . De hecho, el efecto de los modos de Kaluza-Klein está incorporado completamente dentro de la función ϑ_3 . Notése que este resultado es verdadero para cualesquiera escalas de masa Λ y μ_0 , en particular no es necesario identificar μ_0 con R^{-1} .

Sin embargo, se espera que sea una descripción válida de la física el tratar el sector no quirral del MSSM como si estuviese en D dimensiones planas para escalas de energía mucho mayores que R^{-1} . Se demostrará ahora en que sentido esto es verdad.

Supongase por el momento que μ_0 y Λ son mucho mayores que R^{-1} . En este caso se tiene $t/R^2 \ll 1$, y se puede aproximar la función ϑ_3 usando (3.51). Se obtiene

$$\vartheta_3 \left(\frac{it}{\pi R^2} \right) \approx R \sqrt{\frac{\pi}{t}}. \quad (3.59)$$

Insertando esta aproximación en (3.58) y evaluando la integral se obtiene

$$\alpha_i^{-1}(\Lambda) = \alpha_i^{-1}(\mu_0) - \frac{b_i - \tilde{b}_i}{2\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu_0} - \frac{\tilde{b}_i X_\delta}{2\pi\delta} R^\delta (\Lambda^\delta - \mu_0^\delta). \quad (3.60)$$

Ahora identificando R^{-1} con μ_0 , se obtiene

$$\alpha_i^{-1}(\Lambda) = \alpha_i^{-1}(\mu_0) - \frac{b_i - \tilde{b}_i}{2\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu_0} - \frac{\tilde{b}_i X_\delta}{2\pi\delta} \left[\left(\frac{\Lambda}{\mu_0} \right)^\delta - 1 \right], \quad (3.61)$$

Una característica sobresaliente de (3.61) es el coeficiente X_δ que está presente en el segundo término. Este coeficiente se puede interpretar como implemento de una *normalización* para los parámetros de corte Λ y μ_0 presentes en las integraciones en D dimensiones.

De esta manera, dentro del contexto de una teoría del campo no renormalizable, el coeficiente X_δ esencialmente depende del regulador y del parámetro de corte. Incluso, si

se supone que el parámetro de corte Λ está asociado con la una escala fundamental de masa física M , como se discutió anteriormente, la relación entre Λ y M involucra una constante de proporcionalidad desconocida, la cual modificaría cualquier valor de X_δ que sería posible calcular por medio de argumentos de espacio fase.

Afortunadamente, como se discutió anteriormente, este problema se puede evitar recurriendo al truncamiento de la teoría de Kaluza-Klein. Esto conduce a

$$X_\delta = \frac{\pi^{\delta/2}}{\Gamma(1 + \delta/2)} = \frac{2\pi^{\delta/2}}{\delta\Gamma(\delta/2)} \quad (3.62)$$

donde Γ es the función gamma de Euler gamma que satisface $\Gamma(n) = (n-1)!$, $\Gamma(1) = 1$, y $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$. De esta manera, $X_0 = 1$ (como se espera), mientras que $X_1 = 2$, $X_2 = \pi$, $X_3 = 4\pi/3$, y así sucesivamente.

De hecho X_δ es nada menos que el volumen V_δ de una esfera unitaria en δ -dimensiones.

Estos mismos resultados (salvo por un factor dependiente de la regularización) se obtienen usando las EGR de Wilson continuo, el cual puede formularse en cualquier número de dimensiones.

3.7 Dificultades en Modelos de Radio de Compactificación Grande

El problema más serio in modelos con radio de compactificación grande es la estabilidad del protón. Debido a que en teorías de radio de compactificación grande la unificación de la masa es típicamente en el intervalo de TeV, comparado con la escala de unificación de 10^{16} GeV en teorías unificadas de manera normal, se tiene que suprimir los operadores de violación del número leptónico y número bariónico a ordenes muy altos. Para atacar este problema se ha sugerido suponer que el número bariónico se normaliza en el bulto y que esta simetría es entonces rota en una brana diferente de la brana física. Por otro lado Dienes y otro autores sugirieron un mecanismo que involucra reglas de selección de Kaluza-Klein, las cuales cancelan los diagramas del decaimiento del protón a cada orden en teoría de perturbaciones.

3.7.1 Dimensiones Extra y el Decaimiento del Protón

Procediendo como en los casos anteriores, se considera un escenario con dimensiones

extra. En el caso de un orbifoldio Z_2 se requiere que los campos cuánticos con dimensiones extra $\Phi(x)$ se descompongan en funciones pares e impares $\Phi_{\pm}(x)$ de estas coordenadas extra (3.30). Para el caso del decaimiento del protón se separan todos los campos cuánticos de la teoría de gran unificación en dos grupos dependiendo si estos se presentan sólo en el MSSM o si sólo se presentan en la teoría de gran unificación. De este manera, por ejemplo los quarks, leptones, gluones, W^{\pm} , Z , y los dobletes del Higgs son todos campos de la variedad $\Phi(x)$, mientras los X -bosones y los tripletes del Higgs pertenecen a los campos $\Psi(x)$. Se discutió anteriormente que las propiedades de simetría de los campos Φ deben ser con respecto a las coordenadas compactificadas y_i , $i = 1, \dots, \delta$. El hecho de que no se espere ver los campos Ψ a bajas energías sugiere que los campos Ψ deben ser funciones impares de y_i y por tanto sólo prevaleceran los campos Ψ_- como en (3.30). Esta elección preserva las simetrías de norma del MSSM al mismo tiempo que refleja el rompimiento de la simetría en las TGU por debajo de M'_{GUT} , y garantiza que los campos Ψ tienen modos distintos de cero, los cuales podrían ser observables a bajas energías. De esta manera, con esta elección, todos los campos que median el decaimiento del protón serán funciones impares de estas dimensiones extra de espacio-tiempo.

Este hecho tiene consecuencias “dramáticas” en el decaimiento del protón. Considérese un diagrama típico que puede mediar el decaimiento del protón Fig. 3.4. En la sección anterior se mencionó que los fermiones son restringidos a los puntos fijos del orbifoldio. Sin embargo, si los campos Ψ_- son funciones impares de las coordenadas compactificadas, entonces sus *funciones de onda se anulan en los puntos fijos del orbifoldio*. De hecho, esta propiedad se mantiene para todos los modos de Kaluza-Klein de los campos Ψ_- . De este modo, a todos los ordenes en teoría de perturbaciones simplemente no existe acoplamiento de los campos de los campos Ψ_- para los quarks y leptones a bajas energías en el MSSM. En otras palabras todos los diagramas perturbativos del decaimiento del protón, tal como el diagrama que se muestra en Fig. 3.4, se anulan idénticamente. Nótese que este resultado no solo es válido para todos los ordenes en teoría de perturbaciones si no también es independiente del número de dimensiones extra o de la escala de energía a la cual estas se presenten.

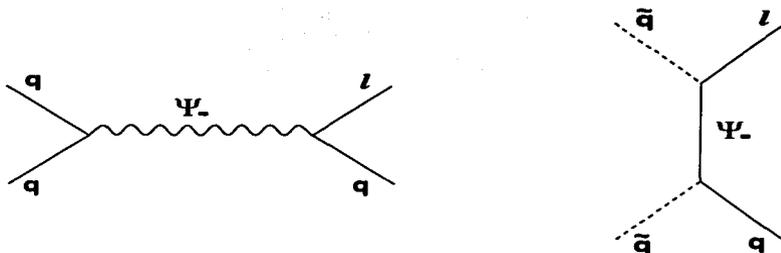


Figura 3.4: Diagramas típicos que median el decaimiento del protón. Las líneas externas corresponden a los quarks(s) y leptones del MSSM. Los campos internos Ψ corresponden a los X -bosones (diagrama de la izquierda) y a los campos del Higgsino (diagrama de la derecha). Las funciones de onda de los campos Ψ corresponden a funciones impares ($-$) de las coordenadas extra de espacio-tiempo. Con estas consideraciones, los vértices entre los campos Ψ y los fermiones quirales del MSSM se anulan y todos los posibles diagramas del decaimiento del protón se anulan a todos los órdenes en la teoría de perturbaciones.

Capítulo 4

Atracción Infrarroja en Dimensiones Extra

4.1 Introducción

En las secciones anteriores se mencionó que el punto de vista tradicional de las teorías de gran unificación estipula que sus escalas de energía intrínseca son excesivamente altas. En tales casos, la evidencia experimental en favor de tales teorías es a lo más indirecta. Más recientemente, sin embargo, se surgió que la presencia de dimensiones extra con radio de compactificación grande podría bajar significativamente las escalas de energía asociadas con tales teorías, quizás en el intervalo de TeV's. Por otro lado, también se mencionó la importancia de los puntos fijos *PFEIR* y *PFEUV*.

En este trabajo se propone una posibilidad "híbrida". Específicamente, se considera un escenario con una dimensión extra, en el cual las teorías fundamentales de la física retienen sus escalas características (energía alta). Sin embargo, en este escenario, es posible obtener una evidencia indirecta de su existencia. Para esto se recurre a las propiedades de los cuasi puntos fijos infrarrojos PCF de Hill, los cuales permiten encontrar los valores a bajas energías sin el conocimiento de la física a altas energías.

En concreto, se estudia el flujo del grupo de renormalización y la estructura infrarroja de las teorías de gran unificación con dimensiones extra. En estas teorías los acoplamientos se acercan mucho más rápido, en comparación al caso en cuatro dimensiones, hacia los puntos fijos infrarrojos debido a que el comportamiento analítico va como una ley de potencias. De esta manera se pueden imponer restricciones más fuertes a los acoplamientos

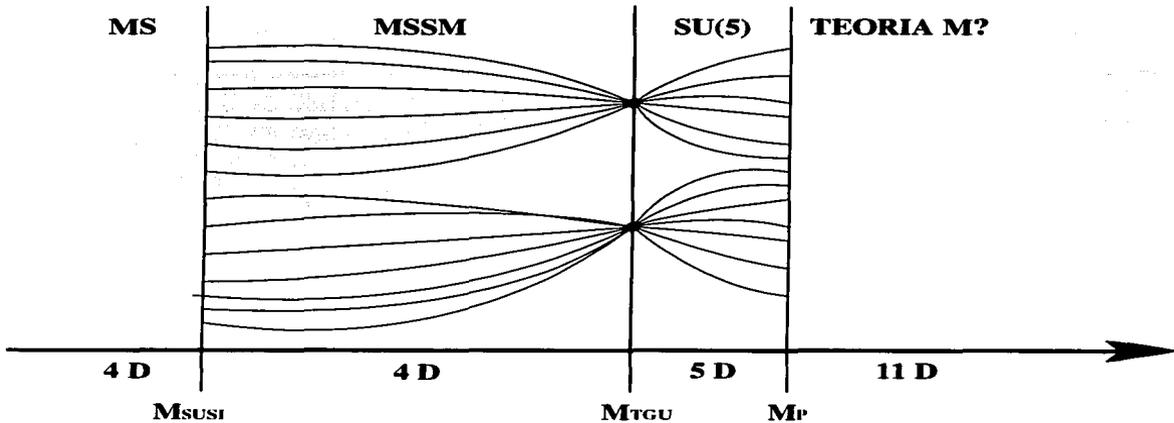


Figura 4.1: Escenario de gran unificación con una dimensión extra y PFEIR's.

en la región infrarroja. Se considera como ejemplo concreto un modelo supersimétrico $N = 1$ con grupo de norma $SU(5)$ mostrando las predicciones para los parámetros a bajas energías que se obtienen de la estructura de punto fijo en las ecuaciones del grupo de renormalización (ver figura 4.1).

4.2 Puntos Fijos Estables Infrarrojos

4.2.1 PFEIR de Pendleton-Ross

Pendleton y Ross [38] consideraron una teoría de norma en cuatro dimensiones con una supersimetría $N = 1$ y grupo de norma G . Un término cubico genérico del superpotencial toma la forma

$$W = \frac{1}{6} h^{IJK} \Phi_I \Phi_J \Phi_K, \quad (4.1)$$

donde h^{IJK} 's son los acoplamientos de Yukawa y Φ_I es el supercampo quiral que se transforma según la representación \mathbf{R}_I de G . La función β a un lazo del acoplamiento de

norma g está dada por [17]

$$\Lambda \frac{dg}{d\Lambda} = \beta_g = \frac{g^3}{(4\pi)^2} \left[\sum_I T(\mathbf{R}_I) - 3C_2(G) \right], \quad (4.2)$$

donde $T(\mathbf{R}_I)$ es el índice de Dynkin de la representación \mathbf{R}_I y $C_2(G)$ es el Casimir cuadrático de la representación adjunta del grupo G .

Las funciones β de los acoplamientos de Yukawa h^{IJK} , por virtud del teorema de no renormalización¹, se relacionan con las dimensiones anómalas γ_I^J del supercampo quiral Φ_I de la siguiente manera [17]

$$\Lambda \frac{dh^{IJK}}{d\Lambda} = \beta_h^{IJK} = \sum_P h^{IJP} \gamma_P^K + (K \leftrightarrow I) + (K \leftrightarrow J), \quad (4.3)$$

$$\gamma_I^J = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[\frac{1}{2} \sum_{P,Q} h_{IPQ} h^{JPQ} - 2\delta_I^J g^2 C_2(\mathbf{R}_I) \right], \quad (4.4)$$

donde $C_2(\mathbf{R}_I)$ es el Casimir cuadrático de la representación de \mathbf{R}_I y $h_{IJK} = (h^{IJK})^*$.

Por simplicidad se considerará sólo un acoplamiento de Yukawa h . Entonces las funciones β (4.2) y (4.3) toman la forma [19]:

$$\begin{aligned} \Lambda \frac{d\bar{\alpha}}{d\Lambda} &= -b\bar{\alpha}^2, \\ \Lambda \frac{dY}{d\Lambda} &= Y(-r\bar{\alpha} + sY), \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde

$$b = 2 \left[-\sum_I T(\mathbf{R}_I) + 3C_2(G) \right], \quad \bar{\alpha} = \frac{g^2}{(4\pi)^2} \quad y \quad Y = \frac{h^2}{(4\pi)^2}, \quad (4.6)$$

r y s son constantes positivas que dependen del modelo específico.

La evolución de Y determinada por el grupo de renormalización se expresa en términos del acoplamiento de norma g resolviendo la ecuación de reducción [20, 21]

$$-b\bar{\alpha}^2 \frac{dY}{d\bar{\alpha}} = Y(-r\bar{\alpha} + sY). \quad (4.7)$$

¹Ver apéndice A.

Resolviendo la ecuación diferencial (4.7) se obtiene la solución general

$$\tilde{Y}(\Lambda) = \tilde{Y}^* \left\{ 1 + \xi(\Lambda/\Lambda_0) [\tilde{Y}^*/\tilde{Y}(\Lambda_0) - 1] \right\}^{-1}, \quad \tilde{Y} = \frac{Y}{\tilde{\alpha}}, \quad (4.8)$$

donde \tilde{Y}^* es el valor del punto fijo

$$\tilde{Y}^* = \frac{r - b}{s}. \quad (4.9)$$

ξ se define

$$\xi(\Lambda/\Lambda_0) = \left(\frac{\tilde{\alpha}(\Lambda)}{\tilde{\alpha}(\Lambda_0)} \right)^{-\tilde{r}+1}, \quad (4.10)$$

y $\tilde{\alpha}(\Lambda)/\tilde{\alpha}(\Lambda_0)$ está dada por

$$\frac{\tilde{\alpha}(\Lambda)}{\tilde{\alpha}(\Lambda_0)} = 1 + \tilde{\alpha}(\Lambda) b \ln \frac{\Lambda_0}{\Lambda}. \quad (4.11)$$

De las expresiones (4.8) - (4.11) se observa que si $\xi \rightarrow 0$, \tilde{Y} tiende al valor de su punto fijo infrarrojo PFIR \tilde{Y}^* . De esta manera es posible predecir el valor del acoplamiento de Yukawa Y en términos del acoplamiento de norma g en la región infrarroja. El factor ξ es una medida de que tan rápido \tilde{Y} se acerca a \tilde{Y}^* . En teorías que no son libres asintóticamente ($b < 0$), la potencia $-\tilde{r}/b + 1$ de $\tilde{\alpha}(\Lambda)/\tilde{\alpha}(\Lambda_0)$ es mayor que la unidad, por tanto ξ se acerca a 0 relativamente rápido conforme $\Lambda \rightarrow 0$ [19, 39]. Por otro lado, en las teorías asintóticamente libres $\tilde{\alpha}(\Lambda)/\tilde{\alpha}(\Lambda_0) > 1$, de modo que $-\tilde{r}/b + 1$ debe ser negativo para que el método de PFIR se aplique.

En modelos realistas se identifica Λ_0 con la escala fundamental, por ejemplo la escala de Planck M_P , mientras que el valor infrarrojo de Λ se identifica con las escala de gran unificación TGU . En este caso la razón Λ_0/Λ es a lo más del orden de 10^3 , lo cual no siempre es suficiente para hacer un modelo predictivo.

4.2.2 PCF de Hill

Si $\tilde{Y}(\Lambda_0) \gg \tilde{Y}^*$ entonces es posible obtener un punto cuasifijo (PCF) de (4.8)

$$\tilde{Y}^{PCF} = \frac{\tilde{Y}^*}{1 - \xi(\Lambda/\Lambda_0)} \quad (4.12)$$

el cual es relativamente insensible a los valores iniciales [22].

En este trabajo se considera una escala de unificación convencional, es decir 10^{16} , y se usan las propiedades de los puntos fijos para encontrar los valores de los acoplamientos a esta escala.

4.3 Dimensiones Extra

Ahora veamos cómo se modifica este escenario con la presencia de dimensiones extra. Como se discutió en el capítulo 3, se considera un espacio-tiempo que consiste de cuatro dimensiones planas y δ dimensiones adicionales de radio R . Es decir, se consideran las ecuaciones del grupo de renormalización en un espacio-tiempo $(4 + \delta)$ dimensional [23, 24] y se supone que las δ dimensiones extra están compactificadas en un orbifoldio. Por simplicidad se supone que todos los radios de compactificación son iguales a R y que en la escala de TGU M_{TGU} es del orden de $\sim 1/R$. La teoría compactificada tiene una torre infinita de modos de Kaluza-Klein, y en la escala de compactificación anterior R^{-1} estos modos masivos de Kaluza-Klein son efectivos. Como una consecuencia de su propagación en lazos, las constantes de acoplamiento muestran un comportamiento como una ley de potencias [25]. Entonces las ecuaciones de evolución del grupo de renormalización (4.5) toman la forma

$$\begin{aligned} \Lambda \frac{d\tilde{\alpha}}{d\Lambda} &= -\tilde{b} X_\delta (R \Lambda)^\delta \tilde{\alpha}^2, \\ \Lambda \frac{dY}{d\Lambda} &= Y(-\tilde{r}\tilde{\alpha} + \tilde{s}Y) X_\delta (R \Lambda)^\delta, \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde ²

$$X_\delta = \frac{\pi^{\delta/2}}{\Gamma(1 + \delta/2)}. \quad (4.14)$$

Suponemos que los modos masivos de Kaluza-Klein forman supermultipletes $N = 2$ en cuatro dimensiones, lo cual implica que el coeficiente \tilde{b} para la función β de g está dado por

²Ver capítulo 3, sección 4.

$$\bar{b} = 2 \left[-2 \sum_{I'} T(\mathbf{R}_{I'}) + 2C_2(G) \right], \quad (4.15)$$

donde I' corre sobre todos los hypermultipletes $N = 2$. La ecuación de reducción (4.7) es entonces

$$-\bar{b}\bar{\alpha}^2 X_\delta (R \Lambda)^\delta \frac{dY}{d\bar{\alpha}} = Y(-\bar{r}\bar{\alpha} + \bar{s}Y) X_\delta (R \Lambda)^\delta. \quad (4.16)$$

Puesto que el factor $X_\delta (R \Lambda)^\delta$ está en ambos lados de la expresión por ende se anula. Entonces se obtiene la misma ecuación diferencial para Y como en (4.7), de manera que se tiene la misma solución para Y como en (4.8). Sólo se tiene que hacer la sustitución $b \rightarrow \bar{b}$, $r \rightarrow \bar{r}$ y $s \rightarrow \bar{s}$. La medida de la supresión ξ también es la misma que en (4.10), pero la evolución de $\bar{\alpha}$ es diferente

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\alpha}(\Lambda)}{\bar{\alpha}(\Lambda_0)} &= 1 + \bar{\alpha}(\Lambda) \bar{b} \frac{X_\delta}{\delta} R^\delta (\Lambda_0^\delta - \Lambda^\delta) \\ &\simeq \bar{\alpha}(\Lambda) \bar{b} \frac{X_\delta}{\delta} (R\Lambda_0)^\delta, \end{aligned} \quad (4.17)$$

la cual se debe comparar para el caso en cuatro dimensiones (4.11). Se observa que como resultado del comportamiento del “corrimiento” como una ley de potencias, el factor de supresión ξ (4.10) se puede hacer ahora muy pequeño. Incluso, si $\Lambda_0 = M_P$ y $\Lambda = M_G \sim 1/R$ no difieren mucho. De este manera, la fuerza atractiva infrarroja se amplifica con la presencia de dimensiones extra. En la siguiente sección se considera un ejemplo concreto basado en el grupo de norma $SU(5)$.

4.4 Aplicación a un Modelo $SU(5)$

4.4.1 Atracción Infrarroja de los Acoplamientos de Yukawa

Como ejemplo concreto se considera un modelo supersimétrico $SU(5)$ en cinco dimensiones [28] ($\delta = 1$). Los supercampos de Higgs $H(5)$ y $\bar{H}(\bar{5})$, los cuales se usan para romper la simetría electrodébil, forman un hypermultiplete $N = 2$. Los supercampos de Higgs adjuntos $\Sigma(24)$ que rompen $SU(5)$ en $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ forman junto con el

supermultiplete de norma $N = 1$ un supermultiplete vectorial $N = 2$. Ellos se propagan en un fondo de cinco dimensiones. Entonces se desarrolla en términos de supercampos quirales $N = 1$ en cuatro dimensiones

$$\Sigma(\theta, x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Sigma_{(n)}(\theta, x^\mu) \exp(iny/R), \quad (4.18)$$

de manera similar para \bar{H}

$$H(\theta, x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{(n)}(\theta, x^\mu) \exp(iny/R), \quad (4.19)$$

donde y es la coordenada en cinco dimensiones y va de $-\pi R$ a πR .

Suponemos que en el *bulto* la supersimetría $N = 2$ se rompe explícitamente a una supersimetría $N = 1$, y que el superpotencial que describe esta parte en cuatro dimensiones se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} W_B = & \sum_n \left(\mu_H + \frac{|n|}{R} \right) \bar{H}_{(n)} H_{(-n)} + g \sum_{l+m+n=0} \bar{H}_{(l)} \Sigma_{(m)} H_{(n)} \\ & + \frac{1}{2} \sum_n \left(\mu_\Sigma + \frac{|n|}{R} \right) \Sigma_{(n)} \Sigma_{(-n)} + \frac{h_\sigma}{3} \sum_{l+m+n=0} \Sigma_{(l)} \Sigma_{(m)} \Sigma_{(n)}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde el acoplamiento g del segundo término es el acoplamiento de norma que se sigue de la supersimetría $N = 2$.

Los supercampos quirales $\Psi^i(10)$ y $\Phi(5)^i$ en $N = 1$, donde i corre sobre las tres generaciones, se consideran como campos de borde, de este modo no tienen excitaciones de Kaluza-Klein ³.

El superpotencial de frontera está dado por

$$W = \frac{h_U^{ij}}{4} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta\tau} \Psi_{\alpha\beta}^i \Psi_{\gamma\delta}^j \sum_{n=0} H_{\tau(n)} + \sqrt{2} h_D^{ij} \Phi^{\alpha i} \Psi_{\alpha\beta}^j \sum_{n=0} \bar{H}_{(n)}^\beta, \quad (4.21)$$

donde α, β, \dots son índices de $SU(5)$ y h_U y h_D son los acoplamientos de Yukawa que generan las masas de los leptones y quarks. En la base jerárquica de los fermiones, los

³No se introducen neutrinos derechos, puesto que por simplicidad se quiere despreciar las masas de los neutrinos y sus mezclas. Esta discusión también se puede aplicar a TGU's sobre orbifoldios [40, 41, 42], en la cual la transformación de paridad $Z_2 \times Z_2'$ no conmuta con la simetría de norma y consecuentemente la simetría TGU se rompe a una simetría de norma de energía baja.

componentes de la tercera familia son más dominantes. Por tanto, sólo se considera la tercera generación en los acoplamientos de Yukawa y se aproxima h_b^j por $h_t \delta^{t3} \delta^{j3}$ y de manera similar h_D^j por $h_b \delta^{t3} \delta^{j3}$.

Las dimensiones anómalas a un lazo resultan ser

$$\gamma_{10} = \left(-\frac{36}{5} \bar{\alpha} + 3Y_t + 2Y_b \right) \times X_1 (R \Lambda) , \quad (4.22)$$

$$\gamma_5 = \left(-\frac{24}{5} \bar{\alpha} + 4Y_b \right) \times X_1 (R \Lambda) , \quad (4.23)$$

$$\gamma_H = 3Y_t , \quad \gamma_H = 4Y_b , \quad (4.24)$$

donde $\bar{\alpha} = g^2/(4\pi)^2$, $Y_i (i = t, b) = h_i^2/(4\pi)^2$ y X_1 se define (4.14). En virtud de la supersimetría $N = 2$, las dimensiones anómalas de los supermultipletes de Higgs γ_H y γ_H , sólo reciben contribuciones de Ψ^3 y Φ^3 . Como se observa en (4.24) no están multiplicados por el factor $(R \Lambda)$ puesto que por suposición Ψ^3 y Φ^3 no tienen excitaciones de Kaluza-Klein. De esta manera, es conveniente despreciar γ_H y γ_H en las discusiones que siguen. Sin embargo, vale la pena mencionar que esto no se puede justificar automáticamente, puesto que la supersimetría $N = 2$ está explícitamente rota en (4.20). El término que rompe fuertemente dicha supersimetría es el último término del superpotencial (4.20). Este término influye en el acoplamiento $\bar{H}\Sigma H$ en (4.20), y como resultado su constante de acoplamiento se desvía del acoplamiento de norma g . La desviación es proporcional a h_σ^2 . Si la desviación es grande, no es posible despreciar γ_H y γ_H . Por tanto, se supone que h_σ es muy pequeña, lo cual también se requiere de la constricción en el decaimiento del protón [29]. (Los Higgs “coloreados” son más grades que 8×10^{16} GeV [30].)

Bajo estas suposiciones, es posible calcular las funciones β a un lazo a a partir de las dimensiones anómalas (??) usando (4.5). Se obtiene

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{\alpha} = -18\bar{\alpha}^2 \times X_1 (R \Lambda) , \quad (4.25)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} Y_t = Y_t \left(-\frac{72}{5} \bar{\alpha} + 6Y_t + 4Y_b \right) \times X_1 (R \Lambda) , \quad (4.26)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} Y_b = Y_b \left(-12\bar{\alpha} + 3Y_t + 6Y_b \right) \times X_1 (R \Lambda) . \quad (4.27)$$

Para observar la estructura de punto fijo en una manera más transparente se considera la razón de los acoplamientos $\tilde{Y}_i = Y_i/\bar{\alpha} = h_i^2/g^2$ ($i = t, b$) (los cuales fueron introducidos en (4.6)). Las ecuaciones de evolución correspondientes son

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \tilde{Y}_i = \bar{\alpha} \tilde{Y}_i \left(-\frac{27}{5} + 6\tilde{Y}_i + 4\tilde{Y}_b \right) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.28)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \tilde{Y}_b = \bar{\alpha} \tilde{Y}_b \left(-3 + 3\tilde{Y}_i + 6\tilde{Y}_b \right) \times X_1(R, \Lambda). \quad (4.29)$$

De este sistema acoplado (4.28) y (4.29) se obtienen cuatro puntos fijos, los cuales se muestran en la figura 4.2.

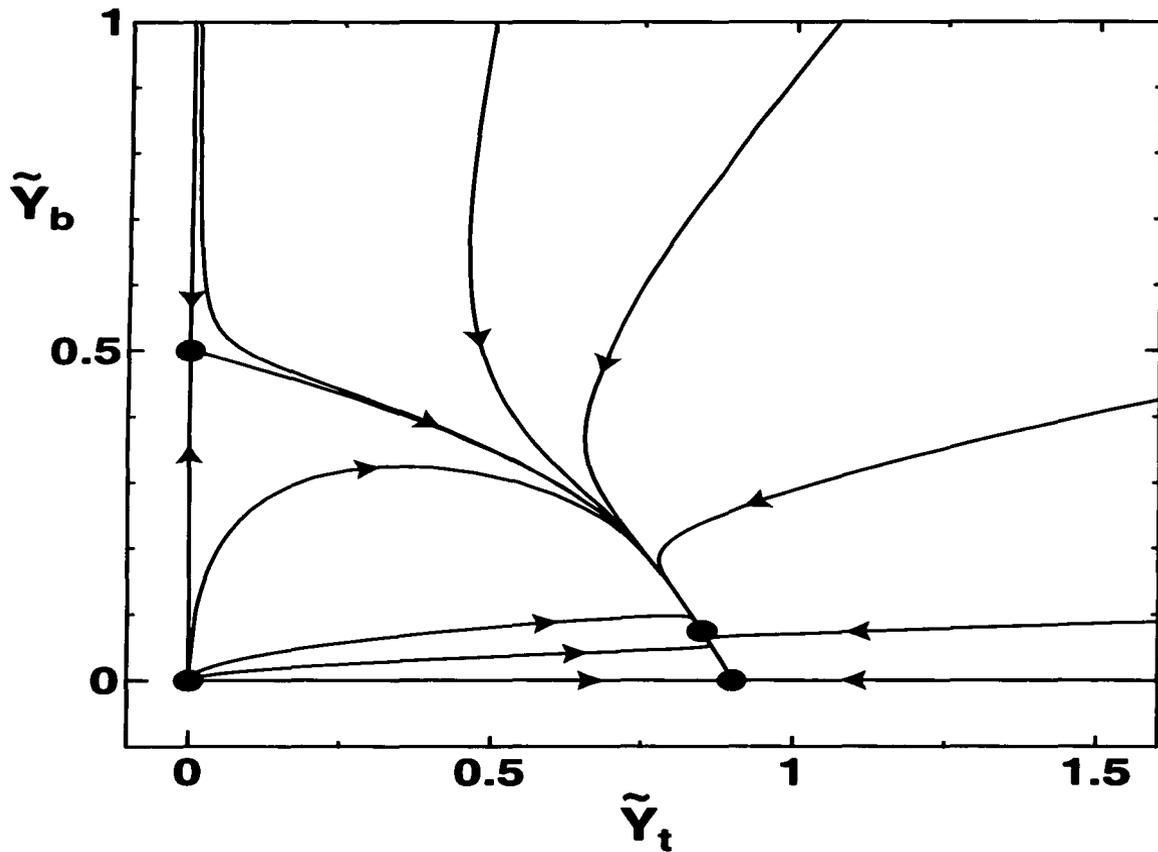
$$(\tilde{Y}_i^*, \tilde{Y}_b^*) = (0, 0), \left(\frac{17}{20}, \frac{3}{40} \right), \left(\frac{9}{10}, 0 \right), \left(0, \frac{1}{2} \right). \quad (4.30)$$

Como se observa, el origen $(0, 0)$ es un punto fijo estable ultravioleta *PFEUV*. El punto $(\frac{17}{20}, \frac{3}{40})$ es un punto fijo estable infrarrojo *PFEIR* (el punto fijo de Pendleton-Ross), mientras que para los otros dos puntos $(\frac{9}{10}, 0)$ y $(0, \frac{1}{2})$ existen direcciones tanto atractivas como repulsivas. Para el punto $(\frac{9}{10}, 0)$ la dirección perpendicular al eje \tilde{Y}_b es la dirección infrarroja atractiva, de manera similar, para el punto $(0, \frac{1}{2})$ la dirección infrarroja atractiva es la dirección perpendicular al eje \tilde{Y}_i .

De existir una teoría fundamental, por ejemplo la teoría de cuerdas, las constantes de acoplamiento podrían estar unificadas. Sin embargo, en general no tiene por qué ser de esta manera. Entonces, por simplicidad, es posible suponer que los acoplamientos de Yukawa están unificados ($\tilde{Y}_i = \tilde{Y}_b$) a la escala de M_P . El análisis que se ha realizado en este trabajo es el que corresponde al caso más general. Sin embargo en algunas de las figuras se presenta el caso $\tilde{Y}_i = \tilde{Y}_b$ en M_P ya que ilustra de manera más simple las propiedades de los puntos fijos del análisis.

En la figura 4.3 se muestra la atracción infrarroja de los acoplamientos de Yukawa \tilde{Y}_i y \tilde{Y}_b donde se ha iniciado con un intervalo amplio de valores iniciales para \tilde{Y}_i $[0.1, 5]$ a la escala de Plank $M_P = 10^{19} GeV$ y se han calculado las trayectorias del GR hacia $M_{TGU} = 10^{16} = M_P \times 10^{-3}$. Se ha supuesto que $\alpha_{TGU} = \bar{\alpha}(M_{TGU})4\pi = 0.04$. Esta atracción infrarroja se debe comparar con aquella en el caso correspondiente en cuatro dimensiones, lo cual se muestra en la figura 4.4.

Comparando los resultados de la figura 4.3 y figura 4.4, se observa que en el caso en cinco dimensiones, gracias a la evolución en ley de potencias, los acoplamientos de Yukawa evolucionan mucho más rápido hacia el PFEIR que en el caso en cuatro dimensiones. Aunque la atracción infrarroja en cinco dimensiones es muy fuerte, se obtiene que $M_P/M_{TGU} \times 10^3$ no es lo suficientemente grande para que \tilde{Y}_i converja realmente a un punto fijo en este modelo, sino a un intervalo. Los valores infrarrojos son

Figura 4.2: Flujo del GR en el espacio \tilde{Y}_t y \tilde{Y}_b .

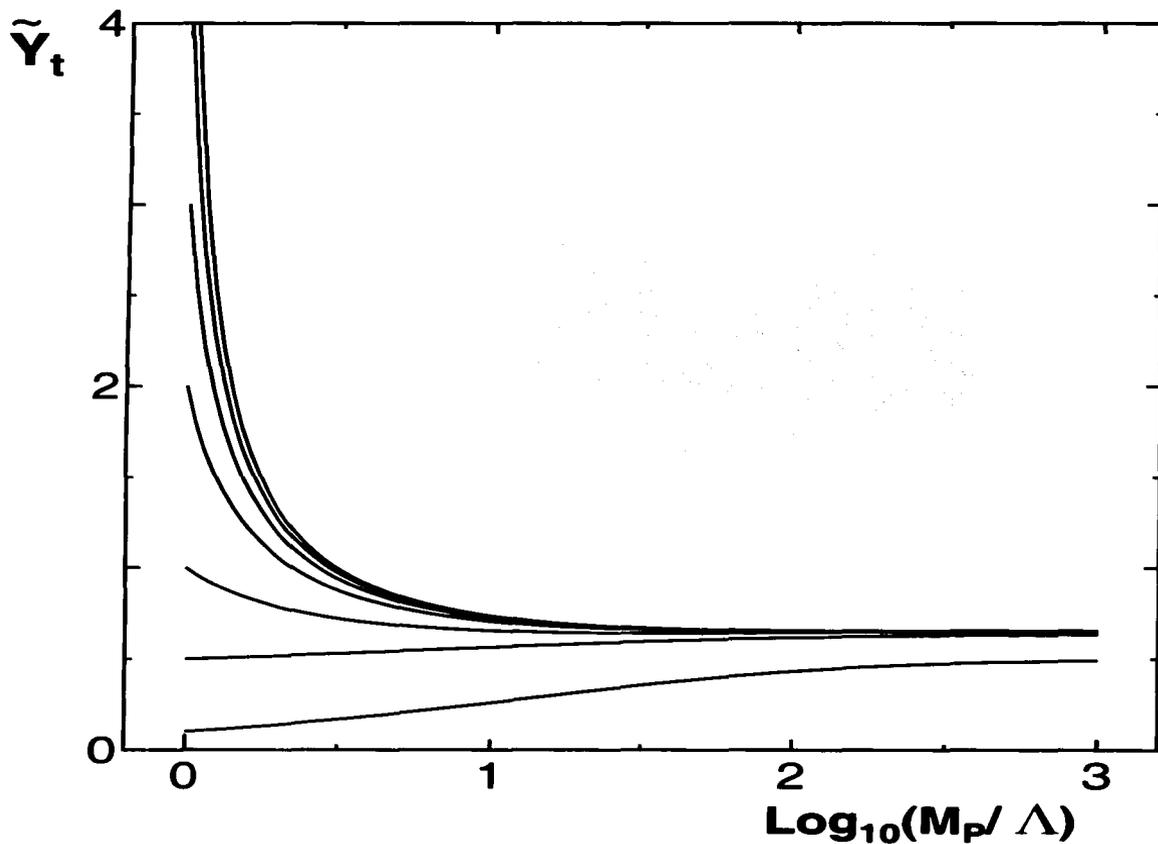


Figura 4.3: Evolución del GR de \tilde{Y}_t en cinco dimensiones ($\tilde{Y}_t = \tilde{Y}_b$ a la escala de M_P).

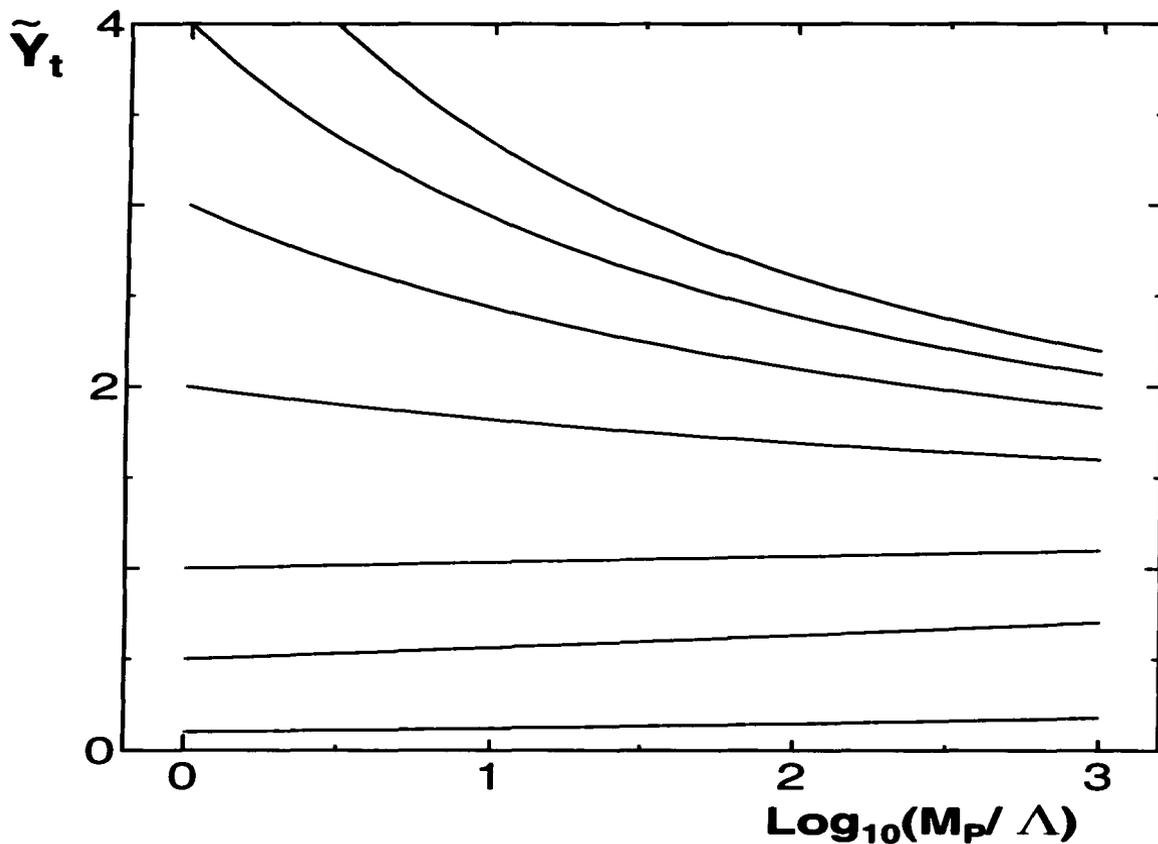


Figura 4.4: Evolución del GR de \tilde{Y}_t en cuatro dimensiones ($\tilde{Y}_t = \tilde{Y}_b$ a la escala de M_p).

$$\tilde{Y}_i(M_G) \in [0.5, 0.65] , \tilde{Y}_b(M_G) \in [0.2, 0.36]. \quad (4.31)$$

Si $\tilde{Y}_i(M_P) > 1$ entonces \tilde{Y}_i converge a los valores del punto cuasifijo (4.12)

$$\tilde{Y}_i(M_G) \approx 0.65 , \tilde{Y}_b(M_G) \approx 0.36 , \quad \text{para el caso } \tilde{Y}_i(M_P) = \tilde{Y}_b(M_P). \quad (4.32)$$

Se puede considerar que estos valores del punto cuasifijo son cotas superiores para los acoplamientos de Yukawa a la escala de M_{TGU} .

En el siguiente análisis se hablará del caso más general, es decir constantes de acoplamiento distintos.

En la figura 4.5 se muestra el flujo del grupo de renormalización RG en el espacio de Y_i y Y_b entre M_P y M_{TGU} .

De la figura 4.5 se observa que el flujo del grupo de renormalización converge a una línea atractiva cuasi-infrarroja. Los valores de los parámetros \tilde{Y}_i y \tilde{Y}_b en M_{GUT} se tomarán como condiciones iniciales para calcular la masa del quark top. A la escala electrodébil se calcula la masa del quark top, fijando la masa del lepton τ . En este caso la masa del quark bottom resulta una predicción del análisis. La masa del quark top se calcula usando la formula [31, 32, 33]

$$M_t = m_t(M_t) \left[1 + \frac{4}{3} \frac{\alpha_3(M_t)}{\pi} + 10.95 \left(\frac{\alpha_3(M_t)}{\pi} \right)^2 - 0.3 \frac{\alpha_t(M_t)}{\pi} \right], \quad (4.33)$$

donde $\alpha_3 = g_3^2/4\pi$, $\alpha_t = (h_t^{SM})^2/4\pi$ y $m_t(\mu)$ representa el “corrimiento” de la masa del top en el esquema de substracción mínima modificado y está dado por

$$m_t(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2}} h_t^{SM}(\mu) v(\mu), \quad (4.34)$$

donde $v(M_Z) = 246.22\text{GeV}$. Se utilizaron los siguientes parámetros iniciales [34].

$$\begin{aligned} \alpha_1(M_Z) &= 0.0169 , \alpha_2(M_Z) = 0.0337 , \\ M_\tau &= 1.78\text{GeV} , M_Z = 91.187\text{GeV} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Suponemos que por debajo de M_G la teoría efectiva es MSSM, y por debajo de M_{SUSY} la teoría resultante es el ME. Con estas suposiciones y las condiciones de gran unificación

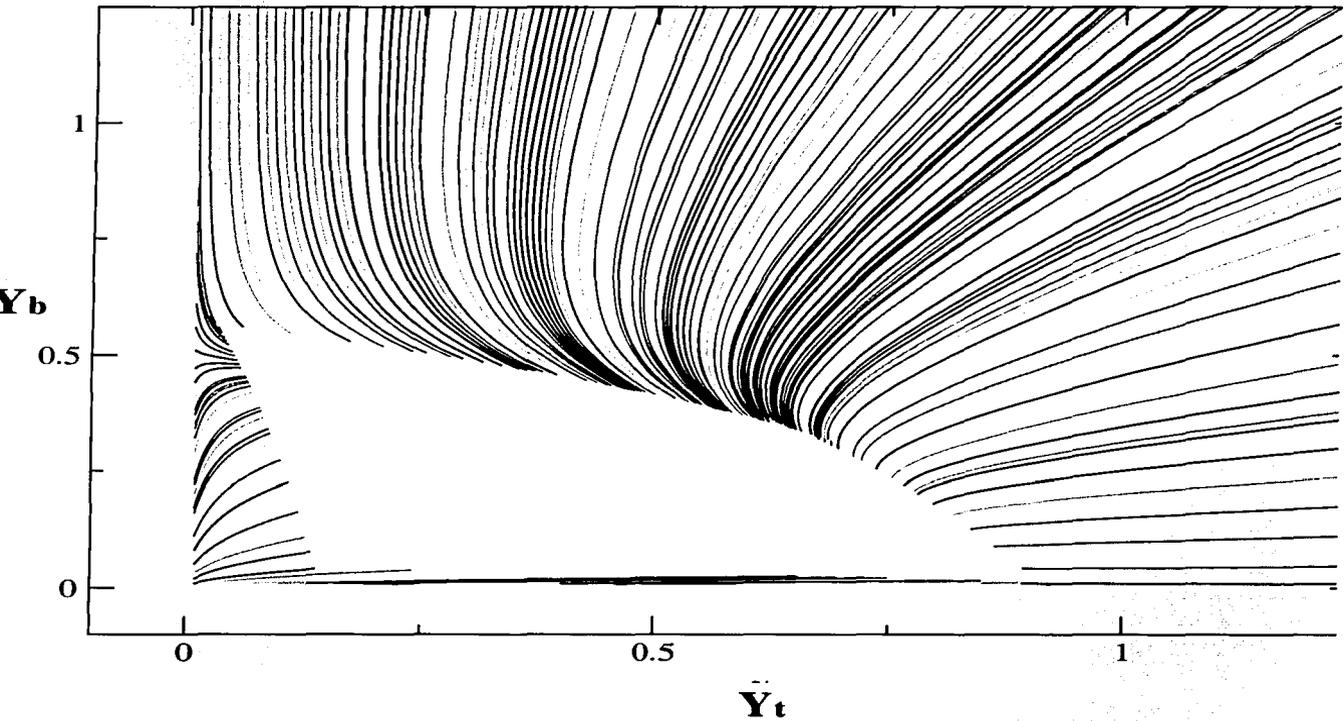


Figura 4.5: Flujo del GR en el espacio \tilde{Y}_t y \tilde{Y}_b entre M_P y M_{GUT} .

de $SU(5)$, se puede inferir la región que es consistente con los valores experimentales de la masa física del quark top

$$M_t = (174.3 \pm 5.1) \text{ GeV.} \quad (4.36)$$

4.4.2 Atracción Infrarroja para los Términos de Rompimiento Suave

Se supuso que en el “bulto” la supersimetría $N = 2$ se rompe explícitamente en $N = 1$ y que el superpotencial de esta parte se puede escribir como (4.20). También se supuso que la supersimetría $N = 1$ se rompe por algún mecanismo de tal forma que el rompimiento se puede expresar como función de los términos de rompimiento suave (SSB). En principio los términos SSB pueden ser diferentes para los distintos modos de Kaluza-Klein, pero en este trabajo se supone que el rompimiento aparece de la misma forma y magnitud para cada excitación.

Esto se puede realizar, por ejemplo, si la supersimetría $N = 1$ se rompe en un sector oculto respetando la invariancia de Lorentz en cinco dimensiones ⁴.

En base a esta suposición, el lagrangiano SSB tiene la forma

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{SSB}} = & m_{H_5}^2 \sum_n \hat{H}_{(n)}^* \hat{H}_{(n)} + m_{\hat{H}_5}^2 \sum_n \hat{H}_{(n)}^* \hat{H}_{(n)} + m_{\hat{\Sigma}}^2 \sum_n \hat{\Sigma}_{(n)}^\dagger \hat{\Sigma}_{(n)} \\ & + \sum_{i,j}^3 [(m_5^2)^{ij} \hat{\Phi}^{*i} \hat{\Phi}^j + (m_{10}^2)^{ij} \hat{\Psi}^{\dagger i} \hat{\Psi}^j] \\ & + \{ \frac{1}{2} M \sum_n \lambda_{(-n)} \lambda_{(n)} + B_H \sum_n \hat{H}_{(n)} \hat{H}_{(-n)} + \frac{B_\Sigma}{2} \sum_n \hat{\Sigma}_{(n)} \hat{\Sigma}_{(-n)} \\ & + a_f \sum_{l+m+n=0} \hat{H}_{(l)} \hat{\Sigma}_{(m)} \hat{H}_{(n)} + \frac{a_\sigma}{3} \sum_{l+m+n=0} \hat{\Sigma}_{(l)} \hat{\Sigma}_{(m)} \hat{\Sigma}_{(n)} \\ & + \frac{a_t}{4} \hat{\Psi}^3 \hat{\Psi}^3 \sum_n \hat{H}_{(n)} + \sqrt{2} a_b \hat{\Phi}^3 \hat{\Psi}^3 \sum_n \hat{H}_{(n)} + \text{h.c.} \} , \quad (4.37) \end{aligned}$$

Como se ha despreciado la mezcla entre las generaciones de los fermiones, también se desprecia la mezcla entre sus compañeros escalares (4.37).

Antes de considerar la evolución de los parámetros SSB, veamos la relación (4.17) para este modelo. Se obtiene que

⁴Si la supersimetría $N = 1$ se rompe por el mecanismo de Sherk-Schwarz, esto no se puede realizar.

$$\frac{\tilde{\alpha}(M_{TGV})}{\tilde{\alpha}(M_P)} \simeq 36 \frac{\alpha_G}{4\pi} (M_P/M_{TGV}) \simeq 0.1 \times (M_P/M_{TGV}) \simeq 10^2, \quad (4.38)$$

donde se ha usado $\alpha_G = 0.04$ y $M_P/M_{TGV} = 10^3$.

Considerando este hecho, se considera la evolución para la masa del gaugino M y $a_f/(Mg)$:

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} M = -18\tilde{\alpha}M \times X_1(R\Lambda), \quad (4.39)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \left(\frac{a_f}{Mg} \right) = \frac{196}{5} \left(1 + \frac{a_f}{Mg} \right) \tilde{\alpha} \times X_1(R\Lambda), \quad (4.40)$$

donde se ha recurrido a la suposición de que h_σ es muy pequeña y es posible despreciarlo ($\tilde{\alpha} = g^2/16\pi^2$).

Se obtiene que la evolución de las ecuaciones tiene la forma

$$M(M_G) = M(M_P) \frac{\tilde{\alpha}(M_G)}{\tilde{\alpha}(M_P)} \simeq 10^2 M(M_P), \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{a_f}{Mg}(M_G) &= -1 + \left(1 + \frac{a_f}{Mg}(M_P) \right) \left[\frac{\tilde{\alpha}(M_G)}{\tilde{\alpha}(M_P)} \right]^{-196/45} \\ &\simeq 1 + \left(1 - \frac{a_f}{Mg}(M_P) \right) 10^{-7}, \end{aligned} \quad (4.42)$$

De este modo se ve de (4.42) que $a_f \simeq -Mg$ durante la evolución. En lo que respecta a a_σ , se escribe $h_\sigma A_\sigma$. Entonces bajo las circunstancias de que h_σ se puede despreciar y $a_f \simeq -Mg$, A_σ satisface

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} A_\sigma = 54\tilde{\alpha}M \times X_1(R\Lambda), \quad (4.43)$$

de donde se obtiene que $A_\sigma \simeq -3M$ en el régimen infrarrojo. Nótese que $a_\sigma = A_\sigma h_\sigma$, al igual que A_σ , forman parte de las ecuaciones de evolución de los otros parámetros SSB. Sin embargo, se puede despreciar a_σ , puesto que se ha supuesto que h_σ es despreciable. Por tanto, en la siguiente discusión se trabajará con

$$a_f = -Mg, \quad a_\sigma = 0. \quad (4.44)$$

Las funciones β para el resto de los parámetros SSB están dadas por [17, 35, 36].

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} B_{II} = \Lambda \frac{d}{d\Lambda} \mu_H = 0, \quad (4.45)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} A_t = \left(\frac{144}{5} \bar{\alpha} M + 12Y_t A_t + 8Y_b A_b \right) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.46)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} A_b = (24\bar{\alpha} M + 6Y_t A_t + 12Y_b A_b) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.47)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} m_{H_s}^2 = - \left(\frac{48}{5} M^2 - \frac{48}{5} (m_{H_s}^2 + m_{H_b}^2 + m_{\Sigma}^2) \right) \bar{\alpha} \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.48)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} m_{H_b}^2 = - \left(\frac{48}{5} M^2 - \frac{48}{5} (m_{H_s}^2 + m_{H_b}^2 + m_{\Sigma}^2) \right) \bar{\alpha} \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.49)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} m_{\Sigma}^2 = - (38M^2 - 2(m_{H_s}^2 + m_{H_b}^2 + m_{\Sigma}^2)) \bar{\alpha} \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.50)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} m_{10}^2 = - \left(\frac{144}{5} \bar{\alpha} M^2 - 6Y_t (2m_{10}^2 + m_{H_s}^2 + A_t^2) - 4Y_b (m_{10}^2 + m_b^2 + m_{H_b}^2 + A_b^2) \right) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.51)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} m_b^2 = - \left(\frac{96}{5} \bar{\alpha} M^2 - 8Y_b (m_{10}^2 + m_b^2 + m_{H_b}^2 + A_b^2) \right) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.52)$$

donde

$$A_i = \frac{a_i}{h_i}, \quad Y_i = \frac{h_i^2}{16\pi^2} \quad (i = t, b), \quad (4.53)$$

m_{10}^2 y m_b^2 son las masas escalares suaves de la tercera generación.

Para discutir la estructura de puntos fijos, se considerarán los parámetros adimensionales

$$\bar{A}_i = \frac{A_i}{M} \quad (i = t, b), \quad \bar{m}_a^2 = \frac{m_a^2}{M^2} \quad (a = H_s, H_b, \Sigma, 10, b), \quad (4.54)$$

los cuales satisfacen el siguiente conjunto de ecuaciones de evolución:

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{A}_t = \bar{\alpha} \left(\frac{144}{5} + \bar{A}_t (12\bar{Y}_t + 18) + 8\bar{Y}_b \bar{A}_b \right) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.55)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{A}_b = \bar{\alpha} (24 + 6\bar{A}_t \bar{Y}_t + \bar{A}_b (12\bar{Y}_b + 18)) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.56)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{m}_{H_s}^2 = -\bar{\alpha} \left(\frac{48}{5} - 36\bar{m}_{H_s}^2 - \frac{48}{5} (\bar{m}_{H_s}^2 + \bar{m}_{H_b}^2 + \bar{m}_{\Sigma}^2) \right) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.57)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{m}_{H_b}^2 = -\bar{\alpha} \left(\frac{48}{5} - 36\bar{m}_{H_b}^2 - \frac{48}{5} (\bar{m}_{H_s}^2 + \bar{m}_{H_b}^2 + \bar{m}_{\Sigma}^2) \right) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.58)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{m}_{\Sigma}^2 = -\bar{\alpha} (38 - 36\bar{m}_{\Sigma}^2 - 2(\bar{m}_{H_s}^2 + \bar{m}_{H_b}^2 + \bar{m}_{\Sigma}^2)) \times X_1(R, \Lambda), \quad (4.59)$$

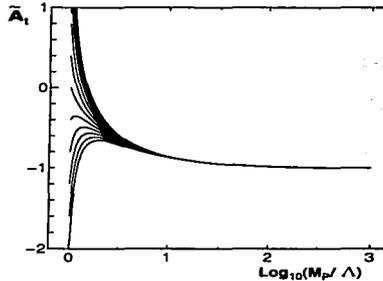


Figura 4.6: Evolución del GR de \bar{A}_t ($\bar{Y}_t = \bar{Y}_b = 5$ a la escala de M_P).

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{m}_{10}^2 = -\bar{\alpha} \left(\frac{144}{5} - 36\bar{m}_{10}^2 - 6\bar{Y}_t(2\bar{m}_{10}^2 + \bar{m}_{H_s}^2 + \bar{A}_t^2) - 4\bar{Y}_b(\bar{m}_{10}^2 + \bar{m}_5^2 + \bar{m}_{H_s}^2 + \bar{A}_b^2) \right) \times X_1(R\Lambda), \quad (4.60)$$

$$\Lambda \frac{d}{d\Lambda} \bar{m}_5^2 = -\bar{\alpha} \left(\frac{96}{5} - 36\bar{m}_5^2 - 8\bar{Y}_b(\bar{m}_{10}^2 + \bar{m}_5^2 + \bar{m}_{H_s}^2 + \bar{A}_b^2) \right) \times X_1(R\Lambda). \quad (4.61)$$

De este sistema acoplado, se obtiene que el punto fijo más atractivo está dado por

$$\begin{aligned} & (\bar{Y}_t^*, \bar{Y}_b^*, \bar{A}_t^*, \bar{A}_b^*, \bar{m}_{H_s}^{2*}, \bar{m}_{H_s}^{2*}, \bar{m}_\Sigma^{2*}, \bar{m}_{10}^{2*}, \bar{m}_5^{2*}) = \\ & \left(\frac{17}{20}, \frac{3}{40}, -1, -1, 0, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (4.62)$$

En las figuras 4.6 a 4.11 se muestra el comportamiento del corrimiento de los términos de rompimiento suave de la supersimetría \bar{A}_t , \bar{A}_b , \bar{m}_{10}^2 , \bar{m}_5^2 , $\bar{m}_{H_s}^2$ y \bar{m}_Σ^2 respectivamente. En la figura 4.11 se tomó $\bar{Y}_t = \bar{Y}_b = 5$ a la escala de M_P y $\bar{A}_t = \bar{A}_b = 0$ a la escala de M_P .

En estas figuras se puede observar la fuerte atracción a un punto fijo. Para el caso particular $\bar{Y}_t = \bar{Y}_b = 5$ a la escala de M_P , se obtienen los valores infrarrojos

$$\begin{aligned} \bar{A}_t(M_G) &\approx -1.00, \quad \bar{A}_b(M_G) \approx -0.87 \\ \bar{m}_{10}^2(M_G) &\approx 0.51, \quad \bar{m}_5^2(M_G) \approx 0.39 \\ \bar{m}_{H_s}^2(M_G) &\approx \bar{m}_{H_s}^2(M_G) \approx 0, \quad \bar{m}_\Sigma^2(M_G) \approx 1 \end{aligned} \quad (4.63)$$

En la figuras 4.12, 4.13, 4.14 y 4.15 se muestran el cambio de estos valores infrarrojos con el cambio de la condición inicial $\bar{Y}_i(M_P)$.

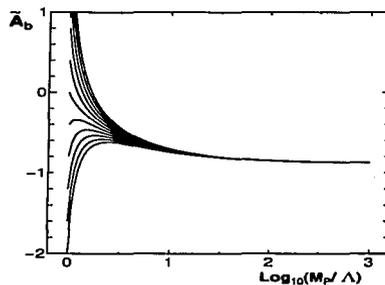


Figura 4.7: Evolución del GR de \bar{A}_b ($\bar{Y}_t = \bar{Y}_b = 5$ a la escala de M_P).

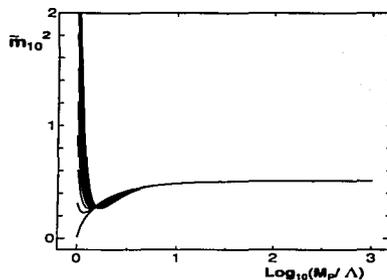


Figura 4.8: Evolución del GR de la masa escalar suave \bar{m}_{10} ($\bar{Y}_t = \bar{Y}_b = 5$, $\bar{A}_t = \bar{A}_b = 0$ a la escala de M_P).

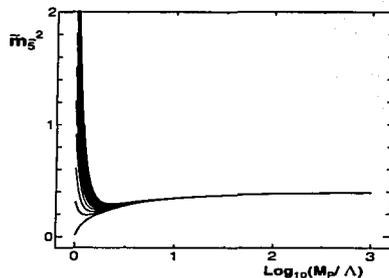


Figura 4.9: Evolución del GR de la masa escalar suave \tilde{m}_S ($\tilde{Y}_l = \tilde{Y}_b = 5$, $\tilde{A}_l = \tilde{A}_b = 0$ a la escala de M_P).

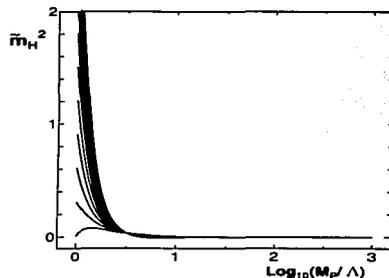


Figura 4.10: Evolución del GR de la masa escalares suave \tilde{m}_H^2 ($\tilde{Y}_l = \tilde{Y}_b = 5$, $\tilde{A}_l = \tilde{A}_b = 0$ a la escala de M_P).

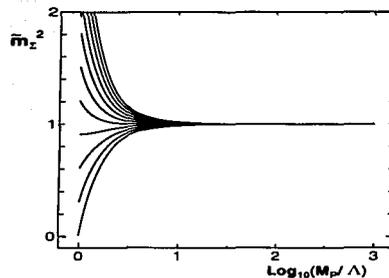


Figura 4.11: Evolución del GR de la masa escalares suave \bar{m}_z^2 ($\tilde{Y}_t = \tilde{Y}_b = 5$, $\tilde{A}_t = \tilde{A}_b = 0$ a la escala de M_P).

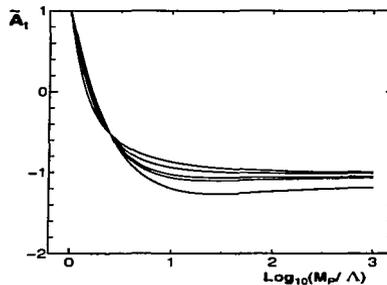


Figura 4.12: Evolución de \tilde{A}_t para diferentes valores iniciales de \tilde{Y}_i .

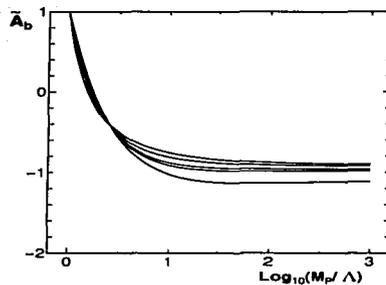


Figura 4.13: Evolución de \bar{A}_b para diferentes valores iniciales de \tilde{Y}_i .

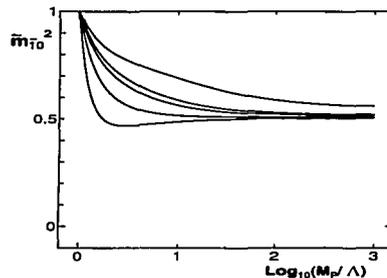


Figura 4.14: Evolución de \bar{m}_{i0}^2 para diferentes valores iniciales de \tilde{Y}_i .

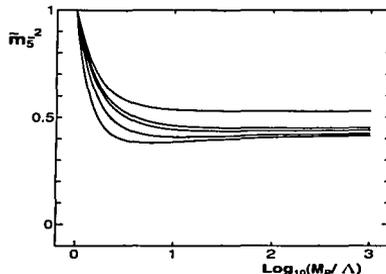


Figura 4.15: Evolución de \tilde{m}_s^2 para diferentes valores iniciales de \tilde{Y}_i .

En estas figuras, es posible observar que los valores infrarrojos de los parámetros SSB cambian de alguna manera con los valores de los acoplamientos de Yukawa. Pero una vez que los acoplamientos de Yukawa están fijos a ciertos valores, los valores infrarrojos de los parámetros SSB también se fijan debido a su fuerte atractividad.

4.4.3 Análisis Fenomenológico

En esta sección se tiene el interés de conocer si los valores atractivos infrarrojos son consistentes con el rompimiento de la simetría electrodébil y si resulta un espectro de masas de las s -partículas que no está excluido experimentalmente.

Primero se identifica $1/R$ con M_{TGV} y se pide que el MSSM sea la teoría que describe las interacciones por debajo de M_{TGV} . Los valores atractivos infrarrojos, es decir (4.63), son las condiciones iniciales que se deben satisfacer a la escala de M_{TGV} . Sin embargo, se ha visto en la sección 4.4.1 que la atracción infrarroja de los acoplamientos de Yukawa $\tilde{Y}_{i,b}$ no es muy fuerte. Por esta razón se hizo un análisis lo más general posible para determinar las regiones a las que fluye cada parámetro del modelo. Entonces usando las ecuaciones del grupo de renormalización a dos lazos para los acoplamientos de norma y Yukawa, y a un lazo para los términos de rompimiento suave. Se calculan los valores a bajas energías de los parámetros a la escala de M_Z y a la escala de M_{SUSY} ⁵. Para facilitar este estudio, se supone una misma escala de rompimiento de supersimetría para todos los términos

⁵Ver referencias [29, 37] para más detalles del método usado en el presente análisis.

suaves. Por debajo de M_{SUSI} el ME es la teoría resultante. Además se supone que la masa del gaugino M es igual M_{SUSI} a la escala de M_{TGV} y que la partícula supersimétrica más ligera es un neutralino.

Para definir $\tan \beta$ se usan las condiciones de equivalencia requeridas por SUSI en el umbral de energías M_{SUSI}

$$\begin{aligned} Y_t^{SM} &= Y_t^{MSSM} \sin^2 \beta & Y_b^{SM} &= Y_b^{MSSM} \cos^2 \beta & Y_\tau^{SM} &= Y_\tau^{MSSM} \cos^2 \beta \\ \lambda &= \frac{1}{4} \left(\frac{3}{5} g_1^2 + g_2^2 \right) \cos^2 2\beta \end{aligned} \quad (4.64)$$

donde λ es el auto acoplamiento del Higgs.

Como se observa, de la evolución de B_H (4.45), los parámetros suaves B_H y μ_H se pueden considerar como parámetros independientes a la escala de M_{TGV} , mientras $m_{H_s}^2$ y $m_{\tilde{H}_s}^2$ se fijan por la atracción infrarroja.

Los valores de B_H y μ_H se pueden determinar por minimización del potencial escalar del MSSM. Por simplicidad, se supone que el potencial del MSSM a la escala de M_{SUSI} toma la forma de nivel-árbol, de esta manera las condiciones de minimización toman la forma

$$0 = m_{\tilde{H}_s}^2 - m_{H_s}^2 + M_Z^2 \frac{1 - \tan^2 \beta}{1 + \tan^2 \beta} - B_H \frac{\tan^2 \beta - 1}{\tan \beta}, \quad (4.65)$$

$$0 = 2\mu_H^2 + m_{\tilde{H}_s}^2 + m_{H_s}^2 - B_H \frac{\tan^2 \beta + 1}{\tan \beta}, \quad (4.66)$$

donde M_Z es la masa del bosón Z, y todos lo demás parámetros, incluyendo M_Z se definen a la escala de M_{SUSI} . Por tanto, para un valor dado de $\tan \beta$, los parámetros B_H y μ_H se pueden fijar, y es posible calcular el espectro de los compañeros supersimétricos en el MSSM.

Se calcularon los parámetros de SSB a la escala de M_{SUSI} , de los cuales fue posible calcular entonces el espectro de los compañeros supersimétricos usando las expresiones a nivel árbol (excepto para la masa del Higgs más ligero, para el cual se incluyen correcciones radiativas).

Los resultados del espectro se presentan en la tabla 4.1, donde se consideraron dos valores de $\tan \beta$ dados y $\mu > 0$ y $\mu < 0$ respectivamente.

Tabla 4.1: Los acoplamientos de Yukawa y sus correspondientes términos SSB para $\mu > 0$ y $\mu < 0$.

$\bar{Y}_t(M_G) \approx 0.73, \bar{Y}_b(M_G) \approx 0.21$	$\bar{Y}_t(M_G) \approx 0.73, \bar{Y}_b(M_G) \approx 0.21$
$\tan \beta = 36.8, M_t = 177.3 \text{ GeV}$	$\tan \beta = 29.1, M_t = 174.3 \text{ GeV}$
$\bar{A}_t(M_G) \approx -1.10, \bar{A}_b(M_G) \approx -0.94$	$\bar{A}_t(M_G) \approx -1.00, \bar{A}_b(M_G) \approx -0.98$
$\bar{m}_{10}^2(M_G) \approx 0.51, \bar{m}_3^2(M_G) \approx 0.44$	$\bar{m}_{10}^2(M_G) \approx 0.51, \bar{m}_3^2(M_G) \approx 0.48$
$\bar{m}_{H_u}^2(M_G) \approx \bar{m}_{H_d}^2(M_G) \approx 0$	$\bar{m}_{H_u}^2(M_G) \approx \bar{m}_{H_d}^2(M_G) \approx 0$
$\bar{m}_\Sigma^2(M_G) \approx 1$	$\bar{m}_\Sigma^2(M_G) \approx 1$

Las regiones a las que convergen los parámetros de rompimiento suave de SUSI a la escala de gran unificación son:

$\bar{Y}_t(M_G)$	0.71-0.82
$\bar{Y}_b(M_G)$	0.11-0.23
$\bar{A}_t(M_G)$	-1.10-0.9
$\bar{A}_b(M_G)$	-1.06-0.9
$\bar{m}_{10}^2(M_G)$	0.43-0.52
$\bar{m}_3^2(M_G)$	0.44-0.51
$\bar{m}_{H_u}^2(M_G)$	≈ 0
$\bar{m}_{H_d}^2(M_G)$	≈ 0

El análisis se realizó para $M = 0.5, 1, 1, 5TeV, \mu > 0, \mu < 0$ y para valores grandes y pequeños de $\tan \beta$. Se obtuvo que no existen soluciones para valores pequeños de $\tan \beta$, estos varían entre $\approx 21y45$, para los tres valores analizados de M .

De la evolución de estos parámetros y la minimización del potencial de Higgs arriba explicado, además de las constricciones mencionadas (rompimiento de la simetría electrodébil, masa del quark top en concordancia con el valor experimental, partícula supersimétrica más ligera neutralino y razón de ramificación (branching ratio) dentro del límite experimental), se observa que el espectro supersimétrico y la masa del bosón de Higgs son sensibles a la variación de la masa unificada de los gauginos M , pero son poco sensibles a variaciones del valor de tangente de beta, y del signo de μ . Sin embargo, las correcciones a la masa del quark bottom si dependen del signo de μ , y el valor predicho está dentro de las cotas para el valor experimental para $\mu < 0$ y es ligeramente mayor (dentro de tres

Tabla 4.2: Ejemplo representativo de las predicciones para el espectro de las s-partículas para $\tan \beta = 36.8$ (izquierda) y $\tan \beta = 29.1$ (derecha). $M_{\text{SUSY}} = 1$ TeV.

M_{SUSY} (TeV)	1.00	1.00	M_1 (TeV)	0.22	0.45
B_{SUSY} (TeV)	5.12	4.6	M_2 (TeV)	0.42	0.84
μ_{SUSY} (TeV)	-1.48	1.40	M_3 (TeV)	0.12	0.22
m_{χ_1} (TeV)	0.75	1.4	$m_{\tilde{b}_2}$ (TeV)	0.97	1.83
m_{χ_2} (TeV)	0.22	0.45	$m_{\tilde{\tau}_1}$ (TeV)	0.30	0.70
m_{χ_3} (TeV)	0.22	0.84	$m_{\tilde{\tau}_2}$ (TeV)	0.47	0.94
m_{χ_4} (TeV)	0.22	1.43	$m_{\tilde{\nu}_1}$ (TeV)	0.98	0.89
$m_{\chi_1^\pm}$ (TeV)	0.41	0.84	m_A (TeV)	0.48	1.18
$m_{\chi_2^\pm}$ (TeV)	0.76	1.44	m_{H^\pm} (TeV)	0.48	1.18
$m_{\tilde{t}_1}$ (TeV)	0.79	1.53	m_H (TeV)	0.49	0.92
$m_{\tilde{t}_2}$ (TeV)	0.98	1.82	m_h (TeV)	0.12	0.12
$m_{\tilde{b}_1}$ (TeV)	0.88	0.97	EWSB	OK	OK

desviaciones estándar) para $\mu > 0$ (se compararon los resultados con el valor de la masa que corre en el esquema substracción mínima, ya que el valor experimental en el polo sufre de correcciones de QCD muy grandes y que no están perfectamente bien determinadas [43]).

Los valores predichos para el espectro supersimétrico y la masa del bosón de Higgs y del bottom en este modelo son:

Tabla 4.3 Espectro Supersimétrico

S-Partícula	$\mu = +$	$\mu = -$
M_1 (TeV)	0.21-0.6	0.21-0.69
M_2 (TeV)	0.41-1.28	0.41-1.28
M_3 (TeV)	1.15-3.24	1.15-3.24
$m_{\tilde{t}_1}$ (TeV)	0.77-2.27	0.77-2.27
$m_{\tilde{t}_2}$ (TeV)	0.96-2.65	0.96-2.65
$m_{\tilde{b}_1}$ (TeV)	0.85-2.62	0.82-2.62
$m_{\tilde{b}_2}$ (TeV)	0.95-2.69	0.93-2.69
$m_{\tilde{\tau}_1}$ (TeV)	0.28-1.08	0.26-1.08
$m_{\tilde{\tau}_2}$ (TeV)	0.46-1.42	0.45-1.42
M_A (TeV)	0.45-1.82	0.28-1.82
m_{H^\pm} (TeV)	0.45-1.82	0.30-1.82
m_H (TeV)	0.45-1.82	0.28-1.82
$m_{\chi_1^0}$ (TeV)	0.40-1.27	0.40-1.27
$m_{\chi_2^0}$ (TeV)	0.75-2.10	0.75-2.10
$m_{\chi_1^\pm}$ (TeV)	0.73-2.09	0.70-2.10
$m_{\chi_2^\pm}$ (TeV)	0.21-1.44	0.20-1.44
$m_{\chi_3^\pm}$ (TeV)	0.21-1.44	0.20-1.44
$m_{\chi_4^\pm}$ (TeV)	0.19-2.11	0.19-2.11
m_h (TeV)	0.119-0.128	0.115-0.128
m_b (GeV)	4.98-5.14	4.35-4.66

Nótese que la PSL (partícula supersimétrica más ligera) es bastante sensible al valor de la masa unificada de los gauginos M y varía desde $\approx 200 \text{ GeV}$ hasta $\approx 1450 \text{ GeV}$. Presenta una variación mínima con respecto al valor de μ y al de la $\tan \beta$.

En las siguientes gráficas se muestran las predicciones del modelo para algunas de las superpartículas, para el bosón de Higgs más ligero (que sería el del ME) y para la masa del quark bottom. Para todas las gráficas se consideraron valores de $\tan \beta$ entre 20 y 45.

**FALTA
PAGINA**

82

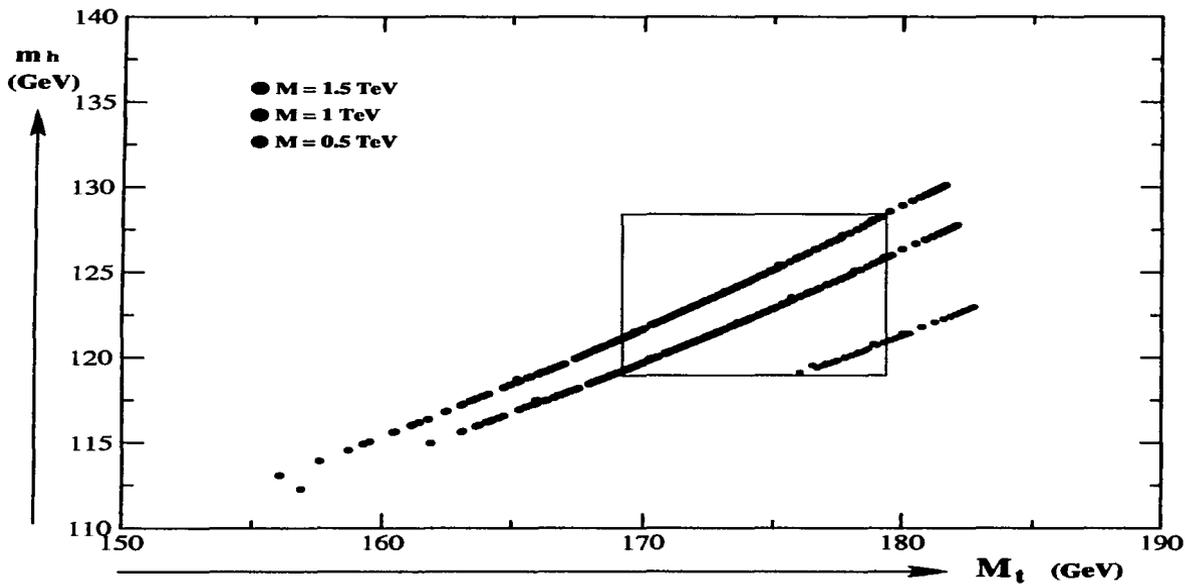


Figura 4.16: Predicción para m_h ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu > 0$).

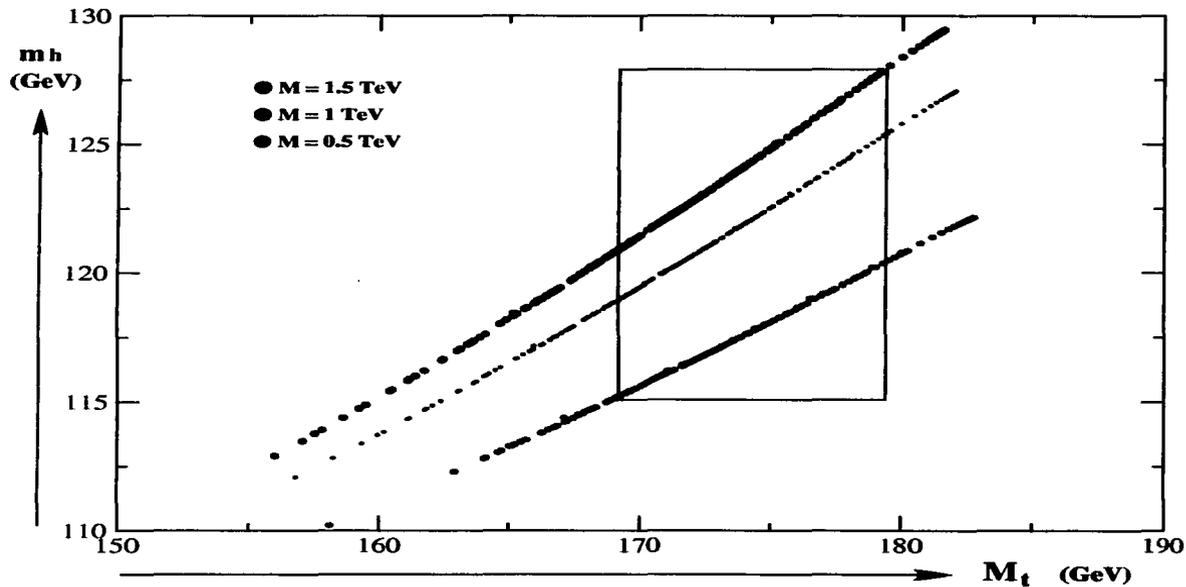


Figura 4.17: Predicción para m_h ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu < 0$).

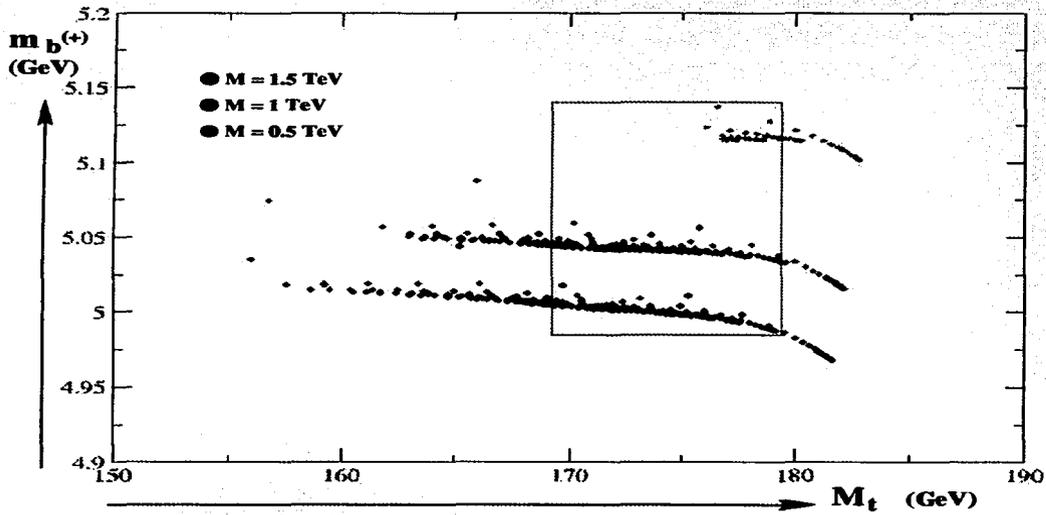


Figura 4.18: Predicción para m_b ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu > 0$).

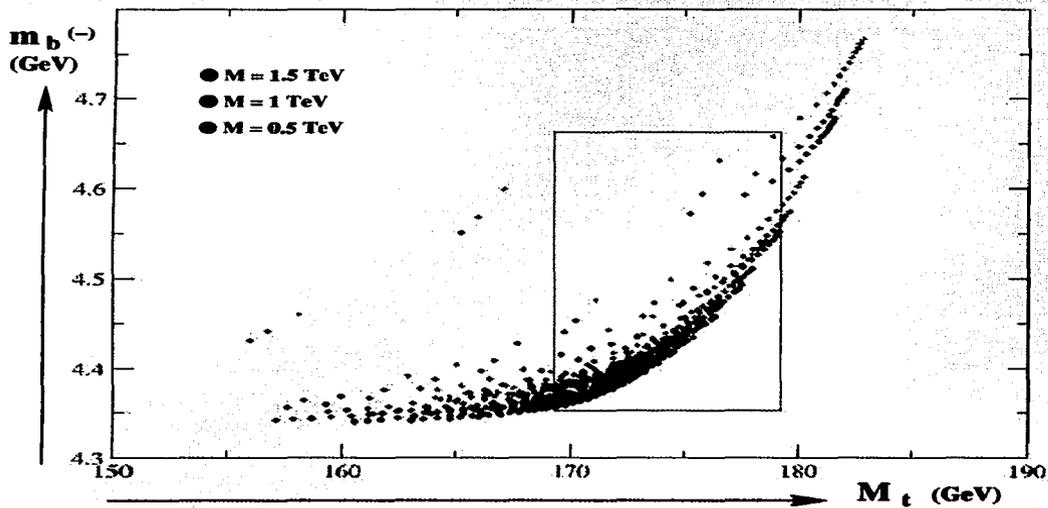


Figura 4.19: Predicción para m_b ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu < 0$).

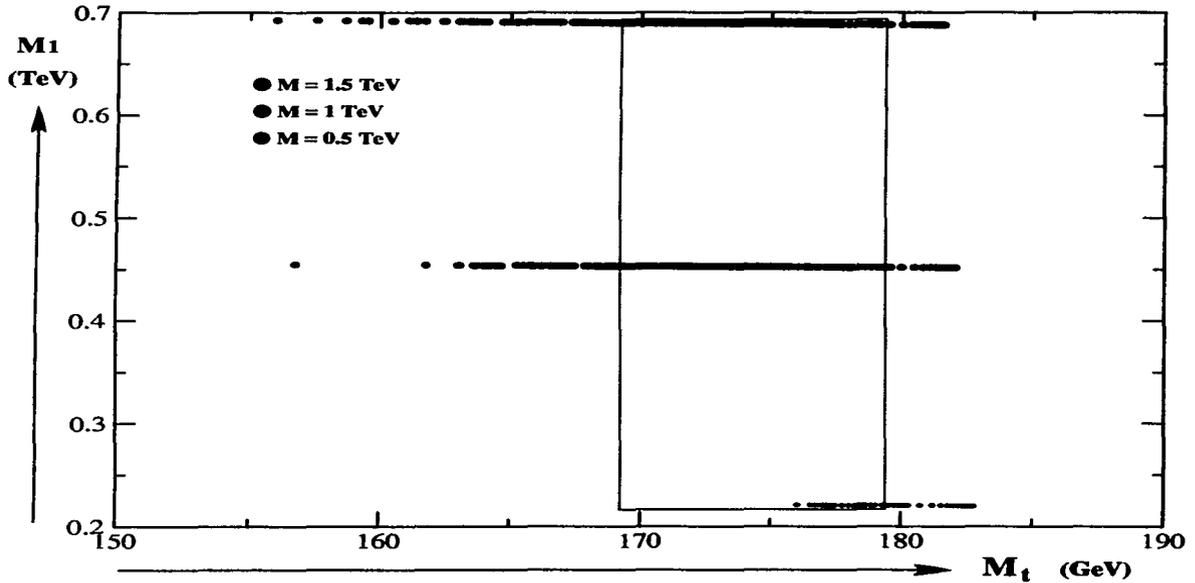


Figura 4.20: Predicción para M_1 ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu > 0$).

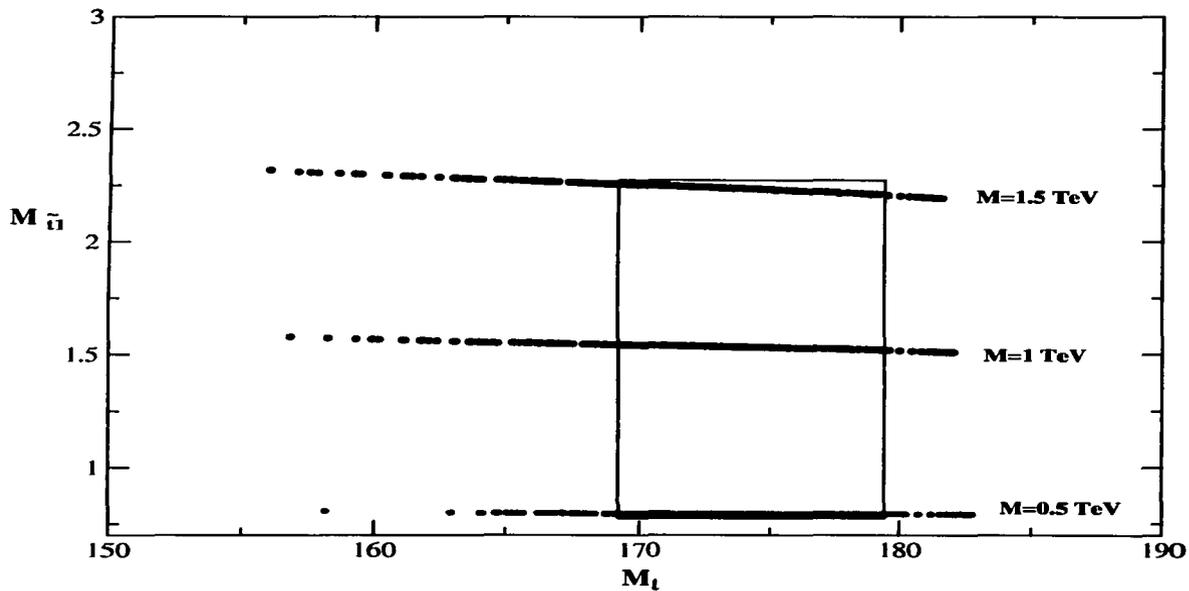


Figura 4.21: Predicción para m_i , ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu > 0$).

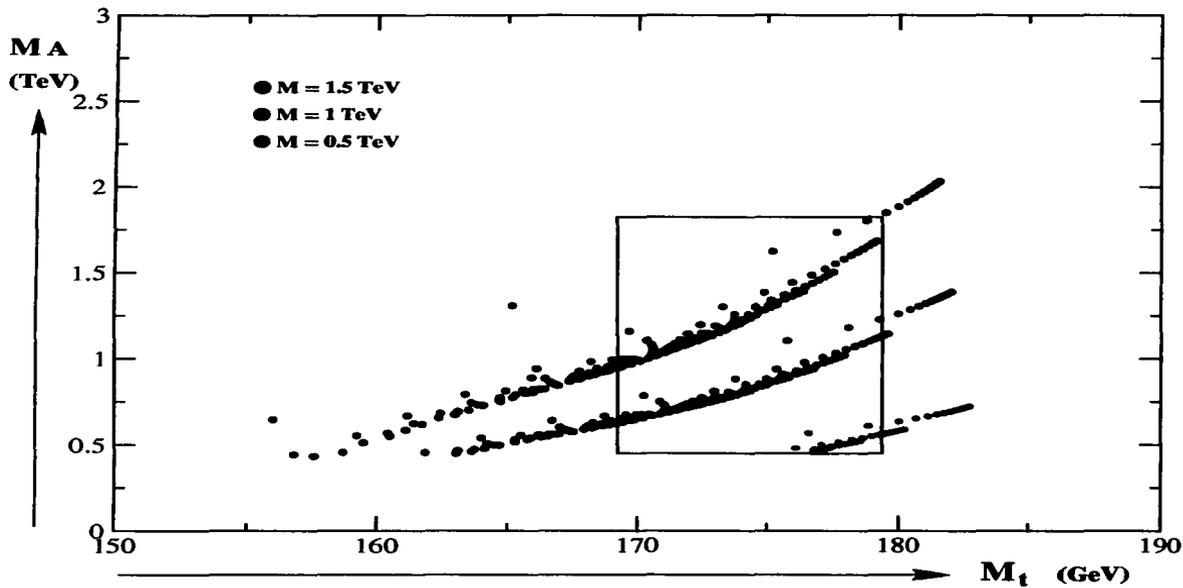


Figura 4.22: Predicción para M_A ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu < 0$).

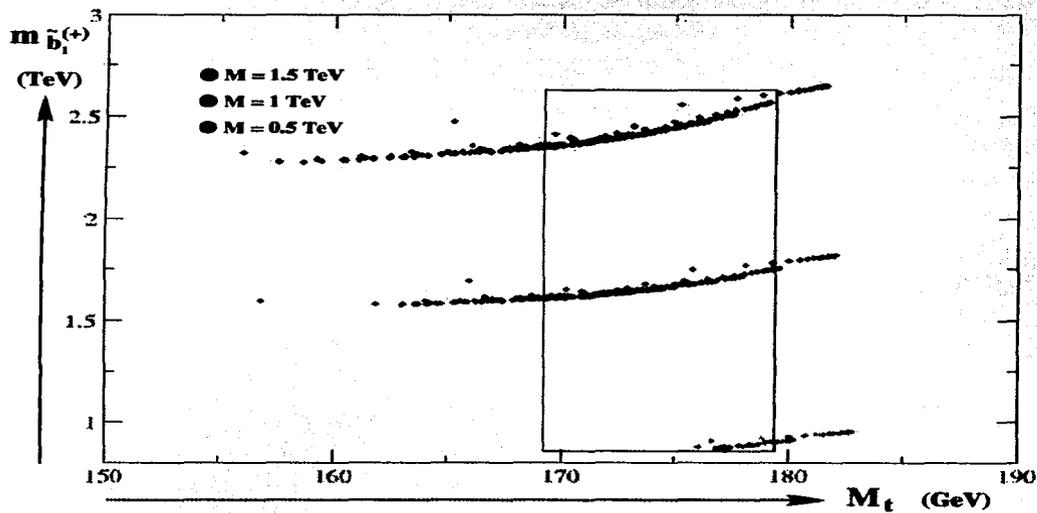


Figura 4.23: Predicción para $m_{\tilde{b}_1^{(+)}}$ ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu > 0$).

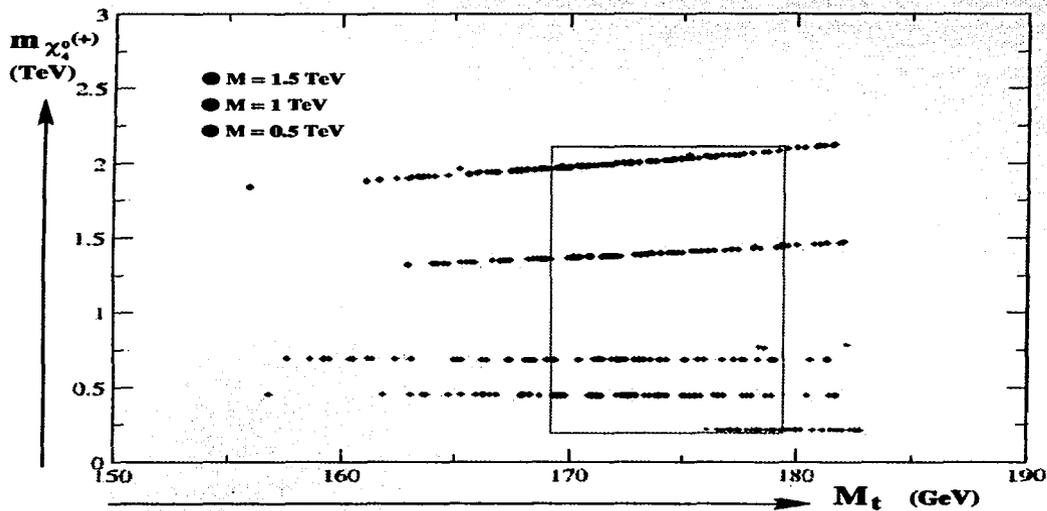


Figura 4.24: Predicción para $m_{\chi_2^{(+)}}$ ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu > 0$).

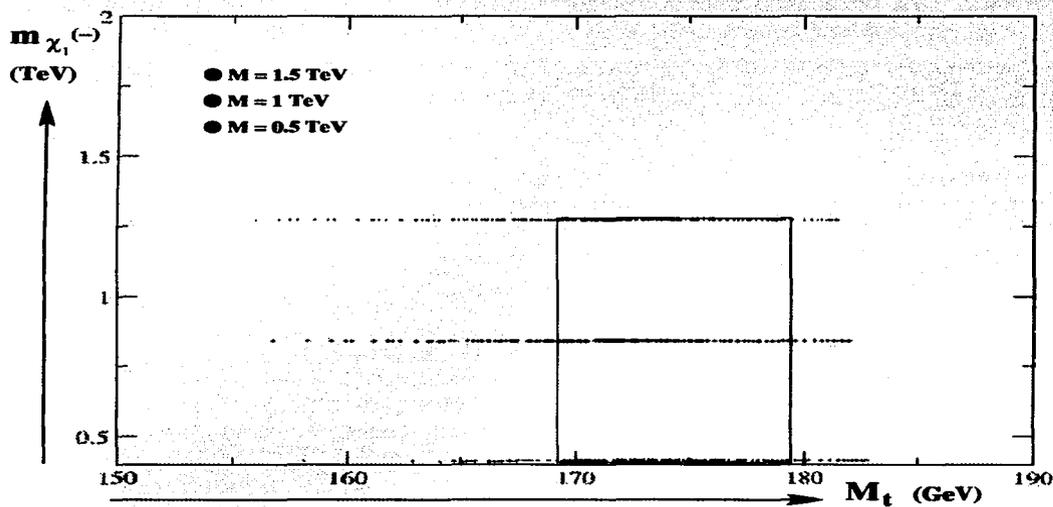


Figura 4.25: Predicción para m_{χ_1} ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu < 0$).

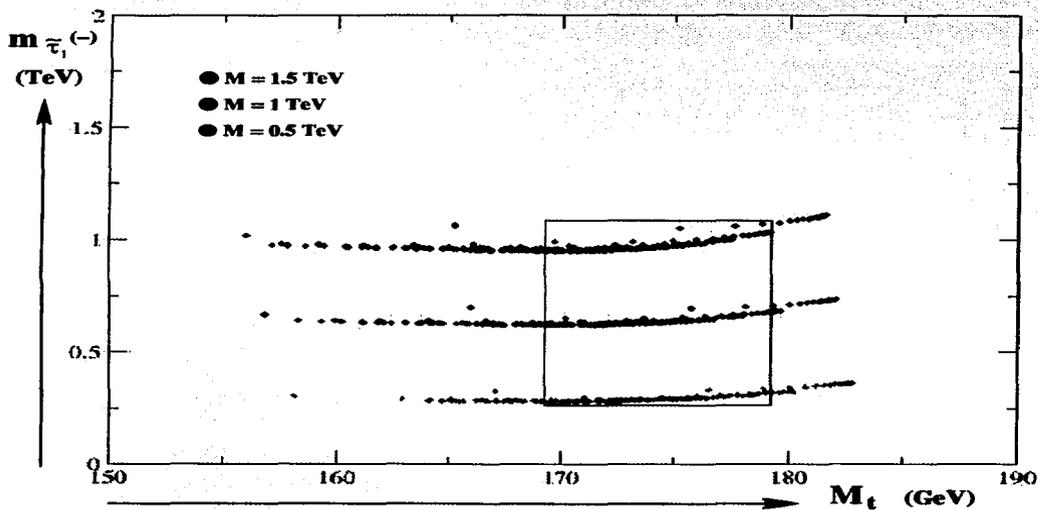


Figura 4.26: Predicción para $m_{\tilde{\tau}_1}$ ($M=0.5, 1, 1.5$ TeV y $\mu < 0$).

Conclusiones

En este trabajo se estudiaron los puntos fijos infrarrojos PFEIR en las teorías de gran unificación con dimensiones extra. Los resultados muestran que en el caso en cinco dimensiones \tilde{Y}_i se acerca mucho más rápido hacia el PFEIR que el caso en cuatro dimensiones. Aunque \tilde{Y}_i estrictamente no converge a un punto fijo.

Por otro parte, los parámetros supersimétricos de rompimiento suave SSB muestran una fuerte atracción a un punto fijo. Por tanto, una vez que \tilde{Y}_i se fija para ciertos valores, los valores infrarrojos de los parámetros SSB también se fijan. De esta manera, se puede afirmar que la libertad de los parámetros SSB desaparece debido a esta fuerte atracción a un punto fijo.

Usando los valores a los que convergen las constantes de acoplamiento y los parámetros SSB como condiciones de frontera a la escala de M_{TCU} fue posible calcular la masa de los quarks top y bottom, de las superpartículas y de los bosones de Higgs. Para el espectro supersimétrico, se encontró que dependen principalmente del valor de la masa unificada de los gauginos M , y practicamente son independientes del valor de $\tan \beta$ y del parámetro μ . El valor de $\tan \beta$ resulta en un rango entre 20 y 45, y no hay soluciones para $\tan \beta$ pequeña que satisfagan las constricciones experimentales y fenomenológicas impuestas. El valor de la masa del quark bottom si depende del valor de μ , y los valores que mejor concuerdan con el valor experimental son para $\mu < 0$. El valor para el bosón de Higgs depende también del valor de M y está entre 115 y 129 GeV. La partícula supersimétrica más ligera es, como ya se mencionó, muy sensible a la variación de M , y el valor más pequeño que toma es de ≈ 200 GeV.

Como se puede observar el considerar PFEIR de teorías con dimensiones extra es muy atractivo debido a la convergencia tan rápida a un punto fijo, especialmente en el caso de los parámetros SSB. Por tanto es posible predecir parámetros reales a bajas energías, sin el conocimiento detallado de la teoría fundamental a la escala de Planck.

Apéndice A

Teorema de no renormalización

L.V.Avdeev, D.I.Kazakov and I.N.Kondrashuk, En teorías con $N = 1$ el teorema de no renormalización establece que el superpotencial no es renormalizable en teoría de perturbaciones, pero no es válido más allá de la teoría de perturbaciones.

En teoría del campo con multipletes de Wess-Zumino, esto significa que solo su término cinético se puede renormalizar. De hecho, los calculos muestran que estos modelos tienen renormalización de las funciones de onda. Cuando se incorporan interacciones con supercampos vectoriales, se obtiene que sólo algunos términos generan infinitos, los cuales incluyen acoplamiento de norma.

Considérese una teoría renormalizable que contiene sólo supercampos quirales Φ_i con un superpotencial genérico

$$W = m^{ij} \Phi_i \Phi_j + \lambda^{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k, \quad (\text{A.1})$$

en donde los parámetros son valores en el vacío de los supercampos quirales. Estos supercampos quirales no tienen términos cinéticos y actúan como campos de fondo. Esta técnica en teorías supersimétricas es muy poderosa debido a que los superpotenciales deben ser holomorficos en los supercampos, incluyendo el fondo en los supercampos. Por tanto, el superpotencial también debe ser analítico en los parámetros.

En teorías con acoplamiento de norma, estas virtudes se pueden combinar con la libertad asintótica de los acoplamiento de norma para construir el superpotencial efectivo no perturbativo.

En la ausencia de un superpotencial, una teoría con N supercampos quirales tiene una gran simetría global $SU(N) \times U(1) \times U(1)_R$, donde el término $U(1)_R$ tiene una simetría R .

Los N supercampos Φ_i se transforman como la fundamental de $SU(N)$ y tienen una sola fase bajo dos $U(1)$'s.

Los parámetros del superpotencial se pueden pensar en términos de un supercampo quiral Θ_{ij} , el cual se transforma como un tensor simétrico de segundo rango $SU(N)$, cuyas cargas son $(-2, 0)$ bajos las dos $U(1)$'s.

El superpotencial más general es consistente con estas simetrías y es analítico en los supercampos Φ_i y está dado por

$$W_{eff} = m^{ij} \Phi_k \Phi_l f(z), \quad (\text{A.2})$$

donde f es una función analítica arbitraria del conjunto z .

Bibliografía

- [1] Peskin. Quantum Field Theory,
- [2] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li. Gauge Theory of Elementary Particle Physics. Oxford, 1991.
- [3] J.Zinn-Justin. Quantum Field Theory and Critical Phenomena. Oxford, 1994.
- [4] C.Bagnuls y C. Bervillier, [hep-th/0002034].
- [5] D.I. Kazakov. Beyond the Standard Model, talk given...
- [6] Pierre Ramond. Journeys Beyond Standard Model.Zinn-Justin. Cambridge, 1999.
- [7] F. Sohnius Martin. Introducing Supersymmetry. Physics Reports, 128 (1985), 39-204.
- [8] Stephen P. Martin. A Supersymmetry Primer, [hep-ph/9709356].
- [9] L. O’Raifeartaigh y N. Straussman, [hep-ph/9810524].
- [10] Kaluza T. On the Problem on Unity in Physics, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) K1, 966 (1921).
- [11] O. Klein. Quantum Theory and Five-dimensional theory of Relativity. Z. Phys.37, 895 (1926).
- [12] P. Horava and E. Witten, Nucl. Phys. **B460** (1996) 506; E. Witten, Nucl. Phys. Rev. **D54**, (1996) 3693; I. Antoniadis y M. Quiros, Phys. Lett. **B392**, (1997) 61.
- [13] G. Shiu ans S.H. Henry Tye, Phys. **D58**, (1998) 106007.
- [14] C. P. Burgess, L.E. Ibanez, y F. Quevedo, Phys. Lett. **B447**, 257 (1999).

- [15] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos y G. Dvali, *Phys. Lett.* **B436**, (1998) 257.
- [16] L. Randall y R. Sundrum, *Phys. Rev.* **83** 3370 (1999).
- [17] I. Jack and D.R.T. Jones, *Phys. Lett.* **B333** (1994) 372; S.P. Martin and M.T. Vaughn, *Phys. Rev.* **D(50)** (1994) 2282.
- [18] D.R.T. Jones and L. Mezincescu, *Phys. Lett.* **B136** (1984) 242; P. West, *Phys. Lett.* **B138** (1984) 293.
- [19] M. Lanzagorta and G.G. Ross, *Phys. Lett.* **B349** (1995) 319. *Phys. Rev.* **D50** (1994) 2282.
- [20] W. Zimmermann, *Math. Phys.* **97** (1985) 211; R. Oehme and W. Zimmermann, *Commun. Math. Phys.* **97** (1985) 569.
- [21] J. Kubo, K. Sibold and W. Zimmermann, *Nucl. Phys.* **B259** (1985) 331; J. Kubo, M. Mondragón and G. Zoupanos, *Nucl. Phys.* **B424** (1994) 291; J. Kubo, M. Mondragón, N.D. Tracas and G. Zoupanos, *Phys. Lett.* **B342** (1995) 155; J. Kubo, M. Mondragón, S. Shoda and G. Zoupanos, *Nucl. Phys.* **B469** (1996) 3.
- [22] C.T. Hill, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 691.
- [23] M. Bando, T. Kobayashi, T. Noguchi and K. Yoshioka, *Phys. Lett.* **B480** (2000) 187; *Phys. Rev.* **D63** (2001) 113017.
- [24] S.A. Abel and S.F. King, *Phys. Rev.* **D59** (1999) 095010.
- [25] K.R. Dienes, E. Dudas and T. Gherghetta, *Phys. Lett.* **B436** (1998) 55; *Nucl. Phys.* **B537** (1999) 47.
- [26] J. Kubo, H. Terao and G. Zoupanos, *Nucl. Phys. L.V. Avdeev, D.I. Kazakov and I.N. Kondrashuk.* **B574** (2000) 495.
- [27] T. Kobayashi, J. Kubo, M. Mondragón and G. Zoupanos, *Nucl. Phys.* **B550** (1999) 99.
- [28] J. Kubo and M. Nunami, *Phys. Rev.* **D63** (2001) 116011.
- [29] J. Kubo, M. Mondragón, M. Olechowski and G. Zoupanos, *Nucl. Phys.* **B479** (1996) 25.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

- [30] H.Murayama and A.Pierce, Phys. Rev. **D65** (2002) 055009.
- [31] L.Hall, R.Rattazzi and U.Sarid, Phys. Rev. **D50** (1994) 7048; M.Carena, M.Olechowski, S.Pokorski and C.E.M.Wagner, Nucl. Phys. **B426** (1994) 269
- [32] H.Arason *et. al.*, Phys. Rev. **D46** (1992) 3945; D.J.Castaño, E.J.Pirad and P.Ramond, Phys. Rev. **D49** (1994) 4882.
- [33] V.Barger, M.S.Berger and P.Ohmann, Phys. Rev. **D47** (1993) 1093.
- [34] Particle Data Group, Eur. Phys. J. **C15** (2000) 1.
- [35] Y.Yamada, Phys. Rev. **D50** (1994) 3537 ; L.V.Avdeev, D.I.Kazakov and I.N.Kondrashuk, Nucl. Phys. **B510** (1998) 289.
- [36] T.Kobayashi, J.Kubo, M.Mondragón and G.Zoupanos, Nucl. Phys. **B550** (1999) 99.
- [37] T.Kobayashi, J.Kubo, M.Mondragón, and G.Zoupanos, Nucl. Phys. **B511** (1998) 45.
- [38] B.Pendleton and G.G.Ross, Phys. Lett. **B98** (1981) 291.
- [39] M.Bando, J.Sato and K.Yoshioka, Prog. Theor. Phys. **98** (1997) 169.
- [40] Y.Kawamura, Prog. Theor. Phys. **103** (2000) 61; *ibid***105** (2001) 691, *ibid***105** (2001) 691.
- [41] L.Hall and Y.Nomura, Phys. Rev. **D64** (2001) 055003; hep-ph/0205067.
- [42] A.hebecker and J.March-Russell, Nucl. Phys. **B613** (2001) 3; *ibid* **B625** (2002) 128.
- [43] J.Erler and M.x.Luo. Precision determination of heavy quark masses and the strong coupling constant," Phys. Lett. B **558**, 125 (2003) [hep-ph/0207114].
- [44] L. O'Raiartaigh. Nucl. Phys. **B331** (1975).

FALTA DE ORIGEN
TESIS CON