

00323

1



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN SISTEMA DE DIFUSION RAYLEIGH PARA ESTUDIAR FLUCTUACIONES DE DENSIDAD EN GASES TRANSPARENTES"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A :

AGUILAR ESPINOSA CESAR



FACULTAD DE CIENCIAS UNAM

DIRECTOR DE TESIS: DRA. CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH



FACULTAD DE CIENCIAS SECCION ESCOLAR

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

A



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**LESIS CON
FALLA DE ORDEN**

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a Usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Diseño y construcción de un sistema de difusión Rayleigh para estudiar
fluctuaciones de densidad en gases transparentes"

realizado por Aguilar Espinosa César con número de cuenta 09653415-1

quién cubrió los créditos de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tests
Propietario

Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach

Catalina Stern 3

Propietario

Dr. José Roberto Zenit Camacho

Propietario

Dr. Guillermo Monsivais Galindo

Suplente

Dra. Lucía Medina Gómez

Suplente

Dr. Marcos Ley Koo

M. Leykoo

Consejo Departamental de Física

Patricia Goldstein Menache

DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE

***Diseño y construcción de un sistema de difusión Rayleigh para estudiar
fluctuaciones de densidad en gases transparentes***

Cesar Aguilar Espinosa

Este trabajo está dedicado a:

Mi Madre: *María de los Ángeles Espinosa Galicia*
Mi Abuelo: *Mariano Espinosa Valencia*
Mi Hermana: *Irma Araceli Aguilar Espinosa*

Y muy especialmente a:

Mi Esposa: *María Justina Ruiz Parrilla*
Mi Hijo: *Misael Aguilar Ruiz*

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento a la Doctora Catalina Elizabeth Stern Forgach, por la paciencia y apoyo que me otorgó durante el desarrollo de este trabajo bajo su dirección. Un reconocimiento especial a Carlos Azpeitia Sandoval, cuya ayuda fue primordial para el montaje del experimento. Así como a las personas que de un modo u otro han tenido que ver con el sistema desde que era un diseño: Físicos Andrés Porta y Manuel Alvarado; y Doctores Dominique Grésillon y Marcos Ley Koo.

Debo hacer mención a mi jurado: Dr. Marcos Ley Koo, Dra. Lucía Medina, Dr. Guillermo Monsivais, Dr. Roberto Zenit y por supuesto Dra. Catalina Stern. Les agradezco su colaboración.

A todos ellos mi reconocimiento como profesionales y mi admiración. Y en general a todos aquellos que directa o indirectamente han tenido que ver con la culminación de este trabajo.

A todos ellos: Gracias.

Índice

	Página
Resumen.....	V
Introducción.....	VI
Capítulo I. Los principios físicos.....	I
I.1 Dispersión por un medio transparente (Dispersión Rayleigh).....	1
I.1.1 Dispersión de una onda electromagnética en el campo lejano.....	1
I.1.2 El campo incidente.....	5
I.1.3 Los difusores individuales.....	5
I.1.4 Relación con las fluctuaciones de densidad.....	6
I.1.5 Factor de forma.....	7
I.2 Óptica gaussiana.....	8
I.2.1 Haz gaussiano en un medio homogéneo.....	8
I.2.2 Transformación de un haz gaussiano por una lente.....	10
I.3 Modos de oscilación de un flujo compresible.....	11
I.3.1 Flujo compresible.....	11
I.3.2 Pequeñas oscilaciones.....	12
Capítulo II. Sistema de dispersión Rayleigh y detección heterodina para estudiar fluctuaciones de densidad.....	14
II.1 Modelo experimental: La detección heterodina.....	14
II.1.1 El detector.....	14

II.1.2 El haz de referencia.....	15
II.1.3 El vector de Poynting sobre el detector.....	16
II.1.4 El oscilador local virtual o el rayo antena.....	16
II.1.5 Dispersión por un conjunto de partículas.....	17
II.1.6 Espectro temporal de la señal detectada.....	18
II.1.7 Resolución espacial.....	19
II.1.8 Resolución espectral.....	20
II.1.9 Cociente señal a ruido.....	21
II.2 Montaje experimental.....	21
II.2.1 Esquema del montaje experimental.....	21
II.2.2 Propagación del perfil gaussiano, El láser.....	23
II.2.3 El modulador acusto-óptico.....	23
II.2.4 La zona de dispersión, el detector.....	25
Capítulo III. El sistema de dispersión Rayleigh y detección heterodina para estudiar fluctuaciones de densidad en un jet turbulento. Aplicación a la aeroacústica y la velocimetría.....	30
III.1 El jet turbulento.....	30
III.1.1 Estructura general del Jet subsónico.....	30
III.1.2 Estructura general del Jet supersónico.....	31
III.2 Resultados.....	33
III.2.1 El jet de laboratorio.....	33
III.2.2 Espectro de la señal.....	34
III.2.3 Aplicación a la velocimetría.....	38

III.2.4 Direccionalidad.....	41
III.2.5 Localización de las fuentes de emisión acústica, aplicación a la aeroacústica.....	43
Capítulo IV. Visualización de un jet turbulento usando Difusión Rayleigh.....	46
IV.1 Líneas de Mach en un jet supersónico.....	46
IV.1.1 Líneas de Mach.....	46
IV.1.2 Ondas de expansión-compresión en un jet supersónico.....	47
IV.2 Visualización de un jet por dispersión Rayleigh.....	48
IV.2.1 Dispersión Rayleigh como método de visualización.....	48
IV.2.2 Montaje experimental.....	49
IV.3 Resultados de la visualización.....	50
IV.3.1 Imagen de una línea de Mach.....	50
IV.3.2 Estructura de las líneas de Mach en un jet supersónico.....	51
IV.4 Visualización de líneas de Mach y ruido supersónico.....	55
IV.4.1 Ruido supersónico.....	55
Conclusiones y trabajo futuro.....	58
Bibliografía.....	60

Resumen

La dispersión de ondas electromagnéticas de longitud de onda λ por partículas cuyas dimensiones son pequeñas comparadas con esta λ es bien conocida. En este trabajo se hace una revisión de la dispersión de una onda electromagnética plana por las moléculas de un medio transparente (Dispersión Rayleigh). Se muestra como puede ser utilizada para diseñar un montaje experimental capaz de detectar las fluctuaciones de densidad dentro de un gas. Se estudia la corriente obtenida por un detector colocado en la posición de aproximación de campo lejano y se muestra que es proporcional a la transformada de Fourier instantánea de las fluctuaciones de densidad en la zona de dispersión.

Se describe el montaje experimental y se aplica la técnica a un flujo de gas transparente, el caso de un jet supersónico. Se obtienen las densidades espectrales en diversos puntos del jet y se muestra que la técnica es capaz de detectar los modos de oscilación acústico y entrópico en el flujo. Se muestra que la técnica es direccional y permite determinar la dirección de propagación del modo acústico, permitiendo así determinar la posición de las fuentes de emisión acústica en el jet.

Se muestra como la dispersión Rayleigh puede ser utilizada como método de visualización del flujo. Se muestra el montaje experimental y las imágenes de líneas de Mach en el flujo de jet supersónico obtenidas con esta técnica.

Finalmente se relacionan los datos de la estructura de líneas de Mach en el flujo obtenidos de la visualización y los resultados obtenidos por medio de la densidad espectral de la corriente. Se aprecia que se puede relacionar una parte de esta densidad espectral con la estructura de líneas de Mach del jet.

Introducción

El objetivo de este trabajo es el diseño y la construcción de un sistema capaz de detectar las fluctuaciones de densidad en un gas transparente. Este sistema utiliza la interacción de las moléculas del gas con luz generada por un láser, de longitud de onda mayor que el tamaño de estas (dispersión Rayleigh), para producir una corriente en un fotodetector y obtener información acerca del flujo. Además, la dispersión producida por las moléculas puede ser usada para obtener un método de visualización de flujo.

Cuando se tiene un fluido en movimiento es difícil realizar mediciones directas de los parámetros de este flujo. La mayor parte de estas medidas se realizan de manera intrusiva perturbando de algún modo el flujo.

Por ejemplo para medir la velocidad de un flujo es muy utilizada la técnica llamada *anemometría de hilo caliente* (Hot Wire Anemometry). Un anemómetro térmico normal mide la velocidad del fluido detectando los cambios en la transferencia de calor mediante un pequeño sensor calentado eléctricamente (un hilo o una película delgada) y expuesto al flujo bajo estudio. El sensor calentado se mantiene a temperatura constante usando un circuito de control electrónico. El efecto de enfriamiento que resulta debido a el paso del fluido a través del sensor se compensa aumentando el voltaje del sensor. La magnitud del aumento de voltaje necesario para mantener la temperatura constante está directamente relacionada con la transferencia de calor y, por tanto, con la velocidad del fluido. Aunque la técnica es muy confiable y los alambres utilizados son de dimensiones muy pequeñas, el hecho de introducir un objeto extraño al flujo es una perturbación. Además puede tener problemas si la temperatura del medio no se mantiene uniforme.

Otra técnica de medición muy usada es la *velocimetría por imágenes de partículas* (PIV por sus siglas en inglés: Particle Image Velocimetry). En esta técnica se mide la velocidad determinando el desplazamiento en el tiempo de partículas sembradas en el flujo (llamadas trazadores) usando una técnica de láser de doble pulso. Un plano de luz láser ilumina una sección del flujo, grabándose las posiciones de las partículas en dicho plano con una cámara digital de alta velocidad. Un instante después, otro láser pulsado ilumina el mismo plano, creando una segunda imagen de la partícula. De estas dos imágenes de la partícula, los algoritmos PIV de procesamiento y análisis de las imágenes obtienen los desplazamientos de la partícula en la región captada con la cámara, proporcionando información de la velocidad. La medición se realiza sobre la suposición de que las partículas trazadores siguen perfectamente las líneas de flujo del fluido y que no causan ninguna perturbación en el mismo. Sin embargo el tamaño de estas partículas puede ser mucho mayor que el correspondiente a las partículas que forman al fluido y puede ser que la suposición falle.

La dispersión de la luz por medios transparentes es un fenómeno bien conocido y estudiado^[1]. En este trabajo se utiliza la dispersión Rayleigh tanto para estudiar la emisión acústica producida por un jet turbulento como para visualizar dicho flujo. En algunos casos se trata de relacionar los resultados de ambos procedimientos.

En el primer capítulo de esta tesis se establecen los principios físicos aplicados en el diseño y construcción de los montajes experimentales utilizados en el trabajo. Estos principios son: La dispersión Rayleigh por un medio transparente, los principios básicos de la óptica de haces gaussianos y una revisión de los modos de oscilación de un fluido compresible.

En el segundo capítulo se establece completamente el modelo experimental para el sistema de dispersión Rayleigh y detección heterodina para detectar fluctuaciones de densidad en un gas transparente. También se establece el diseño y construcción del montaje experimental.

En el capítulo tres se establecen las características del flujo a estudiar: Un jet turbulento. Se presentan los resultados obtenidos al utilizar el sistema del capítulo dos para detectar las fluctuaciones de densidad en este flujo. Se muestra como el sistema puede ser utilizado como un velocímetro por efecto Doppler. Se muestra además que el sistema puede ser utilizado para determinar la localización de las fuentes de emisión acústica en el jet.

En el capítulo cuatro se muestra la utilización de la dispersión Rayleigh para la visualización del flujo. Desde el diseño del experimento hasta las imágenes que se pueden obtener con esta técnica. Se relacionan los resultados de ambos experimentos para poder tener una visión general del comportamiento del jet y de la emisión acústica producida por él.

Se concluye como resultado de este trabajo que la dispersión Rayleigh puede ser utilizada para estudiar flujos transparentes de manera no intrusiva. Para aplicarla a la velocimetría, a la visualización de flujos y como un micrófono no intrusivo. Esto servirá para poder localizar las fuentes de emisión acústica dentro de un jet turbulento en trabajos posteriores.

PAGINACIÓN DISCONTINUA

Capítulo I

Los principios físicos

La dispersión de ondas electromagnéticas de longitud de onda λ por partículas cuyas dimensiones son pequeñas comparadas con λ es bien conocida. En este capítulo se hace una revisión de la dispersión de una onda electromagnética plana por las moléculas de un medio transparente (Dispersión Rayleigh). Se muestra como la señal obtenida en la aproximación de campo lejano puede ser relacionada con las fluctuaciones de densidad en la zona de dispersión.

Se muestra también como obtener un frente de onda plano a partir de una onda electromagnética con perfil gaussiano, es decir a partir de un láser, al hacerlo pasar por una serie de componentes ópticos.

Posteriormente se presenta una introducción al flujo compresible, se utilizan las ecuaciones de Navier-Stokes para estudiar pequeñas oscilaciones en un flujo de fluido compresible. Se muestra la existencia de diferentes modos de oscilación en el flujo: el modo vortical, el modo entrópico y el modo acústico.

I.1 Dispersión por un medio transparente (Dispersión Rayleigh)

I.1.1 Dispersión de una onda electromagnética en el campo lejano

Las ondas electromagnéticas se describen mediante las ecuaciones de Maxwell, las cuales escritas en el sistema MKS tienen la forma¹¹:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) &= \frac{\rho(\vec{r}, t)}{\epsilon_0}, & \nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) &= \mu_0 \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0, & \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t)\end{aligned} \quad \dots(1.1a)$$

Con \vec{E} , \vec{B} los campos eléctrico y de inducción magnética respectivamente. Donde $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ y $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ permiten la definición de un potencial vectorial \vec{A} y un potencial escalar Φ , tales que:

$$\begin{aligned}\vec{B}(\vec{r}, t) &= \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t) \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\nabla \phi(\vec{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}(\vec{r}, t) \dots (1.1b)\end{aligned}$$

Cuando una onda monocromática de frecuencia ω_0 que se propaga en la dirección $\hat{k} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$

atraviesa un volumen pequeño de dispersión, donde existen las fuentes \vec{J} y ρ , se puede escribir el potencial vectorial para la onda dispersada en cualquier punto fuera del volumen. Si la posición de observación es \vec{r} , el potencial vectorial se escribe como

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V d^3r' \int dt' \frac{\vec{J}(\vec{r}', t')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \delta(t' + \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c} - t) \dots (1.2)$$

donde μ_0 es la susceptibilidad magnética del vacío, V el volumen de dispersión, \vec{J} es la densidad de corriente en el volumen y la función delta asegura la causalidad de la función en \vec{r} si la onda se propaga a velocidad c . Debido a que se considera una onda monocromática cuya variación en el tiempo es armónica de la forma $e^{-i\omega_0 t}$, se puede suponer también una variación armónica en las fuentes con la misma forma matemática. También se puede pensar que se analiza cada componente de Fourier por separado. Entonces se pueden escribir las densidades de carga y corriente como:

$$\begin{aligned}\rho(\vec{r}, t) &= \rho(\vec{r})e^{-i\omega_0 t} \\ \vec{J}(\vec{r}, t) &= \vec{J}(\vec{r})e^{-i\omega_0 t} \dots (1.3)\end{aligned}$$

De esta forma el potencial vectorial se escribe como:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} e^{-i\omega_0 t} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} e^{i\frac{\omega_0}{c}|\vec{r} - \vec{r}'|} \dots (1.4)$$

Ahora se considera un volumen de dispersión cuyas dimensiones son pequeñas comparadas con la longitud de onda del campo incidente, esto es: $r' = |\vec{r}'| \ll \lambda_0$ con $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}$; con $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$ y se coloca \vec{r} en la situación de campo lejano, esto es considerar las siguientes condiciones:

$$r' \ll \lambda_0 \ll r \dots (1.5)$$

que son conocidas como la aproximación de campo lejano^[1]. En esta aproximación se pueden tomar los siguientes límites:

$$kr \gg 1$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| \cong r - \hat{r} \cdot \vec{r}', \text{ con: } \hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \dots (1.6)$$

La segunda condición en (1.6) se puede apreciar fácilmente en la figura 1. Utilizando estas condiciones en (1.4) el potencial vectorial se puede escribir como:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t} \vec{A}(r) = e^{-i\omega t} \frac{\mu_0}{4\pi r} \int_V d^3r' \vec{J}(\vec{r}') e^{-ik_d r'} \dots (1.7)$$

con: $\vec{k}_d = k_0 \hat{n} \approx k_0 \vec{r}$

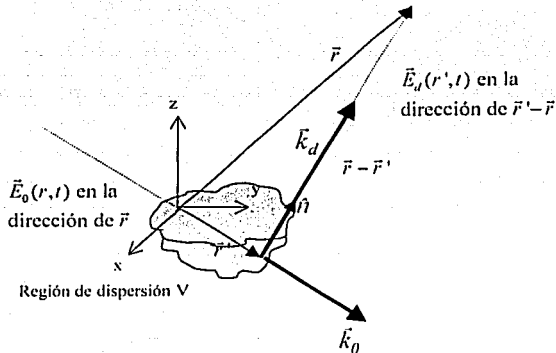


Figura 1: La región de dispersión

Si se toma en cuenta el lado izquierdo de la condición (1.5) se puede ver que $k_0 r' \ll 1$ y resulta conveniente utilizar un desarrollo en serie de la integral en (1.7) para obtener:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \sum_n \frac{(-ik_0)^n}{n!} \int_V d^3r' \vec{J}(\vec{r}') (\vec{r} \cdot \vec{r}')^n \dots (1.8)$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Ahora se puede tomar en cuenta sólo el primer término en (1.8) para obtener el potencial vectorial fuera de la fuente en la forma:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{ikr}}{r} \int_V d^3r' \vec{J}(\vec{r}') \dots (1.9)$$

Tomando en cuenta la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) = 0 \dots (1.10)$$

y aplicándola a las fuentes armónicas en (1.3) se obtiene:

$$\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}) - i\omega_0 \rho(\vec{r}) = 0 \dots (1.11)$$

Se puede transformar la integral en (1.9) integrando por partes y recordando que la fuente está acotada en una región finita del espacio:

$$\int_V d^3r' \vec{J}(\vec{r}') = - \int_V d^3r' (\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}')) \vec{r}' = -i\omega_0 \int_V d^3r' \rho(\vec{r}') \vec{r}'$$

El potencial vectorial se escribe como:

$$\vec{A}(\vec{r}) = - \frac{i\mu_0 \omega_0}{4\pi} \frac{e^{ikr}}{r} \int_V d^3r' \rho(\vec{r}') \vec{r}' \dots (1.12)$$

pero la integral en (1.12) es el momento dipolar eléctrico:

$$\vec{p} = \int_V d^3r' \rho(\vec{r}') \vec{r}' \dots (1.13)$$

Finalmente el potencial vectorial se puede escribir como:

$$\vec{A}(\vec{r}) = - \frac{i\omega_0 \mu_0}{4\pi} \frac{e^{ikr}}{r} \vec{p} \dots (1.14)$$

Este potencial vectorial permite obtener los campos eléctrico y de inducción magnética para la situación de campo lejano. Usando las ecuaciones (1.1a) y (1.1b) estas ecuaciones relacionan los campos de la onda como:

$$\begin{aligned} \vec{B}(\vec{r}, t) &= \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t) \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \frac{ic^2}{\omega_0} \nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) \dots (1.15) \end{aligned}$$

Realizando los cálculos se obtienen los campos:

$$\begin{aligned}\vec{E}_d(\vec{r}) &= \frac{k_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{ik_0r}}{r} (\hat{r} \times \vec{p}) \times \hat{r} \\ \vec{B}_d(\vec{r}) &= \frac{\omega_0 \mu_0 k_0}{4\pi} \frac{e^{ik_0r}}{r} (\hat{r} \times \vec{p})\end{aligned} \quad \dots(1.16)$$

donde $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$. Estos campos son los campos dispersados a una posición \vec{r} por un volumen pequeño V determinado por la posición \vec{r}' .

1.1.2 El Campo incidente

El campo incidente es una onda plana monocromática linealmente polarizada con un vector de onda definido \vec{k}_0 y una frecuencia ω_0 .

$$\vec{E}_0(\vec{r}', t) = \vec{E}_0(\vec{r}') u_0(\vec{r}') e^{-i\omega_0 t} \quad \text{con:} \quad \vec{E}_0(\vec{r}') = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r}')} \quad \dots(1.17)$$

Este campo se puede representar como el producto de una onda plana $e^{i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r}' - \omega_0 t)}$ que se propaga en la dirección \vec{k}_0 con un número de onda $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$, modulado por un perfil que tiene una dependencia radial $u_0(\vec{r}')$. \vec{E}_0 es un vector cuya dirección es la de polarización y su magnitud es la del máximo del campo eléctrico. En el caso de un perfil de láser gaussiano que tiene una cintura w , $u_0(\vec{r}')$ se puede escribir como:

$$u_0(\vec{r}') = e^{-\left(\frac{r'}{w}\right)^2} \quad \dots(1.18)$$

donde r_\perp es la distancia al eje del láser.

1.1.3 De los difusores individuales

Cada molécula del medio se considera como un difusor que se polariza con la onda incidente. La dispersión se considera elástica (radiación con la misma frecuencia que la incidente) y se cumple que la longitud de onda incidente λ_0 es mayor que las dimensiones del dispersor; es decir que se está considerando dispersión Rayleigh. En la dispersión elástica cada dispersor emite como un dipolo y se considera que todos los dispersores poseen polarizabilidad escalar α . Entonces se puede escribir el vector de polarización como:

$$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha(\omega_0) \vec{E}_0(\vec{r}') = \epsilon_0 \alpha \vec{E}_0(\vec{r}') \quad \dots(1.20)$$

Para un solo dispersor en la posición \vec{r}' dentro del campo incidente, se puede escribir el campo dispersado a la posición \vec{r} usando el campo eléctrico de (1.16):

$$\vec{E}_d(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}') e^{-i\omega t} \text{ con: } \vec{E}_d(\vec{r}) = r_0^n \frac{e^{i\omega r}}{r} (\hat{r} \times \vec{E}_0(\vec{r}')) \times \hat{r} \dots (1.21)$$

donde \hat{r} es un vector unitario en la dirección \vec{r} y $r_0^n = \frac{\alpha k_0^2}{4\pi}$ es el radio de dispersión de Rayleigh de la partícula.

1.1.4 Relación con las fluctuaciones de densidad

El campo $\vec{E}_0(\vec{r}', t)$ incide sobre la región de dispersión en un volumen pequeño V y las moléculas del medio emiten un campo dispersado $\vec{E}_d(\vec{r}, t)$. Se estudia la situación de campo lejano. Es decir; las dimensiones de la región de dispersión son más pequeñas que la distancia al punto de observación (Figura 2). Con esta aproximación el campo dispersado por una sola molécula es el campo definido en (1.21).

En la situación de dispersión Rayleigh la longitud de onda incidente es mayor que el

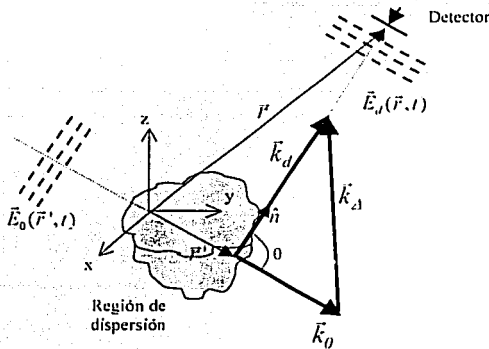


Figura 2: La región de dispersión

tamaño de los dispersores. Si además la longitud de onda es mayor que la distancia entre los dispersores, la distribución de estos en el volumen V , puede ser aproximada por una función de densidad $n(\vec{r}', t)$ continua. Así el campo total dispersado por la región de dispersión puede ser

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

determinado por una integral sobre la distribución de densidad $n(\vec{r}', t)$, considerada continua.

Tomando en cuenta que el campo de la molécula en la posición \vec{r}' llega a la posición \vec{r} sobre el vector $|\vec{r} - \vec{r}'|$ con dirección $\hat{n} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ y que la dispersión se considera elástica, la condición

(1.6) genera un desfaseamiento en cada dispersor con la forma $e^{-ik_0|\vec{r}'|}$. Entonces podemos escribir al campo total dispersado utilizando (1.21) y (1.17) con $n_0(\vec{r}') = 1$ como:

$$\vec{E}_D(\vec{r}, t) = r_0^R \frac{e^{ik_0 r}}{r} e^{-i\omega_0 t} \int d^3 r' ((\hat{n} \times \vec{E}_0) \times \hat{n}) n(\vec{r}', t) e^{-ik_0 r'} \dots (1.22)$$

con: $\vec{k}_\Delta = k_0 \hat{n} - \vec{k}_0$

Cuando el campo incidente es uniforme podemos escribir el campo dispersado como:

$$\vec{E}_D(\vec{r}, t) = \vec{E}_{D0}(\vec{r}, t) \int d^3 r' n(\vec{r}', t) e^{-ik_\Delta r'} = \vec{E}_{D0}(\vec{r}, t) n(\vec{k}_\Delta, t) \dots (1.23)$$

donde $n(\vec{k}_\Delta, t)$ es la transformada de Fourier espacial de la función densidad y:

$$\vec{E}_{D0}(\vec{r}, t) = r_0^R \frac{e^{ik_0 r}}{r} e^{-i\omega_0 t} ((\hat{n} \times \vec{E}_0) \times \hat{n}) \dots (1.24)$$

Es el campo de un solo dispersor colocado en el origen. Así se ha mostrado que el campo dispersado a la posición \vec{r} lleva consigo información de la situación de las moléculas dispersoras dentro del volumen a través de la transformada de Fourier espacial de la densidad.

1.1.5 Factor de Forma

La mayoría de los detectores son sensibles a la intensidad del campo, por tanto la corriente producida es proporcional al cuadrado del campo eléctrico, el cual se puede obtener fácilmente de (1.23) como:

$$|\vec{E}_D(\vec{r}, t)|^2 = |\vec{E}_{D0}(\vec{r}, t)|^2 |n(\vec{k}_\Delta, t)|^2 \dots (1.25)$$

La corriente resulta entonces proporcional al cuadrado del campo debido a un dispersor, modulada por un "factor de forma" $|n(\vec{k}_\Delta, t)|^2$, explotando esta idea se define un factor de forma como:

$$S(\vec{k}_\Delta, t) = \frac{|n(\vec{k}_\Delta, t)|^2}{n_0 V} \dots (1.26)$$

Donde n_0V es el número de dispersores dentro de la región de observación V . Este factor de forma es dependiente del tiempo, sin embargo se puede definir un factor de forma estático por medio del promedio en el tiempo:

$$S(\vec{k}_s) = \frac{\langle |n(\vec{k}_s, t)|^2 \rangle}{n_0 V} = \frac{1}{n_0 V} \left\langle \left| \sum_{i=1}^{n_0 V} \epsilon_i \epsilon_i \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{n_0 V} \left\langle \sum_{i=1}^{n_0 V} \sum_{j=1}^{n_0 V} e^{-i(\vec{k}_s \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j))} \right\rangle \dots (1.27)$$

Se puede demostrar que para un gas perfecto y algunos flujos laminares es igual a la unidad. Sin embargo para flujos no uniformes este factor puede ser muy grande; por lo que algunos autores hablan de dispersión "exacerbada"^[2].

1.2 Óptica gaussiana

1.2.1 Haz gaussiano en un medio homogéneo

El haz emitido por un láser es tal que la distribución de intensidad en los planos normales a la dirección de propagación es gaussiana. Para realizar su descripción se consideran las ecuaciones de Maxwell en un medio isotrópico y en ausencia de fuentes^[3]:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) &= \epsilon_m \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\mu_m \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} \dots (1.28) \\ \nabla \cdot (\epsilon_m \vec{E}(\vec{r}, t)) &= 0 \end{aligned}$$

Donde ϵ_m , μ_m son la función dieléctrica y la susceptibilidad magnética del medio, las cuales pueden tener una dependencia en la posición.

En un medio homogéneo se puede poner $k = \sqrt{\mu_m \epsilon_m} \frac{\omega_0}{c} = \frac{2\pi n}{\lambda}$ con n el índice de refracción del medio y $\lambda = \frac{c}{\nu_0} = \frac{2\pi c}{\omega_0}$ la longitud de onda en el medio. Para este caso la solución para el campo eléctrico en coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) puede ser escrita, para un campo que se propaga en la dirección z como^[3]:

$$E(\vec{r}) = \vec{E}_0 \frac{W_0}{W(z)} e^{i \left[(kz - \omega t) - \mu \left(\frac{1}{w(z)} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{z^2}{2R(z)} \right) \right) \right]} \dots (1.29)$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

donde:

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2 n} \right)^2 \right] = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right) \dots (1.30)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2 n}{\lambda z} \right)^2 \right]^{-1/2} = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right)^{-1/2} \dots (1.31)$$

$$\eta(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{\pi w_0^2 n} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right) \dots (1.32)$$

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda}$$

y \vec{E}_0 un vector que da la dirección de oscilación del campo. Se puede observar que para un valor de z fijo, $w(z)$ es la distancia a la cual la amplitud del campo decrece por un factor $\frac{1}{e}$ comparada con su valor sobre el eje. Este parámetro es conocido como el ancho del haz. Cuando el haz se focaliza se obtiene el ancho mínimo w_0 , conocido como la "cintura" del haz. El parámetro $R(z)$ se puede identificar con el radio de curvatura del frente de fase. De (1.29) y (1.30) se puede observar que el perfil del haz sigue la siguiente ecuación:

$$\rho^2 = x^2 + y^2 = cte \cdot w^2(z) \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} - \frac{cte}{y^2} w^2(z) = 1 \dots (1.33)$$

Esta ecuación define una hipérbola en el plano xz para el valor de $w(z)$ a partir del valor de w_0 , ver figura 3. Lo mismo ocurre para cada plano que contenga al eje z . Es decir la propagación del haz define un hiperboloide en su viaje por un medio homogéneo. Por lo tanto en el caso de $z \gg l$ la hipérbola se acerca a sus asíntotas, quienes definen un ángulo θ_{haz} desde el punto z donde ocurre w_0 definida como:

$$\theta_{haz} = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda}{\pi \omega_0 n} \right) \cong \frac{\lambda}{\pi \omega_0 n} \text{ para } \theta_{haz} \ll \pi \dots (1.34)$$

El campo (1.29) es conocido la solución fundamental del haz gaussiano y describe el modo fundamental de este haz, que se muestra en la figura 3.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

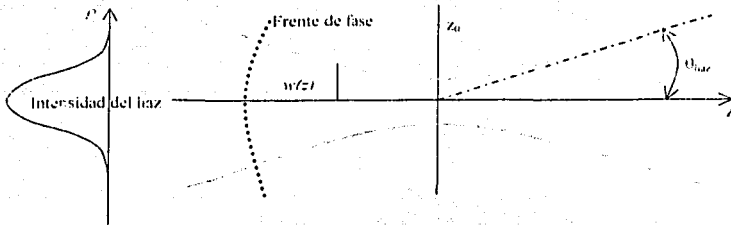


Figura 3: Propagación de un haz gaussiano.

1.2.2 Transformación de un haz gaussiano por una lente

Utilizando estas ideas se puede calcular la focalización de un haz gaussiano por una lente delgada de distancia focal f en la situación descrita en la figura 4.

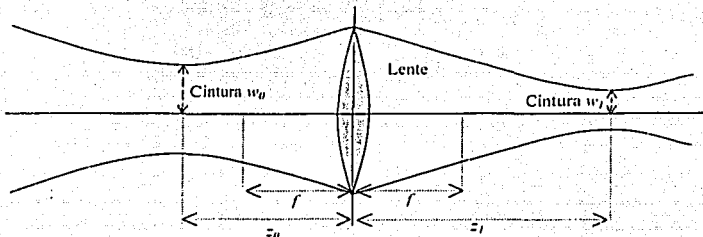


Figura 4: Focalización de un haz gaussiano por una lente.

De la figura 4 se puede observar que la cintura del haz antes de pasar por la lente se localiza a una distancia z_0 de esta, al pasar por la lente la nueva cintura del haz está dada por w_1 y se encuentra localizada a una distancia z_1 después de la lente. Esta transformación está dada por:

$$z_1 = f + \frac{(z_0 - f)f^2}{(z_0 - f)^2 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\right)^2} \quad \dots(1.35)$$

$$\frac{1}{w_1^2} = \frac{1}{w_0^2} \left(1 - \frac{z_0}{f}\right)^2 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\right)^2$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Es sencillo de (1.30) y (1.31) notar que en el punto donde el ancho del haz es mínimo $R(z) \rightarrow \infty$ y se tiene un frente de onda plano en ese punto.

1.3 Modos de oscilación de un flujo compresible.

1.3.1 Flujo compresible

El flujo compresible es un fenómeno físico complejo, que puede ser descrito por las ecuaciones de la hidro- y la termodinámica. Como es usual se describe el flujo por el campo de velocidades $u_\alpha = u_\alpha(x_\alpha, t) = \tilde{u}(\vec{x}, t)$ y por dos cualesquiera de los campos termodinámicos, por ejemplo: la presión $p = p(x_\alpha, t) = p(\vec{x}, t)$ y la temperatura $T = T(x_\alpha, t) = T(\vec{x}, t)$. Además de la densidad $\rho = \rho(x_\alpha, t) = \rho(\vec{x}, t)$. Todos los campos son funciones de cuatro variables, las correspondientes al vector de posición $x_\alpha = \vec{x} = (x, y, z)$; con $\alpha=1, 2, 3$ y el tiempo t . En esta sección se abandona la notación vectorial en favor de la notación tensorial, más compacta y simple de usar. Además en la mayor parte de las ecuaciones se prescinde de escribir la dependencia espacial y temporal de los campos, para evitar recargar las ecuaciones, solo se escribe dicha dependencia cuando sea necesario.

La más simple de las ecuaciones de la mecánica de fluidos es la ecuación de continuidad:

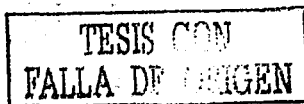
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho u_\alpha) = 0 \dots (1.36)$$

donde se usa la convención de Einstein para índices repetidos¹. Esta ecuación describe la conservación de masa en ausencia de fuentes. La ecuación que describe la dinámica del flujo es la ecuación de conservación de momento o la segunda ley de Newton. La ecuación de conservación de momento es:

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_\alpha \frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha} \right) = \rho X_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \Delta u_i + \left(\zeta + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_\alpha \partial x_\alpha} \dots (1.37)$$

conocida como la ecuación de Navier-Stokes. En esta ecuación $\rho X_i = \rho X_i(\vec{x}, t)$ es la i -ésima componente de la densidad de fuerza externa en el punto \vec{x} al instante t . μ es el coeficiente de

¹ Índices repetidos señalan suma, por ejemplo en (1.57) se escribió $\frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho u_\alpha)$ en vez de: $\sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho u_\alpha)$ dado que el subíndice α se repite en la expresión.



viscosidad y ζ es el segundo coeficiente de viscosidad. La ecuación de conservación de la energía se puede escribir como^[4]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e \right) = - \frac{\partial}{\partial x_u} \left[\rho u_u \left(\frac{u^2}{2} + h \right) - u_\mu \sigma_{\mu u} - \zeta \frac{\partial T}{\partial x_u} \right] + u_u \rho X_u \dots (1.38)$$

Donde e es la energía interna por unidad de masa del fluido (de modo que la suma de $\rho(\frac{u^2}{2} + e)$ da la energía total por unidad de volumen), $h = e + \frac{p}{\rho}$ es la entalpía y ζ es el coeficiente de conductividad térmica. Además está implicado el tensor de esfuerzos viscosos σ_u definido como:

$$\sigma_u = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} \delta_{ij} \right) + \zeta \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} \delta_{ij} \dots (1.39)$$

1.3.2 Pequeñas oscilaciones

El sistema cerrado descrito en la sección anterior es en general muy complejo y su estudio teórico representa grandes dificultades. Si se considera un sistema de pequeñas oscilaciones alrededor de una posición de reposo (o de movimiento con velocidad constante), y linearizando las ecuaciones alrededor de ese punto^[4], Carrier and Carlson (1946), Yaglom (1949) y Kovácznay (1957)^[5] han mostrado que en este caso todos los posibles movimientos pueden ser divididos en tres tipos de oscilaciones, con considerables diferencias en sus características. Esta división será muy importante en este trabajo en el momento de analizar la señal difundida por un jet turbulento.

Las aproximaciones propuestas resultan en las siguientes ecuaciones para las fluctuaciones^[4]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega_1(t)}{dt} &= 0 \\ \frac{dS(t)}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2 D(t)}{dt^2} + \alpha_0^2 k^2 D(t) &= 0 \\ \frac{d^2 P(t)}{dt^2} + \alpha_0^2 k^2 P(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1.40)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

donde $a_0 = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0}}$ la velocidad del sonido en el medio no perturbado y $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$. Las ecuaciones

(1.40) están escritas en términos de las componentes de la vorticidad $\omega_k = \epsilon_{k\alpha\beta} \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha}$, la

divergencia $D = \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\alpha}$, la entropía $S(t)$, en sustitución de las componentes de la velocidad v_i y la temperatura $T(t)$ y se ha conservado el campo de presión $P(t)$.

De acuerdo a las ecuaciones (1.40) el campo de vorticidad y el campo de entropía serán fijos en el espacio. Las ecuaciones para la divergencia y la presión son ecuaciones de onda de perturbaciones que se propagan a la velocidad del sonido. Vemos que en la aproximación propuesta^[4] las fluctuaciones de las variables termodinámicas se descomponen en tres modos no interactuantes. El primero llamado el *modo incompresible de vorticidad*, descrito por el campo de vorticidad $\vec{\omega}(\vec{x})$ que es invariante en el tiempo (o se desplaza a velocidad constante sin perturbarse). El *modo entrópico*, descrito por el también invariante en el tiempo campo de entropía $S(\vec{x})$, producido por inhomogeneidades iniciales en la temperatura. Y el *modo acústico o potencial* relacionado con fluctuaciones en la presión representadas por un conjunto de ondas que se propagan a la velocidad del sonido del medio no perturbado a_0 .

Capítulo II

Sistema de dispersión Rayleigh y detección heterodina para estudiar fluctuaciones de densidad

La dispersión Rayleigh estudiada en la primera sección del capítulo I puede ser utilizada para diseñar un montaje experimental capaz de detectar las fluctuaciones de densidad dentro de un gas transparente. La primera sección de este capítulo sienta las bases del modelo experimental que conducen a la implementación de un sistema como el descrito. Se estudia la corriente obtenida por un detector colocado en cierta posición respecto de un volumen de dispersión V como se muestra en la figura 2 del capítulo I. Se utiliza la detección heterodina para amplificar la señal y definir un oscilador local virtual. Esto es necesario debido a que la señal obtenida por el detector a partir de la dispersión de la luz por el volumen resulta muy débil.

La segunda sección describe el montaje experimental, muestra la propagación teórica del perfil gaussiano de los haces durante su trayecto óptico en el montaje, hasta la obtención física de los frentes de onda planos descritos en el capítulo I. Se describe la interacción de un haz de luz láser con un modulador acusto-óptico para la obtención del oscilador local. Por último se indica el trayecto óptico que lleva el oscilador local y la luz dispersada hasta el detector para la obtención de la señal eléctrica y su densidad espectral.

II.1 Modelo experimental: La detección heterodina

II.1.1 El detector

Para detectar el campo dispersado se utiliza la detección heterodina. Esta detección consiste en mezclar la señal dispersada por el volumen con un haz de referencia sobre la superficie de un detector. El instrumento de detección es un fotodetector de área finita A . Los electrones de este fotodetector pueden absorber radiación incidente con eficiencia cuántica $\eta(\vec{r})$ (con \vec{r} la posición sobre el área del detector). Donde la eficiencia cuántica se define como la probabilidad con la que un fotón de longitud de onda λ libera un electrón de la superficie del detector. La eficiencia cuántica se supone constante sobre toda el área del detector. La corriente

generada en el detector por un haz incidente de frecuencia ω_0 es proporcional a la potencia del haz $P_i(t)$.

$$i(t) = \frac{\eta e_q}{h\omega_0} P_i(t) \dots (2.1)$$

donde e_q es la carga del electrón. La potencia se calcula a partir del flujo de energía, utilizando el vector de Poynting $\vec{S}(\vec{r}, t)$ definido como

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} |\vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t)| = \frac{\hat{n}}{\mu_0 c} |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2 \dots (2.2)$$

Integrando sobre el área del detector se obtiene la potencia incidente:

$$P_i(t) = \int_A d\vec{\sigma} \cdot \vec{S}(\vec{r}, t) \dots (2.3)$$

donde $d\vec{\sigma} = \vec{\sigma} d\sigma$ es la diferencial de superficie y $\vec{\sigma}$ el vector normal unitario al área A y $\eta(\vec{r}) = \eta$ es constante. Utilizando la definición en (2.1) se obtiene como resultado una corriente de salida con la forma:

$$i(t) = \frac{\eta e_q}{h\omega} \int_A d\vec{\sigma} \cdot \vec{S}(\vec{r}, t) \dots (2.4)$$

11.1.2 El haz de referencia

El haz de referencia es un haz de luz monocromático, con una frecuencia angular ω_1 . Este haz se propaga en la dirección de $\hat{n} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ e incide directamente sobre el detector. El campo puede ser descrito de igual manera que el campo incidente en (1.17):

$$\vec{E}_{ot}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{ot}(\vec{r}) u_{ot}(\vec{r}) e^{-i\omega_1 t} \quad \text{con:} \quad \vec{E}_{ot}(\vec{r}) = \vec{E}_{ot} e^{\vec{k} \cdot \vec{r}} \dots (2.5)$$

II.1.3 El vector de Poynting sobre el detector

Sobre la superficie del detector se hacen incidir tanto el campo dispersado como el oscilador local. El vector de Poynting resultante sobre el detector es dependiente de la suma de los dos campos. Por lo tanto se puede escribir la corriente producida por un solo dispersor a partir del campo (1.21) y el haz de referencia (2.5):

$$i_d(t) = \frac{e_d}{h\omega_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int d\sigma \eta \left[\vec{E}_d(\vec{r}, t) + \vec{E}_{ref}(\vec{r}, t) \right]^2 \dots (2.6)$$

Al desarrollar el cuadrado de la suma anterior, aparecen los términos $|\vec{E}_d(\vec{r}, t)|^2$ y $|\vec{E}_{ref}(\vec{r}, t)|^2$. Los cuales resultan constantes en el tiempo y por lo tanto generan señales de corriente directa sobre el detector. También existe un término cruzado, el cual genera un vector de Poynting que oscila con frecuencia $\omega_d = \omega_0 - \omega_l$. Esta es la señal de interés^[6]. Este término es llamado término heterodino:

$$i_d(t) = \frac{1}{2} \frac{\eta e_d}{h\omega_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int d\sigma \left[\vec{E}_d(\vec{r}) \cdot \vec{E}_{ref}^*(\vec{r}) e^{-i\omega_d t} + \vec{E}_{ref}(\vec{r}) \cdot \vec{E}_d^*(\vec{r}) e^{i\omega_d t} \right] \dots (2.7)$$

donde se ha colocado la eficiencia cuántica como constante y $\omega_d = \omega_0 - \omega_l$. Si se utiliza la ecuación (1.21).

$$i_d(t) = \frac{\eta e_d}{h\omega_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[\vec{E}_0(\vec{r}') \cdot \int_A d\sigma \vec{E}_d(\vec{r}) \frac{e^{ik_r r}}{r} e^{-i\omega_d t} + \vec{E}_0^*(\vec{r}') \cdot \int_A d\sigma \vec{E}_d^*(\vec{r}) \frac{e^{-ik_r r}}{r} e^{i\omega_d t} \right] \dots (2.8)$$

II.1.4 El oscilador local virtual o rayo antena

En la ecuación (2.8) aparece un término integral. Este término es análogo a la reconstrucción de Kirchhoff-Sommerfeld del campo difractado por una pantalla de área Λ en la aproximación de campo lejano, también llamada de Fraunhoufer ($kr \rightarrow \infty$)^[7].

$$\vec{E}(\vec{r}') = \frac{k_0}{2\pi i} \int_A d\sigma \frac{e^{ik_0 r'}}{r'} \vec{E}(\vec{r}) \dots (2.9)$$

esta integral reconstruye el campo difundido en \vec{r}' a partir del campo incidente sobre una pantalla de área A , definida por \vec{r} . Este campo viaja en la dirección de $\hat{n} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$. Así se puede definir un campo virtual que atraviesa la zona de difusión, a este campo se le llama el oscilador local virtual o rayo antena. Este oscilador local virtual está determinado únicamente por el haz de referencia y las características del detector:

$$\vec{E}_{ul}^*(\vec{r}') = \frac{k_0}{2\pi i} \int_A d\sigma \vec{E}_{ul}^*(\vec{r}) \frac{e^{ik_0 r'}}{r'} \dots (2.10)$$

Utilizando esta ecuación en la corriente (2.8) se obtiene:

$$i_d(t) = \frac{\pi i}{k_0} \frac{\eta e_u}{h \omega_0} r_0^R \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[\vec{E}_0(\vec{r}') \cdot \vec{E}_{ul}^*(\vec{r}') e^{-i\omega_0 t} + \vec{E}_0^*(\vec{r}') \cdot \vec{E}_{ul}(\vec{r}') e^{i\omega_0 t} \right] \dots (2.11)$$

Ahora se puede utilizar la definición del campo incidente en (1.17) y definiendo el oscilador local virtual, que hereda las características del haz de referencia como:

$$\vec{E}_{ul}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{ul}(\vec{r}) u_{ul}(\vec{r}) e^{-i\omega_0 t} \text{ con: } \vec{E}_{ul}(\vec{r}) = \vec{E}_{ul} e^{i\vec{k}_u \cdot \vec{r}} \dots (2.12)$$

para obtener la corriente:

$$i_d(t) = \frac{i\pi}{k_0} \frac{\eta e_u}{h \omega_0} r_0^R \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{E}_0 \cdot \vec{E}_{ul} \left[U(\vec{r}') e^{-i(\vec{k}_s \cdot \vec{r}' - \omega_0 t)} + U^*(\vec{r}') e^{i(\vec{k}_s \cdot \vec{r}' - \omega_0 t)} \right] \dots (2.13)$$

donde notamos que $\vec{k}_{hr} = \vec{k}_{ul}$. En la ecuación (2.13) se ha puesto $U(\vec{r}') = u_0(\vec{r}') u_{ul}(\vec{r}')$ y $\vec{k}_s = \vec{k}_{ul} - \vec{k}_0$.

11.1.5 Dispersión por un conjunto de partículas

Tomando en cuenta la figura 2, se puede escribir la corriente total debida a un conjunto de dispersores en un volumen pequeño V . Integrando la corriente (2.13) sobre el volumen de

dispersión V, pesada por la función de densidad $n(\vec{r}', t)$ se puede obtener la corriente total inducida en el detector.

$$i(t) = \frac{i\pi}{k_0} \frac{\eta e_q}{h\omega_0} r_0^R \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{E}_{\omega} \cdot \vec{E}_{\omega} \int d^3r' n(\vec{r}', t) \left[U(\vec{r}') e^{-i(\vec{k}_\Delta \cdot \vec{r}' - \omega t)} + U^*(\vec{r}') e^{i(\vec{k}_\Delta \cdot \vec{r}' - \omega t)} \right] \dots (2.14)$$

De la figura 2 es claro que: $\vec{k}_{\omega} = \vec{k}_j$. Se considera la situación de dispersión elástica por las moléculas (dispersión Rayleigh). De este modo se puede escribir que $k_0 = |\vec{k}_0| = |\vec{k}_{\omega}| = k_{\omega}$. Utilizando el ángulo θ definido por la figura 2, se puede relacionar la norma del vector de onda \vec{k}_Δ con la norma del vector de onda incidente \vec{k}_0 .

$$|\vec{k}_\Delta| = k_\Delta = 2k_0 \sin \frac{\theta}{2} \dots (2.15)$$

II.1.6 Espectro temporal de la señal detectada

La corriente que se induce sobre el detector es la señal de interés. Para su análisis es conveniente determinar la densidad espectral de la señal. La densidad espectral se define como la transformada de Fourier de la función de autocorrelación de la corriente obtenida.

$$I(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt \int_{-\infty}^{\infty} d\tau i(t) i(t + \tau) e^{i\omega\tau} \quad (2.16)$$

A partir de:

$$n(\vec{k}, \omega) = \int \int dt d^3r n(\vec{r}, t) e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \dots (2.17)$$

$$S(\vec{k}, \omega) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ T' \rightarrow \infty}} \frac{1}{T} \frac{\langle |n(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle}{n_0 V'} \dots (2.18)$$

se puede escribir la densidad espectral como:

$$I(\omega) = \frac{1}{8\pi k_0^2} \left(\frac{\eta e_q}{h\omega_0} \right)^2 n_0 (r_0^R)^2 \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_{\omega})^2 \int d^3k |W(\vec{k}_\Delta - \vec{k})|^2 [S(\vec{k}, \omega - \omega_\Delta) + S(\vec{k}, \omega + \omega_\Delta)] \dots (2.19)$$

donde $W(\vec{k}) = \int d^3r U(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ es la transformada de Fourier de los perfiles de los haces.

De la ecuación (2.19) se puede observar que si $\omega \approx \omega_\lambda$ el segundo término de la integral se ve como: $S(\vec{k}, \omega + \omega_\lambda) \approx S(\vec{k}, 2\omega_\lambda)$. Esto corresponde a frecuencias muy altas $\sim 220\text{MHz}$ en las cuales la señal se obtiene con baja intensidad y con ruido. Así que se decidió analizar solo la parte en $\omega - \omega_\lambda$.

$$I(\omega) = \frac{1}{8\pi k_0^2} \left(\frac{\eta e_y}{h\omega_0} \right)^2 n_0 (v_0^R)^2 \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_{in})^2 \int d^3k |W(\vec{k}_\lambda - \vec{k})|^2 S(\vec{k}, \omega - \omega_\lambda) \dots (2.20)$$

II.1.7 Resolución espacial

Tanto el oscilador local como el haz incidente tienen un perfil radial de la forma (1.18) y se puede escribir de acuerdo con la figura 5:

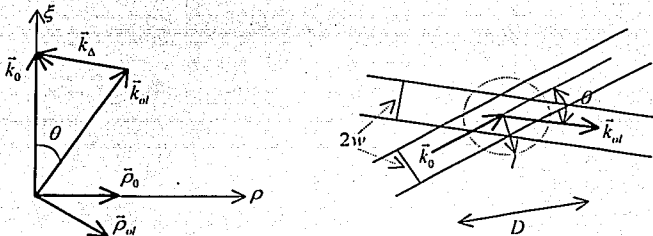


Figura 5: Coordenadas de la difusión y esquema de la difusión

$$u_0(\vec{r}) = e^{-i\left(\frac{\Omega_0^2}{w^2}\right)} \dots (2.21)$$

$$u_{in}(\vec{r}) = e^{-i\left(\frac{\Omega_0^2}{w^2}\right)} = e^{-i\left(\frac{\Omega_0^2 \cos^2 \theta}{w^2}\right)} \dots (2.22)$$

$$U(\vec{r}) = e^{-i\left(\frac{\Omega_0^2 + \Omega_0^2}{w^2}\right)} = e^{-i\left(\frac{\Omega_0^2 + \Omega_0^2 \cos^2 \theta}{w^2}\right)} \dots (2.23)$$

De la figura 5 se puede observar que si $\theta \ll 1$, entonces $D \sin \frac{\theta}{2} \cong D \frac{\theta}{2} = 2w$ con D la diagonal mayor del paralelepipedo formado por los haces y θ el ángulo de dispersión. La diagonal menor del mismo es aproximadamente $2w$. Utilizando (2.15) y la situación de ángulos pequeños en las coordenadas definidas por la figura 5 se puede calcular la transformada de Fourier de $U(\vec{r})$.

$$W(\vec{k}_\Delta - \vec{k}) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho} \int_0^{\rho} e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}} e^{-i[(k_x + k_x \rho) \rho + (k_y + k_y \rho) \rho]} \rho d\xi d\rho d\varphi \dots (2.24)$$

$$\text{Donde: } k = |\vec{k}|, k_{\Delta, \rho} = k \cos \theta \approx k \text{ y } k_{\Delta, \xi} = k \sin \theta \approx k\theta$$

$$W(\vec{k}_\Delta - \vec{k}) = \pi w^2 \frac{\sin \left[(k_z + k_0 \theta^2) l \right]}{k_z + k_0 \theta^2} e^{-\frac{w^2}{k} (k_x + k_x \rho)^2} \dots (2.25)$$

Entonces se puede escribir la densidad espectral (2.20) como:

$$I(\omega) = \frac{1}{8\pi k_0^2} \left(\frac{\eta_{\text{eff}}}{h\omega_0} \right)^2 n_0 (r_0^{\text{eff}})^2 \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_{\omega})^2 \int d^3k \left| \pi w^2 \frac{\sin \left[(k_z + k_0 \theta^2) l \right]}{k_z + k_0 \theta^2} e^{-\frac{w^2}{k} (k_x + k_x \rho)^2} \right|^2 S(\vec{k} \cdot \omega - \omega_0) \dots (2.26)$$

11.1.8 Resolución espectral

Conociendo la transformada de Fourier de los perfiles de los haces, es posible calcular la resolución espectral $\Delta k^3 = \Delta k_{\rho, \varphi} \Delta k_z$ a partir de:

$$\Delta k_{\rho, \varphi} = \frac{\int_{-l}^l \int_0^{2\pi} dk_{\rho} |W'(k_{\rho, \varphi})|^2}{|W'_{\Delta \rho, \varphi}(k_{\rho, \varphi})|^2} = \frac{4\pi}{w^2} \dots (2.27)$$

$$\Delta k_z = \frac{\int_{-l}^l dk_z |W'(k_z)|^2}{|W'_{\Delta z}(k_z)|^2} = \frac{\pi}{l} \dots (2.28)$$

$$\text{Entonces } \Delta k^3 = \frac{4\pi^2}{w^2 l} \dots (2.29)$$

11.1.9 Cociente señal a ruido

Una cantidad importante en la detección es el cociente de señal a ruido. La amplitud de ruido mínima esta dada cuando la única señal que llega al detector es la señal del oscilador local. La corriente producida por este oscilador local servirá de referencia para definir el umbral de ruido. Como el ruido es independiente de la frecuencia, la densidad espectral del ruido queda entonces definida como:

$$I_r(\omega) = \frac{\eta e_q^2}{\pi h \omega_0} P_{nl} \dots (2.30)$$

De (2.26) podemos escribir directamente el cociente de señal a ruido:

$$\frac{I(\omega)}{I_r(\omega)} = \frac{\eta}{h \omega_0 P_{nl}} \frac{n_0 (r_0^\mu)^2}{8k_0^2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\bar{\mathbf{E}}_0 \cdot \bar{\mathbf{E}}_{nl})^2 \int d^3k \left| \pi w^2 \frac{\sin\left(\left[\frac{k_z}{k_z + k_0 O^2}\right]l\right)}{k_z + k_0 O^2} e^{-\frac{w^2}{8}(k_x + k_0)^2} \right|^2 S(\bar{k}, \omega - \omega_\Delta) \dots (2.$$

31)

11.2 Montaje experimental

11.2.1 Esquema del montaje experimental

Para realizar el montaje experimental se requiere obtener un frente de onda plano con perfil gaussiano en la zona de dispersión como haz incidente. Para lograrlo se hace pasar un haz de luz láser a través de un sistema óptico para focalizarlo sobre la zona de dispersión. También se requiere obtener un haz de referencia como oscilador local. Este haz se obtiene haciendo pasar el haz de luz láser a través de un modulador acusto-óptico (MAO). El MAO consiste en un cristal en el que se produce una onda acústica. El MAO actúa como rejilla y genera órdenes de difracción en direcciones definidas y con saltos en frecuencia bien determinados. Se toma uno de estos órdenes como haz de referencia y se focaliza en la zona de dispersión junto con el haz principal, haciendo un ángulo θ con este. Finalmente para la detección se utiliza un fotodiodo

sobre el cual se focaliza el oscilador local y la luz dispersada en la dirección de este. El esquema general puede apreciarse en la figura 6 y los elementos mencionados en la tabla II.1.

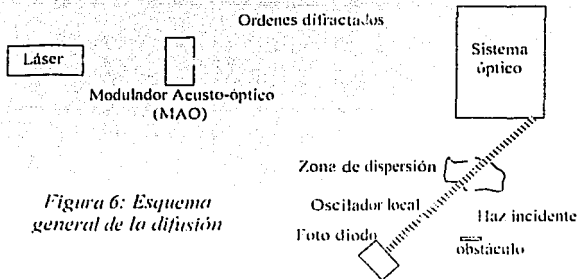


Figura 6: Esquema general de la difusión

Tabla II.1	
Láser, CrystaLaser GCL-200-S	
Longitud de onda	532 nm
Potencia de salida	200 mW
Modo transversal	TEM 00
Ángulo de divergencia	2 mrad
Diámetro del haz $\left(\frac{1}{e}\right)$	0.36 mm
Plano de polarización/razón de polarización	45° de la vertical >100/1
Longitud de coherencia	>100 m
Dimensiones de la cabeza del láser	3x3x12 cm
Modulador acusto-óptico, Isomet 1206-C	
Longitudes de onda operativas	488-663 nm
Medio de interacción	Molibdato de plomo ($PbMoO_4$)
Velocidad del sonido	3.63 mm/μs
Apertura activa	1 mm
Frecuencia central	110 MHz
Ancho de Banda	50 MHz
Ángulo de Bragg	8.06 mrad ($\lambda = 532$ nm)
Ángulo de separación entre los haces	16.12 mrad ($\lambda = 532$ nm)
Polarización	Horizontal
Eficiencia de deflexión	78 %
Fotodiodo Hamamatsu S5973	
Área activa	0.8 mm x 0.8 mm
Rango espectral de respuesta	320-1000 nm
Pico de sensibilidad λ_p	$\lambda_p = 760$ nm
Sensibilidad $S = \frac{I_p}{h\nu_0}$	0.3 ($\lambda = 532$ nm)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

11.2.2 Propagación del perfil gaussiano, El láser

El trayecto óptico de un haz gaussiano en un sistema formado únicamente por lentes y espejos puede ser calculado completamente por las ecuaciones (1.30), (1.31), (1.32) y (1.35) considerando que los espejos solo influyen en la dirección de propagación de los haces. Las ecuaciones (1.35) se pueden simplificar si se toma la distancia z_0 en la figura 4, igual a la distancia focal de la lente f . Además si se toma $n \cong 1$ las ecuaciones se convierten en:

$$z_1 = f$$

$$w_1 = \frac{f\lambda}{\pi H w_0} \cong \frac{f\lambda}{\pi w_0} \dots (2.32)$$

Con estas ecuaciones se calcula la propagación del perfil gaussiano del haz.

11.2.3 El modulador acusto-óptico

Para obtener el haz de referencia se hace incidir el haz de luz láser en un Modulador Acusto-Óptico (MAO). Un modulador acusto-óptico es un cristal de material transparente, en el cual se crea una onda acústica estacionaria por medio de un transductor piezoeléctrico. Esta onda produce cambios en la estructura del cristal, y crea por tanto una distribución espacial del índice de refracción del cristal. Cuando este cristal es atravesado por una onda electromagnética plana con un perfil gaussiano transversal, es difractada por las inhomogeneidades del índice de refracción. De la ecuación (1.30) se puede mostrar que la distancia recorrida dentro de este material es tan pequeña que resulta despreciable su acción sobre el perfil gaussiano del haz. La onda acústica dentro de este material oscila a una frecuencia $\omega_\lambda = 2\pi(110\text{MHz})$, se puede mostrar que para un láser oscilando en el modo TEM00 que entra en el ángulo de Bragg:

$$\theta_{\text{Bragg}} = \frac{\lambda f_c}{2v}$$

donde:

v = velocidad del sonido en el material(2.33)

f_c = frecuencia de la onda

λ = Longitud de onda óptica

Pueden obtenerse órdenes de difracción bien definidos, cada uno separado en dos veces el ángulo de Bragg de la dirección del orden anterior. Cada orden sale con un salto en frecuencia de m veces (con m entero) la frecuencia de la onda acústica respecto a la frecuencia original del haz incidente. Ver la figura 7.

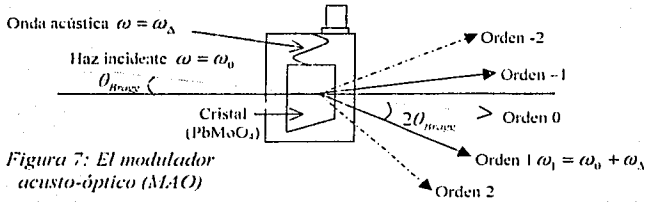


Figura 7: El modulador acusto-óptico (MAO)

Para el montaje experimental se tiene que $\omega_0 = k_0 c = \frac{2\pi c}{\lambda_0} = 3.51 \times 10^{15} \text{ Hz}$, dado que la longitud de onda del láser es $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$. De la tabla 2.1 se conoce la frecuencia de la onda acústica en el MAO ($\omega_\lambda = 2\pi(110 \text{ kHz})$) y la velocidad del sonido en el medio ($v = 3.63 \frac{\text{mm}}{\text{ns}}$).

Por tanto se puede calcular el ángulo de Bragg para esta longitud de onda

$\theta_{\text{max}} = \frac{\lambda_0 \omega_\lambda}{4\pi v} = 8.06 \text{ mrad}$. A la salida del MAO se obtienen varios órdenes de magnitud. Se ajustó la potencia y el ángulo para tener mayor intensidad en el orden cero y los órdenes ± 1 . De estos órdenes se toma el orden de difracción +1 para obtener el oscilador local.

La apertura activa del MAO es de 0.9mm. Para obtener la mayor eficiencia de deflexión sin difracción en los bordes, el fabricante recomienda que el diámetro del haz $d = 2w$, sea a lo más $\frac{1}{3}$ de la apertura activa, o sea 0.3mm. El diámetro a la salida del haz es de 0.36mm y crece a partir de ahí, por tanto resulta necesario disminuir el diámetro del haz hasta alcanzar 0.3mm o menos en el diámetro del haz. Esto se logra colocando una lente de distancia focal 0.15m. Esta lente está etiquetada como la lente f_1 en la tabla II.2. Utilizando las ecuaciones (2.32) se puede obtener la cintura del haz después de pasar por la lente si ésta se coloca a una distancia f_1 de la salida del láser. Estos nuevos parámetros son:

$$w_1 = \frac{\lambda f_1}{\pi w_0} = 0.14 \text{ mm} \quad \dots (2.34)$$

$$z_1 = f_1 = 0.15 \text{ m}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Por tanto el MAO debe colocarse a 0.30m de la salida del láser. En este punto el haz tiene un diámetro de 0.28mm, el cual es menor que 0.3mm que es lo que se esperaba obtener. Sin embargo es necesario colocar entre el láser y la primera lente un control sobre la dirección del láser. Este sistema consiste en un par de espejos independientes, con los cuales es posible controlar de manera eficiente la dirección del haz, esto se muestra en la figura 8.

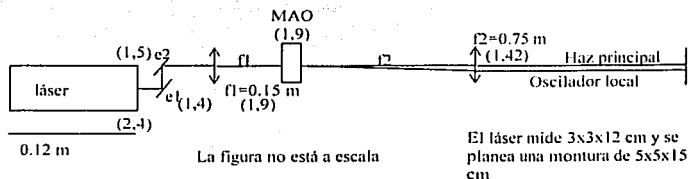


Figura 8: Trayectoria inicial del montaje experimental

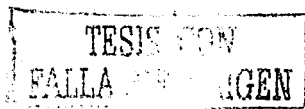
11.2.4 La zona de dispersión, el detector

De la salida del modulador acústico se toma el orden de difracción -1, para crear el haz de referencia. Este orden lleva un salto en frecuencia de $\omega_{\Delta} = 2\pi \cdot 110\text{MHz}$.

En principio el tamaño de las fluctuaciones que el sistema podría medir están dadas por la ecuación (2.15). Sin embargo en el caso de una onda acústica las frecuencias implicadas están dadas por:

$$\frac{\omega}{k_{\lambda}} = a_0 \text{ con } a_0 \text{ la velocidad del sonido en el medio....(2.35)}$$

Para estudiar la emisión audible que es del orden de 10 KHz, el ángulo de separación entre los haces en la zona de dispersión es el dado por la ecuación (2.15). Si proponemos $\omega = 2\pi \cdot 10\text{KHz}$ en la ecuación (2.35) se puede ver que el orden de los ángulos necesarios es de 0.016mrad, los cuales son muy difíciles de lograr en la práctica. Un orden razonablemente pequeño para poder lograr los ángulos en el laboratorio es $0 \sim 1\text{mrad}$, aunque en la frecuencia esto implica estar en la región de ultrasonido si la fluctuaciones son debidas a ondas acústicas. De la misma ecuación (2.15) se puede observar que un aumento en la longitud de onda λ_0 tiene el mismo efecto de agrandar el ángulo de la dispersión. Sin embargo el láser disponible solo emite a una longitud de onda fija.



Una manera de lograr un control adecuado del ángulo es enviar los haces principal y de referencia a una lente de distancia focal $f_3 = 1m$ (véase la tabla II.2); incidiendo paralelos entre sí. Es sencillo mostrar usando la óptica geométrica que si la separación de los haces es g (en mm), los haces se cruzarán a una distancia $f_3 = 1m$ después de la lente en un ángulo $\theta = g \text{ mrad}$.

Tabla II.2

Lente	Marcas	Distancia focal	Diámetro de la lente
f_1	Edmund Optics	0.15m	25mm
f_2	Edmund Optics	0.75m	25mm
f_3	Oriel	1m	50mm
Espejos	Marcas	Montura	Diámetro del espejo
De 1, e2, e4, e5	Oriel	Sin apertura lateral	25mm
2, e3, e6	Oriel	Con apertura lateral	25mm

Para ser consistentes con los cálculos, en la zona de dispersión se deben tener frentes de onda planos. Esto se logra si los haces inciden en la lente de tal modo que su cintura sea mínima a una distancia de $1m$ antes de la lente, como puede verse de las ecuaciones (2.32). Esto puede lograrse si se coloca la lente f_3 a una distancia de $1m$ después de la salida del modulador, de este modo queda colocada confocalmente con la lente f_1 . Sin embargo calculando la cintura que tendrían los haces en la zona de dispersión se obtiene usando (2.32)

$$\tilde{w}_2 = \frac{\lambda f_1}{\pi w_1} = 1.21 \text{ mm} \dots (2.36)$$

El diámetro del haz es de 2.418 mm en esta zona, lo que implica de la figura 5 que

$$D = \frac{4\tilde{w}_2}{\theta} \text{ y por tanto el área de cruce es (también de la figura 5)}$$

$$A_{\text{cruce}} = D\tilde{w}_2 = \frac{4\tilde{w}_2^2}{\theta} = 5.85 \text{ mm}^2. \text{ Se reduce el área de estudio. Por lo tanto se coloca una}$$

lente de distancia focal $f_2 = 0.75m$, cuyos datos aparecen en la tabla (II.2). Esta lente se coloca

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

confocalmente con f_1 y f_3 a su vez se coloca confocalmente con f_2 . El paso por la lente f_2 produce una nueva cintura mínima a 0.75m de la lente, esta nueva cintura es:

$$w_2 = \frac{\lambda f_2}{\pi w_1} = 0.90mm \dots (2.37)$$

Después de recorrer 1m a partir de este punto los haces llegan a la lente f_3 , y son enfocados a 1m de esta lente con una nueva cintura

$$w_3 = \frac{\lambda f_3}{\pi w_2} = 0.19mm \dots (2.38)$$

Lo que produce un área de cruce $A_{cruce} = Dw_2 = \frac{4w_2^2}{\theta = 1mrad} = 0.14mm^2$ menor que el área para w_2 . Sin embargo se eligió como ángulo de cruce $\theta = 3mrad$, esto implica detectar emisión acústica de frecuencia angular $\omega = 2\pi(1.92)MHz$. Los haces que salen del modulador tienen que viajar paralelos hasta alcanzar la lente f_3 . Sin embargo se puede notar que al salir del modulador recorren 0.75m para llegar a la lente f_2 la cual tiene una distancia focal también de 0.75m, por lo tanto al salir de la lente lo hacen en direcciones paralelas. Después es necesario un sistema de espejos que acerquen los haces para obtener la separación deseada. La trayectoria óptica en las figuras 8, 9, 10. El sistema de espejos se muestra en la figura 9.

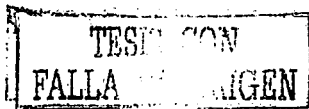
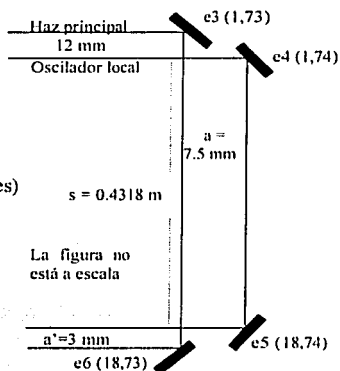
$$2a + s = s + a' + 12mm$$

$$\Rightarrow a = \frac{a' + 12mm}{2} = 7.5mm$$

(los trayectos ópticos deben ser iguales)

$$s = 0.4318 m$$

Figura 9: Sistema de espejos



Después de la zona de cruce es necesario enviar el oscilador local hacia el detector para obtener la señal de corriente. El detector es un foto diodo Hamamatsu S5973, cuyas características aparecen en la tabla II.1. Se dejan correr lo haces 1.60m después de la zona de cruce para separarlos adecuadamente y poder bloquear el orden 0. Dado que el área activa del detector es de 0.64 mm^2 se hace necesario enfocarlo sobre el área activa. Esto se logra mediante un lente de distancia focal de 0.10m colocada a 1.50m de la zona de difusión y a 0.1m del detector. La señal de salida del detector es enviada a un analizador de espectro de la marca Agilent, modelo E4411B serie ESA-I.. El montaje óptico sobre la mesa óptica puede verse en la figura 11.

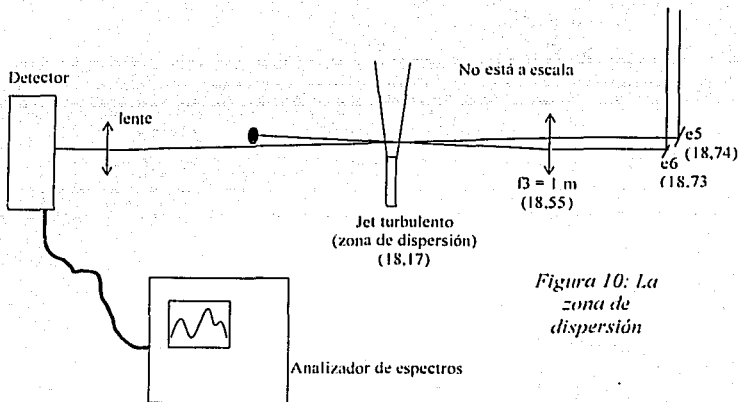
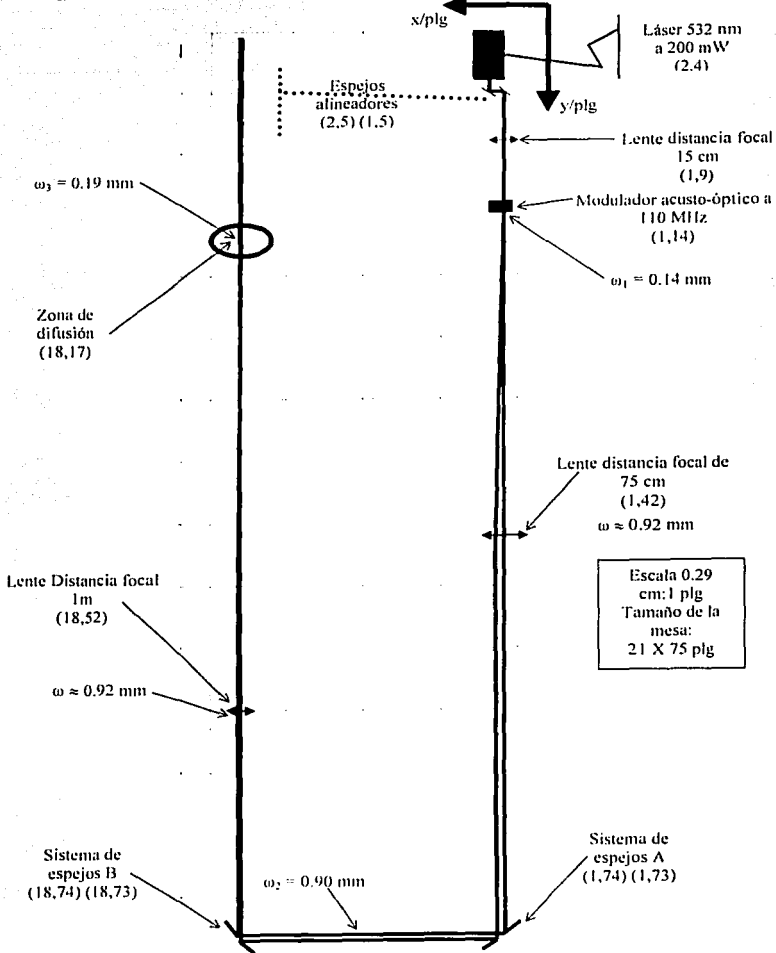


Figura 10: La zona de dispersión

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 11: Esquema del diseño sobre la mesa a escala 0.29cm:1in



TERCER COM
 FALSA DE ORIGEN

Capítulo III

El sistema de dispersión Rayleigh y detección heterodina para estudiar fluctuaciones de densidad en un jet turbulento. Aplicación a la aeroacústica y la velocimetría

III.1 El jet turbulento

III.1.1 Estructura general del jet subsónico

En el caso ideal se considera un jet construido a partir de una boquilla de sección transversal circular de diámetro $D^{[8]}$. Esta boquilla es conectada a un recipiente de gas a presión P_1 y desemboca en un ambiente del mismo gas a presión P_0 en estado estacionario, este ambiente se considera sin fronteras y de dimensiones infinitas. El flujo sale de la boquilla con velocidad u . En esta sección se describe la estructura general de un jet tal que su número de Mach ($M = \frac{u}{a_0}$) a la salida es menor que 1, en este caso se le conoce como un jet subsónico. A la salida de la boquilla el fluido saliente se mezcla con el flujo estacionario, creándose una *capa de mezcla* anular que se abre conforme se aleja del jet. Esta capa de mezcla tiene un ancho, dentro del cual se puede considerar una capa promedio como la que se muestra en la figura 12. En esta zona de mezcla se forman vórtices y el flujo es turbulento. La capa de mezcla se abre mas o menos linealmente y alrededor del eje del jet se forma una región aproximadamente cónica donde el flujo es laminar. Esta zona se extiende aproximadamente a los 4 ó 5 diámetros y es conocida como el *cono potencial* (figura 13).

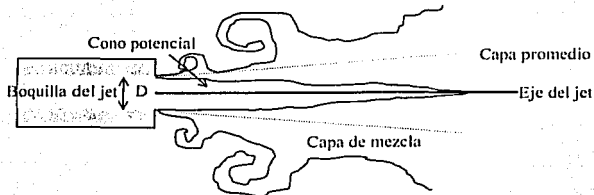


Figura 12: La capa de mezcla

En la zona donde se une la capa de mezcla con el eje del jet, ésta comienza a interactuar dentro de una región que se extiende alrededor de otros 4 diámetros, a esta región se le conoce como la *región de transición*. Después de esta región de transición se llega a una zona del jet de flujo auto sostenido llamada la *región de turbulencia completamente desarrollada* (Figura 13). La frontera de esta región también crece linealmente con la distancia, pero a una razón diferente que la capa de mezcla.

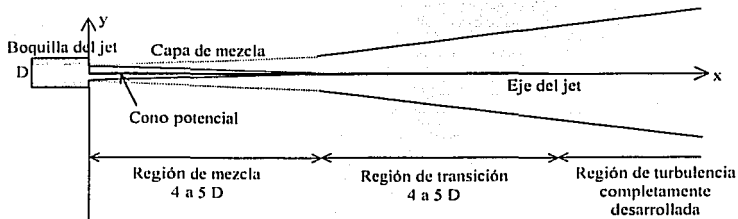


Figura 13: Estructura del jet subsónico

III.1.3 Estructura general del Jet supersónico

En el caso de que el número de Mach M a la salida del jet sea mayor que 1, se habla de un jet supersónico (figura 14). En este caso aparecen líneas de Mach en la región supersónica del jet. Estas líneas de Mach se tratarán en el capítulo IV. Aguas abajo de la región supersónica existe una región de transición en la cual la velocidad de flujo pasa de ser supersónica a ser subsónica. A esta región se le conoce como *capa de mezcla supersónica*.

TESIS CON
FALLA DE ENLACE

Para caracterizar a un jet sería conveniente conocer la distribución de sus fuentes acústicas así como los procesos que generan estas fuentes. Hasta ahora se han utilizado numerosas técnicas para determinar la localización y forma de estas fuentes acústicas. Estas técnicas van desde el uso de espejos acústicos, extrapolando la dirección de máxima emisión, hasta el uso de medidas con micrófonos en la zona cercana a la frontera del jet. Existen muchas objeciones al uso de estas técnicas, sobre todo en el momento de interpretar los datos. Además resulta imposible determinar unívocamente la fuente a partir de estudios sobre el campo de sonido. Sin embargo las medidas realizadas por muchos investigadores^[8] indican que la localización de las fuentes se encuentra alrededor del final de la capa de mezcla supersónica donde el número de Mach se aproxima a 1 (línea sónica). Aunque algunas medidas realizadas indican que la principal fuente de sonido se encuentra mucho antes de esta zona.

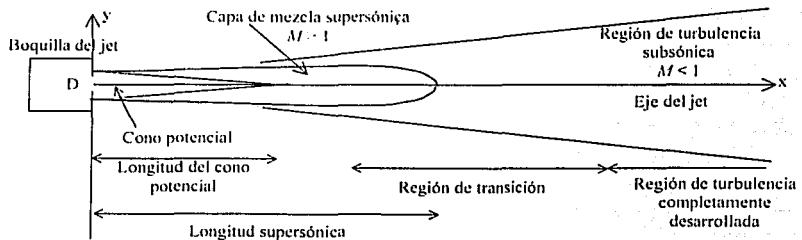


Figura 14: Estructura del jet supersónico

Existen algunos modelos para explicar la emisión acústica en jets. La mayoría explican esta emisión como consecuencia de la interacción de las estructuras de gran escala dentro del jet. Estas estructuras de gran escala son vórtices formados por la capa de mezcla, sobre todo en la frontera de éste. Los modelos manejan que la emisión acústica producida por el jet es principalmente debida a tres fenómenos: a) La interacción vórtice- vórtice, llamada apareamiento de vórtices, b) La ruptura de un vórtice debida a sus propias inestabilidades y c) la ruptura y posterior reconstitución de uno o más vórtices. Para tratar de constatar estos modelos se han tratado de hacer correlaciones de mediciones acústicas en

TESIS CON
FALLA DE CROCCEN

el exterior del jet con visualizaciones del flujo. Estas visualizaciones usan técnicas como fotografía Schlieren o shadowgraph.

Además existe sonido generado por la interacción de ondas de choque con la turbulencia y un mecanismo de retroalimentación que envuelve la estructura de choque.

III.2 Resultados

III.2.1 El jet de laboratorio

En el trabajo de laboratorio se considera un jet cuyo diámetro de salida es de 0.8mm. La boquilla se encuentra dividida en dos secciones: La sección de entrada, con una sección circular de diámetro constante igual a 4mm, el largo de esta sección es de 40mm y termina en ángulo para conectarse a la siguiente sección. La sección de salida, cuyo largo es de 6mm y tiene una sección circular de diámetro constante igual a 0.8mm, la parte final es recta. El diagrama de esta boquilla se muestra en la figura 15.

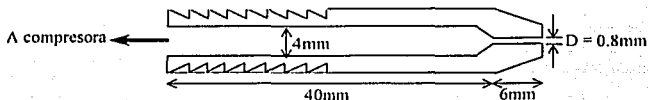


Figura 15: La boquilla del jet

El gradiente de presión se crea conectando una compresora a la boquilla a través una manguera. Esta boquilla desemboca al ambiente, el cual está a la presión atmosférica del laboratorio. El jet así obtenido se coloca en la posición donde se cruzan los haces primario y el oscilador local (figura 11). Este es el volumen de dispersión a estudiar. El fluido utilizado en la compresora es aire ambiental, del cual aproximadamente el 70% es nitrógeno, así que se puede considerar que la contribución a la dispersión está dada primordialmente por estas moléculas.

Este jet se encuentra montado en un sistema de posicionamiento xy, en el plano normal a la dirección de los haces. Además cuenta con un sistema de giro de 360° sobre este mismo plano. Este sistema permite tomar diferentes posiciones a lo largo del jet y cambiar el ángulo del vector de onda de la dispersión \vec{k}_x respecto a la dirección del flujo. El sistema está colocado de acuerdo a los ejes que aparecen en las figuras 13 y 14.

Con este sistema se obtienen medidas en diferentes partes del jet y a diferentes ángulos con respecto al eje del mismo.

Se puede obtener una estimación de la velocidad de salida del flujo a través de la boquilla si se considera el aire como gas ideal diatómico (pues alrededor del 99% del aire es nitrógeno y oxígeno, que son gases diatómicos). Tomando en cuenta la ecuación de energía en el punto de la cámara de la compresora donde la velocidad u_1 es 0 (punto de estancamiento) y la salida de la boquilla al ambiente donde la velocidad es u y la temperatura es T_0 ^[12]:

$$c_p T_1 = \frac{u^2}{2} + c_p T_0 \dots (3.1)$$

usando que $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, $a_0 = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0}} = \sqrt{\gamma RT}$, $R = c_p - c_v$ y $M = \frac{u}{a_0}$ esta ecuación puede ponerse en la forma:

$$\frac{T_1}{T_0} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \dots (3.2)$$

Ahora tomando en cuenta que el flujo se considera isentrópico se toma en cuenta la ecuación del cambio de entropía (s) entre los estados:

$$\Delta s = \ln \left[\left(\frac{T_0}{T_1} \right) \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right] = 0 \dots (3.3)$$

se obtiene el número de Mach a la salida de la boquilla como:

$$M = \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma - 1} \right) \left[\left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]} \dots (3.4)$$

Así que conociendo las presiones en la compresora y la presión ambiente se puede estimar la velocidad de salida del flujo.

III.2.2 Espectro de la señal

La señal que sale del detector se envía a un analizador de espectro. Este analizador produce, además de una imagen en pantalla, una lista de datos que posteriormente se pueden analizar en una computadora. Estos datos corresponden a la densidad espectral de la

corriente que sale del detector. De la ecuación 2.20 se observa que es proporcional a las fluctuaciones de densidad en la zona donde ocurre la dispersión. Las características detalladas del espectro dependen de la posición del vector de onda de la dispersión $\vec{k}_\Delta = \vec{k}_d - \vec{k}_0$ con respecto de la dirección del flujo y respecto a la localización sobre éste.

De la densidad espectral obtenida se pueden reconocer los modos descritos en la sección 1.3.2. En la figura 16 se muestra la densidad espectral del jet descrito en la sección anterior, el cual tiene las presiones de recipiente y de ambiente (presión atmosférica en el laboratorio) $P_i = 275.8 KPa$ $P_0 = 77.3 KPa$ respectivamente. Este jet se considera supersónico pues introduciendo estos valores en la ecuación (3.4) se obtiene un número de Mach de $M=1.48$. Además en las visualizaciones que se estudiarán en el siguiente capítulo se observan líneas de Mach. En la figura 16 se observa un pico en el espectro, el cual se

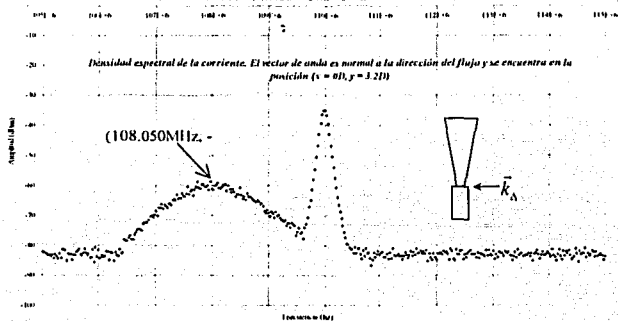


Figura 16: Densidad espectral de la corriente con \vec{k}_Δ normal a la dirección del flujo $P_i = 275.8 KPa$ $P_0 = 77.3 KPa$. La posición del vector de onda es a salida de la boquilla a 3.2 diámetros del eje del jet ($x = 0D$, $y = 3.2D$)

encuentra centrado en 110MHz (ω_Δ). Este pico corresponde a la señal producida por la combinación del oscilador local con el haz primario sin dispersión, el cual aparece en todos los espectros. Esta frecuencia es el punto de referencia de las fluctuaciones de frecuencia cero, esto es consecuencia del heterodinaje, de este modo sólo se toman en cuenta las diferencias de frecuencias con respecto de $\omega_\Delta = 110 MHz$.

El otro pico que aparece en el espectro es el correspondiente a las fluctuaciones de presión a entropía constante. es decir corresponde a la emisión acústica del jet. Se determina esto debido a que podemos hacer las siguientes observaciones: el vector de onda de la dispersión es normal a la dirección del flujo, así que la fluctuación debida a la velocidad en esa dirección no puede ser detectada por el sistema. Se deduce que si su máximo se encuentra en la posición (108.050 MHz, -60.2dBm), esta frecuencia corresponde a una frecuencia real de $110.000\text{MHz} - 108.050\text{MHz} = -1.95\text{MHz}$. El signo negativo en este caso corresponde a que la proyección de la velocidad de la onda sobre la dirección vector de onda \vec{k}_λ viaja en sentido contrario a este. Del vector de onda se puede saber el tamaño de la fluctuación como:

$$\lambda_\lambda = \frac{2\pi}{k_\lambda} = 0.178 \pm 0.004\text{mm} \quad (k_\lambda \cong k_0 \theta_{\text{dispersion}} = 11.8 \pm 0.8 \frac{1}{\text{mm}}) \dots (3.6)$$

Donde se usó la ecuación 2.29 para calcular Δk_λ y después se calculó $\Delta \lambda_\lambda$. Esta λ_λ corresponde a la longitud de onda de la fluctuación. Se calcula la velocidad de propagación u_0 suponiendo que es una onda:

$$u_0 = \frac{\omega}{k_\lambda} = f \lambda_\lambda = -347 \pm 8.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \dots (3.7)$$

Donde se usó la frecuencia del pico $f = -1.95\text{MHz}$. Esta velocidad corresponde a la velocidad del sonido a_0 en el medio sin perturbar (aire en este caso). Así se tiene una fluctuación que se mueve a la velocidad del sonido, en la dirección y sentido contrario del vector de onda \vec{k}_λ , por lo que es posible suponer que se trata efectivamente de emisión acústica producida por el jet. En este sentido se puede decir que el sistema actúa como un micrófono no intrusivo, detecta la emisión acústica de longitud λ_λ sin perturbar al flujo. Analizar el comportamiento de este *pico acústico* es importante para localizar las fuentes de emisión acústica en el jet.

El sistema es también capaz de detectar las fluctuaciones de densidad debidas a la entropía a presión constante. Estas fluctuaciones en el jet se relacionan con las inhomogeneidades de temperatura del flujo^[4]. La razón de que la fluctuación entrópica no aparezca en el espectro de la figura 16 es que esta densidad espectral fue obtenida en un punto fuera del flujo, por lo tanto en esa zona el flujo es estático y no se detectan fluctuaciones de tipo entrópico.

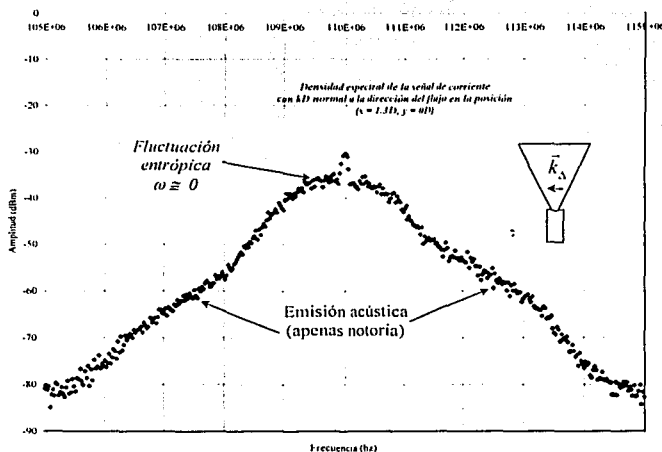


Figura 17: Densidad espectral de la señal de corriente obtenida con \vec{k}_{Δ} sobre el eje del jet y en dirección normal al flujo. ($x = 1.3D, y = 0D$).

$$P_1 = 275.8KPa \quad P_0 = 77.3KPa$$

Estas fluctuaciones se vuelven importantes en la región del flujo, una vez que el sistema se coloca en un punto dentro del jet se puede observar la parte entrópica. En la figura 17 se puede observar la densidad espectral en un punto sobre el eje del jet con el vector de onda \vec{k}_{Δ} normal a la dirección del flujo.

En la figura 17 se observa un pico ancho montado sobre el pico de referencia. De la ecuación 1.40 se puede deducir que es la fluctuación debida a la entropía, ya que ambas oscilan a frecuencia $\omega \cong 0$ y este pico ancho desaparece en puntos fuera de la frontera del jet. En esta misma figura se observan también un par de lóbulos inmersos dentro del ancho

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

del pico entrópico. Estos lóbulos corresponden a la emisión acústica del jet. Resulta simétrica debido a que si se acepta que los causantes de la emisión acústica son las estructuras de gran escala del jet, éstas se distribuyen con simetría axial; y por tanto a este punto puede llegar emisión acústica proveniente de todo un anillo alrededor del eje del jet. La emisión acústica en este punto es menor en intensidad que la fluctuación entrópica, por eso es que no resulta posible distinguir el máximo de la emisión. Además el tipo de adquisición influye en este hecho; el analizador de espectros utilizado obtiene únicamente la densidad espectral. La obtención de la señal de corriente en tiempo permitiría hacer un análisis más detallado de la densidad espectral. Sin embargo, la adquisición directa a 110MHz no es sencilla de realizar aunque se está en espera de un dispositivo que permitiría obtener la señal desheterodinada.

De los resultados anteriores se ha mostrado que el sistema es capaz de detectar fluctuaciones de densidad debidas tanto a la emisión acústica del jet así como de las fluctuaciones de entropía del mismo.

Desafortunadamente aún no se ha logrado hacer una calibración adecuada del sistema en relación con la amplitud de la densidad espectral. Por tanto de la intensidad que aparece en los espectros sólo se puede obtener información cualitativa; o información que no dependa del valor en específico de la intensidad de las fluctuaciones.

III.2.3 Aplicación a la velocimetría

En la figura 17 aparece el pico relacionado con la parte entrópica de las fluctuaciones. En este caso el vector de onda de la dispersión es normal a la dirección del flujo. Como resultado de esta situación el sistema no detecta el desplazamiento Doppler debido a la velocidad convectiva del flujo. Cuando se varía el ángulo que forman el vector de onda de la dispersión y el vector velocidad del flujo, se puede apreciar que el desplazamiento en la frecuencia de este pico entrópico varía con este ángulo. El máximo desplazamiento (en valor absoluto) se obtiene cuando el vector de onda es paralelo (o antiparalelo) a la velocidad del flujo. La velocidad del flujo puede ser calculada a través de este salto en la frecuencia por medio de^[10]

$$f = \frac{\vec{k}_\lambda \cdot \vec{u}}{2\pi} \dots (3.8)$$

De este modo se puede determinar la velocidad en el jet sobre el eje del mismo. En estos puntos la velocidad convectiva del jet es paralela al eje, por tanto se puede escoger el vector de onda también paralelo para obtener:

$$u = \frac{2\pi f}{k_{\Delta}} = f \lambda_{\Delta} \dots (3.9)$$

con λ_{Δ} determinada por la óptica del montaje. Un espectro de este tipo se muestra en la figura 18. Esta densidad espectral corresponde a la posición ($x = 0D$, $y = 0D$) que es justo la salida del chorro.

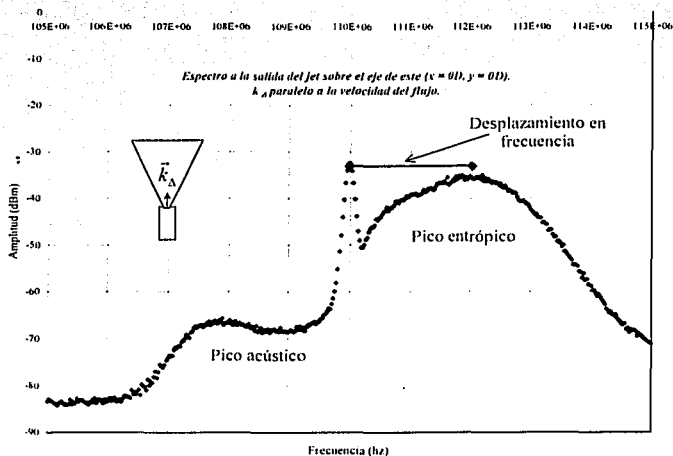


Figura 18: Espectro a la salida del jet, con \vec{k}_{Δ} paralelo a la dirección del flujo y en el centro de este. ($P_1 = 275.8 KPa$ $P_0 = 77.3 KPa$)

En la densidad espectral de la figura 18 también se puede observar uno de los picos acústicos, que también tiene un desplazamiento en frecuencia respecto a la frecuencia de la onda. Sin embargo para determinar la velocidad del flujo, se tomará en cuenta sólo el desplazamiento del modo entrópico. Esto porque el máximo desplazamiento del modo acústico no es necesariamente en la dirección de la velocidad del flujo, debido a que la dirección de propagación de la emisión acústica no es la del eje del jet. Con los datos del

modo entrópico se puede obtener el número de Mach convectivo como $M_c = \frac{v_{rms}}{c_0}$ a lo largo de todo el eje del jet. Estos datos se pueden observar en la figura 19.

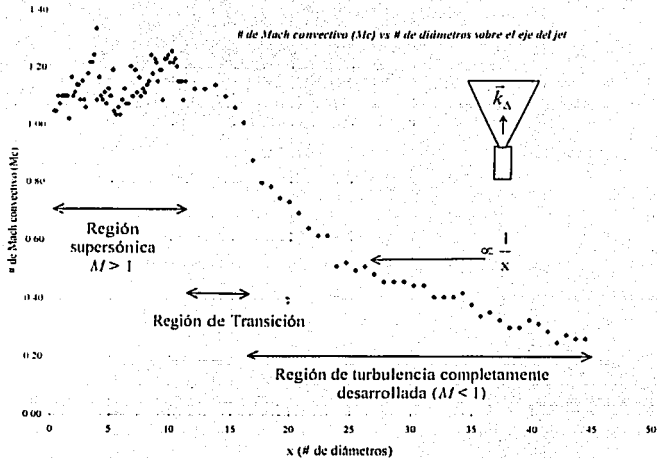


Figura 19: Comportamiento del número de Mach a lo largo del eje del jet, con \bar{k}_Δ paralela al eje de este. ($P_1 = 275.8 \text{ KPa}$ $P_0 = 77.3 \text{ KPa}$)

En la figura 19 se puede observar una zona que se extiende desde la salida de la boquilla, hasta alrededor de los 12 o 14 diámetros donde el flujo es claramente supersónico y tiene un comportamiento que fluctúa más o menos aleatoriamente entre $M \approx 1.0$ y $M \approx 1.3$. Esta zona se puede relacionar con la longitud supersónica de la figura 14. Después la velocidad comienza a decaer con la distancia. Esta es la zona de transición, donde el número de Mach cambia de ser > 1 a ser < 1 . Aún más lejos de la boquilla viene la región subsónica, que tiene un comportamiento definido. El número de Mach decae aguas abajo en el jet. Este decaimiento es proporcional al inverso de la distancia como puede verse en la figura 20.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

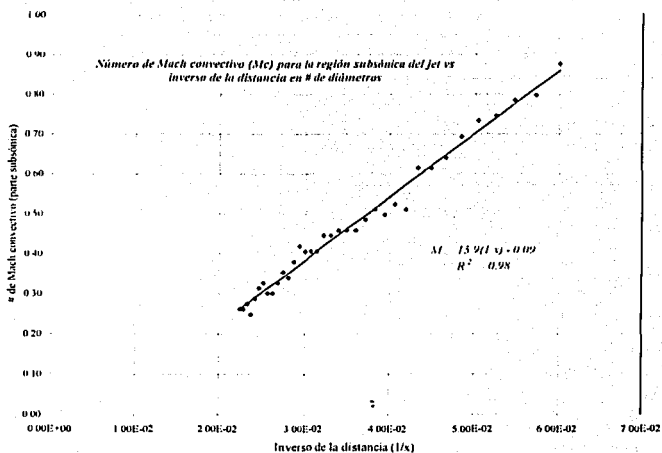


Figura 20: Ajuste del comportamiento de la región subsónica del jet con la distancia.

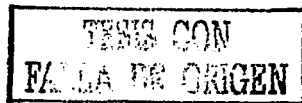
La figura 20 es acorde con el comportamiento esperado para un jet subónico^[10] con un ajuste de $R^2 = 0.98$. El comportamiento en la parte supersónica no está bien definido, sin embargo se observa en la figura 19 que parece fluctuar alrededor de un valor, este valor promedio es el número de Mach en la zona supersónica, el cual puede ser calculado y resulta ser

$$M_c = 1.14K \pm 0.03$$

El sistema es capaz de detectar el desplazamiento Doppler en la frecuencia del modo entrópico, y con este es posible calcular la velocidad del jet. Así que el sistema puede ser usado como un velocímetro no intrusivo.

III.2.4 Direccionalidad

La densidad espectral del modo acústico muestra una fuerte dependencia en la amplitud con la dirección del vector \vec{k}_A respecto al eje del jet. Es decir depende del ángulo



que forman los vectores \vec{k}_A y $\hat{j} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}$ con \vec{x} el determinado por la figura 14. Este ángulo α está determinado por $\cos\alpha = \frac{\vec{k}_A \cdot \hat{j}}{|\vec{k}_A|}$. El comportamiento de esta dependencia tiene un máximo para alguna dirección, que depende de la posición en el jet. La existencia de este máximo en amplitud es consecuencia de que existe una dirección de emisión acústica predominante. Así cuando el sistema se coloca para detectar en esa dirección se obtiene la máxima amplitud en el espectro. En la figura 21 se muestran 4 espectros a la misma posición en el jet ($x = 18D$, $y = 3D$), variando el ángulo respecto al eje del jet.

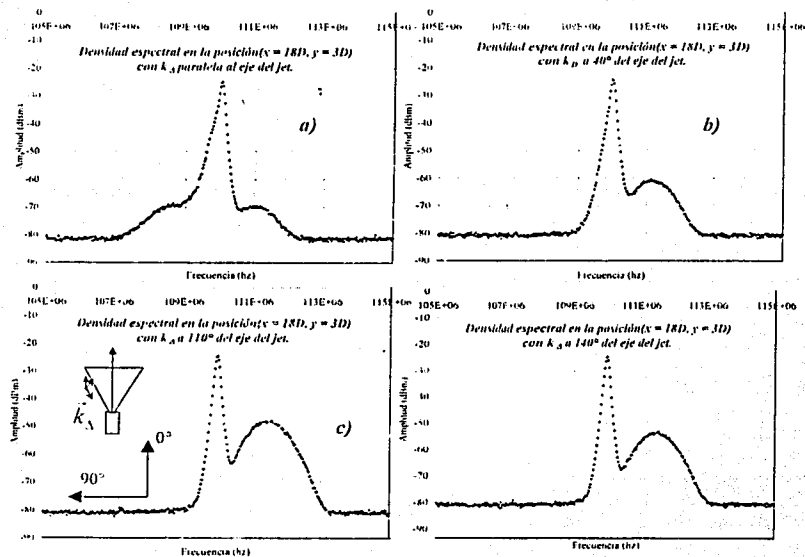


Figura 21: Densidades espectrales para 4 ángulos diferentes (a) 0° , b) 40° , c) 110° , d) 140° , manteniendo una posición fija en el jet ($x = 18D$, $y = 3D$) ($P_1 = 275.8 \text{ KPa}$, $P_0 = 77.3 \text{ KPa}$)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Se puede observar para este modo acústico que tanto la amplitud como el desplazamiento en frecuencia (con respecto a la frecuencia sin convección), crecen cuando el ángulo va de 0° a 110° con la referencia puesta en la figura. De estos espectros 110° es el máximo. Si se sigue aumentando el ángulo la amplitud comienza a bajar como se observa en la densidad espectral de la figura 21 para 140° . Estos datos muestran que el sistema es sensible a la dirección de propagación de la emisión acústica, por tanto puede ser usado como un micrófono direccional para un vector de onda dado \vec{k}_A .

III.2.5 Localización de las fuentes de emisión acústica, aplicación a la aeroacústica

En la sección anterior se mostró que la amplitud del modo acústico tiene una dependencia con el ángulo $\cos \alpha = \frac{\vec{k}_A}{|\vec{k}_A|} \cdot \hat{j}$. Y se puede ver que tiene un máximo. Esta propiedad puede ser utilizada para localizar las fuentes acústicas en el jet. Dada una fuente de emisión acústica en alguna posición y un punto fuera de ella donde se coloca un detector, es simple de ver que la máxima intensidad detectada será sobre la línea que une la posición del detector con la posición de la fuente (figura 22).

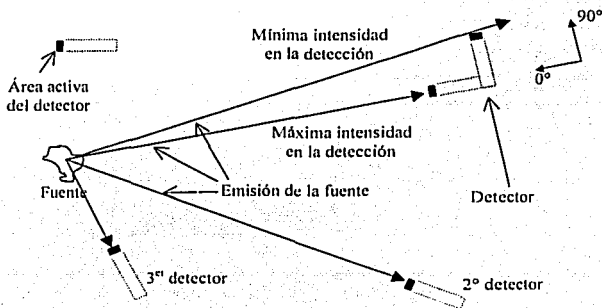


Figura 22: Situación de un detector para obtener la intensidad máxima

En este trabajo, la dirección de la detección está dada por la dirección del vector \vec{k}_A . De la figura 22 se puede ver que si no se conoce la posición de la fuente, pero se tienen las direcciones de máxima amplitud para varias posiciones, estas direcciones se cruzan el

punto donde se encuentra la fuente. Este método de localización puede ser usado con el sistema para determinar la posición de la fuente de emisión acústica en el jet.

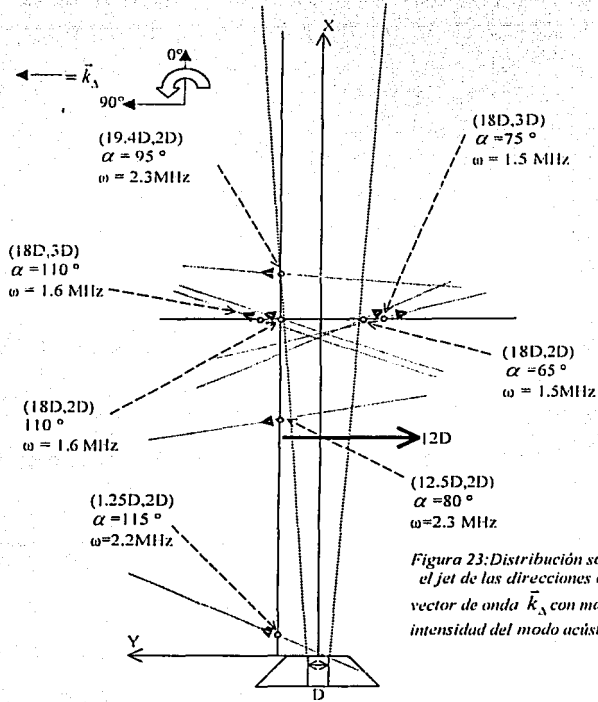


Figura 23: Distribución sobre el jet de las direcciones del vector de onda \vec{k}_N con mayor intensidad del modo acústico.

Sin embargo, hay que hacer algunas consideraciones: Primero, en los modelos descritos en la sección III.1.3 se supone que las interacciones entre vórtices son las responsables de la emisión acústica del jet. Por lo tanto las fuentes de emisión acústica en el jet no son fuentes puntuales. Segundo, debido a que los detalles de la estructura del jet varían con el tiempo, la posición de la fuente también lo hace. Tercero, en los puntos del interior del jet el modo entrópico es muy importante, por tanto puede dificultar la determinación de la dirección de máxima intensidad en el modo acústico.

Debido a estas razones la determinación de las fuentes acústicas dentro del jet es un trabajo muy arduo, el cual será realizado en detalle en trabajos posteriores. Sin embargo en este trabajo se muestra que realizar esta determinación es posible. Los resultados se presentan en la figura 23, para la boquilla descrita en la sección III.2.1 y con las presiones $P_1 = 275.8 KPa$ $P_0 = 77.3 KPa$.

En la figura 23 se muestra que las direcciones de los vectores de onda tienden cruzarse en zonas por arriba de los 12 diámetros. Esto es acorde con el hecho de que las fuentes de emisión acústica se suponen localizadas después de la zona supersónica del jet. Esta zona supersónica termina alrededor de los 12 o 14 diámetros como se muestra en la figura 19. Sin embargo no se nota una tendencia clara que permita asegurar la localización de las fuentes acústicas dentro del jet. Como ya se mencionó, esto será tema de trabajos posteriores.

Capítulo IV

Visualización de un jet turbulento usando Dispersión Rayleigh

IV.1 Líneas de Mach en un jet supersónico

IV.1.1 Líneas de Mach

Un ejemplo simple de líneas de Mach es el siguiente: Se considera un flujo estacionario supersónico moviéndose sobre un muro en una dirección paralela a la superficie de este. En algún punto el flujo se encuentra con una rampa de pendiente $\delta\theta$ respecto a la superficie del muro (Figura 24). El flujo entrante a la rampa lleva una velocidad $\vec{u}_{entrada}$ paralela a la superficie del muro. Después del punto donde comienza la rampa, el flujo lleva una velocidad \vec{u}_{salida} paralela a la superficie de la rampa.

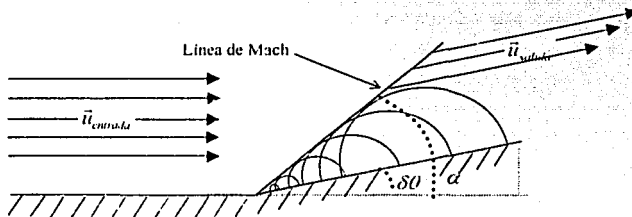


Figura 24: Creación de una línea de Mach por una rampa

El cambio en la velocidad se produjo en el inicio de la rampa. Este cambio en la velocidad genera una onda de presión que se propaga a partir de ahí con la velocidad del sonido a_0 . Estas perturbaciones, son arrastradas en la dirección del flujo como se muestra en la figura 24. Cada nueva perturbación se acerca a la anterior debido a la convección. En esta situación las perturbaciones se cancelan en todas direcciones, salvo en la envolvente, donde se refuerzan. Esta envolvente es la línea de Mach. En este ejemplo la perturbación es causada por la presencia de una rampa de ángulo $\delta\theta > 0$ como se muestra en la figura 24. Sin embargo el desarrollo no depende de la orientación de este ángulo, por tanto es

igualmente válido el ángulo en dirección contraria. Se puede mostrar^[11] que el ángulo α que hace la línea de Mach con la superficie del muro depende del número de Mach como:

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \dots (4.1)$$

IV.1.2 Ondas de expansión-compresión en un jet supersónico.

En la sección anterior se trató como ejemplo de una línea de Mach el caso de una rampa con ángulo $\delta\theta$. Si se considera el caso de una boquilla de sección circular con diámetro D , se puede observar en la figura 25 a) que el ángulo $\delta\theta$ es igual a $\frac{\pi}{2}$ y entonces es fácil ver que se producirá una línea de Mach por cada punto del círculo final de la boquilla. El resultado es la producción de una superficie completa de forma cónica, llamada *cono de Mach*. Este cono hace un ángulo α con el eje del jet y cumple la relación (4.1). Este cono de Mach puede verse en la figura 25 b).

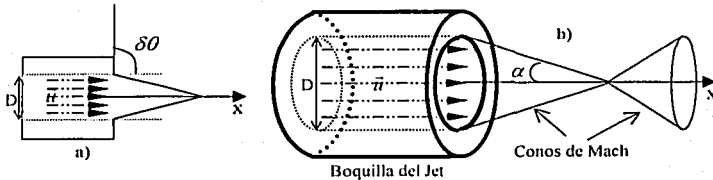


Figura 25: a) Corte lateral de la boquilla
b) Cono de Mach en un jet supersónico

A la salida de la boquilla del jet la presión cambia de ser la presión de entrada del jet P_1 a ser la presión ambiente P_0 . En este caso la presión P_1 es mayor que P_0 lo que produce una zona de expansión caracterizada por el primer cono de Mach de la figura 25. Al final del cono, las ondas se reflejan como ondas de compresión. Cuando llegan a la interfase entre el jet y el aire estático las ondas se reflejan como ondas de expansión y el ciclo se repite. Este comportamiento se muestra en la figura 26.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

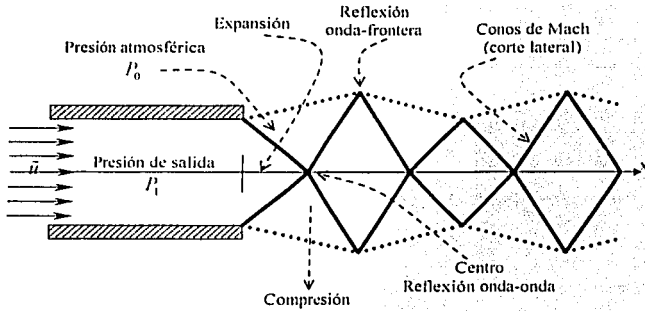


Figura 26: Estructura de líneas de Mach (líneas de Mach) en un jet supersónico

IV.2 Visualización de un jet por dispersión Rayleigh.

IV.2.1 Dispersión Rayleigh como método de visualización.

De las ecuaciones 1.25 y 1.26 de la sección 1.1.5 se puede observar que el campo dispersado por un pequeño volumen es proporcional a la transformada de Fourier de la densidad $n(\vec{k}_\Delta, t)$, para cada vector de onda \vec{k}_Δ . Calculando la integral sobre \vec{k}_Δ del factor de forma 1.26, se puede mostrar usando el teorema de Parseval que:

$$\int_{\mathbf{R}^3} d^3k_\Delta s(\vec{k}_\Delta, t) = \int_{\mathbf{R}^3} d^3k_\Delta \frac{|n(\vec{k}_\Delta, t)|^2}{n_0 V'} = \int_{\mathbf{r}'} d^3r' \frac{|n(\vec{r}', t)|^2}{n_0 V'} \dots (4.2)$$

Entonces como la intensidad de la luz total dispersada por el volumen es proporcional al factor de forma definido en (1.26) de la sección 1.1.5, se puede ver lo siguiente: Si la densidad en el volumen es grande, entonces el factor de forma lo es también, por tanto la intensidad de luz dispersada es muy grande. Si la densidad no es homogénea y la densidad varía punto a punto, entonces la intensidad varía también punto a punto, por tanto la intensidad de la luz puede ser usada para visualizar la densidad del flujo.

TESIS CON
FALLA DE ...

En el caso de una línea de Mach la densidad en la onda es muy grande por lo tanto el factor de forma y la intensidad también lo son. Además como la estructura de líneas de Mach en el jet no varía con el tiempo se puede pensar en términos del factor de forma estático.

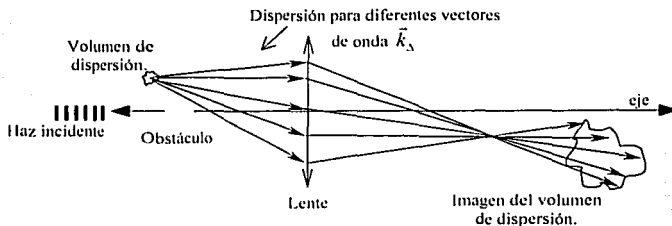


Figura 27: Recolección de diferentes vectores de onda \vec{k}_A por una lente, para un volumen dado.

Para poder obtener físicamente la integral en 4.2 basta considerar que la mayor parte de la dispersión tiene lugar en las direcciones cercanas a la dirección de propagación del haz incidente. Entonces la integral sobre \vec{k}_A puede ser representada por una lente colocada normalmente a esta dirección, si se impide la recolección del haz principal no dispersado. Esto se representa en la figura 27.

IV.2.2 Montaje experimental.

El montaje experimental resulta realmente simple. El sistema completo consiste en el jet de la sección III.2.1 colocado sobre el posicionador ya descrito. La salida del jet se coloca a corta distancia de la salida del haz del láser CrystaLaser de la tabla II.1. La luz dispersada es colectada por una lente de distancia focal $f = 0.35m$ colocada a la distancia adecuada s_0 , para obtener una imagen nítida sobre una pantalla colocada a una distancia $s_i = 8.10m$ después de la lente. Entre la lente y la boquilla se colocó un obstáculo opaco que absorbe el haz principal, así la lente solo recoge la luz dispersada. Es importante que el área de esta lente sea grande comparada con el tamaño de la zona de dispersión para colectar la mayor cantidad de luz posible.

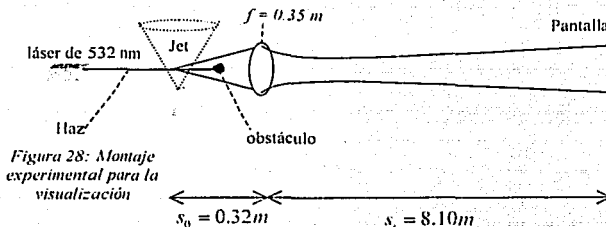
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

De la óptica geométrica se sabe¹⁷¹ que el tamaño de la imagen está relacionada con las distancias del objeto a la lente (s_o) y de la lente a la imagen (s_i). Y estas a su vez con la distancia focal f como:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \dots(4.3)$$

$$I = \frac{y_i}{y_o} = \frac{s_i}{s_o}$$

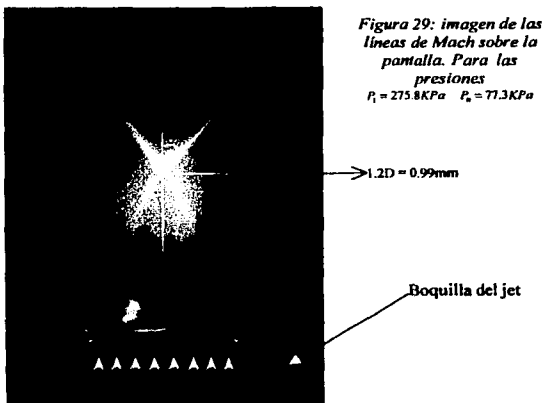
donde y_i, y_o son el tamaño de la imagen y del objeto respectivamente y I es la magnificación. De aquí la razón de escoger una distancia s_i tan grande y ajustar después s_o , ya que la magnificación I es mayor mientras mayor sea s_i que s_o . El montaje experimental se muestra en la figura 28.



IV.3 Resultados de la visualización

IV.3.1 Imagen de una línea de Mach.

Usando el montaje de la sección anterior se puede obtener la imagen del flujo proyectada sobre la pantalla. Esta imagen aparece en la figura 29.



La figura 29 muestra la imagen de una onda de expansión seguida de una onda compresión a la salida del jet. El centro (la reflexión onda-onda) se encuentra situada a 1.2 diámetros de la salida del jet (determinada por el avance del micrómetro del posicionador que sostiene a la boquilla). Este es el comportamiento esperado para las líneas de Mach en el jet, visto en la sección IV.1.2, a la salida del jet este sufre una expansión, para después sufrir una compresión. A partir de esta fotografía se puede calcular el número de Mach usando la relación (4.1) y los ángulos α_1 y α_2 . Para el caso de la presión de salida $P_1 = 275.8KPa$ se obtiene un número de Mach $M = 1.6 \pm 0.6$.

IV.3.2 Estructura de las líneas de Mach en un jet supersónico

En la sección anterior se mostró la imagen de una onda de expansión seguida de una onda de compresión (figura 29). Esta imagen fue obtenida utilizando dispersión Rayleigh como método de visualización. En el montaje experimental es posible cambiar la posición del haz respecto del jet con precisión micrométrica y por tanto obtener imágenes de diferentes puntos del jet. Con este procedimiento se puede determinar la estructura del jet relacionando la imagen de la pantalla con las medidas micrométricas de la posición del haz respecto al jet. Sin embargo para poder analizar los datos es necesario tener una medida confiable de la magnificación l definida en la ecuación (4.3). Para esto se contrastaron las

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

medidas de la imagen con las medidas micrométricas sobre el jet. Esta relación se muestra en la figura 30 y se obtiene un magnificación de $\gamma = 24.0$.

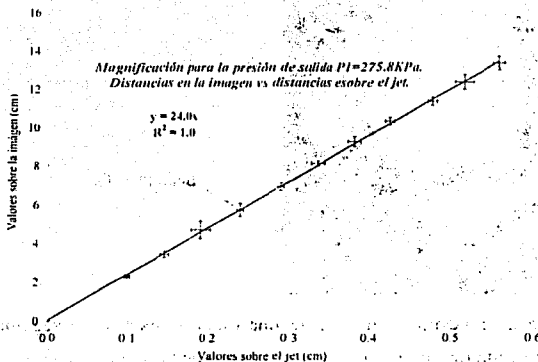


Figura 30: Magnificación para el sistema de visualización por dispersión Rayleigh.

De este modo se puede determinar la estructura de las líneas de Mach en el jet supersónico. La visualización obtiene buenas imágenes a partir de la presión de salida $P_1 = 206.8 KPa$. En las tablas IV.1 y IV.2 se presentan los resultados para las presiones de salida $P_1 = 275.8 KPa$ y $P_1 = 344.7 KPa$. Estas tablas son el resultado de tomar el promedio de varias mediciones y la incertidumbre en el número Mach esta dada por la desviación estándar de la muestra.

Tabla IV.1 Estructura de líneas de Mach para $P_1 = 275.8 KPa$

Estructura salida	Posición(mm)	\pm (mm)	Posición(Diámetros)
0 ^a expansión	0	0	0
1 ^{er} centro	0.99	0.00	1.2
1 ^a compresión	1.44	0.00	1.8
2 ^a expansión	1.90	0.00	2.4
2 ^o centro	2.38	0.01	3.0
2 ^a compresión	2.88	0.01	3.6
3 ^a expansión	3.34	0.01	4.2
3 ^{er} centro	3.80	0.01	4.8
3 ^a compresión	4.23	0.01	5.3
4 ^a expansión	4.76	0.01	6.0

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4 ^o centro	5.15	0.01	6.4
4 ^a compresión	5.58	0.01	7.0

Número de Mach para la primera expansión $M = 1.6 \pm 0.64$

Tabla IV.2 Estructura de líneas de Mach para $P_1 = 344.7 \text{ KPa}$

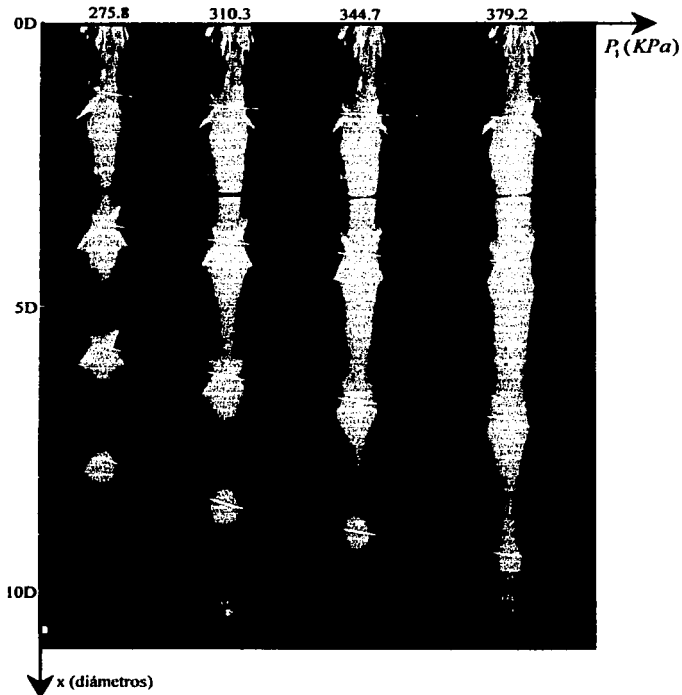
estructura	Posición(mm)	\pm (mm)	Posición(Diámetros)
salida	0	0	0
1 ^a expansión.			
1 ^{er} centro	1.08	0.03	1.4
1 ^a compresión	1.57	0.02	2.0
2 ^a expansión	1.99	0.03	2.5
2 ^o centro	2.61	0.03	3.3
2 ^a compresión	3.20	0.04	4.0
3 ^a expansión	3.78	0.07	4.7
3 ^{er} centro	4.16	0.05	5.2
3 ^a compresión	4.42	0.57	5.5
4 ^a expansión			
4 ^o centro	5.70	0.08	7.1
4 ^a compresión	6.07	0.04	7.6

Número de Mach para la primera expansión $M = 1.9 \pm 0.38$

Se observa que la estructura básica de la figura 26 se conserva en ambos casos, una expansión seguida de una compresión y esta seguida de otra expansión y así continuamente. De las tablas es posible observar que la estructura básica se conserva cuando se cambia la velocidad de salida del flujo, sin embargo el detalle es diferente. El sistema sólo presenta imágenes nítidas hasta los 7 u 8 diámetros a partir de la salida de la boquilla del jet. Esto puede ser debido a que se requiere que la densidad sea muy alta comparada con el resto del flujo para poderse visualizar; y por esta causa solo se pueden observar las fluctuaciones más fuertes. Esto se puede ver muy claramente en la figura 31.

En esta figura se puede observar el comportamiento de la estructura de líneas de Mach con la variación en la velocidad de salida. Como ya se mencionó antes, la velocidad del flujo depende de la presión de salida P_1 . En la figura sólo aparecen las presiones de salida debido a que no se ha calibrado aún correctamente el sistema de detección heterodina para obtener la velocidad del flujo. Se observan varias características importantes: la primera de ellas es que los ángulos de las líneas de Mach con el eje del jet cambian con la presión de salida, haciéndose más cerrados conforme aumenta la presión. Esto es compatible con la ecuación (4.1), ya que el número de Mach de la salida del chorro

aumenta con la presión y de esta ecuación se observa que si el número de Mach aumenta, el ángulo disminuye.



La segunda es que la estructura de líneas de Mach aumenta en tamaño al aumentar la presión, como muestran las posiciones de los centros (líneas curvas blancas de la figura 31). Esto es de esperarse, ya que al aumentar la velocidad de salida del flujo, este puede penetrar más distancia en el ambiente estático y la línea de Mach se forma más lejos de la salida del flujo. Además al disminuir el ángulo de la línea de Mach, la estructura completa tiende a alargarse. Sin embargo, la distancia entre los centros tiende a tener un cambio menor conforme se aumenta la presión. No es posible decir de la figura si el tamaño de la

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

estructura de líneas de Mach tiende hacia algún tamaño conforme la presión aumenta. También porque a presiones muy altas las fluctuaciones de densidad son muy grandes y opacan la resolución.

De los resultados anteriores se puede decir que es posible estudiar la estructura de líneas de Mach de un jet turbulento por medio de visualización por dispersión Rayleigh.

IV.4 Visualización de líneas de Mach y ruido supersónico.

IV.4.1 Ruido supersónico

En la sección III.1.3 del capítulo anterior se mencionaron algunos modelos para la emisión acústica de un jet. Entre ellos se mencionó la emisión acústica por interacción de la turbulencia con la estructura de líneas de Mach. Cuando la turbulencia atraviesa una línea de Mach provoca una deformación en la línea. Esto da como resultado una emisión acústica que tiene un ancho de banda localizada alrededor de una frecuencia pico^[8]. A esta emisión se le conoce como *ruido supersónico*. Este proceso es generalmente el principal causante de emisión acústica en túneles de viento. Sin embargo en el caso de un jet los vórtices son, como resultado de su tiempo de vida finito, capaces de atravesar varias líneas de Mach antes de perder su energía. Como consecuencia la emisión acústica para alguna distancia será controlada por la interferencia entre los campos de sonido producidos por las ondas individuales que comprimen la estructura de líneas de Mach.

En el experimento de dispersión Rayleigh y detección heterodina para estudiar fluctuaciones de densidad, se obtuvieron densidades espectrales en las cuales aparece un pico con ancho de banda muy corto. Este pico aparece en la zona cercana al eje del jet y aparece y desaparece más o menos periódicamente conforme se recorre el eje. Una de estas densidades espectrales aparece en la figura 32.

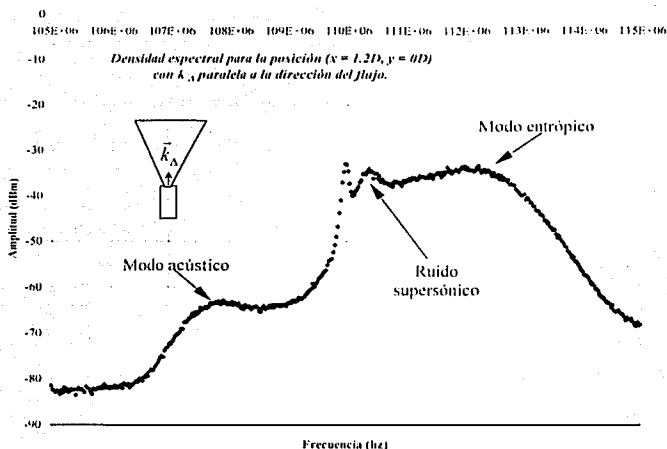


Figura 32: Densidad espectral con \vec{k}_A para lela al flujo en la posición ($x=1.2 D$, $y=0$). Donde aparece un pico de ruido supersónico.
($P_1 = 275.8 KPa$ y $P_2 = 77.3 KPa$)

El pico mostrado en la densidad espectral de la figura 32, se obtuvo en la posición del primer centro para la presión de salida $P_1 = 275.8 KPa$ (véase tabla IV.1). Se piensa que este pico de ancho de banda corto está relacionado con las interacciones turbulencia-estructura de líneas de Mach del jet. Todo parece indicar que corresponde al ruido supersónico producido por el jet. Este hecho se aprecia mejor cuando se compara el máximo de este pico con las posiciones de la estructura de líneas de Mach en el jet a la presión de salida $P_1 = 275.8 KPa$. Esto se muestra en la figura 33.

En la figura se puede apreciar que la distribución de intensidad del pico de ruido supersónico tiene la misma periodicidad que la estructura de líneas de Mach. Los máximos de intensidad del pico coinciden con la posición de la onda de compresión del jet. Resulta lógico que esto ocurra así ya que en la compresión la densidad del fluido es mayor y las interacciones son más violentas. Con estos datos se puede ver que el pico que aparece en la figura 32, corresponde al pico de ruido supersónico, el cual puede ser detectado por medio del sistema de dispersión Rayleigh y detección heterodina. De igual manera que los otros resultados del estudio detallado de la interacción flujo-estructura de líneas de Mach se deja

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

para trabajos futuros de investigación. Estos resultados nunca han sido reportados en la literatura.

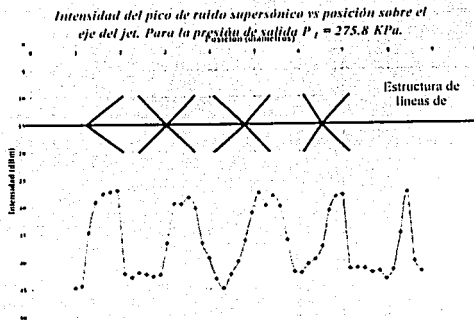


Figura 33: Intensidad del pico supersónico vs distancia sobre el eje del jet. (Presión de salida $P_1 = 275.8 \text{ KPa}$)

TESIS CON
FALLA DE OR EN

Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se ha estudiado la teoría de la dispersión Rayleigh, en el caso de un pequeño volumen de dispersión de un gas transparente. Se mostró que la transformada de Fourier espacial del campo dispersado, para un vector de onda \vec{k}_s , es proporcional a la transformada de Fourier espacial de las fluctuaciones de densidad en el volumen. Se construyó un sistema experimental que utiliza la detección heterodina, para estudiar estas fluctuaciones por medio de la corriente generada por el campo dispersado en un fotodiodo. También se construyó un sistema de visualización utilizando la dispersión Rayleigh.

Estos montajes experimentales se aplicaron a un flujo específico, el de un jet supersónico. Se mostró que el sistema de detección heterodina es sensible a la dirección de propagación de las fluctuaciones y a las anisotropías de la densidad espectral. Se analizaron las características del flujo con los montajes experimentales y se obtuvieron los siguientes resultados:

- Se mostró que el sistema de detección heterodina es capaz de detectar las fluctuaciones de densidad del flujo. La densidad espectral de la corriente obtenida permite diferenciar los modos de fluctuación: entrópico, acústico y el ruido supersónico.
- El sistema puede ser utilizado para medir la velocidad del jet por medio de desplazamiento Doppler. Aunque es necesario llevar a cabo una calibración del sistema.
- El sistema es sensible a la dirección de propagación de las fluctuaciones, por tanto puede ser utilizado para determinar la localización de fuentes de emisión acústica en un jet.
- Se mostró que el sistema de visualización es capaz de detectar la estructura de choque de un jet turbulento y su comportamiento con la velocidad.
- Se mostró que existe una relación entre la densidad espectral obtenida, el ruido supersónico y la estructura de choque de un jet.

El sistema necesita ser calibrado para poder tener una medida directa de $n(\vec{k}_s, t)$, y de la velocidad de salida del jet. De esta manera el sistema podrá ser usado como un densitómetro en el espacio de Fourier y un velocímetro por desplazamiento Doppler. Se

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

trabaja en obtener un jet en el cual se asegure que se tenga una capa límite no turbulenta y que el flujo sea laminar a la salida del chorro. Esto para obtener densidades espectrales donde los modos puedan ser mejor diferenciados y permitir una mejor localización de las fuentes acústicas. Cada uno de los resultados se puede abrir como una línea de trabajo independiente, para estudiar detalladamente cada uno de los fenómenos. Se trabaja en estudiar el flujo desde el punto de vista teórico, revisando los trabajos preexistentes para entender el comportamiento. Actualmente estas calibraciones y los trabajos detallados se están llevando a cabo en el Laboratorio de Acústica de la Facultad de Ciencias UNAM. Además se está en espera de un sistema de desheterodinaje, el cual permitirá la adquisición de la señal de corriente en el dominio del tiempo. Esto permitirá un tratamiento más adecuado de la señal.

TESIS COMPLETA
FALLA DE COMPLETUD

ESTA TESIS NO SE
DE LA BIBLIOTECA

Bibliografía

- [1] Jackson J. D. "Clasical Electrodynamics". 2ª ed. USA, John Wiley & Sons, 1975
- [2] Karchenko A. V. Tesis Doctoral "La diffusion de la lumière par les gaz: de la diffusion incohérente à la diffusion exacerbée; application à la vélocimétrie" L'Ecole Polytechnique, 2000
- [3] Yariv A. "Introduction to Optical Electronics". 2ª ed. USA, Holt, Rinehart & Winston, 1976
- [4] Monin A. S. & Yaglom A. M. "Statistical Fluid Mechanics". MIT Press, 1987
- [5] Boa-Teh Chu & Leslie S. G. Kovásznyai, "Non-linear Interactions in a Viscous Heat-conducting Compressible Gas" J. Fluid Mech. 494-514, 1958
- [6] Stern C. E. Tesis Doctoral: "Diffusion Rayleigh et detection heterodyne optique application aux fluctuations atmospheriques" L'université de Paris Sud Centre D'orsay, 1981
- [7] Hecht E. "Optics" 4ª ed. USA, Addison Wesley, 2002
- [8] Goldstein M. E. "Aceroacustics". McGraw-Hill, 1976
- [9] R. J. Goldstein (Editor) "Fluid Mechanics Measurements" USA, Taylor & Francis 2ª ed. 1996
- [10] Howe M. S. "Acoustics of Fluids-Structures Interactions" USA 1ª ed. en 1998, reimpression 2000. Cambridge University Press
- [11] Schreier S. "Compresible Flow". USA. John Wiley & Sons, 1892
- [12] M. C. Potter & D. C. Wiggert "Mechanics of Fluids" USA, Prentice Hall, 1991