

01174
3



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE
INGENIERIA

SIMULACION DEL FENOMENO DE CONVECCION
TERMICA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE
FRACTURADOS

TESIS

Que para obtener el grado de
MAESTRIA EN INGENIERIA PETROLERA
presenta

SALVADOR HERNANDEZ IBAÑEZ

ASESOR: DR. RODOLFO G. CAMACHO VELAZQUEZ



México, D. F.

2003



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Inicialmente agradezco al Instituto Mexicano del Petróleo por la confianza otorgada, así como por el apoyo manifestado durante la realización de este trabajo y los estudios de maestría. También reconozco a la Subdirección de Investigación y a su vez a la Coordinación de Planeación y Desarrollo por el interés manifestado, así como a la Dra. Alma América Porres Luna y al Dr. Fernando Castrejón Vácio por la oportunidad otorgada. También a todas las personas que apoyaron de una u otra forma este trabajo, entre ellas se encuentra particularmente el Dr. Rodolfo G. Camacho Velásquez por su invaluable apoyo. A mis profesores y asesores durante la estancia en la DEPMI: Dr. Fernando Samaniego V., Dr. Jesús Rivera R., Dr. Daniel García Gavito, Dr. Fernando Rodríguez de la Garza, Dr. Carlos Lira Galeana, M. en I. Luzbel Napoleón Solórzano, Dr. Heber Cinco Ley, Dr. Fernando G. Domínguez Vargas, Mario A. Vázquez Cruz, M.I. Héctor Hernández García, M.I. José A. González Guevara además al grupo de simulación numérica de yacimientos del IMP, al Dr. Oscar C. Valdiviezo Mijangos y muy especialmente a la Universidad Nacional Autónoma de México.

RESUMEN

La finalidad de este trabajo consistió en incluir los efectos de convección en los yacimientos naturalmente fracturados, considerando la ecuación de energía, así como la simulación del comportamiento de temperatura, en dos dimensiones (r, z) y monofásico. El estudio básico de los yacimientos naturalmente fracturados considera que el volumen poroso está constituido por dos partes, una de ellas corresponde a la matriz de la roca y la otra a la fractura. En la simulación numérica se tomó este principio y se trabajó con cada uno de estos componentes del sistema. La convección es un fenómeno que aparentemente es más evidente en la fractura y se debe a que el gradiente de presión generado por la explotación de los hidrocarburos, se manifiesta más rápidamente en el medio fracturado. Cuando la convección se presenta provoca inestabilidad en el aceite, ya que la densidad varía constantemente; porque ocurre la liberación del gas que contiene el aceite en solución. Por lo tanto el aceite que se encuentra en la zona cercana al contacto gas - aceite, donde se desarrolla la gasificación, sufre una disminución de componentes ligeros lo cual resulta en una mezcla más pesada que la que se encuentra a mayor profundidad. Es entonces cuando se presenta el fenómeno de convección.

Con base en el simulador SIMROCA se estudió la formulación matemática empleada para el cálculo de presión en cada nodo de la celda. De modo similar se realizó el planteamiento matemático para el cálculo de temperaturas, posteriormente se desarrolló un programa (independiente a dicho simulador) para determinar la distribución de temperatura en fractura y matriz.

CONTENIDO

	Pág.
Agradecimientos	ii
Resumen	iii
Contenido	iv
Lista de Tablas	vi
Lista de Figuras	viii
Capítulo I. INTRODUCCIÓN.	1
Capítulo II. ASPECTOS FISICOS RELACIONADOS CON EL TEMA.	3
- Fracturas en el medio poroso	3
- Gradiente de presión normal	5
- Proceso de convección	5
- Conducción y convección térmicas en el medio poroso fracturado	7
Capítulo III. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA.	10
III.1. Modelos de simple y doble porosidad	11
III.2. Planteamiento de ecuaciones diferenciales	12
III.3. Funciones de transferencia de fluidos matriz – fractura	14
III.4. Ecuación de energía	15
III.5. Condiciones iniciales y de frontera	16
III.6. Conductividad y difusividad térmica	18
III.7. Planteamiento del sistema algebraico de ecuaciones no lineales	19
Capítulo IV. FORMULACIÓN DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA.	28
IV.1. Esquema de la molécula de cálculo para la aproximación	28
IV.2. Aproximación en diferencias finitas	29
IV.3. Acoplamiento de condiciones de frontera y fuentes o sumideros	31
IV.4. Solución del sistema de ecuaciones	33
IV.4.1. Formulación de la solución (totalmente implícita)	33
IV.4.2. Acoplamiento de condiciones iniciales	37
IV.4.3. Esquema final del sistema de ecuaciones algebraicas lineales	37

	Pág.	
Capítulo V.	EL PROCESO CONVECTIVO EN EL MEDIO POROSO.	44
	V.1. Convección natural	44
	V.2. Convección forzada	56
	V.3. Resultados Numéricos del Modelo de Distribución de Temperatura en Matriz y Fractura	60
	V.4. Solución analítica de la distribución de temperatura en la fractura	78
Capítulo VI.	APLICACIONES RELACIONADAS.	85
	VI.1. Gradiente composicional	85
	VI.2. Ritmo de flujo de calor constante a través de una pared	95
Capítulo VII.	Conclusiones y recomendaciones	103
	Observaciones	104
Nomenclatura		105
Referencias		110
Apéndice A	Análisis dimensional de la ecuación de energía	114
Apéndice B	Análisis de unidades	116
Apéndice C	Determinación de la ecuación de energía para la región de fracturas	123
Apéndice D	Distribución inicial de fluidos	126
Apéndice E	Dimensiones y unidades para el transporte de calor	128
Apéndice F	Ecuaciones de flujo	129
Apéndice G	Aproximación en diferencias finitas	131
Apéndice H	Forma de las funciones de residuos para las condiciones de frontera	137
Apéndice I	Solución del sistema de ecuaciones	147
Apéndice J	Procedimiento simplificado para el cálculo numérico de la distribución de temperatura	153

Lista de Tablas

Tabla	Página
IV.1. Parámetros usados en el cálculo.	40
IV.2. Comparación entre (a) la distribución de temperatura en condiciones de presión inicial y actuando únicamente el gradiente geotérmico y (b) la distribución de temperatura después de un día de producción de aceite y extracción de calor del yacimiento.	42
V.1.1. Distribución de temperaturas en $z = 0$.	48
V.1.2. Densidad del fluido en $Z = 0$ y para diferentes valores de n .	49
V.3.1. Distribución de presión de matriz y fractura usada para el primer caso.	62
V.3.2. Distribución de presión en ambos sistemas utilizados para el caso dos.	63
V.3.3. Perfiles radiales y verticales de temperatura en la fractura y matriz.	68
V.3.3. (Continuación). Perfiles radiales y verticales de temperatura original en la fractura y matriz.	69
V.3.4. Distribución de temperatura radial y vertical en la fractura y matriz, para el segundo caso.	75
V.3.5. Ubicación de nodos y fronteras para la malla de 10 x 30 celdas.	77
VI.1.1. Valores de p y concentración calculados por el programa a cada profundidad.	88
VI.1.2. Temperaturas a diferentes profundidades.	91
VI.1.3. Secuencia del cálculo con temperatura variable en la columna de líquido.	92
VI.1.4. Gradientes de concentración considerando la temperatura variable en la columna de líquido.	92
VI.2.1. Información de temperatura calculada por el programa para $z_l = 30$ y 90 nodos.	100

Tabla	Página
VI.2.2. Información de temperatura calculada por el programa para $z_l=30$ y 90 nodos.	101
VI.2.2 (continuación). Información de temperatura calculada por el programa para $z_l=30$ y 90 nodos.	102

Lista de Figuras

Figura		Página
II.1.	Diagrama presión – profundidad. Zonas generadas durante la explotación de los yacimientos. ³	5
II.2.	Proceso de Convección ¹ .	6
II.3.	Modelo idealizado de doble porosidad mostrando los mecanismos de transporte considerados.	9
III.7.1.	Cambio del estado 1 al 2, indicando la transferencia de energía pero no el mecanismo de transporte.	21
III.7.2.	Consideración de los procesos de transferencia de calor en el sistema matriz – fractura.	22
IV.1.	Arreglo de los nodos de la estructura básica en la malla de cálculo.	28
IV.3.1.	Mecanismos de transporte de calor en el pozo para el término fuente o sumidero y condiciones de frontera.	32
IV.4.3.1.	Diagrama de bloques del proceso de cálculo implícito de la presión y la temperatura.	40
IV.4.3.2.	Diagrama de bloques del proceso para el cálculo “explícito” de la temperatura.	41
IV.4.3.3.	Comportamiento de la temperatura en la fractura (T) y matriz (T _m), radialmente.	43
V.1.1	Geometría y condiciones de frontera para un sistema monofásico en dos dimensiones en el estudio de la convección térmica. ³⁹	45
V.1.2.	Comportamiento de la temperatura empleando las ecuaciones V.1.9 y V.1.10.	50
V.1.3.	Densidad en $z = 0$ y diferentes valores de n .	50
V.1.4.	Perfiles de la velocidad con respecto a z , en $x=-700, 0$ y 700 ft.	51
V.1.5.	Perfil de velocidad con respecto a x en $z = -400, 0$ y 400 .	52

Figura	Página
V.1.6. Visualización del módulo de la velocidad v en 3-D.	53
V.1.7. Vista horizontal del módulo de la velocidad (ft /año), mostrando regiones de isovelocidad.	54
V.1.8. Campo de velocidades en dos dimensiones, $n= 1$.	54
V.1.9. Campo de velocidades en dos dimensiones para $n = 3$.	55
V.2.1. Representación del ritmo de flujo de calor en el plano $x - z$ donde se muestra la extracción de energía en el punto $(x, z)= (-500, 300)$.	57
V.2.2. Representación la extracción de calor en el plano $x - z$, el punto de referencia está en el origen.	57
V.2.3. Extracción de flujo de energía a través de dos puntos.	58
V.3.1. Distribución de temperaturas originales en la fractura T y en la matriz T_m .	64
V.3.2. Distribución de temperatura (primer caso) en la fractura donde se extrae energía y masa del sistema.	66
V.3.3. Distribución de temperatura en la matriz para el primer caso.	67
V.3.4. Distribución de T y T_m en el sistema matriz – fractura para el segundo esquema de presiones.	70 - 72
V.3.5. Comportamiento de la densidad verticalmente en la fractura (segundo esquema de presiones).	73
V.3.5 (Continuación). Comportamiento de la densidad radialmente en la fractura (segundo esquema de presiones).	74
VI.1.1. Comportamiento de la variación del metano para una $T=220$ °F constante.	87
VI.1.2. Comportamiento de la variación del nC_4 para una $T=220$ °F constante.	87

Figura	Página
VI.1.3. Comparación entre la variación del comportamiento de la presión con influencia del gradiente composicional y el comportamiento lineal.	88
VI.1.3.A ³⁹ . Gradiente composicional del sistema metano/normal butano a T= 220°F	90
VI.1.4. Gradientes calculados para el metano temperatura constante y variable.	93
VI.1.5. Gradientes calculados para el normal butano a temperatura constante y variable.	93
VI.1.6. Gradientes de presión calculados para temperatura constante y variable.	94
VI.2.1. Modelo físico del problema planteado	95
VI.2.2. Perfiles radiales de temperatura para $z_l = 30$ a diferentes tiempos adimensionales.	98
VI.2.3. Perfiles radiales de temperatura para $z_l = 90$ a diferentes t_D .	98
VI.2.4. Perfiles de temperatura axiales para $z_l = 30$ nodos.	99
VI.2.5. Perfiles de temperatura axiales para $z_l = 90$ nodos.	99
D.1. Condiciones iniciales en equilibrio gravitacional y capilar. Distribuciones de presión y saturación de aceite, gas y agua en el yacimiento ¹⁸ .	127

CAPÍTULO I.

INTRODUCCIÓN.

La simulación numérica es una herramienta muy poderosa con aplicación en muchas ramas del conocimiento. La simulación numérica consiste en representar el comportamiento del problema o fenómeno de la manera más completa posible, empleando una discretización del medio continuo.

En la Ingeniería de Yacimientos la simulación numérica se emplea para reproducir la historia productiva de un yacimiento (o pozo), comprobar su volumen original de hidrocarburos, ubicar pozos productores y/o inyectores, predecir el comportamiento del yacimiento de acuerdo con el agotamiento natural de presión, o bien contemplar diversas alternativas de explotación, entre otras aplicaciones.

La naturaleza de los yacimientos petroleros es diversa y su comportamiento lo rigen las condiciones de explotación a las cuales están sometidos. Este trabajo contempla la condición del medio poroso que constituye al yacimiento. Existen básicamente dos formas de representar el medio poroso: a) homogéneo y b) naturalmente fracturado. En el desarrollo del presente trabajo se aborda solamente el caso de medio fracturado.

Durante la etapa de explotación suceden muchos fenómenos en el yacimiento, uno de ellos es la convección, la cual se presenta cuando hay cambios de presión o bien de temperatura. El presente estudio contempla exclusivamente los cambios de temperatura a presión constante (una fase) y se plantea el problema numérico para presión y temperatura variables considerando flujo y extracción de calor del yacimiento.

El descubrimiento de yacimientos naturalmente fracturados, atractivos económicamente, ha propiciado el estudio detallado del comportamiento de los fluidos y el medio poroso, es decir, del sistema en su totalidad. En un medio poroso fracturado saturado con aceite negro y bajo la influencia de una caída de presión, el aceite localizado en las fracturas libera más rápido el gas disuelto que el aceite presente en los bloques de matriz. Esta pérdida de componentes ligeros en la fractura propicia el fenómeno de convección, porque el aceite contenido en esta región se vuelve más pesado que el localizado en la región de la matriz. Con esto se forma una mezcla de densidad inestable que posiblemente se origina en los cambios de presión más bruscos, es decir, cuando el aceite fluye de la matriz a la fractura; la explicación de este proceso se ve claramente en el capítulo 2. Porque además de tener presente el gradiente de presión; también existe el de temperatura, que es otro de los factores por el cual se presenta el fenómeno, aún cuando la presión no varíe si el gradiente de temperatura vertical tiene fuerte influencia la convección se genera. Además de que es posible tener un gradiente

de temperatura horizontal en el yacimiento, debido a las condiciones de explotación.

La motivación principal para desarrollar este trabajo es contar con una herramienta que proporcione resultados que logren visualizar el proceso de convección, ya que es un tema de interés en el estudio del comportamiento de los yacimientos petroleros mexicanos.

La tesis consta de siete capítulos los cuales se describen a continuación:

Primeramente se expone una idea general del fenómeno de convección y su origen, así como el tratamiento general de la importancia de la simulación numérica. Enseguida se abordan los aspectos físicos relacionados con el tema central, tratará sobre algunas ideas como: el fracturamiento natural y sus características, el medio de porosidad secundaria en el cual se desarrolla el proceso de convección y las diferentes etapas de dicho proceso.

El tercer capítulo, se enfoca sobre los planteamientos de ecuaciones diferenciales y de condiciones iniciales y de frontera que se van a satisfacer en este estudio. El siguiente capítulo plantea la discretización en tiempo y espacio del yacimiento por medio de diferencias finitas y su solución.

En el quinto capítulo se analiza el desarrollo de la convección que ocurre en los yacimientos y se explican sus efectos sobre la producción de hidrocarburos. El sexto capítulo aborda algunos cálculos realizados en relación con los efectos convectivos (publicados en la literatura) para posteriormente realizar una comparación con los resultados obtenidos en esta tesis.

Para finalizar se plantean las principales conclusiones y recomendaciones obtenidas de la presente tesis. Estas contribuirán a aplicar en forma más concreta los resultados obtenidos.

Es importante mencionar que el planteamiento inicial considera flujo en dos fases (aceite, gas) y dos dimensiones (r, z), pero con base en los tópicos mencionados en este trabajo, es posible extender la simulación a flujo tridimensional en tres fases.

CAPÍTULO II.

ASPECTOS FÍSICOS RELACIONADOS CON EL TEMA

Los yacimientos naturalmente fracturados son aquellas trampas geológicas que han sufrido cambios en el cuerpo rocoso que las componen. Debido a los movimientos tectónicos y/o a la diagénesis, la roca se rompe y desplaza de las más diversas formas. Desde el punto de vista geológico, un yacimiento fracturado puede tener: fallas, acuñamientos, fracturas y/o fisuras, discontinuidades, vógelos, entre otras características.

- *Fracturas en el medio poroso.*

El origen de las fracturas se ha clasificado¹ en dos grupos principales:

- a) Fracturas relacionadas con su estructura. Este tipo de fracturas se presenta con una orientación consistente con el tipo de plegamiento que ha experimentado la roca.
- b) Fracturas no relacionadas con su estructura. Aquí el fracturamiento no muestra ninguna consistencia con el plegamiento de la estructura, así entonces la orientación de las fracturas se presenta de manera arbitraria.

Las características de las fracturas dependen en gran medida de la naturaleza de la roca, es decir, si la roca es de una composición compacta (baja porosidad intergranular), el fracturamiento se presenta con relativa facilidad. En cambio si la naturaleza de la roca es plástica (por ejemplo en los domos salinos), el esfuerzo necesario para romper la roca será mucho mayor que el empleado para una roca más compacta.

Dadas las características citadas en un yacimiento fracturado, se generan dos componentes principales que son capaces de almacenar hidrocarburos, de interés en la Ingeniería de Yacimientos. Estos componentes son entonces, los poros comunicados en los bloques de matriz y las fracturas. Cabe mencionar que en los bloques de matriz es posible encontrar subsistemas de fracturamiento. Este tipo de análisis en la simulación numérica es más detallado y un tipo de solución de este problema es por medio del método de subdominios².

Asociado al fracturamiento se pueden encontrar muchas variantes; una de las que ha cobrado interés es el medio vugular. Este medio puede estar conectado hidráulicamente con las fracturas, o bien pueden ser vógelos aislados asociados solo con la porosidad de matriz (porosidad intergranular). Es muy probable que el volumen de hidrocarburos almacenados en el medio vugular sea considerablemente mayor al encontrado en las fracturas. Incluso puede ser que la porosidad del sistema completo se deba en su mayor parte a la porosidad secundaria y que en realidad la porosidad primaria sea mínima o bien incluso no exista, que la porosidad de todo el sistema se deba a una gran cantidad de microfracturamiento parcialmente cementado con algún mineral, en realidad los

procesos diagenéticos y/o tectónicos pueden originar una porosidad secundaria importante.

Dentro de esta heterogeneidad, ambos medios (matriz–fractura) intercambian fluidos de acuerdo con las condiciones locales de presión, saturación de fluidos y temperatura. Entonces, de acuerdo con esto, es factible pensar que dentro de este sistema complejo sucedan fenómenos, que tal vez aún no sean representados matemáticamente en forma adecuada en los modelos empleados en la simulación numérica de los yacimientos naturalmente fracturados. Uno de los objetivos de este trabajo es analizar el fenómeno de convección para un simulador de aceite de bajo encogimiento (aceite negro) y plantear las ecuaciones y su solución para incluir el fenómeno en estudio en la simulación. Por tal motivo se utilizó la ecuación de energía para modelar la solución de la distribución de la temperatura y su variación.

La convección es un mecanismo de transferencia de masa (o calor) y se presenta cuando existe una diferencia de concentraciones (o temperatura) en el sistema, debida a diversos factores, entre los cuales los más importantes son quizá la presión y la temperatura entre otros. La naturaleza tiende a equilibrar cualquier sistema; así entonces cuando se presenta la convección es porque existe un desequilibrio, el cual puede ser inducido o bien se puede presentar de forma natural. Este mecanismo de transporte es posible gracias al movimiento del fluido.

Existen dos tipos de convección principalmente, los cuales son: convección natural o convección libre y convección forzada. En algunos procesos es posible que se presente una convección mezclada, que es la combinación de las dos anteriores.

En el caso de los yacimientos petroleros, la convección puede ser natural, es decir, debido a un gradiente de temperatura en yacimientos de gran espesor se establecen corrientes convectivas que viajan de la región de mayor a menor energía y viceversa, tendiendo siempre a un equilibrio el sistema. Cabe mencionar que en el caso citado no hay pozos productores y/o inyectores y por lo tanto, el proceso se lleva a cabo de manera natural (presión en equilibrio). Sin embargo, cuando el yacimiento se explota y se presenta convección, entonces ésta será convección forzada, debido a que el proceso se induce por medio de una diferencia de potencial entre dos puntos (la presión en el pozo y la presión media del yacimiento), aún cuando exista o no un gradiente de temperaturas, el fenómeno es capaz de generarse. Varios autores^{1,3,4} muestran que la convección se origina principalmente en el medio fracturado, de manera local o bien de forma global. El proceso de convección natural es posible que ocurra en la zona de gas (en un yacimiento inicialmente saturado), en la zona de aceite, o bien en el acuífero.

- *Gradiente de presión normal.*

En este trabajo se estudió el fenómeno en la zona de aceite considerando variaciones de energía térmica (convección natural en yacimientos de gran espesor).

La Figura II.1 muestra los gradientes de presión normales que presenta el yacimiento para dos puntos diferentes en el tiempo. En esta figura es posible ubicar las diferentes zonas que se generan en la explotación de cualquier yacimiento donde se presente o no el fenómeno de convección.

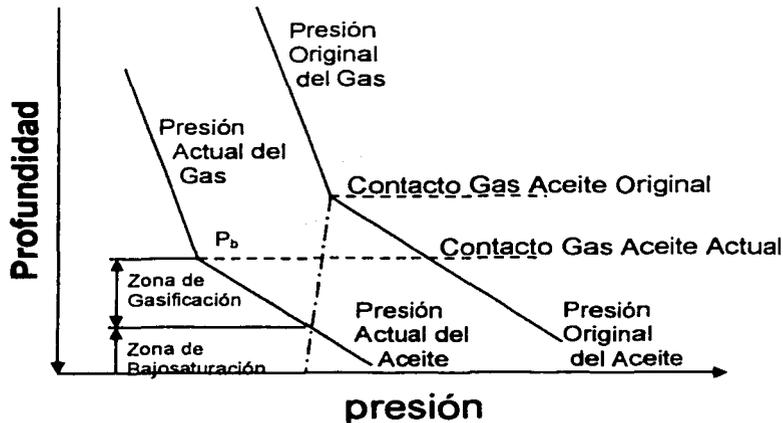


Figura II.1.

Diagrama presión – profundidad. Zonas generadas durante la explotación de los yacimientos.³

En la gráfica de arriba se observa el avance del contacto gas – aceite, así como un desplazamiento de los gradientes. La zona de gasificación mostrada queda definida por la región que se encuentra entre el contacto gas – aceite y la intersección del gradiente de presión de burbujeo con el gradiente de la presión del aceite. De este punto hacia abajo se encuentra la zona de bajosaturación.

- *Proceso de convección.*

Durante la explotación del yacimiento, el aceite contenido en las fracturas que se encuentran en la zona de gasificación (zona donde se presenta la liberación del gas asociado al aceite, aún cuando no forme una fase continua, $p < p_b$), pierde continuamente sus componentes ligeros y por lo tanto se torna más pesado que el aceite que se encuentra más abajo en la zona bajosaturada. Así el aceite pesado queda arriba y el ligero abajo, lo cual origina un desequilibrio de densidades, causando el proceso del fenómeno de convección. El aceite pesado se mueve hacia abajo a través de las fracturas y en cierto momento sucede el contacto con los bloques de matriz que se encuentran abajo y que contienen aceite más ligero. Yamamoto⁴ muestra el contraste de densidad del aceite contenido en la matriz y en las fracturas, e incluso menciona un contraste de densidades dentro de los bloques de matriz. Al presentarse convección, ésta origina un intercambio de masa en la zona bajosaturada, ya que el aceite ligero (ubicado dentro de los

bloques de matriz) transfiere gas disuelto desde la matriz hacia la fractura en donde se encuentra el aceite pesado; este proceso se lleva cabo por medio de una difusión molecular.

Hasta ahora se ha comentado el efecto que causa un solo parámetro; que es la presión, pero también pueden o no existir efectos debido a la temperatura. Pero sin duda que éste parámetro (temperatura) es también de primordial importancia para evaluar de forma adecuada el fenómeno. Así se puede observar que el problema no es sencillo, ya que si hay efectos de temperatura también es necesario plantear las ecuaciones de transferencia de calor pertinentes para cada caso, o bien puede ocurrir que exista simultáneamente transferencia de calor y de masa.

Por otra parte el fluido se considera que es aceite negro, sus propiedades físicas cambiarán de acuerdo con las variaciones de presión y temperatura que prevalezcan en cada punto. Van Golf – Racht¹ presenta una figura que muestra el proceso de convección en los yacimientos naturalmente fracturados, siguiendo el criterio de Peaceman³. Cabe mencionar que Peaceman no toma en cuenta las variaciones de temperatura, es decir, realiza su análisis en forma isotérmica. La Figura II.2 muestra las etapas mencionadas.

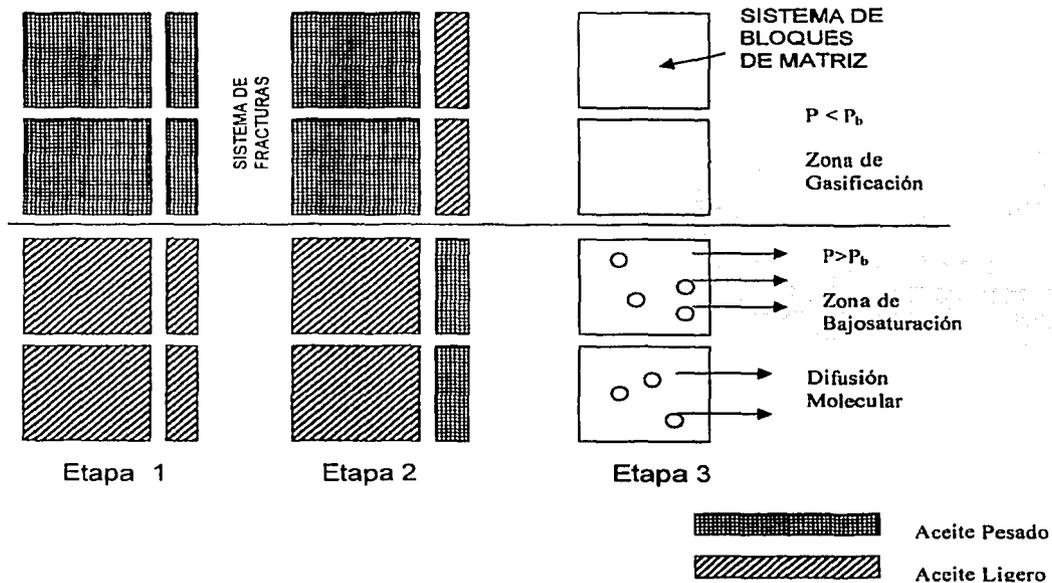


Figura II.2. Proceso de Convección¹.

En la primera etapa el aceite que se encuentra en las fracturas pierde sus componentes ligeros. En la etapa 2 el aceite pesado baja a través de la fractura y

por medio de difusión molecular, existe un transporte de masa de la matriz a la fractura (el gas disuelto contenido en el aceite de la matriz pasa al aceite en la fractura).

En cuanto a la trayectoria del flujo, para convección forzada, se rige principalmente por fuerzas inducidas y en la convección natural esta determinada por las fuerzas de flotación. Es decir, que la densidad y la viscosidad en la convección natural son dependientes de la temperatura y se tornan parámetros críticos para la determinación de la trayectoria del flujo. Por otra parte en la convección forzada, aún cuando la densidad y la viscosidad también dependen de la temperatura, se vuelven tan importantes como en el caso de convección libre. Debido a que intervienen fuerzas de tipo externo (inducidas) que influyen de manera más fuerte sobre la trayectoria de flujo. La naturaleza de la convección libre está sometida principalmente a las fuerzas de flotación, mientras que la forzada se encuentra regida por fuerzas externas. Aún cuando sean fuerzas de flotación o externas, las propiedades físicas de los fluidos almacenados en los poros de la roca dependen de la presión, temperatura y concentración local. Incluso la matriz del medio poroso cambia sus propiedades locales, por ejemplo, la compresibilidad, concentración mineral, conductividad, resistividad, etc. Como se puede observar, tomar en cuenta la variación de la totalidad de los parámetros que intervienen resultaría muy complejo generar un modelo para representarlo. Sin embargo, es posible hacer algunas simplificaciones razonables que permitan generar un modelo representativo del problema.

Hasta el momento se ha tratado de explicar el proceso de convección tomando en consideración el efecto de presión, es decir, en la Figura 1.2 en la etapa 3 se presenta difusión molecular debido al desequilibrio en concentraciones del fluido, por lo tanto el proceso que aquí se lleva a cabo es la transferencia de masa por convección debida a una diferencia de presión. Pero recordemos que la temperatura también es un factor importante, por lo tanto también habrá de considerarse la transferencia de calor por convección. Entonces el proceso de convección por un lado involucra transferencia de masa y por el otro transferencia de calor. En el proceso de transferencia de calor se tiene que tomar en cuenta también la forma conductiva de transporte, debido a que el balance de energía global involucra también la transferencia de calor por conducción. El medio poroso saturado está formado por fluido (líquido o gas) y roca, los cuales son materiales que se encuentran en fase distinta y por lo tanto el comportamiento de conducción de calor será diferente para cada uno. Así entonces los parámetros que involucren propiedades del medio poroso total, se tendrá que emplear algún modelo o expresión que incluya todas las fases que componen a dicho medio.

- *Conducción y convección térmicas en el medio poroso fracturado.*

Debido a la importancia que tiene el equilibrio térmico, se toman en cuenta dos formas de transferencia de calor que son la conducción y convección. Rigurosamente se tendría que tomar en cuenta también la transferencia de calor por radiación, pero para fines prácticos de aplicación no se tomará en cuenta este mecanismo de transporte, debido a que no se consideran reacciones químicas

durante el proceso. Todas las rocas contienen elementos radioactivos pero solamente en algunas áreas de simulación numérica de yacimientos se toman en cuenta las interacciones que puedan tener las rocas con el fluido, como por ejemplo en algún proceso de recuperación mejorada donde el fluido a inyectar sea de características especiales (surfactantes, soluciones poliméricas, espumas, etc.).

Es razonable pensar que para que la forma de transmisión de calor por convección se presente, en el medio poroso, es necesario que exista conducción en el sólido. Debido a que en el medio poroso se presentan las 3 fases de la materia, es importante tomar en cuenta el comportamiento de cada una de ellas en lo que se refiere al transporte de calor y masa por convección. Pero en cuanto a calor, los sólidos lo transmiten por conducción, lo que permite que al llegar el flujo de calor a la(s) fase(s) fluida(s); la transferencia se lleva a cabo por convección. Una vez establecido este mecanismo de transporte, en la fase fluida comienza el fenómeno de convección; tomando en cuenta únicamente el efecto de la temperatura. Es posible que ocurra este fenómeno aún en la porosidad intergranular y no necesariamente solo en el medio fracturado, debido a un gradiente de temperatura. Desde luego contemplar este problema desde el punto de vista de la convección que se pueda dar intergranular (sistema de matriz) es mucho más detallado, lo cual no es la finalidad de este estudio.

En relación a la materia (fluido), en las fracturas es el lugar en donde ocurre la transferencia de masa por convección, es decir, el flujo de calor se presenta por conducción (en la fase sólida) y por convección (en la fase fluida), mientras que el transporte de masa se lleva a cabo por convección en el medio fracturado principalmente. En otras palabras, la conducción de calor debe tomarse en cuenta en los bloques de matriz (roca), así como también la convección en la porosidad primaria (rigurosamente hablando) pero debido a que el fenómeno de convección se manifiesta más rápidamente en la fractura (porque también hay cambios de presión y no solo de temperatura, en el caso de un yacimiento en explotación), entonces en este medio se considerará el transporte de calor por convección y el transporte de masa también por este mecanismo.

En la Figura II.2 se muestra el esquema de transporte de masa por medio de varias etapas, en la última de las cuales se da la difusión molecular. Es en ésta en donde hay intercambio de masa y en la mencionada figura no existe variación en temperatura solamente en presión. Pero si existe también variación en temperatura, posiblemente el fenómeno se lleve a cabo de manera más acelerada; porque de acuerdo con la literatura⁴⁰ la convección es un proceso que se lleva a cabo lentamente al igual que la difusión. Al considerar variación de presión y temperatura se pretende llegar a una concepción más completa de lo que sucede en los yacimientos naturalmente fracturados.

Por lo expuesto anteriormente se puede decir que la convección, hablando de calor, es un fenómeno que siempre va acompañado de la conducción; porque en el sistema que se estudió el fluido siempre se encuentra en contacto directo con una superficie sólida. La figura II.3 muestra el esquema de estas ideas.

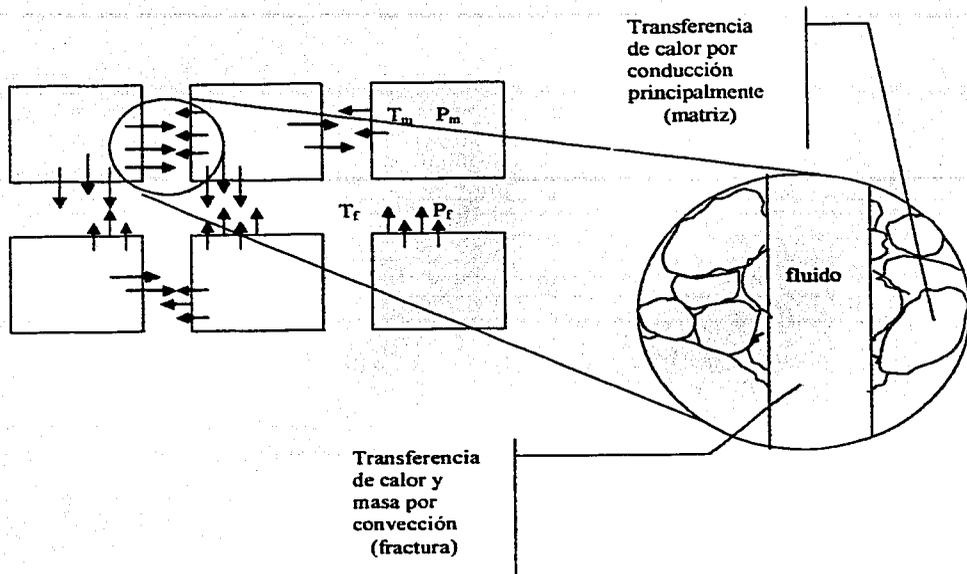


Figura II.3 Modelo idealizado de doble porosidad mostrando los mecanismos de transporte considerados.

Hasta este momento se ha comentado el transporte de calor por convección y conducción; por otra parte el transporte de masa por difusión genera convección. Pero no se ha comentado la difusividad térmica, que también existe, y es una variable importante que está en relación directa con la conductividad térmica del sistema. La parte de difusión térmica se tratará junto con el concepto de conductividad en el Capítulo 3.

CAPÍTULO III.

DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

Los eventos naturales presentan una gran variedad de procesos y fenómenos; que es necesario modelar de alguna forma para lograr representarlos y así poder estudiarlos de la mejor manera posible. Existen dos formas de hacerlo: por medio de modelos físicos (experimentación en laboratorio) o bien con modelos matemáticos. Aquí se utilizará la segunda opción.

Al inicio del Capítulo 1 se comentó la conceptualización que se tiene de los yacimientos naturalmente fracturados. Estos se encuentran constituidos de dos medios, uno por fracturas y el otro por bloques de matriz. Los bloques de matriz tienen la característica de que cuentan con mayor capacidad de almacenamiento de hidrocarburos que el medio fracturado, y a la vez, el sistema de fracturas tiene una mayor capacidad de flujo que el sistema matricial. En otras palabras, los bloques de matriz tienen alta capacidad de almacenamiento de hidrocarburos y son de baja permeabilidad; mientras que el sistema fracturado tiene baja capacidad de almacenamiento de hidrocarburos y posee alta permeabilidad. La idealización del sistema se toma de acuerdo con el trabajo realizado por Warren y Root⁵.

Actualmente son tres métodos diferentes los que se usan para simular sistemas naturalmente fracturados: (1) aproximación del medio continuo, (2) aproximación de la fractura en forma discreta y (3) integración de las dos aproximaciones anteriores.

Barenblatt y Zheltov (1960) presentaron la aproximación del medio continuo doble (doble porosidad). Los autores consideraron a los yacimientos naturalmente fracturados como dos medios continuos traslapados (homogéneos e isótropos): los bloques de matriz y la red de fracturas. Ellos consideraron el flujo de la matriz a la fractura en régimen quasi-permanente. Posteriormente Warren y Root (1963) extendieron estos conceptos. Los autores propusieron una representación simplificada del medio fracturado para usarlo en los simuladores de doble porosidad. Ellos consideraron (idealizaron) que la porosidad secundaria está contenida dentro de un sistema fracturado de forma ortogonal e igualmente espaciado y que los bloques de matriz alimentan continuamente a las fracturas. Warren y Root (1963) presentaron dos parámetros adimensionales para caracterizar la relación entre las dos regiones de porosidad, dichos parámetros son el coeficiente de flujo interporoso (λ) y el almacenamiento de la fractura (ω). Kazemi (1976) utilizó la aproximación del medio continuo doble en un yacimiento naturalmente fracturado para un sistema multi-capas (modelo de doble permeabilidad). El autor supone que las fracturas son capas delgadas de alta conductividad alternando con capas gruesas (bloques de matriz) de alta capacidad de almacenamiento pero baja conductividad.

Dentro de los trabajos realizados⁷ considerando los sistemas doble porosidad doble permeabilidad; en éste estudio solamente se contempla el sistema de doble porosidad, debido a que modelar ambos sistemas resulta más complejo de resolver y requiere de mayor esfuerzo computacional además de que la finalidad de este estudio es mostrar la convección térmica de forma tal que sea posible visualizar las diferentes variables que entran en juego. El considerar doble porosidad y doble permeabilidad implica mayor detalle en las ecuaciones de flujo y por lo consiguiente en el sistema. No obstante en trabajos donde se requiera este detalle pueden incluirse los términos correspondientes tomando como base el planteamiento aquí mostrado y desarrollar el modelo pertinente para el caso de interés.

III.1. Modelos de simple y doble porosidad.

Actualmente se emplean dos formas de modelar el espacio poroso en las rocas, una de ellas es con el concepto de simple porosidad; el cual considera que existe uniformidad en la porosidad del cuerpo rocoso. La otra manera de modelar es con el concepto de doble porosidad; en el cual se considera que el sistema completo está compuesto por dos subsistemas, uno correspondiente a los bloques de matriz y el otro a la red de fracturas que puedan presentarse. Cabe mencionar que los bloques de matriz y las fracturas tienen capacidad de almacenamiento de acuerdo con lo comentado anteriormente.

En términos geológicos, el modelo de simple porosidad se emplea cuando la roca conserva principalmente en su mayor parte la porosidad primaria. Mientras que el de doble porosidad se utiliza cuando la roca ha sufrido cambios estructurales importantes al quebrarse y reacomodarse debido a eventos geológicos a través del tiempo.

En el modelo de doble porosidad se considera que el sistema de fracturas es continuo porque los fluidos contenidos en ellas fluyen directamente del yacimiento hacia el pozo. Por otro lado los bloques de matriz son considerados como el medio discontinuo porque tienen que interactuar con las fracturas, es decir, que el flujo de fluidos se presenta de la matriz hacia la fractura y de la fractura hacia el pozo. Los bloques de matriz son la fuente de abastecimiento para las fracturas de acuerdo a los conceptos presentados anteriormente.

En algunos trabajos especiales⁸ también se modela el medio vugular, fracturado - vugular, micro y macrofracturamiento.

III.2. Planteamiento de ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones generales planteadas por Nield y Bejan⁶ para flujo bifásico y un medio poroso homogéneo, son:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi S_l \rho_l + \phi S_g \rho_g] + \nabla(\rho_l v_l + \rho_g v_g) = 0 \quad \text{III.2.1}$$

donde:

$$v_l = -\frac{k_{sl} K}{\mu_l} (\nabla p - \rho_l g) \quad \text{III.2.2}$$

$$v_g = -\frac{k_{sg} K}{\mu_g} (\nabla p - \rho_g g) \quad \text{III.2.3}$$

y para la ecuación de energía

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi S_l \rho_l h_l + \phi S_g \rho_g h_g] + \nabla(\rho_l v_l h_l + \rho_g v_g h_g) - \nabla \cdot (k_e \nabla T) - \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (v_l + v_g) \cdot \nabla p \right] = 0 \quad \text{III.2.4}$$

donde

$$k_e = \phi (S_l k_l + S_g k_g) + (1 - \phi) k_r \quad \text{III.2.5}$$

la cual es la conductividad térmica efectiva del medio poroso saturado con líquido y gas en equilibrio térmico local y suponiendo conducción de calor en paralelo.

En la ecuación III.2.4 es conveniente mencionar que h_l es la entalpía específica del líquido (aceite) y h_g es la entalpía específica del gas.

Las ecuaciones arriba mencionadas consideran la existencia de equilibrio térmico local y la presión capilar despreciable. Contemplan la conservación de masa (ecuación III.2.1), cantidad de movimiento (ecuaciones III.2.2 y III.2.3) y flujo de energía térmica (ecuación III.2.4).

Para el plano $r - z$ y en "unidades de campo" de acuerdo con Camacho⁷ la ecuación III.2.1 toma la forma siguiente para un sistema de doble porosidad :

En las fracturas:

aceite:

$$1.127 \times 10^{-3} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_z k_{r0}}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z k_{r0}}{\mu_o} \rho_o^o \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \right] \right\} + \frac{\lambda_o^o}{5.615} (\Psi_{om} - \Psi_o) = \frac{1}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_o^o S_o)$$

III.2.6

gas:

$$1.127 \times 10^{-3} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_z k_{rg}}{\mu_g} \rho_g^g \frac{\partial p_g}{\partial r} + r \frac{k_z k_{r0}}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z k_{rg}}{\mu_g} \rho_g^g \left(\frac{\partial p_g}{\partial z} - \frac{\gamma_g}{144} \right) + \frac{k_z k_{r0}}{\mu_o} \rho_o^o \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \right] \right\} \\ + \frac{\lambda_g}{5.615} (\Psi_{gm} - \Psi_g) + \frac{\lambda_o^g}{5.615} (\Psi_{om} - \Psi_o) = \frac{1}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_o^g S_o + \phi \rho_g S_g)$$

III.2.7

En la matriz:

aceite:

$$-\frac{\lambda_o^o}{5.615} (\Psi_{om} - \Psi_o) = \frac{1}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} (\phi_m \rho_{om}^o S_{om})$$

III.2.8

gas:

$$-\frac{\lambda_g}{5.615} (\Psi_{gm} - \Psi_g) - \frac{\lambda_o^g}{5.615} (\Psi_{om} - \Psi_o) = \frac{1}{5.615} \frac{\partial}{\partial t} (\phi_m \rho_{om}^g S_{om} + \phi_m \rho_{gm} S_{gm})$$

III.2.9

donde

$$\Psi_p = p_p - \frac{1}{144} \gamma_p z^2 \quad \text{es el potencial de Mac Donald y Coats (p=o,g)}$$

para

$$k_r = k\phi \quad , \quad r_w \leq r \leq r_e \quad , \quad 0 \leq z \leq b \quad , \quad t > 0$$

III.3 Funciones de Transferencia Matriz - Fractura

Por otra parte los parámetros λ que aparecen en los términos de transferencia matriz – fractura son:

$$\lambda_o^o = 6.3265 \times 10^{-3} \sigma k_m \left[\delta_o \left(\frac{k_{rom} \rho_{om}^o}{\mu_{om}} \right) + (1 - \delta_o) \frac{k_{ro} \rho_o^o}{\mu_o} \right] \quad \text{III.3.1}$$

$$\lambda_o^g = 6.3265 \times 10^{-3} \sigma k_m \left[\delta_o \left(\frac{k_{rom} \rho_{om}^g}{\mu_{om}} \right) + (1 - \delta_o) \frac{k_{ro} \rho_o^g}{\mu_o} \right] \quad \text{III.3.2}$$

$$\lambda_g^g = 6.3265 \times 10^{-3} \sigma k_m \left[\delta_g \left(\frac{k_{rgm} \rho_{gm}^g}{\mu_{gm}} \right) + (1 - \delta_g) \frac{k_{rg} \rho_g^g}{\mu_g} \right] \quad \text{III.3.3}$$

en las cuales σ es el factor de forma y δ_i es un "factor de peso" definido como:

$$\delta_i = 1, \text{ si } \psi_{lm} \geq \psi_i, \text{ (flujo de la matriz a la fractura)}$$

$$\delta_i = 0, \text{ si } \psi_{lm} \leq \psi_i, \text{ (flujo de la fractura a la matriz)}$$

para $l = o, g$.

Las ecuaciones anteriores conforman el sistema con las siguientes relaciones adicionales:

En la fractura:

$$S_o + S_g = 1 \quad \text{III.3.4}$$

$$P_{cgo}(S_g) = P_g - P_o \quad \text{III.3.5}$$

En la matriz:

$$S_{om} + S_{gm} = 1 \quad \text{III.3.6}$$

$$P_{cgom}(S_{gm}) = P_{gm} - P_{om} \quad \text{III.3.8}$$

Hasta el momento no se ha mencionado la ecuación de energía (ec. III.2.4), porque fue necesario revisar el planteamiento inicial donde el problema se simplifica sin perder de vista los puntos importantes, es decir, hasta ahora se ha mencionado que no se consideran efectos capilares pero en el tiempo cero es necesario conocer la distribución de los fluidos, ésta depende de las condiciones de presión inicial del yacimiento y composición de los fluidos; por lo tanto es útil conocer la presión capilar.

Las ecuaciones anteriores contemplan las siguientes suposiciones:

- Flujo en el plano $r - z$.
- Aceite Negro
- Válido para Yacimientos Naturalmente Fracturados.
- Sistema Isotérmico.
- Flujo Darcy.
- Pozo totalmente penetrante.
- 3 fases (aceite, gas y agua irreductible), 2 fases móviles.
- Composición constante.
- Las propiedades dependen de la presión y la saturación.
- Se manejó como modelo de doble porosidad.

Al incluir la ecuación de energía; el sistema ya no será isotérmico y las propiedades dependerán no solo de presión y saturación sino que también de temperatura. Vale la pena mencionar que las ecuaciones consideran 3 fases pero debido a que el agua es irreductible se supone como fase inmóvil.

III.4 La ecuación de Energía.

La ecuación de energía se estableció de forma consistente con las ecuaciones anteriores (ver el desarrollo en el Apéndice A), tomando en cuenta las mismas consideraciones mencionadas arriba excepto la del sistema isotérmico y despreciando los efectos gravitacionales, obteniéndose:

En la matriz:

$$-47.227 \times 10^6 \left[(\lambda_o^o + \lambda_o^g) h_{ot} (\Psi_{om} - \Psi_o) + \lambda_g h_{gt} (\Psi_{gm} - \Psi_g) \right] + 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_m^* \frac{\partial T_m}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_m^* \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) \right\}$$

$$+ 1.075 \times 10^{12} \frac{\partial p_m}{\partial t} = 74.6496 \times 10^8 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ S_{om} h_{om} (\rho_{om}^o + \rho_{om}^g) + S_{gm} h_{gm} \rho_{gm} \right\}$$

III.4.1



En las fracturas:

$$\begin{aligned}
 & 74.6496 \times 10^8 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi \left[S_o h_o (\rho_o^o + \rho_o^g) + S_g h_g \rho_g \right] \right\} \\
 & - 47.227 \times 10^6 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o + r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o + r \frac{k_e k_{rg}}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial p_g}{\partial r} h_g \right] \right. \\
 & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) (\rho_o^o h_o + \rho_o^g h_o) + \frac{k_{ez} k_{rg}}{\mu_g} \left(\frac{\partial p_g}{\partial z} - \frac{\gamma_g}{144} \right) \rho_g h_g \right] \right\} \\
 & - 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^* \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k^* \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\} - 1.075 \times 10^{12} \frac{\partial p}{\partial t} \\
 & + 6800 \times 10^6 \left[\left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \frac{R_s}{B_o} \right) \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_e k_{rg}}{\mu_g B_g} \left(\frac{\partial p_g}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \frac{R_s}{B_o} \right) \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \gamma_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{k_{ez} k_{rg}}{\mu_g B_g} \left(\left(\frac{\partial p_g}{\partial z} \right)^2 - \gamma_g \frac{\partial p_g}{\partial z} \right) \right] \\
 & - 47.227 \times 10^6 \left[(\lambda_o^o + \lambda_o^g) h_{oi} (\Psi_{om} - \Psi_o) + \lambda_g h_{gi} (\Psi_{gm} - \Psi_g) \right] = 0
 \end{aligned}$$

III.4.2

donde $h_{oi} = \delta_o h_{om} + (1 - \delta_o) h_o$, $h_{gi} = \delta_g h_{gm} + (1 - \delta_g) h_g$ y

$$k_m^* = \phi (S_{im} k_m^l + S_{gm} k_m^g) + (1 - \phi) k^r, \quad k^* = \phi (S_i k^l + S_g k^g).$$

Al considerar la ecuación de energía es evidente que el problema planteado en las secciones III.2 y III.3 se complica porque se agregó al sistema la variable temperatura y otras (entalpía específica, conductividad térmica, etc.) que son función de ella.

III.5 Condiciones iniciales y de frontera.

En cuanto a las condiciones de frontera, no existe flujo a través de las fronteras superior e inferior del sistema:

$$\frac{\partial p_i}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} = \frac{\partial p_{im}}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} = 0$$

III.5.1

en $z = 0$ y $z = b$; con $l = o, g$.

En el eje radial la frontera externa se supone cerrada:

$$\frac{\partial p_l}{\partial r} = \frac{\partial p_{lm}}{\partial r} = 0 \quad \text{III.5.2}$$

en $r = r_e$, con $l = o, g$. La condición de frontera interna se estableció con el ritmo de producción del pozo o bien de acuerdo con su presión de fondo. El gasto es alguna de las opciones siguientes:

1) Gasto de aceite constante, q_o (bl/d):

$$q_o = 0.001127(2\pi r_w) \int_b^a \left(\frac{k_e k_{ro} \rho_o^o}{\mu_o \rho_{ocs}} \frac{\partial p_o}{\partial r} \right)_{r=r_w} dz \quad \text{III.5.3}$$

2) Gasto de gas en superficie, q_g (MSCF/d):

$$q_g = 0.001127 \frac{5.615}{1000} (2\pi r_w) \int_b^a \left(\frac{k_e k_{rg} \rho_g}{\mu_g \rho_{gcs}} \frac{\partial p_g}{\partial r} + \frac{k_e k_{ro} \rho_o^g}{\mu_o \rho_{gcs}} \frac{\partial p_o}{\partial r} \right)_{r=r_w} dz \quad \text{III.5.4}$$

3) Producción másica constante, q_m (lb_m/d):

$$q_m = 5.615 q_o \rho_{ocs} + 1000 q_g \rho_{gcs} \quad \text{III.5.5}$$

Las condiciones establecidas suponen que la producción proviene de las fracturas, es decir, las fracturas son la fuente de alimentación del pozo.

Desde luego falta establecer las condiciones de frontera para la temperatura, ya que es la nueva variable que se ha venido discutiendo. Así en la cima y en la base del yacimiento se considera una temperatura constante.

$$T = T_f + 0.0142 z \quad (^\circ\text{C}) \quad \text{III.5.6}$$

En $z = 0$ (cima del yacimiento) T_f es temperatura fría y está dada por un gradiente geotérmico. Y

$$T = T_c = T_f + 0.0142 b \quad \text{III.5.7}$$

En $z = b$ (base del yacimiento) y donde T_c es temperatura caliente y es la que exista a esa profundidad.

La distribución inicial de temperaturas está dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0.0142 \quad (^\circ\text{C/m}) \quad \text{ó} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0.1463 \quad (^\circ\text{F/ft}) \quad \text{III.5.8}$$

para toda r incluyendo $r = r_w$ y $r = r_e$. Cabe mencionar que este es el gradiente de Cantarell de acuerdo con un estudio realizado en el I.M.P⁹.

Es importante mencionar que estas condiciones son a nivel yacimiento. Sin embargo fue necesario el análisis a nivel local para establecer la relación que existe entre la difusividad conductiva y convectiva, la cual se explica en el Capítulo 4 de este trabajo.

Para las condiciones iniciales se tiene por un lado que la presión en cualquier punto del yacimiento es igual a la presión original del mismo, matemáticamente:

$$\psi = \psi_i \quad \text{III.5.9}$$

para toda r y z , en $t = 0$, tanto en matriz como en el sistema de fracturas.

La distribución inicial de fluidos y las presiones iniciales se calculan con base en datos de presión capilar, de tal manera que se logre el equilibrio capilar y gravitacional al tiempo cero, este planteamiento puede consultarse en el Apéndice D.

Se consideró también la temperatura de tal forma que para $t = 0$ se cumplen las expresiones III.5.6 a III.5.8.

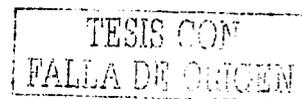
III. 6 Conductividad y Difusividad térmica.

La densidad de flujo de calor (q) mediante el mecanismo de conducción es proporcional al gradiente de temperatura. En cualquier proceso donde se lleve a cabo un equilibrio térmico habrá transporte de energía; este flujo de energía referido a un área y al tiempo es el ritmo de flujo de calor (Q). La ley de Fourier de conducción de calor es :

$$q = -k^* \nabla T \quad \text{III.6.1}$$

dado que q es proporcional al gradiente de temperatura, el factor de proporcionalidad entre estas dos cantidades vectoriales se define como la conductividad térmica (k^*).

La conductividad térmica es una propiedad característica de cada material, el cual regirá la transmisión de calor a través de él. En general, la conductividad térmica es una variable tensorial, al igual que la permeabilidad que se maneja en Ingeniería Petrolera. En sí, la permeabilidad es la facilidad de flujo que manifiesta un cuerpo. El flujo puede ser de un fluido, electricidad o bien de alguna otra



característica en la naturaleza. Debido a esto la conductividad térmica se observa de forma similar a la permeabilidad solo que en fenómenos de flujo totalmente diferentes. El concepto de isotropía y anisotropía empleado en la permeabilidad se maneja de igual manera en la conductividad térmica.

Paralelamente a la conductividad térmica, la difusividad térmica se define como:

$$k = \frac{k^*}{\rho c} \quad \text{III.6.2}$$

donde

k^* conductividad térmica.

c calor específico.

ρ densidad.

En ocasiones a la difusividad suele denominarse también con la letra griega α . Las dimensiones de esta propiedad son [L^2 / t].

III.7 Planteamiento del sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales.

Las ecuaciones III.4.1 y III.4.2 definen el sistema de ecuaciones a resolver para la obtención de las distribuciones de presión y temperatura en el yacimiento, para un sistema de doble porosidad. La forma de estas ecuaciones es confusa cuando se trata de resolver para varias fases, por eso, una forma clara de visualizar el problema es precisamente realizar el esquema por componente. Entonces en las fracturas para el componente aceite:

$$\begin{aligned} & -47.227 \times 10^6 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_r k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^\circ \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{rz} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \rho_o^\circ h_o \right] \right\} \\ & -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^\circ \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k^\circ \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\} \\ & + 6800.7 \times 10^6 \left\{ \frac{k_r k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{rz} k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} \\ & -47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^\circ h_{or} (\psi_{om} - \psi_o) \right\} = -\frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^\circ - 1.075 \times 10^{12} p_o \right\} \end{aligned}$$

III.7.1

para el gas:

$$\begin{aligned}
& - 47.227 \times 10^6 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o + r \frac{k_e k_{rg}}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial p_g}{\partial r} h_g \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \rho_o^g h_o + \right. \right. \\
& - 4.4856 \times 10^{15} \left. \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^g \frac{\partial T_g}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k^g \frac{\partial T_g}{\partial z} \right] \right\} \right. \\
& + 6800.7 \times 10^6 \left. \left\{ \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \frac{RS}{B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_e k_{rg}}{\mu_g B_g} \left(\frac{\partial p_g}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \frac{RS}{B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] + \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{k_{ez} k_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\left(\frac{\partial p_g}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_g}{144} \frac{\partial p_g}{\partial z} \right] \right\} \right. \\
& - 47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^g h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) + \lambda_g h_{gi} (\psi_{gm} - \psi_g) \right\} = \\
& - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 [\phi S_o h_o \rho_o^g + \phi S_g h_g \rho_g] - 1.075 \times 10^{12} p_g \right\}
\end{aligned}$$

III.7.2

Por otro lado se tienen también las ecuaciones de la matriz:

aceite:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^g h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\} = - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_o \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}$$

III.7.3

gas:

$$\begin{aligned}
& 47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_g h_{gi} (\psi_{gm} - \psi_g) \right\} = \\
& - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 [\phi_m S_{om} h_{om} \rho_o^g + \phi_m S_{gm} h_{gm} \rho_{gm}] - 1.075 \times 10^{12} p_{gm} \right\}
\end{aligned}$$

III.7.4

Puede observarse que si se conoce la solución para las presiones y saturaciones, solo restan las temperaturas. Por consiguiente el sistema de ecuaciones queda formado por III.7.1 a III.7.4 con cuatro incógnitas que son las temperaturas del aceite y gas en fractura y matriz.

Las cuatro ecuaciones anteriores consideran en las fracturas los términos de convección y conducción, mientras que en la matriz solo se considera la conducción. También se puede observar que es necesario incluir otro término en el cual indique la transferencia de calor de la matriz a la fractura o bien de la fractura a la matriz. Así como se incluye un término para la transferencia del flujo de masa matriz fractura es necesario incluir el flujo de calor. Es verdad que en el término de transferencia de las ecuaciones se incluye a la entalpía específica, con la cual se considera la energía con que cuenta la masa (temperatura y presión) que fluye de una región a otra (matriz – fractura) en cualquier fase. En este sentido, habrá algunos términos más importantes que otros dependiendo de la región de flujo. El punto es que aún cuando la entalpía se encuentre en el término de transferencia matriz fractura; esto contempla la energía que lleva la masa pero no el fenómeno de transporte de calor con que se lleva a cabo la transferencia, es decir, que no sabemos si el mecanismo de transferencia de calor es por convección (en el caso de la matriz a la fractura) o bien por conducción (de la fractura a la matriz). Dado que la entalpía depende del estado en que se encuentra; en el término de transferencia matriz fractura también es puntual y esto indica la cantidad de energía que pasa de un estado (1) a otro (2), pero nunca se toma en consideración si el proceso se lleva a cabo por convección o por conducción (ver Figura III.7.1). Por estas razones es necesario agregar un término de transferencia de calor matriz fractura para considerar el proceso de convección o conducción.

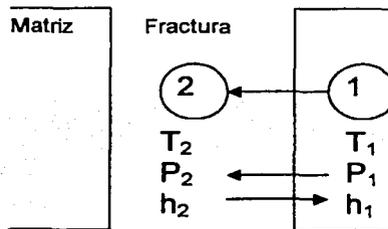


Figura III.7.1. Cambio del estado 1 al 2, indicando la transferencia de energía pero no el mecanismo de transporte.

Aún no se agregan los efectos térmicos mencionados y falta también incluir a las ecuaciones los términos fuente o sumideros para complementar el planteamiento.

Observando la figura III.7.2 dentro del sistema completo se tiene matriz y fractura, por lo tanto existirá flujo de calor de la fractura a la matriz o viceversa. Tomando en consideración que si Q va de la matriz a la fractura el mecanismo de transporte de calor es por convección. Porque se supone que el bloque de matriz tiene la misma temperatura en todo su cuerpo radialmente ($T_2 = T_1$), así entonces:

$$Q = h_c A(\Delta T) = h_c A(T_m - T)$$

III.7.5

donde:

h_c .- coeficiente de convección, (Btu / h ft² °F).

A .- área transversal al flujo de calor, (ft²).

T_m .- temperatura en la matriz, (°F).

T .- temperatura en la fractura, (°F).

Por otra parte si la transferencia de calor va de la fractura a la matriz, entonces el mecanismo será por conducción:

$$Q = -K_R A \nabla T$$

III.7.6

donde K_R es la conductividad térmica del sistema roca – fluido y suponiendo que en todo lo ancho de la fractura (radial o verticalmente) la temperatura es la misma, $T_3 = T_2$.

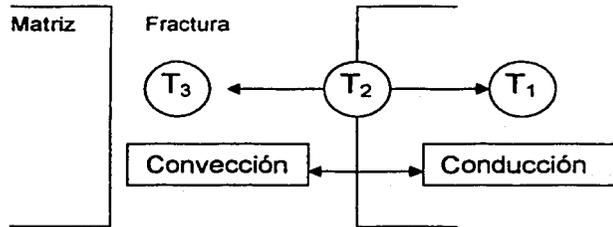


Figura III.7.2 Consideración de los procesos de transferencia de calor en el sistema matriz – fractura.

Así entonces en el punto 2 (Fig. III.7.2) se establece una igualdad:

$$Q = h_c A(\Delta T) = h_c A(T_m - T) = -K_R A \nabla T$$

III.7.7

que es, a partir de este punto, donde se toma el criterio si la transferencia de calor es por conducción o por convección (régimen permanente unidireccional).

Dentro de un volumen de control de fluido en la fractura; es posible visualizar que tan importantes son los efectos convectivos o conductivos, esto se logra por medio del número de Peclet ; el cual se expresa como:

$$Pe = \frac{\rho^f v c_p^f L}{\lambda^f}$$

III.7.8

donde:

ρ^f .- es la densidad del fluido, lb/ft³.

v .- es la velocidad del fluido, ft/seg².

C_p^f .- calor específico del fluido a presión constante, Btu/lb_m°F.

L .- longitud característica, ft.

λ^f .- conductividad térmica del fluido, Btu/ft hr °F.

Con este número adimensional es posible tomar el criterio de si es o no importante el efecto de convección en las diferentes zonas de flujo, de manera relativamente rápida. Conociendo la velocidad del fluido en la fractura y los demás parámetros del número de Peclet se puede calcular que tan importantes son los efectos convectivos con respecto a los conductivos. Si $Pe > 1$ se puede decir que los efectos convectivos sobresalen de los conductivos, si $Pe \gg 1$ el ritmo de flujo de calor es predominantemente convectivo y los efectos conductivos se pueden despreciar y si $Pe < 1$ el mecanismo de conducción es el que domina el proceso de transferencia de energía calorífica.

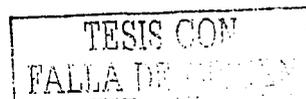
En las ecuaciones de la III.7.1 a III.7.4 tienen el término correspondiente a la transferencia matriz – fractura, que es donde involucra los potenciales de aceite o gas, en éste queda específicamente la relación que existe entre la matriz y la fractura en cuanto a masa transferida de una región a otra. Dependiendo del potencial de flujo, la masa fluirá de la matriz a la fractura o bien de la fractura a la matriz; al involucrar en este término a la entalpía específica (h) se está considerando la energía que lleva consigo esa masa transportada. Dado que h es una propiedad termodinámica intensiva y que con ella sola no es posible conocer el mecanismo de transporte de calor, entonces fue necesario agregar otro término adicional en las ecuaciones planteadas para tomar en cuenta dicho mecanismo. Así, se realizó algo similar a la función de transferencia matriz – fractura para el transporte de masa (utilizado por Camacho⁷), pero ahora para la temperatura.

Es importante mencionar que el término que se presenta a continuación especifica el ritmo de flujo de calor que se lleva a cabo entre ambas regiones y dependiendo de éste será la dirección que se tome, es decir, si el proceso se lleva a cabo por convección el ritmo de flujo de calor será de la matriz a la fractura o bien si el proceso es por conducción el ritmo de flujo será de la fractura a la matriz, de la forma explicada antes, así se consideró tanto el mecanismo de flujo de calor como la dirección de una región a otra. Entonces el término en estudio está dado por:

$$cc = \xi A h_c (T_m - T) - kA(\xi - 1)\nabla T_m$$

III.7.9

que es la forma general considerando la conductividad térmica efectiva k constante en todas direcciones en la región de matriz. Se consideró también que



una vez que se establece el flujo de calor, éste se lleva a cabo en régimen permanente.

La ecuación III.7.9 es posible aplicarla para cada fase. ξ es el "factor de peso" que indica la dirección y el mecanismo de flujo de calor, ξ se define como:

$\xi = 1$ si $Q_m \geq Q$ Convección (Flujo de calor de la matriz a la fractura),

$\xi = 0$ si $Q_m \leq Q$ Conducción (Flujo de calor de fractura a la matriz)

El valor de ξ depende de las temperaturas en la matriz y fractura que se obtienen del cálculo de la distribución de las mismas en ambas regiones.

Para la fase aceite y gas se tiene respectivamente:

$$cc_o = \xi Ah_{co}(T_{mo} - T_o) - (\xi - 1)k_o^e A \left(\frac{\partial T_{mo}}{\partial r} + \frac{\partial T_{mo}}{\partial z} \right) \quad \text{III.7.10}$$

$$cc_g = \xi Ah_{cg}(T_{mg} - T_g) - (\xi - 1)k_g^e A \left(\frac{\partial T_{mg}}{\partial r} + \frac{\partial T_{mg}}{\partial z} \right) \quad \text{III.7.11}$$

donde:

$$k_o^e = \frac{1}{\frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_o}} \quad \text{y} \quad k_g^e = \frac{1}{\frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_g}} \quad \text{III.7.12}$$

que son las conductividades térmicas efectivas de la matriz saturada de aceite y gas, respectivamente. Cada conductividad se determinó como un sistema de resistencias en paralelo, donde para la fase de aceite se toma la conductividad de la roca (k_r) y del aceite (k_o), en el medio roca - aceite. Para el medio roca - gas se realiza el mismo procedimiento, donde k_g es la conductividad térmica de la fase de gas. En este trabajo k , en general, tiene las unidades [BTU / h ft °F].

En los términos de conducción de III.7.10 y III.7.11 existen parciales con respecto a "r" y "z"; pero en el bloque de matriz la temperatura es la misma.

Considerando el mecanismo de transferencia de calor por conducción, los términos de las derivadas se aproximaron en el punto 2 (ver figura III.7.2) como:

$$\frac{T_o - T_{om}}{\Delta r} + \frac{T_o - T_{om}}{\Delta z} = (T_o - T_{om}) \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{1}{\Delta z} \right) \quad \text{III.7.13}$$

Las ecuaciones III.7.10 y III.7.11 se dividieron entre el volumen (matriz, fractura) para que fuera posible sumar estos términos a los de la ecuación de energía planteada, III.7.1 a III.7.4, debido a que las dimensiones deben ser [M / L t³], para mayor detalle ver el Apéndice E. Independientemente de todo; cc_o se dividió entre el volumen de la fractura o bien de la matriz, según la región. Así:

$$D_o = \frac{cc_o}{V} = \frac{\xi Ah_{co}(T_{om} - T_o)}{V_{frac}} + \frac{(\xi - 1)Ak_o \left(\frac{1}{\Delta r_m} + \frac{1}{\Delta z_m} \right)}{V_{mat}} (T_o - T_{om}) \quad \text{III.7.14}$$

como para cada región existe la relación de área sobre volumen entonces $A/V = L^{-1}$ que físicamente representa el inverso de la longitud característica para la región de la fractura o de la matriz a nivel local. Por lo tanto la ecuación III.7.10 queda como:

$$D_o = \frac{cc_o}{V} = (T_{mo} - T_o) \left[\frac{\xi h_{co}}{L} - \frac{(\xi - 1)k_o}{L_m} \left(\frac{1}{\Delta r_m} + \frac{1}{\Delta z_m} \right) \right] \quad \text{III.7.15}$$

donde:

L .- es la longitud característica de la fractura, (ft)

L_m .- es la longitud característica de la matriz, (ft)

Δr_m .- es la longitud del bloque de matriz en dirección radial.

Δz_m .- es la longitud del bloque de matriz en dirección vertical.

A .- es el área transversal a la dirección de flujo de calor, (ft²).

De forma similar para el gas:

$$D_g = \frac{cc_g}{V} = (T_{mg} - T_g) \left[\frac{\xi h_{cg}}{L} - \frac{(\xi - 1)k_g}{L_m} \left(\frac{1}{\Delta r_m} + \frac{1}{\Delta z_m} \right) \right] \quad \text{III.7.16}$$

Si

$$\varepsilon^p = \left[\frac{\xi h_{cp}}{L} - \frac{(\xi - 1)k_p}{L_m} \left(\frac{1}{\Delta r_m} + \frac{1}{\Delta z_m} \right) \right] \quad \text{III.7.17}$$

entonces:

$$D_p = \frac{cc_p}{V} = (T_{mp} - T_p) \varepsilon^p \quad \text{III.7.18}$$

para $p = o.g.$ Y donde h_{cp} es el coeficiente de convección de la fase p , las unidades empleadas son h (Btu / h ft² °F).

En esta sección se han planteado las ecuaciones para dos fases sin tomar en consideración el término de transporte de calor, en el Apéndice F se detalla la forma de las ecuaciones con este término para ambas fases.

Debido a la naturaleza del fenómeno (convección térmica) es importante considerar dos o más fases en el yacimiento. Dado que existen muchos yacimientos que son bajosaturados; presentan inicialmente líquidos y dependiendo de la composición de los mismos, su manifestación será dependiente de la variación de presión, temperatura y concentración de los componentes que forman la fase. Dentro de la clasificación de los fluidos manejados en la industria petrolera se encuentra el denominado aceite negro o aceite de bajo encogimiento que es el líquido que manifiesta muy poca variación en su volumen debido a que sus componentes no sufren cambios considerables en su concentración mientras se encuentran en la etapa de bajosaturación. Dada esta característica es posible representarlos como fluidos ligeramente compresibles. De este punto en adelante se manejará una sola fase (líquida). Desde luego el desarrollo aplicado a este estudio se puede usar para analizar la fase de gas únicamente o bien extender los conceptos para manejar ambas fases. Con la intención de simplificar el problema se consideró el aceite bajosaturado. El proceso de convección es más rápido en la fase de gas que en la de líquido; debido a la difusión de calor que manifiesta cada una de ellas, pero dependiendo del ritmo de transferencia de calor y de las fuerzas y efectos dominantes en el proceso; la convección es más importante en la fase líquida que en la gaseosa; aun cuando existan dos fases en el yacimiento. Porque si existe convección térmica en el líquido los componentes que son sensibles a los cambios de temperatura tratarán de buscar el equilibrio en zonas estables de esa fase, que generalmente se encuentran en la parte superior del yacimiento o bien en la superficie libre del líquido y si los componentes ligeros llegan a dicha superficie pasarán a la fase de gas, quedando el aceite cada vez más pesado (debido a la explotación) y por lo tanto más difícil de extraer con la consecuencia de que el líquido será de menor calidad. A la vez, los cambios en temperatura generan cambios en concentración los cuales establecen también el proceso de convección relacionado con esta variación. Las inestabilidades en temperatura provocan cambios en la densidad del fluido, la cual se consideró de acuerdo con la aproximación para el aceite ligeramente compresible en la etapa de bajosaturación dada por:

$$\rho_o = \rho_{ob} \exp[C_o(p - p_b)] \quad \text{III.7.19}$$

con

$$C_o = \frac{C_1 + C_2 R_s + C_3 T + C_4 \rho_{RK} + C_5 \circ API}{C_6 p} \quad \text{III.7.20}$$

donde:

$$C_1 = -1433, C_2 = 5, C_3 = 17.2, C_4 = -1180, C_5 = 12.61, C_6 = 10^5.$$

Otra aproximación es la propuesta por Oberbeck – Boussinesq¹⁰; así la densidad es:

$$\rho_o(T) = \rho_{oi} [1 - \beta_r (T - T_{oi})] \quad \text{III.7.21}$$

donde :

$$\beta_r = \left(-\frac{1}{\rho_{oi}} \right) \left(\frac{\partial \rho_o}{\partial T} \right) \quad \text{III.7.22}$$

es el coeficiente de expansión térmica a composición constante y ρ_{oi} es la densidad medida a la temperatura de referencia T_{oi} .

La ecuación para las fracturas y fase aceite es entonces:

$$\begin{aligned} & -47.227 \times 10^6 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_r k_{ro}}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \rho_o h_o \right] \right\} \\ & -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^o \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k^o \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\} \\ & + 6800.7 \times 10^6 \left\{ \frac{k_r k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} \quad \text{III.7.23} \\ & -47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\} - 44.856 \times 10^{14} \varepsilon^o (T_{om} - T_o) \pm \frac{Q_o}{L} \pm q_o h_o = \\ & -\frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o - 1.075 \times 10^{12} p_o \right\} \end{aligned}$$

y para la misma fase en el sistema de matriz:

$$\begin{aligned} & 47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\} + 44.856 \times 10^{14} \varepsilon^o (T_{om} - T_o) = \\ & -\frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om} - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\} \quad \text{III.7.24} \end{aligned}$$

las ecuaciones III.7.23 y III.7.24 contienen el término de transferencia matriz fractura para el caso de transporte de calor de una región a otra. En la ecuación planteada para la fractura intervienen todos los términos de flujo, mientras que para la matriz no se consideró flujo primario de fluidos ni de calor.

CAPÍTULO IV.

FORMULACIÓN DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA

La solución de las ecuaciones diferenciales parciales no lineales es posible resolverlas con diferentes técnicas. La empleada en este trabajo fue de tipo numérica. Debido al tipo de ecuaciones, se eligió esta opción por ser una de las más utilizadas actualmente en la solución de problemas de simulación. En diferentes casos de transferencia de masa, calor y cantidad de movimiento es conveniente usar las soluciones numéricas porque en ocasiones no hay otra opción; debido a la naturaleza de los fenómenos hay ecuaciones que representan diversos procesos complejos y que no tienen solución analítica y la única opción viable es una aproximación numérica.

IV.1 Esquema de la molécula de cálculo para la aproximación.

La malla de cálculo es en dos dimensiones r-z, la distribución de los nodos radialmente es logarítmica y axialmente es uniforme, de tal manera que se tomó de acuerdo como lo muestra la Figura IV.1.

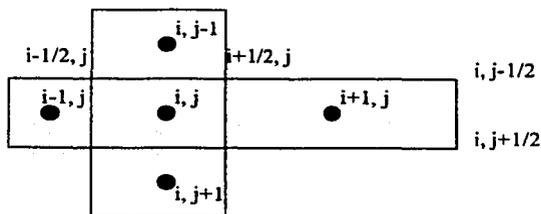


Figura IV.1 Arreglo de los nodos de la estructura básica en la malla de cálculo.

La distribución de los nodos se realiza de forma logarítmica en el eje radial para lograr ver con mayor detalle las variaciones de temperatura y presión en la vecindad del pozo. Debido a que en esta zona es donde se considera que ocurren los cambios de mayor magnitud por la producción o inyección de los fluidos, con los cuales va relacionada también la energía térmica.

IV.2 Aproximación en Diferencias Finitas.

Dentro de los métodos discretos existe el de Diferencias Finitas, el cual se utilizó en este trabajo para obtener el sistema de ecuaciones algebraicas no lineales. El método de diferencias finitas simplifica el medio continuo por una serie de puntos (nodos) ubicados dentro de una malla de cálculo, así se reduce un sistema continuo a un sistema discreto "equivalente" que puede resolverse para cada nodo con rapidez (con la ayuda de una computadora). Al reducir el sistema continuo por un sistema discreto también se deben considerar las interacciones que tiene éste con sus alrededores, es aquí donde entran en juego las condiciones de frontera que se tienen en el problema. De esta manera el problema está completo en el espacio y es posible su solución al incluir también las condiciones iniciales, las cuales se toman en cuenta al hacer la discretización en el tiempo. En forma general todos los métodos discretos simplifican el medio continuo por un sistema discreto "equivalente" espacial y cronológicamente.

Cabe mencionar que se emplearon diferencias centrales para la discretización de los términos relacionados con la dimensión de espacio (flujo), debido a que el cálculo con diferencias centrales genera un error de segundo orden y por consiguiente menor al que se tendría si se usaran diferencias regresivas o progresivas cuya magnitud de error es de primer orden. Al utilizarse la serie de Taylor para determinar la aproximación en diferencias finitas de las derivadas se revisó la magnitud del error de truncamiento, concluyendo en lo mencionado en los renglones anteriores. En los términos relacionados con la dimensión del tiempo (acumulación) se utilizaron diferencias regresivas, dado que se conocen las incógnitas en el nivel de tiempo actual (n) y se desea conocerlas al siguiente nivel de tiempo ($n+1$).

El objetivo fue pasar de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales a un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales. De acuerdo con lo mencionado anteriormente la discretización de las ecuaciones III.7.22 y III.7.23 fue necesaria para solucionar el problema, obtenida la forma lineal el siguiente paso es la solución de dicho sistema, tema de la sección IV.4.

De esta manera (ver Apéndice G) se tiene para la fase en consideración en el sistema fracturado:

$$-47.227 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i,j+\frac{1}{2},j} (p_{oi,j+1} - p_{oi,j}) - (L_o^o h_o A_r)_{i,j-\frac{1}{2},j} (p_{oi,j} - p_{oi,j-1})}{r_{i,j+1} - r_{i,j}} \right] + \\ & \left[\frac{(L_{oi}^o h_o A_z)_{i,j+\frac{1}{2},j} (p_{oi,j+1} - p_{oi,j}) - \gamma_o (z_{i,j+1} - z_{i,j})}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} \right] - \\ & \left[\frac{(L_{oi}^o h_o A_z)_{i,j-\frac{1}{2},j} (p_{oi,j} - p_{oi,j-1}) - \gamma_o (z_{i,j} - z_{i,j-1})}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$-4.4856 \times 10^{15} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(k^o A_r)_{i,j+\frac{1}{2},j} (T_{oi,j+1} - T_{oi,j}) - (k^o A_r)_{i,j-\frac{1}{2},j} (T_{oi,j} - T_{oi,j-1})}{r_{i,j+1} - r_{i,j}} \right] + \\ & \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+\frac{1}{2},j} (T_{oi,j+1} - T_{oi,j}) - (k^o A_z)_{i,j-\frac{1}{2},j} (T_{oi,j} - T_{oi,j-1})}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$+6800.7 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(k_o k_{ro} V)_{i,j} \left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2},j} - p_{oi,j-\frac{1}{2},j}}{r_{i,j+\frac{1}{2},j} - r_{i,j-\frac{1}{2},j}} \right)^2}{\mu_o B_o} \right] + \\ & \left[\frac{(k_o k_{ro} V)_{i,j} \left[\left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2},j} - p_{oi,j-\frac{1}{2},j}}{z_{i,j+\frac{1}{2},j} - z_{i,j-\frac{1}{2},j}} \right)^2 - \frac{\gamma_o \left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2},j} - p_{oi,j-\frac{1}{2},j}}{z_{i,j+\frac{1}{2},j} - z_{i,j-\frac{1}{2},j}} \right)}{144} \right]}{\mu_o B_o} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$-47.227 \times 10^6 \{ \lambda_o^2 h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \}_{i,j} - 44.856 \times 10^{14} \{ \varepsilon^o (T_{om} - T_o) \}_{i,j} \pm (Q_o^o)_{i,j} \pm (q_o^o h_o)_{i,j}$$

$$= -\frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_{S_o} h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o) \right\}^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_{S_o} h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o) \}_{i,j}$$

IV.2.1

En la misma fase para el sistema de matriz se tiene:

$$47.227 \times 10^6 \{ \lambda_o^2 h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \}_{i,j} + 44.856 \times 10^{14} \{ \varepsilon^o (T_{om} - T_o) \}_{i,j}$$

$$= -\frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om}) \right\}^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om}) \}_{i,j}$$

IV.2.2

En la región de matriz no se consideraron los términos de flujo debido a que el problema en cuestión no representa doble permeabilidad, únicamente representa doble porosidad y el enfoque del trabajo es en la región de la fractura, principalmente. Se consideró de igual forma tanto para la variable de presión como de temperatura, es decir, los cambios de presión relacionados con los términos de flujo se tomaron en cuenta solamente en la fractura; de igual forma se trataron los relacionados con la temperatura.

Por otra parte los términos fuente o sumideros se consideran únicamente en el sistema de fracturas porque se asume que es por esta región de donde se extrae o alimenta al sistema y no por la de la matriz.

Ambas regiones, matriz y fractura, tienen los términos de transferencia matriz - fractura y los de acumulación; esto es porque con dichos términos se representó la interacción que existe entre los dos sistemas, ya que una de las suposiciones es que en el mismo volumen de control se encuentran la matriz y las fracturas interactuando.

Así entonces las ecuaciones IV.2.1 y IV.2.2 representan el sistema de ecuaciones algebraico en forma discreta (no lineal) para el problema tratado, con todas las variables evaluadas en el nodo i, j .

IV.3 Acoplamiento de condiciones de frontera y fuentes o sumideros.

La forma de las ecuaciones IV.2.1 y IV.2.2 en las fronteras de la malla de cálculo son muy particulares y fue necesario definirlas para incluirlas en el sistema, de tal manera que al incorporarlas se representó la relación que existe con los alrededores. En la frontera interna de "r" (pozo) se estableció el gasto de aceite en la condición de flujo (para la presión) y el gradiente de temperatura en el líquido (para la temperatura) en todos los bloques en "z". De forma similar en la frontera externa de "r" se consideró cerrada al flujo y el gradiente de temperaturas a lo largo de "z".

Dado que uno de los objetivos de este trabajo es determinar las ecuaciones que representan la distribución de temperaturas para lograr visualizar el fenómeno de convección térmica, entonces el acoplamiento de las ecuaciones III.5.6 a III.5.8 se realizó en las ecuaciones IV.2.1 y IV.2.2. El Apéndice H muestra la forma de las ecuaciones acopladas correspondientes con las condiciones de frontera.

Es importante mencionar que el término fuente o sumidero relacionado con el transporte de calor de la ecuación IV.2.1, se supuso como constante y se incluyó en las ecuaciones que representan a las celdas correspondientes al intervalo disparado; es decir, las celdas 1,j. Por estas celdas se extrae o se "inyecta" calor

al sistema. Existe la opción de abrir el intervalo en una celda únicamente (contenida en 1, j) sin considerar que todo el intervalo es productor, pero la tesis considera el intervalo completo.

Al tratar el término antes mencionado, también se consideró que el pozo funciona como una gran fractura vertical en donde si la temperatura es mayor en el pozo que en la matriz (a nivel del intervalo productor), el mecanismo de transporte de calor es por conducción, porque va de la fractura a la matriz. Y si la temperatura es mayor en la matriz (en la cara de la formación productora) que en el pozo, entonces el mecanismo es por convección. Por lo tanto si la transferencia de calor es por conducción, se entiende que el término que entra en la ecuación es sumidero (ganancia de calor de los alrededores hacia el sistema, positivo) o bien si es por convección el término será fuente (pérdida de calor del sistema hacia los alrededores, negativo). La figura IV.3.1 muestra este tratamiento.

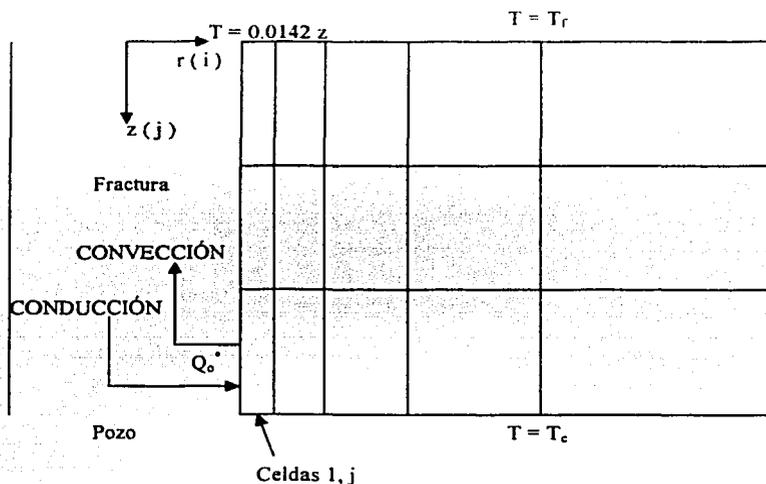


Figura IV.3.1. Mecanismos de transporte de calor en el pozo para el término fuente o sumidero y condiciones de frontera.

Entonces el término del ritmo de flujo de calor (fuente o sumidero) de la ecuación IV.2.1 queda como:

$$Q_o = D_o V = \frac{cc_o}{V} V = cc_o = \left[\xi A h_{co} (T_{mo} - T_o) - (\xi - 1) k_o A \left(\frac{\partial T_{mo}}{\partial r} + \frac{\partial T_{mo}}{\partial z} \right) \right]$$

por lo tanto

$$Q_o^* = cc_o = \left[\xi A h_{co} - (\xi - 1) k_o A \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{1}{\Delta z} \right) \right] (T_{mo} - T_o) \quad \text{IV.3.1}$$

El área transversal (A) al ritmo de flujo se tomó de acuerdo con la región. Dado que la extracción de calor se tiene en el pozo, entonces la dirección axial en el término conductivo se despreció debido a que el pozo es vertical y la dirección perpendicular al pozo es precisamente la dirección radial. Si el pozo fuera horizontal la dirección que no se tomaría en cuenta sería la radial, por un argumento similar al presentado para el pozo vertical.

Finalmente:

$$Q_o^* = cc_o = \left[\xi A h_{co} - (\xi - 1) k_o A \left(\frac{1}{\Delta r} \right) \right] (T_{mo} - T_o) \quad \text{IV.3.2}$$

El coeficiente de convección o la conductividad térmica del sistema se estimaron de acuerdo con el ritmo de flujo de calor establecido (supuesto o calculado) y como en el proceso solo entra un mecanismo de transferencia (convección o conducción) entonces se calculó h_{co} o k_o . Al determinar la distribución de temperaturas es posible realizar el cálculo de estas constantes, consideradas así porque el ritmo de flujo de calor se estableció desde un inicio como un proceso en régimen permanente.

IV.4 Solución del sistema de ecuaciones.

La solución del sistema planteado por las ecuaciones IV.2.1 y IV.2.2 se realizó a través del método de Newton y realizando algunas reducciones en el sistema se llegó a una simplificación del problema. En cada iteración del método de Newton Raphson genera un sistema lineal de ecuaciones que es posible resolver con algún método establecido para este tipo de sistemas.

IV.4.1 Formulación de la solución.

El esquema implícito para la solución del sistema lineal de ecuaciones es incondicionalmente convergente además de estable, por estas razones se empleó este tipo de formulación.

Las ecuaciones IV.2.1 y IV.2.2 establecen el sistema de ecuaciones algebraicas no lineales, las cuales describen el comportamiento de flujo de masa y energía en

el yacimiento. Por consiguiente, la solución se obtiene mediante el método iterativo de Newton Raphson que genera en cada iteración el sistema lineal a resolver mediante algún método preestablecido para resolver matrices dispersas.

El método consiste en plantear las funciones de residuos, derivadas de las aproximaciones numéricas que gobiernan el fenómeno, por lo tanto en la fractura se tiene:

$$-47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (p_{oi+1,j} - p_{oi,j}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (p_{oi,j} - p_{oi-1,j}) \right] + \left[\frac{(L_{oz}^o h_o A_z)_{i,j+\frac{1}{2}}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} \left(p_{oi,j+1} - p_{oi,j} - \frac{\gamma_o (z_{i,j+1} - z_{i,j})}{144} \right) - \frac{(L_{oz}^o h_o A_z)_{i,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} \left(p_{oi,j} - p_{oi,j-1} - \frac{\gamma_o (z_{i,j} - z_{i,j-1})}{144} \right) \right] \right\}$$

$$-4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (T_{oi+1,j} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_r)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (T_{oi,j} - T_{oi-1,j}) \right] + \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+\frac{1}{2}}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} (T_{oi,j+1} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_z)_{i,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} (T_{oi,j} - T_{oi,j-1}) \right] \right\}$$

$$+ 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\left(\frac{k_c k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left(\frac{p_{oi+\frac{1}{2},j} - p_{oi-\frac{1}{2},j}}{r_{i+\frac{1}{2},j} - r_{i-\frac{1}{2},j}} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{k_{cz} k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left[\left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2}} - p_{oi,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j+\frac{1}{2}} - z_{i,j-\frac{1}{2}}} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2}} - p_{oi,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j+\frac{1}{2}} - z_{i,j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \right] \right\}$$

$$-47.227 \times 10^6 \{ \lambda_o^o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \}_{i,j} - 44.856 \times 10^{14} \{ \epsilon^o (T_{om} - T_o) \}_{i,j} \pm (Q_o^o)_{i,j} \pm (q_o^o h_o)_{i,j}$$

$$+ \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \{ (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o) \}^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o) \}_{i,j} = F_{oi,j} = 0$$

IV.4.1

y para la matriz:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^* h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{i,j} + 44.856 \times 10^{11} \left\{ e^{\nu} (T_{om} - T_o) \right\}_{i,j} \\ + \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}^{\nu+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}_{i,j} \\ = F_{om(i,j)}^{\nu+1} = 0$$

IV.4.2

De acuerdo con lo anterior la dependencia de las funciones de residuos, ecuaciones IV.4.1 y IV.4.2, en las fracturas es:

$$F_{oi,j}^{\nu+1} = F_{oi,j} \left[(T_{oi,j-1}), (T_{oi-1,j}), (T_{oi,j}), (T_{omi,j}), (T_{oi+1,j}), (T_{oi,j+1}) \right]^{\nu+1} \quad \text{IV.4.3}$$

y para el sistema de matriz:

$$F_{oi,j}^{\nu+1} = F_{oi,j} \left[(T_{omi,j}), (T_{oi,j}) \right]^{\nu+1} \quad \text{IV.4.4}$$

donde,

$i = 1, 2, 3, \dots, NX; j = 1, 2, 3, \dots, NY.$

El sistema de ecuaciones lineales se obtiene al establecer el algoritmo iterativo de Newton - Raphson. El cual se obtiene expandiendo las funciones de residuos en la iteración $\nu+1$, mediante el truncamiento de la serie de Taylor, alrededor del nivel iterativo ν que es conocido. De esta forma entonces para las fracturas:

$$\frac{\partial F_{oi,j}^{\nu}}{\partial T_{oi,j-1}} \delta T_{oi,j-1}^{\nu+1} + \frac{\partial F_{oi,j}^{\nu}}{\partial T_{oi-1,j}} \delta T_{oi-1,j}^{\nu+1} + \frac{\partial F_{oi,j}^{\nu}}{\partial T_{oi,j}} \delta T_{oi,j}^{\nu+1} + \frac{\partial F_{oi,j}^{\nu}}{\partial T_{oi+1,j}} \delta T_{oi+1,j}^{\nu+1} + \frac{\partial F_{oi,j}^{\nu}}{\partial T_{oi,j+1}} \delta T_{oi,j+1}^{\nu+1} + \frac{\partial F_{oi,j}^{\nu}}{\partial T_{omi,j}} \delta T_{omi,j}^{\nu+1} = -F_{oi,j}^{\nu}$$

IV.4.5

y para la matriz:

$$\frac{\partial F_{omi,j}^{\nu}}{\partial T_{omi,j}} \delta T_{omi,j}^{\nu+1} + \frac{\partial F_{omi,j}^{\nu}}{\partial T_{oi,j}} \delta T_{oi,j}^{\nu+1} = -F_{oi,j}^{\nu}$$

IV.4.6

Se tiene en las ecuaciones IV.4.5 y IV.4.6, el sistema de ecuaciones en donde las incógnitas son los cambios iterativos de la temperatura en la fractura y la matriz en cada celda de la malla, $(\delta T_o, \delta T_{om})_{i,j}^{v+1}$, de tal forma que:

$$\delta T_{oi,j}^{v+1} = T_{oi,j}^{v+1} - T_{oi,j}^v \quad \text{IV.4.7}$$

y

$$\delta T_{omi,j}^{v+1} = T_{omi,j}^{v+1} - T_{omi,j}^v \quad \text{IV.4.8}$$

Con la finalidad de reducir la escritura si se define:

$$a_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi,j}}, \quad b_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi+1,j}}, \quad c_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi-1,j}}, \quad e_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi,j+1}}, \quad f_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi,j-1}}$$

IV.4.9

$$a_{FM} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{omi,j}}, \quad a_{MM} = \frac{\partial F_{omi,j}^v}{\partial T_{omi,j}}, \quad a_{MF} = \frac{\partial F_{omi,j}^v}{\partial T_{oi,j}} \quad \text{IV.4.10}$$

en forma compacta el sistema queda:

Fracturas:

$$f_{FF} \delta T_{oi,j-1}^{v+1} + c_{FF} \delta T_{oi-1,j}^{v+1} + a_{FF} \delta T_{oi,j}^{v+1} + b_{FF} \delta T_{oi+1,j}^{v+1} + e_{FF} \delta T_{oi,j+1}^{v+1} + a_{FM} \delta T_{omi,j}^{v+1} = -F_{oi,j}^v$$

IV.4.11

Matriz:

$$a_{MM} \delta T_{omi,j}^{v+1} + a_{MF} \delta T_{oi,j}^{v+1} = -F_{omi,j}^v \quad \text{IV.4.12}$$

Un esquema de la forma matricial del sistema formado por IV.4.11 y IV.4.12 se muestra en el Apéndice I, así como las derivadas definidas por IV.4.9 y IV.4.10.

Fue posible reducir el sistema a una ecuación con una incógnita, este desarrollo se presenta también en el Apéndice I.

IV.4.2 Acoplamiento de condiciones iniciales.

Al tiempo cero el sistema se encuentra en “equilibrio” y son conocidas las variables que intervienen en el fenómeno. Así en el método de Newton – Raphson el proceso iterativo se inicia generalmente con una estimación de la solución, que es precisamente la condición inicial. Por lo tanto en el nivel de tiempo n+1 se inicia con la solución:

$$T_{oi,j}^0 = T_{oi,j}^n \quad \text{para el sistema de fracturas, y}$$

$$T_{omi,j}^0 = T_{omi,j}^n \quad \text{en los bloques de matriz.}$$

El proceso iterativo termina cuando se cumple una tolerancia establecida (τ), al registrar variaciones en las incógnitas menores a τ .

IV.4.3. Esquema final del sistema de ecuaciones algebraicas lineales.

En la sección IV.4.1 se presentó el sistema algebraico de ecuaciones lineales (IV.4.11 y IV.4.12), el cual consta de dos ecuaciones con dos incógnitas. Pero es posible reducir el sistema a una ecuación con una incógnita, acoplando la ecuación de la matriz a la de la fractura. Así:

$$f_{FF} \delta T_{oi,j-1}^{v+1} + c_{FF} \delta T_{oi-1,j}^{v+1} + (a_{FF} - a_{FM} [a_{MM}]^{-1} a_{MF}) \delta T_{oi,j}^{v+1} + b_{FF} \delta T_{oi+1,j}^{v+1} + e_{FF} \delta T_{oi,j+1}^{v+1} = a_{FM} [a_{MM}]^{-1} F_{omi,j}^v - F_{oi,j}^v$$

IV.4.3.1

La ecuación IV.4.3.1 representa al sistema de ecuaciones del problema en estudio y también es posible representarla en forma matricial, (Apéndice I).

En esta ecuación se resuelve para la temperatura de la fractura y posteriormente para la de matriz. De esta manera queda incluida la ecuación de la matriz en la de la fractura para la solución de la distribución de temperaturas final.

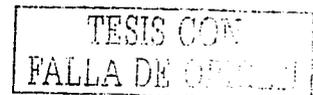
La forma de las incógnitas en la matriz en función de las de la fractura es:

$$\delta T_{omi,j}^{v+1} = -[a_{MM}]^{-1} (F_{omi,j}^v + a_{MF} \delta T_{oi,j}^{v+1})$$

IV.4.3.2

El valor de los coeficientes y el detalle de las ecuaciones se encuentra en el Apéndice I.

En el planteamiento mostrado únicamente se resuelve para la temperatura. Debido a que se consideró que la solución de la presión se resuelve con cualquier simulador y que las ecuaciones desarrolladas en este capítulo son un complemento para determinar la distribución de temperatura en el yacimiento. De tal forma que el acoplamiento de las ecuaciones IV.4.3.1 y IV.4.3.2 a un simulador



de aceite negro para el cálculo de presiones, proporcione también la solución para temperatura. Con este proceso se logra la solución de forma semi-implícita para la temperatura.

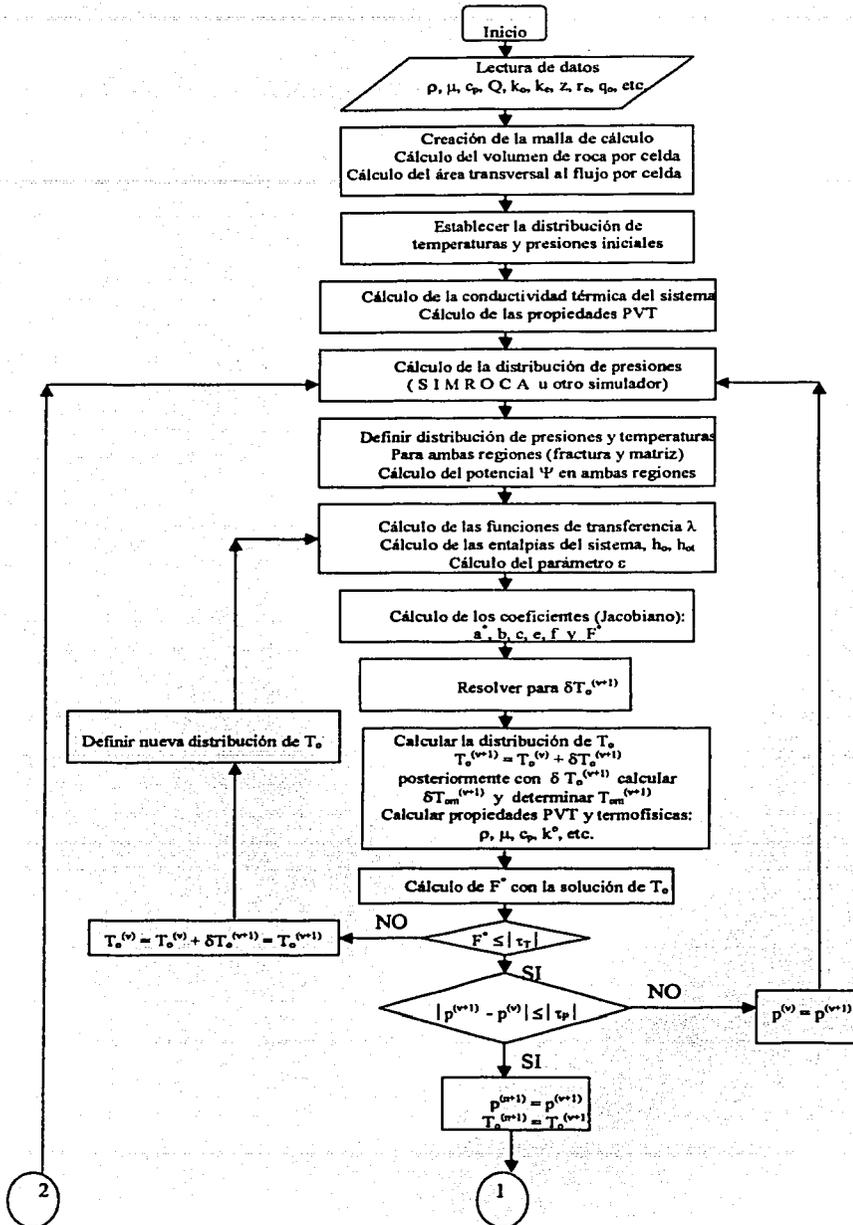
Por otra parte es posible generar un programa principal en donde se utilice el simulador (para el cálculo de la presión) como una subrutina y posteriormente hacer el cálculo de la temperatura. Para este caso se presenta el diagrama de bloques en la figura IV.4.3.1, el cual muestra la secuencia del proceso. En el cálculo se determina la distribución de presiones en el nivel de iteración $v+1$, dentro de este nivel iterativo se ubica la secuencia para determinar la temperatura en la fractura y con esta solución se encuentra la temperatura de la matriz de acuerdo con la ecuación H.3. De tal manera que se logre la convergencia para la presión (fractura) y la temperatura (fractura). Nótese que en el proceso se encuentra primero la convergencia para la temperatura y si la presión también converge, entonces se determina la solución para el nivel de tiempo $n+1$. El cálculo de la presión de la fractura está referido al nivel de iteración $v+1$ y debido a que la temperatura se encuentra dentro de este nivel, si la presión converge automáticamente se obtendrá también la solución de la temperatura.

Al obtener la distribución de la presión y la temperatura, como se incluye también en la ecuación de balance de energía el transporte de calor por convección y conducción (como se mostró en el capítulo anterior), se obtiene también la aproximación de las propiedades físicas dentro de las cuales está la densidad del fluido. Con ésta es posible visualizar sus variaciones con respecto al tiempo y a la posición y determinar la(s) zona(s) donde pueda existir el fenómeno de convección. El capítulo V muestra algunos cálculos realizados con modelos analíticos para observar este fenómeno y en la sección V.3 de dicho capítulo se muestran algunos resultados del programa realizado.

Aquí se presenta el caso para el cual se resuelve la temperatura de forma independiente (cálculo explícito), tomando como datos las distribuciones de presión previamente calculadas; para un paso de tiempo y posteriormente se realiza el cálculo de la temperatura. El Apéndice J muestra el proceso y las ecuaciones utilizadas para el cálculo de la distribución de temperatura en forma explícita.

La Figura IV.4.3.2 y la Tabla IV.2 muestran, respectivamente, el diagrama de bloques y los resultados obtenidos del cálculo (método explícito) realizado con el programa para el caso de un yacimiento con 3 bloques verticales y 10 bloques horizontales. La malla utilizada fue logarítmica en el eje radial. La Tabla IV.1 muestra los parámetros utilizados en el programa así como los valores de cada uno para el caso de la malla de 10×3 celdas.

La parte (a) de la tabla IV.2 es el resultado de la aplicación directa del gradiente geotérmico mientras que la (b) es el cálculo realizado con los datos mostrados en la Tabla IV.1.



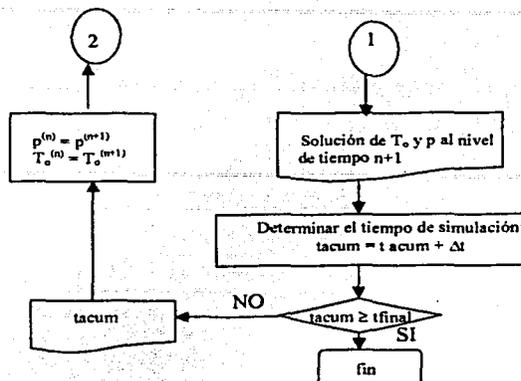


Figura IV.4.3.1. Diagrama de bloques del proceso de cálculo implícito de la presión y la temperatura.

Nombre	Valor	Descripción	Nombre	Valor	Descripción
NX	10	No. celdas en "r"	DENCS, lb/ft ³	56.784	Densidad del aceite a C.S.
NY	3	No. Celdas en "z"	DENSW, lb/ft ³	62.39	Densidad del agua a C.S.
RW, pg	2.5	Radio del pozo	CTR, BTU/°F ft hr	5.2	Conductividad térmica de la roca
RE, ft	1500	Radio de drene	DÉLTAt, d	1.0	Incremento de tiempo
UNIFORM	1	Condición espesor	IR	0	Criterio en la malla de cálculo
ESPE, ft	500.0	Espesor total	IBOUND	1	Criterio en la malla de cálculo
TREF, °F	220.0	Temperatura de referencia	el	2.068E-05	Coefficiente expansión térmica del aceite
INICIO	1	Condición de inicio de la temperatura	TFRIA, °F	200.0	Temperatura fría (Condición de frontera en z = 0, cima)
PERMR, mD	1000.0	Permeabilidad en la fractura sobre "r"	NPUNTOS	4	Número de datos PVT
PERMZ, mD	500.0	Permeabilidad en la fractura sobre "z"	PT, psi	1000 - 4000	Presión en la tabla PVT
PERMATR, mD	100.0	Permeabilidad en la matriz en "r"	MUOT, cp	0.5370-0.6750	Viscosidad medida a cada PT
PERMATZ, mD	50.0	Permeabilidad en la matriz en "z"	BOT, B/BI	1.128-1.181	Factor de volumen del aceite medido a PT
PORO, fracción	0.02	Porosidad de fract.	DENT	0.8245-0.7874	Dens. relativa del aceite a cada PT
POROM, fracc.	0.20	Porosidad de matriz	P, psi	2000	Presión en la fractura
CTO, BTU/°F ft hr	16.61	Conductividad térmica del aceite	PM, psi	2000	Presión en la matriz
RFCD, BTU/ hr	0.005	Ritmo de flujo de calor	GVO, B/d	1500	Gasto volumétrico de aceite
SIGMA, 1/ft ²	0.12	Factor de forma	T, °F	-	Temperatura en la fractura
PESPO, ft ³ / lb	1828.44	Peso específico	TM, °F	-	Temperatura en la matriz

Tabla IV.1 Parámetros usados en el cálculo.

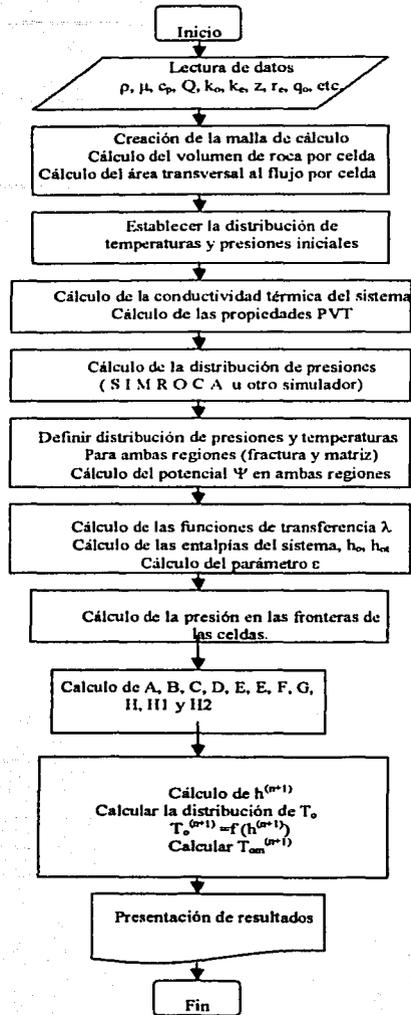


Figura IV.4.3.2. Diagrama de bloques del proceso para el cálculo "explícito" de la temperatura.

Comparación entre condiciones

(a)

Condición original Nodo en r	Bloque 1		Bloque 2		Bloque 3	
	T (°F)	Tm (°F)	T (°F)	Tm (°F)	T (°F)	Tm (°F)
1	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
2	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
3	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
4	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
5	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
6	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
7	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
8	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
9	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335
10	201.219167	212.191667	203.6575	236.575001	206.095833	260.958335

(b)

$\Delta t = 1$ día

Nodo en r	Bloque 1		Bloque 2		Bloque 3	
	T (°F)	Tm (°F)	T (°F)	Tm (°F)	T (°F)	Tm (°F)
1	152.426562	212.080101	154.929567	236.465604	157.56885	260.85089
2	188.838743	212.080567	191.325068	236.466054	193.811014	260.851324
3	197.72755	212.080603	200.179017	236.466089	202.630383	260.851357
4	200.166847	212.080606	202.609005	236.466091	205.051133	260.85136
5	200.845485	212.080606	203.285053	236.466091	205.724611	260.85136
6	201.034288	212.080606	203.473136	236.466091	205.911979	260.85136
7	201.086814	212.080606	203.525462	236.466091	205.964106	260.85136
8	201.101428	212.080606	203.540019	236.466091	205.978608	260.85136
9	201.105493	212.080606	203.544069	236.466091	205.982643	260.85136
10	201.106624	212.080606	203.545196	236.466091	205.983765	260.85136

Tabla IV.2 Comparación entre (a) la distribución de temperatura en condiciones de presión inicial y actuando únicamente el gradiente geotérmico y (b) la distribución de temperatura después de un día de producción de aceite y extracción de calor del yacimiento.

La Figura IV.4.3.3 muestra los resultados obtenidos, la temperatura en la fractura disminuye conforme se acerca al pozo; decayendo de manera importante en los tres primeros nodos de la malla. Es importante mencionar que la presión se consideró constante tanto en la fractura como en la matriz y fue igual a la presión inicial de 2000 psi. Físicamente este caso necesitaría una fuente que proporcione la presión suficiente como para mantener los 2000 psi en todo el yacimiento (incluso en la cara de la formación) durante el primer día de producción. Esta situación es ideal porque implicaría que la formación en contacto con el pozo mantendría la presión hasta el último punto que tenga roca y que inmediatamente después (en el pozo) la presión disminuya y así exista flujo. En los nodos alejados

del pozo prácticamente conservan su temperatura original dada por el gradiente geotérmico en la fractura. La temperatura en la matriz no varía. En el programa desarrollado se considera un gradiente geotérmico en la fractura (0.01463 °F/ft) y otro diferente en la matriz (0.01563 °F/ft), se supuso una diferencia entre ellos únicamente para observar la variación de los perfiles para cada bloque en dirección radial. Es importante mencionar que en este caso no se consideró la variación de la densidad con respecto a la temperatura, tampoco se consideró la variación de la entalpía específica con respecto a la temperatura y se supuso que la presión al nivel de tiempo n era igual al nivel de tiempo $n+1$. Con estas consideraciones este modelo es muy idealizado. Posteriormente se incorporan todas estas variaciones (Capítulo V, sección V.3).

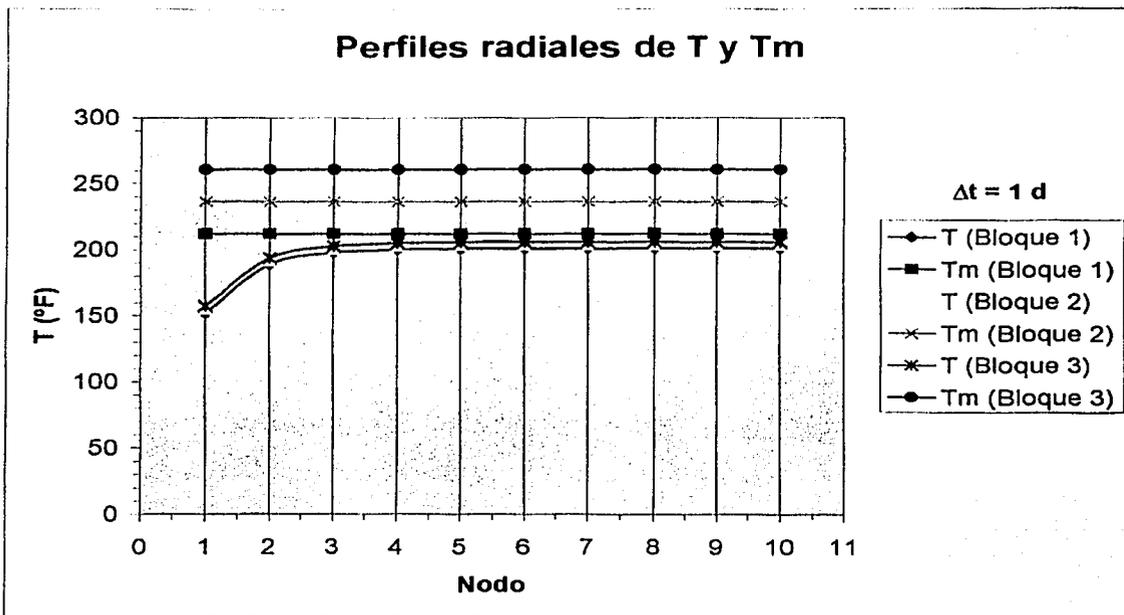


Figura IV.4.3.3. Comportamiento de la temperatura en la fractura (T) y matriz (Tm), radialmente.

Al final del capítulo V se muestra un caso similar pero para un yacimiento con 30 celdas en dirección vertical, cada una de ellas representa una capa y 10 celdas en dirección radial. Se presenta también el archivo de datos usados así como el formato del mismo. Un análisis detallado de los resultados se muestra en la sección V.3.

CAPÍTULO V.

EL PROCESO CONVECTIVO EN EL MEDIO POROSO

Las condiciones propicias para que el fenómeno de convección se presente son en aquellos yacimientos que tengan espesores potentes impregnados con hidrocarburos o bien con algún otro fluido como por ejemplo el agua, otra condición son los gradientes de temperatura y presión actuando de forma independiente o bien de manera simultánea; también es importante el grado de fracturamiento que tenga la formación así como las características de permeabilidad vertical y el comportamiento composicional del fluido cuando es sometido a dichos gradientes de temperatura y presión. El problema se vuelve muy complejo cuando actúan de manera simultánea la variación de presión, temperatura y composición junto con las características del yacimiento como son permeabilidad vertical y horizontal, porosidad y compresibilidad.

Las inestabilidades verticales y horizontales en la composición del fluido en combinación con el gradiente de temperatura y alta permeabilidad vertical ocasionan un proceso complejo que se denomina convección, al aparecer este fenómeno causa también inestabilidades en la producción del fluido, particularmente repercute en la explotación del líquido e influye de manera importante en diversos procesos de recuperación mejorada y por lo tanto en la eficiencia de producción o inyección del yacimiento. Como explican diversos autores^{1, 3, 15, 19} cuando el aceite alcanza la presión de burbuja, se liberan los componentes ligeros quedando una mezcla pesada de hidrocarburos que, debido a la alta permeabilidad vertical, fluye hacia abajo por las fracturas mientras que el aceite ligero que se encuentra en los bloques de matriz y en la fractura (base del yacimiento) sube debido a que se encuentra a mayor temperatura y con mayor gas en solución. El proceso convectivo se establece y propicia una rápida homogeneización en la columna de aceite, esto permite que la presión de burbujeo se reduzca verticalmente en dicha columna (la Figura II.1 muestra el comportamiento de la presión de burbujeo). Algunos indicadores en el análisis de yacimientos que presentan convección son: propiedades del aceite homogéneas a lo largo de una columna de aceite, cambios en la composición del líquido con el tiempo, mayor homogeneidad en la temperatura vertical, declinación de la presión de burbujeo y en la relación gas aceite producida con respecto al tiempo.

V.1 Convección Natural.

La convección natural es el fenómeno que ocurre debido a las inestabilidades de la temperatura en dirección vertical y horizontal, considerando que este fenómeno se presenta principalmente por convección térmica, la transferencia de calor es en régimen permanente, el flujo es gobernado por la ecuación de continuidad, la

velocidad está dada por la ley de Darcy y las condiciones de frontera se presentan en la Figura V.1.1. Al utilizar la aproximación de Boussinesq⁽³⁹⁾ en 2 dimensiones y coordenadas cartesianas:

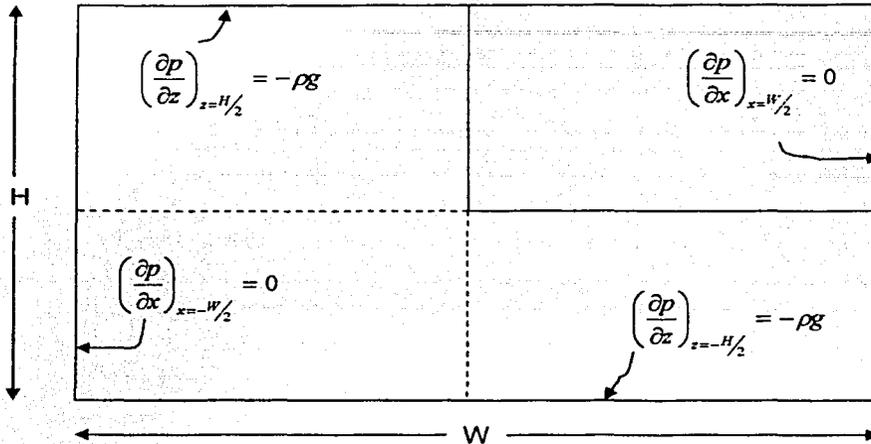


Figura V.1.1³⁹ Geometría y condiciones de frontera para un sistema monofásico en dos dimensiones en el estudio de la convección térmica.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + g \frac{\partial \rho}{\partial z} = - \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho}{\mu} \right) \frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\mu} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right) \quad \text{V.1.1}$$

De acuerdo con Riley y Firoozabadi (1996), la ecuación anterior puede aproximarse como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + g \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad \text{V.1.2}$$

como lo que se desea es obtener la variación de la densidad con respecto a la presión y la temperatura sobre el eje axial, entonces la atención es sobre ese término de la ecuación V.1.2, así

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \quad \text{V.1.3}$$

dado que es convección térmica el efecto de la presión no contribuye a la variación de la densidad en este fenómeno, por lo tanto la ecuación se aproxima como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \quad \text{V.1.4}$$

Usando la serie de Taylor para aproximar la densidad en función de la temperatura se tiene:

$$\rho(T) = \rho(T^0) + \left[\frac{d\rho}{dT} \right]_{T^0} (T - T^0) \quad \text{V.1.5}$$

donde T^0 es la temperatura de referencia.

Por otra parte la definición de la expansión térmica es :

$$e = \left(\frac{1}{V} \right) \frac{dV}{dT} \quad \text{V.1.6}$$

dividiendo el volumen V de la ecuación V.1.6 entre la masa m se tiene:

$$e = \left(\frac{1}{V/m} \right) \frac{d(V/m)}{dT} = \frac{1}{\rho} \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{\rho} \right) = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dT} \right)$$

que es la forma de la ecuación III.7.22. Así la derivada queda como:

$$\left[\frac{d\rho}{dT} \right]_{T^0} = -\rho^0 e \quad \text{V.1.7}$$

donde ρ^0 es la densidad de referencia medida a T^0 . Por lo tanto la ecuación V.1.5, se puede escribir como:

$$\rho(T) = \rho^0 + (-\rho^0 e)(T - T^0) \quad \text{V.1.8}$$

$$\rho(T) = \rho^0 [1 - e(T - T^0)]$$

De acuerdo con Firoozabadi⁽³⁹⁾ la aproximación para determinar la temperatura en el yacimiento es:

$$T = T^0 - BW \cos \frac{n\pi(x+W/2)}{W} + Cz \quad \text{V.1.9}$$

donde:

T.- temperatura

T⁰.- temperatura de referencia

B.- gradiente horizontal de temperatura

W.- ancho del yacimiento

n.- constante (número impar)

C.- gradiente vertical de temperatura

x.- distancia horizontal

z.- distancia vertical.

Otra ecuación de forma más simple para calcular la temperatura es una aproximación lineal dada por:

$$T = T^0 + 2Bx + Cz \quad \text{V.1.10}$$

Estas ecuaciones son presentadas por Firoozabadi en las cuales se trabaja para llegar a las expresiones de presión y velocidad que se enuncian a continuación.

$$p(x, z) = P^0 - \rho^0 gz + \frac{\rho^0 geCz^2}{2} - \frac{\rho^0 geW^2}{n\pi} B \frac{\sinh\left(\frac{n\pi z}{W}\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi H}{2W}\right)} \cos\left[\frac{n\pi(x+W/2)}{W}\right] \quad \text{V.1.11}$$

$$v_x = -\frac{k\rho^0 geWB}{\mu} \frac{\sinh(n\pi z/W)}{\cosh(n\pi H/2W)} \sin \frac{n\pi(x+W/2)}{W} \quad \text{V.1.12}$$

y

$$v_z = \frac{k\rho^0 geWB}{\mu} \left[\frac{\cosh(n\pi z/W)}{\cosh(n\pi H/2W)} - 1 \right] \cos \frac{n\pi(x+W/2)}{W} \quad \text{V.1.13}$$

En el proceso se da solución inicialmente a la temperatura para posteriormente resolver a la variable de presión y finalmente de la expresión de la solución de la presión se determinan las de velocidad que se muestran arriba.

Empleando las ecuaciones V.1.9, V.1.10 y la información de $n = 1, 3, 5$, $T^0 = 207^\circ\text{F}$, $\rho^0 = 0.814 \text{ gr/cc} = 50.771 \text{ lb/ft}^3$, $C = 0.1463 \text{ }^\circ\text{F/ft}$, $B = 0.0014 \text{ }^\circ\text{F/ft}$, $e = 6.99 \times 10^{-4} \text{ } 1/^\circ\text{C} = 2.068 \times 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{F}$, $\mu = 10.22 \text{ cp}$, $W = r_e = 3000 \text{ ft}$, $H = b = 1600 \text{ ft}$ se

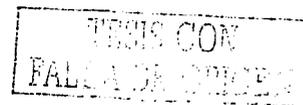
determina la distribución de temperatura en $z = 0$, los resultados se muestran en la Tabla V.1.1. y gráficamente en la Figura V.1.2.

x (ft)	T (°F)			
	lineal	n = 1	n = 3	n = 5
-1500	202.8	202.8	202.8	202.8
-1400	203.08	202.823008	203.0055627	203.3626934
-1300	203.36	202.8917801	203.6021288	204.9000004
-1200	203.64	203.0055627	204.5313023	207.0000007
-1100	203.92	203.1631092	205.7021292	209.1000008
-1000	204.2	203.3626934	207.0000007	210.6373073
-900	204.48	203.6021288	208.2978722	211.2
-800	204.76	203.878792	209.4686989	210.6373058
-700	205.04	204.1896517	210.3978721	209.0999983
-600	205.32	204.5313023	210.9944378	206.9999978
-500	205.6	204.9000004	211.2	204.8999979
-400	205.88	205.2917066	210.9944369	203.362692
-300	206.16	205.7021292	210.3978704	202.8
-200	206.44	206.1267715	209.4686965	203.3626949
-100	206.72	206.5609811	208.2978694	204.9000029
0	207	207.0000007	206.9999978	207.0000036
100	207.28	207.4390203	205.7021264	209.1000034
200	207.56	207.8732299	204.5312999	210.6373088
300	207.84	208.2978722	203.6021271	211.2
400	208.12	208.7082947	203.0055618	210.6373044
500	208.4	209.1000008	202.8	209.0999958
600	208.68	209.4686989	203.0055636	206.9999949
700	208.96	209.8103493	203.6021305	204.8999954
800	209.24	210.121209	204.5313046	203.3626905
900	209.52	210.3978721	205.7021319	202.8
1000	209.8	210.6373073	207.0000036	203.3626963
1100	210.08	210.8368914	208.297875	204.9000055
1200	210.36	210.9944378	209.4687012	207.0000065
1300	210.64	211.1082202	210.3978738	209.1000059
1400	210.92	211.1769921	210.9944387	210.6373102
1500	211.2	211.2	211.2	211.2

Tabla V.1.1. Distribución de temperaturas en $z = 0$.

Más adelante se observará el efecto de n , en el cálculo de la distribución de las velocidades y su relación con el comportamiento oscilatorio de la temperatura.

Mientras que para la densidad en función de la temperatura (ecuación V.1.8), se muestran los resultados del cálculo en la Tabla V.1.2. Debido a que la densidad es directamente proporcional a la temperatura, la forma del comportamiento de la densidad es similar a la temperatura (oscilatorio).



lineal	ρ (lb / pie ³)		
	n = 1	n = 3	n = 5
50.77540977	50.77540977	50.77540977	50.77540977
50.77511578	50.77538561	50.77519394	50.77481897
50.7748218	50.7753134	50.77456758	50.77320488
50.77452781	50.77519394	50.773592	50.771
50.77423383	50.77502852	50.77236269	50.76879512
50.77393984	50.77481897	50.771	50.76718103
50.77364586	50.77456758	50.76963731	50.76659023
50.77335188	50.77427709	50.768408	50.76718103
50.77305789	50.77395071	50.76743242	50.76879512
50.77276391	50.773592	50.76680606	50.771
50.77246992	50.77320488	50.76659023	50.77320489
50.77217594	50.77279361	50.76680606	50.77481897
50.77188195	50.77236269	50.76743243	50.77540977
50.77158797	50.77191684	50.76840801	50.77481897
50.77129398	50.77146095	50.76963731	50.77320488
50.771	50.771	50.771	50.771
50.77070602	50.77053905	50.77236269	50.76879511
50.77041203	50.77008316	50.773592	50.76718103
50.77011805	50.76963731	50.77456758	50.76659023
50.76982406	50.76920639	50.77519394	50.76718103
50.76953008	50.76879512	50.77540977	50.76879512
50.76923609	50.768408	50.77519394	50.77100001
50.76894211	50.76804929	50.77456757	50.77320489
50.76864812	50.7677229	50.77359199	50.77481897
50.76835414	50.76743242	50.77236269	50.77540977
50.76806016	50.76718103	50.771	50.77481897
50.76776617	50.76697148	50.7696373	50.77320488
50.76747219	50.76680606	50.768408	50.77099999
50.7671782	50.7666866	50.76743242	50.76879511
50.76688422	50.76661439	50.76680606	50.76718103
50.76659023	50.76659023	50.76659023	50.76659023

Tabla V.1.2. Densidad del fluido en $Z = 0$ y para diferentes valores de n .

Considerando que el origen de los ejes coordenados se ubica en el centro del yacimiento, la Figura V.1.3 muestra los resultados obtenidos anteriormente.

En la Figura V.1.2 se observa como se va deformando el perfil de temperaturas conforme n aumenta. Para n igual con cero el comportamiento de la temperatura es lineal y esta dado por el gradiente vertical más la temperatura de referencia, para $n = 1$ comienza la deformación del perfil; esto se debe a que comienza a manifestarse la convección (estos efectos también se pueden observar a partir de la ecuación V.1.9 que fue la que se utilizó para el cálculo). El valor de n representa el número de celdas convectivas que se forman en el yacimiento y a esto se debe el comportamiento oscilatorio de los perfiles.

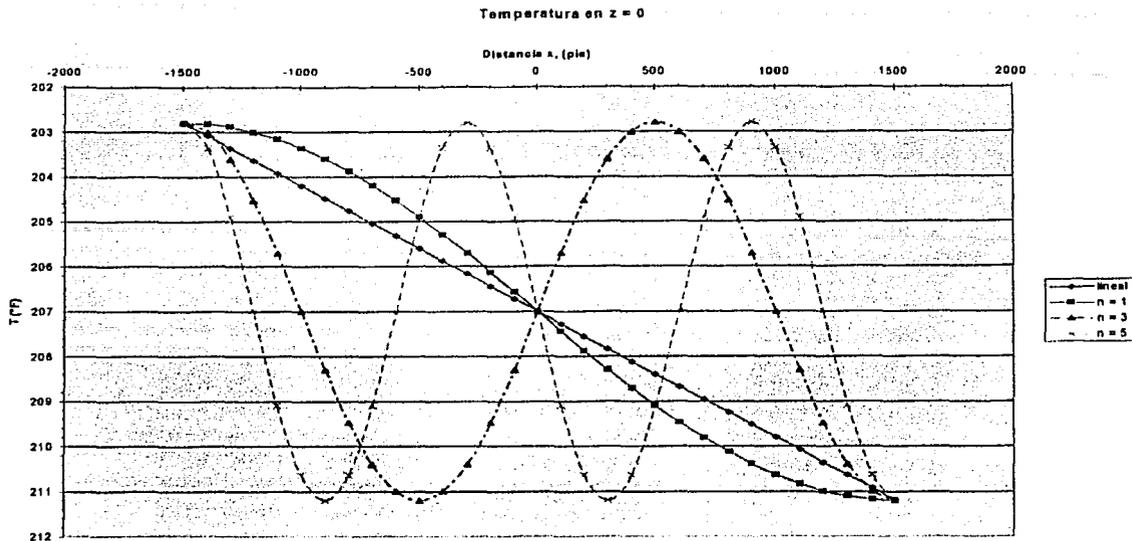


Figura V.1.2. Comportamiento de la temperatura empleando las ecuaciones V.1.9 y V.1.10.

En la figura V.1.3 se observa el comportamiento de la densidad de acuerdo con la información de la Tabla V.1.2.

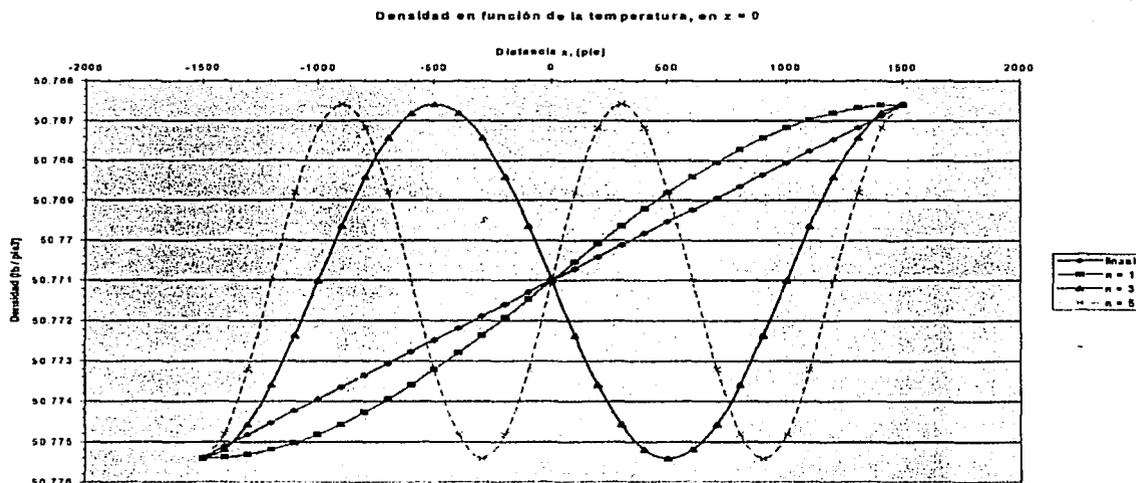


Figura V.1.3. Densidad en $z = 0$ y diferentes valores de n .

Por su parte las velocidades en x y z se determinaron con las ecuaciones V.1.11 y V.1.12, respectivamente. La Figura de V.1.4 muestra los perfiles de velocidad en x en diferentes posiciones horizontales ($x = -700, 0$ y 700 ft), las flechas indican el sentido del movimiento (del fluido) originado por la acción del gradiente horizontal de temperatura, para el caso en el cual se genera una celda de convección ($n=1$). De manera similar se muestran los perfiles de velocidad en z (Figura V.1.5) en donde se observa que el gradiente vertical de temperatura actúa y origina el sentido del movimiento indicado por las flechas, en este caso también se presenta para varios valores de z ($z = -400, 0, 400$) y $n=1$.

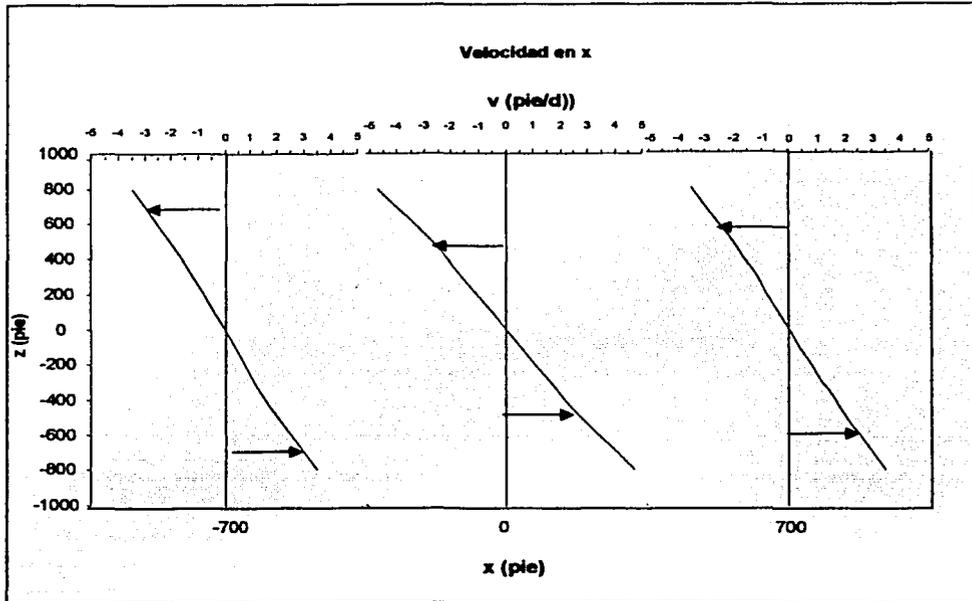


Figura V.1.4. Perfiles de la velocidad con respecto a z , en $x=-700, 0$ y 700 pies.

Las Figuras V.1.4 y V.1.5 son complementarias porque observando ambas es posible identificar cual es la tendencia del movimiento en la corriente convectiva. Mas adelante se muestran los campos de velocidad, en donde se puede observar claramente el sentido del flujo cuando se generan 1 y 3 celdas convectivas. Debido a que el comportamiento de la temperatura es oscilatorio, existe simetría de los perfiles de velocidad con respecto al origen de x (Figura V.1.4). Igualmente sucede para los perfiles de velocidad con respecto al origen de z (Figura V.1.5).

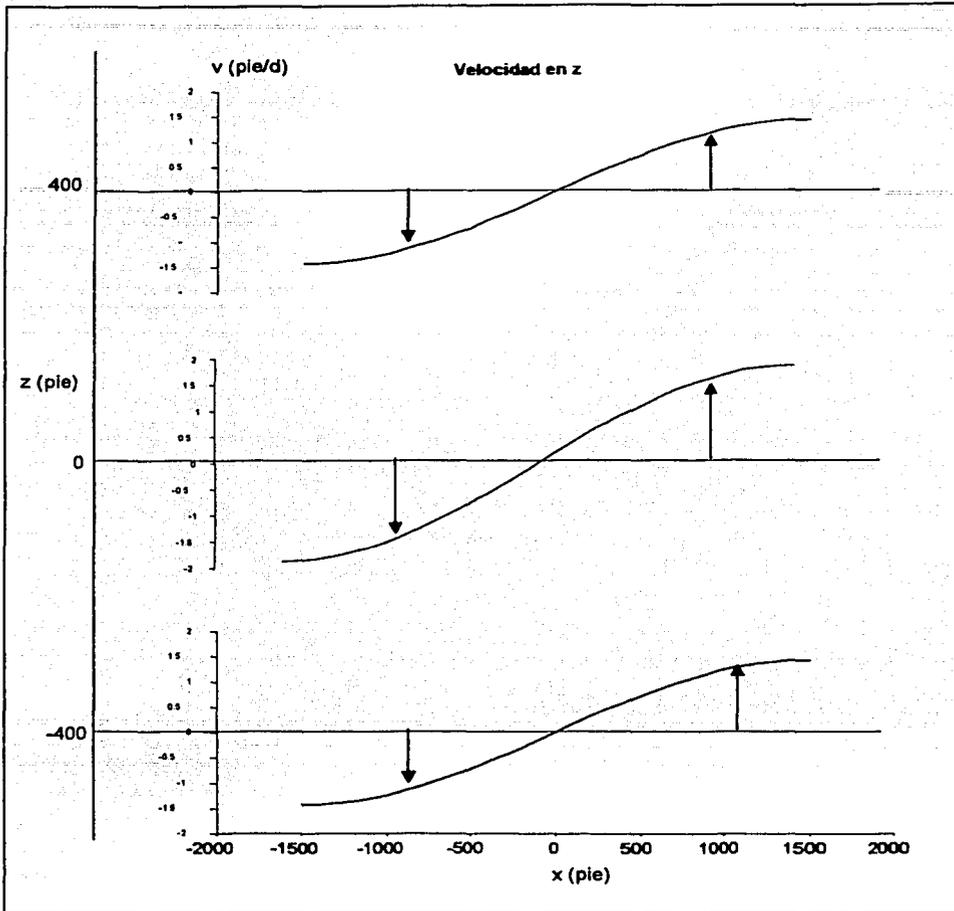


Figura V.1.5. Perfil de velocidad con respecto a x en $z = -400, 0$ y 400 .

De acuerdo con los perfiles mostrados en las dos figuras anteriores, la velocidad horizontal es mayor que la vertical; por lo tanto se puede afirmar que el fluido se mueve más rápidamente en esa dirección. Esto demuestra que las fuerzas de flotación no necesariamente son las más importantes en cuanto a velocidad se refiere, ya que en este caso domina la componente horizontal de velocidad y por lo tanto el gradiente de temperatura en esta dirección tiene mayor influencia que la combinación de la fuerza de flotación y el gradiente vertical de temperatura.

También se presentan a continuación las Figuras donde se observa al módulo de la velocidad en 3 dimensiones, una vista en planta de dicha gráfica y el campo de velocidades en dos dimensiones.

Módulo de V

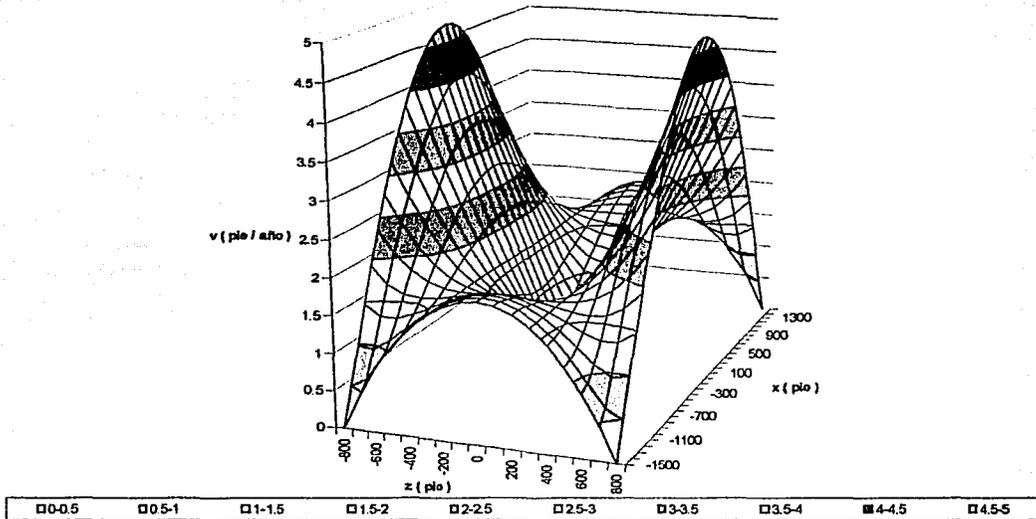


Figura V.1.6. Visualización del módulo de la velocidad en 3-D.

En la gráfica de arriba se observa la variación de la velocidad con respecto a x y z. En el plano z – v se visualiza la forma de una parábola y la misma forma se ve también en el plano x – v. La característica importante es que la velocidad máxima en z (punto máximo de la parábola en el plano z – v) es aproximadamente un tercio de la velocidad máxima en x (punto máximo de la parábola en el plano x – v). Por lo tanto, una vez más, se observa que la velocidad en x es aproximadamente tres veces mayor que la de z.

En la Figura V.1.7 se observan las regiones de isovelocidad con su respectivo rango de variación. Correspondiendo a la Figura V.1.7 se encuentra la V.1.8 que muestra el campo de velocidad en el plano x – z. En esta última se puede ver la formación de una celda de convección.

Módulo de

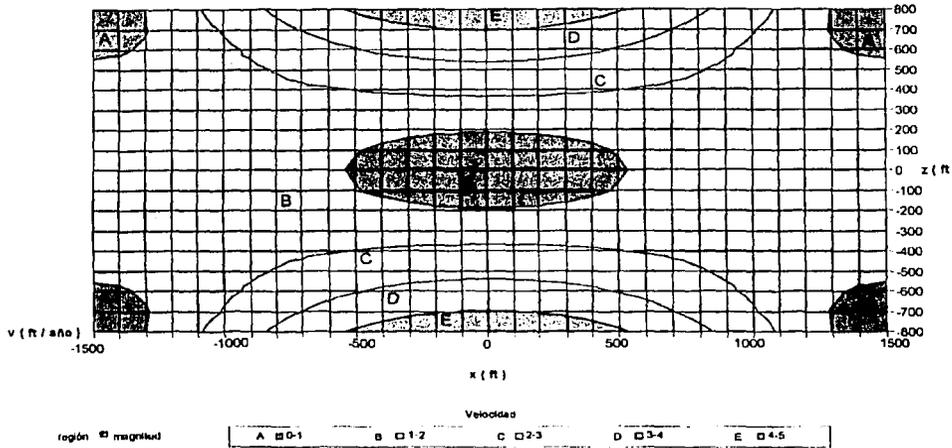


Figura V.1.7. Vista horizontal del módulo de la velocidad (ft/año), mostrando regiones de isovelocidad.

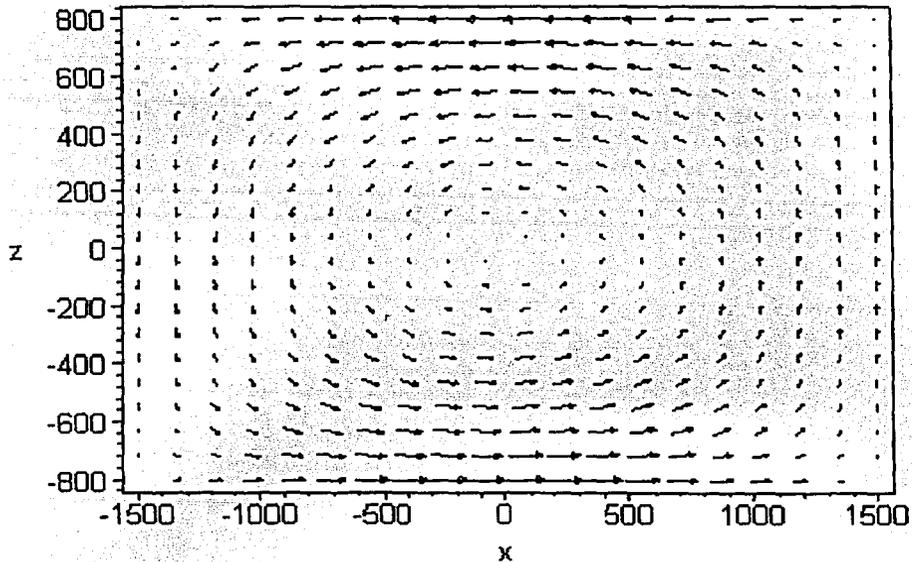


Figura V.1.8. Campo de velocidades en dos dimensiones, $n = 1$.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Realizando el mismo procedimiento pero variando el valor de n se preparó la Figura V.1.9 que representa el número de celdas convectivas que se forman en el medio poroso.

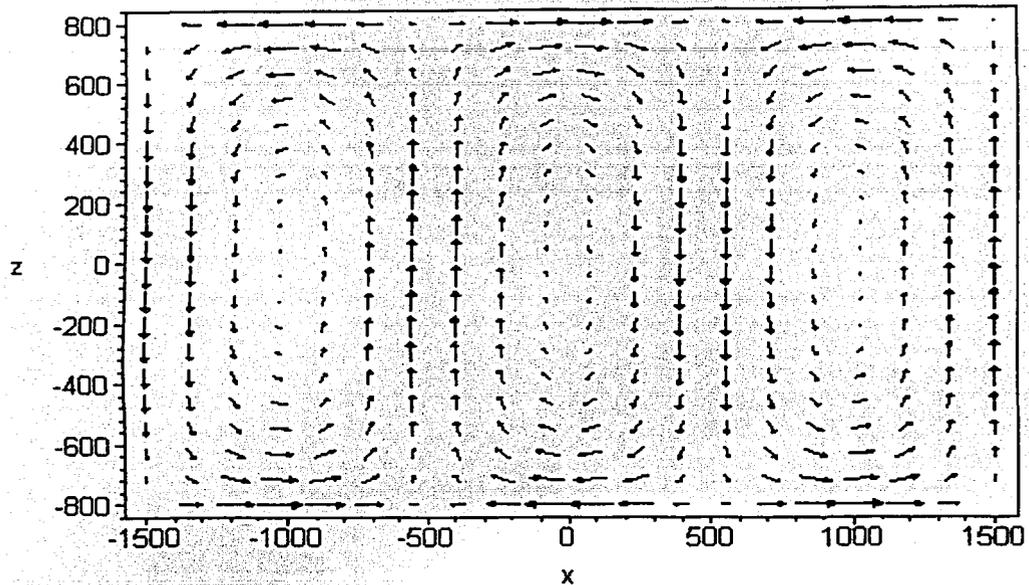


Figura V.1.9. Campo de velocidades en dos dimensiones para $n = 3$.

De acuerdo a lo anterior, en la convección térmica la principal causa para que este fenómeno se presente son las variaciones horizontales de temperatura más que las fuerzas de flotación, para este caso. Así, en las Figuras V.1.7 y V.1.8 que la velocidad horizontal es mayor a la velocidad vertical, debido a lo explicado anteriormente.

Si la presión influye en el fenómeno, la convección será forzada debido a que en un yacimiento si la presión varía se debe a que existe una perturbación externa que provoca inestabilidades en el sistema, ya que originalmente el yacimiento en su totalidad se encuentra en equilibrio hidráulico y no necesariamente en equilibrio térmico. La causa principal de la variación de la presión en el yacimiento es precisamente al abrir un pozo a producción o bien a inyección. En un yacimiento naturalmente fracturado existe la posibilidad de que se forme un gradiente de temperatura horizontal (debido a la explotación) y éste sea el que determine finalmente los efectos del comportamiento en relación al proceso convección.

V.2 Convección Forzada.

Se habló de convección natural en la sección V.1; es importante mencionar que este fenómeno no solamente es provocado por gradientes de temperatura sino que también por gradientes de concentración. El enfoque que se observó en la sección anterior considera únicamente el punto de vista térmico. En esta sección se aborda la convección forzada con el mismo enfoque, es decir, considerando únicamente los efectos térmicos.

Ya se ha comentado cuales son las causas que originan la convección forzada. En la sección anterior se mostraron las ecuaciones que determinan la presión y la velocidad del flujo del fluido para el caso de convección térmica. Tomando en cuenta las ecuaciones V.1.8, V.1.9, V.1.11 a V.1.13, A2.13 y A2.17 es posible colocar estas ecuaciones de tal manera que se obtenga el balance en términos de energía, partiendo de:

$$A_x(\rho v_x h_o) + A_y(\rho v_y h_o) - Q_{(x,y)} = 0 \quad \text{V.2.1}$$

para la componente en x se llega a:

$$A_x v_x \left\{ \left[\rho_o \left(1 + e \left(BW \cos \frac{n\pi(x+W/2)}{W} + Cz \right) \right) \right]^{0.5} \left[\begin{array}{l} 0.388 \left(T^o - BW \cos \frac{n\pi(x+W/2)}{W} + Cz \right) + \\ 0.00045 \left(T^o - BW \cos \frac{n\pi(x+W/2)}{W} + Cz \right)^2 \end{array} \right]^{0.5} \right\} + \left\{ \rho^o - \rho^o gz + \frac{\rho^o ge Cz^2}{2} - \frac{\rho^o ge W^2}{n\pi} B \frac{\sinh\left(\frac{n\pi z}{W}\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi H}{2W}\right)} \cos\left(\frac{n\pi(x+W/2)}{W}\right) \right\} = Q_x$$

donde $Q_{(x,y)}$ es el ritmo de flujo de calor que actúa como fuente o sumidero. En este caso se considera que sale energía (negativo) del sistema, A_x y A_y son las áreas transversales a "x" y "y", respectivamente. En la sección anterior se comentó que la variación de la presión se origina al abrir un pozo a producción o bien a inyección, cuando el pozo es productor no solamente se está extrayendo masa del sistema sino que también energía en forma de calor, entre otras. Por el contrario cuando el pozo es inyector entonces se está agregando masa y energía al sistema, a veces no necesariamente calor pero si otra forma de energía como por ejemplo un caudal inyectado a cierta presión. Tomando en cuenta la ecuación V.2.1 y considerando un área unitaria se muestra el comportamiento de la velocidad en la Figura V.2.1 para el caso en que se extraiga calor en un punto del yacimiento o en otras palabras en este punto se extrae el flujo de energía (calor) sin variar la presión.

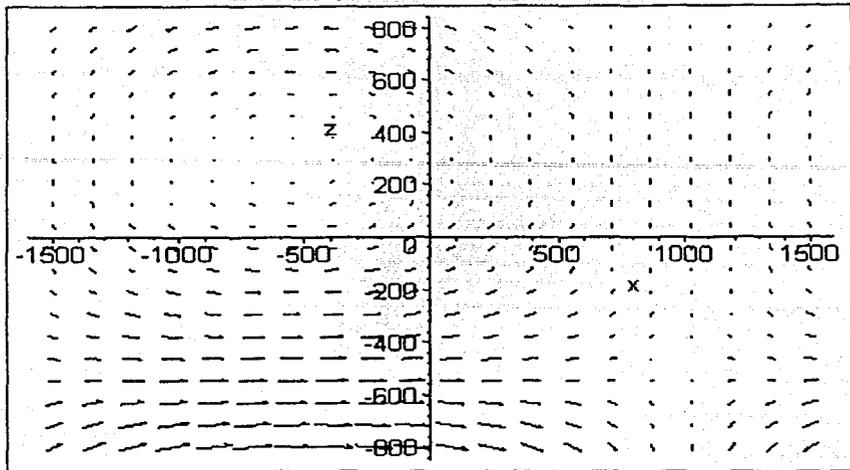


Figura V.2.1. Representación del ritmo de flujo de calor en el plano $x - z$ donde se muestra la extracción de energía en el punto $(x, z) = (-500, 300)$.

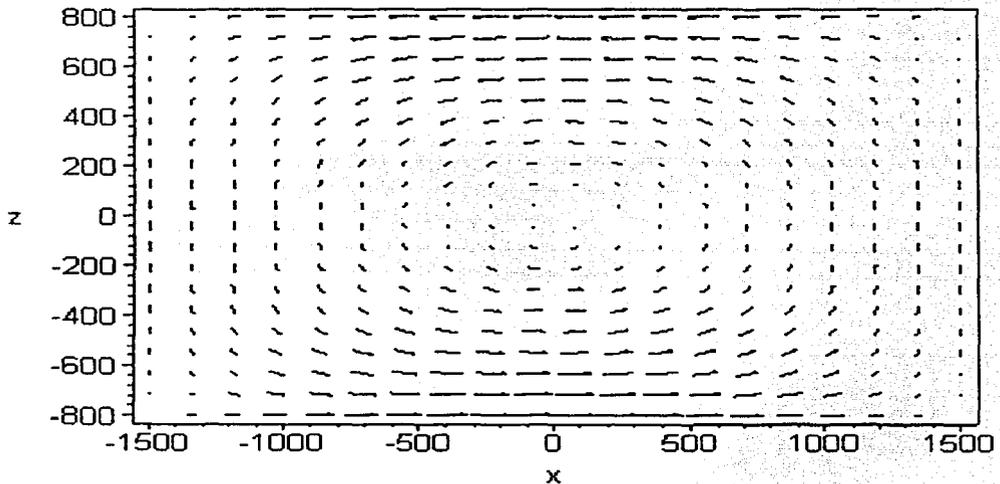


Figura V.2.2. Representación la extracción de calor en el plano $x - z$, el punto de referencia está en el origen.

Comparando las Figuras V.1.8 con la V.2.1 se observa que existe un desplazamiento del punto donde las velocidades en x y z son aproximadamente cero (punto de extracción de energía térmica), no obstante que la Figura V.1.8 es de velocidad y la V.2.1 es de ritmo de flujo de calor se pueden comparar debido a que existe una relación directa entre ambos parámetros (considerando el área unitaria) lo cual es posible observar en la Figura V.2.2. En el punto de referencia se encuentran medidas la T^0 , P^0 y ρ^0 . En la Figura V.2.1 se observa que se forman cuatro celdas convectivas, pero solamente aparece completa una de ellas, que es la que se forma precisamente alrededor del punto de extracción de calor. Si la extracción de energía se realiza en dos puntos $(-500, 300)$ y $(500, 300)$ el comportamiento del ritmo de flujo de calor se muestra en la Figura V.2.3.

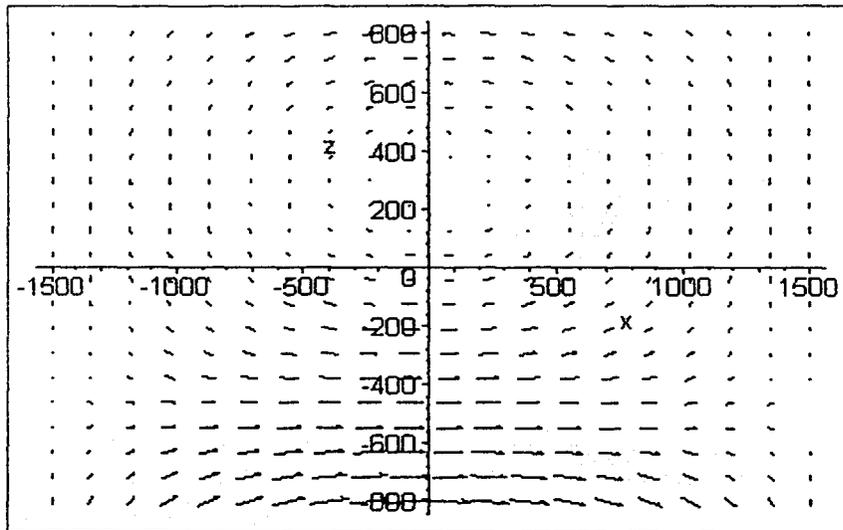


Figura V.2.3. Extracción de flujo de energía a través de dos puntos.

En la Figura V.2.3 se nota que al extraer calor de dos puntos de manera simultánea, se forman dos celdas de convección. Debido a que dicha extracción se realiza de forma simétrica el comportamiento de flujo de calor en el intervalo de $-500 < x < 500$ en $z = 300$ es prácticamente nulo, así como en las zonas cercanas a esta región. El flujo de calor máximo se observa en la región cercana a $x = 0$ y $z = -800$.

Otra forma de escribir la ecuación de balance de energía es cuantificando los efectos conductivos de la matriz, así:

$$(\rho c_p)_f v \nabla \langle T \rangle = h_c A (T_s - T_f) + \nabla (k \nabla \langle T \rangle)$$

$$(\rho c_p)_f v \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) = h_c A (T_s - T_f) + k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

V.2.2

donde:

ρ .- Densidad del fluido

c_p .- Calor específico del fluido

v .- velocidad promedio del fluido

T .- Temperatura promedio del fluido

h_c .- Coeficiente de convección

A .- Área transversal a la dirección de flujo de calor

T_s .- Temperatura del sólido

T_f .- Temperatura del fluido

k .- Conductividad térmica del sistema roca – fluido

La ecuación V.2.2 no tiene derivada temporal porque no se considera variación en el tiempo, simplemente considera variación en el espacio cuantificando los efectos por conducción y convección debido a los cambios de temperatura.

Si se obtienen las derivadas de la temperatura de la ecuación V.2.2, con la ecuación V.1.9, y despejando el término que cuantifica el ritmo de calor por convección se llega a:

$$(\rho c_p)_f v \left(\frac{n\pi}{W} B \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi(x+W/2)}{W} \right) + C \right) - k \left(\left(\frac{n\pi}{W} \right)^2 B \cos \left(\frac{n\pi(x+W/2)}{W} \right) \right) = h_c A (T_s - T_f) = Q_{conv.}$$

V.2.3

Se observa (ecuación V.2.3) que en el primer término de la izquierda se encuentra cuantificado el flujo de energía debido a la convección, aquí interviene x y z de forma implícita en B y C , respectivamente; así como también x de forma explícita en el argumento del seno. Sin embargo, en el segundo término de la izquierda se encuentra cuantificado el término conductivo donde solamente interviene x de forma implícita en B y de forma explícita en el argumento del coseno. Aquí ya no interviene la dirección z debido a que la segunda derivada con respecto a z que interviene en el término conductivo es igual con cero. Con esta forma (ecuación V.2.3) se observa que en la cantidad del ritmo de flujo de calor por convección (en la fractura) intervienen los efectos en las direcciones " x " y " z ", porque involucra los gradientes B y C . Por otra parte, la cantidad del ritmo de flujo de calor por conducción (en la matriz) considera únicamente los efectos en dirección x , porque aparece únicamente B en el segundo término del miembro izquierdo de la ecuación.

V.3 Resultados Numéricos del Modelo de Distribución de Temperatura en Matriz y Fractura.

Se presentan los resultados que genera el programa CONEXPL4.FOR, en dicho programa se encuentran codificadas las ecuaciones IV.4.1 y IV.4.2 (ver Apéndice J). La tabla IV.2 menciona las variables con su respectiva descripción del esquema siguiente, que presenta el orden del archivo de datos. Después de los guiones se escribió una breve descripción de algunos de los parámetros. Desde luego, los comentarios no deben aparecer en el archivo de datos; únicamente los valores de NX, NY, RW, etc. El programa fue codificado en Fortran.

NX, NY, RW, RE, UNIFORM --SI UNIFORM=0 ENTONCES PROPORCIONAR TODOS
LOS ESPESORES EN LOS NODOS, SE USA PARA
ESPESOR DE NODOS VARIABLE. EN CASO CONTRARIO
LEE UNICAMENTE EL ESPESOR TOTAL ESPE.

ESPE

TREF, INICIO --TEMPERATURA DE REFERENCIA A LA CUAL SE REALIZA LA MEDI-
CIÒN DE BOT, MUOT Y DENT A DIFERENTES PRESIONES PT (TA-
BLA PT VS. BOT, MUOT Y DENT), CONDICIÓN DE INICIO DE LA
TEMPERATURA (T=GRAD.TEMP. O EXISTE UNA DISTRIBUCIÓN DE
TEMP. A UN TIEMPO DADO).

PERMR, PERMZ, PERMATR, PERMATZ, PORO, POROM
CTO, RFCD, SIGMA, PESPO, DENCS, DENSW, CTR
DELTA, IR, IBOUND
et, TFRIA, TCALIENTE
NPUNTOS

PT MUOT BOT DENT --DATOS PVT EN UNA TABLA: PRESION VS VISC.,
FACT. VOLUMEN Y DENSIDAD DEL ACEITE

P PM PSNT PMSNT GVO --PRESION EN LA FRACTURA (P), PRESION EN LA
MATRIZ (PM), PRESION EN LA FRACTURA AL SIGUIEN-
TE NIVEL DE TIEMPO (PSNT), PRESION EN LA
MATRIZ AL SIGUIENTE NIVEL DE TIEMPO (PMSNT),
GASTO VOLUMETRICO DE ACEITE (GVO) SE
PROPORCIONA POR CELDA

T TM --SI INICIO ES DIFERENTE DE UNO, ENTONCES LEE LA
DISTRIBUCION DE TEMPERATURA EN LA FRACTURA (T)
Y EN LA MATRIZ (TM)

Para el caso presentado en la sección IV.4.3 del Capítulo IV; las presiones al siguiente nivel de tiempo no son necesarias en el cálculo que realiza el programa, se introducen simplemente para que el programa pueda leer la siguiente columna que es el gasto. Inicialmente las presiones (P y PM) se tomaron como la presión original del yacimiento. Se introduce también una Tabla de datos PVT a una temperatura de referencia (TREF), en dicha tabla se registra la variación con respecto a la presión (PT) de la densidad (DENT), la viscosidad (MUOT) y el factor de volumen (BOT) del aceite. Para la condición de inicio (INICIO) de la distribución de temperatura se puede introducir de dos maneras, una es proporcionando el gradiente geotérmico y la otra es proporcionando una distribución de temperatura conocida.

Para el caso presentado a continuación, la siguiente información fue utilizada para calcular la distribución de temperaturas para el caso en el cual no se extrae energía ni masa del sistema (condición de equilibrio).

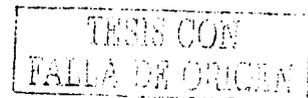
10, 30, 2.5, 5000, 1
 1640.0
 220.0, 1
 1000.0, 500.0, 100.0, 50.0, 0.02, 0.20
 16.61, 0.00, 0.12, 1828.44, 56.784, 62.39, 5.2
 1.0, 0, 1
 2.068E-05, 200.0, 220.00
 4

1000.0	0.5370	1.128	51.4405
2000.0	0.5830	1.145	50.6732
3000.0	0.6290	1.162	49.9307
4000.0	0.6750	1.181	49.1259

2000.0	2000.0	1983.0	2000.0	000.0
2000.0	2000.0	1970.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1958.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1947.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1930.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1918.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1890.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1875.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1862.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1850.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	1980.0	2000.0	000.0

las cinco últimas columnas se repiten 30 veces; ya que se realizó un modelo que considera 30 bloques o nodos en la dirección "z" por 10 nodos en la dirección radial "r", el programa tiene capacidad para manejar cualquier número de celdas en ambas direcciones, únicamente hay que redimensionar los vectores en la orden DIMENSION. El procedimiento utilizado para el cálculo fue el mismo que el empleado en el problema presentado en la sección IV.4.2 del capítulo anterior. En este caso se manejó la distribución de presión obtenida del simulador SIMROCA al correr un caso de 10 celdas en r y una celda en z. Aquí se presentan dos esquemas diferentes: el primero corresponde al cálculo realizado usando la misma distribución de presión en r para todas las celdas en z (ver Tabla V.3.1). Y el segundo es variando la distribución de presión en r para cada z, esto se observa mejor en la Tabla V.3.2.

Los resultados se presentan gráficamente en la Figura V.3.1 para el caso en el cual no se extrae calor ni masa. En las cuales se observa que únicamente actúan los gradientes de temperatura, para este caso se consideró un gradiente de 0.01463 °F/pie en la fractura y 0.01563 °F/pie en la matriz. Dado que la roca es mala conductora del calor, por lo tanto el gradiente en la matriz se mantiene ligeramente mayor que el de la fractura, porque también se supone que la matriz es la fuente de alimentación de calor para la fractura.



Distribución de Presión (psi)

A1=1 día		Sistema de Fracturas									
Nodo z	(ft)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	27.333	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
2	82	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
3	136.67	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
4	191.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
5	246	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
6	300.67	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
7	355.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
8	410	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
9	464.67	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
10	519.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
11	574	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
12	628.67	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
13	683.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
14	738	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
15	792.67	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
16	847.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
17	902	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
18	956.67	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
19	1011.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
20	1066	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
21	1120.7	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
22	1175.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
23	1230	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
24	1284.7	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
25	1339.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
26	1394	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
27	1448.67	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
28	1503.33	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
29	1558	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000
30	1612.7	1953.8	1963.4	1972.5	1980.8	1988.1	1993.4	1997.1	1999	1999.8	2000

A1=1 día		Sistema de Matriz									
Nodo z	(ft)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	27.333	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
2	82	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
3	136.67	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
4	191.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
5	246	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
6	300.67	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
7	355.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
8	410	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
9	464.67	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
10	519.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
11	574	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
12	628.67	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
13	683.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
14	738	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
15	792.67	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
16	847.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
17	902	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
18	956.67	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
19	1011.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
20	1066	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
21	1120.7	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
22	1175.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
23	1230	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
24	1284.7	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
25	1339.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
26	1394	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
27	1448.67	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
28	1503.33	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
29	1558	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000
30	1612.7	1994.8	1967.7	1958.1	1986.2	1996.7	2000	2000	2000	2000	2000

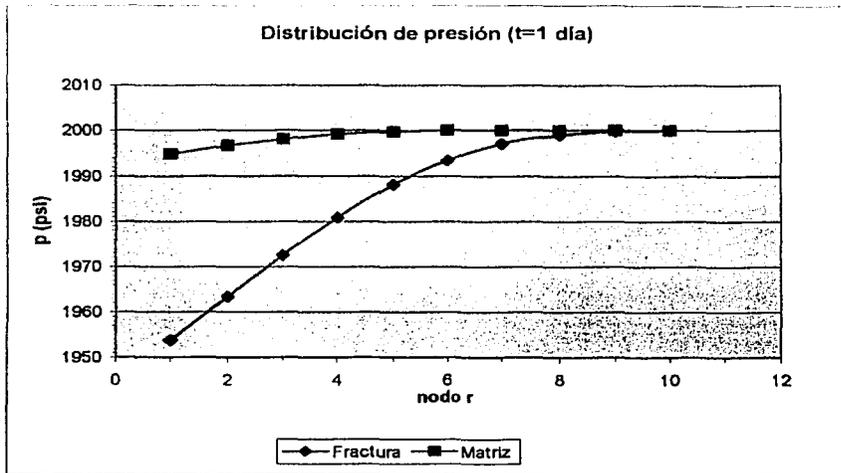
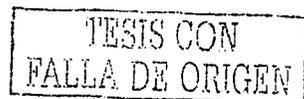


Tabla V.3.1. Distribución de presión de matriz y fractura usada para el primer caso.



Distribución de Presión (psi)

		Sistema de Fracturas									
Nodo r		N=1 día									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nodo 2	(R)	3 5893	7 6320	18 3227	34 9057	74 6447	158 025	341 354	730	1561 03	3339
1	27 333	1953 8	1903 4	1077 5	1080 8	1086 1	1093 4	1067 1	1060	1069 8	2000
2	82	1956 3	1995 9	1977 5	1983 3	1980 6	1995 9	1980 6	2000	2000	2000
3	138 87	1956 8	1998 4	1977 5	1985 8	1963 1	1991 4	2000	2000	2000	2000
4	191 33	1961 3	1970 9	1980	1988 3	1965 6	2000	2000	2000	2000	2000
5	246	1963 8	1973 4	1982 5	1990 9	1969 1	2000	2000	2000	2000	2000
6	300 67	1968 3	1975 0	1985	1993 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000
7	355 33	1980 8	1979 4	1987 5	1995 8	2000	2000	2000	2000	2000	2000
8	410	1971 3	1980 9	1990	1998 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000
9	464 67	1973 8	1983 4	1982 5	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
10	519 33	1976 3	1985 9	1985	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
11	574	1979 8	1988 4	1987 5	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
12	628 67	1981 3	1980 9	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
13	683 33	1983 8	1982 4	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
14	738	1886 3	1885 9	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
15	782 67	1888 8	1888 4	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
16	847 33	1891 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
17	902	1893 8	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
18	956 67	1888 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
19	1011 3	1898 8	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
20	1066	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
21	1120 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
22	1175 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
23	1230	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
24	1284 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
25	1338 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
26	1384	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
27	1448 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
28	1503 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
29	1558	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
30	1612 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

		Sistema de Matriz									
Nodo r		N=1 día									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nodo 2	(R)	3 5893	7 6320	18 3227	34 9057	74 6447	158 025	341 354	730	1561 03	3339
1	27 333	1956 3	1965 9	1975	1983 3	1980 6	1995 9	1980 6	2000	2000	2000
2	82	1956 96	1988 05	1977 65	1983 05	1983 25	1987 4	2000	2000	2000	2000
3	138 87	1961 6	1971 2	1980 3	1988 8	1965 8	1998 8	2000	2000	2000	2000
4	191 33	1984 25	1973 85	1982 95	1981 25	1988 55	2000	2000	2000	2000	2000
5	246	1986 9	1976 5	1985 9	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
6	300 67	1889 55	1979 15	1988 25	1996 55	2000	2000	2000	2000	2000	2000
7	355 33	1972 2	1981 8	1990 9	1998 2	2000	2000	2000	2000	2000	2000
8	410	1974 85	1984 45	1993 55	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
9	464 67	1977 5	1987 1	1996 2	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
10	519 33	1980 15	1989 75	1998 85	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
11	574	1982 8	1982 4	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
12	628 67	1985 45	1985 05	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
13	683 33	1988 1	1987 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
14	738	1980 75	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
15	782 67	1983 4	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
16	847 33	1986 05	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
17	902	1888 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
18	956 67	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
19	1011 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
20	1066	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
21	1120 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
22	1175 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
23	1230	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
24	1284 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
25	1338 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
26	1384	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
27	1448 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
28	1503 3	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
29	1558	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
30	1612 7	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

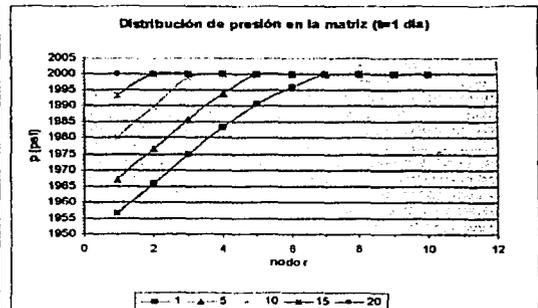
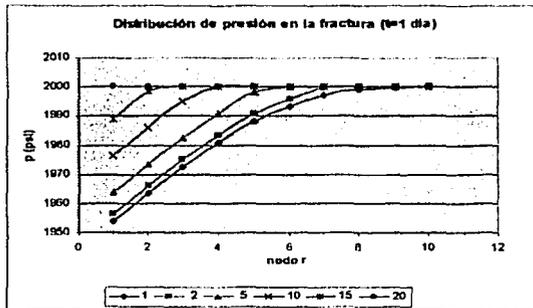
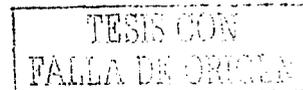
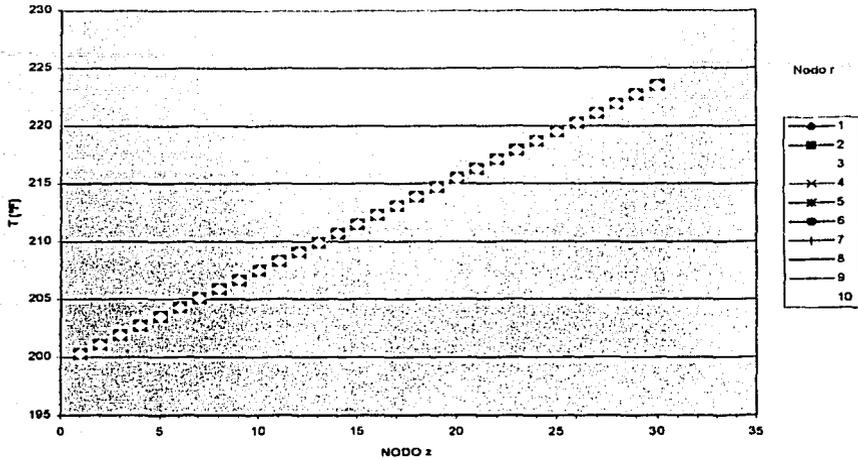


Tabla V.3.2. Distribución de presión en ambos sistemas utilizados para el Caso 2.

En el segundo caso se manejó la extracción de masa y energía. El gasto volumétrico considerado fue de 3000 bl/d, distribuido a lo alto de todo el yacimiento, es decir, a cada bloque en dirección vertical se le asignó un valor de 100 bl/d en la primera celda en r. También se asignó el valor de 0.001 Btu/d al ritmo de flujo de calor, en realidad RFCD (ritmo de flujo de calor) se manejó como dato de entrada para todo el sistema pero no necesariamente debe ser así. Porque esta cantidad también puede variar de bloque a bloque, dependiendo de la materia que atraviese el flujo de calor.



COMPORTAMIENTO AXIAL DE T



PERFIL VERTICAL DE T_m

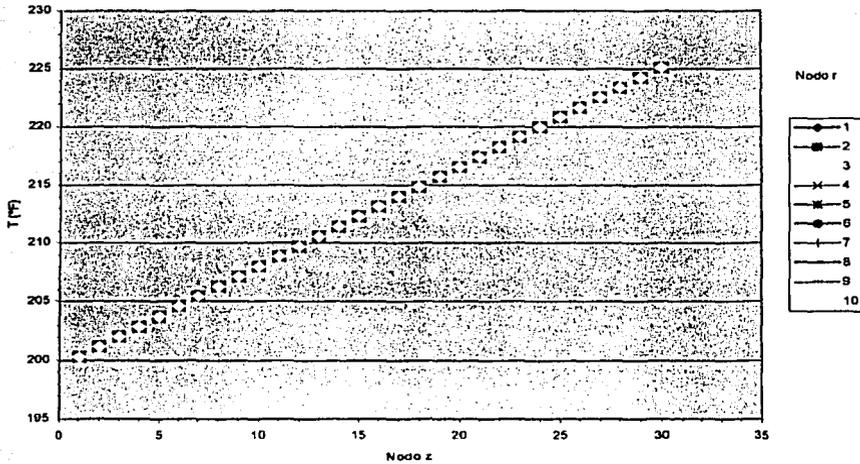


Figura V.3 .1. Distribución de temperaturas originales en la fractura T y en la matriz, T_m .

La Figura V.3.2 presenta los resultados gráficamente para el caso en el cual se extrae energía y masa del medio fracturado, físicamente este caso puede suceder en un pozo abierto a producción donde al sistema (yacimiento) se le extrae masa (hidrocarburos) y la energía también se extrae debido a que la masa lleva consigo, entre otras, la energía interna que la caracteriza; lo cual se cuantifica por medio de la entalpía específica. RFCD es el ritmo de flujo de calor pero además es el calor extraído a través del primer bloque en "r", debido a esto el gradiente vertical de los primeros nodos en "r" (1 y 2) presenta la mayor separación entre los gradientes verticales de temperatura en la fractura, posteriormente conforme los bloques se alejan más del punto de extracción de calor la distancia entre estos gradientes disminuye; debido a que únicamente actúa el flujo de calor y no su extracción. Es posible observar que en las celdas más alejadas del pozo el gradiente vertical es prácticamente igual al original. En los perfiles radiales de temperatura en la fractura se observa que en efecto el mayor decaimiento de temperatura se presenta entre los nodos 1 y 2, que precisamente son los más cercanos al pozo, posteriormente al alejarse del pozo la temperatura va subiendo hasta llegar prácticamente a su temperatura original en las celdas más lejanas. Para dar una idea general de la magnitud de RFCD (Q*) se presentan equivalentes de calor en trabajo.

Una caloría es igual a

$$\frac{1}{860} \text{ Watt} \cdot \text{hora} = 4.185 \text{ Joules} = 0.4268 \text{ Kg}_f \cdot \text{m}$$

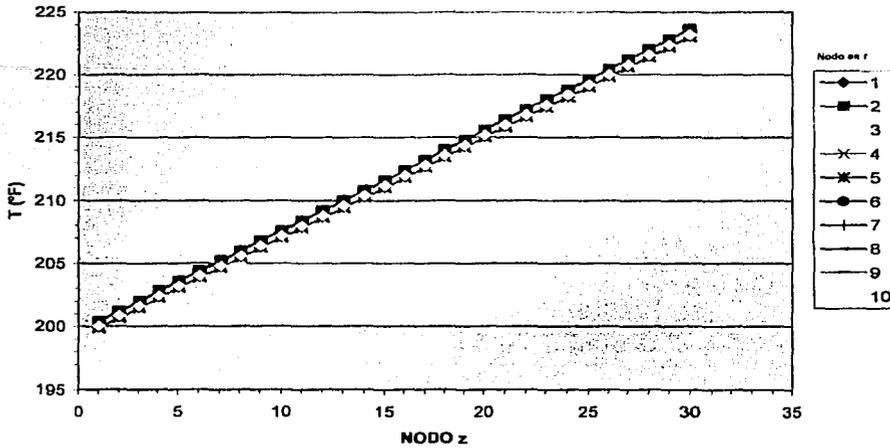
$$1 \text{ Btu} = 778.26 \text{ lb}_f \cdot \text{pie} = 252 \text{ calorías}$$

Las razones 4.185 Joules/cal.; 0.4268 Kg_f m; 778.26 lb/cal. se denominan equivalente mecánico del calor. Así es posible determinar si los valores son "grandes" o "pequeños", dependiendo del problema en estudio que se trate.

Es posible observar una ligera oscilación en los primeros nodos de los perfiles radiales de temperatura en la fractura, lo cual indicaría que se establece un gradiente horizontal de temperatura (debido a la perturbación que en este caso es ocasionada por el gasto de producción). La magnitud de estas variaciones se pueden observar en la Tabla V.3.3, que corresponde al resultado obtenido y mostrado gráficamente en las Figuras V.3.2 y V.3.3.

La Figura V.3.3 presenta el comportamiento de la temperatura para el sistema de matriz. Aquí se puede observar que los perfiles verticales se mantienen prácticamente igual a los originales y por otra parte los perfiles radiales varían muy ligeramente en los nodos cercanos al pozo, esto se observa también en la tabla V.3.3 (Distribución de temperaturas originales radiales y verticales).

COMPORTAMIENTO AXIAL DE T



PERFILES DE T RADIALES

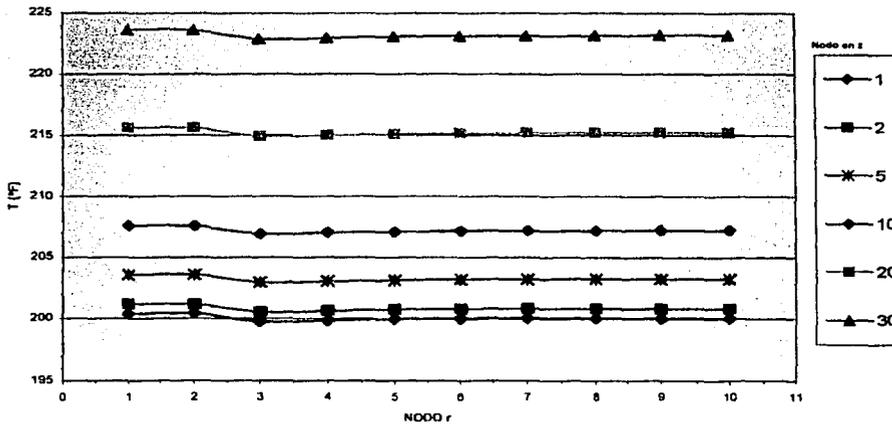
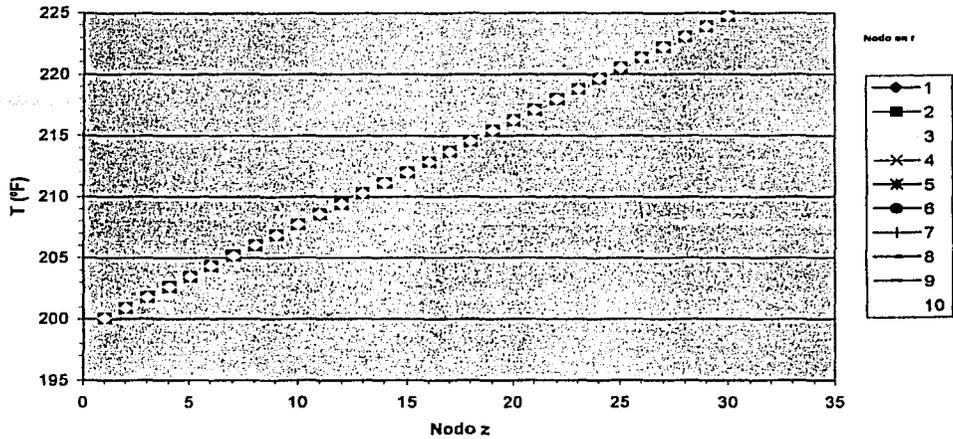


Figura V.3.2. Distribución de temperatura (primer caso) en la fractura donde se extrae energía y masa del sistema.

PERFIL VERTICAL DE T_m



PERFILES RADIALES DE T_m

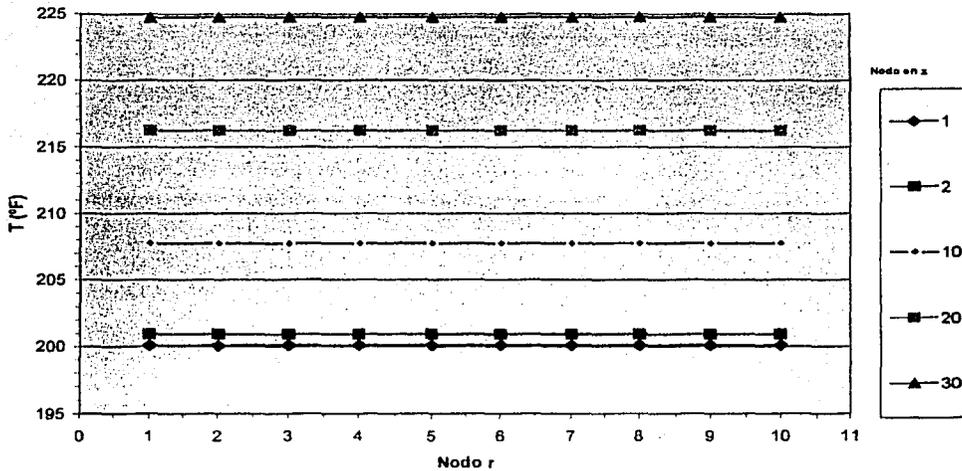


Figura V.3.3. Distribución de temperatura en la matriz para el primer caso.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CALCULO DE TEMPERATURA (°F)

DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS RADIALES Y VERTICALES EN EL SISTEMA DE FRACTURAS

NOO EN:	NOO EN:																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	20.400	21.187	21.973	22.759	23.545	24.331	25.117	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335
2	21.187	21.973	22.759	23.545	24.331	25.117	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121
3	21.973	22.759	23.545	24.331	25.117	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907
4	22.759	23.545	24.331	25.117	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907	37.693
5	23.545	24.331	25.117	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907	37.693	38.479
6	24.331	25.117	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907	37.693	38.479	39.265
7	25.117	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907	37.693	38.479	39.265	40.051
8	25.903	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907	37.693	38.479	39.265	40.051	40.837
9	26.689	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907	37.693	38.479	39.265	40.051	40.837	41.623
10	27.475	28.261	29.047	29.833	30.619	31.405	32.191	32.977	33.763	34.549	35.335	36.121	36.907	37.693	38.479	39.265	40.051	40.837	41.623	42.409

DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS RADIALES Y VERTICALES EN EL SISTEMA DE MATRIZ

NOO EN:	NOO EN:																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	20.472	21.258	22.044	22.830	23.616	24.402	25.188	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406
2	21.258	22.044	22.830	23.616	24.402	25.188	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192
3	22.044	22.830	23.616	24.402	25.188	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978
4	22.830	23.616	24.402	25.188	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978	37.764
5	23.616	24.402	25.188	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978	37.764	38.550
6	24.402	25.188	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978	37.764	38.550	39.336
7	25.188	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978	37.764	38.550	39.336	40.122
8	25.974	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978	37.764	38.550	39.336	40.122	40.908
9	26.760	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978	37.764	38.550	39.336	40.122	40.908	41.694
10	27.546	28.332	29.118	29.904	30.690	31.476	32.262	33.048	33.834	34.620	35.406	36.192	36.978	37.764	38.550	39.336	40.122	40.908	41.694	42.480

Tabla V.3.3. Perfiles radiales y verticales de temperatura en la fractura y matriz.



CALCULO DE TEMPERATURA (7)

DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS ORIGINALES RADIALES Y VERTICALES EN EL SISTEMA DE FRACTURAS

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
NOODH:	NOODH:																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30			
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30				
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30					
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30						
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30							
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30								
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30									
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30										
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30											

DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS ORIGINALES RADIALES Y VERTICALES EN EL SISTEMA DE MATRIZ

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
NOODH:	NOODH:																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30			
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30				
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30					
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30						
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30							
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30								
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30									
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30										
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30											

Tabla V.3.3 (Continuación). Perfiles radiales y verticales de temperatura original en la fractura y matriz

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La Figura V.3.4 presenta los resultados para la extracción de masa y energía con un segundo esquema, para este caso se consideraron los mismos datos que en el caso previo, ahora la distribución de presión utilizada fue la mostrada en la Tabla V.3.2. En este esquema se observa que el gradiente vertical de temperatura en la fractura del primer nodo en r está separado de los demás y se debe a las mismas razones expuestas que en el caso anterior. En los perfiles para la matriz se muestran únicamente el comportamiento de los nodos 1 y 5 en dirección vertical. Esto se debe a que las variaciones de los perfiles para la matriz son tan pequeñas que no se alcanzan a percibir en la escala manejada en las figuras mostradas anteriormente. Se toman los nodos 1 porque es el que manifiesta las variaciones máximas de temperatura y en el nodo 5 porque es hasta aquí donde llega dicha variación. A partir del nodo 6 los cambios son menores, en la Tabla V.3.4 se muestran los resultados para este caso.

COMPORTAMIENTO AXIAL DE T

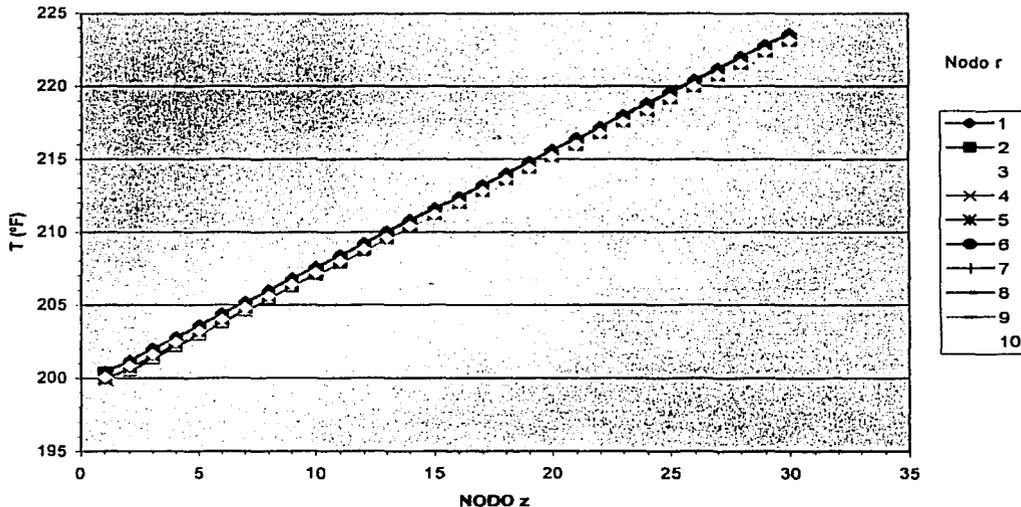
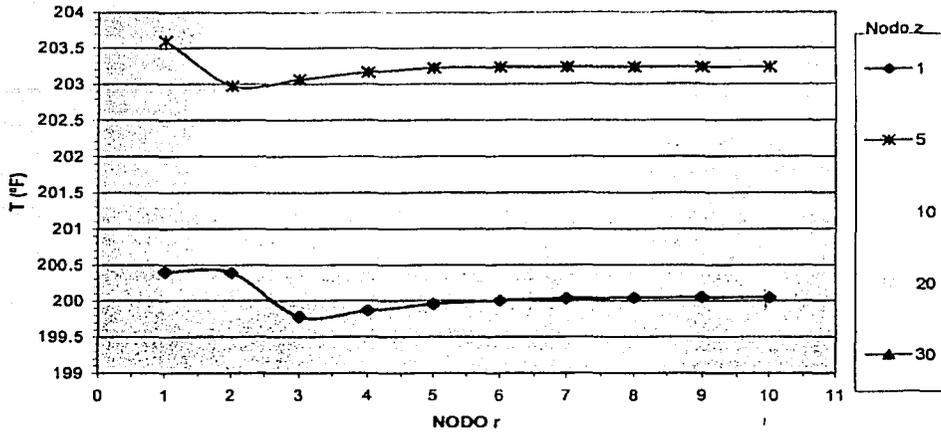


Figura V.3.4. Distribución de T y T_m en el sistema matriz – fractura para el segundo esquema de presiones.

PERFILES DE T RADIALES



PERFIL VERTICAL DE Tm

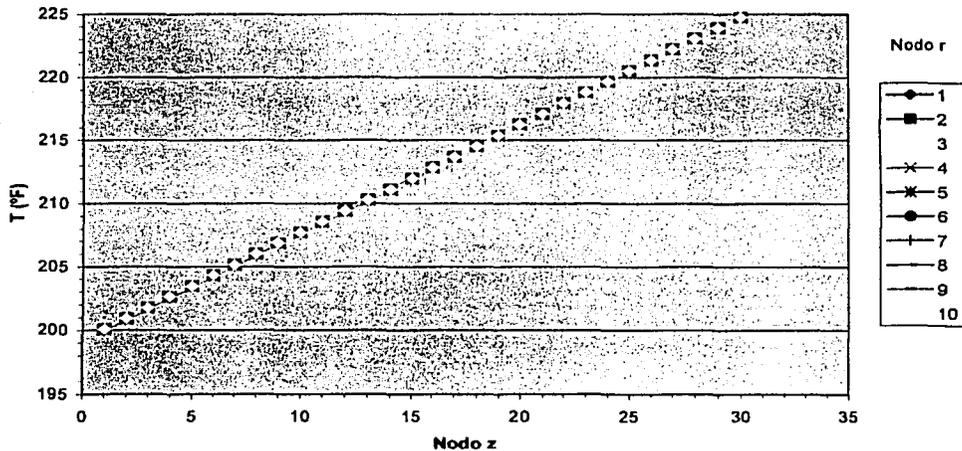


Figura V.3.4 (Continuación). Distribución de T y Tm en el sistema matriz – fractura para el segundo esquema de presiones.

PERFILES RADIALES DE T_m

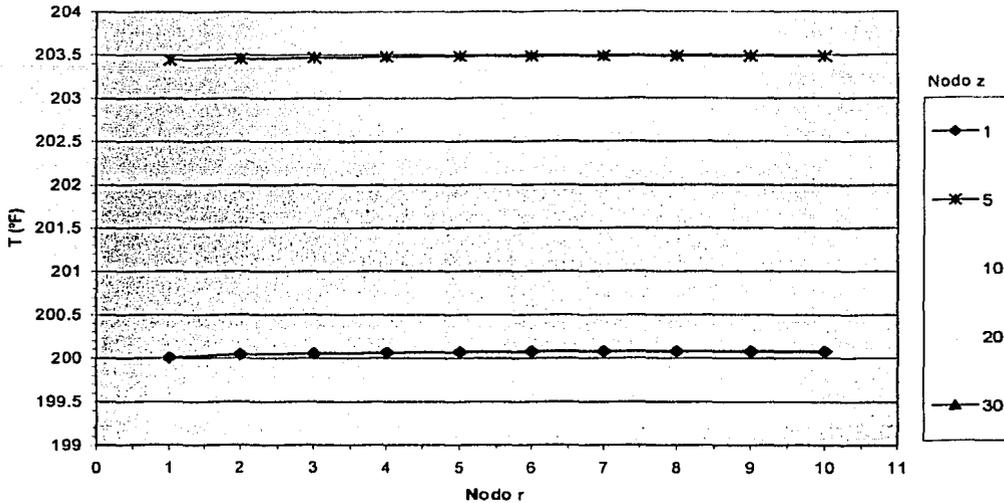


Figura V.3.4 (Continuación). Distribución de T y T_m en el sistema matriz – fractura para el segundo esquema de presiones.

En la gráfica de los perfiles radiales de temperatura en la fractura, se observa que en el perfil para el primer nodo (en $z = 1$ nodo) existe una perturbación que afecta hasta el nodo 6 en dirección radial. Este comportamiento se debe a la extracción de hidrocarburos, que como se mencionó anteriormente es una extracción de masa y energía. Además de la producción de fluido también se extrae el flujo de calor que circula en el yacimiento, por lo tanto observando las gráficas correspondientes a los perfiles radiales de temperatura tanto en fractura como en matriz de la Figura V.3.4, se muestra que en los nodos 1 y 2 en r (perfiles de T radiales en fractura) la temperatura es mayor que en los nodos correspondientes a la matriz; esto se debe a que el mecanismo de transferencia de calor que actuó es precisamente la convección, porque la matriz aportó parte de su energía térmica a dichos nodos (1 y 2 en r). Por esta razón en la gráfica del perfil de la temperatura en la matriz para $z = 1$ nodo, la energía térmica disminuye en los nodos 1 y 2 en r. En el resto de los nodos en r sigue el aporte de energía térmica de la matriz a la fractura, solo que ahora el sistema busca el equilibrio en su totalidad (a partir del nodo 3 en r). El comportamiento de este perfil en la fractura ($z = 1$ nodo, gráfica de perfiles de T radiales) se debe entonces al efecto combinado de la extracción de materia y el mecanismo de transporte de calor. Para el perfil del nodo $z = 5$ de la gráfica que corresponde al comportamiento radial de T en la fractura, es similar al



explicado para el nodo $z = 1$; solo que en este caso el equilibrio comienza a partir del nodo 2 en r . Por otra parte los perfiles verticales de T_m para todos los bloques en r , su variación son décimas de grado con respecto a los originales. Estos resultados pueden apreciarse en la Tabla V.3.4.

El comportamiento mostrado en las dos figuras anteriores (V.3.3 y V.3.4) en relación a los perfiles de temperatura en la fractura, tienden a comportarse de manera oscilatoria. Es probable que con el transcurrir del tiempo estas oscilaciones se formen de manera definida y se incrementen y lleguen a cubrir el radio de drenaje del pozo o incluso la totalidad del yacimiento si es que la extracción de fluidos (y energía) se lleva a cabo en varios pozos al mismo tiempo. Por lo tanto existe alta probabilidad de que se forme un gradiente horizontal de temperatura. La combinación del gradiente vertical de temperatura con el horizontal que se va formando y la extracción constante de materia, ocasionan un desequilibrio en la composición de la misma y en el sistema en su totalidad; generando fenómenos que en ocasiones son difíciles de modelar matemáticamente. El proceso de convección, considerando todas estas variaciones, es uno de los efectos de dicha combinación. Aquí únicamente se ha tratado de observar la influencia que tiene la temperatura sobre el sistema, en relación al fenómeno de convección. Considerando a su vez el mecanismo de transporte de calor relacionado con dicho fenómeno.

Uno de los parámetros de mayor utilidad es la densidad, es por esto que la Figura V.3.5 muestra el comportamiento de la densidad (ec. III.7.21) en las direcciones vertical y radial en la fractura, para el segundo caso.

COMPORTAMIENTO AXIAL DE DENSIDAD

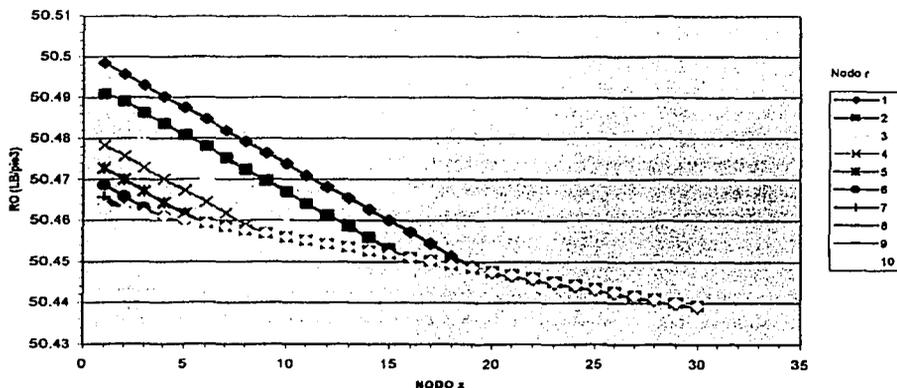


Figura V.3.5. Comportamiento de la densidad verticalmente en la fractura (segundo esquema de presiones).

PERFILES DE DENSIDAD RADIALES

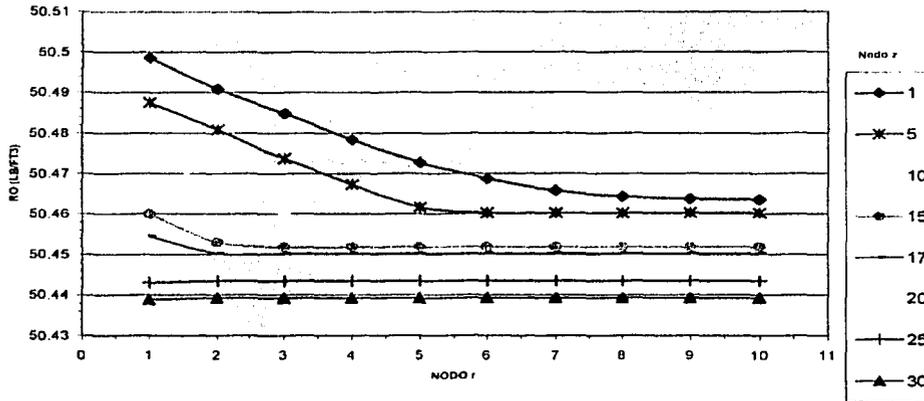


Figura V.3.5 (Continuación). Comportamiento de la densidad radialmente en la fractura (segundo esquema de presiones).

Se observa que nuevamente los primeros nodos en dirección radial son los más afectados por la extracción, así como los nodos más someros. La variación mostrada en la Figura V.3.5 se debe a las razones expuestas anteriormente. Una característica importante es el cambio de pendiente que manifiestan los perfiles de densidad en la gráfica de comportamiento vertical, este es precisamente el que ocasiona las inestabilidades provocando el proceso de convección. En el comportamiento de densidad vertical se presenta que para el nodo 1 en dirección radial, la densidad disminuye conforme aumenta la profundidad. Lo cual indica que el fluido más pesado queda en la cima del yacimiento y el ligero queda en la base. Y lo mismo se presenta en la gráfica de comportamiento radial, el fluido pesado queda en la parte somera y el ligero en la parte profunda del yacimiento. Esto coincide con la explicación proporcionada por Peaceman¹⁹ en 1976. Solo que él considera la temperatura constante y las variaciones de densidad son atribuidas únicamente a los cambios de presión y a la difusión molecular que existe en la base del yacimiento (tema explicado en el Capítulo 2).

En la Figura V.3.4 se observa la variación de la temperatura en r en la fractura, la forma del perfil para los bloques en z , se asemejan ligeramente (en los nodos iniciales de r) a la solución de Firoozabadi representada por la ecuación V.1.9 y gráficamente por la Figura V.1.1. Es importante mencionar que en los bloques en z citados (1 a 30 en $r = r_w$) se extrae materia (gasto volumétrico) y se considera una distribución de presión que correspondería a la variación en un día de producción ($\Delta t = 1$ día). El gasto se extrae únicamente por la frontera interna del primer bloque en r , porque se consideró que el pozo abarca hasta $r = r_w$, es decir el pozo está situado en $0 \leq r \leq r_w$ y $0 \leq z \leq b$. La información utilizada para este segundo caso es (se muestra únicamente la distribución de presión para los tres primeros bloques en z):

10, 30, 2.5, 5000, 1
 1640.0
 220.0, 1
 1000.0, 500.0, 100.0, 50.0, 0.02, 0.20
 16.61, 0.001, 0.12, 1828.44, 56.784, 62.39, 5.2
 1.0, 0, 1
 2.068E-05, 200.0, 220.00
 4

1000.0	0.5370	1.128	51.4405
2000.0	0.5830	1.145	50.6732
3000.0	0.6290	1.162	49.9307
4000.0	0.6750	1.181	49.1259

2000.0	2000.0	1953.8	1956.3	100.0	Bloque 1
2000.0	2000.0	1963.4	1965.9	0.0	
2000.0	2000.0	1972.5	1975.0	0.0	
2000.0	2000.0	1980.8	1983.3	0.0	
2000.0	2000.0	1988.1	1990.6	0.0	
2000.0	2000.0	1993.4	1995.9	0.0	
2000.0	2000.0	1997.1	1999.6	0.0	
2000.0	2000.0	1999.0	2000.0	0.0	
2000.0	2000.0	1999.8	2000.0	0.0	
2000.0	2000.0	2000.0	2000.0	0.0	
2000.0	2000.0	1956.3	1958.9	100.0	Bloque 2
2000.0	2000.0	1965.9	1968.6	0.0	
2000.0	2000.0	1975.0	1977.7	0.0	
2000.0	2000.0	1983.3	1985.9	0.0	
2000.0	2000.0	1990.6	1993.3	0.0	
2000.0	2000.0	1995.9	1997.4	0.0	
2000.0	2000.0	1999.6	2000.0	0.0	
2000.0	2000.0	2000.0	2000.0	0.0	
2000.0	2000.0	2000.0	2000.0	0.0	
2000.0	2000.0	1958.8	1961.6	100.0	Bloque 3
2000.0	2000.0	1968.4	1971.2	0.0	
2000.0	2000.0	1977.5	1980.3	0.0	
2000.0	2000.0	1985.8	1988.6	0.0	
2000.0	2000.0	1993.1	1995.9	0.0	
2000.0	2000.0	1998.4	1998.9	0.0	
2000.0	2000.0	2000.0	2000.0	0.0	



2000.0	2000.0	2000.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	2000.0	2000.0	0.0
2000.0	2000.0	2000.0	2000.0	0.0

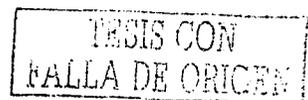
Los valores para los demás bloques en z (para matriz y fractura) son los correspondientes a la tabla V.3.2. En los datos anteriores las cinco últimas columnas representan respectivamente, la presión en la fractura al tiempo n, la presión en la matriz al tiempo n, la presión en la fractura al tiempo n+1, la presión en la matriz al tiempo n+1 y el gasto volumétrico de aceite. La celda que tiene valor de gasto es la primera celda en dirección r.

En las gráficas presentadas se usó el número de nodo (en r o z) en lugar de la distancia real entre ellos debido a que de esta manera es posible visualizar mejor el comportamiento de T cercano al pozo, la posición de los nodos verticales y radiales y sus fronteras (malla) se presentan en la Tabla V.3.5.

Localización de nodos y fronteras en la malla

Nodo en r	r (ft)	Fronteras en r (ft)	Nodo en z	z (ft)	Fronteras en z (ft)
1	3.569331	2.5	1	27.333333	0
2	7.632905	5.346173	2	82	54.666667
3	16.322733	11.432626	3	136.666667	109.333333
4	34.905662	24.448319	4	191.333333	164
5	74.644684	52.281977	5	246	218.666667
6	159.625356	111.803399	6	300.666667	273.333333
7	341.353908	239.088125	7	355.333333	328
8	729.974819	511.282591	8	410	382.666667
9	1561.02867	1093.362074	9	464.666667	437.333333
10	3338.211172	2338.121119	10	519.333333	492
		5000	11	574	546.666667
			12	628.666667	601.333333
			13	683.333333	656
			14	738	710.666667
			15	792.666667	765.333333
			16	847.333333	820
			17	902	874.666667
			18	956.666667	929.333333
			19	1011.333333	984
			20	1066	1038.666667
			21	1120.666667	1093.333333
			22	1175.333333	1148
			23	1230	1202.666667
			24	1284.666667	1257.333333
			25	1339.333333	1312
			26	1394	1366.666667
			27	1448.666667	1421.333333
			28	1503.333333	1476
			29	1558	1530.666667
			30	1612.666667	1585.333333
					1640

Tabla V.3.5. Ubicación de nodos y fronteras para la malla de 10 x 30 celdas.



V.4 Solución Analítica de la Distribución de Temperatura en la Fractura.

La ecuación (11) de la Referencia 46 se tomó como punto de partida para determinar la solución analítica de un problema similar al planteado numéricamente. Las consideraciones para la solución son las siguientes:

- El problema está en coordenadas cilíndricas (direcciones "r" y "z");
- Yacimiento cerrado.
- Se tomó en cuenta solamente la parte convectiva de la ecuación mencionada arriba, los términos conductivos se despreciaron debido a que en este trabajo interesa más la parte de convección y considerando que en un fluido en movimiento en la fractura, la conducción tiene menor influencia que la convección;
- La densidad de flujo de calor (q_w) depende de la temperatura de la matriz y de la temperatura de la fractura;
- El proceso se realiza a presión constante;
- El coeficiente de convección (h), la velocidad (v), la densidad del fluido (ρ_f), la porosidad (ϕ), el calor específico (c_p) y la temperatura de la matriz (T_m) son valores conocidos y constantes.

Así la ecuación es:

$$\phi \rho_c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_c v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} \right] = q_w \quad (i)$$

y condiciones de frontera e inicial dadas por

$$T(r_e, z) = 0.01463z + T_{fria}$$

$$T(r, z_e) = 0.01463z_e + T_{fria} \quad (ii)$$

$$T(r, z, 0) = 0.01463z + T_{fria}$$

trabajando con la ecuación (i)

$$\phi \rho_c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_c v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} \right] = q_w \quad \text{con } q_w = h(T_m - T), \text{ de esta manera}$$

$$\phi \rho_c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_c v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} \right] = h(T_m - T)$$

con la finalidad de no confundir los parámetros de la ecuación con los empleados en la solución de la misma, se cambió en este desarrollo al símbolo de la densidad (ρ) por (ρ_r), de esta manera

$$\phi \rho_r c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_r c_p v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} \right] = h(T_m - T) \quad (\text{iii})$$

Cada término de la ecuación (iii) representa la energía térmica por unidad de volumen de roca. Excepto el del lado derecho, que es el que muestra la transferencia matriz - fractura. Específicamente, los términos del lado izquierdo son ritmos de flujo de calor por unidad de volumen de roca y el término de la derecha es la densidad de flujo de calor. Esto es posible verificarlo al realizar el análisis dimensional (o de unidades) de la ecuación anterior. Rápidamente se muestra el análisis de unidades correspondiente.

$$\left(\frac{lb_m}{ft^3} \right) \left(\frac{Btu}{lb_m \text{ } ^\circ F} \right) \left(\frac{^\circ F}{hr} \right) + \left(\frac{lb_m}{ft^3} \right) \left(\frac{Btu}{lb_m \text{ } ^\circ F} \right) \left(\frac{ft}{hr} \right) \left(\frac{^\circ F}{ft} \right) = \left(\frac{Btu}{^\circ F \text{ } hr \text{ } ft^2} \right) (^\circ F)$$

$$\left(\frac{Btu}{ft^3 \text{ } hr} \right) + \left(\frac{Btu}{ft^3 \text{ } hr} \right) = \left(\frac{Btu}{hr \text{ } ft^2} \right)$$

Se observa que las unidades no satisfacen la igualdad, por lo tanto es necesario establecer el problema de tal manera que sea consistente también en las unidades. De esta forma, si consideramos el ritmo de flujo de calor en cada lado de la igualdad, se tiene que del lado izquierdo es necesario multiplicar por el volumen de roca (V_r); mientras que del lado derecho se multiplica por el área (A) asociada a dicho volumen. Así

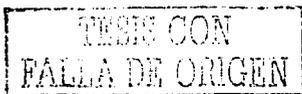
$$(ft^3) \left(\frac{Btu}{ft^3 \text{ } hr} \right) + (ft^3) \left(\frac{Btu}{ft^3 \text{ } hr} \right) = (ft^2) \left(\frac{Btu}{hr \text{ } ft^2} \right)$$

de esta manera, en ambos lados, se tienen las unidades correspondientes al ritmo de flujo de calor. Lo cual significa que

$$\left(\frac{Btu}{ft^3 \text{ } hr} \right) + \left(\frac{Btu}{ft^3 \text{ } hr} \right) = (ft^2) \left(\frac{Btu}{hr \text{ } ft^2} \right)$$

Y traducido a la ecuación (iii), significa que es necesario multiplicar el término del lado derecho por el inverso de la longitud característica (L_c). Por lo tanto, si

$$L_c = \frac{A}{V_r} \left[\frac{1}{ft} \right] \quad (\text{iv})$$



$$\frac{\phi}{v} \frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{L_c h}{\rho_l c_p v} (T_m - T)$$

$$\frac{\phi}{v} \frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \frac{L_c h}{\rho_l c_p v} (T_m - T) = 0$$

$$\frac{\phi}{v} \frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \frac{L_c h T_m}{\rho_l c_p v} + \frac{L_c h T}{\rho_l c_p v} = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\phi}{v} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{L_c h T}{\rho_l c_p v} + \frac{L_c h T_m}{\rho_l c_p v} \quad (\text{V.4.1})$$

con la siguiente condición inicial:

$$T(r, z, 0) = f(z) = G_T z + T_{fria} \quad (\text{V.4.2})$$

donde G_T es el gradiente geotérmico normal (en este caso es igual a 0.01463). Las condiciones de frontera están planteadas en (ii), en este desarrollo r_e y z_e son el radio de drenaje y el espesor total del yacimiento respectivamente.

En este caso se utilizó el método de las características³⁷ para resolver el problema. Así entonces si se define,

$$a(r, z, t) = 1 ; b(r, z, t) = 1 ; c(r, z, t) = \frac{\phi}{v} ; d^*(r, z, t) = -\frac{L_c h}{\rho_l c_p v} ; e^*(r, z, t) = \frac{L_c h T_m}{\rho_l c_p v}$$

por lo tanto la ecuación (V.4.1) es

$$a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) + b \frac{\partial T}{\partial z} + c \frac{\partial T}{\partial t} = -d^* T + e^* \quad (\text{V.4.3})$$

se parametrizó de la siguiente forma para la condición inicial:

$$r = \rho ; z = \zeta ; t = 0 ; T = f(\zeta) \quad (\text{V.4.4})$$

el método establece que

$$\frac{dr}{ds} = a(r, z, t) ; \frac{dz}{ds} = b(r, z, t) ; \frac{dt}{ds} = c(r, z, t) \quad (\text{V.4.5})$$

en este caso

$$\frac{dr}{ds} = 1 \quad ; \quad \frac{dz}{ds} = 1 \quad ; \quad \frac{dt}{ds} = \frac{\phi}{v} \quad (\text{V.4.6})$$

La solución de (V.4.6) es:

$$r = s + C_1 \quad ; \quad z = s + C_2 \quad ; \quad t = \frac{\phi}{v} s + C_3 \quad (\text{V.4.7})$$

por otra parte, se tiene que la derivada total compuesta con la solución de (V.4.6) es

$$\frac{dT}{ds} = \frac{d}{ds} T[r(s), z(s), t(s)] = T_r r_s + T_z z_s + T_t t_s = T_r a + T_z b + T_t c = -d' T + e'$$

$$\frac{dT}{ds} = \frac{d}{ds} T[r(s), z(s), t(s)] = \left(T_r + \frac{T}{r} r_s \right) + T_z z_s + T_t t_s = -d' T + e'$$

$$\frac{dT}{ds} = \frac{d}{ds} T[r(s), z(s), t(s)] = T_r + T_z z_s + T_t t_s = -d' T - \frac{T}{r} r_s + e'$$

o sea

$$\frac{dT}{ds} = -\left(d' + \frac{r_s}{r} \right) T + e'(r, z, t)$$

$$\frac{dT}{ds} + \left(d' + \frac{r_s}{r} \right) T = e'(r, z, t)$$

y con (V.4.7),

$$\frac{dT}{ds} + \left(d' + \frac{1}{s + C_1} \right) T = e'(r, z, t) \quad (\text{V.4.8})$$

observando la ecuación (V.4.8), para su solución se tiene que

$$\frac{dT}{ds} + \left(d' + \frac{1}{s + C_1} \right) T = e'(r, z, t)$$

$$T = C_4 e^{-\int \left(d' + \frac{1}{s + C_1} \right) ds} + e^{-\int \left(d' + \frac{1}{s + C_1} \right) ds} \int \left[(e^{\int \left(d' + \frac{1}{s + C_1} \right) ds}) e' \right] ds =$$

$$T = C_4 e^{-(d^*s + \ln(s+C_1))} + e^{-(d^*s + \ln(s+C_1))} e^* \int e^{(d^*s + \ln(s+C_1))} ds =$$

$$T = C_4 e^{-(d^*s + \ln(s+C_1))} + e^{-(d^*s + \ln(s+C_1))} e^* \int e^{(d^*s)} (s+C_1) ds =$$

$$T = \frac{C_4 e^{-d^*s}}{s+C_1} + \frac{e^{-d^*s}}{s+C_1} e^* \left[\frac{e^{d^*s} d^* s - e^{d^*s}}{d^*} + e^{d^*s} C_1 \right]$$

$$T = \frac{C_4 e^{-d^*s}}{s+C_1} + \frac{e^{-d^*s}}{s+C_1} \left(\frac{e^*}{d^*} \right) \left[\frac{e^{d^*s} d^* s - e^{d^*s}}{d^*} + e^{d^*s} C_1 \right]$$

$$T = \frac{C_4 e^{-d^*s}}{s+C_1} + \frac{e^*}{d^* (s+C_1)} \left[\frac{d^* s - 1}{d^*} + C_1 \right] \quad (\text{V.4.9})$$

Imponiendo la condición de que a $s = 0$; corresponde con la condición inicial, entonces con (V.4.4) y de (V.4.7) se tiene:

$$\rho = s + C_1 = 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = \rho \quad , \quad \zeta = s + C_2 = 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = \zeta$$

$$0 = \frac{\phi}{v} s + C_3 = 0 + C_3 \Rightarrow C_3 = 0$$

por lo tanto

$$r = s + \rho \quad ; \quad z = s + \zeta \quad ; \quad t = \frac{\phi}{v} s \quad (\text{V.4.10})$$

siguiendo el desarrollo;

$$T(s=0) = f(\zeta) = G_T \zeta + T_{fria} \quad (\text{V.4.11})$$

sustituyendo el valor de C_1 en la ecuación (V.4.9), ésta queda como

$$T(s) = \frac{C_4 e^{-d^*s}}{s+\rho} + \frac{e^*}{d^* (s+\rho)} \left[\frac{d^* s - 1}{d^*} + \rho \right] \quad (\text{V.4.12})$$

y con (V.4.11) en la ecuación anterior

$$T(s=0) = f(\zeta) = G_T \zeta + T_{frta} = \frac{C_4}{\rho} + \frac{e^{\cdot}}{d^{\cdot} \rho} \left[-\frac{1}{d^{\cdot}} + \rho \right]$$

$$C_4 = \rho \left[G_T \zeta + T_{frta} - \frac{e^{\cdot}}{d^{\cdot} \rho} \left(-\frac{1}{d^{\cdot}} + \rho \right) \right]$$

por lo tanto, sustituyendo el valor de C_4 en la ecuación (V.4.12):

$$T(s) = \frac{\rho \left[G_T \zeta + T_{frta} - \frac{e^{\cdot}}{d^{\cdot} \rho} \left(-\frac{1}{d^{\cdot}} + \rho \right) \right] e^{-d^{\cdot} s}}{s + \rho} + \frac{e^{\cdot}}{d^{\cdot} (s + \rho)} \left[\frac{d^{\cdot} s - 1}{d^{\cdot}} + \rho \right] \quad (\text{V.4.13})$$

De la (V.4.10):

$$s = \frac{v}{\phi} t \quad ; \quad \rho = r - s = r - \frac{v}{\phi} t \quad ; \quad \zeta = z - s = z - \frac{v}{\phi} t \quad (\text{V.4.14})$$

Con la ecuación (V.4.11) y (V.4.14):

$$f(\zeta) = G_T \zeta + T_{frta}$$

$$f\left(z - \frac{v}{\phi} t\right) = G_T \left(z - \frac{v}{\phi} t\right) + T_{frta} \quad (\text{V.4.15})$$

sustituyendo las ecuaciones (V.4.14) y los valores de d^{\cdot} y e^{\cdot} en la (V.4.14), se tiene

$$T = \frac{\left(r - \frac{v}{\phi} t \right) \left[G_T \left(z - \frac{v}{\phi} t \right) + T_{frta} - \frac{\frac{L_c h T_m}{\rho_l c_p v}}{\left(\frac{L_c h}{\rho_l c_p v} \right) \left(r - \frac{v}{\phi} t \right)} \left(-\frac{1}{\frac{L_c h}{\rho_l c_p v}} + r - \frac{v}{\phi} t \right) \right] e^{-\frac{L_c h v}{\rho_l c_p v} t}}{\frac{v}{\phi} t + r - \frac{v}{\phi} t}$$

$$+ \frac{\frac{L_c h T_m}{\rho_l c_p v}}{\frac{L_c h}{\rho_l c_p v} \left(\frac{v}{\phi} t + r - \frac{v}{\phi} t \right)} \left[\frac{\frac{L_c h v}{\rho_l c_p v} t - 1}{\frac{L_c h}{\rho_l c_p v}} + r - \frac{v}{\phi} t \right]$$

$$T = \frac{\left(r - \frac{v}{\phi} t \right) \left[G_T \left(z - \frac{v}{\phi} t \right) + T_{fría} - \frac{T_m}{\left(r - \frac{v}{\phi} t \right)} \left(-\frac{\rho_l c_p v}{L_c h} + r - \frac{v}{\phi} t \right) \right] e^{-\frac{L_c h v}{\rho_l c_p \phi} t}}{r}$$

$$+ \frac{T_m}{r} \left[\frac{v}{\phi} t - \frac{\rho_l c_p v}{L_c h} + r - \frac{v}{\phi} t \right]$$

$$T = \frac{\left(r - \frac{v}{\phi} t \right) \left[G_T \left(z - \frac{v}{\phi} t \right) + T_{fría} - \frac{T_m}{\left(r - \frac{v}{\phi} t \right)} \left(-\frac{\rho_l c_p v}{L_c h} + r - \frac{v}{\phi} t \right) \right] e^{-\frac{L_c h v}{\rho_l c_p \phi} t}}{r} + \frac{T_m}{r} \left[-\frac{\rho_l c_p v}{L_c h} + r \right]$$

$$T = \frac{1}{r} \left(r - \frac{v}{\phi} t \right) \left[G_T \left(z - \frac{v}{\phi} t \right) + T_{fría} - \frac{T_m}{\left(r - \frac{v}{\phi} t \right)} \left(-\frac{\rho_l c_p v}{L_c h} + r - \frac{v}{\phi} t \right) \right] e^{-\frac{L_c h v}{\rho_l c_p \phi} t} + \frac{T_m}{r} \left[-\frac{\rho_l c_p v}{L_c h} + r \right]$$

(V.4.16)

La ecuación (V.4.16) representa la temperatura en cualquier punto de la fractura y a cualquier tiempo dentro del yacimiento. En dicha ecuación se puede comprobar de manera inmediata que efectivamente satisface la condición inicial dada por la ecuación V.4.2, así como las condiciones de frontera dadas en (iii).

En realidad los yacimientos no se explotan a presión constante y las propiedades del fluido en la fractura no permanecen constantes en el tiempo y tampoco en espacio. Si se supone que en un instante y en un punto las propiedades son constantes, entonces la ecuación anterior puede aplicarse en forma discreta.

Se observa que a tiempos largos, el primer término de la ecuación (V.4.16) se elimina; quedando únicamente el segundo. Este último correspondería a la parte estacionaria del problema, en la cual se observa que la dependencia es únicamente de la posición en "r". Por lo tanto si la posición en "z" está involucrada en la parte transitoria, es factible que el equilibrio vertical de temperatura en la fractura se establezca cuando termine dicho periodo. Si el periodo transitorio es "pequeño"; entonces el equilibrio vertical de T será muy rápido, y viceversa.

CAPÍTULO VI.

APLICACIONES

Las aplicaciones donde este fenómeno se desee representar son muy diversas. Es posible usar estos principios para determinar el efecto que puede causar en los yacimientos al abrir un pozo a producción, a inyección, o bien en la implantación de un sistema de recuperación mejorada mediante algún tratamiento térmico, como por ejemplo una combustión in situ o la inyección de algún fluido caliente.

Otra aplicación puede ser en el mismo pozo, en donde el objetivo que se persigue es determinar la variación de la temperatura con respecto a z y a x para ubicar el comportamiento del flujo de calor o bien cuantificar el ritmo de flujo de calor por convección y por conducción, y así contemplar las expectativas futuras de operación para dicho pozo. En la sección VI.2 se mostrará un planteamiento y un programa de flujo de calor ya publicado que puede ser útil para este caso.

VI.1 Gradiente Composicional.

Hasta este momento se han comentado algunas cuestiones de convección térmica principalmente. En cuanto a la variación de la concentración no se abordó debido a que el problema es mucho más complejo a medida que se incluyen los gradientes de concentración (además de los de temperatura) y aún más cuando también se incluyen los efectos de la presión. Desde luego que el problema completo es abarcar los tres gradientes: presión, composición y temperatura. Pero el objetivo de este trabajo no pretende alcanzar tal generalidad.

Tratando de aproximar el efecto del gradiente de temperatura y el gradiente de concentración verticales en un yacimiento fracturado, se elaboró un programa que calcula el gradiente composicional vertical tomando condiciones de referencia a cierta profundidad. Dicho programa fue desarrollado para una mezcla de dos componentes y es posible calcular la composición hacia arriba del punto de referencia o bien hacia abajo. El programa se basa en el equilibrio de fugacidades a diferentes profundidades, la teoría se tomó del libro de Firoozabadi enunciado en la referencia 39 en donde presenta un ejemplo de aplicación considerando la columna de líquido a temperatura constante. Para nuestro caso la columna de líquido se considera a temperatura variable, tal como se explica a continuación.

Para tratar de visualizar el problema se corrió un programa que calcula la composición a diferentes profundidades con diferentes temperaturas. Considerando inicialmente que se tiene una profundidad de referencia y a esa profundidad se tiene también la presión y la temperatura; así como la composición de la mezcla en fase líquida, entonces tomando la siguiente información:

- mezcla considerada de metano y normal butano (C_1 y nC_4)
- 27.27 % mol de C_1 y 72.73 % mol de nC_4
- presión a la profundidad de referencia 1300 psia
- temperatura en toda la columna de líquido se supone de 220 °F

Se calculó la composición de la mezcla C_1 / nC_4 para las profundidades de -1000, -2000, -3000, -4000, -5000 y -7000 pies de profundidad, tomando como referencia que a cero profundidad se tomó la información de arriba. Cero profundidad significa que es el punto de referencia donde se toma la medición de la información, este punto se encuentra posiblemente a la profundidad del intervalo disparado o bien es el nivel de la superficie terrestre (para el caso de la variación composicional dentro del pozo). Para la solución se toma como base la ecuación³⁹:

$$f_i = f_i^0 e^{\left(-\frac{M_i}{RT} K^z\right)} \quad i = 1, \dots, c. \quad \text{VI.1.1}$$

Con la ecuación VI.1.1 se obtienen las fugacidades para diferentes componentes i de una fase, esta ecuación está en función de la posición debido a que se conoce la presión y la composición a una profundidad de referencia, también es posible calcular la presión y la composición a cualquier profundidad mediante:

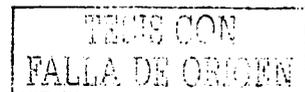
$$f_i = f_i(T, p, y_1, y_2, \dots, y_{c-1}) - f_i^0(T, p^0, y_1^0, y_2^0, \dots, y_{c-1}^0) e^{\left(-\frac{M_i}{RT} K^z\right)} = 0 \quad i = 1, \dots, c \quad \text{VI.1.2}$$

Sujeta a la ecuación de restricción,

$$\sum_{i=1}^c y_i = 1 \quad \text{VI.1.3}$$

Donde las incógnitas son la presión y la composición a la profundidad deseada. Se usa generalmente el método iterativo de Newton para resolver el sistema de ecuaciones y la ecuación de estado de Peng – Robinson para calcular los parámetros necesarios del fluido.

Con el objetivo de validar la ejecución del programa se usaron los datos mencionados arriba y los resultados del programa se compararon con los



resultados del libro³⁹. La Figura VI.1.1 muestra la variación de la composición del metano (fase líquida) con respecto a la profundidad.

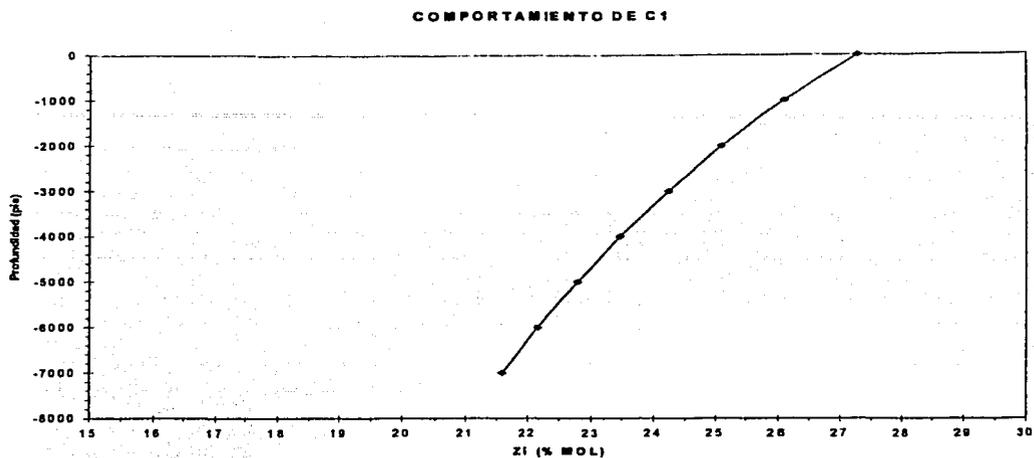


Figura VI.1.1. Comportamiento de la variación del metano para una $T=220$ °F constante.

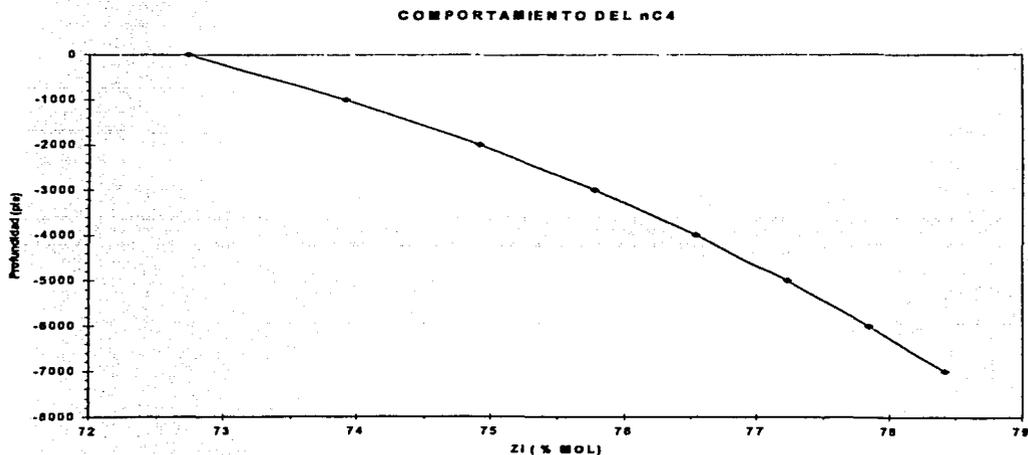


Figura VI.1.2. Comportamiento de la variación del nC₄ para una $T=220$ °F constante.

Del mismo modo se muestran las Figuras VI.1.2 y VI.1.3 para el nC₄ (fase líquida) y la presión, respectivamente. La Tabla VI.1.1 proporciona la información calculada por el programa, la cual fue empleada para hacer las gráficas de las figuras mencionadas.

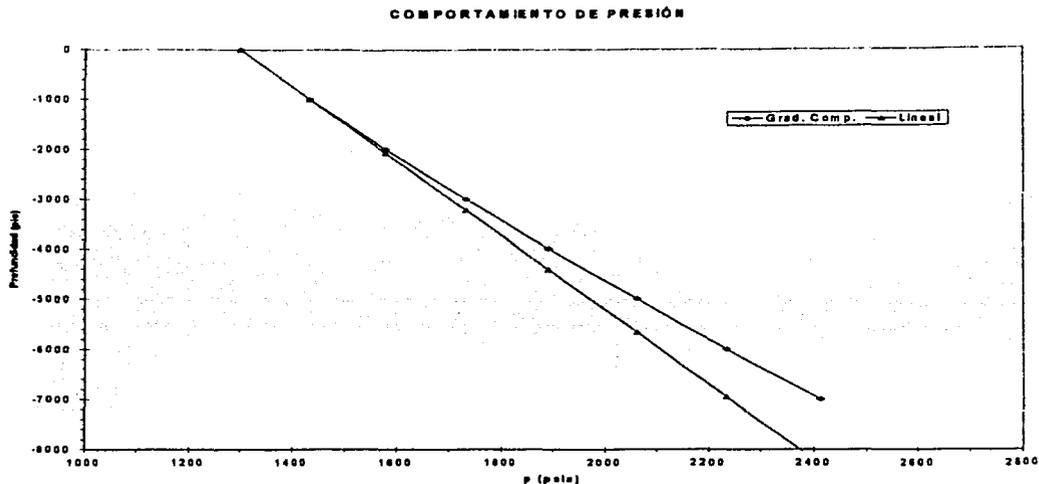


Figura VI.1.3. Comparación entre la variación del comportamiento de la presión con influencia del gradiente composicional y el comportamiento lineal.

p (psia)	C1 (% mol)	nC4 (% mol)	Prof. (pie)
1300	27.27	72.73	0
1434.19	26.0835	73.9164	-1000
1578.77	25.0891	74.9109	-2000
1732.01	24.2281	75.7719	-3000
1892.69	23.466	76.534	-4000
2059.92	22.7806	77.2194	-5000
2233	22.1565	77.8435	-6000
2411.39	21.5829	78.4171	-7000

Tabla VI.1.1. Valores de p y concentración calculados por el programa a cada profundidad.

La Figura VI.1.1 muestra el perfil de la composición del metano con respecto a la profundidad y se observa que la cantidad de dicho componente disminuye conforme se incrementa la profundidad, manteniendo la temperatura constante (220 °F). La Figura VI.1.2 muestra el comportamiento de la composición del normal butano, aquí se observa que el nC_4 aumenta conforme se incrementa la profundidad. Finalmente, en la Figura VI.1.3, se presenta el comportamiento de la presión con respecto a la profundidad; donde se establece una diferencia entre los perfiles al considerar una variación lineal y la influencia del gradiente composicional. Con respecto a la variación lineal de presión, se tomaron los dos primeros puntos (en profundidad 0 y -1000 ft) y se obtuvo la pendiente que se utilizó posteriormente en cada profundidad (-2000, -3000, . . . , -7000). Para el perfil de presión que se encuentra bajo la influencia del gradiente composicional, el programa lo calcula. Las últimas tres figuras exhiben un comportamiento normal debido a que en el sistema C_1/nC_4 , por segregación gravitacional el metano va disminuyendo conforme aumenta la profundidad porque posee menor peso molecular que el normal butano. Por lo tanto el nC_4 se incrementa conforme aumenta la profundidad. Este es un comportamiento normal cuando el proceso se lleva a cabo de manera isotérmica y existe segregación gravitacional. Es importante recalcar que este caso se manejó en fase líquida, esta es otra razón por la cual el metano disminuye con la profundidad. En estos términos la mezcla se hace más pesada conforme aumenta la profundidad. En el proceso de convección explicado en el Capítulo 2 se mencionó que en la zona de gasificación se liberan los componentes ligeros, la cima de esta zona correspondería al cero marcado en el eje de la profundidad en las Figuras VI.1.1 a VI.1.3. Cuando se presenta el proceso de convección, la pendiente de la curva mostrada en la Figura VI.1.1 cambia de signo en la zona cercana al cero de profundidad. Debido a que se libera el metano provocando que el normal butano incremente su concentración y en consecuencia se torne una mezcla más pesada que la que se encuentra a mayor profundidad. En este sentido la permeabilidad (horizontal y vertical) es un factor importante a considerar, porque la rapidez de difusión tanto térmica como másica depende en gran medida de este parámetro (de manera indirecta). Debido a que el flujo de fluidos (y calor) ocurre(n) más rápidamente en el medio continuo que en el discontinuo. Dado que el sistema que cuenta con mayor permeabilidad es el fracturado (medio continuo), entonces es factible que los procesos de difusión y convección se lleven a cabo más rápidamente en este medio que en el de matriz (discontinuo). Así, los efectos del gradiente de temperatura vertical u horizontal dependen también de la permeabilidad.

Se pueden comparar las Figuras VI.1.1 a VI.1.3 con la Figura 2.34 en el capítulo 2 del libro de Firoozabadi³⁹, es posible percatarse que las gráficas son muy similares; por lo tanto el programa funciona de manera correcta. A continuación se presenta la Figura VI.1.3.A que es el resultado que presenta el autor en la Figura 2.34.

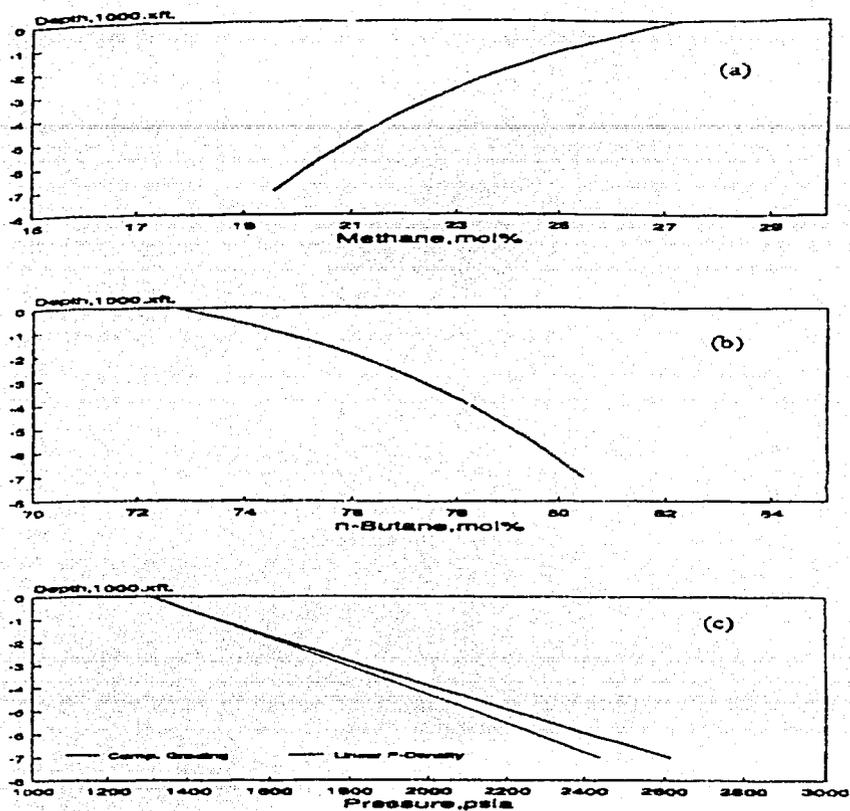


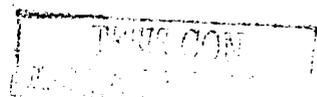
Figura VI.1.3.A³⁹. Gradiente composicional del sistema metano/normal butano a $T = 220^{\circ}\text{F}$

Con la finalidad de obtener el efecto que tiene la temperatura sobre el comportamiento composicional. Ahora se toma la misma información que del caso anterior solo que variando la temperatura de acuerdo como lo muestra la Tabla VI.1.2 y en el rango de z de 0 a -7000 ft. Considerando una variación vertical de la temperatura de 2 °C por cada 150 m o lo que es lo mismo por cada 500 ft aproximadamente. Se muestra la temperatura a diferentes escalas únicamente para percibir las diferencias entre las cantidades numéricas y para alimentar al programa, ya que éste utiliza °R.

T (°C)	T (°F)	T (°R)	Prof. (pie)
104.4444	220	679.7	0
106.0000	248.4000	708.1	-500
108.0000	252.0000	711.7	-1000
110.0000	255.6000	715.3	-1500
112.0000	259.2000	718.9	-2000
114.0000	262.8000	722.5	-2500
116.0000	266.4000	726.1	-3000
118.0000	270.0000	729.7	-3500
120.0000	273.6000	733.3	-4000
122.0000	277.2000	736.9	-4500
124.0000	280.8000	740.5	-5000
126.0000	284.4000	744.1	-5500
128.0000	288.0000	747.7	-6000
130.0000	291.6000	751.3	-6500
132.0000	295.2000	754.9	-7000

Tabla VI.1.2. Temperaturas a diferentes profundidades.

El proceso se llevó a cabo de la siguiente manera. Utilizando el programa se calcula el gradiente tomando como datos la composición, presión y temperatura a cero profundidad (es la referencia inicial), posteriormente se obtiene la presión y la composición a cada profundidad con cada una de las temperaturas, es decir en el primer cálculo se obtiene un gradiente de composición y de presión tomando como referencia los parámetros a cero profundidad, al realizar este paso se obtuvieron los valores de presión y composición a la primera profundidad (diferente de cero) donde se tiene también el dato de temperatura (diferente a la temperatura que se tiene a cero profundidad); en este punto ahora se conoce la presión, composición, profundidad y temperatura por lo tanto se puede utilizar como nuevo plano de referencia para ejecutar nuevamente el cálculo del gradiente de presión y composición, el proceso se repite hasta la profundidad n-1. Como puede verse lo único que se hace es cambiar el punto de referencia en cada profundidad (donde se tiene la temperatura) con la composición y presión calculadas en la referencia anterior. La Tabla VI.1.3 presenta la secuencia de lo mencionado.



T (°C)	T (°F)	T (°R)	C1 (%mol)	nC4 (%mol)	p (psia)	Prof.(pie)	Información
104.4444	220	679.7	27.27	72.73	1300	0	Pto. Ref. 1
			Cálculo 1	Cálculo 1	Cálculo 1	-500	
			Cálculo 1	Cálculo 1	Cálculo 1	-1000	
			
			
			
			.	.	.	-7000	
106.0000	248.4000	708.1	Cálculo 1	Cálculo 1	Cálculo 1	-500	Pto. Ref. 2
			Cálculo 2	Cálculo 2	Cálculo 2	-1000	
			
			
			
			.	.	.	7000	
108.0000	252.0000	711.7	Cálculo 2	Cálculo 2	Cálculo 2	-1000	Pto. Ref. 3
.	.	.	Cálculo 3	Cálculo 3	Cálculo 3	.	.
.
.
132.0000	295.2000	754.9	.	.	.	-7000	

Tabla VI.1.3. Secuencia del cálculo con temperatura variable en la columna de líquido.

Considerando variación de la temperatura en dirección vertical se calcula una aproximación del gradiente composicional con respecto a la profundidad, entonces, con esto se obtiene la presión y la composición en función de la temperatura y la posición en z. Las Figuras VI.1.4 a VI.1.6 muestran la forma de los gradientes con temperatura variable, la Tabla VI.1.4 tiene los valores calculados para temperatura variable.

p (psia)	C1	nC4	Prof. (pie)
1300	27.27	72.73	0
1434.19	26.0835	73.9164	-1000
1572.97	24.7673	75.2327	-2000
1720.7	23.6376	76.3624	-3000
1876.04	22.647	77.353	-4000
2038	21.7647	78.2353	-5000
2205.81	20.9697	79.0304	-6000
2345.4	20.2674	79.7326	-7000

Tabla VI.1.4. Gradientes de concentración considerando la temperatura variable en la columna de líquido.

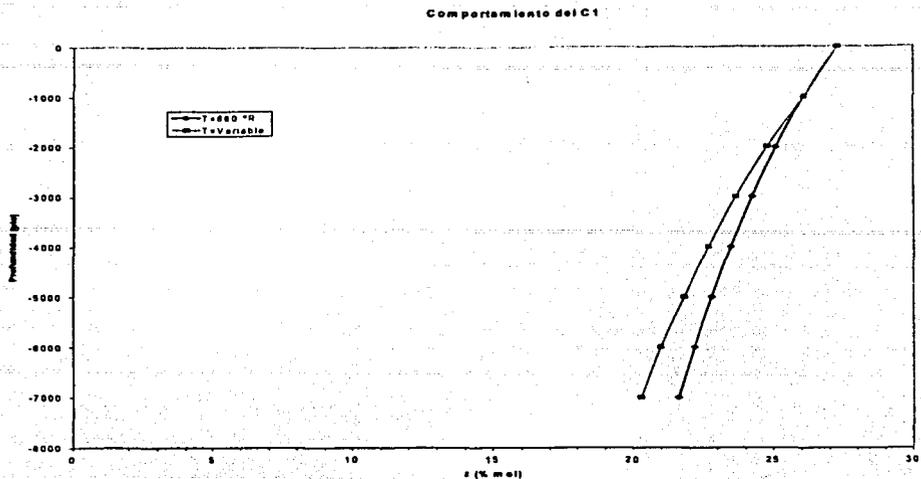


Figura VI.1.4. Gradientes calculados para el metano temperatura constante y variable.

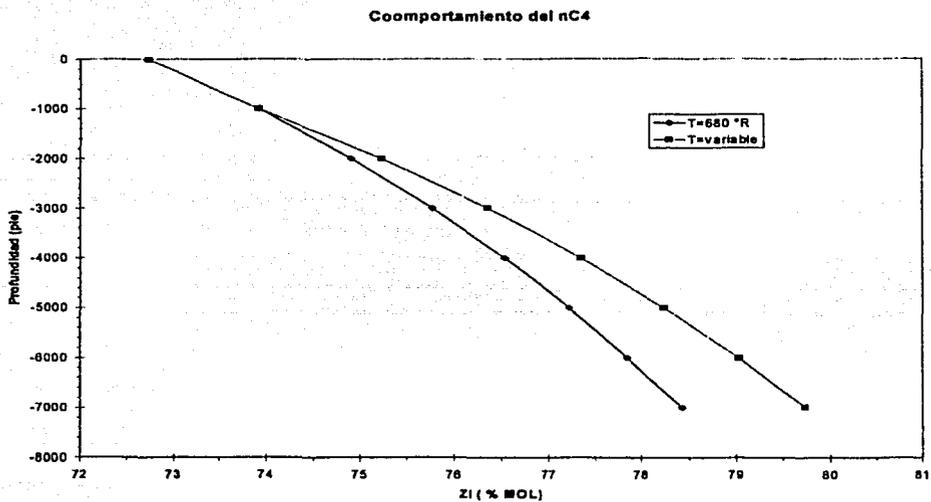


Figura VI.1.5. Gradientes calculados para el normal butano a temperatura constante y variable

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

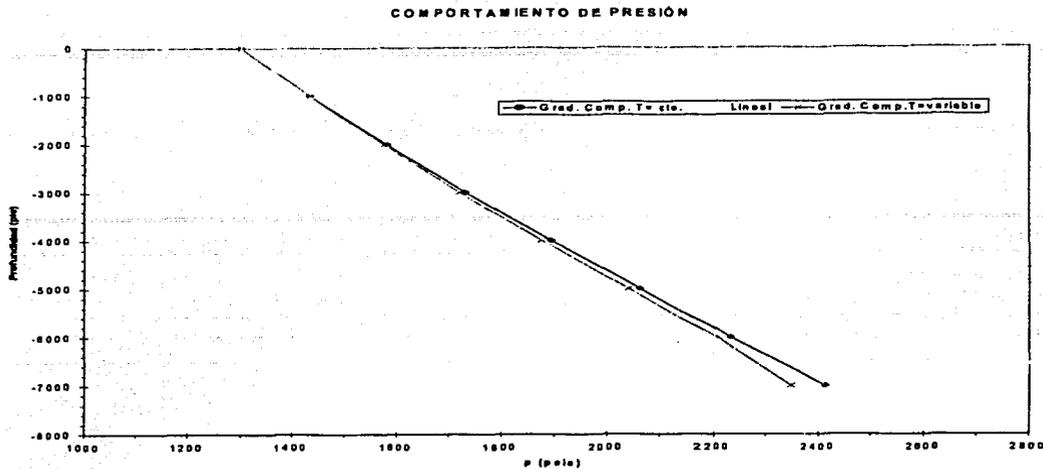


Figura VI.1.6. Gradientes de presión calculados para temperatura constante y variable.

La presión está en función de la temperatura de manera indirecta. Debido a que el programa calcula el equilibrio de fugacidades con base en las condiciones de temperatura y presión de referencia, es posible determinar la composición y la presión a otras profundidades; por lo tanto ambas incógnitas están en función de la temperatura y se puede decir que la concentración es el parámetro que liga a la presión y a la temperatura del sistema.

Se ha visto el cambio de la temperatura con respecto a z (profundidad) y sus efectos en la composición y la presión de una mezcla de dos componentes (C_1 / nC_4). Si ahora se considera que existe una variación de la temperatura en x ; entonces se toman las propiedades de referencia en ese punto y se realiza el mismo procedimiento de cálculo para determinar los perfiles de presión y concentración; esto se puede realizar para un campo completo de tal manera que (si se conoce la distribución areal de temperaturas) es posible conocer la distribución de la concentración areal y verticalmente y con esta información ubicar las zonas propensas a la existencia o generación del fenómeno de convección, por medio de la observación y el análisis de la distribución areal y vertical de los componentes ligeros.

En la Figura VI.1.4 se observa que la concentración del metano disminuye con la profundidad para ambos casos (temperatura constante y variable), este comportamiento se debe a que las condiciones son de explotación del yacimiento en la zona de gasificación, comentada en el capítulo 2 de este trabajo. Si se consideran condiciones de equilibrio hidráulico ($p = cte.$) pero no térmico; entonces el comportamiento esperado será un incremento en la composición del metano a

medida que la profundidad aumenta, porque los componentes ligeros de la zona de gasificación ya fueron extraídos durante la etapa de explotación y en esta etapa de equilibrio hidráulico el líquido que se encuentra a mayor profundidad que la zona de gasificación, aún conserva sus componentes ligeros y debido a la inestabilidad térmica existen inestabilidades en la composición, las cuales tenderán a estabilizarse provocando con esto el flujo de corrientes convectivas en el yacimiento.

Aún en la etapa de explotación existe la zona de bajosaturación donde se encuentra el líquido con alto contenido de componentes ligeros que "buscan" el equilibrio másico a las condiciones de presión y temperatura en ese momento y si estos parámetros varían continuamente de forma independiente o conjugada, entonces dicho equilibrio nunca se establece.

VI.2 Ritmo de flujo de calor constante a través de una pared.

Existe información acerca del proceso de convección que es de utilidad para los profesionales dedicados al estudio de este tipo de problemas. Debido a la generalidad del concepto es necesario el enfoque a las aplicaciones específicas de la Ingeniería Petrolera (yacimientos, producción, etc.). Un problema que es aplicable a la rama de producción es el presentado por Schiesser⁴² donde establece la solución al problema de flujo de un fluido con ritmo de flujo de calor constante en la frontera externa considerando el mecanismo conductivo y convectivo. La figura VI.2.1 muestra un esquema del problema estudiado.

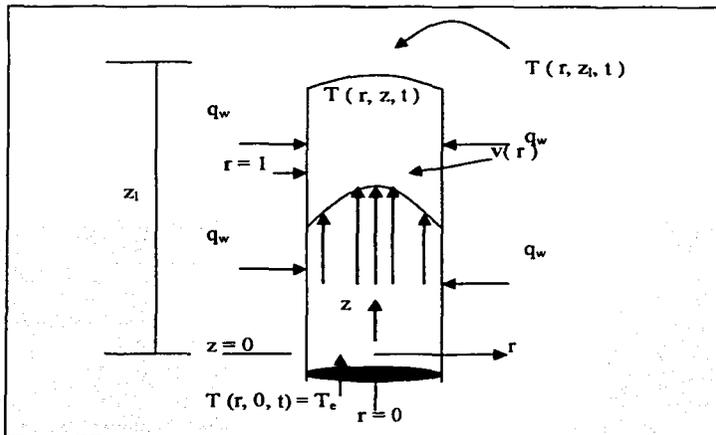


Figura VI.2.1. Modelo físico del problema planteado

La figura anterior consiste de un tubo circular donde en su interior fluye un fluido en régimen laminar y en su pared cruza un ritmo de flujo de calor constante (q_w).

La ecuación considerada inicialmente es:

$$\rho c_p v(r) \frac{\partial T}{\partial z} = k \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad \text{VI.2.1}$$

esta ecuación está sujeta a las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial T(0, z)}{\partial r} = 0 \quad \text{VI.2.2}$$

$$-k \frac{\partial T(r_0, z)}{\partial r} = q_w \quad \text{VI.2.3}$$

$$T(r, 0) = T_1 = \frac{q_w r_0}{z} \quad \text{VI.2.4}$$

El autor⁴² realiza un balance de energía tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

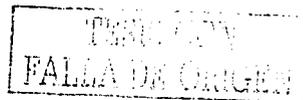
- fluido Newtoniano
- flujo laminar
- mecanismo de transporte de calor por convección únicamente en la dirección z con velocidad v_z .
- mecanismo de transporte calor por conducción únicamente en la dirección r con conductividad térmica k .
- las propiedades físicas son constantes
- la velocidad, v_z , está en función de la posición radial, r , que es $v_z = 2 v_{avg} (1 - (r / r_0)^2)$.

y llegó a

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -v_z \frac{\partial T}{\partial z} + \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad \text{VI.2.4A}$$

donde α está definida en la ecuación VI.2.5.

Este problema se puede considerar como un pozo productor vertical en el cual fluye líquido (aceite) y se desea obtener el perfil de temperaturas a diferentes tiempos; es decir, la variación de la temperatura en función de la posición y del tiempo. Como puede observarse se trata de un problema en forma dinámica. Hasta la sección anterior se abordó el problema de forma "estática", en este problema existe el tiempo que es uno de los parámetros más importantes para el



análisis de los problemas relacionados no solo con la temperatura sino que también con algunos otros como pueden ser la presión, concentración, etc. La variación de la temperatura con respecto al tiempo es, muchas veces, la etapa previa fundamental para estudiar el comportamiento de otro(s) fenómeno(s).

La solución del problema planteado se muestra en función de variables adimensionales dada por:

$$\frac{\partial T''}{\partial t'} = -P_e v'(r') \frac{\partial T''}{\partial z'} + \alpha \left[\frac{\partial^2 T''}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial T''}{\partial r'} \right] \quad \text{VI.2.5}$$

donde

$$P_e = \frac{v_{avg} r_0}{\alpha}$$

α es la difusividad térmica dada por $\alpha = k / (\rho C_p)$. Para mayor detalle del proceso de solución ver la referencia 42. La ecuación VI.2.5 se resuelve de forma numérica junto con dos condiciones de frontera adimensionales en r y una en z , además de la condición inicial.

$$T(r, z, 0) = 1 \quad \text{VI.2.6}$$

$$\frac{\partial T(0, z, t)}{\partial r} = 0 \quad \text{VI.2.7}$$

$$\frac{\partial T(1, z, t)}{\partial r} = 1 \quad \text{VI.2.8}$$

$$T(r, 0, t) = \frac{T_1}{q_w r_0 / k} \quad \text{VI.2.9}$$

El programa también se proporciona en la referencia ya citada y a manera de ejemplo se corrieron dos casos que muestran el comportamiento de la temperatura adimensional; para una malla r - z de 11×31 y posteriormente para otra de 11×91 nodos. En las figuras que a continuación se presentan se usa la variable u en el eje de las ordenadas, en lugar de T' , para denotar la variable dependiente. Se utiliza la variable u en lugar de la temperatura adimensional T' .

La información usada para correr el programa fue inicialmente una malla de 30 nodos en dirección z y el número de Peclet igual a 60, con intervalos de tiempo (adim.) de 0.1. En la segunda corrida se utilizó una malla de 90 nodos en dirección axial y con los mismos datos de la corrida anterior.

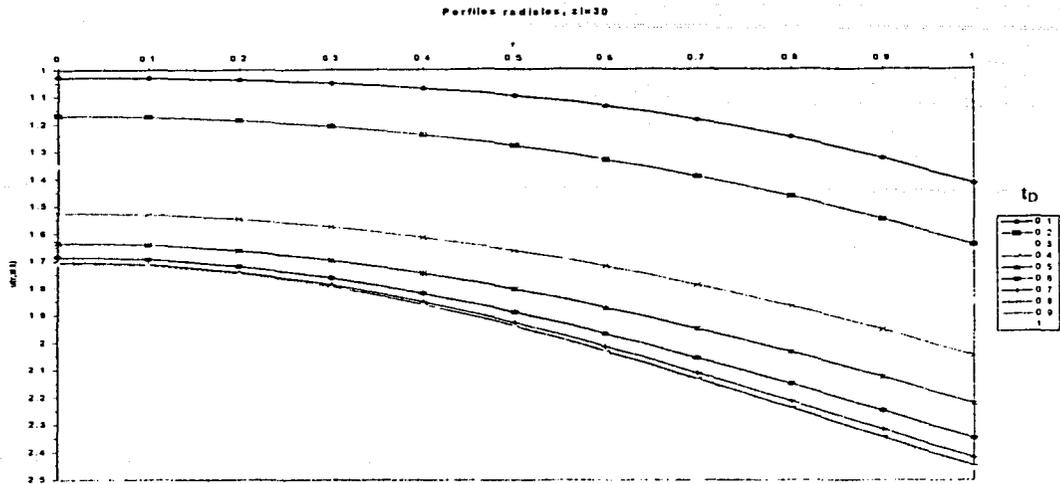


Figura VI.2.2. Perfiles radiales de temperatura para $z_l = 30$ a diferentes tiempos adimensionales.

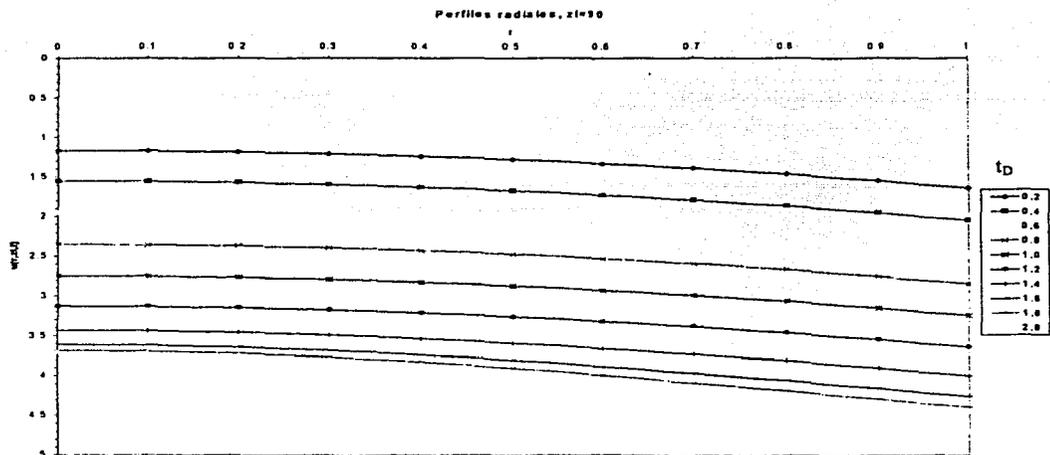


Figura VI.2.3. Perfiles radiales de temperatura para $z_l = 90$ a diferentes t_D .

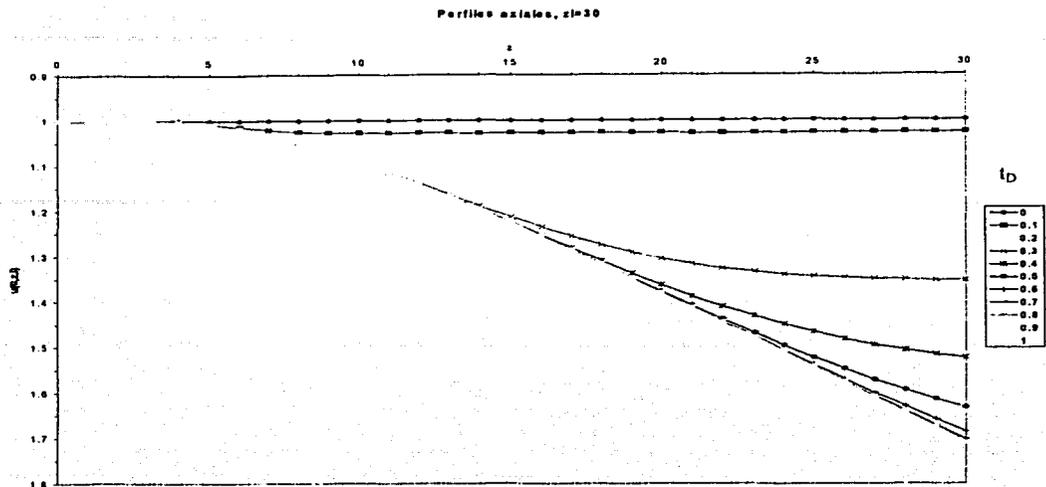


Figura VI.2.4. Perfiles de temperatura axiales para $z1 = 30$ nodos.

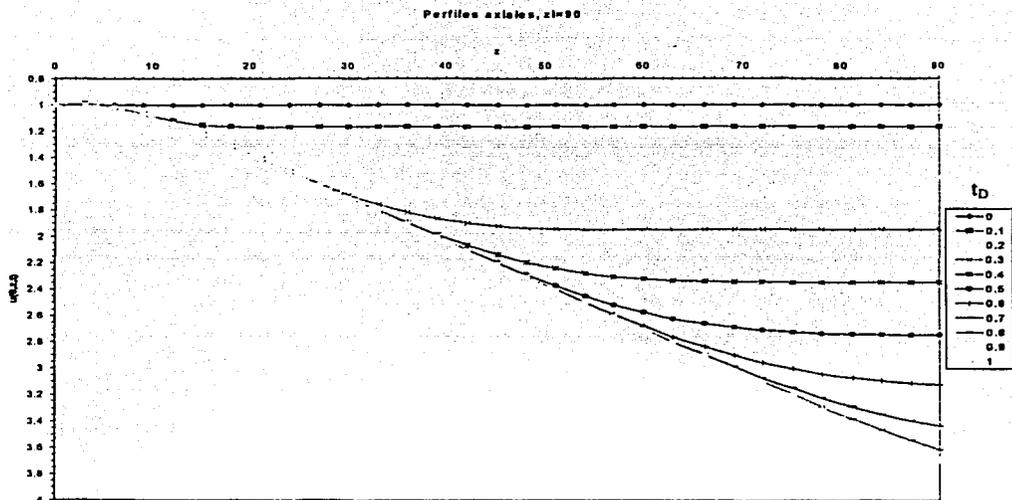


Figura VI.2.5. Perfiles de temperatura axiales para $z1 = 90$ nodos.

La tabla VI.2.1 contiene los resultados usados para la construcción de las gráficas presentadas para los perfiles radiales y la VI.2.2 para los axiales. En las figuras anteriores z_l corresponde a la longitud total considerada en dirección z (ver Figura VI.2.1). En la primera solución el tiempo cubre el intervalo de cero a uno, con cambios de 0.1. En las Figuras VI.2.2 y VI.2.3 se observa que a tiempos largos, los perfiles radiales aumentan su temperatura conforme se incrementa z . El incremento de temperatura, a tiempos largos, se debe a la entrada continua de calor dada por la condición de frontera (adimensional) VI.2.8. En las Figuras VI.2.4 y VI.2.5 se nota que para tiempos cortos y z grande la pendiente es aproximadamente cero ($\frac{\partial u}{\partial z} \approx 0$), lo cual indica que los términos en dirección

radial es igual al término transitorio ($\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial t}$), por lo tanto el ritmo de flujo de calor neto, en dirección radial, es igual al calor acumulado. Por otra parte es

Perfiles Radiales de $u(r, z_l, t)$

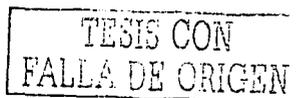
$z_l = 30$ nodos

radio, r	tiempo, t									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	1.0269	1.16795	1.35405	1.5245	1.63395	1.68626	1.70422	1.70842	1.70904	1.70909
0.1	1.02919	1.1723	1.35882	1.52985	1.64082	1.69465	1.71353	1.7181	1.71881	1.71888
0.2	1.03632	1.18542	1.37343	1.54697	1.66249	1.72054	1.74189	1.74738	1.74831	1.7484
0.3	1.04906	1.2075	1.39777	1.57499	1.69757	1.76246	1.78797	1.79509	1.79642	1.79657
0.4	1.06864	1.23887	1.43199	1.61373	1.74526	1.81914	1.85035	1.85983	1.86178	1.86204
0.5	1.09662	1.2799	1.47609	1.66237	1.80383	1.88831	1.92666	1.93931	1.94218	1.94259
0.6	1.13474	1.33101	1.53022	1.72083	1.8723	1.96808	2.01451	2.031	2.03505	2.03568
0.7	1.18473	1.39259	1.59443	1.78849	1.94904	2.05583	2.11068	2.13146	2.13695	2.13789
0.8	1.24805	1.46495	1.66883	1.86554	2.03348	2.14979	2.21229	2.23722	2.24419	2.24546
0.9	1.32577	1.54831	1.75345	1.95167	2.12451	2.24753	2.31575	2.34396	2.35217	2.35375
1	1.41831	1.64275	1.84834	2.04744	2.22225	2.34783	2.41819	2.44758	2.45623	2.4579

$z_l = 90$ nodos

radio, r	tiempo, t									
	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0	1.16795	1.55096	1.95005	2.34998	2.74936	3.13054	3.43473	3.61336	3.68546	3.70478
0.1	1.1723	1.55592	1.95505	2.35498	2.75421	3.13558	3.44098	3.62126	3.6946	3.71445
0.2	1.18542	1.57082	1.97004	2.36998	2.76929	3.15174	3.46064	3.64567	3.72241	3.74368
0.3	1.2075	1.59566	1.99503	2.39499	2.79434	3.17837	3.49275	3.68538	3.76767	3.79131
0.4	1.23887	1.63047	2.03002	2.42999	2.82948	3.21554	3.5369	3.73942	3.82909	3.85596
0.5	1.2799	1.67526	2.07501	2.47499	2.87456	3.26272	3.59191	3.80593	3.90451	3.9354
0.6	1.33101	1.73005	2.13	2.52999	2.92969	3.31999	3.65717	3.88338	3.99169	4.02713
0.7	1.39259	1.79487	2.19499	2.595	2.99474	3.38683	3.73144	3.96945	4.08758	4.12778
0.8	1.46495	1.86973	2.26999	2.67	3.06983	3.46342	3.8142	4.06239	4.18925	4.23383
0.9	1.54831	1.95464	2.35498	2.755	3.15484	3.54936	3.90433	4.15974	4.29301	4.34091
1	1.64275	2.04961	2.44998	2.85	3.24998	3.64507	4.00168	4.25983	4.3955	4.44463

Tabla VI.2.1. Información de temperatura calculada por el programa para $z_l = 30$ y 90 nodos.



posible observar que en el caso de $z_l = 90$ (Figura VI.2.5), los perfiles tardan más en alcanzar el régimen permanente que los mostrados en la Figura VI.2.4 ($z_l = 30$). Es claro que entre menos nodos se consideren la definición del problema es menor, lo cual puede hacer imperceptibles detalles relevantes. Pero es evidente que la comparación entre resultados usando mallas diferentes permite analizar de forma completa el problema y con la definición deseada. Como es el caso de los perfiles radiales, donde se observa que para $z_l=30$ (Figura VI.2.2) la variación de la pendiente de los perfiles es mayor que la mostrada para el caso de $z_l=90$ (Figura VI.2.3).

Perfiles axiales de $u(0, z, t)$

$z_l = 30$ nodos

Nodo z	tiempo, t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1.00047	1.00032	1.00032	1.00032	1.00032	1.00032	1.00032	1.00032	1.00032	1.00032	1.00032
2	1	0.99985	1.00006	1.00001	1.00001	1.00001	1.00001	1.00001	1.00001	1.00001	1.00001	1.00001
3	1	1.00006	1.00034	1.00027	1.00028	1.00028	1.00028	1.00028	1.00028	1.00028	1.00028	1.00028
4	1	1.00263	1.0026	1.00258	1.00258	1.00258	1.00258	1.00258	1.00258	1.00258	1.00258	1.00258
5	1	1.00783	1.0081	1.00812	1.0081	1.00811	1.00811	1.00811	1.00811	1.00811	1.00811	1.00811
6	1	1.01445	1.01748	1.01746	1.01744	1.01744	1.01744	1.01744	1.01744	1.01744	1.01744	1.01744
7	1	1.0206	1.03063	1.03062	1.03061	1.0306	1.03061	1.03061	1.03061	1.03061	1.03061	1.03061
8	1	1.02483	1.0468	1.04727	1.04726	1.04725	1.04725	1.04725	1.04725	1.04725	1.04725	1.04725
9	1	1.02681	1.06481	1.06693	1.06691	1.06691	1.06691	1.06691	1.06691	1.06691	1.06691	1.06691
10	1	1.02722	1.08335	1.08905	1.0891	1.08909	1.08909	1.08909	1.08909	1.08909	1.08909	1.08909
11	1	1.02699	1.1012	1.113	1.11338	1.11337	1.11337	1.11337	1.11337	1.11337	1.11337	1.11337
12	1	1.02679	1.11742	1.13806	1.13937	1.13936	1.13936	1.13936	1.13936	1.13936	1.13936	1.13936
13	1	1.02678	1.13145	1.1635	1.1667	1.16676	1.16675	1.16675	1.16675	1.16675	1.16675	1.16675
14	1	1.02686	1.14299	1.18859	1.19503	1.19529	1.19528	1.19528	1.19528	1.19528	1.19528	1.19528
15	1	1.02691	1.15204	1.21269	1.22395	1.22473	1.22473	1.22473	1.22473	1.22473	1.22473	1.22473
16	1	1.02691	1.15871	1.23528	1.25309	1.25489	1.25493	1.25493	1.25493	1.25493	1.25493	1.25493
17	1	1.0269	1.16328	1.25598	1.28202	1.28556	1.28573	1.28573	1.28573	1.28573	1.28573	1.28573
18	1	1.02689	1.16606	1.27455	1.31034	1.31656	1.31701	1.31702	1.31701	1.31701	1.31701	1.31701
19	1	1.02689	1.16747	1.29089	1.33768	1.34765	1.34867	1.3487	1.3487	1.3487	1.3487	1.3487
20	1	1.02689	1.16799	1.30497	1.36372	1.37862	1.38059	1.3807	1.38069	1.38069	1.38069	1.38069
21	1	1.02689	1.16803	1.31687	1.3882	1.40922	1.41268	1.41295	1.41295	1.41295	1.41295	1.41295
22	1	1.02689	1.16794	1.32671	1.41093	1.4392	1.44482	1.4454	1.44542	1.44541	1.44541	1.44541
23	1	1.02689	1.16788	1.33465	1.43178	1.46834	1.47688	1.47798	1.47805	1.47805	1.47805	1.47805
24	1	1.02689	1.16789	1.34087	1.45067	1.49641	1.50871	1.51066	1.51081	1.51081	1.51081	1.51081
25	1	1.02689	1.16793	1.34559	1.46758	1.52322	1.54017	1.54335	1.54368	1.54369	1.54369	1.54369
26	1	1.02689	1.16796	1.34901	1.48254	1.54862	1.57109	1.57599	1.57661	1.57665	1.57665	1.57665
27	1	1.02689	1.16797	1.35136	1.49562	1.57247	1.60131	1.6085	1.6096	1.60968	1.60968	1.60968
28	1	1.02689	1.16796	1.35284	1.50689	1.59468	1.63067	1.64078	1.64259	1.64277	1.64278	1.64278
29	1	1.02689	1.16795	1.35367	1.51647	1.61518	1.65904	1.67272	1.67554	1.6759	1.67592	1.67592
30	1	1.0269	1.16795	1.35405	1.5245	1.63395	1.68626	1.70422	1.70842	1.70904	1.70909	1.70909

Tabla VI.2.2. Información de temperatura calculada por el programa para $z_l=30$ y 90 nodos.

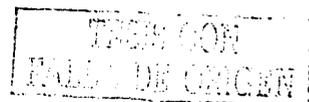
zl = 90 nodos

Nodo z	tiempo. t										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	0.99273	0.99768	0.99681	0.99692	0.9969	0.9969	0.9969	0.9969	0.9969	0.9969
6	1	1.01895	1.01736	1.01779	1.01763	1.01766	1.01765	1.01765	1.01765	1.01765	1.01765
9	1	1.06844	1.06608	1.06751	1.06716	1.06721	1.0672	1.0672	1.0672	1.0672	1.0672
12	1	1.11867	1.1386	1.13951	1.13931	1.13931	1.13931	1.13931	1.13931	1.13931	1.13931
15	1	1.15223	1.22393	1.22476	1.22491	1.22483	1.22484	1.22484	1.22484	1.22484	1.22484
18	1	1.1665	1.31045	1.31703	1.31736	1.31724	1.31725	1.31725	1.31725	1.31725	1.31725
21	1	1.16896	1.38832	1.41267	1.41324	1.41317	1.41316	1.41316	1.41316	1.41316	1.41316
24	1	1.16786	1.45106	1.50858	1.51098	1.51099	1.51095	1.51095	1.51095	1.51095	1.51095
27	1	1.16724	1.49626	1.60108	1.60966	1.60982	1.60977	1.60977	1.60977	1.60977	1.60977
30	1	1.16751	1.52515	1.68607	1.70838	1.7092	1.70915	1.70914	1.70914	1.70914	1.70914
33	1	1.16791	1.54112	1.76	1.8058	1.80883	1.80883	1.80881	1.80881	1.80881	1.80881
36	1	1.16804	1.54835	1.8206	1.89997	1.90844	1.90867	1.90864	1.90863	1.90863	1.90863
39	1	1.16799	1.55066	1.86725	1.98848	2.00756	2.00858	2.00855	2.00854	2.00854	2.00854
42	1	1.16794	1.55088	1.90083	2.06891	2.10534	2.10847	2.10851	2.10849	2.10849	2.10849
45	1	1.16794	1.55068	1.92326	2.13922	2.20052	2.20818	2.20849	2.20847	2.20846	2.20846
48	1	1.16795	1.55064	1.93699	2.19815	2.29147	2.30736	2.30846	2.30846	2.30845	2.30845
51	1	1.16795	1.55079	1.94455	2.24534	2.37636	2.40542	2.40838	2.40846	2.40844	2.40844
54	1	1.16795	1.55093	1.94815	2.28134	2.45347	2.50144	2.50809	2.50845	2.50844	2.50844
57	1	1.16796	1.55099	1.94953	2.30739	2.52138	2.59424	2.60734	2.60843	2.60844	2.60844
60	1	1.16795	1.55098	1.94989	2.32518	2.57922	2.68242	2.70567	2.70834	2.70844	2.70844
63	1	1.16796	1.55095	1.94991	2.33657	2.62673	2.76451	2.8024	2.80806	2.80844	2.80844
66	1	1.16795	1.55095	1.94991	2.34335	2.66429	2.8392	2.89665	2.90738	2.90841	2.90844
69	1	1.16796	1.55095	1.94995	2.34704	2.69279	2.90541	2.9873	3.00597	3.00831	3.00844
72	1	1.16795	1.55096	1.95001	2.34884	2.71349	2.96248	3.07317	3.1033	3.10805	3.10843
75	1	1.16796	1.55096	1.95005	2.34959	2.72784	3.01022	3.15306	3.19868	3.20746	3.2084
78	1	1.16795	1.55096	1.95006	2.34985	2.73728	3.0489	3.22588	3.29124	3.30628	3.3083
81	1	1.16796	1.55095	1.95006	2.34991	2.74316	3.07922	3.29079	3.38001	3.40409	3.40807
84	1	1.16795	1.55095	1.95005	2.34993	2.74658	3.10214	3.34728	3.46394	3.50037	3.50756
87	1	1.16795	1.55095	1.95005	2.34995	2.74844	3.11885	3.39519	3.54202	3.59443	3.60657
90	1	1.16795	1.55096	1.95005	2.34998	2.74936	3.13054	3.43473	3.61336	3.68546	3.70478

Tabla VI.2.2 (continuación). Información de temperatura calculada por el programa para zl=30 y 90 nodos.

Se puede observar en las figuras VI.2.4 y VI.2.5 que los gradientes a diferentes tiempos se unen con el gradiente vertical de temperatura, lo cual significa que alcanzan el régimen permanente.

El programa presentado por Schiesser puede ser de gran ayuda para determinar los perfiles de temperatura a nivel de pozo. Debido a que el problema presentado tiene mucha similitud con las condiciones de operación de un pozo petrolero (desde el punto de vista de transporte de calor principalmente).



CAPÍTULO VII.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. La ecuación IV.4.1 tiene algunas similitudes con la ecuación VI.2.1 y también algunas diferencias entre sí, como por ejemplo la ecuación IV.4.1 es para la región de la fractura, considera los efectos convectivos y conductivos en ambas direcciones así como términos fuente o sumideros de masa y energía, es dinámica y su solución es de forma numérica mientras que la ecuación VI.2.1 es para el pozo, considera efectos convectivos en dirección z y conductivos en dirección r, es dinámica y toma en cuenta el rimo de flujo de calor transportado del yacimiento hacia el pozo, la solución de ambas es de forma numérica. Estas dos ecuaciones pueden ser útiles para simular el efecto de convección en los yacimientos petroleros naturalmente fracturados.
2. En la convección térmica (natural) la velocidad horizontal es mayor que la velocidad vertical, debido a los gradientes térmicos horizontales se generan gradientes composicionales también horizontales y por esta razón se manifiesta una velocidad horizontal mayor.
3. De la Figura V.1.10 las variaciones horizontales de temperatura, con la información utilizada, son de aproximadamente 4 °F. Aún cuando esta variación sea pequeña es importante ya que en un yacimiento con las características de los datos usados, es muy probable que haya existido o exista convección natural. Vale la pena mencionar que los datos usados para generar todas las gráficas presentadas y resultados obtenidos en el capítulo V, corresponden al campo Cantarell.
4. Las ecuaciones IV.4.1 y IV.4.2 se pueden incorporar a cualquier simulador de yacimientos fracturados en coordenadas cilíndricas para obtener la distribución de temperatura, además de la distribución de presión.
5. En el capítulo III se consideró la forma de incluir el ritmo de flujo de calor bajo condiciones estacionarias, éste aspecto puede extenderse hasta donde se desee tomando como base las ideas presentadas. Por ejemplo el ritmo de flujo de calor se puede considerar en régimen transitorio.
6. En el capítulo VI (sección VI.1) se observa que el decremento de componentes ligeros con la profundidad es mayor cuando la temperatura y presión varían, es decir, si la temperatura permanece constante a lo largo de la columna de líquido la pérdida de componentes ligeros con profundidad es menor que si la temperatura varía, con la presión variable.
7. El planteamiento para simular el comportamiento de un yacimiento fracturado incluyendo el fenómeno de convección se presentó en dos dimensiones, es

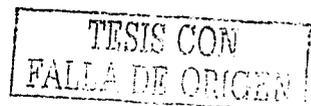
posible realizar una extensión a tres dimensiones siguiendo el proceso y los conceptos mostrados.

OBSERVACIONES

1. En la convección térmica (forzada) los gradientes térmicos verticales son más relevantes que los horizontales (a nivel de pozo). Al explotar un yacimiento se extrae masa y calor provocando un gradiente térmico vertical importante (principalmente en espesores potentes), lo cual provoca gradientes de concentración verticales también importantes, como lo muestran las referencias 1, 3, 9, 15 y 19, estos efectos originan el fenómeno de convección.
2. En relación a la conclusión 3, las variaciones verticales de temperatura son importantes siempre y cuando los efectos del gradiente horizontal no predominen. Esto dependerá en gran medida de la permeabilidad horizontal o vertical. Debido a que el Campo Cantarell es muy fracturado es factible que el equilibrio en concentración se establezca más rápidamente en forma vertical que en forma horizontal. Esto propicia también el fenómeno de convección tal como lo muestra la referencia 39. Debido a la combinación de causas tales como la explotación de hidrocarburos, el gradiente vertical de temperatura y el fracturamiento (que es factor importante para cuantificar la permeabilidad); se genera un gradiente horizontal de temperatura porque la cantidad de calor extraído (inyectado) en los pozos productores (inyectores) no es el mismo, entonces necesariamente existirán variaciones horizontales de temperatura; por lo menos en la vecindad del pozo. Con las consecuentes implicaciones como: variación (oscilación) en las propiedades del fluido (densidad, viscosidad, relación gas-aceite, etc.), inestabilidades en la movilidad del fluido, generación de zonas con aceite pesado difícil de producir, explotación del yacimiento no uniforme, etc.
3. En relación con la conclusión 6, si la temperatura permanece constante verticalmente la pérdida de componentes ligeros con la profundidad es menor que si la temperatura se incrementa (con presión variable), esto se debe a que si la temperatura aumenta entonces existe una expansión del aceite y por consiguiente la pérdida de componentes ligeros en esta fase (líquida).

Nomenclatura

- A** .- Área transversal a la dirección de flujo de calor (ft^2)
A_r .- Área transversal a la dirección r (ft^2)
A_z .- Área transversal a la dirección z (ft^2)
B_o .- Factor de volumen de aceite (bl / bl)
b .- Espesor total del yacimiento (ft)
C_p^f .- Capacidad calorífica medida a presión constante (Btu / lb_m °F)
cc .- Mecanismo de transporte de calor (Btu / hr)
cc_p .- Ritmo de flujo de calor en la fase p (Btu / hr)
D .- Calor transferido por unidad de volumen (Btu / hr ft³)
D_p .- Flujo de calor por unidad de volumen de roca en la fase p (Btu / hr)
e .- Coeficiente de expansión térmica, (1 / °F)
F_{om} .- Función de residuos de la fase aceite en la matriz
F .- Función de residuos simplificada
g .- Aceleración de la gravedad (ft / seg)
H .- Entalpía (lb_m ft² / seg²)
h .- Entalpía específica (lb_m ft² / seg² / lb_m)
h_c .- Coeficiente de convección (Btu / hr ft² °F)
h_{co} .- Coeficiente de convección fase aceite (Btu / hr ft² °F)
h_{cp} .- Coeficiente de convección fase p (Btu / hr ft² °F)
h_o .- Entalpía específica del aceite (lb_m ft² / seg² / lb_m)
h_{ot} .- Entalpía específica del aceite "global" (lb_m ft² / seg² / lb_m)
h_{gt} .- Entalpía específica del gas "global" (lb_m ft² / seg² / lb_m)
h_{om} .- Entalpía específica del aceite en la matriz (lb_m ft² / seg² / lb_m)
h_{gm} .- Entalpía específica del gas en la matriz (lb_m ft² / seg² / lb_m)
h_l .- Entalpía específica del líquido (lb_m ft² / seg² / lb_m)
h_g .- Entalpía específica del gas (lb_m ft² / seg² / lb_m)
k_o^o .- Conductividad térmica efectiva de la roca saturada con aceite (Btu / hr ft °F)
k_g^o .- Conductividad térmica efectiva de la roca saturada con gas (Btu / hr ft °F)
k_m .- Permeabilidad absoluta de la matriz (md)
k_mⁱ .- Conductividad térmica del líquido en la matriz (Btu / hr ft °F)
k_m^g .- Conductividad térmica del gas en la matriz (Btu / hr ft °F)
k_R .- Conductividad térmica de la roca (Btu / hr ft °F)
k_{ro} .- Permeabilidad relativa del aceite en la fractura (fracción)
k_{rom} .- Permeabilidad relativa del aceite en la matriz (fracción)
k_e .- Permeabilidad absoluta en la dirección radial en la fractura (fracción)
k_{ez} .- Permeabilidad absoluta en la dirección axial en la fractura (fracción)
k_{rg} .- Permeabilidad relativa de la fase de gas en la fractura (fracción)
k_m^{*} .- Conductividad térmica efectiva de la matriz (Btu / hr ft °F)
k^{*} .- Conductividad térmica efectiva de la fractura (Btu / hr ft °F)
k_{ro} .- Permeabilidad relativa al aceite en la fractura (fracción)
k_{sl} .- Permeabilidad relativa al líquido (sólido – líquido) (fracción)
k_{sg} .- Permeabilidad relativa al gas (sólido – gas) (fracción)
K .- Permeabilidad absoluta (md)



- k_e .- Conductividad térmica efectiva (Btu / hr ft °F)
 k^l .- Conductividad térmica del líquido (Btu / hr ft °F)
 k^g .- Conductividad térmica del gas (Btu / hr ft °F)
 k^r .- Conductividad térmica de la roca (Btu / hr ft °F)
 k_{rgm} .- Permeabilidad relativa del gas en la región de matriz (fracción)
 L .- Longitud característica, de la fractura (ft)
 L_{oz}^o .- Movilidad del aceite en dirección axial (lb_m / psi día ft)
 L_{o}^o .- Movilidad del aceite en dirección radial (lb_m / psi día ft)
 L_m .- Longitud característica de la matriz (ft)
 p .- Presión (lb/pg²)
 P_b .- Presión de saturación (lb/pg²)
 P_{cgo} .- Presión capilar gas – aceite en la fractura (lb / pg²)
 P_{cgom} .- Presión capilar gas – aceite en la matriz (lb / pg²)
 Pe .- Numero de Peclet (adim.)
 P_f .- Presión en la fractura (lb/pg²)
 p_g .- Presión de la fase de gas en la fractura (lb / pg²)
 P_{gm} .- Presión del gas en la matriz (lb / pg²)
 p_i .- Presión inicial del yacimiento (lb / pg²)
 p_{ip} .- Presión de la fase p en la fractura (lb/pg²)
 p_{pm} .- Presión de la fase p en la matriz (lb/pg²)
 p_o .- Presión de la fase aceite en la fractura (lb / pg²)
 P_{om} .- Presión del aceite en la matriz (lb / pg²)
 P_{cwo} .- Presión capilar agua-aceite (lb/pg²)
 Q .- Ritmo de flujo de calor (Btu / hr)
 Q_m .- Flux de calor en la matriz (Btu / hr)
 Q_{o}^o .- Flux de calor extraído en el pozo (lb_mft² / d³), $Q_o^o = 44.856 \times 10^{14} Q$
 q .- Densidad de flujo de calor (Btu / hr ft²)
 q_g .- Gasto volumétrico de gas (Mscf / d)
 q_m .- Gasto másico (lb_m / d)
 q_o .- Gasto volumétrico de aceite (bl / d) @ C.S.
 q_o^o .- Gasto volumétrico (bl / d) @ C.Y. $\left(q_o^o = \frac{q_o}{5.615 B_o} \right)$
 q_{omas} .- Gasto másico de aceite (lb_m / d) @ C.Y. $(q_{omas} = q_o \rho_o^o)$
 q_w .- Densidad del flujo de calor (Btu / hr ft²)
 r .- Longitud radial (ft)
 r' .- Radio adimensional
 r_e .- Radio de drene (ft)
 r_w .- Radio del pozo (ft)
 $r_0=r_w$.- Radio del pozo (ft)
 S_g .- Saturación de la fase gas en la fractura (fracción)
 S_g .- Saturación de gas (fracción)
 S_{gm} .- Saturación de gas en la región de la matriz (fracción)
 S_l .- Saturación de líquido (fracción)
 S_o .- Saturación de la fase aceite en la fractura (fracción)
 S_{om} .- Saturación de la fase aceite en la matriz (fracción)
 S_w .- Saturación de agua (fracción)
 t .- Tiempo (días)
 t' .- Tiempo adimensional

- T.- Temperatura promedio en la fractura (°F)
- T₁.- Temperatura en $r = r_w$
- T_g.- Temperatura del gas en la fractura (°F)
- T_c.- Temperatura caliente (°F)
- T_e.- Temperatura en $z=0$ (°F)
- T_f.- Temperatura fría (°F)
- T_g.- Temperatura del gas en la fractura (°F)
- T_m.- Temperatura promedio en la matriz (°F)
- T_o.- Temperatura del aceite en la fractura (°F)
- T_{oi}.- Temperatura inicial del aceite en la fractura (°F)
- T_{mp}.- Temperatura de la fase p en la matriz (°F)
- T_p.- Temperatura de la fase p en la fractura (°F)
- T'.- Temperatura adimensional
- U.- Energía interna
- V.- Volumen (ft³)
- V_r.- Volumen de roca (ft³)
- v.- Velocidad (ft / seg)
- v_{avg}.- Velocidad promedio del fluido (ft / seg)
- v_g.- Velocidad del gas (ft / seg)
- v_l.- Velocidad del líquido (ft / seg)
- v_z.- Velocidad en función de z (ft / seg)
- v'.- Velocidad axial adimensional
- Z.- Longitud vertical (ft)
- Z_l.- Longitud total de la tubería (ft)
- z'.- Longitud axial adimensional

Símbolos Griegos.

- α .- Difusividad térmica (ft² / d)
- β .- Coeficiente de expansión térmica (1 / °F)
- γ_o .- Peso específico del aceite (ft³ / lb)
- γ_g .- Peso específico del gas (ft³ / lb)
- Δ .- Operador delta
- δ_o .- Factor que determina la dirección del flujo de aceite
- δ_g .- Factor que determina la dirección del flujo de gas
- ϵ .- Coeficiente del mecanismo de transporte de calor
- λ_g .- Función de transferencia matriz fractura para la fase gaseosa
- λ_o^p .- Función de transferencia matriz – fractura del pseudo-componente aceite
- λ_o^g .- Función de transferencia matriz – fractura del pseudo-componente gas en la fase aceite
- μ_o .- Viscosidad del aceite en la fractura (cp)
- μ_g .- Viscosidad del gas en la fractura (cp)
- μ_l .- Viscosidad del líquido (cp)
- μ_g .- Viscosidad del gas (cp)
- μ_{om} .- Viscosidad del aceite en la matriz (cp)
- μ_{gm} .- Viscosidad del gas en la matriz (cp)
- ξ .- Factor de peso que determina la dirección de flujo de calor y el mecanismo de transporte del mismo

- ρ_o^x .- Densidad del pseudo-componente gas en fase aceite en la fractura (lb_m / ft³)
 ρ_{oi} .- Densidad inicial del aceite en la fractura (lb_m / ft³)
 ρ_{gm} .- Densidad de la fase de gas en la región de matriz (lb_m / ft³)
 ρ_o^x .- Densidad del pseudo-componente gas en fase aceite en la fractura (lb_m / ft³)
 ρ_{om}^x .- Densidad del pseudo-componente gas en fase aceite en la matriz (lb_m / ft³)
 ρ_l .- Densidad del líquido en la fractura (lb_m / ft³)
 ρ_g .- Densidad del gas en la fractura (lb_m / ft³)
 ρ_{gcs} .- Densidad del gas medida a c.s. (lb_m / ft³)
 ρ .- Densidad del fluido (lb_m / ft³)
 ρ_{ocs} .- Densidad del aceite medida a c.s. (lb_m / ft³)
 σ .- Factor de forma para el bloque de matriz (1 / ft²)
 ϕ .- Porosidad de la fractura (fracción)
 ϕ_m .- Porosidad de la matriz (fracción)
 Ψ_{om} .- Potencial de la fase aceite en la región de la matriz (lb / pg²)
 Ψ_o .- Potencial de la fase aceite en la región de la fractura (lb / pg²)
 Ψ_{gm} .- Potencial de la fase gas en la región de la matriz (lb / pg²)
 Ψ_g .- Potencial de la fase gas en la región de la fractura (lb / pg²)

Subíndices

g	Fase de gas
f	Fluido, fractura, frio
i	Relativo a dirección x o radial
i+1/2	Fronteras de la celda i
j	Índice relativo a la dirección z
j+1/2	Frontera de la celda j
m	Matriz
n	Índice de nivel de tiempo
o	Fase aceite
r	Dirección radial, roca
t	Tiempo
x	Dirección x
z	Dirección z
v	Nivel de iteración.
*	Referente a efectiva
l	Líquido
p	o.g.
c	caliente

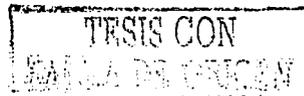
Superindices

o Aceite
g Gas
* Referente a efectiva
l Liquido
r Roca

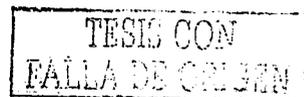
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

REFERENCIAS

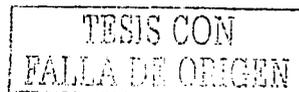
- 1.- T.D. Van Golf-Racht: *Fundamentals of Fractured Reservoirs Engineering*, Elsevier (1982).
- 2.- Beckner, B.L., Chan, H.M., Mc. Donald, A.E. Wooten, S.O. and T.A. Jones: "Simulating Naturally Fractured Reservoirs Using a Subdomain Method", Artículo SPE 21241, Feb. (1991).
- 3.- Peaceman, D.W.: "Convection in Fractured Reservoirs – The Effect of Matrix – Fissure Transfer on the Instability of a Density Inversion in a Vertical Fissure" *Soc. Pet. Eng. Jour.* (Oct 1976), 269-280, Trans. AIME, Vol. 261.
- 4.- Yamamoto, R.H., Padgett, J.B., Ford, W.T. and Boubeguira, A.: "Compositional Reservoir Simulator for Fissured System – The Single Block Model", *Soc. Pet. Eng. Jour.* (june 1971), 113-128.
- 5.- Warren , J.E. and Root, P.J.: " The Behavior of Naturally Fractured Reservoir" , *Soc. Pet. Eng. Jour.* 426 (Sept. 1963), 245 –255.
- 6.- Nield, Donald A. and Bejan, A.: *Convection in Porous Media*, Springer-Verlag (1992).
- 7.- Camacho, V. R., *Well performance under solution gas drive*, Tesis de Doctorado, Universidad de Tulsa, 1987, 212-252.
- 8.- Rivas, G. S., González, G. J.A., Cruz, H. J., Galindo, N. A.P., Camacho, V. R.G., Islas, J. R. y Pineda, M. A.: " Numerical Simulation of Oil Displacement by Water in a Vuggy Fractured Porous Medium " , Artículo SPE 66386, Feb. (2001).
- 9.- Pérez Rosales, C.: "Estudio de la Difusión y Convección en Sistemas Nitrógeno-Gas-Aceite, Activo Cantarell" , Instituto Mexicano del Petróleo (Marzo de 1999).
- 10.- Ghorayeb, K., Firoozabadi A.: " Features of Convection and Diffusion in Porous Media for Binary Systems " , *Jour. Of Can. Pet. Tech.* (Feb. 2001), 21 – 28, Vol. 40, No. 2.
- 11.- O'Sullivan , M.J., Bodvarsson, G.S., Pruess, K y Blakeley, M.R.: " Fluid and Heat Flow In Gas- Rich Geothermal Reservoirs", Artículo SPE 12102 (Abril 1985), 215-230.
- 12.- Mc. Donald, R.C., Coats, K.H.: "Methods for Numerical Simulation of Water an Gas Coning" , Artículo SPE 2796 (1970).



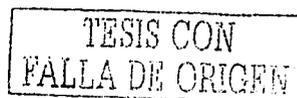
- 13.- Moya, S.L., Ruíz J.N., Aragón, A., Iglesias, E.: " Modelo Numérico en Diferencias Finitas Para el transporte de Masa y Energía en Yacimientos Geotérmicos con Bióxido de Carbono", *Revista Mexicana de Geotérmia*, Vol. 11, No.1 (1995), 37-51).
- 14.- Abdallah, G, Thoreval, A., Sfeir, A., y Piguet, J.P.: "Thermal Convection of Flow in Fractured Media", *Int. Jour. Rock Mech. Mining Soc.*
- 15.- Manceau, E., Delamaide, E., Sabathier, J.C., Jullians, S., Kalaydjian F., Ladrón de Guevara, J.E., Sánchez Bujanos, J.M., y Rodríguez, F.D.: "Implementing Convection in a Reservoir Simulator: A Key Feature in Adequately Modeling the Explotation of the Cantarell Complex", Artículo SPE 59044 (2000).
- 16.- Karimi-Fard, M. Y Firoozabadi, A.: "Numerical Simulation of Water Inyection in 2D Fractured Media Using Discrete- Fracture Model", Artículo SPE 71615 (2001).
- 17.- Widlund, O.B.: "On Difference Methods for Parabolic Equations and Alternating Direction Implicit Methods for Elliptic Equations", *IBM Journal* (Marzo,1967),239-243.
- 18.- Rodríguez de la Garza, F.: *Apuntes de Fundamentos de Simulación Numérica de Yacimientos*, DEPMI, UNAM.
- 19.- Peaceman, D.W.: " Convection in Fractured Reservoir- Numerical Calculation of Convection in a Vertical Fissure, Including the Effect of Matrix- Fissure Transfer", Artículo SPE (Octubre,1976), 281-301.
- 20.- Ghorayeb, K., Firoozabadi, A.: "Numerical Study of Natural Convection and Diffusion in Fractured Porous Media", Artículo SPE Journal, Vol.5, No. 1, Marzo 2000.
- 21.- Gilman, J.R. y Kazemi, H.: "Improvements in Simulation of Naturally Fracures Reservoirs" , Artículo SPE Journal (Agosto 1983), 695-707.
- 22.- Thomas, L.K., Dixon, T.N., y Pirson, R.G. : "Fractured Reservoir Simulation", Artículo SPE Journal (Febrero 1983),42-54.
- 23.- Huan, G.R.: "Aflash Black Oil Model", SPE 13521, Artículo presentado en 1985 en la SPE Middle East Oil Techical Conference and Exhibition Held in Baharian", Marzo 11-14, 1985.



- 24.- Riazi, M.R.: "A New Method for Experimental Measurement of Diffusion Coefficients in Reservoir Fluid", *Journal of Petroleum Science and Engineering* 14 (1996),235-250.
- 25.- Rodríguez de la Garza, F.: *Apuntes de Simulación Avanzada de Yacimientos*, DEPMI, UNAM.
- 26.- Ascencio, F., García, A., Rivera, J. y Arellano, V.: "Estimation of Undisturbed Formation Temperatures Under Spherical- Radial Heat Flow Conditions", *Geothermics*, Vol. 23, No. 4, 1994, 317-326.
- 27.- Acero A., M.: "Temperaturas de Equilibrio", Reporte Técnico, Comisión Federal de Electricidad, Gerencia General de Estudios e Ingeniería Preliminar, Subgerencia de Ingeniería Básica, Los Azufres, Michoacán, Mayo 1977.
- 28.- Goguel, J.: *Geothermics*, Mc. Graw- Hill International Series in the Earth and Planetary Sciences, 23-51.
- 29.- Ascencio C., F.: "Una descripción analítica del transporte convectivo de energía en medios porosos naturalmente fracturados", *Geotermia, Rev. Mex. De Geoenergía*, Vol.9, No.1,1993, 129-141.
- 30.- García E., G.H. : "El cálculo de temperaturas estabilizadas en pozos geotérmicos", *Geotermia, Rev. Mex. Geoenergía*, Vol. 2, No. 3., 1986, 297-319.
- 31.- Iglesias, E., Arellano, N.M. y Nieva, D.: " Un modelo de transporte Natural de Calor en el campo Geotérmico de los Azufres", *Geotermia, Rev. Mex. Geoenergía*, Vol. 6. No. 2, 1990, 155-172.
- 32.- Garaicochea P., F., Bernal, H., C. y López O., O.: *Transporte de hidrocarburos por ductos*, IMP, Colegio de Ing. Petroleros, A.C. (1991), 19-21.
- 33.- Ahmed, T.: *Hidrocarbon Phase Behavior*, Contribution in Petroleum Geology and Engineering, Gulf Publishing Company, 1989, 160-213.
- 34.- Bradley, H.B.: *Petroleum Engineering Handbook*, SPE, 1987, Capítulo 22, 1-22.
- 35.- Camacho Velázquez, R.G.: Asesoría Técnica Personalizada.
- 36.- Samaniego Verduzco, F: Asesoría Técnica Personalizada.



- 37.- Castro F., A.: *Curso Básico de Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1997, 28-35.
- 38.- Aziz, K. Y Settari, A. : *Petroleum Reservoir Simulation*, Elsevier Applied Science Publishers, 1985, 204-303.
- 39.- Firoozabadi, A.: *Thermodynamics of hidrocarbon Reservoirs*, Mc. Graw-Hill, 1999, 86-121.
- 40.- Buntebarth, G.: *Geotermia* CONACYT, Grafos Editores, S.A. de C.V. 15-32.
- 41.- Peaceman, D.W.: *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Elsevier Scientific Publishing Company, 1977, 113-134.
- 42.- Schiesser, W.E. y Silebi, C.A.; *Computational Transport Phenomena*, Cambridge University Press, 87-167.
- 43.- Sissom, L.E. y Pitts, D.R.: *Elements of Transport Phenomena*, Mc. Graw- Hill Book Company, 1972, 152-174.
- 44.- Farouq A., S.M.: *Numerical Reservoir Simulation*, Department of Petroleum and Natural Gas, The Pennsylvania State University, 1971, 1-16.
- 45.- Goldzberg, V., et al: "Real Properties of Natural Gas Provide Base for Thermal Hydraulic Analysis of Pipelines". *Oil and Gas Journal*, July, 9, 1984.
- 46.- Nield, D. A. : "A note on the modeling of local thermal non – equilibrium in a structured porous medium". *International Journal of heat and mass transfer* 45, 2002, 4367 – 4368.
- 47.- Barenblatt, G. I.; Zheltov, I. P. On the Basic Equations of the Single Phase Flow of Fluids Through Fractured Porous Media, *Dokladi Akademii Nauk, S.S.S.R.*, 132, No. 3, 542-548, 1960.
- 48.- Kazemi, H.; Merrill, L.; Porterfield, K.; Zeman, P. "Numerical Simulation of Water-Oil Flow in Naturally Fractured Reservoirs" , *Soc. Pet. Eng. J.*, Diciembre 1976 , 317-326.
- 49.- Rivera R., J.: *Apuntes de la asignatura Fenómenos de Transporte*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1998, 97-113.
- 50.- Roldán, J. L. : Asesoría Técnica Especializada.
- 51.- Padilla S., R.: Asesoría Técnica Especializada.
- 52.- Mercado Díaz, A.: Asesoría Técnica Especializada.



Apéndice A

Análisis dimensional de la ecuación de energía.

La forma de la ecuación de energía para la fractura (fase aceite) es:

$$\begin{aligned}
 & - \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \rho_o h_o \right] \right\} - \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r K_o \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_o \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\} \\
 & + \left\{ \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \gamma_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} - \left\{ \lambda_o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \right\} \pm q_o h_o = - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi S_o h_o \rho_o - p_o \right\}
 \end{aligned}$$

A.1

La ecuación 1.1 no contiene los términos referidos al transporte de calor, ya que éstos fueron incorporados más adelante (Capítulo 3). Sin embargo; todo el trabajo se encuentra fundamentado por la ecuación 1.1.

Para la matriz:

$$\left\{ \lambda_o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \right\} = - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om} - p_{om} \right\}$$

A.2

El análisis dimensional se realizó utilizando los términos de la ecuación de la fractura, debido a que la de matriz es un "caso particular" de ésta.

Así trabajando con el término de acumulación:

$$- \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi S_o h_o \rho_o \right\} + \frac{\partial p_o}{\partial t} = \left[\frac{1}{t} \right] \left[\frac{L^2}{t^2} \right] \left[\frac{M}{L^3} \right] + \left[\frac{M}{t^2 L} \right] = \left[\frac{M}{L t^3} \right] + \left[\frac{M}{L t^3} \right]$$

A.3

y siguiendo con los de flujo:

$$\begin{aligned}
 & - \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] \right\} = \\
 & \left[\frac{1}{L} \right] \left[\frac{1}{L} \right] \left[L \right] \left[\frac{L^2}{t^2 L} \right] \left[\frac{M}{L^3} \right] \left[\frac{M}{L} \right] \left[\frac{L^2}{t^2} \right] = \left[\frac{1}{L} \right] \left[\frac{L^3 t^2}{M t} \right] \left[\frac{M}{L^3} \right] \left[\frac{M}{L^2 t^2} \right] \left[\frac{L}{t^2} \right] = \left[\frac{M}{L t^3} \right]
 \end{aligned}$$

A.4

$$-\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \rho_o^o h_o \right] \right\} = \left[\frac{1}{L} \right] \left[\frac{L^3 t^2}{Mt} \right] \left[\frac{M}{L^2 t^2} \right] \left[\frac{M}{L^3} \right] \left[\frac{L^2}{t^2} \right] = \left[\frac{M}{Lt^3} \right] \quad \text{A.5}$$

luego,

$$-\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r K_o \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] \right\} = \left[\frac{1}{L} \right] \left[\frac{1}{L} \right] [L] \left[\frac{ML}{t^3 T} \right] \left[\frac{T}{L} \right] = \left[\frac{M}{Lt^3} \right] \quad \text{A.6}$$

$$-\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[K_o \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\} = \left[\frac{1}{L} \right] \left[\frac{ML}{t^3 T} \right] \left[\frac{T}{L} \right] = \left[\frac{M}{Lt^3} \right] \quad \text{A.7}$$

$$\left\{ \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 \right\} = \left[\frac{L^2}{t} \right] \left[\frac{M}{t^2 L} \right]^2 = \left[\frac{L^2 M^2}{t^5 L^2} \right] = \left[\frac{M^2 L^3 t^2}{ML^4 t^5} \right] = \left[\frac{M}{Lt^3} \right] \quad \text{A.8}$$

$$\left\{ \frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \gamma_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} = \left[\frac{L^2}{t} \right] \left[\left[\frac{M}{t^2 L} \right]^2 - \left[\frac{M}{L^2 t^2} \right] \left[\frac{M}{t^2 L} \right] \right] = \left[\frac{t^2 L^3}{tM} \right] \left[\frac{M^2}{t^4 L^4} \right] = \left[\frac{M}{Lt^3} \right]$$

A.9

finalmente:

$$\left\{ \alpha_o^2 h_o (\psi_{om} - \psi_o) \right\} \pm q_{omas} h_o = \left[\frac{t}{L^2} \right] \left[\frac{L^2}{t^2} \right] \left[\frac{M}{t^2 L} \right] \pm \left[\frac{M}{tL^3} \right] \left[\frac{L^2}{t^2} \right] = \left[\frac{M}{Lt^3} \right] \pm \left[\frac{M}{Lt^3} \right]$$

A.10

Las ecuaciones A.3 a A.10 muestran término a término el análisis dimensional para la ecuación de energía. Se observa que el gasto que entra en el término fuente o sumidero es gasto másico por unidad de volumen de roca. De esta manera existe compatibilidad dimensional entre cada uno de los términos presentados.

En todas las ecuaciones t representa al tiempo, L a la longitud, M a la masa y T a la temperatura.

Apéndice B

Análisis de unidades.

De manera similar al Apéndice A la ecuación de energía en las fracturas (fase aceite) es:

$$\begin{aligned}
 & - \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \rho_o h_o \right] \right\} - \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^o \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k^o \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\} \\
 & + \left\{ \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \gamma_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} - \left\{ \lambda_o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \right\} \pm q_o h_o = - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi S_o h_o \rho_o - p_o \right\}
 \end{aligned}$$

B.1

Siguiendo el mismo orden del Apéndice A se tiene entonces para el término de acumulación:

$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi S_o h_o \rho_o \right\} + \frac{\partial p_o}{\partial t} &= \left[\frac{1}{\text{día}} \right] \left[\frac{\text{ft}^2}{\text{seg}^2} \right] \left[\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^3} \right] \left(\frac{86400 \text{seg}}{1 \text{día}} \right)^2 + \left[\frac{\left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right) \left(\frac{12 \text{pg}}{1 \text{ft}} \right)^2}{\text{día}} \right] = \\
 74.6496 \times 10^8 \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft} - \text{día}^3} \right) + 144 \left(\frac{\text{lb}_f}{\text{ft}^2 - \text{día}} \right) &= 74.6496 \times 10^8 \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft} - \text{día}^3} \right) + 144 \left(\frac{\frac{\text{lb}_m \text{ft}}{\text{seg}^2} \left(\frac{86400 \text{seg}}{1 \text{día}} \right)^2}{\text{ft}^2 - \text{día}} \right) \\
 = 74.6496 \times 10^8 \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft} - \text{día}^3} \right) + (144)(86400^2) \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft} - \text{día}^3} \right) &= 74.6496 \times 10^8 \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft} - \text{día}^3} \right) + 1.07495 \times 10^{12} \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft} - \text{día}^3} \right)
 \end{aligned}$$

B.2

En los términos de flujo se revisó inicialmente la parte correspondiente a la movilidad para simplificar la escritura, entonces:

$$\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o} = \left(\frac{md}{cp} \right) \left(\frac{1d}{1000md} \right) \left(\frac{\frac{1cm^3}{seg} (cp)(cm)}{(cm^2)(atm)} \right) = \frac{cm^3}{seg} (cp)(cm) = \frac{cm^4}{seg} =$$

$$\frac{cm^2}{1000(atm)(seg)} \left(\frac{1atm}{14.7 psi} \right) \left(\frac{1ft^2}{30.48^2 cm^2} \right) \left(\frac{86400seg}{1día} \right) = 6.3265 \times 10^{-3} \left(\frac{ft^2}{psi - día} \right)$$

B.3

Así para la componente en r, en el término de la presión:

$$-\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_z k_{ro}}{\mu_o} \rho_o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] \right\} =$$

$$\left[\frac{1}{ft} \right] \left[\frac{1}{ft} \right] [ft] \left[6.3265 \times 10^{-3} \frac{ft^2}{psi - día} \right] \left[\frac{lb_m}{ft^3} \right] \left[\frac{psi}{ft} \right] \left[\frac{ft^2}{seg^2} \right] = 6.3265 \times 10^{-3} \left(\frac{lb_m}{ft - día - seg^2} \right) =$$

$$6.3265 \times 10^{-3} \left(\frac{lb_m}{ft - día - seg^2} \right) \left(\frac{86400^2 seg^2}{1día^2} \right) = 47.227069 \times 10^6 \left(\frac{lb_m}{ft - día^3} \right)$$

B.4

En z:

$$-\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \rho_o h_o \right] \right\} = \left[\frac{1}{ft} \right] \left[\left(\frac{md}{cp} \right) \left(\frac{psi}{ft} - \frac{lb_f}{ft^3} \right) \left(\frac{lb_m}{ft^3} \right) \left(\frac{ft^2}{seg} \right) \right] =$$

$$\left(\frac{1}{ft} \right) \left(6.3265 \times 10^{-3} \frac{ft^2}{psi - día} \right) \left(\frac{psi}{ft} - \frac{lb_f}{ft} \right) \left(\frac{lb_m}{ft^3} \right) \left(\frac{ft^2}{seg^2} \right) =$$

$$\left(6.3265 \times 10^{-3} \frac{ft^2}{psi - día} \right) \left(\frac{psi}{ft} - \frac{lb_f}{ft} \left(\frac{1ft^2}{12^2 pg^2} \right) \right) \left(\frac{lb_m}{ft} \right) \left(\frac{1}{seg^2} \right) \left(\frac{86400^2 seg^2}{1día^2} \right) =$$

$$\left(6.3265 \times 10^{-3} \frac{ft^2}{psi - día} \right) \left(\frac{psi}{ft} - \frac{1}{144} \frac{psi}{ft} \right) \left(\frac{lb_m}{ft} \right) \left(\frac{86400^2}{1día^2} \right) = 47.227069 \times 10^6 \frac{lb_m}{ft - día^3}$$

B.5

Luego en los términos de temperatura,

$$-\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^{\circ} \frac{\partial T_a}{\partial r} \right] \right\} = \left[\frac{1}{ft} \left[\frac{1}{ft} \right] \left[ft \right] \left[\frac{Btu}{h-ft-^{\circ}F} \right] \left[\frac{^{\circ}F}{ft} \right] = \left[\frac{Btu}{ft^3-h} \right]$$

$$-\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[k^{\circ} \frac{\partial T_a}{\partial z} \right] \right\} = \left[\frac{1}{ft} \left[\frac{Btu}{h-ft-^{\circ}F} \right] \left[\frac{^{\circ}F}{ft} \right] = \left[\frac{Btu}{ft^3-h} \right]$$

siguiendo con el desarrollo:

$$\left(\frac{Btu}{ft^3-h} \right) \left(\frac{1.055056 \times 10^3 J}{1 Btu} \right) \left(\frac{\frac{lb_m - ft^2}{seg^2}}{4.214011 \times 10^{-2} J} \right) = \frac{1.055056 \times 10^3}{4.214011 \times 10^{-2}} \frac{lb_m - ft^2}{ft^3 - h - seg^2} =$$

$$\frac{1.055056 \times 10^3}{4.214011 \times 10^{-2}} \left(\frac{lb_m - ft^2}{ft^3 - h - seg^2} \right) \left(\frac{24 h}{1 dia} \right) \left(\frac{86400^2 seg^2}{1 dia^2} \right) = 4.4856 \times 10^{15} \left(\frac{lb_m}{ft - dia^3} \right)$$

B.6

Los términos restantes son:

$$\left\{ \frac{k_r k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 \right\} = \left[\frac{md}{cp} \right] \left[\frac{psi}{ft} \right]^2 = \left[6.3265 \times 10^{-3} \frac{ft^2}{psi - dia} \right] \left[\frac{psi^2}{ft^2} \right] = 6.3265 \times 10^{-3} \left(\frac{psi}{dia} \right) =$$

$$6.3265 \times 10^{-3} \left(\frac{\frac{lb_f}{pg^2} \left(\frac{12^2 pg^2}{ft^2} \right)}{dia} \right) = 6.3265 \times 10^{-3} (144) \left(\frac{lb_f}{ft^2 - dia} \right) = 6.3265 \times 10^{-3} (144) \left(\frac{lb_m ft}{ft^2 dia} \right) =$$

$$6.3265 \times 10^{-3} (144) \left(\frac{lb_m ft}{ft^2 dia - seg^2} \right) \left(\frac{86400^2 seg^2}{1 dia^2} \right) = 6800.7 \times 10^6 \left(\frac{lb_m}{ft - dia^3} \right)$$

B.7

$$\left\{ \frac{k_{rs} k_{rw}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \gamma_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} = \frac{md}{cp} \left[\left(\frac{psi}{ft} \right)^2 - \frac{lb_f}{ft^3} \left(\frac{psi}{ft} \right) \right] = \frac{md}{cp} \left[\left(\frac{psi}{ft} \right)^2 - \frac{lb_f}{ft^3} \left(\frac{1 ft^2}{12^2 pg^2} \right) \left(\frac{psi}{ft} \right) \right] =$$

$$\frac{md}{cp} \left[\left(\frac{psi}{ft} \right)^2 - \frac{lb_f}{144 ft} \left(\frac{psi}{ft} \right) \right] = \left(\frac{md}{cp} \right) \left[\left(\frac{psi}{ft} \right)^2 - \frac{1}{144} \left(\frac{psi}{ft} \right)^2 \right]$$

B.8

La ecuación B.8 tiene la misma forma de las unidades de la B.7, por lo tanto tienen el mismo factor de conversión; solo que en este término el peso específico se dividió entre 144 para lograr la compatibilidad entre las unidades.

Finalmente:

$$\left\{ \lambda_o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \right\} \pm q_o h_o = \left[6.3265 \times 10^{-3} \frac{ft^2}{psi - dia} \left[\frac{lb_m}{ft^3} \right] \left[\frac{1}{ft^2} \right] \left[\frac{ft^2}{seg^2} \right] [psi] \pm \left[\frac{lb_m}{dia - ft^3} \right] \left[\frac{ft^2}{seg^2} \right] \right] =$$

$$\left[6.3265 \times 10^{-3} \frac{lb_m}{dia - ft - seg^2} \right] \left[\frac{86400^2 seg^2}{1 dia^2} \right] \pm \left[\frac{lb_m}{dia - ft - seg^2} \right] \left[\frac{86400^2 seg^2}{1 dia^2} \right] =$$

$$47.227069 \times 10^6 \left[\frac{lb_m}{ft - dia^3} \right] \pm 74.6496 \times 10^8 \left[\frac{lb_m}{ft - dia^3} \right]$$

B.9

Las ecuaciones anteriores se usaron para generar las constantes de conversión para la ecuación de energía. Dado que el gasto que entra en el término fuente o sumidero es gasto másico por unidad de volumen de roca. Entonces:

$$q_o = \frac{q_{omas}}{V} = \frac{5.615 q_o \cdot \rho_o}{V} \quad \text{B.10}$$

donde q_{omas} es gasto másico de aceite ($lb_m / día$), q_o es el gasto volumétrico, ($bl / día$) y V el volumen de roca, (ft^3).

Todo el análisis anterior se realizó con la finalidad de utilizar las "unidades de campo" que comúnmente se manejan. Dichas unidades son entonces:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$p_o(\text{psi}), \quad \mu(\text{cp}), \quad T(^{\circ}\text{F}), \quad \gamma_o\left(\frac{\text{lb}_f}{\text{ft}^3}\right), \quad r(\text{ft}), \quad z(\text{ft}),$$

$$\rho\left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^3}\right), \quad t(\text{días}), \quad \psi(\text{psi}), \quad k_c(\text{md}), \quad K\left(\frac{\text{Btu}}{h - \text{ft} - ^{\circ}\text{F}}\right),$$

$$h\left(\frac{\text{lb}_m - \text{ft}^2}{\text{seg}^2 \text{ lb}_m}\right), \quad \sigma\left(\frac{1}{\text{ft}^2}\right), \quad h_c\left(\frac{\text{BTU}}{h - \text{ft}^2 - ^{\circ}\text{F}}\right)$$

B.11

Nótese que la entalpía es específica y se encuentra dividida por unidad de volumen de masa para considerarla como una propiedad intensiva, ya que el concepto general de entalpía es una propiedad extensiva y se define como:

$$H = U + PV$$

B.12

donde:

H.- Entalpía,
U.- energía interna,
P.- presión,
V.- volumen.

Dado que U y V son propiedades extensivas, H también lo es. Por lo tanto para que H sea una propiedad intensiva es necesario dividirla por la masa, por consiguiente:

$$\frac{H}{m} = \frac{U}{m} + \frac{PV}{m} =$$

B.13

$$h = u + Pv = c_p T + P \frac{1}{\rho}$$

donde:

h.- entalpía específica,
u.- energía interna específica,
v.- volumen específico,
c_p.- capacidad calorífica medida a presión constante,

T.- temperatura,
 ρ.- densidad.

Todas estas propiedades dependen del estado en que se encuentra la materia; así como también de la naturaleza de ésta pero no de la cantidad de la misma, convirtiéndose así a "h" en una propiedad intensiva que puede manejarse para cuantificar la energía en cualquier estado en que se encuentre dicha materia. Que es finalmente la conceptualización que se utilizó en el problema de este trabajo.

Es útil conocer la variación (con respecto a la temperatura) de las propiedades empleadas en este trabajo, así

$$\frac{dh_o}{dT_o} = c_p + T_o \frac{dc_p}{dT_o} + \left(-\frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dT_o} \right)$$

B.14

$$\frac{dh_o}{dT_o} = c_p - \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dT_o}$$

Con la ecuación V.1.8:

$$\frac{d\rho}{dT_o} = \frac{d}{dT_o} (\rho^0 [1 - e(T_o - T^0)]) = -\rho^0 e$$

B.15

y con la ecuación B.17:

$$\frac{dc_p}{dT_o} = \frac{d}{dT_o} \left(\frac{0.388 + 0.00045T_o}{\gamma_{ro}^{0.5}} \right) = \frac{\gamma_{ro}^{0.5} (0.00045) - (0.388 + 0.00045T_o) \frac{d\gamma_{ro}^{0.5}}{dT_o}}{\gamma_{ro}}$$

finalmente si

$$\gamma_{ro} = \frac{\rho}{\rho_w}$$

$$\frac{d\gamma_{ro}^{0.5}}{dT_o} = \frac{d}{dT_o} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_w} \right)^{0.5} \right] = \frac{\rho_w^{0.5} \left(\frac{d\rho^{0.5}}{dT_o} \right) - \rho^{0.5} \left(\frac{d\rho_w^{0.5}}{dT_o} \right)}{(\rho_w^{0.5})^2} = \frac{1}{2\rho_w} \left[\left(\frac{\rho_w}{\rho} \right)^{0.5} \frac{d\rho}{dT_o} - \left(\frac{\rho}{\rho_w} \right)^{0.5} \frac{d\rho_w}{dT_o} \right]$$

Por otra parte se tiene:

$$\frac{d}{dT_o} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) = \frac{-\frac{d}{dT_o} (\mu_o B_o)}{(\mu_o B_o)^2} = \frac{-\left(\mu_o \frac{dB_o}{dT_o} + B_o \frac{d\mu_o}{dT_o} \right)}{(\mu_o B_o)^2} = \frac{-\mu_o B_o \left(\frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dT_o} + \frac{1}{\mu_o} \frac{d\mu_o}{dT_o} \right)}{(\mu_o B_o)^2}$$

$$\frac{d}{dT_o} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) = -\left(\frac{1}{\mu_o B_o^2} \frac{dB_o}{dT_o} + \frac{1}{\mu_o^2 B_o} \frac{d\mu_o}{dT_o} \right)$$

B.16

De esta manera se considera la variación con respecto a la temperatura de las propiedades PVT del fluido.

Otro parámetro importante a calcular es el calor específico a presión constante, debido a que se encuentra en relación directa con los términos de la ecuación de balance de energía y específicamente en la entalpía.

Existen ecuaciones propuestas para calcular el calor específico a presión constante, c_p , por ejemplo se encuentra la de Goldzberg⁽⁴⁵⁾ para aplicarse al gas:

$$c_p = c_{pgi} + \frac{2.53R(p-14.7)}{P_{pc} T_r^3} \quad \text{B.17}$$

donde c_{pgi} es el calor específico de un gas ideal a condiciones estándar.

También es posible utilizar las siguientes relaciones para calcular el calor específico del aceite y del agua⁽⁴⁶⁾:

$$c_{po} = \frac{(0.388 + 0.00045T)}{\gamma_{ro}^{0.5}} \quad \text{B.18}$$

$$c_{pw} = 1.0504 - 6.05 \times 10^{-4} T + 1.79 \times 10^{-6} T^2 \quad \text{B.19}$$

donde γ_{ro} es la gravedad específica o densidad relativa del aceite.

Apéndice C

Determinación de la ecuación de energía para las fracturas.

La ecuación de energía es:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi S_l \rho_l h_l + \phi S_g \rho_g h_g] + \nabla \cdot (\rho_l v_l h_l + \rho_g v_g h_g) - \nabla \cdot (k \cdot \nabla T) - \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (v_l + v_g) \cdot \nabla p \right] = 0$$

C.1

realizando los cambios en los subíndices y considerando dos fases:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi (S_o h_o)(\rho_o) + \phi (S_g h_g)(\rho_g)] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(\rho_o v_o h_o + \rho_g v_g h_g)] + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_o v_o h_o + \rho_g v_g h_g) -$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(k \cdot \nabla T)] - \frac{\partial}{\partial z} (k \cdot \nabla T) - \frac{\partial p}{\partial t} - [(v_o + v_g) \cdot \nabla p] = 0$$

C.2

Sustituyendo los valores de densidad y velocidad de cada fase, considerando que existe aceite, gas disuelto y gas:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi (S_o h_o)(\rho_o^o + \rho_o^g) + \phi (S_g h_g)(\rho_g)] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r((\rho_o^o + \rho_o^g) v_o h_o + \rho_g v_g h_g)] + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_o v_o h_o + \rho_g v_g h_g) -$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(k \cdot \nabla T)] - \frac{\partial}{\partial z} (k \cdot \nabla T) - \frac{\partial p}{\partial t} - [(v_o^o + v_o^g + v_g) \cdot \nabla p] = 0$$

si

$$v_l = - \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p - \rho_o g)$$

C.3

$$v_g = - \frac{k_e k_{rg}}{\mu_g} (\nabla p - \rho_g g)$$

C.4

sustituyendo C.3 y C.4 en C.2, se tiene

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} [\phi(S_o h_o)(\rho_o^o + \rho_o^s) + \phi(S_s h_s)(\rho_s)] - \\
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left((\rho_o^o + \rho_o^s) \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p - \gamma_o) \right) h_o + \rho_s \left(\frac{k_e k_{rs}}{\mu_s} (\nabla p - \gamma_s) \right) h_s \right) \right] - \\
& \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_o \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p - \gamma_o) \right) h_o + \rho_s \left(\frac{k_e k_{rs}}{\mu_s} (\nabla p - \gamma_s) \right) h_s \right] - \\
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(k \cdot \nabla T)] - \frac{\partial}{\partial z} (k \cdot \nabla T) - \frac{\partial p}{\partial t} + \left[\left(\left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p - \gamma_o) \right) + \left(\frac{k_e k_{rs}}{\mu_s} (\nabla p - \gamma_s) \right) \right) \cdot \nabla p \right] = 0
\end{aligned}$$

C.5

sustituyendo los operadores:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} [\phi(S_o h_o)(\rho_o^o + \rho_o^s) + \phi(S_s h_s)(\rho_s)] - \\
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left((\rho_o^o + \rho_o^s) \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial r} + \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) - \gamma_o \right) \right) h_o + \rho_s \left(\frac{k_e k_{rs}}{\mu_s} \left(\left(\frac{\partial p_s}{\partial r} + \frac{\partial p_s}{\partial z} \right) - \gamma_s \right) \right) h_s \right) \right] - \\
& \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_o \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial r} + \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) - \gamma_o \right) \right) h_o + \rho_s \left(\frac{k_e k_{rs}}{\mu_s} \left(\left(\frac{\partial p_s}{\partial r} + \frac{\partial p_s}{\partial z} \right) - \gamma_s \right) \right) h_s \right] - \\
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(k \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) - \frac{\partial p}{\partial t} + \\
& \left[\left(\left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \frac{R_s}{B_o} \right) \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial r} + \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) - \gamma_o \right) + \frac{k_e k_{rs}}{\mu_s B_s} \left(\left(\frac{\partial p_s}{\partial r} + \frac{\partial p_s}{\partial z} \right) - \gamma_s \right) \right) \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right] = 0
\end{aligned}$$

C.6

si se considera que sobre el eje radial las variaciones de los términos gravitacionales son despreciables y simplificando se tiene:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi(S_o h_o)(\rho_o^o + \rho_o^k) + \phi(S_k h_k)(\rho_k) \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left((\rho_o^o + \rho_o^k) \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} \right) h_o + \rho_k \left(\frac{k_e k_{rk}}{\mu_k} \frac{\partial p_k}{\partial r} \right) h_k \right) \right] - \\
& \frac{\partial}{\partial z} \left((\rho_o^o + \rho_o^k) \left(\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \right) h_o + \rho_k \left(\frac{k_{ez} k_{rk}}{\mu_k} \left(\frac{\partial p_k}{\partial z} - \gamma_k \right) \right) h_k \right) - \\
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[rk_e \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_e k_{rk}}{\mu_k B_k} \right) \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 \\
& + \left(\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_{ez} k_{rk}}{\mu_k B_k} \right) \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \gamma_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) + \frac{k_e k_{rk}}{\mu_k B_k} \left(\frac{\partial p_k}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{ez} k_{rk}}{\mu_k B_k} \left(\left(\frac{\partial p_k}{\partial z} \right)^2 - \gamma_k \frac{\partial p_k}{\partial z} \right) = 0
\end{aligned}$$

C.7

La ecuación C.7 es para yacimientos homogéneos, es necesario incluir en la ecuación los parámetros que representen al sistema fracturado, entonces:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi(S_o h_o)(\rho_o^o + \rho_o^k) + \phi(S_k h_k)(\rho_k) \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left((\rho_o^o + \rho_o^k) \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} \right) h_o + \rho_k \left(\frac{k_e k_{rk}}{\mu_k} \frac{\partial p_k}{\partial r} \right) h_k \right) \right] - \\
& \frac{\partial}{\partial z} \left((\rho_o^o + \rho_o^k) \left(\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \gamma_o \right) \right) h_o + \rho_k \left(\frac{k_{ez} k_{rk}}{\mu_k} \left(\frac{\partial p_k}{\partial z} - \gamma_k \right) \right) h_k \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[rk_e \frac{\partial T}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left(k_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial t} \\
& + \left(\frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_e k_{rk}}{\mu_k B_k} \right) \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{k_{ez} k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_{ez} k_{rk}}{\mu_k B_k} \right) \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \gamma_o \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) + \frac{k_e k_{rk}}{\mu_k B_k} \left(\frac{\partial p_k}{\partial r} \right)^2 + \\
& \frac{k_{ez} k_{rk}}{\mu_k B_k} \left(\left(\frac{\partial p_k}{\partial z} \right)^2 - \gamma_k \frac{\partial p_k}{\partial z} \right) - (\lambda_o^o + \lambda_o^k) h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) - \lambda_k h_{ki} (\psi_{km} - \psi_k) = 0
\end{aligned}$$

C.8

C.8 representa la ecuación de balance de energía en coordenadas cilíndricas, para $r - z$, en el sistema de fracturas. A partir de esta ecuación es posible realizar la aproximación para el sistema de matriz.

Apéndice D

Distribución inicial de fluidos.

Para ello es posible utilizar las siguientes relaciones:

En la zona de aceite:

$$p_{o,i,j} = p_{om,i,j} = p_{o,i,j+1} - \gamma_{o,i,j+1} \Delta z_{j+1} \quad D.1$$

donde

$$\Delta z_{j+1} = \frac{(z_{j+1} - z_{j-1})}{2} \quad D.2$$

$p_{o,i,j+1}$ y z_{j+1} son la presión de referencia del aceite a una profundidad de referencia, respectivamente. Conocido este punto de referencia, se calcula la presión $p_{o,i,j}$ en cualquier z del yacimiento a partir de la ecuación D.1.

Conocida la presión en el contacto agua – aceite ($p_{o,cwo}$) es posible calcular la presión de la fase agua en el contacto (en este trabajo no se consideró la fase agua movable). Porque

$$P_{Cwo}(Sw=1.0) = p_{o,cwo} - p_{w,cwo}$$

De forma similar en el contacto gas – aceite, es posible obtener la presión de la fase gas en el contacto gas – aceite:

$$P_{Cgo} = p_{g,cgo} - p_{o,cgo}$$

Entonces en la zona de gas la distribución de presiones queda como:

$$P_{g,i,j} = p_{g,i,j+1} - \gamma_{g,i,j+1} \Delta z_{j+1}, \quad p_{o,i,j} = p_{g,i,j} - p_{cgo,i,j} (S_o = S_{or}) \quad D.3$$

$$P_{gm,i,j} = p_{gm,i,j+1} - \gamma_{gm,i,j+1} \Delta z_{j+1}, \quad p_{om,i,j} = p_{gm,i,j} - p_{cmgo,i,j} (S_{om} = S_{omr}) \quad D.4$$

donde $p_{cgo} (S_{or}) = p_{cmgo} (S_{omr})$.

Esta es una forma de calcular la distribución inicial de presiones. En ocasiones no es necesario calcularla, se alimenta al modelo con esta información. Conocida la distribución vertical de presiones de las fases en el yacimiento, es posible calcular la distribución de presiones capilares. Esto es:

$$P_{Cgo} (S_g(z)) = p_g(z) - p_o(z) \quad D.5$$

y



$$P_{Cwo}(S_w(z)) = p_o(z) - p_w(z)$$

D.6

Con la presión capilar y un proceso de interpolación inversa es posible obtener la distribución inicial de saturación de las fases gas y aceite $S_g(z)$ y $S_w(z)$. La saturación de aceite la obtenemos a partir de la ecuación III.3.4, $S_o(z) = 1 - S_g(z) - S_w(z)$.

Se toma en cuenta que dentro de la zona de aceite existe una cierta posición z arriba de la cual la saturación de agua es irreductible o inmóvil. A partir de este punto, el gradiente de presión de la fase agua es el correspondiente a la fase aceite. De forma similar este criterio se aplica para la zona de gas, donde ésta se torna inmóvil el gradiente de presión de la fase gas será el correspondiente a la fase aceite. En la figura III.5.1 se muestra lo expuesto arriba.

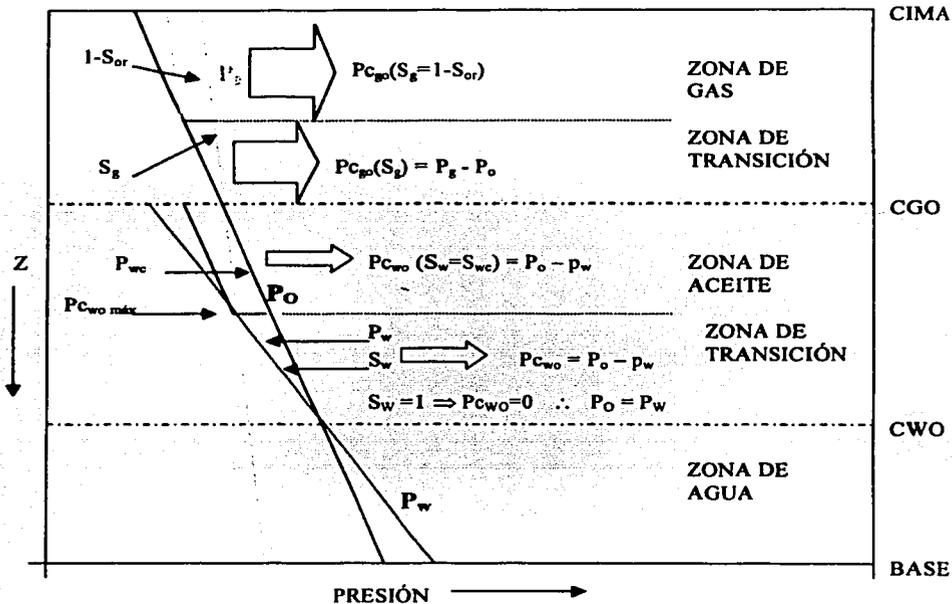


Figura D.1. Condiciones iniciales en equilibrio gravitacional y capilar. Distribuciones de presión y saturación de aceite, gas y agua en el yacimiento¹⁸.

Para aplicar el procedimiento mencionado es necesario conocer la posición de los contactos y que el simulador empleado maneje la fase de agua móvil, con esto es posible determinar la distribución inicial de los fluidos.

Apéndice E

Dimensiones y unidades para el transporte de calor.

La verificación de las dimensiones del término de transporte de calor fue necesario para lograr la suma con los de la ecuación de energía. Así cc_p representa el ritmo de flujo de calor (convección, conducción) y el subíndice p la fase en la que se desarrolla. Entonces:

$$\begin{aligned}
 cc_p \left(\frac{Btu}{h} \right) \left(\frac{1.055 \times 10^3 J}{1 Btu} \right) \left(\frac{\frac{lb_m ft^2}{seg^2}}{4.214011 \times 10^{-2} J} \right) &= \frac{1.055056 \times 10^3 lb_m ft^2}{4.214011 \times 10^{-2} seg^2 h} \left(\frac{1 h}{3600 seg} \right) = \\
 &= \frac{1.055056 \times 10^3}{4.214011 \times 10^{-2} (3600)} \frac{lb_m ft^2}{seg^3} = 6.9547 \left(\frac{(86400 seg)^3}{1 d^3} \right) \frac{lb_m ft^2}{seg^3} \\
 &= 44.856 \times 10^{14} \frac{lb_m ft^2}{d^3} \Rightarrow \left[\frac{ML^2}{t^3} \right]
 \end{aligned}$$

estas dimensiones no es posible sumarlas con los términos de la ecuación de energía planteada (ec. III.7.1). Por lo tanto, para lograr la suma es necesario dividir por el volumen (ft^3), así:

$$cc_p = \left[\frac{ML^2}{t^3} \right] \left[\frac{1}{L^3} \right] = \left[\frac{M}{Lt^3} \right]$$

de esta forma se tiene compatibilidad dimensional con todos los términos que intervienen en el desarrollo.

Apéndice F

Ecuaciones de flujo.

Las ecuaciones que se presentan a continuación representan el flujo, en dos dimensiones, de energía y el proceso de transferencia de calor.

En las fracturas para el aceite:

$$\begin{aligned}
 & -47.227 \times 10^6 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{ez} k_{rz}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \rho_o^o h_o \right] \right\} \\
 & -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^o \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k'' \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\} \\
 & + 6800.7 \times 10^6 \left\{ \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{ez} k_{rz}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} \quad \text{F.1} \\
 & -47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\} - 44.856 \times 10^{14} \varepsilon^o (T_{om} - T_o) \pm \frac{Q_o}{L} \pm q_o h_o = \\
 & - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o \right\}
 \end{aligned}$$

y el gas:

$$\begin{aligned}
 & -47.227 \times 10^6 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^g \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o + r \frac{k_e k_{rg}}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial p_g}{\partial r} h_g \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{ez} k_{rz}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \rho_o^g h_o + \frac{k_{gz} k_{rg}}{\mu_g} \left(\frac{\partial p_g}{\partial z} - \frac{\gamma_g}{144} \right) \rho_g h_g \right] \right\} \\
 & -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^g \frac{\partial T_g}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k^g \frac{\partial T_g}{\partial z} \right] \right\} \\
 & + 6800.7 \times 10^6 \left\{ \frac{k_e k_{ro}}{\mu_o} \frac{R_s}{B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_e k_{rg}}{\mu_g B_g} \left(\frac{\partial p_g}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{ez} k_{rz}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] + \frac{k_{gz} k_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\left(\frac{\partial p_g}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_g}{144} \frac{\partial p_g}{\partial z} \right] \right\} \\
 & -47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^g h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) + \lambda_g h_{gi} (\psi_{gm} - \psi_g) \right\} - 44.856 \times 10^{14} \varepsilon^g (T_{gm} - T_g) \pm \frac{Q_g}{L} \pm q_g h_g = \\
 & - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 [\phi S_o h_o \rho_o^g + \phi S_g h_g \rho_g] - 1.075 \times 10^{12} p_g \right\}
 \end{aligned}$$

Para el aceite en la matriz:

$$\begin{aligned}
 & -4.4856x10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_m^o \frac{\partial T_{om}}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_m^o \frac{\partial T_{om}}{\partial z} \right] \right\} \\
 & + 47.227x10^6 \{ \lambda_o^o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \} + 44.856x10^{14} \varepsilon^o (T_{om} - T_o) = \\
 & - \frac{\partial}{\partial t} \{ 74.6496x10^8 \phi_m S_{om} h_o \rho_{om}^o - 1.075x10^{12} p_{om} \}
 \end{aligned} \tag{F.3}$$

y para la fase de gas:

$$\begin{aligned}
 & -4.4856x10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_m^g \frac{\partial T_{gm}}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_m^g \frac{\partial T_{gm}}{\partial z} \right] \right\} \\
 & + 47.227x10^6 \{ \lambda_g^g h_{gi} (\psi_{gm} - \psi_g) \} + 44.856x10^{14} \varepsilon^g (T_{gm} - T_g) = \\
 & - \frac{\partial}{\partial t} \{ 74.6496x10^8 [\phi_m S_{om} h_o \rho_o^g + \phi_m S_{gm} h_g \rho_{gm}^g] - 1.075x10^{12} p_{gm} \}
 \end{aligned} \tag{F.4}$$

donde q_o y q_g , en las ecuaciones F.1 y F.2, son los gastos másicos de aceite y gas por unidad de volumen de roca, respectivamente. Se manejan como gasto másico por unidad de volumen de roca, es posible manejarlos como gastos volumétricos por medio de la densidad correspondiente a cada fase, es decir:

$${}^o q = q_o \rho_o \tag{F.5}$$

que es el gasto volumétrico de aceite y para el gasto volumétrico de gas:

$${}^g q = q_g \rho_g \tag{F.6}$$

de las relaciones F.5 y F.6, es posible obtener los gastos másicos en función de los gastos volumétricos simplemente despejando.

Se observa que el sistema formado por las ecuaciones F.1 a F.4 es posible resolverlo de forma numérica. En el manejo de dos fases se requiere mayor esfuerzo de computación para resolver el sistema, que si se maneja una sola fase. Además de que la convección se puede visualizar de forma independiente en cada fase sin necesidad de manejar el aceite y el gas a la vez. Esta simplificación (considerando únicamente la fase líquida) permite reducir el problema de forma tal, que no se pierda el sentido en el estudio de la convección y sin afectar demasiado en la aproximación real del fenómeno.

Apéndice G

Aproximación en Diferencias Finitas.

Aproximando los términos en el nodo i, j de la figura IV.1 para las ecuaciones III.7.23 y III.7.24, se discretiza en espacio y tiempo. Para mayor detalle se realizó término a término, así la ecuación para las fracturas:

$$\begin{aligned}
 & -47.227 \times 10^6 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_{\varepsilon} k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{\varepsilon z} k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \rho_o^o h_o \right] \right\} \\
 & -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k'' \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k'' \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\} \\
 & + 6800.7 \times 10^6 \left\{ \frac{k_{\varepsilon} k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 + \frac{k_{\varepsilon z} k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\} \\
 & -47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\} - 44.856 \times 10^{14} \varepsilon^o (T_{om} - T_o) \pm \frac{Q_o}{L} \pm q_o h_o = \\
 & - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o \right\}
 \end{aligned}$$

para el primer término de la ecuación, sin tomar en cuenta la constante, se tiene:

$$\begin{aligned}
 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_{\varepsilon} k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^o \frac{\partial p_o}{\partial r} h_o \right] \right\}_{i,j}^n & \approx \frac{1}{r_{i,j}} \frac{1}{\Delta r_{i,j}} \left\{ r_{i,j} \frac{(L_o^o h_o)_{i+1/2,j}}{\Delta r_{i+1,j}} (\Delta_r p_o)_{i+1,j} - r_{i,j} \frac{(L_o^o h_o)_{i-1/2,j}}{\Delta r_{i-1,j}} (\Delta_r p_o)_{i-1,j} \right\} \\
 & \approx \frac{1}{\Delta r_{i,j}} \left\{ \frac{(L_o^o h_o)_{i+1/2,j}}{\Delta r_{i+1,j}} (\Delta_r p_o)_{i+1,j} - \frac{(L_o^o h_o)_{i-1/2,j}}{\Delta r_{i-1,j}} (\Delta_r p_o)_{i-1,j} \right\}
 \end{aligned}$$

G.1

donde

$$L_o^o = \frac{k_{\varepsilon} k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^o$$

y

$$L_{oz} = \frac{k_{\varepsilon z} k_{ro}}{\mu_o} \rho_o^o$$

G.2

para el término en z :

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{zz} k_{r\theta}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\gamma_o}{144} \right) \rho_o^o h_o \right] \right\}_{i,j}^n \approx \frac{1}{\Delta z_{i,j}} \left\{ \frac{(L_{oz}^o h_o)_{i,j+1/2}}{\Delta z_{i,j+1}} \left(\Delta_z p_o - \frac{\gamma_o}{144} \Delta z \right)_{i,j+1} - \frac{(L_{oz}^o h_o)_{i,j-1/2}}{\Delta z_{i,j-1}} \left(\Delta_z p_o - \frac{\gamma_o}{144} \Delta z \right)_{i,j-1} \right\} \quad \text{G.3}$$

siguiendo con los términos restantes:

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k^o \frac{\partial T_o}{\partial r} \right] \right\}_{i,j}^{n+1} \approx \frac{1}{r_{i,j}} \frac{1}{\Delta r_{i,j}} \left\{ r_{i,j} \frac{k_{i+1/2,j}^o}{\Delta r_{i+1,j}} (\Delta_r T_o)_{i+1,j} - r_{i,j} \frac{k_{i-1/2,j}^o}{\Delta r_{i-1,j}} (\Delta_r T_o)_{i-1,j} \right\} \\ \approx \frac{1}{\Delta r_{i,j}} \left\{ \frac{k_{i+1/2,j}^o}{\Delta r_{i+1,j}} (\Delta_r T_o)_{i+1,j} - \frac{k_{i-1/2,j}^o}{\Delta r_{i-1,j}} (\Delta_r T_o)_{i-1,j} \right\} \quad \text{G.4}$$

y

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[K_o \frac{\partial T_o}{\partial z} \right] \right\}_{i,j}^{n+1} \approx \frac{1}{\Delta z_{i,j}} \left\{ \frac{k_{i,j+1/2}^o}{\Delta z_{i,j+1}} (\Delta_z T_o)_{i,j+1} - \frac{k_{i,j-1/2}^o}{\Delta z_{i,j-1}} (\Delta_z T_o)_{i,j-1} \right\} \quad \text{G.5}$$

$$\left\{ \frac{k_{zz} k_{r\theta}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \right)^2 \right\}_{i,j}^n \approx \left[\frac{k_{zz} k_{r\theta}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\Delta_r p_o}{\Delta r} \right)^2 \right]_{i,j}^n \quad \text{G.6}$$

$$\left\{ \frac{k_{zz} k_{r\theta}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\partial p_o}{\partial z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right] \right\}_{i,j}^n \approx \left[\frac{k_{zz} k_{r\theta}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\Delta_z p_o}{\Delta z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left(\frac{\Delta_z p_o}{\Delta z} \right) \right] \right]_{i,j}^n \quad \text{G.7}$$

Los términos que faltan se encuentran al nivel n de tiempo, excepto el de transporte de calor; que es el que involucra la temperatura de la matriz y la fractura. La aproximación del término de acumulación es:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} [\phi S_o h_o \rho_o^o - p_o] \right\}_{i,j}^{n+1} \approx \frac{1}{\Delta t} \left[(\phi S_o h_o \rho_o^o - p_o)_{i,j}^{n+1} - (\phi S_o h_o \rho_o^o - p_o)_{i,j}^n \right] \quad \text{G.8}$$

La ecuación para la matriz (III.7.23) en forma discreta se realizó de igual manera que para el caso en la fractura.

$$+ 47.227 \times 10^6 \{ \lambda_o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \} + 44.856 \times 10^{14} \varepsilon^o (T_{om} - T_o) = \\ - \frac{\partial}{\partial t} \{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_o \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \}$$

Para el sistema de matriz los términos de flujo no fueron considerados, solo los términos de transferencia y acumulación. Así el término de acumulación para la matriz queda como:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} [\phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - p_{om}] \right\}_{i,j}^{n+1} \approx \frac{1}{\Delta t} \left[(\phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - p_{om})_{i,j}^{n+1} - (\phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - p_{om})_{i,j}^n \right]$$

G.9

La forma discreta de la ecuación III.7.22 se concretó al sustituir las ecuaciones de G.1 a G.8, multiplicando todo por el volumen de roca y colocando la ecuación en su forma residual, se tiene:

$$\begin{aligned}
& -47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i+1/2,j}}{\Delta r_{i+1,j}} (\Delta_r P_o)_{i+1,j} - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{i-1/2,j}}{\Delta r_{i-1,j}} (\Delta_r P_o)_{i-1,j} \right] + \right. \\
& \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j+1/2}}{\Delta z_{i,j+1}} \left(\Delta_z P_o - \frac{\gamma_o}{144} \Delta z \right)_{i,j+1} - \frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j-1/2}}{\Delta z_{i,j-1}} \left(\Delta_z P_o - \frac{\gamma_o}{144} \Delta z \right)_{i,j-1} \right] \right\} \\
& -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i+1/2,j}}{\Delta r_{i+1,j}} (\Delta_r T_o)_{i+1,j} - \frac{(k^o A_r)_{i-1/2,j}}{\Delta r_{i-1,j}} (\Delta_r T_o)_{i-1,j} \right] + \right. \\
& \left. \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+1/2}}{\Delta z_{i,j+1}} (\Delta_z T_o)_{i,j+1} - \frac{(k^o A_z)_{i,j-1/2}}{\Delta z_{i,j-1}} (\Delta_z T_o)_{i,j-1} \right] \right\} \\
& + 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{k_r k_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\Delta_r P_o}{\Delta r} \right)^2 \right]_{i,j}^n + \left[\frac{k_z k_{zo}}{\mu_o B_o} \left[\left(\frac{\Delta_z P_o}{\Delta z} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left(\frac{\Delta_z P_o}{\Delta z} \right) \right] \right]_{i,j}^n \right\} \\
& -47.227 \times 10^6 \{ \lambda_o^o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \}_{i,j} - 44.856 \times 10^{14} \{ \varepsilon^o (T_{om} - T_o) \}_{i,j} \pm (Q_o^o)_{i,j} \pm (q_o h_o)_{i,j} \\
& + \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ \left[74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} P_o \right]^{n+1} - \left[74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} P_o \right]^n \right\}_{i,j} = F_{oi,j} = 0
\end{aligned}$$

G.10

Expandiendo la ecuación G.10 se llega a la ecuación G.11, la cual es la forma final de la ecuación para el sistema de fracturas (fase aceite) en diferencias finitas.

A_r es el área perpendicular a la dirección de flujo radial y A_z es el área perpendicular a la dirección de flujo axial, ambas están en ft^2 , y la forma de cada una es:

$$A_r = 2\pi \left(r_{i+\frac{1}{2},j} \right) \left(z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - z_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \right) \quad \text{y} \quad A_z = \pi \left(r_{i+\frac{1}{2},j}^2 - r_{i-\frac{1}{2},j}^2 \right) \quad \text{G.10}$$

Así:

$$\begin{aligned}
 & -47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i+\frac{1}{2},j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (p_{oi+1,j} - p_{oi,j}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{i-\frac{1}{2},j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (p_{oi,j} - p_{oi-1,j}) \right] + \right. \\
 & \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j+\frac{1}{2}}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} \left(p_{oi,j+1} - p_{oi,j} - \frac{\gamma_o (z_{i,j+1} - z_{i,j})}{144} \right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} \left(p_{oi,j} - p_{oi,j-1} - \frac{\gamma_o (z_{i,j} - z_{i,j-1})}{144} \right) \right] \right\} \\
 & -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i+\frac{1}{2},j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (T_{oi+1,j} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_r)_{i-\frac{1}{2},j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (T_{oi,j} - T_{oi-1,j}) \right] + \right. \\
 & \left. \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+\frac{1}{2}}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} (T_{oi,j+1} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_z)_{i,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} (T_{oi,j} - T_{oi,j-1}) \right] \right\} \\
 & + 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\left(\frac{k_e k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left(\frac{p_{oi+\frac{1}{2},j} - p_{oi-\frac{1}{2},j}}{r_{i+\frac{1}{2},j} - r_{i-\frac{1}{2},j}} \right)^2 \right] + \right. \\
 & \left. \left[\left(\frac{k_{ez} k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left[\left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2}} - p_{oi,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j+\frac{1}{2}} - z_{i,j-\frac{1}{2}}} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2}} - p_{oi,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j+\frac{1}{2}} - z_{i,j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \right] \right\} \\
 & - 47.227 \times 10^6 \left\{ \alpha_o^o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{i,j} - 44.856 \times 10^{14} \left\{ \epsilon^o (T_{om} - T_o) \right\}_{i,j} \pm (Q_o^o)_{i,j} \pm (g_o^o h_o)_{i,j} \\
 & + \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^n \right\}_{i,j} = F_{oi,j} = 0
 \end{aligned}$$

G.11

Para el sistema de matriz (ecuación III.7.23) la ecuación queda de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
& 47.227 \times 10^6 \{ \lambda_o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_a) \}_{i,j} + 44.856 \times 10^{14} \{ \varepsilon^v (T_{om} - T_o) \}_{i,j} \\
& + \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^v - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}^{n+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^v - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}^n \}_{i,j} \\
& = F_{om(i,j)} = 0
\end{aligned}$$

G.12

La ecuación G.12 no incluye los términos de flujo debido a que no se considera un problema de doble permeabilidad, solamente doble porosidad. De igual manera para los términos fuente o sumideros.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Apéndice H

Forma de las funciones de residuos para las condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera toman forma particular para cada celda límite, es decir, para las celdas $i = 1, 2 < j \leq NY - 1$, donde NY es el número de celdas en dirección z (j); la ecuación expresada en forma residual (fase aceite) queda como:

Fractura:

$$\begin{aligned}
 & 47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{1,5,j}}{r_{2,j} - r_{1,j}} (p_{o2,j} - p_{o1,j}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{0,5,j}}{r_{1,j} - r_{0,j}} (p_{o1,j} - p_{o0,j}) \right] + \right. \\
 & \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{1,j+1/2}}{z_{1,j+1} - z_{1,j}} (p_{o1,j+1} - p_{o1,j}) - \frac{\gamma_o (z_{1,j+1} - z_{1,j})}{144} \right] - \right. \\
 & \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{1,j-1/2}}{z_{1,j} - z_{1,j-1}} (p_{o1,j} - p_{o1,j-1}) - \frac{\gamma_o (z_{1,j} - z_{1,j-1})}{144} \right] \right\} \\
 & + 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{1,5,j}}{r_{1,5,j} - r_{1,j}} (T_{o2,j} - T_{o1,j}) - \frac{(k^o A_r)_{0,5,j}}{r_{1,j} - r_{0,j}} (T_{o1,j} - T_{o0,j}) \right] + \right. \\
 & \left. \left[\frac{(k^o A_z)_{1,j+1/2}}{z_{1,j+1} - z_{1,j}} (T_{o1,j+1} - T_{o1,j}) - \frac{(k^o A_z)_{1,j-1/2}}{z_{1,j} - z_{1,j-1}} (T_{1,j} - T_{o1,j-1}) \right] \right\} \\
 & - 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\left(\frac{k_e k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{1,j} \left(\frac{p_{o1,5,j} - p_{o0,5,j}}{r_{1,5,j} - r_{0,5,j}} \right)^2 \right] + \right. \\
 & \left. \left[\left(\frac{k_{ez} k_{rz} V}{\mu_o B_o} \right)_{1,j} \left[\left(\frac{p_{o1,j+1/2} - p_{o1,j-1/2}}{z_{1,j+1/2} - z_{1,j-1/2}} \right)^2 - \frac{\gamma_o (p_{o1,j+1/2} - p_{o1,j-1/2})}{z_{1,j+1/2} - z_{1,j-1/2}} \right] \right] \right\} \\
 & - \frac{V_{1,j}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om}) \right\}_{1,j} \\
 & - \frac{V_{1,j}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o) \right\}_{1,j} \\
 & \pm (-1)(Q_o^i)_{1,j} \pm (-1)(q_o^i h_o)_{1,j} = F_{o1,j}^i = 0
 \end{aligned}$$

H.1

En la ecuación H.1 intervienen subíndices donde aparecen números como 0, 0.5 y 1.5. Para el caso donde aparecen ceros se sustituyen por las condiciones de frontera conocidas y en donde aparecen 0.5 y 1.5 se refieren a las fronteras de la celda en la dirección correspondiente.

Para la matriz se tiene:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \chi_o^o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{i,j} + 44.856 \times 10^{14} \left\{ \xi^o (T_{om} - T_o) \right\}_{i,j}$$

$$+ \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}^{n+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}_{i,j}$$

$$= F_{om1,j} = 0$$

H.2

Del mismo modo para la celda (i = 1, j = 1):

Matriz:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \chi_o^o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{i,1} + 44.856 \times 10^{14} \left\{ \xi^o (T_{om} - T_o) \right\}_{i,1}$$

$$+ \frac{V_{i,1}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}^{n+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}_{i,1}$$

$$= F_{om1,1} = 0$$

H.3

Fractura:

$$\begin{aligned}
& 47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{1,5,1}}{r_{2,1} - r_{1,1}} (p_{o2,1} - p_{o1,1}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{0,5,1}}{r_{1,1} - r_{0,1}} (p_{o1,1} - p_{o0,1}) \right] + \right. \\
& \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{1,1,5}}{z_{1,2} - z_{1,1}} (p_{o1,2} - p_{o1,1}) - \frac{\gamma_o (z_{1,2} - z_{1,1})}{144} \right] - \right. \\
& \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{1,0,5}}{z_{1,1} - z_{1,0}} (p_{o1,1} - p_{o1,0}) - \frac{\gamma_o (z_{1,1} - z_{1,0})}{144} \right] \right\} \\
& + 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{1,5,1}}{r_{1,5,1} - r_{1,1}} (T_{o2,1} - T_{o1,1}) - \frac{(k^o A_r)_{0,5,1}}{r_{1,1} - r_{0,1}} (T_{o1,1} - T_{o0,1}) \right] + \right. \\
& \left. \left[\frac{(k^o A_z)_{1,1,5}}{z_{1,2} - z_{1,1}} (T_{o1,2} - T_{o1,1}) - \frac{(k^o A_z)_{1,0,5}}{z_{1,1} - z_{1,0}} (T_{o1,1} - T_{1,0}) \right] \right\} \\
& - 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(k_e k_{ro} V)}{\mu_o B_o} \right]_{1,1} \left[\frac{(p_{o1,5,1} - p_{o0,5,1})}{r_{1,5,1} - r_{0,5,1}} \right]^2 \right\} + \\
& \left. \left[\frac{(k_{ez} k_{ro} V)}{\mu_o B_o} \right]_{1,1} \left[\frac{(p_{o1,1,5} - p_{o1,0,5})}{z_{1,1,5} - z_{1,0,5}} \right]^2 - \frac{\gamma_o}{144} \frac{(p_{o1,1,5} - p_{o1,0,5})}{(z_{1,1,5} - z_{1,0,5})} \right\} \\
& - \frac{V_{1,1}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^n \right\}_{,1} \\
& - \frac{V_{1,1}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^n \right\}_{,1} \\
& \pm (-1)(Q_o^*)_{,1} \pm (-1)(q_o^* h_o)_{,1} = F_{o1,1} = 0
\end{aligned}$$

H.4

Para las celdas (i = 1, j = NY):

Matriz:

$$\begin{aligned}
& 47.227 \times 10^6 \left\{ \gamma_o^o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{\lambda, NY} + 44.856 \times 10^{14} \left\{ \epsilon^o (T_{om} - T_o) \right\}_{\lambda, NY} \\
& + \frac{V_{1,1}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^n \right\}_{\lambda, NY} \\
& = F_{om1, NY} = 0
\end{aligned}$$

H.5

Fractura:

$$\begin{aligned}
& 47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{\lambda, 5, NY}}{r_{2, NY} - r_{1, NY}} (p_{o2, NY} - p_{o1, NY}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{o, 5, NY}}{r_{1, NY} - r_{o, NY}} (p_{o1, NY} - p_{o0, NY}) \right] + \right. \\
& \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{\lambda, NY + \frac{1}{2}}}{z_{1, NY + 1} - z_{1, NY}} \left(p_{o1, NY + 1} - p_{o1, NY} - \frac{\gamma_o (z_{1, NY + 1} - z_{1, NY})}{144} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{(L_o^o h_o A_z)_{\lambda, NY - \frac{1}{2}}}{z_{1, NY} - z_{1, NY - 1}} \left(p_{o1, NY} - p_{o1, NY - 1} - \frac{\gamma_o (z_{1, NY} - z_{1, NY - 1})}{144} \right) \right] \right\} \\
& + 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{\lambda, 5, NY}}{r_{1, 5, NY} - r_{1, NY}} (T_{o2, NY} - T_{o1, NY}) - \frac{(k^o A_r)_{o, 5, NY}}{r_{1, NY} - r_{o, NY}} (T_{o1, NY} - T_{o0, NY}) \right] + \right. \\
& \left. \left[\frac{(k^o A_z)_{\lambda, NY + \frac{1}{2}}}{z_{1, NY + 1} - z_{1, NY}} (T_{o1, NY + 1} - T_{o1, NY}) - \frac{(k^o A_z)_{\lambda, NY - \frac{1}{2}}}{z_{1, NY} - z_{1, NY - 1}} (T_{o1, NY} - T_{o1, NY - 1}) \right] \right\} \\
& - 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{\left(\frac{k_e k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{\lambda, NY} \left(\frac{p_{o1, 5, NY} - p_{o0, 5, NY}}{r_{1, 5, NY} - r_{o, 5, NY}} \right)^2 \right] + \right. \\
& \left. \left[\frac{\left(\frac{k_{ez} k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{\lambda, NY} \left[\left(\frac{p_{o1, NY + \frac{1}{2}} - p_{o1, NY - \frac{1}{2}}}{z_{1, NY + \frac{1}{2}} - z_{1, NY - \frac{1}{2}}} \right)^2 - \frac{\gamma_o \left(\frac{p_{o1, NY + \frac{1}{2}} - p_{o1, NY - \frac{1}{2}}}{z_{1, NY + \frac{1}{2}} - z_{1, NY - \frac{1}{2}}} \right)}{144} \right] \right] \right\} \\
& - \frac{V_{1, NY}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^n \right\}_{\lambda, NY} \\
& - \frac{V_{1, NY}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^n \right\}_{\lambda, NY} \\
& \pm (-1)(Q_o^*)_{\lambda, NY} \pm (-1)(q_o^* h_o)_{\lambda, NY} = F_{o1, NY}^* = 0
\end{aligned}$$

H.6

Al igual que en la ecuación H.1, en la ecuación H.6 aparecen términos en NY+1/2, NY+1/2 y NY+1. Donde aparece NY con las fracciones se refiere a las fronteras de las últimas celdas (NY) en dirección axial y en NY+1 se tomó en cuenta los valores de la frontera, aquí es donde se acopló dicha condición.

Para las celdas ($2 < i \leq NX - 1, j = 1$):

Fractura:

$$\begin{aligned}
 & 47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i+1/2,1}}{r_{i+1,1} - r_{i,1}} (P_{oi+1,1} - P_{oi,1}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{i-1/2,1}}{r_{i,1} - r_{i-1,1}} (P_{oi,1} - P_{oi-1,1}) \right] + \right. \\
 & \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,1.5}}{z_{i,2} - z_{i,1}} \left(P_{oi,2} - P_{oi,1} - \frac{\gamma_o (z_{i,2} - z_{i,1})}{144} \right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,0.5}}{z_{i,1} - z_{i,0}} \left(P_{oi,1} - P_{oi,0} - \frac{\gamma_o (z_{i,1} - z_{i,0})}{144} \right) \right] \right\} \\
 & + 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i+1/2,1}}{r_{i+1,1} - r_{i,1}} (T_{oi+1,1} - T_{oi,1}) - \frac{(k^o A_r)_{i-1/2,1}}{r_{i,1} - r_{i-1,1}} (T_{oi,1} - T_{oi-1,1}) \right] + \right. \\
 & \left. \left[\frac{(k^o A_z)_{i,1.5}}{z_{i,2} - z_{i,1}} (T_{oi,2} - T_{oi,1}) - \frac{(k^o A_z)_{i,0.5}}{z_{i,1} - z_{i,0}} (T_{oi,1} - T_{oi,0}) \right] \right\} \\
 & - 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(k_e k_{ro} V)}{\mu_o B_o} \right]_{i,1} \left[\frac{P_{oi+1/2,1} - P_{oi-1/2,1}}{r_{i+1/2,1} - r_{i-1/2,1}} \right]^2 \right\} + \\
 & \left\{ \frac{(k_{e2} k_{ro} V)}{\mu_o B_o} \right]_{i,1} \left[\frac{P_{oi,1.5} - P_{oi,0.5}}{z_{i,1.5} - z_{i,0.5}} \right]^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left[\frac{P_{oi,1.5} - P_{oi,0.5}}{z_{i,1.5} - z_{i,0.5}} \right] \right\} \\
 & - \frac{V_{i,1}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^n \right\}, \\
 & - \frac{V_{i,1}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^n \right\}, \\
 & \pm (-1)(Q_o^*)_{i,1} \pm (-1)(q_o^* h_o)_{i,1} = F_{o,i}^* = 0
 \end{aligned}$$

H.7

Matriz:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^o h_{ot} (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{k,1} + 44.856 \times 10^{14} \left\{ \epsilon^o (T_{om} - T_o) \right\}_{,1}$$

$$+ \frac{V_{i,1}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}^{n+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}_{,1} = F_{om(i,1)} = 0$$

H.8

Para las celdas (i = NX, j = 1):

Fractura:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{NX+1/2,1}}{r_{NX+1,1} - r_{NX,1}} (p_{oNX+1,1} - p_{oNX,1}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{NX-1/2,1}}{r_{NX,1} - r_{NX-1,1}} (p_{oNX,1} - p_{oNX-1,1}) \right] + \\ & \left[\frac{(L_{oz}^o h_o A_z)_{NX,1.5}}{z_{NX,2} - z_{NX,1}} (p_{oNX,2} - p_{oNX,1}) - \frac{\gamma_o (z_{NX,2} - z_{NX,1})}{144} \right] - \\ & \left[\frac{(L_{oz}^o h_o A_z)_{NX,0.5}}{z_{NX,1} - z_{NX,0}} (p_{oNX,1} - p_{oNX,0}) - \frac{\gamma_o (z_{NX,1} - z_{NX,0})}{144} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$+ 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(k^o A_r)_{NX+1/2,1}}{r_{NX+1,1} - r_{NX,1}} (T_{oNX+1,1} - T_{oNX,1}) - \frac{(k^o A_r)_{NX-1/2,1}}{r_{NX,1} - r_{NX-1,1}} (T_{oNX,1} - T_{oNX-1,1}) \right] + \\ & \left[\frac{(k^o A_z)_{NX,1.5}}{z_{NX,2} - z_{NX,1}} (T_{oNX,2} - T_{oNX,1}) - \frac{(k^o A_z)_{NX,0.5}}{z_{NX,1} - z_{NX,0}} (T_{oNX,1} - T_{oNX,0}) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$- 6800.7 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\left(\frac{k_e k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{NX,1} \left(\frac{p_{oNX+1/2,1} - p_{oNX-1/2,1}}{r_{NX+1/2,1} - r_{NX-1/2,1}} \right)^2 \right] + \\ & \left[\left(\frac{k_{er} k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{NX,1} \left[\left(\frac{p_{oNX,1.5} - p_{oNX,0.5}}{z_{NX,1.5} - z_{NX,0.5}} \right)^2 - \frac{\gamma_o (p_{oNX,1.5} - p_{oNX,0.5})}{144 (z_{NX,1.5} - z_{NX,0.5})} \right] \right] \end{aligned} \right\}$$

$$- \frac{V_{NX,1}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}^{n+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_{om} \right\}_{NX,1}$$

$$- \frac{V_{NX,1}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_o \right\}^{n+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} \rho_o \right\}_{NX,1}$$

$$\pm (-1)(q_o^*)_{NX,j} \pm (-1)(q_o^* h_o)_{NX,1} = F_{NX,i}^* = 0$$

H.9

Matriz:

$$47.227x10^6 \{x_o^o h_o (\psi_{om} - \psi_o)\}_{NX,1} + 44.856x10^{14} \{e''(T_{om} - T_o)\}_{NX,1}$$

$$+ \frac{V_{NY,1}}{\Delta t} \left\{ 74.6496x10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075x10^{12} P_{om} \right\}^{*+1} - \left(74.6496x10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075x10^{12} P_{om} \right) \}_{NX,1} = F_{om(NX,1)} =$$

H.10

Para las celdas ($i = NX, 2 < j \leq NY - 1$):

$$47.227x10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{NX+1/2,j}}{r_{NX+1,j} - r_{NX,j}} (P_{oNX+1,j} - P_{oNX,j}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{NX-1/2,j}}{r_{NX,j} - r_{NX-1,j}} (P_{oNX,j} - P_{oNX-1,j}) \right] + \right.$$

$$\left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{NX,j+1/2}}{z_{NX,j+1} - z_{NX,j}} (P_{oNX,j+1} - P_{oNX,j}) - \frac{\gamma_o (z_{NX,j+1} - z_{NX,j})}{144} \right] - \right.$$

$$\left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{NX,j-1/2}}{z_{NX,j} - z_{NX,j-1}} (P_{oNX,j} - P_{oNX,j-1}) - \frac{\gamma_o (z_{NX,j} - z_{NX,j-1})}{144} \right] \right\}$$

$$+ 4.4856x10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{NX+1/2,j}}{r_{NX+1,j} - r_{NX,j}} (T_{oNX+1,j} - T_{oNX,j}) - \frac{(k^o A_r)_{NX-1/2,j}}{r_{NX,j} - r_{NX-1,j}} (T_{oNX,j} - T_{oNX-1,j}) \right] + \right.$$

$$\left. \left[\frac{(k^o A_z)_{NX,j+1/2}}{z_{NX,j+1} - z_{NX,j}} (T_{oNX,j+1} - T_{oNX,j}) - \frac{(k^o A_z)_{NX,j-1/2}}{z_{NX,j} - z_{NX,j-1}} (T_{oNX,j} - T_{oNX,j-1}) \right] \right\}$$

$$- 6800.7x10^6 \left\{ \left[\frac{(k_e k_m V)}{\mu_o B_o} \right]_{NX,j} \left[\frac{P_{oNX+1/2,j} - P_{oNX-1/2,j}}{r_{NX+1/2,j} - r_{NX-1/2,j}} \right]^2 + \right.$$

$$\left. \left[\frac{(k_e k_m V)}{\mu_o B_o} \right]_{NX,j} \left[\frac{P_{oNX,j+1/2} - P_{oNX,j-1/2}}{z_{NX,j+1/2} - z_{NX,j-1/2}} \right]^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left[\frac{P_{oNX,j+1/2} - P_{oNX,j-1/2}}{z_{NX,j+1/2} - z_{NX,j-1/2}} \right] \right\}$$

$$- \frac{V_{NX,j}}{\Delta t} \left\{ 74.6496x10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075x10^{12} P_{om} \right\}^{*+1} - \left(74.6496x10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075x10^{12} P_{om} \right) \}_{NX,j}$$

$$- \frac{V_{NX,j}}{\Delta t} \left\{ 74.6496x10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075x10^{12} P_o \right\}^{*+1} - \left(74.6496x10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075x10^{12} P_o \right) \}_{NX,j}$$

$$\pm (-1)(Q_o)_{NX,j} \pm (-1)(q_o h_o)_{NX,j} = F_{oNX,j} = 0$$

H.11

Matriz:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \lambda_o^2 h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{NX,j} + 44.856 \times 10^{14} \left\{ \epsilon^o (T_{om} - T_o) \right\}_{NX,j}$$

$$+ \frac{V_{NX,j}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}^{r+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}_{NX,j}$$

$$= F_{om(NX,j)} = 0$$

H.12

Para la celda (i = NX, j = NY):

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(L_o^2 h_o A_r)_{NX+1/2,NY}}{r_{NX+1,NY} - r_{NX,NY}} (p_{oNX+1,NY} - p_{oNX,NY}) - \frac{(L_o^2 h_o A_r)_{NX-1/2,NY}}{r_{NX,NY} - r_{NX-1,NY}} (p_{oNX,NY} - p_{oNX-1,NY}) \right] + \\ & \left[\frac{(L_o^2 h_o A_z)_{NX,NY+1/2}}{z_{NX,NY+1} - z_{NX,NY}} \left(p_{oNX,NY+1} - p_{oNX,NY} - \frac{\gamma_o (z_{NX,NY+1} - z_{NX,NY})}{144} \right) - \right. \\ & \left. \frac{(L_o^2 h_o A_z)_{NX,NY-1/2}}{z_{NX,NY} - z_{NX,NY-1}} \left(p_{oNX,NY} - p_{oNX,NY-1} - \frac{\gamma_o (z_{NX,NY} - z_{NX,NY-1})}{144} \right) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$+ 4.4856 \times 10^{13} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(k^o A_r)_{NX+1/2,NY}}{r_{NX+1,NY} - r_{NX,NY}} (T_{oNX-1,NY} - T_{oNX,NY}) - \frac{(k^o A_r)_{NX-1/2,NY}}{r_{NX,NY} - r_{NX-1,NY}} (T_{oNX,NY} - T_{oNX-1,NY}) \right] + \\ & \left[\frac{(k^o A_z)_{NX,NY+1/2}}{z_{NX,NY+1} - z_{NX,NY}} (T_{oNX,NY+1} - T_{oNX,NY}) - \frac{(k^o A_z)_{NX,NY-1/2}}{z_{NX,NY} - z_{NX,NY-1}} (T_{oNX,NY} - T_{oNX,NY-1}) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$- 6800.7 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\left(\frac{k_r k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{NX,NY} \left(\frac{p_{oNX+1/2,NY} - p_{oNX-1/2,NY}}{r_{NX+1/2,NY} - r_{NX-1/2,NY}} \right)^2 \right] + \\ & \left[\left(\frac{k_z k_{zo} V}{\mu_o B_o} \right)_{NX,NY} \left[\left(\frac{p_{oNX,NY+1/2} - p_{oNX,NY-1/2}}{z_{NX,NY+1/2} - z_{NX,NY-1/2}} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left(\frac{p_{oNX,NY+1/2} - p_{oNX,NY-1/2}}{z_{NX,NY+1/2} - z_{NX,NY-1/2}} \right) \right] \right] \end{aligned} \right\}$$

$$- \frac{V_{NX,NY}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}^{r+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}_{NX,NY}$$

$$- \frac{V_{NX,NY}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o \right\}^{r+1} - \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o \right\}_{NX,NY}$$

$$\pm (-1)(Q_o^*)_{NX,NY} \pm (-1)(q_o^* h_o)_{NX,NY} = F_{oNX,NY}^* = 0$$

H.13

Matriz:

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \alpha_o h_{om} (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{NX, NY} + 44.856 \times 10^{14} \left\{ \epsilon^o (T_{om} - T_o) \right\}_{NX, NY}$$

$$+ \frac{V_{NX, NY}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}^{n+1} - \left(74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right) \right\}_{NX, NY}$$

$$= F_{om(NX, NY)} = 0$$

H.14

Para las celdas ($2 < i \leq NX - 1, j = NY$):

$$47.227 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i-1/2, NY}}{r_{i+1, NY} - r_{i, NY}} (p_{oi+1, NY} - p_{oi, NY}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{i-1/2, NY}}{r_{i, NY} - r_{i-1, NY}} (p_{oi, NY} - p_{oi-1, NY}) \right] + \\ & \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{i, NY+1/2}}{z_{i, NY+1} - z_{i, NY}} (p_{oi, NY+1} - p_{oi, NY}) - \frac{\gamma_o (z_{i, NY+1} - z_{i, NY})}{144} \right] - \\ & \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{i, NY-1/2}}{z_{i, NY} - z_{i, NY-1}} (p_{oi, NY} - p_{oi, NY-1}) - \frac{\gamma_o (z_{i, NY} - z_{i, NY-1})}{144} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$+ 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(k^o A_r)_{i-1/2, NY}}{r_{i+1, NY} - r_{i, NY}} (T_{oi+1, NY} - T_{oi, NY}) - \frac{(k^o A_r)_{i-1/2, NY}}{r_{i, NY} - r_{i-1, NY}} (T_{oi, NY} - T_{oi-1, NY}) \right] + \\ & \left[\frac{(k^o A_z)_{i, NY+1/2}}{z_{i, NY+1} - z_{i, NY}} (T_{oi, NY+1} - T_{oi, NY}) - \frac{(k^o A_z)_{i, NY-1/2}}{z_{i, NY} - z_{i, NY-1}} (T_{oi, NY} - T_{oi, NY-1}) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$- 6800.7 \times 10^6 \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(k_r k_{ro} V)}{\mu_o B_o} \right]_{i, NY} \left[\frac{p_{oi+1/2, NY} - p_{oi-1/2, NY}}{r_{i-1/2, NY} - r_{i-1/2, NY}} \right]^2 \right] + \\ & \left[\frac{(k_z k_{zo} V)}{\mu_o B_o} \right]_{i, NY} \left[\frac{p_{oi, NY+1/2} - p_{oi, NY-1/2}}{z_{i, NY+1/2} - z_{i, NY-1/2}} \right]^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left[\frac{p_{oi, NY+1/2} - p_{oi, NY-1/2}}{z_{i, NY+1/2} - z_{i, NY-1/2}} \right] \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$- \frac{V_{i, NY}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right\}^{n+1} - \left(74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om} \right) \right\}_{i, NY}$$

$$- \frac{V_{i, NY}}{\Delta t} \left\{ 74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o \right\}^{n+1} - \left(74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o \right) \right\}_{i, NY}$$

$$\pm (-1)(Q_o)_{i, NY} \pm (-1)(q_o^* h_o)_{i, NY} = F_{oi, NY}^* = 0$$

H.15

Matriz:

$$\begin{aligned} & 47.227x10^6 \left\{ \lambda''_o h_{oi} (\psi_{om} - \psi_o) \right\}_{,NY} + 44.856x10^{14} \left\{ \xi^o (T_{om} - T_o) \right\}_{,NY} \\ & + \frac{V_{i,NY}}{\Delta t} \left\{ (74.6496x10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075x10^{12} p_{om})^{n+1} - (74.6496x10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075x10^{12} p_{om})^n \right\}_{,NY} \\ & = F_{um(i,NY)} = 0 \end{aligned}$$

H.16

Apéndice I

Solución del sistema de ecuaciones.

La forma del sistema de ecuaciones para la fractura y la matriz son respectivamente:

$$f_{FF} \delta T_{oi,j-1}^{v+1} + c_{FF} \delta T_{oi-1,j}^{v+1} + a_{FF} \delta T_{oi,j}^{v+1} + b_{FF} \delta T_{oi+1,j}^{v+1} + e_{FF} \delta T_{oi,j+1}^{v+1} + a_{FM} \delta T_{omi,j}^{v+1} = -F_{oi,j}^v \quad 1.1$$

y

$$a_{MM} \delta T_{omi,j}^{v+1} + a_{MI} \delta T_{oi,j}^{v+1} = -F_{omi,j}^v \quad 1.2$$

A manera de ejemplo se tomó una malla de 4 renglones por 3 columnas para visualizar la forma matricial del sistema de ecuaciones. Entonces realizando un ordenamiento normal se tiene:

En la fractura:

La diagonal principal de la matriz, cuyo subíndice es FF, está compuesta por los elementos a_{FF} , la diagonal superior inmediata a la diagonal principal está compuesta por b_{FF} , la diagonal inferior inmediata a la diagonal principal está compuesta por c_{FF} , la diagonal superior está compuesta por e_{FF} y la diagonal inferior está compuesta por los elementos f_{FF} . Por otra parte se encuentra la matriz que tiene únicamente la diagonal principal que corresponde a los elementos a_{FM} , el subíndice de las matrices indica los componentes que contienen de acuerdo con las ecuaciones IV.4.9 y IV.4.10.

$$f_{FF} \delta T_{oi,j-1}^{v+1} + c_{FF} \delta T_{oi-1,j}^{v+1} + (a_{FF} - a_{FM} [a_{MM}]^{-1} a_{MF}) \delta T_{oi,j}^{v+1} + b_{FF} \delta T_{oi+1,j}^{v+1} + e_{FF} \delta T_{oi,j+1}^{v+1} = a_{FM} [a_{MM}]^{-1} F_{om,j}^v - F_{oi,j}^v$$

1.4

La ecuación 1.4 es la reducción del sistema ya que en ella se encuentra acoplada la ecuación de la matriz. La forma matricial de esta ecuación es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \bar{x} & x & & & \\ x & x & x & & \\ & x & x & x & \\ & & x & x & x \\ & & & x & \\ x & & & & \\ x & & & & \\ & x & & & \\ & & x & & \\ & & & x & \\ & & & & x \end{bmatrix}^v \cdot \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix}^{v+1} = \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix}^v$$

δT_o

La matriz de coeficientes se conoce como matriz Jacobiana [J], de tal forma que el sistema lineal de ecuaciones puede escribirse en forma compacta como:

$$[J][\delta T_o] = -[F] \quad 1.5$$

donde $[\delta T_o]$ representa al vector de incógnitas y $[F]$ al vector de funciones de residuos.

Los coeficientes del sistema 1.4, definidos por las ecuaciones IV.4.9 y IV.4.10, son:

$$a_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi,j}} = 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i+1/2,j}}{\Delta r_{i+1,j}} + \frac{(k^o A_r)_{i-1/2,j}}{\Delta r_{i-1,j}} \right] + \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+1/2}}{\Delta z_{i,j+1}} + \frac{(k^o A_z)_{i,j-1/2}}{\Delta z_{i,j-1}} \right] \right\}$$

$$- 47.227 \times 10^6 [\lambda_o^o (\psi_{om} - \psi_o)]_{i,j} \left(\frac{dh_{oi}}{dT_{i,j}} \right) + 44.856 \times 10^{14} \varepsilon^o \pm q_{oi,j}^o \left(\frac{dh_o}{dT_{i,j}} \right)$$

1.6

$$b_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi+1,j}} = -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{(k^o A_r)_{i+1/2,j}}{\Delta r_{i+1,j}} \right\} \quad 1.7$$

$$c_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi-1,j}} = -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{(k^o A_r)_{i-1/2,j}}{\Delta r_{i-1,j}} \right\} \quad 1.8$$

$$e_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi,j+1}} = -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{(k^o A_z)_{i,j+1/2}}{\Delta z_{i,j+1}} \right\} \quad 1.9$$

$$f_{FF} = \frac{\partial F_{oi,j}^v}{\partial T_{oi,j-1}} = -4.4856 \times 10^{15} \left\{ \frac{(k^o A_z)_{i,j-1/2}}{\Delta z_{i,j-1}} \right\} \quad 1.10$$

$$a_{v,v'} = \frac{\partial F_{omi,j}^v}{\partial T_{omi,j}} = -44.856 \times 10^{14} \left\{ (\varepsilon^o)_{i,j} \right\} - 47.227 \times 10^6 [\lambda_o^o (\psi_{om} - \psi_o)]_{i,j} \left(\frac{dh_{oi}}{dT_{omi,j}} \right) \quad 1.11$$

$$a_{MM} = \frac{\partial F_{omi,j}^v}{\partial T_{omi,j}} = 44.856 \times 10^{14} \left\{ (\varepsilon^o)_{i,j} \right\} + 47.227 \times 10^6 [\lambda_o^o (\psi_{om} - \psi_o)]_{i,j} \left(\frac{dh_{oi}}{dT_{omi,j}} \right) \quad 1.12$$

$$a_{MF} = \frac{\partial F_{omi,j}^v}{\partial T_{oi,j}} = -44.856 \times 10^{14} \left\{ (\varepsilon^o)_{i,j} \right\} + 47.227 \times 10^6 [\lambda_o^o (\psi_{om} - \psi_o)]_{i,j} \left(\frac{dh_{oi}}{dT_{oi,j}} \right) \quad 1.13$$

Estos coeficientes, para la matriz jacobiana, son los empleados en cada iteración del método de Newton Raphson para la linealización del sistema.

Con la finalidad de reducir el sistema de ecuaciones se plantea lo siguiente. En la ecuación 1.4 interviene un coeficiente donde se encuentran agrupadas las "a" en el nodo i,j. Si se conoce:

$$a_{FM} [a_{MM}]^{-1} = -[I]$$

$$a^* = (a_{FF} - a_{FM} [a_{MM}]^{-1} a_{MF}) = a_{FF} + a_{MF}$$

y

$$F^* = a_{FM} [a_{MM}]^{-1} F_{omi,j}^v - F_{oi,j}^v = -F_{omi,j}^v - F_{oi,j}^v$$

por lo tanto

$$a^* = 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{\Delta r_{i+1,j}} + \frac{(k^o A_r)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{\Delta r_{i-1,j}} \right] + \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{\Delta z_{i,j+1}} + \frac{(k^o A_z)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{\Delta z_{i,j-1}} \right] \right\} \pm q_{oi,j} \left(\frac{dh_o}{dT_{i,j}} \right)$$

I.14

y también

$$F^* = 47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (p_{oi+1,j} - p_{oi,j}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (p_{oi,j} - p_{oi-1,j}) \right] + \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} \left(p_{oi,j+1} - p_{oi,j} - \frac{\gamma_o (z_{i,j+1} - z_{i,j})}{144} \right) - \frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} \left(p_{oi,j} - p_{oi,j-1} - \frac{\gamma_o (z_{i,j} - z_{i,j-1})}{144} \right) \right] \right\}$$

$$+ 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (T_{oi+1,j} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_r)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (T_{oi,j} - T_{oi-1,j}) \right] + \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+\frac{1}{2},j}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} (T_{oi,j+1} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_z)_{i,j-\frac{1}{2},j}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} (T_{oi,j} - T_{oi,j-1}) \right] \right\}$$

$$- 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\left(\frac{k_r k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left(\frac{p_{oi+\frac{1}{2},j} - p_{oi-\frac{1}{2},j}}{r_{i+\frac{1}{2},j} - r_{i-\frac{1}{2},j}} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{k_z k_{zo} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left[\left(\frac{p_{oi,j+\frac{1}{2}} - p_{oi,j-\frac{1}{2}}}{z_{i,j+\frac{1}{2}} - z_{i,j-\frac{1}{2}}} \right)^2 - \frac{\gamma_o (p_{oi,j+\frac{1}{2}} - p_{oi,j-\frac{1}{2}})}{144 (z_{i,j+\frac{1}{2}} - z_{i,j-\frac{1}{2}})} \right] \right] \right\}$$

$$- \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_m S_{om} h_{om} \rho_{om}^o - 1.075 \times 10^{12} p_{om})^n \right\}_{,j}$$

$$- \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \left\{ (74.6496 \times 10^8 \phi_s h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi_s h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^n \right\}_{,j}$$

$$\pm (-1)(Q_o^o)_{i,j} \pm (-1)(q_o^o h_o)_{i,j}$$

I.15

Entonces la ecuación 1.4 queda como:

$$f_{FF} \delta T_{oi,j-1}^{v+1} + c_{FF} \delta T_{oi-1,j}^{v+1} + a \delta T_{oi,j}^{v+1} + b_{FF} \delta T_{oi+1,j}^{v+1} + e_{FF} \delta T_{oi,j+1}^{v+1} = F^* \quad 1.16$$

esta simplificación permite reducir el número de cálculos en la computadora, por lo que se reduce el tiempo del proceso.

Apéndice J

Procedimiento simplificado para el cálculo numérico de la distribución de temperaturas.

Con la finalidad de observar el funcionamiento de las ecuaciones IV.4.1 y IV.4.2, se realizó un programa de cómputo codificado en Fortran con las siguientes características:

- Considera las ecuaciones IV.4.1 y V.1.2 y las correspondientes al Apéndice H.
- El cálculo de la distribución de temperaturas se realizó de forma explícita.
- Es necesario alimentar al programa con la distribución de presiones de un paso de tiempo específico.
- El programa calcula la distribución de temperaturas únicamente para un paso de tiempo.
- La densidad del fluido no sufre variación considerable con la temperatura en ese intervalo de tiempo Δt . Por lo tanto es necesario tomar un valor pequeño de Δt (0.5 ó 1 día).

Si

$$A = 47.227 \times 10^6 \left\{ \left[\frac{(L_o^o h_o A_r)_{i+1/2,j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (p_{oi+1,j} - p_{oi,j}) - \frac{(L_o^o h_o A_r)_{i-1/2,j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (p_{oi,j} - p_{oi-1,j}) \right] + \right. \\ \left. \left[\frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j+1/2}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} \left(p_{oi,j+1} - p_{oi,j} - \frac{\gamma_o (z_{i,j+1} - z_{i,j})}{144} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{(L_o^o h_o A_z)_{i,j-1/2}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} \left(p_{oi,j} - p_{oi,j-1} - \frac{\gamma_o (z_{i,j} - z_{i,j-1})}{144} \right) \right] \right\} \quad \text{J.1}$$

$$B = 4.4856 \times 10^{15} \left\{ \left[\frac{(k^o A_r)_{i+1/2,j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} (T_{oi+1,j} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_r)_{i-1/2,j}}{r_{i,j} - r_{i-1,j}} (T_{oi,j} - T_{oi-1,j}) \right] + \right. \\ \left. \left[\frac{(k^o A_z)_{i,j+1/2}}{z_{i,j+1} - z_{i,j}} (T_{oi,j+1} - T_{oi,j}) - \frac{(k^o A_z)_{oi,j-1/2}}{z_{i,j} - z_{i,j-1}} (T_{oi,j} - T_{oi,j-1}) \right] \right\} \quad \text{J.2}$$

$$C = 6800.7 \times 10^6 \left\{ \left[\left(\frac{k_e k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left(\frac{P_{oi+1/2,j} - P_{oi-1/2,i}}{r_{i+1/2,j} - r_{i-1/2,i}} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{k_e k_{ro} V}{\mu_o B_o} \right)_{i,j} \left[\left(\frac{P_{oi,j+1/2} - P_{oi,j-1/2}}{z_{i,j+1/2} - z_{i,j-1/2}} \right)^2 - \frac{\gamma_o}{144} \left(\frac{P_{oi,j+1/2} - P_{oi,j-1/2}}{z_{i,j+1/2} - z_{i,j-1/2}} \right) \right] \right] \right\} \quad \text{J.3}$$

$$D = 47.227 \times 10^6 \{ \rho_o h_o (\psi_{om} - \psi_o) \}_{i,j} \quad \text{J.4}$$

$$E = 44.856 \times 10^{14} \{ \epsilon^o (T_{om} - T_o) \}_{i,j} \quad \text{J.6}$$

$$F = (Q_o^*)_{i,j} \quad \text{J.7}$$

$$G = (q_o^* h_o)_{i,j} \quad \text{J.8}$$

$$H = \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \{ (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^{n+1} - (74.6496 \times 10^8 \phi S_o h_o \rho_o^o - 1.075 \times 10^{12} p_o)^n \}_{i,j} \quad \text{J.9}$$

De acuerdo con la ecuación IV.4.1

$$-A - B + C - D - E + F + G + H = 0 \quad \text{J.10}$$

por lo tanto

$$H = A + B - C + D + E - F - G \quad \text{J.11}$$

Para efecto del cálculo de la temperatura se consideró de la ecuación J.9, si $A = 74.6496 \times 10^8$ y $B = 1.075 \times 10^{12}$, entonces:

$$H = \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \{ (A \phi S_o h_o \rho_o^o - B p_o)^{n+1} - (A \phi S_o h_o \rho_o^o - B p_o)^n \}_{i,j}$$

$$H = \frac{V_{i,j}}{\Delta t} \{ A [(\phi S_o h_o \rho_o^o)^{n+1} - (\phi S_o h_o \rho_o^o)^n] + B [p^n - p^{n+1}] \}_{i,j}$$

Si se considera que la densidad del aceite depende prácticamente de la presión, debido a que su variación es mayor con el cambio de presión que con el de temperatura, entonces

$$\rho_o^n = \rho_o^o(p_o)$$

$$\frac{\Delta(H)}{V_{i,j}} - B[p^n - p^{n+1}]_{i,j} + A(\phi S_o h_o \rho_o^n)_{i,j} = A(\phi S_o h_o \rho_o^{n+1})_{i,j} \quad \text{J.12}$$

$$\frac{\Delta(H)}{V_{i,j} A(\phi S_o \rho_o^n)_{i,j}^{n+1}} - \frac{B[p^n - p^{n+1}]_{i,j}}{A(\phi S_o \rho_o^n)_{i,j}^{n+1}} + \frac{(\phi S_o h_o \rho_o^n)_{i,j}^n}{(\phi S_o h_o \rho_o^n)_{i,j}^{n+1}} = (h_o)_{i,j}^{n+1} \quad \text{J.13}$$

por otra parte si se define H2 como

$$\therefore H2 = (h_o^{n+1} - h_o^n)_{i,j} \quad \text{J.14}$$

Como la entalpía está en función de la temperatura, entonces conocido h^{n+1} se llama a MNEWTON para resolver la temperatura. MNEWTON es una subrutina que contiene el método de Newton. La entalpía específica se colocó en función de la temperatura de la siguiente manera (todo está al nivel n+1):

$$h = CpT + \frac{P_o}{\rho_o} \quad ; \quad Cp = \frac{0.388 + 0.00045T}{\gamma_r^{0.5}} \quad ; \quad \gamma_r = \frac{\rho_o^o}{\rho_w} \Rightarrow \frac{1}{\gamma_r} = \frac{\rho_w}{\rho_o^o}$$

si ρ_o^o es simplemente ρ , entonces

$$Cp = \frac{\rho_w^{0.5} (0.388 + 0.00045T)}{\rho^{0.5}} = \rho_w^{0.5} \rho^{-0.5} (0.388 + 0.00045T) = \rho^{-0.5} \sqrt{62.4} (0.388 + 0.00045T)$$

$$Cp = \rho^{-0.5} (3.064954 + 0.0035547T^{n+1})$$

por lo tanto

$$h^{n+1} = T^{n+1} \rho^{-0.5} (3.064954 + 0.0035547T^{n+1}) + 0.1854 \left(\frac{P}{\rho} \right)^{n+1} \quad \text{J.15}$$

La densidad está evaluada al mismo nivel de tiempo que la presión. Para aplicar el método de Newton fue necesario calcular la derivada, así

$$f = T^{n+1} \rho^{-0.5} (3.064954 + 0.0035547 T^{n+1}) + 0.1854 \left(\frac{p}{\rho} \right)^{n+1} - h^{n+1} \quad \text{J.16}$$

$$\frac{df}{dT} = T^{n+1} (\rho^{-0.5})^{n+1} (0.0035547) + (3.064954 + 0.0035547 T^{n+1}) (\rho^{-0.5})^{n+1} + 0.5 (\rho^{-1.5})^{n+1} (\rho^n e) T^{n+1} (3.064954 + 0.0035547 T^{n+1}) + 0.1854 \left(\frac{p}{\rho} \right)^{n+1} \rho^n e - \frac{dh^{n+1}}{dT}$$

J.17

Donde "e" es el coeficiente de expansión térmica a composición constante. La derivada de la densidad con respecto a la temperatura se obtuvo de acuerdo con la ecuación B.15 (Apéndice B) y la derivada de la entalpía con respecto a la temperatura se consideró como

$$\frac{dh^{n+1}}{dT} = \frac{H2}{T^{n+1} - T^n} \quad \text{J.18}$$

Calculada T, se procede a calcular T_m con el mismo procedimiento pero usando la ecuación IV.4.2, de esta manera se desarrolló el cálculo para la temperatura en la fractura y matriz.

Las ecuaciones J.16 a J.18 se emplearon en la subrutina de MNEWTON para realizar el cálculo.