00321

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"IMPLEMENTACION DE LA METODOLOGIA DEL VALOR EN RIESGO A UN PORTAFOLIO DE BONOS EMITIDOS POR EL GOBIERNO MEXICANO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

ACTUARIO

PRESENTA:

SERGIO ARTURO AGUILAR ORTEGA

DIRECTOR DE TESIS:
M. en C. FRANCISCO CHONG LUNA

FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

2003

PAGINACION DISCONTINUA

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: ______________________
FECHA: ______________________
FIRMA: ______________________

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Implementación de la metodología del Valor en Riesgo a un Portafolio de bonos emitidos por el Gobierno Mexicano"

realizado por SERGIO ARTURO AGUILAR ORTEGA

con número de cuenta 9959851-0, quien cubrió los créditos de la carrera de: ACTUARIA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	M. en C. FRANCISCO CHONG LUNA	
Propietario	ACT. ANA LAURA DUARTE CARMONA	
Propietario	ACT. MARIA AURORA VALDES MICHELL	
Suplente	ACT. OMAR SAAVEDRA SANCHEZ	
Suplente	ACT. MARINA CASTILLO GARDUÑO	

Consejo Departamental de MATEMATICAS

FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL

M. en C. JOSE ANTONIO FLORES DIAZ

1 . 2

Implementación de la metodología del Valor en Riesgo para un portafolio de bonos emitidos por el Gobierno Mexicano

A Dios por llenar mi vida de dicha y felicidad, de gente que amo y respeto. Gracias por darme la oportunidad de vivir.

A la UNAM y a la Facultad de Ciencias, por abrirme las puertas de sus aulas, por permitir conocer a gente tan valiosa, por la oportunidad de tener excelentes maestros.

A ti mamá, por ser ejemplo y apoyo y por enseñarme valores de trabajo, honradez, dignidad, fortaleza, pero sobre todo por ser mi mamá.

A ti papá, por que eres parte importante de lo que ahora soy, de mi formación y de mi personalidad.

A ti hermana, por todo tu apoyo, por tu sonrisa, por estar siempre conmigo.

A ti Astrid, por estar a mi lado, por entenderme, por escucharme, por amarme, por darme fuerza cada vez que flaqueaba. Sin ti no lo hubiera logrado.

A mamá Delia y a mis tíos, por ser mi familia, por ser parte de mí.

A mis amigos, Israel y Hugo, por que siempre tuvieron una palabra de aliento, porque en los momentos más difíciles jamás me abandonaron.

A mi asesor, Francisco Chong, por tus consejos que llevaron a buen término esta obra, pero sobre todo por tu amistad incondicional.

Y a todas y cada una de aquellas personas que siempre confiaron en mí espero no haberles fallado.

ÍNDICE

1. 6

1. 7

INTRODUCCIÓN

Las condiciones actuales de alta volatilidad en los mercados, causada por las condiciones de inestabilidad política y social en un mundo cada vez más globalizado, exigen que se implementen medidas para prevenir movimientos adversos que puedan derivar en fuertes pérdidas que dañen profundamente a las instituciones. A pesar de que éstos movimientos han existido siempre, la complejidad ha aumentado debido a la velocidad con que se presentan.

De esta forma las instituciones financieras se han visto obligadas a implementar metodologías más precisas y de rápida aplicación para medir el riesgo derivado de estos movimientos.

Las instituciones financieras fueron las principales promotoras del marco metodológico para la Administración de Riesgos, motivadas pro el incentivo de reducir los requisitos de capital que las autoridades les habían impuesto.

Dentro de este marco, el Valor en Riesgo (VaR por sus siglas en inglés derivadas del *Value at Risk*), fue desarrollado con el propósito de estimar el riesgo de mercado de los portafolios con bases probabilísticas. El VaR significó no sólo la conclusión de una etapa de búsqueda de metodologías adecuadas a un mundo complejo y dinámico sino también significó una base a partir de la cual se desarrollaron nuevos modelos para estimar otros tipos de riesgos a los que están expuestos las instituciones financieras tales como el riesgo de crédito, de liquidez y operativo.

Este trabajo tiene por objetivo presentar el VaR como una herramienta de la Administración de Riesgos aplicándolo a un portafolio de bonos emitidos por el Gobierno Mexicano. Para este fin, en el primer capítulo se examina la historia de la Administración de Riesgos y su evolución hacia modlos más complejos, de igual forma se tocan conceptos importantes para el desarrollo posterior de la obra.

En el segundo capítulo se aborda de lleno el tema del VaR, sus ventajas y desventajas así como su historia. Posteriormente se estudian tres métodos para el cálculo del VaR, ya que, aunque existen otros métodos, todos son desarrollados a partir de estos tres.

El tercer capítulo comprende la aplicación del Valor en Riesgo al portafolio ya mencionado. Se utiliza una simulación con el fin de pronosticar los niveles de riesgo para una fecha que se determinará posteriormente de acuerdo a las hipótesis que se planteen en el trabajo. También se presentarán varios enfoques al concluir sobre el resultado final obtenido con el objetivo de ilustrar la flexibilidad y funcionalidad innata al Valor en Riesgo y cómo puede ser usado por todos los participantes de los mercados.

CAPÍTULO 1

ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS

La cuantificación, análisis y control de los riesgos financieros ha evolucionado dramáticamente en las últimas décadas. En otras épocas, las posiciones individuales eran evaluadas por separado y el riesgo era definido como un rendimiento negativo. Los avances significativos en el área académica y teórica han tenido un mayor impacto en la medición práctica del riesgo. Las aplicaciones tales como diversificación del riesgo, la construcción de un portafolio óptimo y la protección a través de derivados ahora ya no son temas sólo dominados por los académicos e investigadores, sino también son ampliamente utilizados por bancos, administradores de inversiones, instituciones reguladoras y fondos de pensiones. Es por ello que las técnicas de Administración de Riesgos se han convertido cada vez más en una herramienta útil y necesaria.

Historia Moderna de la Administración de Riesgos

Como tendencia general, se dice que el término Administración de Riesgos comenzó a usarse en los inicios de los años 50's. Una de las primeras referencias a dicho concepto en la literatura apareció en el *Harvard Business Review* en 1956. En ese artículo, el autor propuso el análisis de una idea novedosa para ese tiempo: que alguien desde dentro pudiera ser responsable de "administrar" los riesgos de la organización:

> *La propuesta de este artículo es esbozar los principios más importantes de un programa ejecutable para la Administración de Riesgos... para que esto pueda ser concebido, debe ponerse a disposición un ejecutivo de tiempo completo que sea responsable de administrar los Riesgos.*[1]

[1] Russell, B. Gallagher, "Risk Management: A New Phase of Cost Control", Harvard Business Review, (Sept, Oct 1956)

En esa época, muchas de las grandes compañías ya tenían una posición en su *staff* al que se referían como "administrador de seguros". Este era un título apropiado para una posición frecuentemente vinculada con la adquisición, mantenimiento y pago de un portafolio de pólizas de seguro obtenidas para el beneficio de la compañía; por esta razón también se les conocía como "compradores de seguros".

Aunque la Administración de Riesgos tiene sus raíces en la compra de seguros corporativos, no sería correcto decir que la Administración de Riesgos evolucionó de forma natural a partir de este aspecto. El ejemplo más claro de esto es que para el comprador de seguros la respuesta estándar al tratar con el riesgo era el seguro mismo mientras que los administradores de riesgo comenzaron a buscar nuevas alternativas para ello. Las corporaciones a su vez estaban acostumbradas a utilizar el seguro como único instrumento para tratar con el riesgo, por lo que hizo falta un cambio de actitud en la filosofía hacia el riesgo dándole mayor énfasis al análisis de costo beneficio, al valor esperado y considerando a la toma de decisiones como una nueva propuesta más científica.

A principios de los años 50 se publicaron algunos estudios sobre los planes de estudio de las escuelas de negocios de los Estados Unidos, dichos estudios concluyeron con agudas críticas que se centraban en el hecho de que estas escuelas no preparaban técnicamente bien a sus estudiantes llenándolos de explicaciones sobre funciones específicas y actividades administrativas.

Las escuelas de negocios comenzaron a cambiar sus planes de estudio, agregando nuevos cursos y modificando el enfoque de los que quedaban. Los cambios más significativos en los planes de estudio fueron la introducción de la Investigación de Operaciones y las ciencias administrativas, enmarcando un cambio en el enfoque de cursos puramente descriptivos hacia cursos que incorporaban la teoría de las decisiones. Así, mientras los anteriores cursos describían el cómo y el porqué la gente hacía sus elecciones entre algunas opciones, la teoría de las decisiones se enfocaría en cómo deberían hacerse dichas decisiones.

No debería de sorprendernos que la *Insurance Faculty* fuera una de las primeras en adoptar la teoría de las decisiones como pilar de su preparación. Sus estudiantes hicieron nuevos cuestionamientos para aquellas herramientas que pudieran ser aplicadas en situaciones de negocios. Se incluían dentro de dichas interrogantes a las técnicas que pudieran ser utilizadas para manejar el riesgo. Los académicos no sólo comenzaron a cuestionar el rol central que se le había dado al seguro, sino que ahora también desarrollaron las justificaciones teóricas para nuevos retos.

De la misma forma, algunos "compradores de seguros" buscaron encontrar las mismas conclusiones sobre la supremacía del seguro como método para tratar con el riesgo. Sin embargo, con el tiempo los administradores demostraron que podían obtener formas más eficaces (en el sentido de costo beneficio) mediante mecanismos más sofisticados. Una de las propuestas más efectivas fue la de prevenir las pérdidas antes de que éstas ocurrieran minimizando así las consecuencias económicas derivadas de las pérdidas. A partir de este simple principio nació la disciplina de la Administración de Riesgos basándose en la noción de que la administración una vez que ha identificado y evaluado los riesgos a los que está expuesta, puede planear como evitar la ocurrencia de ciertas pérdidas y minimizar el impacto de otras. El control de riesgos (eliminación o reducción) se convirtió entonces en el factor más importante que distinguiría a la Administración de Riesgos de la Administración de Seguros al buscar alternativas financieras para el seguro.

Cuando la *National Insurance Buyers Associatio*" fundada en 1932, decidió cambiar su nombre por el de *Risk and Insurance Management* (RIMS) en 1975, se confirmó un cambio que ya se había dado. Actualmente, la RIMS publica una revista llamada *Risk Management*, y la *Insurance Division of the American Management Association* publica una amplia variedad de reportes y estudios para auxiliar a los administradores de riesgos. Adicionalmente, el *Insurance Institute of America* desarrolló un programa de educación en Administración de Riesgos; este programa fue revisado en 1973 instituyéndose una nueva designación profesional: *Associate in Risk Management*.

Definición de la Administración de Riesgos

Al igual que cualquier disciplina relativamente nueva, la administración de Riesgos ha sido definida en muchas formas, sin embargo siempre existe un tema en común para todas estas definiciones: la Administración de Riesgos analiza principalmente el riesgo puro[2] y la manera de administrarlo. Aunque los dos puntos anteriores nos pueden ayudar a comprender lo que es la Administración de Riesgos, no describen adecuadamente la esencia del concepto. Con este propósito daremos la siguiente definición:

> *"La Administración de Riesgos es una propuesta científica para tratar con el riesgo puro, anticipando posibles pérdidas accidentales y diseñando e implementando procedimientos que minimicen la ocurrencia de pérdidas o el impacto de las pérdidas financieras que hayan ocurrido"*[3]

Aún y cuando la Administración de Riesgos no es una ciencia en el mismo sentido que las ciencias físicas, esto no impediría utilizar el método científico como herramienta tal y como lo hizo Frederick W. Taylor con la "ciencia" de la administración cuando experimentó con la aplicación del método científico para administrar algunos problemas, intentando usar experimentos controlados donde varios elementos permanecerían constantes.

Como establecimos en la definición, una parte fundamental de la función de la Administración de Riesgos es diseñar e implementar procedimientos que minimicen la ocurrencia de pérdidas o el impacto de las pérdidas que puedan suceder. Esto muestra a las dos amplias técnicas usadas en la Administración de Riesgos para tratar con los riesgos: Control de Riesgo y Financiamiento de Riesgos.

- *Control de riesgos*

  En un sentido amplio, las técnicas de control de riesgo están diseñadas para minimizar al menor costo posible aquellos riesgos a los que la organización está expuesta. Los métodos de Control de Riesgos incluyen la evasión del riesgo y propuestas para la reducción del riesgo a través de pérdidas y control de gastos.

---

[2] Algunos autores hacen una diferencia simplista de los riesgos clasificándolos en riesgo puro y riesgo especulativo. En este sentido se entiende por riesgo especulativo al riesgo ligado a situaciones donde existe la posibilidad de perder y ganar, mientras que en el riesgo puro los posibles resultados son perder o no perder.

[3] Vaughan, Emmet J.Risk Management, Jon Wieley & Sons, Inc. E.U., 1997, pp 30

En el caso de la evasión del riesgo, el individuo o cualquier organización rechaza aceptar cualquier exposición a pérdidas provenientes de una actividad financiera en particular.

Dentro de la reducción de riesgo están todas aquellas técnicas que son diseñadas para reducir el rango de pérdidas, o la severidad potencial de aquellas pérdidas que puedan ocurrir. Algunas de las técnicas más conocidas son el *Capital Asset Pricing Model* y el *Capital Asset Location* que están basadas en el modelo de Optimización de Portafolio de Markowitz, aunque como se observará posteriormente el Valor en Riesgo también puede incluirse en este grupo.

- *Financiamiento de los riesgos*

  En contraste al control de los riesgos, el financiamiento de los riesgos se enfoca a garantizar la disponibilidad de los fondos necesarios para enfrentar las pérdidas que se sabe puedan ocurrir. Podemos decir que fundamentalmente el financiamiento de los riesgos toma la forma de retención o transferencia, pues todos los riesgos que no pueden ser evitados ni reducidos deben, por definición, ser transferidos o retenidos. Frecuentemente la transferencia y retención son usadas en combinación para un riesgo en particular con una porción de riesgo transferido y una parte retenida.

Riesgos Financieros

Etimológicamente **riesgo** proviene del latín *riesco* y el italiano *risico* que significan adentrarse por el camino más escarpado. En el sentido financiero definiremos riesgo como cualquier pérdida financiera ya sea directa o indirectamente. Instituciones financieras enfrentan varios riesgos que pueden, si no son controlados, incrementar el riesgo financiero. Las cuatro principales categorías de riesgo son:

Riesgo de Mercado

El riesgo de mercado es el riesgo de pérdidas financieras resultantes de un cambio en el valor de los activos negociables.

El riesgo de mercado se deriva de cambios en los precios de los activos y pasivos financieros y se mide a través de los cambios en el valor de las posiciones abiertas.

Podemos asumir el riesgo de mercado de dos formas:

Riesgo absoluto, medido por la pérdida potencial en términos de alguna unidad específica

Riesgo relativo, que se relaciona con un índice base. En este tipo de riesgo se medirá la desviación con respecto al índice.

Riesgo de Crédito.

El riesgo de crédito es el riesgo de pérdidas financieras derivadas cuando una compañía deudora de la institución se declara en quiebra y por lo tanto no puede cumplir con sus obligaciones. El riesgo crédito puede tomar la forma de riesgo de *pago*, que sucede cuando una de las partes ya ha realizado el pago y la contraparte se encuentra en imposibilidad de cumplir el contrato.

Riego de Liquidez

Los riesgos de liquidez asumen dos formas:

- *Liquidez de mercado/producto.* Se presenta cuando una transacción no puede ser concluida a los precios prevalecientes en el mercado debido a una baja operatividad del mercado.

- *Flujo de efectivo/financiamiento*. Es la incapacidad de conseguir el capital suficiente para cubrir las obligaciones, lo cual puede forzar a una liquidación anticipada.

Riesgo operacional

El riesgo operacional se refiere a las pérdidas potenciales resultantes de sistemas inadecuados, fallas administrativas, controles defectuosos, fraude o error humano.

Algunos riesgos que se incluyen en el riesgo operacional son:

- Riesgo de ejecución. Cuando existen situaciones donde se falla en la ejecución de las operaciones.
- Riesgo tecnológico. Este tipo de riesgo se presenta cuando los sistemas no están protegidos del acceso no autorizado y de la interferencia de información.
- Riego de modelo. Es el peligro que se corre cuando se elige un modelo que no sea adecuado para valuar las posiciones. Este riesgo es muy difícil de medir antes de que el riesgo suceda.

Riesgo legal

El riesgo legal se presenta cuando una parte no tiene la autoridad legal o regulatoria para realizar una transacción.

En el Diagrama 1, podemos observar la clasificación de los tipos de riesgo descritos arriba.

Como veremos en el siguiente capítulo, el uso del VaR esta inmerso dentro de la administración de riesgos. Tradicionalmente, las medidas de riesgo se enfocan al momento en que se negocian los instrumentos financieros. Tomándolas una a una, éstas medidas son fáciles de entender, pero si cada grupo de instrumentos o cada instrumento tienen más de una sola medida de riesgo, entonces habrá una infinidad de mediciones sobre los riesgos a los cuales la institución está expuesta, o si la combinación de instrumentos es compleja, la dificultad de la medición de su riesgo aumentará.

- Tipos de Riesgo
  - Riesgo de Mercado
    - Riesgo Absoluto
    - Riesgo Relativo
  - Riesgo Crédito
    - Riesgo de Prepago
    - Riesgo de Pago
  - Riesgo de Liquidez
    - Liquidez Mercado/Producto
    - Flujo de Efectivo/Financiamiento
  - Riesgo Operacional
    - Riesgo de Ejecución
    - Riesgo Tecnológico
    - Riesgo de modelo
  - Riesgo Legal

Diagrama 1. Tipos de riesgo Financiero.

Desastres Financieros

En los últimos años hemos visto como las noticias sobre pérdidas cuantiosas han salido a la luz pública. Muchas de las pérdidas pudieron ser evitadas con un adecuado proceso de administración de riesgos; como ejemplo de esto en la siguiente sección se presentan dos casos: el primero, del banco inglés Barings, cuya trayectoria y manejo conservador de las operaciones lo calificaban de un banco altamente confiable; el segundo, del Condado de Orange en Estados Unidos, nos muestra que hasta el área gubernamental puede estar sujeta a grandes quiebras.

Barings

El 26 de Febrero de 1995 Barings PLC, un venerable banco con 233 años de antigüedad, había caído en bancarrota. Aparentemente el desplome del banco se debió a un solo operador, Nicholas Leeson, de 28 años de edad, quién perdió $1.3 mil millones en la operación con derivados.

La pérdida fue causada por una enorme exposición al riesgo en el mercado accionario japonés, a través del mercado de futuros. Leeson, el operador en jefe de futuros de Barings en Singapur, había estado acumulando posiciones en futuros sobre índices accionarios, en particular sobre el índice Nikkei 225. La posición de Barings en las bolsas de Singapur y Osaka sumaba USD$7 mil millones. Como el mercado cayó más de 15% en los primeros dos meses de 1995, Barings sufrió una gran pérdida, la cuál empeoró al tomar posiciones cortas sobre opciones que implicaban una apuesta a la estabilidad del mercado. Como las pérdidas se incrementaban, Leeson incrementó el tamaño de la posición con la obstinada creencia de que estaba en lo correcto. Entonces, incapaz de realizar los pagos en efectivo requeridos por las bolsas, Leeson simplemente huyó el 23 de Febrero. Más tarde envió un fax a sus superiores ofreciendo sus "más sinceras disculpas por el predicamento en que los dejé".

Como Barings era visto como un banco conservador, la quiebra sirvió como una llamada de atención para las instituciones financieras en todo el mundo. El desastre puso en evidencias una sorprendente carencia de controles en Barings: Leeson tuvo control tanto de la mesa de operaciones como de la administración de operaciones (*back office*). La función del back office es confirmar las operaciones y verificar que todas las actividades operativas se realicen conforme a las directrices. En cualquier institución seria, los operadores tienen un monto limitado de capital a su cargo y están sujetos a *límites* en sus posiciones, los cuales son estrechamente supervisados.

Por otro lado, las bolsas de Singapur y Osaka también atrajeron la atención por su falla para notificar el tamaño de las posiciones. En la bolsa de Osaka, Barings había acumulado una posición abierta de 20,000 contratos, cada uno con valor nominal de

USD$200,000. Esto equivalía a ocho veces la siguiente posición más grande, de 2,500 contratos.

Condado de Orange

El caso del Condado de Orange representa quizás la forma más extrema de riesgos de mercado no controlado, en un fondo gubernamental. A Bob Citron, tesorero del Condado, le fue confiado un portafolio de USD$7.5 mil millones perteneciente a escuelas, ciudades y distritos especiales del condado. Para obtener una ganancia mayor para estos miles de millones, Citron efectivamente obtuvo préstamos por un total de USD$20 mil millones que fueron invertidos en bonos privados con un vencimiento promedio de alrededor de cuatro años. En un entorno donde lo costos de financiamiento de corto plazo eran más bajos que los rendimientos de mediano plazo, la estrategia altamente apalancada se desempeñó excesivamente bien, especialmente mientras caían las tasas de interés.

Desafortunadamente, el incremento en las tasas de interés que inició en febrero de 1994, evidenció la estrategia. Los funcionarios del condado culparon a Citron por emprender inversiones riesgosas y por no vigilar de cerca sus estrategias. Pero la causa principal para la quiebra del condado fue la ausencia de supervisión sobre Bob Citron.

Las quiebras de Barings y del Condado de Orange muestran que con la supervisión y el control éstas pérdidas que pudieron ser detectadas a tiempo y por consiguiente evitadas.

Así, la Administración de Riesgos requiere de herramientas que sean más eficaces en cuanto a tiempo y forma para la pronta detección de posibles pérdidas. Una de estas herramientas es el Valor en Riesgo, que ha sido desarrollado tanto por empresas privadas como por organismos reguladores interesados en que esta herramienta se difunda y sea utilizada como una norma.

CAPÍTULO 2

VALOR EN RIESGO

Antecedentes Históricos

Orígenes del VaR

Till Guldinam puede ser visto como el creador del término *Value at Risk* mientras encabezaba la búsqueda global de J.P. Morgan a finales de la década de los 80.

En ese tiempo, existía mucho interés sobre la Administración de Riesgos de derivados financieros. El grupo de los treinta (G-30), que tenía un representante de J.P. Morgan, proporcionó una discusión para las prácticas de la mejor Administración de Riesgos y los acuerdos a los cuales se llegaron fueron publicados en julio de 1993. Aparentemente esta fue la primera publicación en la que apareció el término *Value at Risk.*

El VaR se ha convertido en el punto de referencia estándar para medir riesgos financieros. Sin duda, esto fue gracias a la ayuda y el esfuerzo de J.P. Morgan, que reveló su sistema *RiskMetrics* en octubre de 1984. *RiskMetrics* provee una hoja de datos para calcular el riesgo de mercado. Tanto la amplia disponibilidad de datos como un buen manual técnico han motivado a la industria y a la investigación académica a incursionar en la Administración de Riesgos.

Después, el banco creó el sistema *CreditMetrics* en Abril de 1997 y *CorporateMetrics* en abril de 1999. *CreditMetrics* intenta medir el riesgo de crédito en el marco de un portafolio. *CorporateMetrics* extiende la aproximación de *RiskMetrics* a un horizonte más lejano, más apropiado para corporaciones no financieras.

Definición

Se puede definir ***Value at Risk ó Valor en Riesgo (VaR)*** como:

La cantidad máxima de dinero que se puede perder en un portafolio, derivada de un movimiento adverso del mercado, sobre un periodo de tiempo dado a un nivel de confianza determinado.[4]

En términos probabilísticos se puede describir el Valor en Riesgo como[5]:

$$P[x_T < \text{VaR}] = \alpha$$

donde:

x_T es una variable aleatoria que representa las ganancias al tiempo T (tomando en cuenta que las pérdidas son ganancias negativas).

α es el nivel de confianza determinado.

Analíticamente, el VaR es el límite superior de la integral de la función de ganancias esperadas:

$$\int_{-\infty}^{VaR} x(t)dt = \alpha$$

donde $x(t)$ es la función de probabilidad de las ganancias al tiempo t.

A partir de la ecuación anterior se puede analizar al VaR de forma gráfica. Para este propósito se considera como ejemplo una distribución normal. La región gris en la Figura 1 representa el nivel de confianza (α) requerido y el VaR será entonces el punto a partir del cual se obtiene dicha probabilidad (o área)

[4] Lore Marc. The professional's Handbook of Financial Risk Management.
[5] Algunos autores consideran la cola derecha de la distribución, argumentando que en algunas ocasiones las pérdidas provienen de movimientos a la alza en el valor del instrumento o portafolio. Esta consideración no será necesaria si definimos correctamente a X_T.

Si analizamos con detenimiento las definiciones anteriores, podemos ver que existen dos conceptos que son primordiales en la determinación del Valor en Riesgo:

i) Nivel de confianza. Puesto que la elección del intervalo de confianza es un procedimiento fundamental para el cálculo del VaR, se debe considerar un problema de modelación importante: entre más cercano al 100% se elija el intervalo de confianza, más raros serán los eventos que ocurran en las colas, lo que implicará que será más difícil hacer predicciones rigurosas sobre estos eventos especiales.

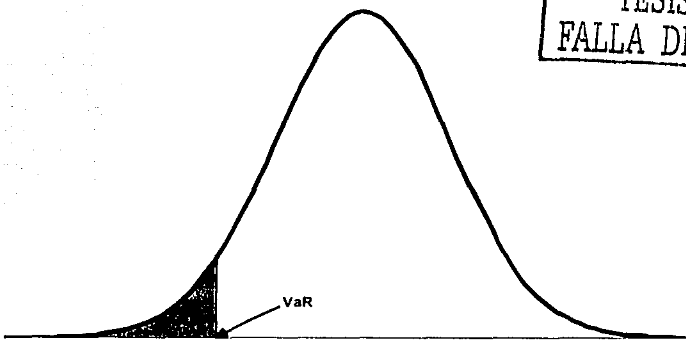


Figura 1. Valor en Riesgo

ii) Periodo de retención. El periodo de retención es el intervalo de tiempo que existe a partir de hoy y hasta la fecha u horizonte de tiempo para el que se intenta modelar la pérdida de las transacciones de nuestro portafolio. Si se analiza con más detenimiento, se observa que existe un supuesto implícito al elegir el periodo de retención: la composición de nuestro portafolio no cambiará durante el mismo, pues de otra manera el cálculo del VaR no será útil ni reflejará el comportamiento del mismo. Para la elección del periodo de retención se debe tomar en cuenta: a) la frecuencia con la que nuevas transacciones serán ejecutadas, b) la frecuencia con la que los datos del mercado pueden ser obtenidos y c) el tiempo que tomaría cubrir las posiciones de riesgo del portafolio hasta un costo tolerable.

Cuando X_T tiene una distribución parámetrica conocida, resulta relativamente sencillo el cálculo del VaR, pues se pueden utilizar algoritmos probabilísticos ya conocidos para encontrar el VaR.

Ventajas y Desventajas del Valor en Riesgo

A diferencia de las medidas de riesgo tradicionales, el VaR es una medida de riesgo que tiene varias ventajas:

- *Generalidad.* La metodología del VaR puede ser aplicada a todas las posiciones de riesgo o carteras de inversión y a todos los niveles de una institución financiera. En fechas recientes, los modelos de Valor en Riesgo se han aplicado en bancos, instituciones gubernamentales, fondos de inversión, etc.

- *Comparabilidad de riesgos.* El VaR puede ser aplicado a una amplia variedad de posiciones riesgosas, lo que permite compararlas sin importar la naturaleza de éstas. Por ejemplo, ¿cómo podrían ponerse en términos comparables la tasa de interés y los futuros con la volatilidad de una opción? Esto es posible a través de esta metodología, ya que el VaR se calcula en unidades monetarias que son entendibles para todos los niveles de la administración.

- *Determinación del capital adecuado.* Puesto que el VaR se calcula en unidades monetarias, y en base a la definición que hemos dado, se puede interpretar como la cantidad de capital económico que se debe poseer para sostener un nivel particular de actividades riesgosas.

- *Implementación de una medida.* La otra razón importante para calcular el VaR es ayudar a la administración a evaluar el comportamiento de las unidades de negocio y estrategias en base a rendimientos ajustados por riesgo, es decir permite asignar el capital a las áreas de negocio en función de los rendimientos esperados y del nivel de riesgo que se debe soportar para alcanzarlo

- Beneficia a cualquier institución expuesta al riesgo de mercado aunque no sea una institución financiera. Además, puede ser utilizado como base para medir el riesgo crediticio y operacional.

Sin embargo existen algunas limitaciones para el VaR:

- El VaR si bien puede convertirse en una parte necesaria del trabajo de la administración de riesgos. Sin embargo, no será suficiente para "monitorear" el riesgo de mercado.

- Como cualquier modelo, el VaR está sujeto al riesgo de modelo, riesgo de ejecución y de tecnología.

Regulación

Como hemos visto, el VaR se ha desarrollado principalmente dentro de los bancos y otras instituciones privadas como respuesta a una necesidad de administrar de forma más eficiente a las posibles pérdidas que puedan derivarse de sus posiciones. Posteriormente, el Grupo de los 30 (G30) intentó establecer un modelo válido para implementarse en sus respectivos países, sin embargo se dio cuenta que existían modelos internos en bancos, consultorías, calificadoras, etc. que eran realmente complejos y sumamente exactos, por lo que llegaron a la conclusión de que no podían mejorar lo que ya estaba hecho. El Grupo decidió entonces impulsar un acuerdo para estandarizar estos modelos. De esta manera nace el Acuerdo de Basilea.

Acuerdo de Basilea

A nivel Internacional, las entidades reguladoras han adoptado el concepto de regulación prudencial, es decir, los bancos son los responsables de controlar los riesgos que eligen bajo un criterio estándar de requerimientos de capital. A continuación se describen de manera cronológica los acuerdos.

Comité de Basilea (1995-1996-1997)

- Instrumentación de modelos internos elegidos por todas las instituciones.

- La estimación del VaR de mercado debe cumplir con los siguientes requisitos:
  - Horizonte de riesgo mínimo: 10 días.
  - Intervalo de confianza: 99%.
  - Consideración de correlaciones entre categorías de riesgo.
  - Requerimientos de capital igual al promedio aritmético del VaR de los últimos 60 días, multiplicado por un factor, que depende del riesgo de mercado general y específico del portafolio.

- Adicionalmente se establecen requerimientos de capital inversamente proporcionales a la calidad de los modelos internos de riesgo, la cual se determina con base en los resultados de las pruebas de control.

- Los riesgos no incluidos en la estimación del riesgo con los modelos internos se deben analizar con base en el modelo regulatorio estándar.

- La estimación del VaR debe estar a cargo de una unidad independiente.

- El proceso de administración de Riesgos debe ser validado por peritos externos.

- Las estimaciones del VaR tienen que ser diaria.

- Las pruebas y comprobaciones del modelo deben realizarse de acuerdo a un programa aprobado.

- Se destacan los principales elementos para modelar el riesgo de crédito y se menciona la posibilidad de utilizar los modelos internos para los propósitos regulatorios y de supervisión.

Caso México

En el caso de México, la institución encargada de vigilar que se lleve a cabo un adecuado proceso de Administración de Riesgos es la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV). Mediante la Circular 1423, esta institución emitió en 1999 las Disposiciones Prudenciales en Materia de Administración Integral de Riesgos, en donde se establecen los parámetros para el uso de modelos en instituciones privadas.

Específicamente, al tratar el tema del VaR dentro de esta circular, se hacen las siguientes recomendaciones:

- El VaR debe ser calculado diariamente.
- En el cálculo de VaR, se usará un intervalo de confianza de una cola, del 99%.
- En el cálculo de VaR, el período mínimo de retención será de diez días hábiles.
- La elección del periodo de observación histórica para calcular el VaR deberá ser restringido. Por lo menos un año.
- Los bancos deben actualizar su conjunto de datos al menos una vez al trimestre y revaluarlos cuando los precios del mercado estén sujetos a cambios importantes.
- Ningún modelo en particular está prescrito. Se pueden usar modelos basados en matrices de varianza-covarianza, simulaciones históricas, o simulaciones Monte Carlo.
- Los bancos tendrán a su discreción identificar correlaciones empíricas dentro de las categorías de riesgo.
- Los modelos deberán capturar con exactitud los riesgos únicos asociados con opciones dentro de cada categoría principal de riesgo.
- Los modelos de los bancos deben capturar las características del precio no lineal de las posiciones en opciones.

Cálculo de la Volatilidad

Un paso importante para la implementación del VaR es el cálculo de la volatilidad de los rendimientos de los activos ya que, como se verá más adelante, un cambio en el valor de la volatilidad afectaría directamente al Valor en Riesgo calculado.

Para calcular la volatilidad de los rendimientos es necesario conocer la forma en que éstos se miden estos rendimientos. Las siguientes son tres formas para medir los rendimientos de un instrumento en horizontes de un día o de *k* días.

- *Rendimiento absoluto*

Para un día	Para *k* días
$D_t = P_t - P_{t-1}$	$D_t(k) = P_t - P_{t-k}$

- *Rendimiento relativo*

Para un día	Para *k* días
$R_t = \dfrac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$	$R_t(k) = \dfrac{P_t - P_{t-k}}{P_{t-k}}$

- *Rendimiento compuesto continuamente o logarítmico*

Para un día	Para *k* días
$r_t = \ln\left(\dfrac{P_t}{P_{t-1}}\right)$	$r_t(k) = \ln\left(\dfrac{P_t}{P_{t-k}}\right)$

donde

P_t = precio del instrumento al tiempo t

P_{t-1} = precio del instrumento al tiempo t-1

P_{t-k} = precio del instrumento al tiempo $t-k$

En la práctica se utiliza con mayor frecuencia el rendimiento compuesto continuamente debido a sus propiedades estadísticas.

Intuitivamente, se desea que la estimación del valor esperado que se calcula fuera lo más exacto posible sin embargo, en la práctica, es muy difícil que esto suceda, pues la variación de los precios no sólo depende de factores que son predecibles u observables (devaluaciones, crecimiento demográfico, etc.) sino de cambios estructurales más generales (cambios en las políticas económicas, guerras, quiebras de bancos, etc.).

Se puede considerar a la volatilidad como una medida que nos refleja que tan exacto es el pronóstico que se está dando sobre el valor esperado. Estadísticamente, la volatilidad se representaría por la varianza de una variable aleatoria.

Estimación paramétrica

El método más sencillo y ampliamente utilizado es asumir que la distribución de los cambios en los rendimientos se distribuye de manera normal, este supuesto permite obtener la volatilidad de la siguiente manera:

$$Var[r] = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(r_i - E[r])^2}{n-1}$$

donde

r_i = i-ésimo cambio en el rendimiento.
σ^2 = Varianza de los rendimientos R.
n = número de observaciones.

A pesar de que este método es de fácil aplicación, su implementación podría derivar en una mala estimación de la volatilidad y por lo tanto del VaR. Las principales limitaciones de esta metodología son las siguientes:

- Supone que la volatilidad permanece constante a través del tiempo, es decir que existe un solo parámetro para todo el periodo muestral.

- La estimación estará en función del tamaño de la muestra y del periodo de datos elegido.

Promedios Móviles

Si se quisiera evitar el problema de que la volatilidad sea considerada como un dato para el periodo elegido (pues es constante durante el mismo), se podría implementar un método alternativo que consiste en calcular la volatilidad mediante un "periodo móvil".

Un promedio móvil es un promedio aritmético de n datos, donde cada vez que se calcula el promedio se añade un nuevo dato al final de la serie y se elimina la primera observación de la muestra.

Así, el promedio móvil de R de orden n en el periodo t es igual a:

$$\bar{r} = \frac{r_{t-n} + r_{t-(n-1)} + \cdots + r_{t-1}}{n}$$

y el del tiempo $t+1$ será:

$$\bar{r} = \frac{r_{t+1-n} + r_{t-n} + \cdots + r_{t}}{n}$$

donde

r_i = i-ésimo cambio en el rendimiento.

n = orden del promedio móvil (número de datos incluidos en el promedio móvil).

De esta manera, para calcular la volatilidad histórica se usará una estimación similar a la paramétrica, sólo que los datos tomados serán móviles, lo que implicaría suponer que la volatilidad no es un parámetro sino un proceso. La estimación ahora sería de la siguiente manera:

$$Var[r] = \frac{\sum_{i=1}^{n} (r_{t-i} - \bar{r})^2}{n-1}$$

Sin embargo, existen algunas deficiencias con éste método, tales como:

- La estimación de la volatilidad mediante promedios móviles es muy sensible al número de observaciones incluidas en el promedio móvil. Si el número de observaciones es reducido, los estimadores son poco eficientes.

- Este modelo impide determinar si la volatilidad cambió porque se modificaron las condiciones de mercado o sólo porque se utilizó un promedio móvil con diferente tamaño de muestra.

- La ponderación que recibe cada observación es la misma, independientemente de si la observación es reciente o no, de esta forma estimaciones con promedios móviles de orden alto pueden provocar que la volatilidad sea alta no obstante que el evento que provocó el incremento en la volatilidad haya desaparecido.

- El modelo no incorpora en la estimación de la volatilidad las características del proceso estocástico de la propia serie (por ejemplo la autocorrelación)

Promedios Móviles Ponderados Exponencialmente

Las estimaciones más comunes de la volatilidad en la mayoría de los modelos suponen que ésta se comporta de manera constante a través del tiempo. En la práctica esto no sucede pues el mercado va reflejando a sí mismo la información disponible hasta ese momento. Por esta razón se deben implementar modelos que reflejen los movimientos de la volatilidad durante el periodo de tiempo en estudio. En esta ocasión utilizaremos el método de Promedios Móviles Ponderados Exponencialmente (PMPE).

Cuando se intenta hacer pronósticos con información de series de tiempo que no sólo incluye los valores actuales sino también los pasados (rezagos) de las variables explicativas (X), se desarrollan modelos que se denominan *modelos de rezagos distribuidos.* Cuando estos modelos incluyen información pasada de la variable dependiente (Y) como una variable explicativa, los modelos se llaman *modelos autorregresivos.*

En términos generales, se puede escribir un modelo de rezagos distribuidos con un rezago finito de k periodos en el tiempo, de la siguiente manera:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_k X_{t-k} + \varepsilon_t$$

donde

β_i es el ponderador de la información del periodo i

α es el nivel de equilibrio a largo plazo

ε_t es el término estocástico de la estimación.

En la práctica, las estimaciones de las β están basadas en criterios muy subjetivos, pues la cantidad de periodos de rezago será determinada con base a la experiencia del investigador.

Para eliminar este problema, Koyck (1954) propuso un modelo de rezagos distribuidos con rezagos infinitos donde las β_k disminuyen geométricamente de la siguiente manera:

$$\beta_k = \beta_0(1-\lambda)\lambda^k \qquad k = 0,1,\ldots$$

con $0<\lambda<1$. En la ecuación anterior, λ es conocida como *tasa de decaimiento* del rezago y $(1-\lambda)$ se conoce como *velocidad de ajuste*. La ecuación nos indica que cada nuevo coeficiente será menor al que le precede[6], lo cual implica que a medida que se retrocede en el tiempo, el efecto del rezago sobre Y_t se hace más pequeño y así se dará mayor importancia a los datos más recientes.

Como se puede observar en la gráfica 1, si λ es muy cercano a 1 la disminución de β_k será más lenta, mientras que si λ es muy cercano a 0 el valor de β_k decaerá rápidamente.

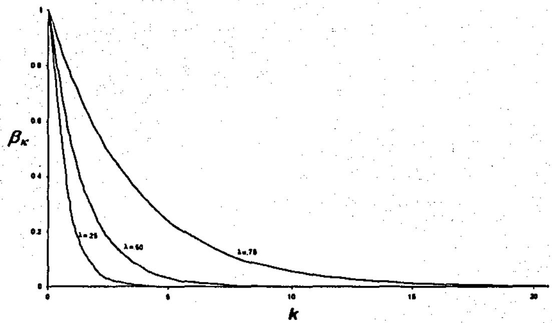
De esta manera se puede calcular el valor esperado[7] de los rendimientos al tiempo t, dado que contamos con datos al tiempo t-1:

$$E\left[r_{t|t-1}\right] = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{T} r_{t-i}\lambda^{i-1} = \bar{r}_{t|t-1}$$

[6] Dado que $0<\lambda<1$, entonces $0<\lambda^2<\lambda<1$. Ahora, por un proceso inductivo, para todo $k \in \aleph$

$$0<\lambda^k<\lambda^{k-1}<\cdots<\lambda^2<\lambda<1$$

[7] Algunos autores suponen que el rendimiento esperado es cero.



Gráfica 1. Factor de Decaimiento

Aplicando la definición de la esperanza condicional podemos calcular la varianza de los rendimientos al tiempo t dado que se cuenta con datos al tiempo t-1:

$$E\left[(r_t - \bar{r}_{t|t-1})^2\right] = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{T}(r_{t-i} - \bar{r}_{t|t-1})^2 \lambda^{i-1} \tag{1}$$

Se obtiene entonces una estimación para la volatilidad del rendimiento del instrumento al tiempo t:

$$\sigma_{t|t-1} = \sqrt{(1-\lambda)\sum_{i=1}^{T}(r_{t-i} - \bar{r}_{t|t-1})^2 \lambda^{i-1}}$$

La estimación de la Covarianza entre los rendimientos del instrumento j y los rendimientos del instrumento k al tiempo t dado que se cuentan con datos al tiempo t-1 es:

$$\sigma_{jk,t|t-1} = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{T}(r_{j,t|t-1} - \bar{r}_{j,t|t-1})(r_{k,t|t-1} - \bar{r}_{k,t|t-1})\lambda^{i-1}$$

Y si se aplica la definición del coeficiente de correlación obtendríamos:

$$\rho_{jk,t|t-1} = \frac{\sigma_{jk,t|t-1}}{\sigma_{j,t|t-1}\sigma_{k,t|t-1}}$$

de donde:

$$\rho_{jk,t|t-1} = \frac{(1-\lambda)\sum_{i=1}^{T}(r_{j,t|t-1} - \bar{r}_{j,t|t-1})(r_{k,t|t-1} - \bar{r}_{k,t|t-1})\lambda^{i-1}}{\sqrt{(1-\lambda)\sum_{i=1}^{T}(r_{j,t-i} - \bar{r}_{j,t|t-1})^2 \lambda^{i-1}}\sqrt{(1-\lambda)\sum_{i=1}^{T}(r_{k,t-i} - \bar{r}_{k,t|t-1})^2 \lambda^{i-1}}}$$

Para determinar el valor de λ que captura de manera óptima la dinámica particular de cada factor de riesgo, J.P. Morgan[8] supone que el pronóstico de la varianza de los rendimientos de cada factor de riesgo, que se realiza en un periodo previo, es igual al valor esperado del rendimiento al cuadrado de un periodo anterior[9], es decir:

$$E\left[(r_t)^2\right] = \sigma^2_{t|t-1}$$

Y que la varianza del error del pronóstico es igual a:

$$\varepsilon_{t|t-1} = r^2_{t|t-1} - \sigma^2_{t|t-1}$$

Para determinar el valor óptimo de λ, se minimiza el error cuadrado medio del error del pronóstico, donde a cada error de pronóstico le corresponde un valor de λ. Lo anterior se calcula de la siguiente manera:

$$\sqrt{\tfrac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(R^2_{t+1} - \sigma^2_{t+1|t}(\lambda)\right)}$$

[8] Fuente: www.jpmorgan.com
[9] Resultado de aplicar el supuesto de que el valor esperado es igual a cero en la ecuación (1).

La minimización con la ecuación anterior puede alcanzarse sin importar el valor de ε_t, lo que significa que la estimación es estadísticamente ineficiente, por lo que el valor obtenido no siempre será el mismo.

En la práctica se utiliza la aproximación implementada y popularizada por el informe *FourFifteen* (4:15) del *RiskMetrics* de J.P. Morgan. Esta institución, después de experimentar con diversos valores consideró que minimizaría la pérdida de realidad en la estimación del riesgo de un activo si ponderaba con $\lambda = 0.94$ para datos diarios y $\lambda = 0.97$ para datos mensuales.

Una vez determinado el valor de λ que se usará, se puede determinar el número de datos que se requiere para estimar la volatilidad utilizando la siguiente relación:

$$n = \frac{\ln(\text{nivel de tolerancia})}{\ln(\lambda)}$$

El modelo descrito anteriormente cuenta con las siguientes ventajas:

- El valor de la volatilidad reacciona rápidamente ante cambios en las condiciones del mercado. Es decir, captura la propiedad de que la volatilidad es variable en el tiempo.

- Después de un fuerte movimiento, la volatilidad permanece en niveles elevados y paulatinamente disminuye su nivel de largo plazo. Sin embargo, no permanece más allá del plazo óptimo.

Aunque la metodología de J.P. Morgan ha probado su eficacia de manera práctica, existe el problema de considerar el valor de λ igual para todos los activos del mercado. Lo anterior se debe a que si se consideran distintos valores de λ, algunos coeficientes de correlación pueden ser mayores a uno. De la misma forma al considerar λ como un valor fijo, no se incorporan los cambios en las condiciones del mercado.

Metodologías para el Cálculo del VaR

Modelo Delta Normal

Un supuesto muy utilizado en el área de las finanzas es que los retornos se distribuyen de manera normal y que su varianza es constante a través del tiempo.

En este caso, el cálculo del Valor en Riesgo resulta muy sencillo, pues la estimación de la volatilidad se realiza con base en las estimaciones correspondientes a una distribución Normal para la matriz de varianzas y covarianzas (tal y como se hace en el modelo de portafolio de Markowitz).

El rendimiento de un portafolio será definido mediante la expresión:

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} w_i R_i$$

donde

N = número de activos incluidos en el portafolio.

w_i = ponderación del activo i del portafolio.

R_i = rendimiento del activo i del portafolio.

La expresión anterior indica que el rendimiento total del portafolio es una combinación lineal de los rendimientos de cada uno de los activos que componen el portafolio, por lo que el rendimiento del portafolio tendrá también una distribución normal.

De esta forma, la volatilidad del portafolio puede ser calculada como:

$$\sigma_p^2 = W' \cdot E[\Sigma] \cdot W$$

donde W es el vector de pesos para cada activo del portafolio.

El siguiente paso, como en cualquier modelo del Valor en Riesgo, es elegir el nivel de confianza que se desea y el horizonte de tiempo al que se desee proyectar el VaR. Finalmente, el Valor en Riesgo del portafolio se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$VaR_p = \phi(\alpha) \cdot \sqrt{\sigma_p} \sqrt{\Delta t} \cdot C_0$$

donde

$\phi(\alpha)$ es el cuantil correspondiente a un nivel de confianza α[10].

σ_p es la volatilidad del portafolio.

Δt es el incremento en el tiempo.

C_0 es el costo actual del portafolio .

En este caso, el cálculo del VaR está relacionado con la frecuencia de la base de datos, lo que hace necesario su ajuste por medio del término Δt. Si la frecuencia de la base de datos se utiliza es diaria y se desea calcular el VaR para 5 días, entonces Δt será igual a 5.

Con base en esta característica, se puede ajustar el VaR para diferentes periodos. Si se parte del cálculo del VaR para dos periodos distintos se tiene:

$$VaR_1 = \phi(\alpha) \cdot \sqrt{\sigma_p} \sqrt{\Delta t_1} \cdot C_0$$

$$VaR_2 = \phi(\alpha) \cdot \sqrt{\sigma_p} \sqrt{\Delta t_2} \cdot C_0$$

de donde:

$$VaR_2 = \phi(\alpha) \cdot \sqrt{\sigma_p} \cdot \sqrt{\Delta t_2} \cdot C_0 = \phi(\alpha) \cdot \sqrt{\sigma_p} \cdot \sqrt{\Delta t_1} \cdot C_0 \cdot \frac{\sqrt{\Delta t_2}}{\sqrt{\Delta t_1}}$$

10

α	.10	.05	.01
$\phi(\alpha)$	1.282	1.645	2.326

De la ecuación anterior es fácil deducir una expresión con la que se puede relacionar dos medidas de riesgo con horizontes diferentes:

$$VaR_2 = VaR_1 \cdot \sqrt{\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}}$$

Ventajas y Desventajas

Este método puede ser razonablemente utilizado cuando el horizonte de tiempo es muy corto por ejemplo el mismo día y si los productos tienen relación lineal con sus factores de riesgo. Un caso donde claramente se podría utilizar este método es en el cálculo del VaR para divisas.

Sin embargo, a pesar de su simplicidad, éste método no será siempre el adecuado pues contiene algunas desventajas, entre las que se encuentran:

- Cuantifica pobremente el riego evento, el cual se refiere a la posibilidad de que se presenten circunstancias inusuales o extremas, tales como desplomes de los mercados accionarios o colapsos en el tipo de cambio.

- Puesto que en la mayoría de las distribuciones de los rendimientos de los activos financieros existen "colas anchas", el modelo Delta-Normal podría subestimar la proporción de datos atípicos y por lo tanto el verdadero Valor en Riesgo.

- Éste método no mide adecuadamente el riesgo de los instrumentos no lineales como las opciones.

Modelo de simulación histórica

Una segunda alternativa consiste en aplicar la composición actual del portafolio a una serie representativa de retornos históricos, a manera de generar una secuencia de valores de portafolio que puedan ser representados estadísticamente por un histograma. A partir de esta secuencia de valoración histórica, que define una cierta distribución de probabilidades, se procede a calcular el VaR.

A grandes rasgos el modelo de simulación histórica se obtiene mediante los siguientes pasos:

1. Se crea una serie histórica del factor de riesgo (FR).

2. Se construye una serie de rendimientos. Es decir, se estiman las variaciones logarítmicas diarias de los factores de riesgo:

$$R_{t-t,t-t-1} = \ln\left(\frac{FR_t}{FR_{t-1}}\right) * 100$$

3. Se estima la serie alternativa del factor de riesgos. Para ello, al valor actual del factor de riesgo se agrega el valor de las variaciones calculadas.

$$FR_n * \exp\begin{bmatrix} R_2 \\ R_3 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} FR_{n2} \\ FR_{n3} \\ \vdots \\ FR_{nn} \end{bmatrix}$$

4. El portafolio de evalúa con cada uno de los valores estimados de los factores de riesgo.

5. Se calculan las pérdidas y ganancias del portafolio. Estas se obtienen de la diferencia entre el valor del portafolio estimado con cada uno de los escenarios y el valor del portafolio vigente en la fecha de valuación

6. Se ordenan los resultados del portafolio de mayores pérdidas a mayores ganancias, y se calcula el VaR con base en la fecha de valuación.

La metodología de simulación histórica es equivalente analíticamente al método Delta Normal revisado anteriormente. Sin embargo, los resultados alcanzados bajo cada uno de los dos métodos varían debido a que el método Delta Normal realiza sus estimaciones en un solo punto (escalándolo en el tiempo, si es necesario mediante una relación lineal) mientras que el de simulación histórica no tiene dicha relación lineal al calcular el siguiente valor simulado.

Ventajas

- El modelo no hace ningún supuesto sobre la forma de la distribución de los cambios en el valor del portafolio, de tal manera que el modelo de simulación histórica puede capturar los eventos extremos y las características leptocurtósicas y de sesgo de la distribución.

- Si se contara con suficiente información, podrían construirse varias trayectorias muestrales.

- El método es robusto, fácil de instrumentar y muy intuitivo, lo que facilita su explicación a la alta dirección.

Desventajas

- En virtud de que no se cumple con las condiciones de normalidad y de independencia de los residuales, no se puede utilizar la regla de la raíz cuadrada del tiempo para escalar la estimación del VaR a diferentes horizontes de inversión.

- Una estimación eficiente del VaR con base en el modelo de simulación histórica requiere de un trabajo disciplinado, ya que el usuario de estos modelos debe poner mucha atención, sobre todo en los siguientes casos:

  - Cuando todas las observaciones tienen la misma ponderación, la estimación del VaR puede cambiar de manera significativa después de que una observación se excluya de los cálculos.

  - Si la serie es muy larga, se pueden incluir muchos eventos extremos que pueden viciar los beneficios de estimar el VaR de manera periódica, ya que el VaR estimado durante varios días podría ser el mismo y eventualmente cambiar, incluso drásticamente, por el sólo hecho de que un evento extremo desaparezca de la muestra.

- No existen indicadores estadísticos que permitan determinar de manera óptima cuántas observaciones se deben incluir a priori en la estimación del VaR. Mientras mayor sea el intervalo elegido, en principio, mayor es la calidad de la estimación. No obstante, existe el riesgo de incorporar datos que impidan capturar los cambios estructurales en los mercados.

Método de Monte Carlo

El modelo de simulación de Monte Carlo, aunque requiere mayor complejidad en el sentido computacional, empíricamente ha probado tener una mejor aproximación a eventos extremos que la simulación histórica.

El objetivo de la simulación de Monte Carlo es generar secuencias futuras de precios de activos que preserven las características históricas de correlación y volatilidad, con el fin de comparar, para un horizonte predefinido, los retornos obtenidos para cada activo y así para el portafolio.

La generación de dichas secuencias debe realizarse a partir de una función de distribución de probabilidad que represente el proceso estocástico simulado. Este es el punto más importante de la simulación de Monte Carlo, pues al asignar la función de distribución se asume que el comportamiento futuro de los precios estará basado en dicha función. Esto aumenta considerablemente el riesgo de modelo del cual ya se ha hablado.

Una simulación de Monte Carlo se construye mediante los siguientes pasos:

1. Se define el modelo a utilizar dependiendo de las características de cada instrumento y las necesidades de cálculo.

2. Se toma una serie de tiempo de datos $\{P_t\}_{t=T,T-1,\ldots0}$ representativos del comportamiento histórico.

3. Se estiman los parámetros relevantes de acuerdo al modelo elegido (volatilidades, promedios, etc.) considerando la escala de tiempo a utilizar.

4. Simular los nuevos precios de mercado de acuerdo al modelo y relación existente del portafolio. El número de trayectorias que se utilizan normalmente es muy grande (5,000 o 10,000), lo que representa la mayor complejidad del método.

5. Se reevalúa el portafolio para cada simulación usando la composición actual del portafolio.

6. Al final, de acuerdo al nivel de confianza deseado y a la distribución utilizada, se calcula el VaR.

Ventajas

- Este método ha probado empíricamente ser el más eficiente en cuanto a las estimaciones del Valor en Riesgo.

- Puede ser utilizado tanto para periodos de tiempo largos o cortos a diferencia de los métodos anteriores, que suelen tener resultados buenos sólo en periodos cortos.

- Es muy flexible al poder incorporar modelos que tengan resultados eficientes en la práctica diaria.

Desventajas

- Dependiendo del modelo elegido, las aproximaciones obtenidas estarán sujetas a distintas críticas ligadas al modelo, como por ejemplo colas anchas, asimetría, etc.

- Algunos modelos no necesariamente cuentan con la restricción de ser libres de arbitraje[11].

- Es computacionalmente costoso en el sentido del tiempo y recursos utilizados por el gran número de simulaciones utilizadas.

Es importante resaltar que la eficiencia en el cálculo del Valor en Riesgo dependerá en gran medida de una adecuada elección de la metodología que se utiliza. La elección debe tomarse de acuerdo a la experiencia de operación para cada uno de los instrumentos, así como de las necesidades futuras de la institución que realice dicho cálculo.

La tabla 1 muestra un cuadro comparativo de las principales ventajas y desventajas de cada uno de los modelos con el propósito de tener una mejor referencia al tomar nuestra decisión.

[11] En el mercado de opciones y otros productos derivados, el arbitraje implica una estrategia que combina la compra de un contrato que se considera subvaluado y la venta de otro considerado sobrevaluado; esperando obtener un beneficio libre de riesgo, sin que medie una inversión.

Tabla 1. Comparación de Modelos

Método	Delta Normal	Simulación Histórica	Simulación de Monte Carlo
Descripción	Asume que los rendimientos de los activos tienen una distribución normal conjunta, dicha implicación proviene de asumir una relación lineal de los activos con el portafolio y de que los rendimientos de cada activo son normalmente distribuidos.	Aproxima la distribución de pérdidas y ganancias basado en el comportamiento histórico.	Aproxima la distribución de pérdidas y ganancias basado en un modelo específico.
Ventajas	• Simplicidad • Basado en los conceptos de los modelos de Markowitz y CAPM	• Captura los movimientos locales y no locales del precio. • No está sujeto al riesgo de modelo.	• Captura los movimientos locales y no locales del precio • Útil para periodos largos de tiempo
Desventajas	• Asume la normalidad de los rendimientos ignorando colas anchas, skewness, kurtosis, etc. • Asume que las covarianzas son constantes para todo el periodo • Asume una relación lineal de los activos con el total del portafolio.	• Asume que las covarianzas son constantes para todo el periodo. • Altos requerimientos computacionales • Estadísticamente inficiente	• Sujeto al riesgo de modelo • Altos requerimientos computacionales

CAPÍTULO 3

VALOR EN RIESGO DEL PORTAFOLIO

El propósito de este capítulo es aplicar el cálculo del Valor en Riesgo para un portafolio de bonos emitidos en Yenes por el gobierno mexicano. El método elegido para el cálculo del VaR es la simulación de Monte Carlo por las ventajas ya descritas en el capítulo anterior.

Las principales características de mercado[12] de los bonos utilizados se describen en la tabla 2:

Tabla 2. Características principales de los instrumentos del portafolio

Bono	Emisión Total	Tasa cupón	Valor Nominal	Fecha de Emisión	Fecha de vencimiento
UMS 3% of 03	¥ 30,000,000	1.500%	¥ 100.00	29/11/1999	01/12/2003
UMS 4% of 04	¥ 50,000,000	2.000%	¥ 100.00	11/03/1994	11/03/2004
UMS 2¼% of 04	¥ 50,000,000	1.125%	¥ 100.00	29/09/2000	29/09/2004
UMS 2.6% of 05	¥ 50,000,000	1.300%	¥ 100.00	10/05/2000	10/05/2005
UMS 6¾% of 06	¥ 100,000,000	3.375%	¥ 100.00	06/06/1996	06/06/2006

Para el análisis se pueden utilizar distintas técnicas para el manejo del riesgo, como la aplicación del modelo de Optimización de Portafolio (Delgado, 2003), cambios de tasa fija a flotante en el pago de sus cupones, recompras, nuevas colocaciones, etc. Sin embargo, una aproximación adecuada sobre el verdadero riesgo que se corre actualmente y que probablemente se correrá en un futuro se puede obtener aplicando el modelo de Valor en Riesgo.

[12] Fuente: Bloomberg

Como se puede observar en el Apéndice A, el precio de los bonos está ligado a distintos factores, tales como el valor nominal, el monto de los cupones y la tasa de interés que otorga el bono. En este caso, el único factor que no es constante a través del tiempo es la tasa de interés de cada uno de los bonos (los cupones están definidos desde la emisión). Este factor es de riesgo porque afectaría al precio del bono y por lo tanto al precio final del portafolio.

Se debe recordar que estos bonos son pasivos, que están ligados a la deuda externa mexicana y que por lo tanto el tipo de cambio Yen/Dólar es un factor de riesgo que debe tomarse en consideración al hacer la simulación.

A continuación se describirá a detalle el procedimiento utilizado en el cálculo del Valor en Riesgo para el Portafolio.

Obtención de los datos

Primero se construye una serie histórica de los rendimientos de cada uno de los bonos que componen nuestro portafolio y del tipo de cambio Yen/Dólar a partir del 1 ° de Octubre de 2003 y hasta el 31 de Enero de 2003 La Gráfica 2 corresponde a dichos datos.

La tabla 3 muestra el rendimiento y el precio de mercado de cada bono para el día 31 de Enero de 2003 fecha que forma parte de la base histórica.Por ejemplo, para el 31 de Enero de 2003 los datos fueron:

Tabla 3. Datos al 31 de Enero [13]

Instrumento	Tasa de Interés de Mercado	Precio de Mercado
UMS 3% of 03	1.630%	¥ 101.107
UMS 4% of 04	1.648%	¥ 102.525
UMS 2¼% of 04	1.811%	¥ 100.701
UMS 2.6% of 05	2.004%	¥ 101.286
UMS 6¾% of 06	2.253%	¥ 113.933

[13] Fuente: Bloomberg.

Posteriormente se construyen las series de rendimientos logarítmicos, tal y como se describe en el Capítulo 2. La tabla 4 muestra el tipo de cambio y el rendimiento para los días 29, 30 y 32 de Enero del bono UMS 3% of 03:

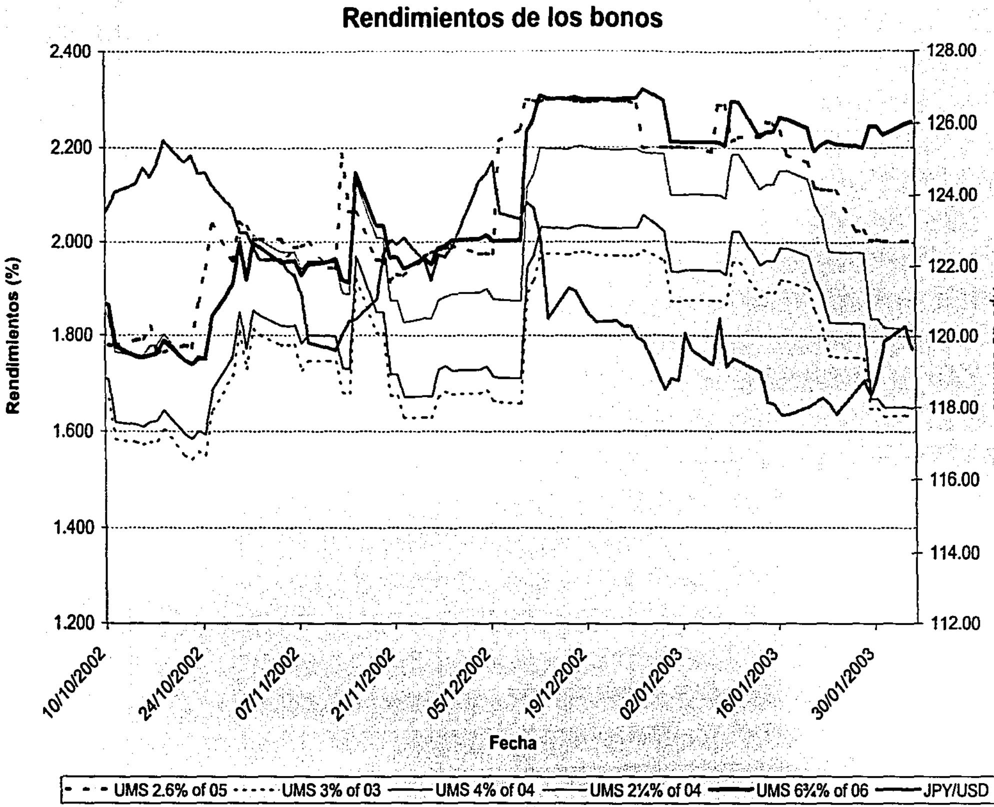
Tabla 4. Rendimientos logarítmicos del tipo de cambio y Bono UMS 3% of 03

		[redacted]		UMS 3% of 03		
i	Fecha	Precio	ln(ri/ri-1)	Rendimiento	Precio	ln(ri/ri-1)
1	31/01/2003	119.850	0.00762180	1.630	101.107	-0.00183880
2	30/01/2003	118.940	0.00505733	1.633	101.109	0.00183880
3	29/01/2003	118.340	-0.00345861	1.630	101.114	-0.01037544
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Dado que el valor nominal de cada uno de estos bonos al momento de su emisión es de ¥100, es fácil deducir que el número total de bonos emitidos es igual al total de la emisión en valor nominal dividido entre 100.

Tabla 5. Total de bonos para cada emisión.

Instrumento	Total de Instrumentos Emitidos
UMS 3% of 03	300,000.00
UMS 4% of 04	500,000.00
UMS 2¼% of 04	500,000.00
UMS 2.6% of 05	500,000.00
UMS 6¾% of 06	1,000,000.00



Gráfica 2. Rendimiento de los bonos y tipo de cambio

Este dato nos servirá para encontrar el valor total del portafolio mediante la siguiente ecuación:

$$P_{Portafolio} = \sum_{i=1}^{5} P_i \cdot n_i$$

donde

P_i= Precio del portafolio i

n_i= Número de bonos emitidos del instrumento i

De esta forma, se obtiene el valor de mercado de nuestro portafolio al 31 de enero de 2003 es de

$P_{Portafolio}$= ¥101.107*300,000.00 + ¥102.525*500,000.00 + ¥100.701*500,000.00 + ¥101.286*500,000.00 + ¥113.933*1,000,000.00 = <u>¥ 296,521,100.00</u>

El tipo de cambio para ese día fue de 119.85 Yenes por Dólar, por lo que el valor de mercado del portafolio correspondiente fue de USD 2,474,101.79.

Como se puede observar, al calcular al valor total del portafolio contaremos con 6 factores de riesgo que corresponden a cada tasa de interés del bono y al tipo de cambio de Yenes a Dólares.

Análisis de los datos

Si se observa de nuevo la Gráfica 2, es posible darse cuenta de que los rendimientos de los bonos siguen un comportamiento similar, dependiendo de que tan cerca de su fecha de vencimiento se encuentren. Así por ejemplo, el rendimiento del bono UMS 3% of 03 tiene un comportamiento más alejado que los demás para los últimos datos. Sin embargo podemos decir que en general los instrumentos se encuentran altamente correlacionados por lo que cualquier movimiento en alguno de estos bonos impactará de manera considerable en el valor final del portafolio por lo que se hace necesario el cálculo del Valor en Riesgo.

Además de la correlación, existe autocorrelación para cada uao de las series, pues el rendimiento del día de mañana dependerá del nivele en que se encuentre el precio el día de hoy, y así sucesivamente.

El siguiente paso es calcular la matriz de varianza-covarianza (Σ) de los rendimientos históricos de cada uno de los factores de riesgo mediante el método de Promedios Móviles Ponderados Exponencialmente[14]. Este método se utilizará por las características de las series que estamos manejando (varianza no constante y autocorrelación). Se debe considerar que el cálculo de la volatilidad debe escalarse de acuerdo al periodo sobre el cual se desee medir el portafolio, la práctica más común es anualizar las volatilidades multiplicándolas por $\sqrt{252}$.

En este caso, y siguiendo los estándares, tomaremos el grado de error correspondiente a 1%, un factor de decaimiento λ de 0.94 y el supuesto de que el promedio es igual a 0, tal y como lo utiliza J.P. Morgan, lo que nos indica que debemos utilizar 75 datos anteriores al día de valuación tomando como el día *t-1* el 31 de Enero de 2003.

Las varianzas de los rendimientos para cada uno de los instrumentos para la fecha de valuación son:

$$\sigma_{1,t|t-1} = \sqrt{252}\cdot(1-0.94)\sum_{t=1}^{75}(r_{1,t-t})^2(0.94)^{t-1} = 0.0003956$$

$$\hat{\sigma}_{2,t|t-1} = \sqrt{252}\cdot(1-0.94)\sum_{t=1}^{75}(r_{2,t-t})^2(0.94)^{t-1} = 0.008589$$

$$\hat{\sigma}_{3,t|t-1} = \sqrt{252}\cdot(1-0.94)\sum_{t=1}^{75}(r_{2,t-t})^2(0.94)^{t-1} = 0.001152$$

$$\hat{\sigma}_{2,t|t-1} = \sqrt{252}\cdot(1-0.94)\sum_{t=1}^{75}(r_{2,t-t})^2(0.94)^{t-1} = 0.008992$$

$$\hat{\sigma}_{2,t|t-1} = \sqrt{252}\cdot(1-0.94)\sum_{t=1}^{75}(r_{2,t-t})^2(0.94)^{t-1} = 0.005300$$

[14] Ver Capítulo 2

$$\hat{\sigma}_{2,t|t-1} = \sqrt{252} \cdot (1-0.94)\sum_{l=1}^{75}(r_{2,t-l})^2(0.94)^{\,l-1} = 0.003698$$

Y las covarianzas entre los instrumentos serán dadas por:

$$\sigma_{jk,t|t-1} = \sqrt{252} \cdot (1-0.94)\sum_{l=1}^{75}(r_{j,t|t-1})(r_{k,t|t-1})(0.94)^{\,l-1}$$

Por ejemplo, las covarianzas de todos los bonos con respecto al tipo de cambio son:

$$\sigma_{12,t|t-1} = \sqrt{252} \cdot (1-0.94)\sum_{l=1}^{75}(r_{1,t|t-1})(r_{2,t|t-1})(0.94)^{\,l-1} = -0.0003098$$

$$\sigma_{13,t|t-1} = \sqrt{252} \cdot (1-0.94)\sum_{l=1}^{75}(r_{1,t|t-1})(r_{3,t|t-1})(0.94)^{\,l-1} = -0.0004399$$

$$\sigma_{14,t|t-1} = \sqrt{252} \cdot (1-0.94)\sum_{l=1}^{75}(r_{1,t|t-1})(r_{4,t|t-1})(0.94)^{\,l-1} = -0.0003896$$

$$\sigma_{15,t|t-1} = \sqrt{252} \cdot (1-0.94)\sum_{l=1}^{75}(r_{1,t|t-1})(r_{5,t|t-1})(0.94)^{\,l-1} = -0.0002036$$

$$\sigma_{16,t|t-1} = \sqrt{252} \cdot (1-0.94)\sum_{l=1}^{75}(r_{1,t|t-1})(r_{6,t|t-1})(0.94)^{\,l-1} = 0.0001830$$

Así la matriz de varianzas-covarianzas (Σ) resultante es:

	USD/JPY	UMS 3% of 03	UMS 4% of 04	UMS 2¼% of 04	UMS 2.6% of 05	UMS 6¼% of 06
USD/JPY	0.0003956047	-0.0003098899	-0.0004399366	-0.0003896211	-0.0002036783	0.0001830437
UMS 3% of 03	-0.0003098899	0.0085893257	0.0097451209	0.0086713118	0.0066624100	0.0028998907
UMS 4% of 04	-0.0004399366	0.0097451209	0.0115218636	0.0100937483	0.0074115651	0.0023702377
UMS 2¼% of 04	-0.0003896211	0.0086713118	0.0100937483	0.0089920984	0.0066789935	0.0022747988
UMS 2.6% of 05	-0.0002036783	0.0066624100	0.0074115651	0.0066789935	0.0053008747	0.0027051391
UMS 6¼% of 06	0.0001830437	0.0028998907	0.0023702377	0.0022747988	0.0027051391	0.0036987217

Al aplicar la descomposición de Cholesky[15] a nuestra matriz (Σ) obtenemos:

	USD/JPY	UMS 3% of 03	UMS 4% of 04	UMS 2¼% of 04	UMS 2.6% of 05	UMS 6¼% of 06
USD/JPY	[redacted]	0	0	0	0	0
UMS 3% of 03	[redacted]	[redacted]	0	0	0	0
UMS 4% of 04	[redacted]	[redacted]	[redacted]	0	0	0
UMS 2¼% of 0[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	0	0
UMS 2.6% of 0[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	0
UMS 6¼% of 0[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]

Definición del Modelo[16]

El modelo más común que se usa en el Método de Monte Carlo es aquel que se basa en el supuesto de que los cambios en los precios de mercado siguen un movimiento geométrico Browniano con dos parámetros: drift constante y volatilidad calculada de acuerdo al método elegido, teniendo como modelo final el siguiente:

$$dp(t) = \mu(t)p(t)dt + \sigma(t)p(t)dZ(t)$$

esta ecuación diferencial se resolvería mediante la siguiente integral estocástica:

$$p(t+\Delta t) = p(t) * \exp\left[\int_{\Delta t} \mu(s)ds + \left(\int_{\Delta t} \sigma(s)ds\right)\xi\sqrt{\Delta t}\right]$$

donde

$p(t)$ es el vector de precios.

$\mu(t)$ es el vector de drifts instantáneos.

dZ es un proceso de Wiener con matriz de varianza Σ.

ξ es el vector de números aleatorios con distribución Normal con media 0 y matriz de varianza Σ.

Entonces, para el caso de cambios diarios y suponiendo que el promedio del incremento en los factores de riesgo es cero para cada factor de riesgo se tiene:

[15] Ver apéndice B

[16] Para una mayor descripción de los componentes del modelo ver el Apéndice de Procesos Estocásticos

$$p(t+1) = p(t) * \exp[\sigma_{t|t-1}\xi]$$

Es decir, los factores de riesgo simulados estarán dados por:

$$tc(t+1) = tc(t) * \exp(z_1)$$
$$r_i(t+1) = r_i(t) * \exp(z_2)$$

con i=1, 2, 3, 4, 5

donde

$$z_1 = \phi_{11}\xi_1$$
$$z_2 = \phi_{21}\xi_1 + \phi_{22}\xi_2$$
$$z_2 = \phi_{31}\xi_1 + \phi_{32}\xi_2 + \phi_{33}\xi_3$$
$$z_3 = \phi_{41}\xi_1 + \phi_{42}\xi_2 + \phi_{43}\xi_3 + \phi_{44}\xi_4$$
$$z_4 = \phi_{51}\xi_1 + \phi_{52}\xi_2 + \phi_{53}\xi_3 + \phi_{34}\xi_4 + \phi_{54}\xi_5$$
$$z_5 = \phi_{61}\xi_1 + \phi_{62}\xi_2 + \phi_{63}\xi_3 + \phi_{64}\xi_4 + \phi_{65}\xi_5 + \phi_{66}\xi_5$$

En este caso simularemos 10,000 trayectorias para el horizonte elegido. Como un rápido ejemplo, se considera el horizonte de tiempo como de un día.

Implementación del Modelo

Se generan 10,000 números aleatorios correspondientes a cada una de las trayectorias que necesitamos

Tabla 6. Vector de números aleatorios para cada simulación

Nùmero de simulación	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6
1	-0.816852	-0.256988	0.2395920	0.1966817	-0.163064	-2.133170
2	0.1367874	1.363471	0.4921884	-0.211281	0.1218375	-2.022933
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10,000	-0.366905	-0.582843	-0.299272	0.275956	1.0247173	6.2552793

Posteriormente obtenemos las z_i correspondientes a cada trayectoria multiplicando el vector de números aleatorios por la matriz de Cholesky:

Tabla 7. Vector de números provenientes de un proceso de Wiener

Número de simulación	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6
1	-0.0162470	-0.0107515	-0.0033204	-0.0029079	-0.0122086	-0.0482513
2	0.0027207	0.1224350	0.1476537	0.1256652	0.0927068	0.0179325
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10,000	-0.0072977	-0.0475318	-0.0581705	-0.0468649	-0.0259837	0.0566207

A partir de esta información se puede calcular las tasas de interés y el tipo de cambio para cada una de las simulaciones siguiendo el modelo propuesto:

Tabla 8. Vector de factores de riesgo simulados

Número de simulación	*tc*	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
1	117.92	1.613%	1.643%	1.806%	1.980%	2.147%
2	120.18	1.842%	1.910%	2.053%	2.199%	2.294%
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10,000	118.98	1.554%	1.555%	1.728%	1.953%	2.384%

Ahora se tiene que calcular el precio de cada uno de los instrumentos en cada simulación, mediante la fórmula A.6 . Por ejemplo para la primera simulación el precio de cada uno de los bonos se encuentra de la siguiente manera:

UMS 3% of 03

Cálculo del Precio del Bono			
Tasa de interés 1.613%			
Fecha	**Cash Flow**	**VP**	**Días**
01/12/2003	100.00	98.68	300
01/12/2003	1.50	1.48	300
01/06/2003	1.50	1.49	120
	Precio	101.65	

UMS 4% of 04

Cálculo del Precio del Bono			
Tasa de interés 1.643%			
Fecha	**Cash Flow**	**VP**	**Días**
11/03/2004	100.00	98.24	400
11/03/2004	2.00	1.96	400
11/09/2003	2.00	1.98	220
11/03/2003	2.00	2.00	40
	Precio	104.18	

UMS 2¼% of 04

Cálculo del Precio del Bono			
Tasa de interés 1.806%			
Fecha	**Cash Flow**	**VP**	**Días**
29/09/2004	100.00	97.38	598
29/09/2004	1.13	1.10	598
29/03/2004	1.13	1.10	418
29/09/2003	1.13	1.11	238
29/03/2003	1.13	1.12	58
	Precio	101.81	

UMS 2.6% of 05

Cálculo del Precio del Bono			
Tasa de interés 1.980%			
Fecha	**Cash Flow**	**VP**	**Días**
10/05/2005	100.00	96.43	819
10/05/2005	1.30	1.25	819
10/11/2004	1.30	1.26	639
10/05/2004	1.30	1.27	459
10/11/2003	1.30	1.28	279
10/05/2003	1.30	1.29	99
	Precio	102.80	

UMS 6¾% of 06			
Cálculo del Precio del Bono			
Tasa de Interés 2.147%			
Fecha	**Cash Flow**	**VP**	**Días**
06/06/2006	100.00	94.79	1205
06/06/2006	3.38	3.20	1205
06/12/2005	3.38	3.22	1025
06/06/2005	3.38	3.25	845
06/12/2004	3.38	3.28	665
06/06/2004	3.38	3.30	485
06/12/2003	3.38	3.33	305
06/06/2003	3.38	3.36	125
	Precio	117.73	

El siguiente paso es calcular el precio total del portafolio tal y como se hizo para el precio actual.

Número de simulación	UMS 3% of 03	UMS 4% of 04	UMS 2¼% of 04	UMS 2.6% of 05	UMS 6¾% of 06	*Portafolio en Dólares*
1	101.65	104.18	101.81	102.80	117.73	2,566,303.25
2	101.46	103.93	101.44	102.28	116.92	2,506,140.92
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10,000	101.70	104.24	101.91	102.93	117.93	2,546,512.56

Finalmente, se ordenan de forma ascendente todos los resultados del portafolio y se obtiene el VaR a un nivel del 99% de confianza el cual será el dato 9900 para nuestro caso. El tabla siguiente resume la información resultante de la simulación:

VaR		
Fecha de Valuación		**31/01/2003**
Precio Simulado del Portafolio	**USD**	**2,558,373.74**
Precio Actual Portafolio	**USD**	**2,474,101.79**
Fecha horizonte		**1/02/2003**

Lo anterior quiere decir que en el 99% de los casos el valor futuro del portafolio no excederá de **USD$2,558873.74,** esta conclusión pudiera no ser clara si nuestra posición es corta o larga. Sin embargo podemos definir que si compráramos el total del portafolio el 31 de Enero de 2003 y lo vendiéramos al siguiente día podríamos perder como máximo **USD$84,271.95**.

Siguiendo la misma metodología si simulamos para 30 días, los valores correspondientes serán:

VaR		
Fecha de Valuación		**31/01/2003**
Precio Simulado del Portafolio	**USD**	**3,226,871.95**
Precio Actual Portafolio	**USD**	**2,474,101.79**
Fecha horizonte		**03/03/2003**

En conclusión: en el 99% de los casos el valor futuro del portafolio no excederá de **USD$3,226,871.95,** ó, de forma equivalente si compráramos el total del portafolio el 31 de Enero de 2003 y lo vendiéramos 30 días después, podríamos perder como máximo **USD$752,770.15.**

CONCLUSIÓN

A lo largo de este trabajo hemos podido estudiar varios métodos para el cálculo del Valor en Riesgo de un portafolio. Cada uno de estos métodos tiene ciertas ventajas y desventajas que podemos aprovechar para ampliar, mejorar o adecuar alguno de estos métodos a nuestras necesidades particulares.

Como hemos podido observar el Valor en Riesgo es una herramienta útil si se usa adecuadamente, es decir, el Valor en Riesgo tiene una valiosa aplicación siempre y cuando se tenga claro los alcances y limitaciones de este modelo. En nuestro ejemplo, nos dimos cuenta que con base en un mismo resultado se podrían obtener varias conclusiones (aunque todas equivalentes) dependiendo de la posición u objetivo que se persiga por parte del analista.

El VaR no podrá reemplazar nunca al amplio conjunto de controles de negociación que la mayoría de las instituciones han acumulado por años si consideramos que estos controles de negociación fueron introducidos para resolver problemas de la administración de riesgos en sus propios negocios o fueron implementados para responder a problemas de características similares a las suyas

Por todo lo anterior el VaR puede ser visto como una herramienta novedosa, versátil y muy flexible para el adecuado control de los riesgos de mercado, que complemente oportunamente a un sistema adecuado de supervisión financiera para cualquier Institución.

CONCLUSIÓN

A lo largo de este trabajo hemos podido estudiar varios métodos para el cálculo del Valor en Riesgo de un portafolio. Cada uno de estos métodos tiene ciertas ventajas y desventajas que podemos aprovechar para ampliar, mejorar o adecuar alguno de estos métodos a nuestras necesidades particulares.

Como hemos podido observar el Valor en Riesgo es una herramienta útil si se usa adecuadamente, es decir, el Valor en Riesgo tiene una valiosa aplicación siempre y cuando se tenga claro los alcances y limitaciones de este modelo. En nuestro ejemplo, nos dimos cuenta que con base en un mismo resultado se podrían obtener varias conclusiones (aunque todas equivalentes) dependiendo de la posición u objetivo que se persiga por parte del analista.

El VaR no podrá reemplazar nunca al amplio conjunto de controles de negociación que la mayoría de las instituciones han acumulado por años si consideramos que estos controles de negociación fueron introducidos para resolver problemas de la administración de riesgos en sus propios negocios o fueron implementados para responder a problemas de características similares a las suyas

Por todo lo anterior el VaR puede ser visto como una herramienta novedosa, versátil y muy flexible para el adecuado control de los riesgos de mercado, que complemente oportunamente a un sistema adecuado de supervisión financiera para cualquier Institución.

Apéndice A
Bonos

Un bono es una promesa de pagar una determinada cantidad de dinero, a una tasa de interés y en una fecha futura. Por lo tanto, un bono es un instrumento de deuda.

Los bonos pueden ser emitidos por entidades gubernamentales o empresas, permitiéndoles a cambio obtener financiamiento. De esta manera, las instituciones pueden llevar a cabo sus proyectos con fondos obtenidos en condiciones más favorables que las ofrecidas por el crédito bancario tradicional.

La emisión de bonos permite que, al no existir un intermediario, la tasa de interés que se obtiene sea más favorable tanto para los colocadores como para los tomadores de recursos.

Los bonos pueden ser adquiridos por empresas, gobiernos o por inversionistas individuales. La mayoría de los bonos paga intereses periódicamente (trimestral o semestralmente) y algunos los pagan al vencimiento. Cuando se realizan pagos periódicos se conocen como cupones. Generalmente pagan una tasa de interés fija, sin embargo también existen bonos que pagan tasa de interés variable usualmente indexada a tasas líderes en el mercado (LIBOR, Treasury, etc.). Las emisiones de los bonos pueden ser a corto, mediano y largo plazo e incluso en algunos mercados los bonos reciben algún nombre en específico dependiendo de su duración como papeles comerciales, *bills*, o *notes* cuando son emitidos a corto plazo.

Asimismo, es común que los emisores acuerden la "redención" o "recompra" de los bonos en algún momento antes de su vencimiento. Esta redención se da usualmente a la "par" (al valor pagado por el comprador cuando fueron emitidos). También puede redimirse a un precio mayor, a esto se le conoce como "calling". Esta estrategia puede ser empleada cuando las tasas de interés han bajado, permitiendo a las empresas reemplazar deuda cara, por deuda a tasas de interés más favorables.

Cálculo del Precio de un Bono

Equivalencia de Tasas

Uno de los principales componentes para el cálculo del precio de un bono es la tasa de interés. Por esta razón, antes de explicar la forma en que se calcula el precio de un bono, se describen algunas propiedades de las tasas de interés.

Sea
i = tasa real anual.
j = tasa nominal anual.
m = número de capitalizaciones por año.
$i_{(m)}$= tasa real capitalizable m periodos.

Si la tasa nominal j se capitaliza m veces al año, se puede decir que la tasa por cada periodo de capitalización será $\frac{j}{m}$. En consecuencia el monto de $1 a la tasa j con m capitalizaciones durante un año será:

$$\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m} \qquad \text{(A.1)}$$

Las tasas equivalentes son aquellas que producen montos iguales en tiempos iguales. Así, el monto de $1 a la tasa real anual i, será igual al monto de $1 a la tasa j, capitalizada m periodos durante un año. Es decir:

$$(1+i)=\left(1+\frac{j}{m}\right) \qquad \text{(A.2)}$$

De la ecuación anterior se deduce que la tasa real diaria:

$$i_{(365)} = (1+i)^{1/365} - 1 \tag{A.4}$$

En la práctica, los mercados ofrecen información de las tasas de interés reales anuales.

Bonos con cupón.

Es una práctica más común encontrar que los bonos estén relacionados con los pagos múltiples. La mayor parte de los bonos que se emiten actualmente tienen un valor nominal pagadero al tenedor del bono en la fecha de vencimiento. Comúnmente los bonos realizan pagos entre la fecha original de su emisión y la fecha de su vencimiento. A estos pagos intermedios de les conoce como **cupones**. En la mayor parte de los casos, los pagos del cupón se hacen en forma semestral.

Para este tipo de bonos la fórmula para la fijación de precios se vuelve más compleja, es decir:

$$P = \sum_{t=1}^{M} \frac{f_t}{(1+i)^t} \tag{A.5}$$

donde:

t = momento en el cuál se efectúa un pago.

f_t = flujo de efectivo recibido al tiempo t

En la práctica, se acostumbra convertir las tasa a efectivas diarias y calcular con base en el número de días que falta para su redención, por lo que se tendría la siguiente ecuación final para el cálculo de un bono:

$$P = \sum_{t=1}^{M} \frac{f_t}{(1+i_{(365)})^{k_t}} \tag{A.6}$$

donde

f_t= flujo de efectivo al tiempo t.

$i_{(365)}$ = tasa efectiva diaria.

k_t = el número de días entre el tiempo t y la fecha de vencimiento.

Es frecuente encontrar que existan bonos emitidos con vencimientos originales a 30 años. En el caso de que se realicen pagos semestrales, esto significaría que se deberán de realizar sesenta pagos prometidos por el bono. El calcular el precio de este bono, aún cuando se conozca el rendimiento, es un proceso que puede tomar mucho tiempo. Aún si se conocen el valor, las fechas de todos los pagos y el precio del bono, es más complicado el calcular los rendimientos, ya que el cálculo debe de ser iterativo.

Apéndice B
Descomposición de Cholesky

Con el propósito de reducir el número de operaciones que se realizan al utilizar la matriz Σ, se realiza la descomposición de Cholesky.

El que los factores de riesgo estén correlacionados implica que siguen el comportamiento a través del tiempo:

$$\left.\begin{array}{c} f_{1t} = f_{1t-1} + \phi_{11}\cdot\xi_{1t} + \phi_{12}\cdot\xi_{2t} + \cdots \\ f_{2t} = f_{2t-1} + \phi_{21}\cdot\xi_{1t} + \phi_{22}\cdot\xi_{2t} + \cdots \\ \vdots \\ f_{Nt} = f_{Nt-1} + \phi_{N1}\cdot\xi_{1t} + \phi_{N2}\cdot\xi_{2t} + \cdots \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{matricialmente}} \begin{bmatrix} f_{1t} \\ f_{2t} \\ \vdots \\ f_{Nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1t-1} \\ f_{2t-1} \\ \vdots \\ f_{Nt-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \\ \vdots \\ \xi_{Nt} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta f_{1t} \\ \Delta f_{2t} \\ \vdots \\ \Delta f_{Nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \\ \vdots \\ \xi_{Nt} \end{bmatrix}$$

Es decir:

$$\Delta F_{(N\times1)} = \Phi_{(N\times N)} \cdot \Gamma_{(N\times1)}$$

A pesar de que la matriz de varianzas y covarianzas podría tomarse como la matriz Φ, el número de cálculos que se hacen con base en esta matriz se incrementará en gran medida si se incrementa el número de activos, así es que se debe encontrar alguna manera para generar una matriz que conserve las características de Σ y que reduzca el número de operaciones. El procedimiento recomendado es utilizar Σ y la descomposición de Cholesky para obtener la matriz Φ, dicha matriz tiene la propiedad que al ser multiplicada por su transpuesta, se obtiene la matriz que se utilizó para generarla.

Como se vio anteriormente $\Delta F = \Phi \cdot \Gamma$, así que multiplicando por su transpuesta se obtiene:

$$\Delta P \cdot \Delta P^T = \Phi \cdot \Gamma \cdot \Gamma^T \cdot \Phi^T$$

El lado izquierdo de la ecuación corresponde a la matriz Σ. Asumimos que los ξ_{it} se distribuyen iid normal con media 0 y varianza 1, así que al calcular la esperanza se obtiene:

$$E[\Delta P \cdot \Delta P^T] = E[\Phi \cdot \Gamma \cdot \Gamma^T \cdot \Phi^T]$$
$$E[\Sigma] = \Phi \cdot E[\Gamma \cdot \Gamma^T] \cdot \Phi^T$$
$$E[\Sigma] = \Phi \cdot I_N \cdot \Phi^T$$
$$E[\Sigma] = \Phi \cdot \Phi^T$$

La matriz resultante (Φ) es una matriz triangular inferior que además de capturar la relación entre los factores de riesgo, permite reducir significativamente el número de operaciones sin perder las propiedades de la matriz Σ original.

En la práctica, la descomposición de Cholesky se obtiene de forma recursiva mediante las siguientes fórmulas:

$$\phi_{ii} = \sqrt{\sigma_{ii} \sum_{k=1}^{i-1} \phi_{ik}^2}$$

$$\phi_{ij} = \frac{1}{\phi_{ii}} \sqrt{\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} \phi_{ik} \phi_{jk}}$$

$$\phi_{ij} = 0 \quad \text{si } j > i$$

Apéndice C

Cálculo Estocástico

Un *proceso estocástico* es una colección de variables aleatorias, con $T \subseteq \Re$ donde t es el parámetro que se asocia al tiempo y $X(t)$ esta definida en un espacio de probabilidad ω y representa el estado del proceso en el instante t.

Los procesos estocásticos pueden ser clasificados en procesos de tiempo discreto y procesos de tiempo continuo. Si T es un conjunto numerable, entonces el proceso estocástico se dice que es *en tiempo discreto.* Si T es un intervalo, entonces el proceso estocástico se dice que es *en tiempo continuo.*

Los procesos estocásticos también son clasificados como de variables continuas o de variables discretas, dependiendo si la variable toma valores en cierto rango o sólo ciertos valores.

Un *proceso de Markov* es un proceso estocástico donde sólo el valor actual de la variable es relevante para predecir el futuro. La historia pasada de la variable y la forma en que los datos se obtuvieron a partir de dicha información es irrelevante.

Se dice que un proceso estocástico continuo $\{Z_t\colon 0 \leq t < T\}$ es un proceso de Wiener si:

i. $z_0 = 0$

ii. Los incrementos en z son independientes; esto es, para cualquier conjunto finito de intervalos $0 \leq t_1 < t_2 < \cdots < t_n < T$ las variables aleatorias:

$$z_{t_1} - z_{t_2}, z_{t_3} - z_{t_2}, \ldots, z_{t_n} - z_{t_{n-1}}$$

son independientes.

iii. Para cualquier $0 \leq s \leq t < T$ el incremento $z_t - z_s$

$$z_t - z_s \sim N(0, t-s)$$

iv. Para todo ω en un conjunto de probabilidad, $Z_t(\omega)$ es una función continua de t.

A partir de la primera propiedad podemos deducir que Δz a su vez se distribuye de manera normal con

Media de $\Delta z = 0$

Desviación estándar de $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$

Varianza de $\Delta z = dt$

Tal y como se hace en cálculo se puede ver como se comporta el cambio en z con respecto al tiempo cuando el intervalo de tiempo es muy pequeño, es decir:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \Delta z / \Delta t = \frac{dz}{dt}$$

De esta manera, un proceso generalizado de Wiener para una variable x puede ser definido en términos de dz como:

$$dx = adt + bdz \qquad \text{(C.1)}$$

donde a y b son constantes.

Si se analiza por separado cada uno de los dos términos del lado derecho, se observa que:

Sin el término bdz,

$$dx = adt$$

de donde

$$\frac{dx}{dt} = a \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + at$$

donde x_0 es el valor de x al tiempo 0. Esto quiere decir que x tiene un *drift* esperado de a por unidad de tiempo.

Sin el término adt,

$$dx = bdz$$

éste término puede ser considerado como "ruido" o variabilidad que se incluye a la trayectoria que sigue x. La cantidad de ruido o variabilidad será b veces un proceso de Wiener.

De la ecuación C.1, para cambios pequeños podemos inferir que:

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

De donde:

$$\Delta x \sim N(a\Delta t, b^2\Delta t)$$

Bibliografía

- Alexander, Carol (editor). Risk Management and Analysis. Volume 1: Measuring and modeling financial risk, John Wiley & Sons, Ltd., Inglaterra, 1998, 281 pp.

- Best, Phillip. Implementing Value at Risk, Ed. Mc Graw Hill, Estados Unidos, 1999.

- Lore, Marc y Bodorovsky, Lev. The professional's Handbook of Financial Risk Management, Ed. Butterworth Heinemann, Oxford, Inglaterra, 2000, 789 pp.

- Hull,John C. Options, futures and other derivatives, Ed. Pretince Hall, Estados Unidos, 1999

- Johnson, Christian A. Métodos de evaluación del Riesgo para portafolios de inversión, Documento de Trabajo, Baco Central de Chile, Marzo 2000.

- Jorion, Phillipe. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, Ed. Mc Graw Hill, Estados Unidos, 2000.

- Sánchez Cerón, Carlos. Valor en Riesgo y otras aproximaciones, Ed. Valuación Análisis y Riesgos, S. C., 1a. Edición, México, 2001, 411 pp.

- Smithson, Charles W. Managing Financial Risk. A guide to Derivative Products, Financial Engineering, and Value Maximization. Ed. Mc Graw Hill, 3a. Edición, Estados Unidos, Julio 1998

- Steele, Michael J. Stochastic Calculus and Financial Applications, Ed Springer, Estados Unidos, 2000, 295 pp.

- Vaughan, Emmet J. Risk Management, Ed. John Wiley & Sons, Inc., Estados Unidos, 1997, 798pp.

- Sistema de Información Financiera Bloomberg.
- Página de J.P. Morgan. www.jpmorgan.com