00321

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

92

FACULTAD DE CIENCIAS

"EL CAPM, PRUEBA EMPIRICA PARA MEXICO A PRINCIPIOS DEL SIGLO XXI."

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A

SILVA CABRERA JOSE MANUEL

DIRECTOR DE TESIS: ACT. MARIA AURORA VALDES MICHELL

2003

I

PAGINACION DISCONTINUA

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"El CAPM, Prueba empírica para México a principios del siglo XXI."

realizado por Silva Cabrera José Manuel.

con número de cuenta 09414635-0 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	Act. María Aurora Valdés Michell	
Propietario	Act. Fernando Alonso Pérez Tejada López	
Propietario	Act. Leticia Daniel Orana	Leticia Daniel O.
Suplente	Act. Marina Castillo Garduño	Castillo G.
Suplente	Act. Laura Miriam Querol González	L. M. Q. G.

Consejo Departamental de Matemáticas

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

M. en C. José Antonio Flores Díaz
Coordinador de la Carrera de Actuaría.

AGRADECIMIENTOS

A Dios

Por permitirme alcanzar una meta más en mi vida, por ser mi fortaleza en tiempos de debilidad, por estar conmigo en todo momento y circunstancia, pero muy especialmente por brindarme la oportunidad de disfrutar de una salvación tan grande en Cristo.

A mis Padres

Por su apoyo incondicional, por ser parte fundamental en mi vida, por jamás permitir que desfalleciera en el intento, porque siempre han creído en mí y me han cubierto día a día con sus oraciones, por su amor puro y verdadero; este logro es de ustedes.

A mis hermanas

Karina, Brenda y Diana, por permitirme aprender de ellas cada día, por hacerme sentir que soy parte importante en sus vidas, porque sin importar las circunstancias siempre han estado ahí motivándome a seguir adelante, porque se que siempre estaremos unidos y mayormente por ser mis hermanas.

A Pepe

Por ser mi hermano mayor, porque cuando lo necesitaba siempre estaba ahí para darme un consejo o un regaño, por nunca permitir que algo me afectara, por los momentos tan padres y tan difíciles que pasamos juntos en familia y especialmente por la familia tan bonita que Dios le ha dado.

A mis amigos

Alfredo, Juan, Jorge, Karina, Araceli, Mirell y Alejandra. Por los momentos que pasamos juntos en la universidad, por las presiones en exámenes y las alegrías al obtener buenas notas, por que han dado un impulso a mi vida y porque se que "el grupo de los ocho" durará por siempre.

A Silvia

Por el amor y cariño que me ha brindado, por el aliento que me da para seguir adelante y no darme por vencido, por ser la maravillosa pareja que Dios me dio y por ser quien complementa mi vida.

A mi asesora y sinodales

Por sus consejos y disposición para la realización de este trabajo y por su conocimiento y valores morales ofrecidos en las aulas de clases, lo cual me ha permitido desarrollarme científica y humanamente.

INDICE

INTRODUCCION

Sabemos que el objetivo principal de la ciencia consiste en desarrollar teorías que permitan explicar o hacer predicciones significativas sobre los fenómenos observados en el mundo real. La consistencia entre la teoría y la evidencia empírica constituye la prueba esencial de una teoría científica.

En los últimos cuarenta años se han desarrollado proposiciones que pretender explicar o predecir las relaciones entre las variables rendimiento y riesgo en un mercado de capitales. En este contexto, existen modelos conocidos como modelos de dos parámetros, el modelo de Black y el modelo de valuación de activos de capital o CAPM por sus siglas en inglés (Capital Asset Pricing Model), los cuales resumen los diferentes planteamientos de la teoría del mercado de capitales. Tales modelos han sido sometidos a múltiples pruebas empíricas en el marco de un mercado desarrollado como el de Nueva York, de los cuales se desprende que dichos modelos explican razonablemente los fenómenos observados.

Se sabe que el mercado de capitales mexicano tiene un entorno totalmente diferente al estadounidense, además de estar en un periodo de subdesarrollo.

Es por lo anterior y por la relevancia de las implicaciones y aplicaciones del CAPM para los inversionistas, que este trabajo teórico–empírico pretende observar si las predicciones que se derivan del CAPM son consistentes con la evidencia empírica proveniente del mercado de valores mexicano a pesar de ser poco desarrollado.

En el capítulo I se trata el mercado de capitales mexicano, donde se menciona su funcionamiento como parte del sistema financiero mexicano, se explican brevemente algunos de los títulos y valores que son negociados en este mercado y la importancia de la Bolsa Mexicana de Valores para el funcionamiento del mismo, con el fin de dar un panorama que permita entender los elementos básicos para captar el objetivo principal del CAPM.

El capitulo II expone la relación que teóricamente se cumple entre riesgo y rendimiento. Se explican las herramientas matemáticas, principalmente estadísticas, que juegan un papel muy importante en la definición del modelo a prueba, además de presentar una serie de gráficos que permiten aclarar los conceptos.

Se plantea, en el capítulo III, la metodología del CAPM, en donde se dan definiciones y derivaciones que nos permitan de una manera más sencilla probar las implicaciones del modelo en cuestión.

Por último en el capitulo IV, aplicamos todo lo anterior con el fin de saber si la teoría y la evidencia empírica, para el caso de México, son consistentes. Para tal objetivo, se sigue muy de cerca el planteamiento propuesto por Fama, en donde se interpretan, de una manera muy inteligente, los estimadores mínimo cuadráticos como rendimientos de portafolios de inversión con características muy especiales. Los datos así obtenidos son los instrumentos utilizados para realizar las pruebas de hipótesis necesarias.

CAPITULO I. MERCADO DE CAPITALES

I.1 Concepto de mercado.

Para hablar de "un mercado", es importante tomar en cuenta las diversas acepciones y conceptos que lo describen y definen, de tal forma que podamos dar una definición lo mas estandarizada posible de éste.

El caso más comúnmente utilizado se refiere a que un mercado "es un local o lugar en el que físicamente se llevan a cabo operaciones de compraventa de mercancías"; también se puede hablar del "mercado del café", "mercado de la plata" o "mercado del petróleo", los cuales representan el mercado de un producto en particular, en los que no necesariamente se da la presencia de un lugar en el cual se realizan las transacciones de los mismos.

También se hace referencia al término de mercado, cuando se describen las operaciones mercantiles que se llevan a cabo hacia el interior de un país –mercado interior– o para indicar las que efectúa un país con otros países –mercado externo–.

Nos podemos referir al término "mercado de valores", el cual nos describe al mercado en el que se realizan transacciones con títulos de crédito –documentos necesarios para ejercitar el derecho literal que en él se consigna, como es el caso del "pagaré" y la "letra de cambio"– o valores –las acciones, obligaciones y demás títulos de crédito que se emitan en serie o en masa, cuya oferta se realiza por algún medio de comunicación masiva o persona indeterminada–, dentro del cual se puede hacer una clasificación basándonos en el momento en el cual se efectúa la emisión y colocación de estos títulos o valores, de esta forma tenemos que cuando la emisión y colocación se llevan a cabo por primera ocasión nos referimos a operaciones realizadas en el "mercado primario", cuando las operaciones de compra y venta de títulos y valores, se refieren a aquellos que ya fueron colocados primariamente y por lo tanto son negociados por sus tenedores, entonces nos referimos a operaciones en el "mercado secundario de valores".

Podemos referirnos a aquel mercado en el que se intercambian los ahorros monetarios de quienes los generan hacia quienes los requieren como usuarios finales, mediante el uso de documentos llamados títulos o valores, que representan un activo para su tenedor y un pasivo para el que los emite, refiriéndolo como un "mercado financiero".

I.1.1 Características comunes en el concepto de mercado.

Tomando en cuenta las acepciones anteriores de lo que es un mercado, podemos citar algunas características comunes:

→ El bien, servicio o valor que se va a intercambiar.

→ La presencia de un oferente o vendedor.

→ La presencia de un demandante o comprador.

→ La fijación de un precio, al cual se van a intercambiar los bienes, valores o servicios por dinero.
→ El marco legal, que reglamenta y regula las operaciones.

→ La autoridad que se encarga de supervisar que el comportamiento y la operación de dicho mercado cumpla con la reglamentación establecida.

I.1.2 Definición de mercado.

Ahora podemos dar una definición de mercado, tomando en cuenta lo anteriormente expuesto, de esta forma tenemos:

"Mercado es un lugar o un área, dentro de los cuales un grupo organizado de personas –vendedores y compradores de una mercancía o servicio– mantienen y llevan a cabo transacciones mercantiles a un precio determinado y bajo normas establecidas."

I.2 Mercado de Capitales.

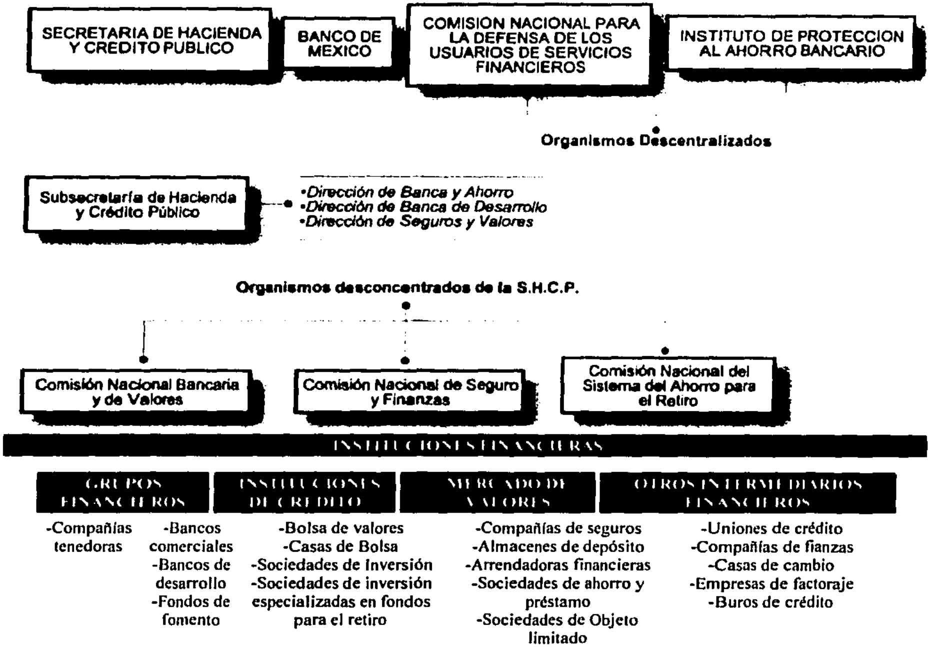
En esta sección se describe al mercado de capitales como una parte importante para el desarrollo del Sistema Financiero Mexicano, veremos con cierto grado de detalle las características y funciones de este mercado, se explicarán los diversos instrumentos que se negocian en éste y se mostrarán las funciones y el papel que juega la Bolsa Mexicana de Valores en el desarrollo de este mercado.

I.2.1 El Sistema Financiero Mexicano.

El Sistema Financiero Mexicano, es entendido como el conjunto de instituciones, dependencias del poder ejecutivo federal, organismos y personas que norman, regulan, supervisan y apoyan a las instituciones que prestan servicios de intermediación bancaria y bursátil o de otorgamiento de seguros y fianzas y que operan y constituyen el mercado de dinero y el mercado de capitales cuya autoridad máxima es la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

A continuación se presenta un organigrama que sirve como apoyo para entender y describir la estructura del Sistema Financiero Mexicano, en el cual nos podemos percatar de la posición que ocupa la Bolsa Mexicana de Valores, que es, en cierta medida, el ente en el cual se centra una parte importante de este trabajo.

Sistema Financiero Mexicano — Organigrama



http://www.cbm.org.mx/Ser_sfmestructura.htm

I.2.2 El Mercado de Capitales.

Dentro de lo que consideramos "mercado financiero" podemos hablar, tomando en cuenta la vigencia de los títulos o valores utilizados y el tiempo que el inversionista demandante de los mismos desea poseerlos, de la existencia de un "mercado de dinero" y de un "mercado de capitales".

El "mercado de dinero" es aquel en el que se llevan a cabo operaciones o transacciones mercantiles con activos financieros emitidos a plazo menor de un año.

De esta manera, "mercado de capitales" es aquel en el que se llevan a cabo operaciones o transacciones mercantiles con activos financieros emitidos a plazo mayor de un año.

El objeto de la emisión de los activos financieros negociados en este mercado es obtener recursos en efectivo para satisfacer necesidades derivadas de la realización de inversiones permanentes o a largo plazo. Las operaciones mercantiles efectuadas son a plazo mayor de un año y están determinadas por la vigencia de los títulos o valores mismos, los cuales dependen, para su relativa fácil negociación, de la calidad del emisor plasmada en los resultados que muestre, en términos de utilidades netas obtenidas y esperadas, de la aceptación de sus productos o servicios en el mercado, del comportamiento histórico de su valor en el mercado y del deseo que tengan los inversionistas por poseer los títulos o valores que emite. Su liquidez está por lo tanto determinada por su plazo de emisión, o por el hecho de que cuenten con un "mercado secundario" interesado en adquirirlos, en cuyo caso se suelen vender con un porcentaje de descuento sobre su valor nominal, para permitir que el nuevo poseedor de lo títulos obtenga un rendimiento atractivo dado el tiempo esperado de vencimiento de los mismos.

El riesgo que se corre de no cobrar los activos financieros que se comercializan, es relativamente mayor al de los del mercado de dinero, en función de los plazos a los que se emiten y aceptando la regla de que "a mayor plazo, mayor riesgo".

Los rendimientos que ofrecen los activos financieros negociados en este mercado, están correlacionados positiva y directamente por diversos factores, entre los cuales se pueden señalar:

→ Expectativas del rendimiento a obtener en el tiempo, como resultado de la inversión a realizar con los recursos captados. Esto es, la tasa de interés ofrecida por los títulos o valores si es que ésta fue predeterminada, los dividendos esperados por el proyecto a ejecutar y la ganancia esperada de capital, como resultado del diferencial positivo del precio o valor al cual se puedan vender y el que se pago al adquirirlos. Es importante señalar que son rendimientos calculados a valor presente.

→ Expectativas del rendimiento a obtener por el emisor mismo, independientemente de los del proyecto a ejecutar con lo recursos captados. También son rendimientos calculados a valor presente.

→ Comportamiento esperado de la economía nacional durante la vigencia de los activos financieros colocados. Esto es, el del Producto Interno Bruto (PIB), la tasa de inflación (INPC) y el tipo de cambio peso/dólar de los Estados Unidos de América.

→ La calificación de riesgo asignada a la emisión de los títulos o valores, por alguna firma especializada y considerando la regla de que "a mayor riesgo, mayor rendimiento".

Un sistema financiero moderno y competitivo, permite captar y canalizar adecuadamente los flujos financieros. La experiencia de los países desarrollados, indica que el crecimiento económico esta estrechamente ligado a la existencia de un importante mercado de capitales.

El mercado de capitales en México, se ha constituido como una alternativa importante para la canalización de recursos al sector productivo, al complementar sus fuentes de ingresos con capital proveniente de mercados internacionales.

Desde 1994, el mercado de capitales esta integrado por el mercado accionario, el mercado intermedio, el mercado de ventas en corto y el mercado de derivados.

I.2.3 Títulos y valores del Mercado de Capitales.

En este mercado podemos encontrar títulos y valores tales como:

I.2.3.1 Acciones.

Son títulos-valor que representan una parte alícuota del capital social de una empresa e integran los derechos corporativos y patrimoniales de un socio en una determinada empresa, así como las obligaciones del mismo. Son emitidas por personas morales (empresas) como medio de financiamiento, allegándose de recursos mediante la democratización de su capital, pues se pretende básicamente lograr un financiamiento a largo plazo.

La garantía que avala este instrumento no es específica, sino que se basa en el prestigio del emisor de acuerdo a sus antecedentes financieros; además su plazo esta determinado por el tiempo de vida de la empresa. Los rendimientos de las acciones emitidas en Bolsa son variables, ya que están en función de los dividendos que pague la emisora en efectivo o en títulos y por la ganancia de capital que se obtenga o no de la diferencia entre el precio de compra y el de venta.

Se pueden establecer dos categorías de acciones:

- Las comunes u ordinarias: Proporcionan a sus tenedores, tanto los derechos corporativos como patrimoniales, son los últimos en recibir cualquier reparto de beneficios o activos.
- Las preferentes: Representan legalmente un título de capital propio, con derecho a recibir un dividendo fijo, el cual deberá ser pagado con antelación a la distribución de utilidades entre los tenedores de acciones comunes; generalmente estas acciones tienen voto limitado.

Desde el punto de vista del inversionista, las acciones representan una inversión permanente, y si en un momento dado ya no desea tener sus recursos invertidos en la empresa, puede realizarlas íntegramente, y con mayor facilidad cuando son cotizados en Bolsa, ya que los títulos son transferibles mediante endoso. En este caso, los productos de la inversión están relacionados con los resultados de la empresa; si esta genera buenas utilidades, se obtienen buenos dividendos; por el contrario, si las utilidades son bajas, el dividendo será bajo, e incluso puede llegar a omitirse.

I.2.3.2 Obligaciones.

Son títulos de crédito emitidos por una sociedad anónima calificada. Representan la participación de los tenedores en un crédito colectivo a cargo de la sociedad emisora. Los recursos se destinan para financiar proyectos a largo plazo, pues por lo general se emiten a plazos mayores a tres años.

Estas pueden ser:

- Quirografarias (sin garantía especifica, por la solvencia económica y moral de la empresa).
- Hipotecarias (con garantía de bien inmueble).

- ➢ Fiduciarias (con garantía de bienes muebles o inmuebles afectos al patrimonio de un fideicomiso).
- ➢ Prendarias (con garantía de cosas muebles enajenables).

El valor nominal es variable, el plazo al que se emiten es entre tres y ocho años con un periodo máximo de gracia igual a la mitad del plazo total, su amortización puede ser al término del plazo o en parcialidades anticipadas. La comisión corresponde al 0.25% del monto total de la operación de compraventa. Existe la posibilidad de emitir obligaciones que pueden convertirse en acciones de la empresa emisora. En cuanto a rendimiento dan una sobretasa teniendo como referencia a los CETES o TIIE, éstos se suelen pagar trimestralmente.

I.2.3.3 Certificados de participación ordinaria (CPO's).

Son títulos de crédito a largo plazo para financiar proyectos de infraestructura carretera. Son instrumentos negociables de renta fija emitidos por instituciones fiduciarias cuyo patrimonio esta constituido por acciones representativas del capital social de sociedades cuyas acciones son cotizadas en la BMV.

La garantía será el valor del patrimonio fideicomitido, que respaldará la emisión de Certificados de Participación Ordinaria, el cual podrá incrementarse con nuevas aportaciones en especie, ya sea en el mismo tipo de cartera o en otros valores de renta fija.

Los American Depositary Receipts (ADR's) son expedidos sobre acciones comunes. Cada ADR representa diez CPO's (cada CPO representa una acción común de la compañía), depositados con la institución emisora de los propios ADR's.

I.2.3.4 Certificados de participación inmobiliaria (CPI's).

Títulos colocados en el mercado bursátil por instituciones crediticias con cargo a un fideicomiso cuyo patrimonio se integra por bienes inmuebles. Estos pueden ser:

Amortizables: Aquellos que además del derecho a una parte alícuota de frutos o rendimientos dan a sus tenedores el derecho de reembolso del valor nominal de los títulos.

No amortizables: Aquellos en los que la sociedad emisora no está obligada a hacer el pago del valor nominal de los títulos.

La garantía que ampara a estos instrumentos es los bienes inmuebles propiedad de la emisora y afectados en fideicomiso. El plazo mínimo concedido será de 3 años y su amortización puede ser al vencimiento o con pagos periódicos. La comisión calculada será de 0.25% del monto total negociado.

Los rendimientos pagan una sobretasa teniendo como referencia a los CETES o TIIE.

I.2.3.5 Pagaré a mediano plazo.

Es un título de crédito colectivo emitido por una sociedad mercantil mexicana con facultades para contraer pasivos y suscribir títulos de crédito. Su objetivo es permitir a las sociedades mercantiles obtener recursos financieros del mercado de valores a mediano plazo a fin de:

- Financiar capital de trabajo permanente.
- Financiar proyectos con periodo de recuperación de uno a tres años.
- Reestructurar pasivos.

La garantía en sí es que el pagaré a mediano plazo podrá ser quirografario, avalado o con garantía fiduciaria. El plazo va de 1 a 3 años y su rendimiento es a tasa revisable de acuerdo con las condiciones del mercado, el pago de los intereses puede ser mensual, trimestral, semestral o anual.

I.2.3.6 Bonos de desarrollo del Gobierno Federal (BONDES).

Títulos de crédito nominativos, negociables, en los cuales se consigna la obligación directa e incondicional del gobierno federal a liquidar una suma de dinero con cortes periódicos de cupón (2 años máximo). Los intereses son pagaderos cada 28 días y calculados sobre su valor nominal.

El plazo al cual se realizan las emisiones de este instrumento es mínimo de 364 días, además, existen emisiones a 532 y hasta 728 días para su vencimiento. La garantía no es específica, el gobierno se obliga a liquidar al vencimiento los valores emitidos.

En cuanto al rendimiento, se colocan en el mercado a descuento, con un rendimiento pagable cada 28 días (CETES a 28 días o TIIE, la que resulte más alta). Existe una variante de este instrumento con rendimiento pagable cada 91 días, llamado Bonde91.

I.3 La Bolsa Mexicana de Valores.

La Bolsa Mexicana de Valores, S.A. de C.V. es una institución privada, que opera por concesión de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, con apego a la Ley del Mercado de Valores. Sus accionistas son exclusivamente las casas de bolsa autorizadas, las cuales poseen una acción cada una. A ésta acuden los inversionistas como una opción para tratar de proteger y acrecentar su ahorro financiero, aportando los recursos que, a su vez, permiten, tanto a las empresas como a los gobiernos, financiar proyectos productivos y de desarrollo, que generan empleos y riqueza.

La Bolsa Mexicana de Valores (BMV) es el foro en el que se llevan a cabo las operaciones del mercado de valores organizado en México y cumple, entre otras, las siguientes funciones:

- Proporcionar la infraestructura, la supervisión y los servicios necesarios para la realización de los procesos de emisión, colocación e intercambio de valores y títulos inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios (RNVI), y de otros instrumentos financieros;

- Hacer pública la información bursátil;
- Realizar el manejo administrativo de las operaciones y transmitir la información respectiva a SD Indeval;
- Supervisar las actividades de las empresas emisoras y casas de bolsa, en cuanto al estricto apego a las disposiciones aplicables.
- Fomentar la expansión y competitividad del mercado de valores mexicano.

Las empresas que requieren recursos para financiar su operación o proyectos de expansión. optimizar costos financieros, obtener liquidez inmediata, consolidar y liquidar pasivos, crecer, modernizarse, financiar investigación y desarrollo o planear proyectos de inversión y financiamiento de largo plazo, pueden obtenerlo a través del mercado bursátil, mediante la emisión de valores (acciones, obligaciones, papel comercial, etc.) que son colocados, comprados y vendidos en la BMV, en un mercado de libre competencia y con igualdad de oportunidades para todos sus participantes.

La BMV ha fomentado el desarrollo de México, ya que, ha contribuido a canalizar el ahorro hacia la inversión productiva, fuente del crecimiento y del empleo en el país.

El financiamiento bursátil canalizado al sector privado durante los primeros ocho años de la última década, fue mayor a 310 mil millones de pesos. Cerca de 200 de las empresas grandes y medianas del país han listado sus acciones en la BMV.

I.3.1 El piso de remates.

En el piso de remates, que se encontraba ubicado dentro de las instalaciones de la propia Bolsa Mexicana de Valores, se reunían para ejecutar transacciones con valores del llamado Mercado de Capitales, los representantes de las casas de bolsa autorizados por la B.M.V. y por la C.N.B.V. para realizar tales transacciones y a los cuales se les conocía como "operadores de piso", los cuales utilizaban cualesquiera de los siguientes tipos de operación:

- En firme.
- De cruce.
- De cama.

Debemos señalar que en la actualidad este piso de remates ya no funciona, pues como resultado de la exitosa operación del Sistema Electrónico de Negociación, Transacción, Registro y Asignación (BMV-SENTRA Capitales), y por decisión del Consejo de Administración de la BMV, la negociación de valores del mercado de capitales bajo el esquema tradicional de "viva voz" en el piso de remates fue gradualmente transferida al sistema electrónico.

Es así como, en enero de 1999 las emisoras y series accionarias operadas en el piso de remates fueron incorporadas a BMV-SENTRA Capitales para su negociación. De este modo el 100% del mercado de capitales es operado a partir del 11 de enero de 1999 a través de sistemas electrónicos.

I.3.2 BMV Sentra.

La alternativa de operación electrónica desarrollada e instrumentada por la B.M.V. se denomina "B.M.V.-SENTRA", el cual permite al usuario intervenir directamente y con oportunidad en el mercado, por medio de estaciones de trabajo ubicadas en el piso de remates y en las mesas de operación de cada intermediario, de manera que se pueda trabajar con información en tiempo real, con una visión de conjunto de las posturas presentadas e identificando las mejores opciones de inversión para los clientes.

El acceso al sistema sólo puede lograrse mediante el uso de una firma electrónica por usuario, que es personal, confidencial e intransferible que consiste en una clave individual que puede ser modificada desde la estación de trabajo, cada vez que se considere conveniente.

A su vez, este sistema B.M.V.-SENTRA, da soporte a los sistemas: B.M.V.-SENTRA Títulos de deuda y al sistema B.M.V.-SENTRA Capitales.

I.3.2.1 BMV Sentra–Capitales.

Este sistema es utilizado por las casas de bolsa para la operación de los títulos y valores del Mercado de Capitales que se encuentran listados en la B.M.V., tales como las acciones y las obligaciones y se presenta en una sola pantalla dividida en ventanas que pueden ser configuradas de acuerdo a las necesidades de cada usuario y que permiten el ingreso y la consulta, así como el cierre de órdenes de compra, venta y cruce.

Las funciones que conforman el sistema son:

- Consulta de emisión: Permite consultar posturas vigentes de compra y venta de una emisión seleccionada.
- Cartera de mercado: Despliega información de las mejores posturas de compra y de venta de los valores que componen la cartera conformada por el usuario. Permite además realizar cierres, participar en cruces y cancelar órdenes.
- Monitor de emisión: Permite el cierre, la consulta, modificación y cancelación de órdenes. Despliega la información de todas las órdenes de compra y venta (volúmenes, precios ofrecidos, vigencia, folio, fecha y hora de ingreso), además de los hechos generados durante la sesión.
- Operación: Las operaciones se cierran o se ingresan a través de los formatos que aparecen en la pantalla y que especifican la emisora, serie, cantidad y precio de los valores que se desean comprar o vender.
  Las órdenes en firme se pueden ingresar individualmente o en forma múltiple y es posible modificarlas o cancelarlas. Pero el cierre de las operaciones se realiza utilizando cualquiera de los siguientes comandos:
  - Cierre de órdenes.- Se selecciona la postura que se desea y se cierra la orden con el comando correspondiente a "compra" o "venta".
  - Ordenes de cruce.- Se selecciona la emisora o serie, se acciona el comando "cruce", se indica cantidad y precio y se confirma la operación. Las características de la orden de cruce son transmitidas al resto de los usuarios mediante un mensaje y ellos pueden participar en la operación, sujetándose a las reglas establecidas.

- Participación en cruce.- Después de que la orden de cruce se hace pública, el usuario interesado tiene un tiempo establecido para seleccionar la emisora y serie correspondientes, indicando la cantidad y precio, accionando el comando "tomo" (compra) o "doy" (venta).

- Servicios: Con esta función se tiene acceso a los servicios de:
  - Consulta de posturas.
  - Consulta de mensajes.
  - Operaciones de registro.
  - Registro del precio de sociedades de inversión.
  - Ver.
  - Ayuda y opciones: aquí se puede reconfigurar la pantalla, cambiar el tipo de letra y configurar el llamado ticker que presenta en forma continua y actualizada información sobre el índice de precios y cotizaciones (IPC), el número de operaciones, volumen operado e importe negociado.

- Area de mensajes: Despliega información sobre operaciones realizadas y noticias e interés enviadas desde el área de control operativo de la B.M.V.

CAPITULO II. RIESGO Y RENTABILIDAD

Se examina la rentabilidad esperada y el riesgo de los activos individuales y las carteras, se explican los conceptos estadísticos que nos permiten interpretar la información que se desprende de los activos en cuanto a rentabilidad y riesgo. La rentabilidad que los accionistas pueden esperar obtener en los mercados de capitales es la que requerirán de las empresas cuando éstas evalúen proyectos de inversión arriesgados. La rentabilidad que los accionistas requieren es el costo del capital accionario de la empresa. Cuando los mercados de capitales se encuentran en equilibrio, determinan una compensación entre la rentabilidad esperada y el riesgo.

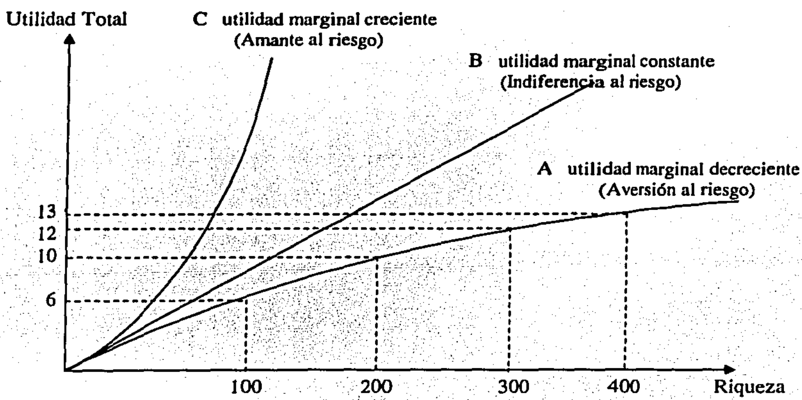
II.1 El inversionista ante el riesgo.

Para entender este concepto tomemos en cuenta la teoría de la utilidad, pues dentro de esta teoría se encuentra el concepto de utilidad marginal decreciente por la riqueza. Utilicemos un ejemplo:

Supongamos que una persona no tiene riqueza, si esta persona recibiera una cantidad de riqueza x, podría con ella satisfacer sus necesidades más inmediatas; si posteriormente recibiera otra cantidad igual, podría utilizarla, pero esta última cantidad no sería tan necesaria como la primera, y así sucesivamente en los siguientes incrementos en la riqueza, por lo tanto, la utilidad marginal de la riqueza esta disminuyendo.

En la figura 2.1 podemos ver la relación entre riqueza y utilidad. La curva A muestra una utilidad marginal que se incrementa a una tasa decreciente. En ella un inversionista tiene una utilidad marginal decreciente de la riqueza. Un individuo con $200 obtiene 10 unidades de utilidad total, mientras que con $100 adicionales, su utilidad aumentaría a 12 unidades, es decir, obtendría un incremento de 2 unidades. Pero con una pérdida de $100, la utilidad disminuye a 6 unidades, experimentando una pérdida de 4.

FIGURA 2.1



Los inversionistas (en su gran mayoría) tienen una utilidad marginal decreciente en riqueza y esto influye de manera directa en sus actitudes hacia el riesgo. Alguien que tenga una utilidad marginal decreciente en la riqueza obtendrá más sufrimiento de un peso perdido que placer de un peso ganado. Debido a la utilidad decreciente de la riqueza el individuo estará muy opuesto al riesgo y requerirá un rendimiento muy alto sobre una inversión sujeta a mucho riesgo.

En la curva A vimos que una ganancia de $100 a partir de $200 nos da 2 unidades adicionales de satisfacción, pero una pérdida de $100, da lugar a una pérdida de 4 unidades de satisfacción, lo cual quiere decir que un inversionista con esta función de utilidad y S200 no estaría dispuesto a apostar con una probabilidad de ½ de ganar o perder $100. En cambio, un individuo con una curva de utilidad como la B, es indiferente al riesgo, entonces sería indiferente a la apuesta, por último, un inversionista con una curva de utilidad como la C, es amante al riesgo, es decir, estaría dispuesto a hacer la apuesta.

II.2 Rentabilidad.

La rentabilidad puede ser entendida, en el sentido que estamos tratando en este trabajo, como el beneficio que obtiene un inversionista al financiar una empresa, es decir, al adquirir acciones emitidas por dicha empresa. La rentabilidad puede ser de tres tipos: en efectivo, porcentual o del periodo de tenencia.

II.2.1 Rentabilidad en efectivo.

Supongamos que Bimbo tiene varios miles de acciones en circulación y usted es un accionista. Además, suponga que compró algunas de las acciones de la empresa al principio del año; al final del año la rentabilidad que obtiene tiene dos formas: primero, la mayoría de las empresas pagan dividendos a los accionistas. Por lo tanto, como accionista, recibirá durante el año una cantidad en efectivo llamada *dividendo* –es frecuente que las empresas sigan pagando dividendos, aun cuando hayan perdido dinero durante el año, estos dividendos son parte de la rentabilidad que los accionistas requieren para no vender sus acciones– que se conoce como el *componente del beneficio* de su rentabilidad. Además de los dividendos, la otra parte de la rentabilidad es la *ganancia de capital* o, pérdida de capital (ganancia de capital negativa) de la inversión. Suponga que compró 100 acciones al inicio del año a un precio de $37 por acción, que pagaron dividendos de $1.85 por acción y que al final del año el precio de mercado del capital social es de $40.33 por acción. Es decir:

Inversión total = $37 X 100 = $3700

Dividendos = Div. = $1.85 X 100 = $185

Ganancia de capital = ($40.33–$37) X 100 = $333

$\Rightarrow$ Rentabilidad total = Ingreso de dividendo + Ganancia (o pérdida) de capital

$\Rightarrow$ Rentabilidad total = $185 + $333 = $518

$\Longrightarrow$ Total de efectivo si se venden las acciones = Inversión inicial + Rentabilidad total

$4218 = $3700 + $518

Es importante señalar que si conserva sus acciones al final del año, aún debe considerar la ganancia de capital como parte de su rentabilidad, pues el que haya decidido conservar sus acciones y no venderlas, o materializar la ganancia o pérdida, no cambia en forma alguna el hecho de que, si quisiera, podría recibir el valor en efectivo de las acciones.

II.2.2 Rentabilidad porcentual.

Es más conveniente resumir la información acerca de las rentabilidades en términos porcentuales que en efectivo, pues éstos se aplican a cualquier cantidad invertida.

Supongamos que t representa el año en cuestión, P_t el precio de la acción al inicio del año, y Div_{t+1} es el dividendo que paga la acción durante el año. Utilizando el ejemplo anterior, tenemos:

$P_t = \$37$; $Div_{t+1} = \$1.85$; $P_{t+1} = \$40.33$

$\Longrightarrow$ Rentabilidad del dividendo = $Div_{t+1} / P_t = \$1.85 / \$37 = 0.05 = 5\%$

Ganancia de capital = $(P_{t+1} - P_t) / P_t = (\$40.33 - \$37) / \$37 = 0.09 = 9\%$

$\Longrightarrow$ Rentabilidad total = $R_{t+1} = 5\% + 9\% = 14\%$

Es decir, si tuviera usted $5000 para invertir. La rentabilidad total que hubiera obtenido de una inversión en estas acciones sería de $5000 X 1.14 = $5700. Si conoce la rentabilidad total de las acciones, no necesita saber cuántas acciones hubiera tenido que comprar para saber cuánto dinero hubiera ganado por invertir $5000. Sólo usa la rentabilidad total.

Como podemos apreciar, al no tener en cuenta el momento en que se paga el dividendo cuando calculamos la rentabilidad, estamos suponiendo implícitamente que éste se recibe al final del año y que no se le puede reinvertir durante el año. La manera correcta de calcular la rentabilidad de una acción es determinando con exactitud el momento en que se recibe el dividendo e incluyendo la rentabilidad de la reinversión del dividendo en acciones.

II.2.3 Rentabilidad del periodo de tenencia.

Si se reinvirtiera $1 en acciones durante un periodo de T años y cada año se reinvirtieran en más acciones los dividendos del año anterior. Entonces, si R_t es la rentabilidad en el año t (expresada en decimales), el total que tendría del año i al año T es el producto de las rentabilidades de cada año.

Demos un ejemplo para explicar esto. Suponga que las rentabilidades son del 11, –5 y 9 por ciento en un periodo de tres años, una inversión de $1 al inicio del periodo valdría:

$$(\$1+R_1) \times (\$1+R_2) \times (\$1+R_3) = \$1.11 \times \$0.95 \times \$1.09 = \$1.15$$

al cabo de los tres años. El 15% se conoce como la *Rentabilidad del periodo de tenencia* de tres años.

II.3 Estadísticas de rentabilidad y riesgo.

La historia de las rentabilidades del mercado de capitales es muy complicada para interpretarla en su forma no asimilada. Para hacer uso de ella primero debemos buscar algunas maneras prácticas de describirla, condensando en forma escenificada y en unas cuantas frases los datos en detalle.

El primer número que buscamos es alguna medida determinada que mejor describa las rentabilidades anuales pasadas, es decir, ¿Cuál sería nuestra mejor estimación de la rentabilidad que un inversionista podría haber obtenido en un año en particular durante un periodo de T años?. Se le llama a ésta la *rentabilidad promedio* y la podemos calcular con la fórmula común del promedio (sumamos todos los valores de la rentabilidad y dividimos la suma entre el número total T):

$$\text{Media} = \bar{R} = \frac{(R_1 + R_2 + \dots + R_T)}{T}$$

Ahora es importante resaltar una comparación que surge entre la rentabilidad virtualmente sin riesgo de las obligaciones gubernamentales–tomamos los CETES– y las rentabilidades muy arriesgadas de las acciones ordinarias. Esta diferencia entre las rentabilidades con riesgo y las rentabilidades sin riesgo suele denominarse *rentabilidad excedente del activo arriesgado.* Se le da el nombre de excedente porque es la rentabilidad adicional resultante del riesgo de las acciones ordinarias y se le interpreta como una **prima de riesgo**. Es decir, si la rentabilidad promedio de las acciones ordinarias es del 12.4% para un periodo de T años y la de los Cetes del 3.9% para ese mismo periodo, entonces la prima de riesgo es del 8.5% (12.4%–3.9%). Por su inversión, una persona que invierte durante el periodo T recibe como compensación una rentabilidad excedente o adicional comparada con la rentabilidad que hubiera obtenido invirtiendo simplemente en Cetes.

El segundo número que usamos para caracterizar la distribución de la rentabilidad es una medida del riesgo de la rentabilidad. Aunque no existe una definición de riesgo aceptada universalmente, podemos considerar el riesgo de la rentabilidad de las acciones ordinarias en términos de la dispersión de la distribución de frecuencia, la cual es una medida de cuánto se puede desviar una rentabilidad determinada de la rentabilidad media. Si la distribución esta muy dispersa, las rentabilidades que ocurrirán serán muy inciertas. Por el contrario, una distribución cuyas rentabilidades varían por algunos puntos porcentuales entre sí es más ajustada y las rentabilidades son menos inciertas. Las medidas de riesgo que analizamos son la varianza y la desviación estándar.

La varianza (Var o σ^2) y su raíz cuadrada, la desviación estándar (SD o σ), son las medidas de variabilidad o dispersión más comunes. Por ejemplo, supongamos que las rentabilidades de las acciones ordinarias de 1996 a 1999 son 11.62%, 37.49%, 43.61% y -8.4%, respectivamente. La varianza de este ejemplo es:

$$\bar{R} = \frac{.1162 + .3749 + .4361 - .0840}{4} = .2108$$

$$\text{Var} = \frac{1}{T-1}(R_1 - \bar{R})^2 + (R_2 - \bar{R})^2 + (R_3 - \bar{R})^2 + (R_4 - \bar{R})^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \bar{R})^2$$

$$\text{Var} = 1/3\left[(.1162 - .2108)^2 + (.3749 - .2108)^2 + (.4361 - .2108)^2 + (-.0840 - .2108)^2\right]$$

$$= .0578$$

$\Longrightarrow$

$\sigma^2 = .0578$; $\sigma = \sqrt{.0578} = .2405$ (i.e. 24.05%)

La desviación estándar es la medida estadística estándar de la dispersión de una muestra y se facilita su interpretación mediante un pequeño análisis de la distribución normal.

La representación de una muestra lo suficientemente grande de una distribución normal se ve como una curva en forma de campana, esta distribución es simétrica en relación a su media y tiene una forma mucho más nítida que la distribución real de las rentabilidades anuales de algún periodo de T años, pero si T fuera un periodo lo suficientemente prolongado, la distribución histórica real empezaría a parecerse a la distribución teórica fundamental. Esto pone de relieve que en cualquier muestra individual existen errores de muestreo, es decir, la distribución de la muestra sólo se aproxima a la distribución verdadera; siempre medimos la verdad con cierto error. Por ejemplo, no sabemos cual es la rentabilidad esperada en un periodo T, pero si estamos seguros que la rentabilidad promedio se aproxima bastante a dicha rentabilidad esperada.

La distribución normal desempeña una función central en las estadísticas clásicas tradicionales y la desviación estándar es la manera usual de representar la dispersión de una distribución normal. Para la distribución normal, la probabilidad de tener una rentabilidad mayor o menor que al promedio por una determinada cantidad depende sólo de la desviación estándar. Por ejemplo, la probabilidad de tener una rentabilidad que se encuentre dentro de una desviación estándar de la media de la distribución es aproximadamente de 0.68 o 2/3, y la probabilidad de tener una rentabilidad que se encuentre dentro de dos desviaciones estándar de la media es de alrededor de 0.95.

Supongamos que para un periodo de T años, la rentabilidad promedio de las acciones es de 12.4% y que su desviación estándar es de 20.8%.

$\Longrightarrow$

$12.4\% - 20.8\% = -8.4\%$, y $12.4\% + 20.8\% = 33.2\%$

Es decir, aproximadamente 2/3 de las rentabilidades anuales serán de entre el –8.4 y el 33.2 por ciento.

Y cerca del 95% de las rentabilidades anuales serán de entre –29.2% (– 8.4% –20.8%) y 54% (33.2% + 20.8%).

La diferencia entre la desviación estándar de una acción individual y la desviación estándar de una cartera o un índice es consecuencia del conocido fenómeno de la ***diversificación***. Con la diversificación se pueden combinar las acciones individuales arriesgadas de modo tal que una combinación de títulos individuales (cartera) casi siempre sea menos arriesgada que cualquier título individual. Es posible disminuir el riesgo porque las rentabilidades de los títulos individuales por lo general no están perfectamente correlacionadas entre sí. Un cierto porcentaje del riesgo se puede eliminar con la diversificación, pero no puede eliminar por completo el riesgo de la tenencia de acciones ordinarias.

La diversificación hace que sea muy difícil medir el riesgo de un título individual. La razón es que no se está tan interesado en la desviación estándar de los títulos individuales como se está en el efecto de una desviación estándar individual sobre el riesgo de una cartera.

Los estadísticos creen que la varianza y la desviación estándar miden la variabilidad de las acciones individuales. Ahora queremos ponderar la relación entre la rentabilidad de dos acciones. Para esto necesitamos una medida estadística de la relación entre dos variables, entre la covarianza y la correlación. La covarianza y la correlación son maneras de medir si dos variables al azar se relacionan y como se relacionan.

Supongamos que tenemos dos títulos A y B.

$\Longrightarrow$

R_A y R_B son las rentabilidades reales de A y B.

$\Longrightarrow$

Las desviaciones de la rentabilidad esperada son: $(R_A - \bar{R}_A)$ y $(R_B - \bar{R}_B)$

$\Longrightarrow$

$\sigma_{AB} = \text{Cov}(R_A, R_B) = \text{Valor esperado de } [\,(R_A - \bar{R}_A) \times (R_B - \bar{R}_B)\,]$

Cuando la covarianza es una cifra negativa es probable que la rentabilidad de una acción sea mayor que su promedio cuando la rentabilidad de la otra acción es menor que su promedio y viceversa. Sin embargo, es difícil interpretar la magnitud del número. Como la cifra de la varianza, la covarianza se expresa en unidades cuadráticas de desviación. Es por eso que calculamos la correlación.

$\Longrightarrow$

$$\rho_{AB} = \text{Corr}(R_A, R_B) = \frac{Cov(R_A, R_B)}{\sigma_A x \sigma_B}$$

donde σ_A y σ_B son las desviaciones estándar de ambos títulos.

Dado que la desviación estándar siempre es positiva, el signo de la correlación entre las dos variables siempre debe ser el mismo que el de la covarianza entre las dos variables. Si la correlación es positiva, decimos que las variables se correlacionan positivamente; si la correlación es negativa, decimos que se correlacionan negativamente y si la correlación es igual a cero, decimos que no se correlacionan. Además, la correlación siempre será de entre +1 y −1, esto como consecuencia del proceso de estandarización por el que dividimos entre las dos desviaciones estándar.

Podemos comparar la correlación entre diversos pares de títulos. Cuando la correlación entre A y B es más alta que la correlación entre A y C, podemos decir que el primer par de títulos interactúa más que el segundo.

Si un inversionista tiene estimaciones de las rentabilidades esperadas y las desviaciones estándar de los títulos individuales y las correlaciones entre los títulos. ¿Cómo selecciona la mejor combinación o cartera de títulos?

Es obvio que querría tener una cartera con una rentabilidad esperada alta y una desviación estándar baja de la rentabilidad, por lo tanto es importante considerar tanto la relación entre la rentabilidad esperada de los títulos individuales y la rentabilidad esperada de una cartera constituida por estos títulos, como la relación entre las desviaciones estándar de los títulos individuales, las correlaciones entre estos títulos y la desviación estándar de una cartera que consta de dichos títulos.

La rentabilidad esperada de una cartera es simplemente un promedio ponderado de las rentabilidades de los títulos individuales. Si tenemos los títulos A y B, la rentabilidad esperada de la cartera que consta de dichos valores es:

Rentabilidad esperada de la cartera $= X_A\overline{R}_A + X_B\overline{R}_B$

Donde X_A y X_B, son los porcentajes de la cartera total en los activos A y B, respectivamente. $\overline{R}_A$ y $\overline{R}_B$ son sus rentabilidades esperadas.

La varianza de una cartera se expresa como sigue:

Var(cartera) $= X_A^2\sigma_A^2 + 2X_AX_B\sigma_{A,B} + X_B^2\sigma_B^2$

Es decir, la varianza de una cartera depende tanto de las varianzas de los títulos individuales como de la covarianza entre los dos títulos. Para determinadas varianzas de los títulos individuales, una relación o covarianza positiva (negativa) entre los dos títulos incrementa (reduce) la varianza de la cartera completa. En efecto, si tenemos en la cartera un título que tiende a subir cuando otro baja, o viceversa, estos dos títulos se están compensando entre sí, a esto se le llama *cobertura*, y el riesgo de la cartera será bajo, pero si ambos están subiendo o bajando juntos, no está compensando en absoluto, por lo que el riesgo de la cartera será más alto.

Si expresamos la ecuación de la varianza como una matriz, tenemos:

	A	B
A	$X_A^2\sigma_A^2$	$X_AX_B\sigma_{A,B}$
B	$X_AX_B\sigma_{A,B}$	$X_B^2\sigma_B^2$

Hay cuatro casilleros en la matriz, se pueden sumar los términos de los casilleros para obtener la ecuación de la varianza de una cartera compuesta de dos títulos.

La desviación estándar de una cartera, es igual a la raíz cuadrada de su varianza.

SD(cartera) = $\sqrt{\text{Var(cartera)}}$

Es interesante ver la relación que hay entre la desviación estándar de la cartera y la de cada título individual. La desviación estándar de una cartera que consta de dos títulos es menor que el promedio ponderado de las desviaciones estándar de los dos títulos y esto es un efecto importante de la diversificación.

Podemos expresar la covarianza como: $\sigma_{AB} = \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$

$\Longrightarrow$

$$\text{Var(cartera)} = X_A^2\sigma_A^2 + 2X_AX_B\sigma_{A,B} + X_B^2\sigma_B^2$$

$\Longrightarrow$

$$\text{Var(cartera)} = X_A^2\sigma_A^2 + 2X_AX_B\rho_{A,B}\sigma_A\sigma_B + X_B^2\sigma_B^2$$

Sí $\rho_{A,B} = 1$

$\Longrightarrow$

$$\text{Var(cartera)} = X_A^2\sigma_A^2 + 2X_AX_B\sigma_A\sigma_B + X_B^2\sigma_B^2 = (X_A\sigma_A + X_B\sigma_B)^2$$

$\Longrightarrow$

$$\text{SD(cartera)} = \sqrt{\text{Var(cartera)}} = X_A\sigma_A + X_B\sigma_B$$

Es decir, la desviación estándar de la rentabilidad de una cartera es igual que el promedio ponderado de las desviaciones estándar de las rentabilidades individuales cuando $\rho = 1$, y la desviación estándar de la cartera debe caer cuando la correlación es menor que 1.

$\Longrightarrow$

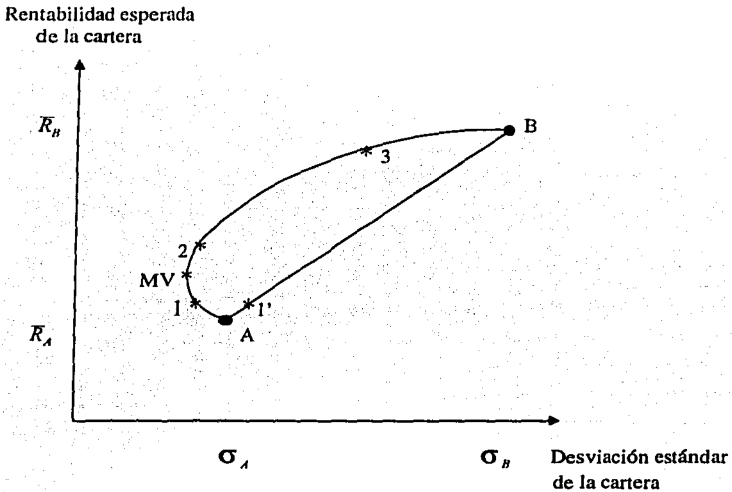
Mientras que $\rho < 1$, la desviación estándar de una cartera de dos títulos es menor que el promedio ponderado de las desviaciones estándar de los títulos individuales.

En otras palabras, el efecto de la diversificación se aplica en tanto que haya menos que correlación perfecta.

II.4 Conjunto de oportunidades y conjunto eficiente.

Para una cartera de dos activos riesgosos, dado el coeficiente de correlación entre los activos, el rendimiento esperado de cada activo y su desviación estándar, la inclusión de diferentes porcentajes de la riqueza a invertir en cada activo proporcionan diferentes rendimientos esperados en la cartera así como también diferentes desviaciones estándar y éstos representan diferentes posibilidades de inversión entre las cuales se puede elegir. A este conjunto le llamamos *conjunto de oportunidades* o *conjunto viable,* como lo podemos ver en la figura 2.2.

FIGURA 2.2



El efecto de la diversificación ocurre siempre que la correlación entre los dos títulos es menor que 1. En la figura 2.2 se puede ilustrar este efecto comparando la línea recta que se halla entre el punto A y el B, la cual representa los puntos que se habrían generado si $\rho = 1$, con la línea curva, la cual representa los puntos que se habrían generado si $\rho < 0$. Se ve el efecto de la diversificación porque la línea curva siempre se encuentra a la izquierda de la recta. Sí consideramos el punto 1', el cual representa una cartera que consta de una inversión de 90% en A y 10% en B si ρ fuera exactamente 1, observamos que la diversificación no tendría efecto alguno; sin embargo, el efecto de la diversificación se aplica a la curva porque el punto 1 tiene la misma rentabilidad esperada que 1', pero con una desviación estándar menor.

Hay que resaltar que la línea curva y la línea recta no existen en el mismo mundo simultáneamente. Ya sea que exista la curva o que exista la recta.

El punto MV representa la cartera de varianza mínima. Por definición también debe tener la desviación estándar mínima posible.

Un inversionista puede situarse en cualquier punto de la curva seleccionando la combinación adecuada de los dos títulos. No puede situarse en ningún punto encima de la curva porque no puede incrementar la rentabilidad de los títulos individuales, reducir las desviaciones estándar de los títulos, ni reducir la correlación entre los mismos. Tampoco puede situarse en ningún punto por debajo de la curva porque no puede reducir las rentabilidades de los títulos individuales, incrementar las desviaciones estándar de los mismos, ni incrementar la correlación. Cabe resaltar que no se situaría en ningún punto por debajo de la curva, aún si pudiera hacerlo.

Si el inversionista fuera relativamente tolerante al riesgo, podría seleccionar la cartera 3, de hecho podría invertir toda su riqueza en B. si fuera menos tolerante al riesgo, podría seleccionar el punto 2. Si quisiera el menor riesgo posible podría seleccionar el punto MV.

Notemos que la curva se dobla hacia atrás entre el punto A y el punto MV. Esto nos dice que para un cierto porcentaje del conjunto de oportunidades, la desviación estándar en realidad decrece conforme se incrementa la rentabilidad esperada, esto se debe al efecto de la diversificación. En este caso las rentabilidades de A y B se correlacionan negativamente entre sí ($\rho < 0$), un título tiende a subir cuando el otro baja y viceversa. Así, una pequeña cantidad adicional de B actúa como una compensación para una cartera que consta sólo de títulos de A. el riesgo de la cartera se reduce, lo que implica una inclinación en dirección contraria. La inclinación en dirección contraria ocurre siempre que $\rho \leq 0$ y puede o no ocurrir cuando $\rho > 0$.

Es obvio ver que la curva se dobla en dirección contraria sólo en una parte de su extensión, pues conforme se va incrementando el porcentaje de B en la cartera, la desviación estándar de este título a la larga hace que se incremente la desviación estándar de toda la cartera.

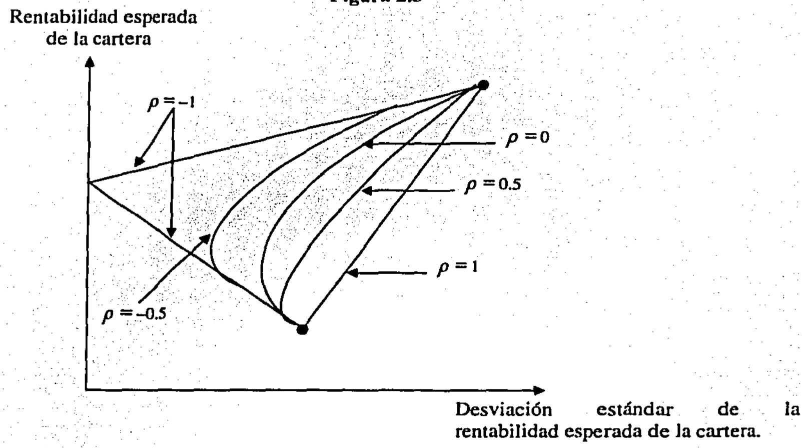
Ningún inversionista querría tener una cartera con una rentabilidad esperada menor que la que tiene la cartera de mínima varianza. En la figura 2.2, ningún inversionista seleccionaría la cartera 1, la cual tiene una rentabilidad esperada menor, pero una desviación estándar mayor que las de la cartera de mínima varianza. Usualmente se dice que las carteras como la 1 están dominadas por la cartera de mínima varianza.

Aunque a la curva entera que va de A a B se le conoce como el conjunto de oportunidades o viable, los inversionistas sólo consideran la curva que va de MV a B, a la cual se le conoce como *el conjunto eficiente*

Es importante señalar que cuanto menor es la correlación, más pronunciada es la curva. Esto nos indica que el efecto de la diversificación se incrementa conforme ρ decrece. La curvatura más aguda ocurre en el caso límite donde $\rho = -1$, es decir, cuando hay una correlación negativa perfecta. Este caso es fascinante, pero tiene poca importancia en la práctica, pues la mayoría de los pares de título presentan una correlación positiva. De hecho, la correlación negativa fuerte, y por lo tanto, la correlación negativa perfecta tienen poca probabilidad de ocurrir.

En la figura 2.3 podemos ver las diversas curvas de las diferentes correlaciones.

Figura 2.3



Para 2 títulos una simple curva puede ilustrar todas las carteras posibles, pero cuando tenemos una cartera con muchos títulos, el conjunto de oportunidades es una figura completa, donde las combinaciones son virtualmente infinitas, pero todas caben en una zona restringida. Nadie puede elegir una cartera con una rentabilidad esperada mayor que la de toda la figura completa, porque no se pueden alterar las rentabilidades de los títulos individuales y nadie puede elegir una cartera con desviación estándar menor. Sin embargo, un inversionista se situaría en la curva superior que va de la cartera de mínima varianza al extremo superior, es decir, tanto en una cartera que conste de 2 títulos como una cartera que conste de muchos títulos, el conjunto eficiente esta representado por la curva que va de la cartera de mínima varianza a la cartera con la mayor rentabilidad esperada. Cualquier punto que se halle por debajo del conjunto eficiente recibirá una rentabilidad esperada menor y la misma desviación estándar que un punto situado en el conjunto eficiente.

II.5 Matriz de varianzas y covarianzas.

Hemos calculado la varianza y desviación estándar para dos activos. Ahora que se han considerado carteras con muchos activos, calculemos estas fórmulas.

Para desarrollar la fórmula, utilicemos el mismo tipo de matriz que usamos para el caso de dos activos. Suponiendo que tenemos N activos, entonces tendremos una matriz de N X N, es decir N² casillas, donde la diagonal esta compuesta de las varianzas de los diversos títulos y los términos que se hallan fuera de la diagonal contienen las covarianzas, como se muestra en la siguiente tabla.

Título	*1*	*2*	*3*		*N*
1	$X_1^2\sigma_1^2$	$X_1X_2Cov(R_1,R_2)$	$X_1X_3Cov(R_1,R_3)$		$X_1X_NCov(R_1,R_N)$
2	$X_2X_1Cov(R_2,R_1)$	$X_2^2\sigma_2^2$	$X_2X_3Cov(R_2,R_3)$		$X_2X_NCov(R_2,R_N)$
3	$X_3X_1Cov(R_3,R_1)$	$X_3X_2Cov(R_3,R_2)$	$X_3^2\sigma_3^2$		$X_3X_NCov(R_3,R_N)$
.					
.					
.					
N	$X_NX_1Cov(R_N,R_1)$	$X_NX_2Cov(R_N,R_2)$	$X_NX_3Cov(R_N,R_3)$		$X_N^2\sigma_N^2$

Dado que $Cov(R_i,R_j)=Cov(R_j,R_i)$ y $X_iX_j=X_jX_i$, entonces la casilla ij y la casilla ji son iguales cuando i ≠ j. Sumando los términos de la matriz encontramos la ecuación de la varianza para una cartera de N activos:

$$\sigma_C^2=\sum_{j=1}^{N} X_j^2\sigma_j^2+\sum_{j=1}^{N}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N} X_jX_i\sigma_{j,i}$$

Es importante resaltar que la varianza de la rentabilidad de una cartera con muchos títulos depende más de las covarianzas entre los títulos individuales que de las varianzas entre los mismos. Lo anterior lo podemos ver en el siguiente cuadro:

Número de títulos de la cartera	Cantidad total de términos	Número de términos de la varianza (términos en la diagonal)	Número de términos de la covarianza (términos fuera de la diagonal)
1	*1*	*1*	*0*
2	*4*	*2*	*2*
3	*9*	*3*	*6*
10	*100*	*10*	*90*
100	*10,000*	*100*	*9,900*
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
N	N^2	*N*	N^2-N

Podemos decir que la varianza de un título se puede descomponer de la siguiente manera:

Riesgo total del título individual = **Riesgo de la cartera** + **Riesgo diversificable o no sistemático**

donde el *riesgo total* es el riesgo que se corre al tener sólo un título, el *riesgo de la cartera* es el que se corre después de haber logrado una diversificación completa, a menudo, al riesgo de la cartera se le conoce como *riesgo sistemático o de mercado,* y el riesgo diversificable, único o no sistemático, es el que se puede diversificar en una cartera numerosa.

Para un inversionista que selecciona una cartera diversificada, el riesgo total de un título individual no es importante. Al considerar agregar un título a una cartera diversificada, a este inversionista le interesa el porcentaje del riesgo del título que no se puede diversificar. Alternativamente, se puede considerar el riesgo como la contribución de un título al riesgo de toda la cartera.

II.6 Conjunto de oportunidades de una cartera que consta de un activo riesgoso y un activo libre de riesgo.

Llamemos A al activo riesgoso y X_A el porcentaje a invertir en ese activo, esto implica que la cantidad $(1-X_A)=X_F$ será el porcentaje a invertir en un activo libre de riesgo F, entonces el rendimiento esperado de la cartera será:

$$\overline{R}_C = X_A \overline{R}_A + X_F \overline{R}_F$$

Ahora, sabemos que la expresión de la varianza para dos activos es:

$$\textbf{Var(cartera)} = \sigma_C^2 = X_A^2\sigma_A^2 + 2X_A X_F \sigma_{A,,F} + X_B^2\sigma_F^2$$

Pero sabemos que el activo sin riesgo no es variable

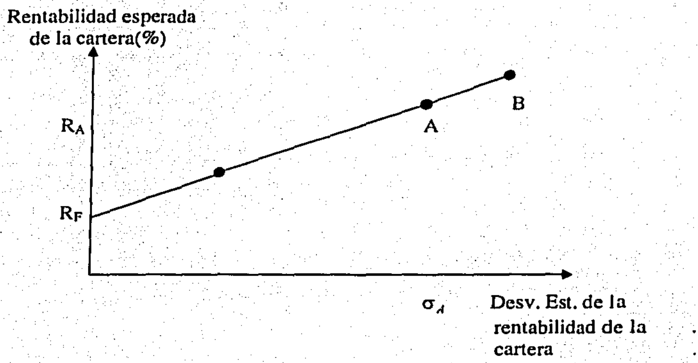
$$\Longrightarrow \sigma_{A,F} = 0 \quad \text{y} \quad \sigma_F^2 = 0$$

$$\Longrightarrow \sigma_C^2 = X_A^2\sigma_A^2$$

$$\Longrightarrow \sigma_C = X_A\sigma_A$$

Si graficamos la relación entre un activo con riesgo y un activo sin riesgo tendremos la siguiente figura:

Figura 2.4



Notemos que a diferencia del caso de dos activos con riesgo, la línea del conjunto de oportunidades es recta, no curva.

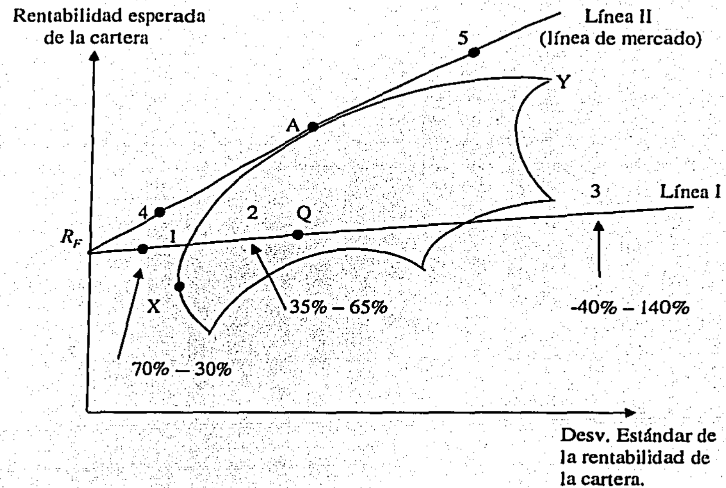
En el punto A tenemos el 100% invertido en este activo riesgoso. Si queremos ir hacia B, lo podríamos lograr pidiendo prestado a la tasa libre de riesgo, es decir, $X_A > 1$, esto implicaría que el peso en el activo libre de riesgo sería negativo. Recibiríamos efectivo a cambio de emitir un certificado que prometa volver a pagar el préstamo más el interés al final del periodo. En el segmento de recta entre los puntos R_F y A, tenemos parte de la cantidad a invertir en el activo riesgoso, es decir $0<X_A<1$ y el resto ha sido prestado a la tasa libre de riesgo. En el punto R_F tenemos el 100% invertido a la tasa libre de riesgo.

II.7 La línea del Mercado de Capitales y la Cartera de Mercado.

Después de hablar de una cartera que consta de un activo sin riesgo y un activo arriesgado, veamos que en la realidad, un inversionista puede combinar una inversión en el activo sin riesgo con una cartera de activos arriesgados.

Veamos la figura 2.5, el punto Q representa una cartera que consta de una inversión en las acciones B, C y D, y se encuentra dentro del conjunto de oportunidades de títulos arriesgados. Los inversionistas que combinan inversiones en Q con inversiones en el activo sin riesgo se situarían a lo largo de la recta que va de R_F a Q, por ejemplo el punto 1 que representa una inversión del 70% en el activo sin riesgo y 30% en Q, o el punto 2 con 65% en Q y 35% en el activo sin riesgo. El punto 3 lo alcanzamos si solicitamos un préstamo a la tasa sin riesgo para invertir en Q, es decir, si tuviéramos $100, pediríamos $40 para invertir $140 en Q.

Figura 2.5



Aunque nos pudiéramos situar en cualquier punto de la línea I, ningún punto es óptimo. Si consideramos la línea II, que representa las carteras que se crean mediante la combinación del activo sin riesgo y una cartera de títulos arriesgados A. los puntos que se hallan en la recta que va de R_F a A, son carteras en las que se invierte algún dinero en el activo sin riesgo y se destina el resto a A. Los puntos que están más allá de A se logran mediante la solicitud de préstamos a la tasa sin riesgo para comprar más de A.

Podemos notar que la línea II es tangente al conjunto eficiente de títulos arriesgados. Sin importar el punto que se pueda alcanzar en la línea I, se puede alcanzar un punto con la misma desviación estándar y una rentabilidad esperada mayor en la línea II. De hecho, por esta razón, la línea II ofrece las mejores oportunidades posibles al inversionista. En otras palabras, la línea II se puede considerar como el conjunto eficiente de ***todos*** los activos, tanto arriesgados como sin riesgo. A esta línea se le conoce como la **línea del mercado de capitales.**

El punto 4 representa un punto seleccionado por un inversionista con alto grado de aversión al riesgo, mientras que el punto 5 representa a un individuo que solicita dinero prestado para incrementar su inversión en A.

Podemos darnos cuenta de que con la solicitud y otorgamiento de préstamos a la tasa sin riesgo, la cartera de activos arriesgados que un inversionista tiene siempre sería el punto A. Sin que importe cuán tolerante sea el inversionista frente al riesgo, éste nunca escogería ningún otro punto del conjunto eficiente de activos arriesgados (curva XAY) ni tampoco algún otro punto dentro de la región viable. Más bien, si tuviera una gran aversión al riesgo, combinaría los títulos de A con los activos sin riesgo. Si fuera poco adverso al riesgo, solicitaría a préstamo el activo sin riesgo para invertir más fondos en A.

Dado que se supone que todos los inversionistas tienen expectativas a partir de los mismos datos sobre el movimiento de los precios pasados y otra información disponible al público, los cálculos de rentabilidades esperadas, varianzas y covarianzas no podrían variar mucho. De hecho, con frecuencia se considera que los inversionistas tienen las mismas estimaciones de estos datos. A este supuesto se le conoce como las *expectativas homogéneas.* Hay que considerar que este supuesto no dice que todos los inversionistas tienen la misma aversión al riesgo.

Si todos los inversionistas tuvieran expectativas homogéneas, todos tendrían el mismo conjunto de oportunidades (figura 2.5), todos considerarían el punto A como la cartera de activos arriesgados que deben tener porque a todos se les aplicaría la misma tasa sin riesgo. Así, si todos eligen la misma cartera de activos arriesgados, es posible determinar cual es la cartera. Podemos notar que es una cartera de valor de mercado ponderada de todos los títulos existentes, es decir, la **cartera de mercado.** El peso de un título en la cartera de mercado se define como el cociente entre el valor de mercado del título y el valor de mercado de todos los títulos en la economía.

En la práctica, los economistas financieros utilizan un índice de base amplia como el índice de precios y cotizaciones (IPC) como una representación de la cartera de mercado. Por supuesto, en la práctica, no todos los inversionistas tienen la misma cartera. Sin embargo, un gran número de inversionistas tiene carteras diversificadas.

II.8 La beta como una medida de sensibilidad.

Dado que muchos inversionistas tienen carteras diversificadas similares a los índices de base amplia, se puede precisar más en cuanto al riesgo de un título en el contexto de una cartera diversificada.

Algunos investigadores han demostrado que la mejor medida del riesgo de un título de una cartera numerosa es la beta del título:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

donde $\sigma^2(R_M)$ es la varianza del mercado. Aunque se pueden usar tanto $Cov(R_i, R_M)$ como β_i como medidas de la contribución del título i al riesgo de la cartera de mercado, β_i es mucho más común.

La beta de un título es la covarianza estandarizada entre la rentabilidad del título y la del mercado.

La intuición básica de beta es que mide la sensibilidad de un cambio de la rentabilidad de un título individual al cambio de la rentabilidad de la cartera de mercado.

Una propiedad útil de la beta es la siguiente:

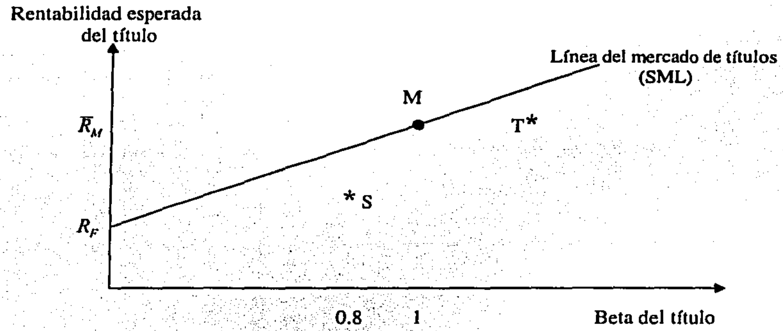
$$\sum_{i=1}^{N} X_i \beta_i = 1$$

Es decir, la beta promedio de todos los títulos es 1 cuando se pondera por la proporción del valor del mercado de cada título en comparación con la de la cartera de mercado.

II.9 Relación entre rentabilidad y riesgo.

Podemos intuir que la relación entre la rentabilidad de un título se relaciona positivamente con su riesgo, es decir, los inversionistas tendrán un título arriesgado sólo si su rentabilidad esperada compensa su riesgo. Si todos los inversionistas tienen expectativas homogéneas y pueden solicitar y otorgar préstamos a la tasa libre de riesgo, todos tienen la cartera de mercado, de este modo, la beta del título es la medida adecuada de su riesgo. Por lo tanto, la rentabilidad esperada de un título se debería relacionar de manera positiva con su beta. Podemos ver la siguiente gráfica:

Figura 2.6



La línea que se inclina hacia arriba se llama **línea del mercado de títulos** (SML).

Podemos ver que con una beta de cero, la rentabilidad esperada de un título, es la tasa libre de riesgo, pues un título con beta de cero no presenta riesgo y su rentabilidad será la tasa sin riesgo.

Como vimos, la beta promedio de todos los títulos es 1 cuando se pondera de acuerdo con la proporción del valor de mercado de cada título comparado con el de la cartera de mercado. La beta de la cartera de mercado es 1 porque esta cartera se forma ponderando cada título de acuerdo con su valor de mercado. Ya que todos los títulos que tienen la misma beta también tienen la misma rentabilidad esperada, la rentabilidad esperada de cualquier título con beta de 1 es $\overline{R}_M$, la rentabilidad esperada de la cartera de mercado.

La relación entre la rentabilidad esperada y beta corresponde a una línea recta. Para ver esto, consideremos que el título S tiene una beta de 0.8 y esta representado por un punto debajo de la línea del mercado de títulos. Cualquier inversionista podría duplicar la beta del título S mediante la compra de una cartera con 20% en el activo sin riesgo y 80% en un título con una beta de uno. Sin embargo, esta cartera se situaría por si misma sobre la SML. En otras palabras, la cartera domina el título S porque ésta tiene una rentabilidad esperada mayor y la misma beta. Ahora consideremos el punto T con una beta mayor que 1, el cual también se haya por debajo de la SML. Cualquier inversionista podría duplicar la beta del título T solicitando un préstamo para invertir en un título con una beta de 1. Esta cartera también debe situarse sobre la SML, dominando por lo tanto al título T.

Ya que nadie tendría ni S ni T, los precios de sus acciones bajarían, este ajuste incrementaría las rentabilidades esperadas de los dos títulos, el precio se seguiría ajustando hasta que los dos títulos se encontraran sobre la SML.

Hemos considerado a las acciones S y T sobrevaluadas. Los títulos que se hallan sobre la SML están subvaluados. Sus precios tienen que subir hasta que sus rentabilidades esperadas alcancen la línea. Si la SML fuera curvilínea, muchas acciones estarían subvaluadas, para equilibrar se tendrían todos los títulos sólo cuando los precios cambiaran de manera que la SML fuera recta, en otras palabras, se lograría la linealidad.

Podemos ver que la intersección de la SML es la R_F. Puesto que la rentabilidad esperada de cualquier título con una beta de 1 es $\overline{R}_M$, la pendiente de la línea es $\overline{R}_M - R_F$. Esto nos permite expresar a la SML como:

$$\overline{R} = R_F + \beta(\overline{R}_M - R_F)$$

Rentabilidad esperada de un título	=	Tasa sin riesgo	+	beta del título	*	diferencia entre la rentabilidad esperada del mercado y la tasa sin riesgo.

Esta fórmula se conoce como el **modelo para la valoración de los activos de capital (CAPM).**

Supongamos que β=0, entonces $\overline{R} = R_F$, es decir, la rentabilidad esperada de un título es igual a la tasa libre de riesgo. Si β=1, tenemos que $\overline{R} = \overline{R}_M$, es decir, la rentabilidad esperada de un título es igual a la rentabilidad esperada del mercado.

Debemos mencionar que el CAPM corresponde tanto a los títulos individuales como a las carteras.

CAPITULO III. EL CAPM. Metodología

III.1 Metodología.

Una de las principales dificultades para probar el CAPM empíricamente estriba en que el modelo esta formulado en términos de la expectativas de los inversionistas sobre los rendimientos futuros y no sobre los rendimientos realizados en el pasado. Para salvar esta dificultad, es necesario convertir el modelo teórico de su forma "ex ante" a una forma "ex post" que nos permita utilizar datos observados. Una forma de lograr esto, es considerar la tasa de rendimiento de cualquier activo como un juego imparcial, es decir, que en promedio, la rentabilidad esperada de cualquier activo es igual que su rentabilidad realizada. Bajo este supuesto, sea la forma "ex ante" del CAPM como sigue:

$$E(\bar{R}_j) = R_f + \left[E(\bar{R}_M) - R_f\right]\beta_j \qquad (1)$$

Podemos escribir el juego imparcial de la forma siguiente:

$$R_{jt} = E(R_{jt}) + \beta_j \delta_{mt} + \varepsilon_{jt} \qquad (2)$$

en donde:

* $\delta_{mt} = R_{mt} - E(R_{mt})$, con $E(\delta_{mt}) = 0$
* $\beta_j = \mathrm{cov}(R_{jt}, R_{mt}) / \mathrm{var}(R_{mt})$
* ε_{jt} = Error aleatorio con: $E(\varepsilon_{jt}) = 0$

$$\mathrm{cov}(\varepsilon_{jt}, \delta_{mt}) = 0$$

$$\mathrm{cov}(\varepsilon_{jt}, \varepsilon_{j(t-1)}) = 0$$

Si tomamos valores esperados en ambos miembros de la ecuación (2), tenemos que:

$$E(R_{jt}) = E(R_{jt})$$

Por lo tanto, es un juego imparcial. Si sustituimos (1) en (2), tenemos:

$$R_{jt} = R_{ft} + \left[E(R_{mt}) - R_{ft}\right]\beta_j + \beta_j\left[R_{mt} - E(R_{mt})\right] + \varepsilon_{jt}$$

$$R_{jt} = R_{ft} + \beta_j\left[E(R_{mt}) - R_{ft} + R_{mt} - E(R_{mt})\right] + \varepsilon_{jt}$$

$$R_{jt} = R_{ft} + \beta_j\left[R_{mt} - R_{ft}\right] + \varepsilon_{jt}$$

por lo tanto, la forma "ex post" del CAPM es:

$$R_{jt} - R_{ft} = \beta_j\left[R_{mt} - R_{ft}\right] + \varepsilon_{jt}$$

Como podemos observar en esta última ecuación, el hecho que las expectativas no siempre se cumplan, introduce un término de error en el modelo y dicho término, desde el punto de vista estadístico, en promedio debería ser igual a cero, pero no necesariamente cero para cualquier acción o periodo particulares.

III.2 Pruebas afines sobre el CAPM.

En el contexto de la experiencia de México se ha realizado sólo un estudio empírico para validar el modelo teórico del CAPM, el realizado por Salvador Ruelas Candelas en la Universidad Autónoma de Querétaro, el cual utilizó datos anuales durante 10 años. Este estudio estuvo limitado en cuanto a cantidad de datos y por ende sus resultados fueron expresados como preliminares.

Para el caso de Estados Unidos se han realizado numerosas pruebas empíricas del CAPM, la mayoría dentro de la experiencia de la bolsa de valores de Nueva York (NYSE). En tales pruebas, algunos autores utilizan directamente datos de las acciones individuales, mientras que otros utilizan datos de portafolios de acciones.

Debemos mencionar que las pruebas basadas directamente en datos de acciones no son el método más eficiente para obtener estimadores de la relación rendimiento-riesgo. La ineficiencia de este tipo de pruebas se debe a dos razones: primero, el problema conocido como "error en las variables" y segundo, que tiene que ver con el efecto de variación de los residuales derivado del alto componente aleatorio que tienen los rendimientos realizados. Estos dos problemas se resuelven agrupando las acciones en portafolios y utilizando los datos de los portafolios para las pruebas empíricas.

Dos pruebas interesantes con portafolios son las realizadas por Black, Jensen & Scholes y por Fama & Mc Beth.

En la primera se cubre un periodo de 35 años y en ella los autores cuidadosamente tratan de minimizar los errores de medición que pudiesen sesgar sus resultados. Para cada uno de los años del periodo, los autores agrupan todas las acciones de la NYSE en 10 portafolios, donde el número de acciones por portafolio va de 58 a 110. Los rendimientos y betas de los portafolios se calcularon para todo el periodo y para varios subperiodos. Los resultados apoyan la hipótesis de linealidad entre el rendimiento y el riesgo sistemático y, además, dicha relación se demostró ser positiva y significativa para periodos largos de tiempo.

En la segunda se amplía la anterior, en cuanto que los autores incluyen también las variables explicativas adicionales: un término cuadrático en beta para probar la implicación de linealidad y otro para probar el impacto del riesgo no sistemático. El periodo estudiado es de 34 años, utilizando datos mensuales. Los autores encontraron que los valores promedio de los coeficientes de las dos variables explicativas adicionales, antes mencionadas, no eran significativamente diferentes de cero, confirmando las implicaciones del CAPM. Sin embargo, al igual que el estudio de Black, Jensen & Scholes, se encontró que el valor esperado de γ_0 no es igual a la tasa libre de riesgo tal como lo predice el CAPM.

Podemos concluir que los principales resultados de las pruebas empíricas del CAPM son:

1. Existe evidencia significativa de una relación positiva entre el rendimiento realizado y el riesgo sistemático. Sin embargo, la pendiente de esta relación es menor que la implicada por el CAPM.
2. La relación rendimiento-riesgo parece ser lineal.
3. Las pruebas que tratan de separar los efectos del riesgo no sistemático y del riesgo sistemático no arrojan resultados definitivos. Parece que la relación rendimiento-riesgo no sistemático es en parte espuria y refleja más bien problemas estadísticos que la naturaleza del mercado de capitales.

III.3 Enfoque general del estudio.

En este trabajo vamos a realizar una prueba del CAPM ahondando en la prueba de Salvador Ruelas y siguiendo de cerca los planteamientos de Fama.

Tenemos que el equilibrio de mercado requiere que el portafolio de mercado, M, sea un portafolio de varianza mínima y eficiente, de manera que el rendimiento esperado de cualquier valor de varianza positiva está dado por el siguiente modelo:

$$E(\bar{R}_i) = E(\bar{R}_{oM}) + \left[E(\bar{R}_M) - E(\bar{R}_{oM})\right]\beta_{iM}, i = 1,\cdots,n \qquad (3)$$

donde:

n	=	Número de valores de varianza positiva (arriesgados).
$E(\bar{R}_i)$	=	Rendimiento esperado del valor i.
$E(\bar{R}_M)$	=	Rendimiento esperado del portafolio del mercado M.
$E(\bar{R}_{oM})$	=	Rendimiento esperado de un valor de varianza positiva, o de un portafolio compuesto de tales valores cuyo rendimiento no esta correlacionado con el rendimiento de M. Es igual a la tasa libre de riesgo R_f en el modelo de Sharpe-Lintner.
β_{iM}	=	Riesgo del valor i en el portafolio del mercado M, medido en relación al riesgo de M.

La ecuación (3), es el resultado fundamental de la teoría del mercado de capitales y la versión de Sharpe-Lintner es la que se conoce como el CAPM.

Se probaran las siguientes implicaciones:

1. Las acciones se valúan en el mercado de tal forma que la relación entre el rendimiento esperado de la acción i y su riesgo, es lineal.
2. Puesto que β_{iM} es la única medida de riesgo que aparece en (3), entonces β_{iM} es la única medida de riesgo que se requiere para explicar las diferencias entre los rendimientos esperados de los valores.

3. Las acciones son valuadas en el mercado de forma tal que (3) implica una relación positiva entre el rendimiento esperado de cualquier acción y su riesgo en M, es decir: $E(\overline{R}_M) > E(R_{oM})$
4. $E(\overline{R}_{oM}) = R_f$

Para probar estas implicaciones del modelo (3), se requiere una hipótesis alterna que incluya a (3) como un caso especial y que al mismo tiempo permita rechazar (3) si el modelo es incorrecto.

Por lo tanto, se propone el siguiente modelo:

$$E(\overline{R}_i) = E(\overline{R}_{oM}) + \left[E(\overline{R}_M) - E(\overline{R}_{oM})\right]\beta_{iM} + q\beta_{iM}^2 + d\sigma(\overline{\varepsilon}_i) \qquad (4)$$

Aquí se incluyen dos variables explicativas, β_{iM}^2 y $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$, que no aparecen en (3). El término cuadrático se incluye para probar la implicación 1, según la cual la relación riesgo-rendimiento esperado es lineal en β_{iM}. Si esta implicación es correcta, q debe ser igual a cero. La variable $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$ pretende medir el riesgo del valor i que no es una función exacta de β_{iM} y se incluye para probar la implicación 2. Si esta implicación es correcta d debe ser igual a cero.

La medida de riesgo $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$, es la desviación estándar del término $\overline{\varepsilon}_i$ en el modelo del mercado que se presenta continuación, el cual se deriva de la normalidad de la distribución conjunta del rendimiento de cualquier valor i y el rendimiento de M. (para derivación formal, ver apéndice A).

$$\overline{R}_i = \alpha_{iM} + \beta_{iM}\overline{R}_M + \overline{\varepsilon}_i \qquad i = 1, 2, \ldots n \qquad (5)$$

en donde

$$\alpha_i = E(\overline{R}_i) - \beta_{iM}E(\overline{R}_M) \qquad (6)$$

$$\beta_{iM} = \frac{\operatorname{cov}(\overline{R}_i, \overline{R}_M)}{\sigma^2(\overline{R}_M)}$$

$\overline{\varepsilon}_i$ = error aleatorio con $E(\overline{\varepsilon}_i) = 0$ e independiente de $\overline{R}_M$, lo cual implica que:

$$\sigma^2(\overline{R}_i) = \beta_{iM}^2\sigma^2(\overline{R}_M) + \sigma^2(\overline{\varepsilon}_i) \qquad (7)$$

De la ecuación (7) se desprende que la varianza del rendimiento del valor i tiene dos componentes, uno que depende directamente de β_{iM}, y el otro, la varianza del error aleatorio, que no depende de β_{iM}.

Podemos ver fácilmente que $\sqrt{\sigma^2(\overline{\varepsilon}_i)} = \sigma(\overline{\varepsilon}_i)$ es la variable explicativa que aparece en (4). Para probar que q=0 y d=0 en (4), se requieren estimadores de estos coeficientes. Fama sugiere que para obtener los estimadores de dichos coeficientes se formen portafolios cuyos rendimientos tengan valores esperados iguales a q o a d y los cuales reflejen solamente los efectos de β_{iM}^2 o de $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$. Una vez obtenidos estos estimadores, se puede calcular la serie de tiempo de los rendimientos de estos portafolios y probar si sus rendimientos promedio son diferentes de cero.

Es decir, si multiplicamos (4) por las ponderaciones X_{ip} del portafolio y sumamos sobre las i, tenemos:

$$E(\overline{R}_p) = \sum_{i=1}^{n} X_{ip} E(\overline{R}_i) = E(\overline{R}_{oM}) \sum_{i=1}^{n} X_{ip} + \left[E(\overline{R}_M) - E(\overline{R}_{oM})\right] \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \beta_{iM} +$$

$$+ q \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \beta_{iM}^2 + d \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \sigma(\overline{\varepsilon}_i) \tag{8}$$

Para obtener un portafolio con rendimiento esperado igual a q, se selecciona X_{ip} de manera que el promedio ponderado de las β_{iM}^2 sea igual a 1 y los efectos de todas las demás variables sean eliminados. Es decir, se seleccionan las X_{ip}, i = 1, 2, . . . , n en forma tal que:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ip} = 0 \quad (9a) \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \beta_{iM} = 0 \quad (9b) \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \beta_{iM}^2 = 1 \quad (9c) \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \sigma(\overline{\varepsilon}_i) = 0 \quad (9d)$$

De la misma manera, para obtener un portafolio con rendimiento esperado igual a d, se selecciona otro conjunto X_{ip} de manera que el promedio ponderado de las $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$ sea igual a 1 pero los efectos de todas las demás variables sean eliminados. Es decir, se seleccionan las X_{ip}, i = 1, 2, . . . , n en forma tal que:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ip} = 0 \quad (10a) \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \beta_{iM} = 0 \quad (10b) \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \beta_{iM}^2 = 0 \quad (10c) \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{ip} \sigma(\overline{\varepsilon}_i) = 1 \quad (10d)$$

Podemos ver fácilmente que de (9b) y (10b) se desprende que los portafolios que se describen en las ecuaciones (9) y (10) son portafolios con $\beta_{pM} = 0$ y, asimismo, de (9a) y (10a) vemos también que son portafolios de inversión cero, es decir, el inversionista no compromete fondos personales sino que logra tener posiciones largas en algunos valores ($X_{ip} > 0$) tomando posiciones cortas en otros ($X_{ip} < 0$). Vemos que este portafolio contrasta con un portafolio "estándar", donde $\sum_{i=1}^{n} X_{ip} = 1$.

Las ecuaciones (9) imponen cuatro restricciones sobre las ponderaciones asignadas a las acciones individuales dentro del portafolio cuyo rendimiento se centra en los efectos de no linealidad. Como el número de acciones disponibles es mucho mas grande que 4, hay muchos portafolios que satisfacen (9). Ahora, para poder probar la hipótesis de que el coeficiente de no linealidad q es cero, se utiliza el rendimiento promedio del portafolio seleccionado y para poder obtener las inferencias mas confiables se debe seleccionar el portafolio cuyo rendimiento produzca el estimador mas confiable de q.

De igual forma se obtiene el estimador más confiable de d, a partir de las ecuaciones (10).

Fama sugiere el siguiente procedimiento para encontrar los portafolios de las características antes mencionadas:

Sea el rendimiento del valor i en la semana t como sigue:

$$\overline{R}_{it} = \overline{\gamma}_{1t} + \overline{\gamma}_{2t}\beta_{iMt} + \overline{\gamma}_{3t}\beta^2_{iMt} + \overline{\gamma}_{4t}\sigma(\overline{\varepsilon}_i) + \overline{\eta}_{it} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (11)$$

Supóngase que se conocen los valores de β_{iMt}, β^2_{iMt} y $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$ para cada una de las acciones del mercado. Supóngase, además, que $\overline{\gamma}_{1t}$, $\overline{\gamma}_{2t}$, $\overline{\gamma}_{3t}$ y $\overline{\gamma}_{4t}$ son los coeficientes mínimo cuadráticos de una regresión múltiple de los rendimientos de las n acciones en la semana t sobre las n combinaciones de β_{iMt}, β^2_{iMt} y $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$. En este caso, $\overline{\gamma}_{3t}$ y $\overline{\gamma}_{4t}$ son los rendimientos en la semana t de portafolios que, respectivamente, obedecen a las restricciones de (9) y (10). Fama subraya que el método de mínimos cuadrados aplicados a (11) no debe considerarse en este caso como un método de estimación, sino simplemente como una manera conveniente de obtener los rendimientos de los portafolios que poseen las propiedades deseadas. De modo que, si para cada semana t se calculan regresiones en corte transversal de los rendimientos de las acciones sobre las β_{iMt}, β^2_{iMt} y $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$, las medias de las series de tiempo de los valores mínimos cuadráticos de $\overline{\gamma}_{3t}$ y $\overline{\gamma}_{4t}$ pueden utilizarse para probar las implicaciones de (3) según las cuales la relación entre el rendimiento esperado de los valores y su riesgo en M es lineal, y que β_{iMt} es la única medida de riesgo necesaria para explicar las diferencias entre los rendimientos esperados de diferentes acciones.(para análisis formal, ver apéndice B).

De la misma forma puede hacerse para obtener los valores mínimos cuadráticos de $\overline{\gamma}_{1t}$ y $\overline{\gamma}_{2t}$.

Entonces, el valor mínimo cuadrático de $\overline{\gamma}_{1t}$ es el rendimiento de un portafolio cuyas acciones están ponderadas de tal forma que $E(\overline{\gamma}_{1t}) = E(\overline{R}_{oMt})$. La media de las series de tiempo de los valores de $\overline{\gamma}_{1t}$ puede tomarse para probar la hipótesis del modelo de Sharpe-Lintner en el sentido de que el rendimiento esperado de cualquier valor de varianza positiva o portafolio cuyo rendimiento no este correlacionado con el rendimiento de M, es igual a la tasa libre de riesgo R_f.

En forma similar, $\overline{\gamma}_{2t}$ es el rendimiento de un portafolio de inversión cero, que tiene una $\beta_{pMt} = 1$ y en el cual los efectos de β^2_{iMt} y $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$ son eliminados. $E(\overline{\gamma}_{2t}) = E(\overline{R}_{Mt}) - E(\overline{R}_{oMt})$ y por tanto se puede utilizar la media de las series de tiempo de $\bar{\gamma}_{2t}$ para probar la implicación de que $E(\bar{R}_{Mt}) > E(\bar{R}_{oMt})$.

Sin embargo, si q y d no son iguales a cero, la prueba de estas dos últimas implicaciones no es de gran interés.

Una manera de obtener los rendimientos de los portafolios para probar estas dos implicaciones, ignorando al mismo tiempo restricciones posiblemente redundantes, consiste en correr una regresión en corte transversal de los rendimientos de las acciones sobre sus β_{iM}. Sea:

$$\bar{R}_{it} = \bar{\gamma}_{1t} + \bar{\gamma}_{2t}\beta_{iM} + \bar{\eta}_{it} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (12)$$

Si se calculan las series de tiempo para $\bar{\gamma}_{1t}$ y $\bar{\gamma}_{2t}$ a partir de regresiones en corte transversal de acuerdo con (12), sus medias pueden servir, respectivamente, para probar las implicaciones de que $E(\bar{R}_{oMt}) = R_f$ y $E(\bar{R}_{Mt}) > E(\bar{R}_{oMt})$.

Por igual, para probar que q = 0 en (4), sea:

$$\bar{R}_{it} = \bar{\gamma}_{1t} + \bar{\gamma}_{2t}\beta_{iM} + \bar{\gamma}_{3t}\beta_{iM}^2 + \bar{\eta}_{it} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (13)$$

la media de las series de tiempo de $\bar{\gamma}_{3t}$ puede ser usada para probar la implicación de que el coeficiente de no linealidad q es cero.

De esta forma, sea:

$$\bar{R}_{it} = \bar{\gamma}_{1t} + \bar{\gamma}_{2t}\beta_{iM} + \bar{\gamma}_{4t}\sigma(\bar{\varepsilon}_i) + \bar{\eta}_{it} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (14)$$

Cuando q = 0, la media de las series de tiempo de $\bar{\gamma}_{4t}$ puede ser usada para probar la implicación de que $\sigma(\bar{\varepsilon}_i)$ no contribuye a explicar las diferencias en los rendimientos esperados de las acciones.

III.4 Consideraciones adicionales.

Los valores de las $\bar{\gamma}_{jt}$ de los modelos (11), (12), (13) y (14) nos sirven para probar las implicaciones del CAPM. Sin embargo, la realidad empírica presenta algunas complicaciones.

1. Hay que notar que el modelo teórico supone que el portafolio de mercado, M, está compuesto por todos los activos de inversión existentes en el mercado y que la ponderación dada por el valor de cada uno de los activos con respecto al valor total de todos los activos en el mercado es conocida.

En la realidad, las pruebas empíricas se circunscriben únicamente a las acciones comunes cotizadas en alguna bolsa de valores. Además, en la práctica, el rendimiento de mercado se mide por medio de algún índice representativo de un portafolio ampliamente diversificado con iguales ponderaciones para cada una de sus acciones. Sea este portafolio m.

Suponiendo que en equilibrio el mercado requiera que m sea un portafolio de varianza mínima, entonces la relación rendimiento esperado-riesgo para un portafolio de varianza mínima también se aplica a m:

$$E(\overline{R}_{it}) = E(\overline{R}_{omt}) + \left[E(\overline{R}_{mt}) - E(\overline{R}_{omt})\right]\beta_{im} \tag{15}$$

en donde:

$$\beta_{im} = \frac{\operatorname{cov}(\overline{R}_i, \overline{R}_m)}{\sigma^2(\overline{R}_m)}$$

La ecuación (15) tiene las mismas implicaciones que (3), con excepción hecha de la proposición de Sharpe-Lintner que $E(\overline{R}_{mt}) = R_f$, la cual no es aplicable al portafolio m. puesto que m y M no son el mismo portafolio $E(\overline{R}_{omt}) \neq E(\overline{R}_{oMt}) = R_{ft}$. Por lo tanto, el procedimiento de prueba para las demás hipótesis será semejante al expuesto anteriormente y, con las modificaciones pertinentes, las ecuaciones (11)–(14) se convierten en:

$$\overline{R}_{it} = \overline{\gamma}_{1t} + \overline{\gamma}_{2t}\beta_{im} + \overline{\gamma}_{3t}\beta_{im}^2 + \overline{\gamma}_{4t}\sigma(\overline{\varepsilon}_i) + \overline{\eta}_{it} \tag{16}$$

$$\overline{R}_{it} = \overline{\gamma}_{1t} + \overline{\gamma}_{2t}\beta_{im} + \overline{\gamma}_{3t}\beta_{im}^2 + \overline{\eta}_{it} \tag{17}$$

$$\overline{R}_{it} = \overline{\gamma}_{1t} + \overline{\gamma}_{2t}\beta_{im} + \overline{\gamma}_{4t}\sigma(\overline{\varepsilon}_i) + \overline{\eta}_{it} \tag{18}$$

$$\overline{R}_{it} = \overline{\gamma}_{1t} + \overline{\gamma}_{2t}\beta_{im} + \overline{\eta}_{it} \tag{19}$$

en donde $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$ es la desviación estándar del error en el modelo:

$$\overline{R}_{it} = \alpha_{im} + \beta_{im}\overline{R}_{mt} + \overline{\varepsilon}_{it} \tag{20}$$

$$\alpha_{im} = E(\overline{R}_{it}) - \beta_{im}E(\overline{R}_{mt}) \tag{21}$$

2. Otro problema que se encuentra al tratar de probar las implicaciones de (15) consiste en que los verdaderos valores de las β_{im} no son conocidos y, por tanto, se deben usar los estimadores b_{im} correspondientes. Ahora bien, al utilizar estos estimadores debemos suponer que la distribución conjunta de $\overline{R}_{it}$ y $\overline{R}_{mt}$ es la misma o bien es estable a través del tiempo. Este supuesto de estabilidad se requiere por lo menos para el periodo muestral que habrá de utilizarse en la estimación.

3. Podríamos decir que el camino más fácil y directo para las pruebas, consistiría en obtener los estimadores b_{im} a partir de cada una de las acciones, para después sustituir estos valores en las ecuaciones (16)–(19) y proseguir como se ha explicado.

Pero como ya se explicó, el defecto de este procedimiento consiste en que b_{im} difiere de β_{im} por un error de estimación y, si los errores son grandes, se tendrá el problema de "error en las variables", el cual, en términos intuitivos, se centra en el hecho de que si una variable explicativa aproximada es usada en una regresión por mínimos cuadrados, el coeficiente obtenido no tiene las mismas propiedades que el coeficiente que se hubiera obtenido usando la variable explicativa verdadera.

La solución a este problema estriba en utilizar portafolios en lugar de acciones individuales para probar las implicaciones de (15), lo cual reduce la varianza muestral de b_{im}

como estimador de β_{im}. En lugar de usar los rendimientos de cada una de las acciones en el primer miembro de las ecuaciones (16)–(19), se sustituyen éstos por los rendimientos de portafolios R_{pt} y las medidas de riesgo β_{im} del segundo miembro se sustituyen por las b_{pm} estimadas para los portafolios.

4. Existe otro problema en la utilización de portafolios en las pruebas, el cual estriba en la pérdida de alguna información sobre el rendimiento y riesgo esperados, al combinar las acciones en portafolios. Para reducir esta pérdida, Fama sugiere que las acciones se asignen a los portafolios basándose en los valores jerarquizados de las b_{im}. Sin embargo, si la asignación no se realiza con cuidado, se puede incurrir en el error o "fenómeno de regresión". Para evitarlo, se sugiere que se formen los portafolios en base a las b_{im} jerarquizadas después de haberlas calculado sobre un periodo de tiempo, para después utilizar otro periodo de tiempo subsiguiente con el objeto de obtener las b_{pm} de los portafolios que se utilizaran en las pruebas.

IV.1 Estructura del estudio.

Esta aplicación se basó en la serie de tiempo de los precios ajustados de 78 acciones cotizadas en la bolsa Mexicana de Valores durante los años 2001 y 2002. Para estimar los valores del rendimiento del portafolio de mercado se utilizó el IPC durante el mismo periodo de referencia. Se utilizaron datos semanales, en total 104 datos.

Los datos se dividieron de la siguiente forma: se tomaron 52 datos para la formación de portafolios y se establecieron 16 subperiodos de estimación que se utilizaron para probar las hipótesis.

Con los 52 datos para la formación de portafolios se calcularon las b_{im} para cada una de las 78 acciones y se jerarquizaron en orden ascendente con el objeto de formar 11 portafolios, 10 de siete acciones y 1 de ocho. Las acciones se asignaron a los portafolios en base a sus b_{im} jerarquizadas.

Para cada uno de los 16 periodos de estimación y prueba se actualizaron las b_{im} y para poder obtener todos los datos de los portafolios que habrían de servir como entradas para los modelos de regresión, se calcularon las desviaciones estándar muestrales de los residuales, $S(e_i)$, del modelo del mercado para cada una de las acciones individuales. La actualización se realizó para los mismos 16 periodos que las b_{im} y se calcularon de la manera siguiente:

$$R_{it} = a_i + b_{im}R_{mt} + e_{it}$$

$$a_i = \overline{R}_i - b_{im}\overline{R}_m$$

$$e_{it} = R_{it} - (a_i + b_{im}R_{mt})$$

$$S(e_i) = \left(\frac{\sum_{t=1}^{N} e_{it}^2}{N-k} \right)^{1/2} = \left(\frac{\sum_{t=1}^{N} \left(R_{it} - (a_i + b_{im}R_{mt})\right)^2}{N-k} \right)^{1/2}$$

Con los resultados hasta aquí obtenidos se calcularon los datos de los 11 portafolios que habrían de servir como variables en los modelos de regresión para cada uno de los 16 periodos de estimación y prueba.

La variable dependiente es R_{pt} y representa el rendimiento del portafolio p (p=1, 2, ..., 11) en la semana t, con ponderaciones iguales dentro del portafolio. Las variables explicativas son: b_{pmt}= promedio de las b_{im} de las acciones en el portafolio p en la semana t, b^2_{pmt}= promedio de los cuadrados de los valores de las b_{im} de las acciones en el portafolio p en la semana t, $S_{pt}(e_i)$= promedio de las $S(e_i)$ de las acciones en el portafolio p en la semana t.

Con estos datos y utilizando el método de mínimos cuadrados se ajustaron los siguientes modelos de regresión para cada uno de los 16 periodos de estimación:

$$R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \gamma_{3t} b_{pmt}^2 + \gamma_{4t} S_{pt}(e_t) + \eta_{pt}$$
$$R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \gamma_{3t} b_{pmt}^2 + \eta_{pt}$$
$$R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \gamma_{4t} S_{pt}(e_t) + \eta_{pt}$$
$$R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \eta_{pt}$$

Los valores de los coeficientes servirán para probar las implicaciones de (15). El estadístico de prueba es:

$$t(\bar{\gamma}_j) = \frac{\bar{\gamma}_j}{S(\gamma_j)/\sqrt{T}}$$

donde T= número de semanas del periodo de prueba, en nuestro caso 16. Definimos un nivel de significancia del 5%, $t(\bar{\gamma}_j) \sim$ t de Student con T-1 grados de libertad.

IV.2 Desarrollo de la prueba.

Las hipótesis a probar son:

1. β_{im} es la única medida de riesgo relevante para explicar los rendimientos esperados. Es decir:

$$H_o : E(\gamma_{4t}) = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a : E(\gamma_{4t}) \neq 0$$

2. La relación entre rendimiento esperado y β_{im} es lineal. Es decir:

$$H_o : E(\gamma_{3t}) = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a : E(\gamma_{3t}) \neq 0$$

3. El portafolio m se encuentra en el segmento positivo de la frontera eficiente. Es decir, $E(R_m) > E(R_{om})$. Formalmente:

$$H_o : E(\gamma_{2t}) = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a : E(\gamma_{2t}) > 0$$

4. Si el portafolio m es un buen sustituto del portafolio M, entonces probaremos:

$$H_o : E(\gamma_{1t} - R_{ft}) = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a : E(\gamma_{1t} - R_{ft}) \neq 0$$

Veamos el cuadro siguiente, en donde se reportan los resultados obtenidos por las regresiones, (En el apéndice C se presentan las emisoras utilizadas para realizar las pruebas y se anexa a este trabajo el disco con los cálculos realizados para la obtención de los datos).

Modelo:

1.- $R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \eta_{pt}$

Periodo (semanas)			γ_{1t}	γ_{2t}	γ_{3t}	γ_{4t}	γ_{1t}-R_f
01/03/2002	09/05/2002	36	-0.006776	0.022285	<<<<	<<<<	-0.008060
01/03/2002	09/12/2002	37	0.015604	-0.11676	<<<<	<<<<	0.014325
01/03/2002	09/19/2002	38	-0.003652	0.011147	<<<<	<<<<	-0.004952
01/03/2002	09/26/2002	39	0.002708	-0.018841	<<<<	<<<<	0.001120
01/03/2002	10/03/2002	40	-0.003827	-0.017543	<<<<	<<<<	-0.005271
01/03/2002	10/10/2002	41	-0.013793	0.047882	<<<<	<<<<	-0.015254
01/03/2002	10/17/2002	42	-0.002282	-0.003145	<<<<	<<<<	-0.003717
01/03/2002	10/24/2002	43	0.001099	0.001853	<<<<	<<<<	-0.000262
01/03/2002	10/31/2002	44	0.010932	0.002122	<<<<	<<<<	0.009533
01/03/2002	11/07/2002	45	0.031446	-0.047	<<<<	<<<<	0.030083
01/03/2002	11/14/2002	46	-0.012346	-0.028298	<<<<	<<<<	-0.013790
01/03/2002	11/21/2002	47	-0.016327	0.075502	<<<<	<<<<	-0.017672
01/03/2002	11/28/2002	48	-0.012612	0.03476	<<<<	<<<<	-0.013880
01/03/2002	12/05/2002	49	0.005446	0.002298	<<<<	<<<<	0.004258
01/03/2002	12/11/2002	50	0.013963	-0.013267	<<<<	<<<<	0.012627
01/03/2002	12/19/2002	51	-0.003508	0.002357	<<<<	<<<<	-0.004806
$E(\gamma_i)$			0.00037969	-0.0027905			-0.00098237
$S(\gamma_i)$			0.0127604	0.04258941			0.0127711
$t(\gamma_i)$			0.11902054	-0.2620839			-0.30768462

2.- $R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \gamma_{3t} b_{pmt}^2 + \eta_{pt}$

Periodo (semanas)			γ_{1t}	γ_{2t}	γ_{3t}	γ_{4t}	γ_{1t}-R_f
01/03/2002	09/05/2002	36	-0.004853	0.008128	0.009444	<<<<	-0.006137
01/03/2002	09/12/2002	37	0.015931	-0.118878	0.001459	<<<<	0.014652
01/03/2002	09/19/2002	38	-0.004071	0.014299	-0.002226	<<<<	-0.005371
01/03/2002	09/26/2002	39	0.007714	-0.056628	0.026709	<<<<	0.006126
01/03/2002	10/03/2002	40	-0.007186	0.007267	-0.017471	<<<<	-0.008630
01/03/2002	10/10/2002	41	-0.011605	0.029804	0.012885	<<<<	-0.013066
01/03/2002	10/17/2002	42	-0.002816	0.001258	-0.003147	<<<<	-0.004251
01/03/2002	10/24/2002	43	-0.009567	0.091117	-0.064093	<<<<	-0.010928
01/03/2002	10/31/2002	44	0.01181	-0.005381	0.005413	<<<<	0.010411
01/03/2002	11/07/2002	45	0.033387	-0.06868	0.016913	<<<<	0.032024
01/03/2002	11/14/2002	46	-0.014884	-0.001141	-0.021018	<<<<	-0.016328
01/03/2002	11/21/2002	47	-0.017807	0.091689	-0.012566	<<<<	-0.019152
01/03/2002	11/28/2002	48	-0.014316	0.053531	-0.014592	<<<<	-0.015584
01/03/2002	12/05/2002	49	0.018038	-0.139845	0.110858	<<<<	0.016850
01/03/2002	12/11/2002	50	0.014755	-0.022242	0.006997	<<<<	0.013419
01/03/2002	12/19/2002	51	-0.001854	-0.016442	0.014662	<<<<	-0.003152
$E(\gamma_i)$			0.00079225	-0.008259	0.00438919		-0.00056981
$S(\gamma_i)$			0.01454513	0.06434498	0.03537593		0.01456097
$t(\gamma_i)$			0.21787362	-0.51342001	0.49629086		-0.15652951

3.- $R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \gamma_{4t} S_{pt}(e_i) + \eta_{pt}$

01/03/2002	09/05/2002	36	0.015909	0.016588	<<<<	-0.366324	0.014625
01/03/2002	09/12/2002	37	-0.018261	-0.108052	<<<<	0.547126	-0.019540
01/03/2002	09/19/2002	38	-0.000651	0.010409	<<<<	-0.049142	-0.001951
01/03/2002	09/26/2002	39	0.038169	-0.027427	<<<<	-0.584578	0.036581
01/03/2002	10/03/2002	40	-0.026828	-0.01184	<<<<	0.37925	-0.028272
01/03/2002	10/10/2002	41	0.003196	0.043684	<<<<	-0.281046	0.001735
01/03/2002	10/17/2002	42	-0.023008	0.002065	<<<<	0.341762	-0.024443
01/03/2002	10/24/2002	43	0.057335	-0.011598	<<<<	-0.93265	0.055974
01/03/2002	10/31/2002	44	-0.094911	0.029543	<<<<	1.690033	-0.096310
01/03/2002	11/07/2002	45	-0.103269	-0.014534	<<<<	2.124002	-0.104632
01/03/2002	11/14/2002	46	-0.008136	-0.029273	<<<<	-0.066902	-0.009580
01/03/2002	11/21/2002	47	0.003108	0.070933	<<<<	-0.309903	0.001763
01/03/2002	11/28/2002	48	0.035113	0.023899	<<<<	-0.762315	0.033845
01/03/2002	12/05/2002	49	-0.054871	0.016899	<<<<	0.946593	-0.056059
01/03/2002	12/11/2002	50	-0.032222	-0.002148	<<<<	0.727624	-0.033558
01/03/2002	12/19/2002	51	0.023988	-0.004348	<<<<	-0.434683	0.022690
$E(\gamma_i)$			-0.01158369	0.0003		0.18555294	-0.01294574
$S(\gamma_i)$			0.0447582	0.03902946		0.86022955	0.04474852
$t(\gamma_i)$			-1.03522378	0.03074601		0.86280662	-1.15719961

4.- $R_{pt} = \gamma_{1t} + \gamma_{2t} b_{pmt} + \gamma_{3t} b^2_{pmt} + \gamma_{4t} S_{pt}(e_i) + \eta_{pt}$

01/03/2002	09/05/2002	36	0.02117	-0.004116	0.013386	-0.407256	0.019886
01/03/2002	09/12/2002	37	-0.019974	-0.101298	-0.004528	0.558395	-0.021253
01/03/2002	09/19/2002	38	-0.001187	0.013088	-0.001859	-0.046087	-0.002487
01/03/2002	09/26/2002	39	0.046946	-0.072448	0.031325	-0.632467	0.045358
01/03/2002	10/03/2002	40	-0.03416	0.020525	-0.022259	0.429579	-0.035604
01/03/2002	10/10/2002	41	0.010987	0.015052	0.019621	-0.354846	0.009526
01/03/2002	10/17/2002	42	-0.026693	0.016468	-0.009938	0.374728	-0.028128
01/03/2002	10/24/2002	43	0.03775	0.056293	-0.046718	-0.736775	0.036389
01/03/2002	10/31/2002	44	-0.116141	0.10467	-0.051809	1.894869	-0.117540
01/03/2002	11/07/2002	45	-0.125387	0.075777	-0.067758	2.350093	-0.126750
01/03/2002	11/14/2002	46	-0.015174	-0.000883	-0.021169	0.004321	-0.016618
01/03/2002	11/21/2002	47	0.002317	0.074557	-0.002728	-0.302414	0.000972
01/03/2002	11/28/2002	48	0.039174	0.006194	0.01332	-0.802333	0.037906
01/03/2002	12/05/2002	49	-0.029353	-0.094787	0.08409	0.696022	-0.030541
01/03/2002	12/11/2002	50	-0.039439	0.029437	-0.023775	0.798945	-0.040775
01/03/2002	12/19/2002	51	0.035429	-0.053038	0.036584	-0.550297	0.034131
$E(\gamma_i)$			-0.01335844	0.00534319	-0.00338844	0.20465481	-.01472049
$S(\gamma_i)$			0.05051442	0.06016055	0.03745714	0.91205406	0.05051252
$t(\gamma_i)$			-1.05779203	0.3552619	-0.36184694	0.89755563	-1.16569071

Ahora podemos hacer las pruebas de hipótesis antes mencionadas:

Utilizaremos en las pruebas 1, 2 y 4 el valor en tablas: $t_{.025,15}=2.131$, pues son pruebas de 2 colas. Para la prueba 3 utilizaremos $t_{.05,15}=1.753$ por ser una prueba de una cola.

Se rechazará la hipótesis nula para el caso de las pruebas 1, 2 y 4 si el valor del estadístico de prueba $t(\bar{\gamma}_j)$ se encuentra en: $t(\bar{\gamma}_j)>2.131$ o $t(\bar{\gamma}_j)<-2.131$, y para el caso de la prueba 3 se rechazará la hipótesis nula si el valor del estadístico de prueba $t(\bar{\gamma}_j)>1.753$

En cuanto a la primera hipótesis en la que se establece que si m es un portafolio de varianza mínima entonces las acciones se valúan de suerte que ninguna otra medida de riesgo diferente de β_{im} es necesaria para explicar los rendimientos esperados, como se puede constatar en el cuadro de resultados, el estadístico de prueba para el coeficiente γ_{4t} en los modelos 3 y 4 nos muestra lo siguiente:

En el modelo 3, $t(\gamma_{4t})= 0.8628$, es decir, esta en la zona de no rechazo.
En el modelo 4, $t(\gamma_{4t})= 0.8975$, es decir, esta en la zona de no rechazo.

Por lo tanto, no se puede rechazar la hipótesis nula, es decir, existe evidencia empírica para concluir que el riesgo no sistemático no contribuye a explicar las diferencias entre los rendimientos de los valores en el mercado. Lo cual nos dice que β_{im} es la única medida de riesgo relevante para explicar los rendimientos esperados.

Para el caso de la segunda hipótesis, la cual nos dice que existe una relación lineal entre riesgo y rendimiento esperado, podemos ver que el estadístico de prueba para el coeficiente γ_{3t} en los modelos 2 y 4 nos muestra lo siguiente:

En el modelo 2, $t(\gamma_{3t})= 0.4963$, es decir, esta en la zona de no rechazo.
En el modelo 4, $t(\gamma_{3t})= -0.3618$, es decir, esta en la zona de no rechazo.

Por lo tanto, no se puede rechazar la hipótesis nula, lo cual nos muestra que existe evidencia empírica para concluir que la relación entre rendimiento esperado y β_{im} no es cuadrática sino lineal.

En el caso de la cuarta hipótesis, que es la hipótesis de Sharpe-Lintner, tenemos lo siguiente:

En el modelo 1, $t(\gamma_{1t}-R_{ft})=-0.3079$, es decir, esta en la zona de no rechazo.
En el modelo 2, $t(\gamma_{1t}-R_{ft})=-0.1565$, es decir, esta en la zona de no rechazo.
En el modelo 3, $t(\gamma_{1t}-R_{ft})=-1.1571$, es decir, esta en la zona de no rechazo.
En el modelo 4, $t(\gamma_{1t}-R_{ft})=-1.1656$, es decir, esta en la zona de no rechazo.

Vemos que, existe evidencia empírica para decir que la hipótesis de Sharpe-Lintner se cumple. Es decir se puede concluir que el rendimiento esperado de un portafolio compuesto de valores de varianza positiva cuyo rendimiento no esta correlacionado con el rendimiento de la cartera de mercado es igual a la tasa libre de riesgo lo cual confirma el postulado de Sharpe–Lintner.

Ahora para el caso de la tercera hipótesis que nos dice que el portafolio m se encuentra en el segmento positivo de la frontera eficiente, tenemos lo siguiente:

En el modelo 1, $t(\gamma_{2t})$= -0.2620, es decir, esta en la zona de no rechazo.

En el modelo 2, $t(\gamma_{2t})$= –0.5134, es decir, esta en la zona de no rechazo.

En el modelo 3, $t(\gamma_{2t})$= 0.0307, es decir, esta en la zona de no rechazo.

En el modelo 4, $t(\gamma_{2t})$= 0.3552, es decir, esta en la zona de no rechazo.

Es decir, no se puede rechazar la hipótesis de que $E(\gamma_{2t}) = 0$, lo que nos sugeriría que $E(R_m) = E(R_{0m})$, lo cual nos dice que el rendimiento esperado de la cartera de mercado es igual a la tasa libre de riesgo, que no es consistente con la implicación del CAPM de que la cartera de mercado se encuentra en la frontera positiva, es decir, que el rendimiento esperado de la cartera de mercado es mayor a la tasa libre de riesgo.

Las posibles causas a las que podría atribuir este resultado empírico son las siguientes: La utilización de pocas emisoras, el uso de pocos datos por acción, el fenómeno de regresión, el error en las variables o el hecho de que los rendimientos del portafolio m no son en realidad un estimador consistente para la cartera de mercado.

Hemos visto, en el transcurso del trabajo, que la forma en que se estructuró el procedimiento para realizar las pruebas, toma en cuenta y elimina, utilizando portafolios con betas jerarquizadas, tanto el fenómeno de regresión como el error en las variables. Además, se utilizaron 78 emisoras con 104 datos por acción y se formaron 11 portafolios, por tal motivo la probabilidad de que este resultado provenga de estas causas es casi nula; de tal forma que tengo la impresión de que la causa de este resultado es que los rendimientos del portafolio m, si bien representativos, no son un estimador consistente de los rendimientos de la cartera de mercado para el caso de México, es decir que en el límite la probabilidad de que los rendimientos de ambas carteras sean iguales es muy cercana a cero.

Si recordamos, la cartera de mercado esta formada por todos los activos en el mercado ponderados por valor y para el caso de México es muy difícil lograr obtener una cartera con tales características o tal vez el hecho de utilizar siempre el IPC como el estimador representativo de la cartera de mercado es más cómodo.

Como sabemos, para el caso de Estados Unidos, donde surge el CAPM, el rendimiento del portafolio S&P500 si es un estimador consistente de los rendimientos de su cartera de mercado, es por eso que, a mi parecer y en base al desarrollo de este trabajo, en ese país la prueba 3 arroja los resultados requeridos por el modelo.

Notemos que, el hecho de que esta implicación no se haya obtenido satisfactoriamente para México, no es atribuible al modelo, sino a las limitaciones en cuanto a la estimación de la cartera de mercado.

CONCLUSIONES

Este trabajo ha tenido la intención de probar empíricamente si el Capital Asset Pricing Model (CAPM), representa una descripción razonable del comportamiento de equilibrio del Mercado de Valores Mexicano, aún a sabiendas que éste no es un mercado tan desarrollado como el estadounidense y que las condiciones de las empresas emisoras son sumamente distintas.

A lo largo de los capítulos se presentaron y analizaron las herramientas necesarias para discernir el comportamiento del modelo y tener una amplia visión de lo importante que es el mismo para los inversionistas. Se estableció un marco referencial bajo el cuál se plantea teóricamente este modelo y la metodología para poder constatar sus implicaciones contra la realidad empírica.

Se planteó de una forma más sencilla, pero muy eficaz y significativa, el camino a seguir para probar las hipótesis relevantes del modelo, haciendo un seguimiento al procedimiento desarrollado por Fama y tomando en consideración las limitaciones enfrentadas en un estudio realizado por Ruelas.

Al realizar las pruebas se ha encontrando que, a pesar de las limitaciones del Mercado Mexicano de Valores, tales como ser un mercado subdesarrollado y la no continuidad de las empresas emisoras al cotizar en la Bolsa, lo cual no permite tener un mayor número de las mismas, efectivamente existe evidencia empírica de que el riesgo no sistemático de las acciones cotizadas en la Bolsa Mexicana de Valores, durante el periodo estudiado, no contribuye significativamente a explicar las diferencias observadas en sus rendimientos. Además, se concluye que la hipótesis de linealidad es una aproximación razonable de la relación riesgo–rendimiento esperado de dichas acciones.

Asimismo, se encontró que el rendimiento esperado de un portafolio compuesto de valores de varianza positiva cuyo rendimiento no esta correlacionado con el rendimiento de la cartera de mercado es igual a la tasa libre de riesgo, cumpliéndose así el postulado de Sharpe Lintner.

Por último, a pesar de que las implicaciones del CAPM referentes a que existe una relación lineal entre riesgo y rendimiento, a que sólo la beta contribuye significativamente a explicar las diferencias observadas en los rendimientos de las acciones y a que se da el cumplimiento de la hipótesis de Sharpe –Lintner, se cumplen satisfactoriamente en base a la evidencia empírica para el caso de México, es interesante ver que la implicación de que el rendimiento esperado de la cartera de mercado es mayor a la tasa libre de riesgo no se cumple del todo, no debido a que el modelo falló sino al hecho lo repito, a mi parecer, de que los rendimientos esperados del IPC no son un estimador consistente de los rendimientos esperados de la cartera de mercado. Esto no quiere decir que el IPC es un mal estimador de la cartera de mercado, porque de hecho los resultados obtenidos en las demás implicaciones son significativos, sino que en el límite los rendimientos esperados no son iguales.

En general, puedo concluir que con un nivel de confianza aceptable el CAPM describe de manera muy razonable la naturaleza de la relación riesgo–rentabilidad esperada que determina los precios de los valores en el Mercado de Capitales Mexicano y que si se tuviera la oportunidad de obtener un estimador de la cartera de mercado con las características deseadas, la implicación 3 arrojaría los resultados deseados (como ocurre en E.U.).

APENDICE A. Derivación del modelo de mercado

Sean $\tilde{y}_1, \cdots, \tilde{y}_n$ variables aleatorias continuas distribuidas conjuntamente con función de densidad conjunta $f(y_1, \cdots, y_n)$.

Si cualquier combinación lineal de las $\tilde{y}_i$ tiene una distribución normal, entonces la distribución conjunta de $\tilde{y}_1, \cdots, \tilde{y}_n$ es normal multivariada y la función de densidad conjunta es la función de densidad de una distribución normal multivariada. Inversamente, si la distribución conjunta de $\tilde{y}_1, \cdots, \tilde{y}_n$ es normal multivariada, entonces la distribución de cualquier combinación lineal de $\tilde{y}_1, \cdots, \tilde{y}_n$ es normal.

Sabemos que se esta suponiendo que las distribuciones de probabilidad de los rendimientos es normal. Entonces si la distribución conjunta de $\tilde{R}_{1t}, \cdots, \tilde{R}_{nt}$ es normal multivariada, la distribución conjunta de cualesquiera dos combinaciones lineales diferentes de $\tilde{R}_{1t}, \cdots, \tilde{R}_{nt}$ es normal bivariada. Este resultado implica que la distribución conjunta de los rendimientos de cualesquiera dos portafolios diferentes es normal bivariada. Como las acciones son tipos especiales de portafolios, el resultado también implica que la distribución conjunta del rendimiento de cualquier acción i y el rendimiento de cualquier portafolio p es normal bivariada, como lo es la distribución conjunta de los rendimientos de cualesquiera dos acciones diferentes.

Entonces, sea $\tilde{R}_{it}$ el rendimiento de una acción y $\tilde{R}_{mt}$ el rendimiento de un portafolio de mercado de todas las acciones, donde a cada acción le es dado un igual peso en el portafolio al tiempo t−1. Si la distribución conjunta de $\tilde{R}_{it}$ y $\tilde{R}_{mt}$ es normal bivariada, entonces la distribución condicional del rendimiento de la acción tiene una forma especial simple, lo cual implica que la relación entre $\tilde{R}_{it}$ y $\tilde{R}_{mt}$ tiene una forma especial simple.

La media o valor esperado de la distribución de $\tilde{R}_{it}$ condicionada sobre algún valor R_{mt} de $\tilde{R}_{mt}$ es:

$$E(\tilde{R}_{it} \mid R_{mt}) = \int_{R_{it}} R_{it} f(R_{it} \mid R_{mt}) dR_{it} \qquad (1)$$

Si la distribución conjunta de $\tilde{R}_{it}$ y $\tilde{R}_{mt}$ es normal bivariada, $E(\tilde{R}_{it} \mid R_{mt})$ es la función lineal

$$E(\tilde{R}_{it} \mid R_{mt}) = \alpha_i + \beta_i R_{mt} \qquad (2)$$

donde la intercepción α_i y la pendiente β_i son:

$$\beta_i = \frac{\operatorname{cov}(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{mt})}{\sigma^2(\tilde{R}_{mt})} \quad \text{y} \quad \alpha_i = E(\tilde{R}_{it}) - \beta_i E(\tilde{R}_{mt}) \qquad (3)$$

mas aun, la distribución condicional de $\tilde{R}_{it}$ dado R_{mt} es normal, es decir, la función de densidad condicional $f(R_{it} \mid R_{mt})$ es la de una distribución normal, con media dada por (2) y varianza:

$$\sigma\ (\overline{R}_{it} \mid R_{mt}) = \int_{R_{it}} [R_{it} - E(\overline{R}_{it} \mid R_{mt})]^2 f(R_{it} \mid R_{mt}) dR_{it} \tag{4}$$

$$= \sigma^2(\overline{R}_{it})(1-\rho_{im}^2) \tag{5}$$

donde ρ_{im} es el coeficiente de correlación entre $\overline{R}_{it}$ y $\overline{R}_{mt}$.

El resultado expresado por las ecuaciones (2) y (5) se pueden resumir en una gráfica, en donde se muestra el rendimiento esperado condicional $E(\overline{R}_{it} \mid R_{mt})$ como una función lineal de R_{mt}. Si vemos graficada la función de densidad condicional $f(R_{it} \mid R_{mt})$ para algunos valores de R_{mt}, como $E(\overline{R}_{it} \mid R_{mt})$ es una función lineal de R_{mt}, la localización de estas distribuciones condicionales cambia con R_{mt}, pero las distribuciones condicionales son las mismas para todos los valores de R_{mt}. Las distribuciones condicionales son normales con media dada por (2) y varianza constante dada por (5).

Como las distribuciones condicionales de $\overline{R}_{it}$ son normales con varianza independiente de R_{mt}, la desviación de $\overline{R}_{it}$ de su valor esperado condicional tiene una distribución normal con media igual a cero y varianza dada por (5). Esto es, para cualesquiera valor R_{mt} del rendimiento $\overline{R}_{mt}$, la distribución condicional de

$$\overline{\varepsilon}_{it} = \overline{R}_{it} - (\alpha_i + \beta_i R_{mt}) \tag{6}$$

es normal con media

$$E(\overline{\varepsilon}_{it} \mid R_{mt}) = E(\overline{\varepsilon}_{it}) = 0 \tag{7}$$

y varianza

$$\sigma^2(\overline{\varepsilon}_{it} \mid R_{mt}) = \sigma^2(\overline{R}_{it} \mid R_{mt}) = \sigma^2(\overline{R}_{it})(1-\rho_{im}^2) = \sigma^2(\overline{\varepsilon}_{it}) \tag{8}$$

así, la desviación $\overline{\varepsilon}_{it}$ tiene la misma distribución condicional normal para todos los valores de R_{mt}, lo cual significa que $\overline{\varepsilon}_{it}$ y $\overline{R}_{mt}$ son independientes.

Juntando todos estos resultados, si la distribución conjunta de $\overline{R}_{it}$ y $\overline{R}_{mt}$ es normal bivariada, la relación entre $\overline{R}_{it}$ y $\overline{R}_{mt}$ puede ser expresada como:

$$\overline{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \overline{R}_{mt} + \overline{\varepsilon}_{it} \tag{9}$$

La ecuación (9) es la (6) con una "tilde" insertada en R_{mt}. Esto es legitimo, dado que los resultados concernientes a la distribución de $\overline{R}_{it}$ condicionada sobre R_{mt} se cumple para todos los valores de R_{mt}.

Entonces podemos decir que con normalidad bivariada hay una relación lineal entre las variables aleatorias distribuidas conjuntamente $\overline{R}_{it}$ y $\overline{R}_{mt}$ con coeficientes α_i y β_i definidos por (3).

APENDICE B. Análisis de los coeficientes mínimo cuadráticos como rendimiento de portafolios.

Para este análisis necesitamos emplear matrices.

Sea

$$\overline{R_t} = \begin{pmatrix} \overline{R_{1t}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{R_{nt}} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

el (n X 1) vector de rendimientos de las acciones individuales para la semana t. Sea

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \beta_{1M} & \beta_{1M}^2 & \sigma(\bar{\varepsilon}_1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \beta_{nM} & \beta_{nM}^2 & \sigma(\bar{\varepsilon}_n) \end{pmatrix} \qquad (2)$$

la (n X 4) matriz de los valores de las variables explicativas en (11) del capitulo 3. Sea

$$\overline{\eta_t} = \begin{pmatrix} \overline{\eta_{1t}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{\eta_{nt}} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

el (n X 1) vector de las perturbaciones de los rendimientos de las acciones para la semana t en (11) del capitulo 3. Y sea

$$\bar{\gamma}_t = \begin{pmatrix} \bar{\gamma}_{1t} \\ \bar{\gamma}_{2t} \\ \bar{\gamma}_{3t} \\ \bar{\gamma}_{4t} \end{pmatrix} \qquad (4)$$

el (4 X 1) vector de los valores mínimo cuadráticos de $\bar{\gamma}_{1t}$, $\bar{\gamma}_{2t}$, $\bar{\gamma}_{3t}$ y $\bar{\gamma}_{4t}$ para la semana t.

Entonces la representación matricial de (11) del capitulo 3 es:

$$\overline{R_t} = C\,\overline{\gamma_t} + \overline{\eta_t} \qquad (5)$$

Esto implica que el valor mínimo cuadrático de $\bar{\gamma}_t$ es

$$\bar{\gamma}_t = (C'C)^{-1} C'\overline{R_t} \qquad (6)$$

Equivalentemente, si definimos la (4 X n) matriz

$$X = (C'C)^{-1}C' \tag{7}$$

entonces

$$\overline{\gamma}_t = X\overline{R}_t \tag{8}$$

o

$$\overline{\gamma}_{jt} = \sum_{i=1}^{n} X_{ij}\overline{R}_{it} \qquad j = 1, 2, 3, 4. \tag{9}$$

donde X_{ij} es el elemento de la fila j (j = 1, 2, 3, 4.) y columna i (i = 1, . . ., n) de X. La ecuación (9) nos dice que el valor mínimo cuadrático de $\overline{\gamma}_{jt}$ es el rendimiento de un portafolio donde las ponderaciones asignadas a las n acciones individuales son los n elementos de la j-ésima fila de la matriz X. Para determinar las propiedades de $\overline{\gamma}_{jt}$, estudiemos las propiedades de X. Notemos primero que

$$XC = (C'C)^{-1}C'C = I \tag{10}$$

donde I es la (4 X 4) matriz identidad.

Entonces, de (2) y (10), tenemos que

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = \begin{cases} 1 - para - j = 1. \\ 0 \quad para \quad j = 2,3,4. \end{cases} \tag{11}$$

En palabras, el valor mínimo cuadrático de $\overline{\gamma}_{1t}$ en (9) es el rendimiento de un portafolio estándar. Los valores mínimos cuadráticos de $\overline{\gamma}_{2t}$, $\overline{\gamma}_{3t}$ y $\overline{\gamma}_{4t}$ dados por (9) son rendimientos de portafolios de inversión cero.

Además, note que si C_{ki} es el elemento con fila i y columna k de C, entonces podemos escribir (10) como

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij}C_{ki} = \begin{cases} 1 - para - j = k \\ 0 \quad para \quad j \neq k \end{cases} \tag{12}$$

De (9), vemos que las X_{ij}, i = 1, . . ., n son las ponderaciones aplicadas a rendimientos de acciones individuales para obtener los valores mínimos cuadráticos de $\overline{\gamma}_{jt}$, j = 1, 2, 3, 4. Si numeramos (12) para j = 3 y k = 1, 2, 3, 4, encontramos que el valor mínimo cuadrático de $\overline{\gamma}_{3t}$ es el rendimiento de un portafolio que satisface las restricciones (9) del capitulo 3 y por lo tanto tiene rendimiento esperado igual a q, el coeficiente de β^2_{iM} en (4) del capitulo 3. De la misma forma, si j = 4 y k = 1, 2, 3, 4, encontramos que el valor mínimo cuadrático de $\overline{\gamma}_{4t}$ es el rendimiento de un portafolio donde las proporciones invertidas en activos individuales satisface las restricciones de (10) del capitulo 3 y por lo tanto tiene rendimiento esperado igual a d, el coeficiente de $\sigma(\overline{\varepsilon}_i)$ en (4) del capitulo 3. De modo que, si para cada semana t se calculan regresiones en corte transversal de los rendimientos de las acciones sobre las β_{iMt}, β_{iMt}^2 y $\sigma(\bar{\varepsilon}_i)$, las medias de las series de tiempo de los valores mínimos cuadráticos de $\bar{\gamma}_{3t}$ y $\bar{\gamma}_{4t}$ pueden utilizarse para probar las implicaciones de (3) del capitulo 3 según las cuales la relación entre el rendimiento esperado de los valores y su riesgo en M es lineal, y que β_{iMt} es la única medida de riesgo necesaria para explicar las diferencias entre los rendimientos esperados de diferentes acciones.

De la misma forma, si j = 1 y k = 1, 2, 3, 4, las ponderaciones X_{i1}, i = 1, . . ., n aplicadas a los rendimientos de las acciones individuales para obtener $\bar{\gamma}_{1t}$, satisface las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{i1} = 1 \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{i1}\beta_{iM} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{i1}\beta_{iM}^2 = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{i1}\sigma(\bar{\varepsilon}_i) = 0$$

(13a) (13b) (13c) (13d)

Es decir, el valor mínimo cuadrático de $\bar{\gamma}_{1t}$, es el rendimiento de un portafolio estándar con $\beta_{pM} = 0$ y con ponderaciones escogidas de tal forma que los efectos de β_{iM}^2 y $\sigma(\bar{\varepsilon}_i)$ son eliminados.

Por último, si j = 2 y k = 1, 2, 3, 4, las ponderaciones X_{i2}, i = 1, . . ., n aplicadas a los rendimientos de las acciones individuales para obtener $\bar{\gamma}_{2t}$, satisface las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{i2} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{i2}\beta_{iM} = 1 \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{i2}\beta_{iM}^2 = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{i2}\sigma(\bar{\varepsilon}_i) = 0$$

(14a) (14b) (14c) (14d)

Es decir, el valor mínimo cuadrático de $\bar{\gamma}_{2t}$, es el rendimiento de un portafolio con $\beta_{pM} = 1$ y con ponderaciones escogidas de tal forma que los efectos de β_{iM}^2 y $\sigma(\bar{\varepsilon}_i)$ son eliminados.

APENDICE C. Emisoras utilizadas para la realización de la prueba.

Las acciones utilizadas para la realización del estudio fueron las siguientes:

Clave de cotización			
ACCELSA	DESC	GSANBOR	RCENTRO
ALFA	ELEKTRA	HERDEZ	SAB
ALSEA	FEMSA	HILASAL	SANLUIS
AMX	FRAGUA	HOGAR	SAVIA
APASCO	GACCION	HYLSAMX	SIMEC
ARA	GCARSO	ICA	SORIANA
ASUR	GCC	ICH	SYNKRO
BACHOCO	GCORVI	IMSA	TAMSA
BIMBO	GEO	INVEX	TEKCHEM
CEL	GFBB	KIMBER	TELECOM
CEMEX	GFBITAL	KOF	TELMEX
CIDMEGA	GFINBUR	LAMOSA	TLEVISA
CIE	GFNORTE	LIVEPOL	TVAZTCA
CINTRA	GIGANTE	MASECA	UNEFON
COMERCI	GISSA	MOVILA	VALLE
CONTAL	GMEXICO	NADRO	VITRO
CYDSASA	GMODELO	PE&OLES	WALMEX
DATAFLX	GRUMA	POSADAS	

Las cuales fueron asignadas en base a sus betas jerarquizadas en orden ascendente, de tal forma que se crearon 11 portafolios, los cuales quedaron estructurados de la siguiente manera:

Portafolio 1		Portafolio 2		Portafolio 3		Portafolio 4	
SANLUIS	CPO	GFBITAL	O	GIGANTE	*	CYDSASA	A
SAP	*	POSADAS	A	FRAGUA	B	VALLE	B
CIDMEGA	*	GACCION	B	BACHOCO	UBL	UNEFON	A
SAVIA	A	POSADAS	L	GISSA	*	LAMOSA	B
CINTRA	A	SIMEC	B	GFBITAL	L	MOVILA	B
LIVEPOL	1	VITRO	A	ALSEA	*	ICH	B
HILASAL	A	INVEX	O	GCORVI	UBL	MASECA	B

Portafolio 5		Portafolio 6		Portafolio 7		Portafolio 8	
HERDEZ	*	HOGAR	B	GRUMA	B	TELMEX	A
HYLSAMX	B	ARA	*	COMERCI	UBC	PE&OLES	*
IMSA	UBC	KIMBER	B	TAMSA	*	GMEXICO	B
GCC	*	APASCO	*	KIMBER	A	CONTAL	*
RCENTRO	CPO	NADRO	B	GMODELO	C	SYNKRO	A
ACCELSA	B	BIMBO	A	DESC	B	CEMEX	CPO
DESC	C	KOF	L	TEKCHEM	A	TELMEX	L

Portafolio 9		Portafolio 10		Portafolio 11	
GSANBOR	B-1	WALMEX	V	AMX	L
ASUR	B	GCARSO	A1	CEL	V
FEMSA	UBD	WALMEX	C	ALFA	A
CIE	B	AMX	A	ICA	*
GEO	B	GFBB	B	TELECOM	A1
GFNORTE	O	SORIANA	B	TVAZTCA	CPO
GFINBUR	O	DATAFLX	B	ELEKTRA	*
				TLEVISA	CPO

Se anexa a este trabajo el disco donde se presenta un ejemplo del desarrollo y los cálculos realizados para la obtención de los datos necesarios para las pruebas.

BIBLIOGRAFIA

- Fama, E. F. Foundations of finance. New York, Basic Books, 1976.

- José de Jesús Arturo de Alba Monroy. El Mercado de Dinero y Capitales y El Sistema Financiero Mexicano. Editorial Pac, S.A. de C.V.. México, Septiembre del 2000.

- Salvador A. Ruelas Candelas. Riesgo y rentabilidad. Universidad Autónoma de Querétaro, centros de investigación. Razo impresores. México, 1984.

- Stephen A. Ross, Randolph W. Westerfield, Jeffrey F. Jaffe. Finanzas Corporativas. Tercera edición. Versión en español de José Julián Díaz Díaz. Mac Graw Hill. España, 1997.

- Weston, J. Fred y Copelan, Thomas E. Finanzas en administración. Mc Graw Hill. 1992.

- Hernández Severiano Verónica. Tesis licenciatura: Análisis de los instrumentos de inversión para las empresas en la B.M.V. UNAM, México, 1999.

- Rancel Flores Virginia. Tesis licenciatura: Bolsa Mexicana de Valores. UNAM, México, 1998.

- Mondragón Rodríguez Marisela. Tesis licenciatura: Estructura, funciones, características e importancia de la B.M.V. como una opción más de financiamiento e inversión. UNAM, México, 1998.

- Infosel financiero plus. Dirección electrónica: www.invertia.com

- Bolsa Mexicana de Valores: www.bmv.com.mx