

01121
7



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

SENSIBILIDAD DE LA n DE MANNING EN CAUCES NATURALES Y ARTIFICIALES

TESIS QUE PARA OPTAR AL GRADO DE
INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

MICHIKO AMEMIYA RAMÍREZ

DIRECTOR DE LA TESIS:
DR. GABRIEL ECHÁVEZ ALDAPE

AÑO 2003

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Tierra húmeda
aves que cantan libres
hoy, primavera**

A mi madre

A Patricio, que nació durante este proceso

Gracias a:

Dr. José Alfonso Bouzas Ortiz, por su asesoría legal.

María Silvia Téllez Gutiérrez,

ya que sin su ayuda no habría sido posible este proyecto.

La Defensoría de Derechos Universitarios

Ing. José Humberto Espinosa Christlieb por sus consejos

A las familias Gallardo Velásquez y González Ramírez

Mis familias, las mexicanas, ticas, japonesas, canarias y españolas

La divinidad que hay dentro de todo ser humano.

ÍNDICE

Introducción.	1
1. Pérdidas de Energía en Cauces.	3
1.1 Ecuación de la Energía	3
1.2 Fórmulas de Pérdida	7
1.2.1 Ecuación de Chézy	9
1.2.2 Ecuación de Darcy-Weisbach	14
1.2.3 Ecuación de Manning	17
1.2.4 Equivalencia entre los Coeficientes	18
2. Análisis de Sensibilidad.	21
2.1 Objetivo	21
2.2 Metodología	22
3. Cauces Artificiales.	27
3.1 Descripción	27
3.2 Clasificación	31
4. Cauces Naturales.	35
4.1 Antecedentes	36
4.1.1 Características del Material de Fondo	36
4.1.1.1 Origen y Formación del Sedimento	36
4.1.1.2 Sedimentos Cohesivos y no Cohesivo	36
4.1.2 Características del Sedimento	37
4.1.2.1 Densidad y Peso	38
4.1.2.2 Tamaño	40
4.1.2.2.1 Diámetro Medio y Diámetro Representativo	41
4.1.2.3 Clasificación por Tamaño	41
4.1.2.4 Forma	41
4.1.2.4.1 Factor de Forma	42
4.1.2.5 Velocidad de Caída	44
4.1.3 Inicio del Movimiento	44
4.1.4 Formas de Fondo y Regímenes de Flujo	48
4.2 Clasificación de cauces naturales	50
4.2.1 Ríos de Montaña	50
4.2.2 Ríos de Planicie	50
4.3 Métodos de Cálculo de Pérdidas de Energía en Cauces Aluviales	52
4.3.1 Métodos de Cálculo de Resistencia en Ríos de Montaña	53
4.3.1.1 Método de Jarrett (1984)	53
4.3.1.1.1 Desarrollo	53

4.3.1.1.2	Aplicación	54
4.3.1.2	Método de Bathurst (1985)	54
4.3.1.2.1	Desarrollo	54
4.3.1.2.2	Aplicación	54
4.3.1.2.3	Comentarios	54
4.3.1.3	Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak (1988) ..	55
4.3.1.3.1	Desarrollo	55
4.3.1.3.2	Aplicación	55
4.3.1.4	Método de Rice, Kadavy y Robinson (1998)	55
4.3.1.4.1	Desarrollo	56
4.3.1.4.2	Aplicación	56
4.3.2	Métodos de Cálculo de Resistencia en Ríos de Planicie	56
4.3.2.1	Método de Brownlie (1983)	56
4.3.2.1.1	Desarrollo	57
	Determinación del Régimen de flujo	62
4.3.2.1.2	Aplicación	65
4.3.2.1.3	Procedimiento de cálculo	66
4.3.2.1.4	Comentarios	67
4.3.2.2	Método de Karim y Kennedy (1990)	68
4.3.2.2.1	Desarrollo	69
4.3.2.2.1.1	Relación gasto sólido y velocidad no asociados	69
4.3.2.2.1.2	Formas de fondo y velocidad asociados	69
4.3.2.2.2	Aplicación	71
4.3.2.2.3	Procedimiento de cálculo	71
4.3.2.2.4	Comentarios	74
4.3.2.3	Modificación de Karim (1995) al método de Karim y Kennedy	74
4.3.2.3.1	Desarrollo	74
4.3.2.3.2	Aplicación	79
4.3.2.3.3	Procedimiento de cálculo	79
4.3.2.4	Método de Nnadi y Wilson (1995)	82
4.3.2.4.1	Desarrollo	82
4.3.2.4.2	Procedimiento de cálculo	84
4.3.2.4.3	Comentarios	85
5.	Análisis de Sensibilidad en Cauces Artificiales	87
6.	Análisis de Sensibilidad en Cauces Naturales	89
6.1	Cauces de Montaña	89
6.1.1	Método de Jarrett (1984)	89
6.1.1.1	Ecuaciones	89
6.1.1.2	Análisis de Sensibilidad	89
6.1.2	Método de Bathurst (1985)	90
6.1.2.1	Ecuaciones	90
6.1.2.2	Análisis de Sensibilidad.....	90

6.1.3	Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak (1988)	92
6.1.3.1	Ecuaciones	92
6.1.3.2	Análisis de Sensibilidad	92
6.1.4	Método de Rice, Kadavy y Robinson (1998)	93
6.1.4.1	Ecuaciones	93
6.1.4.2	Análisis de Sensibilidad	93
6.1.4.2.1	Coefficiente de rugosidad de Manning, n	93
6.1.4.2.2	Coefficiente de rugosidad de Darcy-Weisbach, f	94
6.2	Ríos de Planicie	96
6.2.1	Método de Brownlie (1983)	96
6.2.1.1	Ecuaciones	96
6.2.1.2	Análisis de Sensibilidad	97
6.2.1.2.1	Régimen inferior	97
6.2.1.2.2	Régimen superior	98
6.2.2	Método de Karim y Kennedy (1990)	98
6.2.2.1	Ecuaciones	98
6.2.2.1.1	Formulación Gasto Sólido y Velocidad no Asociados	98
6.2.2.1.2	Formulación Formas de Fondo y Velocidad Asociados ..	99
6.2.2.1.2.1	Formulación A	99
6.2.2.1.2.2	Formulación B	99
6.2.2.2	Análisis de Sensibilidad	99
6.2.2.2.1	Formulación Gasto Sólido y Velocidad no asociados	99
6.2.2.2.2	Formulación Formas de Fondo y Velocidad Asociados ..	100
6.2.2.2.2.1	Formulación A	102
6.2.2.2.2.2	Formulación B	104
6.2.3	Modificación de Karim (1995) al método de Karim y Kennedy	107
6.2.3.1	Ecuaciones	107
6.2.3.2	Análisis de Sensibilidad	108
6.2.4	Método de Nnadi y Wilson (1995)	110
6.2.4.1	Ecuaciones	110
6.2.4.2	Análisis de Sensibilidad	111
6.2.4.2.1	Régimen inferior	111
6.2.4.2.2	Régimen inferior	113
7.	Resultados	115
7.1	Cauces Artificiales	115
7.2	Cauces Naturales	115
7.2.1	Cauces de montaña	120
7.2.1.1	Método de Jarret	120
7.2.1.2	Método de Bathurst	121
7.2.1.3	Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak	122
7.2.1.4	Método de Rice, Kadavy y Robinson	124
7.2.2	Ríos de planicie	127
7.2.2.1	Método de Brownlie	127

7.2.2.2	Método de Karim y Kennedy	131
7.2.2.2.1	Formulación I	131
7.2.2.2.2	Formulación IIA	135
7.2.2.2.3	Formulación IIB	142
7.2.3	Modificación de Karim al método de Karim y Kennedy	149
7.2.4	Método de Nnadi y Wilson	157
8.	Conclusiones y Recomendaciones	161
8.1	Ecuación de Manning en cauces artificiales	161
8.2	Ecuación de Manning en cauces naturales	161
8.2.1	Métodos de montaña	161
8.2.1.1.	Método de Jarret	162
8.2.1.2	Método de Bathurst	162
8.2.1.3	Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak	162
8.2.1.4	Método de Rice, Kadavy y Robinson	163
8.2.2	Métodos para ríos de planicie	163
8.2.2.1	Método de Brownlie	163
8.2.2.2	Método de Karim y Kennedy	164
8.2.2.2.1	Formulación I	164
8.2.2.2.2	Formulación IIA	165
8.2.2.2.3	Formulación IIB	165
8.2.2.3	Modificación de Karim al método de Karim y Kennedy	166
8.2.2.4	Método de Nnadi y Wilson	167
8.3	Conclusiones	167
Bibliografía		169

INTRODUCCIÓN

Entre las ecuaciones más importantes de la Hidráulica de canales se encuentran aquellas que relacionan el tirante con un valor de gasto o velocidad. La gran mayoría de estas ecuaciones están basadas en mediciones experimentales, en especial en casos de canales con pared erosionable. El método más común para relacionar estas variables es utilizar la ecuación de Manning, que involucra el uso de un coeficiente de rugosidad, n .

La adecuada estimación de n es crítica para calcular el gasto en corrientes naturales y artificiales. En el cálculo de rugosidad de cauces naturales, la n depende de la fórmula propuesta según cada autor y de las características particulares de las corrientes (ancho, granulometría, pendiente, etc.). Así, en algunos casos la n es muy sensible a la pendiente y en otros al radio hidráulico o a la granulometría de fondo.

Durante el siglo XX, se propusieron distintos métodos y expresiones para relacionar el tirante con un valor de gasto. Estas ecuaciones han evolucionado en la amplitud de los intervalos de aplicación, en su capacidad para producir resultados cada vez más confiables, y en su capacidad para ser utilizados en aplicaciones computacionales. Sin embargo, el intervalo de aplicación de éstas, frecuentemente está relacionado solamente con los datos empíricos que se utilizaron para el desarrollo de la expresión. Adicionalmente, la incertidumbre en los procesos de medición, pueden provocar errores en los resultados haciendo poco confiable el uso de algunas expresiones, por lo que se requiere de algún tipo de mecanismo de certificación de ecuaciones que garantice el desempeño de éstas.

Para que se pueda considerar completa y confiable, una fórmula que pretenda representar un fenómeno natural debería estar acompañada de:

1. Una lista que especifique el intervalo de las variables.
2. Un análisis de sensibilidad en todo el intervalo de aplicación.
3. Una evaluación de la correlación espuria (si intervienen números adimensionales).
4. Una validación al compararla con datos experimentales y de campo.

A los tres primeros puntos anteriores se les podría llamar documentar la ecuación, y a la cuarta, confirmar su validez en el intervalo de aplicación propuesto.

En este trabajo se cuantifica la sensibilidad de la n , de diferentes fórmulas, con respecto a las variables de las que depende, para mostrarle al ingeniero fluvial qué variable o variables independientes debe considerar con más cuidado en cada caso particular.

1. PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN CAUCES.

Antecedentes

La definición común de un fluido es cualquier sustancia que en reposo toma la forma del recipiente que la contiene. En un fluido, las moléculas pueden cambiar continuamente sus posiciones relativas sin ofrecer gran resistencia entre ellas. El agua es un fluido. Los principios que rigen el comportamiento físico de los fluidos se rigen por cuatro principios básicos:

- a) El principio de conservación de la materia;
- b) La segunda ley de Newton;
- c) El principio de conservación de la energía;
- d) La ecuación de estado.

Al tomar en cuenta las propiedades del agua, estos principios se transforman en leyes que se utilizan en el análisis hidráulico: la ecuación de continuidad es la aplicación de la ley de conservación de masa; la ecuación del impulso es consecuencia de la ley de la conservación de la cantidad de movimiento, y la ecuación de la energía es producto de la ley de la conservación de la energía. La 2ª ley de la Termodinámica está relacionada principalmente con el comportamiento de los gases, por lo que es de poco uso en la hidráulica.

1.1 Ecuación de la Energía

El principio de conservación de energía establece que el cambio de la cantidad total de energía en un volumen de control es igual al calor añadido al fluido, menos el trabajo hecho por el fluido en sus alrededores, es decir:

$$dE = dQ - dW \quad (1.1)$$

Donde E es la energía, Q es el calor añadido o flujo de energía térmica que se mide por el efecto en un cuerpo y W el trabajo hecho por el fluido en sus alrededores. Si se considera el cambio en energía, calor y trabajo por unidad de tiempo se obtiene:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} \quad (1.2)$$

Las energías que contiene un fluido son: energía interna, EI , energía potencial, EP y energía cinética, EK . A estas energías corresponden unas energías por unidad de masa o energías específicas que son:

Energía específica interna que es función de la temperatura

$$e_i = u \quad (1.3)$$

La energía potencial específica, que es función de la diferencia de niveles, h

$$e_p = gh \quad (1.4)$$

La energía cinética específica, que es función de la velocidad del fluido, U

$$e_k = \frac{U^2}{2} \quad (1.5)$$

El trabajo que ejerce el fluido puede efectuarse a través de las fronteras únicamente por medio de fuerzas normales o de presión tangenciales o de cortante y/o de flecha, que es una combinación de ambas, es decir

$$W = W_{\text{presión}} + W_{\text{cortantes}} + W_{\text{flecha}} \quad (1.6)$$

La variación del trabajo por unidad de tiempo (potencia) hecho por el fluido en sus alrededores debido a las fuerzas de presión está dado por

$$\frac{dW_{\text{presión}}}{dt} = \int_{s.c} p \bar{U} \cdot d\bar{A} \quad (1.7)$$

Donde $W_{\text{presión}}$ es el trabajo de presión realizado por el flujo; p es la presión, \bar{U} es la velocidad del agua y $d\bar{A}$ es el vector diferencial de área de la sección. Este término no es una energía de presión, como se le llama comúnmente, sino un trabajo del fluido debido a las fuerzas de presión.

Por otro lado, el cambio de la energía en el volumen de control por unidad de tiempo está definido por

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{v.c} e \rho dV + \int_{s.c} e \rho \bar{U} \cdot d\bar{A} \quad (1.8)$$

Donde ρ es la densidad, V es el volumen, y

$$e = e_p + e_v + e_k \quad (1.9)$$

Si se elige un volumen de control adecuado, el término que representa el trabajo realizado por el esfuerzo cortante por unidad de tiempo, dW_{cortante}/dt se puede eliminar al hacerlos despreciables comparados con el efecto de las fuerzas de presión.

El concepto de potencia en términos hidráulicos se define como

$$P = \gamma QH \quad (1.10)$$

Donde P es la potencia hidráulica, γ es el peso específico del fluido; Q es el gasto; H es la carga hidráulica total, que considera la diferencia de cotas, la presión y la energía cinética.

Si se considera que la variación de calor no afecta notoriamente el comportamiento de los fluidos en hidráulica, la variación de calor en el tiempo, dQ/dt , y la energía interna no aparecen en forma explícita y se agrupan en un término que expresa las pérdidas. Si se consideran sólo las energías potencial y cinética específicas, e_p y e_k , y el trabajo de presión, la carga total de energía es

$$H = \alpha \frac{U^2}{2g} + \frac{P}{\rho} + Z \quad (1.11)$$

donde α es el coeficiente de Coriolis.

Esta expresión se le atribuye por primera vez a Daniel Bernoulli (1738).

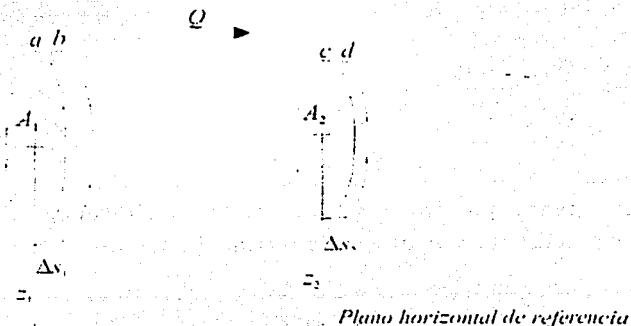


Fig. 1.1 Flujo a través de un tubo de flujo

Al considerar un tubo de flujo como volumen de control y un intervalo de tiempo Δt , el fluido se mueve de a a b , recorriendo una distancia $\Delta s_1 = U_1 \Delta t$, siendo U_1 la velocidad en este punto. En el mismo intervalo, el punto c se mueve $\Delta s_2 = U_2 \Delta t$. Si las áreas medias de las secciones son A_1 y A_2 , el volumen a través de cualquier sección transversal es

$$\Delta V = A_1 \Delta s_1 = A_2 \Delta s_2 \quad (1.12)$$

Si se suponen fronteras del flujo más que lisas, las fuerzas que actúan sobre cada cara del diferencial de volumen ab son la presión, p , y el peso.

El trabajo neto provocado por el desplazamiento de este elemento del volumen diferencial es

$$W = p_1 A_1 \Delta s_1 - p_2 A_2 \Delta s_2 = (p_1 - p_2) \Delta V \quad (1.13)$$

Donde p_1 y p_2 son la presión en cada sección. El signo del segundo término se debe a la orientación del desplazamiento.

La energía cinética en cada sección es

$$EK_1 = \frac{1}{2} \rho (A_1 \Delta s_1) U_1^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V U_1^2 \quad (1.14 a)$$

$$EK_2 = \frac{1}{2} \rho (A_2 \Delta s_2) U_2^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V U_2^2 \quad (1.14 b)$$

Por lo que la variación de la energía cinética entre las dos secciones es

$$\Delta EK = \frac{1}{2} \rho \Delta V (U_2^2 - U_1^2) \quad (1.15)$$

La energía potencial en cada sección es

$$\begin{aligned} EP_1 &= \Delta m g z_1 \\ EP_2 &= \Delta m g z_2 \end{aligned} \quad (1.16)$$

Si se toma en cuenta que $\Delta m = \rho \Delta V$, y Δm es un diferencial de masa, ρ la densidad y ΔV un diferencial de volumen. La variación de energía potencial entre ambas secciones es

$$\Delta EP = \rho \Delta V g (z_2 - z_1) \quad (1.17)$$

Si se iguala el trabajo con la variación total de energía cinética y potencial del elemento según el teorema trabajo-energía

$$W = \Delta EK + \Delta EP = \Delta \nabla(p_1 - p_2) = \frac{1}{2} \rho \Delta \nabla(U_2^2 - U_1^2) + \rho \Delta \nabla g(z_2 - z_1) \quad (1.18)$$

Al reacomodar los términos correspondientes a las secciones 1 y 2 en puntos distintos de la ecuación y dividiendo ambos entre $\Delta \nabla$ se obtiene

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho U_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho U_2^2 \quad (1.19)$$

que es la ecuación de la energía. Esta expresión general relaciona las variaciones en las condiciones de presión, velocidad y altura entre dos puntos o secciones de un flujo.

En condiciones reales, la interacción entre el fluido y sus fronteras y cambios bruscos de dirección provocan que parte de la energía se disipe en forma de energía calorífica, que al no ser aprovechable, se considera como pérdida. Por tal motivo, la ec 1.19 se modifica al introducirse un término que exprese las pérdidas totales, Σh , que resulta en

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho U_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho U_2^2 + \Sigma h \quad (1.20)$$

En hidráulica, la expresión anterior se utiliza dividiendo ambos términos entre la constante de aceleración gravitacional, g , y la densidad, ρ , es decir

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Sigma h \quad (1.21)$$

En esta ecuación los términos tienen unidades de longitud en vez de unidades de energía. Esto se debe a que ésta se expresa en términos de energía específica. Se puede aplicar a tubos o canales, asumiendo que el flujo es incompresible ($\rho =$ constante) y la transferencia de calor es despreciable.

1.2 Fórmulas de Pérdida

Como se mencionó anteriormente, en la interacción entre un fluido y sus fronteras, parte de la energía en el flujo se utiliza para vencer fuerzas de resistencia al movimiento generadas por efectos viscosos, turbulencia que acompaña al movimiento o cambios en la geometría. A las pérdidas provocadas por los efectos

viscosos entre el fluido y las fronteras que lo confinan se les conoce como pérdidas distribuidas o mayores.¹ Estas son proporcionales a la longitud de recorrido y la rugosidad del tubo. Las provocadas por cambios bruscos de dirección y obstáculos se les denominan pérdidas menores, ya que su efecto sólo es local.

El flujo a superficie libre es aquel en el cual el flujo no está completamente confinado y tiene una cara expuesta a la presión atmosférica. En estas condiciones, la fuerza provocada por el peso del líquido tiene una influencia mayor en el comportamiento del agua. Los flujos en océanos, ríos, canales y tubos parcialmente llenos se encuentran dentro de esta denominación.

Un canal prismático es aquel que a lo largo de su longitud tiene una pendiente y una sección transversal constantes. En un canal prismático, cuando los efectos de pérdida por viscosidad y los efectos de gravedad están en equilibrio, se presenta el *flujo uniforme*. En este tipo de flujo, para un instante determinado, la velocidad y el tirante son constantes a lo largo de la vena líquida y se puede asumir que el gradiente de energía es igual a la pendiente de la plantilla del canal.

Se han desarrollado varios métodos para describir el comportamiento del agua en el régimen de flujo uniforme. En estos se relacionan características geométricas como el radio hidráulico, la pendiente y la rugosidad de las fronteras, con la velocidad media del flujo. Entre los más frecuentemente utilizados en el diseño de estructuras hidráulicas se encuentran la ecuación de Chézy, la ecuación de Darcy-Weisbach y la ecuación de Manning.

Los efectos de la viscosidad y la gravedad se evalúan por medio de los números de Reynolds y Froude. El número de Reynolds es un parámetro adimensional que caracteriza la importancia relativa de la acción viscosa. Este número involucra una longitud, L , una velocidad, U , y la viscosidad cinemática, ν , de la siguiente forma

$$R = \frac{UL}{\nu} \quad (1.22)$$

Mientras mayor es el número de Reynolds, la influencia de la viscosidad sobre el patrón del flujo es menor. Por otro lado, a menor número de Reynolds, la importancia de la viscosidad es mayor.

¹ Con frecuencia a este tipo de pérdidas se les llama de fricción, sin embargo, en la interacción entre el flujo y las paredes no existe un efecto real de fricción, sino un efecto cortante producto de la viscosidad del fluido. Según la teoría de capa límite de Prandtl, el fluido en contacto con la pared no se mueve; es decir, permanece pegado a la pared.

El número de Froude es un parámetro adimensional que indica la influencia de la gravedad sobre el flujo. Está formado por una velocidad, U , una densidad, ρ , una diferencia de peso específico, $\Delta\gamma$, y una longitud, L , relacionados por medio de una razón,

$$F = \frac{\rho U^2}{L \Delta\gamma} \quad (1.23)$$

o alguna potencia de ella.

El caso más común es el que se expresa como

$$F = \frac{U}{\sqrt{L \frac{\Delta\gamma}{\rho}}} \quad (1.24)$$

Mientras mayor es la razón $\rho U^2/L$ en comparación con $\Delta\gamma$ para un tipo de flujo, menor es el efecto gravitacional. Valores pequeños indican una mayor influencia de la gravedad. En flujo a superficie libre la longitud característica es el tirante, y la razón $\Delta\gamma/\rho$ se sustituye por la constante de gravedad, g . Por tanto el número de Froude es

$$F = \frac{U}{\sqrt{gd}} \quad (1.24b)$$

1.2.1 Ecuación de Chézy

Esta ecuación fue obtenida por Antoine Chézy en 1768.

Esta expresión supone que el flujo es permanente, la pendiente de la plantilla del canal es pequeña y el canal es prismático. Partiendo de la metodología que propone Chaudry (1993)², se puede demostrar la ecuación de Chézy de la siguiente manera:

Al considerar una porción de flujo en un canal, las fuerzas que actúan sobre un volumen diferencial son: la fuerza de presión sobre la cara aguas arriba, F_1 ; la fuerza de presión actuando sobre la cara aguas abajo, F_2 ; la componente del peso aguas abajo, W_x , y la fuerza debida al esfuerzo cortante que actúa a lo largo del perímetro mojado del canal, F_f .

² ref 4 pp 77-79.

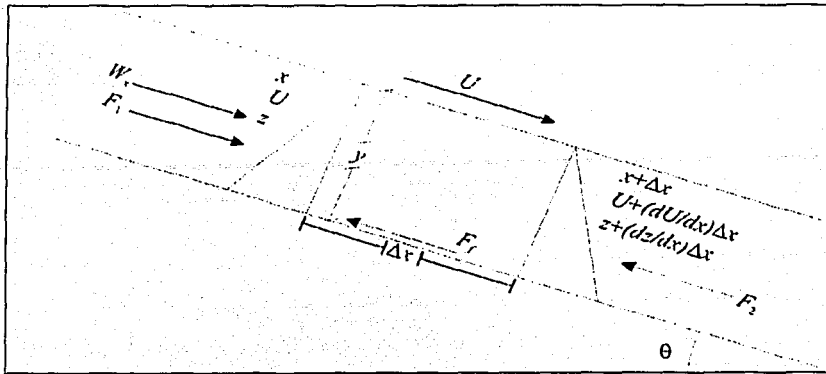


Fig. 1.2 Fuerzas actuantes en un volumen diferencial

Las fuerzas provocadas por la presión son

$$F_1 = \gamma A \bar{z} \quad (1.25)$$

$$F_2 = \gamma A \bar{z} \quad (1.26)$$

donde \bar{z} es la profundidad del centroide de la sección transversal del canal.

La componente del peso en la dirección paralela a la plantilla es

$$W_x = \gamma A \Delta x \sin \theta \quad (1.27)$$

Al ser la pendiente pequeña,

$$\sin \theta \approx \tan \theta = -\frac{dz}{dx} = S \quad (1.28)$$

por lo que la componente del peso en dirección de la plantilla es

$$W_x = -\gamma A \frac{dz}{dx} \Delta x \quad (1.29)$$

El esfuerzo producto de los efectos viscosos o esfuerzo cortante, τ_0 , actúa en sentido contrario al desplazamiento y a lo largo del perímetro mojado. Si se utiliza un valor promedio, la fuerza producto de este esfuerzo cortante es

$$F_f = \tau_0 P \Delta x \quad (1.30)$$

donde P el perímetro mojado.

Al sumar todas las fuerzas actuantes se obtiene

$$F_R = \sum F_x = F_1 - F_2 + W_x - F_f \quad (1.31)$$

donde F_R la resultante en dirección x .

Si se sustituyen los valores de cada fuerza y tomando en cuenta que $F_1 = F_2$, se obtiene

$$F_R = -\gamma A \Delta x \left(\frac{dz}{dx} + \frac{P\tau_0}{\gamma A} \right) \quad (1.32)$$

Si se aplica la 2ª ley de Newton, haciendo la resultante igual al cambio de impulso por unidad de tiempo

$$-\gamma A \Delta x \left(\frac{dz}{dx} + \frac{\tau_0}{R\gamma} \right) = \rho A U \left[\left(U + \frac{dU}{dx} \Delta x \right) - U \right] \quad (1.33)$$

ya que el radio hidráulico se define como la razón entre el área y el perímetro mojado ($R = A/P$). Al simplificar la expresión anterior, y tomando en cuenta que la velocidad es constante para todo el flujo ($dU/dx = 0$)

$$\tau_0 = -\gamma R \frac{dz}{dx} = \gamma R S \quad (1.34)$$

Si se realiza un análisis dimensional según datos experimentales³ se puede plantear que el esfuerzo cortante es proporcional al cuadrado de la velocidad

$$\tau_0 = k\rho U^2 \quad (1.35)$$

donde k es una constante adimensional que depende del número de Reynolds y la rugosidad del canal. Al igualar se obtiene

$$U = \sqrt{\frac{g}{k} RS} \quad (1.36)$$

Que se puede escribir como

$$U = C \cdot \sqrt{RS} \quad (1.37)$$

³ ref 11 p 29.

A la constante C se le denomina de Chézy y tiene dimensiones de $[L^{1/2}/T]$, y como se mencionó anteriormente depende de la rugosidad del canal, el número de Reynolds y la sección transversal del canal.⁴

Diversos autores han propuesto ecuaciones para el cálculo del coeficiente de Chézy, C .

Si se toma en cuenta la rugosidad, k , como un parámetro de longitud se puede definir un número de Reynolds relacionado a la rugosidad, R_s ,

$$R_s = \frac{kU}{\nu} \quad (1.38)$$

donde k es la rugosidad del canal; U , es la velocidad asociada al cortante y ν es la viscosidad cinemática.

Henderson (1966)⁵ propuso dos ecuaciones para calcular el coeficiente de Chézy:

Para pared lisa ($R_s < 4$)

Si el número de Reynolds, $R < 10^5$,

$$C = 28,6R^{\frac{1}{8}} \quad (1.39 a)$$

Para $R > 10^5$

$$C = 4\sqrt{2g} \log_{10} \left(\frac{R\sqrt{8g}}{2,51C} \right) \quad (1.39 b)$$

Para pared rugosa ($R_s > 100$)

$$C = -2\sqrt{8g} \log_{10} \left(\frac{k}{12R} + \frac{2,5}{R\sqrt{f}} \right) \quad (1.39 c)$$

en donde R es el radio hidráulico y f el coeficiente de rugosidad de Darcy-Weisbach.

También se puede obtener el coeficiente de Chézy a partir de la ecuación de Blasius⁶ para el coeficiente de rugosidad de Darcy-Weisbach, quedando para unidades del SI

⁴ ref 4, p 80.

⁵ ref 4, p81.

⁶ ref 27, p 718.

$$C = 15,76R^{\frac{1}{8}} \quad (1.40)$$

Entre otras ecuaciones similares se encuentran⁷:

La ecuación de Bazin

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\Delta}{\sqrt{R}}} \quad (1.41)$$

donde Δ es función del material. Entre algunos valores están

Tabla 1.1: Valores de Δ de Bazin⁸

Material	Δ de Bazin
Acero sin Costura (nuevo)	0,10
Fierro fundido limpio (nuevo)	0,16
Fierro Fundido, sin incrustaciones (usado)	0,23
Fierro Fundido, con incrustaciones (viejo)	0,36
Asbesto - Cemento (nuevo)	0,06
Concreto, acabado común	0,18

La ecuación de Kutter

$$C = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} \quad (1.42)$$

donde m es función del material. Los valores de esta constante son:

⁷ ref 31. p294.

⁸ ref 31. p294.

Tabla 1.2: Valores de m de Kutter⁹

Material	m de Kutter
Acero sin costura (nuevo)	0,25
Acero sin costura (usado)	0,35
Fierro fundido limpio (nuevo)	0,25
Fierro fundido, sin incrustaciones (usado)	0,275
Fierro fundido, con incrustaciones (viejo)	0,35
Conductos con acabado interior de cemento pulido	0,10
Concreto, acabado liso	0,20
Madera cepillada o en duelas	0,10

Por lo general, se utilizan valores empíricos que dependen únicamente del material.

1.2.2 Ecuación de Darcy-Weisbach

De manera similar al caso anterior, al plantear una sumatoria de las fuerzas actuantes sobre una porción diferencial del flujo se obtiene la ecuación

$$F_R = \sum F_x = F_1 - F_2 + W_x - F_f \quad (1.31)$$

Según Darcy¹⁰, el esfuerzo cortante varía proporcionalmente al cuadrado de la velocidad, es decir

$$\tau_0 = \frac{f}{4} \rho \frac{U^2}{2} \quad (1.43)$$

donde f es un coeficiente empírico conocido como coeficiente de Darcy-Weisbach.

Para el sistema de la fig 1.2, al ser el flujo uniforme se cancelan las fuerzas hidráulicas producto de la presión y la variación de velocidad, por lo que

⁹ ref 31. p 294

¹⁰ ref 27. p 713. Se presenta un procedimiento basado en el publicado por Shames.

$$W \sin \theta - F_f = 0 \quad (1.44)$$

donde F_f la fuerza producto del esfuerzo cortante a lo largo del perímetro mojado, P .

Si se plantea la ecuación anterior sustituyendo ambas variables

$$\rho g A \Delta x \sin \theta = \Delta x \int_0^P \tau_w dP \quad (1.45)$$

Donde A es la sección transversal.

El esfuerzo cortante en la pared varía a lo largo del perímetro mojado, P , en una sección, pero se puede asumir un valor medio. Si se utiliza este valor y la definición de radio hidráulico, $R = A/P$, la ecuación anterior se puede plantear como

$$\rho g R \sin \theta = \tau_w \quad (1.46)$$

Al igualar los valores de esfuerzo cortante se obtiene

$$U = \left(\frac{8g}{f} \right)^{\frac{1}{2}} (R \sin \theta)^{\frac{1}{2}} \quad (1.47)$$

Si la pendiente es pequeña, la ec 1.28 es válida y la ecuación anterior es

$$U = \left(\frac{8gSR}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.48)$$

Que es la ecuación de Darcy-Weisbach para canales.

El factor de pérdida, f , es adimensional. En el régimen laminar depende del número de Reynolds del flujo, R , de la rugosidad de la plantilla y la forma y tamaño de la sección transversal. Cuando el régimen es turbulento (valores grandes del número de Reynolds) y factores de rugosidad grandes, el factor de pérdida, f , depende únicamente del coeficiente de rugosidad.

Diversos autores han planteado ecuaciones para el cálculo del factor de fricción de Darcy-Weisbach, entre estas ecuaciones se encuentran:

La fórmula de Blasius para flujo sobre pared hidráulicamente lisa y para flujos con números de Reynolds $R < 10^5$

$$f = \frac{0,316}{R^{1/4}} \quad (1.49)$$

Las ecuaciones de Shames¹¹ para tres distintas zonas de flujo

Para flujo sobre pared lisa y $R > 10^5$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,0 \log \left(\frac{R\sqrt{f}}{2,51} \right) \quad (1.50)$$

Para flujo en zona de transición, Shames propone una modificación de la ecuación de Colebrooke

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,16 - 2 \log \left[\frac{e}{R} + \frac{30}{R\sqrt{f}} \right] \quad (1.51)$$

donde e es la rugosidad del material;

Para flujo sobre superficies rugosas donde $e/R \gg 30/[R\sqrt{f}]$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,16 - 2 \log \left(\frac{e}{R} \right) \quad (1.52)$$

La herramienta más común para la evaluación del coeficiente de fricción, f , es el diagrama de Moody. En éste se muestran diversas curvas empíricas que muestran valores del coeficiente de fricción, f ; en función del número de Reynolds y la rugosidad del material en las tres zonas.

Ya que el coeficiente de rugosidad no es constante y varía según las condiciones del flujo, se puede utilizar el siguiente proceso iterativo para calcularlo

1. Estimar un coeficiente de rugosidad, f_1 .
2. Con el valor de f_1 , calcular U con la ec 1.48.
3. Calcular el número de Reynolds, R , utilizando como longitud característica $L = 4R$.
4. Con el número de Reynolds y una rugosidad relativa $e/4R$, encontrar el valor correspondiente f utilizando el diagrama de Moody.
5. Comparar f_1 y f . En caso de no ser iguales, reiniciar el proceso utilizando f hasta obtener un grado de exactitud aceptable.

¹¹ ref 27. p 719.

1.2.3 Ecuación de Manning

La ecuación de Manning es la ecuación más difundida y utilizada en el diseño de canales gracias a su simplicidad. Robert Manning observa que el coeficiente de Chézy varía inversamente con respecto al coeficiente propuesto por Ganguillet y Kutter (1869) de la siguiente manera:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (1.53)$$

De esta observación, Manning plantea dos ecuaciones que presentó el 4 de diciembre de 1889 en una reunión de la Institution of Civil Engineers of Ireland¹²

$$U = C' \sqrt{gRS} \left[1 + \frac{0.22}{mR} (R - 0.15m) \right] \quad (1.54)$$

y

$$U = CR^{2/3} S^{1/2} \quad (1.55)$$

Donde U es la velocidad media del flujo; R el radio hidráulico; S la pendiente; C y C' un coeficiente; g la aceleración gravitacional, m la presión atmosférica en altura de mercurio (0,76 m o 30 in).

De estas dos ecuaciones, la más difundida es la segunda, en la cual se sustituye el coeficiente C , por otro que depende exclusivamente del material de la superficie, quedando como

$$U = \frac{K_n}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (1.56)$$

en donde K_n es una constante que obtiene el valor 1 cuando se utiliza el SI, y 1,486 cuando el radio hidráulico se expresa en pies y la velocidad en pies por segundo; n un coeficiente que depende únicamente de la rugosidad del material.

La ecuación anterior no es dimensionalmente homogénea. El coeficiente n , según la ecuación, tiene unidades de tiempo por menos la raíz cúbica de longitud [$TL^{-1/3}$]. No es dimensionalmente consistente que una rugosidad tenga unidades de tiempo, ya que la rugosidad está relacionada con características geométricas. No existe un

¹² No existe un consenso general sobre el origen de la ecuación de Manning. En ocasiones incluso se le ha atribuido la ecuación 1.55 a otros autores.

consenso general sobre las unidades del coeficiente de rugosidad de Manning. En ciertos casos se les asignan unidades de longitud elevada a un sexto, $[L^{1/6}]$. En otros casos se supone adimensional y se le asignan las unidades a la constante K_n . Ambos criterios se pueden utilizar indistintamente.¹³

Para hacer dimensionalmente congruente la ecuación de Manning, Yen (1992) propuso modificar la ecuación y el coeficiente de Manning, quedando

$$U = \frac{\sqrt{g}}{n_s} R^{2/3} S^{1/2} \quad (1.57)$$

donde n_s el coeficiente de Manning modificado, que según Yen es

$$n_s = n \left(\frac{\sqrt{g}}{K_n} \right) \quad (1.58)$$

Así K_n es una constante que obtiene el valor 1 cuando se utiliza el SI, y 1,486 cuando el radio hidráulico se expresa en pies y la velocidad en pies por segundo.

Hasta el día de hoy, la modificación de Yen no se ha difundido, por lo que lo más común es el uso de la ecuación de Manning original.

La tendencia general es utilizar valores del coeficiente de Manning directamente de tablas que se encuentran en la bibliografía. Esto es aceptable para canales de pared rígida, sin embargo, para el caso de cauces naturales, adicional a la rugosidad del material, se presentan formas de fondo, que alteran el valor de la rugosidad. No existe un coeficiente único para una corriente, sino que según el estado del flujo, es decir, la velocidad, la pendiente, condiciones anteriores como avenidas recientes, y otras como la vegetación y la sinuosidad del cauce influyen en el valor del coeficiente de Manning, y por consiguiente, es necesario calcularlo basándose en observaciones de campo.

1.2.4 Equivalencias entre los Coeficientes

A partir de las ecuaciones que definen la velocidad, se puede hacer una equivalencia entre los distintos coeficientes de resistencia para relacionarlos entre sí. La relación entre los coeficientes de Chézy, Darcy – Weisbach y Manning es

¹³ Ver Ref 5. p 98-99.

$$\frac{U}{U_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{n\sqrt{g}} \quad (1.59)$$

Donde U_* es la velocidad asociada al cortante, definida por

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{gRS} \quad (1.60)$$

τ_0 es el esfuerzo cortante y ρ la densidad del fluido.

2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.

En cualquier tipo de mediciones se encuentra involucrado algún grado de incertidumbre. Esta incertidumbre se refleja en distorsiones del valor real de las mediciones, es decir, en errores. Existen tres tipos de errores: error accidental, error de exactitud o sistemático y error de precisión. Al sumar estos tres tipos de errores se forma el error total, que se puede definir como la diferencia entre la medición y el valor real.

El error accidental se debe a errores humanos o de mal funcionamiento del equipo. Para evitar este error se deben hacer observaciones cuidadosamente, repetir las lecturas y comprobar el funcionamiento del equipo antes y después de cada medición. Cuando se detecte esta clase de error se deben descartar las observaciones hechas por el observador utilizando una metodología específica como el criterio de Chauvenet u otros.¹⁴

El error de exactitud o sistemático está relacionado con la media de los valores experimentales y se repite en cada medición. No disminuye aunque se aumente el número de observaciones. Para determinar el error de exactitud y eliminarlo se debe calibrar el instrumento de medición utilizando un conjunto de valores conocidos y comparar estos datos con los valores medidos para obtener los valores reales en las siguientes lecturas.¹⁵

El error de precisión es producto de las variaciones aleatorias que ocurren en el proceso de medición. Está relacionado con la dispersión de datos, es decir la variancia, y es el de mayor interés. Se puede reducir repitiendo varias veces las lecturas.¹⁶

2.1. Objetivo

La incertidumbre en las variables independientes tiene un efecto en la variable dependiente. El análisis de sensibilidad tiene como objeto el evaluar la influencia de esta incertidumbre como variación en el resultado final. La influencia de cada variable se evalúa según sea el efecto de la variación de ésta en el resultado final. Mientras mayor sea la variación en el resultado, con respecto al cambio en la

¹⁴ ref 8., p 158.

¹⁵ ref 8 p 159.

¹⁶ ref 8, p160.

variable, mayor será la influencia de la variable sobre el resultado, es decir, más sensible será el resultado a esa variable.

Del análisis de sensibilidad se puede determinar cuál es la variable predominante en el resultado, o sea, qué variable tiene mayor influencia en el resultado, y evaluar el error que se genera debido a la incertidumbre en cada variable y por tanto, definir restricciones en el error permisible en las mediciones.

2.2 Metodología

Para realizar el análisis de sensibilidad se utiliza la evaluación de propagación de errores.

De esta manera se puede determinar el efecto de la variación de cada variable.

Si se tiene una función

$$R = f(x, y, z, \dots) \quad (2.1)$$

donde R es el resultado final y (x, y, z, \dots) son las variables que pueden tener un cierto error de precisión, e_x, e_y, e_z, \dots , el error final estará dado por

$$e_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 e_x^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)^2 e_y^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 e_z^2 + \dots \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.2)$$

La influencia de cada variable se expresa por medio del término

$$\left(\frac{\partial R}{\partial m} \right)^2 e_m^2$$

Los términos correspondientes a cada variable deben compararse unos con otros. La variable dependiente es más sensible a la variable independiente con el término anterior de mayor magnitud.

Para el uso de esta ecuación se puede sustituir el error de precisión, e , por el error probable, Φ , o la desviación estándar, siempre y cuando se utilice el mismo índice para todas las variables.

Cuando algunas variables son a su vez función de otras variables, puede convenir las ecuaciones separadas para hacer el manejo de las distintas ecuaciones más

sencillo¹⁷.

Para funciones productos de potencias, como

$$a = KA^{\beta_A} B^{\beta_B} C^{\beta_C} \dots N^{\beta_N} \quad (2.3)$$

donde $\beta_A, \beta_B, \beta_C, \dots, \beta_N$, son los exponentes de las distintas variables y K es una constante, al derivar la función se obtiene

$$\frac{\partial a}{\partial A} = K\beta_A A^{(\beta_A-1)} B^{\beta_B} C^{\beta_C} \dots N^{\beta_N} \quad (2.4)$$

Al elevar al cuadrado esta expresión

$$\left(\frac{\partial a}{\partial A}\right)^2 = K^2 \beta_A^2 A^{2(\beta_A-1)} B^{2\beta_B} C^{2\beta_C} \dots N^{2\beta_N} \quad (2.5)$$

Si se expresa el error de precisión de cada variable por medio de un coeficiente que multiplica a la variable

$$\begin{aligned} e_A &= \alpha_A A; \\ e_B &= \alpha_B B; \\ &\dots \\ e_N &= \alpha_N N \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \dots, \alpha_N$, son un porcentaje de error. Al elevar al cuadrado y sustituir en la ec 2.2

$$e_a = \left[\left(K^2 \beta_A^2 A^{2(\beta_A-1)} B^{2\beta_B} \dots N^{2\beta_N} \right) \alpha_A^2 A^2 + \dots + \left(K^2 \beta_N^2 A^{2\beta_A} B^{2\beta_B} \dots N^{2(\beta_N-1)} \right) \alpha_N^2 N^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.7)$$

que simplificando queda

$$e_a = \left[\left(KA^{\beta_A} B^{\beta_B} \dots N^{\beta_N} \right)^2 \left(\beta_A^2 \alpha_A^2 + \beta_B^2 \alpha_B^2 + \dots + \beta_N^2 \alpha_N^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \left[a^2 \left(\beta_A^2 \alpha_A^2 + \beta_B^2 \alpha_B^2 + \dots + \beta_N^2 \alpha_N^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

Por lo que la expresión general para funciones productos de potencia se puede simplificar como

$$e_a = a \left[\alpha_A^2 \beta_A^2 + \alpha_B^2 \beta_B^2 + \alpha_C^2 \beta_C^2 + \dots + \alpha_N^2 \beta_N^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

La aplicación de esta ecuación se ilustra en el siguiente ejemplo.

¹⁷ ref 8, pp 163 - 164.

El gasto en vertedores se calcula con una expresión de tipo

$$Q = C_D A \sqrt{2gH} \quad (2.10)$$

Donde C_D es el coeficiente de descarga; A el área; y H la carga sobre el vertedor. En el caso específico de vertedores rectangulares, el área es

$$A = BH \quad (2.11)$$

donde B es el ancho del vertedor. Por lo que la expresión anterior se escribe como

$$Q = C_D \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (2.12)$$

En condiciones en las que el flujo es turbulento se puede suponer que el coeficiente de descarga, C_D , sólo depende de características del vertedor, como el ancho del canal de llamada, la altura desde el fondo del canal, entre otros elementos geométricos, y es independiente del número de Reynolds, por lo que el gasto sólo es función del ancho del vertedor, B , y la carga, H ,

$$Q = \phi(B, H) \quad (2.13)$$

Para esta expresión, los valores de los coeficientes β , o sea los exponentes de B y H en la ec 2.12, son:

$$\begin{aligned} \beta_B &= 1 \\ \beta_H &= 1,5 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Si se supone 5% de error de precisión en la medición del ancho del vertedor y 3% de error de precisión en la medición de la carga, los valores de los coeficientes α son:

$$\begin{aligned} \alpha_B &= 0,05 \\ \alpha_H &= 0,03 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Que al sustituir en la ec 2.9 el error en el gasto es:

$$e_Q = Q \left[\alpha_H^2 \beta_H^2 + \alpha_B^2 \beta_B^2 \right]^{\frac{1}{2}} = Q \left[(0,0009) * (2,25) + (0,0025) * (1) \right]^{\frac{1}{2}} = 0,0673Q \quad (2.16)$$

Lo que es equivalente a afirmar que con un error del 3% en la carga y un 5% en el ancho del vertedor, el error de precisión del gasto es de 6,73%.

También se puede ver que para los casos donde se define una variable por medio de otra, se deben utilizar reglas de derivación, entre ellas la regla de la cadena, según la cual si una función, $f(u)$, se quiere derivar con respecto a la variable x y la variable $u(x)$ es función de la variable x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.17)$$

Otra regla es la derivación de productos de funciones, según la cual si se tiene un producto de funciones, J y K , ambas derivables con respecto a una variable x , la derivada del producto es:

$$\frac{d(J^n K^n)}{dx} = nJ^{(n-1)} \frac{dK}{dx} + nK^{(n-1)} \frac{dJ}{dx} \quad (2.18)$$

Por ejemplo, para la ecuación del gasto en vertedores, si se considerara la ecuación en la que se expresa el área (ec 2.10), al derivarse en función de la carga sobre el vertedor, H , y tomar en cuenta las reglas de derivación

$$\frac{\partial Q}{\partial H} = C_D \cdot \sqrt{2g} \left[\frac{1}{2} H^{-\frac{1}{2}} A + H^{\frac{1}{2}} \frac{\partial A}{\partial H} \right] \quad (2.19)$$

A partir de la ec 2.11, la derivada parcial del área con respecto a la carga sobre el vertedor, H , es

$$\frac{\partial A}{\partial H} = B \quad (2.20)$$

al sustituir esta ecuación y la definición de área en la ec 2.18,

$$\frac{\partial Q}{\partial H} = C_D \cdot \sqrt{2g} \left[\frac{1}{2} H^{\frac{1}{2}} B + H^{\frac{1}{2}} B \right] = \frac{3}{2} C_D \cdot \sqrt{2g} H^{\frac{1}{2}} B \quad (2.21)$$

que es equivalente a derivar la ec 2.12 directamente.

En el presente trabajo se hace un análisis de sensibilidad de ocho ecuaciones de resistencia para canales a superficie libre naturales y artificiales. Para ello se definen los causes usando valores comunes (de radio hidráulico, diámetro representativo de partícula, pendiente, etc.) en la práctica para poder cuantificar la influencia de cada variable en el error total, determinar la variable o variables dominantes en cada rango y así poder establecer recomendaciones para el uso de las fórmulas o las mediciones necesarias para su aplicación.

3. CAUCES ARTIFICIALES.

3.1 Descripción.

Los canales artificiales son los que han sido construidos por el ser humano. Entre estos están los canales de navegación, canales de fuerza, canales de riego, obras de excedencias, y otros. Los canales artificiales pueden ser revestidos (de pared fija o de fondo fijo) o no revestidos (de fondo móvil).¹⁸ Frecuentemente, en tramos largos, los canales artificiales recubiertos son prismáticos, es decir tienen una sección transversal y pendiente constantes. Los canales se diseñan con recubrimiento con el propósito de:

- Tener mayor resistencia a la erosión: Al ser más resistentes, soportan más altas velocidades que los canales no revestidos; por tanto, cuando las velocidades del flujo sobre un canal son altas o se producen cambios bruscos de velocidad, es conveniente el revestir el canal.
- Preservar la geometría de diseño: Al ser más resistentes a la erosión, la geometría original se mantiene, y por ende, su funcionamiento es conforme al diseño.
- Crear una pared impermeable: Cuando se requiere que en la conducción no se tengan filtraciones se escoge un material impermeable para recubrir el canal.

Los elementos más importantes en la determinación de la geometría de un canal es su función y el gasto que éste desalojará. Los factores que deben tomarse en cuenta en el diseño de canales recubiertos son:

Material que forma el cauce y que determina la rugosidad: El material se selecciona según el costo, su disponibilidad, proceso constructivo, objetivo del recubrimiento y tipo del suelo sobre el cual se realizará la construcción. Los materiales más comunes que se utilizan para recubrir canales son losas de concreto, mampostería, asbesto, plástico, asfalto y guanita.¹⁹ Otros materiales que se han adaptado al recubrimiento de canales son el polietileno, que se utiliza en ductos flexibles, y los geotextiles.

¹⁸ Los elementos de diseño de los canales no revestidos y de los revestidos es distinto, ya que en los canales de fondo móvil el fenómeno es más complejo por la interacción entre la vena líquida y las paredes. La hidráulica de los canales no revestidos utiliza elementos que pertenecen a la hidráulica fluvial, por lo que los elementos de diseño de estos se presenta en el siguiente capítulo.

¹⁹ ref 6 p580.

Velocidad mínima permisible: Fijar un límite inferior a la velocidad tiene como función impedir que se deposite material sólido que transporta la corriente y evitar el desarrollo de vegetación.²⁰ La velocidad mínima depende de la granulometría del material en suspensión y si la debe transportar o no. Mientras más grueso sea el material a transportar, mayor es la velocidad mínima; por lo que en ocasiones es más conveniente eliminar este tipo de material. La velocidad mínima recomendada para evitar el crecimiento de vegetación es de 40 ó 50 cm/s

²¹

Velocidad máxima permisible: Este límite superior se establece conforme a la resistencia del recubrimiento a la erosión cuando el canal transporta arena; La velocidad debe limitarse para reducir o evitar el desgaste por abrasión del recubrimiento.

Inclinación de los taludes: La forma más común en los canales recubiertos es la trapecial. La inclinación de los taludes que constituyen las paredes laterales del canal está determinada por la estabilidad del material base y el proceso constructivo del recubrimiento. Sin embargo, debe escogerse un talud lo más vertical posible, dependiendo de la resistencia del material, para minimizar el volumen de excavación.

Bordo Libre: El bordo libre es la distancia desde la superficie del agua hasta la parte más alta de las paredes de un canal.²² El bordo libre se diseña para que el agua no salga del canal, ya sea por efecto de oleaje o fluctuaciones en la superficie. No existe un criterio único para su determinación. Se dimensiona según sea el riesgo de desbordamiento y los posibles daños. Por lo general se sigue el criterio propuesto por el US Bureau of Reclamation. Mientras mayores sean las velocidades del escurrimiento, las dimensiones del bordo libre deben ser mayores.

Sección más económica: Además de las restricciones anteriores, factores físicos influyen en la elección del diseño final de un canal. Por ejemplo, la topografía influye en la determinación de la pendiente. De las alternativas disponibles, se debe realizar un balance entre eficiencia hidráulica y menor costo para determinar la sección más económica. Entre los factores que influyen en el costo encuentran el costo de excavación, el costo del recubrimiento, la facilidad de acceso y construcción, y la pendiente del canal.

²⁰ ref 6 pp 582 - 583

²¹ ref 6 pp 582 - 583

²² ref 6, pp 582 - 583

La n de Manning en canales recubiertos depende principalmente de la rugosidad del material que forma el recubrimiento. Esta rugosidad está representada por el tamaño y forma del material en el perímetro mojado. Otros factores de menor influencia en la n de Manning, son:

La vegetación: Se le considera como una rugosidad superficial. Reduce la capacidad del canal y retarda el flujo. Si la vegetación es excesiva, puede dañar el recubrimiento. Su influencia varía según la altura, densidad y distribución sobre el canal. Para evitarla se debe dar mantenimiento constante.

La irregularidad del canal: Las irregularidades en el perímetro mojado y las variaciones en la sección transversal, como transiciones, provocan pérdidas locales que se pueden considerar como un aumento en la rugosidad.

La alineación del canal: Cuando hay cambios de dirección del flujo hay pérdidas. Las curvas con radios grandes provocan pérdidas pequeñas, mientras que las curvas agudas con varios meandros provocan pérdidas mayores, que se reflejan en un valor del coeficiente n mayor.

La sedimentación: Es común que el flujo lleve partículas en suspensión. La sedimentación de estas partículas cambia la sección y la irregularidad de un canal, reduciendo el valor de n , pero reduciendo el área de la sección transversal y alterando las condiciones originales de diseño.

La erosión del material de recubrimiento: La erosión del material provoca un aumento en la irregularidad del radio hidráulico, aumentando la rugosidad. La erosión debe evitarse seleccionando un material suficientemente resistente, y evitando presiones negativas.

Obstrucciones: Obstáculos como las pilas de puentes y rejillas provocan pérdidas de energía locales que se reflejan en el coeficiente n . La influencia de los obstáculos depende de su tamaño y forma.

La relación tirante y gasto: La influencia de la relación entre tirante la rugosidad de la pared influye en la magnitud de n . A mayor tirante, la rugosidad tiene un efecto menor en el gasto. Cuando el tirante es menor, las irregularidades emergen y tienen una influencia mayor en el gasto.

Para tomar en cuenta estos parámetros se puede utilizar un criterio que varios autores, entre ellos V. Kolar²³, proponen para calcular el coeficiente n en ríos, según el cual

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4)k \quad (3.1)$$

Para esta ecuación, se elige el coeficiente n_0 según el material y se eligen los valores de los otros coeficientes según las condiciones del canal. Los valores de estos coeficientes son:

Tabla 3.1 Coeficiente de rugosidad n_n en cauces naturales²⁴

Material (n_0)	Tierra	0,020
	Roca	0,025
	Arena 1 - 2 mm	0,024
	Grava 2 - 20 mm	0,028
Irregularidades en el fondo y las paredes del cauce (n_1)	Liso	0,000
	Irregularidades pequeñas	0,005
	Irregularidades medias	0,010
	Irregularidades grandes	0,020
Cambios en la forma del área hidráulica a lo largo del cauce (n_2)	Perfil uniforme	0,000
	Pocos cambios	0,005
	Cambios Frecuentes	0,010 - 0,015
Obstáculos (n_3)	Despreciables	0,000
	Suaves	0,010 - 0,015
	Notables	0,020 - 0,030
	Bruscos	0,040 - 0,060
Vegetación (n_4)	Poca	0,005 - 0,010
	Mediana	0,010 - 0,025
	Mucha	0,025 - 0,050
	Demasiada	0,050 - 0,100
Trazo longitudinal (k)	Aproximadamente Recto	1,000
	Curvas suaves	1,150
	Curvas notables	1,200

²³ ref 11. p 32.

²⁴ ref 11. p 32

Los valores que se utilizan más frecuentemente para la asignación del coeficiente de rugosidad n , en canales recubiertos son los publicados por Chow (1959), en las que se asignan valores mínimos normales y máximo según el recubrimiento del canal. Entre otros valores de este coeficiente se encuentran:

Tabla 3.2 Valores del Coeficiente de Manning

Tipo del conducto y acabado	n
Muy liso, vidrio, lucita, bronce. Paredes alineadas	0,009 – 0,010
Madera lisa, metal, concreto liso. Paredes alineadas	0,011 – 0,012
Madera lisa, metal, concreto liso. Paredes razonablemente alineadas	0,013
Madera en buen estado, superficies de concreto con algo de curvatura	0,014
Madera con depósitos, concreto liso, acabado con plana. Metal con proyecciones leves o liso con curvaturas excesivas	0,015
Canales de metal con proyecciones grandes. Madera o concreto con depósitos de algas	0,016
Revestimiento de mampostería	0,020
Tepetates duros, tobas, pizarras, etc	0,027
Tierra	0,030
Roca	0,033

3.2 Clasificación.

La clasificación de los canales revestidos que a continuación se propone se realiza de acuerdo con la magnitud del radio hidráulico, es decir, su tamaño, su pendiente y su utilidad. Esta no es una clasificación rígida debido a la gran variedad de combinaciones posibles en el diseño de un canal.

Obras de Excedencias: En el diseño de presas siempre es necesario integrar una estructura que desaloje el agua que sobrepase la capacidad de almacenamiento de un vaso. A esta estructura se le conoce como obra de excedencias. Dependiendo de las condiciones del terreno y la topografía, se integran uno o varios conductos con el objeto de conducir el agua desde el vaso de almacenamiento a un lugar aguas abajo hacia el río, donde no se dañe la estructura y se evite al máximo la socavación en el río. Frecuentemente a estos conductos se les llama rápidas. La conducción se puede diseñar como canal o como túnel. Cuando se construyen como canal son de sección rectangular o trapecial. En los casos en los que se construye

como túnel, la sección puede ser en forma rectangular o circular. Cuando la obra de excedencia se construye en forma de túnel, el conducto puede funcionar como canal o rara vez como tubo a presión. Se diseñan para transportar gastos muy grandes y velocidades altas, por lo que se revisten con concreto. Por lo general tienen un radio hidráulico grande y pendientes altas.

Obra de Desvío: Para la construcción de la cortina de una presa es necesaria una obra que permita desviar el agua que transita por el río para tener una zona segura donde se pueda realizar dicha construcción. A la estructura que se construye con este objetivo se le conoce como obra de desvío. El diseño de la obra de desvío puede ser en tajo o en túnel. Cuando se construye como tajo la geometría de la sección puede ser rectangular o trapecial. Cuando se diseña en forma de túnel, la geometría más común es la circular, aunque también en ocasiones se diseña en forma de herradura o portal; en estos casos el conducto puede funcionar a cielo abierto o a presión. Se diseña para conducir el gasto del río y evitar la socavación en éste. El conducto puede ser revestido o no, dependiendo de la resistencia del material del terreno sobre el que se realizará construcción de la obra de desvío. Por lo general tienen radios hidráulicos de medianos a grandes, velocidades de bajas a medias y pendientes bajas.

Canales Grandes: En esta clasificación se encuentran los ríos que se han recubierto, conducciones de agua, los grandes canales de drenaje, y todos aquellos que tienen un ancho de superficie libre mayor a los 20 m y están recubiertos. Están diseñados para transportar gastos grandes. La geometría de sección más común es la trapecial. Por lo general tienen radios hidráulicos grandes, velocidades de bajas a medias y pendientes bajas.

Obras de Riego: Algunas obras de conducción de agua para riego están recubiertas. Éstas tienen una gran variedad de tamaños, ya que dependen de si estos canales son principales o secundarios. En su gran mayoría tienen radios hidráulicos de pequeños a medianos. La geometría de la sección transversal es trapecial o rectangular. En general transportan gastos medios a bajos. Las velocidades varían de bajas a medias y la pendientes suelen ser bajas.

Drenajes: Los drenajes pluviales o sanitarios son diseñados para funcionar como canal. La geometría más común es la circular. El radio hidráulico varía en un gran intervalo que depende del tipo de drenaje y si de este es principal o secundario. Las pendientes son medias a altas y la velocidad es generalmente media a alta.

Los intervalos de las variables radio hidráulico, gasto, pendiente y rugosidad más común se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3.2 Parámetros de clasificación de canales recubiertos

Clasificación	Radio hidráulico, R (m)	Gasto, Q (m³/s)	Pendiente, S	Coefficiente de rugosidad más común, n
Obras de Excedencia	5 - 15	1500 - 5000	0,15 - 1,20	0,012 - 0,015
Obras de desvío	0,25 - 10	100 - 5000	0,00001 - 0,005	0,012 - 0,015
Canales	2,5 - 10	100 - 2500	0,0001 - 0,005	0,014 - 0,017
Obras de riego	0,25 - 2,5	2,5 - 15	0,0001 - 0,005	0,014 - 0,017
Drenajes	0,04 - 5	1 - 1000	0,0001 - 0,05	0,010 - 0,015

4. CAUCES NATURALES.

Los cauces naturales son todos los cursos de agua que existen en forma natural en la tierra. Estos son arroyos, ríos, etc. Generalmente no son prismáticos, es decir, no tienen una sección y pendientes constantes. En los cauces naturales, la vena líquida está en contacto con un material que puede ser arrastrado por la corriente. Como consecuencia, la superficie en contacto con el flujo sufre constantes deformaciones producto de erosión y sedimentación, esto es: la superficie y la sección transversal cambian constantemente de forma.

La hidráulica fluvial estudia las interacciones entre sedimento y flujo en ríos, arroyos y canales no recubiertos. Entre los temas más importantes de la hidráulica fluvial están el transporte de sedimento y la determinación de la rugosidad de pared, o la relación entre gasto y tirante.

A lo largo de su recorrido, un río provoca erosión y transporta cuerpos sólidos que pueden ser limos, arena, grava y hasta piedras. Estos modifican las fronteras y eventualmente incluso la geografía y el paisaje.

En la interacción con obras civiles como presas y plantas de potabilización la cuantificación del sedimento transportado es necesaria para calcular el volumen de sedimentos durante la vida útil de la obra. La determinación de la rugosidad y la cuantificación del gasto es necesario para calcular si un determinado cauce satisface la demanda de agua, ya sea para abastecimiento de agua potable o para riego. La determinación de la relación entre gastos y tirantes, también es importante para la prevención de desastres provocados por desbordamientos de cauces en tiempos de lluvias, corrección de cauces y otras obras de prevención.

En el diseño de canales no revestidos es necesario que se dimensionen de tal manera que no se deposite material fino en suspensión que transporta la corriente y que la capacidad erosiva del flujo sea tal que no erosione el lecho y las paredes del canal.²⁵

²⁵ ref 30. p 87

4.1 Antecedentes

4.1.1 Características del Material de Fondo

4.1.1.1 Origen y Formación del Sedimento

Los sedimentos son partículas producto de la erosión de suelos o del intemperismo en rocas que transporta el viento o el agua y se depositan en las partes bajas de una cuenca, como lagunas, o en los lechos de los ríos. Además de la acción de las fuerzas de la naturaleza, la intervención del ser humano en la estructura del paisaje a través de obras civiles también ha contribuido a la formación y transporte de sedimentos. Por tanto, las fuentes del sedimento se pueden clasificar en naturales y artificiales.

Entre las fuentes naturales se encuentran la erosión del terreno y del cauce principal y sus tributarios y movimientos naturales del terreno. Entre las fuentes artificiales están la destrucción de la vegetación, obras de ingeniería, explotación de minas y canteras y desechos urbanos e industriales.

4.1.1.2. Sedimentos Cohesivos y no Cohesivos

Por su resistencia al arrastre y al transporte los sedimentos se pueden clasificar en cohesivos y no cohesivos. Entre éstos también existen sedimentos que muestran características mixtas, es decir, que presentan cohesión y fricción interna a la vez.

Sedimento Cohesivo

Los sedimentos cohesivos están formados por partículas de grano muy fino, constituidos por minerales de arcilla. Estas partículas se mantienen unidas por medio de la fuerza de cohesión. Esta fuerza se opone a que las partículas individuales se separen o desprendan del conjunto del que forman parte. Una vez desprendidas, el comportamiento de estas partículas es similar al de las partículas no cohesivas, pero se mantienen en suspensión con mayor facilidad, ya que su peso es tan pequeño que no influye en sus movimientos. Al ser tan pequeño el peso de las partículas, éstas tienden a permanecer suspendidas incluso si el agua se encuentra en reposo.

No existe un consenso sobre la influencia de partículas arcillosas en suspensión en la resistencia al flujo. Las partículas de arcilla tienden a formar estructuras similares a cadenas tridimensionales que modifican las propiedades del flujo como

la viscosidad²⁰, y por tanto se esperaría una alteración en los valores de resistencia al flujo. Sin embargo, los resultados obtenidos por varios investigadores son contradictorios.

Sedimentos No Cohesivos o Friccionantes

Está formado por granos gruesos o partículas sueltas, es decir, gravas y arenas. En este tipo de sedimento la fuerza de gravedad es predominante, por lo que la resistencia al arrastre depende principalmente del peso de las partículas. El comportamiento mecánico e hidráulico de los sedimentos no cohesivos está definido por la compacidad del depósito, es decir, el grado de acomodo alcanzado por las partículas y su orientación.

En la mayoría de las veces, en los cursos de cauces naturales se presentan materiales no cohesivos, por tanto, en la hidráulica fluvial, sólo se trata con las propiedades de suelos o sedimentos no cohesivos, como las arenas y gravas.

4.1.2. Características del Sedimento

Las características de un sedimento pueden referirse a las partículas como entes aislados o al conjunto de partículas. Entre las características de las partículas que forman un sedimento no cohesivo como entes aislados se encuentran:

- Densidad y Peso específico
- Tamaño
- Forma
- Velocidad de caída.

La hidráulica fluvial está más estrechamente ligada a las propiedades del sedimento como un conjunto, ya que la dinámica de los sedimentos no cohesivos depende de las características de éste. Entre éstas están:

- Relación entre Pesos y Volúmenes
- Distribución de los Tamaños de las Partículas
- Velocidad de Caída
- Ángulo de Fricción Interna o de Reposo.

²⁰ ref 36.

4.1.2.1 Densidad y Peso

Las partículas sedimentarias, por lo general, no son completamente densas o sólidas, sino que tienen cierta porosidad o relación de vacíos. Por esto, en una partícula natural se pueden encontrar las tres fases constituyentes: sólida, líquida y gaseosa.

La parte sólida son las partículas minerales que la componen; la parte líquida es el agua; y la parte gaseosa aire. Las partes líquida y gaseosa componen el volumen de vacíos, mientras que la parte sólida compone el volumen de sólidos.

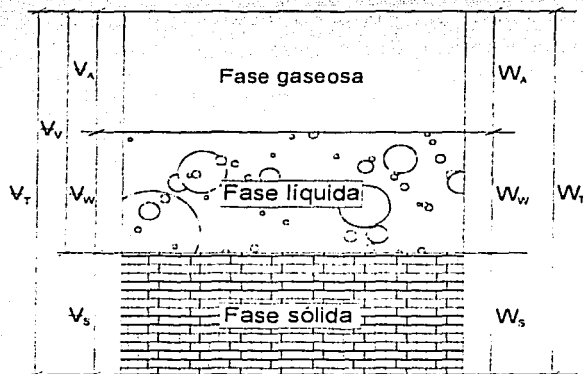


Fig. 4.1 Distribución de volúmenes y pesos de una partícula sólida

El peso específico de la fase sólida de una partícula, γ_s , es el coeficiente que resulta de comparar el peso de su fase sólida, W_s , con el volumen de sólidos, V_s

$$\gamma_s = \frac{W_s}{V_s} \quad (4.1)$$

En el Sistema Internacional, las unidades del peso específico son $[N/m^3]$.

La densidad, ρ_s , es la razón del peso específico y la gravedad

$$\rho_s = \frac{\gamma_s}{g} = \frac{W_s}{gV_s} \quad (4.2)$$

Según el SI, las unidades de la densidad son $[kg/m^3]$.

La densidad relativa, S_s , es la razón de la densidad del sedimento, ρ_s , y la densidad del agua, ρ , o del peso específico del sedimento, γ_s , y el peso específico del agua, γ ,

$$Ss = \frac{\rho_s}{\rho} = \frac{\gamma_s}{\gamma} \quad (4.3)$$

La densidad relativa es adimensional.

Casi la totalidad de la parte superior de la corteza terrestre está formada por granito²⁷. El granito está constituido esencialmente de feldespato y cuarzo. Al sufrir desintegración mecánica, los granos sueltos de feldespato y cuarzo llegan a los ríos en forma de grava y arena. Posteriormente, por acción química, el feldespato se convierte en arcilla, mientras que el cuarzo es más resistente. Por tal razón, los materiales en los lechos de los ríos contienen un alto porcentaje de cuarzo. Por su composición, se puede suponer que la densidad relativa de las partículas sedimentarias de cuarzo es

$$Ss = 2,65 \quad (4.4)$$

La composición de las partículas sedimentarias puede variar, variando conjuntamente su densidad relativa. Algunos valores de densidad relativa de materiales comunes que forman las partículas sedimentarias se muestra a continuación.

Tabla 4.1 Densidades Relativas de algunos minerales constitutivos de partículas sedimentarias²⁸

Mineral	Ss
Feldespato	2,54 – 2,76
Cuarzo	2,60 – 2,70
Biotita	2,70 – 3,20
Moscovita	2,76 – 3,10
Serpentina	2,20 – 2,65
Calcita	2,72
Dolomita	2,85
Anhidrita	2,89 – 2,98
Fluorita	3,18
Limonita	3,60 – 4,00

Mineral	Ss
Granate	3,50 – 4,30
Coridón	4,02
Circón	4,68
Hematites	5,26
Magnetita	5,00 – 5,20
Pirita	5,02
Cuprita	6,00
Caiterita	6,80 – 7,10
Galena	7,40 – 7,60

²⁷ Ref 10. p 24

²⁸ ref 10. p 24

Las partículas sedimentarias que están dentro del agua experimentan un empuje hidrostático en sus pesos específico y relativo. El peso específico de los sólidos sumergidos, γ'_s , es

$$\gamma'_s = \gamma_s - \gamma \quad (4.5)$$

donde γ es el peso específico del agua en condiciones estándar. ($\gamma = 9800 \text{ N/m}^3$)

De este concepto se deriva el peso específico relativo de la materia sólida sumergida, Δ , el cual se define como

$$\Delta = Ss' = Ss - 1 = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \quad (4.6)$$

4.1.2.2 Tamaño

El tamaño de partícula es una de las propiedades más importantes y utilizadas. Definir el tamaño de una partícula no es fácil, ya que no son cuadradas o esféricas, sino que tienen formas irregulares. Por este motivo, el diámetro por sí sólo no puede describir en su totalidad el tamaño de una partícula.

Para describir esta dimensión se han definido métodos y procedimientos de laboratorio que junto con técnicas estadísticas ayudan a describir y cuantificar adecuadamente las características de un sedimento.

El tamaño de una partícula se puede definir en términos de su volumen, su velocidad de caída, por el tamaño de la abertura de la malla de una criba o por sus dimensiones triaxiales. Las definiciones de tamaño, excepto el volumen, están influenciadas por la forma o densidad de la partícula. Por tanto, el tamaño de una partícula depende de la dimensión que se defina y del procedimiento que se utilice para medirla.

Los principales criterios para definir el tamaño de una partícula, según la mayoría de los autores, se basan en las definiciones de:

- Diámetro medio
- Diámetro de representativo
- Diámetro de sedimentación
- Diámetro estándar de sedimentación
- Dimensiones triaxiales

A continuación se definirán los dos primeros.

4.1.2.2.1 Diámetro Medio y Diámetro Representativo

El diámetro medio es un diámetro que se obtiene de la curva granulométrica. El caso particular del diámetro medio es aquel diámetro el cual 50% de las partículas tiene un diámetro igual o menor. Este concepto se extrapola en varias ocasiones para calcular un diámetro representativo D_n . Esta definición indica que un n porcentaje de las partículas tiene un diámetro igual o menor que D , se calcula con la ecuación

$$D_n = \frac{\sum D_i P_i}{100} \quad (4.7)$$

Donde D_i es un tamaño de partícula, P_i el porcentaje en la muestra del diámetro D_i . Por tanto, un $(100 - n)$ por ciento de partículas tiene un diámetro mayor. Los más utilizados por los autores son D_{35} , D_{50} , D_{65} , D_{85} y D_{90} .

4.1.2.3 Clasificación por Tamaño

En hidráulica fluvial se utiliza la clasificación propuesta por la American Geophysical Union (Lane, 1947). En esta clasificación se indica una frontera natural que es la frontera limos y arenas. En escurrimientos es la frontera entre material en arrastre y material en suspensión de forma permanente. Las partículas con tamaños menores a 0,2 micras, que corresponde a la definición de ultra arcilla o coloides, están influenciadas por el movimiento Browniano y no se sedimentan.

En general el tamaño de las partículas que conforman un sedimento se obtiene midiendo en forma directa los fragmentos rocosos, a través del cribado en el caso de gravas y arenas, y a través de la sedimentación, en el caso de limos y arcillas.

4.1.2.4 Forma

La forma influye en el movimiento de las partículas dentro de un fluido. También influye en la determinación de las características de los sedimentos o suelos no cohesivos: el ángulo de reposo y compacidad; y el poder abrasivo de las partículas.

Las partículas sedimentarias naturales no tienen formas geométricas regulares, por lo que describirlas como tales no es suficiente, y se requiere un parámetro susceptible de análisis matemático para describirlas y analizarlas.

La forma no puede tomarse en cuenta en los métodos de cálculo de resistencia. La única manera de tomarla en cuenta es por medio de la velocidad de caída de los

granos.²⁹ La forma de las partículas es la causa de la diferencia entre diámetro de cribado, diámetro de sedimentación y diámetro nominal.

4.1.2.4.1 Factor de Forma

Según varios autores como Schultz, et al, Albertson, McNown y Malaika, el factor de forma es el parámetro más adecuado para estudiar el efecto de la forma sobre la velocidad de caída, y por tanto un factor conveniente para definir la forma de los granos y partículas.

El factor de forma (shape factor) se define como

$$SF = \frac{c}{ab} \quad (4.8)$$

siendo a , b y c las dimensiones triaxiales de las partículas ($a > b > c$). En el caso de esferas, el factor de forma tiene un valor máximo, $SF = 1$; sin embargo para otras formas, $SF < 1$.

²⁹ ref 6. pp 608-609

Tabla 4.3 Clasificación del American Geophysical Union para materiales sedimentarios³⁰

Grupo	Clase	Tamaño, en mm
Bolos	muy grandes	2 048 – 4 096
	grandes	1 024 – 2 048
	medianos	512 – 1 024
	pequeños	256 – 512
Cantos	grandes	128 – 256
	pequeños	64 – 128
Grava	muy gruesa	32 – 64
	gruesa	16 – 32
	mediana	8 – 16
	fina	4 – 8
	muy fina	2 – 4
Arena	muy gruesa	1 – 2
	gruesa	0,5 – 1
	mediana	0,25 – 0,5
	fina	0,125 – 0,25
	muy fina	0,062 – 0,125
Limo		stokes
	grueso	0,031 – 0,062
	mediano	0,016 – 0,031
	fino	0,008 – 0,016
	muy fino	0,004 – 0,008
Arcilla	gruesa	0,002 – 0,004
	mediana	0,001 – 0,002
	fina	0,000 5 – 0,001
	muy fina	0,000 24 – 0,000 5
Las partículas o fragmentos naturales de roca pueden ser angulosos o rodados, según sea el grado de abrasión o rodadura que hayan experimentado.		

³⁰ ref 10. p 32

4.1.2.5 Velocidad de Caída

Al caer una partícula su peso sumergido tiende a equilibrarse con la fuerza de empuje que el agua ejerce contra ella. Cuando estas fuerzas se equilibran, la partícula alcanza su velocidad de caída terminal o final, ya que a partir de ese instante comienza a caer con velocidad uniforme. Esta velocidad no debe estar sujeta a la influencia de las paredes del recipiente ni afectada por la vecindad de otras partículas.

Esta velocidad se puede determinar experimentalmente para tener en cuenta la forma real, la densidad y el tamaño de las partículas estudiadas.

La velocidad de caída es importante ya que toma en cuenta la densidad del fluido y la de las partículas, y el tamaño y forma reales de éstas.

La expresión más útil para determinar la velocidad de caída de las partículas es la ecuación de Rubey. Esta ecuación se utiliza para partículas naturales con factor de forma $SF = 0,7$

$$\omega = \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right) gD + \frac{36v^2}{D^2} \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{6v}{D} \quad (4.9)$$

4.1.3 Inicio del Movimiento

El inicio del movimiento se puede definir como el instante en que cada partícula sólida en el lecho de un cauce empieza a perder su equilibrio estático.³¹

Otras condiciones críticas del movimiento de partículas son las que se conocen como movimiento incipiente, movimiento crítico, condición crítica de arrastre, inicio de arrastre o transporte incipiente. El movimiento incipiente es cuando una o varias partículas comienzan a moverse sin importar si continúan moviéndose o no, y el transporte incipiente describe la condición en la que las partículas comienzan a moverse y continúan moviéndose. El transporte incipiente sucede cuando la fuerza que ejerce el flujo sobre las partículas del lecho es suficientemente grande para que la mayoría de las partículas pierdan su equilibrio estático y se muevan, pero sin desarrollar ondulaciones en el fondo del canal.

El inicio del movimiento está estrechamente ligado al tamaño y el peso específico de las partículas y es función de las propiedades y características del flujo, ya que

³¹ ref 11 p 190.

dependiendo del peso de cada una es la energía necesaria para moverla: mientras mayor sea el peso de esta partícula, mayor cantidad de energía es necesaria para moverla.

Se considera que el desplazamiento del material comienza cuando la energía del agua es suficiente para que todo el lecho entre en movimiento y continúe moviéndose.

La condición crítica de arrastre, o inicio de movimiento, no es fácil de describir, por lo que se fija alguna de las siguientes condiciones para definirla:

- a) Cuando una partícula se mueve dentro del campo de observación.
- b) Cuando varias partículas están en movimiento pero puede contarse el número de ellas por unidad de área.
- c) Cuando existe el movimiento generalizado de partículas, pero el transporte es pequeño y el fondo se conserva plano.
- d) Cuando el cauce alcanza cierto grado de acorazamiento; es decir, cuando el material fino ha sido arrastrado, quedando una capa de material muy grueso y una capa de material fino por debajo de este.
- e) Cuando el transporte o gasto sólido tiende a cero.³²

Albert F. Shields (1936) realizó experimentos en canales con materiales no cohesivos de diversos diámetros y de distribución uniforme, estudió las fuerzas que actúan sobre una partícula y estudió las condiciones necesarias que definen el momento en que el inicia el movimiento de las partículas de fondo. Shields definió esta condición como inicio de movimiento y la planteó en términos de los parámetros adimensionales:

Número de Reynolds en función a la velocidad asociada al cortante

$$R_* = \frac{U_* D}{\nu} \quad (4.10)$$

donde U_* es la velocidad asociada al cortante definida como

$$U_* = \sqrt{gRS} \quad (1.60)$$

y un factor de transporte, que se conoce como parámetro adimensional de Shields o esfuerzo cortante adimensional

³² ref 9. pp 2-3

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{D(\gamma_s - \gamma)} = \frac{RS}{gD(Ss - 1)} \quad (4.11)$$

en los que τ_0 es el esfuerzo cortante medio en las paredes y el fondo del cauce; D el diámetro característico de las partículas del cauce; γ_s el peso específico de las partículas; γ el peso específico del agua; ν la viscosidad cinemática del agua y U la velocidad asociada al cortante.

A partir de resultados experimentales, Shields planteó el momento en el que las partículas de fondo comienzan a moverse (movimiento incipiente) y el momento en el que quedan suspendidos (transporte incipiente) y las formas que se presentaban en el fondo en forma gráfica. El diagrama original de Shields en el que se presenta una correlación τ_* versus R_* , también conocido como diagrama de fuerza tractiva, mostraba una zona que indica el inicio y el fin del transporte incipiente. Shields obtuvo las variables adimensionales que aparecen en el diagrama original al igualar la resistencia al cortante de la capa superior de los granos del lecho a el arrastre producto del flujo sobre el fondo y relacionando el arrastre producto del fluido en términos de una velocidad cercana al fondo por medio del término R_* .³³

Posteriormente, Hunter Rouse (1939) sustituyó la zona en el diagrama original de Shields por una sola línea. Este diagrama es el más ampliamente difundido. Además de los valores de cortante críticos, en el diagrama se muestran el tipo de deformaciones que sufre el lecho, o formas de fondo. (Fig. 4.2)

La zona bajo la curva indica una región donde no ocurre movimiento en el material de fondo, mientras que la zona por arriba de la curva indica una región donde existe transporte y deformación del lecho.

³³ ref 19. p770

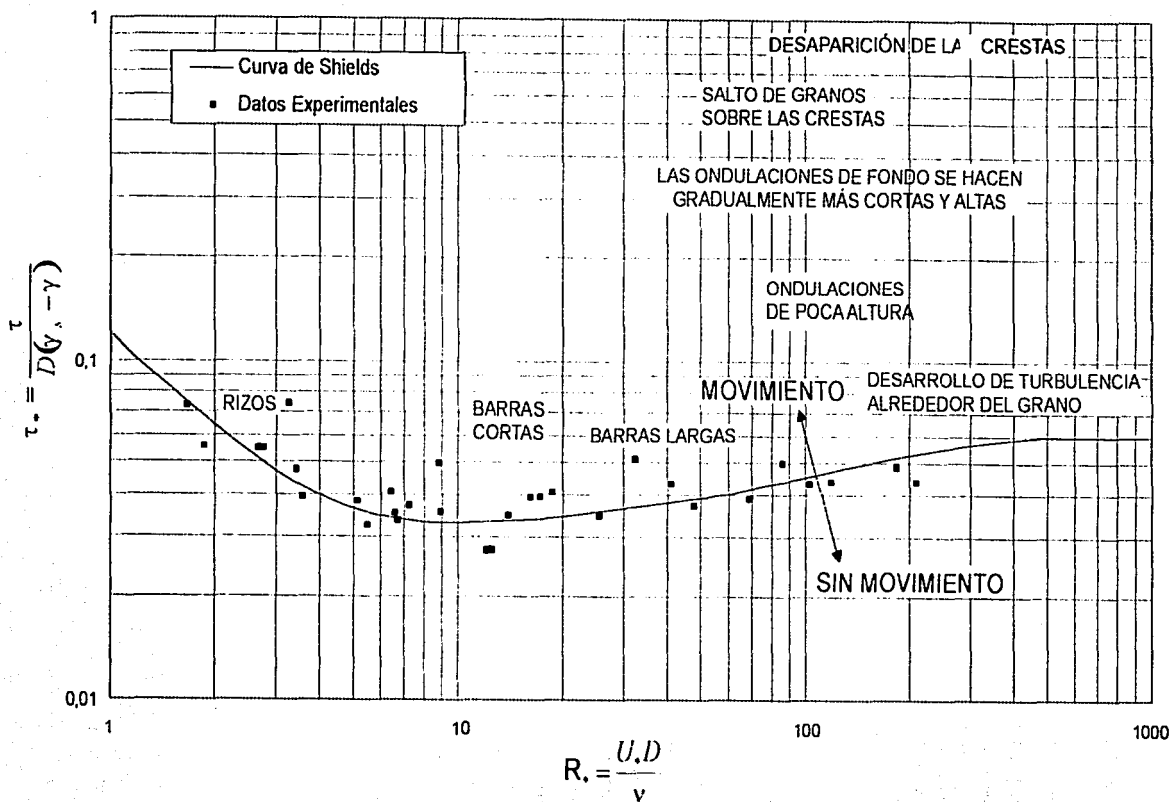


Fig. 4.2 Diagrama de Shields modificado por Rouse

4.1.4 Formas de Fondo y Regímenes de Flujo

El principio del movimiento también se señala como el momento en que empiezan a producirse deformaciones en el lecho del cauce. Las formas de fondo y las condiciones del flujo son interdependientes. Las formas de fondo constituyen una rugosidad a gran escala que influyen en la resistencia y a su vez, las formas de fondo dependen de las condiciones del flujo para formarse.

Simons y Richardson (1961) describieron las configuraciones o formas de fondo a partir de observaciones hechas en canales de laboratorio con fondos de material no cohesivo. Las formas de fondo que se presentan en un lecho artificialmente plano, conforme aumenta el gasto y el esfuerzo cortante sobre el material según esta clasificación son:

En el régimen inferior, lento o subcrítico (número de Froude, $F < 1$)

1. Fondo plano sin arrastre
2. Rizos
3. Dunas con rizos sobreimpuestos
4. Dunas
5. Transición de dunas a fondo plano o dunas desvanecidas

En el régimen superior, rápido o supercrítico (número de Froude, $F > 1$)

1. Fondo plano con arrastre
2. Ondas estacionarias simétricas
3. Antidunas

Si se parte de un fondo totalmente plano, una vez que el esfuerzo cortante es mayor que el esfuerzo crítico, aparecen rizos que se desplazan en el sentido de la corriente. Conforme aumenta el gasto y la velocidad, se forman dunas con rizos sobreimpuestos. Las dunas, al igual que los rizos, también se desplazan en el sentido del flujo. Conforme aumenta la velocidad, los rizos se desvanecen. Al aumentar el esfuerzo cortante, las dunas también se desvanecen, dando lugar al fondo plano. Con un esfuerzo cortante mayor, aparecen antidunas, que se desplazan en sentido contrario al flujo. En la anterior clasificación, los números de Froude, F , sólo son indicativos ya que puede haber fondo plano con arrastre para valores de $F < 1$.

Según Yalin (1972), la formación de rizos requiere que la interacción entre el flujo y el fondo sea de tipo de pared lisa.³⁴ La geometría de rizos depende de las características de la arena y la temperatura del agua, y es independiente de las características del flujo. La esbeltez se define como la relación entre la altura, Δ , y la longitud, λ , de las formas de fondo. Los rizos tienen una longitud aproximada de $\lambda \approx 1000 D_{50}$ y una esbeltez máxima $\Delta/\lambda \approx 0,2$.³⁵

La geometría de las dunas está determinada por las características hidráulicas del flujo. La longitud de las dunas, λ , es del orden de 6 a 7 veces el tirante del flujo, d , y la esbeltez máxima es del orden $\Delta/\lambda \approx 0,06$, y la altura máxima de $\Delta/\lambda \approx 0,4d$.

El régimen inferior o lento, comprende desde el fondo plano sin arrastre hasta el momento en que las dunas comienzan a perder su altura. Es similar al régimen subcrítico en canales recubiertos. En este régimen, a partir del fondo plano sin arrastre, al aparecer los rizos, la resistencia al flujo disminuye. Al aparecer las dunas, la resistencia al flujo aumenta hasta que las dunas comienzan a desvanecerse e inicia el régimen de transición.

El régimen de transición se caracteriza por una reducción de la resistencia y el desvanecimiento de las formas de fondo. Según Wang y White (1993), en este régimen, la pendiente de las formas de fondo es inferior al ángulo de reposo de material. El desvanecimiento de dunas causa reducción en la resistencia del flujo. Según Jordan (1965) y Shen et al (1978), en flujos profundos de campo, las formas de fondo mantienen su altura pero aumentan su longitud, que aparenta desvanecimiento. Según Bennet (1995) y otros autores, las dunas desvanecidas no se presentan en los canales experimentales pequeños.

El régimen superior inicia cuando se presenta el fondo plano con arrastre. Es similar al régimen supercrítico en canales revestidos. En este régimen, las formas de fondo parecen estar relacionadas con fenómenos de superficie libre, y por tanto, su clasificación requiere del número de Froude.

³⁴ ref 1.

³⁵ ref 1.

4.2 Clasificación de Cauces Naturales

A grandes rasgos, se puede clasificar a los cauces aluviales como ríos de montaña y ríos de planicie.

4.2.1 Ríos de Montaña

En los ríos de montaña, el material de fondo es por lo general grueso, es decir, se compone de arena gruesa, grava, bolos y hasta rocas grandes.

Los ríos de montaña por lo general tienen pendientes altas, que están en el intervalo³⁶

$$0,01 < S < 0,05 \quad (4.12)$$

La sección transversal de los ríos de montaña tiende a ser triangular, en vez de rectangular o trapezoidal, y son menores y más estrechos que los ríos de planicie. Al tener radios hidráulicos pequeños y diámetros medios de sedimento mayores, la rugosidad relativa, D_n/d , o la razón entre el diámetro característico del material de fondo, D_n , y el tirante, d , es mayor en ríos de montaña que en los ríos de planicie.

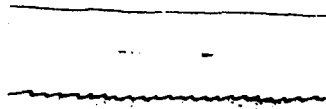
4.2.2 Ríos de Planicie

En los ríos de planicie, el material del lecho se compone de gravas y arenas. Las pendientes por lo general son del orden

$$S < 0,002 \quad (4.13)$$

Las secciones transversales tienden a anchas, con relaciones ancho de superficie libre, B , tirante, d , $B/d > 4$; por lo que es posible suponer que el radio hidráulico es equivalente al tirante, $R \approx d$. Los radios hidráulicos son mayores que en los ríos de montaña. Hay una gran diversidad de tamaños, ya que un río de planicie puede ser desde un arroyo hasta un río grande, como el Yangtze. La rugosidad relativa, D_n/d , tiene valores relativamente pequeños.

³⁶ ref 23.



$$Fr \ll 1$$

a) FONDO PLANO CON ARRUGAS PEQUEÑAS



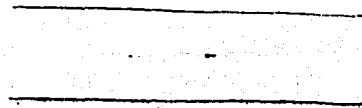
$$Fr \ll 1$$

b) DUNAS CON ARRUGAS



$$Fr \ll 1$$

c) DUNAS LIMPIAS



$$Fr < 1$$

d) FONDO PLANO



$$Fr \approx 1$$

e) ONDAS ESTACIONARIAS



$$Fr > 1$$

f) ANTIDUNAS

$$(Fr_a < Fr_b < Fr_c < Fr_d < Fr_e < Fr_f)$$

4.3 Métodos de Cálculo de Pérdidas de Energía en Cauces Aluviales

A partir de la década de 1950 se han desarrollado numerosos métodos para el cálculo de la resistencia al flujo en canales aluviales y el cálculo del transporte de sedimentos.

Para poder calcular la resistencia al flujo y el transporte de material cuando hay formas de fondo se puede separar la resistencia al flujo producto a las formas de fondo (resistencia o arrastre de forma) de la resistencia producto del cortante sobre los granos de arena de la superficie de fondo (resistencia de grano).

Einstein y Barbarossa (1952) estuvieron entre los primeros en reconocer que la resistencia se compone de dos factores y reportaron que la geometría de fondo está estrechamente ligada a la tasa de transporte de material de fondo, que a su vez está determinada por el cortante producto de la interacción del flujo y los granos del fondo. Según este criterio, el cortante producto de la interacción de las formas de fondo y el flujo frecuentemente constituye la mayor parte de la resistencia al flujo en canales anchos, por lo que la adecuada determinación de esta resistencia es necesaria para un cálculo preciso del tirante en cualquier cauce. Einstein y Barbarossa se interesaron principalmente en determinar el gasto y tirante de equilibrio³⁷. En su método se calcula un radio hidráulico relacionado a la resistencia de grano y un radio hidráulico relacionado con la resistencia de forma; a este tipo de metodología se le conoce como de radio hidráulico dividido.

Engelund (1966, 1967) y Smith y McLean (1977) dividen el esfuerzo cortante en componentes correspondientes a resistencia de grano y a resistencia de forma. Obtuvieron el esfuerzo cortante de grano al restar el esfuerzo cortante correspondiente a la resistencia de forma del cortante de arrastre total. Según Engelund, la resistencia de forma es similar a una pérdida por expansión. Smith y McLean calcularon la resistencia de forma utilizando un coeficiente de arrastre.

En su método para calcular la resistencia al flujo y el transporte de sedimento, Van Rijn (1982, 1984) propone que el esfuerzo cortante de grano para un flujo es el mismo que para un flujo con fondo plano sin transporte con un mismo tirante y define el coeficiente de Chézy relativo a la resistencia de grano. También propone una velocidad asociada al cortante de grano. El coeficiente de Chézy de resistencia de grano utiliza la velocidad asociada al cortante de grano como una variable independiente para determinar el transporte y las características de las formas de

³⁷ ref 1.

fondo. Este enfoque es distinto a los anteriores.

Algunos otros métodos no consideran las dimensiones de las formas de fondo para calcular la resistencia al flujo. El método de Brownlie (1983) para el cálculo del tirante en canales aluviales no distingue explícitamente entre la resistencia de forma y de grano ni tampoco ninguna de las relaciones comúnmente utilizadas de transporte total de sedimento.

A causa de la complejidad del fenómeno, no existe un método único y definitivo para el cálculo de las pérdidas en cauces aluviales. Los métodos siete de cálculo de resistencia que se presentan a continuación, cuatro para ríos de montaña y tres de ríos de planicie, se basan en la ecuación de Manning y sólo varían en la forma de calcular la n con la ventaja de que usan algoritmos simples que no requieren de tablas o esquemas para la resolución de problemas, por lo que son útiles para su aplicación en campo y fáciles de programar.

4.3.1 Métodos de Cálculo de Resistencia en Ríos de Montaña

4.3.1.1 Método de Jarrett (1984)

R. D. Jarrett realizó mediciones in situ en cauces con pendientes altas con el propósito de calcular el coeficiente de rugosidad de Manning. De las mediciones realizadas, desarrolló una expresión para cuantificar este coeficiente. Este método fue específicamente desarrollado para cauces con pendientes altas y sedimentos gruesos, es decir, condiciones de río de montaña.

4.3.1.1.1 Desarrollo

De sus mediciones, Jarrett observó que el coeficiente de rugosidad de Manning, n , varía inversamente con el radio hidráulico o el tirante, y directamente con la pendiente, y que los cauces que aparentaban un régimen supercrítico, en realidad estaban en el régimen subcrítico. Desarrolló la ecuación

$$n = 0,39S^{0,38}R^{-0,16} \quad (4.14)$$

Donde S pendiente; R radio hidráulico en pies.

Esta ecuación es aplicable a canales naturales con fondo estable y material de las márgenes sin remansos.

4.3.1.1.2 Aplicación

Los intervalos de aplicación de este método son:

- Pendiente de fondo S_0 : 0,002 – 0,039.
- Material de fondo, D_{84} : 0,3 – 2,6 ft (0,09144 – 0,79248 m).
- Número de Froude, F : 0,22 – 0,97.
- Radio hidráulico, R : 0,5 – 0,7 ft (0,1524 – 0,21336 m)
- Esta ecuación no es válida para canales recubiertos.

4.3.1.2 Método de Bathurst (1985)

J. C. Bathurst recopiló datos de ríos de montaña británicos y desarrolló una relación para estimar la resistencia al flujo en términos del factor de fricción de Darcy – Weisbach.

4.3.1.2.1 Desarrollo

La ecuación desarrollada por Bathurst es

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} = 5,62 \log\left(\frac{d}{D_{84}}\right) + 4 \quad (4.15)$$

Donde (d/D_{84}) es el tirante relativo.

4.3.1.2.2 Aplicación

El intervalo de aplicación de este método es:

Pendiente de fondo S_0 : 0,004 – 0,04.

Bathurst no mencionó ningún intervalo de aplicación para otras variables.

4.3.1.2.3 Comentarios

En 1994, Bathurst presentó información sobre la variación de resistencia, en el cual se demostraba que esta expresión sobreestimaba significativamente la resistencia.

4.3.1.3 Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak (1988)

S. R. Abt, R.J. Witter, J. Ruff, y M.S. Khattak realizaron pruebas de laboratorio para determinar la resistencia al flujo de material rocoso angular en canales con grandes pendientes.

4.3.1.3.1 Desarrollo

La relación desarrollada por Abt, Witter, Ruff y Khattak es

$$n = 0,0456(D_{50}S_0)^{0,159} \quad (4.16)$$

Donde D_{50} está en in.

$$n = 0,0273(D_{50}S_0)^{0,159} \quad (4.17)$$

Donde D_{50} está en mm.

4.3.1.3.2 Aplicación

Los intervalos de aplicación de este método son:

Pendiente de fondo S_0 : 0,01 – 0,20.

Material de fondo, D_{50} : 26 – 157 mm.

4.3.1.4 Método de Rice, Kadavy y Robinson (1998)

C. E. Rice, K. C. Kadavy y K. M. Robinson realizaron mediciones en canal y dos canales tamaño natural. Utilizaron Estos datos junto con los de otros autores para determinar una relación adecuada que relacionara el coeficiente de rugosidad de Manning en función de D_{50} y S_0 y y el factor de fricción de Darcy - Weisbach en función de la sumersión relativa, d/D_{84} , en cauces con pendientes pronunciadas y fondos de roca suelta. Las expresiones desarrolladas por Rice, Kadavy y Robinson se aplican principalmente a los ríos de montaña, en los cuales se presentan pendientes más pronunciadas que los ríos de planicie y cuyo fondo está constituido principalmente por sedimentos de gran tamaño.

4.3.1.4.1 Desarrollo

Rice, Kadavy y Robinson desarrollaron una ecuación similar a la de Abt et al. (1987), así

$$n = 0,029(D_{50}S_0)^{0,147} \quad (4.18)$$

Donde D_{50} se expresa en mm.

Propusieron también una expresión para la resistencia en términos de la rugosidad relativa $(8/f)^{1/2}$ y la sumersión relativa (d/D_{84})

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} = 5,1 \log\left(\frac{d}{D_{84}}\right) + 6 \quad (4.19)$$

4.3.1.4.2 Aplicación

Los intervalos de aplicación de este método son:

Pendiente de fondo S_0 : 0,025 – 0,40.

Material de fondo, D_{50} : 52 – 278 mm.

4.3.2 Métodos de Cálculo de Resistencia al Flujo en Ríos de Planicie

4.3.2.1 Método de Brownlie (1983)

William R. Brownlie analizó los métodos desarrollados hasta el momento (Alam, Cheyer y Kennedy, 1965; Chu y Mostafa, 1979; Einstein y Barbarossa, 1952; Engelund, 1967; Garde y Ranga Raju, 1970; White, Paris y Bettess, 1979) y observó que varios eran iterativos o requerían el uso de diagramas. Basándose en éstos, y utilizando las ecuaciones de Manning, Chézy y Darcy - Weisbach, el diagrama de Moody y los experimentos de Nikuradse, desarrolló un método que no utiliza diagramas y no es iterativo. El método de Brownlie se puede adaptar fácilmente a aplicaciones de modelación ya que las ecuaciones que lo constituyen son sencillas. Brownlie basó su método semi-empírico de resistencia no dividida en el análisis dimensional y de regresión aplicado a una gran cantidad de datos de campo y laboratorio recolectados por otros autores.

4.3.2.1.1 Desarrollo

Brownlie planteó el radio hidráulico como función de variables relacionadas con características del material de fondo y del flujo

$$R = \phi(q, S, g, \rho, \nu, \rho_s, D_{50}, \sigma_g) \quad (4.20)$$

donde: R radio hidráulico; q gasto unitario; S pendiente; ρ densidad del fluido; ν viscosidad cinemática; ρ_s densidad del sedimento; D_{50} tamaño medio del sedimento; σ_g desviación geométrica estándar del tamaño de partícula.

Mediante el teorema π , separó las nueve variables de la ec 4.20 en seis grupos adimensionales

$$\frac{RS}{D_{50}} = \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} \tau_* = \phi\left(q_*, S, \sigma_g, R, \frac{\rho_s - \rho}{\rho}\right) \quad (4.21)$$

siendo:

q_* el radio hidráulico adimensional

$$q_* = \frac{q}{gD_{50}^3} = \frac{Ud}{gD_{50}^3} \quad (4.22)$$

y R el número de Reynolds

$$R = \frac{4q}{\nu} \quad (4.23)$$

Para la mayoría de los autores, el flujo en cauces naturales es turbulento. Por esta razón, Brownlie eliminó la influencia del número de Reynolds, R . También eliminó el término $(\rho_s - \rho)/\rho$ al considerarlo constante. Así, redujo la ec 4.21 a

$$\frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} \tau_* = \phi(q_*, S, \sigma_g) \quad (4.24)$$

Para desarrollar una relación específica, Brownlie utilizó como primera aproximación la ecuación semilogarítmica de Nikuradse, basada en experimentos en tubos con rugosidad de arena y valores altos del número de Reynolds de fondo ($u_* k_s \gg \nu$)

$$\frac{1}{f} = 2 \log \frac{2R}{k_s} + 1,74 = 2 \log \frac{14,8R}{k_s} \quad (4.25)$$

Reemplazó el coeficiente k_s , altura de rugosidad, con una medida equivalente a la rugosidad de forma de fono o de duna, k_d . Brownlie ajustó los datos de Nikuradse a una ley de potencia (Fig 4.4) y obtuvo una ecuación similar a la ecuación de Manning

$$\frac{U}{U_*} = \sqrt{\frac{g}{f}} = \alpha \left(\frac{R}{k_s} \right)^{1.6} \quad (4.26)$$

donde U_* es la velocidad de cortante.

Al sustituir k_d por k_s en la ec 4.26, obtuvo

$$\left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \tau_* = \alpha^{-0.6} \left(\frac{k_d S}{D_{50}} \right)^{0.1} (q \cdot S)^{0.6} \quad (4.27)$$

Cuando un material de fondo tiene una distribución de tamaño de tipo log-normal, cualquier diámetro de partícula se puede relacionar con el tamaño medio D_{50} , por medio de la expresión

$$D_n = \sigma_z^n D_{50} \quad (4.28)$$

donde z_n es la variable aleatoria centrada estándar³⁸, y el subíndice n se refiere al porcentaje de peso de las partículas menores que tamaño dado. Para este tipo de distribución, Brownlie definió un esfuerzo cortante adimensional para cada diámetro de partícula

$$\tau_{*n} = \frac{\tau_*}{\sigma_z^n} \quad (4.29)$$

En la ec 4.27 reemplazó el esfuerzo cortante, τ_* , por el esfuerzo adimensional relacionado al diámetro representativo definido en la expresión anterior, τ_{*n} , para normalizar el esfuerzo cortante de fondo para el caso de materiales no uniformes.

³⁸ Este parámetro se utiliza cuando se presenta una distribución granulométrica de tipo log-normal que es muy común en los sedimentos naturales. En la función de distribución de Gauss, está relacionada con un valor de probabilidad. Su media es igual a cero y su desviación estándar igual a uno.

Datos de Nikuradse - Régimen Totalmente Rugoso

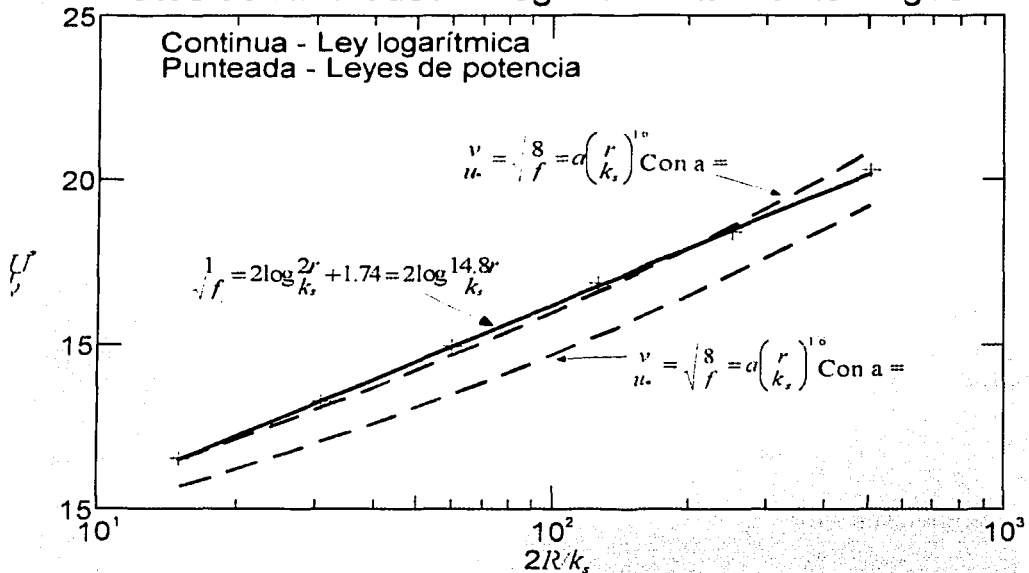


Fig. 4.4 Comparación de ecuaciones de resistencia semilogarítmicas y leyes de potencia según el análisis de Brownlie (1983)

Brownlie eliminó la medida de rugosidad de duna, k_d , inicialmente denominada como variable dependiente, en la ec 4.2

7, debido a que aparece elevada a la potencia 0.1. Además, consideró que no se requería una definición exacta de este parámetro para lograr una buena precisión en el cálculo de τ_* .

Al asumir que k_d/D_{50} es proporcional al producto de potencias indeterminadas de q y S , y sustituirlas en la ec 4.27 tomando en cuenta la definición de τ_* , planteó la expresión

$$\left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \tau_* = w (q \cdot S)^x S^y \sigma_s^z \quad (4.30)$$

en donde w , x , y y z son constantes que ajustó de manera empírica.

En gráficas con los datos de otros autores en un diagrama donde se relacionan el esfuerzo adimensional, el gasto unitario adimensional y la pendiente en una escala log-log, Brownlie observó que los datos seguían una clara tendencia lineal (Fig. 4.5 y 4.6). De estas observaciones y tomando en cuenta que $\tau_{*n} = \tau_* / \sigma_s^n$, dedujo una ecuación de forma

$$\left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \tau_{*n} = w (q_* S^{1+z/x})^y \quad (4.31)$$

Para definir los valores de w , x , y y z , utilizó el análisis de regresión múltiple. Brownlie encontró valores distintos para los regímenes inferior (rizos y dunas) y superior (fondo plano, ondas estacionarias y antidunas).

De los resultados obtenidos definió el esfuerzo adimensional para el régimen inferior

$$\left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \tau_{*n} = 0,3721 q_*^{0,6539} S^{0,74578} \quad (4.32a)$$

y el régimen superior

$$\left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \tau_{*n} = 0,2836 q_*^{0,6248} S^{0,7123} \quad (4.32b)$$

Al utilizar los valores obtenidos para ambos regímenes, y después de aplicar una corrección para tomar en cuenta el efecto de las paredes en las características del flujo³⁹, Brownlie propuso dos ecuaciones para calcular la relación radio hidráulico-tamaño medio de partícula, válidas para canales anchos en los cuales el tirante se puede considerar equivalente al radio hidráulico, es decir $d = R$:

Para el régimen inferior

$$\frac{R}{D_{50}} = 0,3724 q_*^{0,6539} S^{-0,2542} \sigma_s^{0,1050} \quad (4.33a)$$

y para el régimen superior

$$\frac{R}{D_{50}} = 0,2836 q_*^{0,6248} S^{-0,2877} \sigma_s^{0,08013} \quad (4.33b)$$

Brownlie no analizó situaciones que involucraran el régimen de transición.

³⁹ Brownlie utilizó la corrección de pared de Vanoni y Brooks.

Estas dos ecuaciones se pueden resolver para la velocidad:

Para el régimen inferior

$$U = 4,5295 \sqrt{gD_{50}} \left(\frac{R}{D_{50}} \right)^{0,5293} S^{0,3887} \sigma_g^{-0,1606} \quad (4.34a)$$

y para el régimen superior

$$U = 7,5154 \sqrt{gD_{50}} \left(\frac{R}{D_{50}} \right)^{0,6005} S^{0,4605} \sigma_g^{-0,1282} \quad (4.34b)$$

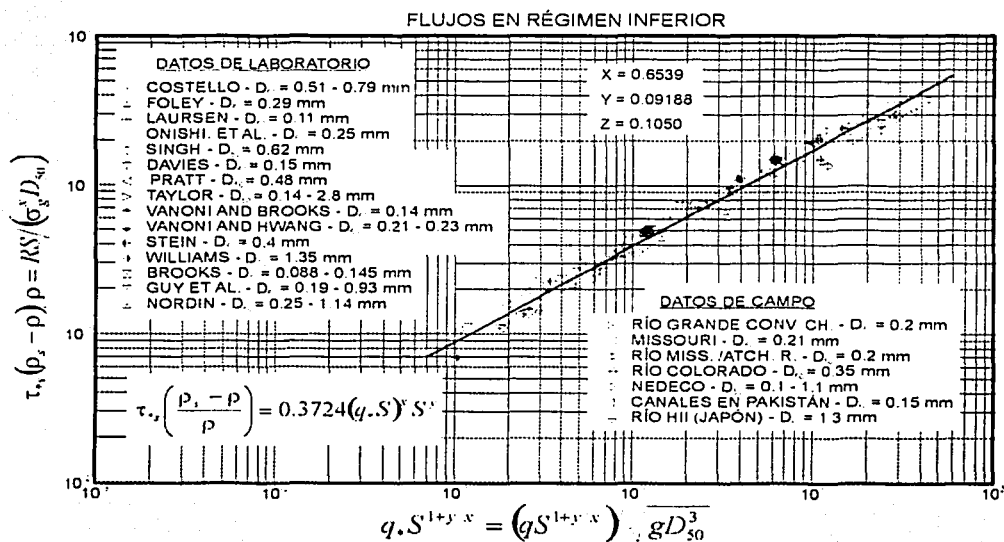


Fig 4.5 Relación entre el esfuerzo cortante adimensional, τ , y $q-S$ para régimen inferior (rizos y dunas) según Brownlie

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

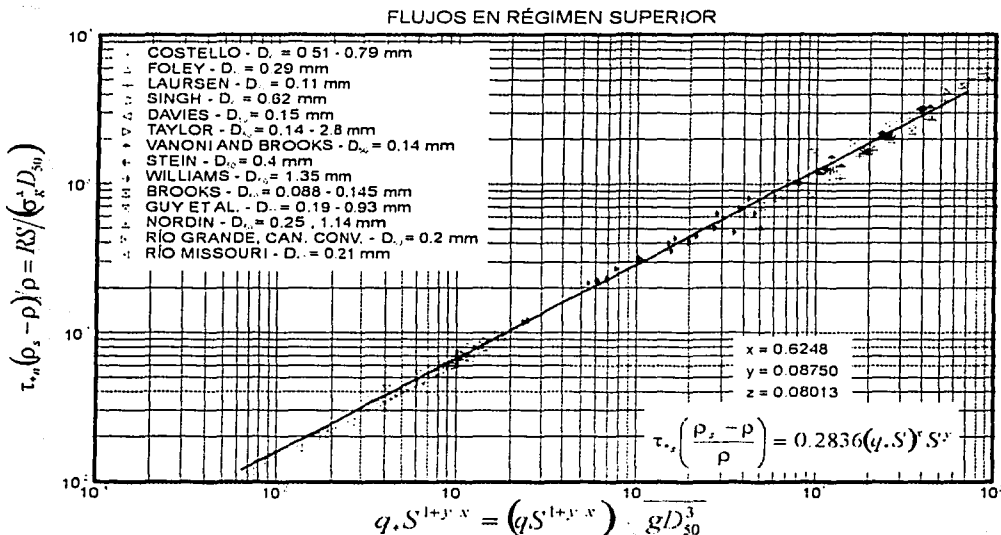


Fig. 4.6 Relación entre el adimensional, τ_* , y $q-S$ para régimen superior (fondo plano con transporte) según Brownlie

Determinación del Régimen de Flujo

Brownlie definió dos criterios para la determinación del régimen de flujo.

Para el primero, válido cuando los efectos viscosos son despreciables, definió el parámetro

$$F_g^* = 1,74 S^{-1/3} \quad (4.35)$$

Definió un número de Froude de grano, F_g como

$$F_g = \frac{U \sqrt{\rho}}{\sqrt{(\rho_s - \rho) g D_{50}}} = \frac{U}{\sqrt{(Ss - 1) g D_{50}}} \quad (4.36)$$

Con estos dos parámetros, para pendientes $S \leq 0,006$:

- Si $F_g / F_g^* \leq 0,8$, el régimen es inferior.
- Si $F_g / F_g^* \geq 1,25$, el régimen es superior.
- Si $0,8 < F_g / F_g^* < 1,25$ el régimen es de transición.

Para pendientes $S > 0,006$, el régimen es siempre superior (Fig. 4.7).

Para el segundo criterio, válido cuando los efectos viscosos son significativos, Brownlie propuso dos ecuaciones para definir la región de transición:

Límite superior del régimen de transición

$$\log \frac{F_g}{F_s^*} = \begin{cases} -0,02469 + 0,1517 \log \frac{D_{50}}{\delta} + 0,8381 \left(\log \frac{D_{50}}{\delta} \right)^2 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} < 2 \\ \log 1,25 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} \geq 2 \end{cases} \quad (4.37a)$$

y límite inferior

$$\log \frac{F_s}{F_s^*} = \begin{cases} -0,2026 + 0,07026 \log \frac{D_{50}}{\delta} + 0,9330 \left(\log \frac{D_{50}}{\delta} \right)^2 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} < 2 \\ \log 0,8 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} \geq 2 \end{cases} \quad (4.37b)$$

El parámetro D_{50}/δ es la razón del tamaño medio de grano al grosor de la subcapa laminar que se define como

$$\frac{D_{50}}{\delta} = \frac{D_{50} U_*'}{11,6\nu} \quad (4.38)$$

Brownlie asumió que la velocidad cortante de grano, U_*' , es equivalente a la velocidad cortante, U_* , del régimen superior. Al utilizar este criterio, un régimen de transición tendrá un valor $\log F_g/F_s^*$ entre los valores definidos por estas dos ecuaciones (Fig. 4.8). Elaboró un diagrama final de transición (Fig. 4.9) para facilitar el cálculo de las velocidades medias a las que se presenta la transición en un canal con flujo uniforme. La variable R_g , en la Fig 4.9, es el número de Reynolds de grano, que Brownlie definió como

$$R_g = \sqrt{g D_{50}^3 / \nu} \quad (4.39)$$

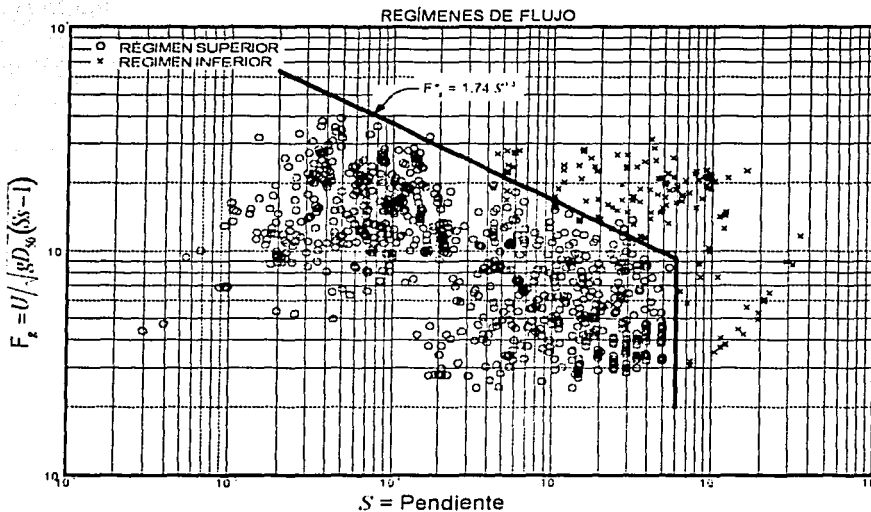


Fig. 4.7 Datos de Brownlie para la determinación de régimen. (F_g vs S).

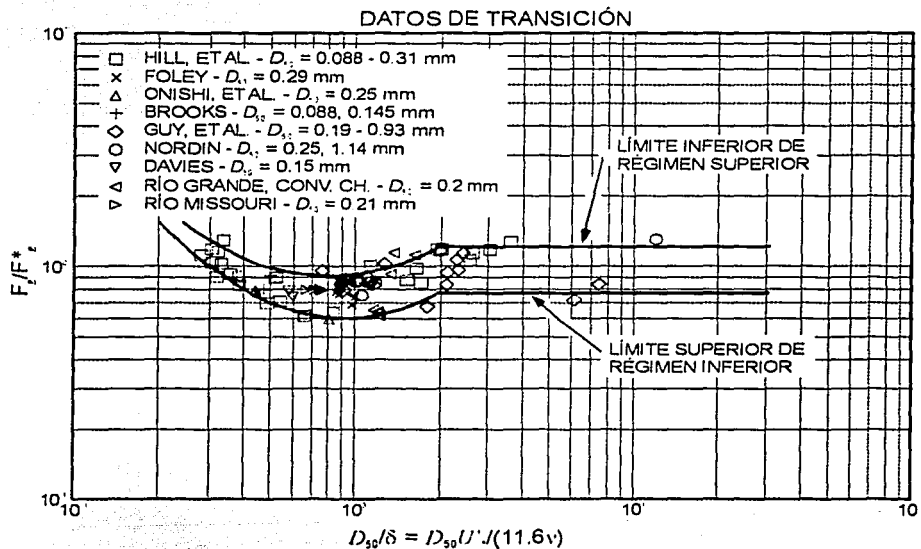


Fig 4.8 Efectos viscosos en el régimen de transición del régimen inferior al régimen superior.

Este diagrama se puede utilizar para determinar la máxima velocidad del régimen inferior y la velocidad mínima del régimen superior, dados los valores de D_{50}/σ_g , S y la temperatura.

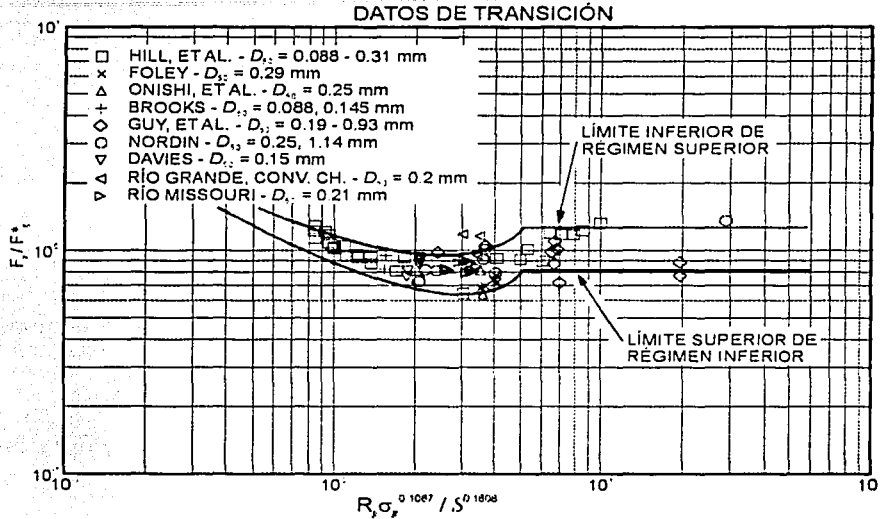


Fig. 4.9 Efectos viscosos en términos de las variables independientes utilizadas, según Brownlie.

4.3.2.1.2 Aplicación

Este método no requiere iteración o interpolación gráfica para canales anchos. Como un caso particular, para canales de laboratorio $q = UR$ en lugar de $q = Ud$, para algunos casos se puede requerir iteración. Siendo: q gasto unitario; U velocidad media del flujo; R radio hidráulico; d tirante medio del flujo.

Durante la formulación de su método, Brownlie utilizó datos de 22 fuentes, que en total representaban 900 corridas, para encontrar los coeficientes de las ecs 4.30, 4.31, 4.33, 4.35 y 4.36. Se mencionan las 22 fuentes, pero Brownlie no presenta los datos. Los intervalos de los datos utilizados en el análisis de regresión son:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Tamaño medio de partícula:	$0,088 < D_{50} < 2,8 \text{ mm}$
Gasto unitario:	$0,012 < q < 40 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$
Pendiente:	$3,0 * 10^{-6} < S < 3,7 * 10^{-2}$
Radio hidráulico:	$0,025 < R < 17 \text{ m}$
Temperatura:	$0 < T_e < 63 \text{ }^\circ\text{C}$
Relación ancho - tirante:	$B/d \geq 4$
Desviación estándar geométrica de tamaño de partícula:	$\sigma_g \leq 5$

4.3 2.1.3 Procedimiento de Cálculo

Cálculo de la Velocidad Media de Flujo

Brownlie no propuso ningún procedimiento de cálculo, sin embargo, partiendo de sus ecuaciones se propone el siguiente procedimiento; Se requieren como datos iniciales: las dimensiones del canal, las características del material de fondo, la pendiente de fondo, el gasto, y la temperatura del agua.

Para canales anchos, cuando d (tirante de flujo) = R (radio hidráulico):

- i) Calcular las velocidades del régimen inferior y superior utilizando las ecs 4.35a y b:

Régimen inferior

$$U = 4,5295 \cdot \sqrt{gD_{50}} \left(\frac{R}{D_{50}} \right)^{0,5293} S^{0,3887} \sigma_g^{-0,1606} \quad (4.34a)$$

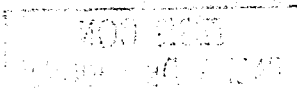
Régimen superior

$$U = 7,5154 \cdot \sqrt{gD_{50}} \left(\frac{R}{D_{50}} \right)^{0,6005} S^{0,4605} \sigma_g^{-0,1282} \quad (4.34b)$$

- ii) Determinar el régimen:

- a. Si $S > 0,006$, el régimen es superior.
- b. Si $S \leq 0,006$:

- a) Calcular el número de Froude de grano, F_g , definido por Brownlie, con la ec 4.36



$$F_{g50} = \frac{U \sqrt{\bar{\rho}}}{\sqrt{(\rho_s - \rho)gD_{50}}} = \frac{U}{\sqrt{(Ss-1)gD_{50}}} \quad (4.36)$$

b) Calcular F_g^* utilizando la ec 4.35

$$F_g^* = 1,74S^{-1/3} \quad (4.35)$$

- Si $F_g/F_g^* \leq 0,8$, el régimen es inferior.
- Si $F_g/F_g^* \geq 1,25$, el régimen es superior.
- Si $0,8 < F_g/F_g^* < 1,25$ el régimen es de transición.

iii) Elegir la velocidad correcta según el régimen determinado en el paso anterior.

4.3 2.1.4 Comentarios

Este método es uno de los pocos métodos de cálculo de resistencia aluvial que toma en cuenta la distribución de tamaño del sedimento.

Van Rijn (1984) utilizó el método de Brownlie, junto con el suyo y otros, para comparar su desempeño. Encontró que el método de Brownlie daba mejores resultados que los procedimientos propuestos por van Rijn, White et al. y Engelund. Sin embargo, atribuyó esto a que Brownlie utilizó parte del conjunto utilizado para la comparación, compuesto por datos de Guy et al., 1966; canales en Pakistán recopilados por Mahmood et al., 1971; y ríos en E.U.A. recopilados por Peterson y Howells, 1973, para la calibración de sus expresiones.

Thompson (1988) comparó tirantes medidos con tirantes obtenidos utilizando los métodos de Meyer-Peter y Mueller, Mostafa y McDermid, Manning, con una n constante, Brownlie y la relación velocidad (o tirante) TLTM (relaciones velocidad - tasa de transporte) desarrollada por Karim y Kennedy (1981) utilizando datos compilados por Brownlie (1981) y Karim y Kennedy (1981). De comparaciones gráficas encontró que los procedimientos propuestos por Brownlie y Karim y Kennedy tenían los mejores resultados. Sin embargo concluyó que, partiendo de la inspección visual de las gráficas de resultados y debido a la facilidad de su aplicación, el método de Karim y Kennedy tiene un mejor desempeño que el método de Brownlie.

Karim y Kennedy (1990) compararon sus formulaciones de gasto sólido-velocidad independientes, gasto sólido-velocidad interdependientes y velocidad-formas de fondo interdependientes con los resultados obtenidos de las comparaciones de Brownlie entre su método y otros siete métodos. Concluyeron que las formulaciones de velocidad-formas de fondo interdependientes eran más exactas que el método de Brownlie.

Shields y Gippel (1993) consideraron que el método de Brownlie es suficientemente útil y exacto. Así, utilizaron estas ecuaciones en el desarrollo de su método para el cálculo de radio hidráulico con escombros naturales en cauces de fondo arenoso. También utilizaron el criterio de Brownlie para la determinación de régimen.

James P. Bennett (1994) propuso un algoritmo para calcular la resistencia al flujo y al transporte en canales de fondo arenoso. Comparó una combinación del método Yang (1973) y Brownlie (1983) con los procedimientos desarrollados por medio de su algoritmo, y los aplicó a datos del Río Grande. También utilizó el método de Brownlie para compararlo con datos del río Mississippi. Encontró que para el caso del Río Grande, la combinación de los métodos de Yang y Brownlie subestimaba el transporte para gastos unitarios mayores a $0,2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. Mientras que para el río Mississippi, el método de Brownlie sobreestimaba el tirante para gastos unitarios mayores a $20 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

4.3.2.2 Método de Karim y Kennedy (1990)

Fazle Karim y John F. Kennedy utilizaron el análisis no lineal de regresión múltiple y desarrollaron relaciones entre la velocidad, el gasto sólido, la geometría de las formas de fondo y el factor de rugosidad de cauces aluviales.

Utilizaron modelos computacionales y analizaron varios grupos de datos de campo y laboratorio recopilados por otros investigadores para obtener las distintas formulaciones. De estas formulaciones, tres no consideran la influencia del gasto sólido en la resistencia; de estas, una relaciona las dimensiones de las formas de fondo con la resistencia y otra es un método gráfico para el caso de curvas gasto - tirante discontinuas.

4.3.2.2.1 Desarrollo

4.3.2.2.1.1 Relación Gasto Sólido y Velocidad no Asociados

Como parte de la relación entre gasto sólido y velocidad no asociados propusieron una ecuación para la resistencia aluvial de forma

$$\frac{U}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} = 2,822 \left[\frac{q}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}^3}} \right]^{0,376} S^{0,310} \quad (4.40)$$

Thompson (1988) reescribió la ec 4.41 de forma

$$d = \frac{Q}{10^{0,45} S^{0,31} B \sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} \left\{ \frac{B \sqrt{g(Ss-1)D_{50}^3}}{Q} \right\}^{0,38} \quad (4.41)$$

donde: Q gasto líquido total; B ancho del canal; U velocidad media del flujo; q gasto unitario; Ss peso específico; S pendiente.

Karim y Kennedy observaron que la ec 4.40 tiene un mejor desempeño en flujos muy por arriba del movimiento incipiente.

4.3.2.2.1.2 Formas de fondo y Velocidad Asociadas

Al asociar las formas de fondo con la velocidad obtuvieron las expresiones:

$$\frac{U}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} = 3,197 \left[\frac{q}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}^3}} \right]^{0,385} S^{0,309} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,283} \quad (4.42)$$

Y una alternativa

$$\frac{U}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} = 6,683 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,626} S^{0,503} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,465} \quad (4.43)$$

Donde: f_0 es el coeficiente de pérdida por rugosidad de grano con fondo plano; f coeficiente de pérdida del flujo sobre un fondo móvil.

Para el cálculo del coeficiente de pérdida por rugosidad de grano para fondo plano y sin movimiento de sedimento, siguieron el criterio propuesto por Engelund y Hansen (1967), y propusieron una ecuación de forma

$$f_0 = \frac{8}{\left[6,25 + 2,5 \ln\left(\frac{d}{2,5D_{50}}\right)\right]^2} \quad (4.44)$$

De mediciones experimentales, observaron que la relación altura de formas de fondo-tirante, Δ/d , varía linealmente con la relación entre factor de pérdida de fondo plano y factor de pérdida total

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \frac{\Delta}{d} \quad (4.45)$$

donde Δ es la altura representativa de formas de fondo.

Para la relación entre el factor de pérdida de sedimento para fondo plano sin transporte y el factor de pérdida total, utilizaron la ecuación de Allen (1978),

$$\frac{\Delta}{d} = 0,080 + 2,24\left(\frac{\tau_*}{3}\right) - 18,13\left(\frac{\tau_*}{3}\right)^2 + 70,90\left(\frac{\tau_*}{3}\right)^3 - 88,33\left(\frac{\tau_*}{3}\right)^4; \quad \tau_* \leq 1,5 \quad (4.46a)$$

$$\frac{\Delta}{d} = 0; \quad \tau_* > 1,5 \quad (4.46b)$$

para plantear la ecuación

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left[0,080 + 2,27\left(\frac{\tau_*}{3}\right) - 18,13\left(\frac{\tau_*}{3}\right)^2 + 70,90\left(\frac{\tau_*}{3}\right)^3 - 88,33\left(\frac{\tau_*}{3}\right)^4 \right]; \quad \tau_* \leq 1,5 \quad (4.47a)$$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20; \quad \tau_* > 1,5 \quad (4.47b)$$

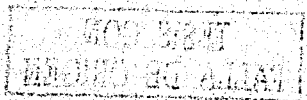
Donde τ_* es el esfuerzo cortante adimensional de fondo

$$\tau_* = \frac{RS}{(Ss-1)D_{50}} = \frac{\tau_0}{\gamma(Ss-1)D_{50}} \quad (4.11)$$

Karim y Kennedy también propusieron el calcular la velocidad media de flujo utilizando la ecuación de Darcy - Weisbach,

$$U = \sqrt{\frac{8}{f} g d S} \quad (4.48)$$

con un coeficiente de pérdida f calculado con las ecuaciones 4.44 y 4.47.



Karim y Kennedy observaron si se asumen los valores de peso específico y de gravedad $S_s = 2,68$ y $g = 9,82$, la ec 4.43 se puede plantear en forma similar a la ecuación de Manning

$$U = \frac{1}{n} d^{2/3} S^{1/2} \quad (4.49)$$

con valores del coeficiente de rugosidad, n :

$$n = 0,037 D_{50}^{0,126} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,465} \quad (D_{50} \text{ en m}) \quad (4.50a)$$

$$n = 0,032 D_{50}^{0,126} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,465} \quad (D_{50} \text{ en ft}) \quad (4.50b)$$

4.3.2.2.2. Aplicación

En su análisis, Karim y Kennedy hicieron algunas recomendaciones para el uso de las formulaciones desarrolladas:

1. Las relaciones de velocidad que incluyen gasto sólido y características de forma de fondo son más precisas que las que no las incluyen.
2. La formulación de velocidad y gasto sólido no asociada es atractiva debido a su simplicidad, relativamente buena precisión y bajos requerimientos computacionales.

Karim y Kennedy no especificaron el intervalo de aplicación de las expresiones desarrolladas.

4.3.2.2.3. Procedimiento de Cálculo

Procedimiento de cálculo de la formulación Velocidad y Gasto Sólido no Asociados

La ecuación propuesta por Karim y Kennedy

$$\frac{U}{g(S_s - 1)D_{50}} = 2,822 \left[\frac{q}{g(S_s - 1)D_{50}^3} \right]^{0,376} S^{0,310} \quad (4.40)$$

si se toma en cuenta que el gasto por unidad de ancho es

$$q = Ud \tag{4.51}$$

se puede describir resolviendo para la velocidad media del flujo, U ,

$$U = 5,2729 \sqrt{g(Ss-1)D_{50}} \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,60256} S^{0,4968} \tag{4.52}$$

El problema se puede resolver directamente al utilizar la expresión anterior si se conoce la granulometría del sedimento, o el diámetro medio, D_{50} , la densidad del específica del sedimento, Ss , el tirante, d , o el radio hidráulico, R , en el caso de cauces anchos ($R \approx d$), y la pendiente, S .

Procedimiento de Cálculo para las formulaciones de Velocidad y Formas de fondo Asociadas

Si se tienen como datos la granulometría del sedimento, o el diámetro medio, D_{50} , la densidad específica del sedimento, Ss , el tirante, d , o el radio hidráulico, R , en el caso de cauces anchos ($R \approx d$), y la pendiente, S .

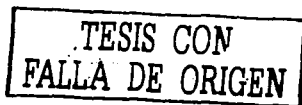
- i) Calcular el esfuerzo cortante adimensional de fondo, τ_* ,

$$\tau_* = \frac{RS}{(Ss-1)D_{50}} = \frac{\tau_0}{\gamma(Ss-1)D_{50}} \tag{4.11}$$

- ii) Según el valor del esfuerzo cortante adimensional de fondo, τ_* , calcular la relación entre el coeficiente de pérdida por rugosidad de grano con fondo plano y el coeficiente de pérdida real, (f/f_0) ,

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left[0,080 + 2,27 \left(\frac{\tau_*}{3} \right) - 18,13 \left(\frac{\tau_*}{3} \right)^2 + 70,90 \left(\frac{\tau_*}{3} \right)^3 - 88,33 \left(\frac{\tau_*}{3} \right)^4 \right]; \tau_* \leq 1,5 \tag{4.47a}$$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20; \tau_* > 1,5 \tag{4.47b}$$



iii) Según la formulación elegida:

a. Si la formulación escogida es

$$\frac{U}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} = 3,197 \left[\frac{q}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}^3}} \right]^{0,385} S^{0,309} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,283} \quad (4.42)$$

Se puede resolver para la velocidad,

$$U = 6,6179 \sqrt{g(Ss-1)D_{50}} \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,626} S^{0,5024} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,4602} \quad (4.53)$$

y resolver directamente.

b. Si la formulación escogida es

$$\frac{U}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} = 6,683 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,626} S^{0,503} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,465} \quad (4.43)$$

se puede resolver directamente

c. Si se escoge la ecuación de Darcy-Weisbach

$$U = \sqrt{\frac{8}{f}} g d S \quad (4.48)$$

i. Calcular el coeficiente de pérdida de grano con fondo plano

$$f_0 = \frac{8}{\left[6,25 + 2,5 \ln \left(\frac{d}{2,5D_{50}} \right) \right]^2} \quad (4.44)$$

ii. Encontrar el valor del factor de pérdida real, f , utilizando el valor de la relación (f/f_0) .

iii. Utilizar el valor calculado de f en la ecuación de Darcy-Weisbach.

4.3.2.2.4. Comentarios

Según Taylor y Mostafa (1992), las ecuaciones de Karim y Kennedy son un procedimiento útil debido a su sencillez. Señalaron que la relación de velocidad y gasto sólido no asociados es la relación más lógica para el desarrollo de una ecuación de tipo Manning, ya que el gasto sólido es un parámetro de diseño y no introduce un error significativo en las aplicaciones de diseño.

Karim y Kennedy respondieron que la formulación de gasto y formas de fondo es superior a la de velocidad y gasto sólido no asociados, debido a que considera la relación entre las formas de fondo y el factor de pérdida.

4.3.2.3. Modificación de Karim (1995) al Método de Karim y Kennedy (1990)

Fazle Karim partió de datos experimentales y encontró una relación de altura relativa de duna Δ/d (Δ altura de forma de fondo, d tirante) como función de U_*/ω (U_* velocidad cortante de fondo y ω velocidad de caída de partícula con diámetro medio D_{50}). Adicionalmente, desarrolló relaciones para calcular el coeficiente de rugosidad de Manning, n , utilizando las relaciones desarrolladas por Karim y Kennedy (1990).

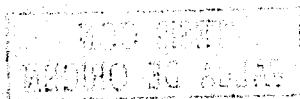
4.3.2.3.1 Desarrollo

Karim consideró que el problema central para determinar la resistencia depende del cálculo de las dimensiones relativas para distintas configuraciones de fondo que se presentan en diferentes estados de flujo y relacionarlas a la resistencia al flujo.

Por tanto, escogió la variable U_*/ω como variable independiente ya que es una función del esfuerzo cortante de fondo y la velocidad de caída, que representa los efectos de temperatura y tamaño de sedimento en las dimensiones de las formas de fondo. Utilizó datos experimentales y desarrolló la expresión (Fig 4.10):

$$\frac{\Delta}{d} = -0,04 + 0,294\left(\frac{U_*}{\omega}\right) + 0,00316\left(\frac{U_*}{\omega}\right)^2 - 0,0319\left(\frac{U_*}{\omega}\right)^3 + 0,00272\left(\frac{U_*}{\omega}\right)^4; \quad (4.54a)$$

$$0,015 < \frac{U_*}{\omega} < 3,64$$



$$\frac{\Delta}{d} = 0; \frac{U_*}{\omega} < 0,15 \quad \text{ó} \quad \frac{U_*}{\omega} > 3,64 \quad (4.54b)$$

Karim notó que el valor Δ/d alcanza un valor máximo cuando $U_*/\omega = 2,0$, que es aproximadamente el punto donde el transporte de fondo es una porción importante del arrastre total de sedimento (Vanoni 1975). Observó que la altura de forma de fondo comienza a decrecer después, cuando el material en suspensión se hace predominante, y las dunas se desvanecen, alcanzando el fondo plano cuando el valor U_*/ω se aproxima a 3,60. Sin embargo, consideró que la ec 4.55 está sujeta a cierta incertidumbre debido a la falta de datos confiables en condiciones de transición cercanas al fondo plano.

Utilizó la relación entre el coeficiente de pérdida relativo, f/f_0 , y la altura relativa de formas de fondo, Δ/d , desarrollada por Karim y Kennedy (1990)

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left(\frac{\Delta}{d} \right) \quad (4.45a)$$

que para fondo plano

$$\frac{f}{f_0} = 1,20; \left(\frac{\Delta}{d} = 0 \right) \quad (4.45b)$$

y que tiene un valor máximo

$$\frac{f}{f_0} = 4,5 \text{ cuando } \frac{\Delta}{d} = 0,39 \quad (4.55c)$$

(figura 4.10)

en combinación con la ec 4.54 y obtuvo una nueva relación para f/f_0 de forma:

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left[-0,04 + 0,294 \left(\frac{U_*}{\omega} \right) + 0,00316 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^2 - 0,0319 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^3 + 0,00272 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^4 \right]; \quad 0,15 < \left(\frac{U_*}{\omega} \right) < 3,64 \quad (4.56a)$$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20; \frac{U_*}{\omega} < 0,15 \quad \text{ó} \quad \frac{U_*}{\omega} > 3,64 \quad (4.56b)$$

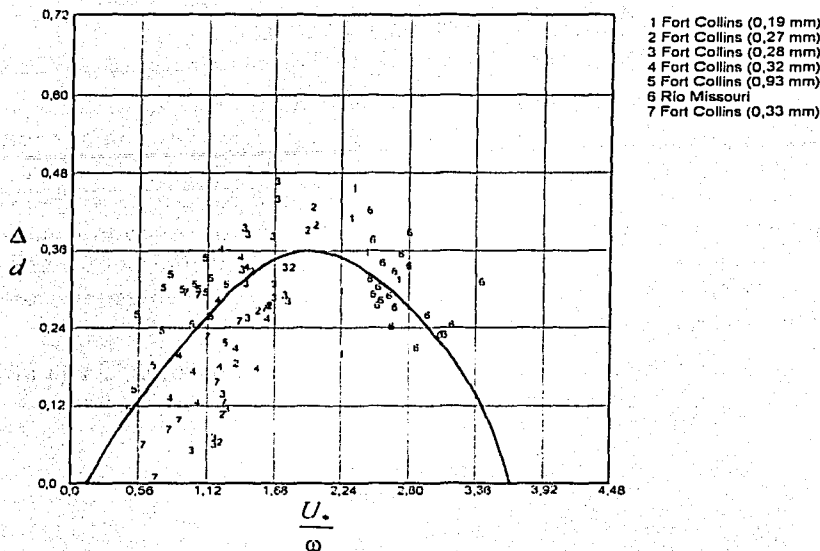


Fig 4.10 Altura de forma de fondo relativa como función de U/ω según Karim (1995)

Karim propuso utilizar esta expresión para las formulaciones propuestas por Karim y Kennedy (1990), específicamente, la expresión correspondiente a velocidad y formas de fondo asociadas

$$\frac{U}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} = 6,683 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,626} S^{0,503} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,465} \quad (4.43)$$

Donde: U velocidad media de flujo; D_{50} tamaño medio de sedimento de fondo; Ss densidad específica de las partículas sedimentarias; g aceleración de la gravedad; d tirante, o la razón entre el área hidráulica y el ancho de superficie libre; S gradiente de energía o pendiente del cauce.

Configuración de Fondo Durante el Régimen de Transición

Para Karim, el régimen de transición se presenta cuando la altura de formas de fondo empieza a decrecer, es decir $U/\omega \approx 2,0$, y concluye cuando se desvanecen completamente, $U/\omega \approx 3,60$.

Definió los límites del régimen de transición en función de la relación tirante-diámetro medio de partícula (profundidad relativa), d/D_{50} , y el número de Froude, F :

$$F_i = 2,716 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{-0,25} \quad (4.57a)$$

$$F_u = 4,785 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{-0,27} \quad (4.57b)$$

Donde: F_i Número de Froude en el inicio del régimen de transición; F_u Número de Froude en el inicio del régimen superior.

Utilizando este criterio (Fig 4.11), el régimen:

- Es inferior si $F < F_i$
- Es de Transición si $F_i \leq F \leq F_u$
- Es Superior si $F > F_u$

Donde: F Número de Froude del flujo.

Karim asumió que para el régimen de transición, $F_i \leq F \leq F_u$, Δ/d alcanza su valor máximo ($\Delta/d = 0,20$) cuando $F = F_i$, y disminuye linealmente hasta cero cuando $F = F_u$, por tanto

$$\frac{\Delta}{d} = 0,20 \left(\frac{F_u - F}{F_u - F_i} \right) \quad (4.58)$$

Para el régimen de transición, Δ/d está determinada por los valores mínimos de la ec 4.54 y la ec 4.58. Para el régimen inferior, la relación Δ/d se debe calcular con la ec 4.54. Para el régimen superior con fondo plano se debe asumir que $\Delta/d = 0$.

Karim resaltó que la ec 4.58 es limitada y que requiere de verificación o modificación posterior.

Propuso utilizar estas ecuaciones adaptadas para la ecuación de Manning, transformándolas para el coeficiente de rugosidad n :

En unidades SI

$$n = 0,037 A_f D_{50}^{0,126} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,465} ; D_{50} \text{ en m} \quad (4.59a)$$

En unidades FPS

$$n = 0,032 A_f D_{50}^{0,136} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,465} ; D_{50} \text{ en ft} \quad (4.59b)$$

Donde A_f es un factor de ajuste de rugosidad adicional. A_f adquiere los valores:

$A_f = 1,0$ para canales regulares.

$A_f = 1,2 - 1,5$ para secciones laterales en la mayoría de los cauces aluviales.

Como alternativa, propuso utilizar el análisis de Chow (1959) aumentando varios componentes al valor de n para canales regulares ($A_f = 1$).

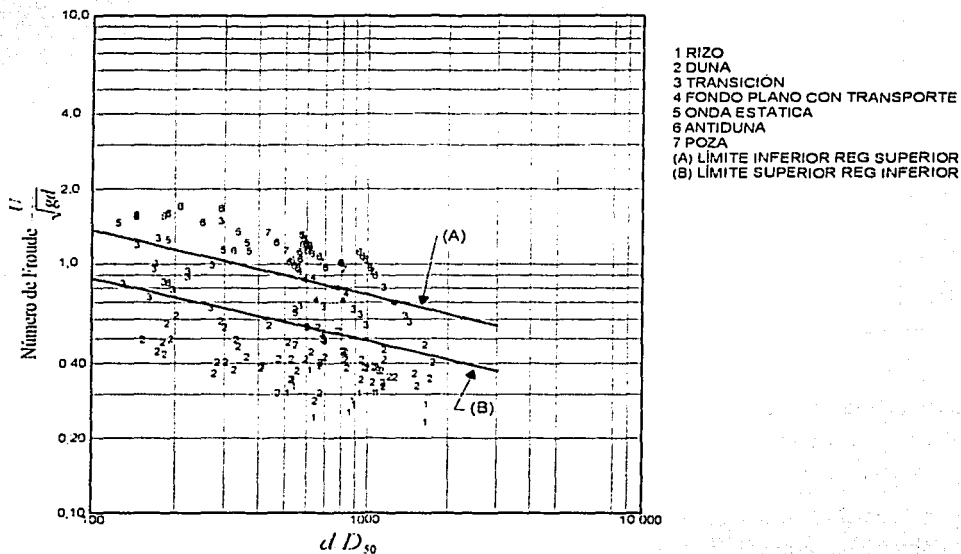


Fig 4.11 Criterio del Número de Froude para la descripción de formas de fondo según Karim (1995)

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

4.3.2.3.2 Aplicación

Los intervalos de aplicación de este método son:

Tirante: $0,3 \leq d \leq 16,7$ m

Velocidad: $0,32$ m/s $\leq U \leq 3,41$ m/s

Pendientes de energía: $0,0000183 \leq S \leq 0,0243$

Tamaño mediano de sedimento: $0,08$ mm $\leq D_{50} \leq 28,6$ mm

Coefficientes de gradación de los sedimentos de fondo: $1,0 \leq \sigma_g \leq 2,0$

4.3.2.3.3 Procedimiento de Cálculo

Como parte de su análisis, Karim propuso el siguiente procedimiento:

Teniendo como datos el gasto, Q , el gradiente de energía, S , y el diámetro medio de sedimento, D_{50} :

- i) Asumir una elevación de la superficie del agua.
- ii) Calcular el tirante, d , el área, A , y la velocidad media, $U_1 = Q/A$, y el número de Froude, $F = U_1 / \sqrt{gd}$, para la elevación elegida.
- iii) Calcular los límites inferior y superior del régimen de transición, F_l y F_u , utilizando las ecuaciones 4.58a y b:

$$F_l = 2,716 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{-0,25} \quad (4.57a)$$

$$F_u = 4,785 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{-0,27} \quad (4.57b)$$

y calcular la velocidad de cortante

$$U_* = \sqrt{gdS} \quad (1.49)$$

iv) Calcular el valor de Δ/d :

a. Si $F < F_c$, calcular Δ/d utilizando la ec. 4.55.

$$\frac{\Delta}{d} = -0,04 + 0,294 \left(\frac{U_*}{\omega} \right) + 0,00316 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^2 - 0,0319 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^3 + 0,00272 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^4; \quad (4.54a)$$

$$0,015 < \frac{U_*}{\omega} < 3,64$$

$$\frac{\Delta}{d} = 0; \quad \frac{U_*}{\omega} < 0,15 \quad \text{ó} \quad \frac{U_*}{\omega} > 3,64 \quad (4.54b)$$

b. Si $F_c < F < F_u$, calcular Δ/d calcular el valor de la ec 4.59.

$$\frac{\Delta}{d} = 0,20 \left(\frac{F_u - F}{F_u - F_c} \right) \quad (4.58)$$

y la ec 4.55. Comparar estos valores y escoger el menor.

c. Si $F > F_u$, $\Delta/d = 0$

v) Calcular f/f_0 de

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left(\frac{\Delta}{d} \right) \quad (4.45)$$

n de la ec 4.59:

- En unidades SI

$$n = 0,037 A_f D_{50}^{0,126} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,465}; \quad D_{50} \text{ en m} \quad (4.59a)$$

- En unidades FPS

$$n = 0,032 A_f D_{50}^{0,126} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,465}; \quad D_{50} \text{ en ft} \quad (4.59b)$$

y U de la ec de Manning

$$U = \frac{K_n}{n} d^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (1.56)$$

En donde $K_n = 1,0$ en unidades SI, y $K_n = 1,486$ en unidades FPS.

Y fijar $U_2 = U$.

- vi) Si $U_2 \neq U_1$, según el límite especificado, asumir otra elevación y repetir a partir del paso ii hasta que se satisfaga que $U_2 = U_1$.

En el caso de desconocer el gasto y sólo conocer el tirante, proponer velocidades medias, U_1 , calcular el número de Froude para esta velocidad y seguir el mismo procedimiento a partir del paso iii.

El procedimiento de Karim es puede aplicar a cauces con fondos de arena y fondos de grava. El régimen de fondo calculado es siempre el régimen menor para estos flujos, con muy bajo Δ/d (entre 0,05 y 0,10).

Para fondos de arena, el método propuesto no es aplicable en el régimen de fondo superior con antidunas o configuración rápidos y pozas, porque el valor de Δ/d equivalente para estos flujos puede ser muy alto y la simplificación $\Delta/d = 0$ sería un error mayor.

4.3.2.4 Método de Nnadi y Wilson (1995)

Fidelia N. Nnadi y Kenneth C. Wilson realizaron experimentos con flujos que presentaban arrastre de sedimentos en conductos cerrados con el propósito de estudiar las formas de fondo, en especial durante cambio de régimen con dunas al régimen de fondo plano. Sus conclusiones son la continuación de las teorías elaboradas por Wilson (1989) y Wilson y Nnadi (1992) sobre flujos con esfuerzos cortantes altos. De manera similar a las expresiones de Wilson (1989), Wilson y Nnadi elaboran expresiones simples similares a la ecuación de Keulegan (1938). Estas expresiones tienen como particularidad que los datos con los que fueron calibradas tienen valores del parámetro adimensional de Shields muy por arriba del inicio del movimiento.

4.3.2.4.1 Desarrollo

Con base en sus datos experimentales, Nnadi y Wilson concluyeron que la rugosidad efectiva, k , se incrementa conjuntamente con el esfuerzo cortante, τ_0 , cuando se presenta la configuración de régimen superior con fondo plano. También observaron que la relación coeficiente de rugosidad efectiva - diámetro de partícula, k/D , disminuye junto con el parámetro de Shields, τ . Encontraron que la relación velocidad media-velocidad asociada al cortante, U/U_* , depende de la pendiente, S , y la gravedad específica del material de fondo, S_s , sin embargo es independiente del diámetro de partícula, D .

Por consiguiente, plantearon una relación U/U_* dependiente del parámetro

$$\frac{S}{(S_s - 1)}. \quad (4.60)$$

Según Nnadi y Wilson, el régimen superior con fondo plano es similar a un régimen en capa viscosa o con paredes lisas, y por tanto distinto a un flujo con límites rugosos. Siguiendo esta hipótesis, relacionaron la transición de régimen inferior con fondo plano (fondo rugoso) al régimen superior con fondo plano por medio del análisis de Colebrook (1939) sobre transición de flujos con pared lisa a rugosa junto con un esquema similar al de Prandtl (1933), y plantearon la relación entre velocidades para pared rugosa como

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{R_b}{k} \right) + B_1 \quad (4.61)$$

donde R_b , radio hidráulico asociado al fondo; κ constante de von Kármán; k altura

de rugosidad proporcional al diámetro de sedimento, D . Al evaluar κ y B_1 obtuvieron la ecuación

$$\frac{U}{U_*} = 2,5 \ln \frac{R_b}{k} = 6,0 \quad (4.62)$$

Sustituyeron la rugosidad por un valor asociado al diámetro, $k = 2D$, en el caso de pared rugosa en la ec 4.62 siguiendo el criterio propuesto por Yalin (1977), debido a que de esta manera se obtiene una ecuación para el número de Shields de pared rugosa, τ_* . Además sumaron a ambos lados de la ecuación $2,5 \ln[S/(S_s - 1)]$ y obtuvieron

$$\frac{U}{U_*} + 2,5 \ln \left(\frac{S}{S_s - 1} \right) = 2,5 \ln \left[\frac{R_b}{D} \left[\frac{S}{S_s - 1} \right] \right] + 4,3 \quad (4.63)$$

Al sustituir la definición del parámetro de Shields, τ_* ,

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{\rho g (S_s - 1) D} = \frac{S R_b}{(S_s - 1) D} \quad (4.11)$$

en la ec 4.63, obtuvieron la relación de velocidad adimensional para pared rugosa en régimen inferior

$$\frac{U}{U_*} + 2,5 \ln \left(\frac{S}{S_s - 1} \right) = 2,5 \ln \tau_* + 4,3 \quad (4.64)$$

Para el régimen superior con fondo plano, utilizaron la ec 4.62 con un valor de rugosidad equivalente a la mitad del grosor de la capa viscosa, $k = 2\delta_s$, y plantearon

$$\frac{U}{U_*} = 2,5 \ln \frac{R_b}{\delta_s} + 7,7 \quad (4.65)$$

Sustituyeron un criterio propuesto previamente (Nnadi y Wilson, 1992)

$$\frac{\delta_s}{R_b} = \left[(C \tan \phi) \right]^{-1} \left[\frac{S}{(S_s - 1)} \right] = 7,5 \left[\frac{S}{(S_s - 1)} \right], \quad (4.66)$$

en la ec 4.65 y plantearon la relación de velocidad para un flujo en régimen superior con fondo plano (Fig. 4.12)

$$\frac{U}{U_*} + 2,5 \ln \left(\frac{S}{(S_s - 1)} \right) = 2,7 \quad (4.67)$$

Según Nnadi y Wilson la transición entre los regímenes inferior y superior es súbita, es decir, no se presenta un régimen de transición. Para distinguir entre los dos regímenes utilizaron el parámetro de Shields, planteando que no se presentan formas de fondo cuando éste tiene es mayor a uno, $\tau_* > 1$. Adicionalmente, indicaron que un factor de pérdida en régimen superior con fondo plano es mayor que el factor de pérdida en régimen inferior.

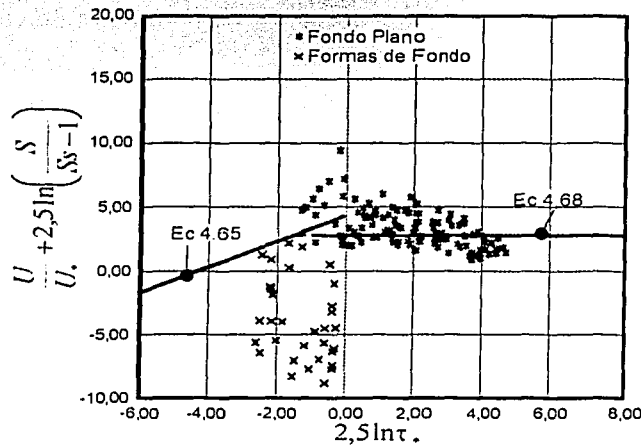


Fig. 4.12 Comparación por medio de los coeficientes τ_* y $S/(S_s-1)$ de las mediciones para fondo plano y formas de fondo según Nnadi y Wilson. (1995)

4.3.2.4.2 Procedimiento de Cálculo

Nnadi y Wilson no propusieron ningún procedimiento de cálculo ni los intervalos en los cuales la expresión es válida. Sin embargo, utilizando sus expresiones se propone el siguiente procedimiento:

Si se tienen como datos el tirante, d , la pendiente, S , y las características del sedimento.

- i) Calcular el número adimensional de Shields, τ_* ,

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{\rho g (S_s - 1) D} = \frac{SR}{(S_s - 1) D} \quad (4.11)$$

- a. Si $\ln \tau. < -0,64$, el régimen es inferior.
- b. Si $\ln \tau. > -0,64$, el régimen es superior.

ii) Ya identificado el régimen, calcular la velocidad utilizando las ecuaciones:

Para régimen inferior

$$\frac{U}{U_*} + 2,5 \ln \left(\frac{S}{S_s - 1} \right) = 2,5 \ln \tau. + 4,3 \quad (4.64)$$

Para régimen superior

$$\frac{U}{U_*} + 2,5 \ln \left(\frac{S}{(S_s - 1)} \right) = 2,7 \quad (4.67)$$

4.3.2.4.3 Comentarios

Nnadi y Wilson elaboraron expresiones sumamente simplificadas de los datos disponibles. En la Fig 4.12, se puede observar que las ec 4.65 y 4.68 y los datos reales muestran una tendencia divergente conforme aumenta el valor del esfuerzo cortante. Las ec 4.64 y 4.67 son prácticas y de fácil aplicación, sin embargo, debido a que divergen, pueden provocar errores en los resultados muy por arriba de lo permitido en aplicaciones de ingeniería.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ESTADO DE GUATEMALA
INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA Y CENSOS
CALLE DE LA PAZ, 10
GUATEMALA, GUATEMALA

5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN CAUCES ARTIFICIALES

La ecuación básica para la n de Manning en cauces artificiales es

$$n = \frac{R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}}{U} \quad (5.1)$$

Esta ecuación es una función producto de potencias. Si se supone la velocidad como una variable independiente, se puede aplicar el criterio propuesto por las ecs 2.3 a 2.9

$$e_n = a \left[\alpha_A^2 \beta_A^2 + \alpha_B^2 \beta_B^2 + \alpha_C^2 \beta_C^2 + \dots + \alpha_N^2 \beta_N^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

De la ecuación de Manning se definen los coeficientes

$$\begin{aligned} \beta_R &= \frac{2}{3} \\ \beta_S &= \frac{1}{2} \\ \beta_U &= -1 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} (5.2 \\ a.b.c) \end{array}$$

La ec 2.9 con los coeficientes de la ec de Manning (5.2), se simplifica a

$$\frac{e_n}{n} = \left[\frac{4}{9} \alpha_R^2 + \frac{1}{4} \alpha_S^2 + \alpha_U^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

Siendo α_R , α_S y α_U los porcentajes de error en forma decimal del radio hidráulico, la pendiente y la velocidad respectivamente, y en es el error e_n el coeficiente de Manning.

De manera análoga se puede utilizar el criterio para el cálculo del error con la ec 2.2. Las derivadas de la ec 5.1 son:

Con respecto al radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial n}{\partial R} = \frac{2}{3} R^{-\frac{1}{3}} S^{\frac{1}{2}} U^{-1} \quad (5.4)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial n}{\partial S} = \frac{1}{2} R^{\frac{2}{3}} S^{-\frac{1}{2}} U^{-1} \quad (5.5)$$

Con respecto a la velocidad, U ,

$$\frac{\partial n}{\partial U} = -R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} U^{-2} \quad (5.6)$$

Y por tanto, la expresión para calcular el error con este criterio es

$$e_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial R}\right)^2 e_R^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial S}\right)^2 e_S^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial U}\right)^2 e_U^2} \quad (5.7)$$

Los resultados que se obtienen por los dos procedimientos son equivalentes.

6. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN CAUCES NATURALES.

6.1 Cauces de Montaña

6.1.1 Método de Jarrett (1984)

6.1.1.1 Ecuaciones

$$n = 0,39S_f^{0,38} R^{-0,16} \quad (4.14)$$

S_f pendiente de fricción; R radio hidráulico en pies.

6.1.1.2 Análisis de Sensibilidad

Si se utiliza la equivalencia 1 ft = 0,3048 m, la ec 4.14 se puede plantear como

$$n = 0,32248S_f^{0,38} R^{-0,16} \quad (6.1)$$

En la que D_{50} en m.

Según la ecuación planteada

$$n = \phi(R, S_f) \quad (6.2)$$

Si se utiliza el criterio propuesto para funciones que son productos de potencias, los coeficientes β_s y β_R son:

$$\begin{aligned} \beta_s &= 0,38 \\ \beta_R &= -0,16 \end{aligned} \quad (6.3)$$

La expresión para calcular el error en la ec de Jarrett, a partir de la ec 2.9, es

$$\frac{e_n}{n} = [0,1444\alpha_s^2 + 0,0256\alpha_R^2]^{\frac{1}{2}} \quad (6.4)$$

donde α_s y α_R son los coeficientes de error de precisión para la pendiente y el radio hidráulico respectivamente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

6.1.2 Método de Bathurst (1985)

6.1.2.1 Ecuaciones

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} = 5,62 \log\left(\frac{d}{D_{84}}\right) + 4 \quad (4.15)$$

6.1.2.2 Análisis de Sensibilidad

Al introducir logaritmos naturales a la ec 4.15 se obtuvo

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} = 2,4407 \ln\left(\frac{d}{D_{84}}\right) + 4 \quad (6.5)$$

De la ec 6.5 se concluyó que el coeficiente de resistencia de Darcy-Weisbach es función del tirante y el diámetro característico.

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} = \phi(d, D_{84}) \quad (6.6)$$

Por tanto, se obtuvieron las siguientes derivadas parciales de la ec 6.5:

Con respecto al tirante, d ,

$$\frac{\partial}{\partial d} \left[\left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} \right] = \frac{2,44073}{d} \quad (6.7)$$

Con respecto al diámetro representativo, D_{84} ,

$$\frac{\partial}{\partial D_{84}} \left[\left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} \right] = -\frac{2,44073}{D_{84}} \quad (6.8)$$

A partir de la ecuación

$$n = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{g^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.47)$$

se concluyó que el coeficiente de Manning es función del radio hidráulico, el tirante y un diámetro característico

$$n = \phi \left(R, \left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right) = \phi(R, d, D_{84}) \quad (6.9)$$

Las derivadas del coeficiente de rugosidad de Manning, n , son:

Con respecto al radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial n}{\partial R} = \frac{1}{6} \frac{1}{R^{\frac{5}{6}} g^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{8}{f} \right)^{-\frac{1}{2}} = n \left[\frac{1}{6R} \right] \quad (6.10)$$

Con respecto al tirante, d ,

$$\frac{\partial n}{\partial d} = -\frac{R^{\frac{1}{6}}}{g^{\frac{1}{2}}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-2} \frac{\partial}{\partial d} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = -n \left[\frac{2,4407}{d} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \right] \quad (6.11)$$

Con respecto al diámetro representativo, D_{84} ,

$$\frac{\partial n}{\partial D_{84}} = -\frac{R^{\frac{1}{6}}}{g^{\frac{1}{2}}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-2} \frac{\partial}{\partial D_{84}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = -n \left[\frac{2,4407}{D_{84}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \right] \quad (6.12)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning es

$$e_n = \left[\left(\frac{\partial n}{\partial R} \right)^2 e_R^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial d} \right)^2 e_d^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial D_{84}} \right)^2 e_{D_{84}}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.13a)$$

Conjuntamente con las ecs 4.15, 6.5 - 6.12.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Esta expresión, se puede describir como

$$\frac{e_n}{n} = \left[5,9570 \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-2} \left(\alpha_d^2 + \alpha_{D_{84}}^2 \right) + \frac{1}{36} \alpha_R^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.13b)$$

Donde α_d , $\alpha_{D_{84}}$ y α_R son las proporciones de error del tirante, diámetro característico y radio hidráulico respectivamente, definidos en la expresión 2.6.

6.1.3 Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak (1988)

6.1.3.1 Ecuaciones

$$n = 0,0456(D_{50}S_0)^{0,159} \quad (4.16)$$

Donde D_{50} está en in.

$$n = 0,0273(D_{50}S_0)^{0,159} \quad (4.17)$$

Donde D_{50} está en mm.

6.1.3.2 Análisis de Sensibilidad

Al utilizar la equivalencia 1 m = 1000 mm en la ec 4.17 para plantearla en unidades SI se obtuvo

$$n = 0,081877D_{50}^{0,159}S_0^{0,159} \quad (6.14)$$

De esta expresión se planteó que el coeficiente de rugosidad de Manning es función de un diámetro característico y la pendiente.

$$n = \phi(D_{50}, S_0) \quad (6.15)$$

La ec 6.14 es un producto de potencias. Por tanto se pueden plantear los coeficientes $\beta_{D_{50}}$ y β_{S_0}

$$\beta_{D_{50}} = 0,159$$

$$\beta_{S_0} = 0,159 \quad (6.16)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning, a partir de la ec 2.9 al sustituir en ésta los coeficientes de la ecuación de Abt et al. es

$$\frac{e_n}{n} = 0,159[\alpha_{D_{50}}^2 + \alpha_{S_0}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (6.17)$$

donde $\alpha_{D_{50}}$ y α_{S_0} son los coeficientes de error para el diámetro medio y la pendiente respectivamente.

6.1.4 Método de Rice, Kadavy y Robinson (1998)

6.1.4.1 Ecuaciones

Para el coeficiente de rugosidad, n , de Manning

$$n = 0,029(D_{50} S_0)^{0,147} \quad (4.18)$$

Donde D_{50} se expresa en mm.

Para el coeficiente de rugosidad, f , de Darcy-Weisbach

$$(8 f)^{1,2} = 5,1 \log(d D_{84}) + 6 \quad (4.19)$$

6.1.4.2 Análisis de Sensibilidad

6.1.4.2.1 Coeficiente de rugosidad de Manning, n

Si se utiliza la equivalencia 1 m = 1000 mm, la ec 4.18 se puede describir como

$$n = 0,080057 D_{50}^{0,147} S_0^{0,147} \quad (6.18)$$

Según la ec 6.18, el coeficiente de rugosidad de Manning, n , es función de un diámetro característico y la pendiente

$$n = \phi(D_{50}, S_0) \quad (6.19)$$

Esta ecuación es un producto de potencias. A partir de la ec 6.18 se plantearon los coeficientes $\beta_{D_{50}}$ y β_{S_0}

$$\begin{aligned} \beta_{D_{50}} &= 0,147 \\ \beta_{S_0} &= 0,147 \end{aligned} \quad (6.20)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning, a partir de la ec 2.9 al sustituir en esta los coeficientes de la ecuación de Rice, Kadavy y Robinson es

$$\frac{e_n}{n} = 0,147 \left[\alpha_{D_{s_0}}^2 + \alpha_{s_0}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.21)$$

donde $\alpha_{D_{s_0}}$ y α_{s_0} son los coeficientes de error para el diámetro medio y la pendiente respectivamente.

6.1.4.2.2 Coeficiente de rugosidad de Darcy-Weisbach, f

Al rescribir la ec 4.19 en términos de logaritmos naturales y después de simplificar se obtuvo

$$\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} = 2,2149 \ln \left(\frac{d}{D_{s_4}} \right) + 6 \quad (6.22)$$

Según la ec 6.22, el coeficiente de rugosidad, f , es función de los parámetros

$$\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} = \phi(d, D_{s_4}) \quad (6.23)$$

Por tanto, se pueden obtener las derivadas parciales:

Con respecto al tirante, d ,

$$\frac{\partial}{\partial d} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = \frac{2,2149}{d} \quad (6.24)$$

Con respecto al diámetro representativo, D_{s_4} ,

$$\frac{\partial}{\partial D_{s_4}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = -\frac{2,2149}{D_{s_4}} \quad (6.25)$$

Se puede relacionar el coeficiente n con el coeficiente f por medio de la ecuación

$$n = \frac{R^{\frac{1}{5}}}{g^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{8}{f} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.47)$$

Por lo que al utilizar la ec 6.22, el coeficiente n es función de las variables

$$n = \phi(D_{84}, d, R) \quad (6.26)$$

En este caso, al ser río de montaña, no se puede utilizar la similitud $d \approx R$. Por lo que se obtuvieron las derivadas parciales:

Con respecto al tirante, d ,

$$\frac{\partial n}{\partial d} = -\frac{R^6}{g^{\frac{1}{3}}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-2} \left(\frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} \right) = -n \left[\frac{2,2149}{d} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} \right] \quad (6.27)$$

Con respecto al radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial n}{\partial R} = \frac{1}{6} \frac{1}{R^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{3}}} \left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} = n \left[\frac{1}{6R} \right] \quad (6.28)$$

Con respecto al diámetro representativo, D_{84} ,

$$\frac{\partial n}{\partial D_{84}} = -\frac{R^6}{g^{\frac{1}{3}}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-2} \left(\frac{\partial}{\partial D_{84}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \right) = -n \left[\frac{2,2149}{D_{84}} \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} \right] \quad (6.29)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning es

$$e_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial R} \right)^2 e_R^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial d} \right)^2 e_d^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial D_{84}} \right)^2 e_{D_{84}}^2} \quad (6.30a)$$

Que también se puede describir como

$$\frac{e_n}{n} = \left[4,9058 \left[\left(\frac{8}{f} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-2} \left(\alpha_d^2 + \alpha_{D_{84}}^2 \right) + \frac{1}{36} \alpha_R^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.30b)$$

Donde α_d , $\alpha_{D_{84}}$ y α_R son las proporciones de error del tirante, diámetro característico y radio hidráulico respectivamente, definidos en la expresión 2.6.

6.2 Ríos de Planicie

6.2.1 Método de Brownlie (1983)

6.2.1.1 Ecuaciones

Régimen Inferior

$$\frac{R}{D_{50}} = 0,3724q_s^{0,6539} S^{-0,2542} \sigma_s^{0,1050} \quad (4.33a)$$

Cuando

$$F_g / F_{*g} \leq 0,8 \quad (6.31a)$$

ó

$$\log \frac{F_g}{F_{*g}} = \begin{cases} -0,02469 + 0,1517 \log \frac{D_{50}}{\delta} + 0,8381 \left(\log \frac{D_{50}}{\delta} \right)^2 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} < 2 \\ \log 1,25 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} \geq 2 \end{cases} \quad (4.37b)$$

Régimen superior

$$\frac{R}{D_{50}} = 0,2836q_s^{0,6248} S^{-0,2877} \sigma_s^{0,08013} \quad (4.33b)$$

Cuando

$$F_g / F_{*g} \geq 1,25 \quad (6.31b)$$

ó

$$S > 0.006 \quad (6.31c)$$

ó

$$\log \frac{F_g}{F_{*g}} = \begin{cases} -0,2026 + 0,07026 \log \frac{D_{50}}{\delta} + 0,9330 \left(\log \frac{D_{50}}{\delta} \right)^2 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} < 2 \\ \log 0,8 & \text{para } \frac{D_{50}}{\delta} \geq 2 \end{cases} \quad (4.37a)$$

Para ambos casos:

$$F_g^* = 1,74S^{-1.3} \quad (4.35)$$

$$F_s = \frac{U\sqrt{\rho}}{\sqrt{(\rho_s - \rho)gD_{50}}} = \frac{U}{\sqrt{(Ss-1)gD_{50}}} \quad (4.36)$$

$$q_* = \frac{q}{gD_{50}^3} = \frac{Ud}{gD_{50}^3} \quad (4.23)$$

6.2.1.2 Análisis de Sensibilidad

6.2.1.2.1 Régimen Inferior

La ec 4.33a se planteó en función de la velocidad como

$$U = 4,5295 \cdot \bar{g} R^{0,5293} D_{50}^{-0,0293} S^{0,3887} \sigma_g^{-0,1606} \quad (6.32)$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación de Manning y simplificando se obtuvo

$$n = 0,22077 g^{-\frac{1}{2}} R^{0,13767} S^{0,1113} D_{50}^{0,0293} \sigma_g^{0,1606} \quad (6.33)$$

Por lo que el coeficiente de rugosidad de Manning es función del radio hidráulico, la pendiente, un diámetro característico y la desviación estándar geométrica.

$$n = \phi(R, S, D_{50}, \sigma_g) \quad (6.34)$$

Al ser una función de potencias, se definieron los coeficientes

$$\begin{aligned} \beta_R &= 0,1377 \\ \beta_S &= 0,1113 \\ \beta_{D_{50}} &= 0,0293 \\ \beta_{\sigma_g} &= 0,1606 \end{aligned} \quad (6.35)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning para el método de Brownlie en régimen inferior, a partir de la ec 2.9 es

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,01895\alpha_R^2 + 0,01239\alpha_S^2 + 0,00086\alpha_{D_{50}}^2 + 0,02611\alpha_{\sigma_g}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.36)$$

donde α_R , α_S , $\alpha_{D_{50}}$ y α_{σ_g} son los coeficientes de error para el radio hidráulico, la pendiente, el diámetro medio y la desviación geométrica del sedimento respectivamente.

6.2.1.2.2 Régimen Superior

La ec 4.33b se puede describir en función de la velocidad como

$$U = 7,5154 \cdot \sqrt{g} R^{0,6005} D_{50}^{-0,1005} S^{0,4605} \sigma_g^{-0,1282} \quad (6.37)$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación de Manning y simplificar se obtuvo

$$n = 0,13306 g^{-\frac{1}{2}} R^{0,06617} D_{50}^{0,1005} S^{0,0395} \sigma_g^{0,1282} \quad (6.38)$$

Al ser una función de potencias, se definieron los coeficientes

$$\begin{aligned} \beta_R &= 0,06617 \\ \beta_S &= 0,0395 \\ \beta_{D_{50}} &= 0,1005 \\ \beta_{\sigma_g} &= 0,1282 \end{aligned} \quad (6.39)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning para el método de Brownlie en régimen superior, a partir de la ec 2.9 es

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,004378 \alpha_R^2 + 0,00156 \alpha_S^2 + 0,01010 \alpha_{D_{50}}^2 + 0,016435 \alpha_{\sigma_g}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.40)$$

donde α_R , α_S , $\alpha_{D_{50}}$ y α_{σ_g} son los coeficientes de error para el radio hidráulico, la pendiente, el diámetro medio y la desviación geométrica del sedimento respectivamente.

6.2.2 Método de Karim y Kennedy (1990)

6.2.2.1 Ecuaciones

6.2.2.1.1 Formulación Gasto Sólido y Velocidad no Asociados

$$\frac{U}{g(Ss-1)D_{50}} = 2,822 \left[\frac{q}{g(Ss-1)D_{50}^3} \right]^{0,376} S^{0,310} \quad (4.40)$$

6.2.2.1.2 Formulación Formas de Fondo y Velocidad Asociadas

6.2.2.1.2.1 Formulación A

$$\frac{U}{g(Ss-1)D_{50}} = 3,197 \left[\frac{q}{g(Ss-1)D_{50}^3} \right]^{0,385} S^{0,309} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,283} \quad (4.42)$$

6.2.2.1.2.1 Formulación B

$$\frac{U}{g(Ss-1)D_{50}} = 6,683 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,626} S^{0,503} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,465} \quad (4.43)$$

Para ambas formulaciones:

$$f_0 = \frac{8}{\left[6,25 + 2,5 \ln \left(\frac{d}{2,5D_{50}} \right) \right]^2} \quad (4.44)$$

Cuando $\tau. \leq 1,5$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left[0,080 + 2,27 \left(\frac{\tau.}{3} \right) - 18,13 \left(\frac{\tau.}{3} \right)^2 + 70,90 \left(\frac{\tau.}{3} \right)^3 - 88,33 \left(\frac{\tau.}{3} \right)^4 \right]; \tau. \leq 1,5 \quad (4.47a)$$

Cuando $\tau. > 1,5$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20; \quad \tau. > 1,5 \quad (4.47b)$$

6.2.2.2 Análisis de Sensibilidad

6.2.2.2.1 Formulación Gasto Sólido y Velocidad no Asociados

Al tomar en cuenta la ecuación

$$q = Ud \quad (4.51)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La ec 4.40 se puede describir como

$$U = 5,2729 \sqrt{g(Ss-1)} D_{50} \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,60256} S^{0,4968} \quad (4.52)$$

Al sustituir la ec 4.52 en la ec de Manning y simplificar se obtuvo

$$n = 0,18965 g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{0,064067} D_{50}^{0,1026} S^{0,0032} \quad (6.41)$$

Por lo que se planteó el coeficiente de rugosidad de Manning en función del tirante, un diámetro característico, la pendiente, y el peso específico sumergido.

$$n = \phi(d, D_{50}, S_0, (Ss-1)) \quad (6.42)$$

Esta formulación es un producto de potencias. Los coeficientes correspondientes a cada variable son:

$$\begin{aligned} \beta_{Ss-1} &= -0,5 \\ \beta_d &= 0,06407 \\ \beta_{D_{50}} &= 0,1026 \\ \beta_S &= 0,0032 \end{aligned} \quad (6.43)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning para la formulación velocidad-gasto sólido no asociados de Karim y Kennedy es

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,25 \alpha_{Ss-1}^2 + 0,0041 \alpha_d^2 + 0,01053 \alpha_{D_{50}}^2 + 0,00001 \alpha_S^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.44)$$

donde α_{Ss-1} , α_d , $\alpha_{D_{50}}$ y α_S son los coeficientes de error para el peso específico sumergido, tirante o radio hidráulico, el diámetro medio y la pendiente respectivamente.

6.2.2.2 Formulación Formas de Fondo y Velocidad Asociadas

La ec 4.47a se puede simplificar como

$$\frac{f}{f_0} = 1,9136 + 6,7495\tau - 17,9688\tau^2 + 23,42326\tau^3 - 8,65848\tau^4 \quad (6.45)$$

Al utilizar la definición del cortante adimensional

$$\tau_* = \frac{dS}{(Ss-1)D_{50}} \quad (4.11)$$

Se puede concluir que

$$\frac{f}{f_0} = \phi(d, S, D_{50}, (Ss-1)) \quad (6.46)$$

Se derivó el cortante adimensional (6.46) y se obtuvieron las expresiones:

Con respecto al tirante, d ,

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial d} = \frac{S}{(Ss-1)D_{50}} \quad (6.47)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial S} = \frac{d}{(Ss-1)D_{50}} \quad (6.48)$$

Con respecto al peso específico, $Ss - 1$,

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial (Ss-1)} = -\frac{dS}{(Ss-1)^2 D_{50}} \quad (6.49)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial D_{50}} = -\frac{dS}{(Ss-1)D_{50}^2} \quad (6.50)$$

Al derivar la relación entre el factor de fricción de sedimento para fondo plano sin transporte y el factor de fricción total cuando $\tau_* \leq 1,5$ se obtuvieron las expresiones:

Con respecto al tirante, d ,

$$\frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{f}{f_0} \right) = (6,74947 - 35,93769\tau_* + 70,26978\tau_*^2 - 34,63312\tau_*^3) \frac{\partial \tau_*}{\partial d} \quad (6.51)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{f}{f_0} \right) = (6,74947 - 35,93769\tau + 70,26978\tau^2 - 34,63312\tau^3) \frac{\partial \tau}{\partial S} \quad (6.52)$$

Con respecto al peso específico, $S_s - 1$,

$$\frac{\partial}{\partial (S_s - 1)} \left(\frac{f}{f_0} \right) = (6,74947 - 35,93769\tau + 70,26978\tau^2 - 34,63312\tau^3) \frac{\partial \tau}{\partial (S_s - 1)} \quad (6.53)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial}{\partial D_{50}} \left(\frac{f}{f_0} \right) = (6,74947 - 35,93769\tau + 70,26978\tau^2 - 34,63312\tau^3) \frac{\partial \tau}{\partial D_{50}} \quad (6.54)$$

Las ec 6.51 - 6.54 se deben utilizar conjuntamente con las ec 6.47 - 6.50. Cuando $\tau > 1.5$, f/f_0 es constante por lo que la ec 6.46 no es válida.

6.2.2.2.1 Formulación A

La ec 4.42 se puede describir en función de la velocidad como

$$U = 6,6179 \cdot \sqrt{g(S_s - 1)} D_{50} \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,6260} S^{0,5024} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,4602} \quad (4.53)$$

Al sustituir la ec 4.53 en la ecuación de Manning y al simplificar se obtuvo

$$n = 0,151105 g^{-\frac{1}{2}} (S_s - 1)^{-\frac{1}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{0,1260} S^{-0,0024} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,4602} \quad (6.55)$$

por lo que el coeficiente de rugosidad de Manning es función del peso específico sumergido, el tirante, un diámetro característico y la pendiente.

Las ecuaciones resultantes; cuando $\tau \leq 1,5$ son:

Con respecto al tirante, d ,

$$\frac{\partial n}{\partial d} = 0,151105 [g(S_s - 1)]^{\frac{1}{2}} D_{50}^{0,1260} S^{-0,0024} * \left\{ 0,04067 d^{-0,95933} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,4602} + 0,4602 d^{0,04067} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,5398} \frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{f}{f_0} \right) \right\} \quad (6.56)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial n}{\partial D_{50}} = 0,151105 [g(Ss-1)]^{-\frac{1}{3}} d^{0,04067} S^{-0,0024} * \\ * \left\{ 0,1260 D_{50}^{-0,874} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,4602} + 0,4602 D_{50}^{0,126} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,5398} \frac{\partial}{\partial D_{50}} \left(\frac{f}{f_0}\right) \right\} \quad (6.57)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial n}{\partial S} = 0,151105 [g(Ss-1)]^{-\frac{1}{3}} d^{0,04067} D_{50}^{0,1260} * \\ * \left\{ -0,0024 S^{-1,0024} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,4602} + 0,4602 S^{-0,0024} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,5398} \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{f}{f_0}\right) \right\} \quad (6.58)$$

Con respecto al peso específico, $Ss-1$,

$$\frac{\partial n}{\partial (Ss-1)} = 0,151105 g^{-\frac{1}{3}} d^{0,04067} D_{50}^{0,1260} S^{-0,0024} * \\ * \left\{ -\frac{1}{2} (Ss-1)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,4602} + 0,4602 (Ss-1)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,5398} \frac{\partial}{\partial (Ss-1)} \left(\frac{f}{f_0}\right) \right\} \quad (6.59)$$

Cuando $\tau > 1,5$, la relación (f/f_0) es constante, por lo que la función 6.55 es un producto de potencias. Los coeficientes para este caso son:

$$\begin{aligned} \beta_{Ss-1} &= -0,5 \\ \beta_d &= 0,04067 \\ \beta_{D_{50}} &= 0,1260 \\ \beta_S &= -0,0024 \end{aligned} \quad (6.60)$$

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning para la formulación formas de fondo y velocidad asociadas A cuando $\tau > 1,5$ de Karim y Kennedy es

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,25 \alpha_{Ss-1}^2 + 0,00165 \alpha_d^2 + 0,01588 \alpha_{D_{50}}^2 + 0,000006 \alpha_S^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.61)$$

donde α_{Ss-1} , α_d , $\alpha_{D_{50}}$ y α_S son los coeficientes de error para el peso específico sumergido, tirante o radio hidráulico, el diámetro medio y la pendiente respectivamente.

Si se utiliza el criterio original, las derivadas resultantes son:

Con respecto al tirante, d , o el radio hidráulico, R , ($d \approx R$)

$$\frac{\partial n}{\partial d} = 6,14545 \times 10^{-3} g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{-0,95933} D_{50}^{0,1260} S^{-0,0024} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,4602} \quad (6.62)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial n}{\partial D_{50}} = 1,90393 \times 10^{-2} g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{-0,874} S^{-0,0024} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,4602} \quad (6.63)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial n}{\partial S} = -3,62653 \times 10^{-4} g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{0,1260} S^{-1,0024} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,4602} \quad (6.64)$$

Con respecto al peso específico sumergido, $Ss-1$,

$$\frac{\partial n}{\partial (Ss-1)} = -7,5553 \times 10^{-2} g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{3}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{0,1260} S^{-0,0024} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,4602} \quad (6.65)$$

6.2.2.2.2 Formulación B

La ec 4.43 se puede reescribir como función de la velocidad como

$$U = 6,683 g^{\frac{1}{2}} (Ss-1)^{\frac{1}{2}} d^{0,626} D_{50}^{-0,126} S^{0,503} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,462} \quad (6.66)$$

Al sustituir esta expresión en la ec de Manning

$$n = 0,149633 g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{0,126} S^{-0,003} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,462} \quad (6.67)$$

La ec 6.42 también es válida en este caso. Por tanto, las derivadas resultantes cuando $\tau \leq 1,5$ son:

Con respecto al tirante, d , o el radio hidráulico, R , ($d \approx R$)

$$\frac{\partial n}{\partial d} = 0,14963 g^{-\frac{1}{3}} (Ss-1)^{-\frac{1}{3}} D_{50}^{0,126} S^{-0,003} * \left\{ 0,040667 d^{-0,95933} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,462} + 0,462 d^{0,04067} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,538} \frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{f}{f_0}\right) \right\} \quad (6.68)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial n}{\partial D_{50}} = 0,14963 g^{-\frac{1}{3}} (Ss-1)^{-\frac{1}{3}} d^{0,04067} S^{-0,003} * \left\{ 0,126 D_{50}^{-0,874} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,462} + 0,462 D_{50}^{0,126} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,538} \frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{f}{f_0}\right) \right\} \quad (6.69)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial n}{\partial S} = 0,14963 g^{-\frac{1}{3}} (Ss-1)^{-\frac{1}{3}} d^{0,04067} D_{50}^{0,126} * \left\{ -0,003 S^{-1,003} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,462} + 0,462 S^{-0,003} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,538} \frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{f}{f_0}\right) \right\} \quad (6.70)$$

Con respecto al peso específico, $(Ss-1)$,

$$\frac{\partial n}{\partial (Ss-1)} = 0,14963 g^{-\frac{1}{3}} d^{0,04067} D_{50}^{0,126} S^{-0,003} * \left\{ -0,5 (Ss-1)^{-\frac{4}{3}} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{0,462} + 0,462 (Ss-1)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-0,538} \frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{f}{f_0}\right) \right\} \quad (6.71)$$

Cuando $\tau > 1,5$, la ec 6.67 es un producto de potencias. Los coeficientes en este caso son:

$$\beta_{Ss-1} = -0,5$$

$$\beta_d = 0,04067$$

$$\beta_{D_{50}} = 0,1260$$

$$\beta_S = -0,003$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

 (6.72)

La expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning para la formulación formas de fondo y velocidad asociadas B cuando $\tau > 1,5$ de Karim y Kennedy es

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,25\alpha_{Ss-1}^2 + 0,00165\alpha_d^2 + 0,01588\alpha_{D_{50}}^2 + 0,000009\alpha_s^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.73)$$

donde α_{Ss-1} , α_d , $\alpha_{D_{50}}$ y α_s son los coeficientes de error para el peso específico sumergido, tirante o radio hidráulico, el diámetro medio y la pendiente respectivamente.

Para el procedimiento basado en derivadas, las ecuaciones que se obtuvieron son:

Con respecto al tirante, d , o el radio hidráulico, R , ($d \approx R$)

$$\frac{\partial n}{\partial d} = 6,0851 \times 10^{-3} g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{-0,95913} D_{50}^{0,126} S^{-0,003} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,462} \quad (6.74)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial n}{\partial D_{50}} = 1,8854 \times 10^{-2} g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{-0,874} S^{-0,003} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,462} \quad (6.75)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial n}{\partial S} = -4,4890 \times 10^{-4} g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{1}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{0,126} S^{-1,003} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,462} \quad (6.76)$$

Con respecto al peso específico sumergido, $Ss-1$,

$$\frac{\partial n}{\partial (Ss-1)} = -0,07482 g^{-\frac{1}{2}} (Ss-1)^{-\frac{3}{2}} d^{0,04067} D_{50}^{0,126} S^{-0,003} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{0,462} \quad (6.77)$$

Para las formulaciones A y B cuando se utiliza el criterio de derivadas, la expresión para calcular el error en el coeficiente de rugosidad de Manning es

$$e_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial R} \right)^2 e_R^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial D_{50}} \right)^2 e_{D_{50}}^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial S} \right)^2 e_S^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial (Ss-1)} \right)^2 e_{(Ss-1)}^2} \quad (6.78)$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

6.2.3 Modificación de Karim (1995) al Método de Karim y Kennedy (1990)

6.2.3.1 Ecuaciones

De la formulación de Karim y Kennedy (1990)

$$\frac{U}{\sqrt{g(Ss-1)D_{50}}} = 6,683 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{0,626} S^{0,503} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-0,465} \quad (4.43)$$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left(\frac{\Delta}{d} \right) \quad (4.45)$$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20; \quad \left(\frac{\Delta}{d} = 0 \right) \quad (4.47b)$$

Modificaciones según Karim (1995)

Valor máximo

$$\frac{f}{f_0} = 4,5 \text{ cuando } \frac{\Delta}{d} = 0,39 \quad (4.55)$$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20 + 8,92 \left[-0,04 + 0,294 \left(\frac{U_*}{\omega} \right) + 0,00316 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^2 - 0,0319 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^3 + 0,00272 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^4 \right]; \quad 0,15 < \left(\frac{U_*}{\omega} \right) < 3,64 \quad (4.56a)$$

$$\frac{f}{f_0} = 1,20; \quad \frac{U_*}{\omega} < 0,15 \quad \text{ó} \quad \frac{U_*}{\omega} > 3,64 \quad (4.56b)$$

$$\frac{\Delta}{d} = -0,04 + 0,294 \left(\frac{U_*}{\omega} \right) + 0,00316 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^2 - 0,0319 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^3 + 0,00272 \left(\frac{U_*}{\omega} \right)^4; \quad 0,015 < \frac{U_*}{\omega} < 3,64 \quad (4.54a)$$

$$\frac{\Delta}{d} = 0; \quad \frac{U_*}{\omega} < 0,15 \quad \text{ó} \quad \frac{U_*}{\omega} > 3,64 \quad (4.54b)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Límites del régimen de transición con los regímenes inferior y superior

$$F_t = 2,716 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{-0,25} \quad (4.57a)$$

$$F_u = 4,785 \left(\frac{d}{D_{50}} \right)^{-0,27} \quad (4.57b)$$

Es inferior si $F < F_t$

Es de Transición si $F_t \leq F \leq F_u$

Es Superior si $F > F_u$

Durante el régimen de transición

$$\frac{\Delta}{d} = 0,20 \left(\frac{F_u - F}{F_u - F_t} \right) \quad (4.58)$$

6.2.3.2 Análisis de Sensibilidad

Al tomar como base la velocidad de caída, ω , según la ec de Rubey,

$$\omega = \left[\frac{2}{3} (Ss - 1) g D + \frac{36 v^2}{D^2} \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{6v}{D} \quad (4.9)$$

al plantear que el diámetro es igual al diámetro característico, $D = D_{50}$, y según la definición de velocidad asociada al cortante

$$U_* = \sqrt{g R S} \quad (1.48)$$

Se puede concluir que

$$\left(\frac{f}{f_0} \right) = \phi(R, D_{50}, S, Ss - 1, v) \quad (6.79)$$

cuando

$$0,15 \leq \frac{U_*}{\omega} \leq 3,64$$

Al derivar la velocidad de caída se obtuvieron las derivadas:

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial \omega}{\partial D_{50}} = \left[\frac{2}{3} (S_s - 1) g D_{50} + \frac{36 v^2}{D_{50}^3} \right]^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3} (S_s - 1) g - \frac{36 v^2}{D_{50}^3} \right) + \frac{6 v}{D_{50}^2} \quad (6.80)$$

Con respecto al peso específico, $S_s - 1$,

$$\frac{\partial \omega}{\partial (S_s - 1)} = \left[\frac{2}{3} (S_s - 1) g D_{50} + \frac{36 v^2}{D_{50}^3} \right]^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{3} g D_{50} \right) \quad (6.81)$$

Al derivar la velocidad asociada al cortante se obtuvieron las expresiones:

Con respecto al radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial U_*}{\partial R} = \frac{1}{2} g^{\frac{1}{2}} R^{-\frac{1}{2}} S^{\frac{1}{2}} \quad (6.82)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial U_*}{\partial S} = \frac{1}{2} g^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}} S^{-\frac{1}{2}} \quad (6.83)$$

Al derivar la razón (f_o/f) , para valores $0,15 \leq U_* / \omega \leq 3,64$ se obtuvieron las derivadas:

Con respecto al radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{f}{f_o} \right) = \left(\frac{2,6225}{\omega} + 0,0564 \frac{U_*}{\omega^2} - 0,8536 \frac{U_*^2}{\omega^3} + 0,09705 \frac{U_*^3}{\omega^4} \right) \frac{\partial U_*}{\partial R} \quad (6.84)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial}{\partial D_{50}} \left(\frac{f}{f_o} \right) = \left(-\frac{2,6225 U_*}{\omega^2} - 0,05637 \frac{U_*^2}{\omega^3} + 0,8536 \frac{U_*^3}{\omega^4} - 0,09705 \frac{U_*^4}{\omega^5} \right) \frac{\partial \omega}{\partial D_{50}} \quad (6.85)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{f}{f_0} \right) = \left(\frac{2,6225}{\omega} + 0,0564 \frac{U_*}{\omega^2} - 0,8536 \frac{U_*^2}{\omega^3} + 0,09705 \frac{U_*^3}{\omega^4} \right) \frac{\partial U_*}{\partial S} \quad (6.86)$$

Con respecto al peso específico, $Ss-1$,

$$\frac{\partial}{\partial (Ss-1)} \left(\frac{f}{f_0} \right) = \left(-\frac{2,6225 U_*}{\omega^3} - 0,05637 \frac{U_*^2}{\omega^3} + 0,8536 \frac{U_*^3}{\omega^4} - 0,09705 \frac{U_*^4}{\omega^5} \right) \frac{\partial \omega}{\partial (Ss-1)} \quad (6.87)$$

Karim utiliza la formulación formas de fondo y velocidad asociadas B de Karim y Kennedy como base de su propuesta, por lo que las ecs 6.80 a 6.87 deben utilizarse junto con las ecs 6.74 a 6.77 y 6.78 para calcular el error en el coeficiente de Manning. En el caso específico cuando la razón entre la velocidades asociada al cortante y de caída tienen valores $U_*/\omega < 0,15$ ó $U_*/\omega > 3,64$, el valor de la relación (f/f_0) es constante, por lo que se puede utilizar la ec 6.73.

6.2.4 Método de Nnadi y Wilson (1995)

6.2.4.1 Ecuaciones

Para régimen inferior ($\ln \tau. < -0,64$)

$$\frac{U}{U_*} + 2,5 \ln \left(\frac{S}{Ss-1} \right) = 2,5 \ln \tau. + 4,3 \quad (4.64)$$

Para régimen superior con fondo plano ($\ln \tau. > -0,64$)

$$\frac{U}{U_*} + 2,5 \ln \left(\frac{S}{(Ss-1)} \right) = 2,7 \quad (4.67)$$

6.2.4.2 Análisis de Sensibilidad

6.2.4.2.1 Régimen Inferior

Al describir la ec 4.64 en función de la velocidad, U , y simplificar se obtuvo

$$U = \sqrt{gRS} \left[2,5 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,3 \right] \quad (6.88)$$

Por tanto,

$$U = \phi(R, D_{50}, S) \quad (6.89)$$

Las derivadas obtenidas para este caso son:

Con respecto al radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \frac{\sqrt{gS}}{\sqrt{R}} \left[1,25 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,65 \right] \quad (6.90)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial U}{\partial D_{50}} = - \frac{2,5 \sqrt{gRS}}{D_{50}} \quad (6.91)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial U}{\partial S} = \sqrt{\frac{gR}{S}} \left[1,25 \ln \frac{R}{D_{50}} + 2,15 \right] \quad (6.92)$$

De la ec 6.89 se concluyó que

$$n = \phi(R, D_{50}, S) \quad (6.93)$$

Por lo que las derivadas del coeficiente de Manning son:

Con respecto al tirante, d , o el radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial n}{\partial R} = S^{\frac{1}{2}} \left[\frac{2}{3} R^{-\frac{1}{3}} U^{-1} - R^{\frac{2}{3}} U^{-2} \frac{\partial U}{\partial R} \right] = \frac{n}{R} \left[\frac{2}{3} - \frac{\left[1,25 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,65 \right]}{1,5 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,3} \right] \quad (6.94)$$

Con respecto al diámetro medio, D_{50} ,

$$\frac{\partial n}{\partial D_{50}} = -R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} U^{-2} \frac{\partial U}{\partial D_{50}} = n \left[\frac{2,5}{D_{50}} \left[2,5 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,3 \right] \right] \quad (6.95)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial n}{\partial S} = R^{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{2} S^{-\frac{1}{2}} U^{-1} - S^{\frac{1}{2}} U^{-2} \frac{\partial U}{\partial S} \right] = \frac{n}{S} \left[\frac{1}{2} - \frac{1,25 \ln \frac{R}{D_{50}} + 2,15}{2,5 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,3} \right] = 0 \quad (6.96)$$

Por lo tanto, la expresión para calcular el error en el coeficiente de Manning en el régimen inferior es

$$e_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial R} \right)^2 e_R^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial D_{50}} \right)^2 e_{D_{50}}^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial S} \right)^2 e_S^2} \quad (6.97a)$$

Que utilizando las ecuaciones anteriores se puede escribir como

$$\frac{e_n}{n} = \left[\left[\frac{2}{3} - \frac{1,25 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,65}{1,5 \ln \frac{R}{D_{50}} + 4,3} \right]^2 \alpha_R^2 + \left[6,25 \ln \frac{R}{D_{50}} + 10,75 \right]^2 \alpha_{D_{50}}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.97b)$$

6.2.4.2.2 Régimen Superior

Al describir la ec 4.67 en función de la velocidad, U ,

$$U = U_s \left[2,7 - 2,5 \ln \frac{S}{(S_s - 1)} \right] \quad (6.98)$$

En este caso

$$U = \phi(R, S, S_s - 1) \quad (6.99)$$

Las expresiones obtenidas son:

Con respecto al radio hidráulico, R ,

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \sqrt{\frac{gS}{R}} \left[1,35 - 1,25 \ln \frac{S}{(S_s - 1)} \right] \quad (6.100)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial U}{\partial S} = \sqrt{\frac{gR}{S}} \left[-1,15 - 1,25 \ln \frac{S}{(S_s - 1)} \right] \quad (6.101)$$

Con respecto al peso específico, $(S_s - 1)$

$$\frac{\partial U}{\partial (S_s - 1)} = \frac{2,5 \cdot \sqrt{gRS}}{S_s - 1} \quad (6.102)$$

De lo anterior se concluyó que el coeficiente de rugosidad en el régimen superior es función del radio hidráulico, la pendiente y el peso específico sumergido.

$$n = \phi(R, S, S_s - 1) \quad (6.103)$$

Por tanto, las derivadas del coeficiente de Manning son:

Con respecto al radio hidráulico

$$\frac{\partial n}{\partial R} = S^{\frac{1}{2}} \left[\frac{2}{3} R^{-\frac{1}{3}} U^{-1} - R^{\frac{2}{3}} U^{-2} \frac{\partial U}{\partial R} \right] = \frac{n}{R} \left[\frac{2}{3} - \frac{\left[1,35 \ln \frac{S}{Ss-1} + 1,25 \right]}{2,7 \ln \frac{S}{Ss-1} + 2,5} \right] = \frac{n}{6R} \quad (6.104)$$

Con respecto a la pendiente, S ,

$$\frac{\partial n}{\partial S} = R^{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{2} S^{-\frac{1}{2}} U^{-1} - S^{\frac{1}{2}} U^{-2} \frac{\partial U}{\partial S} \right] = \frac{n}{S} \left[\frac{2,5}{2,7 - 2,5 \ln \frac{S}{Ss-1}} \right] \quad (6.105)$$

Con respecto al peso específico, $Ss - 1$,

$$\frac{\partial n}{\partial (Ss-1)} = -R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} U^{-2} \frac{\partial U}{\partial (Ss-1)} = -\frac{n}{Ss-1} \left[\frac{2,5}{2,7 - 2,5 \ln \frac{S}{Ss-1}} \right] \quad (6.106)$$

Con base en lo anterior, la expresión para evaluar el error en el coeficiente de Manning para el régimen superior es

$$e_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial R} \right)^2 e_R^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial S} \right)^2 e_S^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial (Ss-1)} \right)^2 e_{(Ss-1)}^2} \quad (6.107a)$$

Que se puede reescribir como

$$\frac{e_n}{n} = \left[\frac{1}{36} \alpha_R^2 + \left[\frac{2,5}{2,7 - 2,5 \ln \frac{S}{Ss-1}} \right]^2 (\alpha_S^2 + \alpha_{Ss-1}^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.107b)$$

7. RESULTADOS.

7.1 Cauces Artificiales

De la ec 5.3

$$\frac{e_n}{n} = \left[\frac{4}{9} \alpha_R^2 + \frac{1}{4} \alpha_S^2 + \alpha_V^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

se puede observar que el error en porcentaje, e_n/n , depende únicamente de los coeficientes a los cuales están elevados las distintas variables y los porcentajes de error de cada una de las variables. Si los porcentajes de error de las variables independientes son constantes en todos sus intervalos, el error en porcentaje se mantiene también constante en todo el intervalo de aplicación.

El error máximo cuando cada variable tiene un error del 10% es 13,02%. Si se define el 10% como el error máximo permisible en el coeficiente de Manning, la ec 5.3 describe una elipse tridimensional en la que los ejes son el error en decimales en del radio hidráulico, la pendiente, y la velocidad respectivamente. En esta elipse, el eje menor es el correspondiente a la velocidad. Siendo el mayor el correspondiente a la pendiente.

De la ec 5.3 se observa que el coeficiente de rugosidad de Manning en pared recubierta es principalmente sensible a la velocidad; en segundo lugar, es sensible al radio hidráulico y en tercer lugar, a la pendiente.

7.2 Cauces Naturales

Para el análisis en cauces naturales se definieron parámetros de las variables involucradas según los intervalos de aplicación definidos por los autores. Para cada parámetro se definió un error típico que se define como el error que se podría esperar de cada medición. Este error varía según cada parámetro debido a que la precisión de las mediciones varía según la escala de la variable que se mide. Así, el error será mayor mientras más pequeña sea la magnitud de la variable.

Ríos de Montaña

Los intervalos de aplicación propuestos por los autores son:

Radio hidráulico, R, o tirante, d,

Autor	Mínimo (m)	Máximo (m)
Jarrett (1984)	0,1524	0,2134

Diámetro de Sedimento, D_s ,

Autor	Mínimo ,m (mm)	Máximo, m (mm)
Jarrett (1984)	0,0914 (91,4)	0,7925 (792,5)
Abt et al, (1988)	0,026 (26)	0,157 (157)
Rice, Kadavy y Robinson (1998)	0,052 (52)	0,278 (278)

Pendiente, S,

Autor	Mínimo	Máximo
Jarrett (1984)	0,002	0,039
Bathurst (1985)	0,004	0,04
Abt et al (1988)	0,01	0,20
Rice, Kadavy y Robinson (1998)	0.025	0,40

Tomando como base estos intervalos de aplicación, se eligieron los siguientes valores:

Radio hidráulico, R,

	Radio Hidráulico (m)	Error Probable (m)	Error en decimal
1, Muy bajo	0,15	0,01	0,067
2, Bajo	0,20	0,01	0,05
3, Medio	0,25	0,01	0,04
4, Alto	0,3	0,01	0,033

Pendiente, S ,

	Pendiente	Error Probable	Error relativo en decimal
1, Muy Baja	0,01	0,001	0,10
2, Baja	0,015	0,001	0,067
3, Media inferior	0,02	0,001	0,05
4, Media	0,025	0,001	0,04
5, Media Superior	0,03	0,001	0,033
6, Alta	0,035	0,001	0,0286
7, Muy Alta	0,04	0,001	0,025

Diámetro de sedimento, D_n ,

	Diámetro (m)	Error Probable (m)	Error en relativo decimal
Grava Gruesa	0,024	0,001	0,0417
Grava Muy Gruesa	0,048	0,001	0,0208
Cantos Pequeños	0,096	0,001	0,0104
Cantos Grandes	0,192	0,001	0,00521

Ríos de Planicie

Los intervalos de aplicación propuestos por los autores son:

Radio hidráulico, R , o tirante, d .

Autor	Mínimo (m)	Máximo (m)
Brownlie (1983)	0,025	17,0
Karim y Kennedy (1990) y Karim (1995)	-	-

Diámetro de Sedimento, D_{50} .

Autor	Mínimo ,m (mm)	Máximo, m (mm)
Brownlie (1983)	0,000088 (0,088)	0,0028 (2,8)
Karim y Kennedy (1990) y Karim (1995)	0,00008 (0,08)	0,0286 (28,6)

Pendiente, S.

Autor	Mínimo	Máximo
Brownlie (1983)	$3 \cdot 10^{-6}$	0,037
Karim y Kennedy (1990) y Karim (1995)	$1,83 \cdot 10^{-5}$	0,0243

A partir de los intervalos de aplicación, se eligieron los siguientes valores:

Radio hidráulico, R.

	Radio Hidráulico (m)	Error probable (m)	Error relativo en decimal
1.	0,1	0,01	0,10
2.	0,5	0,01	0,02
3.	1,0	0,1	0,10
4.	2,0	0,1	0,05
5.	5,0	0,1	0,02
6.	10,0	0,2	0,02
7.	15,0	0,2	0,013
8.	17,0	0,2	0,012
9.	20,0	0,2	0,01

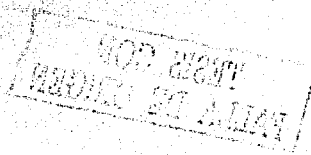
Pendiente, S ,

	Pendiente	Error Probable	Error relativo en decimal
1, Muy Baja	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-6}$	0,01
2, Baja	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$	0,01
3, Media Inferior	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$	0,01
4, Media Superior	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,01
5, Alta	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,01
6, Muy Alta	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-4}$	0,01

Diámetro de sedimento, D_{50} ,

	Diámetro, m	Error probable, m	Error relativo en decimal
Arena Muy Fina	0,0001	0,00005	0,5
Arena Fina	0,0002	0,00005	0,25
Arena Mediana	0,000375	0,00005	0,133
Arena Gruesa	0,00075	0,00005	0,067
Arena Muy Gruesa	0,0015	0,0001	0,067
Grava Muy Fina	0,003	0,0001	0,033
Grava Fina	0,006	0,0001	0,0167

Cuando la función no es un producto de potencias se utilizó el método de derivadas (ec 2.2). Para conocer la variable a la que el método es más sensible, adicionalmente al error típico, se asignó un porcentaje de error igual a todas las variables y después se compararon los términos $\left(\frac{\partial n}{\partial A}\right)^2 e_A^2$ para determinar cuál es la variable más influyente.



7.2.1 Cauces de Montaña

7.2.1.1 Método de Jarrett

De la ec 6.4 y las figuras 7.1 y 7.2 se puede observar que el coeficiente de rugosidad es más sensible a la pendiente, ya que la pendiente de la curva en la que se ve la variación del coeficiente de rugosidad con respecto a la pendiente es mayor. En segundo lugar es sensible al radio hidráulico. Cuando se toma el error máximo permisible en las variables (10% de error), se obtiene un error máximo del $\alpha_n = 0,0412$ en el coeficiente de Manning.

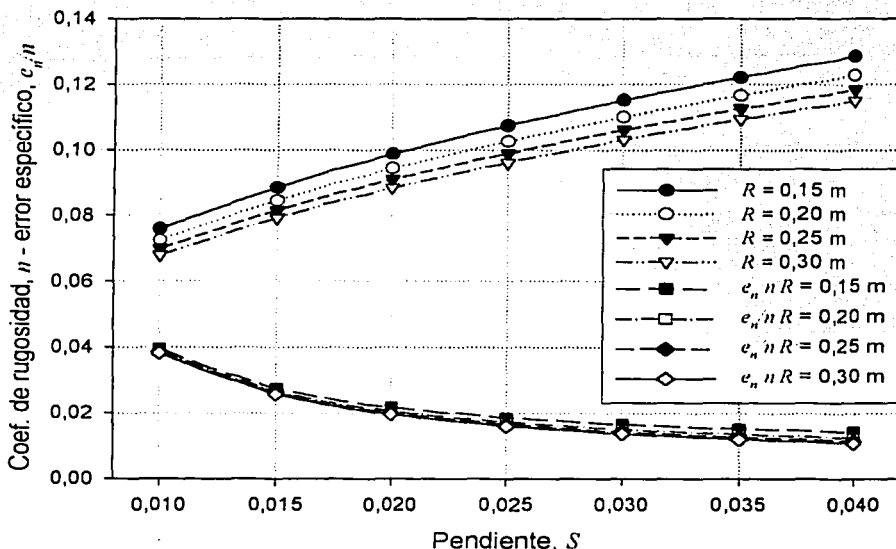


Fig 7.1 Método de Jarrett: Coeficiente de rugosidad y error específico típico-pendiente.

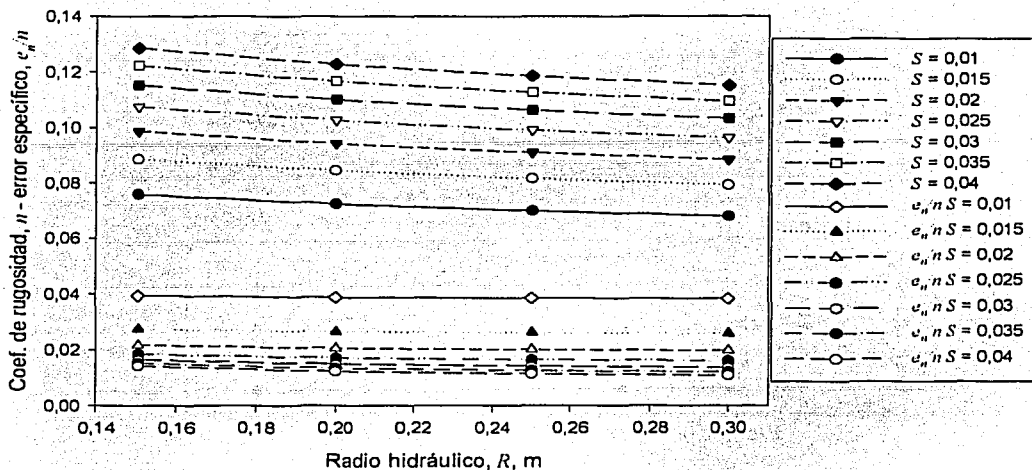


Fig. 7.2 Método de Jarrett. Coeficiente de rugosidad y error específico vs. Radio hidráulico.

7.2.1.2 Método de Bathurst

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

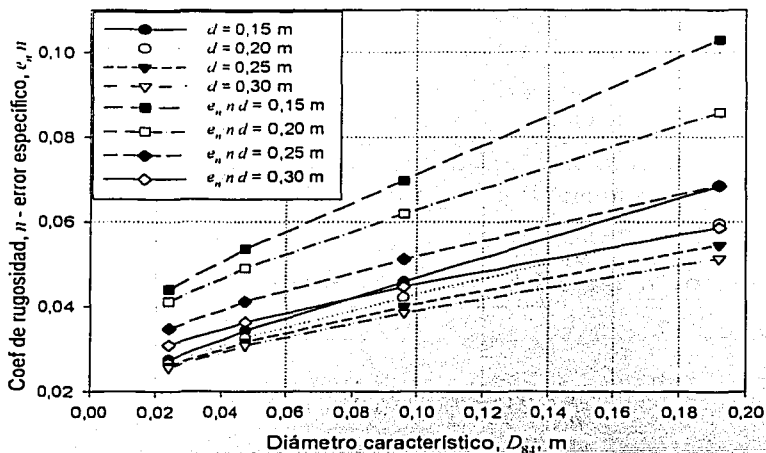


Fig 7.3 Coeficiente de rugosidad, n, y error específico, e_n/n , vs. Diámetro característico para un error general de $e_n/a = 0,10$, según el Método de Bathurst.

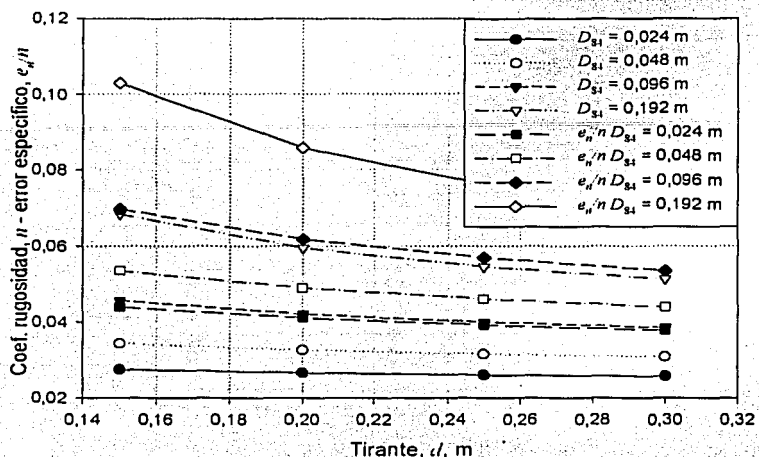


Fig. 7.4 Coeficiente de rugosidad, n , error específico, e_n/n -tirante, d , según el método de Bathurst para un $e_n/a = 0,10$.

El coeficiente de rugosidad de Manning que se obtiene utilizando la ec 4.15, junto con las ec 6.7 a 6.13, es igualmente sensible al tirante, d , y al diámetro representativo, D_{84} . En tercer lugar se encuentra la sensibilidad al radio hidráulico que es menor.

La sensibilidad del coeficiente de Manning aumenta conforme las variables tirante, d , y diámetro representativo, D_{84} , son mayores.

El error en el coeficiente de rugosidad, aumenta conforme el diámetro aumenta. Sin embargo, conforme aumenta el radio hidráulico y el tirante, el error disminuye.

7.2.1.3 Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak

A partir de la ec 6.17

$$\frac{e_n}{n} = 0,159 [\alpha_{D_{84}}^2 + \alpha_{S_0}^2]^{1/2} \quad (6.17)$$

Se observa que el coeficiente es igualmente sensible al diámetro representativo, D_{84} , y la pendiente, S .

Cuando ambas variables tienen el error máximo de 10% ($\alpha = 0,10$), el error en el coeficiente de Manning es $e_n/n = 0,0225$. Al tener una influencia similar, el coeficiente de Manning será más sensible a la variable que tenga el error mayor.

Cuando se asignan los errores típicos, la variable dominante es la pendiente en todo el intervalo de aplicación.

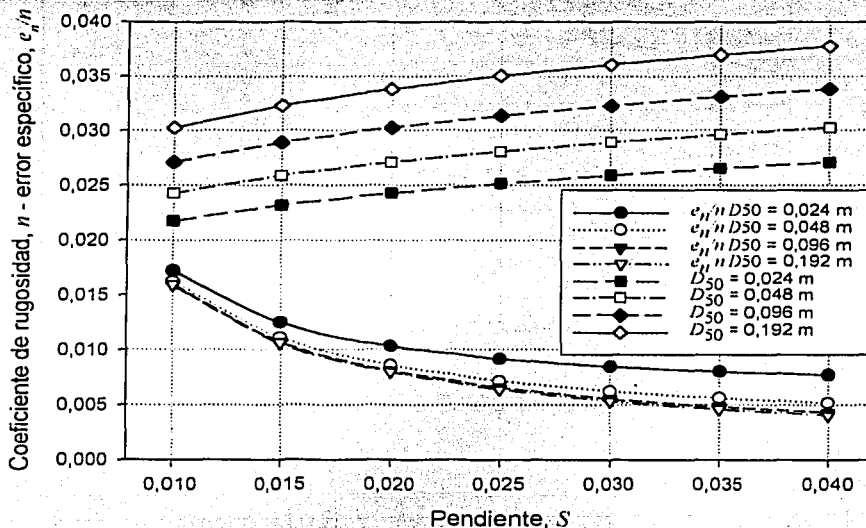


Fig. 7.5 Coeficiente de rugosidad y error específico-Pendiente según el método de Abt et al. Para un $e_s/a = 0,10$.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

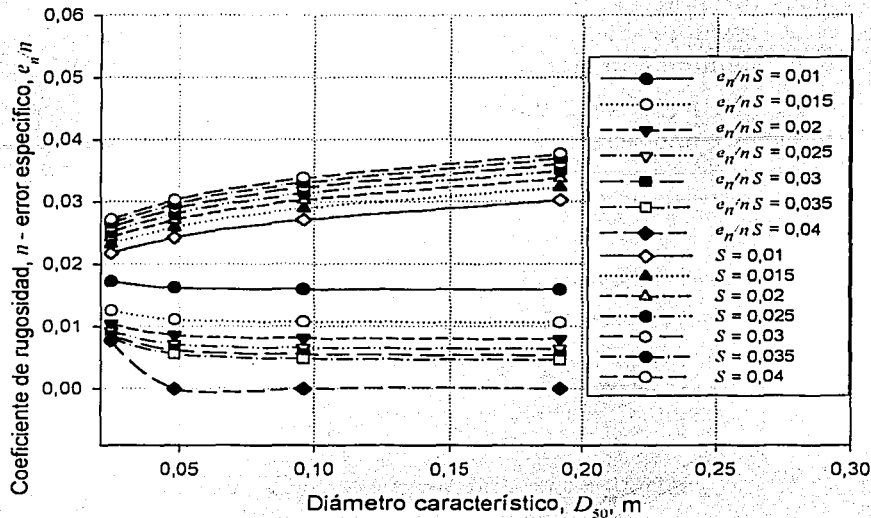


Fig. 7.6 Coeficiente de rugosidad, n , error específico, e_n/n , -Diámetro característico, D_{50} , según el método de Abt et al., para un $\alpha = 0,10$.

7.2.1.4 Método de Rice, Kadavy y Robinson

A partir de la ec 6.21

$$\frac{e_n}{n} = 0,147 [\alpha_{D_{50}}^2 + \alpha_S^2]^{\frac{1}{2}} \quad (6.21)$$

Se observa que cuando se utiliza la ec 4.20, el coeficiente de rugosidad de Manning es igualmente sensible al diámetro representativo, D_{50} , y la pendiente, S . El error máximo cuando ambas variables tienen un error de 10% es $e_n/n = 0,02079$.

Al realizar el análisis de sensibilidad con errores típicos de la ec 4.20 (Fig. 7.7), se observó que ésta es más sensible a la pendiente, S , debido a que el error en esta variable es frecuentemente mayor que el error en el diámetro representativo, D_{50} .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

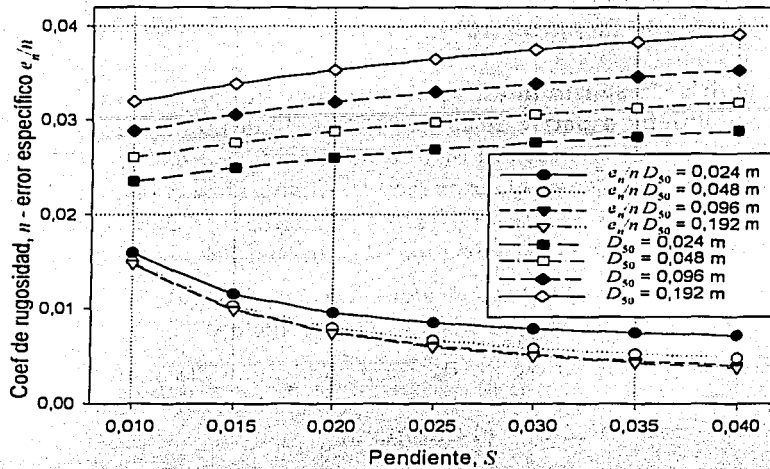


Fig. 7.7 Coeficiente de rugosidad, n , y error específico típico, e_n/n , -Pendiente para el método de Rice, Kadavy y Robinson. Ecuación en función de la n de Manning.

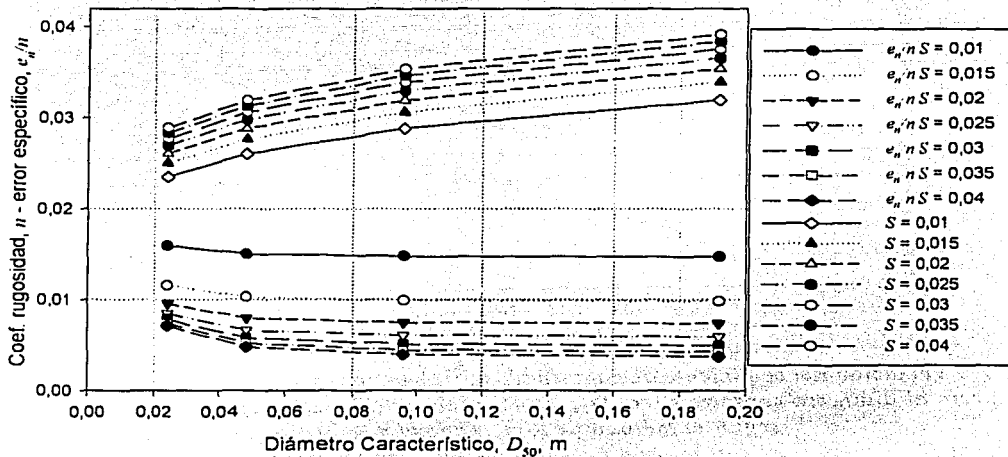


Fig. 7.8 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , en función del diámetro característico, D_{50} , en la ec en función del coef. de rugosidad según el método de Rice, Kadavy y Robinson.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Con la ecuación en función del coeficiente de Darcy-Wesbach,

$$(8/f)^{1/2} = 5,1 \log(d/D_{84}) + 6 \quad (4.19)$$

A partir del análisis de sensibilidad se observa que el coeficiente de rugosidad de Manning que se obtiene a partir de la ec 4.19, es igualmente sensible al diámetro representativo, D_{84} , y el tirante, d . Por lo que el coeficiente de rugosidad será más sensible a la variable que tenga el error mayor. Cuando todas las variables tienen el error máximo de 10% ($\alpha = 0,10$), el error en el coeficiente de rugosidad es de $e_n/n = 0,0541$ que se presenta con las variables $R = 0,20$ m, $D_{84} = 0,024$ m y $d = 0,20$ m. Cuando se consideran los errores típicos en las variables, el coeficiente de rugosidad que se obtiene utilizando la ec 4.19 es principalmente sensible al tirante. El error resultante en el coeficiente de rugosidad aumenta conforme aumenta el diámetro representativo, D_{84} . Por el contrario, el error disminuye conforme aumentan el radio hidráulico, R , y el tirante, d .

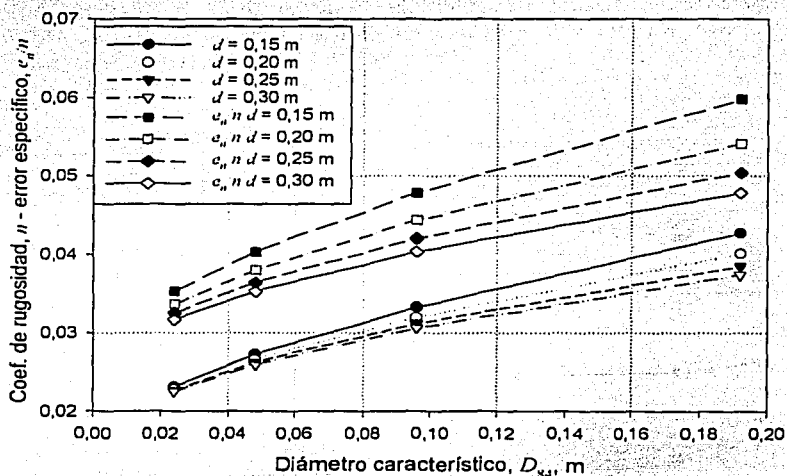


fig. 7.9 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico cuando $\alpha = 0,1$, con respecto al diámetro característico, D_{84} , en la ec en función del coef de Darcy-Wesbach, según el método de Rice, Kadavy y Robinson.

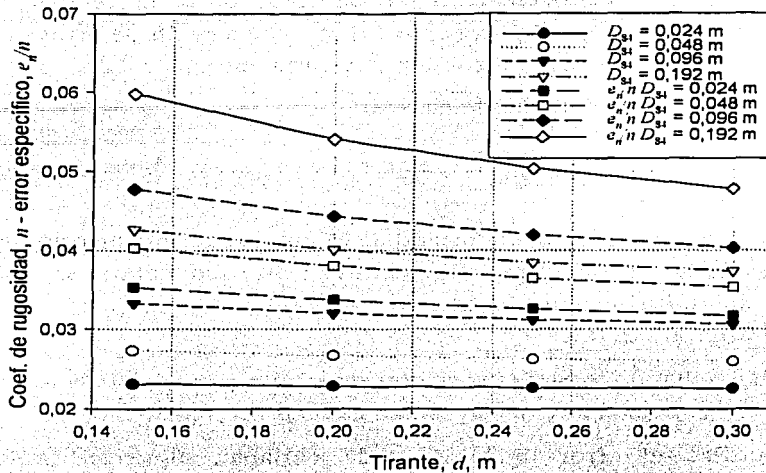


Fig. 7.10 Variación del Coeficiente de rugosidad, n , y el error específico, e_n/n , con respecto al radio hidráulico, cuando $\alpha = 0,10$, para la ec en función del coeficiente de Darcy-Weisbach en el método de Rice, Kadavy y Robinson.

7.2.2 Ríos de planicie

7.2.2.1 Método de Brownlie

De la ec 6.36

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,01895\alpha_R^2 + 0,01239\alpha_S^2 + 0,00086\alpha_{D_{50}}^2 + 0,02611\alpha_{\sigma_g}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.36)$$

Se observó que en el régimen inferior, el coeficiente de rugosidad de Manning es más sensible a la desviación estándar geométrica del sedimento, σ_g . En orden descendente de sensibilidad, en menor medida es sensible al radio hidráulico, R , la pendiente, S , y en último lugar al diámetro representativo, D_{50} .

El error máximo, cuando cada variable tiene un error máximo de $\alpha = 0,10$, es de $e_n/n = 0,0241$.

Cuando se utilizan los errores típicos asignados a cada valor representativo, el coeficiente de rugosidad, n , en el régimen inferior es sensible al diámetro para

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

RECEIVED
BIBLIOTECA
NACIONAL
DE INGENIERIA
Y ARQUITECTURA

arena muy fina ($D_{50} = 0,0001\text{m}$), sin importar la magnitud de la pendiente o el radio hidráulico. Es principalmente dependiente al radio hidráulico cuando es pequeño $0,1\text{ m}$ ($\alpha_R = 0,10$) y $1,0\text{ m}$ ($\alpha_R = 0,10$). A excepción de estos casos, en el régimen inferior, el coeficiente es sensible a la pendiente.

En el régimen superior, a partir de la ec.6.40

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,01895\alpha_R^2 + 0,01239\alpha_S^2 + 0,00086\alpha_{D_{50}}^2 + 0,02611\alpha_{\sigma_g}^2 \right]^{1/2} \quad (6.40)$$

Se observa que el coeficiente de rugosidad de Manning sensible principalmente a la desviación estándar geométrica del tamaño del sedimento, σ_g . En orden descendiente de influencia están el radio hidráulico, R , la pendiente, S , y el diámetro representativo, D_{50} .

El error máximo, cuando todas las variables tienen un error del 10% ($\alpha = 0,10$), el error relativo en el coeficiente de rugosidad es $e_n/n = 0,02415$.

Cuando se utilizó el error típico de cada variable, el error total depende principalmente del error del diámetro característico excepto cuando el diámetro corresponde a grava muy fina y grava fina ($D_{50} = 0,003\text{ m}$, $0,006\text{ m}$), en los cuales el error total está principalmente ligado al error en la pendiente.

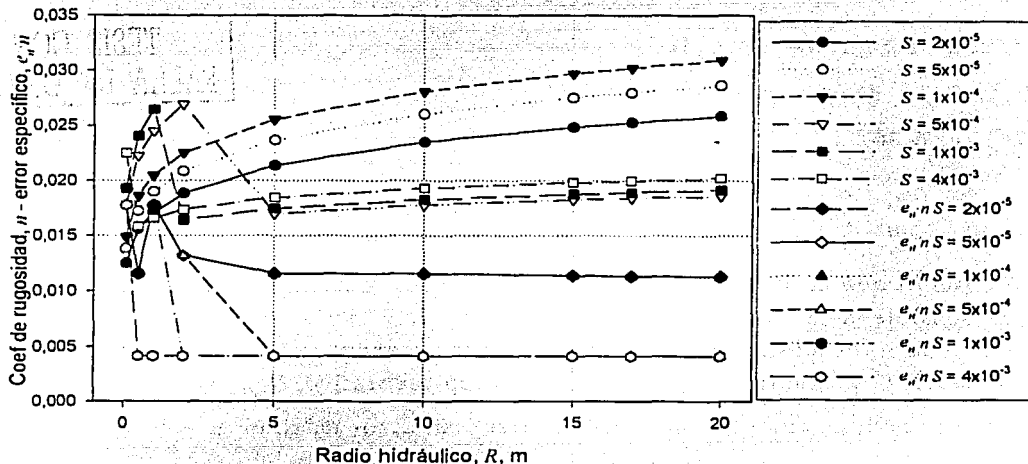


Fig. 7.11 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto al radio hidráulico, R , para un diámetro característico $D_{50} = 0,00075\text{ m}$ según el método de Brownlie.

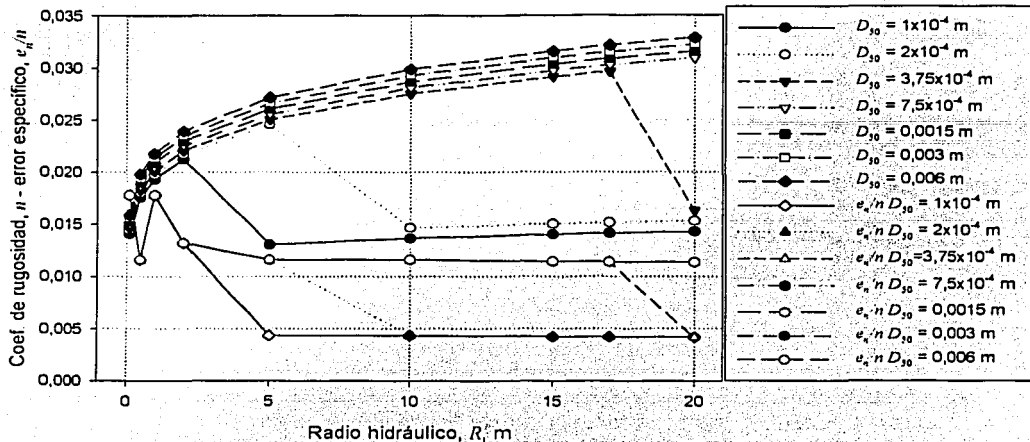


Fig. 7.12 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto al radio hidráulico, R , con una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, según el método de Brownlie.

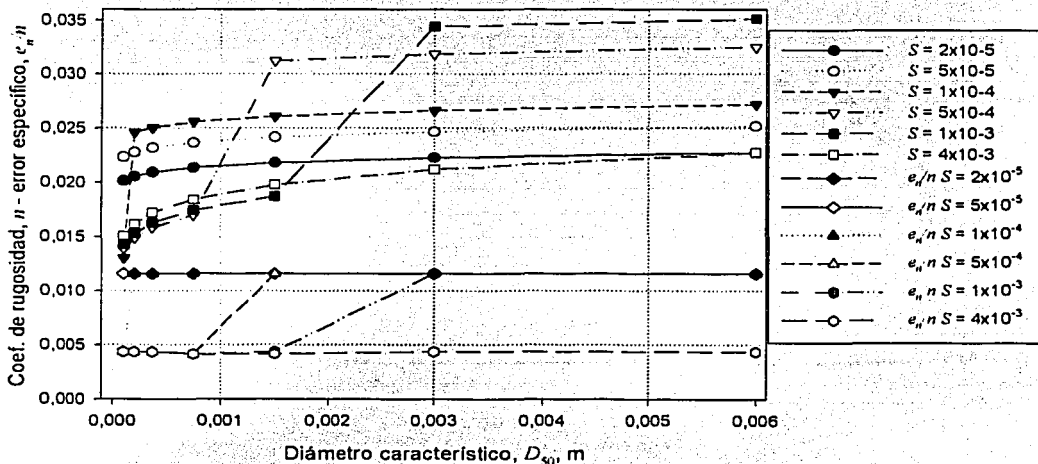


Fig. 7.13 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , con un radio hidráulico $R = 5.0$ m, según el método de Brownlie.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

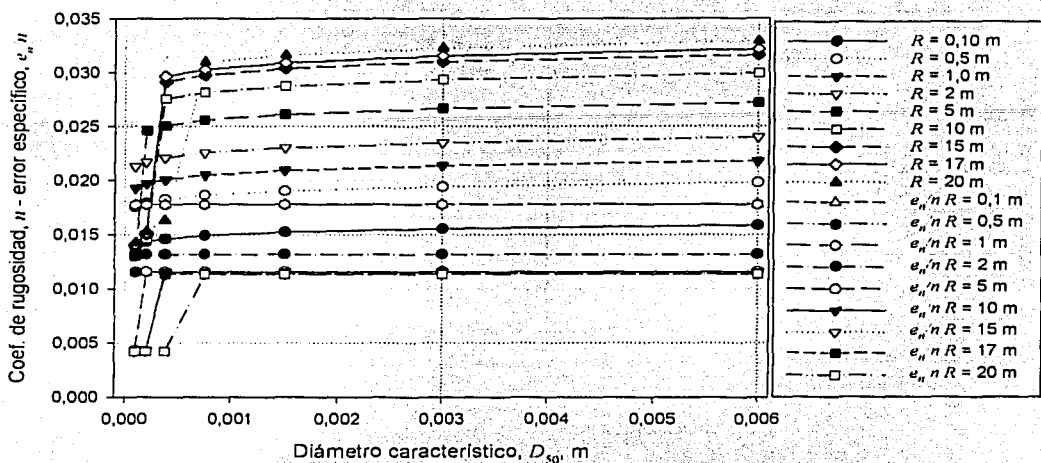


Fig. 7.14 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , con una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, según el método de Brownlie.

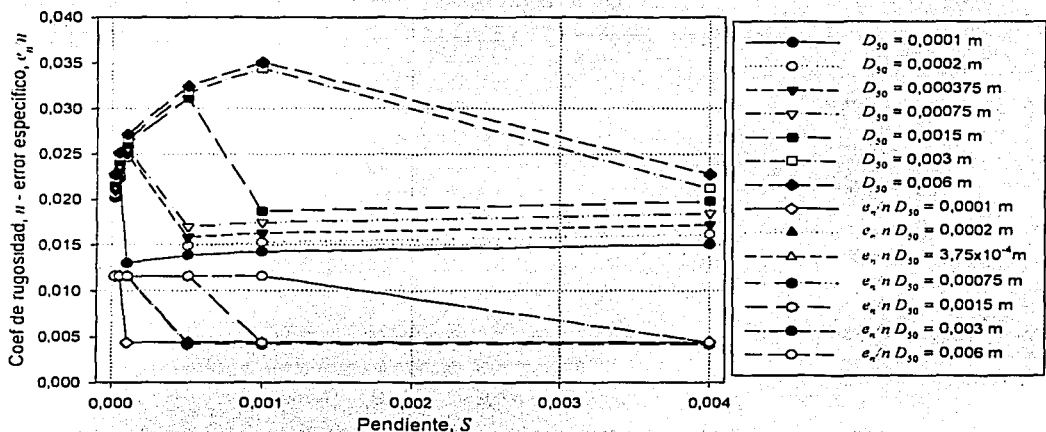


Fig. 7.15 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto a la pendiente, S , con un radio hidráulico, $R = 5$ m, según el método de Brownlie.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

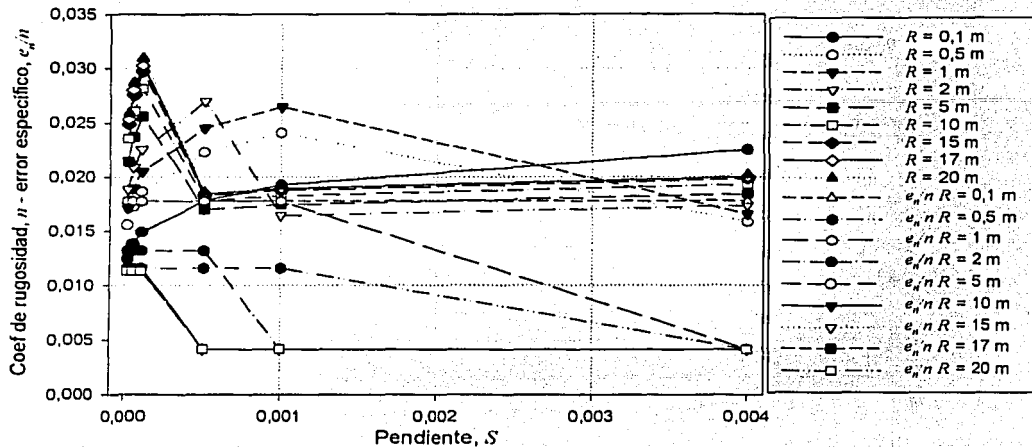


Fig. 7.16 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto a la pendiente, S , con un diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m, según el método de Brownlie.

7.2.2.2 Método de Karim y Kennedy (1990)

7.2.2.2.1 Formulación I

La ecuación para calcular el error total en la formulación I es

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,25\alpha_{Ss-1}^2 + 0,0041\alpha_j^2 + 0,01053\alpha_{D_{50}}^2 + 0,00001\alpha_S^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.44)$$

De esta ecuación se observa que el coeficiente de rugosidad de Manning es principalmente sensible al peso específico sumergido del sedimento, $Ss-1$, en segundo lugar es sensible al diámetro característico, D_{50} , en tercer lugar al tirante o radio hidráulico, d ó R , y finalmente a la pendiente, S .

Si se utiliza el error máximo permisible de cada variable, el error específico en el coeficiente de rugosidad es $e_n/n = 0,05144$.

Cuando se utiliza el error típico de cada variable, éste es producto del error debido a la incertidumbre en el del diámetro característico, D_{50} , en todo el intervalo, excepto en el caso cuando se presentan pendientes muy altas ($S = 4,00 \cdot 10^{-3}$), radios hidráulicos pequeños a medios ($R = 0,1\text{m}, 0,5\text{ m}, 1\text{ m}, 2\text{ m}$) y diámetros

característicos correspondientes a grava muy fina y fina ($D_{50} = 0,003$ y $0,006$ m).

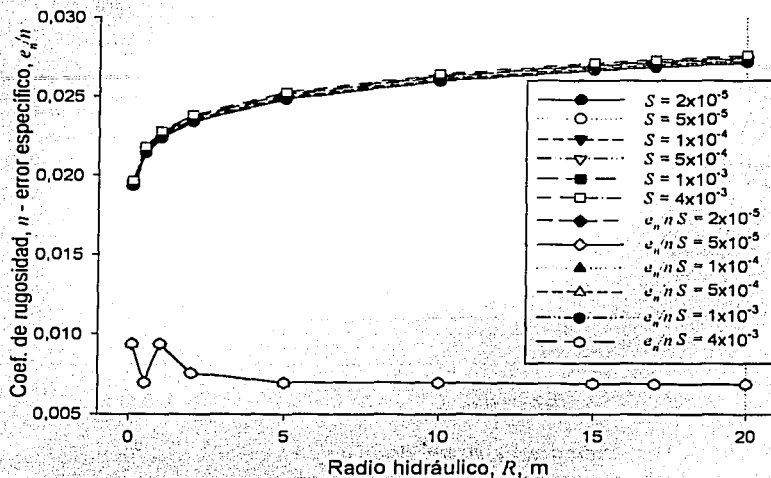


Fig. 7.17 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto al radio hidráulico, con un diámetro característico, $D_{50} = 0,00075$ m, según la formulación I del método de Karim y Kennedy.

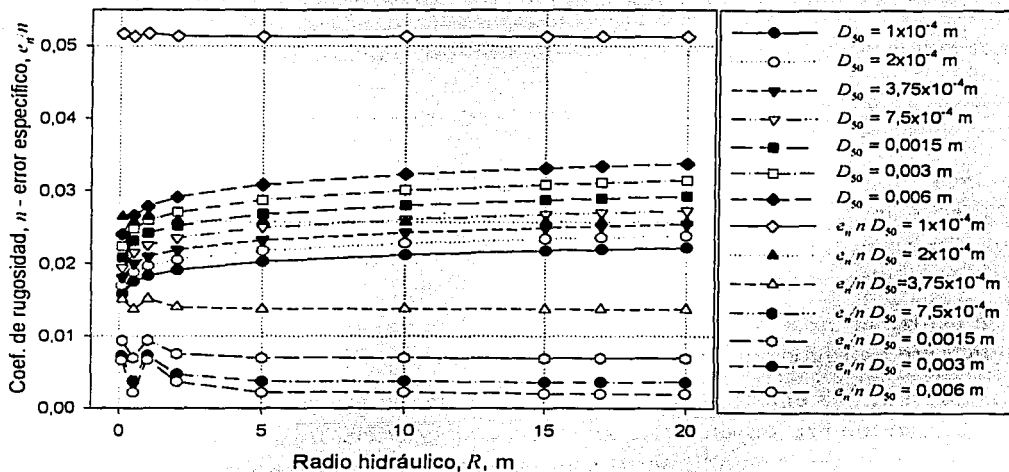


Fig 7.18 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto al radio hidráulico, R , m.

respecto al radio hidráulico, R , con una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, según la formulación I del método de Karim y Kennedy.

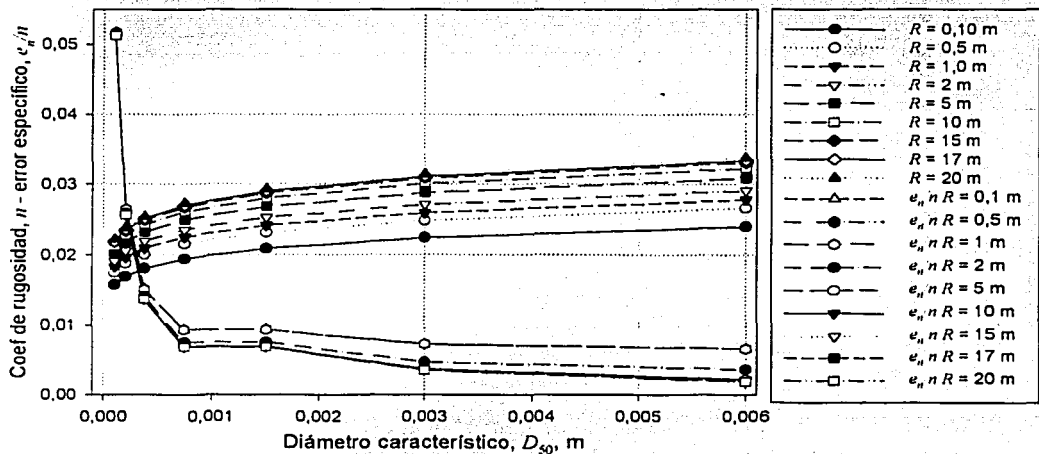
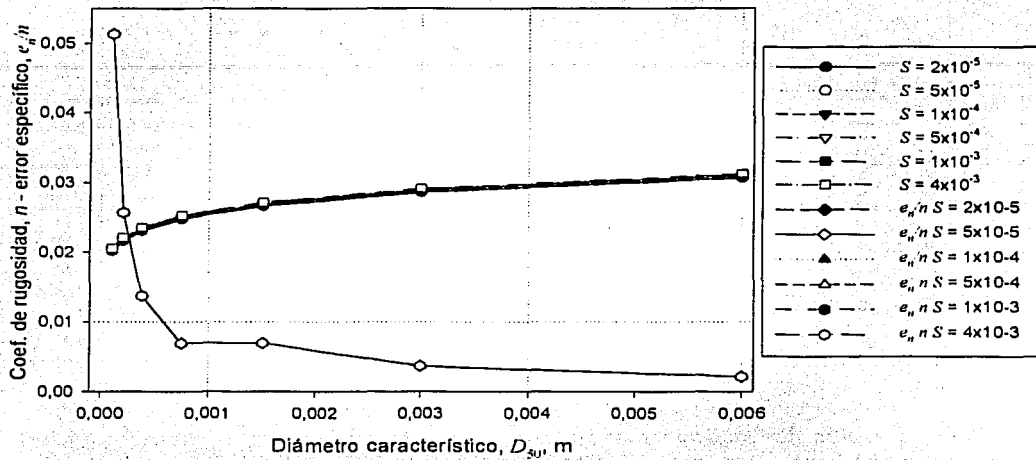
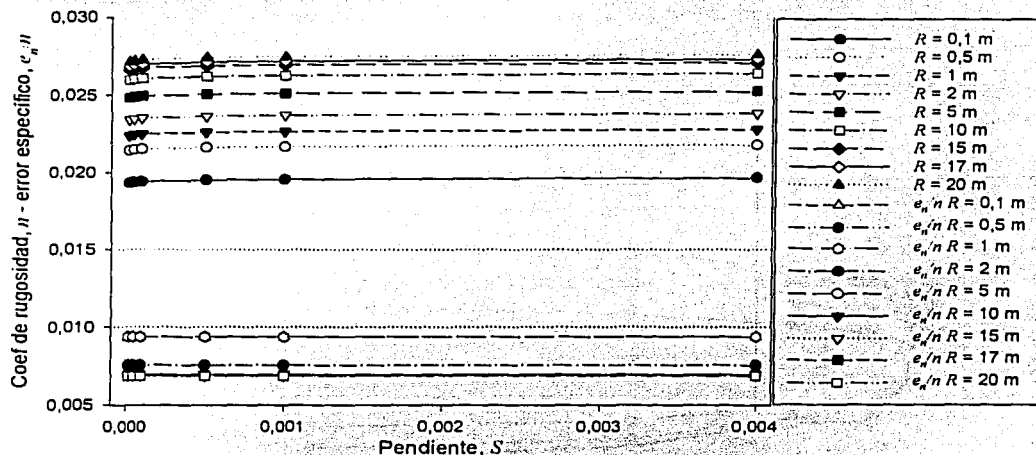
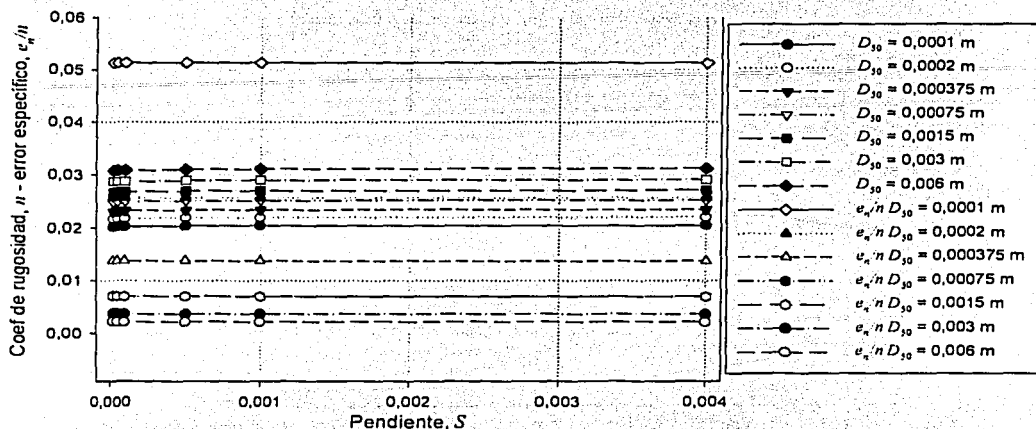


Fig. 7.20 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico típico, e_n/n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , con un radio hidráulico $R = 5$ m, según la formulación I del método de Karim y Kennedy.

respecto al diámetro característico, D_{50} , para una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, según la formulación I del método de Karim y Kennedy.



7.2.2.2 Formulación IIA

Esta formulación no es un producto de potencias en el intervalo $\tau \leq 1,5$, por lo que para calcular el error total se utilizó el método de las derivadas. Para conocer la variable a la que la expresión es más sensible, se estableció el mismo error o variación para todas las variables.

La expresión mostró ser más sensible a la gravedad específica sumergida, S_s-1 , en el intervalo $\tau \leq 1,5$. En este intervalo, la función valores de error correspondientes a un 10% de error en todas las variables de hasta 165,17%. Por tanto, esta formulación es sumamente sensible en este intervalo.

Cuando $\tau > 1,5$, al ser la razón (f/f_0) constante, la formulación es un producto de potencias por lo que la ec 6.61 es válida.

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,25\alpha_{S_s-1}^2 + 0,00165\alpha_d^2 + 0,01588\alpha_{D_{50}}^2 + 0,000006\alpha_S^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.61)$$

De esta ecuación se puede deducir que en el intervalo $\tau > 1,5$, formulación es principalmente sensible a la gravedad específica sumergida, S_s-1 , en segundo lugar es sensible al diámetro característico, D_{50} , en tercer lugar es sensible al tirante o radio hidráulico, d ó R , y finalmente a la pendiente, S .

El error total cuando todas las variables tienen el error permisible del 10% es $e_n/n = 0,05172$.

Al utilizar los errores típicos, en el intervalo de pendiente muy baja a pendiente media inferior ($S = 2 \cdot 10^{-5}$ a $S = 1 \cdot 10^{-4}$) el error depende principalmente del diámetro característicos, D_{50} , para arena muy fina a arena gruesa ($D_{50} = 0,0001 \text{ m} - 0,00075 \text{ m}$). Para pendientes media superior a muy alta ($S = 5 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-3}$), el error depende principalmente del correspondiente al diámetro característico de arena muy fina a arena gruesa. Para diámetros de arena muy gruesa a grava fina ($D_{50} = 0,0015 - 0,006 \text{ m}$) si el esfuerzo cortante adimensional es $\tau \leq 1,5$, el error total depende principalmente del error en la pendiente. Si el cortante adimensional es $\tau > 1,5$, el error total depende principalmente del error en el diámetro característico.



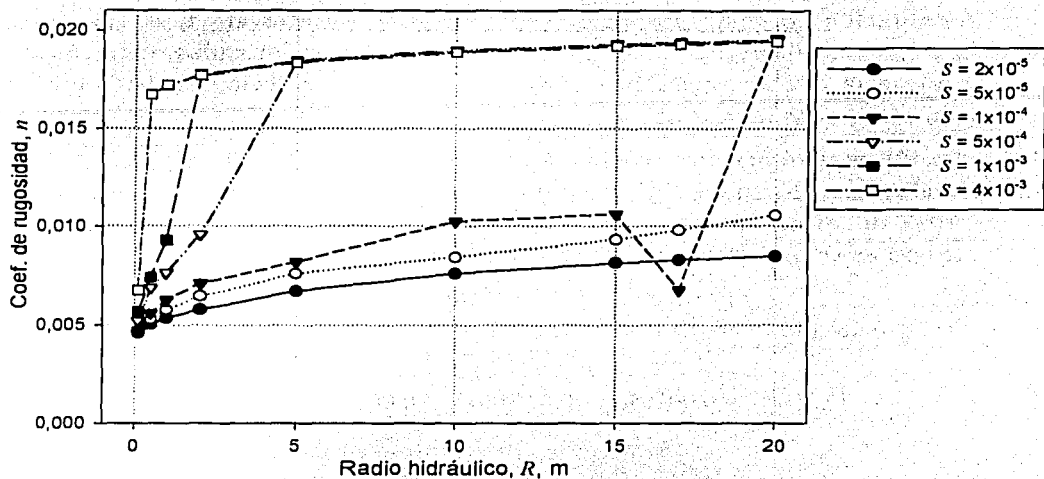


Fig. 7.23 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al radio hidráulico, R , con un diámetro específico $D_{50} = 0,00075$ m, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

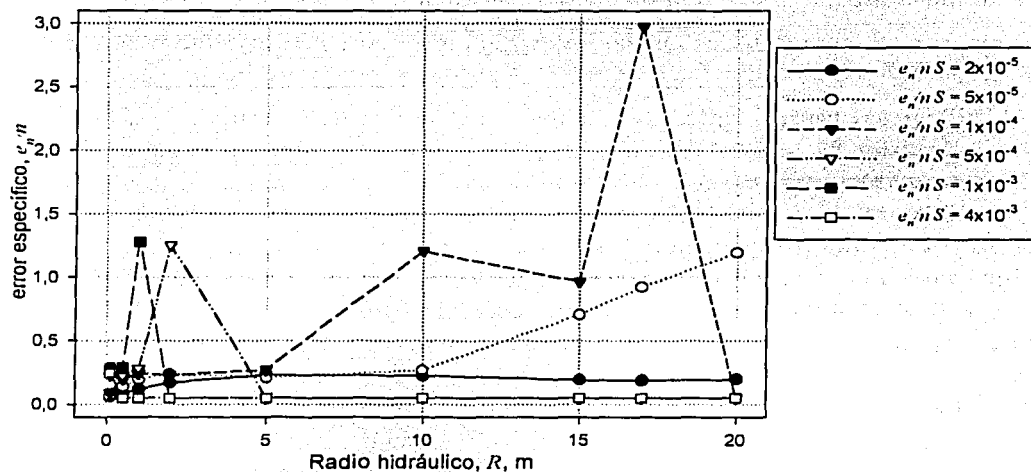


Fig. 7.24 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R , con un diámetro específico $D_{50} = 0,00075$ m, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

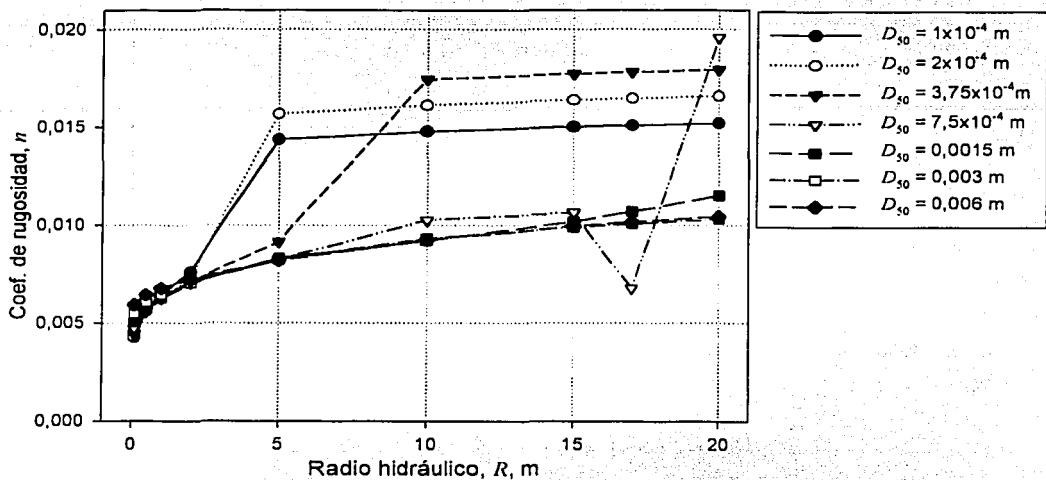


Fig. 7.25 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al radio hidráulico, R , con una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

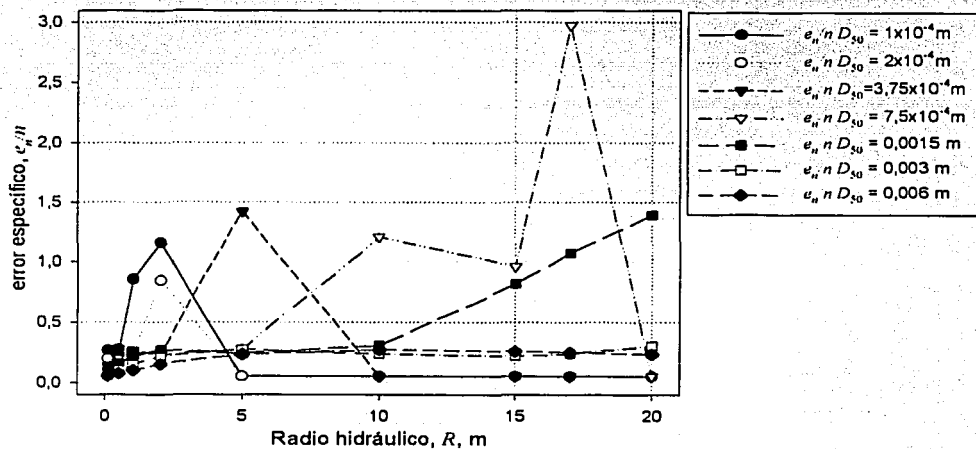


Fig. 7.26 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $\alpha = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R , con una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

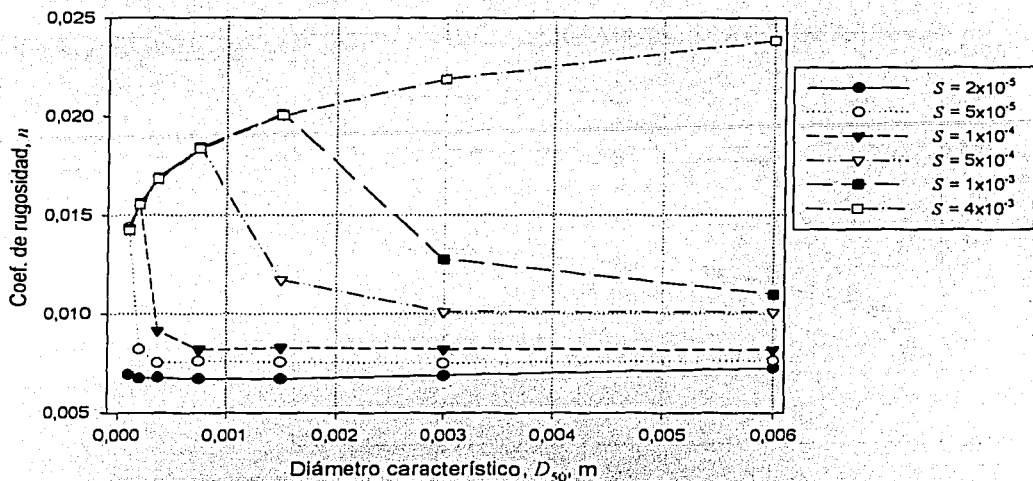


Fig. 7.27 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , con radio hidráulico $R = 5,0$ m con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

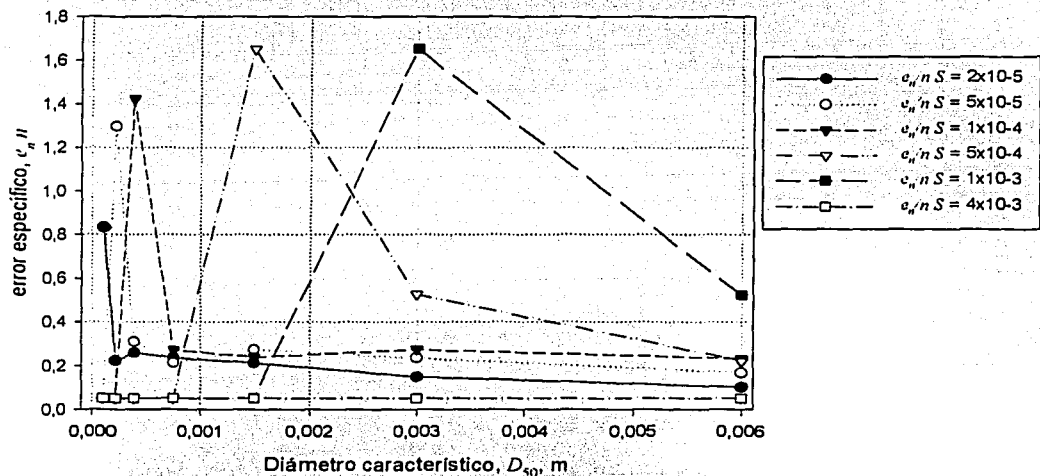


Fig. 7.28 Variación del error específico, e_n/n , cuando $e_n/a=0,1$ con respecto al diámetro característico, D_{50} , con un radio hidráulico, $R = 5,0$ m, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

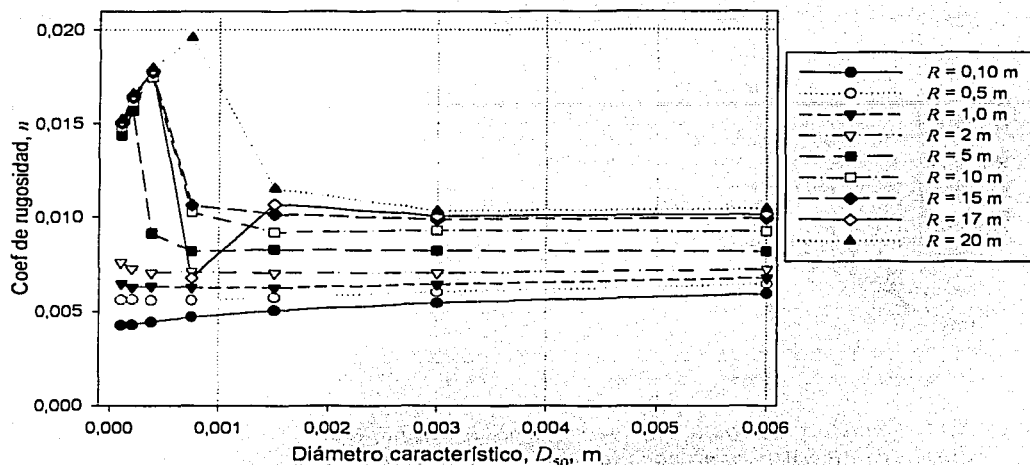


Fig. 7.29 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , para una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

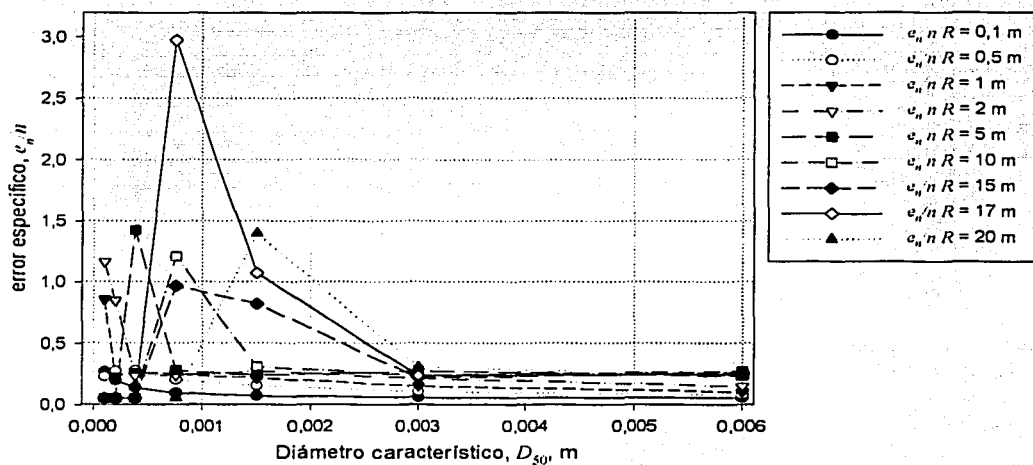


Fig. 7.30 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_a/a = 0.1$, con respecto al diámetro característico, D_{50} , con una pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

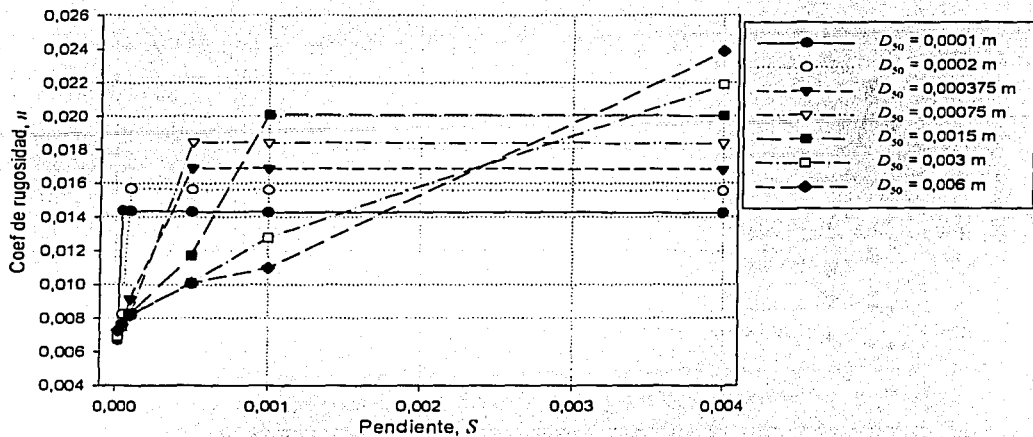


Fig. 7.31 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto a la pendiente, S , con un radio hidráulico $R = 5$ m, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

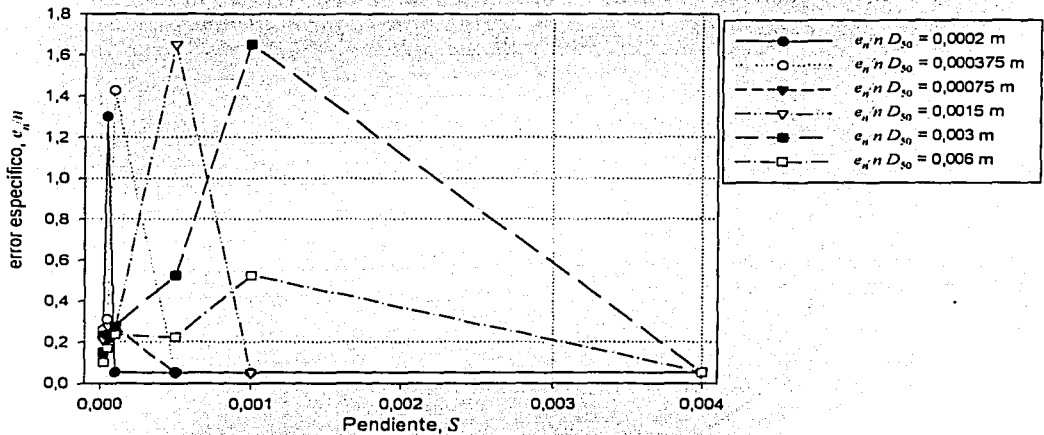


Fig. 7.32 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con radio hidráulico $R = 5$ m, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

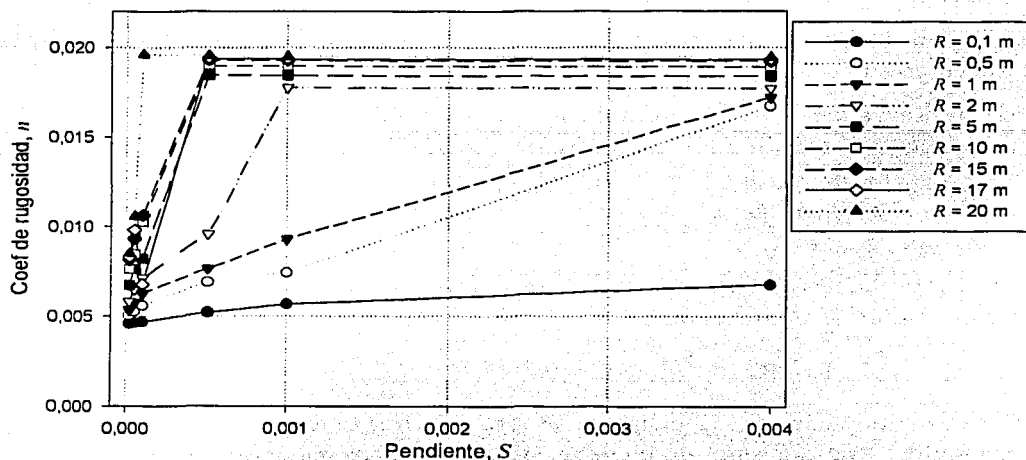


Fig. 7.33 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto a la pendiente, S , con un diámetro específico $D_{50} = 0,00075$ m, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

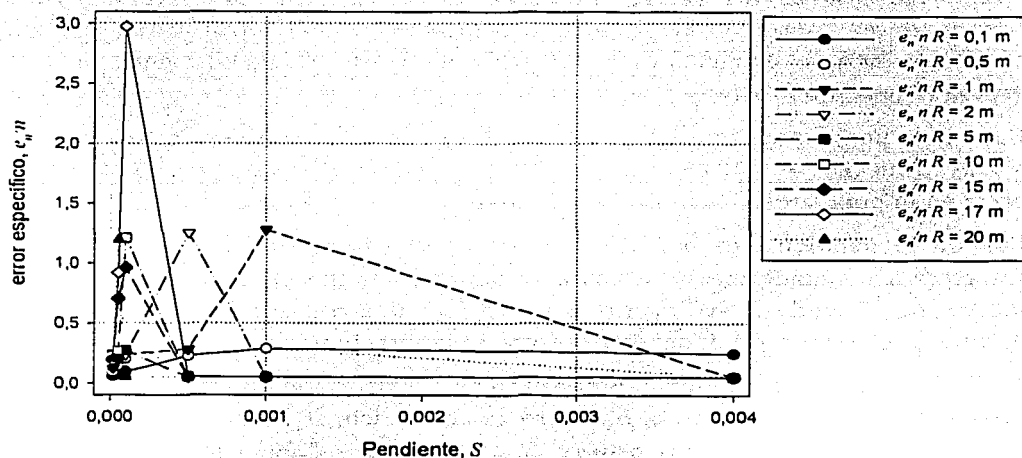


Fig. 7.34 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con diámetro específico $D_{50} = 0,00075$ m, para la formulación IIA del método de Karim y Kennedy.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

7.2.2.2.3 Formulación IIB

En todos los intervalos de aplicación, esta formulación es más sensible al peso específico sumergido.

En el intervalo $\tau. \leq 1,5$ la formulación no es un producto de potencias, por lo que para calcular el error total es necesario utilizar el método de derivadas. En este intervalo, al utilizar los errores típicos se obtuvieron errores hasta del 285,064%, por tanto, al igual que el caso anterior, esta formulación es muy sensible en este intervalo.

En el intervalo $\tau. > 1,5$, razón (f/f_0) es constante. Al observar la ecuación para el error total en este intervalo,

$$\frac{e_n}{n} = \left[0,25\alpha_{Ss-1}^2 + 0,00165\alpha_{D_{50}}^2 + 0,01588\alpha_{d \text{ ó } R}^2 + 0,000009\alpha_S^2 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (6.73)$$

Se puede deducir que la ecuación es principalmente sensible al peso específico sumergido, $Ss-1$, en segundo lugar sensible al diámetro característico, D_{50} , en tercer lugar al tirante o radio hidráulico, d ó R , y por último, a la pendiente, S .

Cuando se utiliza un error máximo permisible en las variables del 10%, el error específico en el coeficiente de rugosidad es $e_n/n = 0,05172$.

Cuando se utilizan los valores de error típicos, el error en el coeficiente de rugosidad es sensible al diámetro característico, el error total depende principalmente del diámetro característico cuando este es igual o menor que arena gruesa ($D_{50} = 0,00075m$).

Cuando la pendiente es muy baja ($S = 2 \cdot 10^{-5}$) con diámetros de arena muy gruesa a grava fina ($D_{50} = 0,0015 - 0,006 m$), el error total depende principalmente del error en la pendiente.

Cuando la pendiente es baja ($S = 5 \cdot 10^{-5}$), depende del error en el diámetro característico cuando este es arena muy fina a arena muy gruesa ($D_{50} = 0,0001 - 0,0015 m$). Cuando el sedimento es grava muy fina o grava fina ($D_{50} = 0,003 - 0,006 m$), el error total depende del error en la pendiente.

Con una pendiente media inferior ($S = 1 \cdot 10^{-4}$) el error total depende principalmente del error en el diámetro característico, D_{50} , cuando este está entre arena muy fina y arena muy gruesa ($D_{50} = 0,0001 - 0,0015 m$). Si el diámetro característico es grava muy fina o fina ($D_{50} = 0,003 - 0,006 m$), el error total depende del error en el radio hidráulico cuando este está en el intervalo 0,1 - 2,0 m. Para radios hidráulicos mayores el error total depende del diámetro característico.



Con una pendiente media superior ($S = 5 \cdot 10^{-4}$), el error depende del diámetro característico excepto cuando el diámetro característico es arena muy gruesa ($D_{50} = 0,0015$ m) y el radio hidráulico está entre $0,1 \leq R \leq 1,0$ m; cuando el diámetro característico es grava muy fina ($D_{50} = 0,003$ m) y el radio hidráulico está entre $0,1 \leq R \leq 2,0$ m; o cuando el diámetro característico es grava fina ($D_{50} = 0,006$ m) y el radio hidráulico está entre $0,1 \leq R \leq 10$ m. En estas condiciones el error total depende del radio hidráulico o el tirante.

Si la pendiente es alta ($S = 1 \cdot 10^{-3}$), el error total depende principalmente del error en el diámetro característico, excepto cuando el diámetro característico es arena muy gruesa ($D_{50} = 0,0015$ m), y el radio hidráulico está en el intervalo $0,1 \leq R \leq 1,0$ m; el diámetro característico es grava muy fina ($D_{50} = 0,003$ m) y el radio hidráulico está en el intervalo $0,1 \leq R \leq 2,0$ m; y cuando el diámetro característico es grava fina ($D_{50} = 0,006$ m) y el radio hidráulico está en el intervalo $0,1 \leq R \leq 10$ m. En estas condiciones el error total depende del radio hidráulico.

Cuando la pendiente es muy alta ($S = 4 \cdot 10^{-3}$), el error total depende principalmente del error en el diámetro característico, excepto cuando este es grava fina ($D_{50} = 0,006$ m) y el cortante adimensional es $\tau_* \leq 1,5$. En estas condiciones, el error total depende del error en el radio hidráulico.

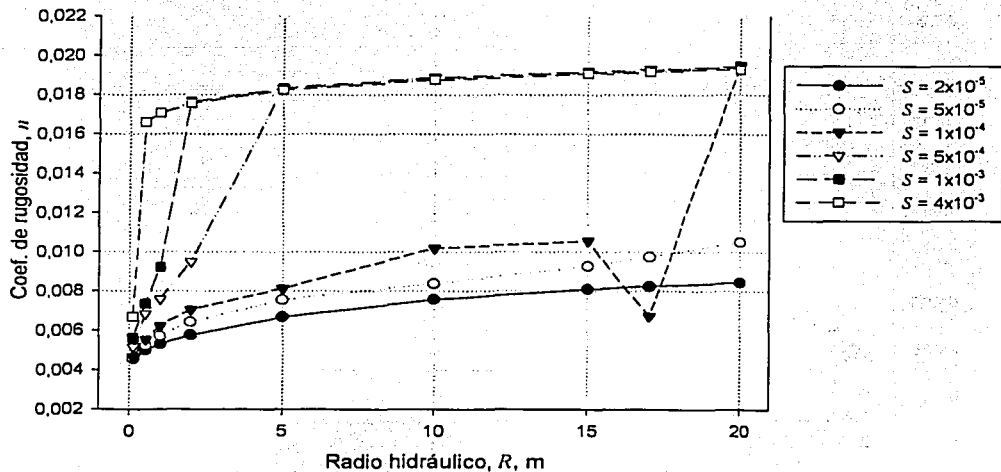


Fig. 7.35 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al radio hidráulico, R , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m, según la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

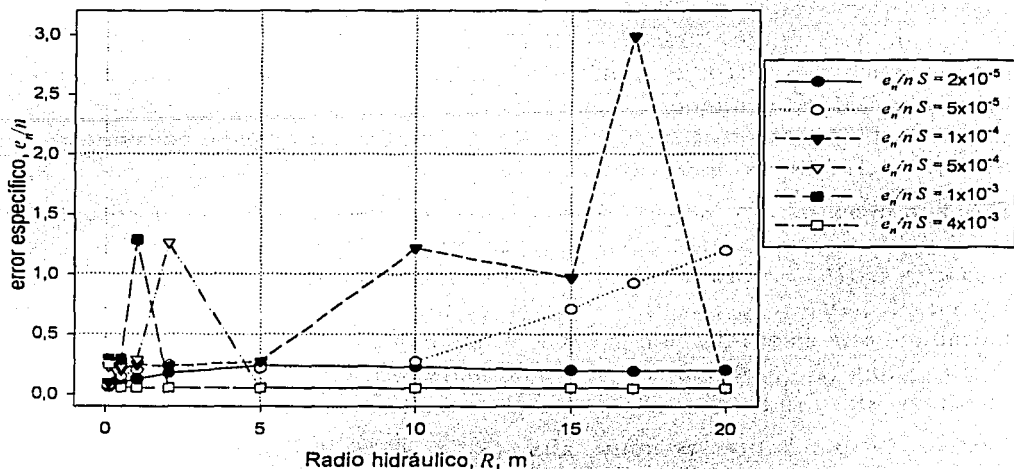


Fig. 7.36 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R , con diámetro específico $D_{50} = 0,00075$, para la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

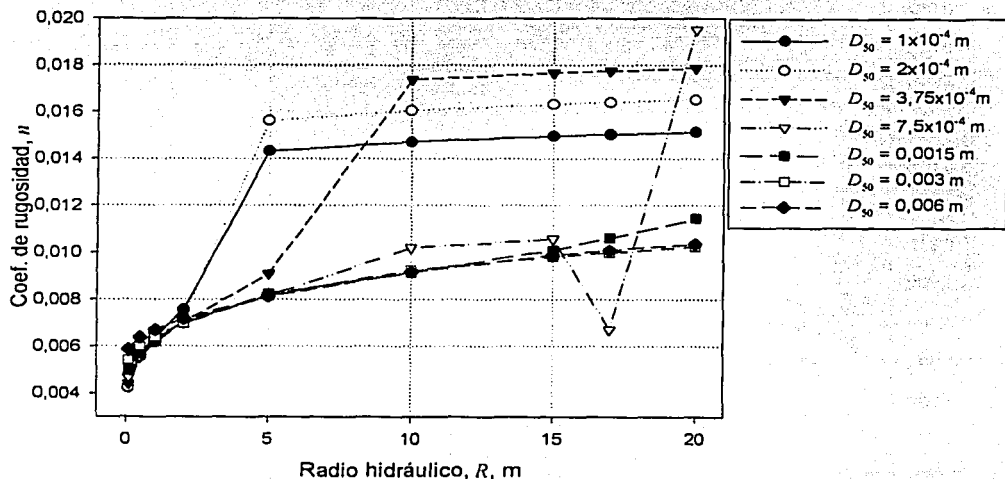


Fig. 7.37 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al radio hidráulico, R , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, según la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

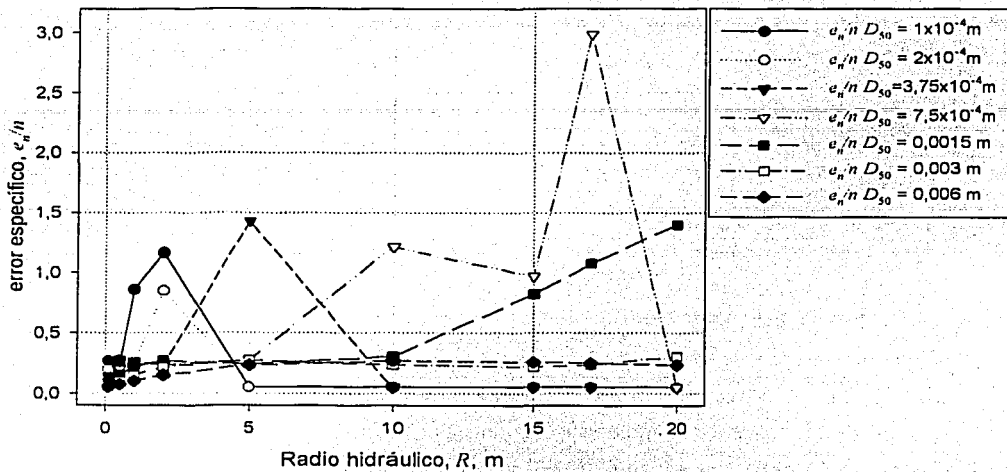


Fig. 7.38 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R, con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, para la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

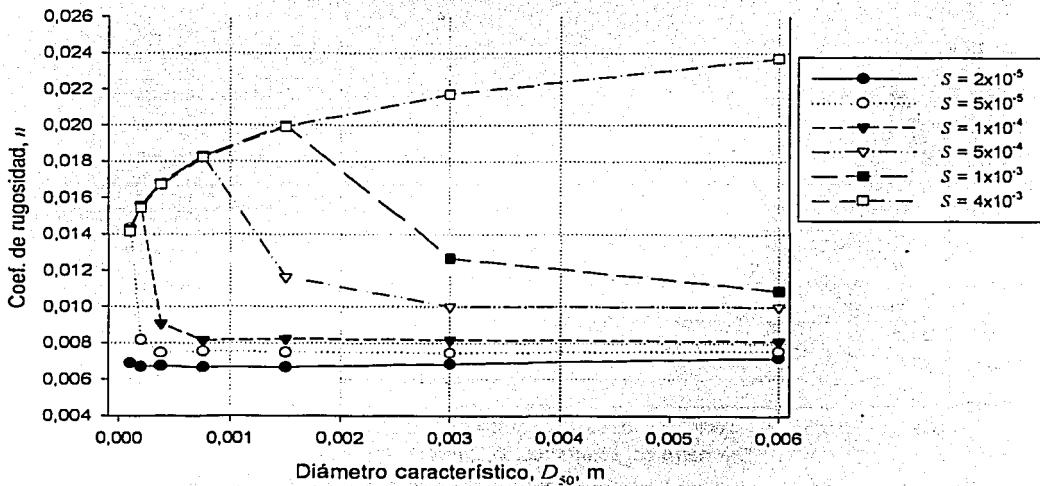


Fig. 7.39 Variación del coeficiente de rugosidad, n, con respecto al diámetro característico, D_{50} , con radio hidráulico R = 5,0 m según la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

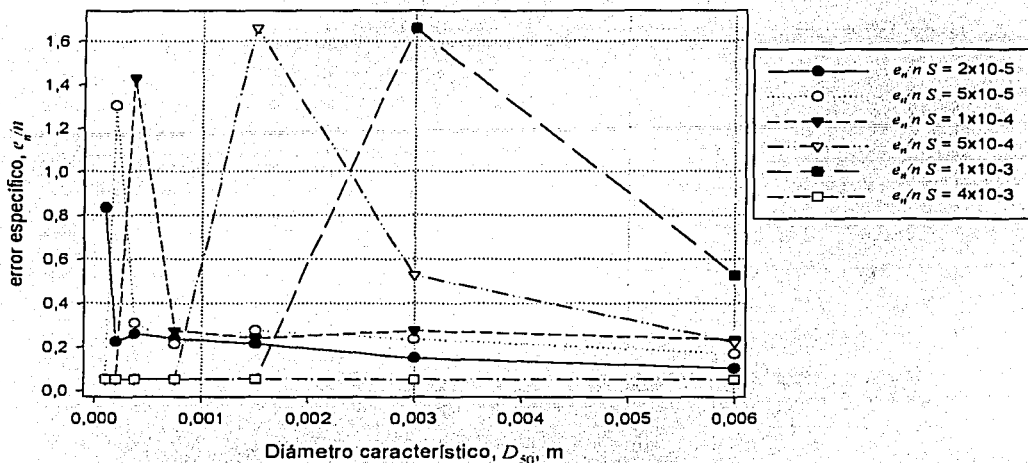


Fig. 7.40 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto al diámetro específico, D_{50} , con radio hidráulico $R = 5$ m, para la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

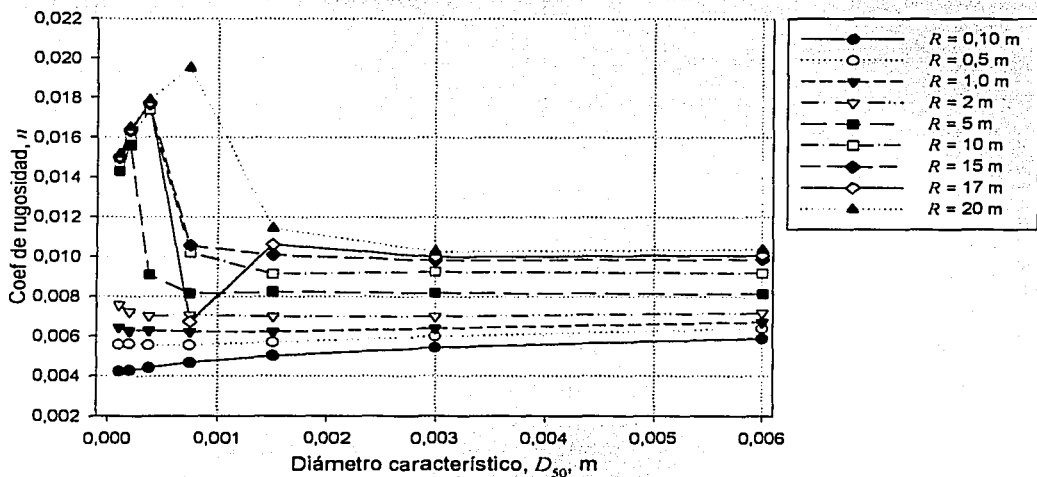


Fig. 7.41 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, según la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

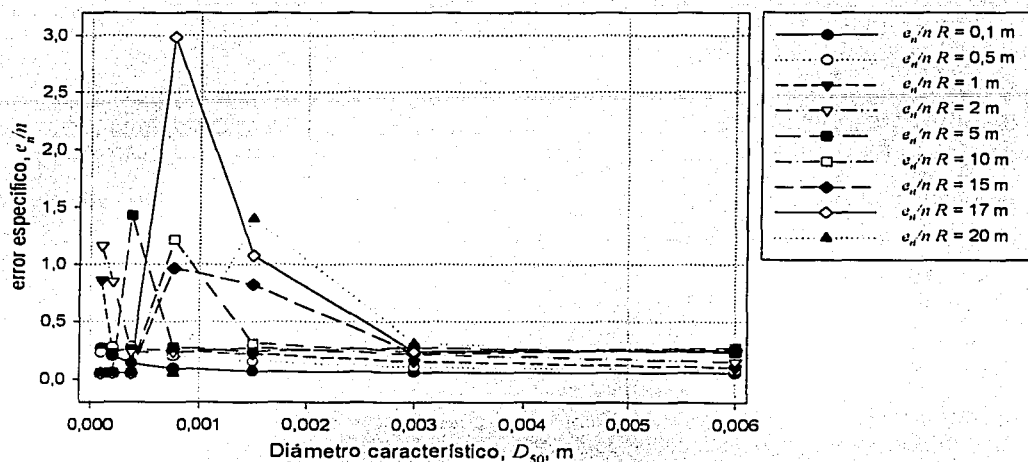


Fig. 7.42 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_s/a = 0,1$, con respecto al diámetro característico, D_{50} , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ para la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

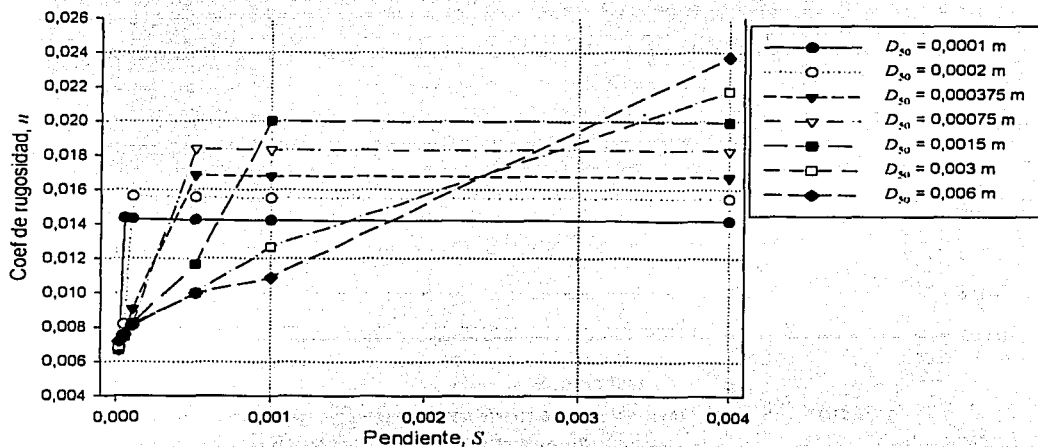


Fig. 7.43 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto a la pendiente, S , con radio hidráulico $R = 5$ m, según la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

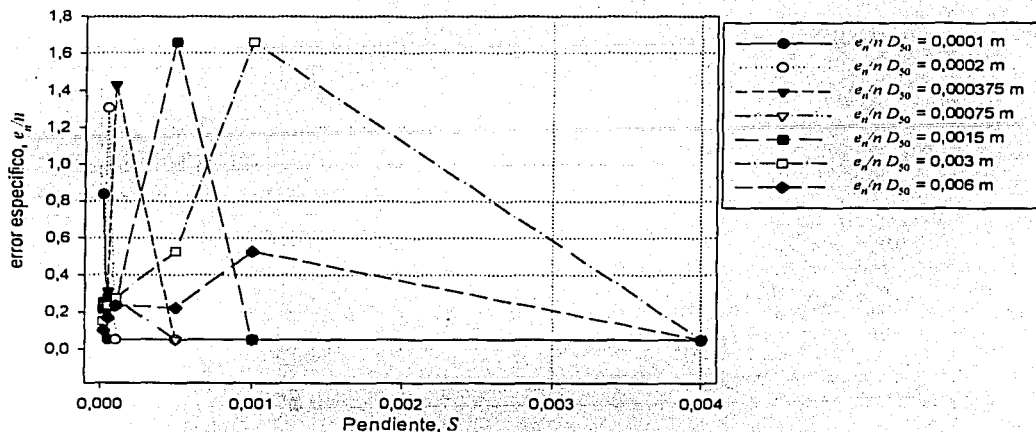


Fig. 7.44 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con radio hidráulico $R = 5$ m, para la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

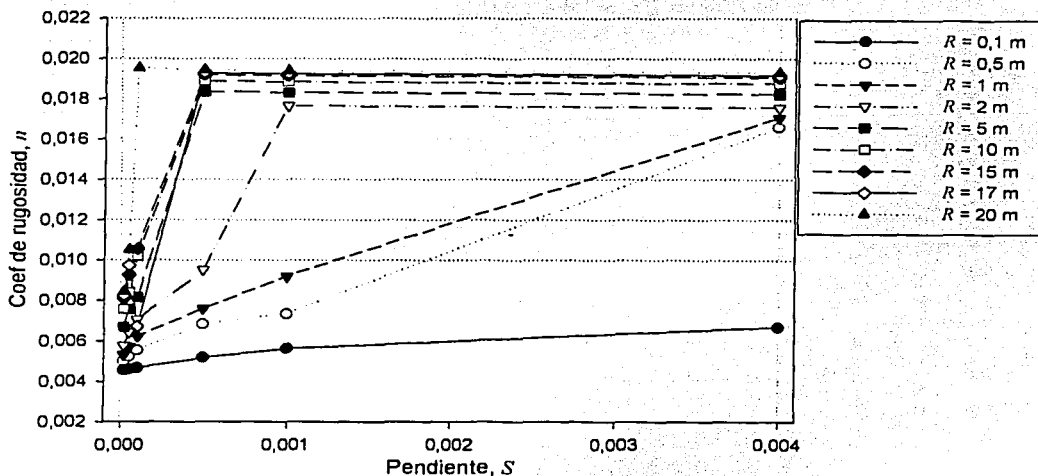


Fig. 7.45 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto a la pendiente, S , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m, según la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

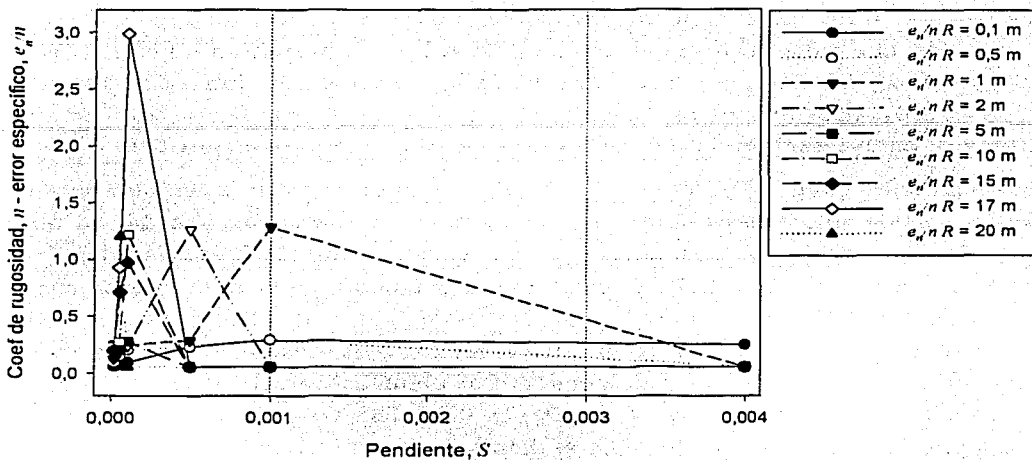


Fig. 7.46 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_a/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con radio diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m para la formulación IIB del método de Karim y Kennedy.

7.2.3 Modificación de Karim al método de Karim y Kennedy (1995)

La expresión principal de este método es producto de potencias en el intervalo $U./\omega < 0,15$ y $U./\omega > 3,68$, sin embargo, en el intervalo $0,15 < U./\omega < 3,68$ no lo es. Por tal motivo, se utilizó el método de las derivadas.

La función es sensible al peso específico sumergido, $Ss-1$, en el intervalo $U./\omega < 0,15$ ó $U./\omega > 3,68$. El error total es $e_n/n = 0,05174$.

En el intervalo $0,15 < U./\omega < 3,68$, la función es muy sensible, ya que alcanza con un error uniforme de $\alpha = 0,10$ valores de error hasta de $e_n/n = 0,83904$. En este intervalo, la función es sensible a distintas variables:

Con pendiente muy baja ($S = 2 \cdot 10^{-5}$) y arena muy fina ($D_{50} = 0,0001$ m), como referencia a la fig 4.10, la función es sensible al peso específico sumergido, $Ss-1$, en la rama de que sube la altura de forma de fondo y se presentan dunas ($U./\omega < 2,0$), y sensible al diámetro en la rama que baja y se presentan dunas desvanecidas ($U./\omega > 2,0$). Cuando se presenta arena fina a grava fina ($D_{50} = 0,0002$ m – 0,006 m) y pendiente muy baja, la función es sensible al diámetro característico.

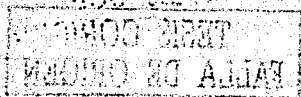
Si la pendiente es baja ($S = 5 \cdot 10^{-5}$): cuando el fondo es arena muy fina y arena fina ($D_{50} = 0,0001$ m), la función es sensible al peso específico sumergido, $Ss-1$, en la rama de que sube la altura de forma de fondo y se presentan dunas ($U./\omega < 2,0$), y sensible al diámetro en la rama que baja y se presentan dunas desvanecidas ($U./\omega > 2,0$). Para diámetros de arena mediana a grava fina ($D_{50} = 0,00038$ m - $0,006$ m), en el intervalo, la función es sensible al diámetro característico, D_{50} .

Si la pendiente es media inferior ($S = 1 \cdot 10^{-4}$): cuando el fondo es arena muy fina ($D_{50} = 0,0001$ m), como referencia a la fig 4.10, la función es sensible al peso específico sumergido, $Ss-1$, en la rama de que sube la altura de forma de fondo y se presentan dunas ($U./\omega < 2,0$), y sensible a la pendiente en la rama que baja y se presentan dunas desvanecidas ($U./\omega > 2,0$). Cuando el fondo es arena fina o media ($D_{50} = 0,0002$ m, $0,00038$ m); en la rama ascendente es sensible al peso específico sumergido, $Ss-1$, y en la rama descendente al diámetro característico. Cuando se presenta arena gruesa a grava fina ($D_{50} = 0,00075$ m - $0,006$ m) y pendiente media inferior, la función es sensible al diámetro característico.

Si la pendiente es media superior ($S = 5 \cdot 10^{-4}$): cuando el fondo es arena fina a mediana ($D_{50} = 0,0001 - 0,00038$ m), en la rama ascendente, la función es sensible al peso específico, $Ss-1$, y en la rama descendente a la pendiente, S . Cuando el fondo es arena gruesa ($D_{50} = 0,00075$ m), en la rama ascendente es sensible al peso específico sumergido, $Ss-1$, y en la rama descendente es sensible al diámetro característico, D_{50} . Cuando el fondo se compone de arena muy gruesa ($D_{50} = 0,0015$ m), es sensible principalmente al peso específico sumergido, $Ss-1$. Cuando el fondo es grava muy fina a fina ($D_{50} = 0,003 - 0,006$ m), la función es sensible al diámetro característico, D_{50} .

Si la pendiente es alta ($S = 1 \cdot 10^{-3}$): cuando el fondo es arena fina a gruesa ($D_{50} = 0,0002 - 0,00075$ m), en la rama ascendente la función es sensible al peso específico, $Ss-1$, y en la rama descendente es sensible a la pendiente, S . Cuando el fondo es arena muy gruesa y grava muy fina ($D_{50} = 0,0015 - 0,003$ m), en la rama ascendente y parte de la descendente la función depende del peso específico sumergido, $Ss-1$, y en parte de la rama descendente depende del diámetro característico, D_{50} . Cuando el sedimento es grava fina ($D_{50} = 0,006$ m), en la parte inferior de la rama ascendente, la función depende del diámetro característico, D_{50} , y en la parte superior de la rama ascendente la función depende del peso específico sumergido, $Ss-1$.

Si la pendiente es muy alta ($S = 4 \cdot 10^{-3}$): cuando el fondo es arena fina ($D_{50} = 0,0002$ m), en la rama descendente, la función es sensible a la pendiente. Cuando



la arena es mediana ($D_{50} = 0,00038$ m), la función es sensible al peso específico sumergido, S_s-1 . Cuando la arena es gruesa o grava muy fina ($D_{50} = 0,00075$, $0,003$ m), en la rama ascendente y parte de la descendente la función es sensible al peso específico sumergido, y en parte baja de la rama descendente es sensible a la pendiente. Cuando el fondo es arena muy gruesa ($D_{50} = 0,0015$ m), la función es sensible al peso específico sumergido, S_s-1 , en todo el intervalo. Si el material de fondo se caracteriza como grava fina ($D_{50} = 0,006$ m), en la rama ascendente y parte superior de la rama descendente, la función es sensible al peso específico sumergido, y en la parte inferior de la rama descendente, la función es sensible al diámetro.

En este intervalo, la función llega a tener hasta un error total de $e_n/n = 3,0342$, aunque en general tienen un valor aproximado de $e_n/n = 0,015$.

Cuando se utilizan los valores de error típico, el error total depende principalmente del error en el diámetro característico en todos los intervalos, excepto en algunos puntos aislados en los que depende del error en el radio hidráulico, R , o la pendiente, S .

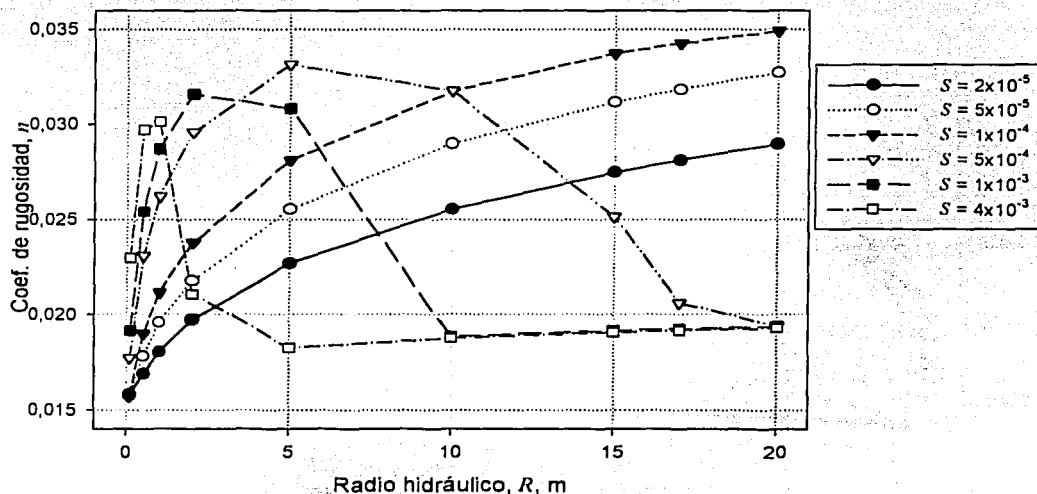


Fig. 7.47 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al radio hidráulico, R , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m, según la modificación de Karim.

WOO RIGET
MEXICO 30 AÑOS

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

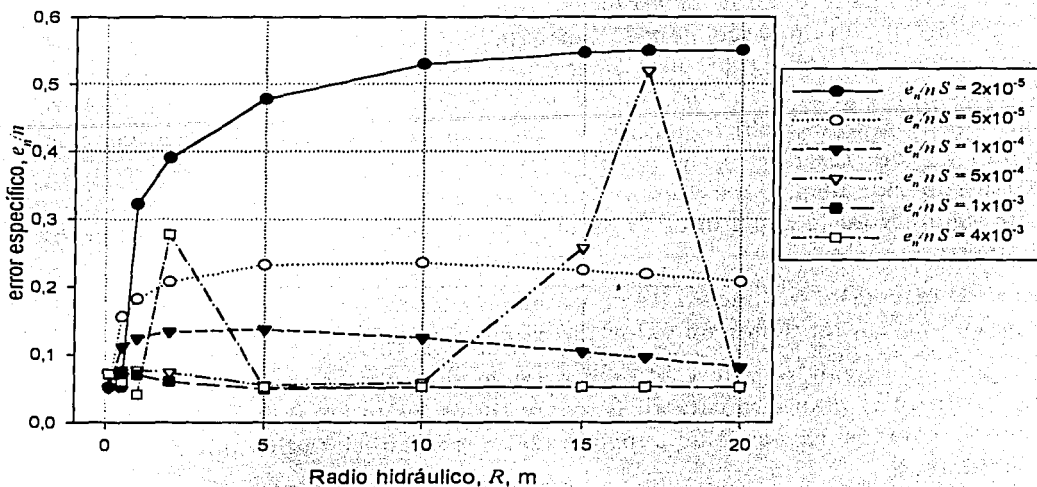


Fig. 7.48 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_s/a = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m según la modificación de Karim.

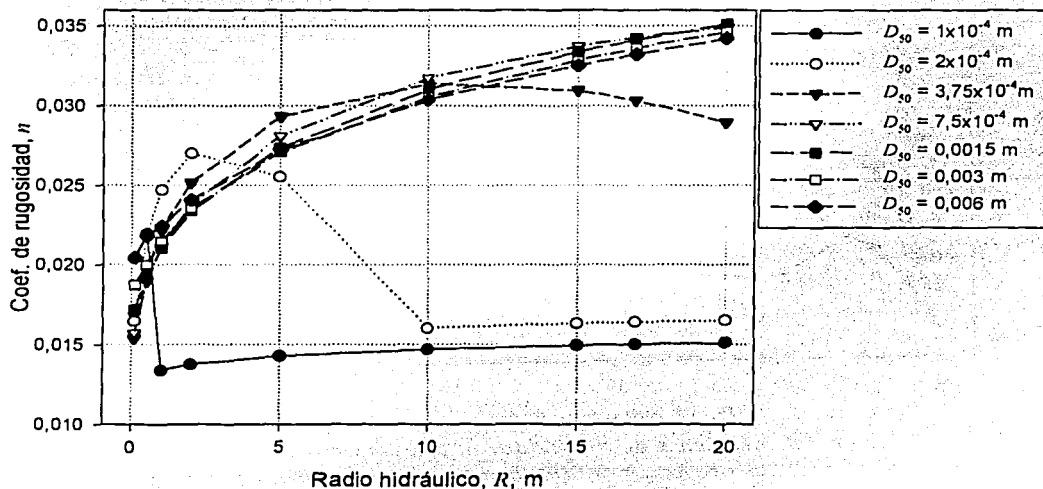


Fig. 7.49 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al radio hidráulico, R , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$, según la modificación de Karim.

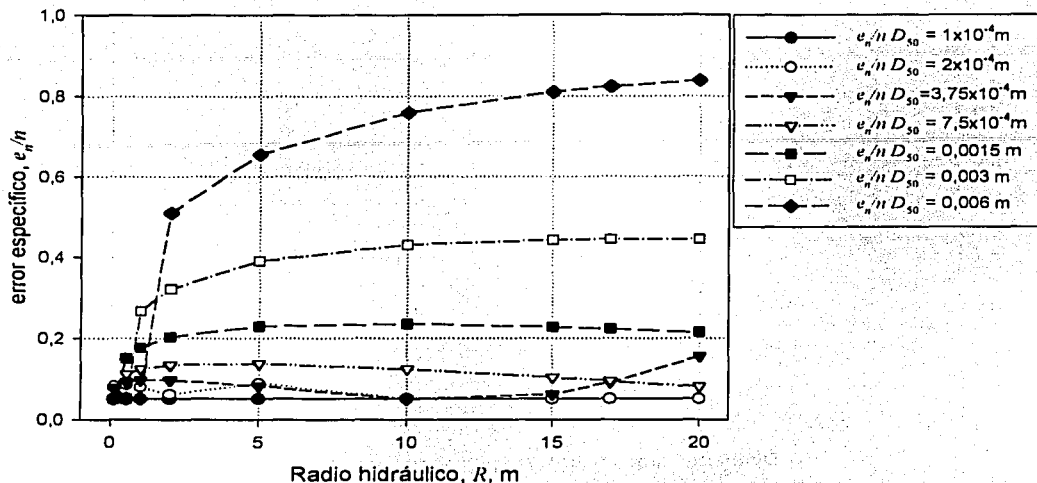


Fig. 7.50 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_s/a = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ según la modificación de Karim.

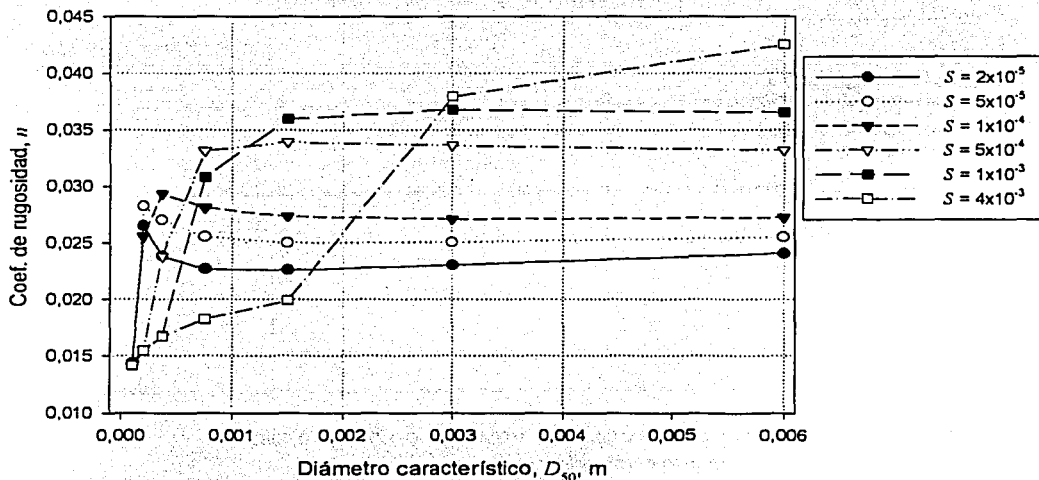


Fig. 7.51 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , con radio hidráulico $R = 5$ m según la modificación de Karim.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

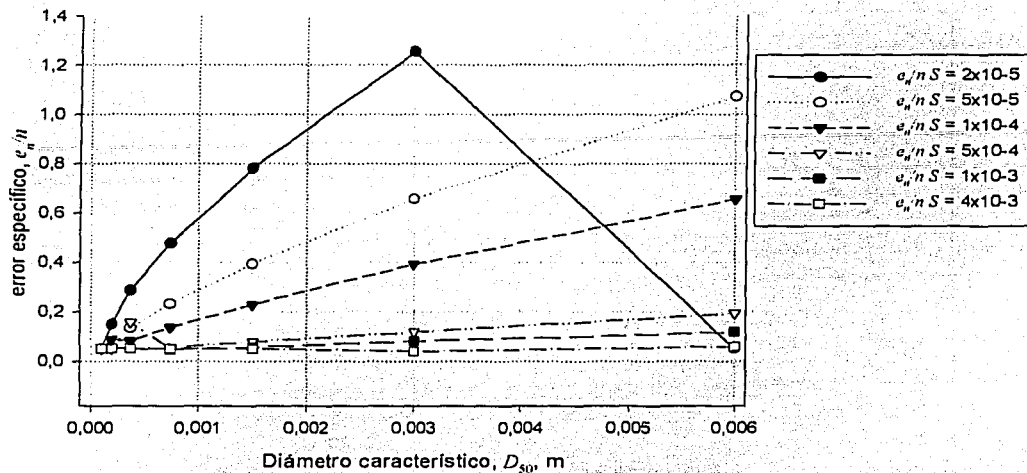


Fig. 7.52 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_0/a = 0,1$, con respecto al diámetro específico, D_{50} , con radio hidráulico $R = 5$ m según la modificación de Karim.

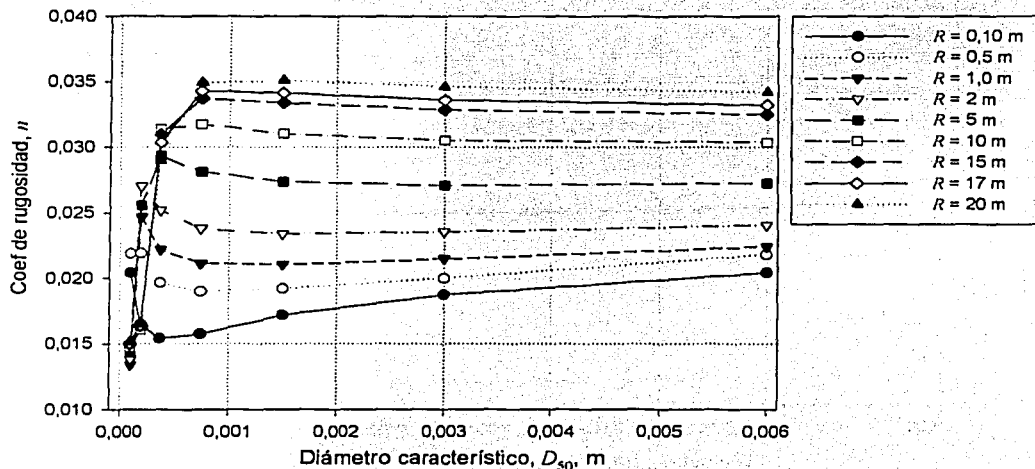


Fig. 7.53 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto al diámetro característico, D_{50} , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ según la modificación de Karim.

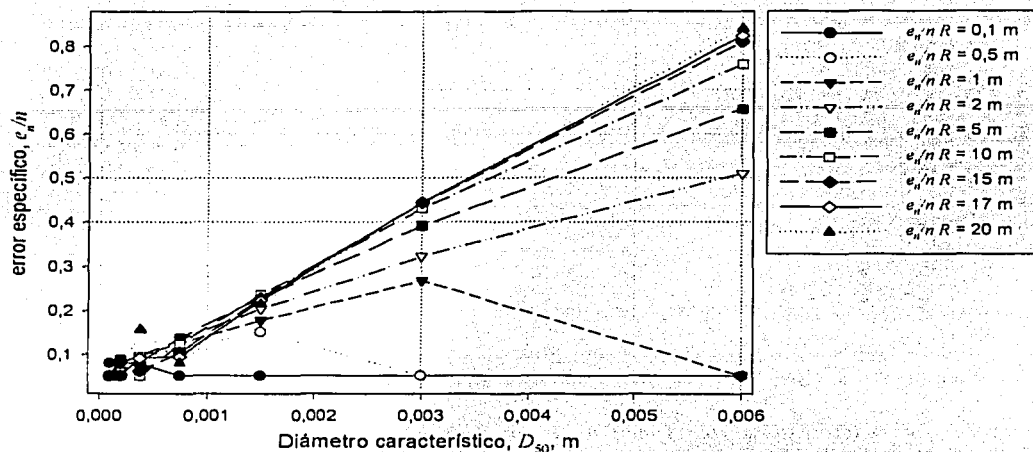


Fig. 7.54 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto al diámetro característico, D_{50} , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ según la modificación de Karim.

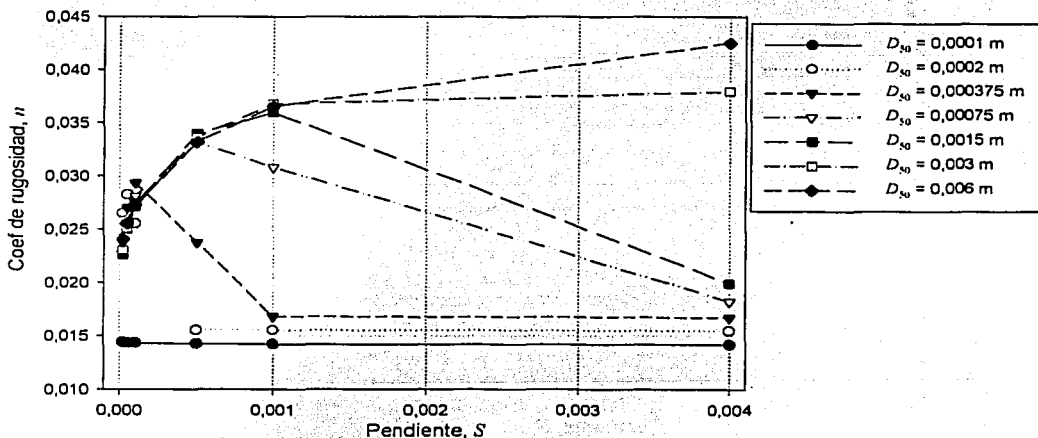


Fig. 7.55 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto a la pendiente, S , con radio hidráulico $R = 5 \text{ m}$, según la modificación de Karim.

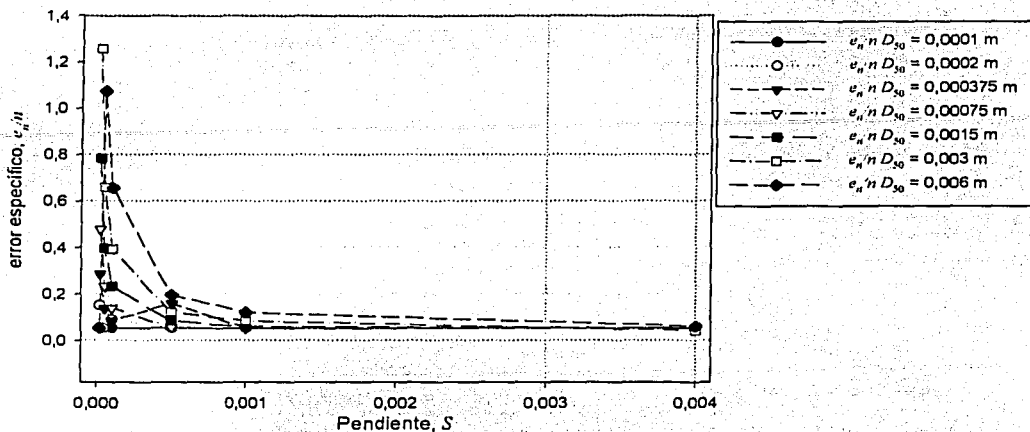


Fig. 7.56 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_s/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con radio hidráulico $R = 5$ m según la modificación de Karim.

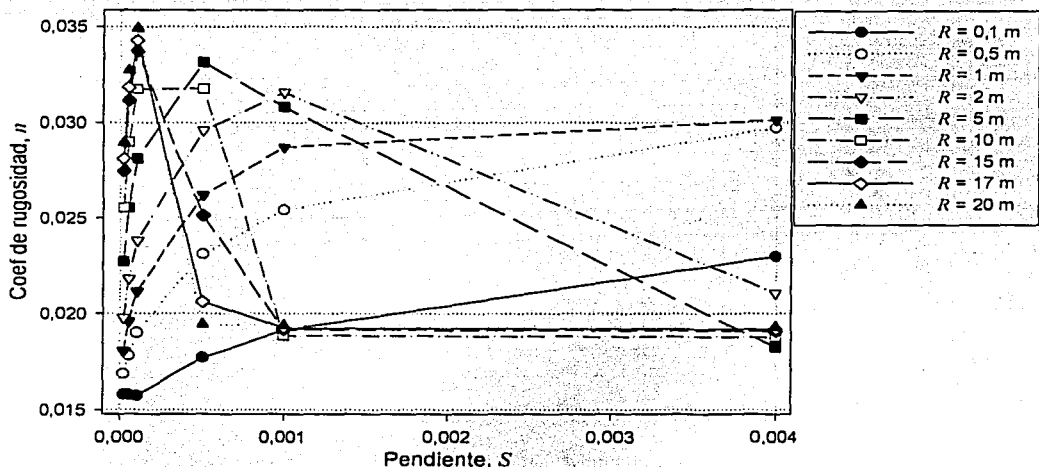


Fig. 7.57 Variación del coeficiente de rugosidad, n , con respecto a la pendiente, S , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m, según la modificación de Karim.

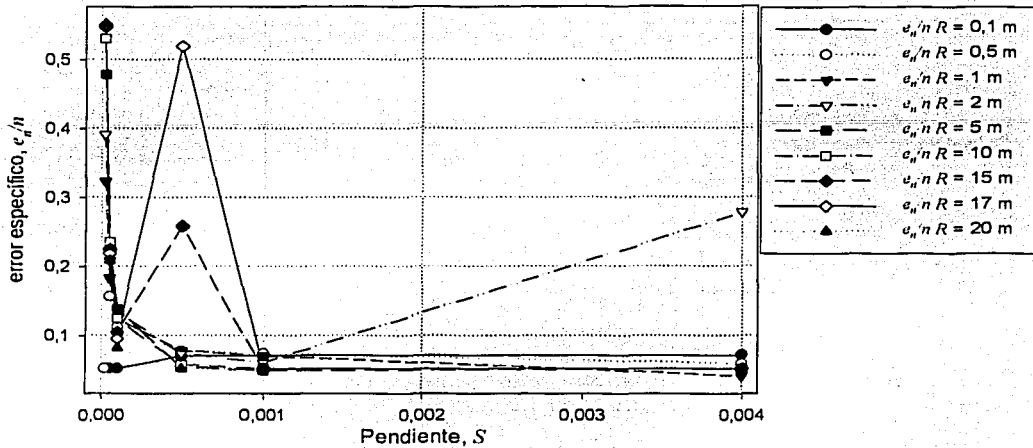


Fig. 7.58 Variación del error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075 \text{ m}$ según la modificación de Karim.

7.2.4 Método de Nnadi y Wilson (1995)

Las funciones que componen este método no son productos de potencias. Por tal motivo se utilizó el método de derivadas.

El régimen inferior es más sensible al radio hidráulico, R . Por otro lado, el régimen superior es igualmente sensible a la pendiente, S , y al peso específico sumergido, $Ss-1$.

El error máximo cuando se utiliza un error uniforme de 10% es $e_n/n = 0,06783$.

En el caso cuando se utilizan los valores típicos, en el régimen inferior, el error total depende principalmente del radio hidráulico, R ; excepto algunos puntos en los que depende del diámetro característico, D_{50} . El error máximo en el régimen inferior cuando se utilizan valores de error típico es $e_n/n = 0,07131$.

En el régimen superior, el error total depende principalmente sensible a la pendiente, S , excepto algunos puntos cercanos a la transición en los cuales depende del hidráulico, R . El error máximo en régimen superior cuando se utilizan valores de error típico es $e_n/n = 0,01683$.

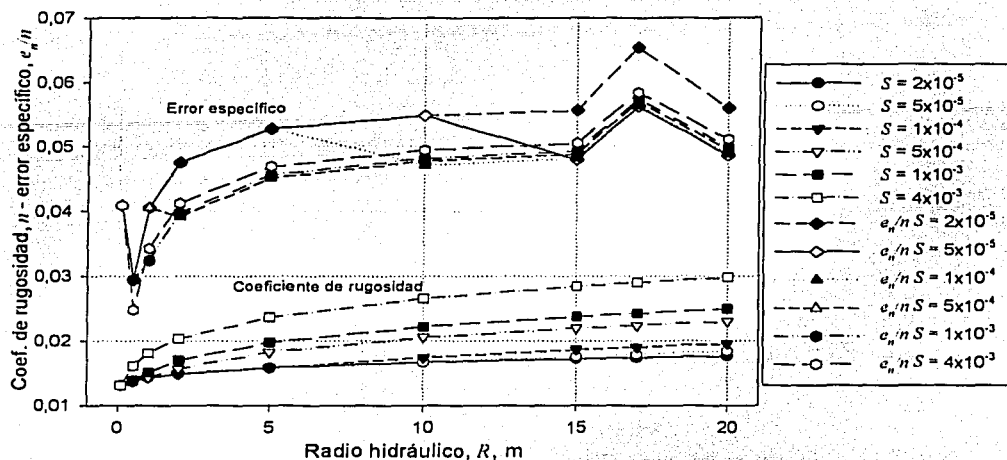


Fig. 7.59 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $\alpha = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m, según el método de Nnadi y Wilson.

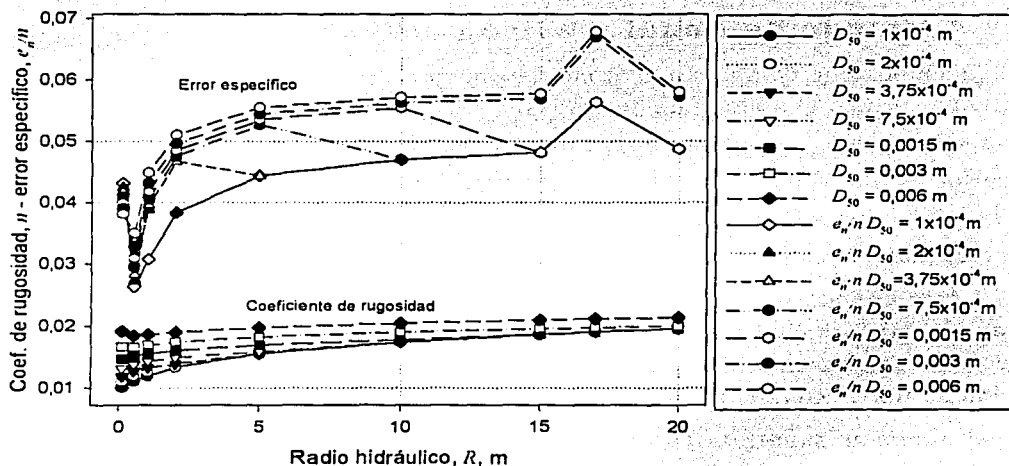


Fig. 7.60 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_n/a = 0,1$, con respecto al radio hidráulico, R , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ según el método de Nnadi y Wilson.

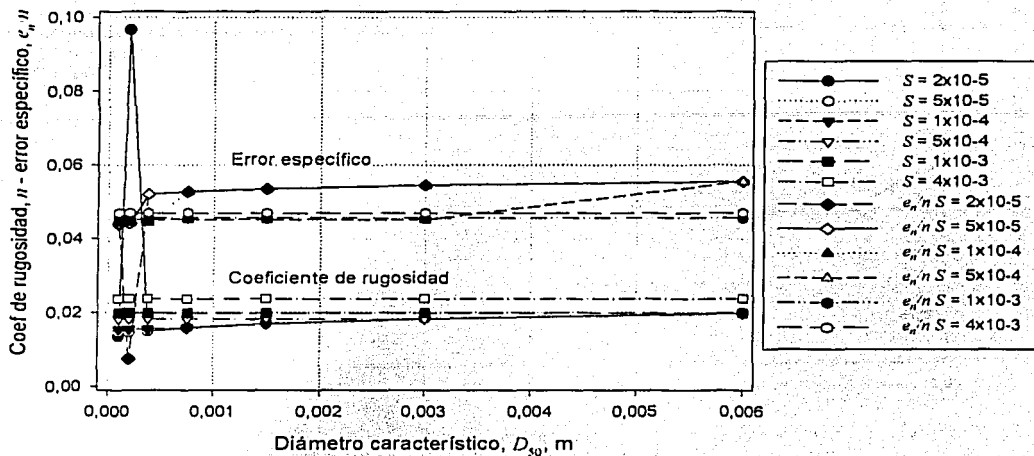


Fig. 7.61 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_a/a = 0,1$, con respecto al diámetro característico, D_{50} , con radio hidráulico $R=5m$ según el método de Nnadi y Wilson.

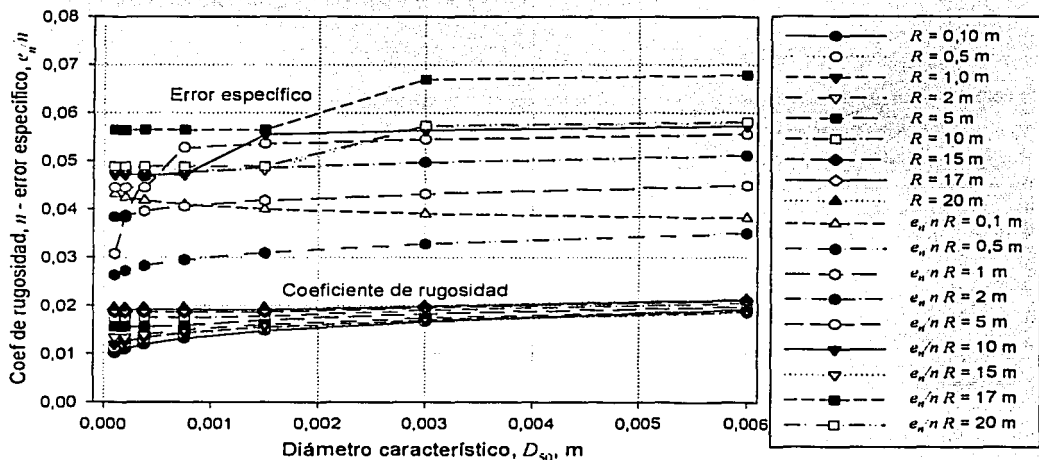


Fig. 7.62 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_a/a = 0,1$, con respecto al diámetro característico, D_{50} , con pendiente $S = 1 \times 10^{-4}$ según el método de Nnadi y Wilson.

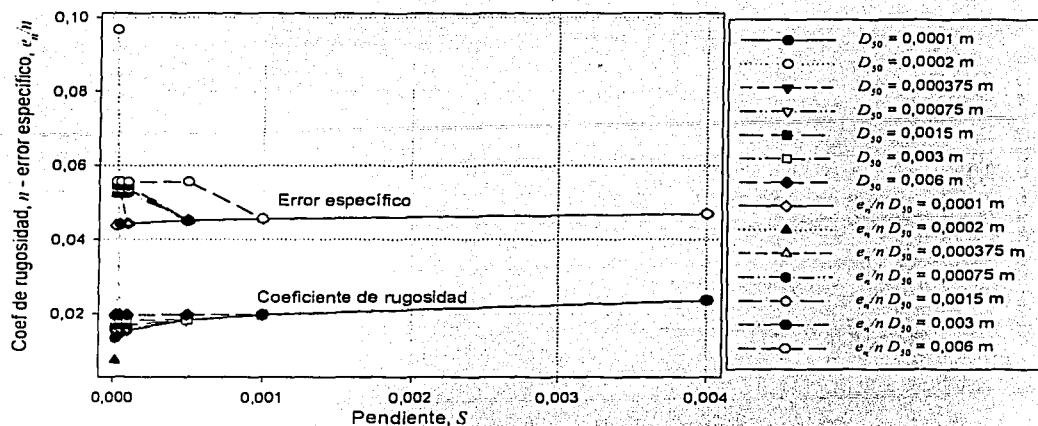


Fig. 7.63 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_a/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con radio hidráulico $R = 5$ m, según el método de Nnadi y Wilson.

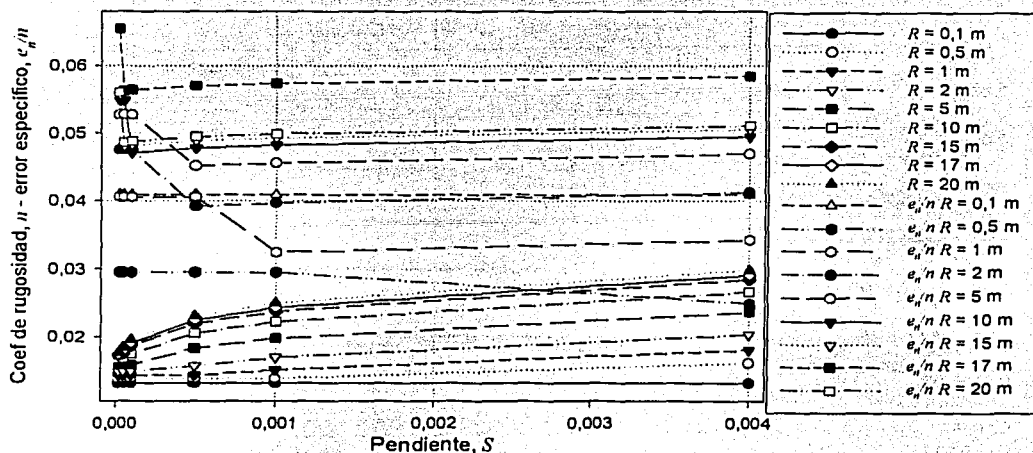


Fig. 7.64 Variación del coeficiente de rugosidad, n , y el error específico, e_n/n , cuando el error en las variables es $e_a/a = 0,1$, con respecto a la pendiente, S , con diámetro característico $D_{50} = 0,00075$ m, según el método de Nnadi y Wilson.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

8.1 Ecuación de Manning en Cauces Artificiales

La ecuación de Manning para canales recubiertos es principalmente sensible a la velocidad; en segundo lugar, es sensible al radio hidráulico y en tercer lugar, a la pendiente.

El error en porcentaje, e_n/n , depende únicamente de los coeficientes a los cuales están elevados las distintas variables y los porcentajes de error de cada una de las variables. Si los porcentajes de error de las variables independientes son constantes en todos sus intervalos, el error en porcentaje se mantiene también constante en todo el intervalo de aplicación.

Esta es una ecuación medianamente sensible, ya que el error máximo cuando cada variable tiene un error del 10% es 13,02%.

Si se define el 10% como el error máximo permisible en el coeficiente de Manning, la ec 5.3 describe una elipse tridimensional en la que los ejes son el error en decimales en del radio hidráulico, la pendiente, y la velocidad respectivamente. En esta elipse, el eje menor es el correspondiente a la velocidad. Siendo el mayor el correspondiente a la pendiente.

8.2 Ecuación de Manning en Cauces Naturales

Las observaciones y conclusiones de cada uno de los métodos estudiados son:

8.2.1 Métodos de Montaña

8.2.1.1 Método de Jarrett

La ecuación propuesta por Jarrett utiliza la pendiente y el radio hidráulico para calcular el coeficiente de rugosidad. Esta ecuación es un producto de potencias, por lo que describe una superficie. Al tener solo 2 variables, esta ecuación describe una elipse bidimensional para un valor de error en el coeficiente de rugosidad determinado. Al ser un producto de potencias, el error relativo, e_n/n , en el coeficiente de rugosidad sólo depende de los exponentes de las variables independientes (β_s y β_R) y los errores relativos de éstas (α_s y α_R).

El coeficiente de rugosidad, n , calculado según el método de Jarrett es

principalmente sensible a la pendiente. Es sensible en menor grado al radio hidráulico. Este resultado se confirmó gráficamente en las figs. 7.1 y 7.2. En estas gráficas se puede observar que las curvas que expresan la variación del coeficiente de rugosidad con respecto a la pendiente tienen una pendiente mayor que la curva que muestra la variación con respecto al radio hidráulico.

El método de Jarrett es poco sensible, ya que cuando se utiliza un error relativo en las variables independientes de $\alpha = 0,10$, la variación en el coeficiente de rugosidad fue de $e_r/n = 0,0412$.

8.1.1.2 Método de Bathurst

El método de Bathurst utiliza una ecuación logarítmica para calcular el coeficiente de Darcy-Weisbach, f , en función del tirante y el diámetro característico. Cuando se utiliza esta expresión para calcular el coeficiente de rugosidad, n , se obtiene una ecuación que no es un producto de potencias. Esta ecuación es principalmente sensible al tirante y al diámetro característico, y en menor grado al radio hidráulico.

En este caso, la sensibilidad del coeficiente de rugosidad si depende de su magnitud, ya que en el cálculo del error específico, e_r/n , interviene el coeficiente de Darcy-Weisbach, f . El coeficiente de pérdida de Darcy-Weisbach crece junto con el tirante y decrece conforme aumenta el diámetro característico. Este comportamiento se refleja en la sensibilidad del coeficiente de rugosidad, n , haciéndolo más sensible cuando se tienen valores pequeños del tirante y valores grandes del diámetro característico.

Para una mejor aplicación de este método se debe tener más cuidado al momento de medir tirantes pequeños y diámetros característicos grandes.

8.2.1.3 Método de Abt, Witter, Ruff y Khattak

Este método propone una ecuación producto de potencias en la cual el coeficiente de rugosidad, n , se plantea en función de un diámetro característico, D_{50} , y la pendiente, S_0 . Por la naturaleza de esta ecuación, el coeficiente de rugosidad es igualmente sensible al diámetro característico y la pendiente. Esta ecuación también tiene una forma similar a la ecuación canónica de las elipses.

Al ser una ecuación producto de potencias, la sensibilidad del coeficiente de rugosidad sólo depende de los errores específicos del diámetro característico, α_{D50} .

y de la pendiente, α_{50} , y de los exponentes de cada variable independiente. La expresión de Abt et al, es poco sensible, ya que al utilizar un error específico uniforme, $\alpha = 0,10$, el error específico en el coeficiente de rugosidad es $e_n/n = 0,0225$.

8.2.1.4 Método de Rice, Kadavy y Robinson

Este método se compone de dos expresiones. La primera es un producto de potencias que establece el coeficiente de rugosidad en función de un diámetro característico, y la segunda una función logarítmica que plantea el coeficiente de Darcy-Weisbach en función del tirante y un diámetro característico.

La primera expresión (ec 4.20 ó ec 6.18) es igualmente sensible al diámetro característico, D_{50} , y la pendiente, S . Al ser un producto de potencias, la sensibilidad del coeficiente de rugosidad sólo depende de los errores específicos del diámetro característico, α_{D50} , y de la pendiente, α_S , y de los exponentes de cada variable independiente.

Esta expresión es poco sensible, ya que al utilizarse un error en ambas variables de $\alpha = 0,10$, el error en el coeficiente de rugosidad es $e_n/n = 0,02079$.

La expresión que evalúa el coeficiente de rugosidad al utilizar la ec logarítmica (ec 6.22), no es un producto de potencias. En este caso la magnitud del coeficiente de rugosidad si está relacionada con la sensibilidad de éste. El coeficiente de rugosidad es igualmente sensible al tirante y al diámetro característico. La sensibilidad aumenta conforme aumenta el diámetro característico o disminuye el tirante. Para una mejor aplicación de este método se debe tener más cuidado al momento de medir tirantes pequeños y diámetros característicos grandes.

8.2.2 Métodos para Ríos de Planicie

8.2.2.1 Método de Brownlie

Este método consiste de una expresión para el régimen inferior y una expresión para el régimen superior. Ambas expresiones son productos de potencias que se pueden reescribir en términos del coeficiente de rugosidad, n . Por su naturaleza, la sensibilidad de ambas expresiones es independiente de la magnitud del coeficiente de rugosidad, n , y ésta sólo depende del error en cada una de las variables independientes, α , y de los exponentes correspondientes a cada una.

La expresión correspondiente al régimen inferior es principalmente sensible a la desviación estándar geométrica del tamaño del sedimento, σ_g . Es en menor grado sensible, en orden descendente de sensibilidad, al radio hidráulico, R , la pendiente, S , y en último lugar al diámetro representativo, D_{50} . Esta ecuación es poco sensible ya que cuando todas las variables independientes tienen una variación o error específico de $\alpha = 0,10$, la variación o error específico en el coeficiente de rugosidad es de $e_n/n = 0,0241$.

La expresión correspondiente al régimen superior es principalmente sensible a la desviación estándar geométrica del tamaño del sedimento, σ_g . Es en menor grado sensible, en orden descendente, al radio hidráulico, R , la pendiente, S , y el diámetro representativo, D_{50} . Esta ecuación es poco sensible, ya que cuando todas las variables independientes tienen una variación o error específico de $\alpha = 0,10$, la variación o el error específico en el coeficiente de rugosidad es $e_n/n = 0,02415$.

Geoméricamente, las dos ecuaciones describen una elipse en 4 dimensiones para cada valor de e_n/n .

8.2.2.2 Método de Karim y Kennedy

8.2.2.2.1 Formulación I

Esta ecuación se puede utilizar junto con la ecuación de Manning para plantear el coeficiente de rugosidad, n , en función de la gravedad específica sumergida del sedimento, $S_s - 1$, el radio hidráulico, R , la pendiente, S , y el diámetro característico, D_{50} . Al ser un producto de potencias, sensibilidad del coeficiente de rugosidad no depende de su magnitud, sino que depende únicamente del cambio o error en las variables independientes y de sus exponentes.

La formulación I es principalmente sensible a la gravedad específica sumergida. En menor grado, en orden descendente es sensible al diámetro característico, D_{50} , en tercer lugar al tirante o radio hidráulico, d ó R , y finalmente a la pendiente, S . En esta formulación, la sensibilidad a la pendiente, S , es prácticamente nula, por lo que se puede ignorar.

Esta formulación es poco sensible, ya que una variación o error de $\alpha = 0,10$ en las variables independientes produce una variación o error en el coeficiente de rugosidad de $e_n/n = 0,05144$.

8.2.2.2.2 Formulación IIA

Esta formulación se divide en dos intervalos. Si $\tau \leq 1,5$, la formulación no es un producto de potencias, mientras que si $\tau > 1,5$, la ecuación es un producto de potencias.

En el intervalo $\tau \leq 1,5$, la formulación es principalmente sensible a la gravedad específica sumergida, $Ss-1$. En este intervalo, la función es extremadamente sensible, ya que errores o variaciones de $\alpha = 0,10$ en las variables independientes, provocan un error o variación en el coeficiente de rugosidad de hasta $e_n/n = 1,652$, es decir 165,17%. Esta ecuación se vuelve sensible debido a la intervención de la función f/f_0 , por lo que se puede atribuir la sensibilidad a esta ecuación.

En el intervalo $\tau > 1,5$, la formulación es principalmente sensible a la gravedad específica sumergida, $Ss-1$, en segundo lugar es sensible al diámetro característico, D_{50} , en tercer lugar es sensible al tirante o radio hidráulico, d ó R , y finalmente a la pendiente, S . En este intervalo, la formulación es poco sensible, ya que con un error o variación de $\alpha = 0,10$ en las variables independientes provoca un error o variación en el coeficiente de rugosidad $e_n/n = 0,05172$.

8.2.2.2.3 Formulación IIB

Esta formulación también se divide en dos intervalos. Como el caso anterior, si $\tau \leq 1,5$, la formulación no es un producto de potencias, mientras que si $\tau > 1,5$, la formulación es un producto de potencias.

En el intervalo $\tau \leq 1,5$, la formulación es principalmente sensible a la gravedad específica sumergida, $Ss-1$. En este intervalo la función es extremadamente sensible, ya que con un error o variación de $\alpha = 0,10$ en las variables independientes equivale a un error o variación en el coeficiente de rugosidad hasta de $e_n/n = 2,8506$, es decir 285,064%. Este comportamiento se puede atribuir a la función f/f_0 . Por su comportamiento, no es recomendable utilizar este método en este intervalo.

En el intervalo $\tau > 1,5$, la formulación es un producto de potencias. En este intervalo, la formulación es principalmente sensible a la gravedad específica sumergida, $Ss-1$. En menor grado y en orden descendente, la formulación es sensible al diámetro característico, D_{50} , al tirante o radio hidráulico, d ó R , y por último, a la pendiente, S . En este intervalo la formulación es poco sensible, ya que con un error o variación de $\alpha = 0,10$ en las variables independientes resulta una variación o error en el coeficiente de rugosidad $e_n/n = 0,05172$.

En las formulaciones IIA y IIB, algunas combinaciones de valores dan coeficientes de rugosidad menores al valor atribuido a paredes lisas, $n = 0,006$. Esto indica que esta formulación no es válida en todos los intervalos de aplicación que se definieron.

8.2.2.3 Modificación de Karim al método de Karim y Kennedy

Este método se divide en tres intervalos. Cuando $U./\omega < 0,15$ y $U./\omega > 3,68$, la función es un producto de potencias. La sensibilidad del coeficiente de rugosidad no depende de su magnitud sino únicamente de la variación o error de las variables independientes y de sus exponentes. En estos intervalos la formulación es principalmente sensible a la gravedad específica sumergida, $Ss-1$. En menor grado y en orden descendente, la formulación es sensible al diámetro característico, D_{50} , al tirante o radio hidráulico, d ó R , y por último, a la pendiente, S . En este intervalo, la formulación es poco sensible, ya que una variación de $\alpha = 0,10$ en las variables independientes resulta en un error o variación en el coeficiente de rugosidad de $e_n/n = 0,05174$.

En el intervalo $0,15 < U./\omega < 3,68$, la función es muy sensible, ya que alcanza con un error uniforme de $\alpha = 0,10$ valores de error hasta de $e_n/n = 0,83904$. En este intervalo, la función es sensible a distintas variables independientes, y no se encontró un patrón definido. Por su comportamiento, se recomienda no utilizar esta formulación en este intervalo.

Cuando se utilizan los valores de error típico, el error total depende principalmente del error en el diámetro característico en todos los intervalos, excepto en algunos puntos aislados en los que depende del error en el radio hidráulico, R , o la pendiente, S .

En esta modificación, la extrema sensibilidad también se puede atribuir a la función que evalúa la razón f/f_0 , ya que cuando esta no interviene la sensibilidad de esta formulación es baja.

Esta modificación mejora el desempeño de las formulaciones IIA y IIB de Karim y Kennedy, ya que los valores del coeficiente de rugosidad están dentro de un intervalo razonable.

8.2.2.4 Método de Nnadi y Wilson

Este método se divide en una ecuación para el régimen inferior y una ecuación para el régimen superior. Al utilizar estas ecuaciones junto con la ecuación de Manning para calcular el coeficiente de rugosidad, éste es función del radio hidráulico, el diámetro característico y la pendiente en el régimen inferior y es función del radio hidráulico, la pendiente y la gravedad específica sumergida en el régimen superior.

Ambas ecuaciones son logarítmicas. En ambas, la sensibilidad del coeficiente de rugosidad resultante está relacionada con su magnitud.

Tanto la ecuación correspondiente al régimen inferior como la correspondiente al régimen superior son principalmente sensibles al radio hidráulico.

Aunque aparece en la ecuación del régimen inferior, ésta es insensible a la pendiente.

Estas ecuaciones son poco sensibles, ya que cuando se utilizaron variaciones o errores en las variables independientes de $\alpha = 0,10$, la variación o error resultante máximo en el coeficiente de rugosidad es $e_n/n = 0,06783$.

De las observaciones anteriores se formularon las siguientes conclusiones:

8.2 Conclusiones

- Las mediciones que se ubican dentro de los valores inferiores dentro de los intervalos de aplicación, tienden a tener un error relativo mayor, debido a la resolución de los instrumentos de medición. Por tal motivo, debe tenerse más cuidado cuando se midan valores cercanos para tratar de minimizar el error.
- Es muy importante utilizar un instrumento de medición adecuado para cada variable para minimizar el error en las mediciones y describir de mejor manera el fenómeno.
- Cuando las ecuaciones son productos de potencias, la sensibilidad de la variable dependiente a cada variable está determinada únicamente por el valor absoluto del exponente de cada variable independiente. La variable dependiente será principalmente sensible a la variable dependiente con mayor exponente en valor absoluto.
- Si la ecuación es un producto de potencias, el error en la variable dependiente no depende de su valor, sino depende únicamente de los exponentes de cada variable independiente y del error en estas.

- Para funciones productos de potencias, las superficies de error máximo permisible forman superficies multidimensionales con forma de elipse. La superficie de la elipse agrupa todas las combinaciones de valores de error en las variables independientes para obtener un error determinado en la variable dependiente. Cualquier punto dentro de esta superficie muestra todas las combinaciones de valores de error en las variables independientes con los cuales se obtiene un error en la variable dependiente menor al error elegido.
- En el caso de funciones con razones logarítmicas de forma:

$$A = E \ln \frac{B}{C} + D$$

donde A, B y C son variables independientes y D y E son constantes, la influencia de las variables B y C es igual, siempre y cuando estas.

- La sensibilidad a una variable dependiente se representa gráficamente por la pendiente de la curva cuando ésta se evalúa con respecto a otra. Mientras mayor es la pendiente de esta curva, mayor es la sensibilidad de la ecuación.
- La definición de los parámetros adimensionales, adicionalmente a la definición de extremos, debe estar acompañada de intervalos válidos para variables adimensionales que pueden dar un mejor indicador de las condiciones en las cuales un método es válido.
- Cuando intervienen más de dos funciones concatenadas, como en el método de Karim y Kennedy, la sensibilidad de la ecuación principal tiende a amplificarse, por lo que hay que procurar que cuando se van a utilizar estos métodos se debe tener especial cuidado en la realización de las mediciones.
- Los métodos de montaña son menos sensibles que los métodos de planicie. Esto se debe principalmente a que los primeros utilizan menos variables independientes que los segundos. Es decir, la sensibilidad de la variable dependiente será menor conforme menor sea el número de variables que intervienen en su determinación.
- Cuando se plantee un trabajo que involucre mediciones es conveniente evaluar el valor esperado según el algoritmo seleccionado asignando un valor típico según la resolución del instrumento de medición. De esta manera se puede hacer una evaluación de la sensibilidad de la variable esperada y determinar su error. Por medio de este procedimiento se pueden definir si la resolución del instrumento de medición es la adecuada y qué variables se deben medir con mayor cuidado.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bennett, James. (1995) "Algorithm for Resistance to Flow and Transport in Sand-Bed Channels". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol 121, No. 8.
2. Blyth, F.G.H., M.H. de Freitas. (1989) "Geología para Ingenieros". Cía. Editorial Continental, S.A. de C.V., México.
3. Brownlie, William R. (1983) "Flow Depth in Sand-Bed Channels". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol. 109, No. 7.
4. Chaudhri, M. Hanif. (1993) "Open-Channel Flow". Prentice Hall. New Jersey.
5. Chow, Ven Te. (1959) "Open-Channel Hydraulics". McGraw-Hill. New York.
6. Comisión Federal de Electricidad. (1970) "Manual del Diseño de Obras Civiles". México.
7. Engel, Peter. (1983) "Equivalent Roughness of Alluvial Bed". Discussion. *Journal of Hydraulic Division ASCE*. Vol. 109, No. 9.
8. Echávez Aldape, Gabriel. (1996) "Introducción a los Modelos Hidráulicos de Fondo Fijo y a la Ingeniería Experimental" UNAM-CONACyT. México.
9. García Flores, Manuel, José Antonio Maza Álvarez. (1997) "Inicio de Movimiento y Acorazamiento". Cap. 8 del Manual de Ingeniería de Ríos. Series del Instituto de Ingeniería - 592. UNAM. México.
10. García Flores, Manuel, José Antonio Maza Álvarez. (1998) "Origen y Propiedades de los sedimentos". Cap. 7 del Manual de Ingeniería de Ríos. Series del Instituto de Ingeniería-601. UNAM. México.
11. Gardea Villegas, Humberto. (1997) "Hidráulica de Canales" 2ª ed. UNAM-FICA. México.
12. Jarrett, Robert D. (1984) "Hydraulics of High-Gradient Streams". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 110, No. 11. pp.1519 - 1539.
13. Karim, M. Fazle, John F. Kennedy. (1990) "Menu of Coupled Velocity and Sediment Discharge Relations For Rivers". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol. 116, No. 8.
14. Karim, Fazle, John F. Kennedy. (1992) "Menu of Coupled Velocity and Sediment-Discharge Relations for Rivers: Closure". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 118, No. 5. p 813 - 814.
15. Karim, Fazle. (1995) "Bed Configuration and Hydraulic Resistance in Alluvial-Channel Flows". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol. 121, No. 1.

16. Karim, Fazle. (1998) "Bed Material Discharge Prediction for Nonuniform Bed Sediments." *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol. 124, No. 6. p 597 - 604.
17. Karim, Fazle. (1999) "Bed Material Discharge Prediction for Nonuniform Bed Sediments: Closure". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol. 125, No. 9. p 1985.
18. Karim, Fazle. (1999) "Bed-Form Geometry in Sand-Bed Flows". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 125, No. 12. p 1253 - 1261.
19. Kennedy, John F. (1995) "The Albert Shields Story". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol. 121, No. 11, pp 766-772.
20. Maza Álvarez, José Antonio, Manuel García Flores. (1984) "Hidrodinámica, bases para Hidráulica Fluvial" Series del Instituto de Ingeniería No. D-20. UNAM, México.
21. Maza Álvarez, José Antonio, Manuel García Flores. (1996) "Transporte de Sedimentos". Cap. 10 del Manual de Ingeniería de Ríos. Series del Instituto de Ingeniería - 584. Instituto de Ingeniería, UNAM. México.
22. Nnadi, Fidelia N., Kenneth C. Wilson. (1995) "Bed-Load Motion at High Shear Stress: Dune Washout and Plane-Bed Flow". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 121, No. 3. p 267 - 273.
23. Rice, C.E., K.C. Kadavy, K.M. Robinson. (1998) "Roughness of Loose Rock Riprap on Steep Slopes". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. Vol. 124, No. 2.
24. Rouse, Hunter. (1946) "Elementary Mechanics of Fluids". John Wiley & Sons. New York.
25. Rouse, Hunter, ed. (1959) "Advanced Mechanics of Fluids". Wiley & Sons. New York.
26. Sears, Francis W., Mark W. Zemansky, Hugh D. Young. (1988) "Física Universitaria". Addison-Wesley Ibmr. Delaware, EUA.
27. Shames, Irving H. (1992) "Mechanics of Fluids" 3rd. McGraw-Hill. New York.
28. Shen, Hsieh Wen, Henry Fehلمان, Cesar Mendoza. (1990) "Bed Form Resistances in Open Channel Flows". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 116, No. 6.
29. Song, T., Y.M. Chiew, C.O. Chin. (1998) "Effect of Bed-Load Movement on Flow Friction Factor". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 124, No. 2.
30. Sotelo Ávila, Gilberto. (1997) "Apuntes de Hidráulica II". FI UNAM. Reimpresión. México.

31. Sotelo Ávila, Gilberto. (1997) "Hidráulica General, Vol. 1, Fundamentos". LIMUSA-Noriega. México.
32. Swamee, Prabhata K., Chandra Shekhar P. Ojha. (1994) "Criteria for Evaluating Flow Classes in Alluvial Channels". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 120, No. 5. p 652 - 658.
33. Taylor, Scott M., M. Gamal Mostafa. (1992) "Menu of Coupled Velocity and Sediment-Discharge Relations for Rivers: Discussion". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 118, No. 5. p 812 - 813.
34. Van Rijn, Leo C. (1982) "Equivalent Roughness of Alluvial Bed". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 108, No. 10. pp 1215 - 1218.
35. Van Rijn, Leo C. (1984) "Sediment Transport, Part III: Bed Forms and Alluvial Roughness". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 110, No. 12.
36. Wang, Zhao Yin, Peter Larsen, Franz Nestmann, Andreas Dittrich. (1998) "Resistance and Drag Reduction of Flows of Clay Suspensions". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 124, No. 1.
37. Wark, Kenneth. (1991) "Termodinámica" 5ª ed. McGraw-Hill. México.
38. White, W.R., E. Paris, R. Bettess. (1980) "The Frictional Characteristics of Alluvial Streams: a New Approach". *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 69, pp. 737-750.
39. White, William Rodney, Roger Bettess, Enio Paris. (1982) "Analytical Approach to River Regime". *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE. Vol. 108, No. HY10.
40. Wilson, Kenneth C. (1989) "Mobile-Bed Friction at High Shear Stress". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 115, No. 6. pp 825 - 830.
41. Wu, Weiming, Sam S.Y. Wang. (1999) "Movable Bed Roughness in Alluvial Rivers". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 125, No. 12. pp 1309 - 1312.
42. Wohl, Ellen. (1998) "Uncertainty in Flood Estimates Associated With Roughness Coefficient". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 124, No. 2.
43. Yen, Ben Chie. (1992) "Dimensionally Homogeneous Manning's Formula". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, Vol. 118, No. 9. pp 1326 - 1332.