

00323

2



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN
VELOCÍMETRO LÁSER DOPPLER PARA
EL LABORATORIO DE FLUIDOS DE LA
FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

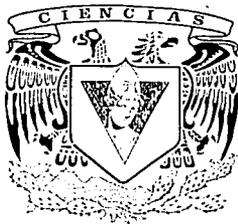
FÍSICO

PRESENTA:

PABLO AGUILAR TERRÉS

DIRECTOR DE ESTUDIOS DE TESIS:

DR. RAMÓN PERALTA Y FABI



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2003
FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR

A



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Diseño y construcción de un velocímetro láser Doppler para el Laboratorio de Fluidos de la Facultad de Ciencias de la UNAM"

realizado por Aguilar Terres Pablo

con número de cuenta 6603183-1, quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

Dr. Ramón Peralta y Fabi

Propietario

Dr. Alejandro Morales Mori

Propietario

Dr. Rufino Díaz Uribe

Suplente

Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach Catalina Stern

Suplente

Dr. Francisco Solorio Ordaz

Consejo Departamental de Física

DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
Coordinadora de Licenciatura

A mis hijos:

Argelia,

Pablo y

Vladimir Cuauhtemoc.

Porque son mi fuente de inspiración.

A mi padre,

Porque de él obtuve los principios.

A mi madre, donde esté,

Porque de ella obtuve los valores.

A mis maestros,

Porque me enseñaron a ver con espíritu crítico.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al Dr. Ramón Peralta y Fabi por su dirección y los acertados comentarios y correcciones hechas al borrador, pero ante todo por el apoyo y la libertad que me dio para desarrollar el prototipo del Velocímetro Láser Doppler (VLD) y el trabajo escrito.

Agradezco también a los Drs. Alejandro Morales Mori, Rufino Díaz Uribe, Catalina Elizabeth Stern Forgach y Francisco Solorio Ordaz por sus valiosos comentarios en la revisión y corrección del manuscrito.

Quiero agradecer de manera especial al Dr. Gonzalo Alduncin González y al M en C. Rito Terán Olgún por el apoyo y las facilidades que me dieron para concluir el trabajo experimental y escrito de la Tesis.

Merece mención especial la participación de los trabajadores del Taller Mecánico de la Facultad de Ciencias y en especial del Sr. Abel Ramírez R. en la construcción de las partes mecánicas del VLD. Y a los técnicos del Taller de Óptica del INAOE por la construcción de las lentes y prismas de la óptica del VLD. Su participación fue esencial para la realización concreta del VLD y para la terminación de este trabajo de tesis.

Quiero agradecer a todos los que de una manera directa o indirecta han participado en este trabajo. A los compañeros estudiantes, profesores e investigadores de la Facultad de Ciencias y de la Universidad Nacional Autónoma de México (quienes, dicho entre paréntesis, forman el tesoro más grande que alberga este país) por la formación científica, humanística y el espíritu crítico que me legaron.

ÍNDICE

Introducción.	3
Capítulo I.- Corrimiento Doppler.	6
1.1. El Corrimiento Doppler.	6
1.2. Transformación de la frecuencia.	8
1.3. Corrimiento Doppler con dispersión.	8
Capítulo II.- Velocimetría Láser Doppler dos Técnicas Fundamentales.	10
2.1. Método de Haz de Referencia o de Pulsaciones Ópticas.	10
2.2. Coeficiente señal - ruido.	11
2.3. El cono de coherencia.	12
2.4. Método diferencial Doppler.	13
2.6 Interpretación en términos de franjas de interferencia.	14
2.7 Aplicación de la ley de ABCD al cálculo del volumen de prueba.	15
2.9 La relación señal – ruido.	18
2.10 Coherencia de la señal.	18
Capítulo III.- La señal Láser Doppler su Detección y Procesamiento.	20
3.1. Características de la señal.	20
3.2. Requerimientos para un sistema procesador de la señal.	22
3.3. Analizador espectral de frecuencia.	23
3.4. Convertidor frecuencia – voltaje.	25
3.5. Contador de frecuencia.	25
3.6. Contador de fotones.	26
3.7. Interferómetro Fabry - Perot.	27
3.8. Interferómetro Fabry - Perot. De barrido.	28
3.9. Procesador de Bursts.	28

Capítulo IV.- Corrimiento de Frecuencia.	29
4.1. Técnicas de corrimiento de frecuencia.	29
4.2. La celda de Bragg.	30
4.3. Velocimetría Láser Doppler con corrimiento de frecuencia óptica variable.	33
Capítulo V.- Diseño y construcción de un VLD modular para el Laboratorio de Fluidos de la Facultad de Ciencias UNAM.	36
5.1. Parte óptica.	36
5.2. Parte mecánica.	38
5.3. Parte electrónica.	38
5.4. Óptica Transmisora	39
5.5. Óptica Receptora	40
5.6. Montaje a haz de referencia.	41
5.7. Montaje a franjas de interferencia.	41
5.8. Montaje a doble dispersión.	41
5.9. Imágenes del proceso de Construcción.	42
Capítulo VI.- Resultados, conclusiones y perspectivas.	44
Apéndice.- El láser y sus propiedades.	56
A.1 Propagación de rayos de luz láser en sistemas ópticos.	56
A.2 Rayos Paraxiales.	56
A.3 Propagación de ondas esféricas	57
A.4 El método de las amplitudes complejas.	58
A.5 Propagación de haces de gaussianos.	59
A.6 Transformación de haces gaussianos. La ley ABCD.	61
A.7 Ancho de banda de un resonador óptico.	62
Bibliografía.	66

INTRODUCCIÓN

Los gases, los líquidos, los plasmas, la lava volcánica, la sangre, los plásticos dentro de una máquina de inyección, etc., son sistemas físicos que están dentro de lo que entendemos por un fluido.

Estos sistemas, cuando están en movimiento, tienen la característica de que todas sus partículas o elementos que los constituyen poseen una velocidad, la cual puede variar con la posición y con el tiempo, es decir, a cada instante t , el movimiento del fluido queda descrito por un campo vectorial de velocidades $\mathbf{v}(x, y, z, t)$.

Otras variables importantes de los fluidos son las termodinámicas, tales como la presión, la temperatura y la densidad. Con frecuencia basta conocer dos de ellas como función de la posición y el tiempo, junto con la velocidad para obtener una descripción completa del fluido [1].

Algunos casos importantes son el flujo en un tubo, el flujo con una superficie libre, o el flujo alrededor de un obstáculo, es decir, un objeto dentro del fluido, la presencia del cual modifica el campo de velocidades original. El problema entonces es encontrar el campo resultante, así como el intercambio de energía y cantidad de movimiento entre el fluido y el objeto, o el fluido y los alrededores.

Deducir el campo de velocidades para un fluido en una configuración dada, consiste en resolver las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento y la energía. Para el caso de fluidos newtonianos, en resolver las ecuaciones de Navier - Stokes, las cuales son ecuaciones diferenciales parciales de segundo grado y orden, son ecuaciones no lineales que, en general, sólo pueden resolverse aproximadamente o en forma numérica mediante la computadora.

Esto hace importante el poder medir el campo de velocidades del fluido en movimiento.

La Velocimetría Láser Doppler, que se estudia en este trabajo, es una forma que, como veremos

más adelante, tiene muchas ventajas sobre otras para medir velocidades en un fluido.

El cambio en la frecuencia de una onda acústica, electromagnética o de cualquier tipo, debido al movimiento relativo entre la fuente y el observador, es conocido desde el siglo XIX como corrimiento Doppler, debido a su descubridor, el físico austriaco, maestro de matemáticas en preparatoria y profesor de física experimental en la Universidad de Viena, Johann Cristian Doppler (1803-1853). Ya en 1842 Doppler atribuía el color de ciertas estrellas a su movimiento de acercamiento o alejamiento de la Tierra [2].

El corrimiento Doppler es bien conocido en acústica, al escuchar el cambio de frecuencia del silbato de un tren cuando se acerca o se aleja de un observador. El tono del silbato será más agudo cuando se acerca y más grave cuando se aleja. En astronomía se atribuye el corrimiento hacia el rojo que se observa en los espectros de las galaxias distantes a la gran velocidad con que se alejan de la Tierra.

También hay corrimiento Doppler cuando, aunque la fuente y el observador estén en reposo, la onda ilumina un cuerpo en movimiento. Este refleja o dispersa la luz proveniente de la fuente y es captada por el observador. Un ejemplo de esto es cuando el radar mide la velocidad de un proyectil, o la velocidad del viento. Otra aplicación es la Velocimetría Láser Doppler (VLD).

La VLD surge como técnica aplicable a varias ramas de la investigación científica y la industria, entre ellas la Dinámica de Fluidos, en la década de los sesentas, cuando el surgimiento de los láseres hace posible contar con una fuente de luz coherente, monocromática y de gran potencia. Con ésta se puede iluminar una partícula que viaja en un fluido. Al captar y analizar la luz dispersada se obtiene una medida de una componente de la velocidad instantánea de la partícula. Al repetir esta medición, rápidamente, cientos o miles de veces, y mediante una estadística de estas

mediciones, es posible deducir el valor de algunos parámetros importantes del movimiento del fluido, además de la velocidad. Tomando mediciones en varios puntos podemos obtener la distribución espacial de la velocidad. Así podemos encontrar otras variables que dependan de alguna manera de la velocidad, como son las fuerzas de sustentación y arrastre de vehículos y estructuras, las cuales dependen de la densidad y la velocidad del fluido, asimismo la razón de erosión, transferencia de calor, vibración y ruido, difusión y turbulencia. Mediciones de la presión y la velocidad nos sirven también para calibrar modelos matemáticos que describen experimentos de varios tipos relacionados con los fluidos.

La Velocimetría Láser Doppler (VLD) mide las velocidades detectando el corrimiento de frecuencia de la luz láser dispersada por pequeñas partículas que se mueven con el fluido. La técnica fue reportada originalmente en 1964 por Cummins, Knable, y Yeh [3]. En este artículo reportan el experimento en el cual miden el movimiento Browniano de una suspensión acuosa de partículas microscópicas observando el espectro de la luz dispersada. En este experimento la cantidad de interés era el ensanchamiento del espectro de la luz láser debido al movimiento aleatorio de las partículas. Sin embargo, inesperadamente, ellos también observaron un corrimiento neto en la frecuencia de luz; un efecto que atribuyeron a pequeñas corrientes de convección que generaban velocidades medias en el agua de su celda. Poco tiempo después, Yeh y Cummins [4] diseñaron un experimento intentando expresamente demostrar que es posible medir, por este método, las velocidades en fluidos.

La VLD atrajo rápidamente la atención de numerosos experimentadores en dinámica de fluidos y en pocos años varios grupos de investigación obtuvieron resultados en flujos laminares en ductos cuadrados [5,6], redondos [7], de gases [8, 9], flujo turbulento de agua en tubos [10] y turbulencia en túneles de viento [11]. En este estado de desarrollo, las mediciones fueron realizadas mediante el análisis espectral de la luz dispersada. Lo cual requiere, como lo veremos adelante, promediar sobre periodos de tiempo relativamente largos y perder la información de señales provenientes de la fluctuación rápida de la

velocidad respecto al tiempo. Con el desarrollo posterior de los seguidores de frecuencia se logra seguir esta fluctuación.

La técnica VLD ofrece, respecto a otras técnicas comúnmente usadas, como la de hilo caliente o el anemómetro de cuatro hemisferios, muchas ventajas. Es no intrusiva, es decir, puede ser usada en flujos que son hostiles a los materiales de las sondas (flujos de ácidos, o a altas temperaturas), o que podrían ser alterados por la presencia de una sonda material. Proporciona una medida de una, o varias componentes del vector velocidad, independientemente de la velocidad de la fluctuación. Ofrece una buena resolución espacial. Tiene capacidad para seguir altas frecuencias de fluctuaciones de la velocidad de flujo, dependiendo sólo de la rapidez de la electrónica que pueda desarrollarse. La alta precisión de las medidas es de alrededor de 0.1% [15].

La potencia y versatilidad de la VLD es mejor ilustrada por una lista de los tipos de flujo en que ha sido usada. Estos incluyen flujo supersónico, flujo recirculante, convección libre natural, flujo en máquinas de combustión interna, turbinas de vapor y de gas, flujos con reacciones químicas, incluyendo flamas premezcladas y flamas de difusión, chorros, flujos de polímeros, flujos en rotación, estudios de rotores de helicópteros, flujos de dos fases, turbulencia atmosférica, flujos de sangre en arterias y vasos capilares, simulados y en vivo, flujos oceánicos, flujos en plasmas de alta temperatura y en canales magnetohidrodinámicos, etc. El intervalo de velocidades medidas se extiende desde $10\mu\text{m/s}$ a 1 Km/s [16].

Para lograr esto, muchos problemas debieron ser entendidos y resueltos. La intensidad muy débil de la luz dispersada por pequeñas partículas resulta en señales ruidosas que son difíciles de analizar. La localización aleatoria de las partículas dispersoras en el fluido crea nuevos tipos de problemas de análisis de datos; los datos arriban azarosamente y a menudo muy alejados unos de otros. El equipo óptico es muy sensible a las vibraciones, al ruido y señales extrañas de radiofrecuencia.

La VLD tuvo un rápido desarrollo a lo largo de una década. Produjo una técnica experimental usada de manera rutinaria en cientos de laboratorios de investigación e industrias de todo el mundo, y que es aprovechable a través de varios fabricantes de equipo científico.

Los objetivos centrales de este trabajo de tesis son por un lado presentar brevemente las herramientas teóricas necesarias para el diseño, la construcción y operación de un Velocímetro Láser Doppler. Y por otro lado, el diseño y la construcción de un VLD acorde con las necesidades y limitaciones del Laboratorio de Fluidos de la Facultad de Ciencias de la UNAM. Además se busca que sea lo suficientemente versátil para abarcar una amplia gama de experimentos y un intervalo lo suficientemente grande de velocidades.

En el capítulo I analizamos el corrimiento Doppler para establecer la fórmula básica para el corrimiento de frecuencia de la luz dispersada por una partícula en movimiento.

En el capítulo II analizamos las dos configuraciones principales de la VLD, la de haz de referencia y la de franjas de interferencia, y la relación señal – ruido para cada una de ellas.

El capítulo III lo dedicamos al análisis de la señal láser Doppler y a los principales métodos de procesamiento de ésta.

En el capítulo IV se hace el análisis de los sistemas de corrimiento óptico de frecuencia de uno de los haces luminosos. Esto ocasiona que el patrón de franjas de interferencia se mueva en una u otra dirección, obteniendo con esto dos ventajas. Una, el poder distinguir la dirección de la componente de la velocidad, y la otra, al desplazar el origen del corrimiento de frecuencias fuera del modo de oscilación láser, podemos medir velocidades muy pequeñas.

El capítulo V lo dedicamos propiamente al diseño y construcción del sistema de velocimetría láser para el Laboratorio de Fluidos de la Facultad de Ciencias, UNAM.

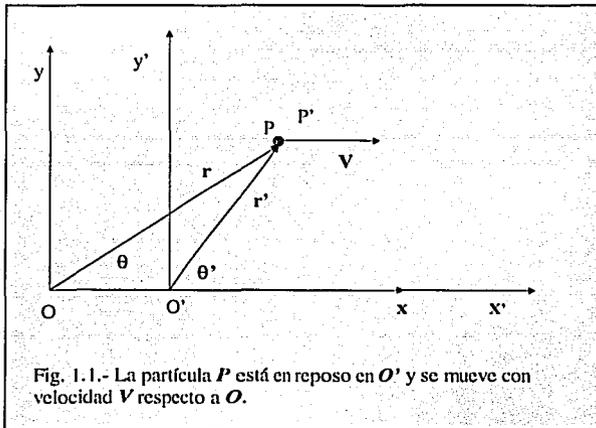
En el apéndice I analizaremos, desde el punto de vista de la óptica física, las propiedades de la luz láser al propagarse en sistemas ópticos con simetría axial, deducimos la ley ABCD y la usamos en el diseño adecuado del VLD y en el cálculo de los parámetros del volumen de prueba. También analizamos el ancho de banda y el rango libre espectral de un resonador óptico, tal como un Fabry – Perot o un láser.

I.- EL CORRIMIENTO DOPPLER.

1.1.- El Corrimiento Doppler

En este capítulo analizamos el corrimiento Doppler que sufre la luz cuando incide sobre una partícula en movimiento y llega al observador. Establecemos el valor del cambio de la frecuencia de la luz en función de la velocidad de la partícula y la geometría del problema. Esta deducción la hacemos aplicando las transformaciones de Lorentz a las ondas incidente y dispersada, vistas por un observador en reposo.

El cambio en la frecuencia de una onda electromagnética, acústica, etc., debido al movimiento relativo entre la fuente y el observador, recibe el nombre de corrimiento Doppler. También ocurre corrimiento Doppler cuando, aunque la fuente y el observador estén en reposo, un objeto en movimiento respecto a ellos es "iluminado" por la onda, y la onda dispersada o reflejada por éste, es recibida por el observador. Esto es lo que ocurre en el Velocímetro Láser Doppler.



Consideremos dos sistemas de referencia inercial y dos observadores. Uno, el sistema de referencia O , donde la fuente de luz y el observador P , situado en r , están en reposo. Y otro donde el observador P' , (la partícula), está en

reposo, O' (Fig. 1.1). O' se mueve con velocidad V respecto a O a lo largo del eje x . Cuando $t = t' = 0$ O y O' coinciden, entonces se enciende la fuente y se propaga una onda electromagnética de O a P paralela al radio vector r .

Las funciones que describen esta onda vista desde O y O' son las siguientes:

$$E = E_0 e^{i(K \cdot r - \omega t)}, \quad \text{en } O \quad (1.1a)$$

$$E' = E_0' e^{i(K' \cdot r' - \omega' t')}, \quad \text{en } O' \quad (1.1b)$$

donde E , E_0 , K , r , ω y t son el campo eléctrico, la amplitud de la onda eléctrica, el vector de onda, el vector de posición la frecuencia y el tiempo respectivamente, vistos desde el marco de referencia O . Similarmente para E' , E_0' , K' , r' , ω' y t' en el marco de referencia O' .

El corrimiento Doppler relativista puede ser obtenido del hecho de que la fase de una onda de luz es una cantidad invariante [22].

La fase de cualquier onda plana es invariante bajo las transformaciones de Lorentz. La razón es que la fase puede ser asociada con un mero conteo, el cual es independiente del sistema de referencia.

Consideremos una onda plana de frecuencia ω y vector de onda K en O . Un observador en el punto P , localizado por el vector r , registra el número de crestas que le llegan en cierto tiempo. Si la cresta de la onda que pasa por el origen al tiempo $t=0$ es la primera registrada, entonces al tiempo t debe haber contado

$$\frac{1}{2\pi} (K \cdot r - \omega t), \quad (1.2)$$

crestas.

Ahora imaginemos el otro sistema de referencia O' . Un observador en O' en el punto P' , (la

partícula), localizado por r' , lleva un registro similar al de O . Empieza a contar cuando la cresta que pasa por el origen al tiempo $t' = 0$ lo alcanza y continúa contando un tiempo t' .

Si el punto P' es tal que al final del conteo coincide con P entonces, al comparar sus observaciones, deben haber contado el mismo número de crestas de ondas. Pero el observador en O' ha contado:

$$\frac{1}{2\pi} (\mathbf{K}' \cdot \mathbf{r}' - \omega' t'), \quad (1.3)$$

crestas. En consecuencia tenemos:

$$(\mathbf{K}' \cdot \mathbf{r}' - \omega' t') = (\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t). \quad (1.4)$$

En O la dirección de propagación de la onda es paralela al radio vector \mathbf{r} . El vector de onda es $\mathbf{K} = (\omega/c)\mathbf{k}$, donde $\mathbf{k} = (\cos\theta, \sin\theta)$ es un vector unitario en la dirección de propagación \mathbf{K} , y por tanto es paralelo a $\mathbf{r} = (x, y)$, entonces $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t = (\omega/c)\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t = (2\pi\nu)(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}/c - t)$, entonces:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t = 2\pi\nu[(x/c)\cos\theta + (y/c)\sin\theta - t], \quad (1.5)$$

donde ν es la frecuencia de la onda y r la distancia recorrida por esta, $r = ct$. Entonces la onda puede ser representada por:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i 2\pi\nu[(x/c)\cos\theta + (y/c)\sin\theta - t]}. \quad (1.6)$$

Similarmente, en el sistema de referencia O' :

$$\mathbf{K}' \cdot \mathbf{r}' - \omega' t' = 2\pi\nu'[(x'/c)\cos\theta' + (y'/c)\sin\theta' - t']. \quad (1.7)$$

La onda vista desde O' puede, entonces, ser descrita por:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}'_0 e^{i 2\pi\nu'[(x'/c)\cos\theta' + (y'/c)\sin\theta' - t']}. \quad (1.8)$$

La relación entre las coordenadas y el tiempo entre ambos sistemas de referencia están dadas mediante las transformaciones de Lorentz:

$$x' = \frac{x - Vt}{\left[1 - \frac{V^2}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (1.9a)$$

$$y' = y, \quad (1.9b)$$

$$t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\left[1 - \frac{V^2}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (1.9c)$$

Para el evento mostrado en la Fig. 1.1, cuando $t = t' = 0$ los orígenes de coordenadas coinciden, entonces:

$$r = ct, \quad \cos\theta = \frac{x}{ct}, \quad \sin\theta = \frac{y}{ct}, \quad (1.10a)$$

$$r' = ct', \quad \cos\theta' = \frac{x'}{ct'}, \quad \sin\theta' = \frac{y'}{ct'}, \quad (1.10b)$$

donde θ y θ' son los ángulos que hacen los vectores de onda \mathbf{K} y \mathbf{K}' con el vector velocidad \mathbf{V} , entonces de las ecuaciones (1.10b), (1.9a) y (1.9c) obtenemos:

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta - \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}\cos\theta}, \quad (1.11a)$$

$$\text{sen}\theta' = \frac{\text{sen}\theta \left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}}{1 - \frac{V}{c} \cos\theta} \quad (1.11b)$$

1.2.- Transformación de la Frecuencia.

Durante los n pulsos el observador en O' ve que la fuente retrocede a una velocidad V . Si suponemos que el tiempo que duró la observación fue lo suficientemente pequeño para que el ángulo θ' no variara mucho, entonces de la condición (1.4) y (1.10) obtenemos:

$$v' = v \frac{1 - \frac{V}{c} \cos\theta}{\left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (1.12)$$

que en términos de θ' el $\cos\theta$ queda:

$$\cos\theta = \frac{\cos\theta' + \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c} \cos\theta'} \quad (1.13)$$

Entonces la frecuencia es:

$$v' = v \frac{\left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{V}{c} \cos\theta'} \quad (1.14)$$

Esta es la frecuencia de la onda que ve la partícula en función de los ángulos y la velocidad medidos en su sistema de referencia O' .

1.3 - Corrimiento Doppler con Dispersión.

El corrimiento Doppler debido a un objeto en movimiento, cuando la fuente y el observador se encuentran en reposo relativo, puede ser considerado como un doble corrimiento, primero de la fuente al objeto y del objeto al observador.

Consideremos una onda de luz de frecuencia ν proveniente de una fuente S , dispersada por la partícula P , que se mueve con velocidad v . La luz dispersada se observa desde el punto Q , el cual

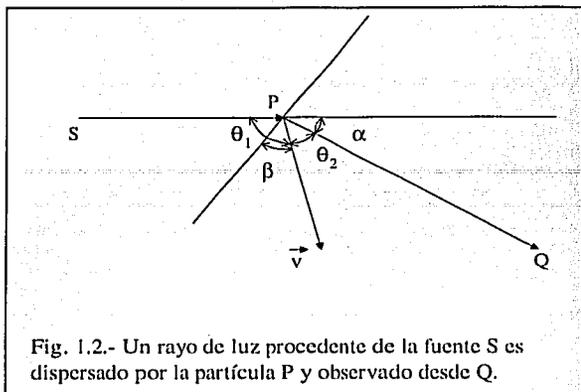


Fig. 1.2.- Un rayo de luz procedente de la fuente S es dispersado por la partícula P y observado desde Q .

está en reposo respecto a la fuente S , (Fig. 1.2). Los ángulos que la dirección del movimiento de la partícula hace con PS y PQ los llamamos θ_1 y θ_2 , respectivamente.

Puesto que estamos midiendo θ_1 y θ_2 en el sistema de referencia en reposo con la fuente, el corrimiento de frecuencia de O a P está dado por:

$$v' = v \frac{1 - \frac{V}{c} \cos\theta_1}{\left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (1.15)$$

Y el corrimiento de P a Q es:

$$v'' = v' \frac{\left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{V}{c} \cos\theta_2} \quad (1.16)$$

Sustituyendo v' en la última ecuación obtenemos:

$$v'' = v \frac{1 - \frac{V}{c} \cos\theta_1}{1 + \frac{V}{c} \cos\theta_2} \quad (1.17)$$

El corrimiento total de frecuencia $\Delta\nu = \nu'' - \nu$ es:

$$\Delta\nu = \nu \frac{-\frac{V}{c}(\cos\theta_2 + \cos\theta_1)}{1 + \frac{V}{c}\cos\theta_1} \quad (1.18)$$

Como el $\cos\theta$ varía entre -1 y $+1$ y la velocidad V de la partícula es mucho menor que la velocidad de la luz, lo cual sucede en la mayoría de los casos, entonces:

$$1 + \frac{V}{c}\cos\theta_1 \approx 1, \quad (1.19)$$

de donde:

$$\Delta\nu = \nu \frac{V}{c}(\cos\theta_2 + \cos\theta_1). \quad (1.20)$$

Vemos aquí que el corrimiento total de frecuencia depende de la frecuencia de la onda y de la diferencia de las componentes de la velocidad a lo largo del rayo incidente y de la dirección de observación, es decir por los ángulos θ_1 y θ_2 .

Usando una fórmula trigonométrica podemos reescribir (1.20) como:

$$\Delta\nu = \nu \frac{V}{c} \left(2 \cos \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \cos \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \right). \quad (1.21)$$

Pero de la Fig.1.2 vemos que $\alpha = 2\pi - (\theta_1 + \theta_2)$ es el ángulo de dispersión, entonces:

$$\text{sen} \frac{\alpha}{2} = \cos \frac{(\theta_1 + \theta_2)}{2}. \quad (1.22)$$

También tenemos que:

$$\frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = \beta, \quad (1.23)$$

donde β es el ángulo que hace el vector velocidad con la línea que bisecta el ángulo entre SP y PQ ., β nos da la dirección del vector de dispersión, el que representa el cambio de la cantidad de movimiento de la radiación dispersada. Entonces:

$$\Delta\nu = 2\nu \frac{V}{c} \cos \beta \text{sen} \frac{\alpha}{2}, \quad (1.24)$$

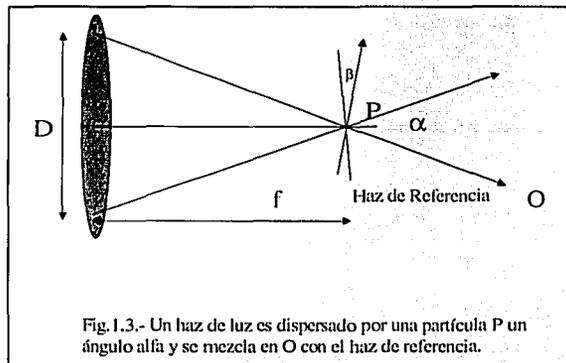
ó lo que es lo mismo, como $\lambda = c/\nu$, es la longitud de onda de la luz incidente:

$$\Delta\nu = 2 \frac{V}{\lambda} \cos \beta \text{sen} \frac{\alpha}{2}. \quad (1.25)$$

Hemos obtenido la relación buscada entre el corrimiento de frecuencia que sufre la luz, de longitud de onda λ , al ser dispersada por una partícula con velocidad V . Dada en función de la componente de la velocidad en la dirección del vector de dispersión y el ángulo de dispersión α .

Esta es la fórmula fundamental que se usa en VLD. Conociendo el ángulo de dispersión y midiendo el cambio de frecuencia podemos conocer la componente de la velocidad de la partícula.

Ejemplo: Consideremos la configuración dada en la (Fig.1.3). Dos rayos de luz entran, con una separación D , a una lente y son enfocados por esta



en el punto P.

Sean $v = 1m/s$, $\lambda = 6328\text{\AA}$, $D = 10$ cm, $f = 40$ cm, $\beta = 10^\circ$. Entonces $\alpha/2 = \tan^{-1}(5/40) = 0.125$, $\text{sen}(\alpha/2) = 0.124$, $\text{cos}\beta = 0.987$. El corrimiento de frecuencia esperado, es:

$$\Delta\nu = 386.814 \text{ KHz} \quad (1.20)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

II.- VELOCIMETRÍA LÁSER DOPPLER, DOS TÉCNICAS FUNDAMENTALES

si $v = 10m/s$ entonces el corrimiento de frecuencia esperado sería: $\Delta\nu = 3.86814\text{ MHz}$.

En este capítulo analizaremos desde el punto de vista de la óptica física, las técnicas principales usadas en VLD para la formación de la señal Doppler en un fotodetector, por ejemplo un fotomultiplicador ó un fotodiodo, así como la relación señal - ruido, y las condiciones físicas para obtener una señal coherente.

Las dos técnicas fundamentales que se usan en Velocimetría Láser Doppler son las siguientes:

1. La técnica llamada de Haz de Referencia, de Pulsaciones Ópticas ó de Detección Heterodina.

Esta consiste, (generalmente por comodidad, para simplificar el arreglo óptico), en colocar el fluido en donde se cruzan dos rayos de luz provenientes del mismo láser. Un rayo sirve para iluminar la partícula, y el otro es el haz de referencia. El fotodetector se coloca sobre el haz de referencia, mas allá de la partícula, y capta simultáneamente la luz del haz de referencia y la dispersada por la partícula.

2. La técnica Diferencial Doppler ó Método de Franjas de Interferencia.

Esta consiste en generar un patrón de interferencia tridimensional en el lugar donde se cruzan los rayos, llamado volumen de prueba ó de medición. Al pasar una partícula, atraviesa zonas brillantes y oscuras del patrón de interferencia generando una señal que es captada por una lente y enfocada sobre el fotodetector.

2.1.- Método de Haz de Referencia

Este método muy conocido y aplicado en los radiorreceptores heterodinos, consiste en mezclar dos ondas, una que proviene de una fuente externa, a la que llamaremos "señal", y otra procedente de un oscilador local o de "referencia".

Ambas señales pasan a través de un elemento no lineal del circuito o "detector". La salida mezclada del detector contiene entonces, además de las frecuencias de la señal y de referencia, la suma y la diferencia de éstas y sus armónicas.

El mismo principio puede ser aplicado en óptica. Podemos observar pulsaciones ópticas

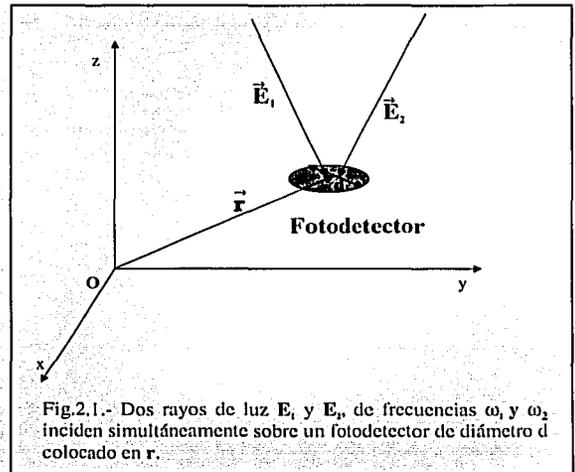


Fig.2.1.- Dos rayos de luz E_1 y E_2 , de frecuencias ω_1 y ω_2 inciden simultáneamente sobre un fotodetector de diámetro d colocado en r .

iluminando un detector simultáneamente con luz de dos frecuencias.

Un detector óptico, como un fotomultiplicador, una fotorresistencia ó un fotodiodo tienen una respuesta no lineal respecto al campo eléctrico, puesto que su salida es proporcional a la intensidad luminosa, es decir al promedio del cuadrado del campo eléctrico.

Consideremos dos haces de luz, dos ondas monocromáticas, representadas por los vectores complejos E_1 y E_2 , de frecuencias ω_1 y ω_2 y vectores de onda k_1 y k_2 , que inciden sobre un detector de diámetro d colocado en el punto r (Fig. 2.1); el campo eléctrico en r es la suma de los campos de cada uno de los haces:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{01} e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)} + \mathbf{E}_{02} e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)} \quad (2.1)$$

Según el método de las amplitudes complejas, ver referencia [13], la intensidad está dada por:

$$I(t) \propto \overline{E^2} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*, \quad (2.2)$$

donde \mathbf{E}^* es el vector complejo conjugado de \mathbf{E} , lo cual nos da:

$$I(t) = \text{Re} \{ E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} e^{i((\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} - (\omega_1 - \omega_2)t)} \} \quad (2.3)$$

Si llamamos $E_{01} = E_L$ y $E_{02} = E_S$, y si suponemos por simplicidad que \mathbf{k}_1 es paralelo a \mathbf{k}_2 y sea $\omega = (\omega_s - \omega_l) = (\omega_2 - \omega_1)$, entonces la parte real de la expresión anterior es:

$$I(t) = E_L^2 + E_S^2 + 2E_L E_S \cos(\omega t). \quad (2.4)$$

El campo local E_L se origina del haz de referencia del láser y el campo de señal E_S de la luz dispersada por la partícula, así es que debemos esperar que $E_L \gg E_S$.

Como la corriente en el detector $i_c(t)$, es proporcional a la intensidad luminosa promedio $\overline{I(t)}$ la podemos escribir como:

$$i_c(t) = \xi E_L^2 \left(1 + \frac{2E_S}{E_L} \cos(\omega t) \right), \quad (2.5)$$

en términos de la potencia (P_j):

$$i_c(t) = \xi P_L \left[1 + 2 \left(\frac{P_S}{P_L} \right)^{\frac{1}{2}} \cos(\omega t) \right], \quad (2.6)$$

la constante de proporcionalidad ξ es [12]:

$$\xi = \frac{e\eta}{h\nu}, \quad (2.7)$$

donde η es la eficiencia cuántica, es decir, la probabilidad de que un fotón genere un fotoelectrón, e es la carga del electrón y $h\nu$ la energía del fotón.

2.2.- Coeficiente Señal - Ruido

Trataremos con detectores ópticos que utilizan la fotogeneración de portadores de carga, tales como fotomultiplicadores, fotoconductores, fotodiodos ó diodos avalancha, que combinan su alta sensibilidad con tiempos muy cortos de respuesta.

En la detección de la radiación óptica, el ruido constituye una fluctuación al azar en la medición, que limita la exactitud con la cual podemos determinar pequeñas intensidades ó pequeños incrementos en la intensidad.

Consideraremos dos tipos de ruido. El ruido térmico (ó de Johnson). El cual representa el ruido generado por la agitación térmica de los portadores de carga.

El ruido de "disparo" (shot noise) debido a la generación y recombinación azarosa de los portadores de carga en los detectores. Este ruido es de origen cuántico y persiste aún a temperatura cero, donde la agitación y generación térmica de portadores de carga son despreciables. Es el resultado de la manera aleatoria con la cual los portadores de carga son generados por la señal que se mide. Representa el límite cuántico para la detección de la señal.

Para el caso de un fotomultiplicador las contribuciones de estas dos fuentes de ruido, a la corriente de cátodo, dada por $i^2 = i_S^2 + i_N^2$, son:

1. El ruido de disparo. La corriente del cátodo, debida al ruido de disparo, está dada por: [12]:

$$\overline{i_{NI}^2} = 2G^2 e(i_c + i_D) \Delta\nu, \quad (2.8)$$

donde G es la ganancia del fotomultiplicador, i_D es la corriente oscura, es decir la corriente que espontáneamente se genera sin que exista señal ni haz de referencia, i_c es la corriente de cátodo a señal cero ó sea a potencia de señal $P_S=0$, $\Delta\nu$ es el ancho de banda del detector, $\Delta\nu = 1/\tau$, donde τ es el tiempo de recuperación del fotomultiplicador, es decir el tiempo en que está listo para recibir una nueva señal.

2. El ruido de Johnson es debido a la fluctuación térmica asociada a la resistencia R de salida del fotomultiplicador, y está dado por [12]

$$\overline{i_{N2}^2} = \frac{4kT}{R} \Delta v, \quad (2.9)$$

donde k es la constante de Boltzmann y T la temperatura del fotomultiplicador.

Entonces, a señal cero ($P_s=0$):

$$i_c(t) = P_L \frac{e\eta}{h\nu} \quad (2.10)$$

el ruido de disparo es:

$$\overline{i_{N1}^2}(t) = \left[2G^2 e(i_D + P_L \frac{e\eta}{h\nu}) \right] \Delta v, \quad (2.11)$$

el ruido total es la suma:

$$\overline{i_N^2}(t) = \left[2G^2 e(i_D + P_L \frac{e\eta}{h\nu}) + \frac{4kT}{R} \right] \Delta v. \quad (2.12)$$

La *rms* de la señal, a la salida del fotomultiplicador, está dada por:

$$\overline{i_s^2}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T G^2 \left[2P_L \frac{e\eta}{h\nu} \left(\frac{P_s}{P_L} \right)^{\frac{1}{2}} \cos(\omega t) \right]^2 dt. \quad (2.13)$$

Escogiendo adecuadamente el intervalo de integración (en un periodo), obtenemos:

$$\overline{i_s^2}(t) = 2G^2 \left(P_L \frac{e\eta}{h\nu} \right)^2 \left(\frac{P_s}{P_L} \right), \quad (2.14)$$

la relación señal-ruido está dada entonces por:

$$\left(\frac{S}{N} \right) = \frac{\overline{i_s^2}(t)}{\overline{i_N^2}(t)} = \frac{2G^2 P_s P_L \left(\frac{e\eta}{h\nu} \right)^2}{\left\{ 2G^2 e \left(i_D + P_L \left(\frac{e\eta}{h\nu} \right) \right) + \left(\frac{4kT}{R} \right) \right\} \Delta v} \quad (2.15)$$

La gran ventaja de la detección heterodina es ahora evidente. Si incrementamos P_L entonces la relación señal-ruido se incrementa, hasta que en el denominador el término $2G^2 P_L (e\eta/h\nu)$ se hace dominante, o sea, hasta que el ruido de disparo

empequeñece a todas las demás contribuciones del ruido. Cuando eso ocurre tenemos:

$$\left(\frac{S}{N} \right) = P_s \left(\frac{\eta}{h\nu} \right) \frac{1}{\Delta v}, \quad (2.16)$$

lo cual corresponde al límite cuántico de detección. La señal mínima detectable, esto es, la potencia de entrada que nos da una relación señal-ruido de 1 es:

$$P_s = \frac{h\nu}{\eta} \Delta v \quad (2.17)$$

Ejemplo: sea $\nu = 6 \times 10^{14}$ Hz ($\lambda = 0.5 \mu m$), $\eta = 10\%$, $\Delta v = 100$ MHz, entonces la potencia mínima detectable es:

$$P_s = 4 \times 10^{-9} \text{ Watts.}$$

2.3.- El Cono de Coherencia.

En los argumentos anteriores supusimos implícitamente que el detector era puntual, y además despreciamos las variaciones de fase de las ondas al llegar a éste, es decir, los términos $(k_1 - k_2) \cdot r$, ϕ_1 y ϕ_2 en la exponencial.

Para un detector real podemos suponer en general que para que las ondas estén en fase sobre todos los puntos de la superficie del detector es necesario que las dimensiones de éste, o su "abertura" sea pequeña comparada con la longitud de onda de la radiación, cosa imposible en el caso de la luz.

Es entonces necesario arreglar la geometría para que las variaciones de fase sean minimizadas.

Si grandes cambios de fase de la señal pulsada cruzan el detector simultáneamente, las contribuciones de las diferentes partes de éste podrían no sumarse, e incluso restarse, y la salida resultante podría verse reducida. Es deseable reducir la abertura del detector de acuerdo con la siguiente condición de coherencia:

Consideremos dos ondas de luz procedentes de S_1 y S_2 (Fig. 2.2), que inciden sobre un detector de diámetro d , centrado en $x=y=z=0$ y sobre el plano xy . La máxima variación de fase que podemos permitir es $\delta=180^\circ$, esto significa que la diferencia de camino óptico desde S_1 y S_2 al punto $Q(x,y)$, que es cualquier punto sobre la superficie del detector, debe variar menos que media longitud de onda de la luz:

$$|\delta(\overline{S_1Q} - \overline{S_2Q})| < \frac{\lambda}{2}; \quad (2.18)$$

como el detector lo suponemos circular y el índice de refracción $n=1$, entonces:

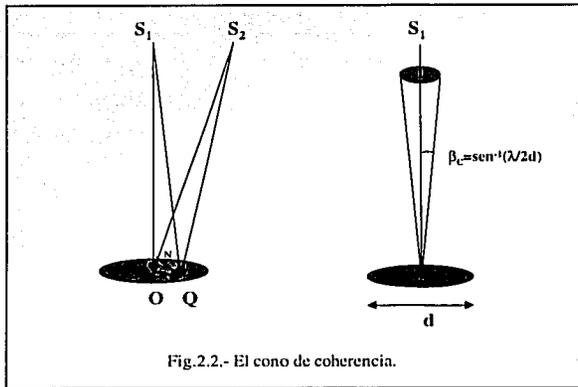


Fig.2.2.- El cono de coherencia.

$$|(\overline{S_1Q} - \overline{S_1O}) - (\overline{S_2Q} - \overline{S_2O})| < \frac{\lambda}{4}, \quad (2.19)$$

o sea:

$$|(\overline{S_1Q} - \overline{S_2Q}) - (\overline{S_1O} - \overline{S_2O})| < \frac{\lambda}{4}. \quad (2.20)$$

De la figura vemos que $|\overline{S_2O} - \overline{S_2Q}| < \frac{\lambda}{4}$, sea $\overline{S_2Q} = \overline{S_2N}$, entonces: $|\overline{S_2O} - \overline{S_2N}| < \frac{\lambda}{4}$. Esto implica que $\overline{ON} \leq \frac{\lambda}{4}$ y $\overline{ON}_{max} = \frac{d}{2} \text{sen } \gamma$, donde γ es el ángulo entre S_1OS_2 , y d el diámetro del detector. De lo anterior vemos que:

$$\text{sen } \gamma \leq \frac{\lambda}{2d}. \quad (2.21)$$

Definimos β_c , el ángulo de coherencia, como el ángulo tal que $\text{sen } \beta_c = \frac{\lambda}{2d}$. Esto nos define un cono alrededor de $\overline{S_1O}$ dentro del cual se cumple la condición de coherencia.

Por ejemplo si $d=1\text{mm}$, $\lambda=6328\text{\AA}$, $\text{sen } \beta_c = \lambda/2d = 3.164 \times 10^{-4}$ entonces $\beta_c = 3.164 \times 10^{-4}$ ó $\beta_c = 0.0181$ grados ó $\beta_c = 1.087$ minutos de arco. Esto pone severas restricciones a la geometría del sistema y hace crítica la alineación de éste.

2.4.- Método Diferencial Doppler ó de Franjas de Interferencia.

En este método no se usa un haz de referencia. Las pulsaciones ópticas toman lugar entre dos haces dispersados a diferentes ángulos. La señal de pulsación tiene una frecuencia igual a la diferencia entre los corrimientos Doppler para los dos ángulos de dispersión. En el arreglo más usual, el volumen de dispersión ó "volumen de prueba" es iluminado por dos haces enfocados, de igual intensidad, e inclinados un ángulo α ; la luz dispersada es captada en una tercera dirección.

Sean θ_1 y θ_1' los ángulos que hace el vector velocidad que una partícula, respecto a los haces incidentes en el volumen de prueba y θ_2 el ángulo del vector velocidad respecto a la dirección de observación (Fig.2.3).

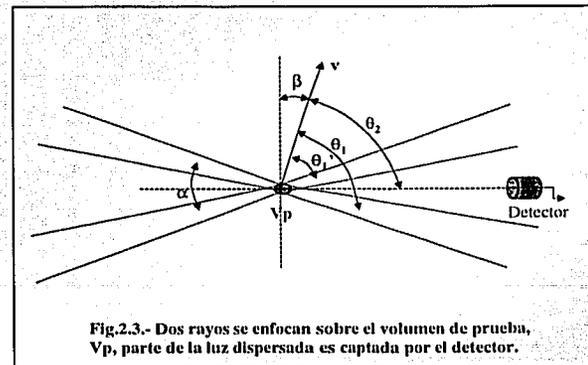


Fig.2.3.- Dos rayos se enfocan sobre el volumen de prueba, V_p , parte de la luz dispersada es captada por el detector.

El corrimiento Doppler, de la luz dispersada hacia el detector, de cada uno de los haces es:

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

$$\Delta v = v \frac{v}{c} (\cos\theta_1 + \cos\theta_2), \quad (2.22a)$$

$$\Delta v' = v \frac{v}{c} (\cos\theta_1' + \cos\theta_2'); \quad (2.22b)$$

la diferencia de frecuencia es:

$$f = \Delta v - \Delta v' = v \frac{v}{c} (\cos\theta_1 - \cos\theta_1') \quad (2.23)$$

sean $\alpha = (\theta_1 - \theta_1')$ el ángulo entre los dos rayos, $\beta = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_1' - \pi)$ es el ángulo que el vector velocidad hace con la perpendicular al bisector del ángulo que hacen los rayos, por lo tanto:

$$f = \left(\frac{2v}{\lambda}\right) \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\beta. \quad (2.24)$$

Como podemos observar, el corrimiento de la frecuencia no depende de θ_2 , la dirección de observación. Entonces al incrementar la apertura de recepción no resulta en un ensanchamiento del espectro de frecuencias, como en el caso de la técnica del haz de referencia. También, si los dos haces dispersados son generados por una misma partícula, entonces su fuente es la misma y no hay limitaciones de coherencia en el receptor. Una gran apertura daría una señal considerablemente mayor que la que podría obtenerse con la técnica del haz de referencia. Por estas razones el arreglo Diferencial Doppler es preferido en la mayoría de las aplicaciones prácticas.

2.6.- Interpretación en términos de Franjas de Interferencia.

Este método podemos visualizarlo mejor si observamos que en el punto de cruce de los haces enfocados del láser se forma un patrón de interferencia en tres dimensiones (Fig.2.4).

La localización de los máximos de interferencia está dada por los puntos \mathbf{r} tal que:

$$(\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2) \cdot \mathbf{r} = 2m\pi, \quad m=1,2,3,\dots \quad (2.25a)$$

donde $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ son los vectores de onda de los haces de luz, entonces:

$$\frac{2\pi}{\lambda} (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} = 2m\pi; \quad (2.25b)$$

\mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 son vectores unitarios en la dirección de propagación de cada rayo. Sea r_m la componente de \mathbf{r} normal a las franjas de interferencia entonces:

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2 \text{sen} \frac{\alpha}{2} r_m = 2m\pi, \quad (2.26)$$

de donde:

$$r_m = \frac{m\lambda}{2 \text{sen} \frac{\alpha}{2}}. \quad (2.27)$$

Sea s la distancia entre dos máximos consecutivos:

$$s = (r_{m+1} - r_m) = \frac{\lambda}{2 \text{sen} \frac{\alpha}{2}} \quad (2.28)$$

donde α es el ángulo entre los dos haces. Si una partícula atraviesa el volumen de prueba con una velocidad v , haciendo un ángulo β con la normal a las franjas de interferencia, entonces el tiempo que tarda en pasar entre dos máximos es:

$$T = \frac{s}{v \cos\beta} \quad (2.29)$$

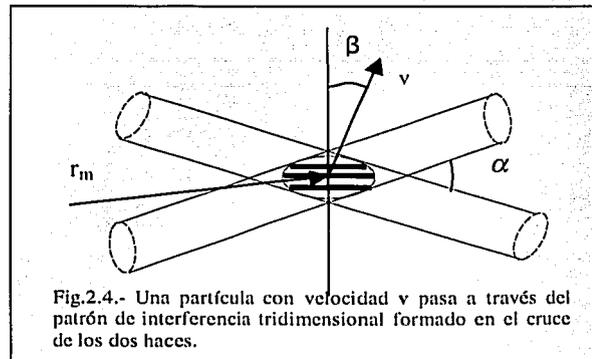


Fig.2.4.- Una partícula con velocidad v pasa a través del patrón de interferencia tridimensional formado en el cruce de los dos haces.

La frecuencia de la señal generada por la partícula al atravesar el volumen de prueba es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v \cos\beta}{s}, \quad (2.30)$$

entonces:

$$f = \frac{2v}{\lambda} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\beta, \quad (2.31)$$

el cual es el mismo resultado que habíamos obtenido anteriormente.

2.7.- Aplicación de la Ley ABCD al Cálculo del Volumen de Prueba

Hasta ahora hemos considerado el haz láser como ondas planas ó como líneas (rayos) de luz. Sin embargo el haz láser tiene una estructura compleja, es un haz Gaussiano, es decir, su intensidad es mayor sobre el eje de propagación y disminuye radialmente como una distribución Gaussiana. Como se demuestra en el Apéndice I, y en las referencias [12] y [14], la solución de las ecuaciones de Maxwell para un haz Gaussiano propagándose a lo largo del eje z , en la aproximación de rayos paraxiales, está dada por:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{\omega_0}{\omega} e^{-i(kz - \varphi) - r^2 \left[\frac{1}{\omega^2} + \frac{ik}{2R} \right]}, \quad (2.32)$$

donde ω es la "anchura" del haz Gaussiano, ω_0 es la anchura mínima, R la curvatura del frente de onda y φ la fase:

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[1 + \left(\frac{z\lambda}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right], \quad (2.34)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right], \quad (2.35)$$

$$\varphi(z) = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right). \quad (2.36)$$

Se define el radio de curvatura complejo $q(z)$, el cual contiene toda la información espacial del haz Gaussiano, tal que:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega}. \quad (2.33)$$

Cuando el haz atraviesa un sistema óptico cualquiera, entre los planos 1 y 2, sigue la Ley ABCD, de tal manera que el radio de curvatura complejo en el plano 2 está dado por:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}, \quad (2.37)$$

donde A , B , C y D son los coeficientes de la matriz del sistema óptico, en la aproximación de rayos paraxiales. Así, el problema de encontrar las propiedades del haz en el plano 2 se reduce a conocer q_1 y la matriz:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (2.38)$$

del sistema óptico específico.

Consideremos la configuración clásica del velocímetro láser en franjas de interferencia (Fig.2.5):

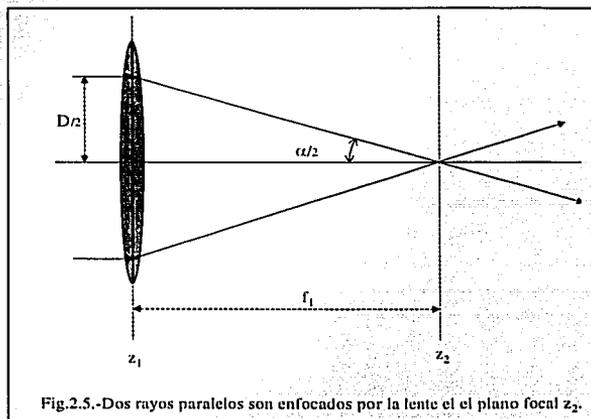


Fig.2.5.-Dos rayos paralelos son enfocados por la lente en el plano focal z_2 .

Dos rayos paralelos y simétricos al eje óptico, separados una distancia D , entran a la lente en el plano z_1 y son enfocados sobre el plano z_2 , la matriz del sistema es (ver Apéndice I):

$$\begin{pmatrix} 1 & d \\ -1/f_1 & 1 - d/f_1 \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

entonces $A=1$, $B=d$, $C=\frac{-1}{f_1}$, $D=1-\frac{d}{f_1}$, de modo que:

$$q_2 = \frac{q_1 + d}{-\frac{q_1}{f_1} + \left(1 - \frac{d}{f_1}\right)}. \quad (2.40)$$

Como vemos en el Apéndice A.I, la condición para que la anchura mínima ω_2 esté en el foco de la lente en z_2 , es que el mínimo anterior ω_1 esté ubicado a una distancia igual a la distancia focal al otro lado de la lente. Es decir, para que los dos rayos se crucen y tengan sus mínimos (estén enfocados) en el foco de la lente, es suficiente que sean paralelos y que sus radios de curvatura R_1 y R_2 sean tales que:

$$R_1 = R_2 = -f_1, \quad (2.41)$$

y que:

$$d = f_1. \quad (2.42)$$

La anchura de cada uno de los rayos en el plano focal de la lente, z_2 es:

$$\omega_2 = \frac{\lambda f_1}{\pi \omega_1}, \quad (2.43)$$

donde ω_1 es la anchura del haz láser al entrar a la lente y a su vez está dada por:

$$\omega_1^2(f_1) = \omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{\lambda f_1}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right), \quad (2.44)$$

donde ω_0 es la anchura mínima del rayo al salir del láser.

Resumiendo, en el foco de la lente se concentran dos haces de láser con amplitudes complejas:

$$\mathbf{E}_1(x, y, z) = \frac{\omega_0}{\omega} e^{-i(kz - \varphi) - r^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{ik_2}{2R} \right)}, \quad (2.45)$$

$$\mathbf{E}_2(x, y, z) = \frac{\omega_0}{\omega} e^{-i(k_2 z - \varphi) - r^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{ik_2}{2R} \right)}, \quad (2.46)$$

los cuales en la vecindad de z_2 son ondas planas, cuyo diámetro es aproximadamente constante y cuya distribución de intensidades es gaussiana:

$$I_1 = \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_1^* = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} e^{-2\frac{r^2}{\omega_1^2}}, \quad (2.47)$$

$$I_2 = \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{E}_2^* = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} e^{-2\frac{r^2}{\omega_2^2}}, \quad (2.48)$$

en términos de la potencia total del láser P_0 las intensidades quedan:

$$I_i = \frac{8}{\pi \omega_2^2} P_0 e^{-\left(\frac{8r^2}{\omega_2^2} \right)}. \quad (2.49)$$

La región de diámetro aproximadamente constante y de comportamiento de ondas planas del haz se extiende aproximadamente una distancia $(f/\omega_0)\omega_2$ a ambos lados del punto focal z_2 . Debemos hacer notar que la distribución de intensidad en la "cintura" de un haz Gaussiano enfocado es también una Gaussiana. También que la intensidad máxima en la línea central de la Gaussiana es inversamente proporcional a ω_2^2 .

Convencionalmente el volumen de prueba ha sido definido como la región en la cual la señal Doppler es mayor que $1/e^2$ de la amplitud máxima que la partícula podría producir, es decir, los puntos \mathbf{x} tales que:

$$a(\mathbf{x}_i) D_i \geq e^{-2} a(0) D_i, \quad (2.50)$$

donde $a(0)$ es la amplitud de la señal máxima posible y D es el factor de señal Doppler. Usando las dos últimas ecuaciones podemos demostrar [15] que:

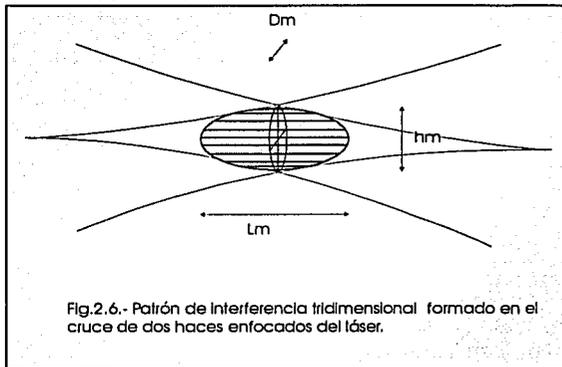
$$a(\mathbf{x}_i) = \frac{\sqrt{I_1(0)I_2(0)}}{\omega_2^2} e^{-\left(\frac{8}{\omega_2^2} (x_i^2 \cos \frac{2\alpha}{2} + y_i^2 \sin \frac{2\alpha}{2} + z_i^2) \right)} \quad (2.51)$$

de modo que para que la razón de intensidades exceda a e^{-2} , la magnitud de la exponencial debe ser menos que 2, esto nos define un volumen de

prueba elipsoidal, como se muestra en la Fig.2.6, con sus ejes a lo largo de x, y, z, dados por:

$$\begin{aligned} d_m &= \frac{2\omega_2}{\cos \frac{\alpha}{2}} \\ l_m &= \frac{2\omega_2}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}, \\ h_m &= 2\omega_2 \end{aligned} \quad (2.52)$$

respectivamente. El volumen encerrado por el



elipsoide es:

$$V_D = \frac{8\pi\omega_2^3}{6 \cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}, \quad (2.53)$$

la separación entre las franjas, como vimos antes está dada por:

$$s = \frac{\lambda}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}, \quad (2.54)$$

el número de franjas contenidas en el volumen de prueba es:

$$N_{fr} = \frac{d_m}{s} = \frac{4\omega_2}{\lambda} \tan \frac{\alpha}{2}, \quad (2.55)$$

$$N_{fr} = \frac{4D\omega_2}{2f\lambda}, \quad (2.56)$$

donde D es la separación de los dos haces. El número de franjas en función del ancho del haz láser, ω_1 , al entrar a la lente, es:

$$N_{fr} = \frac{2D}{\pi\omega_1}. \quad (2.57)$$

Ejemplo: sobre una lente de 10 cm de diámetro inciden dos rayos paralelos con una anchura $\omega_1=2\text{mm}$ y separados una distancia $D=90\text{mm}$. Calculemos las características del volumen de prueba:

$$D = 90\text{mm},$$

$$f = 250\text{mm},$$

$$\lambda = 6328\text{Å},$$

$$\omega_1 = 2\text{mm}.$$

Entonces:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D}{2f} = \frac{45\text{mm}}{250\text{mm}} = 0.18,$$

$$\frac{\alpha}{2} = 10.2039^\circ$$

$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = 0.177,$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = 0.984$$

$$\omega_2 = \frac{f_1\lambda}{\pi\omega_1} = 25.178 \times 10^{-6} \approx 25\mu\text{m}.$$

Las dimensiones del volumen de prueba son:

$$d_m = 51.16\mu\text{m},$$

$$l_m = 284\mu\text{m},$$

$$h_m = 50\mu\text{m},$$

$$V_D = 19.192 \times 10^{-14} \text{m}^3;$$

la separación y el número de franjas son:

$$s = 1.787\mu\text{m},$$

$$N_{fr} = 28.64.$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Con el conocimiento de las características del volumen de prueba y una estimación de la velocidad del fluido podemos estimar a priori la frecuencia y las características de la señal esperada. En este caso, la señal de una partícula que cruce perpendicularmente, el volumen de prueba, por la parte central, a una velocidad de 1.0 m/s , consistirá de un "burst" con 28 oscilaciones de la señal Doppler. El tiempo de tránsito (el ancho del "burst", visto, por ejemplo en un osciloscopio), sería de $50 \mu\text{s}$ Y la frecuencia Doppler de 1.6 MHz .

2.9.- La relación Señal – Ruido.

Para el caso de que tengamos una sola partícula cruzando el volumen de prueba por el centro, siguiendo un camino similar al de detección heterodina, encontramos la relación señal – ruido:

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{i_s^2(t)}{i_N^2(t)} = \frac{P_s \eta}{4h\nu \Delta\nu}, \quad (2.58)$$

donde es la potencia de la señal, es decir, la cantidad P_s de energía procedente de la partícula, que es atrapada por el detector en la unidad de tiempo, η es la eficiencia cuántica del detector, $\Delta\nu$ es el ancho de banda de éste, y ν es la frecuencia del láser. Podemos escribir la potencia de la señal como:

$$P_s = \frac{2P_0}{\pi\omega^2} \chi_s f_s(\theta) \Omega, \quad (2.59)$$

donde P_0 es la potencia del láser, χ_s es la sección eficaz de dispersión, $f_s(\theta)$ el factor de dispersión angular y Ω el ángulo sólido de apertura de la óptica de recepción.

2.10.- Coherencia de la Señal.

Como vimos antes, cuando la luz dispersada proviene de una sola fuente puntual, no tenemos las limitaciones de coherencia que observamos en el caso del método de haz de referencia. Pero cuando tenemos dos o más partículas atravesando simultáneamente el volumen de prueba, la señal se ve empobrecida y cuando el número de partículas tiende al infinito, la relación señal – ruido tiende a cero, puesto que el movimiento de una nube

uniforme no debería producir variación de la luz dispersada, porque las franjas brillantes siempre contendrían el mismo número de partículas.

Sin embargo la señal no desaparece totalmente. En tales circunstancias, hay un residuo importante debido a las pulsaciones ópticas de la luz dispersada por diferentes partículas. Esta señal es comparable a la obtenida con la técnica del haz de referencia y tiene las mismas limitaciones de coherencia en el uso de una apertura de recepción.

Debido a que esta señal está limitada por la condición de coherencia es llamada señal "coherente". La señal procedente de una sola partícula no tiene estas limitaciones y es llamada la señal "no-coherente".

Supongamos que hay dos partículas en el volumen de prueba del sistema diferencial Doppler (Fig.2.7). Las llamamos partículas i y j , la partícula i dispersa dos ondas: E_{1i} del rayo 1 y E_{2i} del rayo 2, igualmente la partícula j dispersa las ondas E_{1j} y E_{2j} . La mezcla heterodina de E_{1i} con E_{2i} y de E_{1j} con E_{2j} produce la misma señal que una simple partícula como acabamos de discutir. Sin embargo las señales debidas a E_{1j} mezclado con E_{2i} y de E_{1i} mezclado con E_{2j} no producen una señal del tipo de una partícula porque las ondas dispersadas se originan de dos puntos en el espacio x_i y x_j los cuales en general no coinciden. Esta pérdida de intensidad en la señal es conocida como "incoherencia espacial" [17].

Consideremos la mezcla que ocurre en la superficie del detector cuando dos ondas esféricas

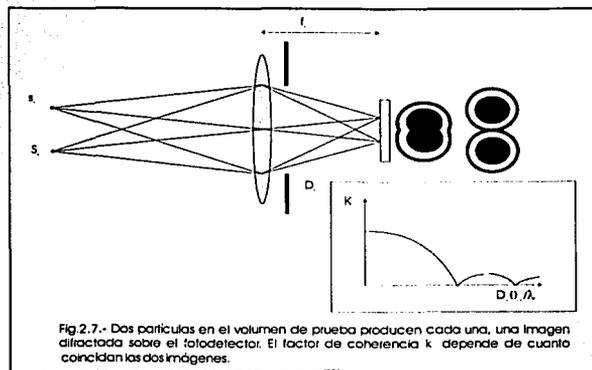


Fig.2.7.- Dos partículas en el volumen de prueba producen cada una, una imagen difractada sobre el fotodetector. El factor de coherencia k depende de cuanto coincidan las dos imágenes.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

de luz, procedentes de dos fuentes puntuales, son colectadas y enfocadas sobre ella, la difracción en la lente produce una imagen de la fuente cuyo diámetro es del orden $\lambda f_c / D_a$, donde D_a es el diámetro de la apertura colectora de luz y f_c la distancia focal de la lente. Si las imágenes de las dos fuentes están separadas por más de este límite de la mancha de difracción, ellas no se superponen y no puede ocurrir mezcla heterodina, en este caso no es observada la señal Doppler, aunque sí el "pedestal" asociado con cada partícula cruzando cada rayo.

En el otro extremo si la separación angular θ_{12} es cero, las imágenes se superponen perfectamente y hay mezcla heterodina perfectamente coherente, tanto como las partículas estén ambas en foco sobre el detector. El "factor de coherencia" k_c , para la superposición parcial, es definido como la amplitud de la mezcla parcial sobre la amplitud de la mezcla perfectamente coherente, y depende del cociente de la separación de las imágenes sobre su diámetro:

$$k_c = \frac{f_c \theta_{12}}{D_a} = \frac{D_a \theta_{12}}{\lambda} \quad (2.60)$$

La doble señal debe tener una eficiencia pobre cuando D_a o θ_{12} son grandes (Fig.2.7), como las dos partículas deben estar en el volumen de prueba, el valor máximo posible de θ_{12} es alrededor de ω_2 / f_c , el máximo diámetro de la apertura colectora de luz para una eficiente mezcla debe ser de:

$$D_c = \frac{f_c \lambda}{\omega_2} = \frac{f_c}{f} \omega_1 \quad (2.61)$$

si $f_c \approx f$, el "diámetro de apertura coherente" D_c es de alrededor del diámetro inicial del láser, es decir, unos milímetros.

Si un número N de partículas distribuidas al azar, pero pequeñas respecto a la separación de las franjas, cruzan en cualquier instante el volumen de prueba, podemos, similarmente, calcular la contribución de los términos simples o incoherentes y los términos cruzados o coherentes del conjunto de partículas, para dar la señal total. Suponiendo que la probabilidad de que un número N de partículas se encuentre en determinado instante en el volumen de prueba esté dada por una distribución de Poisson, se puede demostrar [15], que la relación señal - ruido está dada por:

$$\frac{i_s^2}{i_n^2} = \left(\frac{1}{N_e} + k_c \right) \frac{P_s \eta}{4 h \nu \Delta \nu} \quad (2.62)$$

donde N_e es el número efectivo de partículas igual al promedio de partículas ($N_e = \bar{N}$), en el volumen de prueba, k_c el factor de coherencia, P_s la potencia de la señal, η la eficiencia cuántica del detector y $\Delta \nu$ el ancho de banda del detector.

En la mayoría de las aplicaciones se prefiere el uso de una gran apertura y señal incoherente, lo que implica una baja concentración de partículas. Solamente se usa una señal coherente cuando la concentración de partículas es natural o inevitablemente grande.

III.- LA SEÑAL LÁSER DOPPLER, SU DETECCIÓN Y PROCESAMIENTO

Consideremos el caso en que partículas están suspendidas en el fluido y se mueven con éste. Suponemos que la concentración de partículas es tan baja que podemos distinguir el movimiento de partículas individuales y medir la velocidad de una de ellas.

Al medir la velocidad del fluido de esta manera estamos suponiendo que el movimiento de la partícula y el fluido son idénticos; esto no es necesariamente cierto, la velocidad de la partícula puede desviarse, en dirección y magnitud, de la velocidad del fluido. Esto plantea una cuestión básica para toda medida del flujo usando partículas: ¿Siguen las partículas el movimiento del fluido? En general la respuesta es no, pero, en algunos casos, la diferencia entre la velocidad de las partículas y el fluido puede ser muy pequeña y se pueden obtener resultados experimentales muy razonables.

Si la partícula sigue el movimiento del fluido, su trayectoria $x_i(t)$ es una trayectoria lagrangiana y su velocidad $v_i(t)$, es una velocidad lagrangiana del fluido. Sin embargo como el VLD mide esta velocidad únicamente cuando la partícula esta en una pequeña vecindad de un punto fijo en el flujo, la medida representa la velocidad euleriana en tal punto. Esto es válido mientras que el volumen de prueba sea pequeño, comparado con la escala del flujo. Entonces podemos ver las señales VLD de partículas individuales como una secuencia de muestras de velocidad euleriana, que son obtenidas aleatoriamente en el tiempo, porque las partículas están originalmente en puntos aleatorios del espacio.

La señal proveniente del fotomultiplicador tiene la forma indicada en la parte superior del diagrama, Fig.3.1a.

Cuando el volumen de prueba es tan pequeño que al atravesarlo la trayectoria de la partícula es esencialmente una línea recta, la señal VLD, $j_i(t)$, siempre consiste de dos pedestales (envolventes) Gaussianos, originados al cruzar la partícula el haz

del láser, mas un "burst" de onda senoidal (Fig.3.1b); esta onda senoidal es debida al corrimiento Doppler, y como vimos en el Cap.I, está dada por:

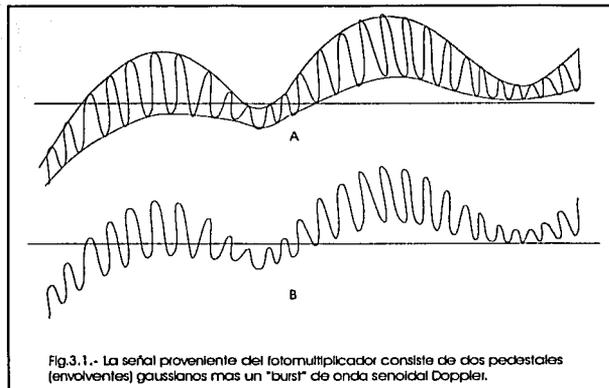


Fig.3.1.- La señal proveniente del fotomultiplicador consiste de dos pedestales (envolventes) gaussianos mas un "burst" de onda senoidal Doppler.

$$f = \left(\frac{2v}{\lambda} \right) \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) \cos \beta \quad (3.1)$$

La envoltura de la onda senoidal ó pedestal es siempre una función Gaussiana del tiempo.

Algunas trayectorias posibles de las partículas son mostradas en la Fig.3.2. Y sus correspondientes señales típicas en la Fig.3.2b. Note que los pedestales individuales coinciden para las trayectorias a y b. Las señales de pedestal varían lentamente en relación con la señal senoidal Doppler, así que ellas consisten de componentes de baja frecuencia que pueden ser removidas de la señal total mediante un filtro pasa-altas, dejando únicamente la señal Doppler.

3.1.- Características de la señal.

La señal de baja frecuencia, o pedestal, corresponde al paso de partículas a través de uno o los dos rayos de luz; la señal de mayor frecuencia, contenida en sus envolventes gaussianas, corresponde a la velocidad de partículas

individuales que pasan a través del volumen de prueba observado por el fotomultiplicador (Fig.3.2 y 3.2b).

La frecuencia de la señal contenida en cada envolvente es normalmente constante debido al corto tiempo requerido para que la partícula pase a través del volumen de prueba; la velocidad de la partícula es prácticamente constante durante ese corto intervalo de tiempo. La frecuencia puede, sin embargo cambiar de una envolvente a otra, y generalmente es necesario medir la frecuencia dentro de cada envolvente. Por ejemplo en el flujo laminar estacionario todas las frecuencias medidas deben ser las mismas. En un flujo turbulento, en contraste, hay una variación de frecuencias, la cual puede ser alta o baja, dependiendo de la intensidad de la turbulencia.

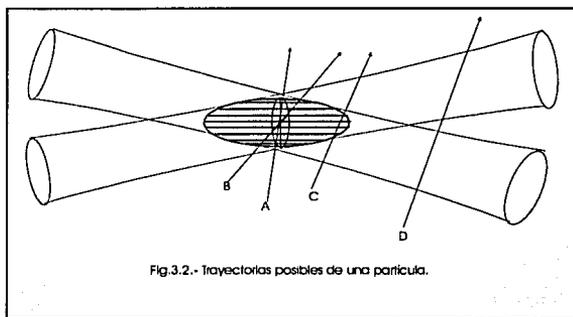


Fig.3.2.- Trayectorias posibles de una partícula.

En la mayoría de los casos, un filtro pasa-altas es usado para remover la señal de pedestal sin pérdida de información, Fig.3.1b. Sin embargo, en algunos casos en que la frecuencia Doppler es muy cercana a la del pedestal, la localización de una banda de frecuencias adecuada para el filtro pasa-altas se hace crítica, por lo que es más apropiado usar otras técnicas para remover la señal de pedestal, como es el corrimiento de frecuencia, de la que hablaremos más extensamente en el capítulo siguiente, lo cual nos permite incrementar la frecuencia Doppler sin alterar la frecuencia del pedestal y entonces usar fácilmente el banco de filtros para separar ambas señales. El otro es un método óptico mediante el cual se usa un arreglo diferencial Doppler, pero usando dos haces con una diferencia de polarización de 90° [15].

Enfatizamos que es la señal dentro de cada envolvente la que contiene información acerca de

la velocidad de la partícula, y que la relación entre la velocidad y la frecuencia es una relación lineal.

La cantidad de modulación de la envolvente varía con la posición de la partícula dentro del volumen de prueba y con el tamaño de la partícula misma.

Además, la señal puede no estar presente todo el tiempo, la proporción de tiempo para el cual está presente depende de la concentración de partículas y del tamaño del volumen de prueba. Cuando el volumen de prueba, o la concentración de las partículas son grandes, dos o más partículas pueden contribuir a la misma señal, dando lugar a la misma frecuencia, pero la amplitud de la señal puede ser aumentada o disminuida, dependiendo de la posición relativa de las partículas, según el factor de coherencia de las señales emitidas por cada una de ellas.

La señal puede acarrear ruido de diferentes fuentes, incluyendo ruido electrónico y de "disparo", por lo que grandes modulaciones de señal son deseables para aumentar la relación señal-ruido.

La señal no permite obtener directamente el signo de la velocidad, a menos que el sistema óptico sea arreglado para obtener una distribución de franjas, conocida, pero no uniforme. O se pueden usar otros procedimientos como el corrimiento de frecuencia.

El cociente de las amplitudes de la señal Doppler y la señal de pedestal, es decir, la relación

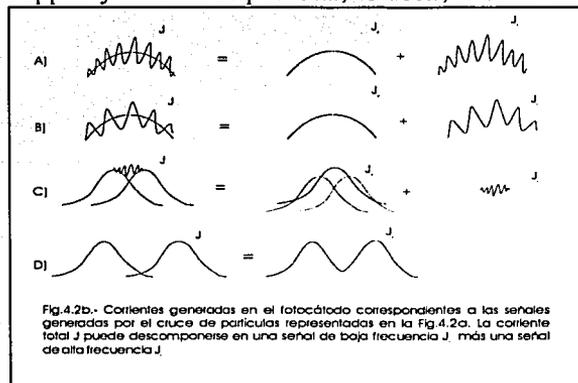


Fig.4.2b.- Corrientes generadas en el fotocátodo correspondientes a las señales generadas por el cruce de partículas representadas en la Fig.4.2a. La corriente total J puede descomponerse en una señal de baja frecuencia J más una señal de alta frecuencia J.

de amplitudes de alta y baja frecuencia, es definido como la "visibilidad" y es proporcional al

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

valor instantáneo de la relación señal-ruido. Este depende de la potencia del láser, del cociente entre el tamaño de las partículas y la separación de las franjas, de la intensidad relativa de los dos rayos de luz y de la alineación de la óptica de emisión y recepción.

El cociente de desaparición "dropout rate", se define como el tiempo en que la señal no está presente, (o no es procesada), entre el tiempo total. Está relacionado, como ya se ha mencionado, con el tamaño del volumen de prueba y la concentración de las partículas; está también relacionado con el nivel de discriminación introducido por la electrónica de procesamiento de la señal. Por ejemplo, en un flujo de agua, la desaparición puede ser menor que el 2%. En contraste en una flama turbulenta de gas premezclado puede exceder el 99%. El orden de magnitud de la desaparición es importante porque puede determinar la forma del procesamiento electrónico de la señal mas adecuado al flujo particular, y porque controla el tiempo requerido (ó el número de partículas que deben ser medidas), para obtener un valor estadísticamente significativo de una propiedad particular en un flujo turbulento.

Las señales continuas de amplitud constante, (Fig.3.3a) presentan pocos problemas de desaparición, a menos que tengan una relación señal -ruido pobre y requieren que una nube densa

señales cuando se observan vibraciones de un objeto en retrodispersión.

Las señales continuas de amplitud aleatoria, (Fig.3.3b) se generan cuando hay muchas partículas moviéndose a través del volumen de dispersión, como en los líquidos. Ellas son caracterizadas por fluctuaciones de amplitud y fase; esto es debido a que la luz dispersada es producida por partículas individuales, las cuales están distribuidas de manera desordenada en el fluido. Cada partícula, al pasar por el volumen de dispersión, produce una pulsación durante un tiempo τ_T , el tiempo de "tránsito" a través del volumen. Periodos de baja intensidad ("dropouts") son inevitables debido a los cambios azarosos de fase que ocurren durante esos periodos.

Señales intermitentes, (Fig.3.3c) ocurren cuando la concentración de partículas es baja. Bursts de señal Doppler son observados por el paso de partículas individuales a través del volumen de dispersión entremezclados con periodos sin señal. Una consideración crucial de este tipo de señales es si el tiempo entre los bursts es grande o pequeño comparado con la escala de fluctuación de la velocidad. Si el tiempo es pequeño, es posible seguir las fluctuaciones de la velocidad registrando la frecuencia de cada burst. Señales Doppler de este tipo son ideales, porque una alta relación señal-ruido puede ser obtenida con un mínimo de luz dispersada y los problemas de fluctuaciones aleatorias de fase y corrección de sesgo son minimizados. Sin embargo, si la separación de los bursts de señal es muy grande la situación es menos satisfactoria pues no es posible seguir los cambios de velocidad del fluido cuando estos ocurren.

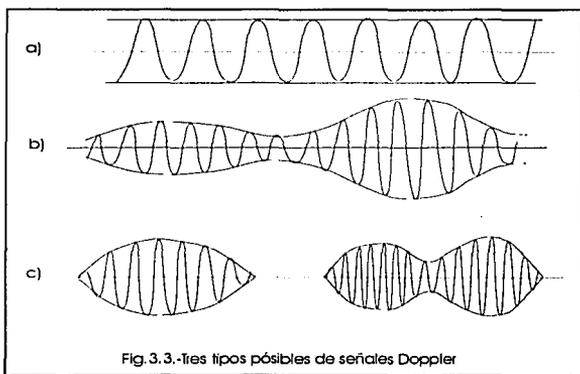


Fig. 3.3.-Tres tipos posibles de señales Doppler

de partículas o parte de un sólido permanezcan en el volumen de dispersión (de medición) indefinidamente. En la práctica sólo ocurren estas

3.2.- Requerimientos para un Sistema Procesador de Señal

Como el procesador perfecto de señal todavía no existe, y ningún tipo es igualmente apropiado para todas las situaciones, la selección de uno tiene que adaptarse a una aplicación del VLD.

Los principales factores a considerar son: La propiedad, dependiente de la velocidad, que será medida. La precisión requerida en la medición. El

tipo de señal. La relación señal-ruido. El nivel de turbulencia, etc.

En principio, la velocidad promedio, la tensión de Reynolds y otras correlaciones pueden ser obtenidas con cualquiera de los procesadores de señal que describiremos brevemente en este capítulo.

En cambio, un registro de la velocidad instantánea, o una medida del espectro de energías, puede ser obtenido únicamente con dispositivos que sigan la señal en tiempo real.

Los demoduladores seguidores de frecuencia caen dentro de esta categoría; los contadores de frecuencia no, aunque arreglados con una cinta magnética pueden ser arreglados para hacerlo.

Si la concentración de partículas es grande, tal que siempre tengamos mas de una en el volumen de prueba, o si tenemos un régimen laminar, es preferible un seguidor de frecuencia o un analizador espectral.

Si la intensidad de la luz, o la relación señal-ruido son bajas, un contador de fotones podría ser usado. Si la concentración de partículas es baja, tal que la razón de "dropout" es alta, entonces podemos usar eficientemente un contador de frecuencia.

Algunas características de estos procesadores se resumen en la Tabla 3.1:

Técnica de Procesamiento	Sigue las Fluctuaciones de Velocidad	Señales Intermitentes	Relación Señal Ruido	Exactitud Típica %	Frecuencia Máxima
Análisis Espectral	No	Si	Buena	1.0	1 GHz
Seguidor de frecuencia	Si	No	Buena	0.5	15 MHz
Contador	Si	Si	Justa	0.5	100 MHz
Banco de Filtros	Si	Si	Muy Buena	2 - 5	10 MHz
Contador de Fotones	No	Si	Excelente	1 - 2	50 MHz

Una nueva posibilidad se abre para el procesamiento de señales VLD con la aparición de microcomputadoras cada vez más rápidas y poderosas. En función de su frecuencia de operación y su capacidad de memoria RAM, se hace posible en muchos casos, mediante un convertidor analógico digital, tomar muestras de la señal Doppler y analizarlas, casi en tiempo real. También pueden ser almacenadas en una memoria para su posterior análisis. Esto nos da un instrumento de mayor versatilidad, aplicable a un mayor número de situaciones prácticas.

3.3.- Analizador Espectral de Frecuencia.

En el analizador espectral de frecuencia la señal del fotomultiplicador, f_d , es amplificada y mezclada con la frecuencia de un oscilador local, f_{os} , y observada por un filtro centrado en la frecuencia f_0 y con ancho de banda Δf_0 . La frecuencia f_{os} es cambiada con el tiempo de acuerdo a un tiempo de barrido predeterminado. El analizador puede barrer muchas veces el intervalo de frecuencias, para construir una señal la cual es proporcional a la raíz cuadrada de la densidad de distribución probabilística de la velocidad.

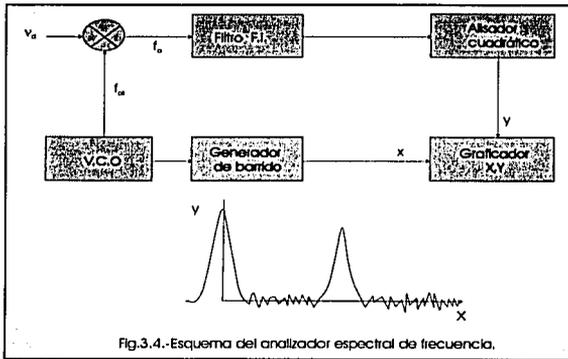
Para la mayoría de las distribuciones, la frecuencia más probable corresponde aproximadamente al valor medio de la frecuencia, y por lo tanto, a la velocidad promedio. El ensanchamiento del espectro está relacionado con la intensidad de la turbulencia. La desviación de un perfil Gaussiano se refleja en los factores de sesgo y planicidad.

Las componentes principales del analizador de frecuencia se muestran en la Fig.3.4. En la práctica, el barrido del angosto filtro pasabanda, a través del intervalo deseado de frecuencias Doppler, se consigue con el filtro centrado a la frecuencia intermedia fija, f_o . El intervalo de frecuencias Doppler es barrido mezclando la señal Doppler, $s_k(t)$, con una señal, $\cos 2\pi f_{os}t$, de un oscilador controlado por voltaje (VCO).

Si la señal de la k -ésima partícula tiene la forma:

$$s_k(t) = a_k(t) \cos(2\pi\nu_k t + \varphi_k), \quad (3.2)$$

entonces la salida instantánea del mezclador, que es un multiplicador operacional, es:



$$s_m = a_k(t) \cos(2\pi\nu_k t + \varphi_k) \cos 2\pi f_{os}t \quad (3.2)$$

La señal mezclada es proporcional a la amplitud de la señal del fotodetector, y tiene componentes en las frecuencias $f_{os} \pm \nu_k$, con la ayuda del filtro se selecciona la frecuencia menor, y si la frecuencia Doppler, ν_k , es tal que:

$$f_o - \Delta f_o / 2 \leq f_{os} - \nu_k \leq f_{os} + \Delta f_o / 2 \quad (3.3)$$

la señal pasa a través del filtro.

Cuando tenemos N partículas la señal de entrada es:

$$s(t) = \sum_{k=1}^N s_k(t). \quad (3.4)$$

Expresando la señal del oscilador como $f_i + f_o$, la señal mezclada queda:

$$s_m(t) = s(t) \cos 2\pi(f_i + f_o)t \quad (3.5)$$

y la señal filtrada:

$$s_{fi}(t) = \langle s(t) \cos 2\pi f_i t \rangle \cos 2\pi f_o t - \langle s(t) \sin 2\pi f_i t \rangle \sin 2\pi f_o t \quad (3.6)$$

o sea:

$$s_{fi}(t) = R(A_{fi} e^{i2\pi f_o t}) \quad (3.7)$$

donde A_{fi} es la transformada de Fourier de la señal de entrada, limitada al tiempo de barrido T :

$$A_{fi} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{i2\pi f_i t} dt \quad (3.8)$$

donde $T = \frac{1}{\Delta f_o}$.

Sustituyendo $s(t)$, obtenemos:

$$A_{fi} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a_k(t) \cos(2\pi\nu_k t + \varphi) e^{i2\pi f_i t} dt \quad (3.9)$$

donde τ_k es el tiempo de tránsito de la k -ésima partícula a través del volumen de prueba. Calculando la integral:

$$A_{fi} = \frac{1}{2T} \sum_{k=1}^N a_k \tau_k e^{-i\varphi_k} \quad (3.10)$$

obteniendo el cuadrado de la amplitud:

$$|A_{fi}|^2 = \frac{1}{4T^2} \sum_{k=1}^N a_k^2 \tau_k^2 \quad (3.11)$$

Para promediar consideremos el número de partículas, N_f , que contribuyen a la salida cuando el analizador espectral está sintonizado a la frecuencia f_i . Es decir, es el producto del número de partículas, N_o , que cruzan el volumen de prueba en el tiempo T y la probabilidad, $P_D(\nu_k) \Delta f_o$, de que la frecuencia Doppler de la k -ésima partícula caiga en el intervalo definido por:

$$f_i - \frac{\Delta f_o}{2} < v_k < f_i + \frac{\Delta f_o}{2} \quad (3.12)$$

entonces:

$$|A_{fi}|^2 = \frac{1}{4T^2} N_o a_k^2 \tau_k^2 P_D(v_k) \Delta f_o \quad (3.13)$$

El promedio del cuadrado de la amplitud de salida del analizador espectral, es proporcional a la densidad de probabilidad, $P_D(v_k)$, de la frecuencia Doppler.

[Nota: Para un análisis más amplio de este y los otros procesadores de señal, consultar la referencia [16].

3.4.- Convertidor Frecuencia - Voltaje

El seguidor de frecuencia o convertidor frecuencia - voltaje consiste, fundamentalmente, de un oscilador controlado por voltaje (VCO), el cual provee una señal continua, que es mezclada con la señal Doppler y pasada a través de un filtro de banda angosta. La frecuencia central del filtro es normalmente prefijada a un valor específico. Las variaciones en la frecuencia de la señal Doppler son compensadas (seguidas) por el VCO, que a su vez es controlado por un ciclo de retroalimentación formado por un discriminador de frecuencia y un integrador.

El modo de operación del VCO y el filtro son similares al caso del analizador espectral. El discriminador provee un voltaje de manejo del VCO tal que la frecuencia de éste, f_{os} , difiera en todo momento de la frecuencia Doppler, v_D , por

una frecuencia intermedia f_i , tan cercana como sea posible a la frecuencia fija f_o , del centro de banda del filtro:

$$f_i = f_{os} - v_D \quad (3.14)$$

$$f_o - \frac{\Delta f_o}{2} \leq f_{os} - v_D \leq f_o + \frac{\Delta f_o}{2} \quad (3.15)$$

La señal de salida se realiza a través de un convertidor analógico - digital (un convertidor frecuencia - voltaje) el cual produce un voltaje que es proporcional a la frecuencia Doppler y por lo tanto a la velocidad instantánea de las partículas del flujo.

Una señal aproximadamente continua es requerida normalmente, esto implica una alta concentración de partículas, para que en todo momento haya partículas atravesando el volumen de dispersión. Si esto no es posible, un mecanismo de "dropout" (tiempo fuera) es empleado para sostener la última señal conocida hasta que arribe una nueva señal. El "dropout" puede tener tres orígenes, el primero es debido a la pequeña concentración de partículas; el segundo a la imposibilidad del demodulador de seguir las frecuencias rápidamente cambiantes y el tercero amplitudes demasiado pequeñas para el seguidor.

El demodulador o seguidor de frecuencia proporciona salidas de señal en tiempo real, por lo tanto es posible obtener velocidades instantáneas y espectros de energía de la turbulencia. Además las cantidades promediadas y *rms* pueden ser leídas directamente de medidores apropiados. El límite superior de frecuencia está determinado por la velocidad de respuesta del circuito de retroalimentación, en la mayoría de los casos es de alrededor de 50 MHz.

3.5.- Contador de Frecuencia.

Hay dos formas en las cuales el procedimiento de conteo puede ser aplicado al análisis de la señal láser Doppler. En ambos casos la señal ha sido filtrada y posiblemente mezclada con la señal de un oscilador local. Un contador es equipado con un discriminador de nivel y de pendiente, y se dispara cuando la señal alcanza un nivel mayor a un nivel predeterminado y tiene pendiente (+) o (-)

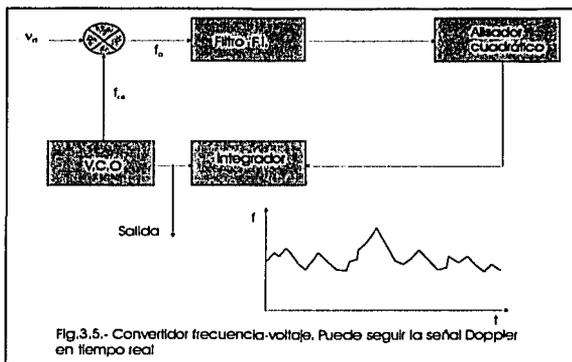


Fig.3.5.- Convertidor frecuencia-voltaje. Puede seguir la señal Doppler en tiempo real

predeterminada, contando los siguientes cruces por cero.

Una forma de obtener la frecuencia Doppler es fijar el tiempo en el cual el contador está disparado y contar los cruces por cero en ese intervalo (ver Fig.3.6), alternativamente, podemos medir el tiempo que toma una partícula al atravesar un predeterminado número de franjas. En ambos casos la frecuencia Doppler está dada por:

$$v_D = \frac{N}{2\tau} \quad (3.16)$$

donde, en el primer caso τ es el tiempo predeterminado, N el número de cruces por cero en el tiempo τ . En el segundo caso N es el número predeterminado de cruces por cero y τ el tiempo de N cruces por cero.

Para una señal ideal el valor de v_D es independiente de N , siempre que $N \leq N_{max}$, el número máximo de ciclos en el burst. Y puede ser

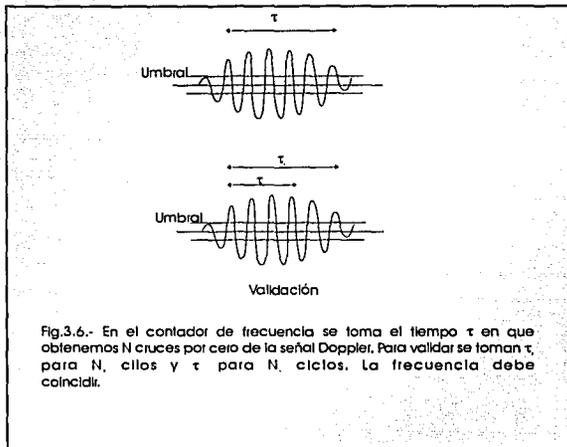


Fig.3.6.- En el contador de frecuencia se toma el tiempo τ en que obtenemos N cruces por cero de la señal Doppler. Para validar se toman τ para N ciclos y $N\tau$ para N cruces por cero. La frecuencia debe coincidir.

basada en un solo ciclo:

$$v_D = \frac{N}{\Delta\tau_1} \quad (3.17)$$

Esta es una propiedad importante de los sistemas de análisis en el dominio del tiempo, los cuales son independientes de la duración del burst, es decir, el número de ciclos del burst no tiene influencia en la medida. La precisión en la medida

de un simple periodo depende, sin embargo, de la relación señal - ruido. El efecto del ruido en la precisión de la medida tiene que ser entendido y reducido a un mínimo aceptable.

Si una señal sinusoidal de frecuencia v_D es considerada, el tiempo entre cruces sucesivos por cero, es el mismo para toda la señal y está dado por:

$$\Delta\tau_1 = \frac{1}{v_D} \quad (3.18)$$

En presencia de ruido el tiempo entre cruces sucesivos por cero varía alrededor del valor $\Delta\tau_1$, con una desviación estándar que varía con el nivel de ruido; la "frecuencia instantánea" puede ser calculada como:

$$v_{Di} = v_D \pm \delta v_D = \frac{1}{\Delta\tau_1 + \epsilon} \quad (3.19)$$

Como la frecuencia no cambia dentro del burst, puesto que estamos midiendo el paso de una sola partícula, si tomamos N cruces por cero la relación de arriba queda[15]:

$$v_{Di} = v_D \pm \delta v_D = \frac{N}{\Delta\tau_N + \epsilon} = \frac{1}{\Delta\tau_1} \left(1 + \frac{\epsilon}{N\Delta\tau_1} + \Lambda \right) \quad (3.20)$$

Esto muestra que el error en las medidas, debido al ruido, puede ser reducido tomando muchos ciclos de señal. Entonces en el diseño de un sistema electrónico óptimo todos los ciclos de un burst Doppler deberían ser tomados en cuenta.

3.6.- Contador de Fotones.

En circunstancias donde la intensidad de la luz dispersada y/o la relación señal-ruido es muy baja, las partículas son muy pequeñas o la óptica de recepción de luz es ineficiente, como en el caso de mediciones a larga distancia o en retrodispersión; el conteo de fotones o "espectroscopia de correlación de fotones" ofrece ventajas sobre otros procesadores de señal.

Si la intensidad de la luz dispersada es baja, la razón promedio de fotones que arriban al fotocatodo de un fotomultiplicador puede ser tal

que pulsos simples, bien definidos, alcanzan el ánodo a la vez.

Cuando una partícula dispersora cruza una franja brillante en el volumen de prueba, hay una mayor probabilidad de detección de fotones que cuando cruza una franja oscura. Entonces una muestra estadística de tales señales mostrará variaciones senoidales, en la tasa de arribo de fotones, correspondientes a las variaciones de intensidad al cruzar las franjas en el volumen de prueba (Fig.3.7).

El periodo de las variaciones estadísticas de intensidad está relacionado con la velocidad de la partícula y puede ser revelado midiendo la función de autocorrelación, $G(\tau)$, sobre tiempos de retardo: $\tau = rT$:

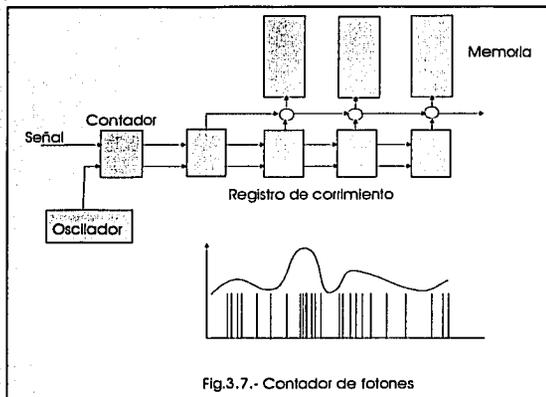


Fig.3.7.- Contador de fotones

$$G(\tau) = \sum_{r=0}^{\infty} n(t)n(t-rT), r = 0,1,2,\Lambda \quad (3.21)$$

donde $n(t)$ es el número de fotones detectados en un intervalo de tiempo T , empezando en el tiempo t .

Podemos aprovechar la naturaleza discreta del conteo de fotones, si antes de la correlación introducimos un "recorte", tal que si la señal está arriba de un determinado umbral, le asignamos un 1, y un 0 si está por debajo de ese umbral. Usamos una operación mucho más rápida:

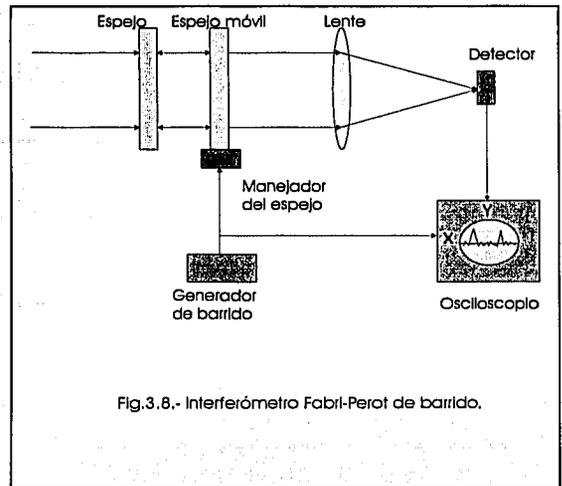


Fig.3.8.- Interferómetro Fabry-Perot de barrido.

$$G(rT) = \sum_{r=0}^M n(t)n_k(t-rT) = N \langle n(t)n_k(t-rT) \rangle \quad (3.22)$$

donde N es el número total de fotones contados, n_k toma el valor 0 ó 1 dependiendo de si $n(t)$ es menor o mayor que el umbral de corte k . Un diagrama de un dispositivo que realiza tal operación se muestra en la Fig.3.7)

Si se detecta un número suficiente de fotones, la función de autocorrelación de la señal de una sola partícula puede ser formada en un tiempo corto comparado con la integral y microescalas de la turbulencia. Esto es posible mediante un correlador de bursts con un mínimo tiempo de muestreo de 10 ns. Si se usa un correlador mas lento, con tiempo mínimo de muestreo de 50 ns (lo que significa una máxima frecuencia observable de 4 ó 5 MHz), la función de autocorrelación se hace de contribuciones de señales de muchas partículas, lo cual da información del promedio de velocidad de las partículas y las propiedades estadísticas de las fluctuaciones de la velocidad.

3.7.- Interferómetro Fabry-Perot.

En los casos de mediciones de flujos de altas velocidades, que exceden la capacidad de respuesta de los fotodetectores o de los procesadores electrónicos de señal, es posible el análisis óptico de frecuencia con un interferómetro Fabry-Perot.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El principio de funcionamiento del interferómetro Fabry-Perot se ve en el Apéndice A.7. definimos la Fineza del Fabry-Perot como:

$$F = \pi \frac{\sqrt{R}}{1-R} \quad (3.23)$$

donde R es la reflectividad de los espejos. Usando la definición de ancho de banda $\Delta\nu_{1/2}$, y rango libre espectral $\Delta\nu$, obtenemos:

$$\Delta\nu_{1/2} = \Delta\nu \frac{1}{F} = \frac{c_0}{2\pi n l \cos \theta F} \quad (3.24)$$

donde c_0 es la velocidad de la luz en el vacío y n el índice de refracción del medio entre los espejos.

Definimos el intervalo de frecuencia útil para el corrimiento Doppler como aquella comprendida en el intervalo:

$$\Delta\nu_{1/2} \leq \nu \leq (\nu_{m+1} - \nu_m) \quad (3.25)$$

donde, el ancho de banda y el rango libre espectral se refieren al interferómetro y no al láser.

Ejemplo: A incidencia normal, $\theta = 0$, con aire entre los dos espejos del interferómetro, $n=1$, con una separación de 10 mm y suponiendo una finesa $F=100$, lo que implica una reflectividad de los espejos de alrededor del 97%, obtenemos:

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \frac{c_0}{2\pi n l} = 477 \text{ MHz} \\ \Delta\nu_{1/2} &= 4.77 \text{ MHz} \end{aligned} \quad (3.26)$$

3.8.- Interferómetro Fabry-Perot de Barrido.

Una versión practica para el análisis espectral utilizando el Fabry-Perot consiste en mover oscilatoriamente uno de los espejos, con una amplitud de $\lambda/2$. Esto nos da un cambio de fase de $\Delta\delta = 2\pi$, y es suficiente para recorrer el rango libre espectral. Un fotodetector colocado en el punto central (orden cero), medirá los cambios espectrales de diferente frecuencia, estas pueden visualizarse directamente en un osciloscopio.

El espejo móvil es manejado generalmente por una montura piezoeléctrica gobernada por una señal de diente de sierra, misma que se utiliza para el barrido horizontal del osciloscopio. Un esquema de dicho dispositivo se puede ver en la Fig.3.8.

3.9.- Procesador de Bursts

Con el desarrollo acelerado de la lógica digital y el incremento de la velocidad de los microprocesadores, fue posible construir un procesador de bursts, conocidos comercialmente como analizadores de ráfaga, que es capaz de medir la frecuencia Doppler de un burst individual, mediante el cálculo de la transformada rápida de Fourier (FFT), durante el tiempo en que el burst ocurre.

Estos dispositivos tienen la habilidad de separar la señal del ruido y hacer mediciones precisas de la frecuencia del burst en presencia de ruido.

IV.- CORRIMIENTO DE FRECUENCIA

En el párrafo A.7 definimos el intervalo útil de frecuencias para el corrimiento Doppler como aquel comprendido entre $\Delta\nu_{1/2}$, el límite de la resolución o separación de frecuencia de la cavidad láser, la cual es un Fabry-Perot, y $(\nu_{m+1} - \nu_m)$, el intervalo libre espectral del láser, o sea:

$$\Delta\nu_{1/2} \leq \nu \leq (\nu_{m+1} - \nu_m), \quad (4.1)$$

lo cual impone limitaciones para medir velocidades pequeñas, tales que la frecuencia Doppler resultante sea menor que $\Delta\nu_{1/2}$, o para medir velocidades muy grandes con frecuencias Doppler mayores que el intervalo libre espectral. Además, con las técnicas analizadas en el Cap.3, ninguna de ellas podría dar la dirección de la velocidad.

En este capítulo analizaremos una técnica que nos permite ambas cosas; ampliar el intervalo de frecuencias Doppler, sobre todo para medir velocidades cercanas al cero, o velocidades grandes con frecuencias Doppler superiores al intervalo libre espectral del láser, cuando los diferentes modos de oscilación del láser son muy cercanos; y poder determinar la dirección de la velocidad.

El corrimiento de frecuencia se logra modulando uno de los dos haces de luz láser mediante una onda senoidal de frecuencia ν_s , lo cual produce que el haz, además de la portadora ν_0 , contenga dos bandas laterales a frecuencias $\nu_0 + \nu_s$ y $\nu_0 - \nu_s$. Al interferir en el volumen de prueba con el haz no modulado se produce el efecto de un patrón de interferencia que se desplaza perpendicularmente a las franjas de interferencia con una velocidad ν_s :

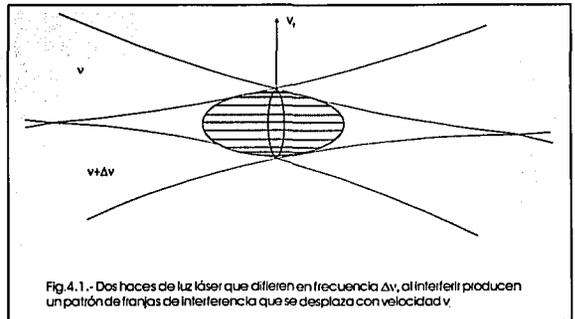
$$\nu_s = \frac{\Delta\nu\lambda}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}, \quad (4.2)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

de tal manera que la velocidad con que las partículas cruzan las franjas de interferencia se ve aumentada o disminuida según la dirección de éstas respecto a la dirección de desplazamiento de las franjas. El efecto neto, o sea la luz dispersada por la partícula capturada por el fotodetector, tiene las componentes en frecuencia, (tomando nuestro origen en ν_0):

$$\nu = \nu_d + \nu_s \quad \text{y} \quad \nu = \nu_d - \nu_s, \quad (4.3)$$

cada uno con su respectivo ancho de banda $\Delta\nu_{1/2}$, ver Fig.4.1.

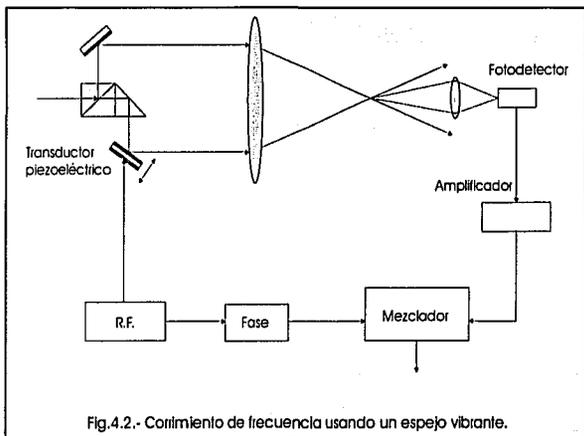


4.1.- Técnicas de Corrimiento de Frecuencia

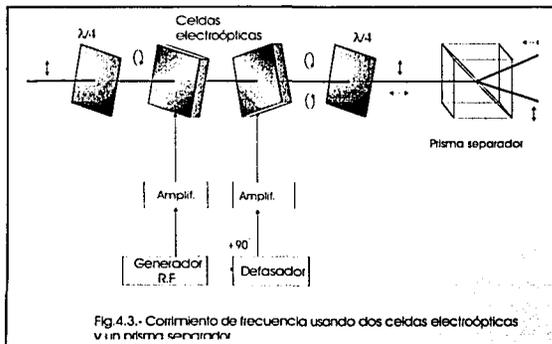
Un método simple para el corrimiento de frecuencia hace uso del corrimiento Doppler en la luz dispersada por una superficie moviéndose uniformemente, por ejemplo un disco girando. Sin embargo, tiene el defecto de producir fluctuaciones de amplitud y fase en la luz dispersada no atribuibles a las partículas que se miden.

Otro método simple de corrimiento de frecuencia consiste en el uso de espejos o prismas móviles. Este puede dar alta eficiencia, pero el corrimiento no puede ser mantenido indefinidamente sin la pérdida momentánea y los brincos del haz o la fase cuando el espejo alcanza

el final de su posible movimiento. En experimentos donde no se requiera una lectura continua de la velocidad este método puede tener aplicación, ver Fig.4.2.



Una técnica que da un corrimiento continuo de frecuencia es mediante el uso de una lámina de media onda girando perpendicularmente a la dirección de propagación del haz láser. El corrimiento alcanzado está limitado por la frecuencia de rotación, mucho muy baja para la mayoría de las aplicaciones. Una técnica más práctica usa una secuencia de celdas electroópticas en la cual una simulación de una placa de media onda giratoria puede ser generada por diferentes fases de excitación e inclinación de los ejes de las celdas. Un dispositivo de este tipo consiste de dos



celdas similares (pueden ser celdas Pockels o Kerr), cuyos ejes están inclinados 45° uno respecto al otro, a través de los cuales pasa un haz

láser polarizado circularmente, se aplican voltajes de alta frecuencia, RF, de igual amplitud, pero que difieren en fase 90° , a las dos celdas para producir una componente en el haz de salida corrida en frecuencia y circularmente polarizada en la dirección opuesta a la del haz incidente

Esta señal puede ser separada por una combinación de una placa de $1/4$ de onda y un prisma separador polarizador, (Fig.4.3). Una rotación espacial de 45° está asociada con un cambio de 90° en la fase de los voltajes de RF. La frecuencia efectiva de rotación es de $1/2$ de la del voltaje aplicado, es decir, f_s es igual a la radiofrecuencia aplicada.

4.2.- La Celda de Bragg.

La difracción de la luz por ondas de sonido fue predicha por Brillouin en 1922 y demostrada posteriormente, 1932, por Debye y Sears, usando ondas supersónicas. Desarrollos recientes en acústica de alta frecuencia y láseres han causado gran interés en este campo. Esto es debido a que la dispersión de la luz por el sonido proporciona un medio conveniente para controlar la frecuencia, la intensidad y la dirección de un rayo de luz.

Una onda de sonido consiste de una perturbación senoidal de la densidad del material, o esfuerzo, que produce zonas alternativas de compresión y enrarecimiento del medio y que se propagan a una velocidad característica de éste, v_s , la velocidad del sonido en el medio. Un cambio en la densidad del medio causa un cambio en su índice de refracción, el cual es, en una primera aproximación, proporcional al esfuerzo aplicado.

Consideremos ahora un rayo de luz incidente, a un ángulo θ_i , sobre una onda de sonido (Fig.4.4). Podemos considerar a la onda de sonido como una serie de espejos parcialmente reflejantes, separados una distancia igual a la longitud de onda del sonido λ_s , los cuales se mueven a una velocidad v_s . Ignorando por el momento el movimiento de los espejos, consideraremos la onda difractada un ángulo de difracción θ_r .

Una condición necesaria para la difracción en una dirección dada es que todos los puntos sobre

un espejo contribuyan en fase a la difracción en esta dirección. Esta condición toma la forma:

$$x(\cos \theta_i - \cos \theta_r) = m\lambda, \quad (4.4)$$

donde $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; el único caso en que se puede satisfacer esta condición para todos los puntos del espejo es $m = 0$, de lo cual se sigue que:

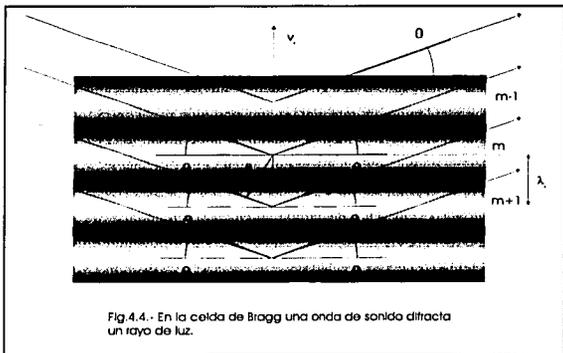


Fig.4.4.- En la celda de Bragg una onda de sonido difracta un rayo de luz.

$$\theta_r = \theta_i. \quad (4.5)$$

Adicionalmente se requiere que la difracción de cualesquiera dos espejos o frentes de ondas se sumen constructivamente a lo largo del rayo reflejado. Usando el resultado anterior y la Fig.4.4 esta condición puede ser escrita:

$$2\lambda_s \sin \theta = \lambda, \quad (4.6)$$

es la misma ley aplicada por Bragg a la difracción de rayos X en cristales. Por lo que la difracción de rayos de luz por ondas sonoras se conoce también como difracción de Bragg, y los dispositivos para lograr esto, celdas de Bragg.

Muchas de las propiedades de la difracción de Bragg, de luz por sonido pueden ser entendidas a partir de la dualidad onda - partícula de la naturaleza de la luz y el sonido.

De acuerdo con esto un rayo de luz puede ser considerado como un flujo de fotones con una cantidad de movimiento $\hbar k$, y energía $\hbar \omega$. La onda sonora igualmente puede ser pensada como formada por partículas (fonones) con momento $\hbar k_s$ y energía $\hbar \omega_s$. La difracción de la luz por el

sonido puede ser descrita por una serie de colisiones, cada una de las cuales involucra una aniquilación de un fotón incidente de frecuencia ω_i y un fonón de frecuencia ω_s y la creación de un nuevo fotón dispersado de frecuencia: ω_d , el cual se propaga en la dirección del haz dispersado. La conservación de la cantidad de movimiento requiere que el momento de las partículas que colisionan sea igual al momento $\hbar k_d$ del fotón dispersado, de modo que:

$$\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s \quad (4.7)$$

la conservación de la energía toma la forma:

$$\omega_d = \omega_i + \omega_s \quad (4.8)$$

de modo que el fotón dispersado está corrido en frecuencia por una cantidad igual a la frecuencia del sonido.

La conservación de la cantidad de movimiento es equivalente a la condición de Bragg. Consideremos la Fig.4.5, y puesto que la frecuencia de la luz es de alrededor de 10^{14} Hz, mientras que la del sonido es de alrededor de 10^{10} Hz, tenemos:

$$\omega_d = \omega_i + \omega_s \approx \omega_i, \quad (4.9)$$

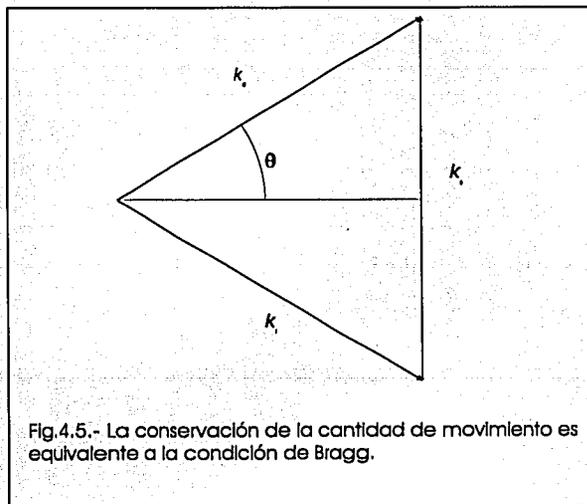


Fig.4.5.- La conservación de la cantidad de movimiento es equivalente a la condición de Bragg.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

de modo que:

$$k_d = k_i, \quad (4.10)$$

la magnitud de los dos vectores de onda son tomados como k . La magnitud del vector de onda sonoro es entonces:

$$k_s = 2k \operatorname{sen} \theta, \quad (4.11)$$

usando $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, esta ecuación viene a ser:

$$2\lambda_s \operatorname{sen} \theta = \lambda, \quad (4.12)$$

la cual es la misma que la condición de la difracción de Bragg. En este tratamiento estamos suponiendo que hay una larga trayectoria de interacción de tal manera que los ordenes de difracción mayores se desvanecen y únicamente las dos ondas acopladas por sonido son la onda incidente a ω_i y la onda difractada a ω_d .

La onda de sonido causa una modulación viajera del índice de refracción en el medio, dada por:

$$\Delta n(\mathbf{r}, t) = \Delta n \cos(\omega_s t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}). \quad (4.13)$$

Esta modulación interactúa con los campos de frecuencias ω_i y ω_d y da lugar a una polarización eléctrica adicional en el medio, la cual está dada por:

$$\Delta \mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = 2\sqrt{\epsilon \epsilon_0} \Delta n(\mathbf{r}, t) \mathbf{e}(\mathbf{r}, t), \quad (4.14)$$

donde $\mathbf{e}(\mathbf{r}, t)$ es la suma de los campos de frecuencias ω_i y ω_d . El término de polarización $\Delta n \mathbf{e}$ es el causante del intercambio de potencia entre los campos electromagnéticos y sonoro. Es posible demostrar que la eficiencia de la difracción, es decir la relación entre la intensidad de la onda refractada y la onda incidente está relacionada con la intensidad de la onda sonora por [11, Párrafo 12.3]:

$$\frac{I_d}{I_i} = \frac{E_d^2}{E_i^2} = \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\Delta n \omega l}{2c_0} \right), \quad (4.15)$$

con:

$$\Delta n = -\frac{n^3 p}{2} s, \quad (4.16)$$

donde p es la constante fotoelástica del medio, la que en el caso de interacción usando cristales, es en general un tensor de cuarto rango. La tensión s está relacionada con la intensidad acústica, I_{ac} , por:

$$s = \left(\frac{2I_{ac}}{\rho v_s^3} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.17)$$

Combinando estas últimas ecuaciones y definiendo el parámetro M , característico del material como:

$$M = \frac{n^6 p^3}{\rho v_s^3}, \quad (4.18)$$

obtenemos:

$$\frac{I_d}{I_i} = \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi l \sqrt{M I_{ac}}}{\sqrt{2} \lambda_0} \right). \quad (4.19)$$

Tomando el agua como ejemplo, una longitud de onda óptica de $\lambda_0 = 0.6328 \mu m$, y considerando las constantes (ver Tabla 12.1 en referencia 11):

$$n = 1.33,$$

$$p = 0.31,$$

$$v_s = 1.5 \times 10^3 \text{ m/seg},$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

esta ecuación da:

$$\frac{I_d}{I_i} = \operatorname{sen}^2 1.4 (I_{ac})^{\frac{1}{2}}. \quad (4.20)$$

Para otros materiales y otras longitudes de onda podemos obtener una fórmula conveniente:

$$\frac{I_d}{I_i} = \operatorname{sen}^2 \left(\frac{1.4(0.6328 \mu m)}{\lambda_0 \mu m} \right) (M_w I_{ac})^{\frac{1}{2}}, \quad (4.21)$$

donde $M_w = \frac{M_{\text{material}}}{M_{\text{agua}}}$.

En conclusión mediante una celda acustoóptica de Bragg podemos modular la frecuencia, dirección y la intensidad de un rayo luminoso, la eficiencia de esta modulación depende de la potencia de la onda acústica. Esto no representa problemas en la actualidad, puesto que existen transductores piezoeléctricos que dan gran potencia a grandes frecuencias sonoras.

4.3.- Velocimetría Láser Doppler con Corrimiento de Frecuencia Variable

El uso de una celda de Bragg para lograr un corrimiento de frecuencia óptica es cada vez más atractivo, esto es debido al desarrollo de componentes ópticas simples que permiten la construcción de dispositivos de baja potencia, como las celdas de Bragg, que pueden integrarse al resto del sistema VLD.

El corrimiento óptico de frecuencia producido por una celda de Bragg, puesta en uno de los rayos del VLD, permite obtener un corrimiento fijo, o variable de frecuencia óptica, ambos con un tope inferior de frecuencia de entre 10 y 20 MHz, debido a las limitaciones impuestas por las dimensiones y los materiales usados en la construcción de las celdas de Bragg. Una solución a estas limitaciones consiste en combinar un corrimiento de frecuencia óptica fijo, proveniente de una celda de Bragg, con un subsecuente corrimiento electrónico producido al mezclar la señal proveniente del fotodetector con la de un oscilador local de frecuencia variable. Este método proporciona un corrimiento de frecuencia exacto y estable, que puede variar de 10 KHz a 50 MHz.

El uso del corrimiento de frecuencia óptico en el VLD tiene un efecto profundo en la capacidad del instrumento para hacer mediciones en flujos, además de proporcionar el signo de la dirección de la componente de la velocidad, incrementa en algunos casos, la relación señal - ruido de la señal detectada y tiene importantes consecuencias en la exactitud resolución y repuesta a la frecuencia. En un VLD basado en el seguidor de frecuencia el intervalo de aplicaciones del sistema se extiende

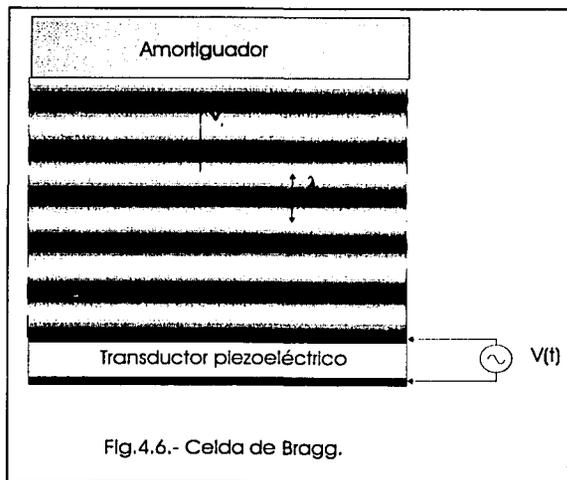
para incluir mediciones de flujos altamente fluctuantes y retrógrados y a la medición de altas frecuencias de turbulencia. En un sistema basado en un contador de frecuencia, elimina el problema de las zonas muertas (sin señal) y permite la posibilidad de medir flujos altamente fluctuantes.

La introducción de una diferencia de frecuencia $f_s = v_1 - v_2$ entre los dos haces láser de un VLD no altera las propiedades características de la señal Doppler, tales como las fluctuaciones de fase y amplitud para el caso de muchas partículas en el volumen de prueba, o la altura y duración del pulso en el caso de una sola partícula en el modelo de franjas. El único cambio es en la frecuencia central del espectro Doppler f_D , la cual es trasladada por la diferencia de frecuencia introducida, a un nuevo valor:

$$f_d = |f_s + f_D| \quad (4.22)$$

f_D es positivo o negativo dependiendo de si el corrimiento Doppler incrementa o decrementa la diferencia inicial de frecuencia.

En detección heterodina, en general, la



fotocorriente proveniente de un VLD sin corrimiento de frecuencia, donde $v_1 = v_2$, como vimos antes, puede ser descrita como una señal aleatoria con un término de baja frecuencia y, debido al corrimiento Doppler de la luz dispersada por la partícula, de un término pulsante de banda

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

estrecha con amplitud y fase fluctuantes, centrado a la frecuencia Doppler:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + 2\varepsilon(i_1(t)i_2(t))^{1/2} \cos(2\pi|f_D|t + \phi(t)) \quad (4.23)$$

donde ε es el factor de eficiencia heterodina. Con una diferencia de frecuencia inicial, $f_s = \nu_1 - \nu_2$, esta expresión es modificada como:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + 2\varepsilon(i_1(t)i_2(t))^{1/2} \cos(2\pi|f_s + f_D|t + \phi(t)) \quad (4.24)$$

Dos consecuencias son inmediatamente claras. Primero, el signo de la componente de la velocidad en la dirección que se mide puede ahora ser determinado a condición de que el corrimiento óptico de frecuencia sea mayor que el máximo corrimiento Doppler esperado debido al movimiento de las partículas. El signo se conoce cuando la frecuencia Doppler corrida $f_d = |f_s + f_D|$, es mayor o menor a la frecuencia inicial f_s . Segundo, es posible correr el espectro Doppler completo a una banda de frecuencia con

señal-ruido del detector. Otras consecuencias del corrimiento óptico de frecuencia dependen en gran medida del equipo usado para procesar la señal.

Un sistema basado en una celda de Bragg operando a una frecuencia fija de 40 MHz y mezcla electrónica de la señal del detector con una señal de frecuencia variable de un oscilador local, es mostrada en el diagrama de bloques en la Fig 4.7.

En la mayoría de los usos prácticos, la celda de Bragg trabaja a altas frecuencias, y tiene mayor eficiencia a una frecuencia fija. La condición para una operación eficiente es:

$$w > \frac{2\lambda_s^2}{\lambda} = \frac{2v_s^2}{\lambda f_s^2} \quad (4.25)$$

donde w es la anchura de la región de interacción de las ondas de luz y sonido.

La eficiencia de una celda de Bragg es inversamente proporcional al ancho de banda de la celda Δf_s , alrededor de f_s . La anchura de una celda w , puede ser tal que la condición de ángulos de Bragg se satisfaga para todas las frecuencias

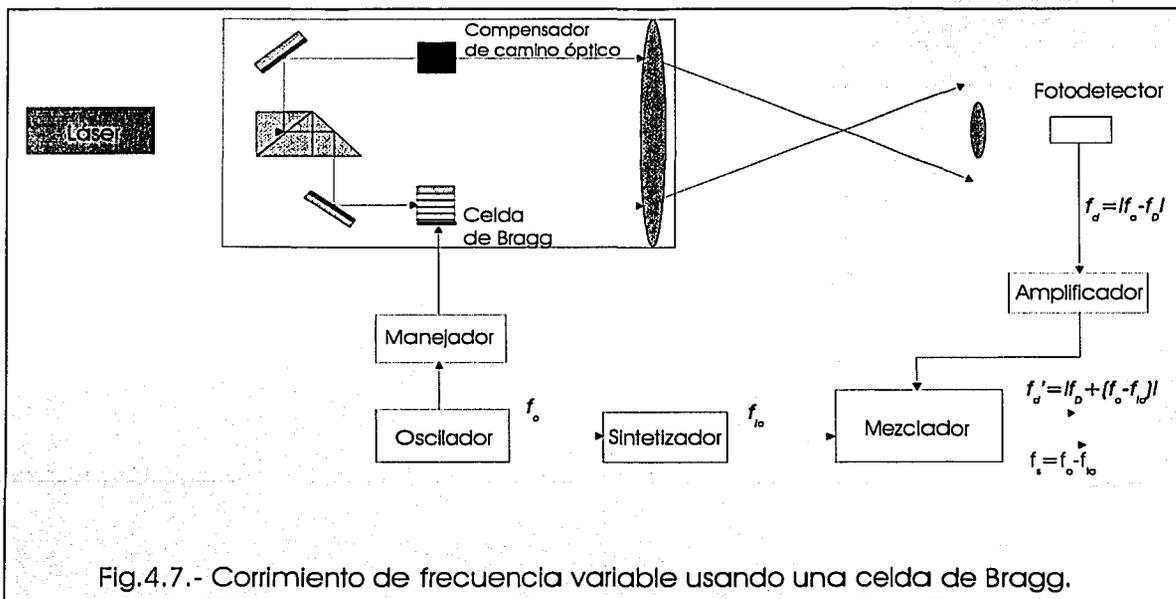


Fig.4.7.- Corrimiento de frecuencia variable usando una celda de Bragg.

el menor ruido posible e incrementar la relación dentro de Δf_s :

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

$$w < \frac{v_s^2}{\mathcal{M}_s \Delta f_s} \quad (4.26)$$

Como vimos antes la eficiencia de la celda a una frecuencia fija se incrementa con la anchura de la celda y la potencia de la onda sonora, para máxima refracción la potencia requerida es:

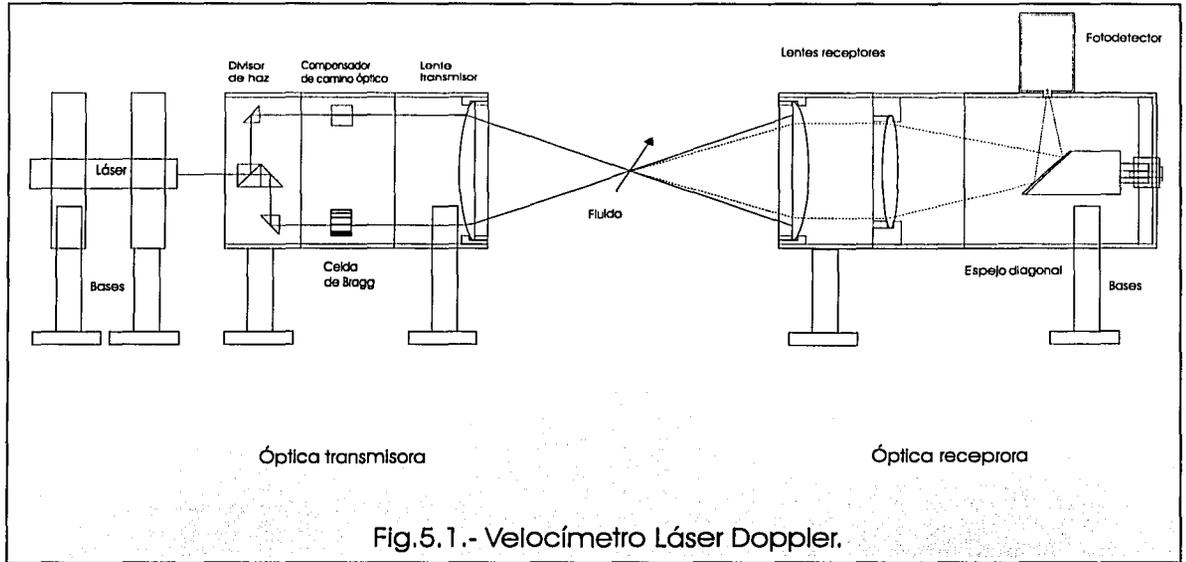
$$P_{a,max} = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{h}{w} \right) M \quad (4.27)$$

La conclusión es que para que sea pequeña, eficiente y práctica la celda de Bragg debería ser diseñada para operar a una relativamente alta frecuencia fija (≈ 50 MHz). Esta condición también simplifica el diseño del transductor piezoeléctrico que proporciona energía acústica a la celda. La importancia de una alta eficiencia viene de la necesidad de bajas distorsiones ópticas debidas a efectos térmicos en el material, y de impedir interferencias de RF en las partes electrónicas.

Para obtener un corrimiento variable de frecuencia, la señal del detector $|f_o - f_d|$ es mezclada con una señal de frecuencia variable de un oscilador local fijo, $f_{loc} < f_o$. La diferencia de frecuencia $f_d' = |f_D + (f_o - f_{loc})|$ es aplicada a la electrónica de procesamiento de señal.

A bajas frecuencias Doppler, donde un bajo corrimiento de frecuencia es deseable, la diferencia $f_o - f_{loc}$ podría ser pequeña comparada con f_o ó f_{loc} y se sujeta a un gran error relativo. Para remediar esta situación el generador de frecuencia es diseñado con un PLL (Phase Locked Loop), sintetizador de frecuencia, con f_{loc} enlazada (locked) a un oscilador estabilizado de cristal. La frecuencia del manejador de la celda de Bragg es también enlazada con este oscilador. Las frecuencias f_o y f_{loc} son conocidas con la exactitud del oscilador estabilizado de cristal ($\approx 10^{-4}$ Hz), y debido al enlazamiento de fases entre ellas, el corrimiento ajustable de frecuencia resultante es conocido también con esa exactitud.

V.- DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN VLD MODULAR PARA EL LABORATORIO DE FLUIDOS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM.



Después del análisis de varias posibilidades se determinó que lo más deseable era un instrumento casi estándar que se pudiera aplicar a numerosas situaciones y no a una específica, por lo que se diseñó un sistema modular. Este sistema aunque fue pensado para usarse fundamentalmente en la técnica de franjas de interferencia, puede armarse de manera que permite también la utilización de la técnica de haz de referencia o la de doble dispersión.

El diseño modular permite también, y esto puede ser muy importante, expandir el sistema agregándole por ejemplo, una celda de Bragg, o un láser y un divisor de haz con más de una longitud de onda, para obtener simultáneamente las componentes de la velocidad en más de una dirección.

El sistema modular de velocimetría láser Doppler diseñado, Fig.5.1, se puede dividir por su naturaleza en partes ópticas, mecánicas y electrónicas. Y por su funcionamiento en: Óptica

Transmisora, Óptica Receptora y Detección y Procesamiento de la señal.

5.1.- Parte Óptica

Se usan tres juegos de dos lentes de 100 mm de diámetro, con distancias focales de 250 mm, 400 mm y 600 mm. Con lo cual tenemos versatilidad para poder montar el velocímetro láser Doppler (VLD) en varios experimentos, según sean las necesidades del sistema que se mide.

La construcción de las lentes se hizo en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE). La fabricación se realizó a través de la elaboración de una matriz (master), cuya superficie se diseñó por computadora y se controló interferométricamente, con la que se compararon las lentes. Se construyó además otra lente de 60 mm de diámetro y 200mm de distancia focal. El material utilizado para la construcción de las lentes es el vidrio BWK7.

La construcción del espejo plano diagonal y un juego de prismas también se realizó en el taller de

óptica del INAOE. A las lentes y los prismas se les puso un recubrimiento antirreflejante de fluoruro de magnesio de $\frac{1}{4}$ de λ de grosor. Por lo que las piezas ópticas son de la mejor calidad en México.

El láser usado es de Helio Neón, marca Oriel, multimodo, con un haz de salida polarizado y 25 mW de potencia, una longitud de onda de 6328 Å, con un diámetro de salida de 0.81 mm, un ángulo de apertura de 0.66 mrad. y una anchura mínima de 0.81 mm, ubicada a la salida del haz. La separación de los nodos es de 320 MHz. La finesa estimada es de 100, lo que nos da un ancho de banda del resonador óptico de 3.2 MHz.

Estos valores se obtuvieron basándose en las fórmulas A.64 y A.68. Y se comprobaron experimentalmente usando un interferómetro Fabry-Perot de barrido marca Coherent con un intervalo libre espectral de 1.5 GHz y una finesa de 300, (ver sección "Caracterización del Láser" en el Cap.6).

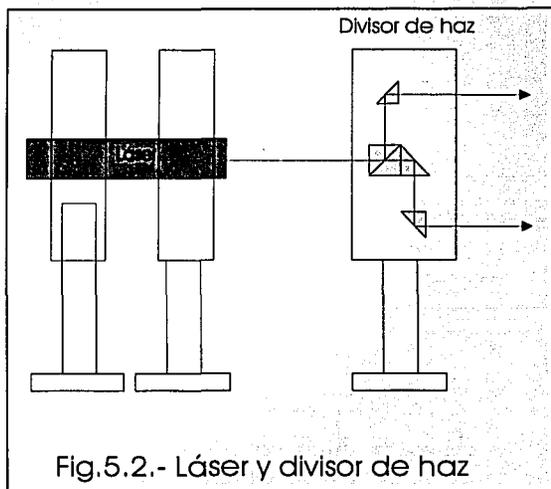


Fig.5.2.- Láser y divisor de haz

El módulo del separador de haz (Fig.5.2), consta de un prisma separador o "beam splitter" y tres prismas rectos, puestos en un mismo plano y con sus caras diagonales a ángulos rectos. Los prismas son ajustables en posición y dirección para dar el paralelismo final a los rayos. El prisma separador consta de dos prismas rectos unidos en sus diagonales, pero con una separación entre éstas, llena con una resina o cemento transparente

con un índice de refracción menor que el del vidrio de los prismas, el grosor de la capa cementada esta calculado de tal manera que la transmisión (por reflexión total interna frustrada) y la reflexión interna sean iguales, e iguales cada una al 50% de la intensidad del rayo incidente. De esta manera tenemos una alta reflectividad con una pérdida casi nula de energía, cosa que no sucedería usando espejos como divisores de haz (ver Fowles, G. et al, Cap.2)[14].

Las demás partes ópticas son partes comerciales de Melles Griot u Oriel.

Lista del Material Óptico.

1. 3 Pares de lentes convergentes de 250 mm, 400 mm y 600 mm de distancia focal y 100 mm de diámetro.
2. 1 Lente convergente de 200 mm de distancia focal y 60 mm de diámetro.
3. 1 Espejo diagonal a 45°, elíptico, de 40 mm de diámetro menor.
4. Láser polarizado con las características mencionadas.
5. Pantalla de mylard de 100 mm de diámetro.
6. 2 polarizadores lineales.
7. 1 lámina de $\frac{1}{4}\lambda$ y una de $\frac{1}{2}\lambda$, para $\lambda = 6328 \text{ Å}$
8. 2 Objetivos de microscopio de 40X y 100X.
9. 1 Filtro de interferencia para $\lambda = 6328 \text{ Å}$
10. Juego de prismas cementados para el separador de haz.
11. 3 Prismas rectos con diagonal a 45°, con cubierta antirreflejante.
12. Filtro espacial con montura movable en XY.
13. Un riel o mesa óptica.

5.2.- Parte Mecánica.

La parte mecánica consiste fundamentalmente de monturas para el láser y las lentes, montura en T para el espejo diagonal, sistema de soporte y enfoque para los fotodiodos o el fotomultiplicador, montura para el divisor de haz, y bases para sujetarse a la mesa o riel óptico. Y un desplazador que podría ser controlado por computadora, para deslizar rígidamente el VLD en una dirección, para muestrear varias partes del experimento.

Las monturas y bases fueron fabricadas en el taller mecánico de la Fac. de Ciencias de la UNAM; Las monturas fueron fabricadas de un tubo de aluminio de 100 mm de diámetro interior y pared de $\frac{1}{4}$ de pulgada de espesor, el cual fue rectificado para asegurar que la superficie exterior, que serviría de referencia, fuera cilíndrica, aprovechando así la simetría de esta figura geométrica. Las demás partes de las monturas fueron hechas de latón. Las bases fueron fabricadas de placa de aluminio de $\frac{3}{4}$ de pulgada de espesor.

Todas las piezas de aluminio fueron anodizadas para simultáneamente ponerles una capa dura protectora de óxido de aluminio y pintarlas con un color negro mate.

Lista de las Piezas Mecánicas.

1. 2 monturas para el láser, con bases y adaptadores a mesa óptica o riel.
2. 4 monturas para las lentes con cuerdas de ambos lados.
3. Montura y sistema mecánico para alinear los prismas del separador de haz.
4. Montura para el lente chico.
5. Montura en T para el espejo diagonal, con sistema mecánico para alinear el espejo y centrar los rayos de luz en la entrada del fotodetector.
6. Adaptador para el sistema mecánico del fotodetector.

7. 2 monturas para pantallas, similares a la de las lentes.
8. Sistema mecánico para encapsular el fotodetector y desplazarlo en XY.
9. Desplazador XYZ para mover el punto de muestreo a lo largo del experimento.
10. 6 Bases para fijar las diversas partes del VLD a la mesa o riel óptico.

5.3.- La Parte Electrónica.

La parte electrónica, como vimos antes, depende del tipo de procesamiento de la señal que se utilice, y este depende en mucho de las características del fluido a medir. Sin embargo, cualquiera que sea el método de procesamiento de la señal, primero es necesario contar con una señal suficientemente "limpia" como para poder aplicarle algún método de procesamiento.

La electrónica necesaria para conseguir una señal con estas características consiste fundamentalmente de las siguientes partes: Fotodetector (fotomultiplicador o un fotodiodo avalancha). Fuente de alimentación del fotodetector. Preamplificador de frecuencias 0 – 400 MHz. Filtro de frecuencias ajustable. Osciloscopio, de preferencia con memoria, para monitorear la señal.

El procesador de señal, como decimos antes, depende de lo que se quiera medir del fluido, se cuenta con un frecuencímetro con salida RS232C para conectarse a una computadora PC, el cual es programable en todas sus funciones a través de la computadora. Este podría usarse como un seguidor de frecuencia. Se cuenta también con un analizador de ráfaga dentro del proyecto UNAM-BID. Finalmente una computadora PC para la captura y el análisis de la información (Fig.5.6).

Lista del Material de la Parte Electrónica

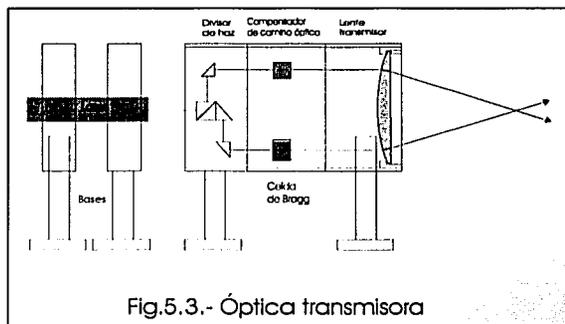
Fotodiodo TIXL 184, o del TIXL 183 al TIXL 193 de Texas Instruments, o equivalente, el cual tiene una respuesta en frecuencia de 100 MHz y su

intervalo de sensibilidad esta centrado en la longitud de onda del láser de He-Ne, $\lambda = 6328\text{\AA}$.

1. Fotomultiplicador y fuente de HV.
2. Preamplificador
3. Banco de filtros, pasaaltas y pasabajas.
4. Osciloscopio.
5. Frecuencímetro, con puerto RS232C.
6. Computadora PC.
7. 10 Conectores BNC.
8. 2 Conectores BNC en T.
9. 5 metros de cable coaxial.

5.4.- Óptica Transmisora.

En el montaje de dispersión hacia adelante (forwardscatering) la parte óptica encargada de generar el haz láser, dividirlo en dos rayos paralelos y concentrarlos para que interfieran constructivamente para formar el volumen de medición, se le conoce como óptica transmisora. Esta consiste fundamentalmente en:

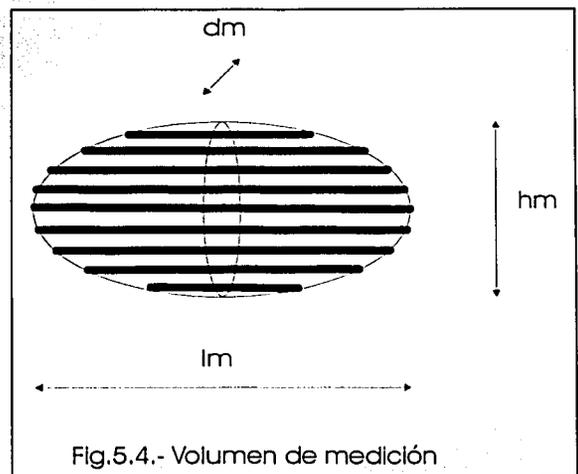


1. Láser polarizado o un láser o un polarizador, el cual en este diseño, deberá estar localizado de manera que la anchura mínima del haz esté a una distancia de la lente, igual a la distancia focal de esta.
2. Un separador de haz consistente en un par de prismas cementados los cuales dividen el haz

incidente en dos de la misma intensidad, y otros dos prismas para orientar estos rayos y darles el paralelismo que necesitan.

3. Una lente convergente para concentrar estos rayos en el volumen de medición, y lograr que en el punto donde se cruzan y se forman las franjas de interferencia, sea donde los dos haces tengan la anchura mínima. Para esto es importante observar la colocación del láser según el punto 1.

Entre el divisor de haz y la lente puede colocarse un módulo con una celda de Bragg o cualquier otro medio de corrimiento de frecuencia, para modular uno de los haces de luz y lograr el movimiento de las líneas de interferencia. En el otro rayo no modulado deberá colocarse un compensador de camino óptico, se deja preparado un módulo para que en el futuro se incorpore la celda de Bragg.



4. Si consideramos una separación máxima de los rayos, al incidir en la lente transmisora, de $d=90\text{ mm}$, una distancia focal $f=250, 400\text{ y }600\text{ mm}$, un ancho del haz al entrar a la lente $\omega_1 = 0,81\text{ mm}$ y $\lambda = 6328\text{ \AA}$, obtenemos para cada una de las distancias focales las siguientes características del volumen de medición:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

f mm	dm μm	lm μm	hm μm	VD $10^4 m^2$	s μm	Nfr
250	126	701	124	5.77	1.78	70.73
400	200	1779	198	37.10	2.83	70.73
600	299	3989	298	186.55	4.23	70.73

El factor de calibración c es la velocidad que produciría un MHz de frecuencia Doppler. Y es para cada distancia focal de 1.78, 2.83 y 4.23 (m/s)/MHz respectivamente.

El intervalo de velocidades que pueden ser resueltas (según el criterio de Rayleigh, que hemos estado usando) es para cada longitud focal de 5.72 a 572 m/s, de 9.06 a 906 m/s y de 13.5 a 1350 m/s respectivamente (el múltiplo de 100 es debido a la fineza del láser).

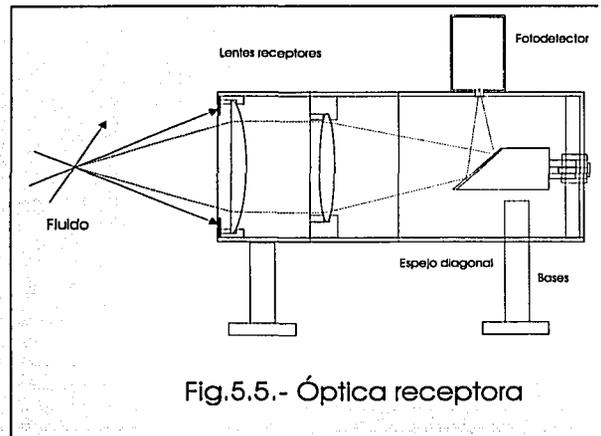
La resolución espacial es de 126, 200 y 299 μm respectivamente, en la dirección del flujo. La resolución espacial puede ser aumentada ensanchando el haz antes de su paso por la lente transmisora, aunque esto trae aparejada la disminución del número de franjas. Como vimos en el Capítulo II, si el ancho del láser al entrar en la lente transmisora es de 2mm, entonces la resolución espacial es de 51, 81 y 121 μm respectivamente y el número de franjas 28.64.

5.5.- Óptica Receptora

La óptica de recepción consiste de una lente de 100 mm de diámetro y de la misma distancia focal que la lente transmisora, con una pantalla o pupila para impedir el paso de los rayos directos del láser, y no así la luz difractada por las partículas en el volumen de medición. La gran abertura de la lente permite coleccionar una gran cantidad de luz proveniente de las partículas en el fluido y aumentar así, sin pérdida de coherencia, la relación señal-ruido del VLD. Posterior a la lente hay otra lente de menor diámetro, 60 mm, distancia focal de 200 mm y un espejo diagonal a 45°, el cual puede deslizarse longitudinalmente y girar sobre el eje óptico y cuya función es concentrar la luz recibida de la partícula en el volumen de medición en la pequeña abertura del receptáculo del fotodetector.

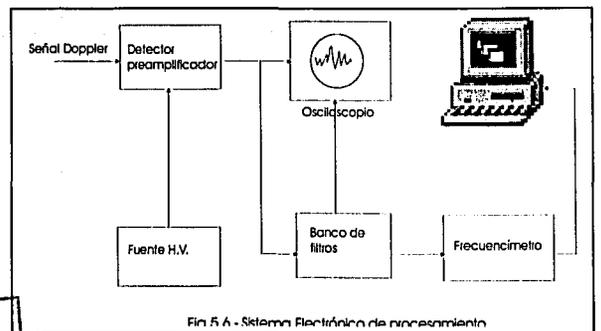
El objetivo del espejo diagonal es el poder usar esta parte del sistema como óptica transmisora y receptora simultáneamente, en el caso de experimentos en que tengamos que usar dispersión hacia atrás.

El dispositivo del fotodetector cuenta con un pequeño orificio alrededor de 0.1 mm e inmediatamente se coloca atrás un filtro de interferencia a la longitud de onda del láser, y enseguida el fotodetector, un fotodiodo ó un fotomultiplicador. Cuenta además con un sistema de enfoque y un sistema para poder moverse en las direcciones XYZ.



Para la detección de la señal contamos con ambos, un fotodiodo avalancha y un fotomultiplicador: Contamos con un manejador del fotodiodo y un preamplificador de 400 MHz.

Para la visualización de la señal contamos con



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

un osciloscopio. Y para el procesamiento de la señal con el frecuencímetro y en fechas próximas con el procesador de ráfaga. Y una computadora PC.

5.6.- Montaje a haz de referencia.

Este modo se consigue quitando las lentes de la óptica receptora y poniendo un diafragma con un pequeño orificio (Fig.5.7), de tal manera que se

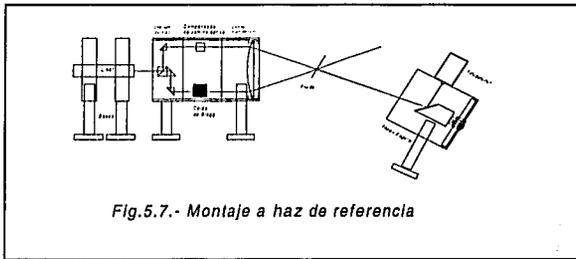


Fig.5.7.- Montaje a haz de referencia

cumpla la condición de coherencia (Ecuación 2.21). El haz de referencia se modula con un par de polarizadores, aumentando su intensidad hasta obtener una buena relación señal-ruido ó hasta el límite cuántico de detección (Ecuaciones 2.15 y 2.17).

5.7.- Montaje a franjas de interferencia.

Es el que se ilustra en la Fig.5.1 y consta de divisor de haz, óptica transmisora, óptica receptora

y sistema de detección y procesamiento de la señal.

5.8.- Montaje a doble dispersión.

En este modo un solo rayo ilumina la partícula, la luz dispersada es captada en dos direcciones

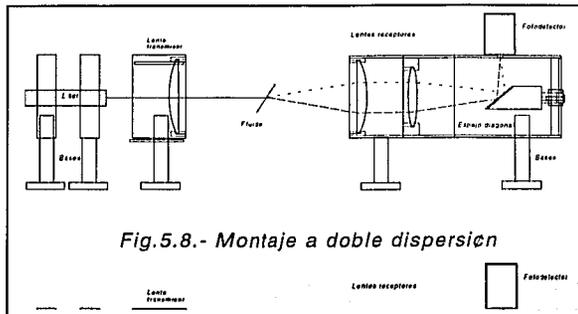


Fig.5.8.- Montaje a doble dispersión

diferentes (Fig.5.8). La luz directa es obstruida por un diafragma.

Un caso interesante en este modo es utilizando cuatro agujeros en el diafragma en lugar de dos y con la ayuda de cuatro polarizadores, puestos 2 en una dirección y los otros dos en la dirección perpendicular, y con dos fotodetectores y un espejo separador de haz podemos obtener dos componentes de la velocidad simultáneamente.

Otro caso sería el de doble retrodispersión.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

**FALTA
LAS
PAGINAS**

42

A

43

VI.- RESULTADOS, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Aunque los primeros velocímetros láser Doppler (VLD), datan de los setenta, y en esa década y la siguiente tuvieron un desarrollo acelerado, lográndose numerosas aplicaciones en la investigación científica y en la industria, la VLD no puede considerarse a la fecha como una tecnología obsoleta, y mucho menos en un país en "desarrollo" como México, donde podemos contar los VLD existentes con los dedos de las manos.

En la actualidad, con el advenimiento de las fibras ópticas y la fotónica se han elaborado nuevas versiones del VLD totalmente construidos con óptica integrada de fibras ópticas. También se han desarrollado velocímetros Doppler que usan haces de ultrasonido.

Construir nuestros propios instrumentos de medición para el apoyo de la investigación, adecuados a nuestras condiciones reales, venciendo las innumerables dificultades que se encuentran en el camino, tiene como consecuencia inmediatas dominar los aspectos teóricos y técnicos para su realización, la capacitación de personal, el ahorro de recursos, pero sobre todo la experiencia y el conocimiento profundo del tema que esta praxis implica. A largo plazo es una modesta contribución al desarrollo científico y tecnológico del país.

En este trabajo de tesis exponemos, en el Cap.I, de una manera rigurosa pero accesible las bases teóricas para el corrimiento Doppler con dispersión tomando como punto de partida las transformaciones de Lorentz de la teoría de la relatividad especial de A. Einstein.

En el Cap.II, aplicamos el corrimiento Doppler a dos configuraciones del VLD, la de "Haz de Referencia" y la de "Franjas de Interferencia", las que dan la misma frecuencia, ó sea, la misma velocidad de la partícula, lo cual era de esperarse. puesto que el corrimiento de frecuencia sólo depende de la velocidad de la partícula y de la geometría del sistema, y es:

$$f = \left(\frac{2V}{\lambda} \right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} \right) \cos\beta, \quad (6.1)$$

donde f es la frecuencia Doppler, $V\cos\beta$ la componente de la velocidad de la partícula que se va a medir, λ la longitud de onda y α el ángulo entre los dos haces de luz.

La filosofía de las dos configuraciones es totalmente distinta. En el método de haz de referencia el fotodetector, casi puntual, se pone sobre el haz de referencia, mientras que el otro haz ilumina la partícula. El ángulo máximo entre el haz de referencia y la señal de la partícula está limitado por el cono de coherencia, y es de unos cuantos minutos de arco. La intensidad del haz de referencia se puede ir modulando para aumentar la relación señal-ruido hasta el límite cuántico de detección.

En el caso de franjas de interferencia los dos haces de luz láser son enfocados por una lente, formando un patrón tridimensional de franjas de interferencia, llamado volumen de prueba ó de medición, por donde pasan las partículas cuya velocidad se va a medir, al pasar una partícula por las zonas alternadamente iluminadas y oscuras

emite un "burst" de ondas con frecuencia igual a la frecuencia Doppler.

Para las dos configuraciones se analizan, en los párrafos 2.2 y 2.8, las fuentes de ruido de la señal Doppler y se obtiene la relación señal-ruido para el caso de que el detector sea un fotomultiplicador. Se obtiene también el límite cuántico de detección de la señal. El cual es para haz de referencia:

$$P_s = \frac{h\nu}{\eta} \Delta\nu, \quad (6.2)$$

y para franjas de interferencia:

$$P_s = \frac{4h\nu}{\eta} \Delta\nu, \quad (6.3)$$

donde P_s es la potencia mínima detectable de la señal, $h\nu$ la energía del fotón, η la eficiencia cuántica y $\Delta\nu$ el ancho de banda del fotodetector.

Para cada una de estas configuraciones se analizaron las condiciones geométricas necesarias para obtener una señal coherente o en fase sobre todos los puntos del fotodetector, llamadas condiciones de coherencia, las cuales imponen severas restricciones en la alineación del sistema óptico.

Llegando a la conclusión de que el método de franjas de interferencia permite mayor flexibilidad en las condiciones de coherencia, en el caso de observar una sola partícula en el volumen de medición, puesto que si la onda de luz proviene de una sola partícula (casi puntual), es coherente en todo su frente de onda, lo que permite una gran apertura para coleccionar más luz y aumentar así la relación señal-ruido.

Cuando hay más de una partícula, simultáneamente, en el volumen de medición, se obtiene una mezcla de señales "coherentes" e "incoherentes".

Para obtener las propiedades del volumen de prueba, formado en el cruce de los dos haces del láser, enfocados por una lente convergente, es necesario considerar a la luz láser no simplemente como una línea de luz, sino como un haz gaussiano complejo, producido por un resonador Fabry-Perot, en la cavidad del láser. Obtenemos el radio de curvatura complejo, el cual contiene toda la información espacial del haz gaussiano. Aplicamos a este par de haces la ley ABCD de la aproximación de rayos paraxiales y obtenemos la localización, las dimensiones, lm , dm y hm , el volumen y el número de franjas de interferencia, N_{fr} , del volumen de prueba.

Estas no son las únicas configuraciones posibles. Está el caso del sistema de "doble dispersión", donde un solo haz ilumina la partícula a medir y la luz difractada por ésta es colectada en dos diferentes direcciones y después combinada en el fotodetector. Este sistema podría ser muy importante en mediciones a grandes distancias. El problema con esta configuración es adaptarle una celda de Bragg en uno de los dos caminos ópticos, para usar las ventajas del corrimiento de frecuencia. Quizás esto lo podamos resolver en el futuro con el uso de fibras ópticas.

En el Cap.III, analizamos como se forma la señal Doppler de la luz difractada por una partícula que "sigue" el movimiento del fluido, cuando esta cruza el volumen de prueba. Y el preprocesamiento de esta señal con filtros pasa-altas y pasa-bajas, para obtener una señal lo más limpia posible.

Enseguida analizamos los principales sistemas procesadores de señal, que son:

Analizador espectral de frecuencia.

Convertidor frecuencia- voltaje ó seguidor de frecuencia.

Contador de frecuencia.

Contador de fotones.

Interferómetro Fabry-Perot de barrido, y

Procesador de bursts (ráfaga).

El uso de uno u otro depende de lo que queramos medir del fluido y de las características de éste. Si queremos medir la distribución de velocidades promediada en un intervalo grande de tiempo, o el grado de turbulencia del fluido, entonces el más adecuado es el analizador espectral de frecuencia. Si queremos seguir las fluctuaciones de velocidad del fluido en tiempo real, entonces usaremos el seguidor de frecuencia; con baja concentración de partículas, el contador de frecuencia. a altas velocidades del fluido, el interferómetro Fabry-Perot de barrido.

Con el desarrollo de las microcomputadoras y las tarjetas de captura cada vez más rápidas se abre la posibilidad de capturar la señal y simular en la computadora cualquiera de estos procesadores, excepto el Fabry-Perot de barrido, por ejemplo, con una tarjeta de captura de 1GHz, con una razón de muestreo de 10 puntos por ciclo, podemos digitalizar una señal de hasta 100MHz, lo que corresponde, con la configuración del ejemplo del Cap.I, a una velocidad cercana a la del sonido. El procesador de bursts realiza un muestreo

de la señal y calcula la transformada rápida de Fourier de un burst en lo individual, en el tiempo que ocurre. Tiene la habilidad de separar la señal del ruido y hacer medidas precisas de la frecuencia Doppler de la señal en presencia de ruido.

En el Cap.IV, analizamos diferentes métodos de corrimiento de frecuencia de uno de los haces del láser, con el objetivo de poder conocer la dirección de la componente de la velocidad de la partícula medida por el VLD. Llegando a la conclusión de que la forma más práctica es con el uso de una celda de Bragg, en la cual el haz láser interacciona con una onda de sonido de alta frecuencia de tal manera que la frecuencia del haz emergente está corrida por la frecuencia de la onda de sonido; y donde la eficiencia de la difracción de Bragg depende de la potencia de la onda sonora.

Una forma eficiente para el corrimiento de frecuencia, es usar una celda de Bragg operando con una onda sonora a una frecuencia fija, por ejemplo 40MHz y un corrimiento electrónico de frecuencia variable.

El capítulo cinco lo dedicamos a lo que es propiamente el diseño y la construcción del VLD, tomando en cuenta todo lo visto en los capítulos anteriores y el apéndice.

Nuestro objetivo no es aplicar la velocimetría láser Doppler para medir la velocidad en un experimento en particular, sino tener un instrumento que nos permita medir velocidades (y algunas otras propiedades relacionadas) en una variedad de experimentos con fluidos, es por eso que se diseñó un instrumento modular, casi estándar que nos fuera útil en diversas circunstancias.

Los módulos a grandes rasgos son: Óptica transmisora, óptica receptora, detección y procesamiento de la señal.

La óptica transmisora a su vez se compone de: Fuente de luz láser, módulo del divisor de haz, módulo de la celda de Bragg y módulo de la lente transmisora.

La óptica receptora se compone de: pantalla o pupila, módulo de lente receptora, módulo de lente concentrador, módulo en "T" del espejo diagonal, acoplador a la óptica receptora, sistema de enfoque, desplazador XY, orificio (alrededor de 100 μm), filtro de interferencia (a $\lambda = 6328 \text{ \AA}$) y acoplador al fotomultiplicador.

El módulo de detección consta de: Fotomultiplicador, fuente de alto voltaje, amplificador de alta frecuencia (0 a 400 MHz), banco de filtros, osciloscopio, cables coaxiales y conectores BNC.

El procesador de la señal dependerá del sistema o las variables que se quieran medir en una aplicación concreta, aunque convendría adquirir o construir alguno que fuera muy general.

Como se dice en el Cap.V, el sistema óptico se puede armar para funcionar en los modos de haz de referencia, de franjas de interferencia en dispersión hacia adelante ó en retrodispersión; y en el de doble dispersión hacia adelante o doble retrodispersión.

Con otro módulo de detección podría trabajar en doble-doble dispersión y se obtendrían dos componentes de la velocidad simultáneamente. Usando un láser de gran potencia y dos ó cuatro telescopios podríamos obtener medidas

de la distribución y velocidades de las partículas en la atmósfera.

Con dos módulos de óptica receptora, colocados para observar el mismo volumen de prueba, pero a diferente ángulo, podemos obtener un velocímetro láser Doppler de fase, el cuál nos permite al medir la diferencia de fase de los dos bursts generados al pasar una partícula esférica, (por ejemplo, aerosoles) por el volumen de prueba, obtener además de la velocidad, el tamaño de las partículas. O decidir si se trata de una partícula esférica o una irregular, [24], [25].

Caracterización del láser

Para caracterizar el láser se cuenta con la información del fabricante, pero esta no es suficiente puesto que no da información de la fineza de la cavidad resonante. El láser usado es un láser HeNe, multimodo, con longitud de onda $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, marca Oriel, modelo 79309, de 20 mW de potencia y la longitud de la cavidad resonante de 47 cm, con una separación entre modos longitudinales de 320 MHz.

Para medir la divergencia del láser se usó una cámara fotográfica sin lente y con el obturador a $1/1000$ de segundo (Fig.6.1). Se tomó una exposición a la salida, $z=0$, del láser y otra a $z=1.80 \text{ m}$,

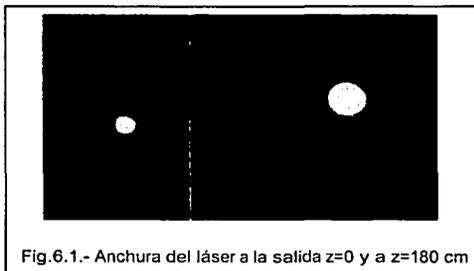


Fig.6.1.- Anchura del láser a la salida $z=0$ y a $z=180 \text{ cm}$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

donde z es el eje de propagación del láser. Los resultados aproximados son: el ancho a $z=0$, $\omega_0 = 0.81 \text{ mm}$ y a $z=180$, $\omega_{180} = 2.03 \text{ mm}$. Por lo tanto el ángulo de difracción es de $\theta = 0.66 \text{ mrad}$. Como observación adicional puede verse en las fotos la gran cantidad de difracción adicional al TEM_{00} que tiene el láser usado, los cuales al enfocarse por la lente transmisora en el volumen de prueba también forman un patrón de interferencia espacialmente caótico y que se traduce en una señal láser muy ruidosa. Es importante limpiar el haz del láser con un filtro espacial para dejar solamente el TEM_{00} . Esto quedó pendiente en este caso.

Para obtener los modos de oscilación del láser se midió el espectro de frecuencias con un Fabry-Perot de barrido marca Coherent con un rango

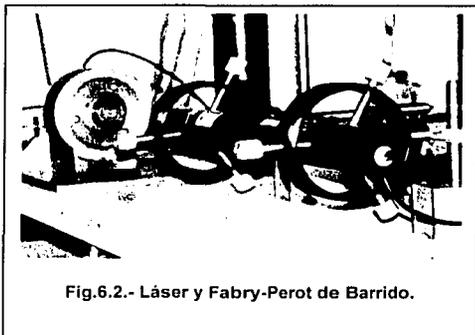


Fig.6.2.- Láser y Fabry-Perot de Barrido.

libre espectral de 1.5 GHz y una fineza $F=300$. Esto se realizó en el Laboratorio de Láseres en el Centro de Ciencias Físicas de la UNAM, en Cuernavaca Mor. (Figs.6.2 y 6.3)

Como podemos apreciar de las fotografías del espectro de emisión del láser (Fig.6.4), el perfil de la línea de emisión del Neón, ensanchada por el corrimiento Doppler térmico, es una



Fig.6.3.- Manejador del barrido del Etalon Fabry-Perot, amplificador y osciloscopio.

gaussiana centrada en $\lambda_0 = 6328 \text{ \AA}$ y cuyo ancho de banda está dado [12] por:

$$\Delta \nu_D = 2\nu_0 \frac{2KT}{Mc^2} \ln 2, \quad (6.4)$$

en nuestro caso, para $\lambda_0 = 6328 \text{ \AA}$, $M=20$ y $T=300^\circ\text{K}$ el ancho de banda $\Delta \nu_D \approx 1.5 \times 10^9 \text{ Hz} = 1.5 \text{ GHz}$. Lo cual coincide con el rango libre espectral del Fabry-Perot de barrido que usamos en la medición.

En la Fig.6.4 se observa que el espectro de emisión láser consta de cinco modos distribuidos en el ancho de banda de aproximadamente 1.6 GHz , lo que nos da una separación entre modos de 320 MHz . Esto coincide con lo que habíamos

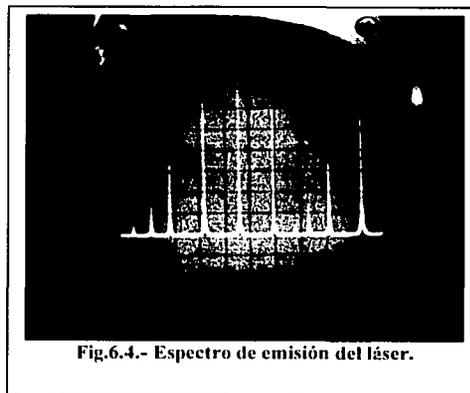


Fig.6.4.- Espectro de emisión del láser.

calculado a partir de la ecuación A.81.

En la misma figura se puede ver que las líneas de emisión láser son muy delgadas, siendo la línea central la más delgada. Aumentando la frecuencia de barrido del osciloscopio para tener solo dos líneas (Fig.6.5) encontramos que el ancho de la línea central a la mitad de su amplitud (definición de $\Delta v_{1/2}$), coincide o es inferior al mínimo de resolución del osciloscopio, aproximadamente 0.5mm y la separación entre las dos líneas es de alrededor de 50mm . Lo que nos da una fineza de $F \approx 100$. Lo cual corresponde a una reflectividad $R \approx 97\%$ del espejo de salida de la cavidad láser y es casi la óptima para un láser de HeNe a esta

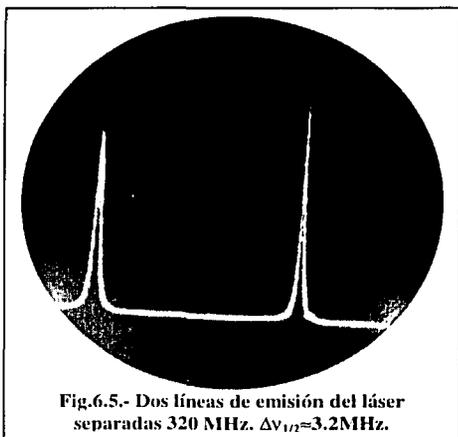


Fig.6.5.- Dos líneas de emisión del láser separadas 320 MHz. $\Delta v_{1/2} \approx 3.2\text{MHz}$.

longitud de onda y esta potencia.

Podemos concluir que el intervalo de frecuencias útiles para el VLD es de 3.2 MHz a 320 MHz. Lo que nos da un intervalo de velocidades de 5.7, 9.0 y 13.5 m/s a 570, 900 y 1350 m/s, para las lentes de 250mm, 400 mm y 600 mm de distancia focal. Esto a "simple vista", aunque con el uso de filtros ó con el método de franjas de interferencia y una

celda de Bragg el límite inferior puede bajar mucho.

La construcción del VLD.

Una vez caracterizado el láser y con un esquema general del dispositivo a construir (Fig.5.1), había que hacer el diseño de cada una de sus partes, o por lo menos un diagrama lo suficientemente elaborado (hay que aclarar que no tenemos la formación de diseño industrial) para que los técnicos del taller pudieran interpretar correctamente lo que queríamos. Esto nos llevó a un proceso largo y tedioso y a veces controvertido y de aprendizaje mutuo, para poder lograr la construcción de todas y cada una de las partes de los módulos de la óptica del VLD.

Hay que hacer notar que tanto la óptica como la optomecánica son industrias que no existen en México, así que no se pueden comprar las piezas de alta calidad necesarias a buen precio y tenerlas en un tiempo razonable. Las que se importan desde el extranjero tienen precios muy altos y el traslado duplica a veces su valor, además del tiempo que tardan en llegar. Por lo que decidimos



Fig.6.6.- Módulo del divisor de haz.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

comprar lo mínimo en el extranjero.

Las lentes (tres juegos de dos lentes cada uno, de 100 mm de diámetro y distancias focales de 250, 400 y 600 mm) y los prismas fueron fabricados en el INAOE en Tonantzintla, Pue.

Todas las piezas de optomecánica fueron fabricadas en el Taller de la Facultad de Ciencias de la UNAM.

La fabricación de las piezas tuvo sus dificultades. Las piezas pequeñas y de alta precisión no son fáciles de construir, hubo que hacer y desechar pruebas. Entre ellas tuvo especial dificultad el módulo del separador de haz (Fig.6.6) debido a los movimientos necesarios para colocar y orientar los prismas hasta conseguir dos rayos paralelos y en el plano del eje de la lente, para poder enfocarlos en el volumen de prueba y formar el patrón de interferencia necesario para el método de franjas.

Una vez construidas las partes se procedió a armar el VLD en la mesa óptica, para probarlo y hacer las correcciones necesarias. Como hubo que hacer correcciones al módulo del separador de haz, se montó inicialmente

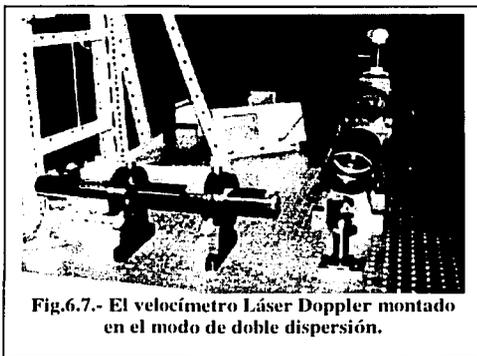


Fig.6.7.- El velocímetro Láser Doppler montado en el modo de doble dispersión.

el VLD en el modo de doble dispersión que se explica a continuación



Fig.6.8.- Un haz láser enfocado en el volumen de prueba

Modo de Doble Dispersión

Para lograr el modo de doble dispersión (hacia delante) un haz es enfocado por la lente transmisora en el volumen de prueba. La luz dispersada por las partículas que pasan por éste pasa a su vez por dos orificios hechos en una pantalla que cubre la lente receptora (Figs.6.7, 6.8 y 6.9), el rayo directo es obstruido por la pantalla. La luz que pasa por los orificios es concentrada simultáneamente en un pequeño orificio

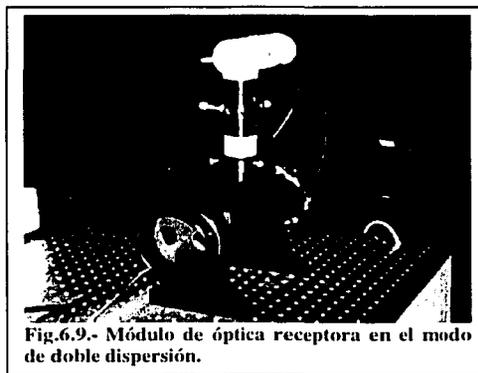


Fig.6.9.- Módulo de óptica receptora en el modo de doble dispersión.

frente al fotomultiplicador. Antes del fotomultiplicador se coloca el filtro de interferencia centrado a $\lambda_0 = 6328 \text{ \AA}$ y un ancho de banda de $\pm 1 \text{ \AA}$.

La señal generada por el paso de una partícula de polvo en el aire es mostrada en la Figs. 6.10 y 6.11 y la generada por muchas partículas es mostrada en la Fig.6.12. Un espectro de frecuencias instantáneo, formado por el paso de partículas por el volumen de prueba, es mostrado en la Fig.6.13. El cual nos muestra varios picos de frecuencia Doppler en el intervalo de 0 a 45 MHz.

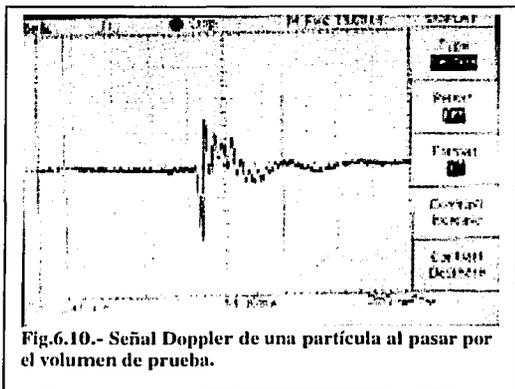


Fig.6.10.- Señal Doppler de una partícula al pasar por el volumen de prueba.

Podemos resumir que este trabajo de tesis consistió en el diseño y la construcción de la parte óptica del VLD, hasta el punto de obtener la señal Doppler

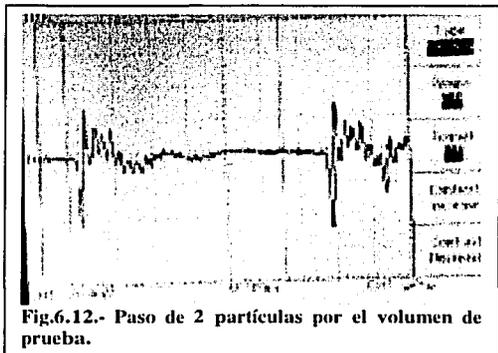


Fig.6.12.- Paso de 2 partículas por el volumen de prueba.

lo suficientemente limpia como para ser

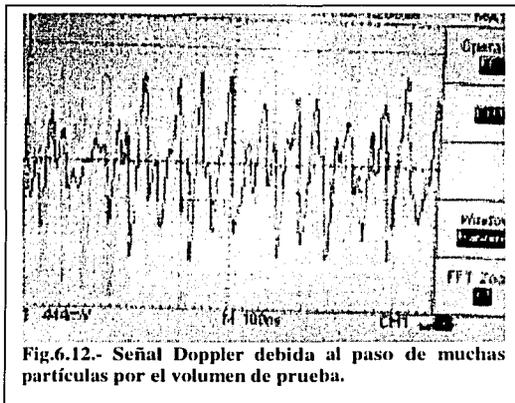


Fig.6.12.- Señal Doppler debida al paso de muchas partículas por el volumen de prueba.

procesada por alguno de los métodos ya mencionados. Objetivo que se cumplió plenamente en el caso de los montajes de doble dispersión y de franjas de interferencia. El modo de haz de referencia no lo probamos debido a la gran potencia del láser y a que el detector es un fotomultiplicador.

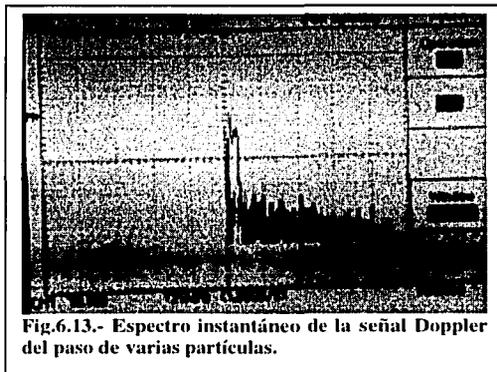


Fig.6.13.- Espectro instantáneo de la señal Doppler del paso de varias partículas.

Tareas pendientes

1. Poner a la salida del láser un filtro espacial y un expansor del haz, con los fines de limpiar el rayo de todos los modos mayores al TEM₀₀ y de la difracción, para tener un volumen de prueba mejor

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

definido y un patrón de interferencia mucho más claro, mejorando con esto la señal Doppler. Y al mismo tiempo aumentar la resolución espacial (es decir, reducir las dimensiones del volumen de prueba) del VLD. El costo por este aumento de la resolución espacial es disminuir el número de franjas de interferencia en el volumen de prueba. Recordemos que entre más ancho es el mínimo anterior, antes de pasar por la lente (ω_1), más pequeño será el mínimo, ω_2 , después de pasar por la lente. Esta relación esta dada por:

$$\omega_2 = \frac{\lambda f_1}{\pi \omega_1} \quad (6.5)$$

2. Hacer una ventanilla con un espejo y una lente, en el modulo de detección, para enfocar más fácilmente la ó las imágenes del volumen de prueba en el orificio previo al fotomultiplicador. Probar con orificios de diferente tamaño.

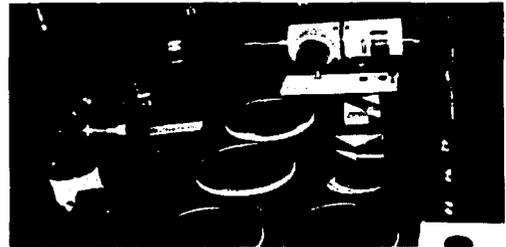
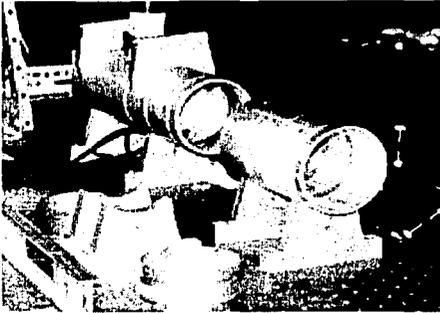
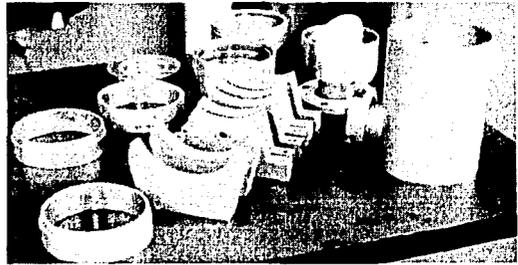
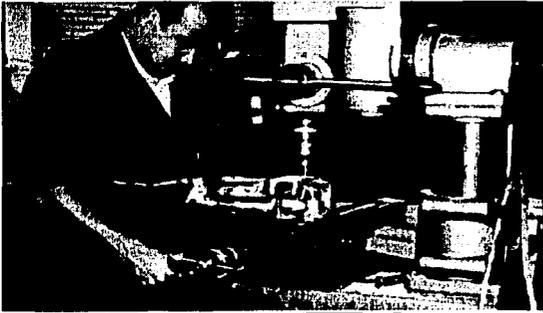
3. Probar la detección con fotodiodos.
4. Adquirir la celda de Bragg y montarla en el módulo preparado para ella.
5. Montar todo el sistema óptico en un riel (hasta ahora está montado en la mesa óptica). Y todo en un desplazador XYZ. Controlar el desplazamiento mediante computadora.
6. Probar el sistema en retrodispersión.
7. Construir, obtener o usar los procesadores de señal Doppler que ya tenemos en la Facultad. Y hacer mediciones de flujos conocidos para calibrar el VLD.
8. Aplicarlo para medir velocidades en diferentes experimentos con fluidos.

Una vez cumplidos los puntos anteriores podemos tener un sistema lo suficientemente desarrollado que incluso podría ser comercial.

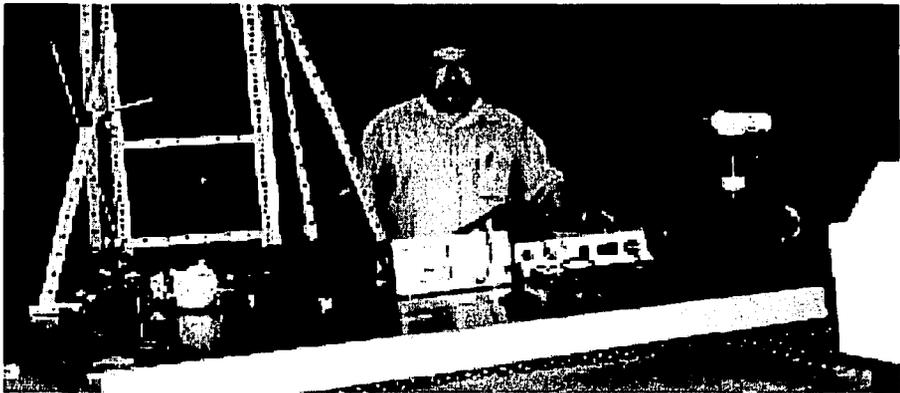
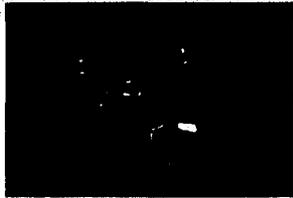
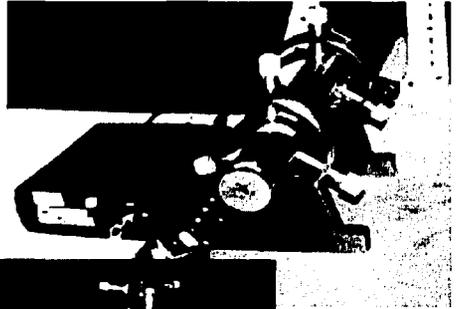
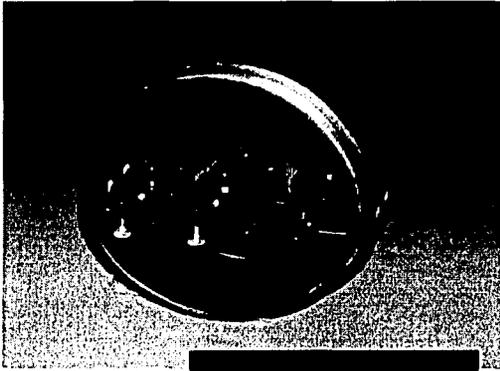
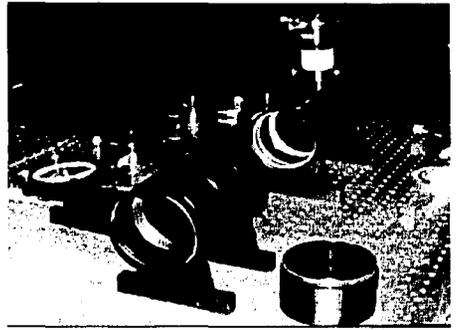
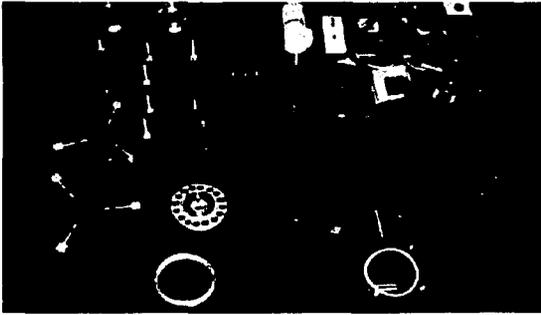
**FALTA
PAGINA**

53

5.9.- Imágenes del proceso de construcción



Temas
FALLA DE ORIGEN



APÉNDICE

A.1.- Propagación de Rayos de Luz Láser en Sistema Ópticos Pasivos.

Muchas veces nos preguntamos que pasará si hacemos incidir un haz láser en un sistema óptico como una lente o sistema de lentes, un espejo ó un sistema de espejos, un material homogéneo o un material heterogéneo. Llamamos sistema óptico pasivo a aquel que no presenta fenómenos que nos conduzcan a la emisión o absorción estimulada de la radiación láser ó donde esta radiación interactue con ella misma (óptica no lineal). Estamos hablando, por lo tanto, de un sistema óptico común y corriente.

El problema que tenemos que resolver entonces es, si conocemos la características del haz a la entrada del sistema óptico, como son el diámetro del haz, la curvatura del frente de onda, la fase, encontrar estas a la salida del sistema óptico.

Usaremos la aproximación de Rayos Paraxiales, supondremos que la radiación es monocromática, lo cual es muy aproximado a la realidad en el caso de los láseres y que la absorción del sistema es despreciable.

A.2.- Rayos Paraxiales.

Tomemos un sistema óptico con simetría axial, sea el eje Z el eje de simetría, describiremos un rayo que entra o sale del sistema (Fig.A.1), por dos variables:

$r(z)$ = radio o distancia del rayo al eje óptico,

$r'(z)$ = inclinación del rayo respecto al eje óptico.

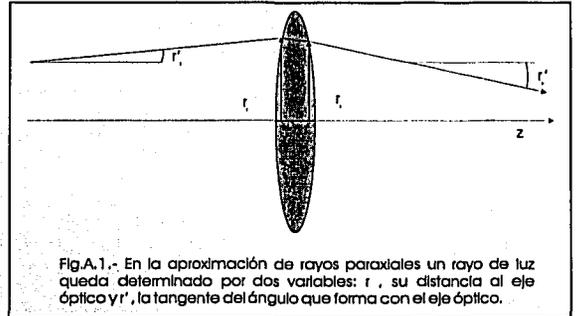
De la definición tenemos que:

$$r'(z) = \frac{dr}{dz} \quad (A.1)$$

Cualquier sistema óptico, en la aproximación de rayos paraxiales, queda descrito por un

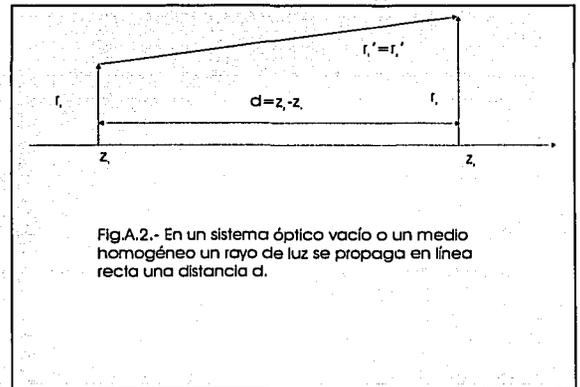
operador, el cual en muchos casos lo podemos representar por una matriz:

$$\begin{pmatrix} r_s \\ r'_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_i \\ r'_i \end{pmatrix}, \quad (A.2)$$



donde r_i y r'_i son el radio y la inclinación del rayo a la entrada del sistema óptico y r_s y r'_s son igualmente el radio y la inclinación del rayo a la salida del sistema. Ejemplos:

Sistema óptico: Vacío o sistema homogéneo de longitud d . (Fig.A.2):



tiene por matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (A.3)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Sistema óptico: Lente delgada de longitud focal f ; $f > 0$, convergente; $f < 0$, divergente, $r_1 = r_2$, (Fig.A.1):

Tiene la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Si queremos encontrar las características mencionadas después de que el rayo atravesó una combinación de dos ó más sistemas ópticos elementales, es suficiente con aplicar los operadores correspondientes en el orden correcto.

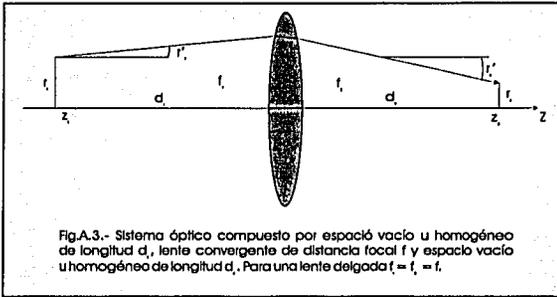


Fig.A.3.- Sistema óptico compuesto por espacio vacío u homogéneo de longitud d_1 , lente convergente de distancia focal f_1 y espacio vacío u homogéneo de longitud d_2 . Para una lente delgada $f = f_1 = f_2$.

Por ejemplo si el rayo, partiendo de z_1 , con valores r_1 y r'_1 , recorre una distancia d_1 de espacio vacío, atraviesa una lente convergente de distancia focal f_1 y posteriormente una distancia d_2 en el vacío hasta el punto z_2 , entonces r_2 y r'_2 estarán dados (Fig.A.3), por:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

para otros ejemplos de sistemas ópticos ver Yariv, A. et al Cap.2 [12].

A.3.- Propagación de Ondas Esféricas.

Sea una onda esférica propagándose en un medio homogéneo partiendo del punto O. De la Fig.A.5, claramente vemos que:

$$R(z_2) = R(z_1) + (z_2 - z_1) \quad (\text{A.6})$$

donde $R(z)$ es el radio de curvatura de la onda en el punto z .

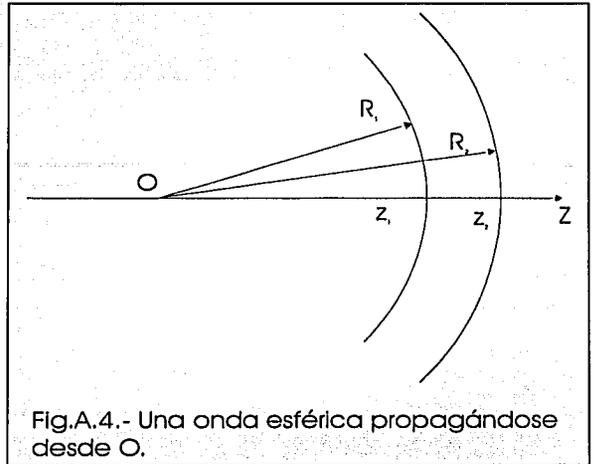


Fig.A.4.- Una onda esférica propagándose desde O.

Si tomamos los rayos luminosos como normales al frente de onda. Y en la aproximación de rayos paraxiales:

$$R(z) = \frac{r(z)}{r'(z)} \quad (\text{A.7})$$

Entonces, como ya vimos antes, para un sistema óptico cualquiera:

$$\begin{pmatrix} r_s \\ r'_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_i \\ r'_i \end{pmatrix},$$

podemos obtener R_2 en función de R_1 y la matriz del sistema óptico:

$$R_2 = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D}. \quad (\text{A.8})$$

Esta ecuación nos relaciona los radios de curvatura de la onda en los planos de entrada y salida del sistema óptico, ó cualesquiera dos planos, siempre que conozcamos los coeficientes A, B, C y D. La generalización para amplitudes complejas de esta ecuación es conocida como la Ley ABCD.

A.4.- El Método de las Amplitudes Complejas.

Para campos que oscilan armónicamente todas las funciones vectoriales que constituyen las ecuaciones de Maxwell tienen la forma general:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \sum x_i F_{x_i} \cos(\omega t + \varphi_i), \quad i=1,2,3, \quad (\text{A.9})$$

donde x_i es un vector unitario en la dirección i , F_{x_i} la componente del campo en esa dirección y φ_i la fase. Sustituyendo $\cos(\alpha)$ por $e^{i\alpha}$ podemos representar a esta función como:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \text{Re } \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{r}, t), \quad (\text{A.10})$$

definimos la amplitud compleja como:

$$\mathbf{F}_m(\mathbf{r}) = \sum x_i F_{x_i} e^{i\varphi_i}, \quad i=1,2,3, \quad (\text{A.11})$$

de modo tal que en la amplitud compleja $\mathbf{F}_m(\mathbf{r})$, tenemos contenida toda la información espacial del campo, como son la magnitud y la fase del mismo en cada punto \mathbf{r} ; entonces el vector complejo del campo está dado por:

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{F}_m(\mathbf{r}) e^{j\omega t}. \quad (\text{A.12})$$

Aplicando este método al campo eléctrico \mathbf{E} y al magnético \mathbf{H} , cambiamos:

$$\mathbf{E} \longrightarrow \mathbf{E}_m e^{j\omega t} \quad \text{y} \quad \mathbf{H} \longrightarrow \mathbf{H}_m e^{j\omega t} \quad (\text{A.13})$$

Podemos deducir la ecuación de onda directamente, sustituyendo los campos eléctricos y magnéticos por sus representaciones complejas. Pero si lo hacemos a partir de las ecuaciones de Maxwell obtendremos un resultado con un contenido físico más profundo. Las ecuaciones de Maxwell para un medio material son:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

donde: $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_{ext}$, son respectivamente los vectores de desplazamiento eléctrico, de intensidad de campo magnético y de densidad de corriente.

Sustituyendo los campos por su representación compleja, la primera ecuación queda:

$$\nabla \times \mathbf{H}_m = i\omega \mathbf{D}_m + \mathbf{J}_m, \quad (\text{A.15})$$

pero $\mathbf{D}_m = \epsilon \mathbf{E}_m$ y $\mathbf{J}_m = \sigma \mathbf{E}_m + \mathbf{J}_{mext}$; entonces:

$$\nabla \times \mathbf{H}_m = i\omega \epsilon \mathbf{E}_m + \sigma \mathbf{E}_m + \mathbf{J}_{mext}, \quad (\text{A.16})$$

podemos escribir el segundo término de esta ecuación como:

$$i\omega \epsilon \mathbf{E}_m + \sigma \mathbf{E}_m = i\omega \left(\epsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E}_m. \quad (\text{A.17})$$

Definimos la constante dieléctrica compleja como:

$$\epsilon_m = \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega}, \quad (\text{A.18})$$

entonces la primera ecuación de Maxwell en forma compleja nos queda:

$$\nabla \times \mathbf{H}_m = i\omega \epsilon_m \mathbf{E}_m + \mathbf{J}_{mext}. \quad (\text{A.19})$$

Similarmente definimos la permeabilidad magnética compleja como:

$$\mu_m = \mu' - i\mu'', \quad (\text{A.20})$$

con $\mu' = \mu \cos \beta$ y $\mu'' = \mu \sin \beta$; donde β es el ángulo de retardo por histéresis, tal que:

$$\mathbf{B}_m = \mu e^{-i\beta} \mathbf{H}_m. \quad (\text{A.21})$$

En resumen las ecuaciones de Maxwell en forma compleja quedan:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}_m &= i\omega \epsilon_m \mathbf{E}_m + \mathbf{J}_{mext} \\ \nabla \times \mathbf{E}_m &= -i\omega \mu_m \mathbf{H}_m \\ \nabla \cdot \mathbf{B}_m &= 0 \\ \nabla \cdot (i\omega \mathbf{D}_m + \sigma \mathbf{E}_m + \mathbf{J}_{mext}) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_m = -\omega \rho_m, \quad (\text{A.23})$$

implica:

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_m = \rho_m. \quad (\text{A.24})$$

Aplicando el rotacional a las dos primeras ecuaciones de Maxwell (A.22) y haciendo uso de la identidad vectorial:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}, \quad (\text{A.25})$$

si el medio es homogéneo y en ausencia de corrientes y cargas netas, es decir ϵ_m y μ_m son constantes y $\mathbf{J}_{mext} = 0$; obtenemos las ecuaciones de onda electromagnética para las amplitudes complejas en un medio homogéneo:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{H}_m + \omega^2 \epsilon_m \mu_m \mathbf{H}_m &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{E}_m + \omega^2 \epsilon_m \mu_m \mathbf{E}_m &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

(Ecuaciones Homogéneas de Helmholtz).

A.5.- Propagación de Haces Gaussianos.

Podemos escribir la ecuación de onda compleja del campo eléctrico de la forma siguiente:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_m + K_m^2 \mathbf{E}_m = 0, \quad (\text{A.27})$$

donde $K_m^2 = \omega^2 \epsilon_m \mu_m$. Definimos el número de onda complejo (para materiales no ferromagnéticos y un medio homogéneo), K_m , tal que:

$$K_m^2 = \omega^2 \mu \epsilon \left(1 - \frac{i\sigma}{\omega \epsilon} \right), \quad (\text{A.28})$$

donde ϵ, σ y μ son reales. Una K_m compleja nos da la posibilidad de representar pérdidas, $\sigma > 0$, o ganancias, $\sigma < 0$, en el medio. Si K_m es compleja e decir: $K_m = k_r - ik_i$, entonces una onda electromagnética propagándose a lo largo del eje Z, tiene la forma:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega x - K_m z)} = \mathbf{E}_0 e^{-k_i z + i(\omega x - k_r z)}. \quad (\text{A.29})$$

Consideremos una onda aproximadamente plana, por ejemplo un TEM₀₀ propagándose a lo

largo del eje Z, podemos, limitar nuestro análisis a una simple componente transversal del campo, tomando \mathbf{E} tal que:

$$\mathbf{E} = \Psi(x, y, z) e^{-ikz}. \quad (\text{A.30})$$

Descomponiendo el laplaciano en una parte transversal y otra a lo largo de Z:

$$\nabla^2 = \nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (\text{A.31})$$

derivando dos veces respecto a z, simplificando los términos y suponiendo que la variación transversal del campo es muy pequeña comparada con la variación respecto a z, o al cambio de z; tal que $\Psi'' \rightarrow 0$, (donde la ' significa la derivada respecto a z). Entonces la ecuación de onda compleja del campo eléctrico nos queda:

$$\nabla_t^2 \Psi - 2ik\Psi = 0, \quad (\text{A.32})$$

es la ecuación diferencial que gobierna la propagación de haces gaussianos en un medio homogéneo. En este caso:

$$k = k_r = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (\text{A.33})$$

es la parte real del número de onda complejo.

Proponemos una solución de la forma:

$$\Psi = e^{-i(P(z) + \frac{1}{2}Q(z))}, \quad (\text{A.34})$$

donde P(z) y Q(z) son dos polinomios de z, una deducción detallada de la solución puede verse en Yariv A., et al [12], sea:

$$Q(z) = k \frac{a}{az + b}, \quad (\text{A.35})$$

donde a y b son arbitrarias. Definimos un nuevo y más conveniente parámetro q definido por:

$$q(z) = \frac{k}{Q(z)}, \quad (\text{A.36})$$

de donde $q(0) = \frac{b}{a}$, entonces:

$$q(z) = z + q_0, \quad (\text{A.37})$$

vemos que el parámetro $q(z)$ se comporta de manera similar al radio de curvatura $R(z)$ de una onda esférica. Definimos a $q(z)$ como el radio de curvatura complejo del haz gaussiano.

Similarmente obtenemos:

$$P' = -i \frac{Q}{k}, \quad (\text{A.38})$$

entonces $P' = \frac{-i}{z + q_0}$ y:

$$P(z) = -i \ln \left(1 + \frac{z}{q_0} \right). \quad (\text{A.39})$$

Combinando estas dos últimas ecuaciones obtenemos una expresión de la solución que buscamos:

$$\Psi = e^{-i \left(-i \ln \left(1 + \frac{z}{q_0} \right) + \frac{k r^2}{2(q_0 + z)} \right)}, \quad (\text{A.40})$$

escogemos la constante de integración q_0 como puramente imaginaria y la expresamos en términos de una constante real ω_0 como:

$$q_0 = i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}. \quad (\text{A.41})$$

Al escoger q_0 imaginaria obtenemos ondas cuya densidad de energía está confinada cerca del eje Z. Usando esto último y recordando que el campo $\mathbf{E} = \Psi(x, y, z) e^{-ikz}$ obtenemos el resultado básico que buscamos, conocido como la Solución Fundamental de Haces Gaussianos:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{\omega_0}{\omega} e^{i \left(-(kz - \varphi) - \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{ik}{2R} \right) r^2 \right)}, \quad (\text{A.42})$$

donde:

$$\begin{aligned} \omega^2(z) &= \omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right) \\ R(z) &= z \left(1 + \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda z} \right)^2 \right) \\ \phi(z) &= \tan^{-1} \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

Analizando este resultado observamos que el parámetro $\omega(z)$ es la distancia r del eje Z a la cual la amplitud del campo disminuye por el factor $\frac{1}{e}$, comparada con su valor sobre el eje, llamaremos a $\omega(z)$ el ancho del haz ("beam spot size"). El parámetro ω_0 es la anchura mínima o sea la anchura del rayo a $z=0$. El parámetro R es el radio de curvatura de un muy cercano frente de onda esférico como si fuera emitido por una fuente puntual puesta en $z=0$, estrictamente hablando, con excepción de la inmediata vecindad del plano $z=0$, los frentes de onda son parabólicos puesto que ellos son definidos por:

$$k \left(z + \left(\frac{r^2}{2R} \right) \right) = \text{const} \quad (\text{A.44})$$

para $r^2 \ll z^2$ la diferencia entre superficies parabólicas y esféricas es despreciable. En la vecindad de $z=0$ el radio de curvatura $R \rightarrow \infty$, por lo que aquí tenemos ondas planas.

La forma del haz Gaussiano TEM₀₀ está determinada unívocamente por la anchura mínima ω_0 y su localización, esto es, el plano $z=0$, la anchura $\omega(z)$ y el radio de curvatura $R(z)$ quedan determinadas según vimos antes, la envolvente a $r=\omega$ nos determina la dirección del flujo de energía y es representada por la superficie hiperbólica:

$$x^2 + y^2 = \text{const.} \omega^2, \quad (\text{A.45})$$

la cual para z grande es asintótica al cono:

$$r = \frac{\lambda}{\pi \omega_0} z, \quad (\text{A.46})$$

a cuya mitad de ángulo ápice la tomamos como la abertura angular de propagación del rayo y esta dada por:

$$\theta_{\text{rayo}} = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda}{\pi \omega_0} \right) \cong \frac{\lambda}{\pi \omega_0}. \quad (\text{A.47})$$

A.6.- La Ley ABCD

Recordando la definición del radio de curvatura complejo $q(z)$ e identificando los términos en la exponencial obtenemos:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{q_0 + z} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2(z)}. \quad (\text{A.48})$$

Acorde con esto si conocemos el valor de $q(z)$ en algún plano, por ejemplo z_1 , podemos encontrar su valor en cualquier otro plano z_2 por:

$$q(z_2) = q(z_1) + (z_2 - z_1), \quad (\text{A.49})$$

vemos que al pasar través de un medio homogéneo $q(z)$ se transforma exactamente igual que el radio de curvatura $R(z)$ de una onda esférica. Además, al pasar a través de una lente delgada la anchura del haz Gaussiano $\omega(z)$ no cambia, mientras que $R^{-1}(z)$ cambia por la cantidad $-f^{-1}$, entonces encontramos que al pasar por una lente delgada $q(z)$ se transforma de acuerdo con:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f}. \quad (\text{A.50})$$

La similitud que hay entre estos dos ejemplos y los correspondientes al radio de curvatura de una onda esférica nos muestra que $q(z)$ se transforma en todos los casos del mismo modo que el radio de curvatura $R(z)$ de una onda esférica. Entonces los valores de q a cualesquiera dos planos están relacionados por la Ley ABCD como sigue:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}, \quad (\text{A.51})$$

donde A, B, C y D son los elementos de la matriz de un sistema óptico cualquiera en la

aproximación de rayos paraxiales entre los planos z_1 y z_2 .

Ejemplo: Sea una lente delgada de longitud focal f_1 . Calculemos el ancho del haz en el foco de la lente, (Fig.A.5): La matriz del sistema es:

$$\begin{pmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f_1} & 1 - \frac{d}{f_1} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.52})$$

de donde $A = 1, B = d, C = -\frac{1}{f_1}, D = 1 - \frac{d}{f_1}$ y:

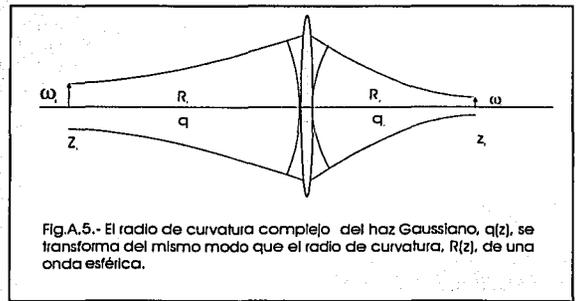


Fig.A.5.- El radio de curvatura complejo del haz Gaussiano, $q(z)$, se transforma del mismo modo que el radio de curvatura, $R(z)$, de una onda esférica.

$$q_2 = \frac{q_1 + d}{-\frac{1}{f_1}q_1 + \left(1 - \frac{d}{f_1}\right)}, \quad (\text{A.53})$$

si $d = f_1, q_2 = -f_1 - \frac{f_1^2}{q_1}$, ahora si z_2 esta en el foco de la lente, tenemos un mínimo para ω_2 y ondas planas, por lo tanto el radio de curvatura $R_2 \rightarrow \infty$ y $\frac{1}{R_2} \rightarrow 0$, aplicando (A.48) tenemos:

$$\left(-i \frac{\lambda}{\pi \omega_2^2}\right)^{-1} = -f_1 - f_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_1^2}\right), \quad (\text{A.54})$$

igualando las partes reales e imaginarias respectivamente obtenemos:

$$0 = -f_1 - \frac{f_1^2}{R_1} \text{ de donde } R_1 = -f_1, \text{ y:}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\left(-i \frac{\lambda}{\pi \omega_2^2}\right)^{-1} = f_1^2 \left(i \frac{\lambda}{\pi \omega_1^2}\right), \quad (\text{A.55})$$

esto implica: $\omega_2^2 = f_1^2 \frac{\lambda^2}{\pi^2 \omega_1^2}$, por lo que:

$$\omega_2 = f_1 \frac{\lambda}{\pi \omega_1}, \quad (\text{A.56})$$

si $\omega_1 = 2\text{mm}$, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, $f_1 = 10\text{mm}$, entonces:

$$\begin{aligned} R_1 &= -10\text{mm} \\ \omega_2 &= 1.0007 \times 10^{-6} \text{m} \equiv 1\text{micra} \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

Una observación importante que podemos hacer aquí, y que usaremos posteriormente para simplificar el diseño de nuestro sistema óptico, es que si queremos que la mínima anchura del haz esté en el foco de la lente, el radio de curvatura del rayo incidente debe ser precisamente la distancia focal. Es decir el haz Gaussiano debe tener otro mínimo a una distancia igual a la distancia focal al otro lado de la lente.

A.7.- Ancho de Banda de un Resonador Óptico.

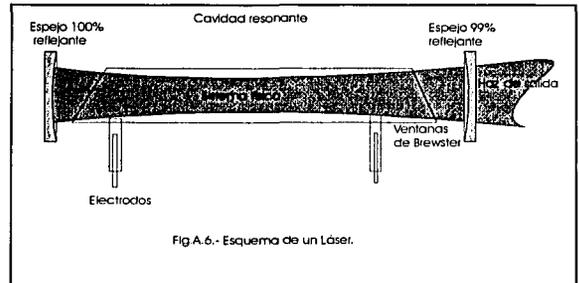
Hasta ahora hemos tratado sobre el comportamiento de la luz láser, a partir de que el rayo abandona la cavidad láser y penetra en un sistema óptico cualquiera, considerándola como una simple onda monocromática, lo cual es solo una aproximación a la realidad. En este párrafo hablaremos brevemente del sistema láser y de sus propiedades muy importantes para la aplicación que queremos darle, estas son: Ancho de Banda y Rango Espectral Libre.

Un láser consiste fundamentalmente de una cavidad óptica resonante a una longitud de onda determinada y un sistema físico, como un sólido, un líquido ó un gas, Fig. A.6, en el cual, cuando es debidamente excitado, ocurre una inversión de la población entre dos niveles de energía determinados, digamos E_1 y E_2 , cuando un fotón de frecuencia igual ó muy cercana a:

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}, \quad (\text{A.58})$$

atraviesa el sistema se produce un decaimiento forzado de la población de nivel E_2 al nivel E_1 , produciéndose un alud de fotones todos iguales al primero, es decir, con la misma frecuencia, dirección y polarización. A esto se le conoce como emisión estimulada de radiación.

Si la dirección de propagación es la de la cavidad resonante, y si su frecuencia corresponde



a alguno de los modos normales, ν_m , de oscilación de la cavidad, estos fotones "sobreviven" y son reflejados, una y otra vez, por los espejos de la cavidad, amplificándose en cada paso antes de salir de esta. Para que la oscilación láser se mantenga es necesario que la excitación, llamada bombeo óptico, sea de tal manera que el equilibrio entre pérdidas y ganancia de potencia en el flujo de fotones rebase un cierto umbral inferior característico de cada sistema específico.

La cavidad resonante es fundamentalmente en la mayoría de los láseres un resonador Fabry-Perot que consta de dos espejos esféricos ó de un espejo esférico y uno plano, ambos con una cubierta multicapa de dieléctrico, con lo que se logra una reflectividad del 100% para uno, generalmente el esférico y del 99% aproximadamente para el espejo de salida del rayo, que generalmente es el espejo plano.

Si un rayo de luz incide en un Etalon Fabry-Perot haciendo un ángulo θ , este se dividirá en un conjunto infinito de rayos reflejados $\{B_i\}$ y otro conjunto infinito de rayos reflejados $\{A_i\}$, en cada reflexión hay un corrimiento de fase de π radianes, la diferencia de camino óptico entre dos rayos transmitidos adyacentes, (ver Fig.A.7), es de:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\delta L = AB + BC = 2l \cos 2\theta, \quad (\text{A.59})$$

y la diferencia de fase total para dos rayos transmitidos adyacentes es:

$$\delta = \frac{4\pi n l \cos \theta}{\lambda}. \quad (\text{A.60})$$

La fracción de la intensidad del rayo incidente que es transmitida esta dada, [12] por:

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (\text{A.61})$$

de acuerdo con esto la transmisión es máxima, $I_t = I_i$, cuando:

$$\delta = \frac{4\pi n l \cos \theta}{\lambda} = 2m\pi, \quad (\text{A.62})$$

donde m es entero, es decir:

$$\nu_m = m \frac{c_0}{2nl \cos \theta}. \quad (\text{A.63})$$

Esta ecuación define las frecuencias de resonancia de la cavidad, para las cuales la transmisión es la unidad. Estas frecuencias están separadas entre sí por:

$$\Delta \nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c_0}{2nl \cos \theta}. \quad (\text{A.64})$$

Graficando $\frac{I_t}{I_i}$ vs δ observamos (Fig.A.8), que la resolución, es decir la capacidad de distinguir detalles en el espectro de frecuencias está limitada por la anchura finita de los picos de transmisión. Si tomamos arbitrariamente, como una medida del límite de resolución del Fabry-Perot, la separación, $\Delta \nu_{1/2}$, entre las dos frecuencias a las cuales la transmisión es reducida a la mitad de su valor máximo, obtenemos:

$$\operatorname{sen}^2 \left(\frac{\delta_{1/2} - 2m\pi}{2} \right) = \frac{(1-R)^2}{4R}, \quad (\text{A.65})$$

donde $\delta_{1/2}$ es el valor de δ correspondiente a uno de los dos puntos medios a los lados del valor pico. Si suponemos que la anchura de la región de

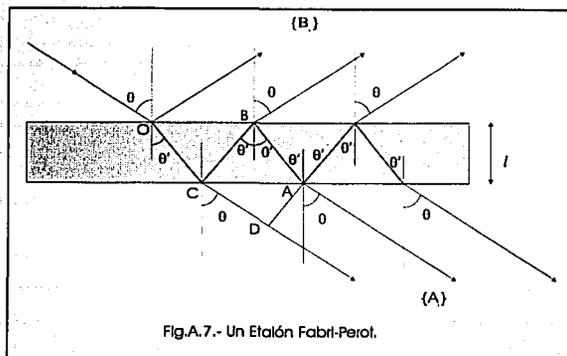


Fig.A.7.- Un Etalón Fabry-Perot.

alta transmisión es pequeña comparada con la separación entre los picos obtenemos:

$$\Delta \nu_{1/2} = \frac{c_0}{2\pi n l \cos \theta} (\delta_{1/2} - 2m\pi) = \frac{c_0}{2\pi n l \cos \theta} \frac{1-R}{\sqrt{R}}. \quad (\text{A.66})$$

Definimos la Finesa del Fabry-Perot como:

$$F = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}, \quad (\text{A.67})$$

usando la definición de $\Delta \nu$ obtenemos

$$\Delta \nu_{1/2} = \frac{\Delta \nu}{F} = \frac{c_0}{2nl \cos \theta F}, \quad (\text{A.68})$$

para el límite de resolución del Fabry-Perot. La finesa F es, de acuerdo a esto, la razón entre la separación de los picos y el ancho de banda de transmisión del resonador óptico.

Hasta ahora hemos supuesto que no hay pérdidas en el resonador, sin embargo existen pérdidas debidas principalmente a varias razones:

1. Reflexión imperfecta. Puesto que los espejos no pueden ser 100% reflectores, pues no habría haz de salida, lo que nos define un tiempo de vida media t_c , o decaimiento, del fotón en la cavidad.
2. Absorción o dispersión en el medio láser.
3. Pérdidas por difracción.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Tomando la pérdida fraccional de energía como $(1-A)$ encontramos que el máximo de transmisión de energía se aparta de la unidad por:

$$\left(\frac{I_t}{I_i}\right)_{max} = \frac{(1-R)^2 A}{(1-RA)^2}, \quad (A.69)$$

similarmente se puede demostrar [12] que si la raíz media cuadrática de la desviación del espejo respecto a un plano perfecto (esfera perfecta en nuestro caso), es aproximadamente de $\frac{\lambda}{N}$, la finesa no puede exceder a:

$$F = \frac{N}{2}, \quad (A.70)$$

y la dispersión angular, cuando el rayo incide normalmente en el etalón Fabry-Perot plano paralelo (ó esférico), no debe exceder:

$$\theta_{1/2} = \sqrt{\frac{2\lambda_0}{nlF}}, \quad (A.71)$$

si su pico de transmisión no se desvía sustancialmente de la unidad. Lo cual nos da una forma práctica de estimar la finesa.

Podemos considerar las pérdidas introduciendo el concepto de factor de calidad Q , como el cociente de la energía almacenada por la cavidad E , a cierta frecuencia ω , y la energía disipada por unidad de tiempo:

$$Q = -\frac{\omega E}{\left(\frac{dE}{dt}\right)}, \quad (A.72)$$

El tiempo de decaimiento o vida media del fotón en la cavidad t_c está dado por la muy conocida ecuación:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{E}{t_c}, \quad (A.73)$$

comparando estas dos ecuaciones tenemos:

$$Q = \omega t_c \quad (A.74)$$

Si la pérdida fraccional de energía por paso es L y la longitud del resonador es l , entonces la pérdida fraccional de energía por unidad de tiempo

es $\frac{c_0 L}{nl}$ y:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{c_0 L}{nl} E, \quad (A.75)$$

de donde:

$$t_c = \frac{nl}{c_0 L}, \quad (A.76)$$

en los casos donde las pérdidas sean debidas principalmente a la transmisión en los espejos ($T=1-R$), tenemos $L=(1-R)$, por consiguiente:

$$t_c = \frac{nl}{c_0(1-R)}, \quad (A.77)$$

en la aproximación $\theta = 0$ y $R \approx 1$ obtenemos:

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{\nu}{Q} = \frac{1}{2\pi\pi_c} \approx \frac{c_0(1-R)}{2\pi nl}, \quad (A.78)$$

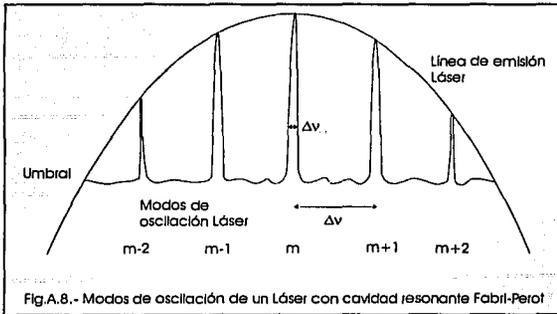
podemos escribir la finesa de la siguiente manera:

$$F = \frac{c_0}{2nl\Delta\nu_{1/2}}, \quad (A.79)$$

o lo que es lo mismo:

$$F = \frac{\lambda Q}{2l} = \frac{\pi c_0 t_c}{nl}, \quad (A.80)$$

por lo tanto, si conocemos el factor de calidad Q del láser, que nos lo debe dar el fabricante ó lo podemos calcular con algunas de las fórmulas anteriores, podemos encontrar la finesa y calcular el ancho de banda $\Delta\nu_{1/2}$ del resonador óptico.



En un láser real la separación de los espejos es muy grande comparada con un etalón Fabry-Perot, por lo que la separación en frecuencia de los modos de oscilación contiguos es muy pequeña, por lo que varios modos caen dentro de la línea de emisión láser y son amplificados simultáneamente,

(Fig.A.8), así que generalmente un láser que tenga una longitud mayor que 10 ó 15 cm oscila simultáneamente en varios modos de oscilación independientes (con diferente polarización, frecuencia e intensidad), separados por:

$$\Delta\nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c_0}{2nl}, \quad (\text{A.81})$$

y con ancho de banda:

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{\Delta\nu}{F}. \quad (\text{A.82})$$

Podemos definir el intervalo de frecuencia útil para el corrimiento Doppler, como aquella comprendida en el intervalo:

$$\Delta\nu_{1/2} \leq \nu \leq (\nu_{m+1} - \nu_m). \quad (\text{A.83})$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] Arndt, R. E., "What do we Measure, and Why?", **Fluid Mechanics Measurements**, Second Edition, Taylor & Francis, 1983.
- [2] Meyer J. A., "**Introduction to Classical and Modern Optics**", Prentice-Hall, Inc., 1984.
- [3] Cummins, H. Z., Knable, N. y Yhe, Y., "Observation of Diffusion Broadening of Rayleigh Scattered Light", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 12, pp. 150-153, 1964.
- [4] Yhe, Y. And Cummins, H. Z., "Localized Fluid Flow Measurements with an He-Ne Laser Spectrometer", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 4, pp. 176-178, 1964.
- [5] Kreid, D. K., "Measurements of the Developing Laminar Flow in a Square Duct: An Application of the Laser Doppler Flow Meter", M. Sc. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis, 1966.
- [6] Goldstein, R. J. y Kreid, D. K., "Measurements of the Laminar Flow Development in a Square Duct Using a Laser Doppler Flowmeter", *J. Appl. Mech.*, vol. 34, pp. 813-817, 1967.
- [7] Foreman, J. W. Jr., Lewis, R. D., Thornton, J. R. y Watson, H. J., "Laser Doppler Velocimeter for Measurements of Localized Flow Velocities in Liquids", *IEEE Proc.*, vol. 54, pp. 424-425, 1965.
- [8] Foreman, J. W. Jr. y Lewis, R. D., "Measurement of Localized Flow Velocities in Gases with a Laser Doppler Flowmeter", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 7, pp. 77-80, 1965.
- [9] James, R. N., "Application of a Laser-Doppler Technique to the Measurement of Particle Velocity in Gas-Particle Two-Phase Flow", Ph. D. Thesis, Stanford University, Stanford, 1966.
- [10] Goldstein, R. D. y Hagen, W. F., "Turbulent Flow Measurement Utilizing the Doppler Shift of Scattered Laser Radiation", *Phys. Fluids*, vol. 10, pp. 1349-1352, 1967.
- [11] Rolfe, E. y Huffaker, R. M., "Laser Doppler Velocity Instrument for Wind Tunnel Turbulence and Velocity Measurements", NASA Rep. N68-18099, 1967.
- [12] Yariv, A., "**Introduction to Optical Electronics**", Holt, Rinehart and Winston Inc., 1971.
- [13] Nikolski, V. V., "**Electrodinámica y Propagación de Ondas de Radio**", MIR, Moscú, 1976.
- [14] Fowles, G. R., "**Introduction to Modern Optics**", Holt, Rinehart and Winston Inc., 1968
- [15] Drain, L. E., "**The Laser Doppler Technique**", John Wiley and Sons, 1980.
- [16] Durst, F., Melling, A. y Whithelaw, J. H., "**Principles and Practice of Laser Doppler Anemometry**", Second Edition, Academic Press, 1981.
- [17] Adrian, R. J., "**Laser Velocimetry**", Fluid Mechanics Measurements, Second Edition, Taylor & Francis, 1983.
- [18] Birch, A.D., Brown, D.R. y Thomas, J.R., "Photon correlation spectroscopy and its application to the measurement of turbulence parameters in fluid flows". *J. Phys. D: Appl. Phys.* 8, 438, 1975.
- [19] Bourke, P.J., Brown, C.G. y Drain, L.E. "Measurements of Reynolds shear stress in water by laser anemometry". *DISA Inf.* 12, 21, 1971.
- [20] Chu, W.P. y Mauldin, L.E., "Bragg diffraction of light by two ultrasonic waves in water". *Appl. Physics Letters* 22, 557, 1973.
- [21] Brayton, D.B. Kalb, H.T. y Crosswy, F. L. "two-component, dual-scatter laser-Doppler

velocimeter with frequency burst signal readout". Appl. Optics 12, 1145, 1973.

[22] Jackson, J. D., **Classical Electrodynamics**, Jhon Wiley & Sons Inc. New York, 1965.

[23] Einstein, Albert. **"Sobre la teoría de la relatividad especial y general"**. Alianza Editorial. Madrid, 1984.

[24] W. P. Bachalo, "Method for Measuring the Size and Velocity of Spheres by Dual-Beam Light Scatter Interferometry", Appl. Optics, vol 19, pp 363-370, 1980.

[25] A. Naqwi, F. Durst y G. Kraft, "Sizing Submicrometer Particles Using a Phase Doppler System", Appl. Optics, vol 130, pp, 4903-4913, 1991.