

01121  
22 a



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**“NOTAS DEL CURSO DE COMPORTAMIENTO  
DE SUELOS EN SISTEMA INTERNACIONAL  
DE UNIDADES”**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A :  
JOSE GUILLERMO CLAVELLINA MILLER**

**ASESOR: M.I. RICARDO R. PADILLA VELAZQUEZ**



**CIUDAD UNIVERSITARIA**

**2003**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCIÓN  
FING/DCTG/SEAC/UTIT/057/03

Señor

JOSÉ GUILLERMO CLAVELLINA MILLER

Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. RICARDO RUBEN PADILLA VELAZQUEZ, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"NOTAS DEL CURSO DE COMPORTAMIENTO DE SUELOS EN SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES"**

INTRODUCCIÓN

- I. RELACIONES DE FASE DE LOS SUELOS
- II. PROPIEDADES HIDRÁULICAS Y FLUJO DE AGUA EN SUELOS
- III. ESTADO DE INCREMENTO DE ESFUERZO EN LA MASA DE SUELO
- IV. ANÁLISIS DE DEFORMACIONES EN SUELOS
- V. CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL DE SUELOS FINOS SATURADOS
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Cd. Universitaria 13 Mayo 2003  
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/GMP/mstg.

*Agradecimientos.*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

*A mis padres.....*

Por su total e incondicional apoyo; por todo su esfuerzo y sacrificio con el único fin de hacer de sus hijos buenas y exitosas personas. Nunca podrá existir la manera de agradecer todo lo que me han dado, pero quiero que sepan que sin ustedes este logro no hubiera podido realizarse. Los amo.

*A mis hermanos.....*

Por estar siempre ahí, junto a mi, apoyándome e impulsándome a seguir adelante; por darme una familia unida que me motiva y da fuerza.

*A Cristy.....*

Por ser el motor de mi vida que me impulsa y motiva a seguir adelante; por amarme y apoyarme en todo momento; por ser como eres. Te amo Nenita.

*Al Maestro Padilla.....*

Por toda su ayuda durante mi formación; por el apoyo brindado para la realización de este trabajo; por todos sus consejos y comentarios. Gracias.

A todas aquellas personas que colaboraron para la culminación de este objetivo: profesores, familiares, compañeros, amigos.

A *Dios*, por haberme bendecido con los padres que tengo, por dejarme formar parte de mi familia, por haber puesto en mi camino al amor de mi vida, por permitirme cumplir con este objetivo.

Memo.

**Índice.**

	<i>Introducción</i> .....	2
I.	<i>Relaciones de fase de los suelos.</i>	
	I.1. Esquema general de fases del suelo.....	4
	I.2. Relaciones de fase de importancia para ingeniería geotécnica.....	5
	I.3. Esquemas útiles de relaciones de fase.....	8
II.	<i>Propiedades hidráulicas y flujo de agua en suelos.</i>	
	II.1. Fenómeno de capilaridad.....	15
	II.2. Análisis de esfuerzos en suelos.....	22
	II.3. Diagramas de esfuerzo vertical total, presión del agua y esfuerzo vertical efectivo.....	24
	II.4. Flujo de agua en suelos.....	25
	II.5. Concepto de velocidad de filtración.....	27
	II.6. Concepto de velocidad real.....	28
	II.7. Efectos que el flujo del agua produce en el suelo.....	28
	II.8. Métodos para determinar el coeficiente de permeabilidad en los suelos.....	28
	II.9. Permeabilidades equivalentes.....	34
	II.10. Factores que influyen en la permeabilidad de los suelos.....	37
	II.11. Diagramas de esfuerzos y presión del agua en condición hidrodinámica.....	38
	II.12. Teoría de flujo de agua en suelos.....	41
	II.13. Método de las redes de flujo. (Arturo Casagrande).....	44
	II.14. Teoría de la sección transformada.....	53
III.	<i>Estado de incremento de esfuerzo en la masa de suelo.</i>	
	III.1. Tensores esfuerzo en suelos.....	59
	III.2. Incrementos de esfuerzo generados por una estructura en la superficie.....	60
	III.3. Incrementos de esfuerzo por sobrecarga, según la teoría de elasticidad lineal.....	61
	III.4. Análisis de esfuerzos para $z = 0$ .....	79
	III.5. Carta de Newmark.....	80
	III.6. Medios Heterogéneos.....	84
IV.	<i>Análisis de deformaciones en suelos.</i>	
	IV.1. Deformación y Deformación unitaria en ingeniería geotécnica.....	87
	IV.2. Deformaciones elásticas (aplicables a rocas y a deformaciones instantáneas en suelos).....	88
	IV.3. Fenómeno de Poisson (Análisis plano de deformaciones).....	89
	IV.4. Módulo de Rigidez al cortante y Módulo de compresibilidad volumétrica.....	90
	IV.5. Condición para desplazamiento lateral (horizontal) nulo.....	93
	IV.6. Constante de Lamé.....	96
	IV.7. Compresibilidad de suelos.....	97
	IV.8. Forma correcta de calcular asentamientos. (Suponiendo compresión unidimensional).....	101
V.	<i>Consolidación unidimensional de suelos finos saturados.</i>	
	V.1. Consolidación primaria o de Terzaghi por expulsión de agua por gradiente hidráulico.....	106
	V.II. Factores que influyen en el tiempo de consolidación de un estrato (Según la teoría de Terzaghi).....	112
	V.III. Comparación entre la curva de consolidación teórica (para consolidación primaria) y la curva de consolidación que se obtiene de la prueba de laboratorio.....	113
	V.IV. Asentamiento en el tiempo (teoría de Terzaghi).....	116
	V.V. Módulos de deformación del Dr. Leonardo Zeevaert.....	119
	<i>Conclusiones</i> .....	126
	<i>Apéndice: Tablas del Sistema Internacional de Unidades</i> .....	129
	<i>Bibliografía</i> .....	143

### *Introducción.*

Una de las áreas fundamentales de estudio dentro de la formación del Ingeniero Civil es la Ingeniería Geotécnica. La Facultad de Ingeniería ha considerado lo anterior como válido y por ello incluye dentro del plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil, como obligatorias, las asignaturas de Comportamiento de Suelos, Mecánica de Suelos y Cimentaciones.

El curso de Comportamiento de Suelos es un curso introductorio al estudio de la Ingeniería Geotécnica y tiene como objetivo sentar las bases para el posterior estudio de lo que será el curso de Mecánica de Suelos, el cual incluye temas más especializados y específicos. Finalmente, el curso de Cimentaciones busca aplicar los conocimientos adquiridos en las asignaturas precedentes en el diseño geotécnico de las cimentaciones adecuadas al tipo de estructura que soportarán y a las condiciones del suelo sobre el que desplantarán.

El presente trabajo pretende ser un texto que cubra el temario establecido para el curso de Comportamiento de Suelos, con el fin de convertirse en un material de interés para alumnos y profesores del curso antes mencionado. Este trabajo busca ser parte de una serie de textos, con ejemplos en el Sistema Internacional de Unidades, que satisfagan la necesidad de un material que cubra el temario de los cursos de Ingeniería Geotécnica que se imparten en la Facultad de Ingeniería, los cuales estén escritos directamente en nuestro idioma y no sean traducciones que muchas veces contienen errores.

Con el fin de ser un material lo más didáctico posible, éste se conforma por análisis y explicaciones teóricas acompañadas de gráficos que buscan ser lo más sencillos y claros que se pueda; al final de cada tema se busca reafirmar la explicación previa con ejemplos prácticos. Este trabajo se ha dividido en cinco capítulos.

El Capítulo I parte de la consideración de que los suelos están formados por tres fases (sólidos, líquidos y gases), y busca establecer las relaciones más útiles y comunes entre dichas fases con ayuda de esquemas sencillos.

El Capítulo II pretende explicar el efecto que tiene el agua sobre las propiedades del suelo, partiendo del estudio del fenómeno de capilaridad. Se estudia el efecto del agua sobre los esfuerzos en la masa de suelo, así como lo relacionado con el flujo de agua en suelos, sus efectos, los factores que influyen, los métodos de análisis, etc.

El incremento de esfuerzos en la masa de suelo debido a sobrecargas superficiales se atiende en el Capítulo III, apoyado principalmente en la teoría de elasticidad lineal. Se analiza el incremento de esfuerzo debido a sobrecargas de formas distintas. Se analiza descarga lineal, descarga rectangular, descarga circular, descarga en forma de triángulo rectángulo, y finalmente se estudia el efecto de una sobrecarga debida a un área poligonal cualquiera.

Uno de los factores que rige el diseño de una cimentación es el de las deformaciones del suelo (asentamientos). El análisis de deformaciones de suelos se estudia en el Capítulo IV

para diferentes consideraciones (comportamiento elástico de rocas y suelos, compresión unidimensional, etc.), concluyendo con la que se considera la manera adecuada de calcular asentamientos.

Finalmente, en el Capítulo V se estudia el fenómeno de consolidación unidimensional en suelos finos, el cual provoca asentamientos a lo largo del tiempo. El objetivo final de éste capítulo es mostrar la forma de calcular el asentamiento de un suelo fino para un tiempo dado a partir de la colocación de la sobrecarga, o bien, calcular el tiempo en que se alcanzará un cierto asentamiento.

Por otro lado, en busca de estar al día en el desarrollo de la Ingeniería Civil, es necesario actualizarse no sólo en la información y tecnología de vanguardia, sino también en el “lenguaje” o formas de expresión que se están usando.

Al respecto de lo anterior, la práctica actual de la Ingeniería Civil continúa con el uso de un sistema de unidades llamado “Sistema Técnico Métrico”, el cual, a pesar de ser confuso y con ciertas consideraciones erróneas (por ejemplo, considera a la gravedad constante), se ha mantenido en uso, simplemente por costumbre y por la falta de conocimiento de los sistemas de unidades más modernos.

Actualmente y alrededor de todo el planeta se está buscando, como parte de una unificación en todos sentidos, establecer un sistema de unidades general que permita que toda la información, no sólo en el ámbito ingenieril sino en cualquier ámbito, se presente con unidades fácilmente comprensibles por todos, sin la necesidad de realizar conversiones de unidades. Como resultado de lo anterior, se ha establecido el “Sistema Internacional de Unidades” que, como su nombre lo indica, pretende ser un sistema de unidades común para todas las naciones, además de que establece claramente la definición de cada unidad, sin dejar lugar a dudas o incertidumbres.

En lo que a México respecta, desde la publicación en el Diario Oficial de 1961 y recientemente en la Norma Oficial Mexicana NOM – 008 – SCFI – 1993, se establece como obligado el uso del Sistema Internacional de Unidades (SI). Sin embargo, debido a la costumbre y a la falta de información acerca del SI, así como de textos que empleen dicho sistema, el Sistema Técnico Métrico se sigue empleando.

Con el fin de apoyar la difusión del SI, el presente trabajo se desarrolla haciendo hincapié en el uso de dicho sistema de unidades. De esta manera, los alumnos que cursen la materia de Comportamiento de Suelos contarán con un material que, además de seguir el temario dispuesto para el curso, presenta el uso del SI.

Al final del presente trabajo se presenta un Apéndice Técnico en el cual se muestran un conjunto de tablas que pueden ser útiles y que contienen la información relacionada con el SI. En este material se incluyen las reglas a seguir para la correcta escritura del sistema de unidades que nos interesa.

### I. Relaciones de fase de los suelos.

Al analizar una partícula de suelo podemos observar que en ella se pueden encontrar tres fases de la materia:

1. Sólidos (minerales mezclados)
2. Líquido (agua)
3. Gas (aire)

Al esquematizar una partícula de suelo, es posible observar que dicha partícula no es sólo materia sólida, sino que también está formada por distintas capas de agua que envuelven a la partícula sólida.

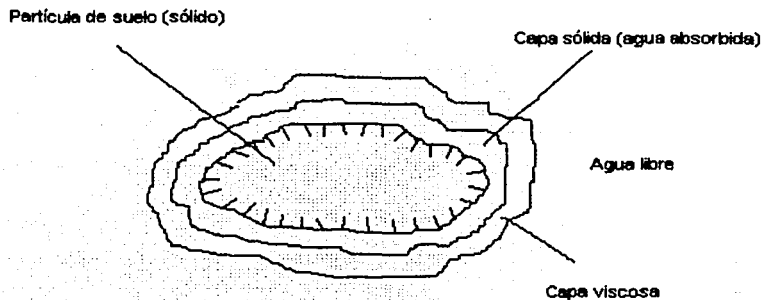


Fig.1.

Lo anterior es provocado por fuerzas electromagnéticas que provocan la atracción de la capa sólida.

En el laboratorio, después de 24 horas en un horno a una temperatura de entre 105 a 110°C, es posible eliminar el agua libre y el agua viscosa de una partícula de suelo. El material restante después de este proceso se define como sólidos del suelo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### I.1. Esquema General de Fases del suelo.

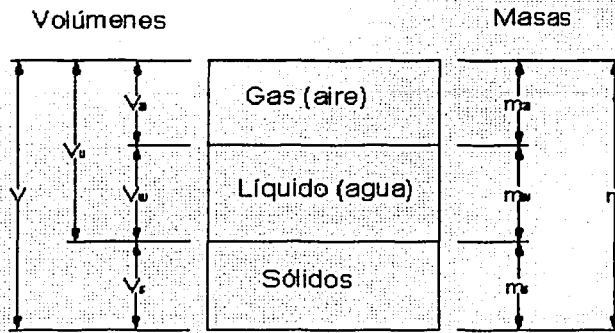


Fig. 2

donde,

$V_a$  es el volumen de aire,  
 $V_w$  es el volumen de agua,  
 $V_s$  es el volumen de sólidos,  
 $V_v$  es el volumen de vacíos,  
 $V$  es el volumen total de suelo,  
 $m_a$  es la masa de aire,  
 $m_w$  es la masa de agua,  
 $m_s$  es la masa de los sólidos del suelo, y  
 $m$  es la masa total de la muestra de suelo.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

### I.2. Relaciones de Fase de importancia para Ingeniería Geotécnica.

#### 1. Relación de Vacíos (u o quedad).

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

#### 2. Porosidad.

$$n\% = \frac{V_v}{V} \times 100$$

#### 3. Contenido de agua (o humedad)

$$w(\%) = \frac{m_w}{m_s} (\times 100)$$

#### 4. Grado de Saturación.

$$S, \% = \frac{V_w}{V_v} \times 100$$

Peso.

$$W = m g$$

donde,

$m$  es la masa (en Mg),

$g$  es la gravedad del lugar ( en  $m/s^2$ )

$W$  es el peso (en kN)

Densidad (masa específica)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Para el suelo

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_a + m_w + m_s}{V} \approx \frac{m_w + m_s}{V}$$

Además,

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \text{ es la densidad de sólidos del suelo,}$$

$$\rho_w = \frac{m_w}{V_w} \text{ es la densidad del agua del suelo, y}$$

$$\rho_a = \frac{m_a}{V_a} \text{ es la densidad del aire del suelo.}$$

Para la densidad del agua del suelo, para fines técnicos, se puede aceptar  $\rho_w \approx \rho_o = 1 \text{ Mg/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$ , que es el valor de la densidad para el agua estándar.

Es preciso definir lo que es el Agua Estándar. El agua estándar es un agua destilada, desaireada (aplicando vacío en el laboratorio), a temperatura de su máxima densidad que

son 4°C, y sujeta externamente (a través de una membrana plástica) a una atmósfera estándar de presión (101,325 kPa).

Densidad relativa de los sólidos del suelo.

$$G_s = S_s = \frac{\rho_s}{\rho_o} = \frac{m_s}{V_s \rho_o}$$

así,

$$\rho_s = G_s \rho_o$$

En la mayoría de los suelos:  $2.5 \leq G_s \leq 2.8$

Muchas de las arenas:  $2.6 \leq G_s \leq 2.8$

Otras densidades de interés:

- Densidad seca.

$$\rho_d = \frac{m_s}{V} \quad (\text{teóricamente para } S_r = 0\%)$$

- Densidad saturada.

$$\rho_{sat} = \frac{m_w + m_s}{V} \quad (\text{teóricamente válida para } S_r = 100\%)$$

Peso específico.

$$\gamma = \rho g = \frac{W}{V} = \frac{m g}{V}$$

Ejemplo 1.

Cálculo del peso específico del agua estándar en la Ciudad de México ( $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ )

Como  $\gamma = \rho g$

Tenemos que

$$\gamma = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2) = 9,78 \text{ kN/m}^3$$

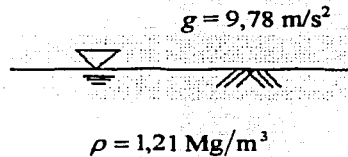
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Peso específico sumergido.**

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$$

**Ejemplo 2.**

Calcular el peso específico sumergido del suelo. Suponga que el agua de campo es igual al agua estándar.



$$g = 9,78 \text{ m/s}^2$$

$$\rho = 1,21 \text{ Mg/m}^3$$

Se calcula el peso específico saturado del suelo y el peso específico del agua:

$$\gamma_{sat} = \rho_{sat} g = (1,21 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2) = 11,83 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_w = \rho_o g = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2) = 9,78 \text{ kN/m}^3$$

ahora,

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 11,83 \text{ kN/m}^3 - 9,78 \text{ kN/m}^3 = 2,05 \text{ kN/m}^3$$

### I.3. Esquemas útiles de Relaciones de Fase.

#### 1. Suelos Saturados.

1.a. Suponga un suelo saturados del cual se conoce el valor de su relación de vacíos ( $e$ ) y la densidad relativa de los sólidos que lo forman ( $G_s$ ).

Si  $e = \frac{V_v}{V_s}$  y suponemos que  $V_s = 1$ , tenemos

$$e = V_v.$$

Supongamos  $\rho_w \approx \rho_o$  y sabiendo que

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\rho_w = \frac{m_w}{V_w} \text{ tenemos que}$$

$$m_w = V_w \rho_w = V_w \rho_o$$

pero como  $V_w = V_v = e$  se tiene

$$m_w = e \rho_o$$

Por otro lado, se tiene

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \text{ de donde se obtiene que}$$

$$m_s = \rho_s V_s$$

además, se sabe que

$$\rho_s = G_s \rho_o$$

por tanto

$$m_s = V_s G_s \rho_o = (1)G_s \rho_o$$

Con estos datos se puede dibujar el esquema:

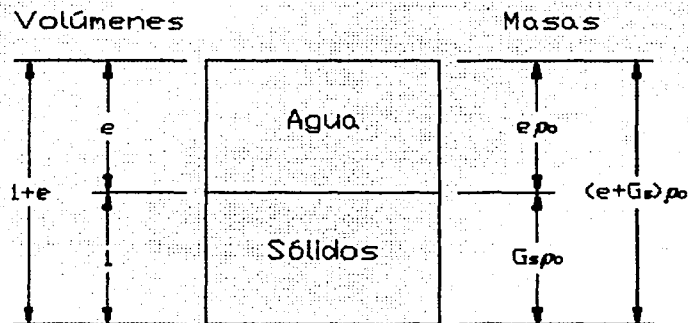


Fig. 3

Usando el esquema anterior:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$n\% = \frac{V_v}{V} \times 100 = \frac{e}{1+e} \times 100$$

$$w(\%) = \frac{m_w}{m_s} (\times 100) = \frac{e \rho_o}{G_s \rho_o} (\times 100) = \frac{e}{G_s} (\times 100)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{(e + G_s) \rho_o}{1 + e}$$

1.b. Suponga un suelo saturados del cual se conoce el valor de su porosidad ( $n$ ) y la densidad relativa de los sólidos que lo forman ( $G_s$ ).

Si  $n = \frac{V_v}{V}$  y suponemos que  $V = 1$  tenemos que

$$n = V_v$$

Sabiendo que  $\rho_w = \frac{m_w}{V_w}$  tenemos que

$$m_w = \rho_w V_w \approx \rho_o n$$

y sabiendo que  $\rho_s = G_s \rho_o$  entonces

$$m_s = \rho_s V_s = G_s \rho_o (1 - n)$$

Es posible dibujar el esquema:

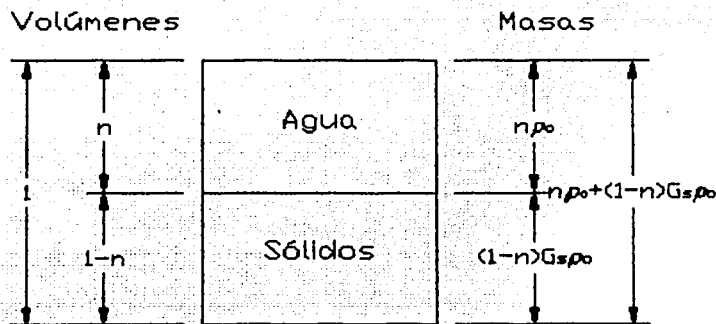


Fig. 4

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Del esquema anterior:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{n}{1-n}$$

$$w(\%) = \frac{m_w}{m_s} (\times 100) = \frac{n \rho_o}{(1-n) G_s \rho_o} (\times 100) = \frac{n}{(1-n) G_s} (\times 100) = \frac{e}{G_s} (\times 100)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{[n + (1-n) G_s] \rho_o}{1} = [n + (1-n) G_s] \rho_o$$

## 2. Suelos parcialmente saturados.

2.a. Suponga un suelo parcialmente saturado del que se conoce su relación de vacíos ( $e$ ), su grado de saturación ( $S_r$ ) y la densidad relativa de los sólidos que contiene ( $G_s$ ).

Si  $e = \frac{V_v}{V_s}$  y suponiendo que  $V_s = 1$  tenemos

$$e = V_v$$

Si  $S_r = \frac{V_w}{V_v}$  tenemos que

$$V_w = S_r V_v = S_r e$$

Además, tomando en cuenta que  $\rho_s = G_s \rho_o$  y que  $\rho = \frac{m}{V}$  se tiene que

$$m_w = S_r e \rho_o$$

$$m_s = G_s \rho_o$$

y  $m_a$  es despreciable.

Con esto se tiene el esquema:

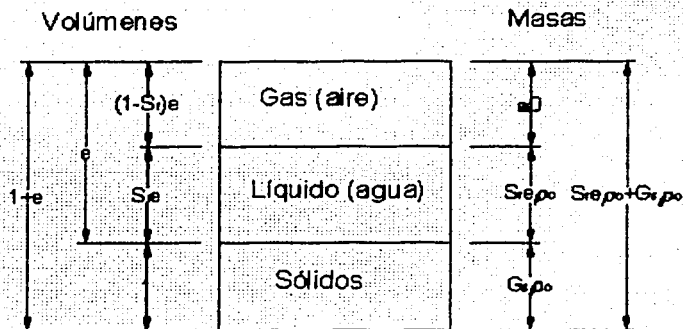


Fig. 5

2.b. Suponga un suelo parcialmente saturado del que se conoce su porosidad ( $n$ ), su grado de saturación ( $S_r$ ) y la densidad relativa de los sólidos que lo forman ( $G_s$ ).

Sabiendo que  $n = \frac{V_v}{V}$  y suponiendo  $V = 1$ , tenemos

$$V_v = n$$

Como  $S_r = \frac{V_w}{V_v}$  resulta que

$$V_w = S_r n$$

Además, tomando en cuenta que  $\rho_s = G_s \rho_o$  y que  $\rho = \frac{m}{V}$  se tiene que

$$m_w = S_r n \rho_o$$

$$m_s = (1-n)G_s \rho_o$$

y  $m_a$  es despreciable.

Ahora se tiene el esquema:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



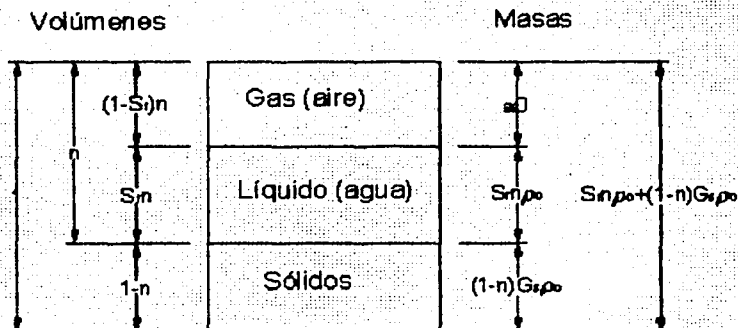


Fig. 6

Ejemplo 3.

Una muestra de suelo parcialmente saturado tiene una masa de 561,37 g. El volumen que se le calculó en el laboratorio es de 298,64 cm<sup>3</sup>. La masa de la muestra seca resultó ser de 467,59 g. Con la prueba de laboratorio correspondiente, se sabe que la densidad relativa de ese suelo es de  $G_s = 2,61$ . Calculo:  $e$ ,  $Sr\%$ ,  $w\%$ ,  $\rho$ ,  $\rho_d$  y  $\gamma$  en un lugar donde  $g = 9,79$  m/s<sup>2</sup>.

De los datos del problema se sabe:

$$m = 561,37 \text{ g}$$

$$V = 298,64 \text{ cm}^3$$

$$m_s = 467,59 \text{ g}$$

Como la masa de aire es despreciable, se tiene que

$$m_w = 561,37 \text{ g} - 467,59 \text{ g} = 93,78 \text{ g}$$

Ahora,

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$V_s = \frac{m_s}{G_s \rho_o} = \frac{467,59 \text{ g}}{2,61 \times 1 \text{ g/cm}^3} = 179,15 \text{ cm}^3$$

$$V_w = \frac{m_w}{\rho_o} = \frac{93,78 \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} = 93,78 \text{ cm}^3$$

$$V_a = V - V_s - V_w = 298,64 \text{ cm}^3 - 179,15 \text{ cm}^3 - 93,78 \text{ cm}^3 = 25,71 \text{ cm}^3$$

$$V_v = V_a + V_w = 25,71 \text{ cm}^3 + 93,78 \text{ cm}^3 = 119,49 \text{ cm}^3$$

se llega al siguiente esquema:

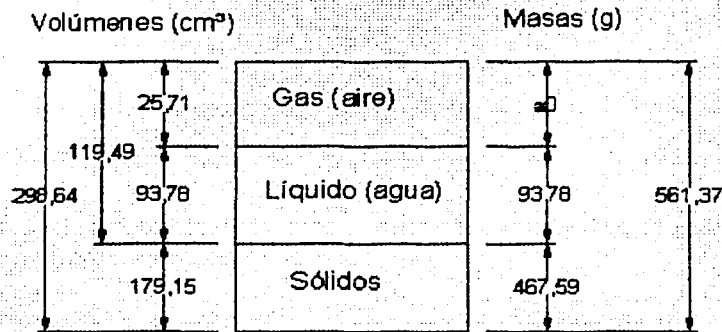


Fig. 7

Con todos estos datos podemos obtener los valores solicitados:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{119,49 \text{ cm}^3}{179,15 \text{ cm}^3} \approx 0,6670$$

$$S_r \% = \frac{V_w}{V_v} \times 100 = \frac{93,78 \text{ cm}^3}{119,49 \text{ cm}^3} \times 100 \approx 78,48\%$$

$$w \% = \frac{m_w}{m_s} \times 100 = \frac{93,78 \text{ g}}{467,59 \text{ g}} \times 100 \approx 20,06\%$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{561,37 \text{ g}}{298,64 \text{ cm}^3} \approx 1,88 \text{ g/cm}^3 \approx 1,88 \text{ Mg/cm}^3$$

$$\rho_d = \frac{m_s}{V} = \frac{467,59 \text{ g}}{298,64 \text{ cm}^3} \approx 1,566 \text{ g/cm}^3 \approx 1,566 \text{ Mg/cm}^3$$

$$\gamma = \rho g = 1,88 \text{ Mg/cm}^3 \times 9,79 \text{ m/s}^2 \approx 18,41 \text{ kN/m}^3$$



## II. Propiedades hidráulicas y flujo de agua en suelos.

### II.1. Fenómeno de capilaridad.

Suponga un tubo de vidrio de diámetro interior muy pequeño, con el diámetro de un cabello. Si dicho tubo se colocara debajo del nivel freático, dejando a libre atmósfera el otro extremo, se observaría que el agua asciende a través del tubo hasta un cierto nivel. En este caso, el agua ascendió a través del tubo por capilaridad, gracias a fuerzas de tensión superficial. Vea la figura 8.

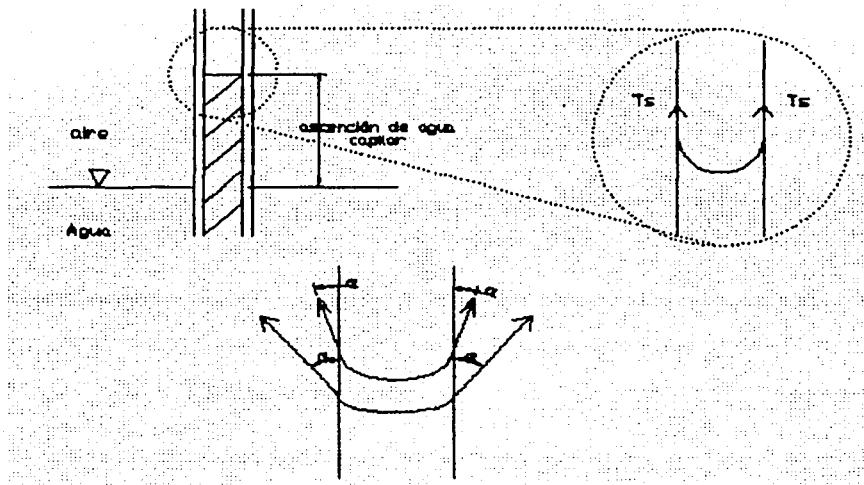


Fig. 8

$T_s$  es la tensión superficial, que para el agua (20°C) vale  $7,3 \times 10^{-5}$  kN/m.

$\alpha$  depende de la ascensión de agua capilar o altura capilar, e indica la dirección de la tensión superficial.

Cálculo de la presión del agua en el para el menisco totalmente formado (semiesfera perfecta en el contacto agua aire).

Considerando el siguiente diagrama:

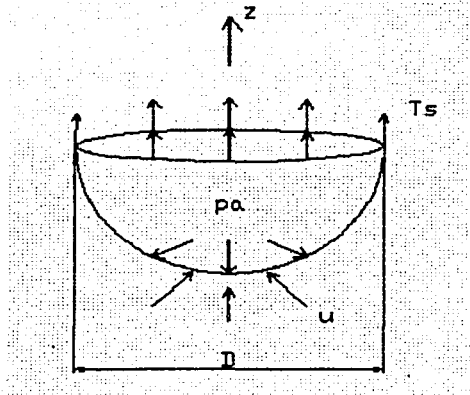


Fig. 9

Haciendo una sumatoria de fuerzas en dirección vertical

$$\Sigma F_z = u \frac{\pi D^2}{4} - p_a \frac{\pi D^2}{4} + T_s \pi D = 0$$

despejando  $u$

$$u \frac{D}{4} - p_a \frac{D}{4} + T_s = 0$$

$$u - p_a + \frac{4T_s}{D} = 0$$

$$u = p_a - \frac{4T_s}{D}$$

Si aceptamos  $p_a=0$  (presiones manométricas)

$$u = -\frac{4T_s}{D} \dots\dots\dots(1)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Lo anterior válido para menisco totalmente formado, es decir cuando  $\alpha=0$ .

Si se sabe que la presión de agua puede calcularse como

$$u = \rho_w g z \dots\dots\dots(2)$$

y considerando que el menisco toma la forma de una semiesfera perfecta para la altura de ascensión de agua o altura capilar máxima, tenemos

$$u = \rho_w g h_{c_{max}} \dots\dots\dots(3)$$

Igualando las ecuaciones (1) y (3)

$$\rho_w g h_{c_{max}} = -\frac{4T_s}{D}$$

$$h_{c_{max}} = \frac{4T_s}{\rho_w g D}$$

El cambio de signo se hace apoyado en la convención de no introducir signo negativo para la altura capilar.

Para valores diferentes a  $\alpha = 0$ , la sumatoria de fuerzas verticales resulta

$$\Sigma F_z = 0 = u \frac{\pi D^2}{4} - p_a \frac{\pi D^2}{4} + T_s \cos \alpha (\pi D)$$

si  $p_a = 0$

$$u = -\frac{4T_s \cos \alpha}{D}$$

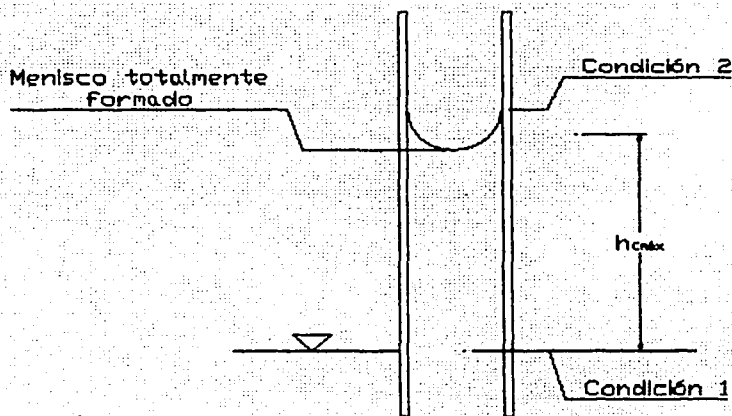


Fig. 10

En la Condición 1,  $\alpha = 90^\circ$ , por tanto  $u = 0$ .

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

En la Condición 2,  $\alpha = 0^\circ$ , por tanto  $u = -\frac{4T_s}{D}$ .

Para alturas capilares menores que  $h_{c\text{máx}}$

$$h_c = \frac{4T_s \cos\alpha}{\rho_w g D}$$

En Condición 1,  $h_c = 0$

$$\text{En Condición 2, } h_{c\text{máx}} = \frac{4T_s}{\rho_w g D}$$

Vea la figura 10.

Ejemplo 4.

Si se conecta un tubo capilar con un depósito de agua estándar, manteniendo el tubo en posición vertical, calcule la altura capilar máxima y la presión del agua, en un lugar donde la gravedad tiene un valor de  $9.78 \text{ m/s}^2$ .

El tubo capilar tiene un diámetro interior de 1 mm.

Se tienen los siguientes datos:

$$T_s = 7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m}$$

$$D = 0,001 \text{ m}$$

$$\rho_o = 1 \text{ Mg/m}^3$$

Se sabe que

$$h_{c\text{máx}} = \frac{4T_s}{\rho_w g D}$$

$$u = -\frac{4T_s}{D}$$

por lo que sustituyendo los datos en estas expresiones se tiene

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$h_{c_{sat}} = \frac{4(7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m})}{(1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(0,001 \text{ m})} = 0,0299 \text{ m} = 2,99 \text{ cm}$$

$$u = -\frac{4(7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m}^2)}{0,001 \text{ m}} = -0,292 \text{ kPa}$$

Considérese la figura siguiente

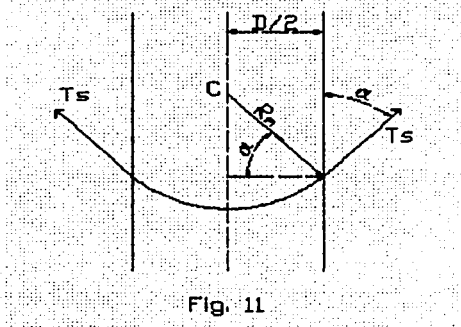


Fig. 11

$R_m$  = radio del menisco (de curvatura)

Se tiene que

$$R_m \cos \alpha = D/2 \dots \dots \dots (1)$$

Recordemos que, para este caso

$$u = -\frac{4T_s \cos \alpha}{D} \dots \dots \dots (2)$$

Despejando el diámetro  $D$  de la ecuación (1) se tiene

$$D = 2R_m \cos \alpha \dots \dots \dots (3)$$

Sustituyendo (3) en (2)

$$u = -\frac{4T_s \cos \alpha}{2R_m \cos \alpha} = -\frac{2T_s}{R_m}$$

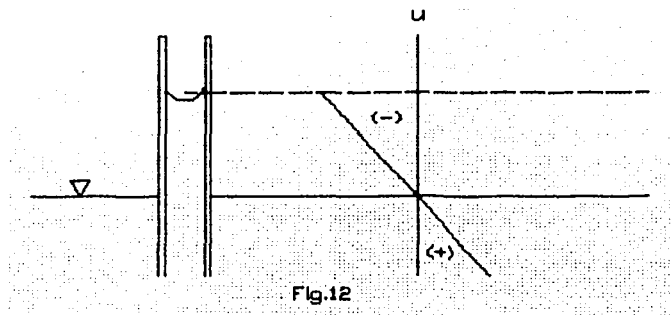
De esta última ecuación, se tiene, teóricamente, que

$$\text{si } R_m = \infty \Rightarrow u = 0$$

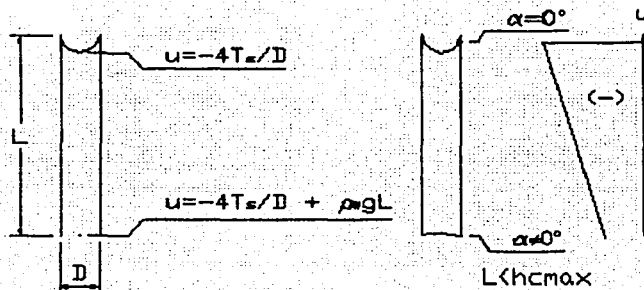
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

si  $R_m = 0 \Rightarrow u = -\infty$

En general, para un tubo capilar colocado debajo del nivel freático se tiene un diagrama de presión del agua como el siguiente:



Para tubos fuera del agua con menisco totalmente formado arriba, se tienen los siguientes casos:



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



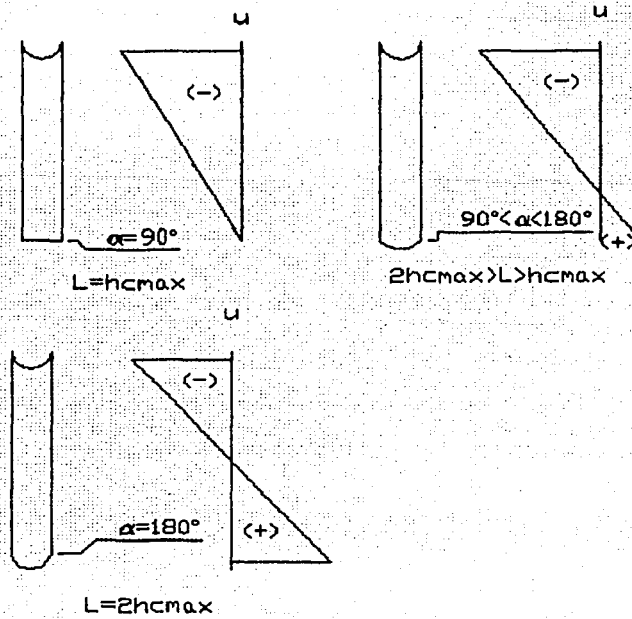


Fig. 13

Si los tubos capilares antes mencionados, fuera del agua, se colocan en posición horizontal, se presentan las siguientes condiciones conforme transcurre el tiempo (iguales en ambos extremos):

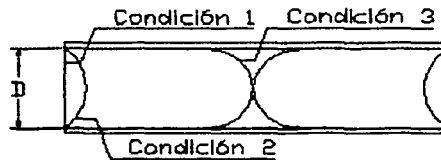


Fig. 14

En condición 1:  $R_m = \infty \Rightarrow u = 0$

En condición 2:  $R_m > \frac{D}{2} \Rightarrow u$  (negativa)

En condición 3:  $R_m = \frac{D}{2} \Rightarrow u = -\frac{4T_s}{D} = -\frac{2T_s}{R_m}$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Si el tubo capilar consta de dos diámetros, como se muestra en la figura siguiente, se tiene:

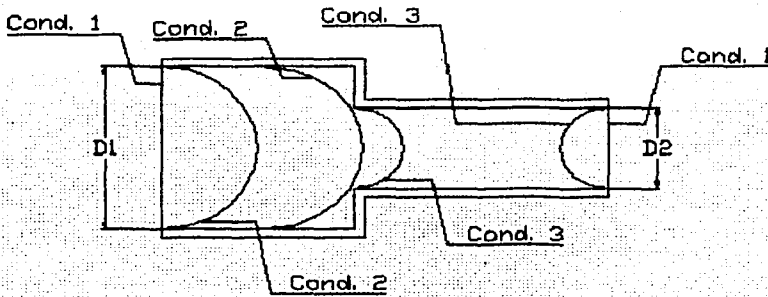


Fig. 15

En condición 1:  $R_m = \infty \Rightarrow u = 0$

En condición 2:  $R_m = \frac{D_1}{2} \Rightarrow u = -\frac{4T_s}{D_1}$

En condición 3:  $R_m = \frac{D_2}{2} \Rightarrow u = -\frac{4T_s}{D_2}$

## II.2. Análisis de Esfuerzos en Suelos.

Sean dos partículas de suelo en contacto directo, debajo del nivel freático, como se muestra en el esquema siguiente:

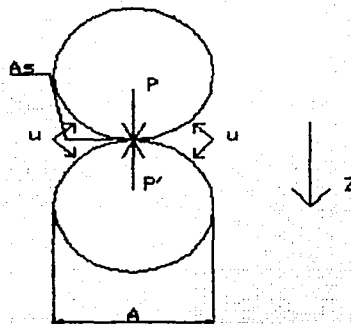


Fig. 16

donde,

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$P$  = fuerza transmitida por la partícula superior  
 $u$  = presión del agua  
 $P'$  = fuerza que recibe la partícula inferior  
 $A$  = área transversal total de las partículas  
 $A_s$  = área de contacto de las partículas sólidas del suelo

Si se plantea una sumatoria de fuerzas en dirección Z, se tiene

$$\Sigma F_z = P - P' - u(A - A_s) = 0$$

dividiendo entre  $A$

$$\frac{P}{A} - \frac{P'}{A} - u\left(1 - \frac{A_s}{A}\right) = 0$$

En suelos, se supone que la relación  $\frac{A_s}{A}$  es despreciable, por lo que se tiene

$$\frac{P}{A} - \frac{P'}{A} - u = 0$$

Ahora bien, se definen los conceptos de esfuerzo vertical total y esfuerzo vertical efectivo como sigue:

$$\sigma_v = \text{esfuerzo vertical total} = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_v' = \text{esfuerzo vertical efectivo} = \frac{P'}{A}$$

por lo que la última expresión puede escribirse

$$\sigma_v - \sigma_v' - u = 0$$

En este curso sólo se usarán esfuerzos verticales, por lo que si despejamos  $\sigma_v'$  se tiene que

$$\sigma_v' = \sigma_v - u$$

En los suelos siempre se cumple que los esfuerzos verticales son mayores que los esfuerzos horizontales:

$$\sigma_v > \sigma_{H_0} = \text{esfuerzo horizontal en reposo}$$

$$\sigma_v' > \sigma_{H_0}' = \text{esfuerzo horizontal efectivo en reposo}$$

### II.3. Diagramas de Esfuerzo Vertical Total, Presión del Agua y Esfuerzo Vertical Efectivo.

Los diagramas de Esfuerzo Vertical Total, Presión del Agua y Esfuerzo Vertical Efectivo se calculan con las expresiones ya mencionadas

$$\sigma_v = \rho g z$$

$$u = \rho_w g z$$

$$\sigma_v' = \sigma_v - u$$

Sea el caso de un solo estrato uniforme, con el nivel freático ubicado en la superficie de dicho estrato, como se muestra en la figura siguiente.

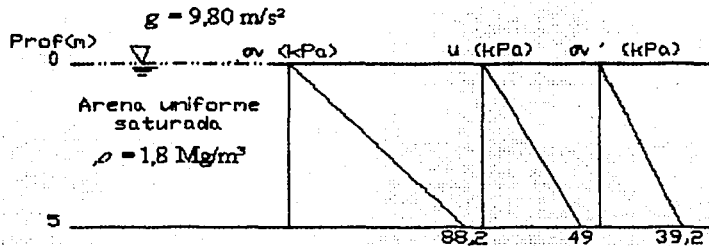


Fig. 17

Sea el caso de un solo estrato, con el nivel freático debajo de la superficie del suelo (suelo encima del nivel freático saturado por capilaridad)

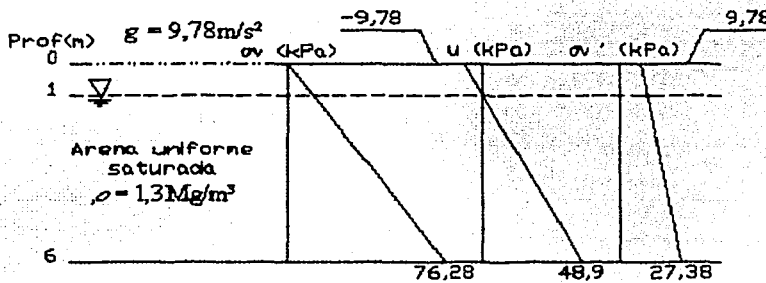


Fig. 18

Sea ahora el caso de un suelo formado por dos estratos y el nivel freático debajo de la superficie del suelo.

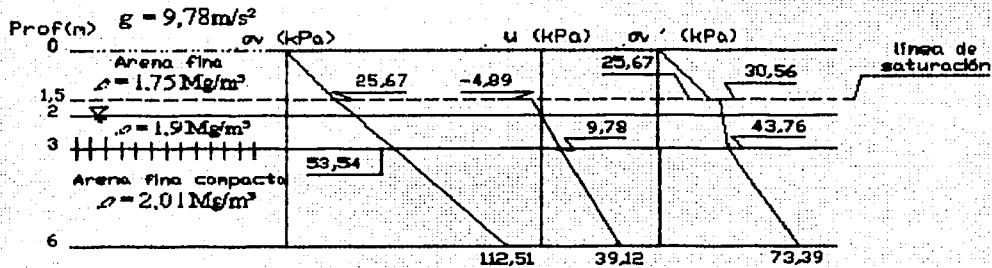


Fig. 19

#### II.4. Flujo de Agua en Suelos.

Experimento de Darcy. Darcy estudió el flujo del agua a través del suelo, apoyado en un equipo, como el que se muestra en la figura siguiente, que consta de un par de vasos comunicantes, entre los cuales se coloca una muestra de suelo y por diferencia de cargas entre los vasos se hace pasar el agua a través de este suelo.

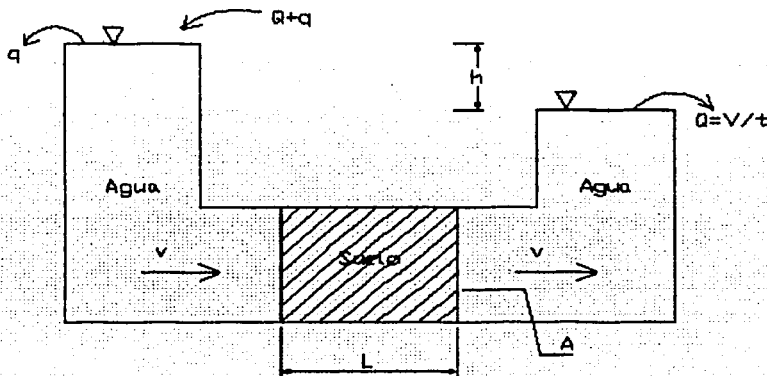


Fig. 20

donde,

- $Q$  = gasto que atraviesa al suelo
- $q$  = gasto que se derrama para lograr  $h = \text{constante}$
- $v$  = velocidad de descarga del agua
- $L$  = longitud del medio poroso (suelo) en dirección del flujo
- $A$  = área transversal al flujo
- $V$  = volumen de agua captada en el tiempo  $t$
- $t$  = tiempo en que se capta el volumen de agua  $V$

ESTE CON  
FUEA DE ORIGEN

El experimento consta de dos partes:

Primera parte: Se fija la longitud  $L$  y se varía la diferencia de alturas  $h$ .

Se concluye que:  $v \sim h$

Segunda parte: Se fija  $h$  y se varía  $L$ .

Se concluye que:  $v \sim \frac{1}{L}$

Darcy dedujo que

$$v \sim \frac{h}{L}$$

donde,

$h$  = carga hidráulica

$\frac{h}{L}$  = gradiente hidráulico =  $i$

por tanto,

$$v \sim i$$

$$v = k i$$

donde,  $k$  = coeficiente de permeabilidad.

Cabe mencionar que el valor de  $k$  no es una constante del suelo, ya que depende de la estructura de éste.

Definición: El coeficiente de permeabilidad es igual a la velocidad de descarga del agua, en el caso donde el gradiente hidráulico sea igual a la unidad.

En el Sistema Internacional  $k$  se expresa en m/s.

Definición: Se define como velocidad de descarga del agua, a la velocidad promedio que tiene el agua inmediatamente antes de entrar en el medio poroso o inmediatamente después de salir de éste.

Todo lo anterior es válido si el flujo de agua es laminar, es decir, cuando la velocidad es tan baja que no se produce turbulencia.

$v_{baja} \Rightarrow$  flujo laminar con  $v \sim i$

$v_{alta} \Rightarrow$  flujo turbulento con  $v \sim i^{4/7}$

Existe el concepto de velocidad crítica  $v_c$ .

- El flujo laminar se presenta cuando  $v < v_c$ .
- El flujo turbulento se presenta cuando  $v > 6,5 v_c$ .
- El flujo puede ser laminar o turbulento cuando  $v_c < v < 6,5 v_c$ .

### II.5. Concepto de Velocidad de Filtración.

Considérese el mismo arreglo utilizado por Darcy en sus experimentos, con la única diferencia en que la masa de suelo se separa en su parte sólida y sus vacíos, como se muestra en la figura.

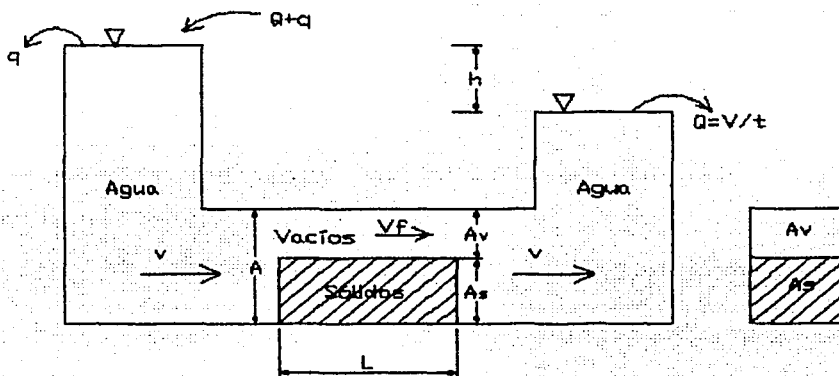


Fig. 21

$v_f =$  velocidad de filtración.

De la figura se tiene que

$$Q = v A$$

y también

$$Q = v_f A_v$$

Por lo que es posible igualar ambas ecuaciones

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

$$v_f A_v = vA$$

$$v_f = v \frac{A}{A_v} = v \frac{V}{V_v}, \quad v_f = \frac{v}{n}$$

$$n = \frac{e}{1+e}$$

$$\therefore v_f = v \frac{1+e}{e}$$

## II.6. Concepto de Velocidad Real.

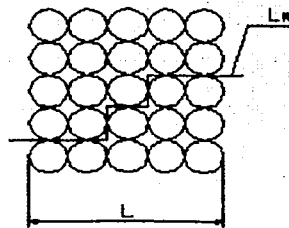


Fig. 22

En general, cuando hablamos de velocidad de filtración, consideramos que el agua sigue una trayectoria recta y recorre una distancia  $L$ , pero en realidad el agua no sigue este tipo de trayectoria y, por tanto, recorre una distancia mayor  $L_R$ . Vea la figura 22.

Aceptado lo anterior, podemos afirmar que la velocidad real del agua ( $v_R$ ) es mayor que la velocidad de filtración ( $v_f$ ) con que trabajamos.

## II.7. Efectos que el flujo del agua produce en el suelo.

En general son dos:

1. Fuerzas de Filtración.
2. Variaciones en la resistencia del suelo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Estas consideraciones se pueden calcular teóricamente en cualquier punto de la zona de flujo.

## II.8. Métodos para determinar el Coeficiente de Permeabilidad en los suelos.

### 1. Métodos Directos.



1.1. En Laboratorio

- Permeámetro de Carga Constante.
- Permeámetro de Carga Variable.

1.2. En Campo

- Prueba de bombeo "in situ"

2. Métodos Indirectos.

- 2.1. De la curva granulométrica. (Allen Hazen)
- 2.2. Prueba horizontal de capilaridad.
- 2.3. Con datos de la prueba de consolidación.

Permeámetro de Carga Constante.

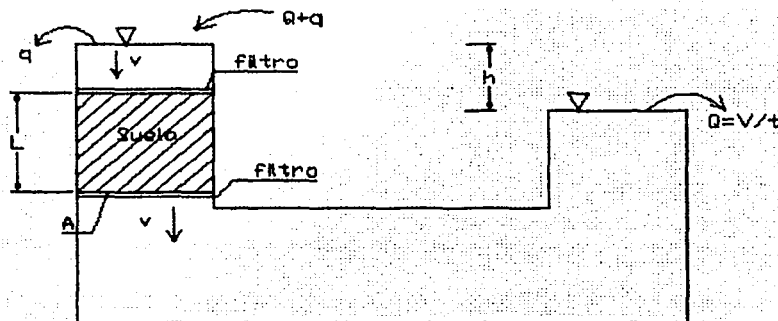


Fig. 23

De la ley de Darcy

TESTE CON  
FALLA DE ORIGEN

$$v = k i = k \frac{h}{L}$$

además,

$$Q = v A = k A \frac{h}{L} = \frac{V}{t}$$

despejando  $k$

$$k = \frac{V L}{t h A}$$

Vea la figura 23.

Ejemplo 5.

Se realiza una prueba de permeabilidad a un suelo, con un permeámetro que es un tubo de sección circular de 7 cm de diámetro. La probeta dentro de ese tubo tiene 20 cm de longitud. La diferencia de espejos de agua medida en dirección vertical es de 50 cm. El volumen de agua captado fue de 105 cm<sup>3</sup> en 5 minutos. La masa seca de la probeta es de 1105 g y la densidad relativa de la arena es  $G_s = 2,65$ .

Calcule:

- Coefficiente de permeabilidad  $k$  de ese suelo.
- Velocidad de descarga.
- Velocidad de filtración.

a) Cálculo de la permeabilidad.

$$k = \frac{V L}{t h A}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0,07 \text{ m})^2}{4} \approx 3,848 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$k = \frac{(105 \times 10^{-6} \text{ m}^3)(0,2 \text{ m})}{(300 \text{ s})(0,5 \text{ m})(3,848 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} \approx 3,639 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

b) Cálculo de la velocidad de descarga.

$$v = k \frac{h}{L} = (3,639 \times 10^{-5} \text{ m/s}) \frac{(0,5 \text{ m})}{(0,2 \text{ m})} \approx 9,1 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

c) Cálculo de la velocidad de filtración.

$$v_f = v \frac{1+e}{e}$$

Cálculo de la relación de vacíos  $e$ .

El volumen total de la probeta de suelo es:

$$V_s = (20 \text{ cm})(38,48 \text{ cm}^2) = 769,7 \text{ cm}^3$$

La masa de sólidos de la probeta de suelo es 1105 g.

Se tiene un esquema de fases del suelo como sigue:

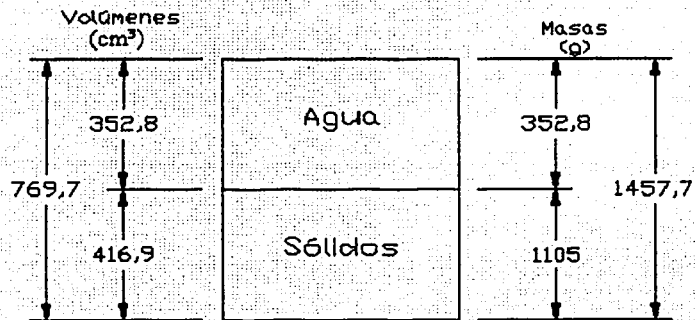


Fig. 24

Por lo que

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{352,8 \text{ cm}^3}{416,9 \text{ cm}^3} \approx 0,8462$$

$$v_f = v \frac{1+e}{e} = (9,1 \times 10^{-5} \text{ m/s}) \frac{(1+0,8462)}{(0,8462)} \approx 1,984 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Permeámetro de carga variable.

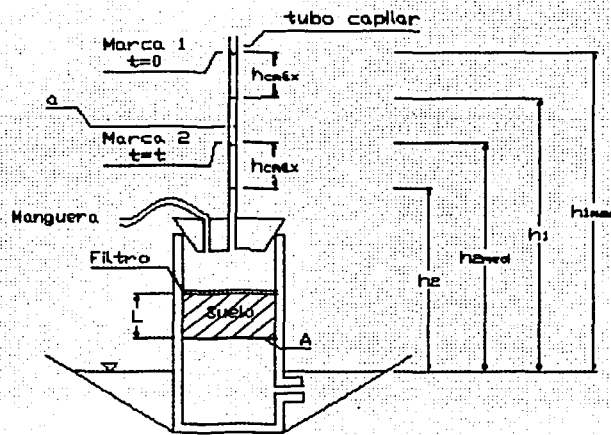


Fig. 25

$a$  = área transversal interior en el tubo capilar.

El cálculo del coeficiente de permeabilidad mediante el permeámetro de carga variable se hace basado en lo siguiente:

Se sabe que

$$k = \frac{V L}{A h t}$$

despejando  $V$

$$V = \frac{k A h t}{L}$$

Tomando un diferencial de volumen perdido de agua en un diferencial de tiempo

$$dV = \frac{k A h}{L} dt \dots\dots\dots(1)$$

además

$$dV = -a dh \dots\dots\dots(2)$$

(se pone signo negativo para considerar que es un volumen de agua que pierde el sistema)

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Igualando (1) y (2) e integrando, se tiene

$$\frac{k A h}{L} dt = -a dh$$

$$\frac{k A}{L} dt = -a \frac{dh}{h}$$

$$\frac{k A}{L} \int_{t=0}^{t} dt = -a \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h}$$

$$\frac{k A}{L} t \Big|_0^t = -a \ln h \Big|_{h_1}^{h_2}$$

$$\frac{k A}{L} t = a (\ln h_1 - \ln h_2) = a \ln \frac{h_1}{h_2}$$

despejando  $k$

$$k = \frac{a L}{A t} \ln \frac{h_1}{h_2}$$

$$h_1 = h_{1med} - h_{c.men}$$

$$h_2 = h_{2med} - h_{c.men}$$

$$k = \frac{a L}{A t} \ln \frac{h_{1med} - h_{c.men}}{h_{2med} - h_{c.men}}$$

Vea la figura 25.

Ejemplo 6.

Se realiza una prueba de permeabilidad a un suelo, del tipo carga variable. La probeta tiene el mismo diámetro interior del tubo que la contiene que es de 10 cm. La distancia entre la marca superior y el espejo de agua es de 47 cm. De la marca inferior al espejo de agua se tienen 32 cm. El tiempo que lleva al menisco moverse de la marca superior a la inferior es de 8 minutos con 52 segundos. El diámetro interior del tubo capilar es de 3 mm. Calcule el coeficiente de permeabilidad (en m/s) en un lugar donde  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ .

De acuerdo a lo anterior, se cuenta con la siguiente información:

$$D = 0,1 \text{ m}$$

$$L = 0,1 \text{ m}$$

$$h_{1med} = 0,47 \text{ m}$$

$$h_{2med} = 0,32 \text{ m}$$

$$t = 532 \text{ s}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$d = 0,003 \text{ m}$$

por lo que

$$A = 7,854 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$a = 7,069 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Se calcula la altura capilar máxima

$$h_{c_{\max}} = \frac{4T_s}{\rho g d} = \frac{4(7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m})}{(1 \text{ Mg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(0,003 \text{ m})} \approx 9,93 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Con este valor se calculan  $h_1$  y  $h_2$ , como sigue

$$h_1 = h_{1_{\text{med}}} - h_{c_{\max}} = 0,47 \text{ m} - 9,93 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 0,46 \text{ m}$$

$$h_2 = h_{2_{\text{med}}} - h_{c_{\max}} = 0,32 \text{ m} - 9,93 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 0,31 \text{ m}$$

finalmente

$$k = \frac{aL}{At} \ln \frac{h_1}{h_2} = \frac{(7,069 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(0,1 \text{ m})}{(7,854 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(532 \text{ s})} \ln \frac{0,46 \text{ m}}{0,31 \text{ m}} \approx 6,677 \times 10^{-8} \text{ m/s}$$

## II.9. Permeabilidades Equivalentes.

Flujo paralelo a la estratificación.

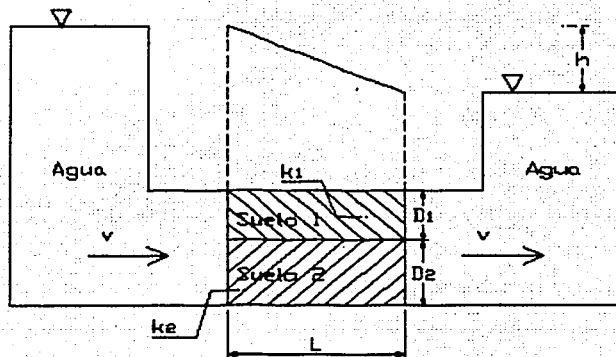


Fig. 26

De acuerdo a Darcy, para el sistema de suelos

$$v = k_p i = k_p \frac{h}{L}$$

donde  $k_p$  = permeabilidad paralela a la estratificación

Considerando 1 m de espesor, se tiene

$$Q_{sist} = v A = v(D_1 + D_2)(1 \text{ m}) = k_p \frac{h}{L} (D_1 + D_2)(1 \text{ m}) \dots \dots \dots (a)$$

$$Q_{sist} = Q_1 + Q_2 \dots \dots \dots (b)$$

$$Q_1 = k_1 \frac{h}{L} D_1 (1 \text{ m}) \dots \dots \dots (c)$$

$$Q_2 = k_2 \frac{h}{L} D_2 (1 \text{ m}) \dots \dots \dots (d)$$

igualando (a) y (b) y sustituyendo (c) y (d)

$$k_p \frac{h}{L} (D_1 + D_2) = k_1 \frac{h}{L} D_1 + k_2 \frac{h}{L} D_2$$

despejando  $k_p$

$$k_p = \frac{k_1 D_1 + k_2 D_2}{D_1 + D_2}$$

generalizando a "n" estratos

$$k_p = \frac{\sum_{j=1}^{j=n} k_j D_j}{\sum_{j=1}^{j=n} D_j}$$

Vea la figura 26.



Flujo normal a la estratificación.

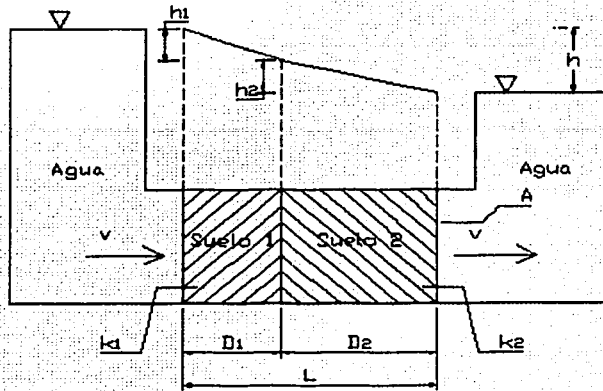


Fig. 27

$$Q_{sist} = Q_1 = Q_2 = Q$$

$$h = h_1 + h_2 \dots\dots\dots (a)$$

$$Q_{sist} = vA = k_N \frac{h}{L} A = k_N \frac{h}{D_1 + D_2} A \dots\dots\dots (b)$$

$k_N$  = permeabilidad de flujo normal a la estratificación

Despejando  $h$  de (b)

$$h = \frac{Q(D_1 + D_2)}{k_N A} \dots\dots\dots (c)$$

$$Q_1 = k_1 \frac{h_1}{D_1} A \Rightarrow h_1 = \frac{Q D_1}{k_1 A} \dots\dots\dots (d)$$

$$Q_2 = k_2 \frac{h_2}{D_2} A \Rightarrow h_2 = \frac{Q D_2}{k_2 A} \dots\dots\dots (e)$$

Sustituyendo (c), (d) y (e) en (a)

$$\frac{Q(D_1 + D_2)}{k_N A} = \frac{Q D_1}{k_1 A} + \frac{Q D_2}{k_2 A}$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



despejando  $\frac{1}{k_N}$

$$\frac{1}{k_N} = \frac{\frac{1}{k_1} D_1 + \frac{1}{k_2} D_2}{D_1 + D_2}$$

Generalizando

$$\frac{1}{k_N} = \frac{\sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{k_j} D_j}{\sum_{j=1}^{j=n} D_j}$$

Vea la figura 27.

## II.10. Factores que influyen en la permeabilidad de los suelos.

### 1. Relación de vacíos.

Valores típicos:

Arena:  $e = 0,40$  ;  $k = 4 \times 10^{-4}$  m/s  
 Arcilla:  $e = 6$  ;  $k = 7 \times 10^{-10}$  m/s

En un mismo suelo, se cumple que a mayor relación de vacíos ( $e$ ) mayor permeabilidad ( $k$ ).

### 2. Temperatura del agua.

La viscosidad dinámica del agua varía con la temperatura

$$\mu = f(T)$$

A mayor temperatura mayor permeabilidad (menor viscosidad)

### 3. Estructura del suelo y estratificación.

#### 3.1. Estructura.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

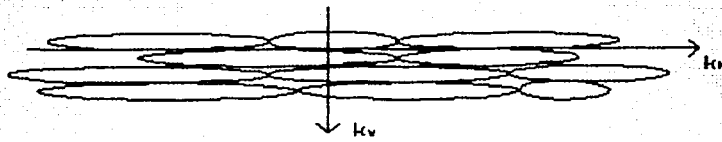


Fig. 27

De acuerdo a la figura anterior,  $k_h > k_v$

### 3.2. Estratificación.

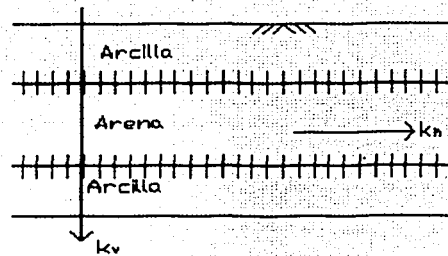


Fig. 28

De acuerdo al esquema anterior,  $k_h > k_v$

### 3.3. Agujeros y fisuras.

Los agujeros y fisuras producen permeabilidades aparentes más altas.

### 3.4. El campo gravitatorio.

A mayor gravedad mayor  $k$ .

### 3.5. Arrastre de partículas finas por el agua.

Al lavar a un suelo de finos aumenta su  $k$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

II. 11. Diagramas de esfuerzos y presión del agua en condición hidrodinámica.

1. Caso hidrostático.

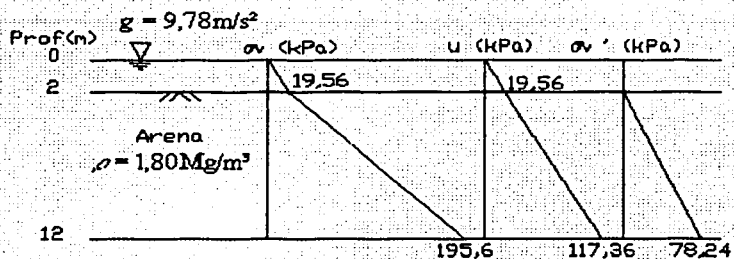


Fig. 29

2. Caso de flujo descendente.

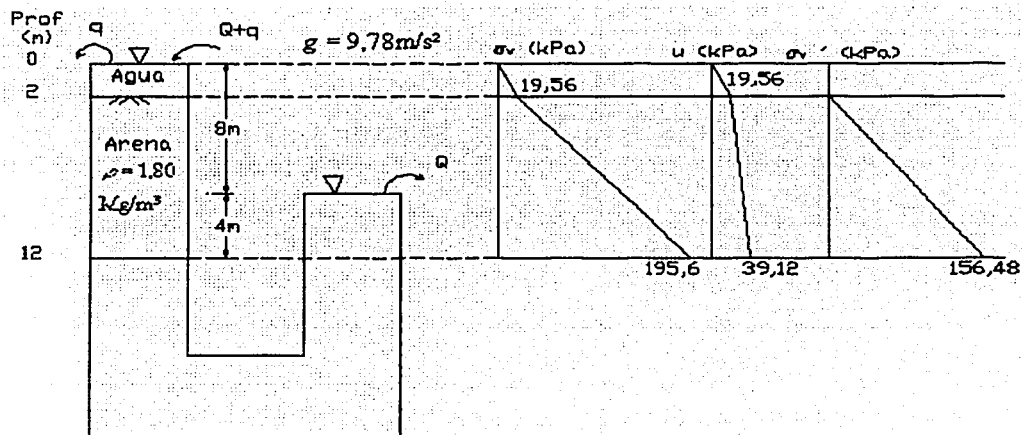
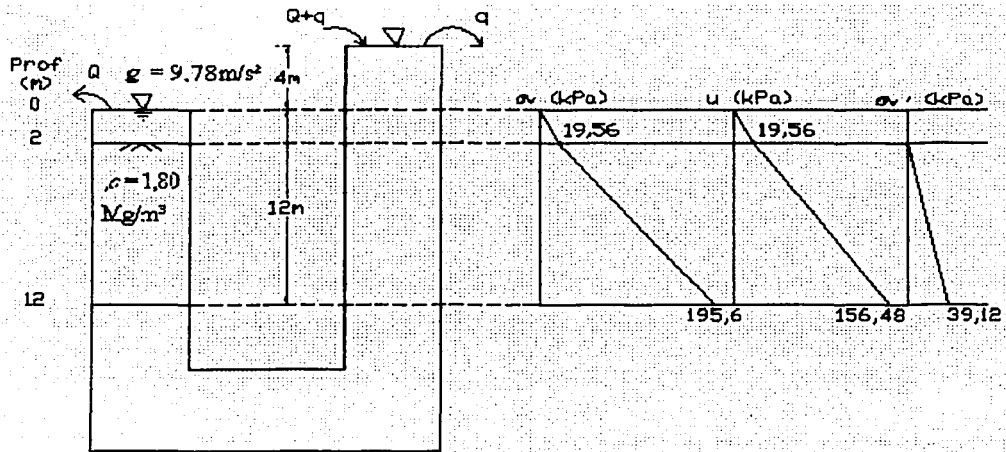


Fig. 30

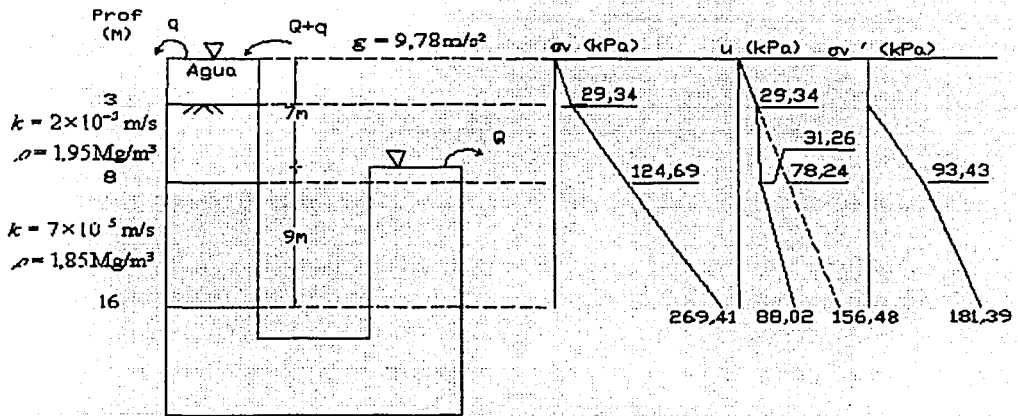
TESIS CON FALLA DE ORIGEN

3. Caso de flujo ascendente.



Ejemplo 7.

Construir los diagramas de esfuerzo vertical total, presión del agua y esfuerzo vertical efectivo, del siguiente arreglo de suelo.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Cálculo del coeficiente de permeabilidad equivalente.

$$\frac{1}{k_N} = \frac{\frac{1}{k_1} D_1 + \frac{1}{k_2} D_2}{D_1 + D_2} = \frac{\frac{1}{2 \times 10^{-5} \text{ m/s}} (5 \text{ m}) + \frac{1}{7 \times 10^{-5} \text{ m/s}} (8 \text{ m})}{5 \text{ m} + 8 \text{ m}}$$

$$k_N \approx 3,569 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

Cálculo del gasto del sistema.

$$Q_{\text{stst}} = Q_1 = Q_2 = v A = k_N \frac{h}{L} (1 \text{ m}^2) = (3,569 \times 10^{-5} \text{ m/s}) \left( \frac{7 \text{ m}}{13 \text{ m}} \right) (1 \text{ m}^2) \approx 1,922 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

Cálculo de la pérdida en cada estrato.

$$h_1 = \frac{Q_1 D_1}{k_1 A} = \frac{(1,922 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})(5 \text{ m})}{(2 \times 10^{-5} \text{ m/s})(1 \text{ m}^2)} \approx 4,804 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{Q_2 D_2}{k_2 A} = \frac{(1,922 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})(8 \text{ m})}{(7 \times 10^{-5} \text{ m/s})(1 \text{ m}^2)} \approx 2,196 \text{ m}$$

$$h_1 + h_2 = 7 \text{ m}$$

La presión hidrodinámica en la frontera entre los dos suelos puede calcularse de dos formas; siguiendo la dirección del flujo del agua, restando de la presión hidrostática en este punto la pérdida debida al paso del agua a través del primer suelo.

$$u_{\text{hidrodin}} = u_{\text{hidrostat}} - \rho_w g h_1 = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(8 \text{ m}) - (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(4,804 \text{ m}) \approx 31,26 \text{ kPa}$$

O bien, en dirección opuesta al flujo, calculando la presión hidrostática en la parte baja de los suelos, sumando la pérdida debida al segundo suelo y restando a esto la presión hidrostática debida a la columna de agua sobre el punto de interés.

$$u_{\text{hidrodin}} = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(9 \text{ m}) + (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(2,196 \text{ m}) - (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(8 \text{ m}) \approx 31,26 \text{ kPa}$$

## II. 12. Teoría de flujo de agua en suelos.

Ecuaciones hidrodinámicas que rigen el flujo de agua en los suelos (válidas para flujo establecido)

Suposiciones:

- a) El régimen es establecido ( $Q = \text{constante}$ )
- b) El suelo está saturado ( $S_r = 100\%$ )
- c) El agua y las partículas sólidas son incompresibles (si no es así no se cumple con  $Q = \text{constante}$ )
- d) El flujo no modifica la estructura del suelo en ninguna forma.

Ecuación de continuidad.

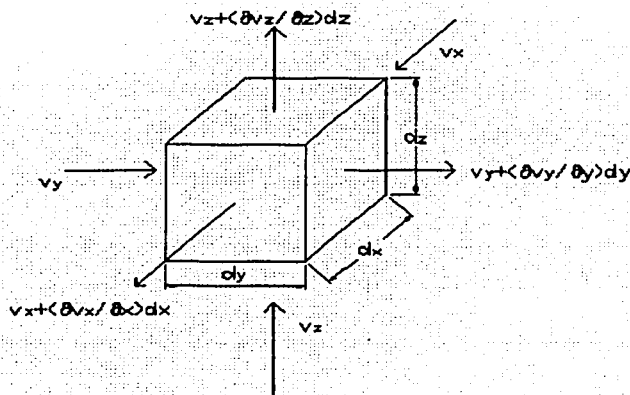


Fig. 33

$$Q_{salida} - Q_{entrada} = 0$$

$$(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) dy dz + (v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy) dx dz + (v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz) dy dx - v_x dy dz - v_y dx dz - v_z dy dx = 0$$

finalmente

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad \text{Ecuación de Continuidad.}$$

Vea la figura 33.

Suponemos ahora válida la ley de Darcy; en forma general y diferencial

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$v = k \frac{dh}{dL} = k \frac{\partial h}{\partial L}$$

para cada dirección

$$v_x = k_x \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v_y = k_y \frac{\partial h}{\partial y}, \quad v_z = k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación de continuidad

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

suponiendo  $k_x = k_y = k_z = k$

$$k \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 = \nabla^2 h \quad \text{Ecuación de Laplace}$$

La función que satisface a esta ecuación es armónica.

En este curso se manejará sólo flujo bidimensional.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 = \nabla^2 h$$

La solución general de esta última ecuación está constituida por dos grupos de funciones que se pueden representar dentro de la zona de flujo, como dos familias de curvas ortogonales.

Solución a la Ecuación de Laplace.

1. Función Potencial:  $\phi = -k h + C$

Cumple verificando que:  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$

$\phi(x, z) = C$  es solución de la ecuación de Laplace. Representa a un número infinito de funciones, dependiendo del valor de la constante  $C$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2. Función de flujo:  $\varphi(x, z) = C$

donde:  $v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$  y  $v_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$

También cumple que:  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$

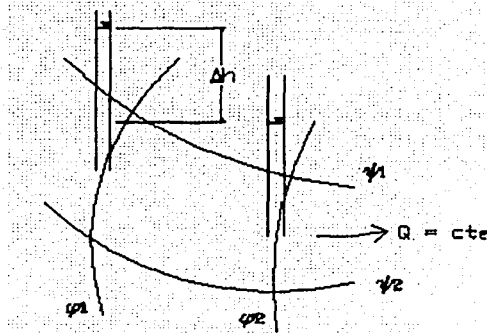


Fig. 34

Vea la figura 34.

TESIS C...  
FALLA DE ORIGEN

### II.13. Método de las Redes de Flujo. (Arturo Casagrande).

Pasos a seguir para trazar una Red de Flujo.

1. Se delimita la zona de flujo que se desea analizar, revisando con cuidado las condiciones específicas de frontera.
2. Se trazan dos familias de curvas ortogonales entre sí que satisfagan las condiciones de frontera y que constituyan la solución única de la ecuación de Laplace.

Algunas reglas útiles.

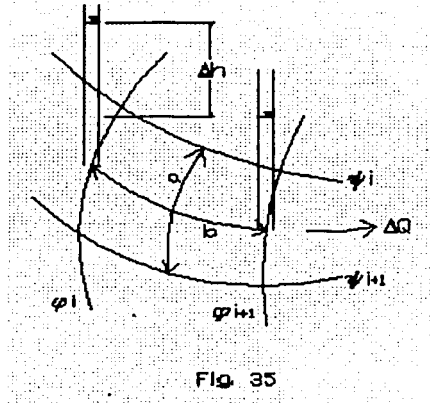
- a. La frontera entre el agua libre y el suelo a través del cual se infiltra el agua es siempre una línea equipotencial.
- b. El contacto entre un medio teóricamente impermeable y otro permeable, a través del cual se infiltra el agua, es siempre una línea de flujo.

El trazo de la Red de Flujo requiere:



- Dibujar las líneas de flujo, buscando que el gasto que pase por cada canal de flujo sea el mismo  $\Delta Q$ .
- Dibujar las líneas equipotenciales, de modo que la caída de carga hidráulica entre cada dos de ellas sea la misma  $\Delta h$ .

Gasto que pasa por toda la red.



$\Delta Q$  = gasto que pasa por el canal de flujo con una unidad de espesor.

Según la ley de Darcy (suponiendo la misma permeabilidad en cualquier dirección)

$$\Delta Q = k(a \cdot 1 \text{ m}) \frac{\Delta h}{b}$$

$$Q = n_f \Delta Q$$

donde

$Q$  = gasto total en la red  
 $n_f$  = número de canales de flujo

Se puede decir que

$$\Delta Q = \frac{Q}{n_f} \dots\dots\dots(2)$$

Por otro lado,

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$h = n_e \Delta h$$

donde

$h$  = caída de carga para toda la red  
 $n_e$  = número de caídas equipotenciales

Se puede decir que

$$\Delta h = \frac{h}{n_e} \dots \dots \dots (3)$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1)

$$\frac{Q}{n_f} = k (a \cdot 1 \text{ m}) \frac{h}{n_e b}$$

haciendo  $a = b$  y despejando  $Q$

$$Q = k h \frac{n_f}{n_e} (1 \text{ m})$$

$$\frac{n_f}{n_e} = \text{factor de forma} = F_f$$

finalmente, para cada metro de espesor

$$Q = k h F_f$$

$$a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow \text{cuadrados curvilíneos}$$

Vea la figura 35.

Ejemplo 8.

Suponiendo para todo punto de la zona de flujo  $k = 6,73 \times 10^{-6}$  m/s. Calcular el gasto que atraviesa toda la red de flujo que se muestra a continuación. La escala del dibujo está dada por  $\Delta h = 1$  m.

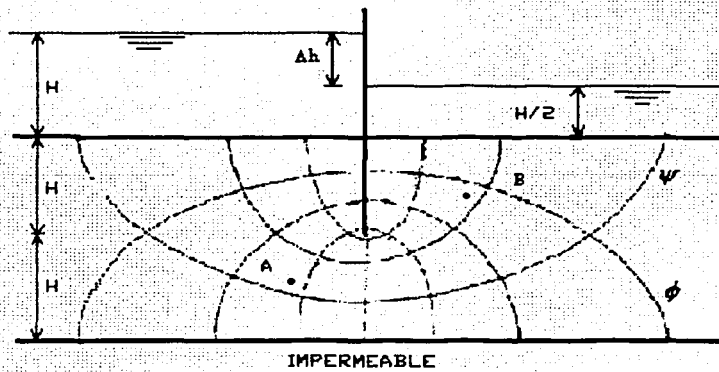


Fig. 36

Gasto para un metro de espesor  $Q = khF_f$

$$\begin{aligned} n_f &= 4 \\ n_e &= 8 \end{aligned}$$

$$\text{Factor de forma: } F_f = \frac{n_f}{n_e} = \frac{4}{8} = 0,5$$

Midiendo de la figura anterior:  $h = 1 \text{ m}$ .

Finalmente

$$Q = (6,73 \times 10^{-6} \text{ m/s})(0,5)(1 \text{ m}) = 3,36 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

Cuadrados Singulares.

Caso I.

Cuando una línea de flujo y una equipotencial son paralelas por singularidad en la red, se entenderá que se intersecan en el infinito. Teóricamente en el infinito, la velocidad con que el agua se infiltra en el suelo debe valer cero.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

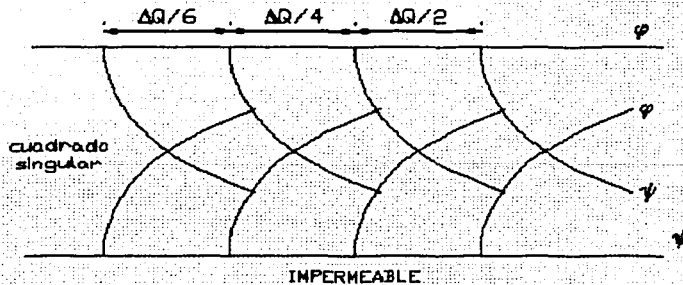


Fig. 37

Caso II.

Si una línea de flujo y una equipotencial se unen en un ángulo mayor a  $90^\circ$ , en el punto de unión el agua tiene una velocidad muy alta.

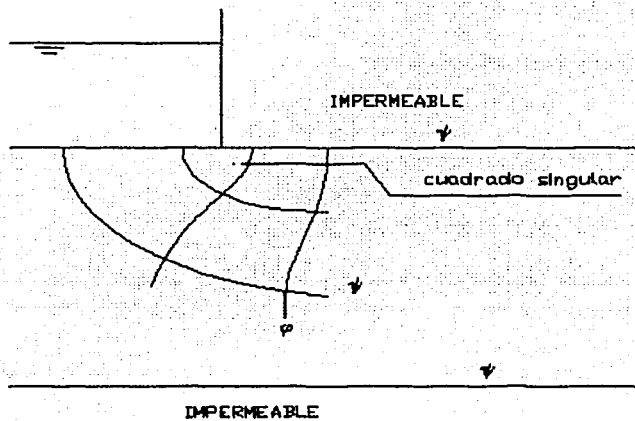


Fig. 38

Caso III.

Cuando una equipotencial y una línea de flujo se cortan por singularidad en la red con un ángulo menor a  $90^\circ$ , en el punto de intersección la velocidad de infiltración es muy baja.

TESIS C.  
FALLA DE ORIGEN

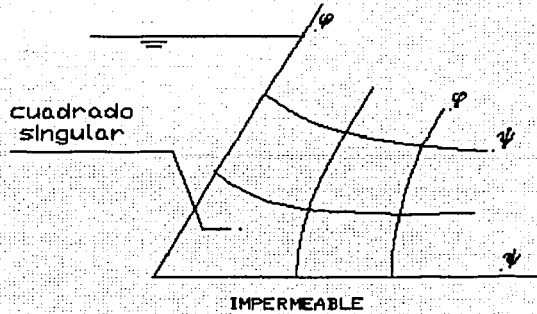


Fig. 39

Cálculo de la presión hidrodinámica en cualquier punto de la red.

Por los principios de hidráulica se sabe que:

$$h = u + \frac{1}{2} \rho_w v^2 + \rho_w g z = \text{constante}$$

En suelos, se desprecia el segundo término ya que la velocidad es muy baja.

De acuerdo con lo anterior:

$$h = u + \rho_w g z \quad \text{en términos de presión}$$

$$h = \frac{u}{\rho_w g} + z \quad \text{en términos de columna de agua}$$

En términos de columna de agua, separaremos de la presión hidrodinámica sus componentes presión hidrostática y caída de carga (al atravesar el agua al suelo)

$$\frac{u_{hdn}}{\rho_w g} = \frac{u_{hst}}{\rho_w g} - \chi \Delta h$$

donde

$u_{hdn}$  = presión hidrodinámica

$u_{hst}$  = presión hidrostática

$\chi$  = número de caídas de carga hasta el punto, sobre la línea de flujo que pasa por éste.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Ejemplo 9.

Calcule la presión hidrodinámica en el punto A de la red de flujo de la Fig. 36.

$$\frac{u_{hdn}}{\rho_w g} = \frac{u_{hst}}{\rho_w} - \chi \Delta h$$

Midiendo directamente de la red de la figura, se tiene que

$$\frac{u_{hst}}{\rho_w g} = 4,7 \text{ m}$$

$$h = 1 \text{ m}$$

por lo que

$$\Delta h = \frac{h}{n_c} = \frac{1 \text{ m}}{8} = 0,125 \text{ m}$$

De la red  $\chi \approx 2,88$

finalmente

$$\frac{u_{hdn}}{\rho_w g} = 4,7 \text{ m} - (2,88)(0,125 \text{ m}) = 4,34 \text{ m}$$

En unidades de presión

$$u_{hdn} = (4,34 \text{ m})(1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2) \approx 42,45 \text{ kPa}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Cálculo del Gradiente Hidráulico en cualquier punto de la red de flujo.**

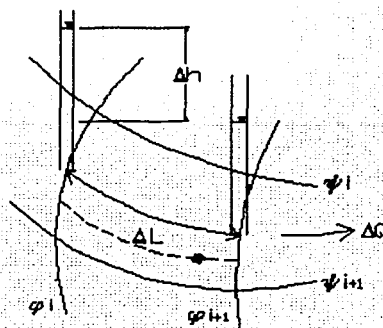


FIG. 40

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta L} = \text{gradiente hidráulico}$$

Vea la figura 40.

Ejemplo 10.

Calcule el gradiente hidráulico en el punto B de la red de la figura 36.

$$\Delta h = 0,125 \text{ m}$$

midiendo de la red  $\Delta L = 0,9 \text{ m}$

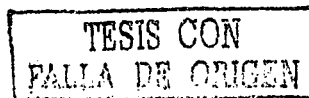
$$i = \frac{\Delta h}{\Delta L} = \frac{0,125 \text{ m}}{0,9 \text{ m}} = 0,139$$

**Cálculo de la Velocidad de Descarga en cualquier punto de la red.**

$$v = k i = k \frac{\Delta h}{\Delta L}$$

Ejemplo 11.

Calcule la velocidad de descarga en el punto B, si  $k = 6,73 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ .



$$v_B = ki = (6,73 \times 10^{-6} \text{ m/s})(0,139) = 9,347 \times 10^{-7} \text{ m/s}$$

Cálculo de la Velocidad de Filtración en cualquier punto de la red.

$$v_f = v \frac{1+e}{e}$$

Ejemplo 12.

Calcule la velocidad de filtración en el punto B, si  $e = 0,42$ .

$$v_{f_B} = (9,347 \times 10^{-7} \text{ m/s}) \frac{1+0,42}{0,42} = 3,160 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

Cálculo de la fuerza de filtración (o empuje hidrodinámico) para todo un cuadrado curvilíneo, y para una unidad de espesor.

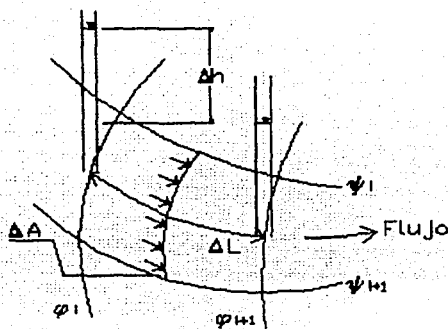


Fig. 41

$$P = \Delta h \rho_w g$$

$P$  = presión que reciben los sólidos del suelo por flujo del agua.

Vea la figura 41.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Empuje Hidrodinámico o Fuerza de Filtración asignable al cuadrado curvilíneo

$$J = P\Delta A = \Delta h \rho_w g \Delta A$$

En el Sistema Internacional de Unidades,  $J$  tiene como unidades [kN]

Ejemplo 13.

Calcule la fuerza de filtración asignable al cuadrado curvilíneo, de la figura 36, que aloja al punto B.

De la figura se tiene que  $\Delta A = 0,8 \text{ m}^2$

entonces,

$$J = P\Delta A = \Delta h \rho_w g \Delta A = (0,125 \text{ m})(1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(0,8 \text{ m}^2) = 0,978 \text{ kN}$$

Cálculo del Empuje Hidrodinámico Específico para cualquier punto de la red.

$$j = \frac{J}{V_{\text{cuadrado curvilíneo}}} = \frac{\rho_w g \Delta A \Delta h}{\Delta A \Delta L} = \rho_w g \frac{\Delta h}{\Delta L} = \rho_w g i$$

En el Sistema Internacional de Unidades,  $j$  tiene como unidades [kN/m<sup>3</sup>]

Ejemplo 14.

Calcule el empuje hidrodinámico específico para el punto B de la red de flujo.

$$j = \rho_w g i = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(0,139) \approx 1,36 \text{ kN/m}^3$$

## II.14. Teoría de la Sección Transformada.

La teoría de la Sección Transformada permite la transformación de un suelo real al caso de permeabilidad isotrópica. Los suelos reales nunca cumplen estrictamente con la isotropía.

La teoría de la Sección Transformada es un artificio geométrico, donde se pasa de las coordenadas reales de una región de flujo a unas coordenadas donde se cumple la isotropía respecto de la permeabilidad. En la región transformada se presentan las mismas condiciones de frontera que existen en la sección real, suponiendo también la homogeneidad del suelo.

Se somete a la región de flujo a una transformación de coordenadas en una sola dirección.

Supongamos el caso donde  $k_x \neq k_z$ .

- Transformación en dirección del eje  $X$ .

La ecuación de Laplace toma la forma:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

dividiendo entre  $k_z$  ambos miembros

$$\frac{k_x}{k_z} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Analizando sólo el primer miembro

$$\frac{\partial^2 h}{\left(\frac{k_z}{k_x}\right) \partial x^2}$$

$$\left(\frac{k_z}{k_x}\right) x^2 = x_T^2$$

$x_T$  = abscisa transformada

Se puede decir que:  $x_T = x \sqrt{\frac{k_z}{k_x}}$

La ecuación de Laplace se puede escribir ahora como sigue:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x_T^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Se define con la letra "F" al llamado factor de escala:

$$F_x = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}}$$

finalmente

$$x_T = x \cdot F_x$$

De la nueva región, el coeficiente de permeabilidad se puede expresar como sigue:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$k_T = k_x \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} = k_x \cdot F_x = \sqrt{k_x k_z}$$

- Transformación en dirección del eje Z.

Por analogía

$$z_T = z \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}$$

El factor de escala en esta dirección sería

$$F_z = \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}$$

El coeficiente de permeabilidad de la región transformada sería

$$k_T = k_z \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} = k_z \cdot F_z = \sqrt{k_x k_z}$$

Ejemplo 15.

Transformaciones en las direcciones del eje X y Z (por separado).

Suponga una presa sobre fondo impermeable.

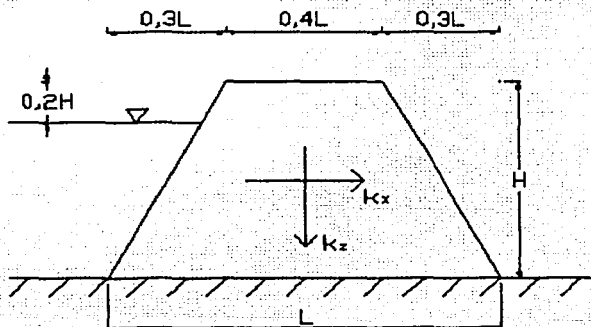


Fig. 42

$$k_x = 2 k_z$$

Transformación en dirección del eje X.

$$F_x = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0,7071$$

$$x_T = x \cdot F_x \approx 0,7071 x$$

$$L_T \approx 0,7071 L$$

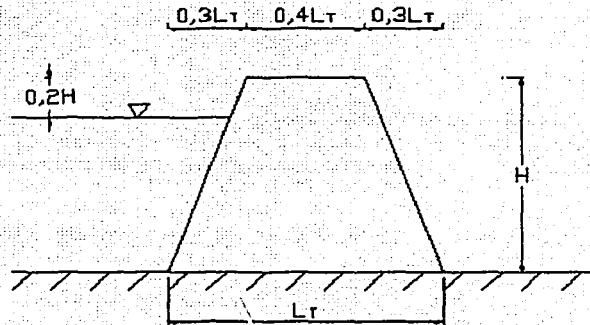


FIG. 43

Transformación en dirección del eje Z.

$$F_z = \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} = \sqrt{2} \approx 1,41$$

$$z_T = z \cdot F_z \approx 1,41 z$$

$$H_T \approx 1,41 H$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

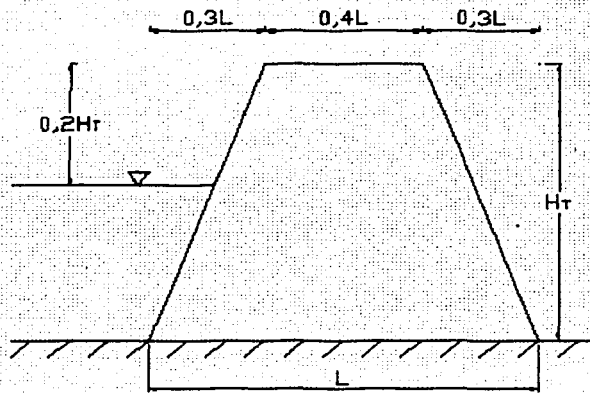


Fig. 44

Las regiones finales tienen las mismas proporciones, pero diferente escala.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### III. Estado de esfuerzo y estado incremental de esfuerzo en la masa de suelo.

Supongamos una superficie horizontal, como se muestra en la siguiente figura

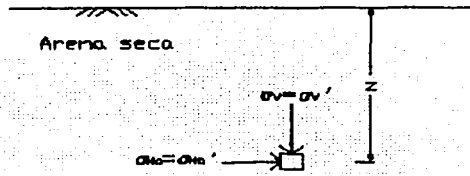


FIG. 45

En suelos se cumple siempre que  $\sigma_v > \sigma_h$

Se define el Coeficiente de Suelos en Reposo ( $K_o$ ) como

$$K_o = \frac{\sigma_{ho}'}{\sigma_v'}$$

donde,

$\sigma_{ho}'$  = esfuerzo horizontal efectivo en reposo

$\sigma_v'$  = esfuerzo vertical efectivo

En las condiciones mostradas,  $\sigma_v'$  es el esfuerzo principal mayor.

En la mayoría de las aplicaciones en suelos se supone (aunque no sea cierto) que el esfuerzo vertical es siempre el esfuerzo principal mayor.

Ejemplo 16.

Calcule el esfuerzo vertical efectivo y el horizontal efectivo, en un punto a 5 m de profundidad para una arena seca con densidad de  $1,82 \text{ Mg/m}^3$  y en un lugar donde la gravedad vale  $9,78 \text{ m/s}^2$ . El valor de  $K_o$  de esa arena es de 0,45.

Dado que se trata de arena seca, se tiene que

$$\sigma_v = \sigma_v' = \rho g z = (1,82 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m}) \approx 89 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{ho}' = K_o \sigma_v' = (0,45)(89 \text{ kPa}) \approx 40,05 \text{ kPa}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### III.1. Tensores Esfuerzo en Suelos.

(Se suponen principales y en la mayoría de los casos los esfuerzos horizontales se suponen iguales)

#### 1. Tensores esfuerzos totales.

$$[\bar{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{hx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{hy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 \end{bmatrix}$$

#### 2. Tensor presión del agua.

$$[U_{ij}] = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix}$$

$$u = \rho_w g z$$

#### 3. Tensor esfuerzos efectivos.

Se aplica la ecuación de Terzaghi, generalizando,  $\sigma' = \sigma - u$

$$[\bar{T}'_{ij}] = [\bar{T}_{ij}] - [U_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{hx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{hy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{hx}' & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{hy}' & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v' \end{bmatrix}$$

donde,

$$K_{\sigma_x} = \frac{\sigma_{hx}'}{\sigma_v'}, \quad K_{\sigma_y} = \frac{\sigma_{hy}'}{\sigma_v'}$$

En la mayoría de las aplicaciones  $K_o = K_{\sigma_x} = K_{\sigma_y}$

Ejemplo 17.

Con base en el perfil de suelo que se muestra, calcule los tensores esfuerzos totales, presión del agua y esfuerzos efectivos en el punto "A". Suponga esfuerzos horizontales iguales.

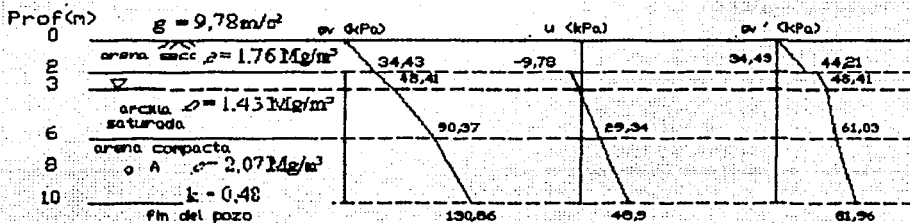


Fig. 46

Para el punto A

$$\sigma_h' = \sigma_{hx}' = \sigma_{hy}' = K_o \sigma_v' = 0,48(81,96 \text{ kPa}) \approx 39,34 \text{ kPa}$$

$$[\bar{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} 39,34 & 0 & 0 \\ 0 & 39,34 & 0 \\ 0 & 0 & 81,96 \end{bmatrix} \text{ kPa} \quad [U_{ij}] = \begin{bmatrix} 48,9 & 0 & 0 \\ 0 & 48,9 & 0 \\ 0 & 0 & 48,9 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$

$$[\bar{T}_{ij}] = [\bar{T}_{ij}'] + [U_{ij}] = \begin{bmatrix} 39,34 & 0 & 0 \\ 0 & 39,34 & 0 \\ 0 & 0 & 81,96 \end{bmatrix} \text{ kPa} + \begin{bmatrix} 48,9 & 0 & 0 \\ 0 & 48,9 & 0 \\ 0 & 0 & 48,9 \end{bmatrix} \text{ kPa} =$$

$$= \begin{bmatrix} 88,24 & 0 & 0 \\ 0 & 88,24 & 0 \\ 0 & 0 & 130,86 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$

### III.2. Incrementos de esfuerzo generados por una estructura en la superficie.

Considere la figura siguiente

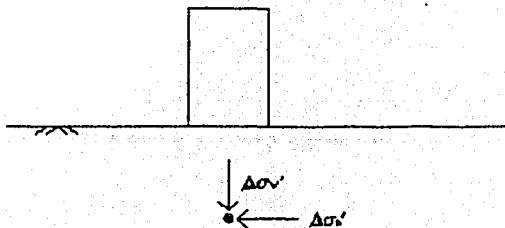


Fig. 47

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



$\Delta\sigma_v$  = incremento de esfuerzo vertical

$\Delta\sigma_h$  = incremento de esfuerzo horizontal

En términos de esfuerzos efectivos existen tres tensores:

Tensor incremento de esfuerzo efectivo (responsable de las deformaciones del suelo).

$$[\Delta\bar{T}_{ij}'] = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{hx}' & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\sigma_{hy}' & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\sigma_v' \end{bmatrix}$$

Tensor esfuerzo efectivo inicial (por peso propio del suelo, antes de la sobrecarga).

$$[\bar{T}_{ij}]_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{hx_0}' & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{hy_0}' & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{v_0}' \end{bmatrix}$$

Tensor esfuerzo efectivo final (después de aplicar la sobrecarga).

$$[\bar{T}_{ij}]_f = [\bar{T}_{ij}]_0 + [\Delta\bar{T}_{ij}'] = \begin{bmatrix} \sigma_{hx_f}' & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{hy_f}' & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{v_f}' \end{bmatrix}$$

### III.3. Incrementos de esfuerzo por sobrecarga, según la teoría de elasticidad lineal.

En 1885 J. Boussinesq calculó con teoría de elasticidad los  $\Delta\sigma$  para carga puntual en la superficie de un medio continuo, con las siguientes suposiciones:

1. El material es homogéneo (tiene las mismas propiedades en puntos diferentes)
2. Las propiedades mecánicas del material son isotrópicas (iguales en cualquier dirección a partir de un punto)
3. El material es elástico lineal (deformación proporcional al esfuerzo)
4. Las fronteras del material forman un semi-infinito limitado por una superficie plana.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

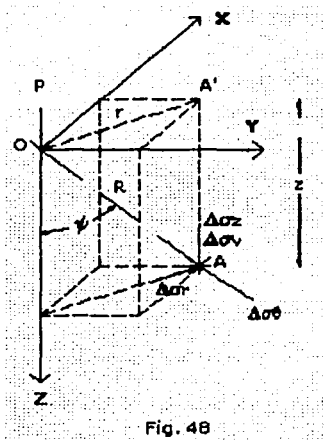


Fig. 48

Boussinesq obtuvo:

Incremento de esfuerzo vertical

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_v = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} \dots\dots\dots(1)$$

$$R^2 = r^2 + z^2$$

Incremento de esfuerzo radial.

$$\Delta\sigma_r = \frac{P}{2\pi z^2} \left[ 3 \cos^3 \psi \operatorname{sen}^2 \psi - (1 - 2\nu) \frac{\cos^2 \psi}{1 + \cos \psi} \right] \dots\dots\dots(2)$$

$\nu$  = relación de Poisson

Incremento de esfuerzo tangencial.

$$\Delta\sigma_\theta = -(1 - 2\nu) \frac{P}{2\pi z^2} \left[ \cos^3 \psi - \frac{\cos^2 \psi}{1 + \cos \psi} \right] \dots\dots\dots(3)$$

En este caso (1) se escribirá:

$$\Delta\sigma_v = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Vea la figura 48.

Descarga lineal de longitud finita.

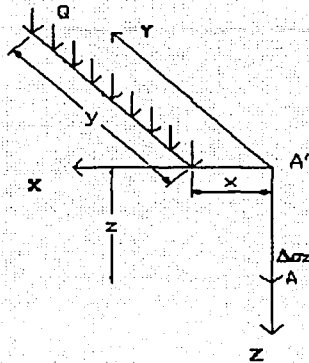


Fig. 49

$$m = \frac{x}{z}, \quad n = \frac{y}{z}$$

$$\Delta\sigma_v = \frac{Q}{z} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{n}{(m^2 + 1)\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} \left( \frac{1}{m^2 + n^2 + 1} + \frac{2}{m^2 + 1} \right)$$

$$Q_o = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{n}{(m^2 + 1)\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} \left( \frac{1}{m^2 + n^2 + 1} + \frac{2}{m^2 + 1} \right)$$

$$\Delta\sigma_v = \frac{Q}{z} \cdot Q_o$$

Vea la figura 49.

En el anexo II-C del tomo II del libro "Mecánica de Suelos" de Juárez Badillo y Rico Rodríguez se tiene una gráfica donde se obtiene  $Q_o$  en función de  $m$  y  $n$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Esfuerzo uniforme en área rectangular.

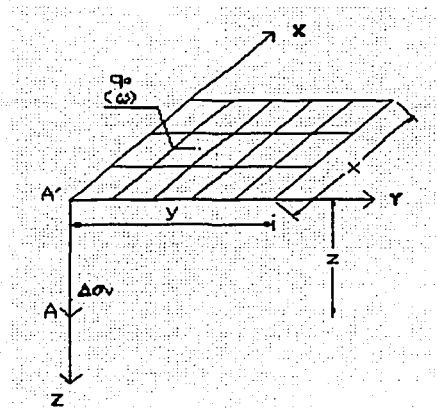


Fig. 50

$$\Delta\sigma_v = \frac{q_o}{2\pi} \cdot \left[ \left( \frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2} \right) \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right]$$

$$I = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ \left( \frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2} \right) \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \right]$$

$$\Delta\sigma_v = q_o \cdot I$$

Vea la figura 50.

En el anexo II-d del tomo II del libro "Mecánica de Suelos" de Juárez Badillo y Rico Rodríguez se tiene una gráfica donde se obtiene  $I = \omega_o$  en función de  $m$  y  $n$ , donde:

$$m = \frac{x}{z} \quad , \quad n = \frac{y}{z}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Incremento de esfuerzo bajo centro de círculo con esfuerzo uniforme.

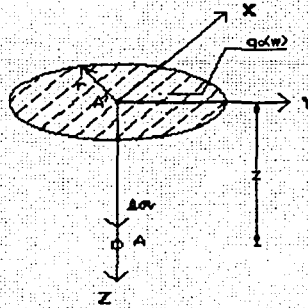


Fig. 51

La expresión integrada para este caso es:

$$\Delta\sigma_v = q_0 \left[ 1 - \left( \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right)^{3/2} \right]$$

$$I = 1 - \left( \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right)^{3/2}$$

$$\Delta\sigma_v = q_0 \cdot I$$

donde para nosotros  $q_0 = w$  e  $I = w_0$ .

Vea la figura 51.

En el anexo II-e del tomo II del libro "Mecánica de Suelos" de Juárez Badillo y Rico Rodríguez se tiene una tabla para obtener  $w_0$  en función  $(r/z)$ .

Expresión simple para cálculo de incremento de esfuerzo vertical en vértice de triángulo rectángulo.

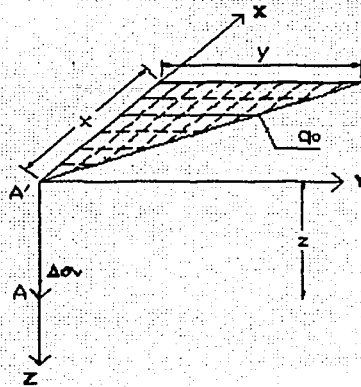


Fig. 52

$$\Delta\sigma_v = \frac{q_0}{2\pi} \left[ \operatorname{tg}^{-1} b - \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \right) + \frac{1}{1 + a^2} \left( \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \right) \right]$$

$$a = \frac{z}{x}$$

$$b = \frac{y}{x}$$

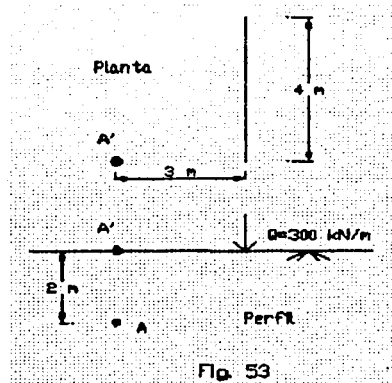
Ahora, en términos de  $x$ ,  $y$  y  $z$ , se tiene que:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q_0}{2\pi} \left[ \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{yz}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) + \frac{xyz}{(x^2 + z^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right]$$

Vea la figura 52.

Ejemplo 18.

Calcule el incremento de esfuerzo vertical en el punto "A" por efecto de la descarga que se muestra en la figura.



$$m = \frac{x}{z} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$n = \frac{y}{z} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow Q_o = 0,0274$$

finalmente,

$$\Delta\sigma_v = \frac{Q}{z} \cdot Q_o = \frac{300 \text{ kN/m}}{2 \text{ m}} (0,0274) \approx 4,11 \text{ kPa}$$

Ejemplo 19.

Calcule el incremento de esfuerzo en los puntos "A" y "B" según se muestra en la figura.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

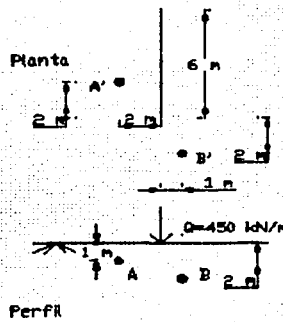


Fig. 54

Para "A"

$$m_{A1} = \frac{x_{A1}}{z_A} = \frac{2}{1} = 2$$

$$n_{A1} = \frac{y_{A1}}{z_A} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\Rightarrow Q_{oA1} = 0,012 \ 44$$

$$m_{A2} = \frac{x_{A2}}{z_A} = \frac{2}{1} = 2$$

$$n_{A2} = \frac{y_{A2}}{z_A} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\Rightarrow Q_{oA2} = 0,010 \ 85$$

finalmente,

$$\Delta\sigma_{v_A} = \frac{Q}{z} (Q_{oA1} + Q_{oA2}) = \frac{450 \text{ kN/m}}{1 \text{ m}} (0,012 \ 44 + 0,010 \ 85) = 10,48 \text{ kPa}$$

Para "B"



$$m_{B1} = \frac{x_{B1}}{z_B} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$n_{B1} = \frac{y_{B1}}{z_B} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow Q_{oB1} = 0,203 \ 3$$

$$m_{B2} = \frac{x_{B2}}{z_B} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$n_{B2} = \frac{y_{B2}}{z_B} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow Q_{oB2} = 0,173 \ 5$$

finalmente,

$$\Delta\sigma_{v_z} = \frac{Q}{z} (Q_{oB1} - Q_{oB2}) = \frac{450 \text{ kN/m}}{1 \text{ m}} (0,203 \ 3 - 0,173 \ 5) = 6,69 \text{ kPa}$$

Ejemplo 20.

Calcular el incremento de esfuerzo vertical en los puntos "A", "B", "C" y "D", con acuerdo a la figura que se muestra.

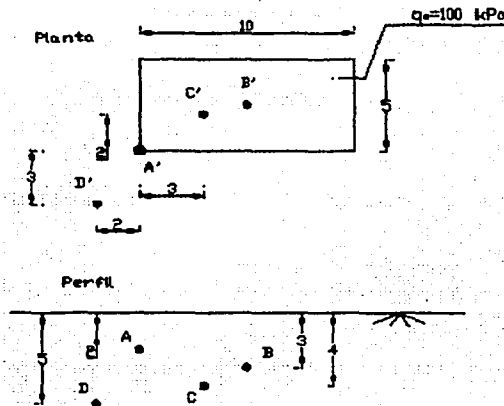


Fig. 55

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Para "A"

$$m_A = \frac{x_A}{z_A} = \frac{10}{2} = 5$$

$$n_A = \frac{y_A}{z_A} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\Rightarrow I_A = 0,243 \ 9$$

finalmente,

$$\Delta\sigma_{v_A} = q_o \cdot I_A = (100 \text{ kPa})(0,243 \ 9) = 24,39 \text{ kPa}$$

Para "B"

$$m_B = \frac{x_B}{z_B} = \frac{5}{3} = 1,67$$

$$n_B = \frac{y_B}{z_B} = \frac{2,5}{3} = 0,833$$

$$\Rightarrow I_B = 0,181 \ 8$$

finalmente,

$$\Delta\sigma_{v_B} = q_o \cdot 4I_B = (100 \text{ kPa})4(0,181 \ 8) = 72,72 \text{ kPa}$$

Para "C"

$$m_{c1} = \frac{x_{c1}}{z_c} = \frac{7}{4} = 1,75 \ ; \ n_{c1} = \frac{y_{c1}}{z_c} = \frac{3}{4} = 0,75 \ \Rightarrow \ I_{c1} = 0,173 \ 3$$

$$m_{c2} = \frac{x_{c2}}{z_c} = \frac{3}{4} = 0,75 \ ; \ n_{c2} = \frac{y_{c2}}{z_c} = \frac{3}{4} = 0,75 \ \Rightarrow \ I_{c2} = 0,137 \ 2$$

$$m_{c3} = \frac{x_{c3}}{z_c} = \frac{3}{4} = 0,75 \ ; \ n_{c3} = \frac{y_{c3}}{z_c} = \frac{2}{4} = 0,5 \ \Rightarrow \ I_{c3} = 0,107 \ 1$$

$$m_{c4} = \frac{x_{c4}}{z_c} = \frac{7}{4} = 1,75 \ ; \ n_{c4} = \frac{y_{c4}}{z_c} = \frac{2}{4} = 0,5 \ \Rightarrow \ I_{c4} = 0,133 \ 6$$

$$\Delta\sigma_{v_C} = q_o \cdot (I_{c1} + I_{c2} + I_{c3} + I_{c4}) = 100 \text{ kPa}(0,551 \ 2) = 55,12 \text{ kPa}$$

Para "D"

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$m_{D1} = \frac{x_{D1}}{z_D} = \frac{12}{5} = 2,4 ; \quad n_{D1} = \frac{y_{D1}}{z_D} = \frac{8}{5} = 1,6 \Rightarrow I_{D1} = 0,228 \ 9$$

$$m_{D2} = \frac{x_{D2}}{z_D} = \frac{12}{5} = 2,4 ; \quad n_{D2} = \frac{y_{D2}}{z_D} = \frac{3}{5} = 0,6 \Rightarrow I_{D2} = 0,154 \ 6$$

$$m_{D3} = \frac{x_{D3}}{z_D} = \frac{8}{5} = 1,6 ; \quad n_{D3} = \frac{y_{D3}}{z_D} = \frac{2}{5} = 0,4 \Rightarrow I_{D3} = 0,111 \ 4$$

$$m_{D4} = \frac{x_{D4}}{z_D} = \frac{3}{5} = 0,6 ; \quad n_{D4} = \frac{y_{D4}}{z_D} = \frac{2}{5} = 0,4 \Rightarrow I_{D4} = 0,080 \ 1$$

$$\Delta\sigma_{vD} = q_o \cdot (I_{D1} - I_{D2} - I_{D3} + I_{D4}) = 100 \text{ kPa}(0,043 \ 0) = 4,30 \text{ kPa}$$

La distribución de los incrementos de esfuerzo debidos a la condición de carga antes mostrada, para diferentes profundidades, es aproximadamente la que se muestra a continuación

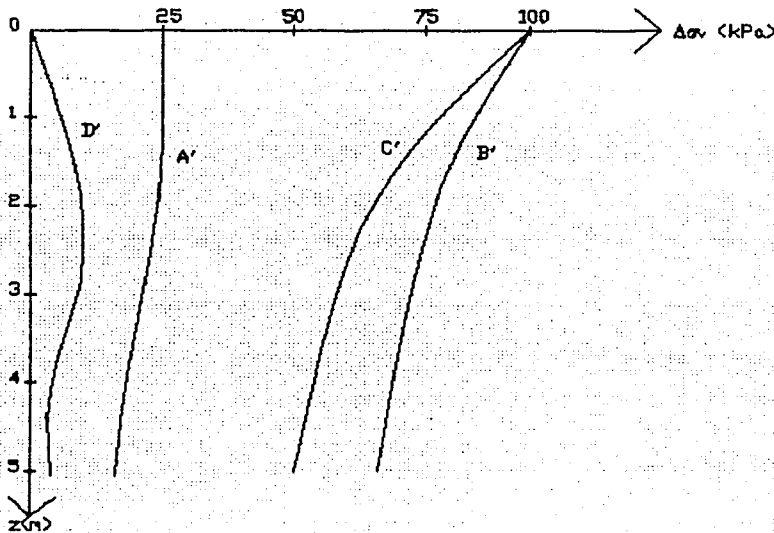


Fig. 56

Ejemplo 21.

Un depósito cilíndrico de 20 m de diámetro tiene una masa de 50 Mg. Adicionalmente, almacena en forma permanente 500 m<sup>3</sup> de agua. La gravedad en el lugar es de 9,78 m/s<sup>2</sup>. La cimentación es muy rígida por lo que es válido suponer que el esfuerzo de contacto es uniforme. Calcule el incremento de esfuerzo vertical a las profundidades de 10 m y 20 m bajo el centro del área cargada.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$m_T = m_{dep} + m_{agua} = 50 \text{ Mg} + 500 \text{ Mg} = 550 \text{ Mg}$$

$$W_T = (550 \text{ Mg})(9,78 \text{ m/s}^2) = 5379 \text{ kN}$$

$$A = \frac{\pi(20)^2}{4} = 314,16 \text{ m}^2$$

$$w = q_o = \frac{5379 \text{ kN}}{314,16 \text{ m}^2} = 17,12 \text{ kPa}$$

Para  $z = 10 \text{ m}$

$$\Delta\sigma_{v10} = 11,067 \text{ kPa}$$

Para  $z = 20 \text{ m}$

$$\Delta\sigma_{v20} = 4,870 \text{ kPa}$$

### Ejemplo 22.

Se tiene en superficie una corona circular como la mostrada en la figura. Calcule el incremento de esfuerzo vertical bajo el centro de la corona, considerando que el esfuerzo de contacto en superficie es de 50 kPa. Calcule para  $z = 8 \text{ m}$ .

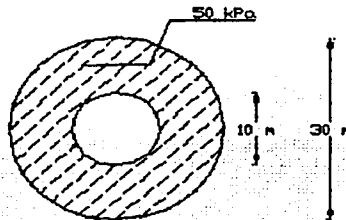


Fig. 57

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_{vD=30} - \Delta\sigma_{vD=10} = 44,789 - 19,510 = 25,28 \text{ kPa}$$

### Ejemplo 23.

Una estructura de 5 niveles, con planta de triángulo rectángulo, con catetos de 30 x 20 m, resuelta por losas y columnas de concreto armado, descarga sobre el suelo un esfuerzo en superficie que se puede considerar uniformemente distribuido, ya que se transmite la descarga a través de una losa corrida muy rígida. Calcule el incremento de esfuerzo que se

debe tener a 15 m de profundidad, bajo el vértice agudo ligado al cateto más largo, suponiendo cumpliera con las suposiciones de Boussinesq.

Suponga que se transmite aproximadamente 10 kPa por cada nivel construido.

Considere la figura 52. De acuerdo con los datos del ejemplo:

$$q_o = 50 \text{ kPa}$$

$$x = 30 \text{ m}$$

$$y = 20 \text{ m}$$

$$z = 15 \text{ m}$$

Se aplicará la expresión simple

$$\Delta\sigma_v = \frac{q_o}{2\pi} \left[ \text{tg}^{-1} b - \text{tg}^{-1} \left( \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \right) + \frac{1}{1 + a^2} \left( \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \right) \right]$$

donde

$$a = \frac{z}{x} = \frac{15 \text{ m}}{30 \text{ m}} = 0,5$$

$$b = \frac{y}{x} = \frac{20 \text{ m}}{30 \text{ m}} \approx 0,667$$

Finalmente

$$\Delta\sigma_v \approx \frac{50 \text{ kPa}}{2\pi} \left[ \text{tg}^{-1}(0,667) - \text{tg}^{-1}(0,256) + 0,8(0,256) \right] \approx 4,31 \text{ kPa}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Solución para polígono usando solución de triángulo rectángulo.

El cálculo del incremento de esfuerzo para una descarga en forma de cualquier polígono, puede hacerse mediante el uso de la solución, antes planteada, para triángulo rectángulo. La solución consiste en trazar una serie de triángulos rectángulos a partir de uno de los vértices agudos, el cual es el punto debajo del cual se requiere conocer el incremento de esfuerzo, y el otro uno de los extremos de cada uno de los lados del polígono. Mediante el trazo de vectores que van del punto debajo del cual se quiere conocer el incremento de esfuerzo hacia cada extremo de los lados del polígono, y usando para cada lado de éste un par de vectores, es posible conocer las dimensiones de los triángulos rectángulos que se forman. Finalmente al sumar o restar los efectos de los triángulos rectángulos que se definen, es posible conocer el efecto únicamente del polígono que nos interesa.

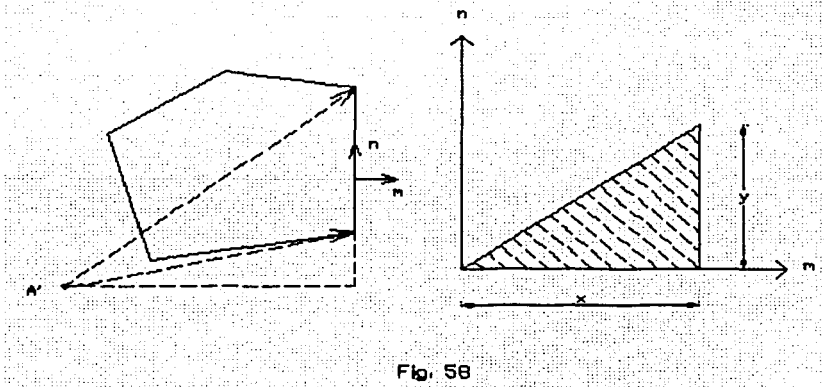


Fig. 58

$n$  y  $m$  es un sistema derecho de versores tales que:  
 $\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j}$   
 $\mathbf{m} = n_y \mathbf{i} + (-n_x) \mathbf{j}$

Ejemplo 24.

Cálculo del incremento de esfuerzo vertical debido a la carga mostrada, en el punto "D" ubicado a una profundidad de 5 m. Utilice la expresión para triángulo rectángulo.

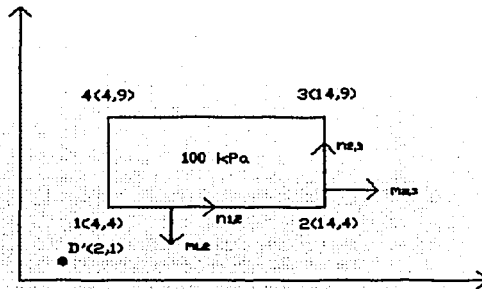


Fig. 59

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Como se observa en la figura anterior, la numeración de los vértices se hace en sentido antihorario.

Lado 1-2.

Cálculo de vectores

$$\{D'-1\} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \text{m} ; \{D'-2\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 3 \end{Bmatrix} \text{m}$$

$$\{l-2\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 10 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{m}$$

$$\{n_{1-2}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} ; \{m_{1-2}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

Cálculo de base de triángulos

$$\{n_{1-2}\}^T \{D'-1\} = \{1 \ 0\} \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} = 2 \text{ m}$$

$$\{n_{1-2}\}^T \{D'-2\} = \{1 \ 0\} \begin{Bmatrix} 12 \\ 3 \end{Bmatrix} = 12 \text{ m}$$

Dado que los signos de las bases de los triángulos son iguales, los efectos de estos triángulos deben restarse.

Cálculo de la altura de los triángulos

$$\{m_{1-2}\}^T \{D'-2\} = \{0 \ -1\} \begin{Bmatrix} 12 \\ 3 \end{Bmatrix} = -3 \text{ m}$$

El signo negativo indica que el efecto total deberá restarse.

triángulo mayor

$$x = 3 \text{ m}$$

$$y = 12 \text{ m}$$

$$z = 5 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{v_{1-2,1}} = 11,779 \text{ kPa}$$

triángulo menor

$$x = 3 \text{ m}$$

$$y = 2 \text{ m}$$

$$z = 5 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{v_{1-2,2}} = 3,747 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_{v_{D',1-2}} = 11,779 - 3,747 = 8,032 \text{ kPa}$$

Lado 2-3.

Cálculo de vectores

$$\{D'-2\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 3 \end{Bmatrix} m \quad ; \quad \{D'-3\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 8 \end{Bmatrix} m$$

$$\{2-3\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 8 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 5 \end{Bmatrix} m$$

$$\{n_{2-3}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad ; \quad \{m_{2-3}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Cálculo de base de triángulos

$$\{n_{2-3}\}^T \{D'-2\} = \{0 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 12 \\ 3 \end{Bmatrix} = 3 m$$

$$\{n_{2-3}\}^T \{D'-3\} = \{0 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 12 \\ 8 \end{Bmatrix} = 8 m$$

Dado que los signos de las bases de los triángulos son iguales, los efectos de estos triángulos deben restarse.

Cálculo de la altura de los triángulos

$$\{m_{2-3}\}^T \{D'-3\} = \{1 \quad 0\} \begin{Bmatrix} 12 \\ 8 \end{Bmatrix} = 12 m$$

El signo positivo indica que el efecto total deberá sumarse.

triángulo mayor

$$x = 12 m$$

$$y = 8 m$$

$$z = 5 m$$

$$\Delta\sigma_{v_{2-3,1}} = 8,898 \text{ kPa}$$

triángulo menor

$$x = 12 m$$

$$y = 3 m$$

$$z = 5 m$$

$$\Delta\sigma_{v_{2-3,2}} = 3,683 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_{v_{D',2-3}} = 8,898 - 3,683 = 5,215 \text{ kPa}$$

Lado 3-4.

Cálculo de vectores



$$\{D'-3\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 8 \end{Bmatrix} \text{m} ; \{D'-4\} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 8 \end{Bmatrix} \text{m}$$

$$\{3-4\} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 8 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{m}$$

$$\{n_{3-4}\} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix} ; \{m_{3-4}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Cálculo de base de triángulos

$$\{n_{3-4}\}^T \{D'-3\} = \{-1 \ 0\} \begin{Bmatrix} 12 \\ 8 \end{Bmatrix} = -12 \text{ m}$$

$$\{n_{3-4}\}^T \{D'-4\} = \{-1 \ 0\} \begin{Bmatrix} 2 \\ 8 \end{Bmatrix} = -2 \text{ m}$$

Dado que los signos de las bases de los triángulos son iguales, los efectos de estos triángulos deben restarse.

Cálculo de la altura de los triángulos

$$\{m_{3-4}\}^T \{D'-4\} = \{0 \ 1\} \begin{Bmatrix} 2 \\ 8 \end{Bmatrix} = 8 \text{ m}$$

El signo positivo indica que el efecto total deberá sumarse.

triángulo mayor

$$x = 8 \text{ m}$$

$$y = 12 \text{ m}$$

$$z = 5 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{v_{3-4,1}} = 13,996 \text{ kPa}$$

triángulo menor

$$x = 8 \text{ m}$$

$$y = 2 \text{ m}$$

$$z = 5 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{v_{3-4,2}} = 3,331 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_{v_{D',3-4}} = 13,996 - 3,331 = 10,665 \text{ kPa}$$

Lado 4-1.

Cálculo de vectores

$$\{D'-4\} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 8 \end{Bmatrix} m \quad ; \quad \{D'-1\} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} m$$

$$\{4-1\} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 2 \\ 8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -5 \end{Bmatrix} m$$

$$\{n_{4-1}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad ; \quad \{m_{4-1}\} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Cálculo de base de triángulos

$$\{n_{4-1}\}^T \{D'-4\} = \{0 \quad -1\} \begin{Bmatrix} 2 \\ 8 \end{Bmatrix} = -8 m$$

$$\{n_{4-1}\}^T \{D'-1\} = \{0 \quad -1\} \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} = -3 m$$

Dado que los signos de las bases de los triángulos son iguales, los efectos de estos triángulos deben restarse.

Cálculo de la altura de los triángulos

$$\{m_{4-1}\}^T \{D'-1\} = \{-1 \quad 0\} \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} = -2 m$$

El signo negativo indica que el efecto total deberá restarse.

triángulo mayor

$$x = 2 m$$

$$y = 8 m$$

$$z = 5 m$$

$$\Delta\sigma_{v_{4-1,1}} = 7,805 \text{ kPa}$$

triángulo menor

$$x = 2 m$$

$$y = 3 m$$

$$z = 5 m$$

$$\Delta\sigma_{v_{4-1,2}} = 4,262 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_{v_{D',4-1}} = 7,805 - 4,262 = 3,543 \text{ kPa}$$

Finalmente

$$\Delta\sigma_{v_D} = -8,032 + 5,215 + 10,665 - 3,543 = 4,305 \text{ kPa}$$

III. 4. Análisis de esfuerzos para  $z = 0$ .

Sean las siguientes superficies sometidas a una carga uniforme ( $q_0$ ):

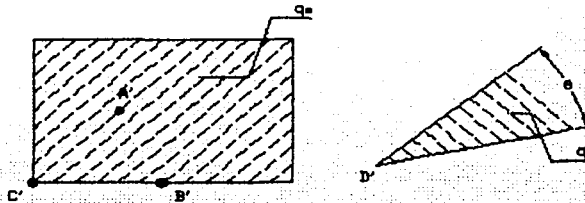


Fig. 60

Para  $A'$ :  $\Delta\sigma_v = q_0$

Para  $B'$ :  $\Delta\sigma_v = \frac{1}{2} q_0$

Para  $C'$ :  $\Delta\sigma_v = \frac{1}{4} q_0$

Para  $D'$ :  $\Delta\sigma_v = \frac{\theta(^{\circ})}{360^{\circ}} q_0$  en grados

Para  $D'$ :  $\Delta\sigma_v = \frac{\theta(\text{rad})}{2\pi} q_0$  en radianes

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Ejemplo 25.

Calcule el incremento de esfuerzo vertical, para  $z = 0$ , para  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$ .

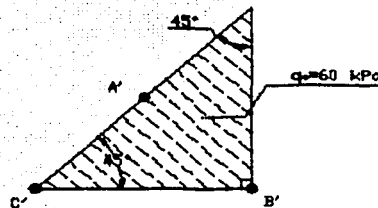


Fig. 61

Para  $A'$ :  $\Delta\sigma_v = \frac{180^{\circ}}{360^{\circ}} q_0 = \frac{1}{2} q_0 = \frac{60 \text{ kPa}}{2} = 30 \text{ kPa}$

$$\text{Para } B': \Delta\sigma_v = \frac{90^\circ}{360^\circ} q_o = \frac{1}{4} q_o = \frac{60 \text{ kPa}}{4} = 15 \text{ kPa}$$

$$\text{Para } C': \Delta\sigma_v = \frac{45^\circ}{360^\circ} q_o = \frac{1}{8} q_o = \frac{60 \text{ kPa}}{8} = 7,5 \text{ kPa}$$

### III.5. Carta de Newmark.

N. M. Newmark desarrolló en 1942 un método gráfico que permite obtener en forma aproximada (razonable para fines de ingeniería) el valor del incremento de esfuerzo vertical.

Se parte de la solución bajo centro de círculo con esfuerzo uniforme.

$$\Delta\sigma_v = \omega \left[ 1 - \left( \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right)^{3/2} \right]$$

se despeja la relación  $r/z$

$$r/z = \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta\sigma_v}{\omega}\right)^{2/3}} - 1}$$

$$\text{Para } \frac{\Delta\sigma_v}{\omega} = 0,1 \Rightarrow r/z \approx 0,270$$

Se propone un valor para  $z$  en relación a la escala que se puede utilizar. Para una escala 1:100:

$$\text{Se modelará } z = 5 \text{ m (real) con } z = 5 \text{ cm (carta)} \Rightarrow r = 0,27(5 \text{ cm}) = 1,35 \text{ cm}$$

$$\text{Para } \frac{\Delta\sigma_v}{\omega} = 0,2 \Rightarrow r/z = 0,4 \Rightarrow \text{para } z = 5 \text{ cm (carta) } r = 0,4(5 \text{ cm}) = 2 \text{ cm}$$

De esta manera se puede obtener una tabla como la siguiente, para la carta con  $z = 5 \text{ cm}$

$\Delta\sigma_v/\omega$	$r/z$	$r(\text{cm})$
0,1	0,270	1,35
0,2	0,400	2,00
0,3	0,518	2,590
0,4	0,637	3,185
0,5	0,766	3,830

0,6	0,918	4,590
0,7	1,110	5,550
0,8	1,387	6,935
0,9	1,908	9,540
1,0	$\infty$	$\infty$

La décima circunferencia no se puede dibujar porque  $r/z = \infty \Rightarrow r = \infty$

Finalmente podemos dibujar una carta que constará de 10 bandas circulares teóricas (en realidad 9) y 20 divisiones radiales que producen 200 segmentos. La carta se muestra a continuación.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

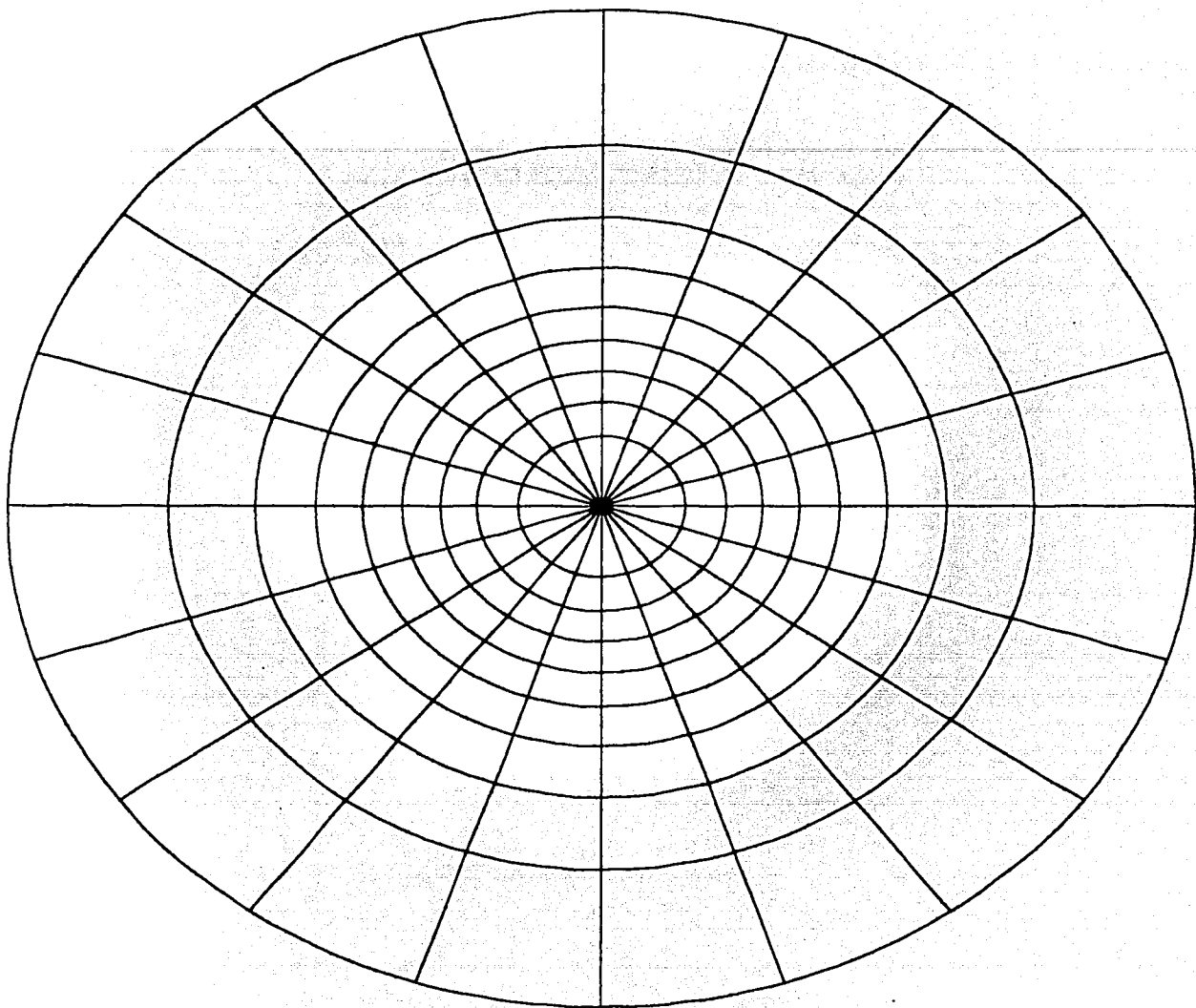


Fig. 62

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Uso de escalas con la carta.

$$Escala = \frac{z_{real}}{z_{carta}}$$

Ejemplo 26.

Determinar la escala a la que se trabaja si  $z_{carta} = 5 \text{ cm}$  y a)  $z_{real} = 5 \text{ m}$ ; b)  $z_{real} = 10 \text{ m}$ .

a)

$$z_{carta} = 5 \text{ cm}$$

$$z_{real} = 5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$$

$$Escala = \frac{z_{real}}{z_{carta}} = \frac{500 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 100$$

$$\Rightarrow Esc. 1 : 100$$

b)

$$z_{carta} = 5 \text{ cm}$$

$$z_{real} = 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$$

$$Escala = \frac{z_{real}}{z_{carta}} = \frac{1000 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 200$$

$$\Rightarrow Esc. 1 : 200$$

Valor de influencia de cada segmento (VI).

En la carta clásica, mostrada anteriormente, tenemos 200 segmentos teóricos, tal que:

$$VI = \frac{1}{\text{no. de segmentos}} = \frac{1}{200} = 0,005$$

Forma de calcular el incremento de esfuerzo vertical.

$$\Delta\sigma_v = \text{Segmentos dentro del perfil de la planta con esfuerzo uniforme} \times VI \times q_0$$

El número de segmentos no tiene que ser entero en el caso general.

La carta se puede usar de dos formas:

1. Dibujando una sola carta de Newmark y variando la escala del área con esfuerzo uniforme, según se varíe la profundidad de análisis ( $z$ ).
2. Fijando la escala del área con esfuerzo uniforme y dibujando varias cartas de Newmark para diferentes valores de  $z$ .

#### Manejo de la carta de Newmark.

1. Se ubica el centro de la carta en el punto en planta bajo el cual se quiere calcular el incremento de esfuerzo vertical.
2. Se cuenta el número de segmentos que se tienen dentro del perfil del área cargada (enteros y fracciones apreciadas).
3. El número de segmentos contados se multiplica por el valor de influencia según la carta de que se trate.
4. El resultado final se obtiene multiplicando lo dicho en el punto 3 por el esfuerzo uniforme en superficie del área cargada.

#### III.6. Medios Heterogéneos.

Burmister estudió cómo varían el incremento de esfuerzo vertical contra la profundidad en un sistema formado por dos capas, donde la capa superior es más rígida que la inferior. Las suposiciones que se hacen son las siguientes:

1. Cada capa es homogénea, isotrópica y linealmente elástica.
2. La primera capa es infinita horizontalmente y tiene un espesor finito  $h$ .
3. La segunda capa es semi-infinita.
4. Entre las dos capas existe un contacto continuo y es perfectamente rugoso.

Además:

- a)  $E_1$  y  $E_2$  son los módulos de elasticidad de las capas.
- b) La relación de Poisson para ambas capas es de  $\nu = 0,5$

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta\sigma_{oct}}{E} \cdot \frac{1}{3(1-2\nu)} ; \nu = 0,5 \Rightarrow \text{deformación volumétrica nula (incompresible)}$$

En la figura siguiente se muestran las curvas de influencia de un esfuerzo uniforme, superficial, aplicado en un área circular, calculado bajo el centro del círculo y suponiendo que el radio del círculo es igual al espesor de la primera capa.



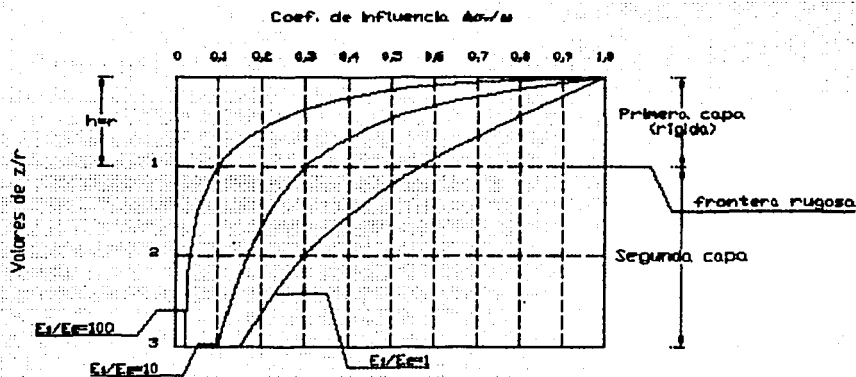


Fig. 63

La solución de Burmister tiene aplicación al análisis de esfuerzos bajo un pavimento, según sea su rigidez.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### IV. Deformaciones en suelos.

Existen dos características de los materiales que son las que más interesan al ingeniero civil: Resistencia y Deformabilidad.

Entre los materiales con que el ingeniero civil trabaja más frecuentemente y son poco deformables tenemos el acero, el concreto y las rocas; entre los más deformables están los suelos.

De acuerdo a su relación con el tiempo, las deformaciones pueden clasificarse como:

- Instantáneas (o elásticas), las cuales no dependen del tiempo,
- Diferidas (o viscosas), las cuales sí dependen del tiempo.

En general, es posible distinguir tres tipos de deformaciones:

1. Cambio de volumen sin cambio de forma (Deformación Volumétrica).

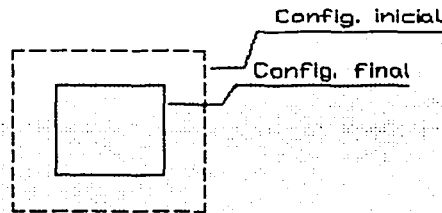


Fig. 64

En ingeniería geotécnica se tiene una convención de signos para deformaciones; una deformación que implica disminución de longitud, área o volumen se define como positiva (+).

2. Cambio de forma sin cambio de volumen (Deformación Desviadora).

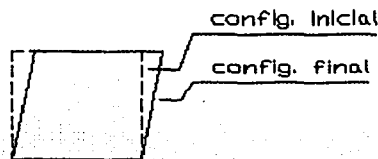


Fig. 65

3. Mezcla de cambio de volumen y cambio de forma.

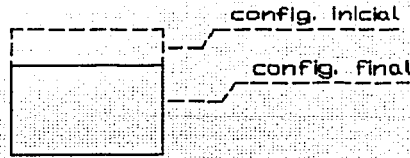


Fig. 66

IV.1. Deformación y Deformación unitaria en ingeniería geotécnica.

- Análisis unidimensional.

Sea un cilindro de un cierto material, sometido a carga, como se muestra en la figura

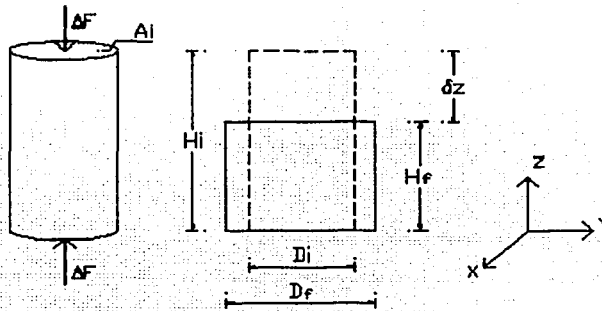


Fig. 67

el incremento de esfuerzo y la deformación están dadas por

$$\Delta\sigma_{axial} = \frac{\Delta F}{A_i} = \Delta\sigma_a$$

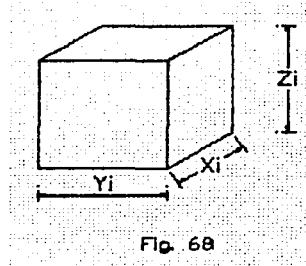
$$\delta_z = H_i - H_f$$

La deformación unitaria (de Cauchy) se expresa, en Ingeniería Geotécnica, como

$$\epsilon_z = \frac{\delta_z}{H_i} = \frac{H_i - H_f}{H_i} = 1 - \frac{H_f}{H_i}$$

Generalizando a las direcciones de los ejes X, Y y Z

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



a) Comprimiendo en dirección  $X$  ( $X_f < X_i$ )

$$\delta_x = X_i - X_f \quad ; \quad \varepsilon_x = \frac{\delta_x}{X_i} = 1 - \frac{X_f}{X_i}$$

b) Comprimiendo en dirección  $Y$  ( $Y_f < Y_i$ )

$$\delta_y = Y_i - Y_f \quad ; \quad \varepsilon_y = \frac{\delta_y}{Y_i} = 1 - \frac{Y_f}{Y_i}$$

c) Comprimiendo en dirección  $Z$  ( $Z_f < Z_i$ )

$$\delta_z = Z_i - Z_f \quad ; \quad \varepsilon_z = \frac{\delta_z}{Z_i} = 1 - \frac{Z_f}{Z_i}$$

IV.2. Deformaciones elásticas (aplicables a rocas y a deformaciones instantáneas en suelos).

Sea la misma condición del cilindro de material sometido a carga. Si se relacionan los incrementos de esfuerzo, provocados por la acción de la carga, con las deformaciones unitarias respectivas, se obtiene un gráfica como la siguiente:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

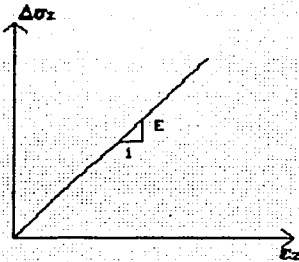


Fig. 69

De lo anterior, se define el Módulo de Young o Módulo de Elasticidad como

$$E = \frac{\Delta\sigma_z}{\epsilon_z}$$

En la mayoría de las aplicaciones de Ingeniería Civil se supone isotropía elástica

$$E = E_x = E_y = E_z$$

#### IV.3. Fenómeno de Poisson (Análisis plano de deformaciones).

Considere el plano XZ

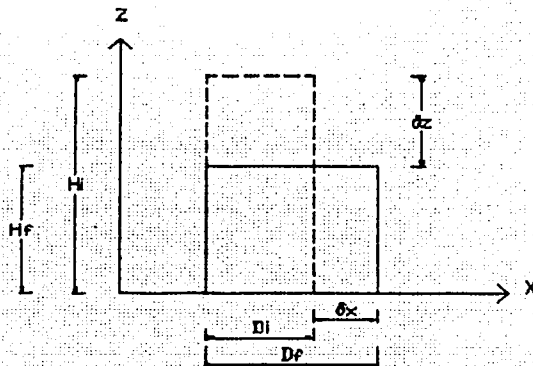


Fig. 70

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_x}{D_i} = \text{Deformación unitaria transversal}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\delta_z}{H_i} = \text{Deformación unitaria longitudinal}$$

Se define la Relación de Poisson como:

$$\nu = - \frac{\varepsilon_{\text{transversal}}}{\varepsilon_{\text{longitudinal}}}$$

En nuestro caso

$$\nu_{xz} = - \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}$$

En Ingeniería Civil, se supone, generalmente, que

$$\nu = \nu_{xy} = \nu_{yz} = \nu_{xz}$$

lo que implica suponer isotropía elástica respecto de la relación de Poisson.

Los tensores principales que usaremos más adelante, y los cuales se ligarán mediante la teoría de elasticidad lineal son:

1. El tensor incremento de esfuerzo.

$$[\Delta T_{ij}] = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\sigma_z \end{bmatrix}$$

2. El tensor deformación.

$$[E_{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

IV.4. Módulo de Rigidez al cortante y Módulo de compresibilidad volumétrica.

Se define el Módulo de Rigidez al cortante ( $G$ ) como:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Rumbo a la obtención del Módulo de compresibilidad volumétrica, considere ahora compresión en el eje X, como se muestra en la figura siguiente

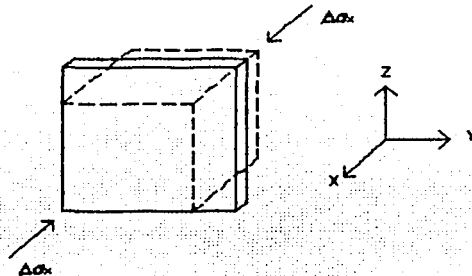


Fig. 71

La deformación longitudinal es

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta\sigma_x}{E}$$

Las deformaciones transversales son :  $\varepsilon_y$  y  $\varepsilon_z$

Para el eje Y

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} ; \quad \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x$$

$$\therefore \varepsilon_y = -\nu \frac{\Delta\sigma_x}{E}$$

por analogía, para el eje Z

$$\varepsilon_z = -\nu \frac{\Delta\sigma_x}{E}$$

Por analogía, también

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Para  $\Delta\sigma_y$  :

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta\sigma_y}{E} ; \varepsilon_x = -\nu \frac{\Delta\sigma_y}{E} ; \varepsilon_z = -\nu \frac{\Delta\sigma_y}{E}$$

Para  $\Delta\sigma_z$  :

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_z}{E} ; \varepsilon_x = -\nu \frac{\Delta\sigma_z}{E} ; \varepsilon_y = -\nu \frac{\Delta\sigma_z}{E}$$

Aplicando el principio de superposición de causas y efectos

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_x - \nu(\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_y - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_x)]$$

Según Cauchy

$$\varepsilon_v = \text{def. unitaria volumétrica} = \frac{\Delta V}{V_o} = \frac{V_o - V_f}{V_o} = 1 - \frac{V_f}{V_o}$$

Para deformaciones pequeñas

$$\varepsilon_v \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

$$\varepsilon_v = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z - 2\nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z)]$$

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \Rightarrow \Delta\sigma_{oct} = \frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z}{3}$$

$$\varepsilon_v = \frac{1}{E} [(1 - 2\nu)(3\Delta\sigma_{oct})]$$

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta\sigma_{oct}}{E} \cdot \frac{3(1 - 2\nu)}{3}$$

$$K = \text{Módulo de compresibilidad volumétrica} = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}$$

finalmente

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta\sigma_{oct}}{K} \approx \frac{\Delta p}{K} ; \Delta p = \text{incremento de presión}$$



Como ejemplo, el acero tiene un módulo de compresibilidad volumétrica de aproximadamente 156,6 GPa y el agua de aproximadamente 2,027 GPa, por tanto, el agua es aproximadamente 77,4 veces más compresible que el acero.

La compresibilidad implica cambio de volumen.

#### IV.5. Condición para desplazamiento lateral (horizontal) nulo.

Se supone que

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$$

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_h = \text{incremento de esfuerzo horizontal}$$

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_v = \text{incremento de esfuerzo vertical}$$

El análisis de deformaciones en rocas, con teoría de elasticidad, es un análisis en esfuerzos totales.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_h = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_h - \nu(\Delta\sigma_h + \Delta\sigma_v)] = 0$$

$$\Delta\sigma_h - \nu\Delta\sigma_h - \nu\Delta\sigma_v = 0$$

dividiendo entre  $\Delta\sigma_v$ ,

$$\frac{\Delta\sigma_h}{\Delta\sigma_v} - \frac{\nu\Delta\sigma_h}{\Delta\sigma_v} - \nu = 0$$

$$(1-\nu) \frac{\Delta\sigma_h}{\Delta\sigma_v} = \nu$$

$$\frac{\Delta\sigma_h}{\Delta\sigma_v} = \frac{\nu}{1-\nu}$$

finalmente

$$\Delta\sigma_h = \Delta\sigma_v \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right)$$

Conocido el incremento de esfuerzo horizontal, entonces

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_v - \nu(\Delta\sigma_h + \Delta\sigma_h)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_v - 2\nu\Delta\sigma_h]$$

Recordemos que

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_v}{E} \left( 1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu} \right)$$

En Mecánica de Suelos, a la deformación se le llama también asentamiento:  $\delta_z = \Delta H$

$$\varepsilon_z = \frac{\delta_z}{H_i} = \frac{\Delta H}{H_i}$$

Por último,

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_v}{E} \left( 1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu} \right) ; \quad \Delta H = \varepsilon_z H_i$$

Cabe resaltar, en éste momento, la diferencia que existe entre la ecuación anterior y la ecuación correspondiente a compresión inconfínada:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_v}{E}$$

Como puede verse, el factor adicional que se encuentra en la ecuación para compresión confinada es menor que 1, por lo que se puede concluir que la deformación de un suelo es menor cuando se encuentra confinado (como naturalmente lo encontramos) que cuando no lo está.

Para varios substratos diferentes

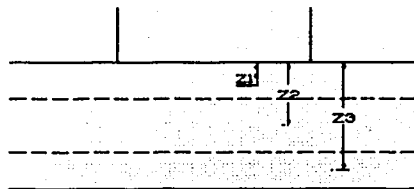


Fig. 72

$$\Delta H_{total} = \sum_{j=1}^n \varepsilon_{z_j} H_{i_j}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Ejemplo 27.**

Se pretende erigir una estructura de 12 niveles, resuelta con marcos de concreto armado. Para un cálculo preliminar se supone que la transmisión de esfuerzos se hará a través de una losa corrida con esfuerzo uniforme. Se supone también, para fines de cálculo, que la cimentación fuera perfectamente flexible. La planta de la estructura es de 25 x 10 m.

Calcule bajo el centro del área esforzada y bajo esquina el asentamiento que se podría esperar, por efecto de compresión de los dos estratos de roca blanda que se muestran en la siguiente figura. Para fines de un cálculo ingenieril, subdivida el estrato superficial en 3 subestratos y al inmediato inferior en 2 subestratos.

Otras suposiciones:

- Superficie e interestratos horizontales.
- Isotropía elástica para las rocas.
- Tomar 10 kPa de esfuerzo en superficie por cada nivel de la estructura.

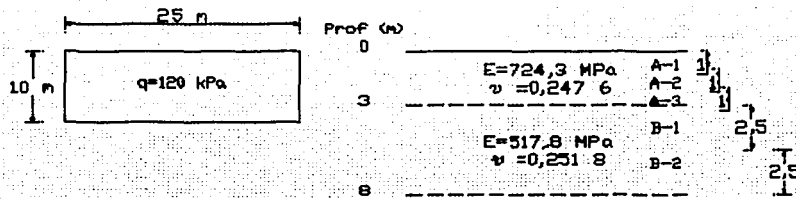


Fig. 73

Bajo el centro:

Subestrato	Espesor (m)	Prof $z$ (m)	$\Delta\sigma_v$ (MPa)	$E$ (MPa)	$\nu$	$\epsilon_z$	Espesor (mm)	Asentamiento (mm)
A-1	1	0,5	0,11995	724,3	0,2476	$1,386 \times 10^{-4}$	1000	0,1386
A-2	1	1,5	0,11872	724,3	0,2476	$1,372 \times 10^{-4}$	1000	0,1375
A-3	1	2,5	0,11498	724,3	0,2476	$1,329 \times 10^{-4}$	1000	0,1329
B-1	2,5	4,25	0,10318	517,8	0,2518	$1,655 \times 10^{-4}$	2500	0,4137
B-2	2,5	6,75	0,08304	517,8	0,2518	$1,332 \times 10^{-4}$	2500	0,3330

$$\Delta H_{\text{centro}} = \sum H_i = 1,155 \text{ mm}$$

Bajo esquina:

Subestrato	Espesor (m)	Prof $z$ (m)	$\Delta\sigma_v$ (MPa)	$E$ (MPa)	$\nu$	$\epsilon_z$	Espesor (mm)	Asentamiento (mm)
A-1	1	0,5	0,03000	724,3	0,2476	$3,467 \times 10^{-4}$	1000	$3,467 \times 10^{-2}$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

A-2	1	1,5	0,02996	724,3	0,2476	$3,462 \times 10^{-4}$	1000	$3,462 \times 10^{-2}$
A-3	1	2,5	0,02981	724,3	0,2476	$3,445 \times 10^{-4}$	1000	$3,445 \times 10^{-2}$
B-1	2,5	4,25	0,02918	517,8	0,2518	$4,680 \times 10^{-4}$	2500	$1,170 \times 10^{-1}$
B-2	2,5	6,75	0,02742	517,8	0,2518	$4,398 \times 10^{-4}$	2500	$1,099 \times 10^{-1}$

$$\Delta H_{eq} = \sum H_i = 0,3307 \text{ mm}$$

IV.6. Constante de Lamé.

Se han definido el tensor incremento de esfuerzo

$$[\Delta T_{ij}] = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\sigma_z \end{bmatrix}$$

y el tensor deformación

$$[E_{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Usando la teoría de elasticidad se define la constante de Lamé ( $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

En base a lo anteriormente establecido, es posible calcular las deformaciones al conocer los incrementos de esfuerzo, de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \end{Bmatrix}$$

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} (\Delta\sigma_z)$$

Para calcular los incrementos de esfuerzo en base a las deformaciones se puede aplicar la siguiente ecuación:

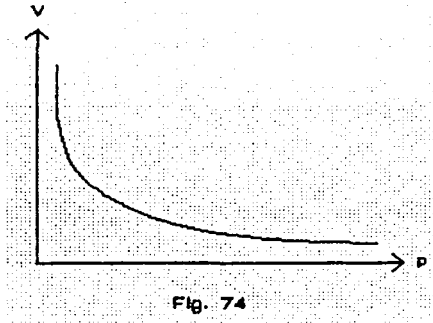
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}$$

#### IV.7. Compresibilidad de suelos.

Se llama compresibilidad a la disminución de volumen por efecto de incremento de presión o de esfuerzo. En un análisis de compresibilidad no se toma en cuenta el tiempo que lleva el que se estabilice la deformación. La compresibilidad es también función de la temperatura.

Para el caso de un gas sometido a compresión isotérmica ( $T = \text{cte.}$ ), se tiene un comportamiento como el que se muestra en la siguiente gráfica.



Para  $p = \infty \Rightarrow V = 0$

Para  $p = 0 \Rightarrow V = \infty$

Ahora, para el caso de compresión teórica de un material elástico, se tiene un comportamiento como sigue

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

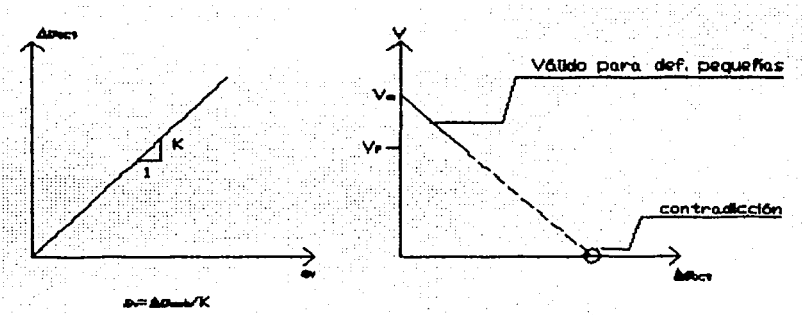


Fig. 75

Dicho comportamiento teórico presenta una contradicción, ya que para ningún material puede alcanzarse la condición en la cual para un esfuerzo o presión finitos el volumen llegue a ser cero.

La compresibilidad unidimensional se estudia con ayuda de un odómetro, como el que se esquematiza a continuación.

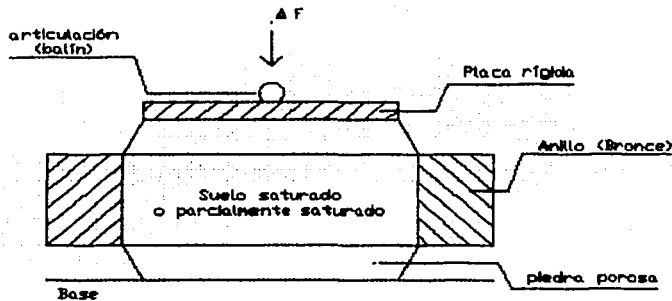
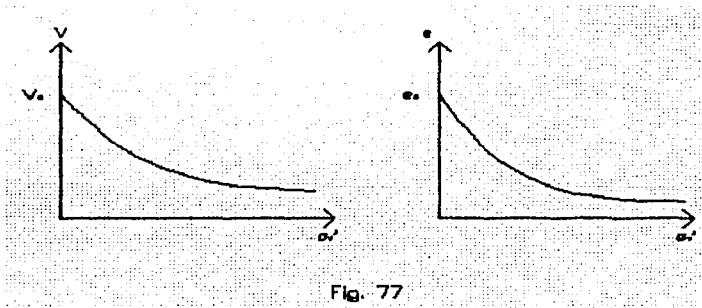


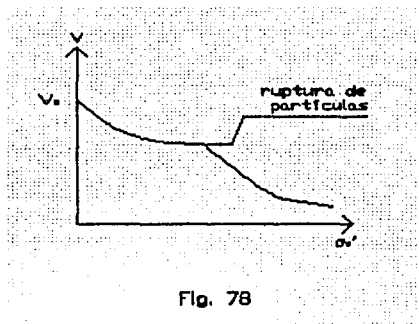
Fig. 76

El odómetro modela compresión unidimensional, vertical; el anillo impide la deformación horizontal, esto es, se modela deformación lateral nula. En escalas normales el odómetro modela las siguientes relaciones:

TESIS CON  
PAULA DE ORIGEN

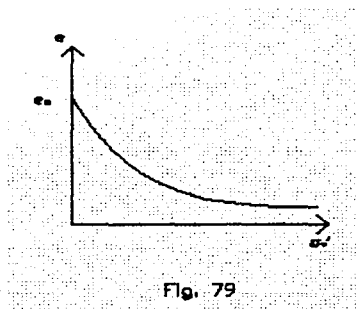


Para el caso de arena en odómetro:



Para el caso de arcillas saturadas en odómetro:

1. En escalas normales.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2. En escala semilogarítmica.

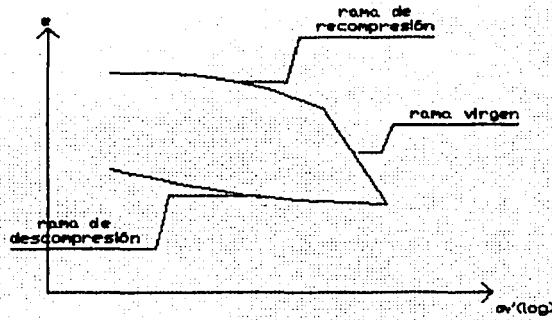


Fig. 80

3. En escala doble logarítmica.

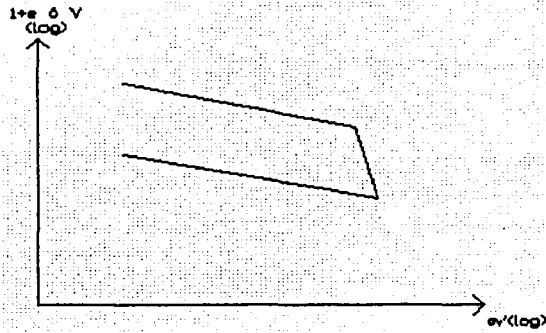


Fig. 81

Es necesario mencionar que los suelos tienen memoria, es decir, recuerdan el máximo esfuerzo vertical que han sufrido, como se ve en la siguiente gráfica.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



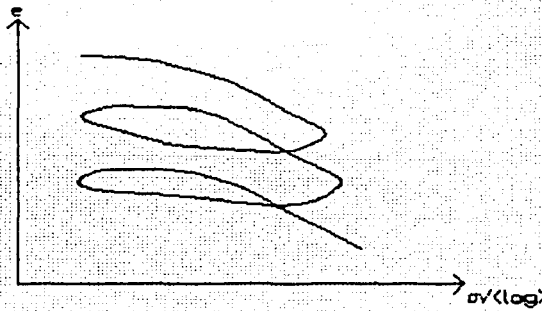


Fig. 82

IV.8. Forma correcta de calcular asentamientos. (Suponiendo compresión unidimensional)

Suponiendo suelo saturado, como se esquematiza a continuación

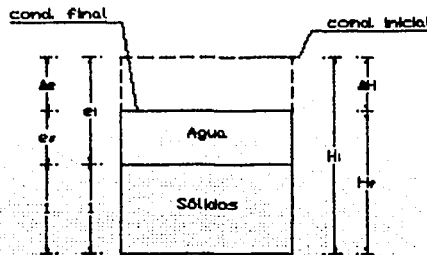


Fig. 83

$$\Delta H = \delta_z = H_1 - H_f \quad ; \quad \varepsilon_z = \frac{\delta_z}{H_1} = \frac{\Delta H}{H_1} \quad ; \quad \Delta H = \varepsilon_z H_1$$

en función de  $e$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\delta_r \sim \Delta e$$

$$H_i \sim 1 + e_i$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta e}{1 + e_i} \Rightarrow \Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_i} \cdot H_i$$

Se utiliza una curva de compresibilidad

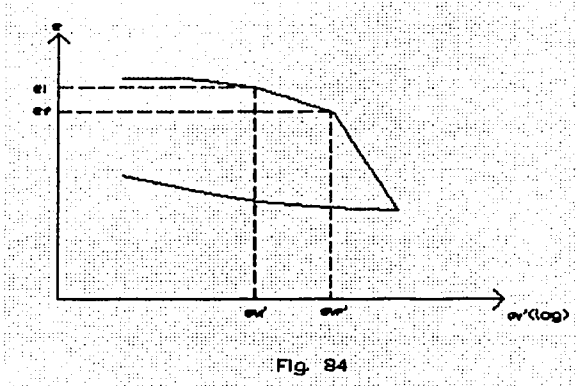


Fig. 84

Terzaghi propuso los siguientes coeficientes:

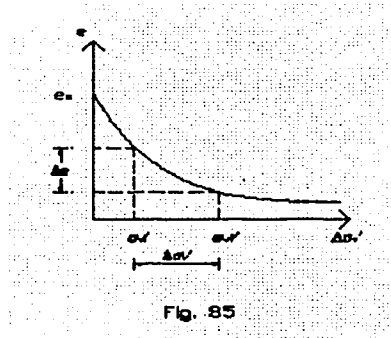


Fig. 85

1. Coeficiente de compresibilidad.

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma'_v} \quad [\text{kPa}^{-1}]$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2. Coeficiente de variación volumétrica (de compresión unidimensional)

$$m_v = \frac{a_v}{1+e_i} = \frac{\Delta e}{1+e_i} \cdot \frac{1}{\Delta \sigma_v'} \quad [\text{kPa}^{-1}]$$

En base a este coeficiente es posible calcular asentamientos, de la siguiente manera:

$$\Delta H = m_v \Delta \sigma_v' H_i$$

Esta ecuación debe usarse con mucho cuidado ya que el coeficiente  $m_v$  no es una constante del suelo sino que depende de  $\Delta \sigma_v'$ .

Suponiendo teoría de elasticidad lineal:

$$m_v = \frac{\left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right)}{E}$$

Las curvas de compresibilidad nos permiten, además, calcular el esfuerzo de preconsolidación de un suelo.

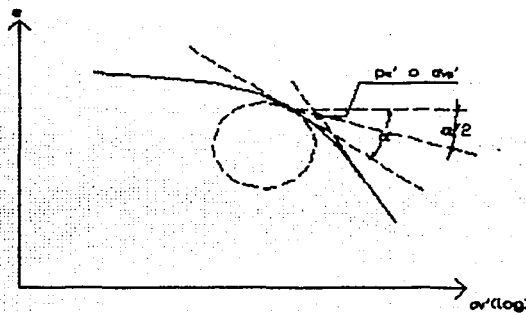


Fig. 86

$p_c' = \sigma_{vp}' =$  esfuerzo de preconsolidación

Vea la figura 86.

En base al esfuerzo de preconsolidación se establecen tres posibles condiciones del suelo:

1.  $\sigma_{vp}' = \sigma_{v1}'$  , el suelo es normalmente consolidado.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2.  $\sigma_{v_p}' > \sigma_{v_i}'$  , el suelo está preconsolidado.
3.  $\sigma_{v_p}' < \sigma_{v_i}'$  , el suelo está en proceso de consolidación.

Se llama Grado o Relación de preconsolidación (*OCR*) a la siguiente relación:

$$OCR = \frac{\sigma_{v_p}'}{\sigma_{v_i}'}$$

Así, un suelo normalmente consolidado tiene un  $OCR = 1$ , un suelo preconsolidado  $OCR > 1$  y un suelo en proceso de consolidación  $OCR < 1$ .

Ejemplo 28.

Para el perfil estratigráfico mostrado a continuación, calcule el asentamiento debido a la sobrecarga, bajo el centro del área cargada, dado por el estrato de arcilla.

Se sabe que el esfuerzo vertical efectivo antes de la sobrecarga es de 121 kPa, y que el incremento de esfuerzo efectivo dado por la sobrecarga en el estrato de arcilla es de 17 kPa, por lo que el esfuerzo vertical efectivo final es de 138 kPa.

De una curva de compresibilidad obtenida para el estrato que nos interesa, se obtuvo que para el esfuerzo inicial se tiene una relación de vacíos de 5,56, y para la condición final de esfuerzos una de 5,375.

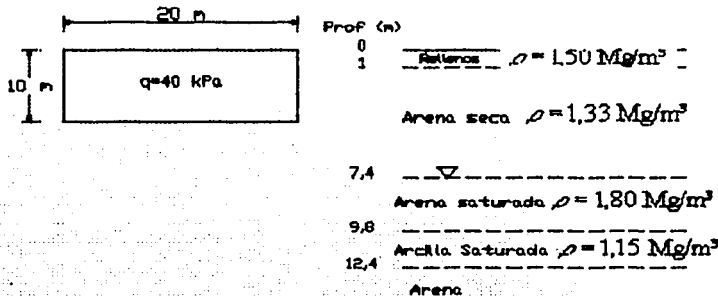


Fig. 87

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_i} H_i$$

$$\Delta e = 5,56 - 5,375 = 0,185$$

$$\Delta H = \frac{0,185}{1 + 5,56} (260 \text{ cm}) \approx 7,33 \text{ cm}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

*V. Consolidación unidimensional de suelos finos saturados.*

Se denomina consolidación al proceso de disminución de volumen por expulsión de agua en un suelo fino saturado, y que se da a través del tiempo.

Se define como consolidación unidimensional al proceso de consolidación que se presenta cuando la posición relativa de las partículas sólidas no cambia respecto de un plano horizontal.

La consolidación se puede provocar por un incremento de esfuerzo sobre la masa del suelo o por la disminución de presión del agua intersticial en la masa de un suelo saturado.

La consolidación unidimensional es válida para estratos profundos y confinados por estratos de arena.

De la prueba de consolidación estándar, para la cual se aplica un incremento de esfuerzo cada 24 horas, se obtiene una curva de consolidación, como la que se muestra a continuación, para cada incremento de esfuerzo.

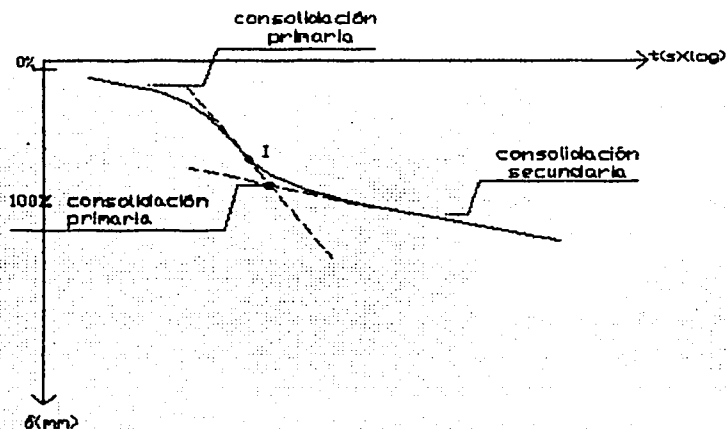


Fig. 88

Los esfuerzos para los que se obtienen las curvas de consolidación son, generalmente:

$\sigma_v$ (kgf/cm <sup>2</sup> )
0
0,125
0,250
0,500
1,00

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2,00
4,00
8,00

Las curvas de consolidación se encuentran divididas, apoyándose en el punto de inflexión *I*, en dos ramas, una de consolidación primaria y otra de consolidación secundaria. El punto que se obtiene del cruce de una tangente a la rama de consolidación primaria, que pase por el punto *I* y la prolongación de la rama de consolidación secundaria, es el punto que representa el 100% de consolidación primaria.

V.1. Consolidación primaria o de Terzaghi por expulsión de agua por gradiente hidráulico.

Terzaghi analizó el fenómeno con un modelo reológico (Kelvin – Terzaghi):

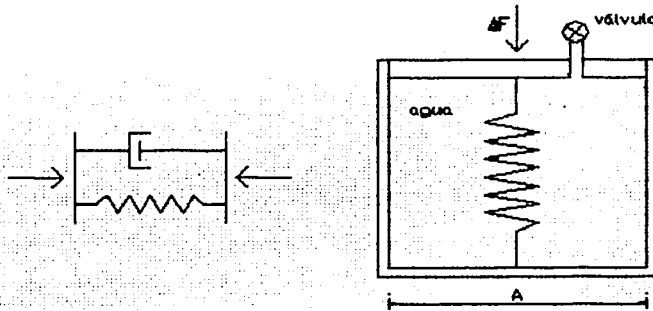


Fig. 89

Para  $t = 0$  (no hay movimiento de agua):  $\Delta F$  es tomado por el agua (el resorte no participa).

Para  $t = \infty$  (término de salida del agua excedente):  $\Delta F$  es tomado sólo por el resorte ( $\Delta u = 0$ ).

Si  $0 < t < \infty$  :  $\Delta F$  es tomado en parte por el agua y en parte por el resorte.

$\Delta F$  = incremento de fuerza que se aplica

$\Delta F'$  = incremento de fuerza que recibe el resorte

$\Delta u$  = incremento de presión en el agua (adicional a la presión hidrostática)

Vea la figura 89.

En función de fuerzas

$$\Delta F = \Delta F' + \Delta u(A)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

dividiendo entre  $A$

$$\frac{\Delta F}{A} = \frac{\Delta F'}{A} + \Delta u$$

En términos de esfuerzo

$$\Delta \sigma_v = \Delta \sigma_v' + \Delta u$$

$$\text{Para } t = 0 : \Delta \sigma_v = \Delta u \Rightarrow \Delta \sigma_v' = 0$$

$$\text{Para } t = \infty : \Delta \sigma_v = \Delta \sigma_v' \Rightarrow \Delta u = 0$$

Sean

$u_n$  = presión neutral en el agua

$u_h$  = presión hidrostática

$$u_n = u_h + \Delta u$$

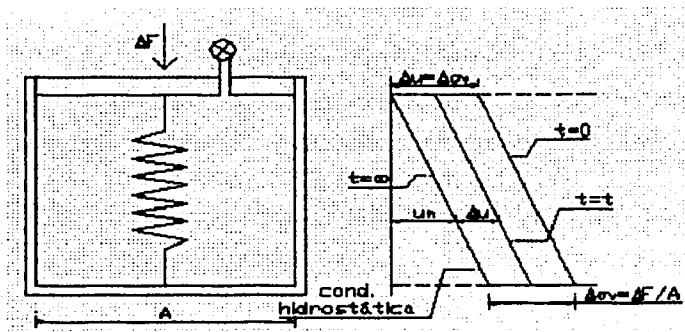


Fig. 90

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

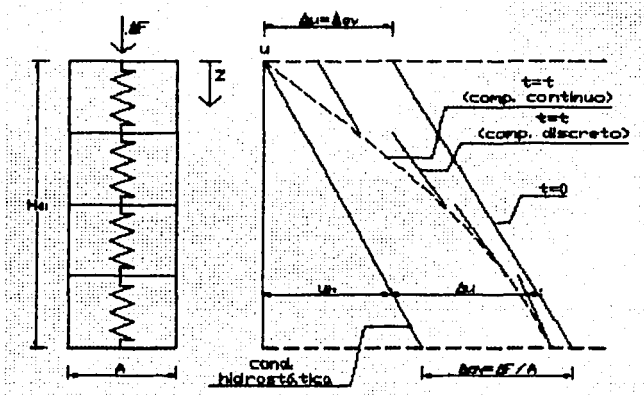


Fig. 91

$H_d$  = espesor de drenaje inicial

Se concluye que:  $\Delta u = f(z \text{ y } t)$

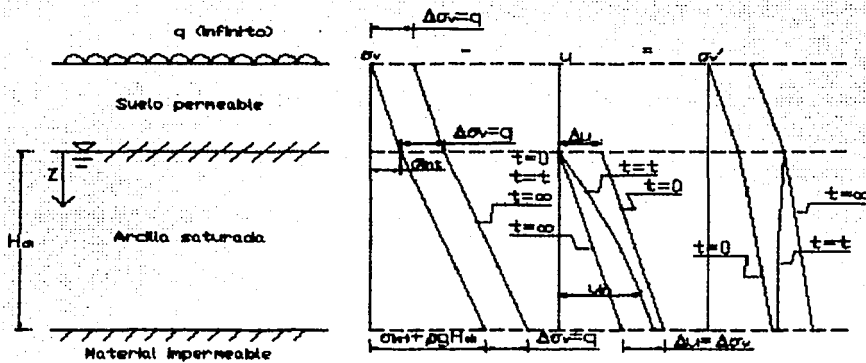


Fig. 92

Recordemos que:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma_v'} = \text{coef. compresibilidad}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



$$m_v = \frac{a_v}{1+e_1} = \frac{\Delta e}{1+e_1} \cdot \frac{1}{\Delta \sigma_v'} = \text{coef. de variación volumétrica}$$

Terzaghi llega a que la ecuación diferencial de la consolidación toma la forma:

$$\frac{k}{\rho_w g m_v} \cdot \frac{\partial^2 \Delta u}{\partial z^2} = \frac{\partial \Delta u}{\partial t}$$

donde

$k$  = coef. de permeabilidad

Se define el coeficiente de consolidación  $C_v$  como:

$$C_v = \frac{k}{\rho_w g m_v}$$

por lo que la ecuación diferencial queda:

$$C_v \frac{\partial^2 \Delta u}{\partial z^2} = \frac{\partial \Delta u}{\partial t}$$

La ecuación anterior es la ecuación que modela la consolidación unidimensional y primaria.

A continuación se mencionan las suposiciones que se asocian a la ecuación diferencial anterior:

1. El agua es incompresible.
2. Las partículas sólidas son incompresibles.
3. El suelo está totalmente saturado.
4. La permeabilidad permanece constante (en realidad  $k$  va disminuyendo).
5.  $a_v$  permanece constante e implica que  $m_v$  permanece constante también (en la mayoría de los suelos  $m_v$  disminuye durante el proceso, aunque esto no sucede siempre)
6. En base a las suposiciones 4 y 5, se supone que  $C_v$  permanece constante (en realidad  $C_v$  varía durante el proceso; en muchos casos la reducción de  $k$  y  $m_v$  produce cierta compensación).

Las condiciones de frontera para un estrato en proceso de consolidación son:

$$\Delta u = \Delta \sigma_v \quad \text{para } t = 0 \quad \text{y para } 0 \leq z \leq 2H_d$$

$$\Delta u = 0 \quad \text{para } z = 0 \quad \text{y } z = 2H_d, \quad \text{para } t > 0$$

$H_{d_i}$  = espesor de drenaje inicial (máxima distancia que podría recorrer una molécula de agua para salir, en dirección vertical)

$$H_i = 2H_{d_i}$$

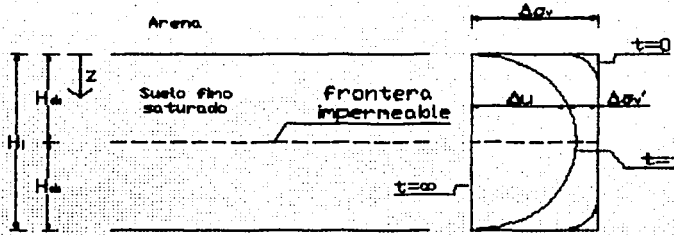


Fig. 93

La solución de la ecuación diferencial es:

$$\Delta u = \Delta \sigma_v \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{(2n+1)\pi} \operatorname{sen} \left[ \frac{(2n+1)\pi}{2} \cdot \frac{z}{H_{d_i}} \right] e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 k(1+e_i)t}{4H_{d_i}^2 \rho_w g \alpha_v}} \right\}$$

Se tiene como suposición adicional que el estrato varía muy poco o no varía su espesor, para no mover la referencia de la profundidad  $Z$ .

Terzaghi introdujo el concepto de "factor tiempo":

$$T = \frac{k(1+e_i)t}{\rho_w g \alpha_v H_{d_i}^2} = \frac{kt}{\rho_w g m_v H_{d_i}^2} = C_v \frac{t}{H_{d_i}^2}$$

Así

$$\Delta u = \Delta \sigma_v \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{(2n+1)\pi} \operatorname{sen} \left[ \frac{(2n+1)\pi}{2} \cdot \frac{z}{H_{d_i}} \right] e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 T}{4}} \right\}$$

por lo anterior se puede afirmar que

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\frac{\Delta u}{\Delta \sigma_v} = f\left(\frac{z}{H_{d_i}}, T\right)$$

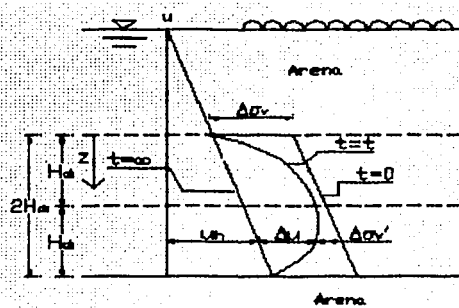


Fig. 94

Se define como grado de consolidación o porcentaje de consolidación del suelo, a una profundidad  $z$  y para un tiempo  $t$ , a la relación entre la consolidación que ya ha tenido lugar a esa profundidad y la consolidación total que ha de producirse por efecto del incremento de esfuerzo vertical.

A una cierta profundidad  $z$  :

$$U_z \% = \left(\frac{\Delta \sigma_v'}{\Delta \sigma_v}\right) \times 100 = \left(\frac{\Delta \sigma_v - \Delta u}{\Delta \sigma_v}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_v}\right) \times 100$$

El porcentaje de consolidación para todo el estrato, en un tiempo dado  $t$ , es la relación entre la consolidación que ya ha tenido lugar en ese tiempo y la total que ha de producirse.

Para todo el estrato:

$$U \% = \left(\frac{\int_0^{2H_{d_i}} (\Delta \sigma_v - \Delta u) dz}{\Delta \sigma_v \cdot 2H_{d_i}}\right) \times 100$$

Para  $t = 0$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\Delta\sigma_v' = \Delta\sigma_v - \Delta u = 0$$

$$U\% = \left( \frac{0}{\Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i}} \right) \times 100 = 0\%$$

Para  $t = \infty$

$$U\% = \left( \frac{\Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i}}{\Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i}} \right) \times 100 = 100\%$$

Para  $t = t$

$$U\% = \left( \frac{\int_0^{2H_{d_i}} (\Delta\sigma_v - \Delta u) dz}{\Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i}} \right) \times 100 = \left( \frac{\Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i} - \int_0^{2H_{d_i}} \Delta u dz}{\Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i}} \right) \times 100 =$$

$$= \left( 1 - \frac{1}{\Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i}} \int_0^{2H_{d_i}} \Delta u dz \right) \times 100$$

$$\int_0^{2H_{d_i}} \Delta u dz = \Delta\sigma_v \cdot 2H_{d_i} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 T}{4}}$$

sustituyendo en el porcentaje de consolidación

$$U\% = \left( 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 T}{4}} \right) \times 100$$

llegando finalmente a que :

$$U\% = f(T)$$

V.II. Factores que influyen en el tiempo de consolidación de un estrato (Según la teoría de Terzaghi).

Recordemos que:

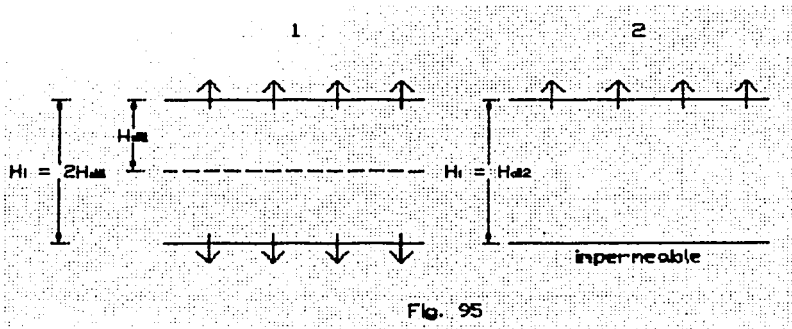
$$T = C_v \frac{t}{H_{d_i}^2} \Rightarrow t = \frac{T \rho_w g m_v H_{d_i}^2}{k}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Por tanto:

1. Respecto de la permeabilidad:  $t \sim \frac{1}{k}$
2. Respecto del espesor de drenaje:  $t \sim H_d^2$
3. Respecto del coeficiente de consolidación:  $t \sim \frac{1}{C_v}$
4. Respecto del factor tiempo:  $t \sim T$

Considérese la situación siguiente:



Comparando los suelos 1 y 2:

$$H_{d12} = 2H_{d11}$$

$$t_1 = \frac{TH_{d11}^2}{C_v} \quad ; \quad t_2 = \frac{TH_{d12}^2}{C_v}$$

Si suponemos misma  $T$  y  $C_v$  para los dos suelos

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{TH_{d12}^2 C_v}{TH_{d11}^2 C_v} = \frac{H_{d12}^2}{H_{d11}^2}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{(2H_{d11})^2}{H_{d11}^2} = \frac{4H_{d11}^2}{H_{d11}^2} = 4 \quad \therefore \quad t_2 = 4t_1$$

V.III. Comparación entre la curva de consolidación teórica (para consolidación primaria) y la curva de consolidación que se obtiene de la prueba de laboratorio.

Teóricamente la curva de consolidación tiene la siguiente forma:

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

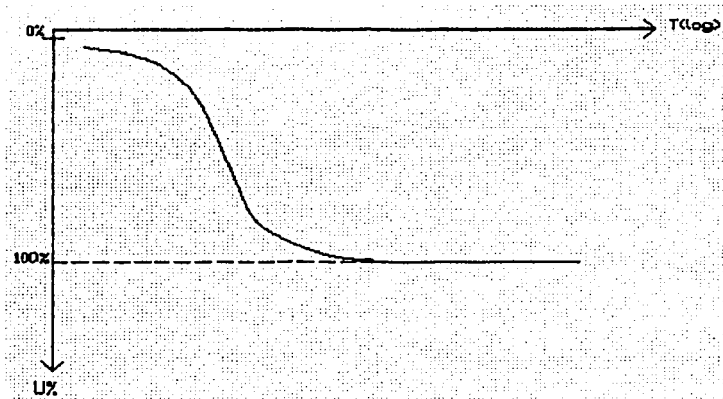


Fig. 96

Para cada incremento de esfuerzo se obtiene una curva como la siguiente

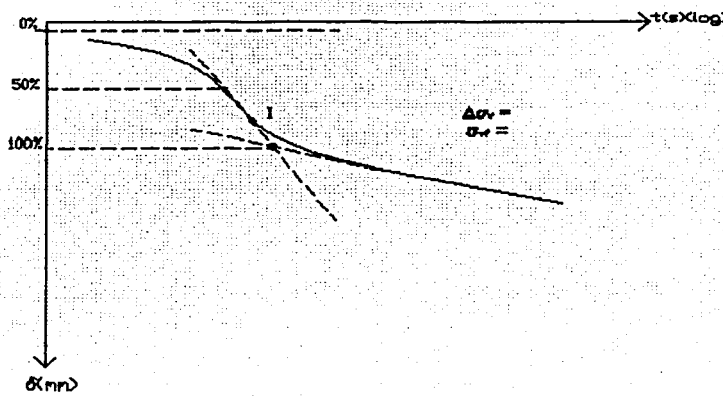


Fig. 97

Como se mencionó anteriormente, de ésta última curva se puede obtener el punto de 100% de consolidación primaria. Para obtener el 0% de consolidación se deben seguir los siguientes pasos:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1. Elegir un valor de  $t$  cualquiera, a la izquierda del punto  $I$ . Localizar el punto sobre la curva, correspondiente a éste tiempo.
2. Localizar el punto sobre la curva que corresponde al tiempo  $t/4$ .
3. Medir la distancia vertical entre el punto sobre la curva correspondiente a  $t$  y  $t/4$ .
4. Medir sobre el punto en la curva correspondiente a  $t/4$ , de manera vertical, la misma distancia obtenida en el punto 3 y señalar ese punto.
5. Obtener varios puntos siguiendo los pasos del 1 a 4.
6. Con todos los puntos obtenidos, ajustar una recta horizontal que pase por la mayoría de éstos. El cruce de ésta línea con el eje de las deformaciones corresponde al 0% de consolidación.
7. El 50% se obtiene a la mitad entre 0% y 100%.

Recordemos que

$$C_v = \frac{TH_{d_1}^2}{t}$$

De curvas de laboratorio se obtiene un  $C_v$  medio o promedio como:

$$C_v = \frac{0,197H_{d_1}^2}{t_{50}}$$

Este parámetro se obtiene para cada curva de consolidación y se asigna al esfuerzo efectivo medio o promedio

$$\sigma_{v_m}' = \sigma_{v_1}' + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{v_1}' = \frac{\sigma_{v_1}' + \sigma_{v_2}'}{2}$$

Así, se puede obtener la curva

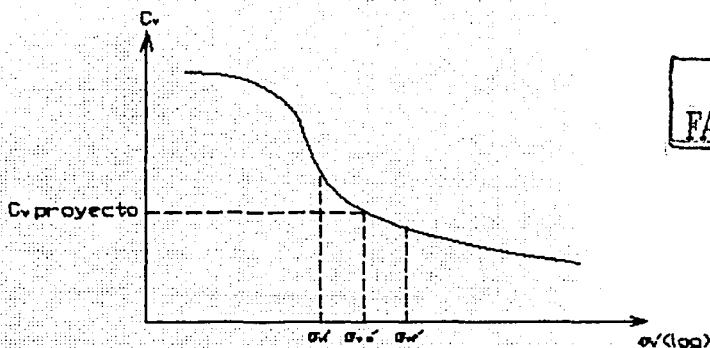


Fig. 98

Para proyecto, se toma el valor de  $C_v$  para el esfuerzo efectivo medio o promedio

$$\sigma_{v_{prom}}' = \sigma_{v_0}' + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{v_0}'$$

Es posible deducir el coeficiente de permeabilidad con datos de consolidación, de la siguiente manera:

$$k = C_v m_v \rho_w g$$

#### V.IV. Asentamiento en el tiempo (teoría de Terzaghi).

Terzaghi supone:

Para  $t = 0 \Rightarrow \Delta H = 0$

Para  $t = \infty$  supone que  $\Delta H$  es el mismo asentamiento total calculado con la curva de compresibilidad.

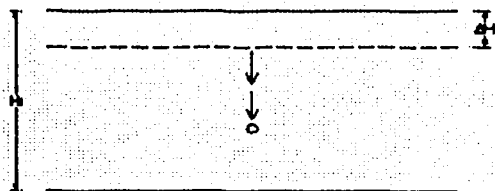


Fig. 99

En base a la teoría de consolidación de Terzaghi se aceptaría, para el asentamiento en el tiempo, que:

$$\begin{aligned} \text{Para } U\% = 0\% &\Rightarrow \delta_t = 0 \\ \text{Para } U\% = 100\% &\Rightarrow \delta_t = \Delta H \end{aligned}$$

$\delta_t$  = deformación en el tiempo.

Se genera, entonces, la expresión:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



$$\delta_i = \left( \frac{U\%}{100} \right) \Delta H$$

donde con datos de compresibilidad se calcula

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_i} H_i$$

**Ejemplo 29.**

Se piensa construir una estructura de concreto armado, de 3 niveles y con losa corrida de cimentación, sobre el suelo que se muestra en el perfil. La planta es rectangular con dimensiones de 10 x 20 m, desplantada en la superficie. La losa transmite un esfuerzo de contacto en ese lugar de 35 kPa.

Calcule el asentamiento total, según Terzaghi, que se esperaría tener bajo el centro del área cargada y suponiendo que la cimentación fuera perfectamente flexible, exclusivamente compresible por efecto de la compresión del estrato de arcilla mostrado en el perfil.

Se proporcionan datos de una curva de compresibilidad obtenida en el laboratorio, de una probeta tomada de una muestra que se extrajo del centro del estrato de arcilla.

Se supone condición hidrostática.

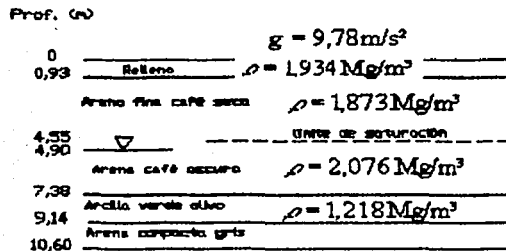


Fig. 100

De acuerdo a la estratigrafía mostrada, el esfuerzo vertical efectivo al centro del estrato de arcilla es de 118,98 kPa.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En base a la teoría de Boussinesq, con una sobrecarga de 35 kPa, bajo centro del área cargada y para la profundidad de 8,26 m, se tiene un incremento de esfuerzo vertical de aproximadamente 20,19 kPa.

Así, el esfuerzo vertical efectivo final vale

$$\sigma_{v_f}' = \sigma_{v_i}' + \Delta\sigma_{v_f}' = 118,98 \text{ kPa} + 20,19 \text{ kPa} = 139,17 \text{ kPa}$$

De la curva de compresibilidad obtenida en laboratorio, y para los esfuerzos efectivos inicial y final, se obtienen los valores de relación de vacíos correspondientes:

$$e_i = 5,56$$

$$e_f = 5,325$$

Finalmente,

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_i} H_i$$

$$H_i = 9,14 \text{ m} - 7,38 \text{ m} = 1,76 \text{ m}$$

$$\Delta H = \frac{5,56 - 5,325}{1 + 5,56} (1,76 \text{ m}) = 0,063 \text{ m} = 6,3 \text{ cm}$$

Ejemplo 30.

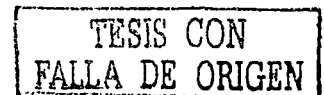
Haciendo uso del perfil del suelo y de los resultados obtenidos en el ejemplo anterior, calcule:

- En acuerdo con la teoría de consolidación de Terzaghi, diga en cuanto tiempo se esperaría tener la mitad del asentamiento total en el estrato de arcilla, bajo el centro del área cargada, suponiendo que la estructura se descarga en forma instantánea y suponiendo a la cimentación perfectamente flexible.
- De acuerdo con la misma teoría, diga qué asentamiento cabría esperar, asignable al estrato de arcilla, en un tiempo de un año y medio, a partir de la aplicación instantánea de la descarga de la estructura, bajo el centro del área cargada y suponiendo cimentación perfectamente flexible.

Nota: Se supondrán algunos datos, comentando de dónde se obtienen.

Solución del inciso a)

Se debe entrar a la gráfica  $\sigma_{v_f}'$  contra  $C_v$ .



Con datos del proyecto, para el centro del estrato de arcilla y bajo centro del área cargada, se obtiene el  $C_v$  de proyecto con un esfuerzo vertical efectivo medio

$$\sigma_{v_a}' = \sigma_{v_i}' + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{v_i}' = (118,98 \text{ kPa}) + \frac{1}{2} (20,19 \text{ kPa}) \approx 129,08 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow C_{v_{proyec}} = 5,05 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

Supondremos mitad del asentamiento para mitad de consolidación

$$U = 50\% \Rightarrow \delta_t = \frac{\Delta H_{total}}{2}$$

$$U = 50\% \Rightarrow T = 0,197$$

$$H_i = 1,76 \text{ m} \Rightarrow H_{d_i} = \frac{1,76 \text{ m}}{2} = 0,88 \text{ m}$$

Para la mitad del asentamiento total

$$t = \frac{TH_{d_i}^2}{C_v} = \frac{0,197(0,88 \text{ m})^2}{5,05 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}} = 30209267 \text{ s} \approx 349,6 \text{ días}$$

Solución del inciso b)

$$t = 1,5 \text{ años} \approx 547,5 \text{ días} \approx 13140 \text{ horas} \approx 47304000 \text{ s}$$

$$T = \frac{t C_v}{H_{d_i}^2} = \frac{47,304 \times 10^6 \text{ s}(5,05 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s})}{(0,88 \text{ m})^2} \approx 0,308$$

$$T \approx 0,308 \Rightarrow U\% = 61\%$$

Finalmente,

$$\delta_t = \left( \frac{U\%}{100} \right) \Delta H_{total}$$

$$\Delta H_{total} = 6,3 \text{ cm}$$

$$\delta_t = (0,61)(6,3 \text{ cm}) = 3,8 \text{ cm}$$

V.V. Módulos de deformación del Dr. Leonardo Zeevaert.

Los módulos de deformación del Dr. Leonardo Zeevaert permiten calcular el asentamiento debido a incrementos de esfuerzo en suelos granulares.

El comportamiento a la falla de un suelo granular es como el que se muestra en la siguiente figura.

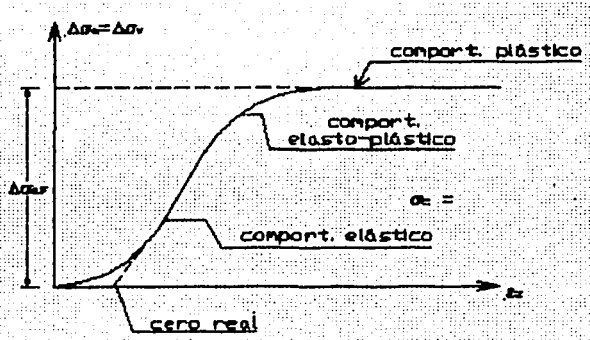


Fig. 101

$\sigma_c$  = esfuerzo de confinamiento

$\Delta\sigma_{a_f}$  = incremento de esfuerzo axial de falla

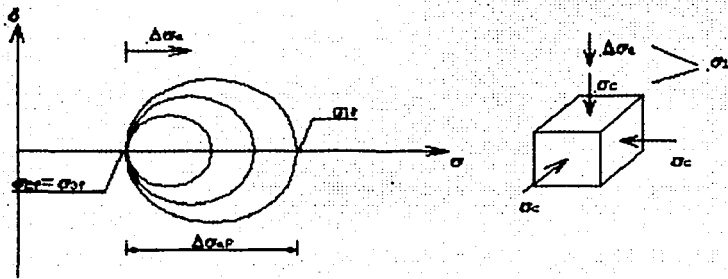


Fig. 102

Suponga una prueba triaxial de deformación, para modelar un suelo en campo que está sometido a la mitad del esfuerzo desviador de falla. Vea la siguiente figura.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

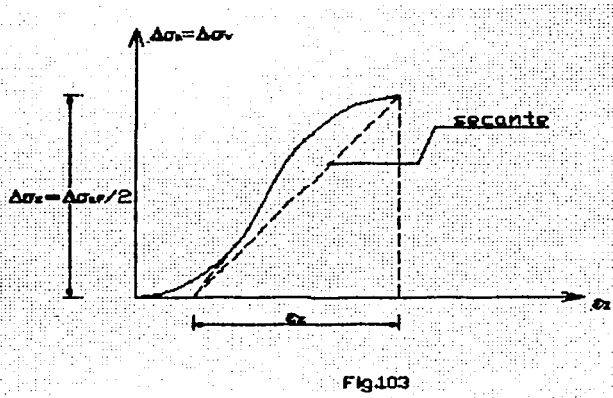


Fig.103

El módulo de deformación, que depende del esfuerzo de confinamiento, se define como:

$$M_z = \frac{\varepsilon_z}{\Delta\sigma_z} \quad [\text{kPa}^{-1}]$$

Así, para diferentes condiciones de confinamiento, se puede obtener la siguiente gráfica.

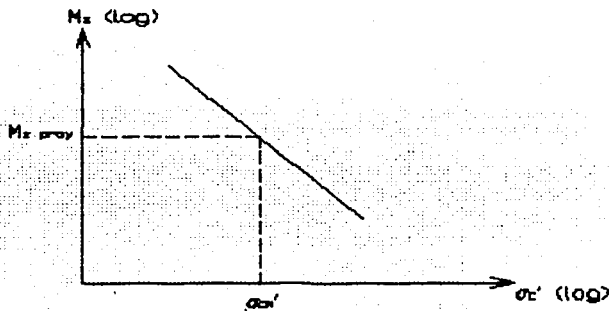
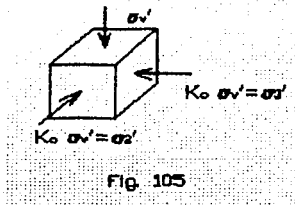


Fig. 104

Se acepta tomar como esfuerzo de confinamiento al esfuerzo octaédrico en el punto analizado.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



$$\sigma_{oct}' = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3} = \frac{\sigma_v' + K_o \sigma_v' + K_o \sigma_v'}{3}$$

$$\sigma_{oct}' = \frac{1}{3}(1 + 2K_o)\sigma_v' = \sigma_c'$$

Por analogía

$$\Delta\sigma_{oct}' = \Delta\sigma_c' = \frac{1}{3}(1 + 2K_o)\Delta\sigma_v'$$

Del centro del estrato y para condiciones iniciales (antes de la sobrecarga) se puede conocer  $\sigma_{v_i}'$ .

Al centro del estrato y de acuerdo a Boussinesq, se puede conocer  $\Delta\sigma_v'$ .

Se elige un  $M_z$  de proyecto para cierto punto en planta, y considerando su esfuerzo de confinamiento medio o promedio.

$$\sigma_{c_m}' = \sigma_{q_i}' + \frac{1}{2}\Delta\sigma_c'$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

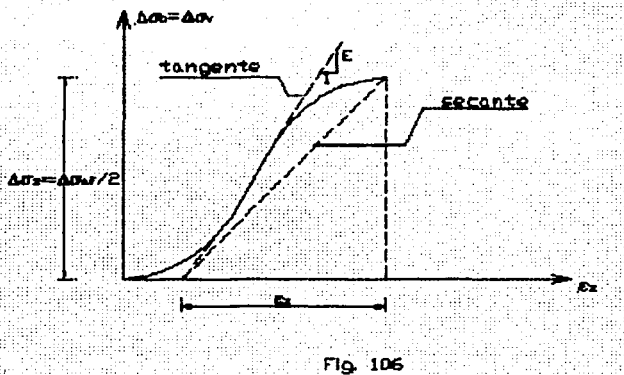


Fig. 106

$$M_z = \frac{\epsilon_z}{\Delta\sigma_z}$$

A primera vista pareciera el inverso multiplicativo del Módulo de Young, sin embargo, es otro concepto

$$E = \frac{\Delta\sigma_z}{\epsilon_z}$$

En la teoría de elasticidad se vio que

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)]$$

Para suelos tomaremos, suponiendo deformación lateral nula:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = M_z [\Delta\sigma_x - \nu(\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z)] = 0$$

Tomaremos además la aceptación de que:

$$\Delta\sigma_y = \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_h'$$

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_v'$$

$$\epsilon_x = \epsilon_y = 0 = \epsilon_h = \text{deformación unitaria horizontal}$$

$$\epsilon_h = 0 = M_z [\Delta\sigma_h' - \nu(\Delta\sigma_h' + \Delta\sigma_v')] = 0$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_h' - \nu\Delta\sigma_h' + \nu\Delta\sigma_v' = 0$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Dividiendo entre  $\Delta\sigma_v'$

$$\frac{\Delta\sigma_{h_o}'}{\Delta\sigma_v'} - \frac{\nu\Delta\sigma_{h_o}'}{\Delta\sigma_v'} = \nu \frac{\Delta\sigma_v'}{\Delta\sigma_v'}$$

$$\frac{\Delta\sigma_{h_o}'}{\Delta\sigma_v'} (1 - \nu) = \nu$$

$$\frac{\Delta\sigma_{h_o}'}{\Delta\sigma_v'} = \frac{\nu}{1 - \nu} = K_o$$

$$\Delta\sigma_{h_o}' = \Delta\sigma_v' \frac{\nu}{1 - \nu}$$

$$\varepsilon_z = M_z [\Delta\sigma_v' - \nu(2\Delta\sigma_{h_o}')] ]$$

$$\varepsilon_z = M_z \left[ \Delta\sigma_v' - \nu \left[ 2\Delta\sigma_v' \left( \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \right] \right]$$

$$\varepsilon_z = M_z \Delta\sigma_v' \left( 1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu} \right)$$

$$\nu_c = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu} = 1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu}$$

$$\varepsilon_z = M_z \Delta\sigma_v' \nu_c$$

Finalmente

$$\Delta H = \varepsilon_z H_i$$

$$\Delta H = M_z \nu_c \Delta\sigma_v' H_i$$

Ejemplo 31.

Con el método del Dr. Zeevaert para calcular el asentamiento de suelos granulares (módulo de deformación en función del confinamiento), calcule la aportación en el asentamiento total de la estructura del ejemplo de compresibilidad de un estrato de arcilla (Ejemplo 29), que tendría la arena encima de la arcilla, en un subestrato de espesor igual a la distancia entre el nivel freático y la interfase arena - arcilla, en un cálculo bajo el centro del área cargada utilizada en ese ejemplo.



$$H_i = 7,38 \text{ m} - 4,90 \text{ m} = 2,48 \text{ m}$$

$$z = 4,90 \text{ m} + \frac{2,48 \text{ m}}{2} = 6,14 \text{ m}$$

En el centro del estrato de arena se tiene, antes de la sobrecarga, que:

$$\sigma_v' \approx 104,06 \text{ kPa}$$

De tablas, se sabe que para esta arena se puede asignar que

$$v = 0,25 \Rightarrow K_o = \frac{0,25}{1 - 0,25} = \frac{1}{3}$$

de tal forma que

$$\sigma_{ci}' = \frac{1}{3}(1 + 2K_o)\sigma_v' = \frac{1}{3}(1 + 2/3)104,06 \text{ kPa} \approx 57,81 \text{ kPa}$$

Bajo centro del área cargada y a una profundidad de 6,14 m, se tiene

$$\Delta\sigma_v' = 25,11 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_c' = \frac{1}{3}(1 + 2/3)25,11 \text{ kPa} \approx 13,95 \text{ kPa}$$

El esfuerzo de confinamiento promedio se calcula como sigue:

$$\sigma_{ca}' = \sigma_{ci}' + \frac{1}{2}\Delta\sigma_c' = 57,81 \text{ kPa} + \frac{1}{2}(13,95 \text{ kPa}) \approx 64,79 \text{ kPa}$$

De la figura 27-II.3 del libro del Dr. Zeevaert, se tiene, para el esfuerzo de confinamiento promedio calculado y para suelo 2, que

$$M_c \approx 7,65 \times 10^{-5} \text{ kPa}^{-1}$$

Finalmente,

$$v_c = 1 - \frac{2v^2}{1 - v} = 1 - \frac{2(0,25)^2}{1 - 0,25} = 0,83$$

$$\Delta H = M_c v_c \Delta\sigma_v' H_i = (7,65 \times 10^{-5} \text{ kPa}^{-1})(0,83)(25,11 \text{ kPa})(2,48 \text{ m}) = 0,00395 \text{ m} \approx 4 \text{ mm}$$

*Conclusiones.*

Después de haber cursado todas las asignaturas correspondientes al plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil en la Facultad de Ingeniería, puedo afirmar que sólo un profesor, dentro de las materias correspondientes a las Ciencias de la Ingeniería Civil, impartió sus cursos en Sistema Internacional de Unidades.

A lo largo de mis estudios dentro de la Facultad de Ingeniería cursé tres asignaturas con mi director de tesis: Mecánica del Medio Continuo, Comportamiento de Suelos y Mecánica de Suelos, por lo que durante estos cursos pude aprender el empleo del Sistema Internacional de Unidades y la ventajas que éste presenta.

Además de la ventaja que representa el empleo de un sistema de unidades general para todo el mundo, el Sistema Internacional de Unidades tiene la ventaja de estar completamente definido, es decir, el sistema cuanta con una definición única y específica para cada una de las unidades básicas; el sistema presenta unidades y símbolos únicos para cada tipo de magnitud; el sistema plantea reglas claras y sencillas para su correcta escritura y, finalmente, el Sistema Internacional de Unidades toma en consideración el efecto de la gravedad en el lugar donde sucede el fenómeno.

A diferencia del Sistema Técnico Métrico que no distingue entre masa y peso, el Sistema Internacional de Unidades permite tener en cuenta el efecto de la gravedad, que es el factor que permite diferenciar una magnitud escalar de una vectorial; además, se pueden considerar las diferencias regionales del valor de la gravedad en los cálculos ingenieriles y obtener resultados más consistentes.

Adicionalmente a las ventajas anteriores, cabe resaltar un beneficio más y de gran potencial que presenta el Sistema Internacional de Unidades. A diferencia de algunos textos ingenieriles, que se realizaron hace tiempo, en los cuales se presentaban ecuaciones técnicas, la tendencia moderna va dirigida hacia el uso de las ecuaciones universales de la física. Como un ejemplo, se tiene la siguiente ecuación técnica, referente a la segunda ley de Newton, que se emplea en algunos textos:

$$F = \frac{W}{g} a$$

El empleo de la ecuación anterior se debe a que en algunas partes del mundo (no en México), las básculas miden peso no masa, ya que están calibradas de tal manera que consideran siempre un valor constante de la gravedad (no se pueden mover). La tendencia actual es emplear ecuaciones universales de la física, en éste caso se debería emplear la ecuación:

$$F = ma$$

En lo referente al Sistema Internacional de Unidades, al emplear las ecuaciones científicas y alimentarlas con las unidades de dicho sistema, los resultados arrojados se presentan directamente en las unidades correspondientes del sistema. Sin embargo, debido a las magnitudes que maneja el Ingeniero Civil, las unidades en que se presentan los resultados, si se calcula como se planteó anteriormente, no son las adecuadas, por lo que se deben realizar algunas conversiones para presentar los resultados en las unidades prácticas del Ingeniero Civil.

De acuerdo a lo anterior, se ha visto que si se alimentan las ecuaciones universales de la física (dentro de los cálculos ingenieriles, como es la tendencia) con las unidades prácticas del Sistema Internacional para el Ingeniero Civil, los resultados calculados se obtienen directamente en las mismas unidades prácticas correspondientes del sistema. Lo anterior representa otra enorme ventaja de este moderno sistema ya que, además de ser compatible con las ecuaciones universales de la física, permite obtener resultados de manera directa en las unidades prácticas que emplea el Ingeniero Civil, sin tener que realizar conversiones que implican cálculos que pueden llevar a errores.

Por ejemplo, considere la ecuación de la segunda ley de Newton, alimentada con los siguientes datos:  $m = 1\,200\text{ kg}$  y  $a = 3,5\text{ m/s}^2$ .

$$F = ma = (1200\text{ kg})(3,5\text{ m/s}^2) = 4\,200\text{ N}$$

en unidades prácticas del Ingeniero Civil

$$F = 4\,200\text{ N} = 4\,200\text{ N} \left( \frac{1\text{ kN}}{1000\text{ N}} \right) = 4,200\text{ kN}$$

Ahora bien, si se emplean directamente las unidades del Ingeniero Civil, se tiene

$$F = ma = (1,200\text{ Mg})(3,5\text{ m/s}^2) = 4,200\text{ kN}$$

Como puede observarse, el resultado se obtiene directamente en las unidades adecuadas.

De emplearse en los textos el Sistema Internacional de Unidades de la manera antes mencionada, se facilitaría la comprensión de éstos por parte de los lectores y se evitaría la confusión que muchas veces se presenta, ya que algunos autores manejan no sólo un sistema de unidades técnico sino que llegan a emplear varios sistemas técnicos diferentes dentro de un mismo texto.

El siguiente paso para estimular el uso del Sistema Internacional de Unidades debe ser el que los instrumentos de laboratorio registren directamente sus mediciones en estas unidades, para evitar otra fuente de error al realizar las conversiones de las unidades en que registra el instrumento a las del Sistema Internacional.

**Alumnos y profesores tienen en este trabajo una herramienta para comenzar o, en su caso, reafirmar sus conocimientos en el empleo del Sistema Internacional de Unidades, el cual es, en la actualidad, el sistema de unidades que más se difunde alrededor del mundo.**

**Este trabajo constituye el punto de partida para una serie de notas acerca de la Ingeniería Geotécnica en Sistema Internacional de Unidades, que venga a resolver la necesidad actual de un texto acerca del tema, escrito directamente en nuestro idioma.**

**Por otra parte, se motiva la realización de otros textos, acerca de las diferentes áreas que integran el estudio de la Ingeniería Civil, empleando el Sistema Internacional de Unidades, de esta forma se impulsa el uso generalizado de dicho sistema, como está plasmado en la norma oficial mexicana.**

**APÉNDICE**  
**TABLAS DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE**  
**UNIDADES**

TESIS COM  
FALLA DE ORIGEN

**TABLAS DE INTERES PARA QUIEN UTILIZA EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES EN LA INGENIERIA CIVIL NORMA OFICIAL MEXICANA.**

*NOM-008-SCFI-1993*

Recopilación del Ing. Ricardo Rubén Padilla Velázquez \*

RPV			
<b>UNIDADES DE BASE DEL SISTEMA INTERNACIONAL (SI)</b>			
Magnitud	Nombre de la Unidad	Símbolo	Definición de la unidad.
longitud	metro	m	es la distancia que recorre una onda electromagnética en el vacío en $1/(299\ 792\ 458)$ de segundo.
masa	kilogramo	kg	es la masa igual a la del prototipo internacional del kilogramo.
tiempo	segundo	s	es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del átomo cesio 133.
intensidad de corriente eléctrica	ampere	A	es la intensidad de una corriente constante que mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados en el vacío a una distancia de un metro uno del otro, producirá entre estos conductores una fuerza igual a $2 \times 10^{-7}$ newtons por cada metro de longitud.
temperatura termodinámica	kelvin	K	Es la fracción $1/(273,16)$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

TABLA 1

\* Prof. De Carrera de T. C. en Geotecnia, Fac. de Ingeniería.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

<p>intensidad luminosa</p>	<p>candela</p>	<p>cd</p>	<p>es la intensidad luminosa, en una dirección dada de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia <math>540 \times 10^{12}</math> hertz y cuya intensidad energética en esa dirección es 1/683 watt cada estereorradián.</p>
<p>cantidad de sustancia</p>	<p>mol</p>	<p>mol</p>	<p>es la cantidad de sustancia que contiene tantas entidades elementales como existen átomos en 0,012 kilogramo de carbono 12.</p>

TABLA 1 (CONTINUACIÓN)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

<b>UNIDADES DERIVADAS QUE TIENEN NOMBRE ESPECIAL</b>			
<b>Magnitud</b>	<b>Nombre de la unidad</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Expresión en unidades SI</b>
fuerza	newton	N	$\text{kg.m/s}^2$
presión	pascal	Pa	$\text{N/m}^2$
esfuerzo	pascal	Pa	$\text{N/m}^2$
energía	joule	J	N.m
trabajo	joule	J	N.m
cantidad de calor	joule	J	N.m
potencia	watt	W	J/s o N.m/s
frecuencia	hertz	Hz	$\text{s}^{-1}$
carga eléctrica	coulomb	C	s.A
voltaje	volt	V	W/A
capacidad eléctrica	farad	F	C/V
resistencia eléctrica	ohm	$\Omega$	V/A
conductancia eléctrica	siemens	S	A/V
flujo magnético	weber	Wb	V.s
inducción magnética	tesla	T	$\text{Wb/m}^2$
inductancia	henry	H	Wb/A
flujo luminoso	lumen	lm	cd.sr
luminosidad	lux	lx	$\text{lm/m}^2$
actividad nuclear	becquerel	Bq	$\text{s}^{-1}$
dosis absorbida	gray	Gy	J/kg

TABLA 2

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



UNIDADES DERIVADAS QUE NO TIENEN NOMBRE ESPECIAL			RPV
Magnitud	Símbolo	Expresión en unidades SI	
superficie	-	$m^2$	
volumen	-	$m^3$	
velocidad	-	m/s	
aceleración	-	$m/s^2$	
densidad	$\rho$	$kg/m^3$	
peso específico	$\gamma$	$N/m^3$	
momento de una fuerza	M	N.m	
tensión superficial	-	N/m o $J/m^2$	
viscosidad dinámica	-	Pa.s	
viscosidad cinemática	-	$m^2/s$	

TABLA 3

UNIDADES SUPLEMENTARIAS DEL SI				RPV
Magnitud	Nombre de la unidad	Símbolo	Definición de la unidad	
ángulo plano	radián	rad	es el ángulo plano comprendido entre dos radios de un círculo y que intersecan sobre la circunferencia de este círculo, un arco de longitud igual a la del radio.	
ángulo sólido	estereoradián	sr	es el ángulo sólido que teniendo su vértice en el centro de una esfera corta sobre la superficie de ésta, un área igual a la de un cuadrado que tiene por lado el radio de la esfera.	

TABLA 4

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

RPV			
<i>PREFIJOS RECOMENDADOS POR EL SI</i>			
Nombre del prefijo	Símbolo	Factor	Equivalencia
yotta	Y	$10^{24}$	cuatrillón
zetta	Z	$10^{21}$	mil trillones
exa	E	$10^{18}$	trillón
peta	P	$10^{15}$	mil billones
tera	T	$10^{12}$	billón
giga	G	$10^9$	mil millones
mega	M	$10^6$	millón
kilo	k	$10^3$	mil
hecto	h	$10^2$	cien
deca	da	$10^1$	diez
deci	d	$10^{-1}$	décimo
centi	c	$10^{-2}$	centésimo
mili	m	$10^{-3}$	milésimo
micro	$\mu$	$10^{-6}$	millonésimo
nano	n	$10^{-9}$	mil millonésimo
pico	p	$10^{-12}$	billonésimo
femto	f	$10^{-15}$	mil billonésimo
atto	a	$10^{-18}$	trillonésimo
zepto	z	$10^{-21}$	mil trillonésimo
yocto	y	$10^{-24}$	cuatrillonésimo

TABLA 5

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**PRINCIPALES MAGNITUDES Y UNIDADES UTILIZADAS EN MECANICA**

		RPV
Magnitud	Símbolo de la magnitud	Símbolo de la unidad SI
masa	m	kg
gasto masa, flujo masa	qm	kg/s
densidad, masa volúmica	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>
volumen específico	v	m <sup>3</sup> /kg
gasto volumen, flujo volumen	qv	m <sup>3</sup> /s
densidad lineal, masa lineal	$\rho_l$	kg/m
densidad de superficie, masa superficial	$\rho_A, \rho_s$	kg/m <sup>2</sup>
cantidad de movimiento, momentum	p	kg . m/s
momento de inercia	I, J	kg . m <sup>2</sup>
fuerza	F	N
peso	P, W	N
constante gravitacional	G	N . m <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>
momento de una fuerza	M	N . m
momento torsional, momento de un par	T	N . m
presión	p	Pa
esfuerzo normal	$\sigma$	Pa
esfuerzo cortante	$\tau$	Pa
módulo de elasticidad	E	Pa
módulo de rigidez al cortante	G	Pa
módulo de compresibilidad volumétrica	K	Pa
viscosidad dinámica	$\eta, \mu$	Pa . s
viscosidad cinemática	$\nu$	m <sup>2</sup> /s
tensión superficial	$\gamma, \sigma$	N/m
energía	E, W	J
trabajo	W, A	J
energía potencial	E <sub>P</sub>	J
energía cinética	E <sub>K</sub>	J
potencia	P	W

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

## REGLAS GENERALES PARA LA ESCRITURA DE NUMEROS Y UNIDADES DEL SI

Actualizadas a Norma Oficial Mexicana NOM-008-SCFI-1993

[ RPV ]

**Regla 1.** Los símbolos se deben expresar en caracteres romanos, en general minúsculas, con excepción de los símbolos que se derivan de nombres propios.

Correcto: m; cd; K; A.

Incorrecto: M (metro); Cd (candela); k (kelvin).

**Regla 2.** No se debe usar mayúscula en los nombres de las unidades.

Correcto: newton; pascal; joule.

Incorrecto: Newton; Pascal; Joule.

**Regla 3.** No se debe colocar punto después de los símbolos de las unidades, a menos que por ortografía se justifique.

Correcto: m; kg; s.

Incorrecto: m. ; kg. ; s. . .

**Regla 4.** Los nombres de las unidades se pueden pluralizar agregando una s.

Correcto: pascals; mols; watts.

Incorrecto: pascales; moles; wattes.

**Regla 5.** Los símbolos de las unidades no se deben pluralizar.

Correcto: kg; m; Pa.

Incorrecto: kgs; ms; Pas.

**Regla 6.** El signo de multiplicación para indicar el producto de dos o más unidades, debe ser un punto, que puede suprimirse cuando no se preste a confusión.

Correcto: N.m; Nm; m.N (Newton por metro).

Incorrecto: mN (metro por newton) ; N x m.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Regla 7.** Cuando una unidad derivada se forma por el cociente de dos unidades, se puede utilizar una línea inclinada, una línea horizontal o potencias negativas.

Correcto: m/s; m . s<sup>-1</sup>;  $\frac{m}{s}$  .

Incorrecto: m ÷ s.

**Regla 8.** No se debe utilizar más de una línea inclinada, a menos que se agreguen paréntesis. En los casos complicados se deben emplear potencias negativas o paréntesis.

Correcto: (m/s) /s; m/s<sup>2</sup>; m . s<sup>-2</sup>; m . kg/ (s<sup>3</sup> . A) ; m.kg.s<sup>-3</sup>.A<sup>-1</sup>.

Incorrecto: m / s / s; m . kg/s<sup>3</sup>/A.

**Regla 9.** Los múltiplos y submúltiplos de las unidades se deben formar anteponiendo al símbolo de las unidades los prefijos correspondientes. La única excepción es para la unidad de masa, en la cual se deben anteponer al símbolo "g".

Correcto: ks; dag; Mg.

Incorrecto: Mkg, dakg.

**Regla 10.** Los nombres de los prefijos se deben anteponer al nombre de la unidad. Se tiene como excepción al nombre de la unidad de masa, donde se deben anteponer a la palabra "gramo".

Correcto: micrómetro, nanosegundo; megagramo.

Incorrecto: kilokilogramo.

**Regla 11.** Los símbolos de los prefijos se deben imprimir en caracteres romanos (rectos). No se debe dejar espacio entre el símbolo del prefijo y el símbolo de la unidad.

Correcto: mN; MPa; ns; μm.

Incorrecto: m N; M Pa; n s; μ m.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Regla 12.** Si un símbolo que contiene a un prefijo está afectado por un exponente, indica que el múltiplo de la unidad está elevado a la potencia expresada por el exponente.

$$\text{Correcto: } 1 \text{ cm}^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3.$$

$$\text{Incorrecto: } 1 \text{ cm}^3 = 10^{-2} (\text{m})^3 = 10^{-2} \text{ m}^3.$$

**Regla 13.** No se deben emplear prefijos compuestos.

Correcto: mm; Ps; GPa.

Incorrecto: m $\mu$ m; kTs; MkPa.

**Regla 14.** Siempre se debe dejar un espacio entre el número y el símbolo de la unidad que le precede.

Correcto: 25 N / m; 30 kPa; 30 ns.

Incorrecto: 25N/m ; 30kPa; 30ns.

**Regla 15.** El separador (signo) decimal debe ser una coma sobre la línea de escritura ( , ). Si la magnitud de un número es menor que la unidad, el separador (signo) decimal debe ser precedido por un cero.

Correcto: 37,71 m/s<sup>2</sup>; 15,5 kN; 0,976 kPa.

Incorrecto: 37.71 m/s<sup>2</sup> ; 15.5 kN; ,976 kPa.

**Regla 16.** Los números se deben imprimir generalmente en tipo romano. Para facilitar la lectura de números con varios dígitos, se deben separar en grupos apropiados preferentemente de tres, contando del separador (signo) decimal a la derecha y a la izquierda. Los grupos se deben separar por un pequeño espacio, nunca con una coma, un punto, o por otro medio. Se permite agrupar números de cuatro dígitos sin separación.

Correcto: 5 497 356,35; 2,395 456 7; 3457; 3 457.

Incorrecto: 5.497.356,35; 2.395,456,7; 23569.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**DIFERENCIA ENTRE LAS UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL Y LAS UNIDADES DEL VIEJO SISTEMA MKS TÉCNICO USADO EN INGENIERIA CIVIL**

UNIDADES SI		UNIDADES MKS TÉCNICO	
<i>UNIDADES DE BASE</i>			
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
metro	m	Longitud metro	m
segundo	s	Tiempo segundo	s
kilogramo	kg	Masa -----	---
-----	---	Fuerza kilogramo fuerza	kgf
<i>UNIDADES DERIVADAS</i>			
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
newton	N	Fuerza -----	---
-----	---	Masa unidad técnica de masa	utm

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**DIFERENCIA ENTRE LAS UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL Y LAS UNIDADES PRACTICAS DE INGENIERIA CIVIL, ASOCIADAS AL SISTEMA INTERNACIONAL**

Unidades SI		Unidades SI prácticas en Ingeniería Civil	
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
kilogramo	kg	Masa (m)	megagramo
		Mg	
newton	N	Fuerza ( F ) o Peso ( W )	kilonewton
		kN	
pascal	Pa	Esfuerzo ( $\sigma$ o $\tau$ ) o Presión ( p )	kilopascal
		kPa	
joule	J	Energía ( E ) o Trabajo ( W )	kilojoule
		kJ	
kilogramo por cada metro cúbico	kg/m <sup>3</sup>	Densidad ( $\rho$ )	megagramo por cada metro cúbico
		Mg/m <sup>3</sup>	
newton por cada metro cúbico	N/m <sup>3</sup>	Peso específico ( $\gamma$ )	kilonewton Por cada metro cúbico
		kN/m <sup>3</sup>	

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



**CONVERSIONES DE UNIDADES UTILES PARA INGENIERIA CIVIL**  
**CONVERSIÓN DE UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL**  
**A UNIDADES TÉCNICAS MÉTRICAS UTILIZADAS EN INGENIERIA CIVIL**

Unidad del Sistema Internacional		Unidad técnica métrica	
<b>PARA PASAR DE:</b>		<b>A:</b>	<b>MULTIPLIQUE POR:</b>
	<b>Masa</b>		
kilogramo (kg)		utm	$1,019\ 716 \times 10^{-1}$
	<b>Fuerza o Peso</b>		
newton (N)		gf kgf tf	$1,019\ 716 \times 10^2$ $1,019\ 716 \times 10^{-1}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$
	<b>Esfuerzo o Presión</b>		
pascal (Pa)		gf / cm <sup>2</sup> kgf / cm <sup>2</sup> tf / m <sup>2</sup>	$1,019\ 716 \times 10^{-2}$ $1,019\ 716 \times 10^{-5}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$
	<b>Energía o Trabajo</b>		
Joule (J)		gf . cm kgf . m tf . m	$1,019\ 716 \times 10^4$ $1,019\ 716 \times 10^{-1}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$
	<b>Peso específico</b>		
newton por cada metro cúbico (N / m <sup>3</sup> )		gf / cm <sup>3</sup> kgf / dm <sup>3</sup> tf / m <sup>3</sup>	$1,019\ 716 \times 10^{-4}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$ $1,019\ 716 \times 10^{-4}$

Nota 1. Del factor de conversión elija cifras según desee exactitud.

Nota 2. SI más exacto que el técnico porque considera gravedad local.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**CONVERSIONES DE UNIDADES UTILES PARA INGENIERIA CIVIL**

**CONVERSIÓN DE UNIDADES TÉCNICAS MÉTRICAS UTILIZADAS EN INGENIERIA CIVIL A UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL**

		RPV
Unidad técnica métrica		Unidad del Sistema Internacional
PARA PASAR DE:	A:	MULTIPLIQUE POR:
<b>Masa</b>		
Unidad técnica de masa (utm)	kg	9,806 65
<b>Fuerza o Peso</b>		
gramo fuerza (gf)	N	$9,806\ 65 \times 10^{-3}$
kilogramo fuerza (kgf)	N	9,806 65
tonelada fuerza (tf)	N	$9,806\ 65 \times 10^3$
<b>Esfuerzo o Presión</b>		
gf / cm <sup>2</sup>	Pa	$9,806\ 65 \times 10^1$
kgf / cm <sup>2</sup>	Pa	$9,806\ 65 \times 10^4$
tf / m <sup>2</sup>	Pa	$9,806\ 65 \times 10^3$
<b>Energia o Trabajo</b>		
gf . cm	J	$9,806\ 65 \times 10^{-3}$
kgf . m	J	9,806 65
tf . m	J	$9,806\ 65 \times 10^3$
<b>Peso especifico</b>		
gf / cm <sup>3</sup>	N / m <sup>3</sup>	$9,806\ 65 \times 10^3$
kgf / dm <sup>3</sup>	N / m <sup>3</sup>	$9,806\ 65 \times 10^3$
tf / m <sup>3</sup>	N / m <sup>3</sup>	$9,806\ 65 \times 10^3$

Nota 1. Del factor de conversión elija cifras según desee exactitud.

Nota 2. SI más exacto que el técnico porque considera gravedad local.

TESIS C...  
 FALLA DE ORIGEN

***Bibliografía.***

- Juárez Badillo, Eulalio. y Rico Rodríguez, Alfonso.  
"Mecánica de Suelos", Tomo I, 3ª. Edición, Tomo II, 2ª. Edición y Tomo III, 2ª. Edición.  
México, Editorial Limusa, 1986.
- Lambe, T. William y Robert V. Whitman.  
"Mecánica de Suelos", 1ª. Edición.  
Editorial Limusa, 1976.
- Terzaghi, Karl y Ralph B. Peck.  
"Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica".  
Editorial El Ateneo, 1976.
- Holtz, Robert D. and William D. Kovaks.  
"An Introduction to Geotechnical Engineering".  
N.J., Prentice Hall, 1981.
- Norma Oficial Mexicana NOM-008-SCFI-1993.  
"Diario Oficial". México, 14 de octubre de 1993.
- Tipler, Paul A.  
"Física". Tomo I.  
Bilbao, Reverté, 1995.
- Witlow, Roy.  
"Fundamentos de Mecánica de Suelos".  
México, Editorial Continental, 1992.