

01127
18



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE INGENIERIA MECANICA E INDUSTRIAL

REOLOGIA DE FLUJOS BURBUJEANTES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO MECANICO

P R E S E N T A :

JULIAN MARTINEZ MERCADO



DIRECTOR DE TESIS: DR. ROBERTO ZENIT CAMACHO

CIUDAD UNIVERSITARIA

JUNIO 2003.

A

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Reología de flujos burbujeantes

Julián Martínez Mercado
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

Junio de 2003

autorizo a la Dirección General de Bibliotecas
UNAM a difundir en formato electrónico e im-
contenido de mi trabajo recien-
NOMBRE: Julián Martínez
Mercado
FECHA: 3 junio 2003
FIRMA: Julián Martínez M.

En las entrañas

**A mis padres: Benito y Gabriela.
por su amor y apoyo incondicional,
porque sin ellos esto no habría sido posible.**

**A Gaby
por estar junto a mí desde chico
y ser tan chida.**

*El misterio es lo más hermoso que nos es dado sentir.
Es la sensación fundamental, la cuna del arte y de la
ciencia verdaderos.*

A. Einstein

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Desahogo

Adquirimos la costumbre de vivir antes de adquirir la de pensar

A. Camus

Es el poder un valor natural del hombre? ¿Qué tan válido es cultivarlo, anhelarlo, luchar para poseerlo?

Sí, es un valor inherente al hombre y necesario, que se vuelve deleznable cuando se desea por encima de todas las cosas. Cuando se vuelve EL VALOR y domina sobre los otros, es capaz de eliminar cualquier rasgo humano en una persona. Además cuando este valor se vuelve un lugar común en las estructuras de poder de las naciones su peligrosidad es inminente, porque los gobernantes forman sectas y congregaciones para venerarlo y están educados bajo una doctrina que no admite personajes secundarios y cuyos únicos valores resguardados y apreciados son: el dominio, la hegemonía y la colonización. Con este fin implementan políticas económicas y sociales que avivan este afán por el poder.

Estos gobernantes, los nuevos dueños del mundo, fomentan la cultura de la (*des*)información, y han transformado a los medios electrónicos en la escuela del saber. El símil en nuestra época a lo que fue la Enciclopedia en la Ilustración francesa. Los noticieros y los reality shows son, principalmente, los que educan a las mayorías con una opinión parcial. Sin alguna ética de la información normalizan la forma de pensar de sus receptores. Ahora se aceptan sin miramientos las reflexiones siempre certeras e inapelables de *show-(wo)men* con sonrisa Colgate. El resultado: sociedades sin consciencia

IV.

y espíritu crítico, fácilmente manipulables y un terreno libre, sin obstáculos, para alcanzar el fin último: la domesticación del rebaño para la granja imperialista yanqui.

El dedo inquisidor de un texano (él diría que es el mismísimo dedo de dios), representante de la nación más justa y democrática, el modelo a seguir (olvidémonos de los griegos clásicos), cayó sobre un pueblo desprotegido. Lo eligió como víctima para poder resolver sus problemas (¿económicos a caso?). Un pueblo sin más aliados que ellos mismos y sin dificultad alguna para que el texano consiguiera una victoria apabullante. Pero eso sí con un gobernante igual de oscuro a quien acusar de terrorista y poseedor de armas nucleares y biológicas de destrucción masiva.

Y muchas naciones, bajo la premisa de la conveniencia (Ayuda ahora y mañana de la mano del gran jefe recibirás una limosna sustanciosa) lo apoyaron. Y así mandaron a sus tropas liberadoras. Jóvenes con un destino heroico y emancipador. Con las tareas supremas de matar a un adversario, un hombre, en el nombre de la patria, de aniquilar socialmente a un pueblo, al desmembrar a miles de familias, matando a la madre, al padre, a los hijos, para luego salir en directo cargando a un pequeño, sumido en el miedo más intenso y arrojárselo con un lienzo de barras y estrellas y mostrarlo como prueba fehaciente de que ellos también son humanos y se conmueven y que sus acciones estuvieron siempre justificadas por la liberación y la destrucción de un régimen totalitario.

En la mente de ese soldado patriótico seguramente está una insignia más que muestre a los suyos sus proezas, sus hazañas en la tierra del mal, su fortaleza física, que no humana, sin tener la carga a sus espaldas de mil y un lágrimas y gritos ahogados de dolor de una nación entera en un desierto rojo, sobre el cual miles de civiles se van desdibujando y pudriendo a la par de construcciones milenarias, rescoldos de la antigua Mesopotamia. Esfumándose en la historia de los que vencen, a fin de cuentas los pobres carecen de memoria y su historia es polvorienta.

Y mientras tanto en Campo David, bajo la sombra de un frondoso árbol y con la vista a un majestuoso jardín, Bush, ese perverso engendro de hombre, celebra la victoria con una Coca Cola junto a sus miles de hermanos iraquíes

y planea el nuevo orden en Medio Oriente. Un orden con cimientos verdes y aceitosos y mira al cielo y le agradece a dios por ser un hombre tan generoso, representante directo de su justicia. El ombudsman que cayó del cielo.

No más indiferencia ante actos tan atroces como esta guerra inventada. Con fundamentos soñados por un psicópata al frente de un gran ejército y líder de la nación más poderosa. Quizá el deseo más próximo de Bush, después de la aniquilación de un pueblo y de su entrada al salón de la fama de genocidas, sea aparecer en uno de sus billetes y cambiar el lema del reverso de éste para ponerlo bajo su rostro: *In God we trust*.

Ojalá pronto llegue el día de la caída de ese mesías mediático, virtual, oscuro y sordo que se dedica a repetir el salmo facilista de la religión del poder: *God bless America*. Quien se lo cree no es más que una fiel muestra de lo que genéricamente se llama estupidez humana.

Sólo mediante la educación nos podremos liberar de esa sombra, mediante el conocimiento y el cuestionamiento a nuestra curiosa situación de hijos de la Tierra.

J.M.

Mayo 2003.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Agradecimientos

En el campus

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México, mi alma mater, porque fue un lugar indispensable para mi formación como ser humano y porque fue aquí donde conocí gente maravillosa y de gran valor, de quienes aprendí mucho. Con mucho cariño para esta noble institución mantenida principalmente por estudiantes y académicos.

A Roberto Zenit. Más que un asesor un amigo. Gracias por su esmero, apoyo, pláticas, discusiones y tiempo que dedicó a este trabajo. Gracias por darle otro matiz a la típica relación maestro-alumno.

A mis profesores en la carrera, por brindar lo mejor de sí para nuestra formación. Gracias a maestros como: Rolando Peralta, Enrique Arenas, al propio Roberto.

A mis sinodales, Eduardo Medina, Francisco Solorio, José Ramón Herrera y Catalina Stern, por el tiempo que dedicaron a mi trabajo y por sus recomendaciones y comentarios.

En el labo

Agradezco a todos mis compañeros del laboratorio de Reología. La verdad es que sin su ayuda el trabajo hubiera sido más largo, difícil y sinuoso. Recordaré siempre con aprecio su cooperación y los ratos de feliz convivencia.

En el auto-exilio: A los agregados culturales del labo: muy recientemente

Daniel Chelata (*Fra*), Ángel Ruiz (*EU*), Diego Arroyo (*Ita*), Miguel Moctezuma (*Pol*) y Toño Córdova (*EU*).

Los que siguen: Roberto Alcaraz (a.k.á. *kumarad*), Carlos Palacios, Miguel Ángel Jiménez, Carlos Soster.

Los de Juan: Liber Sosa, Joel Escalante, Gilberto Basilio, Paulo, Mauricio.

En Ciencias: Por su ayuda en L^AT_EX (boicoteén Word) agradezco a Edgar Miranda por su guía y la implementación del sistema y a Erick Zavaleta por sus valiosos tips y respuestas.

En el Instituto

Agradezco enormemente a Sandra Pascual por su invaluable ayuda para despejar mis dudas del circuito electrónico y de LabVIEW. A Enrique Soto y a Fausto por ayudarme con el réómetro.

A los Doctores: José Ramón Herrera, Juan Hernández, Baltasar Mena y Guillermo Pulos por sus consejos y por haberme facilitado herramientas para la realización de esta tesis.

A Cristina González, por su ayuda en cuanto a copias, llenado de solicitudes, digitalización de imágenes, impresora etc.

A la gente del taller, por la manufactura de las piezas del canal y demás implementos necesarios.

En la Facultad

A la banda *mecánica*. Porque aprendí de ellos, reí con ellos y por su valiosa amistad. A Fredy, Amador, Flores, Sosól, Enrique (a.k.á. *Foco*), Carlos, Rafa, Agustín, Rodrigo, Yavhé, Joaquín.

En el camino, en todas direcciones

A mis otros hermanos (no reconocidos legalmente): Rodrigo y Adrián Amezcua (a.k.á. *los Gemelos*, a.k.á. *los Brennan*), Rogelio Garduño (a.k.á. *la Rata*),

Mauricio Ortiz (a.k.á. *el Capi*), Juan Carlos Hidalgo (a.k.á. *Lencho*), Gustavo Prado (a.k.á. *Prudo*). Gracias carnales.

Arrieros somos y en el camino andamos!!!

En la otra dimensión, paralela

A mis amigas Rosa Loa, Paola Santos e Itandehui Reyes.

Agradezco al programa Probetel, al IIM y al Conacyt por las becas otorgadas.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Resumen

Se estudia el flujo ascendente de una suspensión monodispersa de burbujas milimétricas en un canal vertical. El canal utilizado fue de 2 m de largo y una sección transversal de 50 cm². Se construyó un banco con 293 capilares de 0.15 mm de diámetro interno para generar las burbujas. La concentración de burbujas se controló por medio de un flujómetro y se midió del incremento de altura de la columna una vez inyectado el gas. Los líquidos intersticiales utilizados fueron agua pura y soluciones de agua-glicerina al 15 %, 30 % y 50 % en peso.

Se obtuvieron mediciones de la velocidad media del flujo, de la agitación, así como del tamaño y forma de las burbujas en función de la fracción volumétrica del gas. Estas mediciones se corroboraron de dos formas: la primera fue usando un sistema de puntas de impedancia y la otra fue procesando digitalmente imágenes de videos de alta velocidad.

En todas los casos la velocidad media disminuye con la concentración, mientras que la agitación aumenta. El incremento en la agitación es más notorio para soluciones más viscosas.

La forma y tamaño de las burbujas difiere sustancialmente para los casos de agua pura y las soluciones de agua-glicerina. Para el primero, el diámetro aumenta con la concentración y la forma de las burbujas es elipsoidal. Para el caso de agua-glicerina el tamaño permanece casi invariable, además de que las burbujas son más esféricas. Por medio del video de alta velocidad también se pudo obtener la velocidad horizontal del flujo, la cual siempre fue menor a la vertical. Así mismo se identificó un aumento de la agitación horizontal para soluciones más viscosas.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Motivación

El estudio de flujos multifásicos ha sido un tema recurrente de investigaciones en los últimos años. La frecuencia con la que aparecen este tipo de flujos, tanto en los procesos industriales como en los fenómenos naturales, es la razón principal del interés por tratar de entenderlos.

Si bien en el campo de la mecánica de fluidos el estudio teórico no es una cosa trivial, a casi doscientos años de la formalización matemática de las ecuaciones de movimiento (Ecuaciones de Navier-Stokes) todavía es casi imposible resolverlas analíticamente para la mayoría de los casos. Entonces, es fácil imaginar que cuando se estudian flujos, los cuales tienen más de una fase, la dificultad aumenta sustancialmente, debido a que habrá una única ecuación vectorial de movimiento para cada una de las fases. Por tanto, se tendrían que acoplar las ecuaciones para poder resolver el problema. Ante este escenario es deseable simplificar el problema, es decir acotarlo.

Este trabajo de tesis, está basado en esto. Es un trabajo experimental que complementa trabajos teóricos que se han hecho en esta misma área. Por otro lado, se centra sólo en los líquidos burbujeantes. Dentro de los flujos multifásicos escogemos el "más simple": el de dos fases, burbujas casi esféricas y líquido intersticial newtoniano. A partir de la medición de variables representativas del flujo (velocidad, agitación, tamaño y forma de las burbujas etc.) se caracterizaron flujos burbujeantes con distintos números de Reynolds. A pesar de las consideraciones hechas, el estudio de estos flujos sigue siendo desafiante y aún no está completamente entendido. Con el paso del tiempo y con las investigaciones venideras esperamos que la naturaleza de estos flujos se comprenda mejor para así poder entrelazar las teorías con

XIV

el fin de que se desarrollen métodos o conceptos, para los cuales su aplicabilidad sea más general.

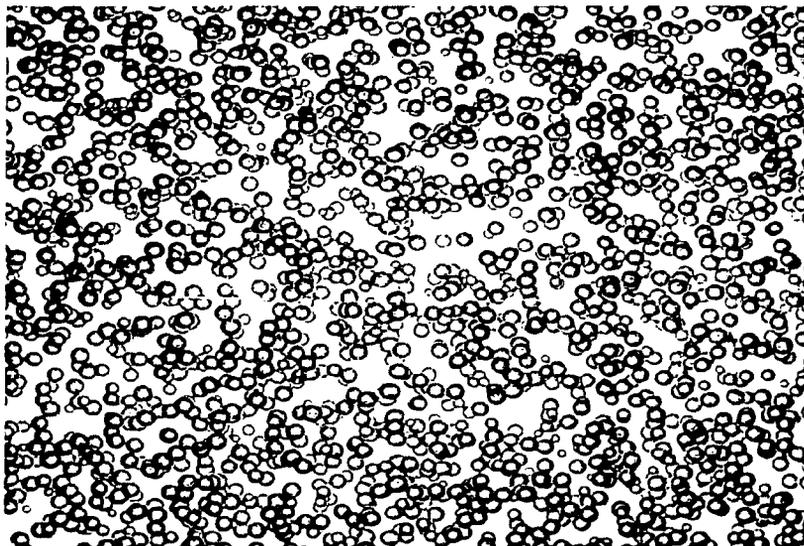


Figura 1: Experimento típico. Flujo de burbujas en agua-glicerina al 70% peso. $Re \approx 1$, $\alpha_g = 1.5\%$, $d_{eq} = 1.1$ mm

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

**TESIS CON
FALLA DE ORDEN**

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Flujos multifásicos	1
1.1.1. Flujos bifásicos	2
1.2. Variables importantes	6
1.3. Algunos modelos matemáticos	10
1.3.1. Flujo homogéneo	10
1.3.2. Flujo separado	11
1.3.3. Flujo de arrastre	13
1.4. Antecedentes de flujos burbujeantes	15
1.4.1. Flujo potencial y técnicas de simulación	17
2. Desarrollo experimental	21
2.1. Objetivo	21
2.2. Dispositivo experimental	21
2.2.1. Componentes del experimento	23
2.3. Técnicas de medición	26
2.3.1. Introducción	26
2.3.2. Puntas de Impedancia	27
2.3.3. Tarjeta de adquisición	31
2.3.4. Breve descripción de LabVIEW	31
2.3.5. El instrumento virtual para el experimento	33
2.4. Análisis digital de imágenes	36
2.4.1. Velocidad de las burbujas	36
2.4.2. Tamaño y forma de burbujas	37

2.5. Análisis de datos	37
2.5.1. Procesamiento de los archivos de voltaje	37
2.5.2. Procesamiento digital de las imágenes	46
2.6. Experimento típico	56
3. Resultados	61
3.1. Velocidad media del flujo	61
3.2. Agitación	63
3.3. Diámetro equivalente y factor de forma	66
3.4. Velocidad adimensional	70
3.5. Número de Weber	74
3.6. Mediciones por ADI	76
4. Conclusiones	83
Apéndice A.	87
Apéndice B.	95

Índice de figuras

1. Experimento típico	xv
1.1. Patrones de flujo en una tubería	5
1.2. Gráfica del patrón de flujo en una tubería	6
1.3. Velocidad terminal de una burbuja en agua pura	16
2.1. Dispositivo experimental	22
2.2. Características del flujómetro	24
2.3. Banco de capilares	25
2.4. Capilares generando burbujas	26
2.5. Circuito eléctrico de las puntas de impedancia	29
2.6. Puntas de impedancia	30
2.7. Comparación de velocidades para diferentes distancias entre puntas	30
2.8. Tarjeta de adquisición de datos 6035 de NI	32
2.9. Panel frontal del programa de adquisición de datos	34
2.10. Diagrama de bloques del programa de adquisición	35
2.11. Señales de voltaje filtrado y sin filtrar	38
2.12. Señal típica de voltajes de la puntas de impedancia filtrados	39
2.13. Correlación cruzada de dos mediciones	40
2.14. Señal típica de correlación cruzada de los voltajes V_1 y V_2	42
2.15. Señales V_1 y V_2 en una región local	44
2.16. Señales V_1 y V_2 en una región con choque	45
2.17. Correlación de los voltajes V_1 y V_2 en una región con choque	46
2.18. Señales V_1 y V_2 en una región sin choque	47
2.19. Correlación de los voltajes V_1 y V_2 en una región con choque	48

2.20. Histograma de velocidades locales	49
2.21. Pantalla principal del software XCAP imaging	50
2.22. Imagen típica cargada en el XCAP imaging	50
2.23. Cuadro de diálogo para definir los límites en la transformación binaria	51
2.24. Transformación binaria de una imagen	51
2.25. Cuadro de diálogo para definir las dimensiones de las partículas	51
2.26. Burbujas detectadas mediante el <i>blob analysis</i>	52
2.27. Cuadro de diálogo del <i>particle tracking</i>	53
2.28. Resultado del seguimiento de partículas	54
2.29. Esquema de la forma de la burbuja	56
2.30. Desarrollo del flujo de burbujas en una solución de agua pura	57
2.31. Desarrollo del flujo de burbujas en una solución agua-glicerina al 30 %	59
3.1. Velocidad media del flujo	64
3.2. Desviación estándar del flujo	65
3.3. Agitación del flujo	66
3.4. Diámetro equivalente de las burbujas	68
3.5. Comparación de la forma de las burbujas	69
3.6. Factor de forma de las burbujas	70
3.7. Número de Reynolds de las distintas soluciones	72
3.8. Velocidad adimensional suponiendo flujo potencial	73
3.9. Número de Weber de las distintas soluciones	75
3.10. Resultados del ADI para la solución de agua pura	77
3.11. Resultados del ADI para la solución de agua-glicerina al 15 %	78
3.12. Resultados del ADI para la solución de agua-glicerina al 30 %	80
3.13. Resultados del ADI para la solución de agua-glicerina al 50 %	81

Índice de cuadros

1.1. Tipos y configuraciones en flujos bifásicos	3
2.1. Propiedades físicas de las soluciones utilizadas	23
2.2. Características del flujómetro	23
2.3. Términos de LabVIEW y sus análogos convencionales	33

PAGINACIÓN DISCONTINUA

Capítulo 1

Introducción

1.1. Flujos multifásicos

La clasificación de los flujos es muy variada y poco normalizada. Existen clasificaciones que toman en cuenta o hacen mayor énfasis en la geometría, ya sea del recipiente en el cual se mueve el fluido (p.ej. flujo en un canal abierto, flujo sobre una pared plana) o bien en la geometría de algún cuerpo inmerso (p. ej. flujo alrededor de un cilindro). También existen clasificaciones que consideran el comportamiento del flujo (laminar, turbulento, desarrollado). Hay otras que remarcan las propiedades físicas de las sustancias (flujo potencial, flujo viscoso).

La usual clasificación de los materiales en: líquidos, sólidos y gaseosos, no es del todo satisfactoria. Todos los que han usado pasta de dientes, se han servido mayonesa o se han manchado los zapatos con lodo, han experimentado materiales con propiedades particulares, no son totalmente sólidos ni completamente líquidos. Existen también materiales del tipo líquido como las pinturas, la clara de huevo, que no se comportan como un líquido ordinario (Walters *et al.* [13]). Existe una clasificación, implementada apenas en el siglo pasado, debido a que una observación detallada de esos sólidos suaves (lodo, pasta de dientes etc.) o de esos líquidos “raros” (la pintura etc.) revela que están compuestos de varias especies químicas o de una combinación de las especies originales. Esta clasificación se enfoca a las fases

presentes en un flujo.

Una fase es simplemente uno de los estados de la materia y puede ser gaseoso, líquido o sólido. Un flujo multifásico es el flujo simultáneo de varias fases. Un flujo bifásico es el más simple.

1.1.1. Flujos bifásicos

Aun el dividir los flujos multifásicos en flujos de dos fases, no simplifica la clasificación, pues dentro de estos tipos de flujo hay cuatro subdivisiones y dentro de éstas pueden existir varias morfologías(Lammers [9]).

- líquido-gas
- líquido-líquido
- sólido-gas
- sólido-líquido

El primero es común en sistemas de combustión y en procesos de equipo como condensadores, enfriadores, evaporadores, absorbedores y en transporte en tuberías. En el caso de transporte en tuberías los fenómenos siguen siendo complicados y no es fácil encontrar una solución analítica que describa por completo el problema. El cuadro 1.1 muestra distintas configuraciones en las subdivisiones de los flujos bifásicos.

Como ejemplos comunes de flujos bifásicos, podemos mencionar: la niebla, el sinog, el humo, la lluvia, la nieve, los icebergs, las arenas movedizas, las tormentas de polvo y los lodos que ocurren en la naturaleza. Otros como el agua hirviendo, el hacer té, el revolver huevos o espolvorear azúcar ocurren en cocinas y en comedores.

Muchos de los procesos cotidianos envuelven una secuencia de diferentes configuraciones y patrones de flujos bifásicos. Por ejemplo, en un colador de café, el agua es hervida para formar burbujas de vapor, entonces vapor y agua alternadamente empiezan a subir por la parte central del tubo y el agua caliente se filtra a través de los granos de café y eventualmente cae en la cafetera. Cuando la cerveza es servida de una botella, la velocidad de

<i>Combinación de fases</i>	<i>Configuración de las fases</i>	<i>Procesos, fenómenos naturales</i>
gas-sólido	Dispersión de partículas sólidas en gas	Aerosoles Chorros de explosiones volcánicas Lechos fluidizados con gas Flujo de materiales granulares Transporte neumático de partículas Formación de dunas Aparatos de filtrado y de recolección de partículas
líquido-sólido	Dispersión de partículas sólidas en líquidos	Hidrosoles Formación de patrones por microorganismos que nadan Transporte hidráulico de partículas Corrientes turbias Lechos fluidizados líquidos
	Sólido poroso lleno con líquido	Flujo de petróleo en el subsuelo
líquido-gas	Dispersión de gotas en gas	Niebla, nubes, neblina Coalescencia de gotas y formación de lluvia Flujo a alta velocidad de vapor con condensación
	Dispersión de burbujas de gas en líquido	Flujo de aceite Flujo de líquidos hirvientes en tuberías
	Gas y líquidos conectados	Régimen anular en un flujo vertical Movimiento de la interfaz líquido-agua en suelos
líquido-líquido	Dispersión de gotas en líquidos	Cremas y emulsiones Coalescencia de 2 gotas y separación de fases
	Ambos líquidos conectados	Transporte de dos líquidos en una tubería horizontal Movimiento de agua y aceite en pozos de extracción

Cuadro 1.1: Tipos y configuraciones en flujos bifásicos

descarga está limitada por la velocidad de ascenso de las burbujas; subsecuentemente las burbujas se nucleán en los defectos de las paredes del vidrio y empiezan a subir para formar una espuma en la superficie. Los panes y los pasteles empiezan con un proceso de mezcla multifásico, son cocinados con el lanzamiento de burbujas, excepto cuando el ingrediente apropiado es olvidado, y son eventualmente consumidos oralmente en uno de los fenómenos multifásicos más comunes de todos.

Los ejemplos son igual de profusos en el área industrial. Más de la mitad de todos los procesos en la ingeniería química son multifásicos. Muchos de los procesos industriales tales como la generación de energía, la refrigeración o la destilación dependen de ciclos de evaporación y/o de condensación. El desempeño de las plantas de desalinación está limitada por el estado del arte de la tecnología de este tipo de flujos. La obtención del acero, la manufactura de papel y el procesamiento de alimentos contienen pasos críticos que dependen del apropiado funcionamiento de aparatos multifásicos.

En los flujos bifásicos la cantidad de información que es necesaria para poder hacer un análisis detallado es grande. Por ejemplo, para estudiar el movimiento de una sola burbuja ascendiendo en un líquido estancado, uno debe de tomar en cuenta, al menos, los siguientes fenómenos o propiedades:

- inercia del gas y del líquido
- viscosidad del gas y del líquido
- diferencia de densidades y flotación
- tensión superficial y contaminación del fluido

El último punto es en sí mismo complicado pues la contaminación (suciedad, materia disuelta o agentes surfa-activos) es difícil de caracterizar y cuantificar. Asimismo la transferencia de masa y de calor afectan al movimiento de la burbuja.

Tal vez el primer paso a considerar en este problema es el separar el flujo en varios regímenes que estén gobernados por ciertos parámetros geométricos y dinámicos. Parte de la definición de régimen de flujo es la descripción morfológica del arreglo de componentes, o el patrón de flujo. El patrón de

flujo es a menudo obvio de la observación visual o fotográfica pero no es adecuado para definir el régimen completamente debido a criterios adicionales de distinción como la diferencia entre flujos laminares y turbulentos o la importancia relativa de varias fuerzas. Es mucho más simple restringir las clasificaciones de los patrones morfológicos del flujo (por ejemplo, burbujeante, tipo tapón, anular, y de gotas en sistemas gas-líquido) y crear subdivisiones subsecuentes para distinguir regímenes dentro de estas clasificaciones. Los patrones de flujo híbridos, que usualmente representan la región de transición de un patrón a otro, son denotados por expresiones unidas por guión (por ejemplo anular-gota, o slug-anular). Como ejemplo de la complejidad de los flujos bifásicos, la figura 1.1 muestra una secuencia de los patrones que ocurren en un evaporador cuando el líquido se convierte en vapor.

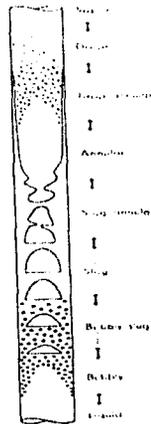


Figura 1.1: Distintos patrones de flujo en una tubería. Wallis [12]

Obviamente distintas partes del evaporador requieren diferentes métodos de análisis, y el problema de cómo un régimen se transforma en otro también tiene que ser considerado. Varios autores (Wallis [12], Brodkey [2]) han presentado mapas de patrón de flujo o régimen de flujo en los cuales varias

áreas son indicadas en una gráfica donde hay dos variables independientes. Cabe mencionar que la gráfica depende del aparato y los componentes del flujo. Generalmente estas gráficas son hechas en términos de la velocidad del flujo. Sin embargo, dado que el régimen de flujo es gobernado por cerca de una docena de variables, una gráfica bidimensional es inadecuada para una representación general pues sólo brinda información cualitativa (ver figura 1.2).

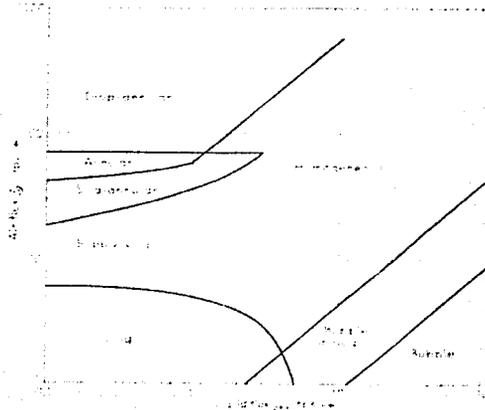


Figura 1.2: Gráfica del patrón de flujo en una tubería como función de los flujos volumétricos de cada fase. Wallis [12]

1.2. Variables importantes

En los flujos bifásicos es muy importante reconocer las propiedades de las distintas fases o componentes. Aunque algunos autores prefieren distinguir a las distintas fases asignándoles un número (1 y 2 en general), otros prefieren asignarle la letra inicial de la fase a la cual representa esa variable, por ejemplo para un sistema gas-líquido se acostumbra usar g para la

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

fase gaseosa y f para la fase líquida, mientras que si se tiene un sistema líquido-sólido, se acostumbra denotar con f y s a las distintas fases. Cuando se utiliza la primera forma, la de los números, es casi invariante el que se le asigne el número 2 a la fase dispersa o a la más ligera en un flujo estratificado.

El flujo másico total es representado por el símbolo W . El flujo total es la suma de los flujos de las componentes.

$$W = W_1 + W_2 \quad (1.1)$$

El flujo volumétrico es representado por el símbolo Q . Las siguientes relaciones son obvias:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (1.2)$$

$$Q_1 = \frac{W_1}{\rho_1} \quad (1.3)$$

$$Q_2 = \frac{W_2}{\rho_2} \quad (1.4)$$

donde ρ_i y W_i son la densidad y el flujo másico de la fase i , respectivamente.

Cada parte del campo del flujo es ocupado por una o por otra componente. Si α representa la fracción de un elemento de volumen, la cual es ocupada en cada instante por el componente 2, entonces evidentemente si el elemento es escogido lo suficientemente pequeño, α puede valer solamente entre 0 ó 1. Sin embargo, para la mayoría de los propósitos, un volumen mayor que el de las partículas discretas (gotas o burbujas) es escogido y α representa un promedio de la concentración volumétrica. Usualmente α es medida como un promedio sobre toda la sección transversal y en una longitud adecuada del ducto para eliminar las posibles fluctuaciones locales. Entonces, si una tubería de longitud L y área de sección transversal A es repentinamente aislada al cerrar unas válvulas en los extremos, el contenido puede ser analizado y el volumen total V_2 del componente 2 en la tubería

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

puede ser determinado. El valor promedio de α es entonces:

$$\langle \alpha \rangle = \frac{V_2}{AL} \quad (1.5)$$

Usualmente no es posible medir α sobre una longitud considerable de la tubería debido a que el flujo no es uniforme. En este caso un gran número de lecturas instantáneas sobre una longitud ∂L dan el promedio temporal de α en una localidad determinada. El valor promedio de α tanto espacial como temporal es:

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\iint \alpha(r, t) \, dr dt}{\int dr \int dt} \quad (1.6)$$

Frecuentemente el símbolo α es usado ambiguamente como un promedio de la concentración volumétrica sin definir con exactitud cómo fue que el promedio se midió. Entonces es necesario tener un cuidado extra cuando fenómenos periódicos y concentraciones no uniformes se presenten. En flujo gas-líquido, α usualmente representa la fracción volumétrica o la concentración volumétrica del gas.

El símbolo j es usado para representar el flujo volumétrico por unidad de área. El flujo es realmente una cantidad vectorial, pero se puede considerar como la componente escalar en la dirección de movimiento a lo largo del conducto o tubería. El flujo está relacionado con la componente local de concentración y con la velocidad de la siguiente manera

$$j_1 = (1 - \alpha)v_1 \quad (1.7)$$

El flujo total es $j = j_1 + j_2$. Los siguientes resultados entonces son evidentes

$$Q_1 = \int j_1 \, dA \quad (1.8)$$

$$Q_2 = \int j_2 \, dA \quad (1.9)$$

El flujo volumétrico promedio en un área A es entonces

$$\langle j_2 \rangle = \frac{Q_2}{A} \quad (1.10)$$

El flujo de masa por unidad de área es representado por G . Claramente para elementos pequeños en los cuales su densidad pueda considerarse constante se tiene

$$G_1 = \rho_1 j_1 \quad (1.11)$$

$$G_2 = \rho_2 j_2 \quad (1.12)$$

$$G = G_1 + G_2 \quad (1.13)$$

El promedio de flujo másico del componente 2 a través de un área A es entonces

$$\langle G_2 \rangle = \frac{W_2}{A} \quad (1.14)$$

A pesar de que la descripción más general de un flujo de dos componentes contienen la consideración de variaciones tridimensionales y temporales de todas las cantidades citadas arriba, se puede suponer un flujo unidimensional y trabajar enteramente en términos de los promedios a través del ducto. Bajo ciertas circunstancias, cuando grandes variaciones ocurren dentro del ducto, esto será inadecuado y un análisis más detallado será necesario.

La velocidad relativa es definida como

$$v_{21} = (v_2 - v_1) = -v_{12} \quad (1.15)$$

Las velocidades de arrastre se pueden definir como la diferencia entre la componente de velocidades y el promedio como sigue

$$v_{1j} = v_1 - j \quad (1.16)$$

$$v_{2j} = v_2 - j \quad (1.17)$$

El flujo de arrastre representa el flujo volumétrico de un componente relativo a una superficie moviéndose a una velocidad promedio, entonces

$$j_{21} = \alpha(v_2 - j) \quad (1.18)$$

$$j_{12} = (1 - \alpha)(v_1 - j) \quad (1.19)$$

1.3. Algunos modelos matemáticos

Debido a la gran cantidad de configuraciones que existen en los flujos bifásicos y a los numerosos fenómenos presentes en ellos, es imposible modelar a todos de una misma forma. Una forma general de modelado sería tan complicada que no tendría una solución analítica. Es conveniente hacer una observación detallada del fenómeno para sólo considerar las variables que juegan un papel preponderante y con esto simplificar las ecuaciones y determinar el modelo adecuado. A continuación se mencionan algunos modelos matemáticos que se utilizan para describir algunos tipos de flujos bifásicos.

1.3.1. Flujo homogéneo

La teoría de flujo homogéneo provee la técnica más sencilla para analizar los flujos bifásicos. Esta técnica consiste en tratar a la mezcla como un pseudofluido con propiedades promedio. Con estas consideraciones el pseudofluido obedece las leyes usuales de un flujo de un solo componente. Entonces todos los métodos estándar de la mecánica de fluidos se pueden aplicar. Las propiedades promedio requeridas son velocidad, propiedades termodinámicas (temperatura, densidad, etc.) y propiedades de transporte (viscosidad). Estas pseudopropiedades son promediadas en peso y por lo tanto no son necesariamente iguales a las propiedades de cada fase. El método para determinar propiedades apropiadas es a menudo empezar con ecuaciones más complejas y arreglarlas hasta que ellas se asemejen a las ecuaciones equivalentes de un fluido de una sola fase o componente.

En algunos casos el uso de la teoría homogénea es obviamente inapropiada. Por ejemplo, en flujos verticales a contracorriente, que son debidos a la gravedad.

Ecuaciones

Las ecuaciones de conservación de masa y de momento en la forma más general son respectivamente

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \bar{u}) = 0 \quad (1.20)$$

$$\rho_m \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\rho_m \vec{g} + \nabla \cdot \vec{T} + \vec{F} \quad (1.21)$$

donde ρ_m es la densidad de la mezcla o pseudofluido, \vec{T} es el tensor de esfuerzos, \vec{F} son las fuerzas de volumen y $\frac{D}{Dt}$ es $\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)$, o derivada material.

1.3.2. Flujo separado

El modelo de flujo separado toma en cuenta el hecho de que las dos fases pueden tener diferentes velocidades y diferentes propiedades. Puede ser desarrollado con varios grados de complejidad. En su versión más sofisticada, las ecuaciones separadas de continuidad, de momentum y de energía son escritas para cada fase y estas seis ecuaciones son resueltas simultáneamente con ecuaciones que describen la interacción entre las fases y la frontera del flujo. En la versión más simple, sólo un parámetro como la velocidad, se permite que difiera en las dos fases mientras que las ecuaciones de conservación únicamente se escriben para el flujo combinado. Cuando el número de variables excede el número disponible de ecuaciones se deben introducir correlaciones o suposiciones.

Ecuaciones

Las ecuaciones de conservación de masa pueden ser escritas en forma general en la forma diferencial

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_1 (1 - \alpha)] + \nabla \cdot [\rho_1 (1 - \alpha) \vec{v}_1] = S_{12} + S_1 \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_2 \alpha] + \nabla \cdot [\rho_2 \alpha \vec{v}_2] = -S_{21} + S_2 \quad (1.23)$$

donde S_{12} es un término fuente que representa la velocidad de masa del cambio de fase por unidad de volumen. S_1 y S_2 son fuentes externas de materia y son casi invariablemente cero.

Las ecuaciones de momentum, o de movimiento, se pueden escribir en la forma vectorial tridimensional

$$\rho_1 \left(\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + \vec{v}_1 \cdot \nabla \vec{v}_1 \right) = \vec{b}_1 + \vec{f}_1 - \nabla p \quad (1.24)$$

$$\rho_2 \left(\frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} + \bar{v}_2 \cdot \nabla \bar{v}_2 \right) = \bar{b}_2 + \bar{f}_2 - \nabla p \quad (1.25)$$

donde \bar{b}_i es la fuerza de cuerpo por unidad de volumen del componente i , ∇p es un gradiente promedio de presión o esfuerzo de volumen (es usualmente la presión termodinámica de una de las fases), f_i es una fuerza que no está considerada en los otros términos. Dado que las ecuaciones anteriores son meros balances de fuerzas, las f_i son introducidas para mantener la igualdad. La forma en que son evaluadas dependerá del régimen particular del flujo y las condiciones del problema. Por ejemplo, si las ecuaciones se refieren a un fluido newtoniano incompresible de un solo componente que no está cambiando de fase, los resultados usuales de flujo viscoso se obtienen y entonces

$$\bar{f}_1 = \mu_1 \nabla^2 \bar{v}_1 \quad (1.26)$$

$$\bar{f}_2 = \mu_2 \nabla^2 \bar{v}_2 \quad (1.27)$$

Para obtener un modelo cuasicontinuo de un flujo bifásico, usualmente se calculan las f_i usando un elemento del flujo que es más grande que las partículas, burbujas o gotas que ocupan el campo fluido. En este caso las f_i son el promedio de la fuerza total de superficie por unidad de volumen que no está contenida en el gradiente de presión. Las f_i contienen componentes debido al arrastre hidrodinámico, efectos de masa aparente durante una aceleración relativa, fuerzas entre partículas, fuerzas debidas al cambio de momentum durante condensación o evaporación, etc.

Se pueden definir F_1 y F_2 como las fuerzas equivalentes a las f_i por unidad de volumen en todo el campo fluido, entonces

$$F_1 = f_1(1 - \alpha) \quad (1.28)$$

$$F_2 = f_2\alpha \quad (1.29)$$

Si estas fuerzas son enteramente debidas al mutuo arrastre hidrodinámico. Puesto que la acción y la reacción son iguales tenemos

$$F_1 = -F_2 = F_{12} \quad (1.30)$$

1.3.3. Flujo de arrastre

El modelo de flujo de arrastre es un modelo de flujo separado, en el cual se le presta más atención al movimiento relativo que al movimiento de las fases individuales. A pesar de que la teoría puede ser desarrollada en una forma que es bastante general, es particularmente útil si la velocidad relativa es determinada mediante pocos parámetros claves y es independiente de la velocidad de flujo en cada fase. Por ejemplo, en flujos burbujeantes con velocidades bajas en tuberías largas y verticales, el movimiento relativo entre las burbujas y el líquido está gobernado por un balance entre la flotación y las fuerzas de arrastre. El movimiento relativo es una función de la fracción volumétrica pero no de la velocidad del flujo.

La teoría del flujo de arrastre tiene muy amplias y diversas aplicaciones para los regímenes burbujeantes, tipo slug y los de gotas de los flujos gas-líquido así como también en los sistemas fluido-sólido tales como lechos fluidizados. Esto provee un punto de partida para una extensión de la teoría de flujos, en los cuales efectos bi y tridimensionales son importantes. También es la clave para una solución rápida en los problemas de flujos no permanentes de sedimentación.

Teoría general

El flujo de arrastre j_{12} representa el flujo volumétrico de cualquier componente respecto de una superficie moviéndose a la velocidad volumétrica promedio j . Se puede expresar en términos de la velocidad relativa

$$j_{21} = v_{21}\alpha(1 - \alpha) \quad (1.31)$$

o en términos de las componentes del flujo

$$j_{21} = (1 - \alpha)j_2 - \alpha j_1 \quad (1.32)$$

Dado que $j = j_1 + j_2$ la ecuación (1.32) puede ser expresada de otra forma, como

$$j_1 = (1 - \alpha)j - j_{21} \quad (1.33)$$

$$j_2 = \alpha j + j_{21} \quad (1.34)$$

Las ecuaciones (1.33) y (1.34) muestran que el flujo volumétrico del componente 1 es la suma del flujo $-j_{21} = j_{12}$ debido al movimiento relativo y del producto de la concentración por el flujo volumétrico promedio. El flujo de arrastre es entonces análogo al flujo difusivo en la difusión molecular de gases y provee una forma conveniente de modificar la teoría homogénea para considerar movimiento relativo. Claro está que todas las propiedades del flujo tales como la fracción volumétrica, la densidad media y el flujo de momentum pueden ser expresadas como el valor del flujo homogéneo junto con un factor de corrección o un término adicional que es función de la razón de j_{21} y los flujos de cada componente. Por ejemplo, la fracción volumétrica es

$$\alpha = \frac{j_2}{j} \left(1 - \frac{j_{21}}{j_2} \right) \quad (1.35)$$

La densidad media es

$$\rho_m = \frac{j_1 \rho_1 + j_2 \rho_2}{j} + (\rho_1 - \rho_2) \frac{j_{21}}{j} \quad (1.36)$$

Cuando j_{21} es cero esto se reduce al caso simple de flujo homogéneo.

La teoría de flujo de arrastre es particularmente conveniente para analizar flujos en los cuales la gravedad u otras fuerzas de cuerpo son balanceadas por el gradiente de presión y por las fuerzas entre componentes. Para un flujo vertical se tiene

$$\rho_1 \left(\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + \vec{v}_1 \cdot \nabla \vec{v}_1 \right) = \vec{b}_1 + \vec{f}_1 - \nabla p \quad (1.37)$$

$$\rho_2 \left(\frac{\partial \vec{v}_2}{\partial t} + \vec{v}_2 \cdot \nabla \vec{v}_2 \right) = \vec{b}_2 + \vec{f}_2 - \nabla p \quad (1.38)$$

En condiciones unidimensionales, con un flujo estacionario y desarrollado en una tubería, las ecuaciones (1.37) y (1.38) se convierten en

$$0 = -\rho_1 g + \frac{F_{12}}{1 - \alpha} - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.39)$$

$$0 = -\rho_2 g + \frac{F_{12}}{\alpha} - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.40)$$

Sumando las ecuaciones obtenemos

$$F_{12} = \alpha(1 - \alpha)g(\rho_1 - \rho_2) \quad (1.41)$$

En ausencia de efectos de pared, F_{12} , la fuerza de arrastre mutua por unidad de volumen, es función de las propiedades de los componentes, de la geometría, de la fracción volumétrica y del movimiento relativo.

1.4. Antecedentes de flujos burbujeantes

La cantidad de trabajos, tanto experimentales como teóricos, que se han realizado para explicar mejor la reología de los líquidos burbujeantes es muy numerosa. Dentro de los diversos estudios se han medido distintas variables físicas con variadas configuraciones: desde el movimiento de una sola burbuja hasta el movimiento de muchas a la vez. Por ejemplo Duineveld [5] reportó resultados de la velocidad terminal para un rango de burbujas milimétricas en agua ultra pura. Con estas condiciones se tienen números de Reynolds grandes y números de Weber pequeños.

Estos números se definen, generalmente para flujos burbujeantes, de la siguiente manera

$$Re = \frac{\rho_f v_b d_b}{\mu_f} \quad (1.42)$$

$$We = \frac{\rho_f v_b^2 d_b}{\sigma} \quad (1.43)$$

donde ρ_f y μ_f son la densidad y la viscosidad del fluido intersticial respectivamente, σ es la tensión superficial de la interfaz líquido-gas y v_b y d_b son la velocidad terminal y el diámetro de la burbuja.

En el caso de una burbuja esférica y milimétrica (d_b entre 0.5 y 2 mm) que se mueve en agua pura, los números de Reynolds son altos y los números de Weber son bajos. Para estas condiciones se puede suponer válida la aplicación de flujo no viscoso. La figura 1.3 nos muestra la velocidad terminal de

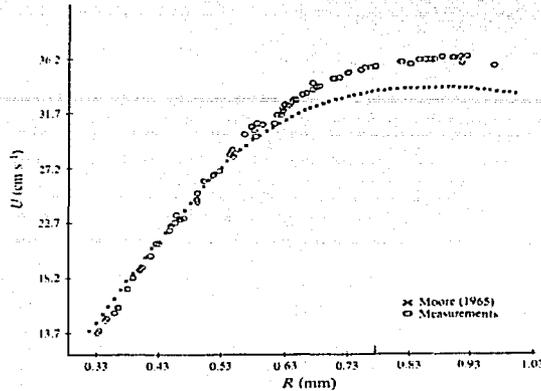


Figura 1.3: Velocidad terminal de una burbuja en agua pura. Duineveld [5]

una sola burbuja en agua ultra pura como función del radio (Duineveld [5]). En esta figura las cruces indican la velocidad terminal calculada a partir del coeficiente de arrastre dado por Moore(1965), quien utilizó teoría de flujo potencial no-viscoso. Los círculos son las mediciones hechas por el propio Duineveld. Se observa que para burbujas pequeñas, radio (0.3–0.6 mm), la concordancia es casi perfecta pero a mayores radios las dos curvas se alejan ligeramente.

Duineveld también midió la forma y la deformación de una burbuja. Cabe mencionar que su trabajo mostró el gran efecto de agentes surfactantes en el líquido, lo que hace que la velocidad terminal se aleje de aquella que se obtiene mediante la suposición de flujo ideal.

La concordancia entre teoría y experimentación para este caso motivó el desarrollo de un modelo, basado en flujo potencial para un flujo de burbujas. Se han hecho simulaciones numéricas para un flujo de burbujas con estas condiciones como los trabajos de Spelt *et al.* [11], Tsao *et al.* [7], etc. Con la condición anterior los efectos viscosos sólo están confinados a una delgada capa límite cerca de la superficie de la burbuja y a pequeñas regiones

detrás de la burbuja. A diferencia de partículas rígidas los efectos viscosos no modifican notablemente el campo de velocidades de aquel derivado de la aproximación de flujo potencial. Estos investigadores han reportado que en líquidos burbujeantes y monodispersos, las burbujas se alinean en planos perpendiculares a la gravedad. La tendencia a formar estos cúmulos horizontales o "clusters" puede ser explicada a través de interacciones entre burbujas debidas al flujo potencial. Parejas de burbujas que se mueven dentro de un ángulo de 55° (arccos $\sqrt{1/3}$) con respecto a la dirección media del flujo se repelen entre sí; aquellas que se encuentran en un plano perpendicular al movimiento medio o a un ángulo mayor que 55° se atraen entre sí.

1.4.1. Flujo potencial y técnicas de simulación

La aproximación de flujo potencial es aplicable a altos números de Reynolds y a bajos números de Weber. En este caso, la vorticidad producida por el movimiento de burbujas es pequeña y la velocidad del fluido puede ser expresada como el gradiente de un potencial obtenido de la solución de la ecuación de Laplace.

El esfuerzo cortante es resultado de la viscosidad del fluido. En algunos casos la viscosidad del fluido es muy pequeña, como en nuestro caso de agua y de aire, y por lo tanto pareciera razonable despreciar el efecto de la viscosidad y por ende, el de los esfuerzos cortantes. En las ecuaciones de Navier-Stokes, para los fluidos incompresibles esto se logra haciendo que el término de los esfuerzos viscosos sea cero, por lo que se tiene

$$\rho \left(\frac{d\vec{u}}{dt} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla p + \rho g \quad (1.44)$$

que se conocen como las ecuaciones de Euler. La ecuación de conservación de masa se expresa como

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1.45)$$

Estas ecuaciones son considerablemente más simples que las ecuaciones generales de movimiento. La mayor dificultad estriba en los términos no lineales

de la velocidad que aparecen en el término convectivo $(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u}$. Debido a estos términos la ecuación (1.44) es una ecuación diferencial parcial y no lineal.

Ahora si suponemos un flujo irrotacional, es decir $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u} = 0$, podemos expresar a la velocidad como el gradiente de una función potencial

$$\vec{u} = \nabla\Phi \quad (1.46)$$

donde Φ es el potencial de velocidades, entonces

$$\vec{u} = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}, \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) \quad (1.47)$$

Sustituyendo la ecuación (1.46) en la ecuación (1.45) llegamos a

$$\nabla^2\Phi = 0 \quad (1.48)$$

Resolviendo esta ecuación podemos calcular el campo de velocidades.

Para un estudio numérico es necesario poder calcular el balance de fuerza para una burbuja i , el cual está definido en término de su impulso

$$\vec{I}^i = -\rho \int_{S^i} \phi \vec{n} dS \quad (1.49)$$

donde \vec{n} es un vector unitario normal a la superficie (S^i) de la burbuja i . Es fácil mostrar que la suma de los impulsos de todas las burbujas iguala el momento inducido en el líquido por el movimiento relativo de las burbujas. Entonces el balance de fuerzas sobre la burbuja es

$$\frac{d\vec{I}^i}{dt} = \vec{F}_g^i + \vec{F}_v^i + \vec{F}_c^i + \vec{F}_p^i + \vec{F}_u^i \quad (1.50)$$

donde \vec{F}_g^i es la fuerza debida a la flotación, \vec{F}_v^i es una fuerza de disipación viscosa, \vec{F}_c^i es la fuerza debida a las colisiones, \vec{F}_p^i es una fuerza de interacción potencial y \vec{F}_u^i es una fuerza debida a la interacción media del flujo sobre la burbuja.

Estas fuerzas pueden ser evaluadas de acuerdo con Spelt *et al.* [11].

Si a es el radio de la burbuja y ρ la densidad del fluido, la fuerza debida a la flotación se expresa como

$$\vec{F}_g^i = -m\vec{g} = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho \vec{g} \quad (1.51)$$

Para el caso de una sola burbuja la fuerza de disipación viscosa es $\vec{F}_v = -12\pi\mu a\vec{u}$ pero para varias burbujas la relación queda

$$\vec{F}_v^i = -\frac{1}{2}\nabla E_{diss} \quad (1.52)$$

donde E_{diss} es la velocidad de disipación de energía por celda unitaria.

Si consideramos una colisión instantánea y la preservación del momento del líquido y de la energía cinética entonces la fuerza debida a las colisiones es

$$\vec{F}_c^i = -\frac{2\vec{k} \cdot (\vec{w}^i - \vec{w}^j)}{\vec{k} \cdot (\vec{v}^i - \vec{v}^j)} \quad (1.53)$$

donde \vec{w}^i y \vec{w}^j son las velocidades justo antes de la colisión y \vec{v}^i y \vec{v}^j son las velocidades después de la colisión de las burbujas i y j respectivamente, siendo \vec{k} un vector unitario que une los centros de las burbujas.

La fuerza de interacción potencial se define como

$$\vec{F}_p^i = -4\pi\rho a^6 \sum_{i=1}^N \nabla \nabla \vec{D}^i \cdot \phi^r(\vec{x}^i) \quad (1.54)$$

donde \vec{D}^i es la fuerza inducida del dipolo debido a la presencia de burbuja i , ϕ^r representa la parte regular de ϕ , es decir, el potencial de velocidad menos el potencial inducido por la propia burbuja y \vec{x}^i la posición de la burbuja.

La fuerza debida a la interacción media del flujo sobre la burbuja se expresa de la siguiente manera

$$\vec{F}_u^i = m \frac{D\vec{u}}{Dt} - (\nabla \vec{u}) \cdot \vec{I} \quad (1.55)$$

Resolviendo de manera simultánea las N ecuaciones vectoriales para las N burbujas se puede tener el campo de velocidades y otros parámetros de importancia como fluctuación de la velocidad, deformaciones etc.

Por otro lado también se han hecho simulaciones para flujos en los que el número de Reynolds es menor. Bunner y Tryggvason [3, 4] hicieron simulaciones del movimiento de un arreglo tridimensional de hasta 216 burbujas

que ascendían debido a la flotación. El rango de números de Reynolds que estudiaron estuvo dentro de 12–30, dependiendo de la fracción volumétrica, contrario a las simulaciones de flujo potencial en las cuales el rango de Reynolds está alrededor de 300. Encontraron también la tendencia de alinearse horizontalmente de las burbujas, igual que en flujo potencial, pero a diferencia de éste, la dinámica de la interacción entre burbujas es distinta. La tendencia es alinearse verticalmente, causado por un efecto de onda, lo cual es un estado inestable hasta que se acercan a una distancia de equilibrio donde el efecto potencial crea un balance con el efecto de onda y entonces hay una alineación horizontal.

Dentro del estudio de una sola o de un par de burbujas es notorio el trabajo realizado por Van Wijngaarden [9] y su grupo de colaboradores. Sus estudios se centran en efectos de estabilidad (ondas acústicas) y las consecuencias de estas ondas en la agitación del flujo. Por otra parte, también se han estudiado el efecto de las superficies sólidas en el movimiento de una burbuja dentro de un fluido no viscoso. Zenit *et al.* [16, 15] han reportado que una burbuja tiende a zigzaguear cuando una superficie está cerca.

Capítulo 2

Desarrollo experimental

2.1. Objetivo

El objetivo de esta tesis es caracterizar la reología de flujos burbujeantes con distinto número de Reynolds, a partir de la medición de variables representativas del mismo, como son: velocidad media, agitación y la forma y tamaño de las burbujas.

2.2. Dispositivo experimental

El dispositivo experimental consiste de un canal de acrílico con sección rectangular de $10 \times 5 \text{ cm}^2$ y altura de 2 m. En su parte inferior está unida por medio de bridas a un recipiente por donde se inyecta gas, el cual pasa a través de una cama de capilares para generar burbujas. La cantidad de gas inyectada se regula por medio de un flujómetro. Las mediciones de la velocidad media del flujo se hacen con unas puntas de impedancias situadas al centro del canal. A través del análisis de video de alta velocidad se corrobora la medición de la velocidad. La forma y tamaño de las burbujas se obtienen del análisis digital de imágenes. La figura 2.1 muestra un esquema del experimento.

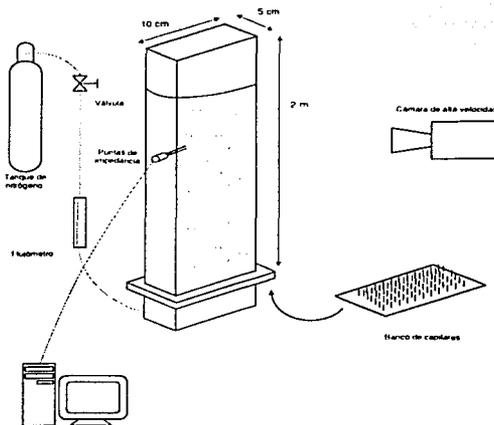


Figura 2.1: Representación esquemática del dispositivo experimental

Se realizaron experimentos para distintos líquidos variando la fracción volumétrica del gas. Los líquidos utilizados fueron agua pura ($18 \text{ M}\Omega \text{ cm}$) y soluciones de 15, 30 y 50% peso de agua-glicerina, a las cuales se les añadió sulfato de magnesio para disminuir la coalescencia. Se ha probado que el añadir sal a la fase líquida ayuda a disminuir el efecto de coalescencia, pues se crean fuerzas de corto alcance conocidas como fuerzas hidratantes entre las interfaces de las burbujas. Como la tensión superficial de la interfaz aire-agua no es sensible a la concentración de sal se mantiene al flujo libre de efectos de Marangoni, efectos causados por gradientes de tensión superficial que provocan un retardo en el movimiento de la interfaz (Zenit *et al.* [15]).

El cuadro 2.1 muestra las propiedades físicas de los líquidos usados. Estas propiedades se calcularon para la mezcla de dos sustancias (Perry [10]). La viscosidad se midió con un reómetro (AR1000-N, TA instruments), el cuál tiene un plato Peltier para mantener la temperatura constante. El valor de la viscosidad se había estimado previamente con tablas de soluciones

agua-glicerina¹.

líquido	ρ [kg/m ³] x10 ³	σ [N/m ²] x10 ⁻³	μ (medida) [Pa s] x10 ⁻³	μ (tabla) [Pa s] x10 ⁻³
agua	0.9982	72.04	1.000	1.000
a-g 15 %	1.0345	69.84	1.956	1.535
a-g 30 %	1.0793	66.56	3.348	2.500
a-g 50 %	1.1263	64.57	5.579	6.000

Cuadro 2.1: Propiedades físicas de las soluciones utilizadas

2.2.1. Componentes del experimento

A continuación se hace una breve descripción de los componentes más importantes del dispositivo experimental.

Flujómetro

Se utilizó un flujómetro con las características citadas en el cuadro 2.2 y mostrado en la figura 2.2.

La lectura del flujo no es directa pues tiene una escala calibrada. Para conocer el flujo es necesario tener una tabla de calibración a presión y temperatura en condiciones estándar. Para obtener la medición en los experi-

¹La tabla se tomó de la página web de Dow Chemical Company (www.dow.com)

Flujómetro	
flotador	acero inoxidable 316
presión máxima	200 psi
precisión	5 % de la escala
rango de temperaturas	-26-121°C
conectores	1/8 pulg. NPT hembra
Rango de medición gas	460-4562 ml/min
Rango de medición agua	5.4-133 ml/min

Cuadro 2.2: Características del flujómetro

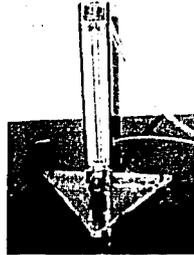


Figura 2.2: Características del flujómetro Gilmont

mentos se calculó la presión hidrostática de la columna de líquido y se usó un factor de corrección para la presión de trabajo usando la fórmula

$$Q_{real} = (f_{cor}) * Q_{medido} \quad (2.1)$$

donde Q es el gasto y f_{cor} es el factor de corrección que se obtiene de la tabla del fabricante de acuerdo a la presión de trabajo.

Banco de capilares

El banco de capilares es una parte importante de nuestro dispositivo, ya que se debe de generar una fase monodispersa de burbujas. Para formar las burbujas se utilizaron capilares de acero inoxidable de 0.3 mm. de diámetro externo y 0.15 mm. de diámetro interno, con una longitud de 4 cm. Todos los capilares debieron ser cortados a la misma medida para así tener una caída de presión similar en cada capilar. La figura 2.3 muestra el banco de capilares, la figura 2.4 muestra una foto del mismo banco generando burbujas.

El corte de los capilares a la longitud deseada tuvo que ser muy cuidadoso. Los cortes debían estar libres de rebabas y de obstrucciones en el orificio del capilar para procurar que se generaran burbujas del mismo tamaño. Dado el diminuto tamaño del capilar se tuvieron que cortar con un disco con inserto de diamante (Laboratorio de Yacimientos Minerales de la Facultad de Ingeniería). Después de haber cortado todos los capilares se revisó uno por

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

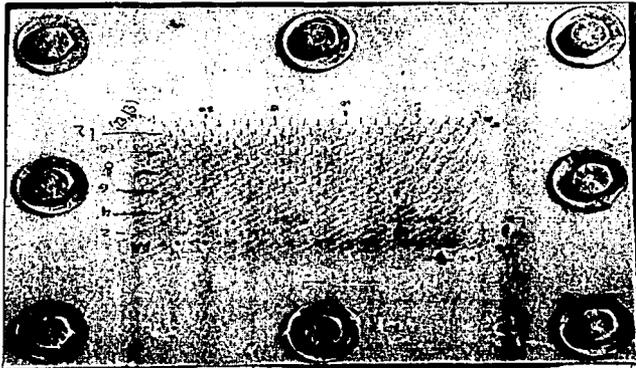


Figura 2.3: Banco de capilares

uno con un macroscopio (Laboratorio de Pruebas Mecánicas de la DIMEI), con el fin de separar aquellos capilares en los cuales el corte dejó rebabas que tapaban parcial o completamente el orificio interno. Aquellos capilares que no cumplieran con este requisito se sometieron a un baño ultrasónico con jabón industrial para remover el óxido o impurezas. Después del cual se revisaron de nuevo en el macroscopio y finalmente se eliminaron los que seguían con la rebaba aún después de varios lavados a distintos tiempos.

Para fijar los capilares se barrenó una placa de baquelita de $\frac{1}{8}$ pulg. de espesor. Se hicieron 293 orificios, en arreglos hexagonales con una separación de 4 mm entre vértices, con el fin de asegurar la mayor densidad de capilares para un área específica. Los barrenos se hicieron con una broca de 0.35 mm. Para fijar los capilares a la placa barrenada se usó pegamento epóxico únicamente por el lado que no tendría contacto con el líquido, para evitar posible contaminación o degradación del pegamento. Con este banco de capilares se formaron burbujas milimétricas dentro de un rango de 1-2.5 mm. de diámetro (ver figuras 2.30 y 2.31).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

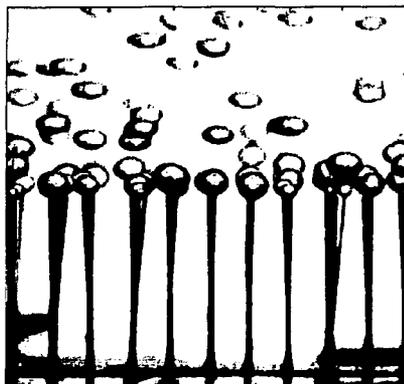


Figura 2.4: Capilares generando burbujas

2.3. Técnicas de medición

2.3.1. Introducción

Las técnicas de medición en flujos burbujeantes son diversas y específicas de acuerdo a la propiedad que se quiera medir. Por ejemplo, para medir fracción volumétrica se utilizan técnicas como atenuación de luz, transmisión de rayos gamma, radiografía por neutrones, técnicas de impedancia, etc. (Zenit [14]). Sin embargo, estas técnicas están limitadas. Para medir velocidades y trayectorias de las burbujas se recurre, generalmente a técnicas fotográficas. Duineveld [5] utilizó video de alta velocidad para medir la velocidad terminal de una sola burbuja, así como su forma y tamaño, mientras que Kok [8] utilizó una técnica fotográfica de exposición múltiple para observar las trayectorias de burbujas.

Existe una técnica óptica basada en los principios de fase de Doppler, llamada PDA (*Particle Dynamics Analysis*), la cual permite medir velocidades y tamaños de partículas esféricas (gotas, burbujas, partículas sólidas).

La técnica de puntas de impedancia no se había utilizado para medir

velocidades. Zenit [14] comprobó que el usar esta técnica con dos puntas alineadas una justo encima de la otra y con un tamaño adecuado, en comparación con el tamaño de las burbujas generadas, da mediciones puntuales y se puede entonces correlacionar las dos señales para así medir la velocidad. En las siguientes secciones describo en detalle las dos técnicas usadas en este trabajo: un sistema de puntas de impedancia y el análisis digital de imágenes (ADI) de video de alta velocidad y de fotografías.

2.3.2. Puntas de Impedancia

Las técnicas de impedancia son ampliamente usadas para medir principalmente fracción volumétrica en flujos multifásicos. El sistema utilizado en este trabajo se basa en el desarrollado por Zenit *et al.* [14].

El sistema detecta cambios locales de la impedancia eléctrica. Dado que las fases (líquido y gas) tienen distinta impedancia eléctrica es posible determinar cuándo una burbuja choca o pasa cerca de la punta. El arreglo se conforma de dos electrodos separados una distancia d .

El dispositivo se sitúa en la parte central del canal de modo que las puntas queden alineadas en la vertical. Cuando una burbuja choca con una punta se produce un cambio en la señal de voltaje. En algunos casos esa misma burbuja tocará o chocará con la punta superior y también habrá un cambio en el voltaje de esta punta. Conociendo el defasamiento de las dos señales podemos determinar la velocidad, pues la distancia entre las puntas es un parámetro conocido.

El esquema del circuito eléctrico, que se muestra en la figura 2.5, consiste básicamente de un oscilador de voltaje, con una frecuencia de 500 kHz, el cual transforma la señal de DC a una señal de AC. De esta manera se asegura que las mediciones de los choques de burbujas con la punta son instantáneas, ya que la frecuencia de oscilación del circuito es mucho mayor al tiempo de choque de una burbuja. Como el voltaje en las puntas es oscilante y de alta frecuencia, cuando una burbuja choca, la impedancia local y la corriente eléctrica se ven afectadas. Esta señal es de nuevo convertida a una señal DC por medio de un rectificador de precisión. La señal obtenida se filtra 2 veces y finalmente se amplifica.

Las puntas de impedancia se fabricaron con dos electrodos (alambre de cobre aislado para bobina 30 AWG) insertadas en capilares de acero inoxidable ($d_{ext} = 0,7$ mm, $d_{int} = 0,35$ mm.), que sirven como tierra o referencia eléctrica. Para asegurar un aislamiento total, al momento de insertar el alambre de cobre dentro del capilar se le añadió pegamento epóxico. Tanto al electrodo como al capilar (tierra) se soldaron alambres para conectar las puntas al circuito eléctrico. En la figura 2.6 se muestra este dispositivo.

La distancia d de separación de las puntas no es arbitraria, existen distancias óptimas para obtener mediciones confiables. De hecho se realizaron mediciones con diferentes distancias entre puntas. La figura 2.7 muestra los resultados obtenidos de dos experimentos usando la misma solución. En uno se usaron unas puntas con una distancia de separación d_1 y en el otro la distancia de separación fue d_2 , siendo $d_2 > d_1$ (más adelante se dan detalles sobre la adquisición y procesado de las señales). Se observa de la gráfica que para una distancia mayor en concentraciones *altas* de gas, la velocidad obtenida es mayor respecto a la de las puntas con menos distancia de separación. Para una mayor separación es probable que una burbuja que choca en la primera punta no choque en la segunda. Lo que también es razonable a mayores concentraciones de gas pues el flujo se vuelve más agitado.

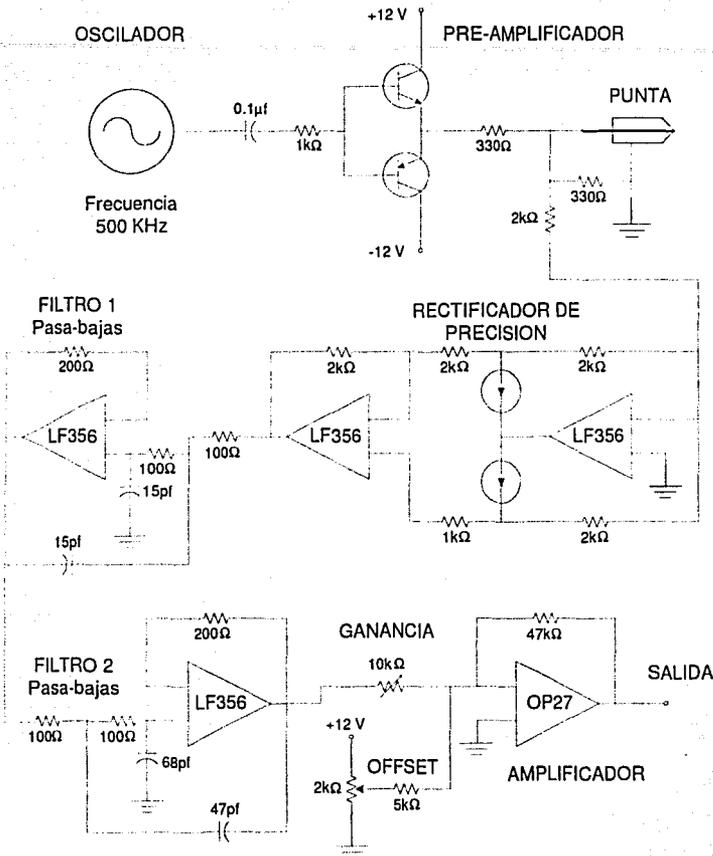


Figura 2.5: Circuito eléctrico de las puntas de impedancia

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

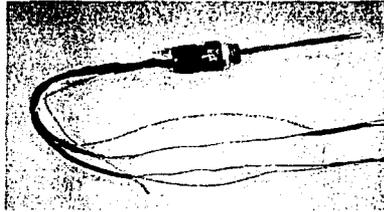


Figura 2.6: Puntas de impedancia

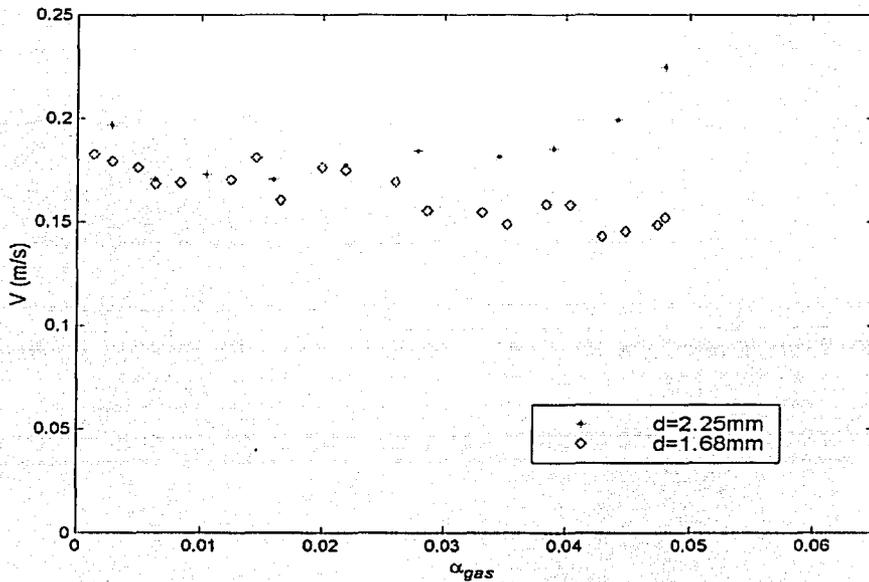


Figura 2.7: Comparación de velocidades para diferentes distancias entre puntas. Solución 15 % peso agua-glicerina

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Se utilizó un circuito para cada una de las puntas. La señal en ambas puntas se digitalizó mediante una tarjeta de adquisición de datos y con un software específico para esta aplicación.

2.3.3. Tarjeta de adquisición

La tarjeta de adquisición se muestra en la figura 2.8. Es el modelo 6035 PCI de *National Instruments*. Cuenta con 16 canales de 16 bits para entrada analógica, 2 canales de 12 bits de salida analógica y 8 líneas de entrada o salida digital y un conector de 68 pines que sirve de comunicación entre la tarjeta de adquisición y la tarjeta PCI de la computadora. El rango de voltajes de entrada depende del valor de ganancia programada. En nuestro caso se escogió una ganancia de 0.5 lo cual permitía tener un rango de ± 10 V. El límite de muestreo es de hasta 200 Kmuestras/s. Existen tres modos de conexión:

- Sencillo no referenciado
- Sencillo referenciado
- Diferencial

Con el modo diferencial el número de entradas analógicas se reduce a 8, pues se requiere conectar una señal de referencia más. El modo que se utilizó en todos los experimentos fue sencillo referenciado, en donde la señal de la punta se conectó al positivo y la tierra, o el capilar de acero que envuelve al electrodo, a la tierra de la tarjeta.

La frecuencia de muestreo para todos los experimentos fue de 40000 muestras por segundo. Con este valor se tenía una buena correlación de las dos señales.

2.3.4. Breve descripción de LabVIEW

El programa LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) está basado en el lenguaje de programación G. Éste, como C o como BASIC, es un lenguaje de programación de propósito general con

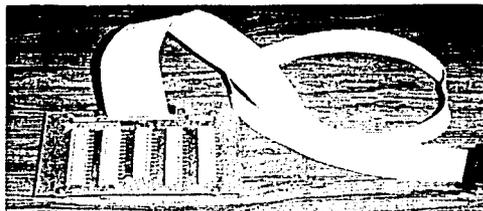


Figura 2.8: Tarjeta de adquisición de datos 6035 de NI.

gran cantidad de bibliotecas y funciones para rutinas específicas. Las bibliotecas de G incluyen algunas para adquisición de datos, para control de instrumentos por GPIB (Bus de Interfaces de Propósito General) o serial, para análisis y almacenamiento de datos. De igual forma también existen en G, herramientas convencionales de depuración de programas, como son: puntos de paro, ejecución paso a paso para ver cómo se modifican los datos en el programa.

Una diferencia importante que tiene G con otros lenguajes de programación es que éstos están basados en texto, es decir, se emplean comandos o funciones que se escriben en un editor, mientras que el lenguaje G es gráfico, se utilizan iconos que representan funciones.

Los programas de G son llamados instrumentos virtuales (*VI*s por sus siglas en inglés) porque su apariencia y operación imitan instrumentos reales.

Un *VI* consiste en: una interfaz interactiva con el usuario, un diagrama del flujo de información (que sirve como el código fuente), así como de conexiones de iconos, las cuales inicializan al *VI* para que pueda ser llamado de otros *VI*s de niveles mayores. Los *VI*s se estructuran de la siguiente forma

- La interfaz interactiva del usuario es llamada el **panel de control**, porque simula el panel de un instrumento físico y puede contener botones, perillas gráficas y otros controles e indicadores. Datos o parámetros pueden introducirse usando el mouse o el teclado.
- El *VI* recibe información de un diagrama de bloque, el cual se construye

en G. El diagrama de bloque es una solución pictórica a un problema de programación y sirve también como el código fuente.

- Los VIs son jerárquicos y modulares. Uno los puede utilizar como programas principales, como subprogramas dentro de otros programas o inclusive dentro de subprogramas. Un VI que es usado dentro de otro VI, es llamado subVI.

Con estas características, G permite usar óptimamente la programación modular, es decir, se puede dividir una aplicación en una serie de rutinas, las cuales, a su vez se pueden subdividir hasta que una aplicación complicada se convierte en una serie de subrutinas simples. Entonces se construye un VI para lograr cada subrutina y luego combinar estos subVIs en otro diagrama de bloques para lograr la rutina principal. Dado que se puede ejecutar cada subVI individualmente, el depuramiento es más sencillo. El cuadro 2.3 muestra la equivalencia de los términos comunes usados en LabVIEW con aquellos de la programación convencional.

LabVIEW	Lenguajes convencionales
VI	programa
función	función
subVI	subprograma, subrutina
panel frontal	interfaz de usuarios
diagrama de bloque	código del programa
G	C, Pascal, BASIC etc.

Cuadro 2.3: Términos de LABVIEW y sus análogos convencionales

2.3.5. El instrumento virtual para el experimento

La figura 2.9 muestra el panel frontal del VI que se usó para adquirir los datos. Los parámetros que se introducen son: la frecuencia de lectura o de escaneo, el número de muestras a tomar, los canales a leer, el rango de voltajes a leer, el dispositivo del cual se va a leer y la ruta y el nombre

del archivo en donde guardará los datos. La información que despliega es, básicamente, la gráfica de los voltajes.

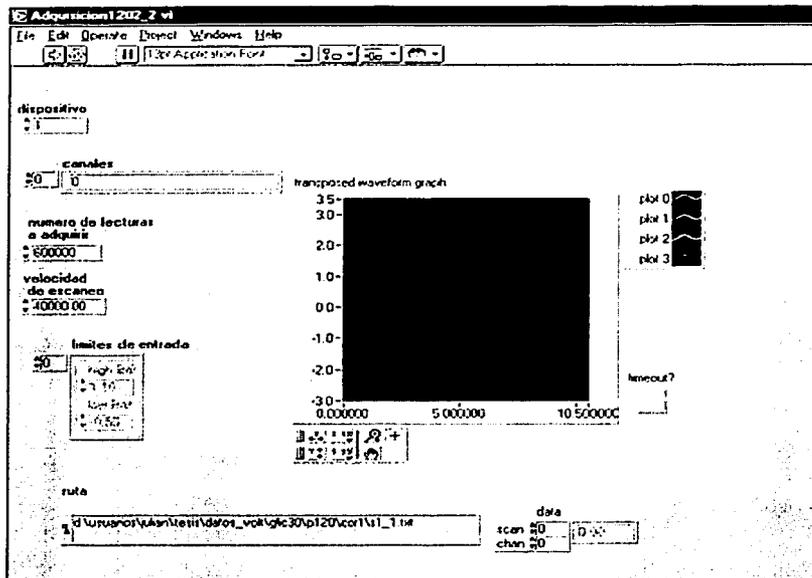


Figura 2.9: Panel frontal del programa de adquisición de datos

El apartado *dispositivo* se refiere al hardware de adquisición de datos. En este caso la tarjeta de adquisición se definió como el dispositivo 1.

La *velocidad de escaneo* o de lectura es la frecuencia de muestreo (número de lecturas que se toman por unidad de tiempo). La utilizada fue de 40000 muestras por segundo, con esto aseguraba tener suficientes datos aún cuando el tiempo de choque o de residencia de una burbuja fuera corto.

El *número de muestras* corresponde a la cantidad de muestras a adquirir por canal. El valor que se utilizó fue de 600,000 muestras, lo que equivale a 15 segundos de medición. En flujos diluidos, de aproximadamente 0.2 %

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

el ruido natural de la señal.

2.4. Análisis digital de imágenes

El análisis de imágenes digitales se utilizó tanto para corroborar la velocidad del flujo de burbujas, como para medir los diámetros y la forma de las burbujas para las distintas concentraciones de gas y las distintas soluciones de agua-glicerina.

2.4.1. Velocidad de las burbujas

Para cuantificar la velocidad media del flujo de burbujas fue necesario tomar video con una cámara de alta velocidad. Con este tipo de cámaras de alta tecnología es posible grabar a una velocidad de hasta 10000 cuadros por segundo, por lo que son ampliamente usadas en investigaciones donde se requiere información detallada aun cuando el fenómeno sea casi instantáneo, p.ej. en biomecánica (caracterizar el movimiento de algún animal), en la industria automotriz (caracterización de choques), en la medicina (con cultivos de bacterias) e incluso en la industria televisiva (como mero efecto especial).

La cámara que se utilizó es de la marca Redlake, con las siguientes características: enfoca a través de un lente CCD, tiene velocidades de grabado de 50 hasta 8000 cuadros por segundo (cps), la resolución depende de la velocidad de grabación escogida, variando de 480x420 pixeles para la más baja velocidad de grabación a 60x68 pixeles cuando se graba a 8000 cps. La cámara cuenta con una tarjeta PCI que se instala en una computadora y controla sus funciones. La adquisición de las imágenes es por medio de un software, el cual sirve de interfaz con el usuario. En éste uno puede escoger la velocidad de grabación, la velocidad del obturador de la cámara, también se puede definir un disparador externo. Las imágenes se pueden grabar como una secuencia o como un archivo de video *avi*. Para los fines que requería el experimento se grabaron secuencia de imágenes *jpeg* para después usar otro software y procesarlas.

2.4.2. Tamaño y forma de burbujas

La medición del tamaño y de la forma de las burbujas también se realizó mediante el análisis de imágenes digitales. Se utilizó una cámara fotográfica digital *Finepix S1Pro de Fujifilm* de alta resolución (6.13 millones de píxeles). Para cada líquido y concentración de burbujas se tomaron una serie de fotos las cuales se analizaron a través de un programa en Matlab, con éste se podía seleccionar los extremos de las burbujas para así determinar el diámetro (ver página 56).

2.5. Análisis de datos

En esta sección se explica el método utilizado para analizar los datos. Invariablemente tanto los archivos de texto de las mediciones de voltaje, como las imágenes o secuencias de éstas obtenidas de la cámara de alta velocidad se procesaron con algoritmos programados en Matlab.

Los experimentos se realizaron para distintas concentraciones de burbujas (fracción volumétrica del gas). La forma de determinar la fracción volumétrica promedio es muy sencilla. De la ecuación (1.5), considerando que el flujo está desarrollado y en estado permanente, para una sección transversal del ducto constante, llegamos a

$$\langle \alpha \rangle = \left(\frac{H_0}{\Delta h} + 1 \right)^{-1} \quad (2.2)$$

donde H_0 es la altura inicial del líquido en el canal (sin tener flujo de gas) y Δh es el incremento de altura debido al flujo de gas. El incremento de altura se midió de forma directa con una escala pegada al canal, cuya máxima resolución es de milímetros.

2.5.1. Procesamiento de los archivos de voltaje

En esta sección se describe el proceso que se siguió para determinar la velocidad media del flujo a partir de los archivos de los voltajes y que fueron adquiridos mediante el uso de LabVIEW. El análisis de los mismos se hizo

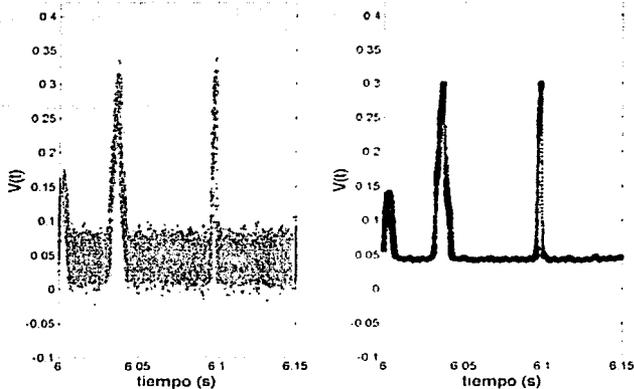


Figura 2.11: Señal de voltaje sin filtrar (izquierda) y filtrada (derecha)

enteramente en Matlab. El código fuente del programa se encuentra en el *Apéndice A*.

A cada archivo de cada concentración se le aplicó un filtro pasa-bajas para disminuir el ruido de la señal y facilitar las siguientes etapas de procesamiento. La frecuencia de corte fue de 500 Hz para todos los casos. La figura 2.11 muestra el resultado de aplicar este filtro.

La figura 2.12 muestra una medición típica de los voltajes en ambas puntas de impedancia. La señal clara corresponde al voltaje V_1 de la punta inferior, la señal oscura es el voltaje en la punta superior V_2 . El caso mostrado corresponde a una solución agua-glicerina al 15% peso y una $\alpha_g=2.2\%$.

La función de correlación cruzada

Esta función describe la dependencia general de los valores de un conjunto de datos con el otro. Considere el par de señales que dependen del tiempo $x(t)$ y $y(t)$ mostradas en la figura 2.13. Ambas se suponen con media igual a cero. Para tiempos infinitos de grabación, la correlación cruzada entre $x(t)$



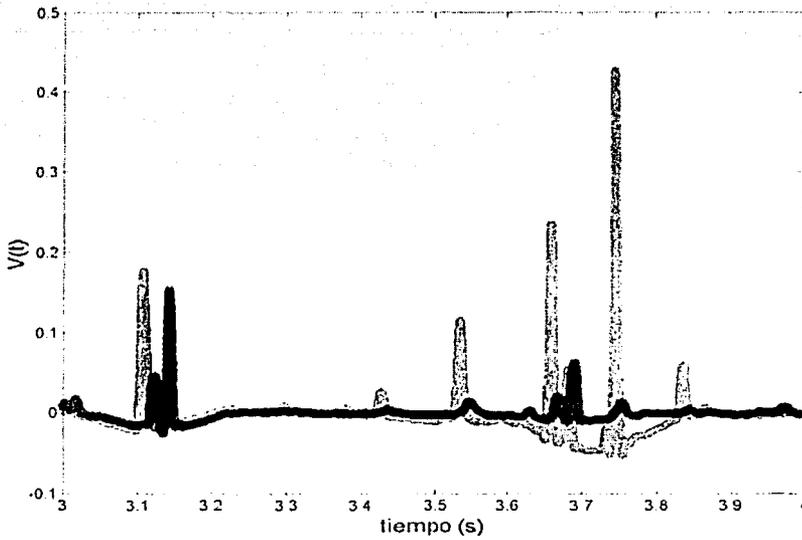


Figura 2.12: Señal típica de voltajes de la puntas de impedancia filtrados

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

y $y(t + \tau)$ puede ser expresada como

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t + \tau) dt \quad (2.3)$$

Para una representación digital de tiempos de grabación finitos, un esti-

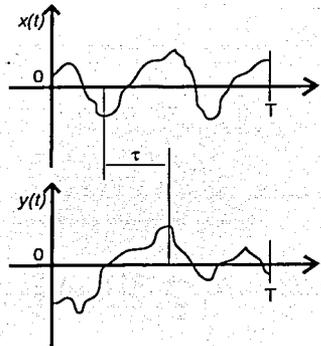


Figura 2.13: Correlación cruzada de dos mediciones

mador sin sesgo de la función de correlación cruzada en el retardo de tiempo $\tau = r\Delta t$ se obtiene de

$$\hat{R}_{xy}(r\Delta t) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=0}^{N-r} x(n\Delta t) y(n\Delta t + r\Delta t) \quad r = 0, 1, 2, \dots, m, \quad (2.4)$$

La función de correlación cruzada no necesariamente tiene un máximo en $\tau = 0$ como es el caso para la función de autocorrelación. Si $x(t)$ y $y(t)$ representan señales de dos sensores separados una distancia Δx en la dirección del flujo medio, entonces el retardo en el tiempo (τ_m) correspondiente al máximo valor de $\hat{R}_{xy}(\tau)$, puede ser usada para evaluar la velocidad promedio de perturbaciones en el flujo.

Al aplicar la función de correlación cruzada en Matlab es posible indicar el número de corrimientos que se quieren hacer, es decir definir τ , de esta forma se obtiene la función de correlación para distintos valores de corrimiento

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(0- τ). Después se busca el valor para el cual la función de correlación tiene un máximo. El punto donde se presenta este máximo representa el tiempo óptimo de defasamiento entre las señales, es decir, el tiempo promedio que tardan las burbujas en pasar de la punta inferior a la superior. Por consiguiente la velocidad media del flujo con una cierta fracción volumétrica es

$$\bar{v}_{med} = \frac{D_p}{\tau_{max}} \quad (2.5)$$

donde D_p es la distancia de separación entre las dos puntas de impedancia y τ_{max} es el tiempo en el cual la función de correlación es máxima. Una señal típica de correlación cruzada de las señales completas se muestra en la figura 2.14. Claramente existe un máximo. Éste representa el tiempo óptimo del paso de una burbuja de la punta inferior a la superior. La figura corresponde a una solución agua-glicerina al 15% peso y una $\alpha_g=2.2\%$.

También fue importante validar los resultados correlacionando ambas señales por completo y correlacionando las señales por tiempos cortos en donde ocurre una sola colisión.

Se definió la siguiente función a partir de la señal de voltaje

$$B_{in}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } V_1(t) < V_{umbral} \\ 1 & \text{si } V_1(t) > V_{umbral} \end{cases} \quad (2.6)$$

donde $V_1(t)$ es el voltaje en la punta inferior y V_{umbral} es un valor de voltaje a partir del cual se considera una colisión. De esta manera se determinó el momento en que ocurrió una colisión.

El valor de V_{umbral} se determina arbitrariamente. Corresponde a un valor adecuado por encima del nivel del ruido de la señal. La función de la ecuación (2.6) también puede servir para corroborar la fracción volumétrica del gas, al sumar los periodos del tiempo en los que la función $B_{in}(t)$ es 1 y dividirlos entre el tiempo total de medición. Sin embargo como mostraron Zenit *et al.* [15] este resultado es más preciso para regímenes de baja concentración de gas. Para este trabajo se decidió usar la ecuación (2.2) para calcular esta variable.

Conociendo el momento de una colisión, el siguiente paso es determinar el valor máximo del corrimiento (τ), es decir, definir el período en donde

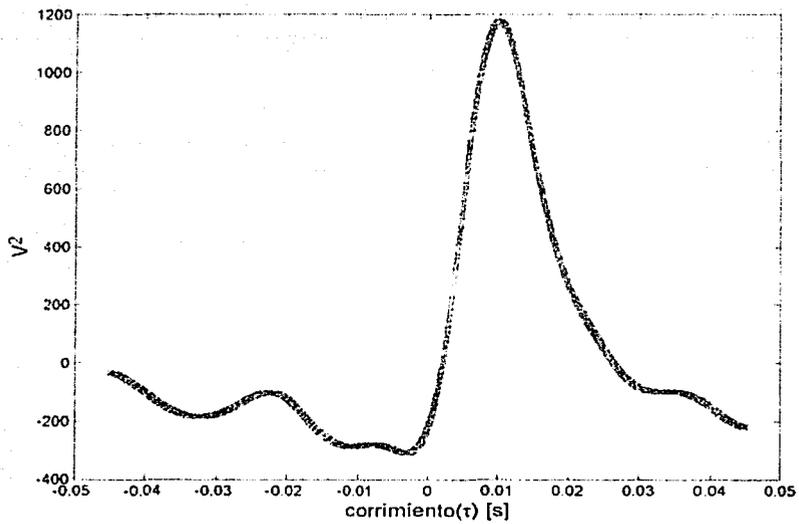


Figura 2.14: Señal típica de correlación cruzada de los voltajes V_1 y V_2

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

aplicar la función de correlación. Este valor se determinó con base al corrimiento medio de la señal (τ_{max}), el cual se había obtenido previamente al correlacionar las señales completas. El valor de τ para la correlación en periodos cortos se definió como

$$\tau_{tc} = m * \tau_{max} \quad (2.7)$$

donde τ_{tc} es el valor máximo del corrimiento para correlacionar las señales por periodos cortos, τ_{max} es el valor del corrimiento óptimo, es decir el tiempo en el cual existe un máximo en la señal de correlación cruzada y m es un factor. Un valor de $m = 2$ indica que se podrían detectar velocidades de hasta la mitad o el doble de la velocidad media del flujo, obtenida al correlacionar las señales por completo. Este valor se varió dependiendo del líquido utilizado. Para la solución de agua pura se definió a $m = 4$, mientras que para las soluciones de agua-glicerina este valor fue menor (3 ó 3.5) debido a que estas soluciones se vuelven rápidamente más concentradas y hay más choques en un cierto tiempo, lo que se traduce en velocidades erróneas.

En esta parte del procesamiento fue necesario tener criterios extra para discriminar las velocidades erróneas. Un filtro importante es el de descartar casos con τ_{max} negativas. La razón de la existencia de una τ_{max} negativa es que en la región pudiera existir una perturbación del voltaje en la segunda señal (punta superior) anterior al de la primera señal, como se muestra en la figura 2.15. En esta figura la señal más clara es el voltaje en la punta inferior, mientras que la más oscura corresponde a la punta superior. Las líneas discontinuas oscuras delimitan la región en donde se hace la correlación ($t_{ini} - \tau_{tc}$ a $t_{ini} + \tau_{tc}$), donde t_{ini} es el tiempo cuando se detecta un choque y τ_{tc} está definida por la ecuación (2.7). La línea continua indica el lugar en donde se detecta el choque en la señal 1, es decir en la punta inferior (la más clara) y la línea punteada clara nos indica el lugar donde se encontró el máximo de la función de correlación. Como se observa en la figura 2.15 el corrimiento negativo se debe a que en la señal de la punta superior (V_2) hubo un choque anterior al detectado en la punta inferior (V_1). Con este filtro descartamos las velocidades negativas.

Otro criterio es considerar la magnitud de la correlación. Cuando una

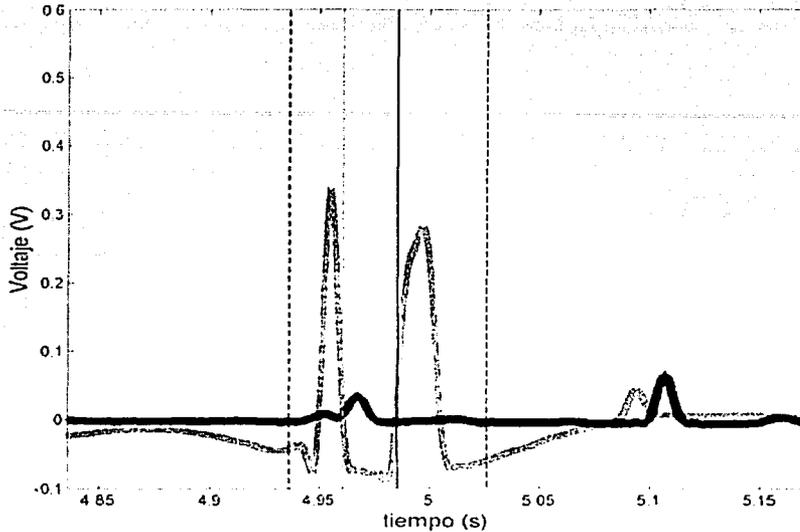


Figura 2.15: Señales V_1 y V_2 en una región local

misma burbuja pasa por las dos puntas la correlación de las señales tiene una magnitud mayor. Este mismo criterio sirve para eliminar velocidades falsas cuando una burbuja pasa por la primera punta pero ya no pasa en la segunda, lo cual se refleja en que la señal V_2 no tiene un cambio significativo en el voltaje. El valor umbral de la magnitud de la correlación es arbitrario y se determinó para cada serie de experimentos corriendo el programa de Matlab por pasos en donde se habían detectado choques y graficando la región con líneas que indicaran la región de correlación, el lugar de detección de choque y el lugar donde existía el máximo de la correlación. Comparando las correlaciones de choques verdaderos y choques falsos se estableció este valor. Las figuras 2.16, 2.17, 2.18 y 2.19 muestran ejemplos de estos casos. Se observa que el valor máximo de la correlación es mayor en los choques

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

verdaderos

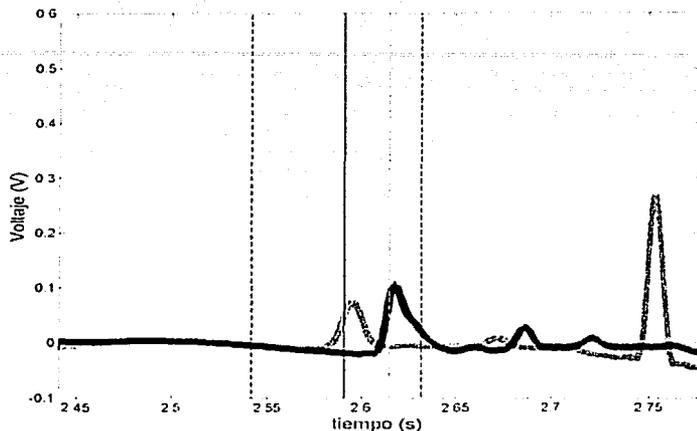


Figura 2.16: Señales V_1 y V_2 en una región local donde si hubo choque

El último criterio que se aplicó fue el que contemplaba el caso de que a pesar de que no hubiera habido un choque real, la magnitud de la correlación fuera mayor al nivel umbral elegido. Entonces para eliminar estas pseudo-velocidades se obtuvo un histograma y a partir de éste se eligieron umbrales máximo y mínimo de velocidades. Aquellas velocidades que no estuvieran en un rango razonable de valores se considerarían error. La figura 2.20 muestra un histograma de las velocidades locales después de haber sido filtrada con los criterios de velocidades negativas y de magnitud de la correlación. El caso mostrado corresponde a un líquido al 15% peso agua-glicerina, con una $\alpha_g = 2.2\%$. En este caso la velocidad obtenida con la correlación de toda la señal fue de 0.158 m/s. En el histograma se observan qué mediciones no corresponden a choques verdaderos y fácilmente se determinan los valores límite de velocidades. Con las velocidades obtenidas de forma local, únicamente correlacionando partes de y no toda la señal, se pueden obtener desviaciones estándar, lo cual es necesario para cuantificar la agitación del

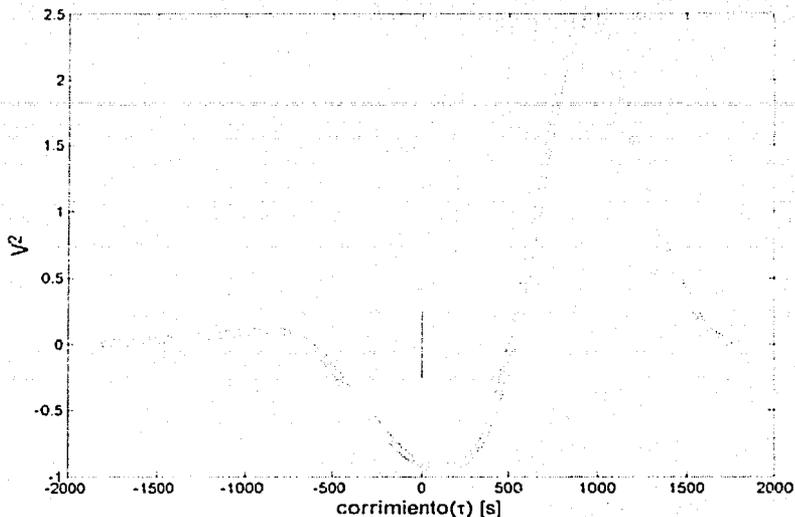


Figura 2.17: Correlación de los voltajes V_1 y V_2 (figura 2.16 en una región local donde hubo choque

flujo.

2.5.2. Procesamiento digital de las imágenes

Para procesar las secuencias de imágenes obtenidas de la cámara de alta velocidad se utilizó un software llamado XCAP, el cual sirve para hacer procesamiento de imágenes.

La pantalla principal del software es la mostrada en la figura 2.21. En las siguientes páginas se hace una breve descripción de los pasos para el procesamiento de las imágenes de alta velocidad.

Primero se carga la secuencia de imágenes en el software. La figura 2.22 muestra las imágenes ya cargadas. Como lo que nos interesa es "seguir" a

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

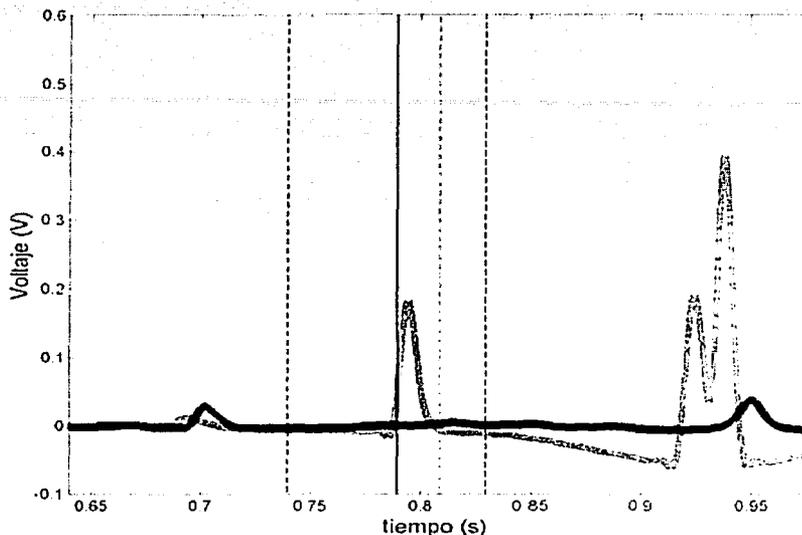


Figura 2.18: Señales V_1 y V_2 en una región local donde no hubo choque

las burbujas hay que identificarlas primero, para lo cual se ejecuta la rutina *blob analysis*, o análisis de gota. Los parámetros del análisis son los rangos de dimensión (horizontal y vertical) y los valores umbrales para convertir la imagen a una imagen binaria (blanco y negro). Entre más contraste exista entre el fondo y lo que se quiere detectar se facilita la detección y el programa encuentra más partículas por cuadro. Es importante procurar una buena iluminación durante la filmación del video para lograr un buen contraste con el software.

Las figuras 2.23 y 2.25 muestran los cuadros de diálogos para definir los valores de los umbrales y las dimensiones, respectivamente. En el cuadro de segmentación, ver figura 2.23, se introducen los valores numéricos del límite inferior y superior en una escala de 256 tonos de grises. Aquellos

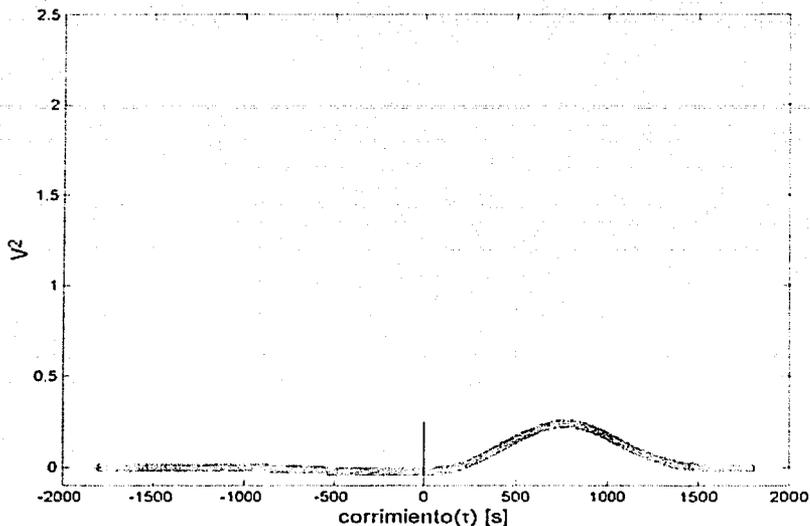


Figura 2.19: Correlación de los voltajes V_1 y V_2 (figura 2.18) en una región local donde no hubo choque

pixeles que estén dentro del rango, se les asigna el color blanco, aquellos fuera del rango se les asigna el negro. El resultado de haber transformado la imagen original a binaria se muestra en la figura 2.24. En el cuadro de análisis, ver figura 2.25, se establecen algunos parámetros importantes como el rango de tamaños. Para poder elegir un rango adecuado, es necesario hacer una medición previa. El análisis también tiene otras opciones: ignorar las partículas en el filo de la imagen, incluir agujeros en las partículas, etc. Después se escoge el cuadro a analizar. Recordemos que a cada imagen de la secuencia le corresponde un número de cuadro consecutivo.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

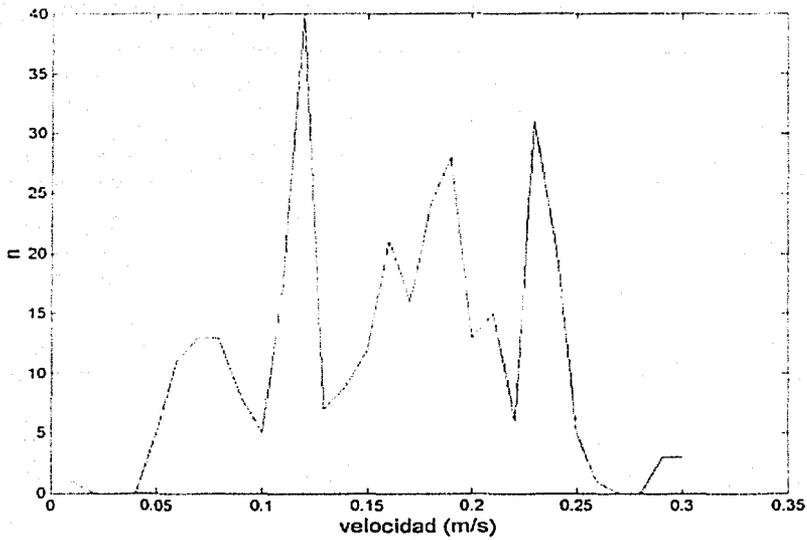


Figura 2.20: Histograma de velocidades locales para una solución 15% peso agua-glicerina y $\alpha_g = 2.86\%$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

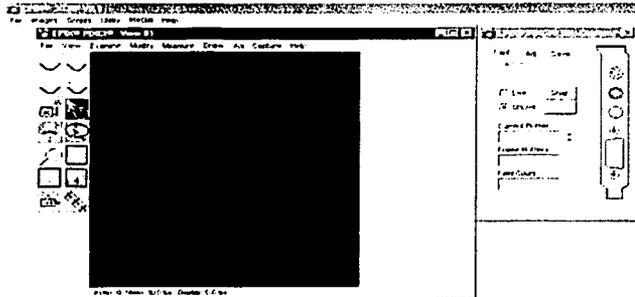


Figura 2.21: Pantalla principal del software XCAP imaging

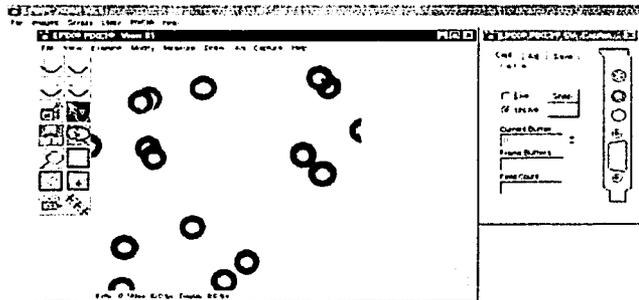


Figura 2.22: Imagen típica de 15 % peso agua-glicerina, $\alpha_{gas} = 0,2\%$, cargada en el XCAP imaging

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

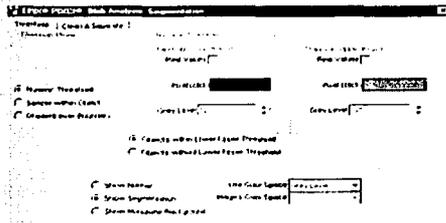


Figura 2.23: Cuadro de diálogo para definir los límites en la transformación a una imagen binaria en el XCAP imaging

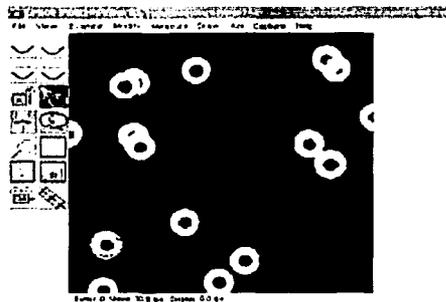


Figura 2.24: Transformación binaria de la imagen correspondiente a la figura 2.22

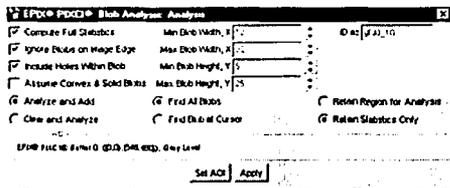


Figura 2.25: Cuadro de diálogo para definir las dimensiones de las partículas en el XCAP imaging

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

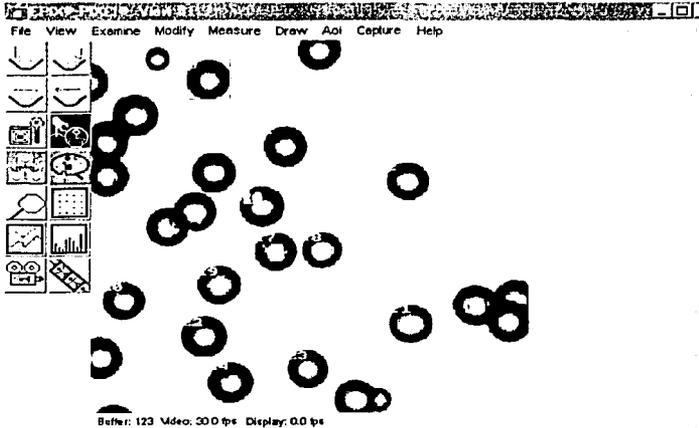


Figura 2.26: Burbujas detectadas mediante el *blob analysis*

Al aplicar este análisis, el programa detecta las partículas como rectangulares y también determina características de ellas como la coordenadas de su centro, su altura y su ancho etc. La figura 2.26 muestra las burbujas detectadas después de ejecutar la rutina. Una vez detectadas las burbujas en un cuadro se tienen que detectar en cuadros sucesivos y así obtener las coordenadas de las mismas, con esto es posible calcular desplazamientos.

El programa tiene una rutina llamada *particle tracking* que sirve justamente para seguir partículas en cuadros sucesivos, previo haber realizado un análisis de gotas. El cuadro de diálogo de esta rutina se muestra en la figura 2.27. Este cuadro contiene los siguiente submenús:

- method
- particles
- vectors
- misc

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

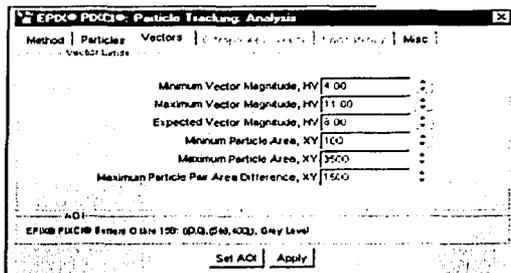


Figura 2.27: Cuadro de diálogo del *particle tracking*

En el submenú *method* se escoge el método a utilizar para seguir las partículas. Para este caso se escogió un método que sigue a partículas individuales con su vecina más próxima en cada par de imágenes. El siguiente apartado es el de *particles*, el cual se refiere a los tamaños de las partículas (equivalente al *blob analysis*). El apartado de *vectors* es en el que se introducen los parámetros más importantes de la subrutina como son: mínima y máxima magnitud del vector desplazamiento y la magnitud esperada en cada cuadro. Para estimarlos también es necesario un análisis manual previo. Los otros campos de este apartado se refieren al área de la partícula. Es necesario introducir el área máxima y mínima en píxeles, que se determinan con respecto a las dimensiones máximas y mínimas establecidas. También se requiere la máxima diferencia de área entre cada par de partículas, ya que no siempre una partícula conservará su forma y tamaño, pues intervienen muchos factores inherentes a la forma de grabación (p.ej. mala iluminación en una zona de la imagen) y físicos (deformación de la partícula por colisión). Finalmente, en el último apartado, *misc* se decide si se añaden o se borran los datos de posiciones en corridas continuas.

La figura 2.28 muestra el resultado de haber ejecutado el seguimiento de partículas. El programa permite grabar las posiciones de las partículas como archivo de texto. También en esta figura se observa las posiciones de las partículas en distintos tiempos. El proceso de seguimiento de partículas re-

quiere que se establezcan los números de los cuadros en donde se ejecutará el análisis.

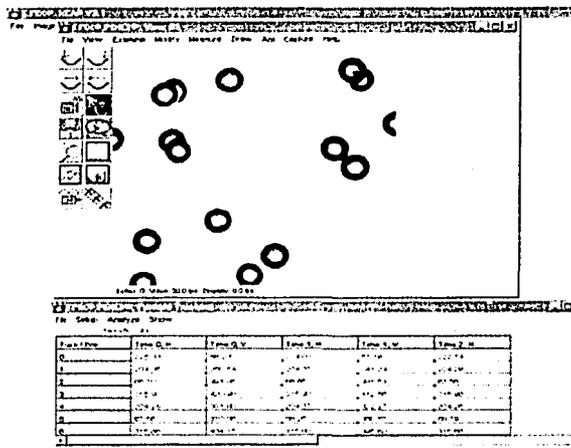


Figura 2.28: Resultado del seguimiento de partículas únicamente en 10 cuadros

Se escribió un programa para seguir a las partículas en toda la secuencia utilizando un lenguaje de macros dentro del mismo software. Así se evita introducir manualmente todos los parámetros antes mencionados. Una vez analizadas las imágenes se procesó el archivo de texto, el cual contiene 6 columnas. Las dos primeras corresponden a la posición horizontal y vertical en el tiempo 0, las dos siguientes a las mismas posiciones en el tiempo 1 y las dos últimas a las correspondientes en el tiempo 2. Se decidió seguir partículas en tres cuadros sucesivos y no sólo en dos, para también poder calcular la aceleración. Ésta sirvió como parámetro para discriminar velocidades erróneas.

Conociendo el desplazamiento de las burbujas sólo es necesario conocer

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

el tiempo entre cuadros (Δt) para inferir la velocidad. Se usó una escala para convertir los píxeles a medidas reales. Cada vez que se tomaba video con la cámara de alta velocidad se grababa una escala pegada a la parte anterior del canal y otra pegada en la parte posterior del mismo. La escala utilizada correspondía al promedio entre estas dos. Al conocer la velocidad de grabación de la cámara de alta velocidad también se conoce el Δt . Todos los experimentos se grabaron a una velocidad de 500 cuadros por segundo (cps).

El programa para procesar los archivos de texto se escribió en Matlab y su código se encuentra en el *Apéndice A*. Describiré brevemente el algoritmo para determinar las velocidades. La velocidad vertical en el cuadro 1 es

$$v_{y1} = f \text{ cps}(pos_{y1} - pos_{y0}) \quad (2.8)$$

donde cps son los cuadros por segundo, pos_{y_n} son las posiciones verticales de la partícula en el cuadro n y f es un factor que involucra la conversión de píxeles a metros.

Con los tres cuadros analizados era posible obtener velocidades horizontales, verticales y una aceleración. Esta última se usó para implementar un filtro con el cual se descartaron velocidades erróneas. El filtro se basó en el histograma de aceleraciones. Se construyó el histograma con 100 clases. Cabe mencionar que los archivos de texto obtenidos tenían como mínimo 1000 datos de burbujas. A partir de la clase con más elementos se sumaban el número de éstos de las clases contiguas, tanto en incremento como en decremento. Cuando la suma de los elementos era del 80% de la población se dejaba de sumar y la aceleración máxima se establecía como el promedio de las clases donde se dejó de contar. Si el valor absoluto de la aceleración de la burbuja era mayor a la aceleración máxima este dato no correspondía a una burbuja y se eliminaba.

Tamaño y forma de las burbujas

Para determinar el tamaño y el factor de forma de las burbujas se usó también el análisis digital de imágenes. El procesamiento se llevó a cabo

mediante un programa de Matlab, cuyo código se encuentra en el *Apéndice A*.

En general una burbuja no es esférica, sino más bien elipsoidal. Se puede medir en las imágenes dos diámetros, uno llamado horizontal y otro llamado vertical, como lo muestra la figura 2.29. El diámetro equivalente se obtiene

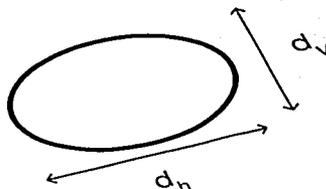


Figura 2.29: Esquema de la forma de la burbuja

del volumen del elipsoide equivalente al de una esfera del mismo volumen. Entonces se tiene

$$d_{eq} = \sqrt[3]{d_{hor}^2 d_{ver}} \quad (2.9)$$

El factor de forma se define como

$$\chi = \frac{d_{hor}}{d_{ver}} \quad (2.10)$$

y nos da una medición de la esfericidad de las burbujas.

Con el programa, uno se sitúa en los 4 extremos de cada burbuja y se apretaba el botón del mouse. Con esto se guardan esas posiciones en pixeles, que posteriormente se convertían en mediciones reales previa calibración con una escala. También se calcularon desviaciones estándares de estas mediciones.

2.6. Experimento típico

Las figuras 2.30 y 2.31 muestran series de imágenes de experimentos típicos de dos líquidos a medida que se aumenta la fracción volumétrica de gas α_g .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

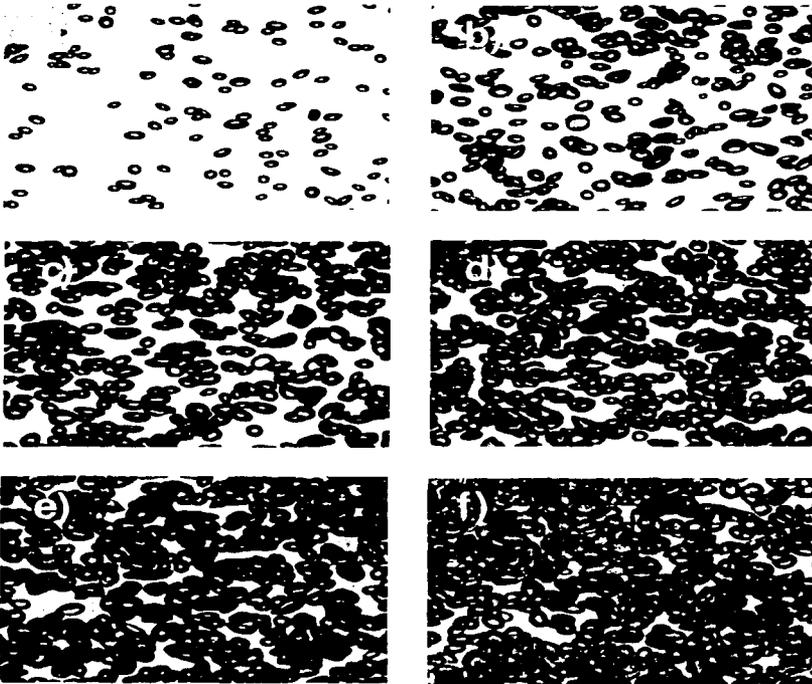


Figura 2.30: Desarrollo del flujo de burbujas en una solución de agua pura.
a: $\alpha_g = 0.418\%$, $d_{eq} = 1.42$ mm, b: $\alpha_g = 2.31\%$, $d_{eq} = 1.87$ mm, c: $\alpha_g = 4.55\%$,
 $d_{eq} = 2.07$ mm, d: $\alpha_g = 6.85\%$, $d_{eq} = 2.31$ mm, e: $\alpha_g = 8.26\%$, $d_{eq} = 2.35$ mm,
f: $\alpha_g = 10.59\%$, $d_{eq} = 2.47$ mm

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Los dos flujos presentan características distintas. En la figura 2.30, correspondiente al flujo en agua, las burbujas tienden a una forma elipsoidal, además su tamaño aumenta con la concentración. En el caso del flujo en agua con glicerina (ver figura 2.31) las burbujas son más esféricas y la dispersión del tamaño es menor. También se observa que para un mismo flujo de gas las soluciones viscosas se vuelven más concentradas.

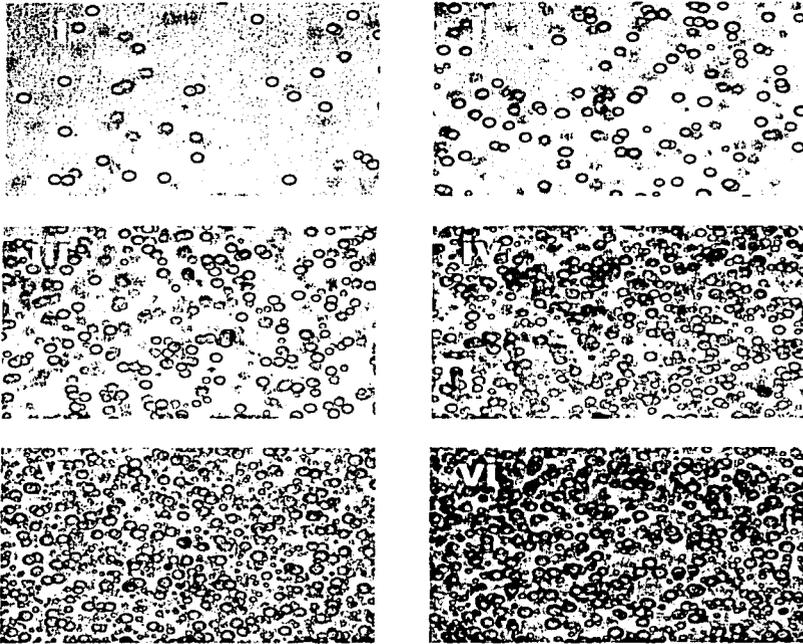


Figura 2.31: Desarrollo del flujo de burbujas en una solución agua-glicerina al 30%. i: $\alpha_g = 0.27\%$, $d_{eq} = 1.24$ mm. ii: $\alpha_g = 0.68\%$, $d_{eq} = 1.21$ mm. iii: $\alpha_g = 1.16\%$, $d_{eq} = 1.15$ mm. iv: $\alpha_g = 2.69\%$, $d_{eq} = 1.12$ mm. v: $\alpha_g = 4.1\%$, $d_{eq} = 1.15$ mm. vi: $\alpha_g = 5.97\%$, $d_{eq} = 1.13$ mm

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 3

Resultados

Se estudió el movimiento de burbujas en agua y en solución agua-glicerina al 15 %, 30 % y 50 % peso como función de la fracción volumétrica del gas. Se obtuvieron mediciones de la velocidad media del flujo, la agitación, así como tamaño y forma de las burbujas. Se comparó la velocidad usando dos técnicas de medición: por medio de un sistema de puntas de impedancia y también con video de alta velocidad.

3.1. Velocidad media del flujo

Los resultados obtenidos al medir la velocidad media de las burbujas muestran que para todas las soluciones la velocidad disminuye con la concentración. En el caso de la solución con mayor número de Reynolds (agua), los resultados están en concordancia con mediciones similares donde es válido aplicar la teoría de flujo potencial. En particular, la velocidad máxima que se presenta para el flujo más diluido, es menor a la velocidad terminal de una sola burbuja que reportó Duineveld [5] para el mismo diámetro.

Para el caso de las soluciones de glicerina se obtuvieron menos mediciones, pues para el mismo flujo de gas la concentración de burbujas (α_g) es mayor en soluciones con glicerina que en agua, por lo que la medición se vuelve difícil con ambas técnicas.

La velocidad media en una tubería se puede expresar de la siguiente

manera

$$V = \frac{Q}{A} \quad (3.1)$$

donde Q es el flujo medio que pasa por la tubería y A es la sección transversal de la tubería. La ecuación (3.1) se puede expresar para nuestro caso de la siguiente forma

$$V_{med} = \frac{Q}{\alpha_g A} \quad (3.2)$$

donde α_g es la fracción volumétrica del gas. De la ecuación (3.2) se observa que si se tiene un mismo flujo gas y la velocidad media disminuye, entonces la concentración tiene que aumentar pues el área es un valor constante. Este es el caso de las soluciones con glicerina. Como ya se mencionó la medición de la velocidad en flujos concentrados ($\alpha_g > 0.07$) se vuelve más complicada, pues con las puntas de impedancia los filtros que discriminan *pseudo-choques* no son tan efectivos y en el análisis digital del video de alta velocidad son tantas las burbujas en el plano que no se reconoce el fondo y no se pueden seguir a las burbujas individualmente.

Para hacer más mediciones con glicerina había que modificar la fracción volumétrica (hacerla más pequeña). De la ecuación (2.2) se observa que la fracción volumétrica es dependiente de la altura inicial del líquido. Entonces era necesario aumentar la altura inicial de la columna de líquido. Sin embargo, ésta está limitada físicamente por el tamaño de la tubería.

La figura 3.1 muestra la velocidad media de las burbujas como función de la fracción volumétrica. Se observa que para todos los casos la velocidad disminuye con la concentración de burbujas. Además, los efectos viscosos se hacen notorios pues en las soluciones de glicerina la velocidad media disminuye drásticamente en comparación con flujos diluidos de agua pura.

En la misma figura se observa que a medida que aumentamos la viscosidad del líquido el cambio de la velocidad se hace menos notable con la concentración. La razón de esto es que en los flujos viscosos la disipación de vórtices generados por la interacción entre burbujas es más retardado, pues actúa mayoritariamente la difusividad y no la convección. Pero también a mayor número de Reynolds el coeficiente de arrastre para una esfera

es menor (el esfuerzo cortante es mayor en líquidos viscosos y por tanto hay mayor resistencia del fluido a ser deformado).

Los valores de la desviación estándar de la velocidad se obtuvieron por medio del procesamiento de las señales de voltaje de las puntas de impedancia. Estas mediciones son importantes ya que la desviación estándar es una medida de la agitación de un flujo. La figura 3.2 muestra la desviación estándar como función de la concentración. Se observa que para todos los casos la desviación estándar aumenta ligeramente con el flujo de gas, sin embargo, llega a un valor relativamente constante en los flujos concentrados. Los valores de la desviación estándar son menores para las soluciones más viscosas. En el caso de agua-glicerina al 30 y 50 % la desviación es muy parecida. Recordemos que las velocidades medias de estas soluciones también fueron muy cercanas, lo cual hace pensar que a medida que se aumenta la viscosidad los cambios son menores.

3.2. Agitación

Con los valores de la desviación estándar y con los de la velocidad media se definió la agitación del fluido. La ecuación (3.3) define este concepto, el cual es un parámetro adimensional que se puede interpretar como la fluctuación de la velocidad respecto a su media.

$$\Gamma = \frac{\sigma}{V} \quad (3.3)$$

La figura 3.3 muestra la agitación de las soluciones, la cual aumenta con la concentración para todas las soluciones. Para el caso de agua pura la agitación es menor que para los casos de soluciones con glicerina. Hay que notar que esto se debe sobre todo a que la velocidad media de los flujos viscosos es menor y no a que su desviación estándar sea mayor a la medida en agua. Sin embargo en términos relativos podemos decir que a medida que aumentamos la viscosidad del líquido el flujo de burbujas se vuelve más agitado.

El aumento de la agitación con la fracción volumétrica del gas (α_g) para todos los líquidos utilizados, reafirma el resultado de la disminución de la

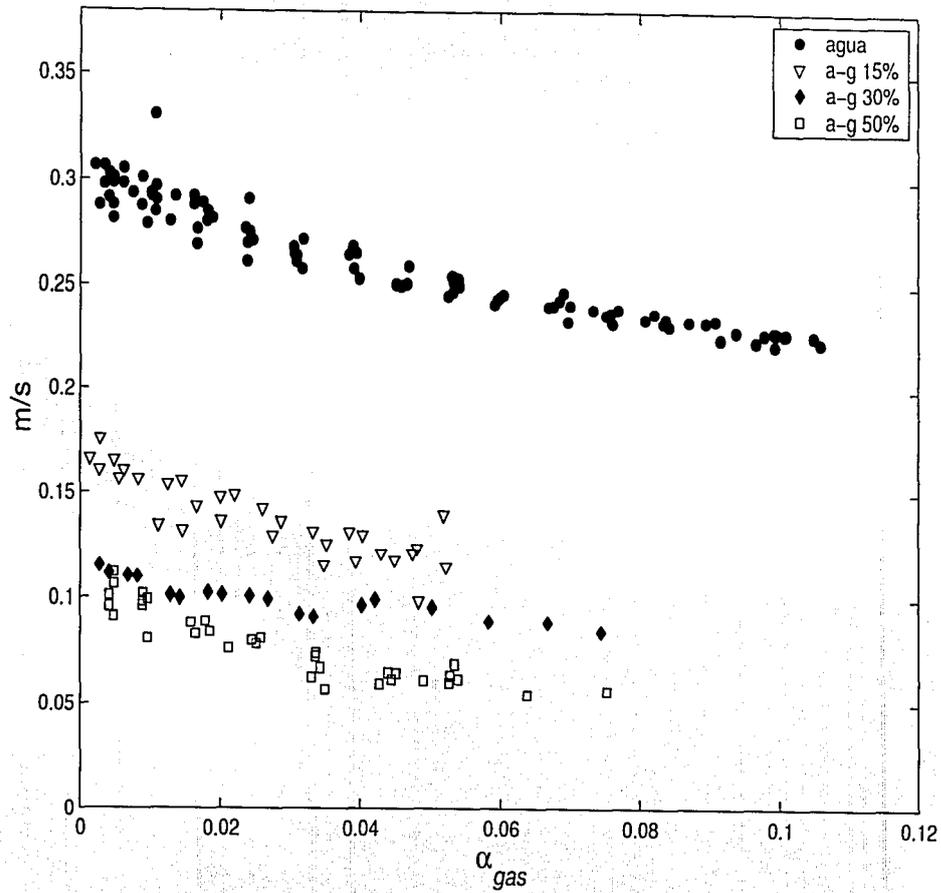


Figura 3.1: Velocidad media del flujo de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas

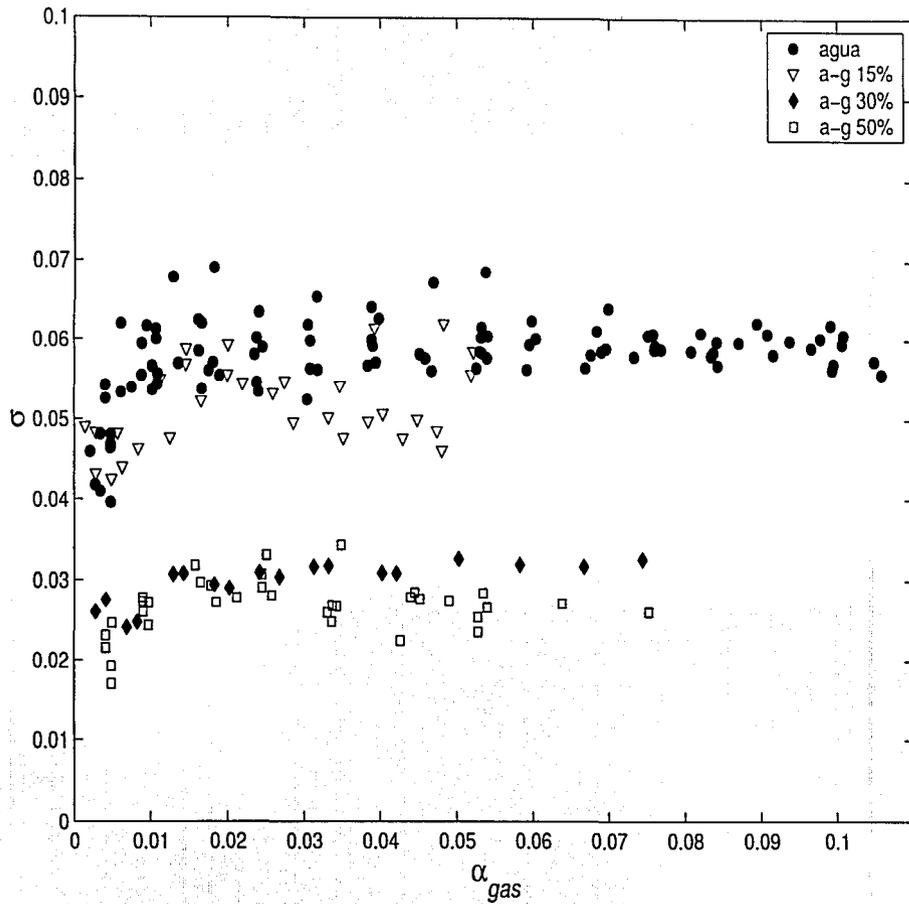


Figura 3.2: Desviación estándar del flujo de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas

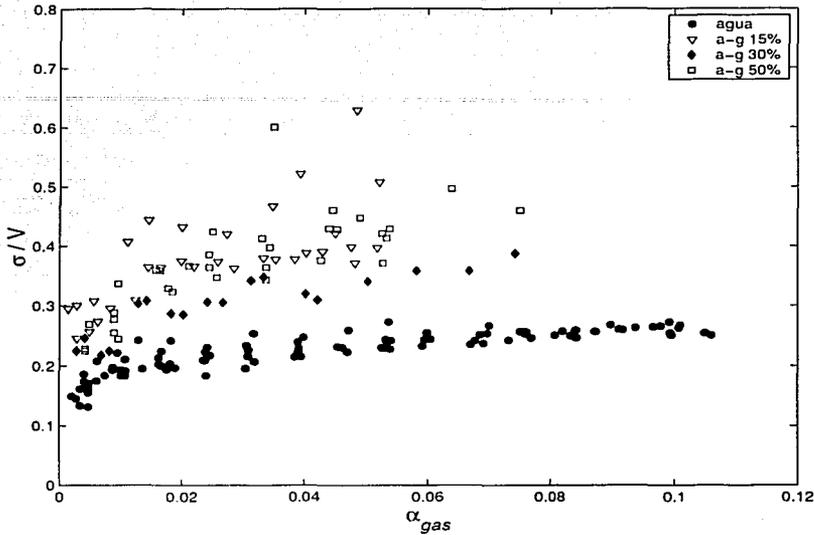


Figura 3.3: Agitación del flujo de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas

velocidad con la concentración, pues en flujos agitados la presencia de vorticidad es mayor y por tanto las burbujas disminuyen su velocidad.

3.3. Diámetro equivalente y factor de forma

Se obtuvieron los diámetros de las burbujas en las distintas soluciones. Los resultados se muestran en la figura 3.4. En la gráfica se observa que para agua pura las burbujas aumentan de tamaño con la concentración. Para los flujos más diluidos el tamaño está alrededor de 1.45 mm llegando a 2.5 mm para los flujos más concentrados. A pesar de que se agregó sal ($MgSO_4$) para prevenir la coalescencia, aún se observa un aumento del tamaño de las

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

burbujas.

Este aumento del tamaño pudo ser debido a la coalescencia. Si dos burbujas del mismo tamaño coalescen se tiene

$$V_f = V_i + V_i \quad (3.4)$$

donde V_f es el volumen final de la burbuja y V_i es el volumen inicial. Considerando burbujas esféricas y sustituyendo los volúmenes en la ecuación (3.4) se tiene

$$\frac{\pi}{6} d_f^3 = \frac{\pi}{6} (d_i^3 + d_i^3) \quad (3.5)$$

donde d_f es diámetro final y d_i el inicial de la burbuja. Simplificando la ecuación (3.5) se llega a

$$d_f = \sqrt[3]{2} d_i \quad (3.6)$$

De la figura 3.4 para el flujo más diluido de agua pura se tiene $d_{eq}=1.4$ mm. Si dos burbujas coalescen entonces de la ecuación 3.6 se tiene que $d_f=1.76$ mm y por tanto esto explicaría el aumento de tamaño.

En las soluciones de glicerina se aprecia que el diámetro es prácticamente independiente de la concentración del flujo. Para las tres soluciones (15, 30 y 50 %) el tamaño de las burbujas se mantiene en una medida de alrededor de 1.2 mm. En esta misma gráfica se muestran las barras de error de las mediciones. Cabe destacar que para el flujo de burbujas en agua, la desviación estándar es mucho más grande que para los flujos con glicerina y ésta se mantiene de la misma magnitud no importando la concentración.

La figura 3.5 muestra imágenes de burbujas para las distintas concentraciones. En estas imágenes se observa claramente que las burbujas en las soluciones con glicerina son más chicas y más esféricas; además, el tamaño no cambia mucho con la concentración. La morfología de las burbujas en la solución de agua pura es más elipsoidal y de mayor tamaño.

La figura 3.6 nos muestra el factor de forma $\chi = \frac{d_h}{d_c}$ como función de la concentración para las soluciones estudiadas. Se observa que en los casos de soluciones con glicerina el factor de forma es muy cercano a la unidad, lo que indica que las burbujas tienden a ser esféricas y además no cambia este

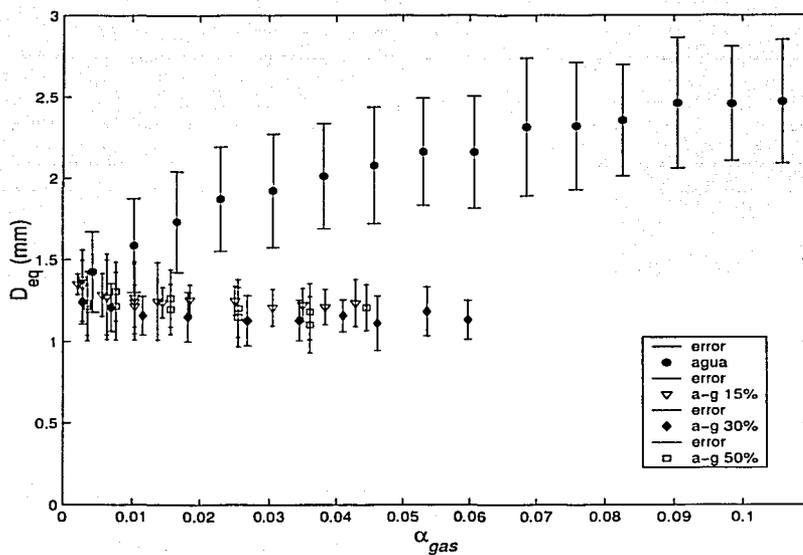


Figura 3.4: Diámetro equivalente de las burbujas de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

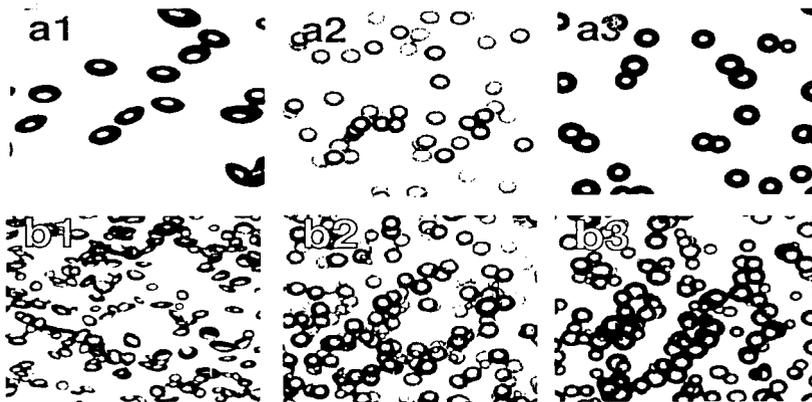


Figura 3.5: Comparación de la forma de las burbujas. Los números corresponden al líquido empleado: (1) agua pura, (2) agua-glicerina al 15% y (3) agua-glicerina al 50%. Las letras corresponden a la fracción volumétrica: (a) $\alpha_g = 0.4\%$ y (b) $\alpha_g = 2.3\%$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

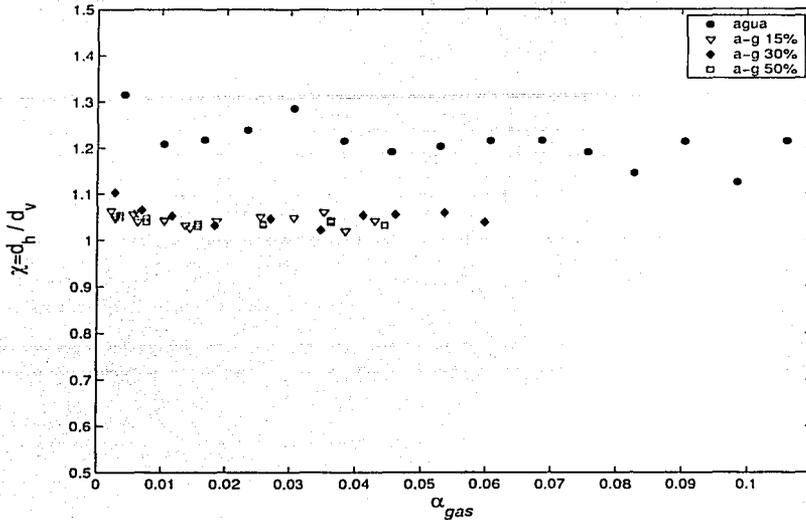


Figura 3.6: Factor de forma de las burbujas de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas

factor con la concentración. En el caso del agua, el factor es mayor a uno y disminuye ligeramente con la concentración, dado que las burbujas son más elipsoidales en flujos diluidos y conforme aumenta la concentración se hacen un poco más esféricas.

3.4. Velocidad adimensional

Con los valores obtenidos de diámetros, velocidades medias y suponiendo las propiedades de los fluidos utilizados (densidad, viscosidad y tensión superficial) se adimensionalizó la velocidad media del flujo. La primera forma, la más empleada comúnmente, fue con el número de Reynolds (ver ecuación 1.42). La otra manera de adimensionalizar fue empleando la ve-

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

locidad característica de una burbuja que asciende en flujo potencial.

De acuerdo a Batchelor [1], en flujo irrotacional el potencial de velocidad para una burbuja esférica de radio a que se mueve con una velocidad V_{pot} en un fluido en reposo es

$$\phi = -\frac{1}{2}V_{pot}a^3\frac{\cos\theta}{r^2} \quad (3.7)$$

donde r y θ son las coordenadas esféricas con el origen en la posición instantánea en el centro de la esfera. Conociendo el campo de velocidades se puede conocer el campo de presiones y por ende la fuerza de arrastre, la cual es

$$F_D = 12\pi\mu a V_{pot} \quad (3.8)$$

Para encontrar la velocidad característica de una burbuja que asciende por flotación en un flujo no viscoso se hace un balance de fuerzas. Se consideran sólo las fuerzas de flotación (F_b) y de arrastre (F_D), despreciando el peso de la burbuja, entonces se tiene

$$F_b = F_D \quad (3.9)$$

sustituyendo las fuerzas por sus expresiones en la ecuación (3.9) se tiene

$$\frac{4}{3}\pi a^3 \rho g = 12\pi\mu a V_{pot} \quad (3.10)$$

despejando v_{pot} de la ecuación (3.10) la velocidad de la burbuja se tiene

$$V_{pot} = \frac{1}{9} \frac{\rho g a^2}{\mu} \quad (3.11)$$

La velocidad adimensional queda finalmente

$$\hat{V} = \frac{V_b}{\frac{1}{36} \frac{\rho_f g d_b^2}{\mu_f}} \quad (3.12)$$

Las figuras 3.7 y 3.8 muestran el número de Reynolds y la velocidad adimensionalizada con la velocidad característica (ecuación 3.11) en un flujo potencial.

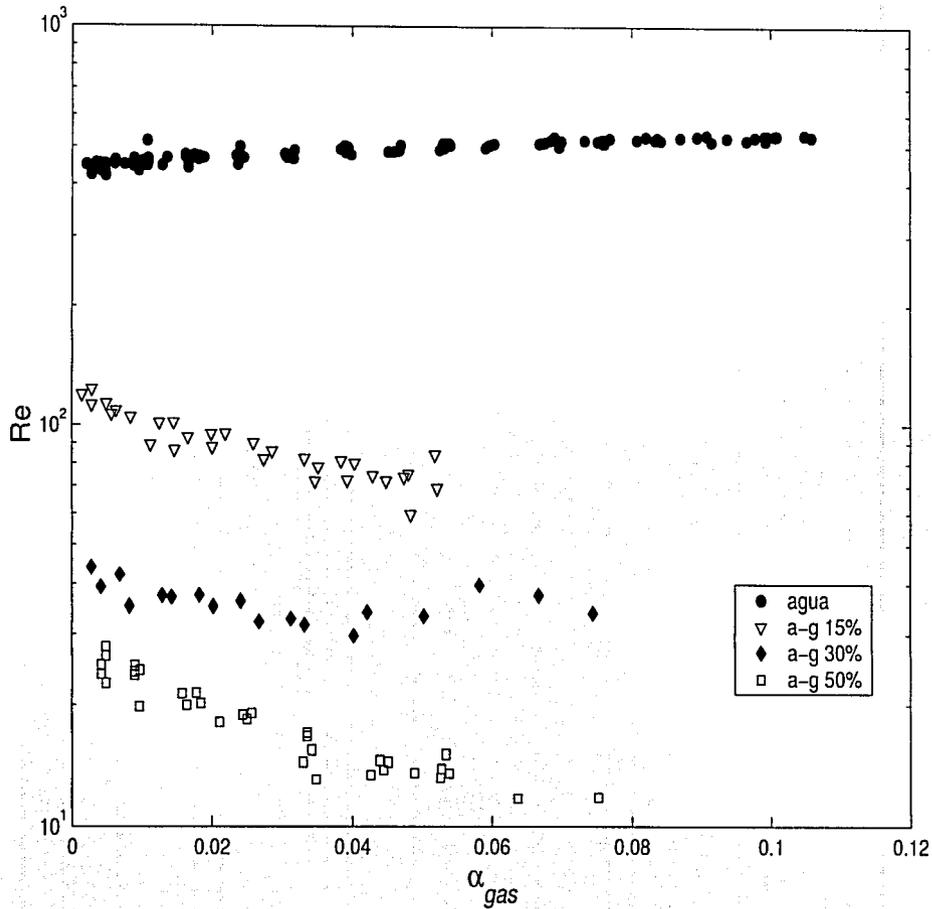


Figura 3.7: Número de Reynolds de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas.
 $(Re = \frac{\rho_f v_b d_b}{\mu_f})$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

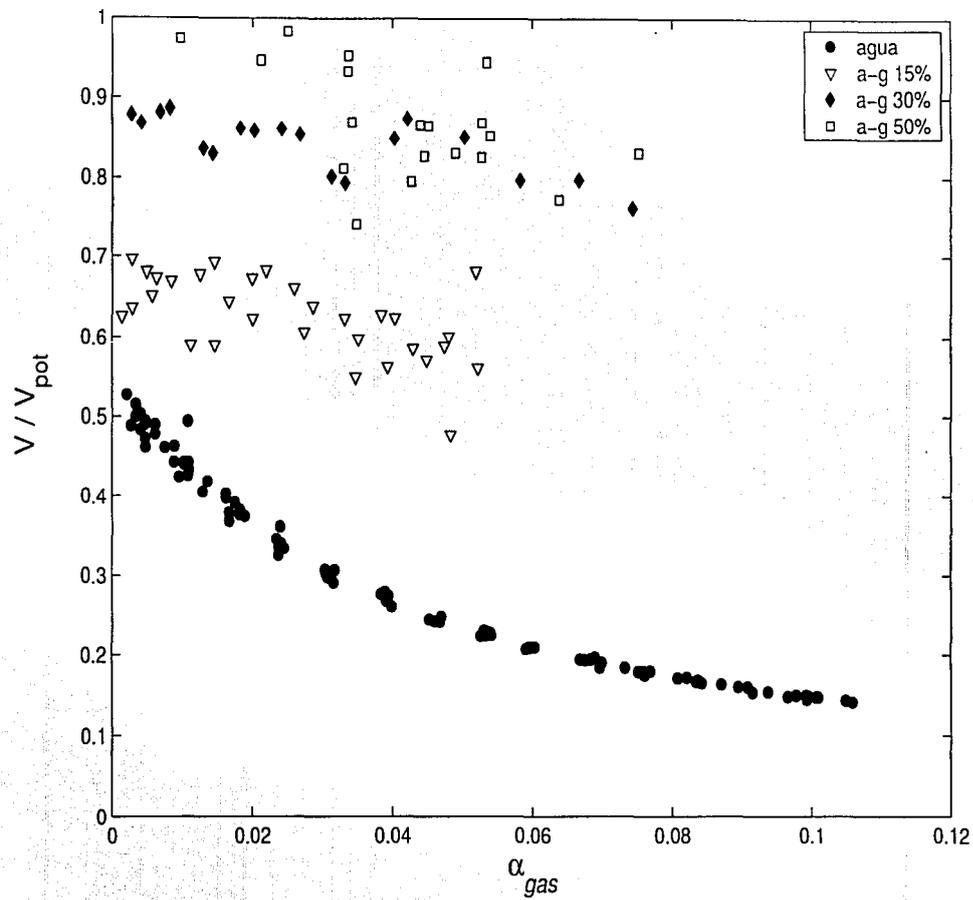


Figura 3.8: Velocidad adimensional suponiendo flujo potencial de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas

En la gráfica del número de Reynolds como función de la fracción volumétrica del gas (figura 3.7) se observa que los números de Reynolds promedio para las soluciones utilizadas fueron¹: $Re_0 \approx 500$, $Re_{15} \approx 90$, $Re_{30} \approx 35$ y $Re_{50} \approx 18$. Con agua pura el Re aumenta ligeramente con la concentración, en los demás casos este número disminuye. Como ya se mencionó, el diámetro de las burbujas en las soluciones con glicerina se mantiene casi constante mientras que la velocidad media del flujo disminuye ligeramente.

En la figura 3.8 se observa que el flujo en líquidos más viscosos la velocidad adimensional está cerca de 1, lo que indica que la aproximación a flujo potencial podría ser más válida, a diferencia del flujo de burbujas en agua pura. Una explicación de este fenómeno puede ser de nuevo el diámetro de las burbujas. En las soluciones viscosas el factor de forma es cercano a la unidad, mientras que en agua pura este valor está alrededor de 1.4. El efecto de burbujas esféricas pesa más que el de la viscosidad del líquido intersticial. Para burbujas con un diámetro de 2 mm se genera recirculación y vórtices lo que se aleja de la suposición del flujo ideal, lo que se ve reflejado en la gráfica.

3.5. Número de Weber

El número de Weber es la relación existente entre las fuerzas inerciales y las fuerzas de tensión superficial. Este parámetro adimensional es importante cuando su valor es pequeño, es decir cuando las fuerzas de tensión superficial son grandes, por lo que en experimentos con gotas, burbujas o partículas debe ser considerado. Su definición es

$$We = \frac{\rho v^2 d}{\sigma} \quad (3.13)$$

donde ρ es la densidad del fluido, σ es la tensión superficial en la interfaz, d es un diámetro característico y v una velocidad característica. En nuestro caso la definición del número de Weber está dado por la ecuación (1.43).

La figura 3.9 muestra el número de Weber como función de la fracción volumétrica del gas para los distintos líquidos empleados. Se observa que el

¹el subíndice indica el porcentaje de glicerina de la solución

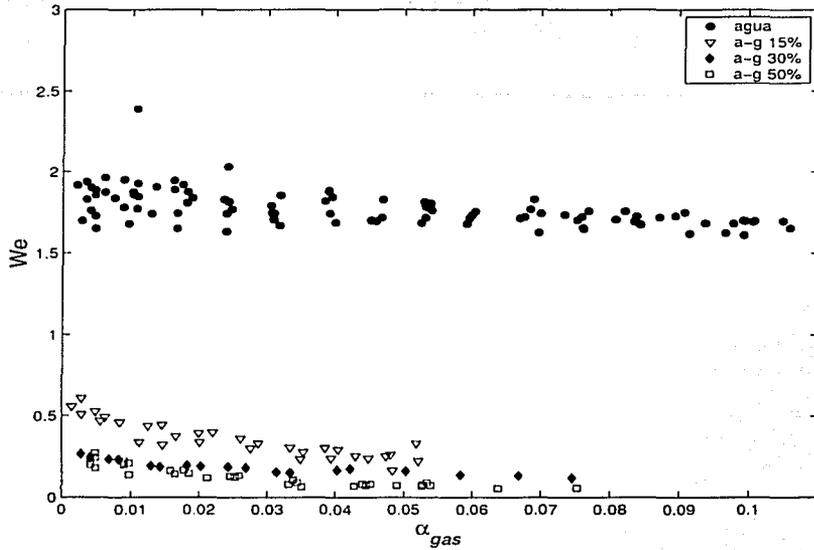


Figura 3.9: Número de Weber de las distintas soluciones en función de la fracción volumétrica del gas

número de Weber es menor para los flujos viscosos, lo cual indica que las burbujas son más esféricas en estos casos. Para el caso de agua el número de Weber sigue siendo bajo, alrededor de 1.5. Sin embargo, es mayor al de las soluciones con glicerina, debido a que las burbujas son más grandes y tienen una velocidad más alta. En todos los casos el número de Weber disminuye con la concentración. Estos resultados apoyan la consideración de que el flujo potencial es adecuado para describir estos flujos.

3.6. Mediciones por ADI

Los resultados obtenidos con el análisis digital de imágenes (ADI) se compararon con los que se obtuvieron con el sistema de impedancia. Las figuras 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13 muestran los resultados para las soluciones de agua y agua-glicerina al 15, 30 y 50 % respectivamente. Además con el ADI se pueden obtener mediciones de la componente horizontal de la velocidad así como su desviación estándar y por lo tanto también se puede calcular la agitación horizontal. Esta técnica está restringida a flujos diluidos, en donde existe un contraste entre el fondo y las burbujas.

En cada figura hay cuatro gráficas, nombradas con las letras A, B, C y D. Para todos los casos la gráfica A es la comparación de la velocidad media del flujo medida con las puntas de impedancia y con el ADI. La gráfica B muestra la desviación estándar vertical obtenida con ambas técnicas. La gráfica C muestra la razón de la velocidad horizontal media y la velocidad vertical media. Por último la gráfica D muestra las magnitudes de la desviación estándar de las velocidades vertical y horizontal, ambas obtenidas del ADI.

Con la solución de agua pura (figura 3.10) las velocidades medias con ambas técnicas resultaron ser prácticamente iguales, así como la desviación estándar de la velocidad vertical. También observamos que la componente horizontal de la velocidad es menor al 10 % de la componente vertical, y además disminuye con la concentración. La desviación vertical para flujo diluido es mayor a la horizontal, sin embargo en flujos más concentrados se vuelven de la misma magnitud, lo que indica que la trayectoria de las burbujas se hace más oscilante. Para las concentraciones altas, el valor de σ_h y de σ_v , son casi de la misma magnitud, esto indica un flujo igualmente agitado en la dirección horizontal como en la vertical, es decir isotrópico.

En el caso de la solución de agua-glicerina al 15 % (figura 3.11), las velocidades medias obtenidas por ambas técnicas concuerdan. En la comparación de las desviaciones estándar de V_u , se observa que es menor a la obtenida por ADI, lo que se podría explicar con el tiempo de análisis del software XCAP. Como el programa tiene cierta memoria disponible para almacenar las imágenes, sólo fue posible guardar una secuencia de aproximadamente

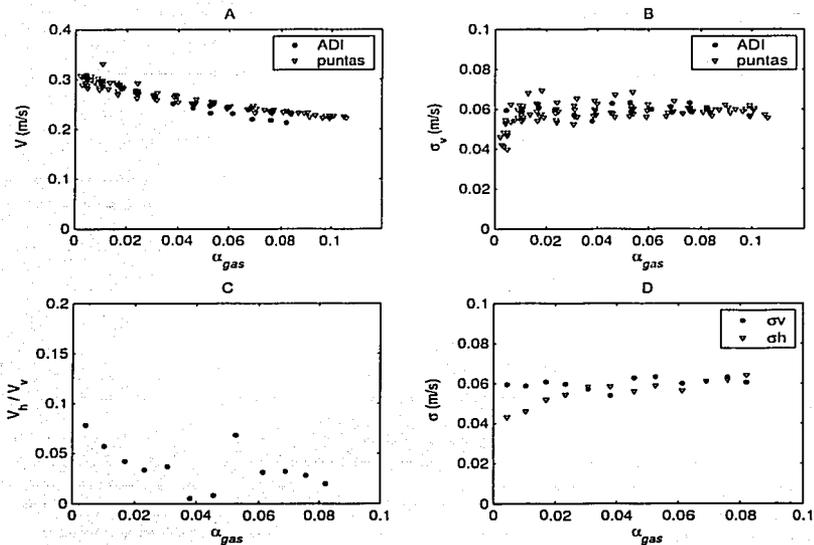


Figura 3.10: Resultados del ADI para la solución de agua pura: (A) Velocidad media del flujo, (B) σ_{vert} , (C) $\frac{V_h}{V_v}$, (D) Comparación de la desviación estándar vertical con la horizontal, obtenidas de ADI. Todas las gráficas como función de la fracción volumétrica del gas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

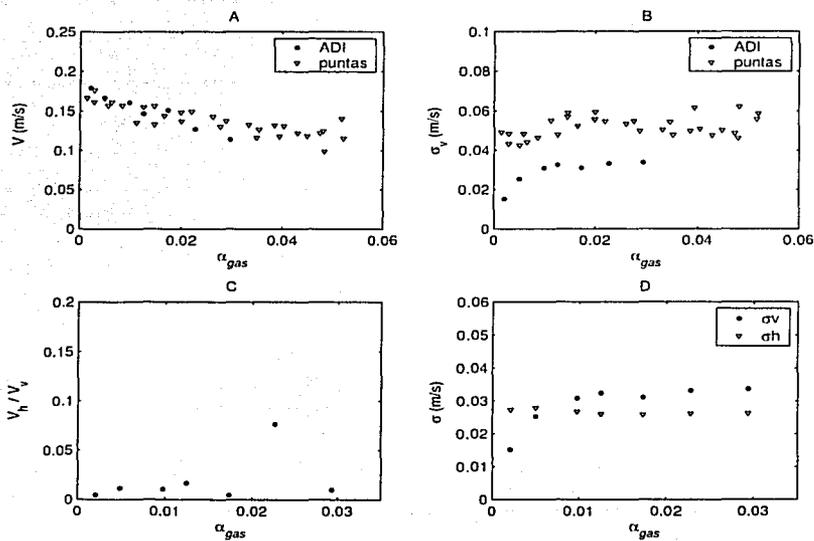


Figura 3.11: Resultados del ADI para la solución de agua-glicerina al 15%: (A) Velocidad media del flujo, (B) σ_{vert} , (C) $\frac{V_h}{V_v}$, (D) Comparación de la desviación estándar vertical con la horizontal, obtenidas de ADI. Todas las gráficas como función de la fracción volumétrica del gas.

200 cuadros, si el vídeo se grabó a una velocidad de 500 *cps*, entonces tenemos un tiempo de procesamiento de menos de medio segundo. Se puede pensar que en ese período de análisis las burbujas no presentaron tantas colisiones entre ellas y entonces su velocidad fue más uniforme, o bien que los parámetros de procesamiento en el *seguimiento* de las burbujas fueran muy limitados y descartaran otras burbujas.

La componente horizontal de la velocidad es en promedio el 2 % lo que indica que el flujo se mueve casi verticalmente, por lo menos en ese rango de concentraciones. La comparación de las desviaciones estándar de V_v y V_h , muestra que aumenta la vertical y la horizontal se mantiene constante. Esto afirma que se agita más el fluido a mayor concentración de burbujas. En este caso también tanto σ_h como σ_v , para las concentraciones altas estas mediciones resultan ser parecidas en magnitud, por lo que también se puede considerar un flujo isotrópicamente agitado.

La velocidad obtenida del ADI, con agua-glicerina al 30 % (figura 3.12), resultó ligeramente mayor a la que se obtuvo del sistema de impedancia. De igual manera la desviación estándar de V_v obtenida por el ADI es mayor. La razón $\frac{V_h}{V_v}$ aumenta con la concentración, debido a un efecto conjugado de que la componente vertical disminuye y la horizontal aumenta ligeramente. Esta razón llega hasta un valor cercano al 15 % evidenciando que la agitación es mayor para flujos más viscosos. La comparación de las desviaciones estándar de V_v y V_h muestra que la vertical es mayor que la desviación de la horizontal. Ninguna de las dos aumentan perceptiblemente, por lo que en este caso el flujo es más agitado en la dirección vertical que en la horizontal, pero hay que recordar que las mediciones realizadas fueron en un rango más estrecho de fracción volumétrica.

En el caso de la solución agua-glicerina al 50 % (ver figura 3.13), las velocidades medias del flujo concordaron con ambos métodos, de igual manera la desviación estándar de V_v obtenida del ADI es semejante. La razón $\frac{V_h}{V_v}$ aumenta con la concentración, por el efecto conjugado de que la componente vertical disminuye y la horizontal aumenta ligeramente (hasta un 8 % de la componente vertical). La desviación estándar de V_v es mayor a la de la horizontal y aumenta con la fracción volumétrica mientras que la

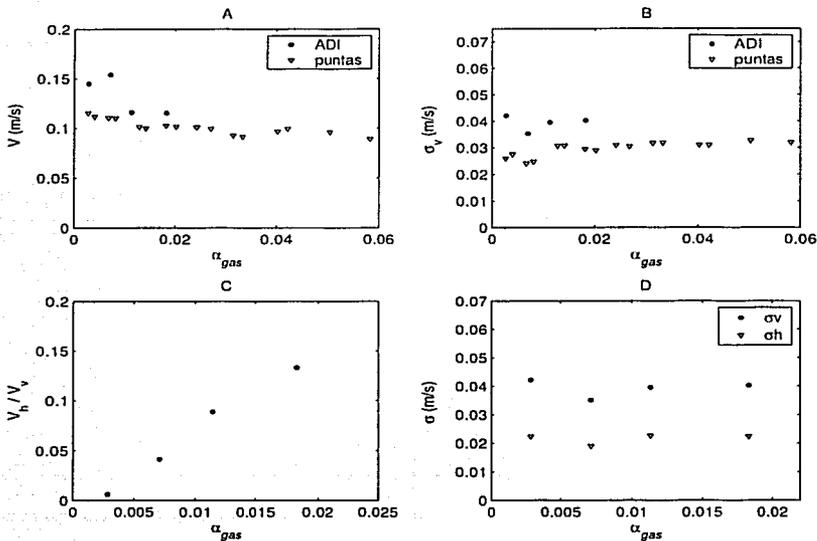


Figura 3.12: Resultados del ADI para la solución de agua-glicerina al 30%: (A) Velocidad media del flujo, (B) σ_{vert} , (C) $\frac{V_h}{V_v}$, (D) Comparación de la desviación estándar vertical con la horizontal, obtenidas de ADI. Todas las gráficas como función de la fracción volumétrica del gas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

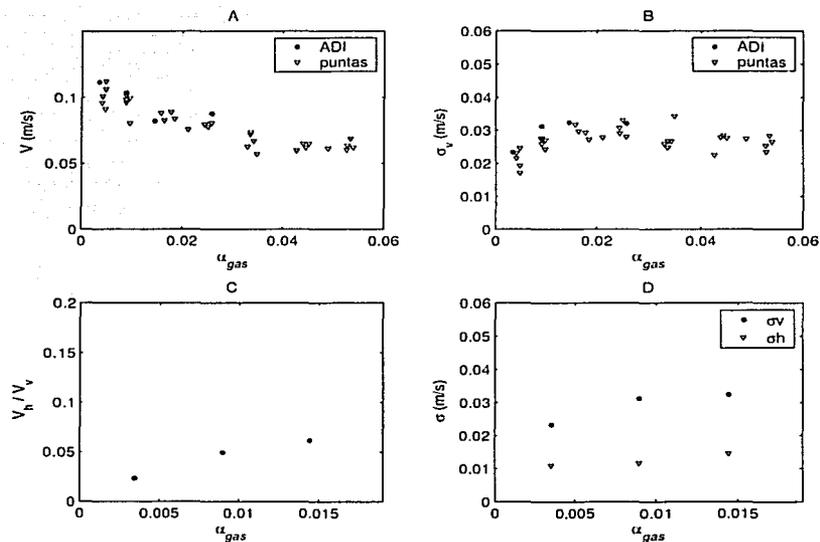


Figura 3.13: Resultados del ADI para la solución de agua-glicerina al 50%: (A) Velocidad media del flujo, (B) σ_{vert} , (C) $\frac{V_h}{V_v}$, (D) Comparación de la desviación estándar vertical con la horizontal, obtenidas de ADI. Todas las gráficas como función de la fracción volumétrica del gas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

desviación estándar de V_h se mantiene casi constante. De igual forma que para el caso de 30%, este flujo es más agitado en la dirección vertical que en la horizontal.

Capítulo 4

Conclusiones

Se estudiaron experimentalmente flujos de burbujas con un rango de concentraciones del 0.4 al 10 por ciento para un rango de números de Reynolds ($Re \approx 10-5 \times 10^2$). Las mediciones de las velocidades medias se realizaron con dos técnicas distintas (puntas de impedancia y análisis digital de imágenes) y se obtuvieron resultados similares. Ambas técnicas presentan puntos a favor y otros en contra. El procesamiento con ADI es rápido y sencillo para flujos diluidos, en los cuales existe un marcado contraste entre el fondo y las burbujas, mientras que en flujos concentrados ya no es posible seguir individualmente a las burbujas. Por otro lado el sistema de puntas de impedancia es un método fácil de implementar. Pero en soluciones muy concentradas de agua-glicerina, debido a la cantidad de choques, el procesamiento de los archivos de voltaje debe ser muy selectivo y cuidadoso. Considero que ambas técnicas sincronizadas permitirían un análisis y procesamiento más fáciles.

En todos los casos la velocidad media del flujo disminuye con la fracción volumétrica de gas (α_g). Las interacciones hidrodinámicas entre burbujas provocan disipación de energía cinética y hacen que la velocidad media disminuya. Estos resultados no sólo ratifican otros resultados experimentales sino que también están concordes a simulaciones numéricas (Tryggvason [3]).

El efecto viscoso en las soluciones afecta la velocidad terminal considerablemente. A medida que la solución se hace más viscosa, el cambio en la

velocidad media en flujos diluidos se hacen menos notorios. En soluciones más viscosas la agitación es mayor, lo que indica que son flujos más fluctuantes, puesto que hay burbujas con una trayectoria más oscilatoria y con cambios de dirección como consecuencia de choques entre ellas mismas o efecto de las fluctuaciones en la fase continua (líquido).

La forma y tamaño de las burbujas también cambian para líquidos de diferentes viscosidades. Las burbujas son más esféricas y homogéneas de tamaño en las soluciones con glicerina, mientras que en la solución de agua pura el tamaño es dependiente de la concentración (aumenta con ésta) y su forma es elipsoidal.

El cambio de la velocidad adimensional como función de la concentración para los líquidos investigados fue similar, sin embargo, para el número de Reynolds el caso del agua es diferente, pues aumenta y en los demás casos disminuye. Esto es como consecuencia del aumento del diámetro con la fracción volumétrica. También se observa que la adimensionalización con la velocidad característica en flujo potencial arroja resultados quizá inesperados. En los líquidos más viscosos la velocidad media es más cercana a la velocidad suponiendo un flujo irrotacional, debido a que las burbujas son más pequeñas y más esféricas que en el caso de agua pura.

Por otra parte, los resultados obtenidos del ADI concuerdan con los obtenidos con las puntas de impedancia y gracias a esta técnica de medición se obtuvieron velocidades horizontales de las burbujas. Se encontró que la velocidad horizontal siempre fue menor que la vertical y aumentó en magnitud para las soluciones viscosas. Esto corrobora un aumento en la agitación del flujo a menor número de Reynolds.

Trabajo a futuro

- Hacer mediciones dentro del rango de números de Reynolds entre las soluciones de agua pura y la de 15% de glicerina puesto que es en la solución de agua donde los diámetros no se comportan de manera parecida a como sucede con las soluciones de glicerina estudiadas.
- Implementar la técnica de anemometría de hilo caliente. Con esta

técnica se podrían medir las fluctuaciones de la fase continua (líquido), cuantificar los esfuerzos de Reynolds y la velocidad media del líquido

- Utilizar procesamiento más avanzado de imágenes para cuantificar la existencia de los cúmulos horizontales, tan reportados en simulaciones numéricas y también experimentales.
- Implementar la técnica de PIV (Particle Image Velocimetry), con la cual se podría tener el campo de velocidades en la fase continua. Sin embargo para implementar esta técnica se tendrían que generar burbujas en un plano por donde pasara la hoja láser.
- Convendría también estudiar un flujo de burbujas con distintos tamaños para poder entender más sobre la interacción partícula/partícula y el efecto de soluciones dispersas en tamaño.
- Considerar líquido intersticial no-newtoniano. Así se podrían estudiar efectos de elasticidad o de adelgazamiento.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Apéndice A

Programas de Matlab

Procesamiento de los archivos de voltaje

```
clear all tim=cputime;
%parametros de procesamiento
n_arch=10;
ruta=['d:\usuarios\nailuj\tesis\datos_voltaje\glictres30\p120\cor1\'];
thr=0.03;
%distancia entre puntas
dist=1.2e-3;

%parametros de filtros
sfreq=40000; nfreq=.5*sfreq; cofreq=100; pasalta=5;
[bprim,aprim]=butter(4,cofreq/nfreq,'low');
[b,a]=butter(4,pasalta/nfreq,'high'); termvel=.35;

%vector de fracción volumétrica
h_ini=102.7+36.8; delta=[0.5 1.1 1.8 2.8 3.8 5.2 6.6 7.7 9 10.3];
for c=1:n_arch
    f_vol(c)=delta(c)/(delta(c)+h_ini);
end

%ciclo de procesamiento

for mas=1:n_arch
    data=[ruta 's' num2str(mas) '_1.txt'];
    load(data);
    dat=eval(['s'num2str(mas) '_1']);

    time=0:1/sfreq:(length(dat)-1)/sfreq;
```



```

ivfm1=dat(:,1);
ivfm2=dat(:,2);
clear dat;
%filtrado de los vectores voltaje
ivfm1=filtfilt(bprim,aprim,ivfm1);
ivfm2=filtfilt(bprim,aprim,ivfm2);

ivfm1=filtfilt(b,a,ivfm1);
ivfm2=filtfilt(b,a,ivfm2);

%detección de choques con las puntas
bin=zeros([length(ivfm1),1]);
for i=2:length(ivfm1)-1,
    if ivfm1(i)>thr & ivfm1(i+1)>thr & ivfm1(i-1)>thr,
        bin(i)=1;
    end
end
gasvf=sum(bin)/length(bin);
dur=0;
flag=0;
count=0;
duration=zeros(5,1);
for i=1:length(bin),
    if bin(i)==1,
        flag=1;
        if flag==1,
            dur=dur+1;
        end
    else
        flag=0;
    end
    if bin(i)==1 & bin(i+1)~=1
        count=count+1;
        duration(count)=dur;
        indice(count)=i-dur;
        dur=0;
    end
end
indice=indice';
crate(mas)=count/max(time);
clear bin;

% calculo de la velocidad media
[cross, lags]=xcorr(ivfm1,ivfm2,1800);
lags=lags/sfreq;
[max, ind]=max(cross);
timelag=lags(ind);

```

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

```

bvelocity(mas)=dist/timelag

%calculo de la velocidad en zonas locales
win=round(dist/abs(bvelocity(mas))*3*sfreq);
gap=200;
for i=1:length(duration),
    if indice(i)+win+gap<length(ivfm1) & indice(i)-gap>0,
        [cr, lag]=xcorr(ivfm1(indice(i)-gap:indice(i)+win+gap),
            ivfm2(indice(i)-gap:indice(i)+win+gap));
        [max, ind]=max(cr);
        timelag=lag(ind)/sfreq;
        bvel(i)=dist/timelag;
        %filtros para discriminar velocidades falsas
        if bvel(i)>=0.25
            bvel(i)=NaN;
        else
            if timelag<=0 | max<=1,
                bvel(i)=NaN;
            else
                bvel(i)=dist/timelag;
            end
        end
    end
end

count2=0;
for i=1:length(bvel),
    if bvel(i)<.02 | bvel(i)>.18,
        bvel(i)=NaN;
        chord(i)=NaN;
    else
        chord(i)=duration(i)/sfreq.*bvel(i);
        count2=count2+1;
    end
end

for i=1:length(bvel),
    if chord(i)>4e-3 | chord(i)<.1e-3,
        bvel(i)=NaN;
        chord(i)=NaN;
        count2=count2-1;
    end
end

bvelocity2(mas)=nanmean(bvel)
line([bvelocity2(mas) bvelocity2(mas)], [0 0.4], 'LineStyle', '--', 'Color', 'g')
bvelstd(mas)=nanstd(bvel);

```

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

```

diam(mas)=nanmean(chord);
nobubbles=count2/1000;
re(mas)=bvelocity(mas)*diam(mas)*1000/1.1e-3;
we(mas)=bvelocity(mas)^2*diam(mas)/2*1000/.073;
resul(mas,1)=f_vol(mas);
resul(mas,2)=crate(mas);
resul(mas,3)=bvelocity(mas);
resul(mas,4)=bvelocity2(mas);
resul(mas,5)=bvelstd(mas);
resul(mas,6)=diam(mas);

cputime-tim

clear ivfml;
clear ivfm2;
clear bvel
clear duration;
clear max;
clear ind;
clear cross;
clear lags;
clear cr;
clear lag;
end
%salvando los resultados a un archivo
save g30tc1_v1_p120w3.txt resul /ascii

```

Procesamiento de los archivos obtenidos después de hacer el particle tracking con el XCAP

```

clear all;
%defino las fracciones volumetrica
delta=[0.65 1.55 2.55 3.5 4.65 5.8 7.05 8.2 9.6 10.85
12.05 13.15];
n_archi=12;
hini=44.5;
for c=1:n_archi
    fraccvol(c)=delta(c)/(delta(c)+102.7+hini);
end
%ruta de los archivos
ruta=['e:\usuarios\julian\tesis\video\agua'];

%escalas de pixeles a cm
eh=120;
ev=102;

```

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

```

%cuadros por seg a los que se grabaron
cps=500;
%parámetros para el histograma y filtros
caja=100;
porcen=0.8;
rel_vhvy=0.3;

%analiza todos los archivos
for gen=1:n_archi
    datos=[ruta 'ag_' num2str(gen) '.txt'];
    load(datos);
    dat=eval(['ag_' num2str(gen)]);
    %carga el archivo y divide las columnas
    [a,b]=size(dat);
    posx0=dat(:,1);
    posy0=dat(:,2);
    posx1=dat(:,3);
    posy1=dat(:,4);
    posx2=dat(:,5);
    posy2=dat(:,6);
    for c=1:a
        vy1(c)=(posy1(c)-posy0(c))*cps/(ev*100);
        vy2(c)=(posy2(c)-posy1(c))*cps/(ev*100);
        vx1(c)=(posx1(c)-posx0(c))*cps/(eh*100);
        vx2(c)=(posx2(c)-posx1(c))*cps/(eh*100);
        acel(c)=(vy2(c)-vy1(c))*cps;
    end
    %hace el histograma y obtiene la aceleracion máxima
    [n,v]=hist(acel,caja);
    [nv1,clasv1]=hist(vy1,caja);
    [nv2,clasv2]=hist(vy2,caja);

    figure(5)
    plot(clasv1,nv1,'b*')
    figure(6)
    plot(v,n,'b*')
    figure(7)
    plot(clasv2,nv2,'b*')
    %determina el valor de acel max
    inicio=1;
    for c=1:caja
        if n(inicio)<=n(c)
            inicio=c;
        end
    end
    incre=v(1)-v(2);
    cant=n(inicio);

```

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

```

pot=1;
k=0;
band=1;
suma=0;
for c=1:caja
    suma=suma+n(c);
end
lim_i(1)=inicio;
lim_i(2)=inicio;
while cant<=porcen*a
    val=(-1)^(pot+1)*(pot-k);
    cant=cant+n(inicio+val);
    lim_i(band+1)=inicio+val;
    pot=pot+1;
    if band==1
        k=k+1;
        band=0;
    else
        band=1;
    end
end
acelmax=(v(lim_i(2))+abs(v(lim_i(1))))/2;

suma=0;
sumah=0;
num=0;
%filtros para las velocidades
for c=1:a
    if abs(acel(c))<=acelmax
        vvert(c)=vy1(c);
        vhor(c)=vx1(c);
        suma=suma+vy1(c);
        sumah=sumah+vx1(c);
        num=num+1;
    else
        vvert(c)=NaN;
        vhor(c)=NaN;
    end
end
desv_vert(gen)=nanstd(vvert)
desv_hor(gen)=nanstd(vhor)
if num~=0
    velprom(gen)=abs(suma/num)
    velpromh(gen)=abs(sumah/num)
end
%guardo resultados
result(gen,1)=fraccvol(gen);

```

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

```

result(gen,2)=velprom(gen);
result(gen,3)=velpromh(gen);
result(gen,4)=desv_vert(gen);
result(gen,5)=desv_hor(gen);

clear a;
clear b;
clear c;
clear n;
clear v;
clear vy1;
clear vx1;
clear vy2;
clear vx2;
clear acol;
end
save agn2_epost.txt result /ascii

```

Procesamiento de las imágenes para obtener diámetros característicos

```

clear all;
%defino cuántas imágenes tengo
n_fot=8;
%defino cuántas burbujas mido por foto
bxim=round(100/n_fot);
%escala de ampliación de foto
e_foto=0.5; e_escal=0.9;

ruta=['d:\usuarios\julian\tesis\imagenes\aguados\'];
%factor de pixeles a cm
ev=332; eh=330; clf
%
set(figure(1),'visible','off');
%ciclo en donde mido los diámetros al situarme
%con el mouse en los extremos de la burbuja
for c=1:n_fot
    nom=['ruta 'a2pf150_' num2str(c) '.jpg'];
    foto=imread(nom,'jpg');
    figure('Position',[70 70 e_foto*(size(foto,2)) e_foto*(size(foto,1))]);
    image(foto)
    set(gca,'Position',[0 0 1 1]);
    set(gca,'units','pixel');
    [x,y]=ginput(4*bxim);
    for j=1:4*bxim
        posi(((c-1)*4*bxim)+j,1)=x(j);
    end
end

```

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

```

    posi(((c-1)*4+bxim)+j,2)=y(j);
end
clf
end
%ciclo para convertir posiciones a diámetros
for j=1:bxim*n_fot
    %diam hor
    diam(j,1)=(10/oh)*sqrt((posi(1+(4*(j-1)),1)-posi(2+(4*(j-1)),1))^2+
        (posi(1+(4*(j-1)),2)-posi(2+(4*(j-1)),2))^2);
    %diam ver
    diam(j,2)=(10/ev)*sqrt((posi(3+(4*(j-1)),2)-posi(4+(4*(j-1)),2))^2+
        (posi(3+(4*(j-1)),1)-posi(4+(4*(j-1)),1))^2);
    razd(j)=diam(j,1)/diam(j,2);
    dequiv(j)=(diam(j,1)*diam(j,1)*diam(j,2))^(1/3);
end
dequivalente=mean(dequiv)
deqstd=std(dequiv)
razd_prom=mean(razd)
razstd=std(razd)

resul(1)=dequivalente;
resul(2)=deqstd;
resul(3)=razd_prom;
resul(4)=razstd;

%guardo los resultados en archivos de texto
save rdagdos150_1.txt resul /ascii

save diamagdos150_1.txtdiam/ascii
save xyagdos150_1.txt posi/ascii

```

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Apéndice B

Presentaciones del trabajo



MEXICO CITY, MEXICO, FEBRUARY 10-12, 2003

Organized by the Materials Research Institute of the National Autonomous University of Mexico

ABSTRACTS AND PROGRAM



UN/M&M
POSGRUADO

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CMFP-4

The rheology of gravity driven bubbly liquids.

J. Martínez, R. Zenit

Instituto de Investigaciones en Materiales

UNAM

Experiments on a vertical channel were performed to study the behavior of a monodispersed bubble suspension. Using water and water-glycerin mixtures, we were able to obtain measurements for a range of Reynolds and Weber numbers. To generate a uniform stream of bubbles an array of identical capillaries was used. To avoid the coalescence effects, a small amount of salt was added to the interstitial fluid, which did not affect the fluid properties significantly. Measurements of the bubble phase velocity were obtained using a dual impedance probe and through high speed digital video processing. We also obtained measurements of the bubble size and shape as a function of the gas volume fraction for the different flow regimes.

We found that, for all cases, the bubble velocity decreases as mean gas volume fraction increases. The flow agitation, characterized with the bubble velocity variance, increases with bubble concentration. The flow becomes unstable for lower gas concentrations as the viscosity of the interstitial fluid increases.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

OF THE AMERICAN PHYSICAL SOCIETY

**PROGRAM OF THE 55th ANNUAL MEETING
OF THE DIVISION OF FLUID DYNAMICS**

American Physical Society
November 24 - 26, 2002
55th Annual Meeting
of the Division
of Fluid Dynamics

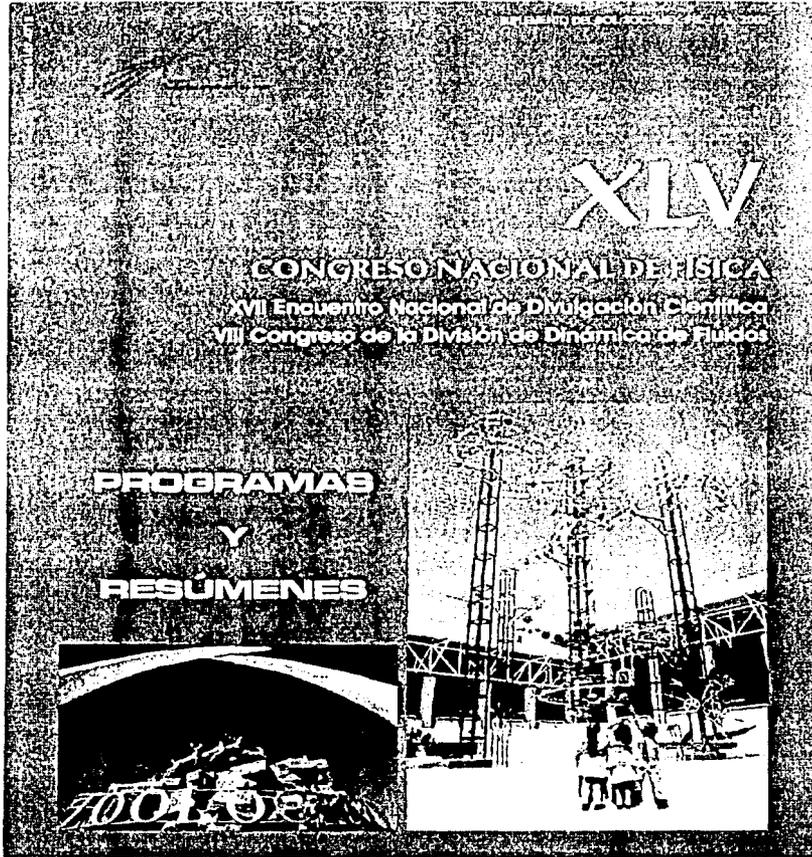


November 24-26, 2002
Dallas, Texas

November 2002

Volume 47, No. 10

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

SH3 Fuerza para desplazar una columna granular confinada en un cilindro

Diego Amey y Celia, Guillermo Pineda y Roberto Zúñiga
Instituto de Investigaciones en Matemáticas,
Universidad Nacional Autónoma de México,
Apto. Postal 700, Ciudad Universitaria, Ciudad de México

Resúmenes matemáticos para determinar la fuerza necesaria para desplazar una columna granular confinada dentro de un cilindro por medio de un pistón cilíndrico. El ángulo de fricción estático se modela en un sistema LHS para obtener mediciones experimentales de la fuerza y el desplazamiento. El modelo granular, formado por partículas de vidrio, muestra discrepancias de un orden de magnitud de un factor de diez y se le atribuyen discrepancias con un patrón de aumento. En la base del pistón se genera un fenómeno de fuerza resistente de fricción experimentales para dos columnas de partículas, con fricción y un rango de alturas de columna y velocidades de desplazamiento.

Comenzamos con la fuerza necesaria para mover al material granular confinado dentro de un cilindro de vidrio con una fricción estática. El modelo granular, formado por partículas de vidrio, muestra discrepancias de un orden de magnitud de un factor de diez y se le atribuyen discrepancias con un patrón de aumento. En la base del pistón se genera un fenómeno de fuerza resistente de fricción experimentales para dos columnas de partículas, con fricción y un rango de alturas de columna y velocidades de desplazamiento.

SH4 MEZCLAS DE MEDIOS GRANULADOS CON DIFERENCIA DE MASA R. Chacón, R. Peralta-Lab.

Departamento de Física, UNAM y IMA, Cerecote, Departamento de Física, UNAM, México

Resúmenes matemáticos para estudiar la mezcla de dos medios granulares con diferentes propiedades. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de mezcla que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de mezcla que depende de la altura del canal y de la fricción. Después de haber realizado un estudio de la mezcla de dos medios granulares con diferentes propiedades, se muestra que el modelo de mezcla que se muestra en el artículo depende de la altura del canal y de la fricción. Después de haber realizado un estudio de la mezcla de dos medios granulares con diferentes propiedades, se muestra que el modelo de mezcla que se muestra en el artículo depende de la altura del canal y de la fricción.

Resúmenes matemáticos para estudiar la mezcla de dos medios granulares con diferentes propiedades. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de mezcla que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de mezcla que depende de la altura del canal y de la fricción.

SH5 MODELO DEL MOVIMIENTO HIPERBÓLICO ELÍPTICO O PARABÓLICO G. Carralero-Rubio, R. Reche, R. Peralta-Lab.

Departamento de Física, UNAM y IMA, Cerecote, Departamento de Física, UNAM, México

Resúmenes matemáticos para estudiar el movimiento hiperbólico elíptico o parabólico en un medio granular. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de movimiento hiperbólico elíptico o parabólico que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de movimiento que depende de la altura del canal y de la fricción.

Resúmenes matemáticos para estudiar el movimiento hiperbólico elíptico o parabólico en un medio granular. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de movimiento hiperbólico elíptico o parabólico que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de movimiento que depende de la altura del canal y de la fricción.

SH6 Modelo teórico y numérico para la línea de contacto en los fluidos de Cahn y Hillard

J. J. Tapia, CITEFI, Av. del Parque 1110, Mesa de Oca, 22510 Tijuana, BC y P. G. Lopez, CRESF Km 100 Car. Tijuana-Ensenada, 22800, Ensenada, B. C.

Resúmenes matemáticos para estudiar la línea de contacto en los fluidos de Cahn y Hillard. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de línea de contacto que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de línea de contacto que depende de la altura del canal y de la fricción.

SH7 APLICACION DE LOS MODELOS EQUILIBRIO Y DIFUSIONALES PARA EL ESTUDIO DE LA SEPARACIÓN DE PARTICULAS SUSPENDIDAS EN CAJAS DE FLUIDOS

J. J. Tapia, CITEFI, Av. del Parque 1110, Mesa de Oca, 22510 Tijuana, BC y P. G. Lopez, CRESF Km 100 Car. Tijuana-Ensenada, 22800, Ensenada, B. C.

Resúmenes matemáticos para estudiar la separación de partículas suspendidas en cajas de fluidos. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de separación de partículas que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de separación de partículas que depende de la altura del canal y de la fricción.

SH8 Velocidad de ascenso de la fase dispersa en líquidos burbujeantes

Julian Ramirez Morales y Roberto Zúñiga
Instituto de Investigaciones en Matemáticas,
Universidad Nacional Autónoma de México,
Apto. Postal 700, Ciudad Universitaria, Ciudad de México

Resúmenes matemáticos para estudiar la velocidad de ascenso de la fase dispersa en líquidos burbujeantes. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de velocidad de ascenso que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de velocidad de ascenso que depende de la altura del canal y de la fricción.

Resúmenes matemáticos para estudiar la velocidad de ascenso de la fase dispersa en líquidos burbujeantes. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de velocidad de ascenso que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de velocidad de ascenso que depende de la altura del canal y de la fricción.

Resúmenes matemáticos para estudiar la velocidad de ascenso de la fase dispersa en líquidos burbujeantes. El modelo está contenido entre dos discos separados una distancia fija, formando un canal de flujo. Los efectos que tienen la gravedad y la fricción se consideran en el modelo. El modelo de velocidad de ascenso que se muestra en el artículo muestra un comportamiento de velocidad de ascenso que depende de la altura del canal y de la fricción.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Poster aceptado para exponerse en el Euromech Fluid Mechanics Conference

Toulouse Francia del 24 al 28 de agosto de 2003

Bubbles rising in a vertical channel for $Re > 1$ and $We < 1$

J.Martinez-Mercado and R. Zenit
Instituto de Investigaciones en Materiales
Universidad Nacional Autónoma de México
Apdo.Postal 70-360, Coyoacán
México, D.F. 04510

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Experiments on a vertical channel were performed to study the behavior of a monodispersed bubble suspension. Using water and water-glycerin mixtures, we were able to obtain measurements for a wide range of Reynolds and Weber numbers. To generate a uniform stream of bubbles an array of identical capillaries was used. To avoid the coalescence effects, a small amount of salt was added to the interstitial fluid, which did not affect the fluid properties significantly. Measurements of the bubble phase velocity were obtained using a dual impedance probe and through high speed digital video processing. We also obtained measurements of the bubble size and shape as a function of the gas volume fraction for the different flow regimes.

We found that, for all cases, the bubble velocity decreases as mean gas volume fraction increases. The flow agitation, characterized by the bubble velocity variance, increases with bubble concentration. The flow becomes unstable for lower gas concentrations as the viscosity of the interstitial fluid increases. Direct comparisons are performed with recent theoretical and computational studies for the same range of conditions.

Bibliografía

- [1] BATCHELOR, G.K. 1967 An introduction to fluid dynamics. Cambridge University Press.
- [2] BRODKEY, R. 1995 The phenomena of fluid motions. Dover Publications.
- [3] BUNNER B., TRYGGVASON G. 2002 Dynamics of homogeneous bubbly flows. Part 1. Rise velocity and microstructure of the bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*. **466**, 17–52.
- [4] BUNNER B., TRYGGVASON G. 2002 Dynamics of homogeneous bubbly flows. Part 2. Velocity fluctuations. *Journal of Fluid Mechanics*. **466**, 58–84.
- [5] DUINEVELD, P.C. 1995 The rise and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*. **292**, 325–332.
- [6] G Programming reference manual. National Instruments. 1998 Edition.
- [7] KANG S., SANGANI A. 1997 Rheology of dense bubble suspensions. *Physic Fluids*. **9**, 1540–1561.
- [8] KOK, J.B. 1998 Dynamics of gas bubbles moving through liquid. *PhD thesis*. University of Twente.
- [9] LAMMERS, J.H. 1994 The stability of bubbly flows. Department of Applied Physics. *PhD thesis*. University of Twente.

- [10] PERRY R., GREEN D. 1984 Perry's Chemical Engineer's Handbook. Sixth Edition. Mc-Graw Hill.
- [11] SPELT P., SANGANI A. 1998 Properties and averaged equations for flows of bubbly liquids. *Applied Scientific Research*, **58**, 337–386.
- [12] WALLIS, G. 1969 One-dimensional Two-phase Flow. Mc Graw Hill.
- [13] WALTERS, K., BARNES, H., HUTTON, J. 1989 An introduction to rheology. Elsevier Science B.V.
- [14] ZENIT R., KOCH D., SANGANI A. 2003 Impedance probe to measure local gas volume fraction and bubble velocity in a bubbly liquid. *Review of Scientific Instruments*, **74**, 2817–2827.
- [15] ZENIT R., KOCH D., SANGANI A. 2001 Measurements of the average properties of a suspension of bubbles rising in a vertical channel. *Journal of Fluid Mechanics*, **429**, 307–342.
- [16] ZENIT R., TSANG Y., KOCH D., SANGANI A. 2001 Shear flow of a suspension of bubbles rising in an inclined channel. *Enviado al Journal of Fluid Mechanics*