



01161
17

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO DE MAESTRÍA
Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

**EFFECTO DEL AMORTIGUAMIENTO VISCOSO
EN EDIFICIOS**

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)

PRESENTA
JORGE ARMANDO LÓPEZ GONZÁLEZ

DIRIGIDA POR
ING. NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS

CIUDAD UNIVERSITARIA
MAYO 2003



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

La Dirección General de Bibliotecas
está difundiendo en formato electrónico e impre-

ntenido de mi trabajo recepción

NOMBRE: López González Varge

Armando

FECHA: 28/05/03

SIGNA: Juan Acuña

***Dedico este trabajo a mi familia, por ser parte
de mis sueños y aspiraciones, en especial
a mi abuela Ma. de Jesús Villalobos, a mi tía
Ma. del Rosario González Villalobos y a mi
madre Martha Eugenia González Villalobos,
gracias por su apoyo incondicional.***

A Karina

Labor Vincit Omnia

AGRADECIMIENTOS

Al Prof. Neftalí Rodríguez Cuevas por el apoyo brindado durante mis estudios de maestría.

A los miembros del jurado: Dr. Luis Esteva, Dra. Sonia Ruiz, Dr. Mario Ordaz y M. en I. Octavio García por los comentarios realizados sobre este trabajo.

Al Instituto de Ingeniería y a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM por la facilidades otorgadas en la realización de mis estudios.

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) el apoyo económico otorgado durante mis estudios de maestría.

INDICE

RESUMEN	iv
NOTACIÓN	vi
OBJETIVOS Y ALCANCES	1
INTRODUCCION	2
1. Antecedentes.	
1.1. Fuentes y magnitudes del amortiguamiento.	3
1.1.1 Amortiguamiento intrínseco del material.	3
1.1.2 Amortiguamiento de las juntas.	5
1.2. Modelos matemáticos del amortiguamiento.	5
1.3. Importancia de la selección de la cantidad de amortiguamiento para el análisis de estructuras.	7
1.4. Amortiguamiento viscoso equivalente.	11
1.5. Determinación de la matriz de amortiguamiento.	14
2. Dispositivos de amortiguamiento de fluido viscoso.	
2.1. Desarrollo de los amortiguadores de fluido viscoso como dispositivo disipador de energía.	17
2.2. Amortiguadores de fluido viscoso para edificios y puentes.	20
2.3. Detalles de colocación de los amortiguadores viscosos.	23
2.4. Experiencia en la implementación de amortiguadores viscosos.	23
3. Análisis dinámico de estructuras con amortiguamiento no proporcional.	
3.1. Solución de las ecuaciones del movimiento para sistemas con amortiguamiento no proporcional.	26
3.2. Solución de la ecuación homogénea.	27
3.3. Desacoplamiento de las ecuaciones no homogéneas.	30
3.4. Solución de las ecuaciones desacopladas.	33
3.5. Análisis modal espectral.	35
4. Planteamiento de la metodología propuesta en estructuras con amortiguamiento viscoso.	
4.1. Formulación del problema de diseño óptimo para estructuras con amortiguadores de fluido viscoso y su criterio de optimización	40
4.2. Reducción de la respuesta torsional de una estructura mediante la implementación de amortiguadores viscosos.	45
4.3 Metodología propuesta para la optimización de dispositivos de amortiguamiento viscoso.	50
5. Aplicación de la metodología propuesta en la reducción de la respuesta de un edificio.	
5.1.1. Descripción de la estructura.	55
5.1.2. Registros.	57
5.2. Análisis.	59

6. Análisis de resultados.	
6.1. Desplazamientos y distorsiones de entrepiso.	67
6.2. Aceleraciones.	67
6.3. Torsión.	67
6.4. Cortante Basal.	68
6.5. Diagramas histeréticos y balance de energía.	68
Conclusiones.	89
Anexo.	91
Referencias.	94

RESUMEN

Se propone en este trabajo una metodología sobre el número de amortiguadores viscosos necesarios para controlar la respuesta de edificios sometidos a excitación en la base, así como la localización de los mismos. Se presentan superficies de respuesta de un sistema de un grado de libertad para tres sismos considerados como representativos de suelo duro, blando y de transición, en las cuales se considera el efecto del amortiguamiento de los dispositivos. El criterio de localización se basa en las propiedades mecánicas del amortiguador, para lo cual se recurre al análisis de la historia en el tiempo de las velocidades, obtenidas en los posibles puntos de conexión de los dispositivos, cuyo procesamiento estadístico a través de la varianza, permite definir un índice de localización. La metodología propuesta se aplica a un edificio de acero de 15 niveles, para encontrar el número y la localización de los amortiguadores necesarios para alcanzar una distorsión de entrepiso especificada. Se analiza la respuesta para un intervalo de amortiguamiento modal de 0 a 5 %, obteniéndose reducciones importantes en los desplazamientos, aceleraciones y en el cortante basal del edificio. Finalmente, se compara la solución propuesta con una que considera un número mayor de amortiguadores.

ABSTRACT

An approach on search for the number of necessary viscous dampers needed to control the response of buildings subjected to earthquake ground motion is presented, as well as the location of them. Surfaces of response of a simple degree of freedom system are presented for three ground motions considered as representatives of stiff, soft and transition soil, on which the effect of the damping of the devices is considered. The location criteria is based on the mechanical properties of the damper, obtained from analysis of velocity time history, obtained at the possible points of connection of the devices, whose statistical properties, measured by the variance, define a location index. The proposed methodology is applied to a 15-story steel building in search for the location and the necessary number of dampers, to reach a specified drift. The response is analyzed for an interval of modal damping of 0 to 5%, with important reductions in displacements, accelerations and base shear on the building. Finally, the proposed solution is compared with one in which a bigger number of devices is considered.

NOTACIÓN.

$[C]$	Matriz de amortiguamiento
$[D]$	Matriz dinámica del sistema de orden $2n$
$[K]$	Matriz de rigidez
$[M]$	Matriz de masa
$[J]$	Matriz de transformación
c	Constante de amortiguamiento
C_j	Constante de amortiguamiento en el disipador j
D	Factor de amplificación dinámico
E_c	Energía cinética
E_c'	Energía cinética relativa
E_D	Energía disipada
E_E	Energía de entrada total
E_E'	Energía de entrada relativa
E_{Es}	Energía de entrada proveniente del sismo
E_{Ev}	Energía de entrada provocada por la acción del viento
E_S	Energía de deformación
E_{S_e}	Energía de deformación elástica
F	Fuerza de salida del amortiguador
F_D	Fuerza de amortiguamiento
F_E	Fuerza elástica
F_i	Fuerza de inercia del entrepiso i
h	Ancho de la región anular del amortiguador
i	$\sqrt{-1}$
J_j	Momento de inercia de la masa del nivel j
k	Rigidez de un elemento
$l_{j,i}$	Distancia del centro de masa del nivel j al marco i
L_p	Longitud de los conductos del amortiguador
m	Masa de un elemento
$p(t)$	Fuerza excitadora arbitraria
p_z	Presión
q_n	Coordenadas generalizadas
r	Relación de frecuencias
Re	Número de Reynolds
R_j	Resultante de los momentos de torsión en las columnas
R_p	Diámetro del pistón
$SBVD$	Edificio de cortante con amortiguadores viscosos
S_{Di}	Desplazamiento espectral
S_{vi}	Velocidad espectral
t	Tiempo
T	Periodo de la estructura
u	Desplazamiento
$u_g(t)$	Excitación en la base
v	Velocidad axial del fluido
V_j	Resultante de la fuerza cortante en las columnas del nivel j
V_{max}	Cortante basal máximo
W	Peso de la estructura
w_i	Peso del entrepiso i
W_j	Trabajo realizado por el disipador
W_A	Energía de deformación de la estructura
W_{mj}	Trabajo realizado por el disipador j en el modo m
W_{mt}	Energía de deformación en el marco en el modo m
α	Exponente del amortiguador viscoso

J_{adm}	Desplazamiento admisible
Δ_i	Desplazamiento del entrepiso i
δ_j	Distorsión de entrepiso
J_{max}	Desplazamiento máximo
Δ_{mi}	Desplazamiento modal de entrepiso
Δ_{mn}	Desplazamiento modal relativo
ζ	Cociente de amortiguamiento
ζ_{eq}	Cociente de amortiguamiento viscoso equivalente
η	Cociente entre la fuerza inercial y la viscosa
θ_j	Angulo de torsión relativo del nivel j
Θ_j	Angulo de inclinación del disipador j
κ	Cociente adimensional de amortiguamiento
λ	Eigenvalores
μ	Ductilidad
$\nu^{(r)}$	Factor de participación modal para el r -esimo modo
ρ	Densidad
σ^2	Varianza
ζ_n , ξ_i y χ	Multiplicadores de Lagrange
ν	Cociente de viscosidad del fluido
ϕ_{rj}	Desplazamiento relativo debido al primer modo entre los extremos del disipador
ω_D	Frecuencia amortiguada
ω_n	Frecuencia del modo n
$\Phi(\omega)$	Función de densidad espectral

OBJETIVOS Y ALCANCES

El objetivo principal del desarrollo de este trabajo consiste en presentar una metodología para el uso de amortiguadores viscosos en el control de la respuesta de estructuras sometidas a excitaciones dinámicas, en particular de movimientos sísmicos. Se trata en primera instancia, el concepto de amortiguamiento viscoso para fines del análisis dinámico de estructuras, pretendiéndose con ello comprender su naturaleza y sus limitaciones; se mencionan además, brevemente, las consideraciones que deben hacerse sobre este concepto, en sistemas con amortiguamiento suplementario. Posteriormente, se presenta la solución al problema de amortiguamiento no proporcional debido a que, como se mencionará después, la inclusión de elementos disipadores de energía conduce a una matriz de amortiguamiento no diagonal, cuya solución difiere del amortiguamiento clásico, pero que sin embargo, satisface relaciones de ortogonalidad, por lo que es posible desacoplar las ecuaciones análogamente al análisis modal convencional. Se propone una metodología para la selección y localización de los dispositivos de amortiguamiento de fluido viscoso, la cual resulta ser una extensión de un análisis modal espectral en la cual se trazan superficies de respuesta de la distorsión de entrepiso como función del periodo de la estructura y de la cantidad de amortiguamiento aportada por los dispositivos. Finalmente, el criterio propuesto se aplica a un edificio de 15 niveles en el cual se analiza el efecto que los amortiguadores tienen en la reducción de la respuesta de esta estructura. Los análisis realizados en este trabajo corresponden a un comportamiento elástico de la estructura, mencionándose brevemente algunas implicaciones para el intervalo inelástico, por lo que, los resultados obtenidos deben ser considerados como válidos únicamente en el rango de comportamiento lineal de la estructura. El enfoque de este trabajo es determinista, ya que los análisis se realizan con base a tres registros considerados como representativos de suelo duro, blando y suelo de transición, por lo que dista de ser una propuesta para cualquier evento sísmico a menos, claro está, de que se realicen análisis con sismos de diferente magnitud y periodos de ocurrencia, lo cual queda fuera del alcance de esta tesis.

La metodología propuesta por su parte, puede considerarse como aplicable a cualquier tipo de disipador, en virtud a que esta se basa en dos características esenciales en el comportamiento de este tipo de estructuras: la primera de carácter dinámico, en la cual se considera el comportamiento de un sistema de un grado de libertad a través de una superficie de respuesta, obtenida con las propiedades físicas del dispositivo, por lo que podría considerarse como representativa de la respuesta del sistema de múltiples grados de libertad, si la mayor aportación en la respuesta la proporciona el primer modo. La segunda característica se refiere a las propiedades mecánicas del disipador, debido a que se consideró que la colocación de los dispositivos es más efectiva, en aquellas partes dentro del sistema estructural, donde se presenta el valor mayor de la variable que determina la máxima fuerza de salida del dispositivo. Así por ejemplo, para los dispositivos dependientes del desplazamiento, esta última cantidad sería seleccionada como un índice de colocación de este tipo de disipador, por lo que se buscaría a través de análisis sucesivos, aquellos lugares en la estructura donde se presenten los valores mayores de dicha variable.

INTRODUCCIÓN.

En la actualidad, el diseño sismorresistente de las estructuras se ha basado en su capacidad para resistir un evento sísmico de gran intensidad sin colapsarse. Dentro de este contexto, un diseño racional debe incluir la posibilidad de que la estructura alcance un comportamiento inelástico sin la aparición de daño considerable. Este comportamiento inelástico presupone la aparición de articulaciones plásticas en las cuales, la energía se disipa por efecto de la deformación plástica en el elemento.

Debido a que la disipación de energía, entendiéndose este último concepto como una propiedad del sistema estructural para absorber energía y transformarla en una fuente alterna sin la aparición de daño considerable en los elementos que la componen, implica que los elementos de la estructura incursionen en intervalos de comportamiento no lineal y con ello, que exista pérdida de la rigidez y resistencia en los elementos estructurales debido al carácter cíclico de la vibración, se han buscado alternativas para disipar la energía proveniente de la excitación, mediante dispositivos que proporcionen amortiguamiento adicional a la estructura. Desde el punto de vista de un planteamiento energético, esta fuente de disipación representa un término adicional para el balance de la energía proveniente de la excitación considerada, ya sea sismo, viento u otra causa.

El amortiguamiento por su parte, esta siempre presente en todos los sistemas vibratorios. Su efecto es retirar energía del sistema. Los medios por los cuales la energía se disipa en un sistema son en forma de calor, radiación, fricción entre los materiales o bien mediante algún dispositivo mecánico que se coloque para este propósito. Por lo general, su descripción matemática es bastante complicada y no es adecuada para el análisis de vibraciones debido a la gran incertidumbre existente a este respecto. Se han desarrollado modelos sencillos para determinar la respuesta de un sistema estructural, con base en la suposición de que la fuerza de amortiguamiento esta relacionada directamente con la velocidad, mediante la inclusión de una constante denominada "coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente", la cual debe considerar todas las fuentes de disipación de energía. El modelo de amortiguamiento viscoso equivalente conduce a una manipulación más directa de la ecuación diferencial del movimiento, cuya solución puede ser encontrada directamente con las técnicas desarrolladas por la teoría de ecuaciones diferenciales, en forma analítica o numérica. Sin embargo, la consideración de amortiguamiento clásico o proporcional no es apropiada para el análisis de estructuras compuestas de dos o más partes, con diferentes niveles de amortiguamiento, como son los problemas de interacción suelo-estructura, estructuras con aislamiento de base o con dispositivos disipadores de energía.

Como se mencionó anteriormente, la mayor parte de la energía transmitida a las estructuras por eventos sísmicos intensos, se disipa por amortiguamiento y por comportamiento inelástico de las conexiones viga columna. Este comportamiento está íntimamente relacionado con los daños estructurales, por lo que, en las últimas décadas se han intensificado los estudios de dispositivos que, incorporados en las estructuras, busquen concentrar en ellos la mayor parte de la energía producida por vibraciones inducidas por eventos sísmicos o por la acción del viento.

Existen en la actualidad varios sistemas disipadores de energía, que con base a su funcionamiento, pueden clasificarse como dispositivos de control pasivo, de control activo o híbridos. Los primeros se clasifican en dependientes del desplazamiento y dependientes de la velocidad; dentro de estos últimos se encuentra *el amortiguador de fluido viscoso* cuya respuesta es función de la velocidad relativa entre cada extremo del dispositivo y cuyo efecto en edificios, se estudió en esta tesis.

CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES.

1.1. Fuentes y magnitudes del amortiguamiento.

Las vibraciones estructurales son amortiguadas por una serie de mecanismos que disipan energía, entre los cuales pueden mencionarse los siguientes:

- El amortiguamiento intrínseco del material estructural.
- La fricción de Coulomb y la energía perdida por impacto parcial en la interfase de la junta.
- Energía perdida por fenómenos externos como, el aire circundante, agua, suelo o por almacenamiento de fluidos (p. e. tanques de gasolina).
- Fricción entre la estructura y equipo, mobiliario, etc.
- Amortiguamiento viscoso entre superficies deslizantes y lubricadas de maquinaria.

En una estructura, los fenómenos a los cuales puede atribuirse la mayor parte de la energía disipada son por efecto de las deformaciones inelásticas del material y por la fricción entre los elementos de conexión, por lo que a continuación se describen brevemente cada uno de ellos.

1.1.1 Amortiguamiento intrínseco del material.

Algunos materiales sujetos a ciclos de esfuerzo/deformación (Mead, 2000) disipan energía durante cada ciclo. La cantidad de energía disipada por unidad de volumen en un ciclo de esfuerzo axial o de esfuerzo cortante, se conoce como “energía de amortiguamiento específica”, incrementándose su magnitud en proporción directa al desplazamiento.

Los mecanismos que no son dependientes de la velocidad de aplicación de la carga originan los ciclos de histéresis de esfuerzo-deformación obtenidos de las llamadas pruebas “estáticas”. El área bajo la curva estática de histéresis representa la energía de amortiguamiento específica aportada por ese mecanismo. El mecanismo puede denominarse como “amortiguamiento histerético”, cuya característica consiste en que la energía disipada por ciclo es independiente de la frecuencia. Un número considerable de fenómenos están involucrados en este proceso y eso incluye la generación de deformaciones plásticas o micro-plásticas, disipación de energía

magneto-elástica (en materiales ferromagnéticos) y reorientación de átomos en la cristalografía del material. Los ciclos prolongados de carga pueden traer cambios micro-estructurales y endurecimiento por deformación en el material. Estos cambios absorben energía modificando las propiedades de amortiguamiento en el curso de las pruebas. En la figura 1 se muestra la curva esfuerzo deformación típica para un acero estructural.

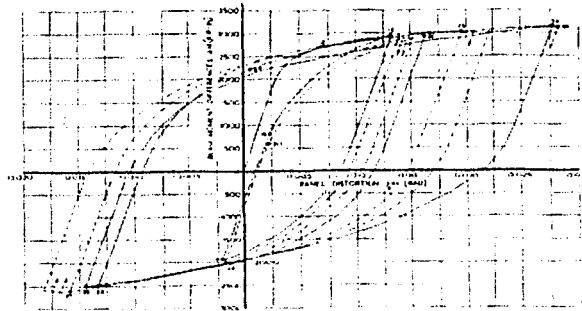


Figura 1. Diagrama esfuerzo deformación para un acero estructural
(H. Krawinkler, V. Bertero y E. Popov, 1971)

Los mecanismos que dependen de la velocidad de aplicación de la carga son asociados con la viscosidad interna o con efectos termoelásticos. Estos mecanismos son lineales, ya que el amortiguamiento comienza siendo proporcional a la velocidad de deformación y la energía disipada por ciclo, al cuadrado de la amplitud de deformación. Cuando la carga aplicada sobre el material es retirada súbitamente, la viscosidad interna evita una reducción instantánea en la deformación, lo cual relaja lentamente al material, hasta llegar a una deformación nula o bien, a una deformación residual determinada por el mecanismo de histéresis. Los mecanismos que involucran viscosidad son conocidos como "mecanismos de relajación". La energía disipada por ciclo es siempre dependiente de la frecuencia y de la temperatura, y tiene un valor máximo en una frecuencia relacionada con el tiempo de relajación de la deformación, cuando el esfuerzo es súbitamente retirado.

Por su parte, en los disipadores de energía viscoelásticos, por ejemplo, la respuesta es función del desplazamiento así como de la frecuencia de excitación, mientras que el amortiguador de fluido viscoso es poco sensible a la frecuencia de aplicación de la carga, sobre todo en los intervalos usuales para la mayoría de las estructuras civiles (Taylor, 1999).

1.1.2 Amortiguamiento de las juntas.

En una junta estructural, las fuerzas son transmitidas mediante elementos de conexión. Los mecanismos dentro y alrededor de las conexiones causan disipación de energía cuando existe vibración. Esta disipación es mínima en juntas soldadas, debido a la continuidad existente en el

material y la soldadura, por lo que siempre existe una mayor cantidad de energía disipada en conexiones remachadas o atornilladas.

Las capas de pegamento adhesivo por su parte disipan energía a través de mecanismos de relajación. Estas capas están sujetas a deformaciones cíclicas y disipan energía en proporción al cuadrado de la deformación. Las capas de pegamento (generalmente resinas epóxicas) son siempre muy delgadas y se encuentran en un estado sólido, en el cual su módulo de elasticidad es alto y su factor de pérdida es bajo. Como resultado, la energía disipada por la capa es muy baja y el amortiguamiento de estructuras pegadas, así como el de conexiones soldadas, tiende a ser mucho menor que en otro tipo de conexión.

La fricción provee la mayor fuente de disipación de energía en la junta bajo carga cíclica. Una pequeña cantidad de energía se disipa en la interfase de los elementos de conexión y las placas. Deformaciones plásticas o micro-plásticas ocurren en la interfase, disipándose también energía. Asimismo, la reversión de carga causa impactos sobre la interfase debido a la separación (algunas veces microscópica) entre los elementos de conexión. Estos impactos desprenden energía, la cual es radiada y disipada por las placas a través de ondas de alta frecuencia.

1.2. Modelos matemáticos del amortiguamiento.

Para fines de análisis es costumbre clasificar al amortiguamiento de acuerdo a los siguientes tipos (Rubinstein, 1964):

- a) Amortiguamiento estructural.
- b) Amortiguamiento viscoso.
- c) Amortiguamiento de Coulomb.
- d) Amortiguamiento negativo.

El *amortiguamiento estructural* proviene de la fricción dentro del material o en las conexiones entre elementos de un sistema estructural. La fuerza resultante de amortiguamiento es función de la deformación de la estructura. Para un sistema elástico, la fuerza de amortiguamiento F_D , es proporcional en magnitud a la fuerza elástica interna F_E , y opuesta en dirección al vector de velocidad u . Esta relación se expresa como:

$$F_D = igF_E \quad (1.1)$$

donde g es una constante e i es la unidad imaginaria.

El *amortiguamiento viscoso* proviene de un sistema que vibra dentro de un fluido (aire, aceite, etc.). La fuerza para el amortiguamiento viscoso se expresa como

$$F_D = cu \quad (1.2)$$

en la cual u es el desplazamiento y la constante c depende del mecanismo de amortiguamiento. La amplitud en vibración libre con amortiguamiento viscoso decae exponencialmente, como se muestra en la siguiente figura.

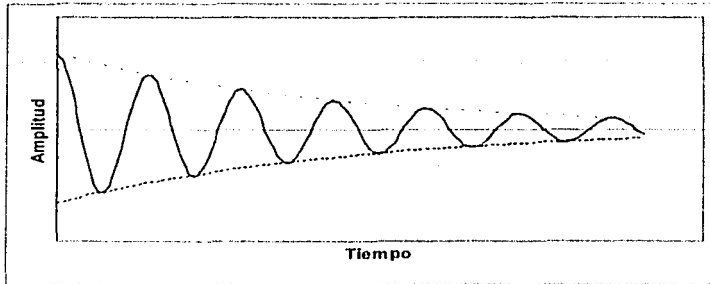


Figura 1.2. Vibración libre de un sistema con amortiguamiento viscoso.

El *amortiguamiento de Coulomb*, proviene del movimiento de un cuerpo sobre una superficie rugosa. La fuerza resultante es prácticamente constante y depende de la presión normal N entre el movimiento del cuerpo y la superficie de contacto, además del coeficiente de fricción cinético μ , característico del material; la amplitud de la vibración libre decae linealmente.

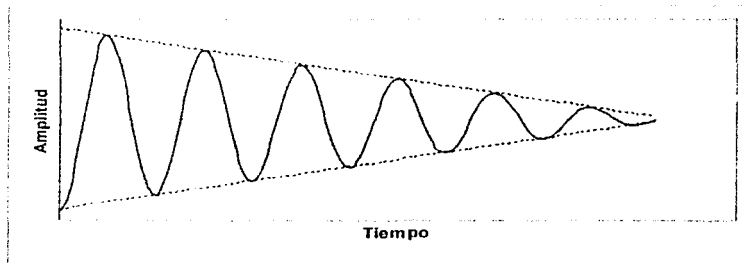


Figura 1.3. Vibración libre de un sistema con amortiguamiento de Coulomb.

El *amortiguamiento negativo* resulta cuando la naturaleza del amortiguamiento es tal que en lugar de disiparse energía en un sistema vibratorio, esta se suma a él. Un ejemplo de este tipo de amortiguamiento surge cuando en un cable de una línea de transmisión se forma nieve sobre la sección y por efectos aerodinámicos, las amplitudes crecen progresivamente tal como se muestra en la figura siguiente para vibración libre.

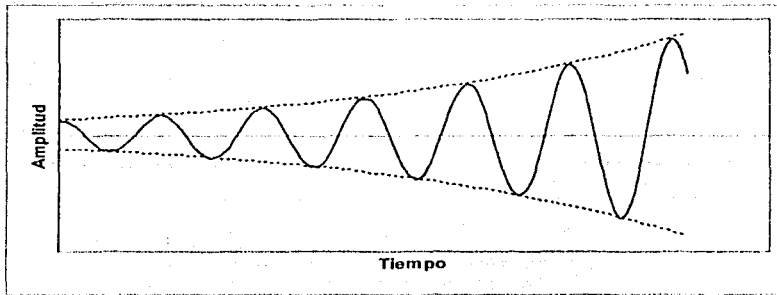


Figura 1.4. Vibración libre de un sistema con amortiguamiento negativo.

1.3. Importancia de la selección de la cantidad de amortiguamiento para el análisis de estructuras.

Considérese a un modelo de un sistema de un grado de libertad (SIGDL) sometido a una fuerza arbitraria $p(t)$.

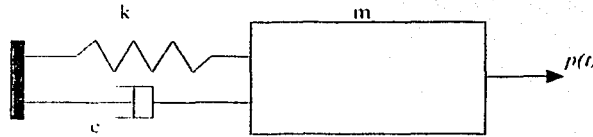


Figura 1.5. Sistema de un grado de libertad sometido a una excitación $p(t)$.

la ecuación de movimiento para este sistema puede expresarse como:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1.3)$$

o en bien, de la siguiente manera:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n \dot{u} + \omega_n^2 u = \frac{1}{m} p(t) \quad (1.4)$$

donde u representa el desplazamiento relativo de la masa, ζ es el cociente de amortiguamiento de la estructura y ω es la frecuencia de la estructura.

Desde el punto de vista energético, la ecuación (1.3) puede expresarse como (Housner, 1956):

$$E_c + E_D + E_s = E_E \quad (1.5)$$

donde

$$E_c = \int m \ddot{x} dx = \frac{m \dot{x}^2}{2}$$

$$E_D = \int c \dot{x} dx = \int c \dot{x}^2 dt$$

$$E_s = \int kx dx = \frac{kx^2}{2}$$

$$E_{E_s} = - \int m x_g \ddot{x} dx$$

$$E_{E_v} = \int p dx$$

$$E_E = E_{E_s} + E_{E_v}$$

Los términos en el lado izquierdo de la ecuación (1.5) representan, respectivamente, la energía cinética relativa de la masa, la energía disipada debida al amortiguamiento estructural y la energía de deformación elástica. Estas energías deben balancear a la energía de entrada, la cual es la suma de la energía proveniente del sismo y la energía provocada por las presiones del viento. Para una excitación sísmica, el término E_E representa el trabajo realizado por el cortante basal en la cimentación del sistema, con respecto al desplazamiento del terreno. Si la ecuación (1.5) se expresa en términos del desplazamiento relativo, esta se transforma en (Uang y Bertero, 1990):

$$E_c' + E_D + E_s = E_E'$$

donde E_c' y E_E' representan la energía cinética y de entrada relativas, respectivamente. Bajo esta consideración E_E' representa el trabajo realizado por la fuerza estática equivalente sobre la estructura de base fija; es decir, este planteamiento no considera el movimiento de cuerpo rígido del sistema.

En el análisis dinámico de estructuras aparecen tres variables significativas inherentes al sistema estructural considerado, dos de las cuales pueden obtenerse directamente de las características de la estructura analizada, siendo estas la masa y la rigidez. En lo referente al amortiguamiento viscoso, o bien en términos de energía, a la cantidad de energía disipada por la estructura, los valores provienen, como se mencionará posteriormente, de valores promedio de estructuras instrumentadas, que dependen del tipo de material de la estructura y del intervalo de

comportamiento de la misma, así como en algunos casos, del sistema de conexión entre elementos.

La selección de un valor determinado del cociente de amortiguamiento ζ puede conducir a resultados sumamente diferentes. Considérese por ejemplo, que la fuerza $p(t)$ en la ecuación (1.3) sea armónica. La solución para este tipo de excitación conduce a un término denominado *factor de amplificación dinámica* D , definido como (Paz, M., 1992):

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\zeta)^2}} \quad (1.6)$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n}$$

donde ω y ω_n representan la frecuencia natural del sistema y la frecuencia de excitación, respectivamente. El factor de amplificación dinámica representa la amplificación de la deformación estática en un sistema, graficándose a continuación para diferentes valores del cociente de amortiguamiento (ζ). Es posible observar en la Fig. 1.6 el alto impacto del amortiguamiento en el valor de D , sobre todo para valores cercanos a una relación de frecuencias igual a 1.

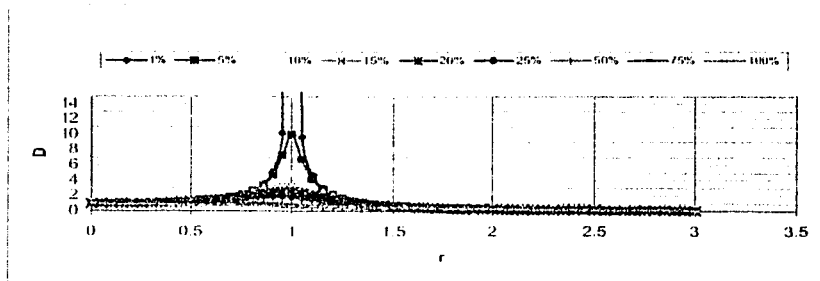


Figura 1.6. Amplificación dinámica como función de la razón de frecuencias para diferentes valores del cociente de amortiguamiento.

Si la fuente de excitación proviene de un sismo, la cantidad de amortiguamiento juega también un papel importante en las características de la respuesta. Se presenta a continuación el espectro de respuesta de aceleraciones para el registro SC-T-EW del Sismo del 19 de Septiembre de 1985, representativo de suelo blando, observándose para este que no solamente la ordenada espectral máxima es sensible a la cantidad de amortiguamiento, sobre todo en la región del periodo dominante, sino que además, el factor de amplificación dinámica máximo (cociente entre la

ordenada espectral máxima a la aceleración del terreno) varía con el cociente de amortiguamiento seleccionado. Sería aconsejable que, para garantizar que el diseño sea adecuado, el cociente de amortiguamiento sea representativo de la estructura analizada, lo cual dependerá principalmente de los materiales de construcción de la misma.

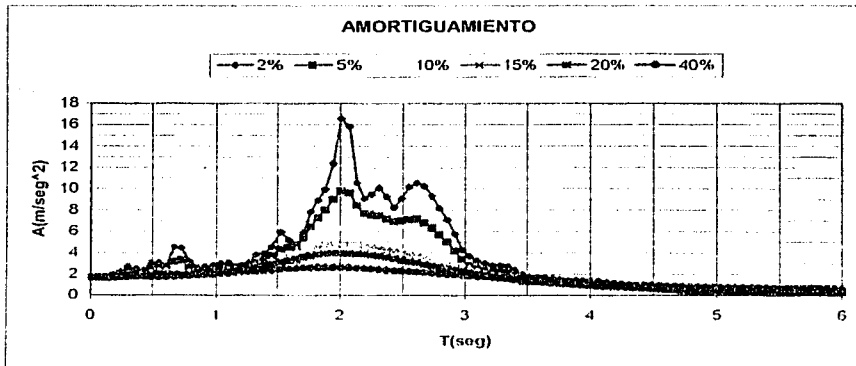


Figura 1.7. Espectro de respuesta elástico de aceleraciones para el registro SCT-EW.

De la misma manera, en la Fig. 1.8 se muestra el espectro de respuesta inelástico para el mismo registro, para una ductilidad $\mu=4$ y diferentes valores del amortiguamiento, destacándose las mismas observaciones que en el caso anterior.

Cabe recalcar que existe una región dentro del espectro de respuesta para la cual el efecto del amortiguamiento es más notorio, comúnmente denominada la región sensible a la velocidad. Para las estructuras cuyo periodo dominante se encuentre dentro de esta región, sería aconsejable la adición de amortiguamiento suplementario, a través de dispositivos disipadores de energía. Así mismo, este amortiguamiento resulta ser más efectivo para registros cercanamente armónicos con pocos ciclos, como sería el caso del Registro SCT (Chopra, 1995).

De la Fig. 1.7 es posible apreciar que para estructuras con periodos comprendidos entre 1.5 a 3seg el efecto del amortiguamiento es más notorio, mientras que en el límite cuando $T \rightarrow 0$ el amortiguamiento no afecta la respuesta debido a que la estructura se movería rígidamente con el terreno, mientras que cuando $T \rightarrow \infty$ el amortiguamiento no reduciría igualmente la respuesta debido a que la masa de la estructura permanecería inmóvil respecto al movimiento del terreno. Lo anterior, puede ser considerado como un primer parámetro de la efectividad de los amortiguadores en la estructura, por lo que partiendo de los espectros de respuesta, se podría tener un parámetro de "sensibilidad" de la estructura al amortiguamiento.

Por otra parte, la reducción en la respuesta por efecto de amortiguamiento suplementario para sistemas inelásticos decrece cuando la deformación inelástica aumenta. De aquí que la adición de amortiguadores de fluido viscoso, por ejemplo, muestre ser más efectiva para estructuras que se comportan en el intervalo elástico o con ductilidades bajas y que tengan un período fundamental dentro de la región sensible a la velocidad en el espectro de respuesta. Como se verá posteriormente, las conclusiones anteriores son más notorias para acelerogramas correspondientes a suelo blando, reduciéndose el intervalo de aplicabilidad para acelerogramas correspondientes a suelo duro.

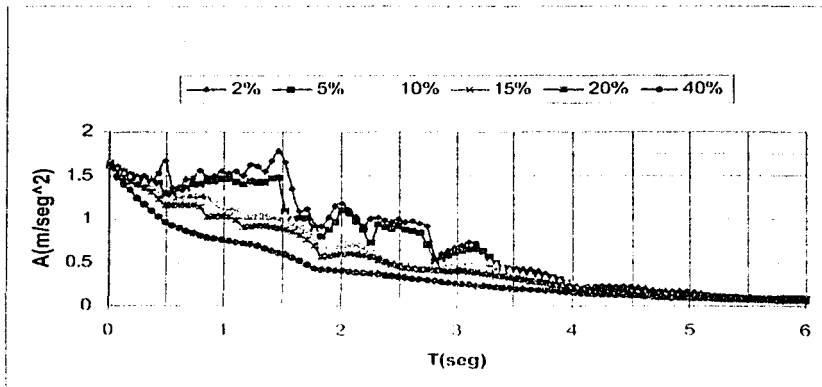


Figura 1.8. Espectro de respuesta inelástico para el registro SCT-EW.

Se han realizado trabajos en los cuales se considera que la estructura no permanece elástica, por ejemplo Arroyo (2000) estableció expresiones que permiten estimar el valor del factor de reducción del espectro elástico de resistencia, con el propósito de establecer las fuerzas sísmicas de diseño con diferente capacidad de deformación plástica y de disipación de energía viscosa.

Recientemente, la FEMA publicó recomendaciones reglamentarias conocidas como FEMA 273 (FEMA, 2000) en las cuales se establecen criterios para el diseño de estructuras con disipadores de energía y se proponen métodos de análisis, así como los requerimientos que deben cumplirse en el diseño de este tipo de estructuras.

Por último, si se hace referencia a la ecuación (1.5), la energía disipada debida a la deformación en el sistema puede descomponerse en la energía de deformación elástica e inelástica, la primera con un valor limitado por el intervalo de comportamiento lineal de la estructura y la segunda con una aportación dependiente de la aparición, dentro de la estructura, de zonas con articulaciones plásticas. Sería aconsejable que el valor de la deformación inelástica fuera el menor posible o que la estructura trabajara solamente en el intervalo de comportamiento elástico, por lo que

habría que añadir un término de disipación de energía, en términos de amortiguamiento, para balancear la ecuación de la energía, siendo este principio la esencia de los disipadores.

1.4. Amortiguamiento viscoso equivalente.

Existen dos medidas del amortiguamiento: *capacidad de amortiguamiento específico* y el *factor de amortiguamiento específico*. La capacidad de amortiguamiento específico, E_D/E_{s0} , es una fracción de la energía de deformación, $E_{s0} = ku_s^2/2$, la cual se disipada durante cada ciclo del movimiento. El factor de amortiguamiento específico, también conocido como factor de pérdida, está definido como (Thomson, 1981):

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \frac{E_D}{E_{s0}} \quad (1.7)$$

Como se ha mencionado, el amortiguamiento en estructuras se representa usualmente, para fines de análisis, como amortiguamiento viscoso equivalente. Esta es una forma conveniente de expresar el amortiguamiento en la ecuación diferencial del movimiento, debido a la linealidad que introduce a este respecto. Así mismo, para sistemas con múltiples grados de libertad, es posible obtener una matriz de amortiguamiento diagonal, mediante la suposición de que esta matriz es proporcional a la matriz de masa y de rigidez del sistema (amortiguamiento de Rayleigh). A continuación se relaciona el amortiguamiento viscoso equivalente con los casos mencionados en el apartado 1.1.

La forma más común de definir el amortiguamiento viscoso equivalente es igualar la energía disipada en un ciclo de vibración de la estructura con el amortiguamiento viscoso del sistema:

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\omega} \frac{1}{\omega_n} \frac{E_D}{E_{s0}} \quad (1.8)$$

Si se considera $\omega = \omega_n$ (ω_n es la frecuencia natural del sistema), donde es más fácil determinar el amortiguamiento, la relación anterior se expresa como:

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{s0}} \quad (1.9)$$

Para el amortiguamiento estructural, el coeficiente de amortiguamiento es:

$$c = \frac{\kappa k}{\omega} \quad (1.10)$$

donde k es la rigidez del sistema y κ es un coeficiente adimensional de amortiguamiento. En la condición $\omega = \omega_n$ se tiene:

$$\zeta_{vy} = \frac{\kappa}{2} \quad (1.11)$$

Asimismo, para el amortiguamiento de Coulomb, el amortiguamiento viscoso equivalente para $\omega = \omega_n$ es:

$$\zeta_{eq} = \frac{2 u_F}{\pi u_0} \quad (1.12)$$

donde $u_F = F/k$.

El amortiguamiento viscoso equivalente modela la disipación de energía en amplitudes de deformación dentro del intervalo elástico lineal. Más allá de este intervalo, el coeficiente de amortiguamiento puede variar con la amplitud de la deformación. Esta no linealidad en la propiedad de amortiguamiento generalmente no es considerada explícitamente en análisis dinámicos y la selección de un valor para dicho coeficiente, depende de las amplitudes de deformación esperadas en la estructura, tomada esta última como parámetro de incursión en el intervalo inelástico.

Por su parte, la FEMA propone para el caso de análisis estático lineal de sistemas disipadores de energía dependientes del desplazamiento o de la velocidad, que el coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente quede definido por:

$$\zeta_{eq} = \zeta + \frac{\sum_j W_j}{4\pi W_k} \quad (1.13)$$

donde ζ es el amortiguamiento del sistema estructural sin los dispositivos, W_j es el trabajo realizado por el disipador j durante un ciclo correspondiente al desplazamiento de entrepiso Δ , y W_k es la energía de deformación en la estructura definida por la siguiente ecuación:

$$W_k = \frac{1}{2} \sum_i F_i \Delta_i \quad (1.14)$$

F_i es la fuerza de inercia del entrepiso i .

El trabajo realizado por un disipador viscoso lineal en un ciclo completo de carga es:

$$W_j = \frac{2\pi^2}{T} C_j \Delta_j^2 \quad (1.15)$$

donde T es el periodo fundamental de la estructura con el efecto que sobre este tienen los disipadores de energía, C_j es la constante de amortiguamiento en el disipador j .

Con la sustitución de la ecuación (1.15) en (1.13), se puede calcular el coeficiente de amortiguamiento equivalente mediante la siguiente expresión:

$$\zeta_{eq} = \zeta + \frac{T \sum_j C_j \cos^2 \Theta_j \phi_{\eta_j}^2}{4\pi \sum_i \left(\frac{w_i}{g} \right) \phi_i^2} \quad (1.16)$$

donde Θ_j es el ángulo de inclinación del disipador j con respecto a la horizontal, ϕ_{η} es el desplazamiento relativo debido al primer modo entre los extremos del disipador j , w_i es el peso reactivo del piso i y ϕ_i es el desplazamiento debido al primer modo en el piso i .

Para análisis dinámicos lineales con disipadores que dependen de la velocidad, el coeficiente de amortiguamiento equivalente para el modo m se calculará con la siguiente ecuación:

$$\zeta_{eq} = \zeta + \frac{\sum_j W_{mj}}{4\pi W_{m\kappa}} \quad (1.17)$$

donde ζ es el amortiguamiento del modo m sin disipadores, W_{mj} es el trabajo realizado por el j -ésimo disipador durante un ciclo correspondiente a un desplazamiento modal de entrepiso $\Delta_{m\eta}$ y $W_{m\kappa}$ es la energía de deformación en el marco en el modo m , definida por la ecuación:

$$W_{m\kappa} = \frac{1}{2} \sum_i F_{mi} \Delta_{mi} \quad (1.18)$$

En la ecuación anterior, F_{mi} es la fuerza de inercia horizontal del modo m en el entrepiso i . Por su parte, el término W_{mj} se determina con la siguiente ecuación:

$$W_{mj} = \frac{2\pi^2}{T_m} C_j \Delta_{mj}^2 \quad (1.19)$$

en esta ecuación: T_m es el periodo del modo m , el cual incluye el efecto de los disipadores de energía; C_j es la constante de amortiguamiento en el disipador j y Δ_{mj} es el desplazamiento modal relativo entre los extremos del disipador j .

1.5. Determinación de la matriz de amortiguamiento.

Como es sabido, la matriz de amortiguamiento para los sistemas estructurales no puede calcularse a partir de sus dimensiones, del tamaño de los miembros que la componen o del

amortiguamiento en particular de los materiales estructurales utilizados. Se podría pensar que es posible determinar la matriz de amortiguamiento de las propiedades de amortiguamiento de los elementos estructurales individuales, tal como se determina la matriz de rigidez. Sin embargo, es impráctico determinar la matriz de amortiguamiento de la misma manera debido a que, a diferencia del módulo de elasticidad que entra en el cálculo de la rigidez, las propiedades de amortiguamiento no son bien conocidas. Aunque estas propiedades fueran conocidas, la matriz de amortiguamiento resultante no registraría una parte significativa de la energía disipada por fricción en conexiones de acero, aparición de micro grietas en el concreto, esfuerzo en elementos no estructurales –muros divisorios, equipo mecánico, etc.- fricción entre la estructura y elementos no estructurales, y otros mecanismos similares, algunos de los cuales son difíciles de identificar. Para un edificio que se encuentra en la etapa de diseño, no puede evidentemente determinarse el amortiguamiento.

El cociente de amortiguamiento para una estructura debe seleccionarse de datos registrados en estructuras similares, el cual se determina directamente de los espectros de respuesta obtenidos mediante el método del ancho de banda (Paz, 1991). En la tabla 1.1. (Chopra, 1995), se proporcionan los valores del cociente de amortiguamiento para dos casos: esfuerzos de trabajo o niveles de esfuerzo que no sobrepasen la mitad del punto de fluencia, y esfuerzos en o justo por debajo del punto de fluencia.

Tabla 1.1. VALORES RECOMENDADOS PARA AMORTIGUAMIENTO		
Nivel de esfuerzo	Tipo y Condición de la estructura	Cociente de Amortiguamiento (%)
Esfuerzo de trabajo inferior al valor de fluencia	Acero soldado, concreto preesforzado, concreto reforzado (poco agrietado)	2--3
	Concreto reforzado con agrietamiento considerable	3--5
	Acero atomillado o remachado, estructuras de madera con juntas atomilladas o clavadas	5--7
En o justo debajo del valor de fluencia	Acero soldado, concreto preesforzado (sin la pérdida completa en preesfuerzo)	5--7
	Concreto preesforzado, con la pérdida del preesfuerzo	7--10
	Concreto reforzado	7--10
	Acero atomillado o remachado, estructuras de madera con juntas atomilladas	10--15
	Estructuras de madera con juntas clavadas	15--20

Se proporciona para cada nivel de esfuerzo un intervalo de amortiguamiento; el valor mayor del amortiguamiento deberá utilizarse en estructuras comunes, mientras que el valor menor debe utilizarse en estructuras cuya importancia amerite un diseño conservador. Además, se recomiendan valores de amortiguamiento del 3% para estructuras construidas con mampostería simple y de 7% con mampostería reforzada.

Estos valores pueden utilizarse directamente para análisis lineales elásticos de estructuras con amortiguamiento clásico.

Para un sistema con múltiples grados de libertad, la matriz de amortiguamiento puede determinarse por la expresión propuesta por Caughey:

$$[C] = [M] \sum_{i=0}^{J-1} a_i ([M]^{-1} [K])^i$$

y el cociente de amortiguamiento ζ_n está dado por:

$$\zeta_n = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{J-1} a_i \omega_n^{2i-1}$$

en donde los coeficientes a_i pueden calcularse una vez que se especifican los valores para el cociente de amortiguamiento de los J modos considerados.

CAPÍTULO 2. DISPOSITIVOS DE AMORTIGUAMIENTO DE FLUIDO VISCOSO.

En este capítulo se hace una breve descripción de las propiedades de los dispositivos de amortiguamiento viscoso, las consideraciones que deben hacerse para la implementación de este tipo de elementos en estructuras, mencionándose por último la experiencia en algunas estructuras amortiguadas. El propósito de mencionar estas características radica en el hecho de que se debe tener un conocimiento previo del comportamiento del disipador empleado para su posterior incorporación a una estructura, para lo cual es necesario contar con datos provenientes de pruebas experimentales, además de conocerse las variables significativas que afectan al comportamiento del dispositivo.

2.1. Desarrollo de los amortiguadores de fluido viscoso como dispositivo disipador de energía.

Se puede definir a un amortiguador como un elemento el cual, incorporado a un sistema, proporcione una fuerza de salida resistente al movimiento, tratándose de un elemento que disipa energía. Para los amortiguadores de cámara cerrada, esta fuerza de salida se expresa a través de una relación en la cual, según sean las características de diseño del dispositivo, puede obedecer cualquiera de las siguientes leyes de comportamiento:

Amortiguador hidráulico o simplemente amortiguador en el cual la fuerza de salida obedece la siguiente relación:

$$F = CV^2 \quad (2.1)$$

Amortiguador de fluido viscoso o amortiguador de "exponente bajo", con la siguiente fuerza de salida:

$$F = CV^\alpha \quad (2.2)$$

donde C es la constante de amortiguamiento, V es la velocidad entre los extremos del amortiguador y α es un exponente que depende del diseño del dispositivo. En los amortiguadores empleados como disipadores pasivos, α es un exponente cuyo valor oscila entre 0.3 a 1.0 (Taylor, 1999). Los valores de α que han mostrado ser más efectivos para el diseño sísmico de edificios están comprendidos en el intervalo de 0.4 a 0.5. Asimismo, las aplicaciones en el diseño de puentes en zonas sísmicas importantes, tal como sería el Valle de México, recurren a valores similares en el diseño. Para puentes en zonas sísmicas menores, se utiliza un exponente igual a 2, el cual correspondería a un amortiguador hidráulico. Por su parte, en las aplicaciones en la ingeniería de viento, se presentan exponentes en el rango de 0.5 a 1.0.

La diferencia entre las dos fuerzas de salida expresadas anteriormente, se puede analizar con un enfoque simple, si se considera a un amortiguador con las siguientes características:

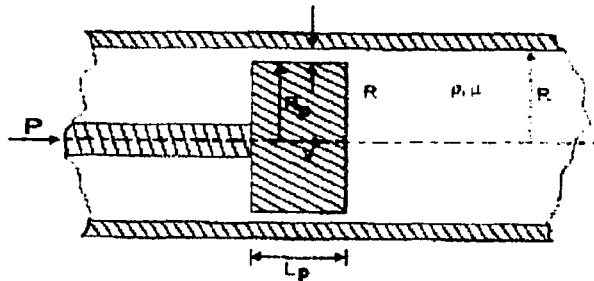


Fig. 2.1. Amortiguador de fluido viscoso hipotético (Soong, 1997).

Considérese la región anular h formada entre la cabeza del pistón y las paredes del cilindro. Si $R \gg h$, se puede idealizar el comportamiento de este modelo como flujo plano unidimensional (Soong, 1997). La ecuación de Navier-Stokes, se reduce a la siguiente expresión escrita en forma tensorial (Shames, 1973):

$$\rho v + \rho v v_{,z} - \mu v_{,rr} - \mu v_{,zz} + p_{,z} = 0 \quad (2.3)$$

donde ρ y μ representan respectivamente la densidad y el coeficiente de viscosidad del fluido; v es la velocidad axial del fluido dentro de la región anular y p_z es la presión.

Considérese los dos casos límite siguientes: en el primero de ellos se trata de un fluido con baja viscosidad, en el cual, el diseño del amortiguador es tal que cuenta con agujeros h suficientemente grandes, conductos cortos L_p , o bien grandes velocidades de flujo. Para este amortiguador, una idealización del fluido como "no viscoso" conduce a una simplificación de la ecuación (2.3):

$$\rho v + \rho v v_{,z} = -p_{,z} \quad (2.4)$$

Para bajas frecuencias, el término dependiente del tiempo puede despreciarse, por lo que la ecuación toma la forma:

$$\rho v v_{,z} = -p_{,z} \quad (2.5)$$

la cuál representa la versión unidimensional de la ecuación de Euler. La integración de esta ecuación por su parte, conduce a la denominada ecuación de Bernoulli:

$$\Delta p = -\frac{\rho v_1^2}{2} \quad (2.6)$$

donde Δp y v_1 representan la presión diferencial a través de la cabeza del pistón y la velocidad existente. Después de aplicar el principio de conservación de la masa, se obtiene la siguiente expresión que relaciona la fuerza total del amortiguador P_I y la velocidad V :

$$P_I = C_I V^2 \quad (2.7)$$

donde

$$C_I = \frac{\pi}{8} \rho R_p^2 \left(\frac{R_p}{h} \right)^2 \quad (2.8)$$

Un amortiguador que se comporte con una ley de variación como la antes mencionada, se dice que tiene una fuerza de salida inercial, generada exclusivamente por la aceleración del fluido a través del orificio anular.

En el otro extremo, si se considera el uso de un fluido de alta viscosidad, un amortiguador con pequeños agujeros, conductos largos o bajas velocidades, los términos que relacionan la variación de v con respecto a z pueden despreciarse. Para pequeñas frecuencias de operación, la ecuación (2.3) se reduce a la siguiente forma:

$$\mu v_{,rr} = p_{,z} \quad (2.9)$$

Si se consideran condiciones de frontera en las que no existan deslizamiento y se recurre al principio de conservación de la masa, la respuesta en el amortiguador puede escribirse como:

$$P_V = C_V V \quad (2.10)$$

donde

$$C_V = 3\pi\mu L_p \left(\frac{R_p}{h} \right)^3 \quad (2.11)$$

En esta expresión la fuerza de salida es propiciada únicamente por la viscosidad del fluido al moverse por el pasaje anular.

Considérese el cociente entre las dos fuerzas de salida obtenidas, la inercial y la viscosa:

$$\eta = \frac{P_I}{P_V} = \frac{\text{Re}}{24} \left(\frac{R_p}{L_p} \right) \quad (2.12)$$

donde $Re = \rho Vh/\mu$ es el número de Reynolds. Para $\eta \gg 1$ el amortiguador tiene una respuesta inercial dependiente de la velocidad elevada al cuadrado, mientras que para $\eta \ll 1$ se tiene una respuesta viscosa.

Obviamente, en el diseño de los amortiguadores están involucradas muchas más variables por lo que se consideró este modelo simple con la intención de poder distinguir los dos casos límite de comportamiento de los amortiguadores comúnmente empleados. Como se menciona anteriormente, en los dispositivos incorporados en estructuras de edificios y puentes se tiene un comportamiento viscoso no lineal cuya variación en el exponente depende de la aplicación seleccionada.

Por otra parte, el concepto de añadir amortiguadores a una estructura asume que una parte de la energía de entrada debe ser absorbida no por la estructura misma, sino también por los elementos amortiguadores. El tipo de disipador ideal sería aquel en el que las fuerzas de amortiguamiento no incrementen los esfuerzos en la estructura, es decir, que implementado en una forma correcta, un disipador debe ser capaz de reducir los esfuerzos y los desplazamientos en la estructura simultáneamente.

Los amortiguadores de fluido viscoso tienen la habilidad de reducir simultáneamente los esfuerzos y los desplazamientos en una estructura. Esto se debe a que un amortiguador varía su fuerza de salida únicamente con la velocidad, lo cual produce una respuesta que esta fuera de fase con los esfuerzos provocados por la flexión en la estructura. Los dispositivos de fricción, histeréticos y viscoelásticos por su parte, en los cuales debido a su naturaleza dependiente del desplazamiento, la fuerza de salida es función de la deformación y en el último también de la velocidad, por lo que estos disminuyen el desplazamiento en una estructura, al mismo tiempo que incrementan los esfuerzos en las columnas (Aiken, 1988).

2.2. Amortiguadores de fluido viscoso para edificios y puentes.

Las partes básicas que componen a un amortiguador de fluido viscoso son (Taylor, D.,1999):

1. *Pistón.*
2. *Cilindro.*
3. *Fluido.*
4. *Sellador.*
5. *Cabeza del pistón.*
6. *Sello retenedor.*
7. *Acumulador.*
8. *Orificios.*

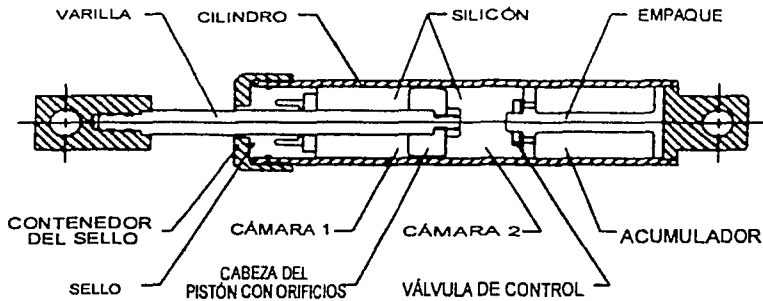


Fig. 2.2. Amortiguador de fluido viscoso.

Debido a las condiciones de carga, el *pistón* es fabricado con acero inoxidable para garantizar la resistencia y evitar la corrosión. Los momentos flexionantes sobre la barra del pistón resultan importantes cuando se trabaja con amortiguadores de más de 12 pulgadas de carrera, por lo que esta se convierte en un parámetro importante de diseño. Los *cilindros* son diseñados para una presión mínima igual a 1.5 veces la presión interna bajo un evento sísmico máximo. Por especificación, la prueba de presión debe ser tomada por el cilindro sin fluencia, daño o goteo de algún tipo. El *fluido* utilizado es un silicón el cual es un material resistente al fuego, no tóxico, térmicamente estable y no sufre degradación con el tiempo. Por su parte el *sellador* debe proporcionar una vida útil de por lo menos 25 años, además de que debe ser compatible con el fluido del amortiguador, por lo que para este propósito se utiliza generalmente el Teflón. El propósito del *acumulador* es permitir el desplazamiento volumétrico del pistón, además de compensar la expansión y contracción térmica del fluido.

Por otra parte, de la forma y colocación de los *orificios* en el amortiguador depende la fuerza de salida de este. Por lo general, para el amortiguador de fluido viscoso se procura que el arreglo de los orificios sea tal que produzca una fuerza de salida que varíe con la velocidad elevada a un exponente con valores entre 0.3 y 1.0, como se ha mencionado.

Presiones de operación.

Los amortiguadores que son empleados para el control de la respuesta sísmica trabajan a una presión de operación entre 5000psi (352kg/cm²) y 8000psi (562kg/cm²). Para aplicaciones a la ingeniería de viento, un amortiguador trabaja a una presión cercana a los 2000psi (140kg/cm²). En este último, por tratarse de cargas que duran más tiempo, los amortiguadores deben disipar este tipo de excitación durante muchas horas, sin sufrir calentamiento de la cámara y del fluido.

Frecuencias de operación

Según sea su uso, los amortiguadores pueden diseñarse y construirse para atenuar fuerzas con frecuencias de excitación en el intervalo de 0 a 2000Hz. Sin embargo, las aplicaciones de la

ingeniería sísmica tienen un contenido de frecuencias que no sobrepasan los 100 Hz. Por lo común es válido considerar frecuencias de respuesta en el intervalo de 0 a 1001 Hz.

Pruebas experimentales.

La respuesta de un amortiguador para un proyecto específico puede llevarse a cabo por medio de una prueba de "caída", que consiste en el impacto de una masa que es llevada hasta una cierta altura y luego es soltada directamente sobre el amortiguador. La Fig. 2.3 muestra una prueba utilizada para verificar la frecuencia y la respuesta impulsiva de un amortiguador de 600kips.

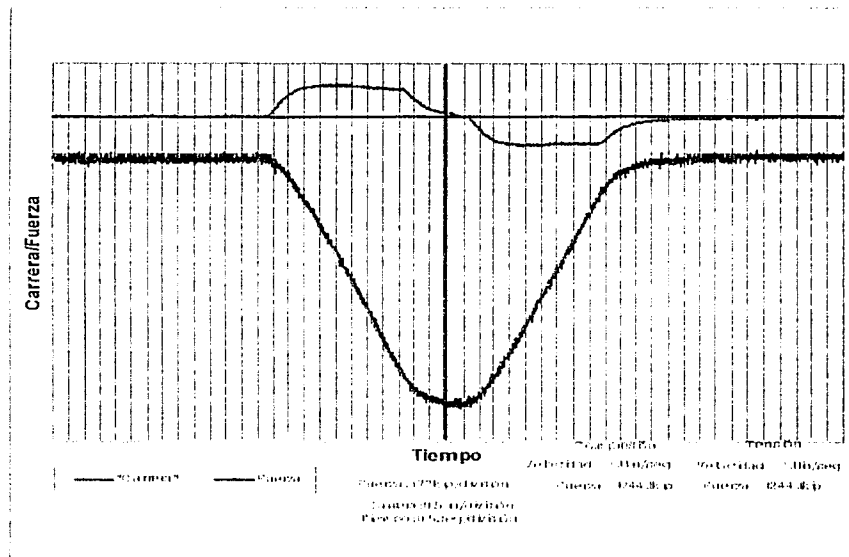


Fig. 2.3. Prueba sobre un amortiguador de 600kips de salida.

Efectos de temperatura.

Los efectos térmicos se manifiestan en los amortiguadores a través de goteo causado usualmente por el ablandamiento del sello. Los siguientes procesos térmicos tienen efecto en los amortiguadores de fluido viscoso:

Sismo y otros eventos de corta duración: Conducción.

Viento, vibración ambiental, eventos de larga duración: Conducción y convección.

Un amortiguador debe permitir, bajo carga sísmica, una temperatura no mayor a los 100°F (38°C) sobre la temperatura ambiente. Las partes metálicas o el fluido pueden alcanzar los 600°F (316°C) sin problemas, mientras que el aflojamiento del sello ocurre cuando la temperatura excede los 300°F (149°C). Como se ha mencionado, las aplicaciones en ingeniería de viento pueden traer consigo sobrecalentamiento de las partes que componen al amortiguador, por lo que es necesario considerar a esta variable como fundamental en este tipo de diseño.

2.3. Detalles de colocación de los amortiguadores viscosos.

Existen tres formas básicas de colocación de los amortiguadores dentro de estructuras de edificios y puentes (Fig. 2.4):

1. En sistema de aislamiento de base con conexiones articulados en un extremo y con un cojinete esférico en el otro conectado directamente a la cimentación.
2. En un sistema conocido como "Chevron braces" conectados igualmente con un extremo articulado y otro con un cojinete esférico pero a diferencia del anterior, este va montado directamente sobre el marco a través de brazos de acero.
3. Colocados en forma diagonal sobre el marco a través de elementos de acero.

Existen sistemas alternativos (Taylor y Constantino, 1998) los cuales utilizan sistemas de conexión adicionales (Fig. 2.5), que mediante la cinemática del movimiento, permiten velocidades relativas mayores en el amortiguador y en consecuencia una fuerza de salida igualmente mayor.

2.4. Experiencia en la implementación de amortiguadores viscosos.

Hasta la fecha, varias estructuras de edificios y puentes incluyen en su diseño o como opción de rehabilitación por daños causados por eventos sísmicos, amortiguadores de tipo viscoso. La tabla 2.1 muestra algunas estructuras con amortiguadores viscosos construidas hasta la fecha.

Por mencionarse ejemplos específicos de estructuras amortiguadas, se tiene un conjunto de edificios de hospitales en Colton California (Taylor, 1999), el cual cuenta con 186 dispositivos instalados en cinco edificios, cada uno con una fuerza de 320kips (145ton). Estos dispositivos instalados para disipar la energía proveniente de un sismo fueron colocados en paralelo con sistemas de aislamiento de base. El concepto original incluía únicamente el aislamiento de base, pero debido a que el edificio se encuentra cercano a la Falla de San Andrés, y dado que los requerimientos de diseño obligaban a tener desplazamientos en las placas elásticas del sistema de base del orden de los 5ft (1.52m), se creyó necesario adicionar a la estructura un amortiguamiento del orden del 37% del crítico en conjunto con el 8% proporcionado por el sistema de aislamiento de base, lo cual trajo reducciones del orden del 50% en los desplazamientos de la estructura. Por otra parte, en un estadio en Seattle, Washington, se

reportan reducciones importantes en el costo del proyecto con la adición de amortiguadores viscosos de 200-400kip, colocados sobre diagonales de acero en las armaduras de dicho estadio. Así pues, se puede decir que los amortiguadores han probado ser una herramienta útil en el control de la respuesta de estructuras alrededor del mundo por lo que, en los que sigue, se plantea una metodología para un mejor desempeño del sistema estructural en conjunto con los dispositivos.

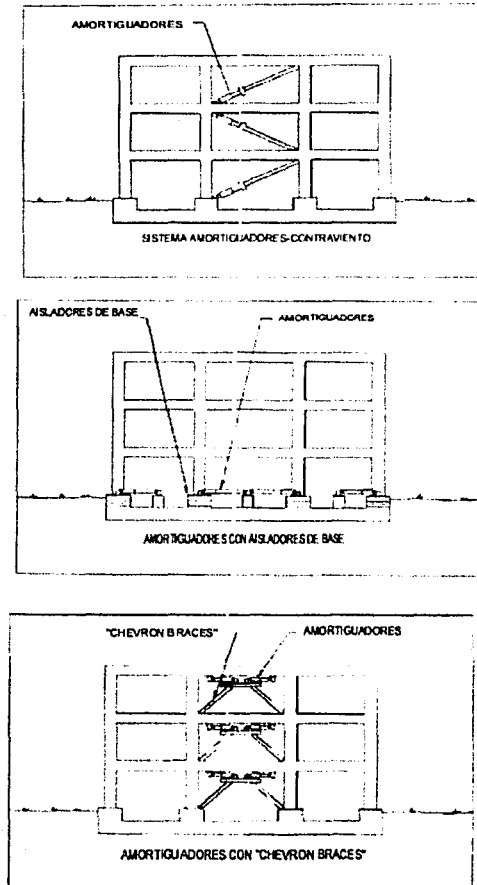


Fig. 2.4. Sistemas básicos de colocación de los amortiguadores viscosos.

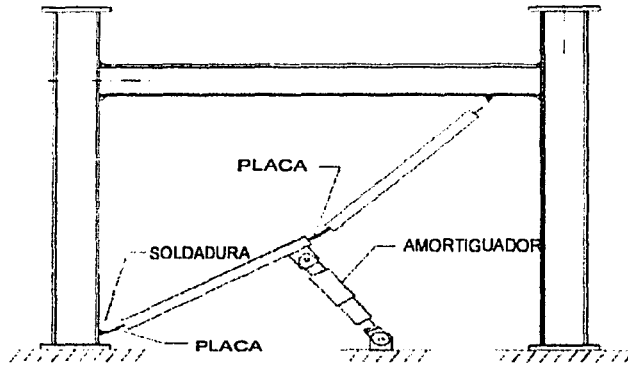


Fig. 2.5. Sistema de conexión "Toggle Brace".

Nombre y tipo de estructura	País/ Ciudad	Tipo y número de amortiguadores	Fecha de instalación	Carga
INTERCENTRO	República Dominicana/Santo Domingo	950 kN, +50mm 1565 kN, +50mm 2240 kN, +50mm Total: 48	2002	SISMO
San Francisco-Oakland Bay Bridge	USA/San Francisco, CA	2000 kN, +483mm 2450 kN, +584mm 3115 kN, +178mm Total: 100	2001/2002	SISMO
Torre Mayor	México, Cd. de México	5600 kN, +52mm 2770 kN, +52mm Total: 98	2001/2002	SISMO
CMGI-Foxboro Stadium	USA/Boston, MA	222 kN, +178mm Total: 18	2001	SISMO
Hyatt Park Tower	USA/Chicago, IL	45 kN, +500mm 22 kN, +265mm 45 kN, +300mm 175 kN, +100mm Total: 10	1999	VIENTO
New Pacific Northwest Baseball Park (Safeco Field)	USA/Seattle, WA	3600 kN, +381mm Total: 8	1998	SISMO/ VIENTO
Petronas Twin Towers	Malaysia/KLCC	10 kN, +50mm Total: 12	1995	VIENTO

Tabla 2.1. Ejemplos de estructuras amortiguadas.

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DINÁMICO DE ESTRUCTURAS CON AMORTIGUAMIENTO NO PROPORCIONAL

Es propósito de este capítulo presentar el tratamiento convencional que se le da a la solución de la ecuación diferencial del movimiento para sistemas con amortiguamiento no proporcional con la finalidad de conocer los alcances de dicha solución, para justificar su posterior aplicación a la metodología planteada en esta tesis. La adición de los disipadores en el sistema estructural trae como consecuencia que la matriz de amortiguamiento sea no diagonal debido a que, según su colocación, estos introducen en los grados de libertad donde son colocados, términos adicionales en la matriz de amortiguamiento del sistema, además de las diferencia existente entre el amortiguamiento del sistema estructural y el de los dispositivos, siendo pues este, un caso típico de amortiguamiento no clásico.

Se demostrará que es posible desacoplar las ecuaciones del movimiento para sistemas con múltiples grados de libertad (Rubinstein y Hurty, 1964) y se mostrará el enfoque modal propuesto por Gupta (Gupta, 1990) para la solución a este problema.

3.1. Solución de las ecuaciones del movimiento para sistemas con amortiguamiento no proporcional.

A diferencia de un sistema con amortiguamiento proporcional en el cual la solución del problema de valores característicos conduce únicamente a la determinación de las amplitudes relativas del movimiento debido a que estas se encuentran en fase, en el amortiguamiento no proporcional el eigenvector esta compuesto tanto de las amplitudes como de los ángulos de fase (eigenvalores) para cada grado de libertad, lo cual conlleva a un sistema de $2n$ ecuaciones para cada modo, como se mostrará a continuación.

Para sistemas con múltiples grados de libertad, la ecuación del movimiento queda definida por la expresión:

$$M \ddot{q} + C \dot{q} + Kq = P(t) \quad (3.1)$$

La ecuación anterior puede expresarse en la siguiente manera (Rubinstein y Hurty, 1964):

$$\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{P\} \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Esta ecuación denominada como la forma "reducida" de la ecuación (3.1), se puede expresar alternativamente como:

$$[A]\{\dot{y}\} + [B]\{y\} = \{F\} \quad (3.3)$$

donde

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix}$$

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{\theta\} \end{Bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{P\} \end{Bmatrix}$$

La ventaja de escribir la ecuación (3.1) en esta forma radica en el hecho de que las matrices [A] y [B], ambas de orden $2n$, son reales y simétricas, y por lo tanto conllevan a una solución directa de la ecuación homogénea.

3.2. Solución de la ecuación homogénea.

Sea la ecuación homogénea resultante de igualar a cero el lado izquierdo de la ecuación (3.2):

$$[A]\{\dot{y}\} + [B]\{y\} = \{0\} \quad (3.4)$$

La solución de esta ecuación puede suponerse de la forma e^{pt} , de aquí que

$$\begin{Bmatrix} \dot{y} \\ y \end{Bmatrix} = p\{y\} \quad (3.5)$$

o

$$\begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = p\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix}$$

$$\{\ddot{q}\} = p\{q\}$$

con la sustitución de (3.5) en (3.4) se tiene:

$$p[A]\{y\} = -[B]\{y\} \quad (3.6)$$

Si se multiplica (3.6) por la matriz inversa de [B]:

$$[D]\{y\} = \lambda\{y\} \quad (3.7)$$

donde

$$[D] = -[B]^{-1}[A]$$

$$\lambda = \frac{1}{p}$$

[D] es la matriz dinámica del sistema de orden $2n$. Esta matriz puede expresarse en forma particionada como:

$$\begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[K]^{-1}[M] & -[K]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} = \frac{1}{p} \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

donde

[I] = matriz identidad de orden n

$[K]^{-1}[M]$ = la matriz dinámica de orden n para sistemas con amortiguamiento proporcional.

La ecuación (3.7) puede escribirse de la siguiente manera

$$[\mathcal{L}(\lambda)]\{y\} = \{0\} \quad (3.9)$$

donde

$$[\mathcal{L}(\lambda)] = [D] - \lambda[I] \quad (3.10)$$

Para que exista solución no trivial, el determinante de la matriz debe desaparecer, es decir

$$|\mathcal{L}(\lambda)| = 0 \quad (3.11)$$

Esto conduce a una solución con $2n$ raíces o eigenvalores $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n}$. Para un sistema estable, cada una de las raíces deberán ser reales o negativas (sistemas con amortiguamiento crítico o sistemas sobreamortiguados) o complejas con una parte real negativa (sistemas subamortiguados). Además, si los eigenvalores son complejos, deben presentarse en pares conjugados, es decir, si el k -ésimo y el l -ésimo eigenvalor son complejos conjugados, se tiene:

$$\begin{aligned}\lambda_k &= \mu_k + i\nu_k \\ \lambda_l &= \bar{\lambda}_k = \mu_k - i\nu_k\end{aligned}\quad (3.12)$$

donde μ_k y ν_k son la parte real e imaginaria, respectivamente, e i es la unidad imaginaria.

En correspondencia con cada eigenvalor λ_k existirá un eigenvector $\{y^{(k)}\}$ formado por $2n$ componentes. Para eigenvalores complejos la forma de la matriz $[L(\lambda)]$ es tal que solo en la diagonal principal existen números complejos. De aquí que, para un par de eigenvalores complejos conjugados como los dados en la ecuación (3.12), existirá también un par de eigenvectores conjugados,

$$\{y^{(l)}\} = \{\bar{y}^{(k)}\} \quad (3.13)$$

Considérese al eigenvector $\{y^{(k)}\}$ correspondiente al eigenvalor complejo

$$\lambda_k = \mu_k + i\nu_k$$

Este valor satisface la ecuación (3.7), o bien la ecuación alternativa (3.8), de la cual se observa que la velocidad está relacionada con la componente del vector desplazamiento $\{y^{(k)}\}$ por:

$$\dot{q}_i^{(k)} = p_k q_i^{(k)} \quad (3.14)$$

donde

$$p_k = \frac{1}{\lambda_k} = \alpha_k + i\beta_k \quad (3.15)$$

$$\alpha_k = \frac{\mu_k}{\mu_k^2 + \nu_k^2}$$

$$\beta_k = -\frac{\nu_k}{\mu_k^2 + \nu_k^2} \quad (3.16)$$

La solución se puede expresar en la forma siguiente:

$$e^{r_k t} = e^{\alpha_k t} e^{i\beta_k t}$$

donde el k -ésimo modo α_k es negativo para un sistema subamortiguado, y β_k representa la frecuencia de la vibración libre amortiguada. Si los desplazamientos q_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) son representados como vectores rotando sobre un plano complejo, la velocidad angular es β_k . De la ecuación (3.14) se aprecia que el vector de velocidades difiere del vector de desplazamientos ψ_k , siendo este valor el argumento si se expresa el valor de p_k en forma polar:

$$p_k = (\alpha_k^2 + \beta_k^2)^{1/2} e^{i\varphi_k} \quad (3.17)$$

donde

$$\tan \varphi_k = \frac{\beta_k}{\alpha_k} \quad (3.18)$$

Con la solución del problema de valores característicos quedan determinados tanto las amplitudes como los ángulos de fase relativos. De aquí que la normalización del eigenvector complejo consista no solamente en el escalamiento proporcional de todas las magnitudes, sino además en la rotación de todas las componentes para el mismo ángulo en el plano complejo, lo cual representa la diferencia con la solución para amortiguamiento proporcional.

En el Anexo se demuestran relaciones de ortogonalidad las cuales son aplicadas en el siguiente apartado para obtener la solución de la ecuación del movimiento con amortiguamiento no clásico.

3.3. Desacoplamiento de las ecuaciones no homogéneas.

De manera análoga al caso de amortiguamiento proporcional, las ecuaciones del movimiento pueden desacoplarse como consecuencia de las relaciones de ortogonalidad mostradas en el anexo de este trabajo. Considérese la siguiente transformación:

$$\{y\} = [\Delta]\{z\} \quad (3.19)$$

La matriz de transformación $[\Delta]$ esta formada columna por columna por los $2n$ eigenvectores; $\{y^{(1)}\}, \{y^{(2)}\}, \dots, \{y^{(n)}\}, \{y^{(n+1)}\}, \{y^{(n+2)}\}, \dots, \{y^{(2n)}\}$, de aquí que, la matriz sea de orden $2n$.

$$\begin{aligned}
 [\Delta] &= \left[\left\{ y^{(1)} \right\} \left\{ y^{(1)} \right\} \dots \left\{ y^{(r)} \right\} \left\{ y^{(r)} \right\} \dots \left\{ y^{(n)} \right\} \left\{ y^{(n)} \right\} \right] \\
 &= \left[\left\{ \Delta^{(1)} \right\} \left\{ \Delta^{(2)} \right\} \dots \left\{ \Delta^{(2n)} \right\} \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

Cuando esta transformación se aplica a la ecuación no homogénea (3.3), se obtiene el siguiente resultado:

$$[\Delta]^T [A] [\Delta] \left\{ \dot{z} \right\} + [\Delta]^T [B] [\Delta] \{z\} = [\Delta]^T \{Y\}
 \tag{3.21}$$

o bien,

$$[\Lambda] \left\{ \dot{z} \right\} + [\Omega] \{z\} = \{Z\}
 \tag{3.22}$$

donde

$$[\Lambda] = [\Delta]^T [A] [\Delta]$$

$$[\Omega] = [\Delta]^T [B] [\Delta]$$

$$\{Z\} = [\Delta]^T \{Y\}$$

Las matrices $[\Lambda]$ y $[\Omega]$ son diagonales como resultado de las condiciones de ortogonalidad expresadas por las ecuaciones (A.3) y (A.4). Los elementos Λ_{rr} y Ω_{rr} pueden escribirse como:

$$\Lambda_{rr} = \left\{ \Delta^{(r)} \right\}^T [A] \left\{ \Delta^{(r)} \right\}$$

$$\Omega_{rr} = \left\{ \Delta^{(r)} \right\}^T [B] \left\{ \Delta^{(r)} \right\}$$

Debido a que las columnas de $\{\Delta\}$ pueden identificarse con los eigenvectores $\{y\}$, de acuerdo a la ecuación (3.32), las ecuaciones anteriores pueden escribirse como:

$$\Lambda_{rr} = \left\{ y^{(r)} \right\}^T [A] \left\{ y^{(r)} \right\}$$

$$\Omega_{rr} = \left\{ y^{(r)} \right\}^T [B] \left\{ y^{(r)} \right\}$$

Ambos coeficientes son cero para $s \neq r$ y tienen los siguientes valores para $s = r$.

$$\Lambda_r = \{y^{(r)}\}^T [A] \{y^{(r)}\}$$

$$\Omega_r = \{y^{(r)}\}^T [B] \{y^{(r)}\} \quad (3.23)$$

Si $s = r$ en la ecuación (A.1), se tiene

$$\Omega_r = -p_r \Lambda_r \quad (3.24)$$

La r -ésima ecuación desacoplada será

$$\Lambda_r z_r + \Omega_r z_r = Z_r$$

o, con la sustitución de la ecuación (3.24), esta se convierte en

$$z_r - p_r z_r = \frac{Z_r}{\Lambda_r} \quad (3.25)$$

donde

$$Z_r = \{y^{(r)}\}^T \{Y\}$$

Si $\{y^{(r)}\}$ es complejo y por lo tanto tiene un conjugado $\{y^{(\bar{r})}\}$, existirá una ecuación adicional a (3.25),

$$\bar{\Lambda}_r = \{\bar{y}^{(\bar{r})}\}^T [A] \{\bar{y}^{(\bar{r})}\}$$

$$\bar{\Omega}_r = \{\bar{y}^{(\bar{r})}\}^T [B] \{\bar{y}^{(\bar{r})}\} \quad (3.26)$$

donde $\bar{\Lambda}_r$ y $\bar{\Omega}_r$ son los complejos conjugados de Λ_r y Ω_r , respectivamente. Además, se tiene lo siguiente

$$\bar{\Omega}_r = -\bar{p}_r \bar{\Lambda}_r$$

En forma similar, se tiene la relación

$$\bar{z}_r = \left\{ \bar{y}^{(r)} \right\}^T \{y\}$$

Por lo tanto, la siguiente relación acompaña a (3.25)

$$\dot{z}_r - p_r z_r = \frac{\bar{Z}_r}{\bar{\Lambda}_r} \quad (3.27)$$

3.4. Solución de las ecuaciones desacopladas.

La solución de las ecuaciones (3.26) y (3.27) puede escribirse en forma general mediante el uso de la Transformada de Laplace. De acuerdo a esta teoría se tiene

$$\mathcal{L}z_r(t) = \int_0^{\infty} e^{-st} z_r(t) dt = z_r(s)$$

$$z_r(t) = sz_r(s) - z_r(t=0)$$

$$\mathcal{L}Z_r(t) = Z_r(s)$$

Si se considera que el desplazamiento inicial $z_r(t=0)$ es igual a cero, la Transformada de Laplace de la ecuación (3.25) será

$$z_r(s) = \frac{1}{\bar{\Lambda}_r} \frac{Z_r(s)}{s - p_r} \quad (3.28)$$

La transformada inversa puede escribirse en términos de la integral de convolución

$$z_r(t) = \frac{1}{\bar{\Lambda}_r} \int_0^t e^{p_r(t-\tau)} Z_r(\tau) d\tau \quad (3.29)$$

En forma similar, la solución de la ecuación (3.28) puede escribirse como

$$\dot{z}_r(t) = \frac{1}{\bar{\Lambda}_r} \int_0^t e^{p_r(t-\tau)} \bar{Z}_r(\tau) d\tau \quad (3.30)$$

De las dos ecuaciones anteriores, es posible verificar la siguiente relación,

$$z_r'(t) = \bar{z}(t) \quad (3.31)$$

Si se tiene la solución para el r -ésimo modo desacoplado, que es dependiente de la fuerza $Z_r(t)$, puede realizarse una transformación de coordenadas para encontrar la respuesta para las fuerzas generalizadas $\{P(t)\}$ en términos del vector de desplazamientos $\{q(t)\}$. La ecuación (3.19) puede, para este propósito, escribirse de la siguiente manera:

$$\{y(t)\} = \sum_{r=1}^n \left(\{y^{(r)}\} z_r(t) + \{y^{(r)}\} z_r(t) \right) \quad (3.32)$$

Puede observarse que $\{y(t)\}$ es la suma de dos complejos conjugados y puede por lo tanto escribirse como dos veces la parte real del término izquierdo de esta ecuación.

$$\{y(t)\} = 2 \sum_{r=1}^n \Re \{y^{(r)}\} z_r(t) \quad (3.33)$$

Luego, mediante la ecuación (3.3) y al aplicar la ecuación (3.5) se puede escribir, para el r -ésimo eigenvector

$$\{y^{(r)}\} = \left\{ \begin{array}{c} p_r \{q^{(r)}\} \\ \{q^{(r)}\} \end{array} \right\} \quad (3.34)$$

Si se sustituye la relación anterior en (3.33), los desplazamientos del vector de respuesta se pueden escribir en términos del eigenvector $\{q^{(r)}\}$, de la siguiente manera:

$$\{q(t)\} = 2 \sum_{r=1}^n \Re \{q^{(r)}\} z_r(t) \quad (3.35)$$

Con la ecuación (3.30), la solución toma la forma

$$\{q(t)\} = 2 \sum_{r=1}^n \Re \left\{ \frac{q^{(r)}}{\Lambda_r} \int_0^t e^{n_r(t-\tau)} Z_r(\tau) d\tau \right\} \quad (3.36)$$

La fuerza Z_r se expresa en términos del vector de fuerzas $\{P\}$, mediante el uso de la definición asociada con la ecuación (3.36)

$$\begin{aligned} Z_r &= \left\{ \begin{array}{c} p_r \{q^{(r)}\} \\ \{q^{(r)}\} \end{array} \right\}^T \left\{ \begin{array}{c} \{0\} \\ \{P\} \end{array} \right\} = \{q^{(r)}\}^T \{P\} \\ &= \sum_{k=1}^n q_k^{(r)} P_k(\tau) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Si se sustituye esta en la ecuación (3.47)

$$\{q(t)\} = 2 \sum_{r=1}^n \Re \left\{ \frac{\{q_j^{(r)}\}}{\Lambda_r} \sum_{k=1}^n q_k^{(r)} \int_0^t e^{i\alpha_r(t-\tau)} Q_k(\tau) d\tau \right\} \quad (3.38)$$

Para llegar a una solución más conveniente, se introducirán los siguientes ángulos de fase,

$$\Lambda_r = |\Lambda_r| e^{i\theta_r}$$

$$q_j^{(r)} = |q_j^{(r)}| e^{i\theta_j^{(r)}}$$

$$q_k^{(r)} = |q_k^{(r)}| e^{i\theta_k^{(r)}}$$

Si se utilizan estas ecuaciones en conjunción con (3.15), la componente *j*-ésima del vector $\{q(t)\}$ en la ecuación (3.38) se puede expresar como:

$$q_j(t) = 2 \sum_{r=1}^n \Re \left\{ \frac{|q_j^{(r)}|}{\Lambda_r} e^{i\theta_j^{(r)}} e^{-i\theta_r} \sum_{k=1}^n |q_k^{(r)}| e^{i\theta_k^{(r)}} \int_0^t e^{i\alpha_r(t-\tau)} e^{i\theta_r} e^{-i\theta_r} P_k(\tau) d\tau \right\} \quad (3.39)$$

Si se reordena la ecuación y se expresa solamente la parte real, se obtiene:

$$q_j(t) = 2 \sum_{r=1}^n \frac{|q_j^{(r)}|}{\Lambda_r} \sum_{k=1}^n |q_k^{(r)}| \int_0^t e^{\alpha_r(t-\tau)} \cos[\beta_r(t-\tau) - \Theta^{(r)} + \theta_j^{(r)} + \theta_k^{(r)}] P_k(\tau) d\tau \quad (3.40)$$

Como se mencionó, se cumplen relaciones de ortogonalidad para las ecuaciones del movimiento con amortiguamiento no proporcional planteándose una integral de convolución (ec. 3.40), en forma similar a la solución que se obtiene si se considera que la matriz de amortiguamiento es diagonal, cuyo requisito para que se cumpla esta condición según Caughey y O'Kelly (Caughey y O'Kelly, 1985) es $[C][M]^{-1}[K]=[K][M]^{-1}[C]$. Igusa y Der Kiureghian (1983) expresaron la solución en términos de la Integral de Duhamel y su derivada en la manera siguiente:

$$\{v(t)\} = \sum_{k=1}^n \left[\alpha_j h_j(t) + \beta_j \dot{h}(t) \right] \quad (3.41)$$

En donde $h_j(t)$ representa la Integral de Duhamel y α_j y β_j son valores que dependen de los eigenvalores y eigenvectores así como del vector de fuerzas normalizadas. Para el caso de amortiguamiento proporcional β_j es igual a cero.

De esto se puede concluir que resulta válido realizar una descomposición modal de la ecuación diferencial del movimiento y que además cabe la posibilidad de resolver numéricamente la misma.

Lo anterior fue realizado por el programa utilizado en esta tesis (SAP2000). Según este programa, la solución para estructuras con disipadores de energía incluye un término que representa la contribución del elemento no lineal en la ecuación del movimiento como se muestra a continuación:

$$M \ddot{q} + C \dot{q} + Kq + R_N(t) = P(t) \quad (3.42)$$

en donde $R_N(t)$ representa una fuerza no lineal provocada por el disipador la cual es función de la historia de velocidades y deformaciones. De aquí se desprende que las características del dispositivo están incluidas dentro de este último término por lo que las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento no se ven afectados por el efecto del disipador. Finalmente, la solución recurre al método de vectores de Ritz para lo cual se calculan vectores ortogonales y se normaliza la ecuación incluyendo a $R_N(t)$, implementándose un algoritmo numérico para conducir a la solución (Wilson 2000).

3.5. Análisis modal espectral.

La solución de la ecuación diferencial del movimiento para una excitación en el terreno $\ddot{u}_g(t)$ puede expresarse como (Gupta, 1992):

$$U = \sum_{i=1}^n \psi_i z_i + \bar{\psi}_i \bar{z}_i \quad (3.43)$$

la cual representa la ecuación (3.33) expresada en forma alternativa, donde U es el movimiento relativo de la base y se cambio la notación del eigenvector $\{y^{(n)}\}$ por ψ_i .

La ecuación (3.25) se escribe nuevamente, modificada con el propósito de considera el efecto de la aceleración en la base:

$$\dot{z}_i - p_i z_i = -F_i \ddot{u}_g, \quad (3.44)$$

$$F_i = \frac{1}{a_i} \psi_i^T M U_b \quad (3.45)$$

donde

$$a_i = 2 p_i \psi_i^T M \psi_i + \psi_i^T C \psi_i \quad (3.46)$$

y U_b es un vector obtenido mediante un desplazamiento estático unitario en la dirección del movimiento. Considérese al valor k -ésimo del vector U en el modo i , u_{ik} . De la ecuación (3.41)

$$u_{ik} = \psi_{ik} z_i + \bar{\psi}_{ik} \bar{z}_i \quad (3.47)$$

Al escribir los parámetros de las ecuaciones (3.44) y (3.47), en términos de su parte real e imaginaria:

$$z_i = \xi + \eta i, \quad \lambda_i = -\zeta_i \omega_i + i \omega_{D_i}, \quad \omega_{D_i} = \sqrt{(1 - \zeta_i^2)} \omega_i,$$

$$F_i = g + hi, \quad \psi_{ik} = \alpha + \beta i \quad (3.48)$$

Las ecuaciones (3.47) y (3.48) conducen a:

$$u_{ik} = 2(\alpha \xi - \beta \eta) \quad (3.49)$$

Para un modo dado, ξ y η son funciones del tiempo únicamente. Los parámetros (α , β) definen la forma modal y difieren para cada grado de libertad, además de que cada uno de ellos varía independientemente, es decir cada grado de libertad tiene su propia fase, como ya se menciona.

Con la sustitución de las ecuaciones (3.48) en la ecuación (3.44), al separar la parte real e imaginaria, y resolver para ξ y η , se tiene

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} + 2\zeta_i \omega_i \dot{\xi} + \omega_i^2 \xi &= -(\zeta_i \omega_i g - \omega_{D_i} h) \ddot{u}_g - g \ddot{u}_s, \\ \ddot{\eta} + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta} + \omega_i^2 \eta &= -(\omega_{D_i} g + \zeta_i \omega_i h) \ddot{u}_g - h \ddot{u}_s. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Las ecuaciones (3.50) y (3.49) conducen a

$$\ddot{u}_{ik} + 2\zeta_i \omega_i \dot{u}_{ik} + \omega_i^2 u_{ik} = -r \left[\ddot{u}_g \cos \theta - \ddot{u}_s \operatorname{sen} \theta / \omega_i \right] \quad (3.51)$$

en la cual

$$\begin{aligned} r \cos \theta &= 2[\alpha(\zeta_i \omega_i g - \omega_{D_i} h) - \beta(\omega_{D_i} g + \zeta_i \omega_i h)] \\ r \operatorname{sen} \theta &= -2(\alpha g - \beta h) \omega_i \end{aligned} \quad (3.52)$$

La solución de la ecuación (3.51) puede escribirse como:

$$u_{ik} = r(x_i \cos \theta - x_i \operatorname{sen} \theta / \omega_i) \quad (3.53)$$

La ecuación (3.53) puede utilizarse para obtener la historia de los desplazamientos u_{ik} . Esta ecuación puede escribirse como:

$$u_{ik} = u_{ik}^d - u_{ik}^v$$

$$u_{ik}^d = \psi_{ik}^d x_i, \quad \psi_{ik}^d = r \cos \theta,$$

$$u_{ik}^v = \psi_{ik}^v x_i, \quad \psi_{ik}^v = r \operatorname{sen} \theta / \omega_i. \quad (3.54)$$

De las ecuaciones (3.48) se derivan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \zeta_i \omega_i &= -(\lambda_i + \bar{\lambda}_i) / 2, & \omega_{Di} &= -i(\lambda_i - \bar{\lambda}_i) / 2 \\ g &= (F_i + \bar{F}_i) / 2, & h &= -i(F_i - \bar{F}_i) / 2 \\ \alpha &= (\psi_{ik} + \bar{\psi}_{ik}) / 2, & \beta &= -i(\psi_{ik} - \bar{\psi}_{ik}) / 2 \end{aligned} \quad (3.55)$$

Con la sustitución de las ecuaciones (3.55) en las ecuaciones (3.52) se tiene:

$$\psi_{ik}^d = r \cos \theta = -(\bar{\lambda}_i F_i \psi_{ik} + \lambda_i \bar{F}_i \bar{\psi}_{ik}) = -2 \operatorname{Re}(\bar{\lambda}_i F_i \psi_{ik})$$

$$\psi_{ik}^v = r \cos \theta / \omega_i = -(F_i \psi_{ik} + \bar{F}_i \bar{\psi}_{ik}) = -2 \operatorname{Re}(F_i \psi_{ik}) \quad (3.56)$$

Las ecuaciones anteriores pueden escribirse en forma matricial:

$$\begin{aligned} [\psi_i^d] &= -2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_i F_i [\psi_i] \\ [\psi_i^v] &= -2 \operatorname{Re} F_i [\psi_i] \end{aligned} \quad (3.57)$$

Las ecuaciones (3.43), (3.53) y (3.54) se convierten

$$\begin{aligned} [U] &= \sum_{i=1}^n [U_i], & [U_i] &= [U_i^d] - [U_i^v] \\ [U_i^d] &= [\psi_i^d] x_i, & [U_i^v] &= [\psi_i^v] x_i \end{aligned} \quad (3.58)$$

Tal como sucede en el análisis espectral convencional, se define el desplazamiento espectral por:

$$S_{Di}^d = \max |x_i(t)| \quad (3.57)$$

Además, se define la velocidad espectral:

$$S_{vi}^v = \max |x(t)| \quad (3.59)$$

De las ecuaciones (3.56), (3.58) y (3.59) se tiene:

$$[U_{i\max}^d] = [\psi_i^d] S_{Di}^d, \quad [U_{i\max}^v] = [\psi_i^v] S_{vi}^v \quad (3.60)$$

A diferencia de la solución para amortiguamiento proporcional, en la solución para amortiguamiento no clásico aparece el término de la pseudo velocidad, el cual resulta ser igual al valor de la velocidad relativa en un intervalo de frecuencias de 0 a 10hz (Gupta y Jaw, 1986). De este hecho se concluye que al utilizar espectros de respuesta con amortiguamiento viscoso equivalente para estructuras con disipadores de energía, el término de la velocidad relativa se desprecia. Es posible relacionar el espectro de pseudo velocidades con el espectro de pseudo desplazamientos para tres intervalos de frecuencias considerado como alto, intermedio y bajo (Gupta, 1992).

El método de solución de la ecuación diferencial del movimiento que fue propuesto en esta tesis esta dado por la ec. 3.42, a través del análisis en la historia del tiempo, por lo que no se utilizaron espectros con amortiguamiento equivalente, sino que lo anterior tuvo el propósito de demostrar únicamente los alcances de la solución de la ecuación del movimiento para amortiguamiento no clásico así como de un análisis espectral alternativo, lo cual será aprovechado en el siguiente capítulo. A este respecto, se propuso que la descomposición modal se realice a través de la solución de la ecuación del movimiento con los disipadores modelados como amortiguadores viscosos para un sistema de un grado de libertad, el cual consistió en un marco con frecuencia variable para obtener con ello superficies de respuesta en función del periodo de la estructura y de la cantidad de amortiguamiento proporcionada por el dispositivo.

CAPÍTULO 4. PLANTEAMIENTO DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA PARA ESTRUCTURAS CON AMORTIGUAMIENTO VISCOSO

El propósito de este capítulo es proponer una metodología para obtener la cantidad de amortiguamiento suplementario que debe ser incorporada a una estructura, con el fin de reducir su respuesta, ante una excitación en la base. Se presenta la formulación general del problema de diseño óptimo con dispositivos de amortiguamiento viscoso (Tsuji y Nakamura, 1996) y un método para reducir la respuesta torsional de una estructura tridimensional (Wu, Ou, y Soong, 1996). Se propone en esta tesis una metodología alternativa que consiste en la obtención de superficies para los cuales se grafica la distorsión máxima para un sistema de un grado de libertad como función del periodo y del amortiguamiento equivalente proporcionado por los dispositivos, pretendiendo con ello tener un parámetro cuantitativo de la cantidad de amortiguamiento que adicionada a una estructura, garantice un desplazamiento máximo preestablecido. La propuesta puede ser considerada como válida bajo la hipótesis de que la respuesta es función principalmente del modo fundamental y tiene su justificación teórica en lo planteado en el capítulo anterior. Como se verá posteriormente, el carácter de este trabajo está fuera de considerar sistemas equivalentes de un grado de libertad como en trabajos previos (Badillo, 2000), ya que no se hace alusión al cálculo de las características equivalentes de masa, rigidez, etc., de la estructura, sino que se podría considerar como una propuesta para realizar diseños de edificios con amortiguadores viscosos, debido a que se plantea el problema de seleccionar el número de amortiguadores necesarios para alcanzar una distorsión de entrepiso, así como la localización de los mismos. Se consideran tres registros representativos de suelo blando (SCTEW-85), suelo de transición (R20/04/98) y suelo duro (El Centro). Por último, se plantea el criterio de localización de los dispositivos con base a sus características mecánicas.

4.1. Formulación del problema de diseño óptimo para estructuras con amortiguadores de fluido viscoso y su criterio de optimización.

Considérese un modelo elástico de un marco plano de f -pisos con amortiguadores viscosos denominado como modelo SBVD (Tsuji y Nakamura, 1996). El espectro de diseño se denotará en lo subsiguiente por $S_D = (\omega; \xi)$, donde ω y ξ son la frecuencia y el cociente de amortiguamiento, respectivamente.

La rigidez de entrepiso del nivel j y el coeficiente de amortiguamiento de un dispositivo que sea colocado entre los pisos $(j-1)$ y el j -ésimo serán denotados por k_j y c_{vj} , respectivamente. La masa concentrada del j -ésimo piso es m_j , e incluye los efectos de masas distribuidas de miembros estructurales, y se considera que no varía en el proceso de diseño. Las matrices de masas y de rigidez son $[M]$ y $[K]$, respectivamente. El amortiguamiento estructural de este modelo de edificio de cortante, se considerará como proporcional a la rigidez por lo que el cociente de

amortiguamiento modal ζ_{ss} es conocido (amortiguamiento de Rayleigh). La matriz de amortiguamiento $[C]$ está expresada como la suma de la matriz de amortiguamiento del sistema estructural y la matriz de amortiguamiento adicional C_v , debida a los dispositivos:

$$[C] = \frac{2\xi}{\omega_1} [K] + [C_v] \quad (4.1)$$

donde ω_1 representa la frecuencia fundamental del sistema sin amortiguamiento.

Como se ha mencionado, este modelo es un sistema con amortiguamiento no clásico debido a que $[C_v]$ en general, no es proporcional a $[K]$. De aquí que las reglas de combinación modal para un sistema con amortiguamiento clásico, tal como el *SRSS* o el *CQC* (Wilson, Der Kiureghian, y Bayo, 1981) pueden traer consigo errores en la evaluación de la respuesta media máxima elástica. La respuesta media máxima para sistemas con amortiguamiento no proporcional, puede evaluarse mediante una extensión del método *CQC* (Igusa, Der Kiureghian, y Sackman, 1984), en términos de los eigenvalores complejos y sus eigenvectores asociados definidos por la ecuación:

$$\left(\lambda^{(r)2} M + \lambda^{(r)} C + K \right) u^{(r)} = 0 \quad (4.2)$$

donde $\lambda^{(r)}$ y $u^{(r)}$ representa el r -ésimo eigenvalor complejo y su eigenvector asociado, respectivamente. El cuadrado de la máxima distorsión de entrepiso $\delta_{jmax}(c_i; k)$ del $(j-1)$ -ésimo piso con respecto al j -ésimo debido al sismo de diseño puede evaluarse con la siguiente expresión:

$$\delta_{jmax}(c_i; k)^2 = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N S_D^{(r,s)} S_D^{(s,r)} (\rho_{ss}^{(r,s)} a_j^{(r)} a_j^{(s)} + 2\rho_{sc}^{(r,s)} a_j^{(r)} b_j^{(s)} + \rho_{cc}^{(r,s)} b_j^{(r)} b_j^{(s)}) \quad (4.3)$$

donde

$$a_j^{(r)} = \text{Re} \left[v^{(r)} (u_j^{(r)} - u_{j-1}^{(r)}) \right]$$

$$b_j^{(r)} = \text{Im} \left[v^{(r)} (u_j^{(r)} - u_{j-1}^{(r)}) \right]$$

$$S_D^{(r)} = S_D(\omega^{(r)}; \xi^{(r)})$$

N , $\omega_j^{(r)}$, $\xi^{(r)}$, $v_j^{(r)}$ y $u_j^{(r)}$ denotan el número de modos considerados, la r -ésima eigenfrecuencia, el r -ésimo cociente de amortiguamiento, el r -ésimo factor de participación para movimientos horizontales del terreno y el j -ésimo elemento de $u_j^{(r)}$, respectivamente. Los términos $\rho_{ss}^{(r,s)}$, $\rho_{sc}^{(r,s)}$ y $\rho_{cc}^{(r,s)}$ son coeficientes de correlación modal cruzada, cuyos valores son función

de la relación de frecuencias así como del amortiguamiento para cada modo (Yang, Sarkani, y Long, 1990).

En este trabajo, los parámetros de la respuesta estructural como desplazamientos, aceleraciones, distorsiones de entrepiso, etc., se presentaron en términos de los valores máximos de la respuesta en la historia del tiempo, por lo que no se utiliza una regla de combinación modal para combinar las respuestas individuales aportadas por cada modo.

Por otro lado, el problema de diseño óptimo formulado por Nakamura del edificio con los dispositivos puede plantearse de la manera siguiente: Sean $\{k\}^P, \{c_v\}^P$ y $\{\delta_{\max}\}$ una serie de rigideces de entrepiso admisibles, los coeficientes de amortiguamiento admisibles proporcionados por los dispositivos y una serie de distorsiones de entrepiso, respectivamente. Se podría determinar la respuesta en un modelo SBVD mediante la combinación de rigideces $k^R \in \{k\}^P$ y de coeficientes de amortiguamiento viscoso $c_v^R \in \{c_v\}^P$, denotado por $s^R = \{c_v^R; k^R\}$, y este presentar una serie de distorsiones máximas de entrepiso $\delta_{\max}^R \in \{\delta_{\max}\}$ debido al sismo de diseño. Esto puede definirse mediante una relación no lineal de la forma $\delta_{\max}^R = \delta_{\max}(c_v^R; k^R)$.

Sean $\bar{\delta}$ y $\{\delta\}$ la distorsión máxima de entrepiso del $(j-1)$ -ésimo con respecto al j -ésimo piso especificado por el diseñador y su correspondiente vector, respectivamente. Existirán un número de modelos SBVD que experimentan distorsiones de entrepiso $\delta/\mu \in \{\delta_{\max}\}$, por ejemplo,

distorsiones de entrepiso similares a $\bar{\delta}$, donde μ es un número positivo. Si se especifica la suma de los coeficientes de amortiguamiento proporcionados por los dispositivos, existirán en los modelos SBVD cualquiera de las opciones siguientes; una que minimice la suma de la rigidez de entrepiso para una μ determinada o bien un modelo que maximice μ para una determinada rigidez de entrepiso. El primer caso se denomina como "modelo óptimo de diseño SBVD" por costo mínimo y el último como el "máximo desempeño del sistema", respectivamente. A continuación se presenta la descripción detallada de los dos problemas de optimación de los amortiguadores.

ODSP(diseño óptimo SBVD con desempeño específico).

Dado un espectro de diseño $S_D = (\omega; \zeta)$ y un vector de masas $\{m_j\}$ para un modelo SBVD, encontrar el vector de rigideces k y los coeficientes de amortiguamiento c_v de los amortiguadores que minimice

$$F \equiv \sum_{i=1}^f k_i \tag{4.4}$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^f c_{vi} - \bar{C}_v = 0 \quad (4.5)$$

$$\delta_{j,\max}(c_v; k)^2 - \left(\bar{\delta}_j / \bar{\mu} \right)^2 = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (4.6)$$

$$g_j = c_{vj} - \bar{c}_{vj} \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (4.7)$$

donde \bar{C}_v , $\bar{\mu}$ y \bar{c}_{vj} denotan los valores para la suma de los coeficientes de amortiguamiento de los dispositivos, el valor especificado para μ , y el valor del coeficiente de amortiguamiento superior del j -ésimo amortiguador, respectivamente.

Se trata aquí de un problema de máximos y mínimos restringidos por lo que podría pensarse en una solución con multiplicadores de Lagrange. Con objeto de derivar las condiciones óptimas del problema ODSP, Tsuji y Nakamura definieron la siguiente función objetivo:

$$\phi = F + \sum_{i=1}^f \xi_i g_i + \sum_{i=1}^f \zeta_i \left\{ \delta_{i,\max}(c_v; k)^2 - \left(\frac{\bar{\delta}_i}{\bar{\mu}} \right)^2 \right\} + \chi \left(\sum_{i=1}^f c_{vi} - \bar{C}_v \right) \quad (4.8)$$

donde ξ_i , ζ_i y χ son multiplicadores de Lagrange. Las condiciones necesarias para la optimización local para el problema ODSP, dadas por las condiciones de Kuhn-Tucker (Gallagher, 1977), son las siguientes:

$$\frac{\partial \phi}{\partial c_{vj}} = \xi_j + \sum_{i=1}^f \zeta_i \gamma_{ij}(c_v; k) + \chi \begin{cases} = 0, c_{vj} > 0 \\ \geq 0, c_{vj} = 0 \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial k_j} = 1 + \sum_{i=1}^f \zeta_i \kappa_{ij}(c_v; k) \begin{cases} = 0, \\ \leq 0, \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi_j} = c_{vj} - \bar{c}_{vj} \begin{cases} = 0, \xi_j > 0 \\ \leq 0, \xi_j = 0 \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \zeta_j} = \delta_{j,\max}(c_v; k) - \bar{\delta}_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \chi} = \sum_{i=1}^f c_{vi} - \bar{C}_v = 0 \quad (4.13)$$

donde

$$\gamma_{ij}(c_v; k) = \frac{\partial \delta_{i,\max}(c_v; k)^2}{\partial c_{v_j}}, \quad (4.14a)$$

$$\kappa_{ij}(c_v; k) = \frac{\partial \delta_{i,\max}(c_v; k)^2}{\partial k_j} \quad (4.14b)$$

La función objetivo F y todos los límites de la función g_j son funciones de restricción con respecto a las variables de diseño.

ODSC(diseño óptimo SBVD con costo específico).

Este problema consiste en que dado un espectro de respuesta $S_D = (\omega; \zeta)$, encontrar la serie de rigideces de entrepiso k y coeficientes de amortiguamiento viscoso c_v que maximice μ sujeto a las restricciones (4.5) y (4.6)

$$\sum_{i=1}^f k_i - \bar{K} = 0 \quad (4.15)$$

$$\delta_{j,\max}(c_v; k)^2 - \left(\bar{\delta}_j / \bar{\mu} \right)^2 = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (4.16)$$

donde \bar{K} indica los valores especificados para la suma de rigideces de entrepiso.

En esta tesis definió la rigidez de la estructura y se encontró la cantidad de amortiguamiento que garantizara una distorsión de entrepiso especificada. Para evitar la solución del problema de diseño óptimo mediante el planteamiento anterior, por considerarse sumamente complejo, se recurrió en este trabajo a un planteamiento alternativo en el cual se cubrieron los aspectos expuestos en las ecuaciones 4.5, 4.6 y 4.7 en la manera siguiente:

- Dadas las características de las ecuaciones antes mencionadas, en particular las ec. 4.5 y 4.6 que establecen una restricción en cuanto al número de dispositivos a utilizar así como la reducción de la distorsión de entrepiso para un valor preestablecido, se pretendió cubrir este aspecto como se mostrará posteriormente en la Sec. 4.3 mediante la obtención de superficies de un sistema de un grado de libertad con la inclusión de las características de los amortiguadores viscosos, con las cuales es posible, una vez conocido el modo fundamental de la estructura, conocer la cantidad de amortiguamiento equivalente necesario para reducir la respuesta a un valor determinado.

- La ec. 4.7 por su parte es una restricción que tiene como objetivo garantizar la máxima fuerza de salida del dispositivo, lo cual fue planteado también en la Sec. 4.3 mediante un desarrollo encaminado a colocar los dispositivos en aquellos lugares dentro del sistema estructural donde la fuerza de salida sea máxima, hecho que se justifica en la misma sección.
- Como se describirá en la Sec. 4.3, se pretendió en esta tesis únicamente encontrar la solución al problema de la localización más efectiva de los amortiguadores así como de la cantidad de dispositivos necesarios para alcanzar una distorsión de entrepiso, por lo que no se cumplió con los requerimientos formales de un problema de diseño óptimo, sino más bien se consideró un problema paralelo y se propuso una solución de carácter dinámico.

4.2. Reducción de la respuesta torsional de una estructura mediante la implementación de amortiguadores viscosos.

Corresponde ahora el tratamiento concerniente a la respuesta torsional de una estructura debido a que, este efecto contribuye de manera apreciable en la respuesta del sistema estructural, tal como lo demuestran los análisis realizados por Soong, et. al (Wu, Ou, y Soong, 1996), por lo que lo ideal sería no solo reducir las distorsiones de entrepiso sino además el ángulo de torsión de una estructura tridimensional.

En el estudio realizado por Soong, el modelo estructural analizado fue una estructura tridimensional de N pisos. Considérese a u_j , y θ_j , el desplazamiento traslacional del centro de masa del j -ésimo piso y el ángulo de torsión relativo al terreno. Por conveniencia, en lo que sigue se supondrá que el ángulo torsional del terreno es cero. Sean V_{j-1} y V_j la resultante de las fuerzas cortantes en las columnas del j y $(j+1)$ -ésimo pisos en la dirección x , respectivamente y R_{j-1} y R_j la resultante de los momentos de torsión en el j y $(j+1)$ -ésimo pisos debido a las fuerzas cortantes en las columnas. Las ecuaciones del movimiento para el piso j son

$$m_j \ddot{u}_j + V_{j-1} - V_j = 0 \quad (4.17)$$

$$J_j \ddot{\theta}_j + R_{j-1} - R_j = 0 \quad (4.18)$$

donde

$$V_{j-1} = \sum_{i=1}^j k_{j,i} [(u_j + l_{i,j} \theta_j) - (u_{j-1} + l_{i,j} \theta_{j-1})] + \sum_{i=1}^j c_{j,i} [\dot{(u_j + l_{i,j} \theta_j)} - \dot{(u_{j-1} + l_{i,j} \theta_{j-1})}] \quad (4.19)$$

$$= K_j (u_j - u_{j-1}) + C_j (\dot{u}_j - \dot{u}_{j-1}) + B_j (\theta_j - \theta_{j-1}) + D_j (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j-1})$$

$$V_j = K_{j+1} (u_{j+1} - u_j) + C_{j+1} (\dot{u}_{j+1} - \dot{u}_j) + B_{j+1} (\theta_{j+1} - \theta_j) + D_{j+1} (\dot{\theta}_{j+1} - \dot{\theta}_j) \quad (4.20)$$

$$R_{j-1} = \sum_{i=1}^j k_{j,i} l_{j,i} [(u_j + l_j \theta_j) - (u_{j-1} + l_{j-1} \theta_{j-1})] + \sum_{i=1}^j c_{j,i} l_{j,i} [(u_j + l_j \dot{\theta}_j) - (u_{j-1} + l_{j-1} \dot{\theta}_{j-1})] - B_j (u_j - u_{j-1}) + D_j (u_j - u_{j-1}) + E_j (\theta_j - \theta_{j-1}) + F_j (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j-1}) \quad (4.21)$$

$$R_j = B_{j+1} (u_{j+1} - u_j) + D_{j+1} (u_{j+1} - u_j) + E_{j+1} (\theta_{j+1} - \theta_j) + F_{j+1} (\dot{\theta}_{j+1} - \dot{\theta}_j) \quad (4.22)$$

m_j = masa del piso j-ésimo

J_j = momento de inercia de la masa del j-ésimo piso

$k_{j,i}$ = rigidez del i-ésimo marco del piso j

$c_{j,i}$ = coeficiente de amortiguamiento viscoso del i-ésimo marco del piso j.

$l_{j,i}$ = es la distancia desde el centro de masa del j-ésimo piso al i-ésimo marco y tiene un valor positivo si este último se localiza en el lado izquierdo del centro de masa.

Con el propósito de simplificar las ecuaciones (4.19) a (4.21) se definen las siguientes variables:

$$\begin{aligned} K_j &= \sum_{i=1}^j k_{j,i} & C_j &= \sum_{i=1}^j c_{j,i} & B_j &= \sum_{i=1}^j k_{j,i} l_{j,i} \\ D_j &= \sum_{i=1}^j c_{j,i} l_{j,i} & E_j &= \sum_{i=1}^j k_{j,i} l_{j,i}^2 \\ F_j &= \sum_{i=1}^j c_{j,i} l_{j,i}^2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Mediante la sustitución de las ecuaciones (4.19) y (4.21) en las ecuaciones (4.17) y (4.18), se tiene

$$m_j \ddot{u}_j - C_j \dot{u}_{j-1} + (C_j + C_{j+1}) \dot{u}_j - C_{j+1} \dot{u}_{j+1} - D_j \theta_{j-1} + (D_j + D_{j+1}) \dot{\theta}_j - D_{j+1} \dot{\theta}_{j+1} - K_j u_{j-1} + (K_j + K_{j+1}) u_j - K_{j+1} u_{j+1} - B_j \theta_{j-1} + (B_j + B_{j+1}) \dot{\theta}_j - B_{j+1} \dot{\theta}_{j+1} = 0 \quad (4.24)$$

$$J_j \ddot{\theta}_j - D_j \dot{u}_{j-1} + (D_j + D_{j+1}) \dot{u}_j - D_{j+1} \dot{u}_{j+1} - F_j \dot{\theta}_{j-1} + (F_j + F_{j+1}) \dot{\theta}_j - F_{j+1} \dot{\theta}_{j+1} - B_j u_{j-1} + (B_j + B_{j+1}) u_j - B_{j+1} u_{j+1} - E_j \theta_{j-1} + (E_j + E_{j+1}) \dot{\theta}_j - E_{j+1} \dot{\theta}_{j+1} = 0. \quad (4.25)$$

Se limita la atención al caso de la eliminación de la respuesta torsional a través de los disipadores de energía. En lo que sigue se asumió que la rigidez y el coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente son datos conocidos de las dimensiones y propiedades mecánicas de los dispositivos.

Podemos observar de las ecuaciones (4.24) y (4.25) que es posible desacoplar el efecto de la torsión si los valores de D_j y B_j ($j=1,2,\dots,N$) son cero, por lo que estas ecuaciones pueden reducirse a:

$$m_j \ddot{u}_j - C_j \dot{u}_{j-1} + (C_j + C_{j+1}) \dot{u}_j - C_{j+1} \dot{u}_{j+1} - K_j u_{j-1} + (K_j + K_{j+1}) u_j - K_{j+1} u_{j+1} = 0 \quad (4.26)$$

$$J_j \ddot{\theta}_j - F_j \dot{\theta}_{j-1} + (F_j + F_{j+1}) \dot{\theta}_j - F_{j+1} \dot{\theta}_{j+1} - E_j \theta_{j-1} + (E_j + E_{j+1}) \theta_j - E_{j+1} \theta_{j+1} = 0 \quad (4.27)$$

Se observa de la ecuación (4.27) que para eliminar completamente la respuesta torsional para una estructura tridimensional es necesario que:

$$D_j = 0 \text{ y } B_j = 0, \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (4.28)$$

Los valores $c_{j,j}^0$ y $k_{j,j}^0$ representan respectivamente los coeficientes de rigidez y de amortiguamiento viscoso del i -ésimo marco en el j -ésimo piso sin los dispositivos; $c_{j,j}^v$ y $k_{j,j}^v$ son respectivamente, la rigidez y el coeficiente de amortiguamiento de los dispositivos, por lo que

$$c_{j,j} = c_{j,i}^0 + c_{j,j}^v, \quad k_{j,j} = k_{j,i}^0 + k_{j,j}^v \quad (4.29)$$

Para eliminar completamente la respuesta torsional, puede escogerse primeramente la localización de los dispositivos y entonces determinar los valores $c_{j,j}^v$ y $k_{j,j}^v$ de acuerdo a las ecuaciones (4.23), (4.28) y (4.29).

En general, el amortiguamiento adicional dado por los dispositivos puede ser muy grande, pero la rigidez es limitada, por lo que el requerimiento dado en la ecuación (4.28) para $D_j = 0$ se cumple fácilmente, pero la otra condición, $B_j = 0$, es difícil de satisfacer al mismo tiempo. Debido a esto, la respuesta torsional no puede eliminarse completamente. Para reducir la respuesta torsional al mínimo, Soong propuso un procedimiento de optimización de los valores de K_j, C_j, B_j, D_j, E_j y F_j ($j = 1, 2, \dots, N$), el cual se describe a continuación.

El ángulo torsional de entrepiso entre el j -ésimo y $(j-1)$ -ésimo piso puede escribirse como

$$w_j = \theta_j - \theta_{j-1} \quad (4.30)$$

En el dominio de la frecuencia, tenemos

$$W_j = \Theta_j - \Theta_{j-1} \quad (4.31)$$

La aceleración del terreno debido a un sismo se modela como un proceso estocástico estacionario con media cero y cuya función de densidad espectral $\Phi(\omega)$ esta dada por

$$\Phi(\omega) = \frac{1 + 4\xi_s^2 \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right]^2 + 4\xi_s^2 \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} S^2 \quad (4.32)$$

donde ω_s , ω y S son parámetros que dependen de la intensidad y características de los sismos en una localización geológica particular.

Con esto, se puede encontrar la media cuadrática de la respuesta $\sigma_{w_j}^2$ de la estructura en cada piso con base a la siguiente expresión (Vanmarcke, 1984):

$$\sigma_{w_j}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |W_j|^2 \Phi(\omega) d\omega \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (4.33)$$

La primera etapa en este método consiste en la determinación con un primer análisis sin los dispositivos de la media cuadrática máxima del ángulo de torsión de cada nivel, es decir

$$\sigma_{w, \max}^2 = \max(\sigma_{w1}^2, \sigma_{w2}^2, \dots, \sigma_{wN}^2) \quad (4.34)$$

donde los valores de las ecuaciones (4.23)

$$\begin{aligned} K_j^0 &= \sum_{i=1}^I k_{j,i}^0 & C_j^0 &= \sum_{i=1}^I c_{j,i}^0 & B_j^0 &= \sum_{i=1}^I k_{j,i}^0 l_{j,i} \\ D_j^0 &= \sum_{i=1}^I c_{j,i}^0 l_{j,i} & E_j^0 &= \sum_{i=1}^I k_{j,i}^0 l_{j,i}^2 \\ F_j^0 &= \sum_{i=1}^I c_{j,i}^0 l_{j,i}^2 \end{aligned} \quad (4.35)$$

debido a que los valores de (4.29) son simplemente

$$c_{j,i} = c_{j,i}^0, \quad k_{j,i} = k_{j,i}^0$$

Cuando se adicionan m dispositivos con propiedades mecánicas determinadas y dimensiones variables para cada nivel, el límite superior de D_j es $D_j^0 + mc^v l_{j,N}$, donde c^v es el máximo coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente del dispositivo, mientras que el límite inferior es $D_j^0 + mc^v l_{j,1}$. Por lo que los valores óptimos de los parámetros K_j , C_j , B_j , D_j , E_j y F_j pueden determinarse al resolver el siguiente problema de optimización:

- Encontrar $D_j (j=1, 2, \dots, N)$ (4.36)

- Minimizar $\sigma_w^2 \max$

- Sujeto a $D_j^0 + mc^v l_{j,1} \leq D_j \leq D_j^0 + mc^v l_{j,N}$

Esta última restricción es dependiente de la colocación del centro de giro del entrepiso considerado.

El proceso anterior converge cuando

- $|D_j^{*1} - D_j^*| \leq \varepsilon$ (4.37)

Las ecuación (4.34) y (4.37) representan las condiciones necesarias para reducir la respuesta torsional a través del máximo desempeño de los dispositivos.

Este procedimiento desarrollado en un principio para dispositivos viscoelásticos puede extenderse para amortiguadores viscosos. Debido a que el máximo desempeño de los dispositivos esta en función de la velocidad, la ecuación (4.34) podría modificarse para cumplir con esta condición. Si se considera que los amortiguadores viscosos son colocados entre dos niveles consecutivos, estos tendrán un mejor desempeño en aquellos niveles para los cuales la diferencia de la velocidad máxima satisfaga la siguiente condición

$$\sigma^2 v_j = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_j|^2 \Phi_{\dot{x}_0, \dot{x}_0}(\omega) d\omega \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (4.38)$$

donde

$$\Psi_j = \dot{u}_j - \dot{u}_{j-1}$$

representa la velocidad relativa entre dos niveles consecutivos.

Si se considera que los amortiguadores trabajan más eficientemente en aquellos entrepisos cuya velocidad relativa sea máxima, es decir, si se considera que la ecuación (4.38) representa el área bajo el espectro de respuesta y esta a la vez representa un valor o índice para cada entrepiso, para un edificio con N niveles se cumple lo siguiente:

$$\sigma_{v,max}^2 = \text{MAX}(\sigma_{v1}^2, \sigma_{v2}^2, \dots, \sigma_{vN}^2) \quad (4.39)$$

Este índice por definición indica también la varianza de la velocidad relativa. Una vez determinada la historia de velocidades en todos los niveles, de acuerdo a la interpretación anterior, es posible determinar la varianza de la velocidad relativa para cada marco de un entrepiso, cuyo valor máximo indicará el lugar donde deben colocarse los dispositivos.

4.3 Metodología propuesta para la optimización de dispositivos de amortiguamiento viscoso.

Con base en lo que se presentó en el capítulo anterior y lo desarrollado en este, se propuso una solución al problema de encontrar el número de amortiguadores viscosos necesarios para reducir la respuesta de una estructura así como la localización de los mismos mediante una metodología que fuera sencilla de implementar. Como se ha mencionado, la propuesta consistió en la obtención de superficies de respuesta para un sistema de un grado de libertad, a través de la evaluación de la respuesta de un marco plano con excitación en la base, para tres registros, considerados como representativos de suelo duro, blando y de transición. Los registros considerados fueron los siguientes:

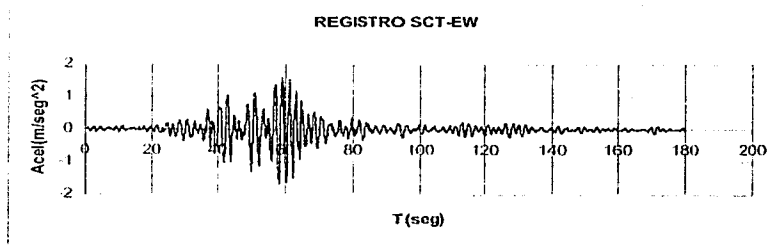


Fig. 4.1. Registro considerado como representativo de suelo blando.

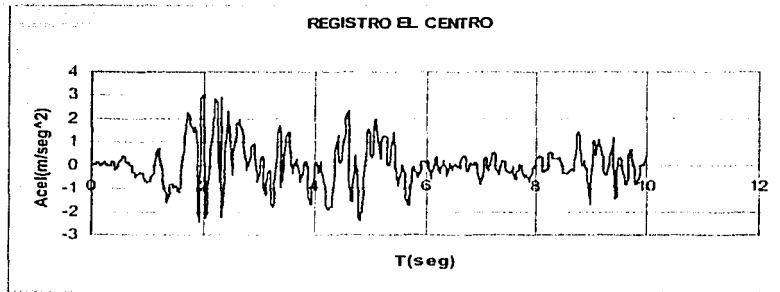


Fig. 4.2. Registro considerado como representativo de suelo duro.

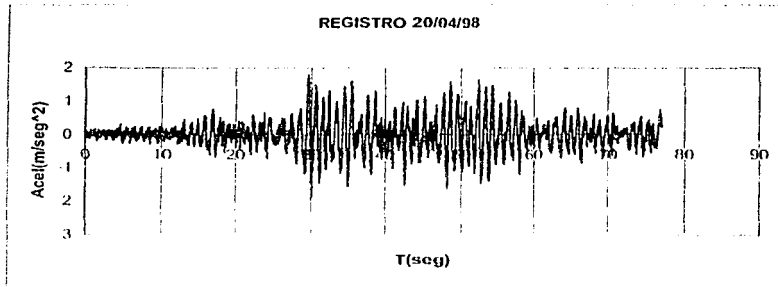


Fig. 4.3. Registro considerado como representativo de suelo transición.

Se presenta a continuación el marco y las consideraciones adoptadas para el análisis.

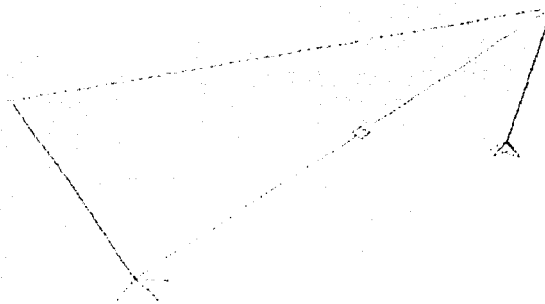


Fig. 4.4. Modelo de un sistema de un grado de libertad para obtener superficies de amortiguamiento.

Las características del modelo fueron seleccionadas modelándose el comportamiento viscoso del amortiguador, además de que la rigidez del marco se consideró variable (López-González, 2002) con el objeto de cubrir un intervalo de frecuencias que garantizara la posible aplicabilidad de estas superficies, a edificios con periodos comprendidos entre 0 y 4 seg.

Se realizaron análisis en 15 marcos para cubrir un intervalo de frecuencias entre 0.0285seg y 4.1246seg. Para ello, se seleccionaron diversos tipos de columnas con el objeto de variar la frecuencia de vibración de la estructura; se consideró en todos los análisis una masa colocada en la parte superior del marco del orden de $1453\text{kg}\cdot\text{seg}^2/\text{m}$, además de la masa del marco. Se realizaron análisis en la historia en el tiempo con los tres registros seleccionados conforme a lo descrito en la Sec. 3.4.

Los resultados obtenidos fueron graficados mediante una interpolación de los datos, con el propósito de obtener las superficies que se muestran a continuación.

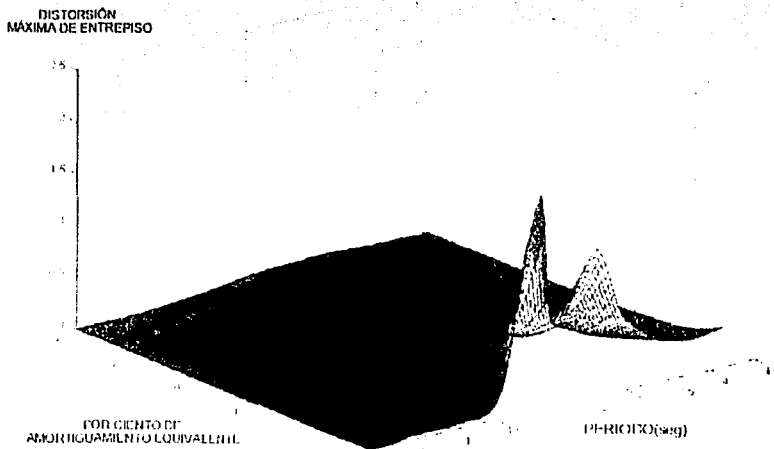


Fig. 4.5. Superficie de respuesta para el Sismo SCT-EW85.

DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO

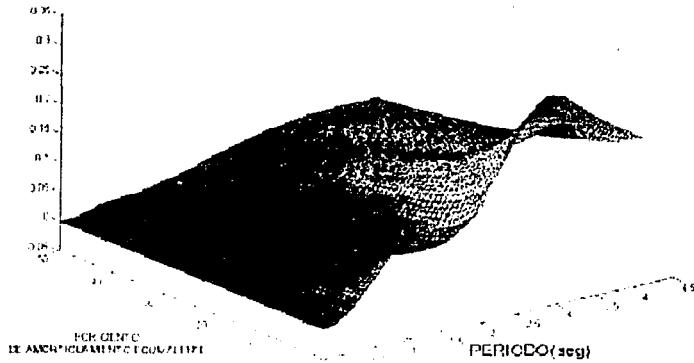


Fig. 4.6. Superficie de respuesta para el Sismo El Centro.

DISTRORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO

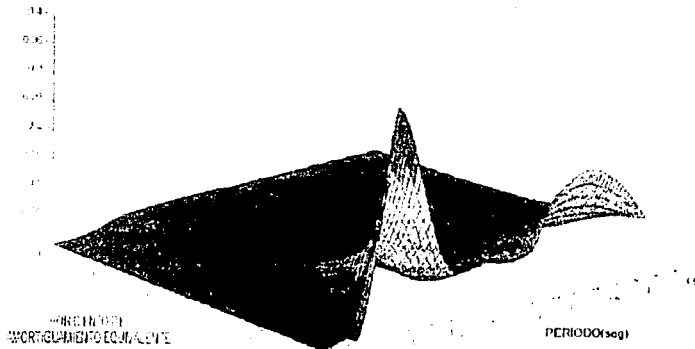


Fig. 4.7. Superficie de respuesta para el Sismo R20/04/98.

Cabe recalcar, que el amortiguamiento representado en cada una de las superficies, corresponde al amortiguamiento equivalente proporcionado por los amortiguadores viscosos únicamente, debido a que los análisis se realizaron con un amortiguamiento modal del 0%, por lo que, para fines de aplicabilidad, debe considerarse además el amortiguamiento estructural, según lo expresado en la Sec. 1.5. Para la obtención de las superficies, se seleccionó un valor de $\alpha = 1.0$ para modelar un comportamiento viscoso lineal. Este valor debe seleccionarse en aplicaciones posteriores de acuerdo a lo mencionado en la Sec. 2.1, en donde se planteó que el coeficiente de amortiguamiento depende del diseño del dispositivo así como de la aplicación a considerarse.

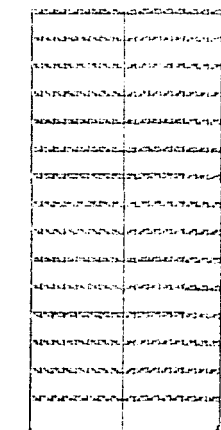
Finalmente, como criterio de localización para los amortiguadores de fluido viscoso, se elegirán aquellos entrepisos o partes de la estructura donde la varianza de la velocidad relativa sea máxima, según lo planteado en (4.37), al considerar que este valor representa un índice de localización para los amortiguadores viscosos.

CAPITULO 5. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA EN LA REDUCCIÓN DE LA RESPUESTA DE UN EDIFICIO

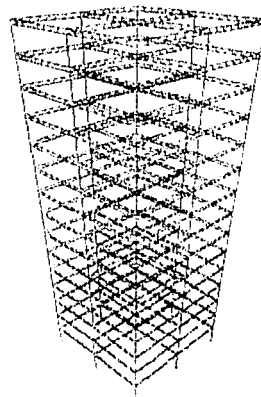
Se presenta a continuación, como ejemplo de aplicación de la metodología planteada en los Capítulos anteriores, el análisis de la respuesta de una estructura con amortiguadores ante la acción de los tres sismos mencionados anteriormente. Se encontrará en este último que la estructura se encuentra cercana a la condición de resonancia, o en términos propiamente dichos, el modo fundamental de la estructura es cercano al periodo dominante del terreno, por lo que el cálculo de la cantidad de amortiguadores se hará para este registro por considerarse como el más crítico de los antes mencionados, sin dejar de de lado a los otros sismos. La solución propuesta se compara con la obtenida, si se considera la posibilidad de adicionar los dispositivos a cada dos niveles en el edificio, para corroborar así la solución propuesta.

5.1.1. Descripción de la estructura.

Se consideró un modelo de un edificio de 15 niveles de acero estructural (A-36) con una altura total de 52.5m diseñado con el RCDF-93 (Rodríguez y Silva, 2001). La dimensión en planta del modelo es de 16 X 16m, las armaduras tienen un claro de 8m por 0.5m de altura y están formadas en las cuerdas, con perfiles angulares espalda con espalda, mientras que las diagonales son secciones en cajón formadas por canales. Asimismo, las columnas están formadas por placas con sección en cajón de diferentes tamaños. En las siguientes figuras se representan las características generales del edificio y se enlistan las secciones utilizadas en el modelo.



15 niveles @ 3.5m



Estructura Tridimensional

Figura 5.1. Modelo del edificio de 15 niveles.



Armadura	Cuerda superior	Cuerda inferior	Diagonales	Montantes
Azotea exterior	2L 2.5X2.5X1/4"	2L 2.5X2.5X1/4"	2] 2X2X1/4"	2] 2X2X1/4"
Azotea inferior	2L 3.5X3.5X5/16	2L 3.5X3.5X5/16	2] 2X2X1/4"	2] 2X2X1/4"
Niveles intermedios exterior	2L 3X3X1/4	2L 3X3X1/4	2] 2X2X1/4"	2] 2X2X1/4"
Niveles intermedios interior	2L 4X4X1/4	2L 4X4X1/4	2] 3X3X1/4"	2] 3X3X3/16"

Tabla 5.1. Perfil estructurales de las armaduras.

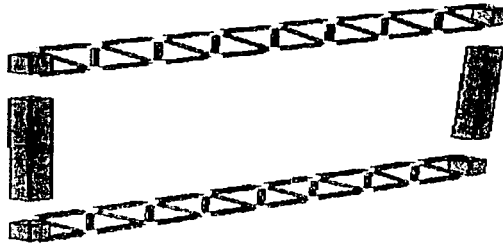


Figura 5.2. Armadura tipo para las traves en el modelo.

Se enlistan a continuación las secciones utilizadas para las columnas en cajón.

Entrepiso	Sección (in)
15	4 PL 12X1/2
14	4 PL 12X1/2
13	4 PL 12X1/2
12	4 PL 15X1/2
11	4 PL 15X1/2
10	4 PL 16X3/4
9	4 PL 16X3/4
8	4 PL 18X3/4
7	4 PL 18X3/4
6	4 PL 18X1
5	4 PL 18X1
4	4 PL 20X1
3	4 PL 20X1
2	4 PL 24X1
1	4 PL 24X1

Tabla 5.2. Secciones en cajón para las columnas.

Las cargas consideradas para el diseño de este edificio fueron:

AZOTEA

Carga	Armaduras exteriores (kg/m)	Armaduras interiores (kg/m)
C.M.	520	1040
C.V.	100	200

NIVELES INTERMEDIOS

Carga	Armaduras exteriores (kg/m)	Armaduras interiores (kg/m)
C.M.	645	1290
C.V.	250	500

Tabla 5.3. Distribución de cargas para el diseño del edificio.

5.1.2. Registros.

Se analizó la respuesta de la estructura para los 3 registros mencionados en el Capítulo anterior considerados como representativos de suelo blando (SCT-EW), suelo de transición (Registro 20/04/98) y suelo duro (El Centro).

En los análisis, se utilizó un intervalo de amortiguamiento modal de 0 a 5% y se consideró además el amortiguamiento proporcionado por el dispositivo viscoso, por lo que no se utilizaron espectros con amortiguamiento equivalente. Se prefirió el análisis con series en el tiempo, debido a que, como se ha mencionado, la utilización de espectros con un amortiguamiento equivalente ignoraría la contribución de la pseudo-velocidad en el cálculo de la respuesta, además de que se utilizaría una regla de combinación modal convencional (SRSS, CQC o GMC), esto debido al programa empleado, que para propósitos de amortiguamiento no clásico, difiere del amortiguamiento proporcional; los resultados presentados corresponden a los máximos obtenidos.

Se muestran a continuación los espectros de respuesta de los tres registros considerados, para tener un parámetro de comparación de la forma de las superficies elaboradas en el Capítulo anterior, así como del cálculo de la respuesta.

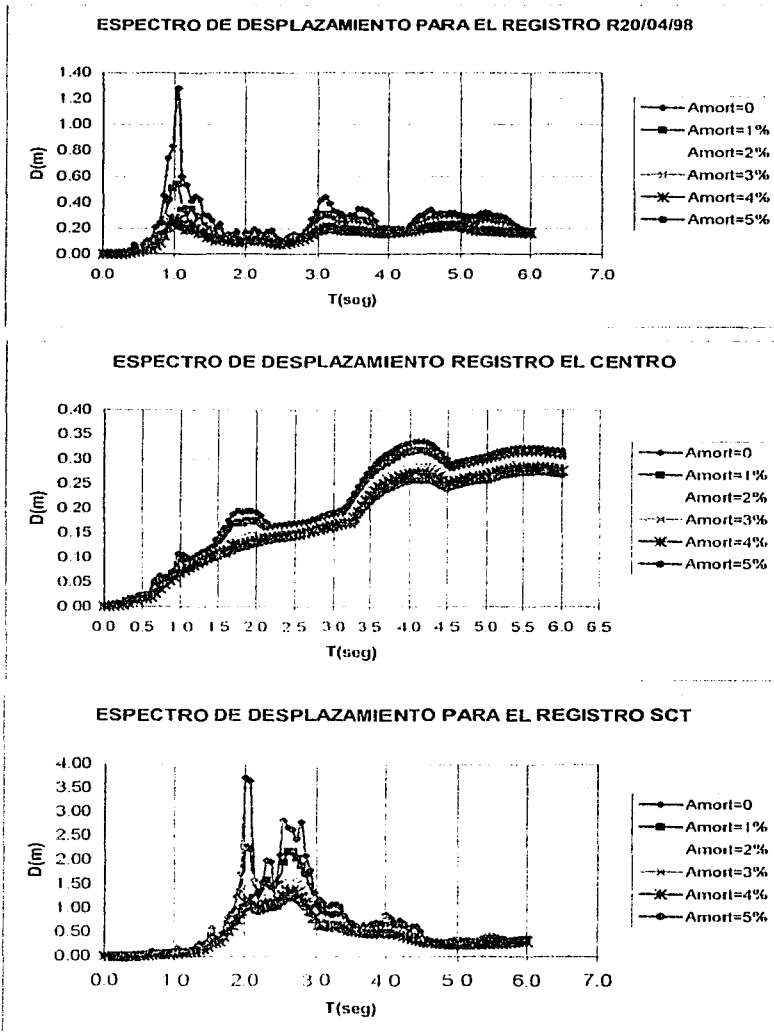
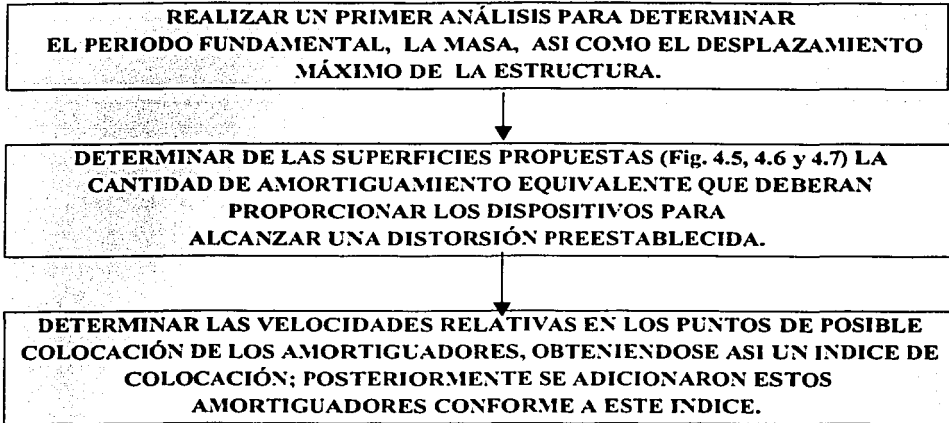


Figura 5.3. Espectros de desplazamiento para los 3 registros considerados.

5.2. Análisis.

Se realizó un análisis paso a paso, con el Programa Sap2000, empleándose la metodología planteada.

El procedimiento a seguir fue el siguiente:



En lo que se refiere al primer punto debe comprobarse para el edificio analizado, que los amortiguadores efectivamente cumplirán con una función de disipación importante, con el criterio mencionado la Sec. 1.3.

Se enlistan las características del modelo estudiado, provenientes del primer análisis efectuado:

$$W=206.271\text{Ton}$$

$$M=21,026.6\text{kgseg}^2/\text{m}$$

$$T_1=0.995\text{seg}$$

$$\omega_1=6.315\text{rad/seg}$$

Los desplazamientos máximos del centro de masa en el último nivel del edificio para cada uno de los registros (100% en una dirección + 30% en dirección perpendicular), con cocientes de amortiguamiento modal en el rango de 0 a 5%, se muestran a continuación:

Por ciento de amortiguamiento (ζ)	R20/04/98 (m)	El Centro (m)	SCT (m)
0	2.347	0.298	0.1542
1	1.005	0.263	0.114
2	0.625	0.2351	0.0991
3	0.4679	0.2118	0.09034
4	0.3893	0.1922	0.08376
5	0.3334	0.175	0.0788

Tabla 5.4. Desplazamientos máximos del centro de masa del último nivel.

Como puede observarse, para el Sismo R20/04/98, la estructura presenta grandes desplazamientos, encentrándose cercana al periodo de resonancia, como se puede apreciar en el espectro de respuesta correspondiente (Fig. 4.3), por lo que la metodología planteada se aplicó a este registro. El propósito de evaluar la respuesta para intervalos de amortiguamiento de 0 a 5% fue el poder comparar la respuesta con dos valores representativos, el primero de ellos correspondiente a la disipación completa de la energía por concepto de amortiguamiento a través de los dispositivos y el segundo, la respuesta con el amortiguamiento fijado por algunos reglamentos.

Si se acepta una distorsión de entrepiso igual a $\delta=0.012$ (NTC, 1995), se tendrá un desplazamiento máximo admisible en la parte superior de:

$$\Delta_{adm} = h\delta_{adm} = 63cm$$

Del 1er. análisis efectuado, si se considera un cociente de amortiguamiento $\zeta=0$, se tendría en la parte superior para el sismo R20/04/98, un desplazamiento:

$$\Delta_{max} = 231.2cm$$

Por lo que se requiere reducir el desplazamiento al adicionar los amortiguadores en:

$$\Delta_{amort} = \Delta_{max} - \Delta_{adm} = 168cm$$

o bien, una distorsión de entrepiso de

$$\delta = \frac{168}{5250} = 0.032$$

De las superficies elaboradas para un sistema de un grado de libertad para el Sismo R20/04/98 (Fig. 4.7) se tiene, que para lograr esta reducción en la respuesta, se requiere por parte de los disipadores, un amortiguamiento equivalente:

$$\zeta_{equiv.} = 45\%$$

por lo que, si se considera que la respuesta es función principalmente del modo fundamental de la estructura, se requiere una constante de amortiguamiento total de:

$$C = 2\zeta m\omega = 119504.68 \text{kgseg} / \text{m} = 6685.94 \text{lbseg} / \text{in}$$

Se seleccionó un amortiguador de 30Kips (13620kg) de salida, el cual cuenta con un coeficiente de amortiguamiento $c=732.6 \text{lbseg/in}$ (13084kgseg/m) (Taylor, 1999), se requieren para este propósito aproximadamente:

10 amortiguadores

Ahora bien, del primer análisis efectuado se obtuvo la distribución de la varianza de la velocidad relativa o índice de colocación como es denominado en esta tesis, para cada uno de los niveles del edificio, que se presenta a continuación:

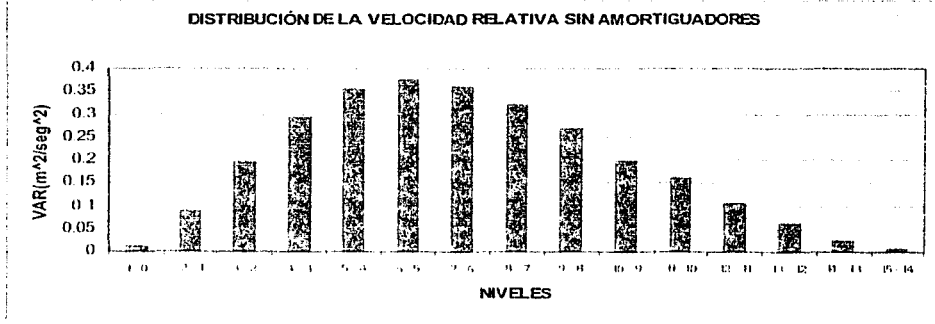


Figura 5.4. Valores del índice de colocación para el 1er. análisis.

Mediante esta gráfica fue posible determinar, que los cuatro primeros amortiguadores deberían ser colocados entre en el nivel 6 debido a que el índice obtenido fue mayor. Cabe mencionar que debido a la simetría del edificio, se seleccionó el centro de masa de cada entrepiso como el punto de registro de las velocidades y además que la colocación de los dispositivos en los marcos

perimetrales obedeció principalmente a que como se comentó, el control en la respuesta torsional de la estructura es más efectiva cuanto más alejados del centro de masa estén los dispositivos (Sec. 4.2) en primer término, y por otro lado a razones de no obstaculizar la parte central del edificio.

Se realizó un segundo análisis para determinar la fluctuación en la respuesta con la adición de los amortiguadores y con ello para poder establecer los entresijos donde deberían colocarse los dispositivos siguientes, encontrándose la siguiente distribución:

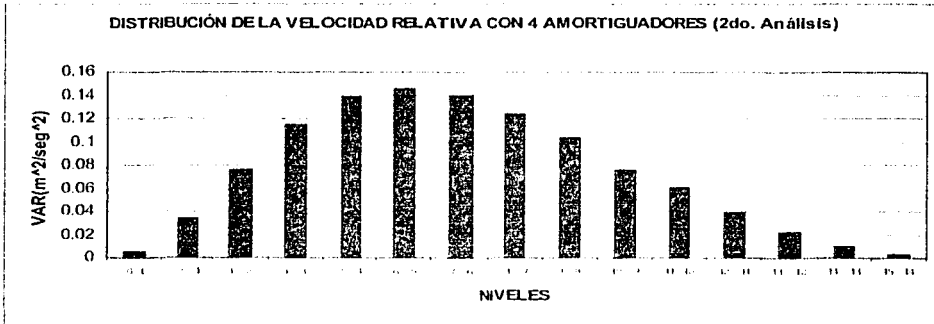


Figura 5.5. Valores del índice de colocación para el 2do. análisis.

Se observa que la varianza de la velocidad relativa disminuye en un 40%, lo que puede atribuirse a una redistribución de las velocidades dentro de la estructura. De acuerdo a la figura anterior, se adicionaron los siguientes cuatro amortiguadores en la periferia de la estructura correspondiente al nivel 5, donde se presentó el valor mayor del índice de colocación, para posteriormente realizarse un tercer análisis, con ocho dispositivos por cada dirección.

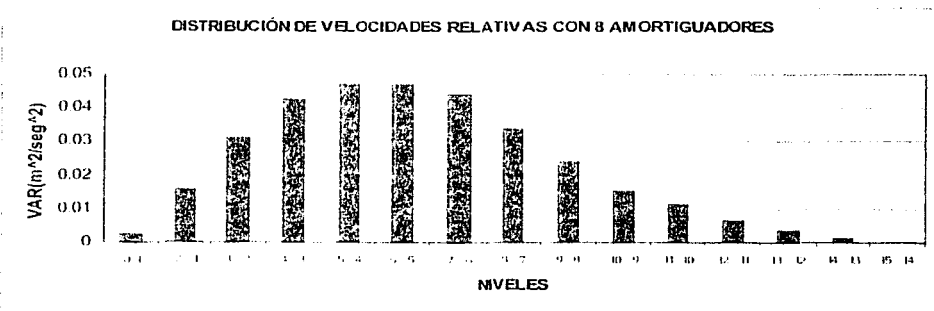


Figura 5.6. Valores del índice de colocación para el 3er. análisis.

Se encontró una nueva distribución de velocidades observándose nuevamente un decremento en el valor de la varianza, y con base a esta distribución, se determinó que los últimos amortiguadores fueran colocados en el nivel 4 de la estructura.

Se presenta a continuación la estructura amortiguada y los resultados obtenidos con la adición de los amortiguadores.

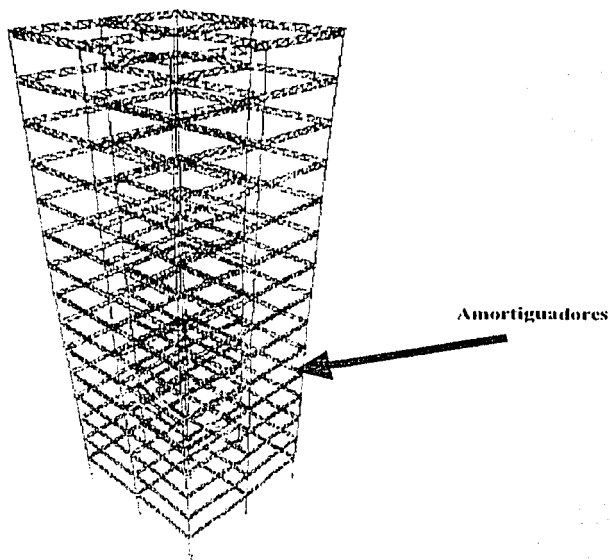


Figura 5.7. Modelo tridimensional de la estructura con amortiguadores.

La propuesta de colocación de los dispositivos concuerda con los estudios paramétricos realizados por Hahn y Sathisvageeswaran (Hahn y Sathisvageeswaran, 1992), los cuales mostraron que los amortiguadores eran más efectivos en los niveles intermedio-inferior de edificios con rigidez uniformemente distribuida sujetos a sismos.

A fin de corroborar la veracidad de los resultados con la hipótesis planteada en la Sección 5.2.3, se revisó la aportación del modo fundamental en la respuesta, observándose en prácticamente todos los análisis realizados, que la contribución en la respuesta total por parte de este modo tuvo valores del orden del 99% para el sismo R20/04/98, del 95% para el sismo El Centro, mientras que para el registro SCT aparentemente se excita un modo superior, debido a que la contribución en la respuesta por parte del primer modo es superior a la respuesta total. En las figuras 5.8 y 5.9 se presentan los primeros 10 modos de la estructura, con y sin amortiguadores.

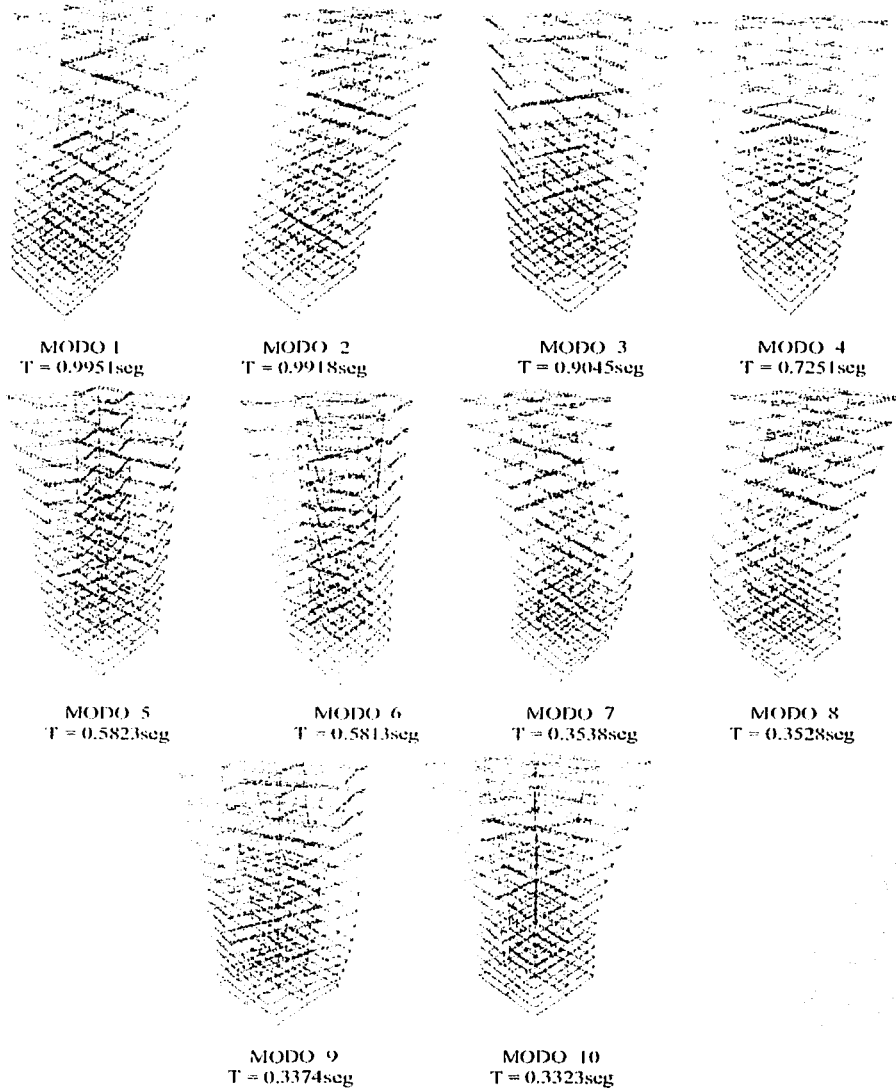


Fig. 5.8. Formas modales para el edificio sin amortiguadores.

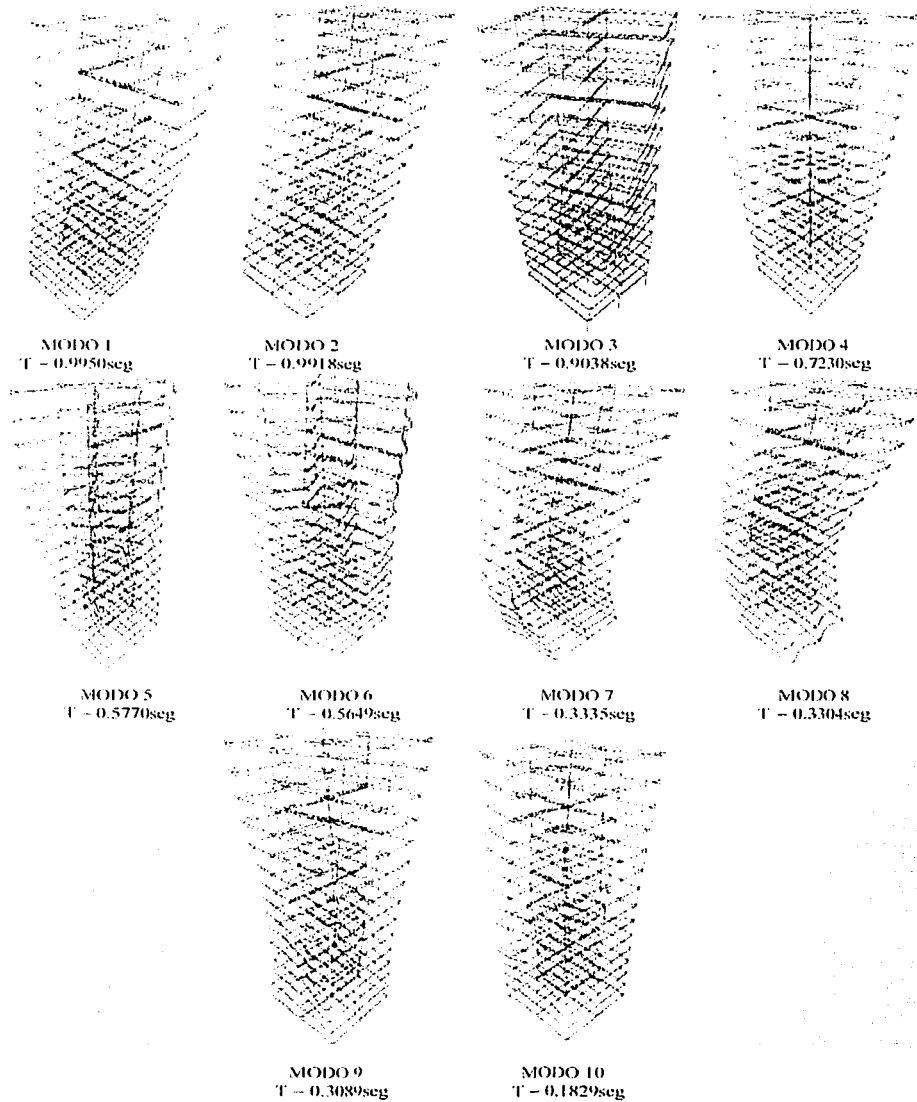


Fig. 5.9. Formas modales para el edificio con 10 amortiguadores.

Por último, con la finalidad de comparar la veracidad de la metodología propuesta, en particular de la solución planteada para el modelo estudiado, se realizaron análisis sobre el mismo edificio con un total de 32 amortiguadores por cada dirección colocados a cada dos niveles. Se presentan en el capítulo siguiente los resultados obtenidos de los análisis para la estructura con los amortiguadores viscosos, comparándose con la respuesta sin los dispositivos.

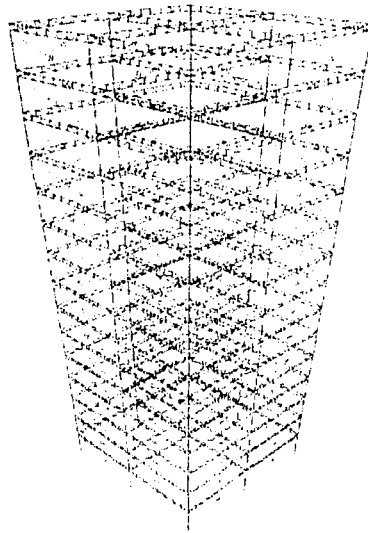


Fig. 5.8. Edificio con 32 amortiguadores en cada dirección.

CAPITULO 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

6.1. Desplazamientos y distorsiones de entrepiso.

En primer término se presentan los desplazamientos máximos alcanzados con y sin la adición de amortiguadores viscosos en cada nivel (Fig. 6.1) referidos al centro de masa de cada uno de ellos, así como las distorsiones máximas de entrepiso (Fig. 6.2) para los tres sismos considerados en este trabajo, en un rango de amortiguamiento modal del 0 al 5%. Asimismo, se presenta un comparativo entre los desplazamientos obtenidos con los 32 amortiguadores y la solución óptima propuesta (Fig. 6.3).

De las gráficas anteriores es posible apreciar reducciones hasta del 50% en los desplazamientos y distorsiones de entrepiso para el Sismo R20/04/98, reduciéndose este valor en los otros dos registros. Para el sismo de El Centro es posible apreciar de la Fig. 6.2 que existe una amplificación en el valor de la distorsión máxima de entrepiso en los niveles superiores del edificio, lo cual puede atribuirse a que los amortiguadores en este edificio excitan modos superiores. Esta tendencia de excitación de modos superiores se presenta sobre todo en sistemas con aislamientos de base, específicamente en edificios con dispositivos de fricción (Hussain, Lee, y Retamal, 1994). Los resultados obtenidos concuerdan con pruebas que se han realizado sobre marcos planos en mesa vibradora (Constantinou y Symans, 1993) los cuales han reportado reducciones de hasta el 70% en los desplazamientos.

6.2. Aceleraciones.

La Fig. 6.4 muestra las reducciones que para efectos de la aceleración tienen los dispositivos de amortiguamiento viscoso. Se pueden apreciar reducciones en la aceleración máxima cercanas al 50% para los sismos SCT y R20/04/98, sobre todo para amortiguamiento modal bajo, mientras que para el registro de El Centro dicha reducción es más conservadora. Se han reportado reducciones similares en el nivel de aceleraciones en estructuras con amortiguadores viscosos, por ejemplo, se realizaron pruebas analíticas y de túnel de viento sobre un modelo de una torre de 52 niveles (McNamara, 1999), cuyos resultados registraron reducciones del 35% en los niveles de aceleración por efecto de la acción del viento. Debido a que el cuerpo humano es altamente sensible a la aceleración, los amortiguadores pueden resultar una opción válida para garantizar el confort de los ocupantes sobre todo en estructuras esbeltas sujetas a la acción del viento.

6.3. Torsión.

En esta tesis, los resultados referentes a la torsión fueron descartados por tratarse de un edificio simétrico. Cabe mencionar, que la propuesta hecha por Soong et al. (Sec. 4.2.), fue en primera instancia la reducción de la respuesta torsional, presentándose en dicho estudio

con disipadores viscoelásticos, reducciones sobre un modelo tridimensional asimétrico del orden del 25%.

6.4. Cortante Basal.

La Fig. 6.5 muestra el cortante basal máximo para amortiguamiento modal comprendido entre 0 y 5% para los tres casos estudiados: sin amortiguadores, con la solución considerada como óptima con 10 amortiguadores por dirección y con 32 amortiguadores. Por otro lado, la figura 6.6 muestra la relación del cortante basal máximo al peso total de la estructura.

De estas figuras es posible hacer las siguientes observaciones: existe una gran reducción en el cortante basal máximo con la adición de los dispositivos viscosos, sobre todo para el Sismo R20/04/98 con amortiguamiento modal bajo, por lo que para fines de diseño, podría hablarse de una alternativa para reducir el costo de la estructura suponiendo que se diseña con el nuevo cortante. Lo anterior es aun más evidente si la relación que muestra la Fig. 6.6 es tomada como parámetro de diseño. A este respecto, se han realizado en nuestro país estudios sobre la minimización del costo de estructuras con disipadores (Esteva, Díaz, y García, 1998), así como estudios de costo-beneficio (Ruiz, 1996), señalándose en esta última referencia que los costos de construcción pueden verse elevados por los disipadores, mientras que los costos durante la vida útil del edificio pueden resultar menores.

Por otro lado, se puede apreciar que no existen reducciones adicionales con la colocación de los 22 amortiguadores en exceso de los 10 ya colocados, por lo que sería posible señalar un límite de utilidad de la adición de dispositivos en la reducción de la respuesta, para lo cual es necesario realizar un estudio de la utilidad del dispositivo en la reducción de la respuesta y el costo del mismo.

Por otra parte, es posible apreciar que en el Sismo El Centro existe un aumento en el valor del cortante basal máximo para amortiguamiento modal de 1 y 2%, hecho que se presento para las distorsiones de entrepiso en el apartado 6.1, lo cual indicaría que en una estructura con características similares al modelo estudiado y desplantada sobre suelo duro, no resulta benéfico la adición de los amortiguadores. Es posible apreciar de las características de la superficie trazada como representativa de un sistema de un grado de libertad para el sismo de El Centro y considerada en este trabajo como representativa de suelo duro, que la forma de esta es tal que no existe reducciones apreciables en el valor de la distorsión de entrepiso en periodos comprendidos entre 0.5 y 2 seg., por lo que se podría señalar con lo anterior la poca efectividad que tiene el amortiguamiento suplementario sobre estructuras consideradas en cierta forma como rígidas o muy esbeltas desplantadas sobre suelo duro.

6.5. Diagramas histeréticos y balance de energía.

Como se menciona en el apartado 6.4, la reducción en la respuesta es apreciable solo para cierta cantidad de amortiguamiento, hecho que puede ser afirmado de las características de las superficies trazadas. La solución propuesta con el criterio de optimización planteado en

este trabajo resulta válida para una cantidad de amortiguamiento aportada por los diez dispositivos cuyas características fueron descritas en el capítulo anterior. La adición de amortiguadores en exceso de los diez y cuya solución fue considerada como óptima, trajo consigo reducciones poco significativas. Para comprobar lo anterior, se trazaron las curvas de energía en las cuatro etapas de análisis, correspondientes al edificio con 4, 8, 10 y 32 amortiguadores. En la Fig. 6.7 se muestran estas etapas para el sismo R20/04/98 apreciándose que la diferencia entre la energía de entrada y la disipada tiende a reducirse conforme se aumenta el número de amortiguadores, por lo que, como se ha mencionado, resulta válido suponer un límite en la cantidad de amortiguamiento.

En la Fig. 6.8 se puede apreciar el impacto inicial de los amortiguadores en la disipación de energía, siendo que la curva de energía disipada tiende a “ajustarse” a la curva de energía de entrada en mayor grado para los registros R20/04/98 y SCT. Por otra parte, en la Fig. 6.9 se muestra como para el Sismo SCT, el amortiguamiento modal reduce la energía disipada por los dispositivos al grado que, para un amortiguamiento del 2%, se tiene que la energía disipada por este concepto es superior a la de los dispositivos, de lo cual se podría concluir que los disipadores son aún más efectivos para estructuras de materiales con bajo amortiguamiento (Tabla 1.1).

Por otro lado, la figura 6.10 muestra los diagramas de histéresis de los amortiguadores colocados en los niveles 7, 6 y 5 respectivamente. De estos diagramas es posible apreciar que en todos los ciclos histéreticos se encuentran dentro de los límites especificados de desplazamiento y fuerza máxima de salida de los amortiguadores seleccionados.

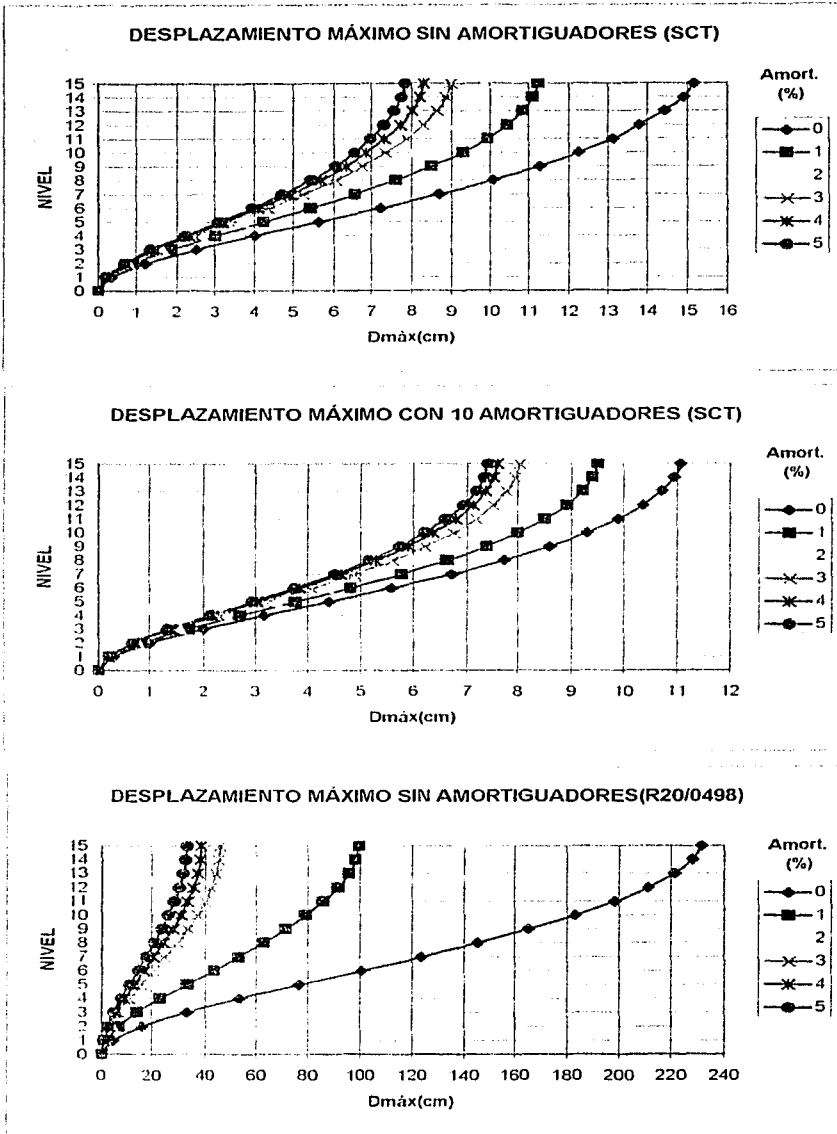


Fig. 6.1a
70

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

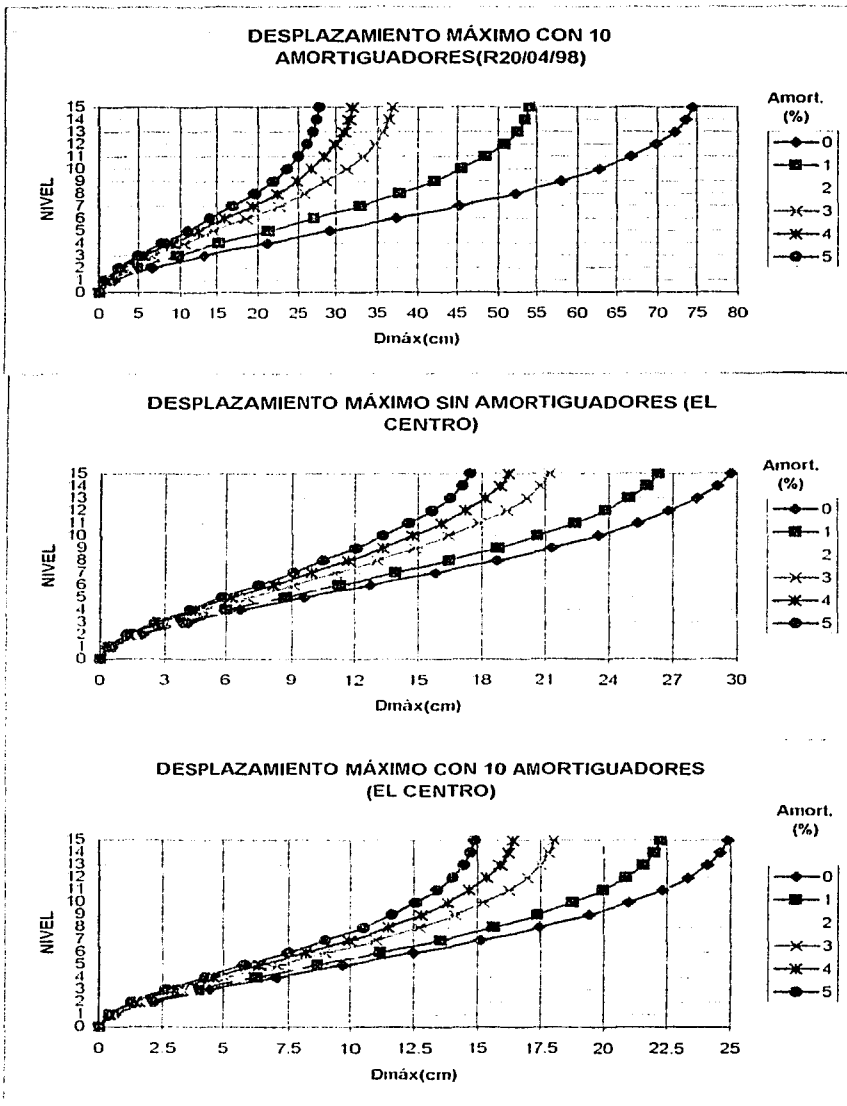
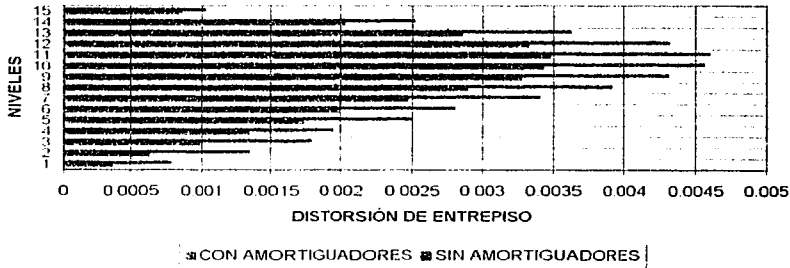


Fig. 6.1b
71

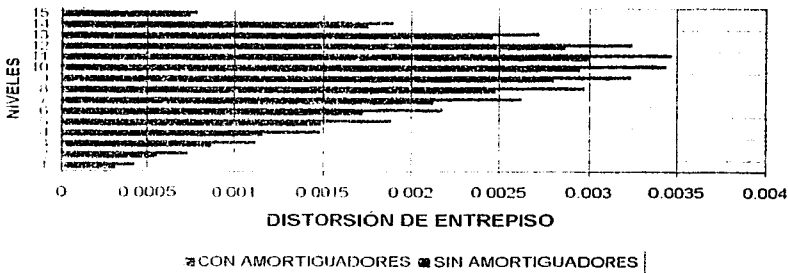
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

SCT

DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 0%



DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 1%



DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 2%

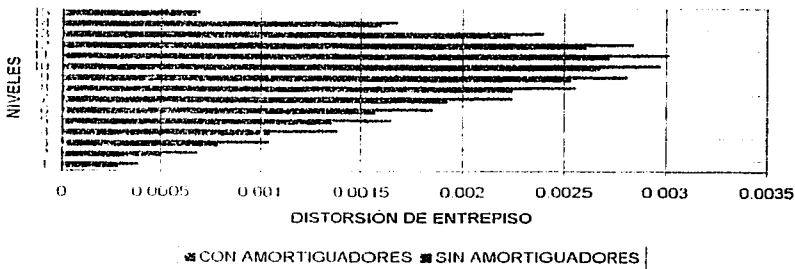
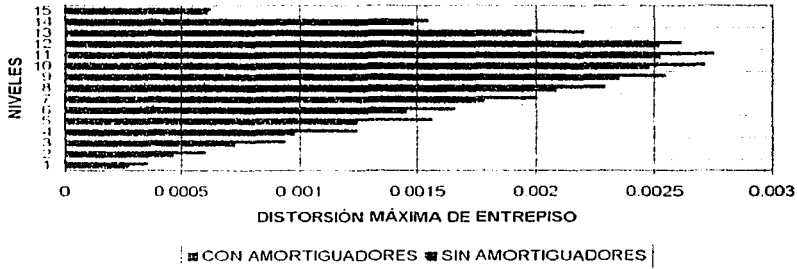


Fig. 6.2a

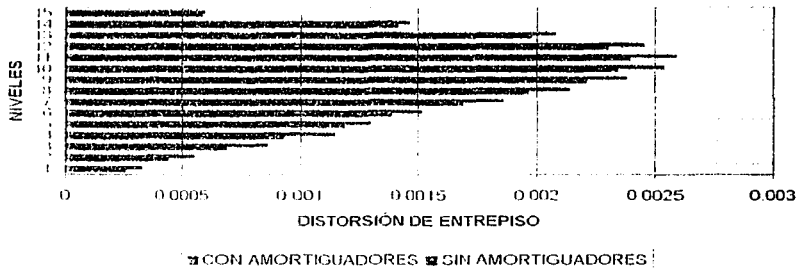
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

SCT

DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 3%



DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 4%



DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 5%

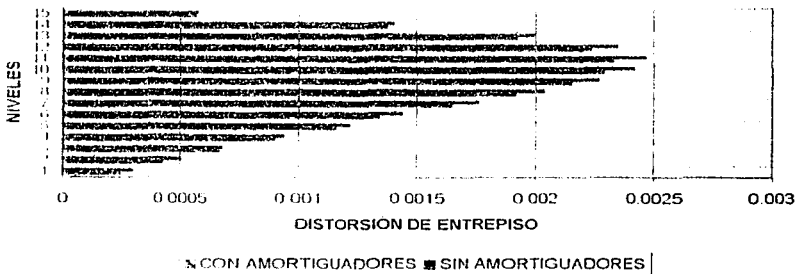
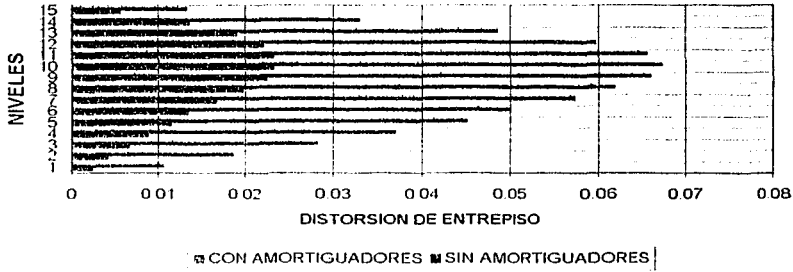


Fig. 6.2b
73

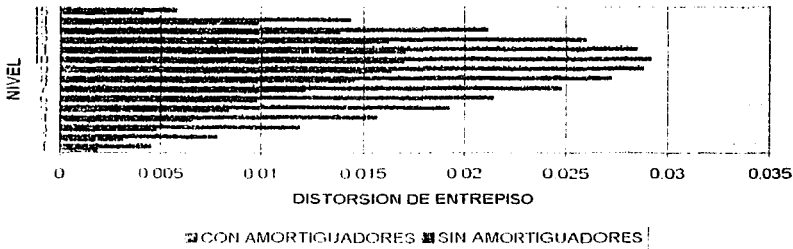
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

REGISTRO R20/04/98

DISTORSIONES MAXIMAS DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO DEL 0%



DISTORSIONES MAXIMAS DE ENTREPISO PARA UN COCIENTE DE AMORTIGUAMIENTO DE 1%



DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO DE 2%

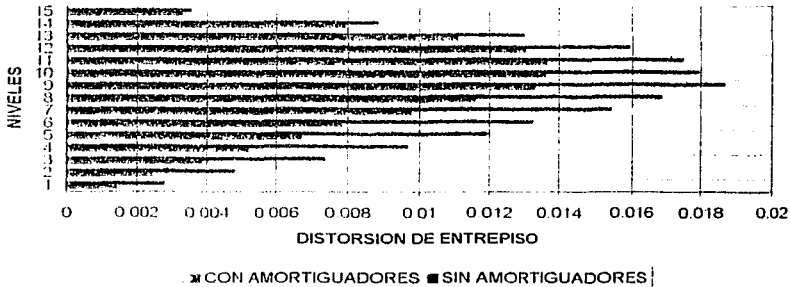
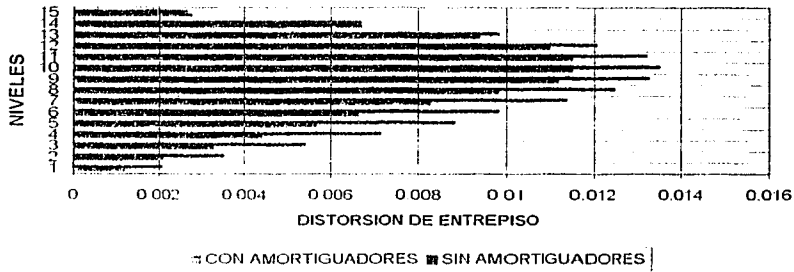


Fig. 6.2c

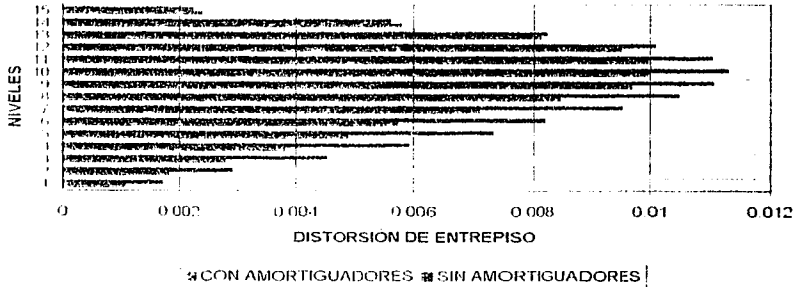
TESIS CON FALLA DE ORIGEN

R20/04/98

DISTORSION MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DE 3%



DISTORSION MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO DE 4%



DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO PARA UN COCIENTE DE AMORTIGUAMIENTO DE 5%

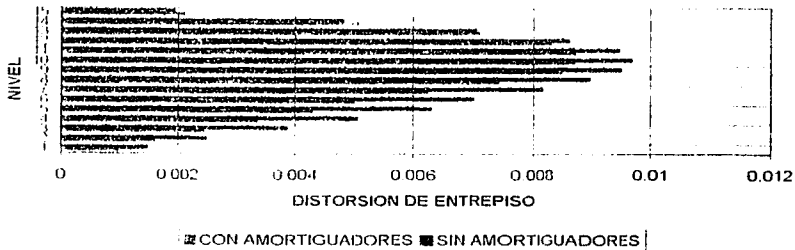
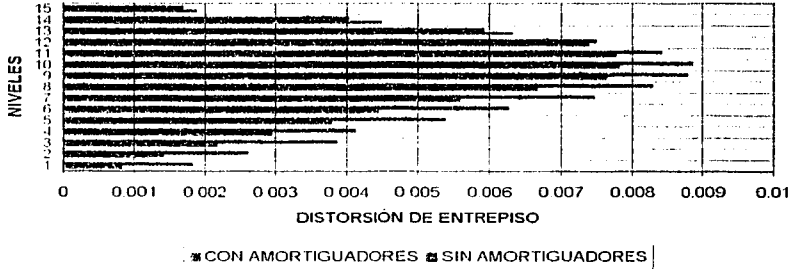


Fig. 6.2d
75

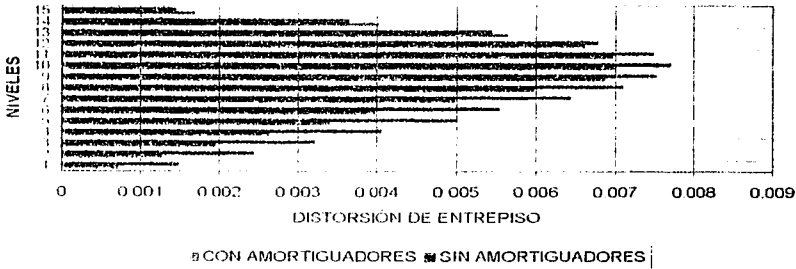
TESIS CON FALLA DE ORIGEN

EL CENTRO

DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DE 0%



DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 1%



DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 2%

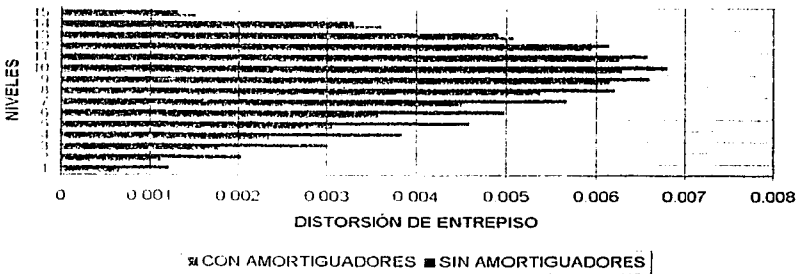
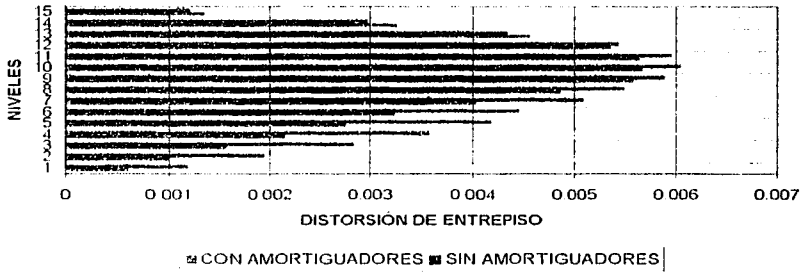


Fig. 6.2e

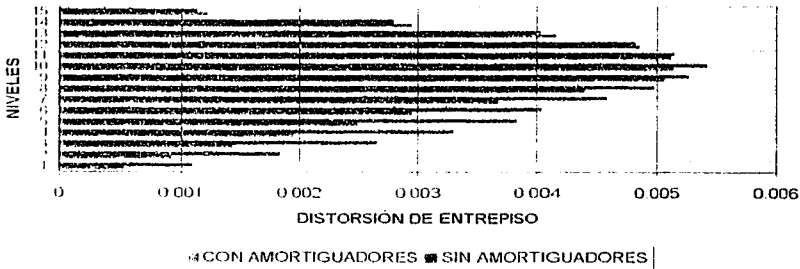
TESIS CON FALLA DE ORIGEN

EL CENTRO

DISTORSION MÁXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 3%



DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 4%



DISTORSION MAXIMA DE ENTREPISO PARA UN AMORTIGUAMIENTO MODAL DEL 5%

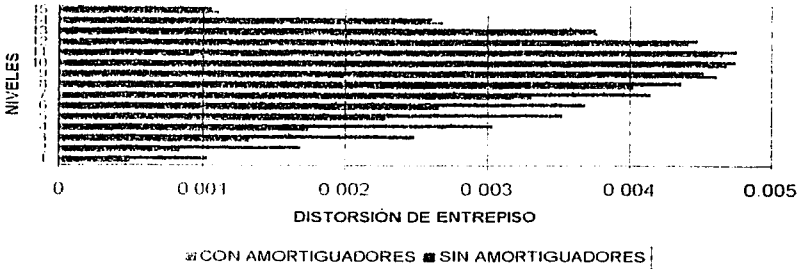
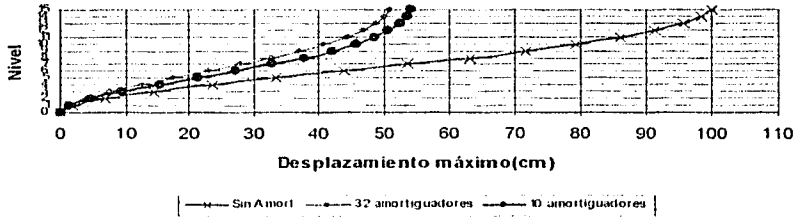


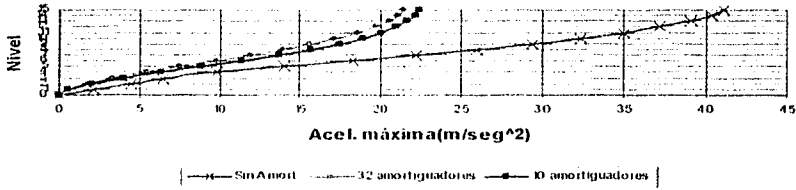
Fig. 6.2f

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

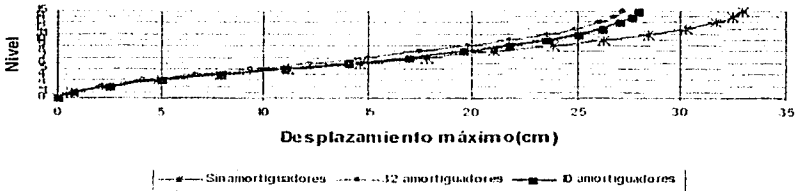
Comparación entre los desplazamientos máximos con un amortiguamiento modal de 1%



Comparación entre las aceleraciones máximas para un amortiguamiento modal de 1%



Comparación entre los desplazamientos máximos para un amortiguamiento modal de 5%



Comparación entre las aceleraciones máximas para un amortiguamiento modal de 5%

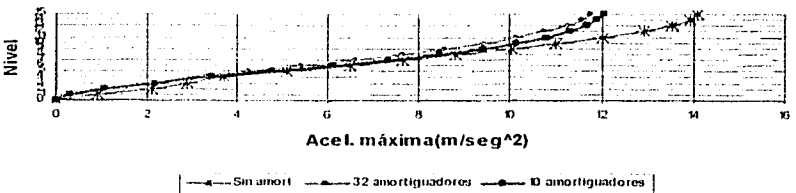


Fig. 6.3.
78

TESIS CON
FALLA DE OPCIÓN

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

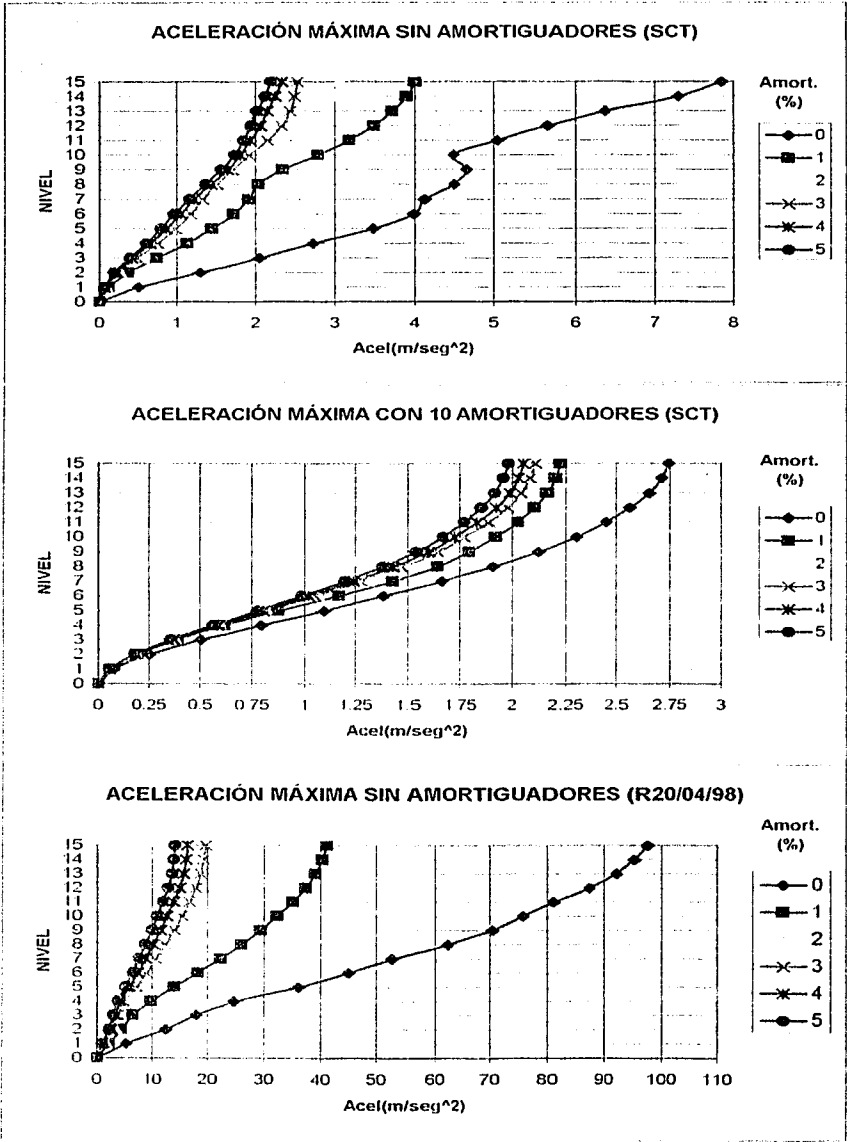
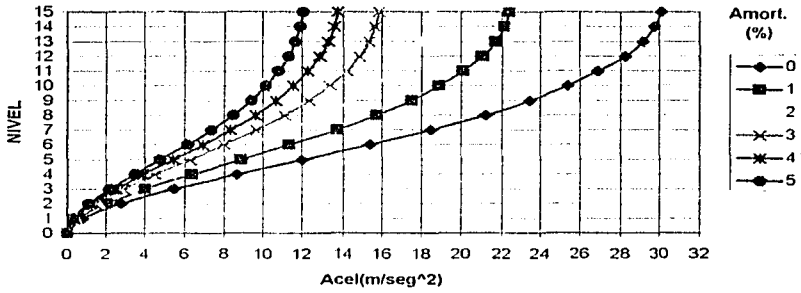


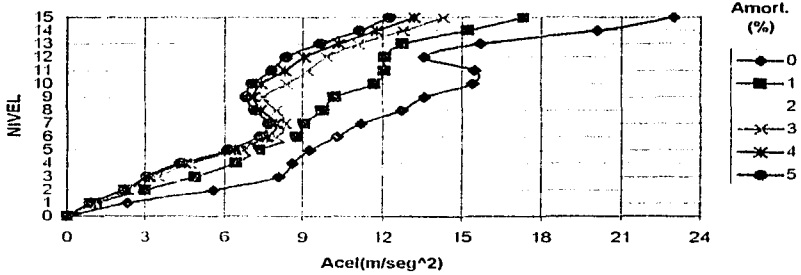
Fig. 6.4a
79

ESTA TESIS NO QUEDA
DE LA ASESORIA

ACELERACIÓN MÁXIMA CON 10 AMORTIGUADORES (R20/04/98)



ACELERACIÓN MÁXIMA SIN AMORTIGUADORES (EL CENTRO)



ACELERACIÓN MÁXIMA CON 10 AMORTIGUADORES (EL CENTRO)

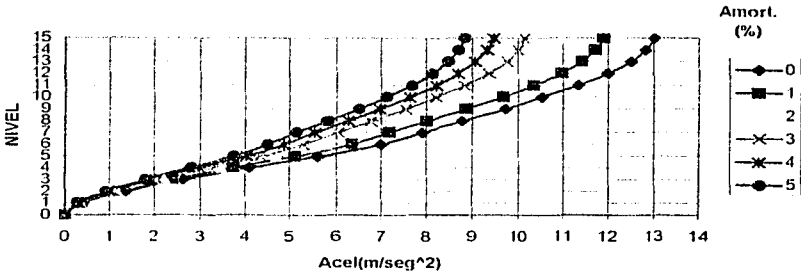


Fig. 6.4b
80

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

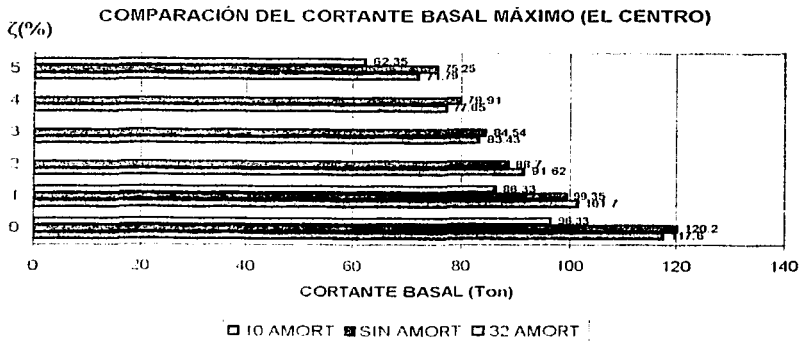
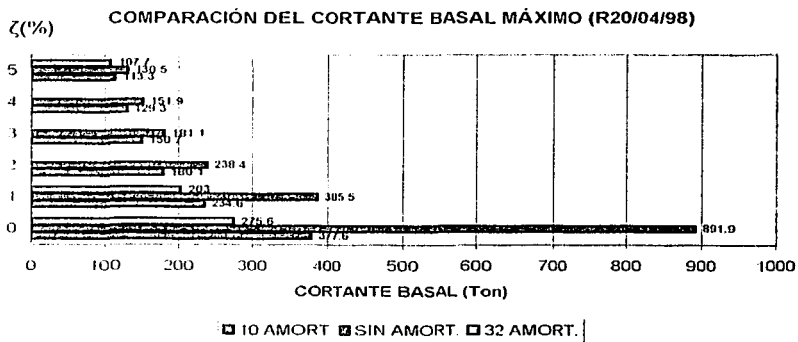
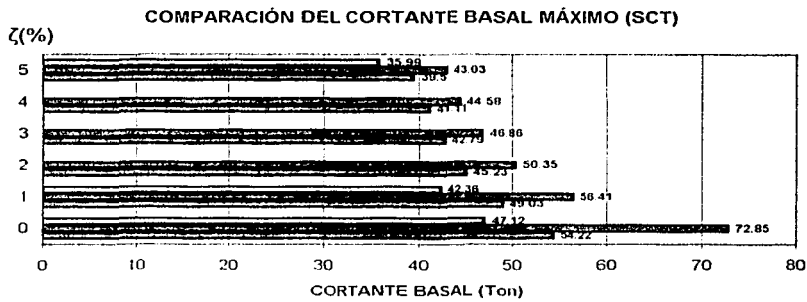


Fig. 6.5
81

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

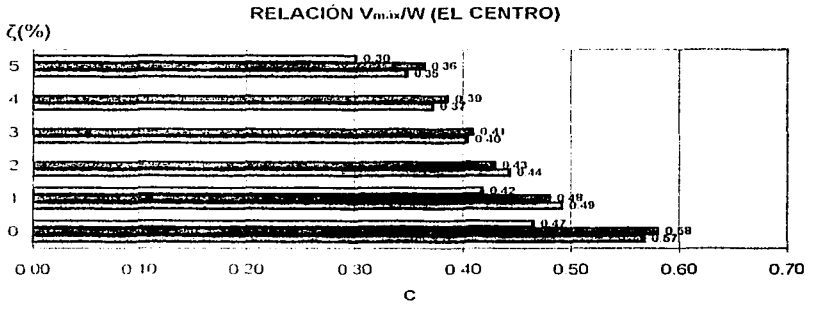
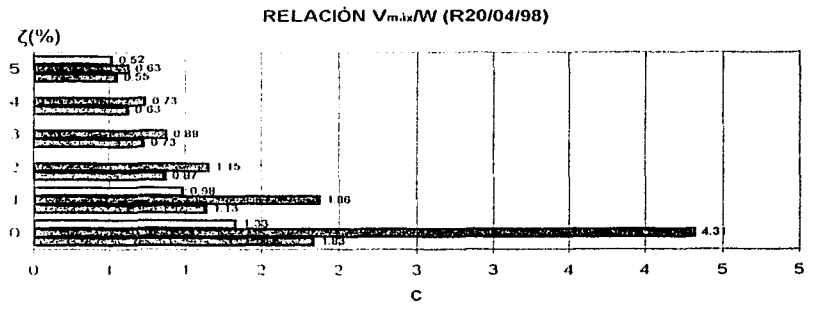
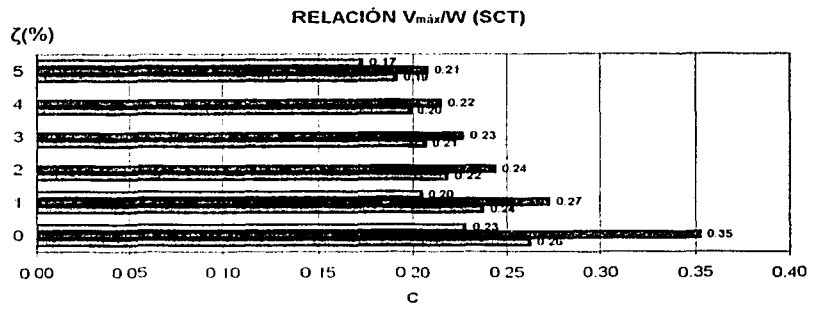
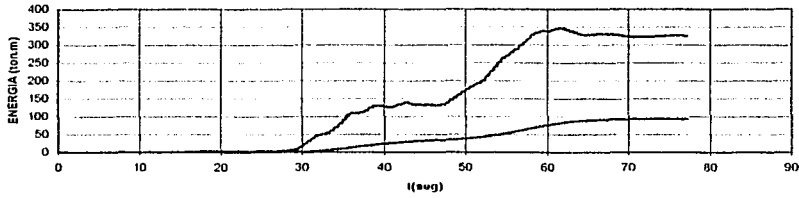


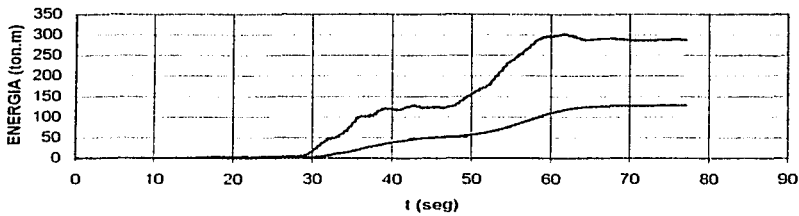
Fig. 6.6
82

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

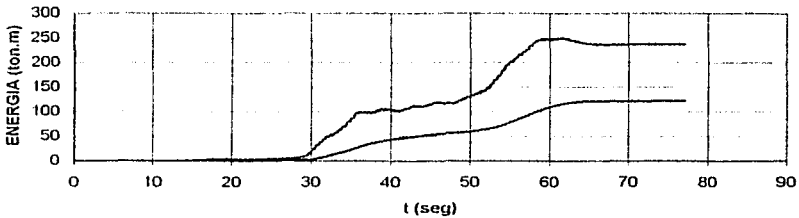
SISMO R20/04/98



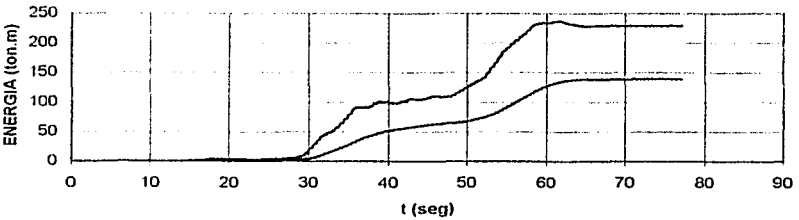
— ENERGIA DE ENTRADA — ENERGIA DISIPADA (4 Amort.)



— ENERGIA DE ENTRADA — ENERGIA DISIPADA (8 Amort.)



— ENERGIA DE ENTRADA — ENERGIA DISIPADA (10 Amort.)



— ENERGIA DE ENTRADA — ENERGIA DISIPADA (32 Amort.)

Fig. 6.7
83

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

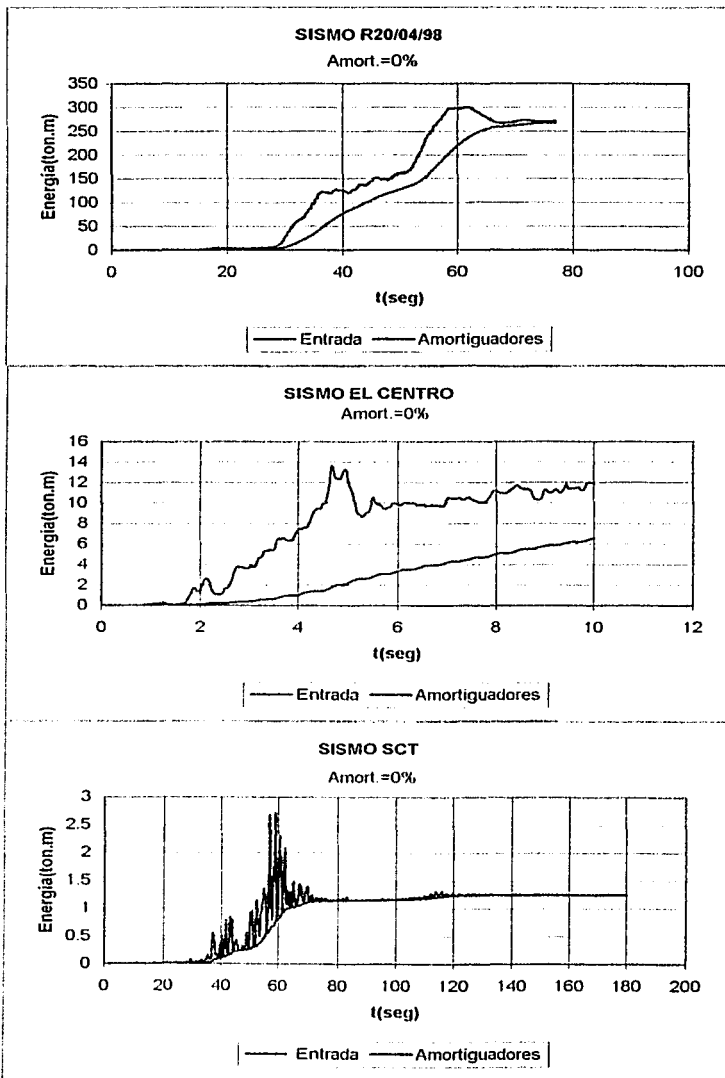


Fig. 6.8
84

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

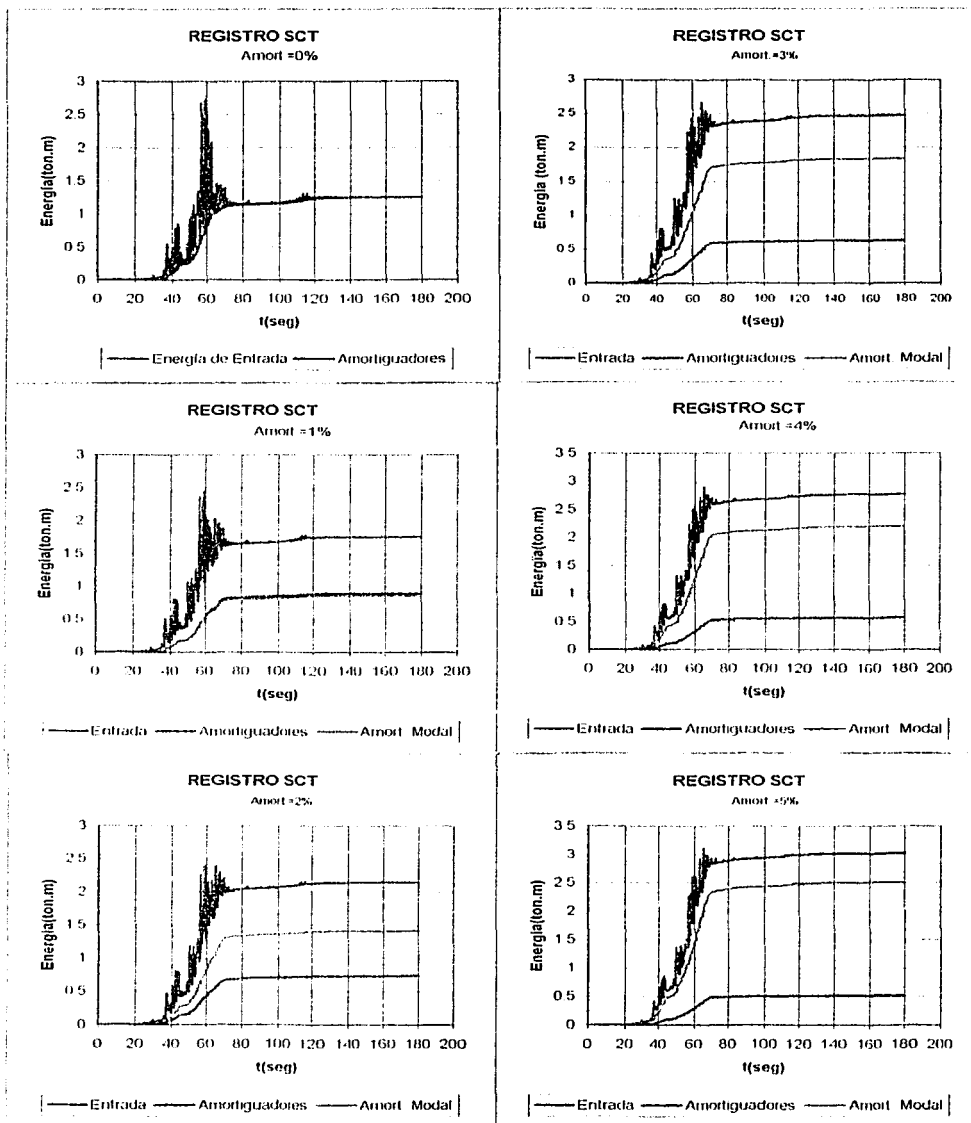
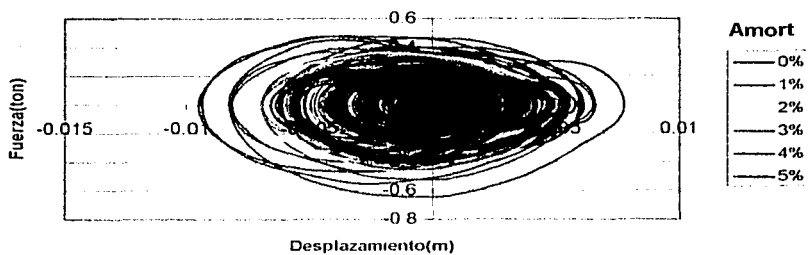


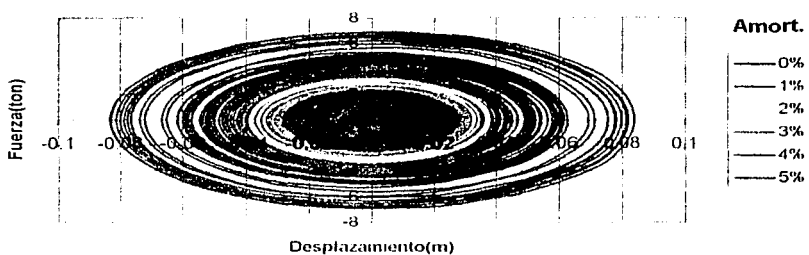
Fig. 6.9
85

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

DIAGRAMAS HISTERÉTICOS PARA DIFERENTES
AMORTIGUAMIENTOS MODALES (N-7)
(SCT)



DIAGRAMAS HISTERÉTICOS PARA DIFERENTES
AMORTIGUAMIENTOS MODALES (N-7)
(R20/04/98)



DIAGRAMAS HISTERÉTICOS PARA DIFERENTES AMORTIGUAMIENTOS
MODALES (N-7)
(EL CENTRO)

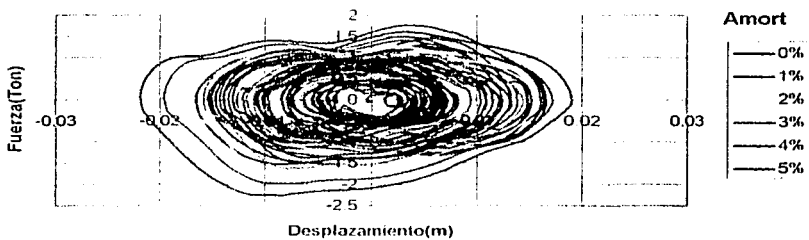
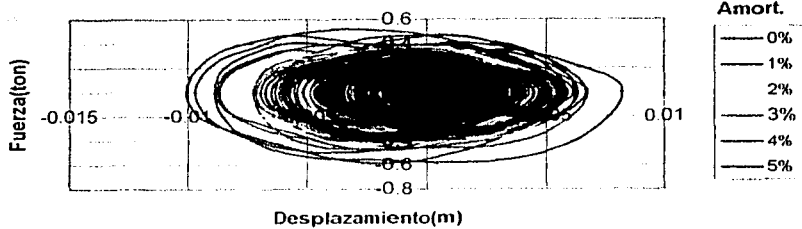


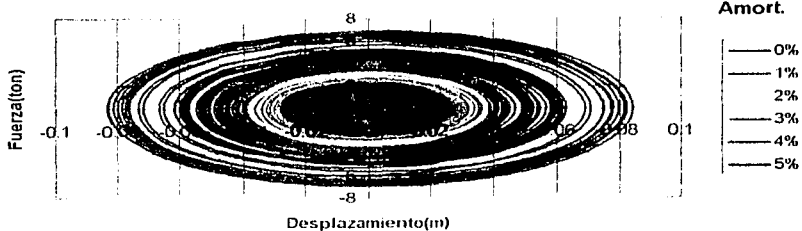
Fig. 6.10a.
86

TESIS CON
FALLA DE ORIGINAL

DIAGRAMAS HISTÉRETICOS PARA DIFERENTES
AMORTIGUAMIENTOS MODALES (N-6)
(SCT)



DIAGRAMAS HISTÉRETICOS PARA DIFERENTES
AMORTIGUAMIENTOS MODALES (N-6)
(R20/04/98)



DIAGRAMAS HISTÉRETICOS PARA DIFERENTES
AMORTIGUAMIENTOS MODALES (N-6)
(EL CENTRO)

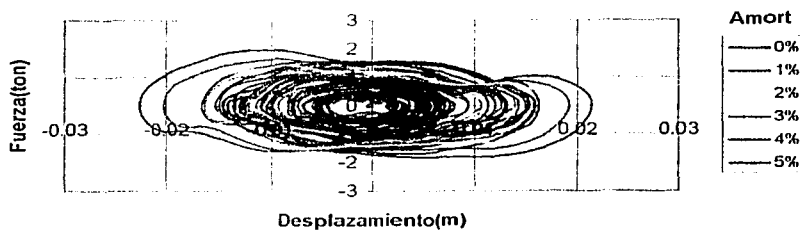
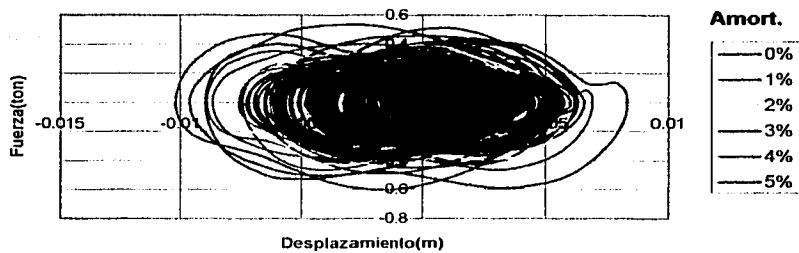


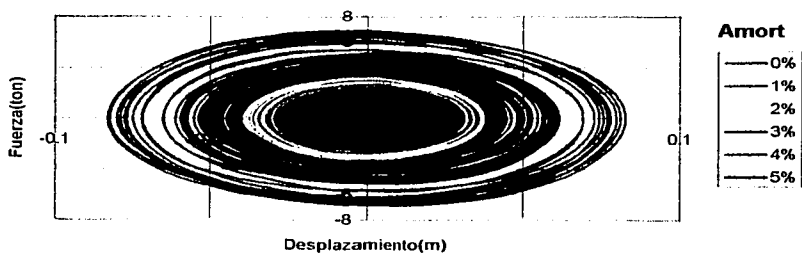
Fig. 6.10b.
87

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

**DIAGRAMAS HISTERÉTICOS PARA DIFERENTES CANTIDADES DE
AMORTIGUAMIENTO MODAL (N-5)
(SCT)**



**DIAGRAMAS HISTERÉTICOS PARA DIFERENTES
AMORTIGUAMIENTOS MODALES (N-5)
(R20/04/98)**



**DIAGRAMAS HISTERÉTICOS PARA DIFERENTES
AMORTIGUAMIENTOS MODALES (N-5)
(EL CENTRO)**

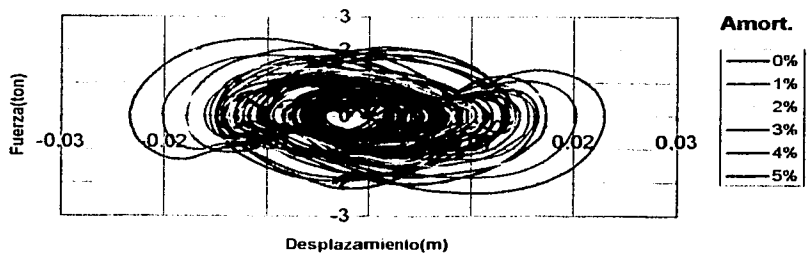


Fig. 6.10c.
88

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CONCLUSIONES

Se presentó una metodología con la cual fue posible establecer un criterio sobre el número y localización de amortiguadores viscosos dentro de un edificio, para lograr un desplazamiento preestablecido. Con base en el desarrollo del tema y los resultados obtenidos, se desprenden los siguientes comentarios:

1. Debe realizarse una correcta selección del cociente de amortiguamiento utilizado para fines de análisis de estructuras con elementos disipadores, debido a que, esta cantidad influye en el balance de energía en conjunto con la energía disipada por el dispositivo. De lo anterior, se puede concluir que en estructuras construidas de materiales con baja capacidad de disipación, como el acero, la adición de amortiguadores viscosos resultaría más conveniente, que en estructuras cuyos materiales y sistemas de conexión disipan una mayor cantidad de energía. Como es de suponerse, la disipación de energía se ve reducida en estructuras que incursionan en el intervalo inelástico.
2. Se prefirió en este estudio, el análisis de la respuesta de un edificio con la incorporación de elementos disipadores de energía mediante historias en el tiempo, en lugar de utilizar espectros equivalentes, debido a que, se trata de análisis con amortiguamiento no proporcional, y como se menciona en la literatura y se recalcó en esta tesis, cuando se realiza un análisis modal, la respuesta expresada en términos del desplazamiento está compuesta no solo del término del desplazamiento relativo, sino también de la velocidad relativa, por lo que si han de utilizarse espectros con amortiguamiento equivalente, debe tenerse en cuenta este último término.
3. De los resultados obtenidos con la aplicación del criterio propuesto, fue posible observar reducciones importantes en la respuesta de los valores máximos de la estructura en cuanto a distorsiones de entrepiso, aceleraciones y cortante basal para el registro R20/04/98 y SCT. Sin embargo, en el sismo El Centro, considerado como representativo de suelo duro, la aplicabilidad se limitó solamente a ciertos entrepisos y la reducción de las variables cinemáticas no resultó tan notoria como en los otros dos sismos. De lo anterior se concluye, que las características del terreno de desplante de la estructura así como su periodo fundamental de vibración, influyen altamente en la respuesta de una estructura al incorporar dispositivos disipadores de energía; es aconsejable tener en consideración estas dos variables, ya que en algunos casos, no resulta favorable la utilización de los dispositivos.
4. Existe un límite en cuanto al número de amortiguadores necesarios para reducir la respuesta de edificios, debido a que la energía de entrada tiende a ser disipada completamente con una selección adecuada del número de amortiguadores, después del cual, la reducción tiende a ser mínima.

5. La localización de los dispositivos debe seleccionarse en aquellos lugares en los cuales la variable que define el funcionamiento de los disipadores sea máxima. En el edificio analizado, este hecho fue evidente debido a que, en los entrepisos intermedio-inferiores, se presentó la mayor desviación en cuanto a la velocidad se refiere, la cual define a la fuerza de salida del amortiguador viscoso.
6. Finalmente, para fines de aplicación, se debe verificar que los niveles de desplazamientos, así como la máxima fuerza de salida del amortiguador seleccionado en el análisis no sobrepase el límite especificado por el fabricante.

ANEXO.

Ortogonalidad de los modos desacoplados.

Considérese el r -ésimo y el s -ésimo eigenvector $\{y^{(r)}\}$ y $\{y^{(s)}\}$, donde ambos satisfacen la ecuación (3.7). Al escribir la ecuación para el r -ésimo modo y premultiplicar ambos lados por el vector transpuesto $\{y^{(r)}\}^T$, se tiene:

$$p_r \{y^{(r)}\}^T [A] \{y^{(r)}\} = -\{y^{(r)}\}^T [B] \{y^{(r)}\}$$

Debido a que las matrices [A] y [B] son simétricas, se puede transponer ambos lados de la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$p_r \{y^{(r)}\}^T [A] \{y^{(r)}\} = -\{y^{(r)}\}^T [B] \{y^{(r)}\} \quad (\text{A.1})$$

Si se escribe la ecuación (3.7) para el s -ésimo modo y se premultiplica por $\{y^{(s)}\}^T$

$$p_s \{y^{(s)}\}^T [A] \{y^{(s)}\} = -\{y^{(s)}\}^T [B] \{y^{(s)}\} \quad (\text{A.2})$$

De las ecuaciones (3.20) y (3.19) se tiene

$$(p_r - p_s) \{y^{(r)}\}^T [A] \{y^{(s)}\} = 0$$

Debido a que p_r y p_s son diferentes, la siguiente propiedad de ortogonalidad relaciona a los dos eigenvectores:

$$\{y^{(r)}\}^T [A] \{y^{(s)}\} = 0 \quad (\text{A.3})$$

De las ecuaciones (3.19) y (3.20) se desprende que estos vectores son además ortogonales con respecto a la matriz [B].

$$\{y^{(r)}\}^T [B] \{y^{(s)}\} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Para sistemas subamortiguados en los cuales los eigenvalores son complejos, el criterio de ortogonalidad anterior relaciona dos modos que tienen diferente frecuencia de vibración. La relación se aplica además a dos eigenvectores complejos conjugados asociados a un mismo modo, por el solo hecho de que las ecuaciones (3.21) y (3.22) cuando se trata de complejos conjugados, son diferentes para el mismo modo. Esto se desprende de lo siguiente:

$$p_r = \alpha_r + i\beta_r$$

y

$$p_s = \alpha_r - i\beta_r$$

entonces

$$p_r - p_s = (\alpha_r + i\beta_r) - (\alpha_r - i\beta_r) = 2i\beta_r \neq 0$$

Es útil derivar relaciones de ortogonalidad en términos de las partes real e imaginaria de los eigenvectores,

$$\begin{aligned} \{y^{(r)}\} &= \{\xi^{(r)}\} + i\{\eta^{(r)}\} \\ \{y^{(s)}\} &= \{\xi^{(s)}\} + i\{\eta^{(s)}\} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

La ecuación (3.21) puede escribirse como:

$$\left(\{\xi^{(r)}\}^T + i\{\eta^{(r)}\}^T \right) A \left(\{\xi^{(s)}\} + i\{\eta^{(s)}\} \right) = 0 \quad (\text{A.6})$$

Con el desarrollo de la ecuación anterior, al igualar a cero la parte real e imaginaria, se obtiene:

$$\begin{aligned} \{\xi^{(r)}\}^T A \{\xi^{(s)}\} - \{\eta^{(r)}\}^T A \{\eta^{(s)}\} &= 0 \\ \{\xi^{(r)}\}^T A \{\eta^{(s)}\} + \{\eta^{(r)}\}^T A \{\xi^{(s)}\} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Se considera ahora un eigenvector $\{y^{(s')}\}$ que es ortogonal no solo a $\{y^{(r)}\}$ sino además es el eigenvector conjugado $\{y^{(r)}\}$. Entonces,

$$\left(\{\xi^{(r)}\}^T - i\{\eta^{(r)}\}^T \right) A \left(\{\xi^{(s)}\} + i\{\eta^{(s)}\} \right) = 0$$

Con la separación nuevamente de esta ecuación en su parte real e imaginaria:

$$\begin{aligned} \{\xi^{(r)}\}^T A \{\xi^{(s)}\} + \{\eta^{(r)}\}^T A \{\eta^{(s)}\} &= 0 \\ \{\xi^{(r)}\}^T A \{\eta^{(s)}\} - \{\eta^{(r)}\}^T A \{\xi^{(s)}\} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Con las dos primeras ecuaciones de (3.25) y (3.26) se tiene

$$\begin{aligned} \{\xi^{(r)}\}^T A \{\xi^{(s)}\} &= 0 \\ \{\eta^{(r)}\}^T A \{\eta^{(s)}\} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

La segunda ecuación de (3.25) y (3.26) conduce a

$$\{\xi^{(r)}\}^T A \{\eta^{(s)}\} = 0$$

$$\{\psi^{(r)}\}^T [A] \{\xi^{(s)}\} = 0 \quad (\text{A.10})$$

De la ecuación (3.25) es posible obtener una relación más si se considera que $\{\psi^{(s)}\}$ es el complejo conjugado de $\{\psi^{(r)}\}$,

$$\{\xi^{(s)}\} = \{\xi^{(r)}\}$$

y

$$\{\psi^{(s)}\} = -\{\psi^{(r)}\}$$

En este caso la primera ecuación de (3.25) conlleva al siguiente resultado:

$$\{\xi^{(r)}\}^T [A] \{\xi^{(r)}\} = -\{\psi^{(r)}\}^T [A] \{\psi^{(r)}\} \quad (\text{A.11})$$

REFERENCIAS

- Aiken, I. D. y Kelly, J. M., "Experimental Study of Friction Damping for Steel Frame Structures", Proc. PVP Conference, ASME, Pittsburgh Pennsylvania, Vol. 133, pp. 95-100, 1988.
- Arroyo, D., "Factores de reducción para el diseño de sistemas pasivos de disipación de energía" Tesis de Maestría, DEPMI-UNAM, 2001.
- Badillo, H., "Criterio de diseño sísmico por desempeño para reforzar edificios con disipadores de energía", Tesis de Maestría, DEPMI-UNAM, 2000.
- Caughey, T. H. y O'Kelly, E. J., "Classical normal modes in damped linear dynamic systems", Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 32, 583-588, 1985.
- Chopra, A. K., "Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering", Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- Constantinou, M. C. y Symans, M. D., "Experimental and Analytical Investigation of Seismic Response of Structures with Supplemental Fluid Viscous Dampers", Technical Report NCEER-92-0032, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, New York, 1992.
- Esteva, L., Díaz, O. y García, J., "Practical seismic design criteria and life-cycle optimization for structures with hysteretic energy-dissipating devices", Asia Pacific Workshop on Seismic Design and Retrofit of Structures, Taipei, Taiwan, 1998.
- FEMA 273, "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings", ASCE, 1999.
- Gallagher, R. H. y Zienkiewicz, O.C., "Optimum Structural Design", Wiley & Sons, London, 1977.
- Gupta, A. K. y Jaw, J. W., "Response Spectrum Method for Non-Classically Damped Systems", Nuclear Engineering and Design, Vol. 91, pp. 161-169, 1986.
- Gupta, A. K., "Response Spectrum Method, in Seismic Analysis and Design of Structures", Blackwell Scientific Publications, Cambridge, Massachusetts, 1990.
- Hahn G. D. y Sathivageeswaran K. R., "Effects of added-damper distribution on the seismic response of buildings", Computers & Structures., Vol. 43, pp. 941-950, 1992.
- Housner, G. W., "Limit Design of Structures to resist Earthquakes". Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering, 5-1 - 5-13, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, California, 1956.
- Hussain, S., Lee, D. y Retamal, E., "Viscous damping for base isolated structures", First World Conference on Structural Control, 1994.

Igusa T. y Der Kiureghian A. (1983). "Dynamic analysis of multiply tuned and arbitrarily supported secondary systems". Report No. CB/EERC-83/07. University of California, Berkeley.

Igusa, T., Der Kiureghian, A. y Sackman, J. L., "Modal decomposition method for stationary response of non-classically damped systems", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 12, pp. 121-136, 1984.

López, J. A., "Trabajo de Investigación IV", DEPFI-UNAM, 2002.

McNamara, R. J., "Parametric Study for Motion Amplification Device with Viscous-Damper", Congreso ASCE, Philadelphia, 2000.

Mead, Denis J., "Passive Vibration Control", John Wiley & Sons, London, pp. 319-334, 2000.

Normas técnicas complementarias para Diseño por Sismo, Gaceta Oficial del Distrito Federal.

Paz, M., "Structural Dynamics, theory and computation", Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

Rodríguez Cuevas, N. y Silva, E. P., "Comportamiento de dispositivos disipadores de energía de tipo viscoelástico", Trabajo de Tesis, DEPFI-UNAM, 2000.

Rubinstein, M.F. y Hurty, W., "Dynamics of Structures". Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.

Ruiz, S. E., "Alternativas para Controlar la Respuesta Sísmica de los Edificios", Trabajo de ingreso en la Academia Mexicana de Ingeniería, 1998.

Shames, I. y Dym, C. L., "Solid Mechanics, a Variational Approach", McGraw-Hill, New York, 1973.

Soong, T.T. y Dargush, G.F., "Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering", Wiley & Sons, London, 1996.

Taylor, D.P., "Buildings: Design for damping", Proceedings of the Boston Society of Civil Engineers, BSCES Fall 1999 Lectures Series, "Dynamics of Structures", 1999.

Taylor, D.P. y Constantinou, M.C., "Development and Testing of an Improved Fluid Damper Configuration for Structures having High Rigidity", Proceedings of the 69th Shock and Vibration Symposium, 1998.

Thomson, W. T., "Vibration Theory and Applications", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 70-76, 1981.

Tsuji, N. y Nakamura, T., "Optimum Viscous Dampers for Stiffness Design of Shear Buildings", The Structural Design of Tall Buildings, Vol.5, John Wiley & Sons, pp. 217-234, 1996.

Uang, C. M., y Bertero, V. V., "Use of Energy as a Design Criterion in Earthquake Resistant Design", Report No. UCB/EERC-88/18, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, California, 1988.

Vanmarcke, E., "Random Fields: Analysis and Synthesis", MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp. 85-88, 1984.

Wilson, E. L., "SAP2000: Analysis Reference", Computers and Structures Inc., Berkeley, California, 2000.

Wilson, E. L., "Three Dimensional Dynamic Analysis of Structures", Computers and Structures, Berkeley, California, 1997.

Wilson, E. L., Der Kiureghian, A. y Bayo, E. P., "A replacement SRSS method in seismic analysis", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 9, pp. 187-194, 1981.

Wu, B., Ou, J. y Soong, T.T., "Optimal placement of energy dissipation devices for three-dimensional structures", Engineering Structures, Vol. 19, pp. 113-125, 1997.

Yang, J. N., Sarkani, S. y Long, F. X., "A response spectrum approach for seismic analysis of nonclassically damped structures", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 12, pp. 173-184, 1990.