

01/28  
29



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

EL ANÁLISIS MEDIA-VARIANZA EN LA SELECCIÓN  
DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN Y LA TEORÍA  
DE DECISIONES

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER POR EL TÍTULO DE  
INGENIERO INDUSTRIAL  
QUE PRESENTA:  
**KAROL ALBERTO ROSEN ESQUIVEL**

ASESOR DE TESIS:  
DR. SERVIO TULIO GUILLÉN BURGUETE

2003

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

A





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

*A Dios, por la oportunidad de haber vivido hasta este momento, y en espera de vivir mucho más.*

*A mis padres, por darme durante 24 años los elementos para mi desarrollo.*

*A mis hermanos, Omar, Patricio y Abril, así como a mis familiares y amigos, por compartir conmigo muchas cosas.*

*A todos los profesores de los que fui alumno y especialmente a mis sinodales y a mi asesor de tesis, Dr. Servio Tulio Guillén.*

*Esta tesis contó con el apoyo de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) a través del proyecto IN114801.*

*"No hay enigmas. Si un problema puede plantearse también puede resolverse".*

*Ludwig Wittgenstein.*

*"Original. Los cerebros verdaderamente originales, se distinguen, no en ser los primeros que ven lo nuevo, sino en ver, como si fueran nuevas las cosas viejas y conocidas, visadas y revisadas por todo el mundo. El que descubre las cosas es generalmente ese ser vulgar y sin cerebro llamado casualidad".*

*Friedrich Nietzsche.*



3

## INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta tesis es efectuar un análisis crítico del modelo de Markowitz o análisis media-varianza por medio de la teoría de decisiones. El análisis media-varianza fue desarrollado por Harry Markowitz y presentado al público en los últimos años de la década de 1950 y su finalidad es elegir un portafolio (conjunto de instrumentos financieros) que ofrezca beneficios con un riesgo no muy grande. Por otro lado la teoría de decisiones ofrece métodos normativos para la toma de decisiones sustentados en un aparato teórico amplio.

En cuanto al contenido de este trabajo se tiene lo siguiente. El capítulo 1 se define un mercado financiero y se muestran varias clasificaciones de los mismos, así como una descripción y clasificación de algunos instrumentos financieros, puede considerarse como un capítulo de introducción al ambiente financiero.

El capítulo 2 contiene los conceptos básicos de la teoría de decisiones. El capítulo 3 describe los puntos de interés en la elección de un portafolio, contiene las hipótesis del modelo de Markowitz, y se aplican algunos conceptos del capítulo 2 que permiten obtener conclusiones relativas al modelo de Markowitz, este capítulo finaliza con una descripción de las consecuencias principales que ha generado este modelo. Los capítulos 3 y 2 son la parte principal del trabajo. Cabe mencionar que las demostraciones que aparecen en el capítulo 2 están incompletas cuando se trata de teoremas de equivalencia porque sólo se demuestra una proposición.

Algunos enfoques alternativos para elegir un portafolio se mencionan en el capítulo 4; los métodos mencionados son a manera de ejemplo y obviamente no son los únicos que existen para tal efecto. El siguiente apartado contiene las conclusiones del trabajo, el que le sigue muestra un glosario con algunos términos usados tanto en las finanzas como en la teoría de decisiones, en el último apartado se muestran las referencias consultadas para la elaboración de esta tesis.



# CONTENIDO

<b>1</b>	<b><u>EL AMBIENTE DE LAS FINANZAS</u></b> .....	<b>1-1</b>
1.1	<u>LAS DECISIONES FINANCIERAS</u> .....	1-1
1.2	<u>LOS MERCADOS FINANCIEROS</u> .....	1-2
1.3	<u>ALGUNOS MERCADOS DE CAPITAL IMPORTANTES</u> .....	1-19
1.4	<u>LOS ÍNDICES DE LOS MERCADOS ACCIONARIOS</u> .....	1-32
1.5	<u>LA VALUACIÓN DE ACCIONES</u> .....	1-34
1.6	<u>PERFILES Y ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN</u> .....	1-39
<b>2</b>	<b><u>LA TEORÍA DE DECISIONES</u></b> .....	<b>2-1</b>
2.1	<u>LA FUNCIÓN DE LA TEORÍA DE DECISIONES</u> .....	2-1
2.2	<u>CONCEPTOS BÁSICOS</u> .....	2-2
<b>3</b>	<b><u>EL MODELO DE MARKOWITZ O ANÁLISIS MEDIA-VARIANZA</u></b> .....	<b>3-1</b>
3.1	<u>EL PROBLEMA DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN</u> .....	3-1
3.2	<u>RETORNO Y VOLATILIDAD</u> .....	3-2
3.3	<u>LAS HIPÓTESIS DEL MODELO DE MARKOWITZ</u> .....	3-4
3.4	<u>LA CONVEXIDAD DEL CONJUNTO DE ALTERNATIVAS Y SU RELACIÓN CON EL MODELO DE MARKOWITZ</u> .....	3-8
3.5	<u>EL MODELO DE MARKOWITZ EN EL CASO DE UN GRUPO DE INVERSIONISTAS</u> .....	3-9
3.6	<u>ALGUNAS CONSIDERACIONES DE TIPO ESTADÍSTICO Y OPERATIVO DEL MODELO DE MARKOWITZ</u> .....	3-10
<b>4</b>	<b><u>OTROS ENFOQUES PARA SELECCIONAR UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN</u></b> .....	<b>4-1</b>
4.1	<u>INTRODUCCIÓN</u> .....	4-1
4.2	<u>LA MEDIA GEOMÉTRICA DEL RETORNO</u> .....	4-1
4.3	<u>UTILIDAD ESPERADA</u> .....	4-2
4.4	<u>DOMINACIÓN ESTOCÁSTICA</u> .....	4-2
4.5	<u>ANÁLISIS SAFETY-FIRST</u> .....	4-3
4.6	<u>MÉTODOS DE SOBRECASIFICACIÓN</u> .....	4-4
<b>5</b>	<b><u>CONCLUSIONES</u></b> .....	<b>5-1</b>
<b>6</b>	<b><u>GLOSARIO</u></b> .....	<b>6-1</b>
<b>7</b>	<b><u>REFERENCIAS</u></b> .....	<b>7-1</b>

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

①

# I EL AMBIENTE DE LAS FINANZAS

## 1.1 Las decisiones financieras

El tema central de las finanzas "se refiere a la utilización de los recursos financieros en términos de los objetivos perseguidos y, en definitiva, su campo es el estudio de cómo las entidades y los individuos asignan sus recursos a través del tiempo en medio de incertidumbre." (Pascual, 1992).

En este contexto se determinan y desarrollan las decisiones financieras de los dirigentes de las entidades económicas de una sociedad y de sus individuos. En términos generales éstas decisiones pertenecen al grupo de las siguientes tres grandes ramas en las que las decisiones financieras se clasifican generalmente:

Decisiones de inversión;  
Decisiones de financiamiento;  
Decisiones de dividendos.

Las decisiones de inversión involucran aquellas asignaciones de recursos a través del tiempo; el análisis de éstas decisiones originalmente se estudió en forma individual o aislada, pero la tendencia actual pretende estudiar la inversión no sólo en forma individual sino también sus efectos sobre el resto de las inversiones que una empresa tiene, esto es, se estudia el portafolio de inversiones. Básicamente se dan en los mercados de bienes y servicios. (Por ejemplo, adquisición de maquinaria y equipo, capacitación de personal, expansión de la empresa, etc.)

Las decisiones de financiamiento se refieren a cuáles son las mejores combinaciones de fuentes para financiar las inversiones; abarcan la estructura del financiamiento, de fondos propios y ajenos, de corto y largo plazo, composición de monedas, y las respectivas tasas de crecimiento. Básicamente se dan en los mercados financieros. (Por ejemplo, emisión de bonos por parte del gobierno o empresas privadas, venta de acciones, etc.)

Las decisiones de dividendos tratan de conciliar por un lado, el privar a la empresa de ciertos recursos y por otro, la retribución del capital accionario; esto es la forma de distribuir el monto de las utilidades ya sea en inversión o financiamiento o en el reparto de las mismas.

En el análisis de éstas decisiones se toman en cuenta las variables de flujo (ingresos y egresos), las variables de *stock* que se han invertido para generar esos flujos así como la consideración del tiempo, la incertidumbre y el comportamiento frente al riesgo del individuo o grupo de individuos que toma la decisión, a éste individuo o grupo de individuos se le llama decisor.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

Así pues, toda decisión financiera considera una determinada actitud ante el riesgo por parte del decisor, normalmente la actitud es de aversión al riesgo.

El objetivo que buscan las decisiones financieras es el de maximización de la riqueza. Ya en la práctica sólo se eligen las mejores alternativas entre las oportunidades que se han investigado, y no necesariamente aquella alternativa que maximiza la riqueza.

Las herramientas con las cuales se determinan y evalúan las decisiones financieras son en un consenso generalizado las siguientes:

- Valor presente neto y el principio de aditividad del valor.
- Teoría de los mercados eficientes.
- Teoría del portafolio.
- Teoría de fijación de precios de activos de capital (CAPM).
- Teoría de los precios de opción.
- Teoría de la agencia.

El objetivo de presente trabajo se refiere al estudio de la teoría del portafolio de inversión, en especial el modelo de Markowitz. Las decisiones que involucra este estudio son decisiones de financiamiento.

### 1.2 Los mercados financieros

En economía, un *mercado* es un aparato organizado al que concurren compradores y vendedores. Un mercado, particularmente un mercado financiero, no requiere tener una localización física, aunque la gran mayoría lo tienen. Unos ejemplos bastan para complementar lo afirmado.

Hasta octubre de 1986 el intercambio de instrumentos financieros, particularmente acciones y obligaciones e instrumentos financieros estándar, en el Reino Unido se concentraban en la localización física del London Stock Exchange, en el "piso de operaciones". Con la aparición de nuevas tecnologías ("el llamado Big Bang financiero") los participantes del mercado se dispersaron pudiendo operar desde el exterior, en las oficinas de sus compañías. Las órdenes de compra o venta, en el mercado londinense, pueden operar a través de un sistema automatizado que tiene un control electrónico central.

Los mercados *forex*, que enlazan compradores y vendedores de diversos puntos y plazas no requieren que estos concurren físicamente a un centro o piso de operación. Las últimas innovaciones tecnológicas en materia de comunicaciones ahora permiten a las instituciones financieras basadas en los EE.UU. operar acciones en Tokio, Londres o Singapur tan rápidamente como lo pueden hacer en Nueva York. Este aspecto es parte del proceso de internacionalización o globalización de los mercados financieros y tiene implicaciones muy importantes.

¿Qué es lo que se intercambia en los mercados financieros? Normalmente la expresión "mercados financieros" se emplea en relación con un mercado en el que algún tipo de



#### Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

producto financiero se mercadea. Por *producto financiero* se entiende *simplemente un activo, una obligación o una reclamación financiera* ("a financial claim").

Una reclamación financiera se presenta de muchas formas distintas todas las cuales están especificadas. A dicha especificación se le llama *instrumento*. La tabla que se anexa es una descripción meramente ilustrativa de algunos instrumentos financieros estándar que se operan en el London Stock Exchange (y que tiene su correspondencia en México, en la Bolsa Mexicana de Valores, o en los E.E.U.U. en el N.Y. Stock Exchange)(NYSE).

La tabla permite rápidamente mostrar el rango y variedad de instrumentos en existencia ("disponibles para operar"), así como identificar ciertas categorías o rubros "gruesos" o amplios de operación. Esto último es clave porque los instrumentos difieren en términos relevantes para poder cumplir con las necesidades de distintos tipos de compradores y vendedores (de *prestamistas y prestatarios*). En consecuencia, cada instrumento financiero define, en cada caso, un submercado financiero al que también se le asigna el nombre de mercado financiero.

**Tabla I.1**

**Una selección de Instrumentos o "Reclamaciones" Financieras  
(El caso del London Stock Exchange)**

Depósitos Bancarios  
Depósitos de Sociedades Constructoras  
Certificados de Ahorro  
Bonos del Tesoro  
Bonos Gubernamentales  
Bonos "Municipales" (Local Authority Bonds)  
Acciones  
Pólizas de Seguros (de Vida, principalmente)  
Eurobonos  
Certificados de Depósito

Fuente: LSE, 1998.

#### Distinciones y Diferencias Generales entre Instrumentos

Hay, desde luego, una variedad de formas en los que se pueden agrupar los instrumentos financieros para identificar su proximidad o relación. Entre ellas están las siguientes:

Los instrumentos que se pueden intercambiar *directamente* entre participantes del mercado y los que no pueden hacerlo. Las acciones de las *compañías públicas* y los *bonos gubernamentales*, una vez que se emitieron y salieron al mercado pueden comprarse indefinidamente sin que sus emisores originales intervengan. A estos instrumentos que *pueden comprarse y venderse entre "terceros"* se les denomina *securities* (no hay traducción aceptada en español o en otros idiomas romances).

**YESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

En contraste, hay instrumentos que no pueden operarse entre terceros en forma directa. La única manera como pueden intercambiarse es regresándose ("sell back") al emisor. En los mercados europeos, particularmente en aquellos que trabajan con *certificados de ahorro* (The National Savings Certificates) o con depósitos de sociedades inmobiliarias o de construcción listadas públicamente (Building Societies) se tienen ejemplos de este tipo de instrumentos.

Otra diferencia se refiere a los instrumentos que tienen una tasa fija de interés y los que tienen rendimientos no fijos (llamados también variables o flotantes). Los bonos gubernamentales (o en su caso municipales) son por tradición un ejemplo fundamental de los instrumentos financieros con una tasa de interés fija, generalmente especificada en la carátula del instrumento.

En cambio, para mitigar las variaciones del mercado aparecen los instrumentos financieros que tienen tasa de interés variable o flotante y los que no tienen rendimientos determinados. En el primer caso se presentan obligaciones que al ser operadas en mercados locales o internacionales conceden un "premio" a sus compradores o tenedores al referirse a una tasa de referencia variable (a una tasa interbancaria) más un componente de "premio" (por ejemplo, en el mercado mexicano: Cetes + k1; en el mercado de EE.UU.: Prime +k2; en el mercado londinense: LIBOR + k3; en el mercado australiano: AUSBOR + k4, etc.). En el segundo caso, como es obvio, están las acciones.

### Con respecto al Vencimiento

Una forma muy conocida de distinguir instrumentos financieros es el *vencimiento* (o "madurez" como traducción literal de *maturity*).

El vencimiento puede ser infinito (teóricamente es el caso de las acciones de compañías públicas a menos que la legislación de cada país especifique duración máxima de la empresa emisora), puede ser de largo plazo, como la de los Bonos gubernamentales (Bonos del Tesoro de EE.UU.) que pueden llegar hasta 30 años. En muchos países se opta por plazos de 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años según el diseño específico con el que se emitan.

En contraste, existen instrumentos que se emiten en plazos menores a un año (a 91 días, a 28 días, etc.) y los depósitos bancarios que se pueden demandar en cualquier momento "a la vista".

Tradicionalmente estas diferencias de vencimiento se han empleado para crear una distinción artificial entre *mercados "de capital"* (mercados para reclamaciones de "largo plazo") y *mercados "de dinero"* (mercados para reclamaciones de "corto plazo").

Cuando esta distinción surgió se separaron los instrumentos financieros según el cuadro siguiente:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

**Cuadro 1.1**

Mercados de Capital (reclamaciones con vencimiento a "largo plazo", entendido éste como de 1 año o más)<sup>1</sup>

- ⇒ Mercados de Bonos
- ⇒ Mercados de Capital (No Deuda)
- ⇒ Mercados Hipotecarios

Mercados de Dinero (reclamaciones con vencimiento a plazos menores de 1 año)

- ⇒ Mercados de Descuento
- ⇒ Mercados Interbancarios
- ⇒ Mercados de Certificados de Depósito
- ⇒ Mercados de Deuda Doméstica (Corto Plazo)

A estos instrumentos financieros "estándar" se les han ido añadiendo mercados específicos como los Euromercados, mercados de futuros, de opciones, de warrants, etc.

Debe advertirse, sin embargo, que a medida de que las innovaciones financieras continúen el grado de interdependencia entre los instrumentos y los mercados de Capital y de Dinero se incrementará borrando paulatinamente distinciones genéricas. Esto seguramente será la regla en los próximos años. En particular, cuando la internacionalización o globalización se extienda y robustezca.

#### Mercado de Dinero

El Mercado de Dinero se define como un Mercado Financiero en el que las "reclamaciones" tienen un plazo de vencimiento menor a 1 año. Se puede caracterizar como un mercado en el que se operan valores de riesgo bajo o moderado ("teóricamente hablando"), alta liquidez y alta convertibilidad.

En el corto plazo se ubica entre 7 y 360 días en colocación primaria y en el mercado secundario se llevan a cabo operaciones hasta de un día plazo (o también *overnight*).

Por lo general los valores que se operan dentro de este mercado son instrumentos que forman parte de los pasivos de los emisores sean éstos empresas privadas, Instituciones de Crédito o el Gobierno Federal. De aquí que en el caso de estos dos últimos y de empresas privadas que tienen registro público y grado de calificación AAA o AA se presuponga bajo riesgo relativo. (Si la empresa emite instrumentos de deuda para "cubrir" una posición de insolvencia temporal, dadas condiciones de apalancamiento astringentes, el riesgo se podrá calificar como moderado).

<sup>1</sup> Esta es la convención estándar en todo el mundo con la posible única excepción de los EEUU en los que el plazo es de 2 años.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

El factor de alta liquidez se refiere en primera instancia a la *convertibilidad* (bursatilidad). En el momento en que un inversionista reclame el valor de su instrumento sólo tiene que avisar con 24 horas de anticipación para que sus títulos sean vendidos (aunque pueda también optar por las operaciones Valor Mismo Día).

Los instrumentos estándar básicos que se operan el Mercado de Dinero Nacional son, desde luego, los CETES (Certificados de la Tesorería de la Federación), las Aceptaciones Bancarias y el Papel Comercial Bursátil. Hay, desde luego, otros más que se irán describiendo en este capítulo. Coinciden con los instrumentos estándar en los mercados financieros clave (Nueva York, Londres, Frankfurt, Tokio, etc.).

Generalmente la tradición sostiene que en los mercados de dinero se invierten o financian menores montos de dinero que en los mercados de capital.

### Mercado de Capital

Un mercado de Capital es cualquier mercado (doméstico, externo, etc.) en el cual gobiernos, bancos, organizaciones multilaterales (el BM, la UE, el BID, el BIRF, etc.) y empresas privadas pueden solicitar financiamiento o invertir (grandes) cantidades de dinero a largo plazo.

El rol principal de un mercado de capitales es facilitar el uso eficiente de capital, ofreciendo un vehículo para que los inversionistas generen fondos excedentes disponibles a todos aquellos deudores que buscan financiamiento.

Un mercado de capital *doméstico* opera dentro del sistema financiero de un mismo país y está, por lo tanto, sujeto a la regulación de una entidad nacional, generalmente del gobierno correspondiente a través de un banco central. A medida de que los flujos de capital globales se expanden, los mercados domésticos tradicionales se complementan por una explosión de mercados internacionales de capital fuera del control de una sola autoridad nacional o de un régimen regulador (esto es particularmente observable con los Euromercados). Muchos de estos mercados internacionales, sin embargo, han desarrollado sus propios procedimientos de autorregulación. Esto es lo que se refiere al mercado en sí ya que los participantes siguen siendo sujetos al control de autoridades reguladoras en sus propios países.

Por ejemplo, en el sistema financiero mexicano destacan como entidades reguladoras la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, Banco de México y la Comisión Nacional de Valores.

Las funciones básicas de estos organismos se presentan a continuación.

#### Secretaría de Hacienda y crédito Público:

Dirige la política monetaria y crediticia.

Interviene en aspectos relacionados a la planeación, coordinación, evaluación y vigilancia de las distintas instituciones.

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

### Banco de México:

Regulación monetaria del país.

Emisión de valores gubernamentales.

Determinación de criterios generales a que deberán sujetarse los participantes del mercado de dinero.

### Comisión Nacional de Valores:

Organismo desconcentrado de la SHCP, con autonomía operativa y de supervisión, cuyos objetivos son: regulación, vigilancia y supervisión de las operaciones efectuadas por los distintos agentes del mercado bursátil.

Los Mercados de Capital en general, tienen características distintivas. Las más importantes son las siguientes:

#### 1) Negociabilidad de los instrumentos.

En los Mercados de Financieros, el financiamiento y la inversión se lleva a cabo mediante el uso de instrumentos financieros cuya propiedad puede transferirse de una parte (*un poseedor*) a otra (*otro poseedor*) dándole la posibilidad *viable* a un inversionista de vender el instrumento antes de su vencimiento. A esta característica se le llama negociabilidad.

#### 2) Financiamiento gubernamental

Algunos de los instrumentos que entran en el financiamiento gubernamental son:

Certificados de la Tesorería de la Federación ( CETES ) que son títulos de crédito al portador en los cuales se consigna la obligación del Gobierno Federal a pagar su valor nominal a la fecha de su vencimiento.

Bonos de la Tesorería de la Federación ( TESOBONOS) y Bonos Ajustables del Gobierno Federal (AJUSTABONOS): son bonos que pagan un cupón o premio cada 91 días a una tasa real fija. Bonos del Desarrollo del Gobierno Federal (BONDES), este instrumento paga un cupón cada 28 días y tiene una tasa de referencia a 28 días; Certificados de depósito al plazo de 90 días en curva a 28 y Pagarés con Rendimiento Liquidable al Vencimiento (PRLV) de 3 meses en curva de 28 días.

#### 3) Financiamiento bancario

Los Instrumentos Bancarios de Inversión son títulos ofrecidos por las instituciones de Crédito que pagan un rendimiento determinado en un plazo determinado.

De acuerdo al plazo de pago estos títulos se dividen genéricamente así: (a) Depósitos Retirables en Días Preestablecidos; (b) Certificados de Depósito a plazo fijo (CEDES); y (c) Pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

Unos y otros son comparables según su liquidez y rendimiento, los que van generalmente en relación inversa. Así los Depósitos retirables en Días Preestablecidos tienen mayor liquidez que los CEDES y los Pagarés, pero menor rendimiento. Los CEDES cubren depósitos entre 30 y 725 días y los intereses generados se pagan en forma mensual. Algunos instrumentos de los Mercados Financieros que ofrecen recursos a través de entidades bancarias son:

*Aceptaciones Bancarias* (AB's). Son títulos de crédito nominativos girados por empresas que necesitan crédito, a su propia orden, y son aceptados por Instituciones de Crédito quienes colocan los títulos en el Mercado de Dinero y asumen la obligación de pagarlos a su vencimiento a sus tenedores.

*Pagarés con Rendimiento Liquidable al Vencimiento* ( PRLV ). Este pagaré tiene un valor nominal de \$1.00 y no paga cupones.

*Certificados de Depósito a Plazo* ( CEDES ) pagan intereses mensualmente, es decir, se hacen depósitos entre 30 y 725 días, y los intereses que van generando se van pagando en forma mensual. Estos certificados ofrecen distintas tasas de rendimiento de acuerdo al plazo.

Finalmente los Bonos Bancarios (BB), NAFIDES, BONDIS y CREDIBURES que son títulos de crédito emitidos exclusivamente por Instituciones Nacionales de Crédito (Banca de Desarrollo) con el objeto de apoyar actividades crediticias y programas financieros de sectores específicos.

### 4) Financiamiento No Bancario

Los instrumentos de los Mercados de Capital ofrecen al prestatario medios para obtener fondos de financiamiento de otras entidades distintas de los bancos. El prestatario no obtiene financiamiento en forma directa de un banco comercial (vía los fondos de sus cuentahabientes) ya que se diseñan fuentes alternativas mediante emisión de instrumentos que se ofrecen directamente a los inversionistas. A este proceso de generación de capital a través de instrumentos distintos a los créditos bancarios se le conoce comúnmente como "*desintermediación*". Un ejemplo sencillo es el del "*papel comercial*" el que permite a una compañía determinada colocar fondos excedentes directamente en otras compañías o en terceros en plazos cortos.

### 5) "Securities"

Como ya se apuntó anteriormente a los instrumentos financieros de los mercados de capitales a menudo se les denomina "securities". Este término se refiere a la "seguridad" que recibe el inversionista en la forma de un certificado suscrito y signado por el emisor que describe las condiciones de un contrato con el comprador. Muy frecuentemente, por ello, los términos "Mercado de Capitales" y "Mercado de Securities" se usan intercambiamente. Otra definición de security es la de una acción o un bono listado (o registrado) en un mercado financiero reconocido. Con esto se confirma que los mercados accionarios forman parte intrínseca del mercado de capital y que, por ello, definen un mercado de largo plazo, con

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

instrumentos negociables, en desintermediación y con distintos niveles de convertibilidad (bursatilidad), riesgo y rendimiento esperado.

Conforme avanzan los mercados financieros no a todo instrumento financiero se le denomina security. En ocasiones esta categoría es reservada sólo a los instrumentos financieros que tienen garantías específicas de ser liquidados al vencimiento (por ejemplo, títulos financieros de renta fija emitidos por instituciones o entidades solventes o con grado de inversión) o, en el caso de instrumentos financieros de renta variable, a los que tienen un riesgo bajo o mínimo.

Otra versión también empleada en el mercado, a la cual son afectos los especialistas financieros de los EE.UU., es la de emplear el término securitization -"securitización" o "garantización" (sic)- a paquetes (bundles) de instrumentos financieros diversos emitidos en distintas plazas (un paquete de instrumentos de deuda de dos o más entidades o países).

<b>Cuadro 1.2</b>	
<b>Descripción General de Inversiones</b>	
<b>Inversiones en Mercados Financieros</b>	
<b>1. Instrumentos Financieros</b>	<b>de Deuda (Bonos, Obligaciones)</b>
	<b>de No Deuda (Acciones)</b>
<b>2. Instrumentos Financieros</b>	<b>Con Tasa de Interés Fija (Bonos)</b>
	<b>Tasa de Interés Flotante o Variable (Acciones)</b>
<b>3. Instrumentos Financieros</b>	<b>de Vencimiento determinado menor a un año</b> <i>(Mercado de Dinero)</i>
	<b>de Vencimiento determinado mayor a un año</b> <i>(Mercado de Capitales)</i>
	<b>de Vencimiento Indeterminado (generalmente del</b> <i>Mercado de Capitales)</i>

Brevemente se apuntarán las características principales de las Obligaciones y los Udibonos.

*Las Obligaciones* son títulos de crédito que representan la participación individual de sus tenedores en un crédito colectivo constituido a cargo de una sociedad anónima. Son instrumentos de crédito a largo plazo, (generalmente entre 4 y 10 años), en los que se establece *el compromiso por parte de la sociedad emisora de pagar* tanto el principal como los intereses correspondientes a sus tenedores en una fecha determinada.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

El principal de la deuda se paga en una o varias amortizaciones (generalmente semestrales) las cuales se señalan en el acta constitutiva de emisión. La empresa puede amortizar anticipadamente el importe total emitido, dando una prima o premio a los tenedores sobre el valor nominal de sus títulos.

Los intereses generados por el préstamo se revisan mensualmente y se pagan en forma periódica (mensual, bimestral, trimestral o semestralmente). Por lo general estos intereses se calculan con base en CETES, CEDES o Aceptaciones Bancarias en diferentes plazos. Se inserta una *sobretasa* a la tasa de referencia más alta, la que varía de acuerdo a la emisión de que se trate.

Las obligaciones son de diversos tipos. Las hay Quirografarias, Hipotecarias y Convertibles, según el tipo de garantía ofrecida por el emisor como pago de la deuda en caso de liquidación de la empresa emisora.

*Los UDIBONOS* son títulos de crédito a mediano y largo plazo, emitidos por el Gobierno Federal, que pagan un interés fijo cada 182 días (plazo del cupón) y amortizan el principal en la fecha de vencimiento del título.

Estos Udibonos tienen un valor nominal de 100 UDI's y pagan intereses en forma semianual con base en una tasa de interés fija. Una de las últimas emisiones se realizó a un plazo de 3 años y se fijó a una tasa o "cupón" del 8% anual. La característica más importante de estos nuevos títulos es que ofrece a sus tenedores protección contra el incremento no esperado de la inflación, ya que tanto el principal como los intereses se encuentran denominados en unidades de inversión (UDI's), lo que permite que exista una referencia común para todos los participantes en el mercado al haber una equivalencia diaria entre las UDI's y el peso.

Los Udibonos, al igual que la mayoría de los títulos de deuda del Gobierno Federal, se colocan a través de subastas públicas en las que los participantes presentan posturas por el monto que desean adquirir y el precio que están dispuestos a pagar. La colocación de los títulos mediante subastas permite que su rendimiento sea determinado por el mercado. Así, en el caso de los Udibonos los títulos pueden venderse a un precio inferior ("a descuento") a su valor nominal de 100 UDI's o superior ("a premio") a éste. En el primer caso, cuando los títulos se venden a descuento el rendimiento real del título es superior a la tasa de interés semianual fija.

Existe un número importante de países cuyos gobiernos financian parte de su déficit a través de la emisión de deuda indexada. Entre estos destacan el Reino Unido, Canadá, Suecia, Australia, Israel, Chile y el mismo México. Otros países como Estados Unidos están considerando emitir deuda con estas características. El éxito de los mercados de deuda indexada se debe a las ventajas que proporciona no sólo al inversionista sino también al emisor.

Los títulos indexados a la inflación ofrecen a sus tenedores la posibilidad de protegerse contra aumentos inesperados en las tasas de inflación al mantener constante el valor real de su inversión y de los intereses que genera. La existencia de títulos indexados disminuye considerablemente la incertidumbre que enfrentan los inversionistas y por ende la volatilidad

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

de las tasas de interés. La dispersión de los rendimientos reales ex post en México es considerable, por lo que tiene un alto valor eliminar este riesgo. Los títulos indexados brindan al inversionista la seguridad de que el rendimiento real ex-ante y ex-post de su inversión será igual.

### Nuevos Instrumentos en General

Una forma importante de innovación en los mercados financieros ha sido el desarrollo de nuevos tipos de instrumentos financieros. Algunos instrumentos relevantes han sido los futuros, las opciones, los *swaps*, los eurobonos, los *warrants* y la llamada "securitización" (o "aseguramiento") del crédito directo.

### Otra Clasificación de los Mercados Financieros:

Mercados Financieros { (1) spot / en efectivo  
(2) en instrumentos derivados { (3) contratos a futuro / a plazo  
(4) contratos de opción

(1) Quien adquiere una acción lo hace en tiempo presente. Lo mismo quien la vende. No se hace una promesa de compra o venta en el futuro.

(2) Puede haber una obligación o el derecho de comprar o vender un activo financiero en algún tiempo futuro. Esta obligación o facultad se señala en un "contrato".

El precio de estos contratos se deriva del valor del activo financiero subyacente. Por esa razón son llamados *instrumentos derivados*.

Un contrato a *futuro o a plazo* es un acuerdo por el cual las partes acuerdan una transacción con respecto a algún activo financiero a un precio predeterminado y a una fecha futura identificada. Una parte acuerda comprar el activo financiero y la otra parte su venta. Ambas partes están *obligadas* a realizar la transacción y ninguna carga "una cuota".

Un contrato de *opción(es)* da al poseedor el derecho, pero no la obligación, de comprar (o vender) un activo financiero a un precio especificado a la otra parte.

El comprador del contrato debe pagar al vendedor una "cuota" ("el precio de la opción"). Cuando el contrato garantiza el derecho de comprar un activo financiero de la otra parte se le llama *opción de compra o call*. Si, en cambio, se garantiza el derecho de vender un activo financiero a la otra parte se le llama *opción de venta o put*.

Un *Swap* consiste en una transacción financiera entre dos partes que acuerdan intercambiar flujos monetarios durante un período determinado siguiendo unas reglas pactadas. Su objetivo es mitigar las oscilaciones de las monedas y de los tipos de interés. Se utilizan normalmente para evitar el riesgo asociado a la concesión de un crédito, a la suscripción de títulos de renta



## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

fija, (siendo el interés fijo o variable), o al cambio de divisas. El *Swap*, como elemento de gestión del pasivo de una empresa, permite pasar de un tipo de deuda a otra.

Las técnicas de intercambio que proporcionan las operaciones *swap* permiten a dos o más partes intercambiar el beneficio de las respectivas ventajas que cada una de ellas puede obtener sobre los diferentes mercados. Para ello debe cumplirse una doble regla básica: Las partes deben tener interés directo o indirecto en intercambiar la estructura de sus deudas y, al mismo tiempo, cada parte obtiene, gracias al *swap* un costo de su obligación más bajo.

Los *Warrants*. Son certificados que otorgan al tenedor el derecho de compra de acciones a un precio estipulado dentro de un período determinado o, en algunas ocasiones, sin la condición de vencimiento. Los *warrants* a menudo se anexan a otros títulos y funcionan como un incentivo de valor agregado para su compra. En muchos casos, sin embargo, los *warrants* se intercambian en forma separada a los títulos a los que fueron "pegados".

Ejemplos de instrumentos derivados:

- Sobre activos financieros (acciones/papel comercial);
- Sobre índices financieros (índices de/mercado accionario,...);
- Sobre tasas (de interés/paridad o tipo de cambio);
- Sobre paquetes de contratos a plazos o contratos de opción.

Los instrumentos derivados son aplicables para reducir riesgos:

- Riesgo de Tasa de Interés (por ejemplo, para el prestatario)
- Riesgo de disminución de precio de instrumentos de renta variable (para el inversionista)
- Riesgo de Crédito (incumplimiento)
- Riesgo de Inflación
- Riesgo Cambiario

Cuadro 1.3

### Ventajas Generales de los Mercados de Derivados Sobre los Mercados Spot para un mismo activo financiero

1. Puede reducirse el costo de transacción en el mercado de derivados para ajustar la exposición al riesgo de cartera debido a meras señales económicas.
2. Las transacciones son por lo general, más rápidas -o igual de rápidas- en el mercado de derivados.
3. El mercado de derivados es más líquido que el mercado en efectivo.

Los *Eurobonos* son subconjuntos del gran mercado internacional de bonos, los cuales son obligaciones a largo plazo en las que el emisor conviene en pagar intereses a los compradores de los títulos (también llamados tenedores), en las fechas y en las cantidades acordadas; y redimir el principal, (esto es la cantidad indicada en el título también llamada valor nominal del mismo), ya sea en una fecha determinada o de acuerdo a un sistema preestablecido de reembolso.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

Los eurobonos se registran fuera de la jurisdicción legal del país de la moneda en que están denominados. Por consiguiente, un bono denominado en dólares estadounidenses, emitido en las Islas Caimán, Londres o Luxemburgo, es un eurobono. La mayoría de los eurobonos están denominados en dólares estadounidenses, pero algunas emisiones importantes están en yenes, marcos alemanes, francos suizos, libras esterlinas, florines holandeses y ECU's (próximamente en euros).

El mercado de eurobonos se desarrolló como respuesta a los altos impuestos y a los complicados trámites involucrados en la emisión de bonos en el país de la moneda de denominación. Otro elemento que contribuyó a su aparición fue la necesidad, tanto de emisores como de inversionistas, de contar con instrumentos flexibles, anónimos y de emisión expedita.

El caso de la "securitización" es el siguiente. Se busca transformar una reclamación "no negociable" en una "negociable", ganando convertibilidad y liquidez. La razón es obvia y se pudo advertir a gran escala en los EE.UU. (como mercado doméstico) con los problemas generados en el mercado de bienes raíces tanto en los años ochentas como en épocas previas. Las hipotecas individuales no son en sí mismas negociables y al no serlo son por un tiempo largo e indeterminado *valores sin liquidez*. En cambio, si se integran las hipotecas individuales en forma de portafolios es posible -y así se ha visto en la práctica- vender o transferir dichos portafolios hipotecarios con un premio reflejado en un interés; es decir, como "*securities*" (valores con garantía y con interés). En este contexto, los prestamistas hipotecarios cargan una tasa de interés que refleja y compensa la falta de liquidez.

Cuando el portafolio hipotecario se vende como un activo, el vendedor (el prestamista hipotecario original) garantiza el pago de interés en las "*securities*" y, en consecuencia, acepta a los deudores hipotecarios originales. Por lo tanto, la relación hipotecaria inicial (entre comprador e inmobiliaria) no cambia pero un nuevo activo financiero negociable se ha creado. Este esquema obviamente, tiene aplicación directa en otros ámbitos como en el caso de "carteras vencidas" o en el de "deuda soberana".

Con la "securitización" entró en juego una nueva técnica que genera un activo en el que la "seguridad" se basa o garantiza. Por eso es novedad. Las "*Securities*" por sí mismas no son nuevas o novedosas, como tampoco lo es la práctica de "securitización". Las prácticas que sí son novedosas son las que se refieren a las diversificaciones de actividad de los intermediarios financieros. Los Bancos se han diversificado ampliamente variando su negocio tradicional (prestatario/prestamista) hacia estrategias que permitan a los prestatarios fondearse directamente garantizando los valores que emiten (el llamado "financiamiento bancario fuera de balance", ya que permite el financiamiento pero, al no ser deuda directa, la garantía no aparece en el balance).

Otras prácticas novedosas de dan en las Bolsas de Valores. El "Big Bang" de Octubre de 1986 en Londres incrementó en el LSE el número de operadores de 22 a 35, con mayores bases de capital que antes. Esto generó una caída relevante de las tasas de comisión y de "spreads"

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

dando lugar una competencia más aguda entre operadores e intermediarios, así como un incremento significativo en el volumen de transacciones.

La administración más profesional, sistemática y minuciosa del riesgo es otra de las prácticas más novedosas, por indispensable. De aquí provienen tanto los contratos de Futuros como de Opciones. Es, y así se concibe plausiblemente, una respuesta importante a la volatilidad del mercado cambiario a fines de los años setentas y a la crisis de los mercados bursátiles de 1987. Por eso surgen los mercados de futuros de divisas y también los warrants y las opciones.

### Funciones y características de los Mercados Accionarios

Es común encontrar en la literatura que le señalen dos funciones principales de los mercados accionarios. La primera se refiere al *mercado primario* (se genera financiamiento). La segunda, consiste en el intercambio como función clave del *mercado secundario*.

En esas dos etapas se retratan dos etapas que en forma lógica se enlazan. En el mercado accionario (de no deuda) las empresas emiten títulos que se venden a los inversionistas interesados en tomar riesgos y recibir las recompensas de ser propietario.

Una vez que los títulos se emiten y son colocados en el mercado primario, se dispone de mecanismos y procedimientos que delinear como dichas acciones pueden ser compradas y vendidas en forma sucesiva.

Los dos mercados están íntimamente relacionados. Para funcionar exitosamente el mercado primario requiere la liquidez que proporciona el mercado secundario.

Los inversionistas dudarían de participar en el mercado primario y comprar títulos, aún *securities*, si fuere incierta la venta rápida a un precio en rangos específicos en el mercado secundario.

Los mercados secundarios adicionalmente son importantes a las compañías emisoras debido a que el precio de mercado prevalente de las acciones se determina por las posturas y hechos en el mercado secundario. Además, toda nueva emisión accionaria debe cotizarse con arreglo a lo que señala el precio de mercado. De esta forma, entre otras cosas, los costos de las compañías se determinan en el mercado secundario.

En conclusión, los nexos entre los mercados primario y secundario determinan que la eficiencia del primero depende del segundo y reciprocamente. Los mercados accionarios contienen ambos mercados.

Todo mercado, como aspiración requiere de calificaciones o atributos para que se ofrezcan condiciones de "igualdad" y "equidad" a todos los participantes. Estas condiciones pueden fijarse por el ideal de *mercado perfecto* caracterizado por: (i) que los costos de entrada-salida sean iguales para todos los participantes, (ii) que no exista información privilegiada y (iii) que no pueda ocurrir la manipulación del mercado por un agente, agencia o grupos de estos. Este ideal y la distancia que cada mercado financiero tiene de él marcan en forma panorámica si un

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

mercado es "idóneo" o "relativamente mejor" que otro. En ese sentido, *las prácticas diferenciadas* que podían ocurrir en el pasado (tratamiento distinto a los clientes según su "prestigio", su "importancia relativa", "ligas con la Casa de Bolsa", etc.) o *el uso de información privilegiada* de los que las Bolsas de Valores de ningún país se han exceptuado, se han tratado de eliminar o por lo menos de sancionar severamente. Dichos factores todavía afectan las prácticas bursátiles en países industrializados como el Japón y han afectado significativamente su imagen e incluso su crecimiento en diversos ramos.

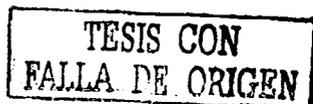
Es claro que además se pediría a un mercado bursátil que los instrumentos o títulos que ofreciera tuvieran condiciones exigentes: (1) requisitos a las empresas que los emiten en su existencia, personalidad jurídica, actualización y ser fidedignos de sus estados financieros; (2) una evaluación del rango, grado o crédito de fuentes independientes a la Bolsa y a la empresa emisora; (3) identificación objetiva de las condiciones de homogeneidad de emisoras, emisores e instrumentos en términos de la información que proveen, de la bursatilidad y, en algunos casos, de los rendimientos esperados según distintas fuentes. Un mercado accionario que cumpla con más condiciones de las apuntadas será un mercado más atractivo al inversionista.

Es por ello que internacionalmente se considera a un mercado accionario como "bueno" (o "mejor" que otro) si:

- Se dispone de información oportuna, precisa y confiable del precio y volumen tanto de transacciones pasadas como de las posturas de venta y compra. Un inversionista entra al mercado no en forma contemplativa (aunque los haya de ese tipo) sino para vender y comprar. Para hacerlo se requiere tomar decisiones rápidas y eficientes. Estas necesitan tanto de información como de organización de la misma.
- Actúa en marcos de liquidez. Para tal efecto requiere de convertibilidad o bursatilidad: que sea posible vender rápido y a un precio ("relativamente") cierto.

Estos factores se desprenden de la deseabilidad colectiva o compartida de un título accionario, de la negociabilidad del mismo, de la información pública y publicitada y del tamaño del mercado.

- Los costos internos de transacción son "bajos". Es decir, si la "eficiencia interna" es alta. Lo que se logra si el costo de la transacción, definido por el *porcentaje de valor* de la misma, es reducido.
- Si se ajustan rápidamente los precios a las señales del mercado o a la nueva información. A este rubro se le denomina "eficiencia externa". Si la oferta y la demanda cambian como resultado de esa información, los participantes (en forma racional) quisieran ver reflejados esos cambios en el precio del título.
- Si el mercado accionario es relativamente pequeño (en número y volumen de participantes) es posible encontrar "muchos" *espacios de operación* o acciones sin transacciones, lo que afecta a la liquidez, a la eficiencia interna y a una verdadera convertibilidad o bursatilidad. Este aspecto es importante cuando se considera que las



## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

bolsas de valores de Nueva York (NYSE, AMEX o NASDAQ) o de Londres han comprendido números de inversionistas (directos o indirectos) en un rango de 8-17% (o más) del total de su población.

- La existencia de un *regulador* o de una entidad financiera que interviene para evitar (comprando) que los índices accionarios (o los títulos) se despeñen (o, en algunos casos, vendiendo para que unos y otros no suban “en demasía”) tan criticada porque afecta las condiciones del mercado y lo torna más imperfecto no se ha omitido o evitado por completo. En los mismos EE.UU. tanto el tesorero como la misma Reserva Federal intervinieron directa y literalmente en la crisis producida por el crack de Octubre de 1987. Si esto sucede en los EE.UU. en los que aún ahora también aparecen inversionistas silenciosos que a la sombra sostienen artificialmente niveles de precio, no hay duda que puede ocurrir en casi todo mercado según la regulación que tenga. En este sentido la participación de NAFIN (Nacional Financiera), principalmente, y de otras tesorerías de grandes empresas, como soporte de la Bolsa Mexicana tiene analogías a la concurrencia de “grandes jugadores internacionales” (personas físicas o morales) que viajan de un mercado a otro para (1) probar su vulnerabilidad y (2) incrementar en un mercado de capitales ganancias tanto a mediano como a muy corto plazo. El Regulador desempeña, todavía, un rol importantísimo que corresponde al escudo del mercado financiero y la economía en general, de acuerdo a la política económica nacional.

Finalmente el Mercado Accionario, como corazón del Mercado Bursátil, es importante por las siguientes razones:

- Es el mercado financiero en el que se hallan los máximos rendimientos de inversión.
- Congrega, salvo a las organizaciones a las que está vedado participar en instrumentos de riesgo, a la mayor diversidad de participantes posibles.
- Ha generado la máxima atención en términos de diseño y aplicación de estrategias por décadas

Aún con la aparición de nuevos instrumentos (derivados, híbridos, opciones “exóticas”, etc.) con los que se completa o complementa un portafolio de inversión, las acciones siguen siendo atractivas por generar oportunidades de rendimientos excepcionales.

### Consecuencias de la globalización de los Mercados Financieros

La historia de los mercados de capital puede trazarse hasta el siglo XVII cuando los gobiernos comenzaron a emitir bonos a inversionistas domésticos que contaban con muchos recursos económicos. En tiempos más recientes las compañías han buscado “desligar” los recursos de inversión de los mercados domésticos para conseguir el capital requerido para las actividades corrientes y la expansión de largo plazo.

Debido al proceso de desregulación y liberalización de los mercados financieros en las últimas tres décadas de este siglo, la expansión de los flujos de capital entre mercados y países ha dado origen a cambios sustanciales en los mercados internacionales.

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

A la tendencia de homogeneización, propia de la globalización, contrarrestan las prácticas y políticas de cada mercado particular. Las dos tendencias, por lo tanto, dan origen a un perfil de funcionamiento típico y propio de cada mercado.

Las entidades de cualquier país que buscan fondos no necesitan limitarse a sus mercados financieros domésticos. Los inversionistas de un país no se limitan a los activos financieros emitidos en sus mercados domésticos.

Los mercados financieros son, en el papel, controlados por instituciones financieras no por individuos o personas. Ahora los participantes clave son *fondos de pensión, compañías de seguros, fondos mutuales, bancos comerciales* y, en algunos casos, *asociaciones de ahorro y préstamo*. Es decir, *los inversionistas institucionales*. Esto no siempre es válido puesto que individuos con gran capital afectan con sus estrategias de inversión a los mercados financieros. Este giro o cambio es denominado *Institucionalización* de los mercados financieros.

Los *inversionistas institucionales*, están más dispuestos a transferir sus fondos extrafronteras para buscar la diversificación de carteras o explotar asignaciones de precios erróneas en otros mercados financieros (Fabozzi, 1996).

Los beneficios de la diversificación potencial de cartera en forma global se han podido documentar empíricamente (Solnik, 2000).

Regularización adicional de ciertos mercados (principalmente Japón y otros países asiáticos) son barreras a la globalización.

### Cuadro 1.4

#### Otras Razones Por las que una Empresa, Inversionista Institucional o Individual puede tratar de conseguir fondos fuera de su mercado doméstico

- El mercado doméstico en el que se encuentra la corporación es inmaduro o no está suficientemente desarrollado por lo que no puede satisfacer su demanda de fondos en términos globalmente competitivos. Un caso particular reside en que la demanda de fondos sea de tal magnitud que implique optar por el mercado externo de otro país o por un euromercado.
- Porque los fondos a obtener se logren con menor costo (o en forma más oportuna)
- Por el interés de los emisores de instrumentos de deuda de diversificar sus fuentes de financiamiento.

#### Algunas Razones Adicionales

- diversificación de inversionistas
- facilidad de conseguir fondos
- la presencia de una empresa subsidiaria, matriz o afiliada en otro mercado
- la oportunidad de conseguir nuevos inversionistas
- publicidad para la corporación

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

### Tendencias de captación de fondos en los mercados internacionales

Las transformaciones ocurridas en los mercados financieros internacionales han delineado las características que predominarán en los próximos años. En particular, se observa que los flujos de capitales se verán determinados por cuatro importantes factores:

- Menores operaciones con créditos sindicados (créditos otorgados en forma de instrumentos de deuda a largo plazo) internacionales y en los mismos mercados domésticos, siendo superados por la inversión directa y por la inversión en cartera. Esto significa que si los banqueros comerciales han de competir con los banqueros de inversión tendrán que diseñar nuevos vehículos que pongan sus recursos a trabajar, por ejemplo, en el financiamiento de proyectos.
- Los países en vías de desarrollo que reflejen la mejor inserción en los cambios de los nuevos tiempos serán los principales beneficiarios de los flujos de capital al finalizar la presente década. Conforme los rendimientos en los Estados Unidos y los países industrializados bajen, (en general, han disminuido su ritmo de crecimiento) los inversionistas globales están centrando su atención en las economías dinámicas con alto potencial de rendimiento del mundo en desarrollo. A partir de 1997, sin embargo, se presentaron signos de cambio de montos de inversión beneficiando a los mercados financieros sólidos o a mercados emergentes que antes no se desarrollaban. El inversionista internacional exige más y la inversión se vuelve más selectiva.
- Los Estados Unidos, que durante la década de los ochenta atrajeron la mayor proporción de flujos de capital, principalmente para financiar su déficit presupuestal, recibió proporciones sustancialmente menores puesto que enfrentó el control de su déficit. Esto le permitió liberar grandes cantidades de recursos para la inversión productiva y su colocación en otros mercados internacionales. El imán que representó el crecimiento del NYSE -y de la economía norteamericana en su conjunto- en un ciclo extenso a la alza ("toro") consolidó un nivel de participación bursátil nunca antes visto. El incremento en rendimiento promedio del NYSE -así como de las bolsas emergentes- fue tan significativo que generó una fuente de redistribución Mundial de la riqueza.
- Habrá cambios importantes en los exportadores de capital. A pesar de sus problemas financieros (que continúan y continuarán), Japón<sup>2</sup> seguramente seguirá siendo uno de los más importantes, al menos hasta principios del próximo siglo cuando el promedio de edad de su población sea uno de los mayores del mundo. Suiza y Holanda continuarán exportando capital al igual que los fondos de pensiones y corporaciones norteamericanas. Arabia Saudita y sus vecinos petroleros son actualmente prestatarios y Alemania continuará pagando el costo final de la reunificación por algún tiempo. Hay que descontar a Corea del Sur. (puesto que su enorme superávit en cuenta corriente se ha convertido en déficit, y además deberá prepararse para una eventual unificación con Corea del Norte, la

<sup>2</sup> Sin embargo, la posible fusión de empresas asiáticas y el hecho de que Japón e Israel van a la vanguardia de las nuevas tecnologías de provisión de energía señalan factores positivos para Japón Inc., y sus empresas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

cual podría ser tan costosa y complicada como la unificación alemana), a Tailandia, Malasia e Indonesia dejando todavía como alternativas a Taiwán y Hong Kong por sus características especiales.

En el caso de América Latina, el impacto de las tendencias mundiales se reflejará en forma cada vez más amplia y con menor retraso debido a los cambios tecnológicos y a la desregulación económica que han llevado a cabo estos países. Sin embargo habrá desequilibrios sucesivos o intermitentes. Los efectos *tequila* y *samba* mostraron ya la vulnerabilidad de los mercados financieros nacionales. En el caso de México, además, la articulación de la BMV al NYSE es cada semana más pronunciada. Esto implica que la BMV podrá caer, en lo general, por dos grandes razones: por efecto de caídas o desplazamiento del NYSE o por causas internas. Aunque el índice de correlación entre las dos bolsas fue calculado en julio de 1998 es 0.75, su efecto es claramente asimétrico debido a la dependencia, cada vez mayor, de la BMV con el NYSE. Dicha dependencia se hará más intensa a medida que la NYSE entre en un ciclo a la baja ("oso").

### 1.3 Algunos mercados de capital importantes

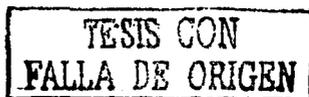
#### El mercado mexicano

La Bolsa Mexicana de Valores, S.A. de C.V. es una institución privada, que opera por concesión de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, con apego a la Ley del Mercado de Valores. Sus accionistas son exclusivamente las casas de bolsa autorizadas, las cuales poseen una acción cada una.

*Funciones.* La Bolsa Mexicana de Valores (BMV), foro en el que se llevan a cabo las operaciones del mercado de valores organizado en México, cumple, entre otras, las siguientes funciones:

- Proporcionar la infraestructura, la supervisión y los servicios necesarios para la realización de los procesos de emisión, colocación e intercambio de valores y títulos inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios (RNVI), y de otros instrumentos financieros;
- Hacer pública la información bursátil;
- Realizar el manejo administrativo de las operaciones y transmitir la información respectiva a SID Inveval;
- Supervisar las actividades de las empresas emisoras y casas de bolsa, en cuanto al estricto apego a las disposiciones aplicables; y fomentar la expansión y competitividad del mercado de valores mexicano.

Las empresas que requieren recursos (dinero) para financiar su operación o proyectos de expansión, pueden obtenerlo a través del mercado bursátil, mediante la emisión de valores (acciones, obligaciones, papel comercial, etc.) que son puestos a disposición de los inversionistas (colocados) e intercambiados (comprados y vendidos) en la BMV, en un mercado de libre competencia y con igualdad de oportunidades para todos sus participantes.



## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

Para realizar la oferta pública (colocación) de los valores, la empresa acude a una casa de bolsa que los ofrece (mercado primario) al gran público inversionista en el ámbito de la BMV. De ese modo, los emisores reciben los recursos correspondientes a los valores que fueron adquiridos por los inversionistas. Una vez colocados los valores entre los inversionistas en el mercado bursátil, éstos pueden ser comprados y vendidos (mercado secundario) en la BMV, a través de una casa de bolsa.

En la Bolsa Mexicana de Valores, los inversionistas compran y venden acciones e instrumentos de deuda a través de agentes, llamados casas de bolsa.

El público inversionista canaliza sus ordenes de compra o venta de acciones a través de un promotor de una casa de bolsa. Estos promotores son especialistas registrados que han recibido capacitación y han sido autorizados por la CNBV. Las ordenes de compra o venta son entonces transmitidas de la oficina de la casa de bolsa al mercado bursátil a través del sofisticado Sistema Electrónico de Negociación, Transacción, Registro y Asignación (BMV-SENTRA Capitales) donde esperarán encontrar una oferta igual pero en el sentido contrario y así perfeccionar la operación.

Una vez que se han adquirido acciones o títulos de deuda, se puede revisar su desempeño en los periódicos especializados, o a través de los sistemas de información impresos y electrónicos de la propia Bolsa Mexicana de Valores y en Bolsatel.

Cualquier persona física o moral de nacionalidad mexicana o extranjera puede invertir en los valores (de capitales o deuda) listados en la Bolsa. El proceso comienza cuando un inversionista está interesado en comprar o vender algún valor listado en la Bolsa. En primera instancia, dicho inversionista deberá suscribir un contrato de intermediación con alguna de las casas de bolsa mexicanas.

### Participantes

*Entidades Emisoras.* Son los organismos o empresas que, cumpliendo con las disposiciones establecidas y siendo representadas por una casa de bolsa, ofrecen al público inversionista, en el ámbito de la BMV, valores tales como acciones, títulos de deuda y obligaciones. En el caso de la emisión de acciones, las empresas que deseen realizar una oferta pública deberán cumplir con los requisitos de listado y, posteriormente, con los requisitos de mantenimiento establecidos por la BMV; además de las disposiciones de carácter general, contenidas en las circulares emitidas por la CNBV. En la BMV hay aproximadamente 160 entidades emisoras en el año 2003.

*Intermediarios bursátiles.* Son las casas de bolsa autorizadas para actuar en el mercado bursátil. Se ocupan de:

- realizar operaciones de compraventa de valores;
- brindar asesoría a las empresas en la colocación de valores y a los inversionistas en la constitución de sus carteras;
- recibir fondos por concepto de operaciones con valores, y realizar transacciones con valores a través del sistema BMV-SENTRA Capitales, por medio de sus operadores.

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

Los operadores de las casas de bolsa deben estar registrados y autorizados por la CNBV y la BMV. Las comisiones que las casas de bolsa cobran a sus clientes por el servicio de compra-venta de acciones están sujetas a negociación entre las partes.

*Instrumentos del mercado bursátil:* Instrumentos gubernamentales y de regulación monetaria; instrumentos de deuda a corto plazo; instrumentos de deuda a mediano plazo; instrumentos de deuda a largo plazo y las acciones.

### Sistema de negociación

*BMV-SENTRA Capitales* es la plataforma tecnológica desarrollada y administrada por al Bolsa Mexicana de Valores (BMV), para la operación y negociación de valores del mercado de capitales. Este sistema, totalmente descentralizado y automatizado, permite negociar valores en tiempo real, a través de cientos de terminales de computadora interconectadas por una red, ubicadas en las casas de bolsa y controladas por la estación de Control Operativo, de la BMV. Las operaciones se cierran o se ingresan a través de los formatos que aparecen en pantalla, en los que se especifica la emisora, serie, cantidad y precio de los valores que se desean comprar o vender. Control Operativo monitorea toda la sesión de remate, llevando un estricto registro de todos los movimientos, los usuarios, las políticas y los parámetros del sistema. El personal de dicha área cuenta con dos clases de pantallas para facilitar la supervisión del mercado: una para consulta, en la que aparece la misma información a la que tienen acceso todos los usuarios: posturas de compra y venta, volúmenes, precios, bajas, alzas y último precio de todas las acciones. En esta clase de pantalla, los usuarios pueden clasificar a las emisoras de acuerdo con cualquier criterio que ellos determinen: tipo de valor, sector, etc.

La otra clase de pantalla, aquella reservada para el uso del personal de Control Operativo, no sólo detalla todas las operaciones que se realizan (incluso, quién las hace y desde qué terminal) sino que también permite intervenir en el proceso de negociación del mercado, cuando hay un error, cancelación, suspensión o para difundir algún informe a los participantes en el mercado.

El sistema BMV-SENTRA Capitales fue desarrollado por personal BMV de la propia BMV, y cumple con los estándares internacionales más estrictos de comodidad de operación, confiabilidad y seguridad. Todas las posturas que van siendo ingresadas durante la sesión de remates quedan registradas en centésimas de segundo, con lo que existe una certeza total de quién ofertó primero en cada transacción.

*Lotes y Pujas.* Se denomina "lote" a la cantidad mínima de títulos que convencionalmente se intercambian en una transacción. Para el mercado accionario, un lote se integra de 100 títulos. Se denomina "puja" al importe mínimo en que puede variar el precio unitario de cada título, y se expresa como una fracción del precio de mercado o valor nominal de dicho título. Para que sea válida, una postura que pretenda cambiar el precio vigente de cualquier título lo debe hacer cuando menos por el monto de una puja. Las pujas pueden variar +/- 15%. Lotes y pujas cumplen con el propósito de evitar la excesiva fragmentación del mercado y permitir el manejo de volúmenes estandarizados de títulos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

**Picos.** Se denomina pico a la cantidad de títulos menor a la establecida por un lote. Las transacciones con picos deben efectuarse al último precio y están sujetas a reglas particulares de operación.

**Ventas en Corto.** Se denomina así a una modalidad de operación que consiste en la venta de títulos que no se tienen, mediante el recurso llamado "de posición corta". El vendedor debe obtener en préstamo los títulos que negoció, de parte de un prestamista autorizado y bajo compromiso de devolver títulos equivalentes, en igual cantidad, en la fecha preestablecida y con un premio como retribución por el préstamo. Las ventas en corto contribuyen a estabilizar los precios, porque implican una operación inversa a la tendencia del mercado. Si la tendencia de los precios es a la baja, aquellos que vendieron en corto a un precio mayor podrán generar una utilidad al recomprar los títulos, lo que a su vez incrementará la demanda de los mismos; si la tendencia de los precios es a la alza, la venta en corto producirá el efecto contrario.

Las ventas en corto ofrecen la posibilidad de: permitir el aprovechamiento de las tendencias descendentes en el precio de valores, contribuir a la emisión de productos derivados. No se pueden negociar picos al realizar ventas en corto, y el precio al que se cierra la operación será siempre una puja arriba del o igual al hecho precedente o última transacción realizada, según lo establecen las reglas referidas a este tipo de operación.

**Medidas de Carácter Preventivo y Sanciones:** Conforme a lo dispuesto en su Reglamento Interior, la BMV puede ejercer Medidas de Carácter Preventivo para procurar una transparente y ordenada formación de precios. Asimismo, la BMV podrá imponer Sanciones a las Emisoras, a los Intermediarios o sus operadores por el incumplimiento del Reglamento.

- I. Medidas de Carácter Preventivo:
  - a) Suspensión de la Cotización de un Valor
  - b) Suspensión de las Sesiones de Remate
- II. Sanciones:
  - a) Amonestaciones
  - b) Suspensiones

Los Mercados de E.E.U.U.

Los Mercados Secundarios de los E.E.U.U. se clasifican en tres grupos principales según su cobertura y organización: (a) Los Mercados Nacionales; (b) Los Mercados Regionales; y (c) Los Mercados OTC (Over the Counter).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

**Cuadro 1.5**  
**Mercados Bursátiles Nacionales**

Primer Mercado:	Selectivo, generalmente definido para empresas grandes y consolidadas. Común a las economías industrializadas y a las emergentes. Acciones de Riesgo Bajo y Rendimiento medio-bajo.
Segundo Mercado:	Menores condiciones de elegibilidad y de acceso. Más permeabilidad para empresas jóvenes, o productoras de tecnologías novedosas y empresas foráneas.
Tercer Mercado:	Generalmente mercados periféricos o regionales; de condiciones menos astringentes y más permeables. Requieren intermediación en menor grado.
Cuarto Mercado:	Mercado sin intermediación. Puede definirse como extrabursátil.

### Participantes en los mercados

*Los especialistas.* Estos constituyen y representan cerca del 25% de la membresía total de las transacciones. Se consideran, por ello y con mucho, el grupo de participantes más importantes puesto que son responsables de mantener un mercado organizado, ordenado y "justo". Un especialista tiene un rol dual: como broker y como dealer. Puede, en consecuencia, comprar y vender para su propia cuenta cuando los niveles de demanda y oferta públicas son insuficientes. Realizan estas operaciones para conservar un mercado continuamente líquido. (Esta figura es también activa en el LSE, en la Bolsa de Valores de Tokio, en las otras Europeas y, desde luego, en México como se advierte de la actividad de las Casas de Bolsa).

*El broker.* El broker es un agente que actúa a comisión y solicitud de otras partes. Generalmente es un empleado facultado de una de las firmas especialistas en manejo de "securities". Esta categoría constituye el grupo de mayor membresía. Los Bancos no están facultados en los EE.UU. para actuar por su propia cuenta o interés y pueden operar sólo con instrucciones de sus clientes. La violación de este punto es cuidadosamente inspeccionada y sancionada.

*El operador de piso o broker de piso.* Son miembros integrantes de una Bolsa de Valores que están facultados para actuar como brokers en el piso de operaciones para algunos otros miembros que tienen más órdenes (de venta o compra) de las que individualmente pueden operar. La comisión que reciben es definida en la proporción que fija *ex ante* la firma que los emplea.

*El operador registrado.* Son los miembros individuales (personas físicas) que compran y venden por su propia cuenta. Por esa misma razón ahorran comisiones de sus propias

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

operaciones y aprovechan las ventajas que les dota el estar también en el piso de operaciones. Se dice que proporcionan al mercado una liquidez adicional no despreciable.

*Operadores de "Picos" o de "lotes incompletos"*. Estos operadores se orientan a comprar lotes incompletos (o picos) de acciones y, por ello, permiten que operaciones de "fracción de lote" se puedan realizar como se mencionó en el caso del mercado mexicano.

Un sistema electrónico de emplazamiento y enrutamiento de órdenes, el Super Dot 250, enlaza a todas las firmas que tienen elegibilidad y membresía a lo largo y ancho del territorio de EE.UU. (incluso Hawái y Alaska) con el piso de remate de la NYSE.

Super Dot 250 opera con velocidad y eficiencia de alto nivel, en tiempo real. Enruta el mercado y dirige las órdenes directamente al puesto (anteriormente Kiosco) en el que una acción específica se intercambia y reporta de regreso rápidamente a los clientes los que reciben confirmación válida de sus transacciones con mínimas demoras.

### El NYSE

La Bolsa de Valores de Nueva York (The New York Stock Exchange o NYSE) es el mercado de "securities" más grande en los EE.UU. y, pese a la competencia de Tokio a fines de la década de los ochenta, conserva la primacía mundial en valor de capitalización. El intercambio diario desde 1970 pasó de 15 millones de acciones a más de 145 millones entre 1972-94. El valor de las acciones listadas en el NYSE es superior a los 3 trillones de dólares (usanza americana)

Para que una compañía se pueda listar en el NYSE debe cumplir con ciertos requisitos y condiciones así como confirmar su disponibilidad y aceptación para que el público inversionista se informe del progreso de sus negocios.

Para que sea elegible una compañía se revisan:

- el grado de interés nacional en la compañía;
- su posición relativa y estabilidad en la industria (ramo y sector de la economía en los que se ubica); y
- las condiciones de desarrollo y crecimiento de la industria o actividad económica en la que se ubica y los prospectos de que al menos mantenga su posición relativa;
- otros factores (capacidad de generar ingresos; activos netos tangibles; el valor de mercado de acciones y activos; el número de sus accionistas individuales; quiénes son los miembros de su consejo de administración, etc.).

TESIS CON  
-FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

### NASDAQ

NASDAQ es un acrónimo de National Association of Securities Dealers Automatic Quotations.

Como su nombre lo indica es un mercado electrónico de cotización que sirve y auxilia al Mercado OTC y a los demás mercados. Ya que cualquier grupo de "vendedores" puede formar un mercado con acciones OTC es posible tener 10, 15 o más generadores de mercado para un stock dado y es común tener de 3 a 5. (Por eso es que un problema bastante interesante de NASDAQ es el de proveer *rápidamente* las cotizaciones actuales de un grupo de generadores de mercado, así es que cualquier broker interesado puede conectarse con el grupo de dealers apropiado).

NASDAQ trabaja en tres niveles en orden ascendente:

*El Nivel 1* es para aquellas empresas que quieren información actualizada en stocks del mercado OTC pero no son ni generadores de mercado ni participantes continuos de OTC. La información disponible para ellos es de una cotización general sin especificar precios de los grupos de mercado.

*El Nivel 2* es para aquellas firmas que son participantes activas de OTC para sí o para sus clientes. Se les proporciona cotizaciones inmediatas y actualizadas con inclusión de los grupos de mercado y de los participantes del Nivel 1.

*El Nivel 3* es para todas las empresas que generan mercados en el stock. Dichas firmas, además, pueden conocer quienes hacen consultas en el Nivel 2, el precio de las cotizaciones y cambiar las suyas propias.

Como se advierte NASDAQ es un mercado con barreras y beneficios diferenciados que privilegian el Nivel 3 sobre los demás. Es, por lo tanto, un mercado no perfecto (deliberadamente imperfecto en tanto todos los interesados y participantes no alcancen el Nivel 1).

El Mercado Over-the-Counter (OTC)

El Mercado OTC realiza operaciones (1) con acciones listadas en uno o más de los mercados accionarios establecidos; (2) con acciones no listadas (en un arreglo que se denomina en la jerga común como "tercer mercado").

El Mercado OTC no es una organización de mercado formal con requerimientos de membresía. Tampoco es un compendio o lista de stocks considerados elegibles para ser operados.

En el papel, es posible operar con cualquier título en el mercado OTC mientras alguien más (un comprador potencial) está dispuesto a "tomar una posición" en el stock.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

Este procedimiento contrasta con el método de operar sobre un registro de intercambios listados donde un especialista actúa por lo general como agente de otros inversionistas. Debido a esta diferencia el Mercado OTC se refiere al "mercado negociado" en el que los inversionistas directamente negocian con vendedores.

### Los Mercados de la Gran Bretaña

En la Gran Bretaña domina la Bolsa de Valores de Londres o LSE. Toda empresa que desee obtener capital (sea deuda o no deuda) vía el LSE debe primeramente ocuparse de sus acciones sean admitidos en uno de los dos brazos del LSE: La lista oficial (The Official List) o el Mercado de "Securities" No listadas (The Unlisted Securities Market). Este último es una innovación relativamente reciente y surgió antes del Big Bang financiero de Octubre de 1986, en Junio de 1980.

Las acciones admitidas en cualquiera de los dos mercados accionarios se registran y se les asignan una cotización oficial. En ese momento se conocen como acciones cotizadas (quoted shares). Este es un valor de referencia o benchmark ya que en el mercado accionario no tienen en forma pública una cotización para que sean intercambiadas.

*La Lista Oficial* (también conocida como *la lista principal*). Para ingresar y ser operadas las acciones deben de cumplir con los criterios que determina el Stock Exchange's Admission of Securities for Listing, comúnmente conocido como el "Libro Amarillo".

El valor de mercado mínimo esperado de las "securities" que aspiran a ser listadas es de 700,000 libras esterlinas para las acciones y de 200,000 libras esterlinas en el caso de instrumentos de deuda. Las compañías emisoras deben de tener una antigüedad mínima de 3 años en lo que se refiere a su operación real y asegurar que al momento de ser listadas y registradas un mínimo del 25% del capital social debe de pertenecer a "accionistas públicos", por ejemplo, personas que no están asociados con los directivos o con los accionistas mayoritarios.

En la Lista Oficial hay más de 2000 compañías basadas en la Gran Bretaña y de 500 compañías foráneas.

*El Mercado de "securities" No Listadas (USM)*. En sentido estricto, las acciones de este mercado accionario no están *listadas* en los términos que corresponden, por ejemplo, al primer mercado NYSE o al LSE de la Lista Oficial. Son, en cambio, títulos o "securities" designadas. Los principios del ya mencionado "Libro Amarillo" aplican asimismo a las compañías que buscan acceso al USM en las siguientes ventajas de ingreso:

No hay requerimientos de tamaño mínimo;

La antigüedad que se les requiere es de 2 años y no de 3 como en la Lista Oficial.

Finalmente no es el 25% sino el 10% del capital social el que debe detentarse por los "accionistas públicos" al momento de inicio de operaciones en el USM.

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

Desde 1980 más de 839 compañías se han admitido al USM. De esa fecha hasta 1994, 182 compañías se han adquirido o fusionado y más de 100 empresas se han reorganizado o desaparecido. Un subconjunto cercano a las 160 empresas ha llegado a tener un tamaño significativo y ha "ascendido" a la lista oficial. Este ascenso es ventajoso a la empresa que lo solicita y logra debido a: (i) una percepción social de haber mejorado en status, lo que puede contribuir tanto a una valuación crediticia más alta como a un desarrollo de sus planes de mercadotecnia; (ii) que pudiera ser más fácil (aunque no indispensable) para conseguir un registro en un mercado accionario foráneo; y (iii) que puede mejorar la apreciación que de la empresa tengan inversionistas especiales, sean foráneos o locales, como los fondos de pensiones y compañías de seguros a los que, en muchos países, les es vedado invertir en acciones que no están completamente listadas. En otras palabras, el paso de segundo mercado a primer mercado implica ventajas significativas en los mercados financieros.

En la Gran Bretaña se intentó con resultados no exitosos un equivalente del "Tercer Mercado" de los EE.UU. Este ensayo duró 4 años: de Enero de 1987 a Diciembre de 1990. El análisis más completo de este mercado y su poca fortuna lo ha realizado Euromoney. Baste aquí decir, para ser breves, que la deregulación de comisiones en los dos mercados existentes disminuyó el atractivo de este camino lateral que además no terminó de consolidarse ante la competencia interna y externa (sobre todo con los mercados de la Europa Continental).

De la misma manera existió en Gran Bretaña un mercado OTC que también se colapsó. Aquí la causa principal fue la ausencia y poca participación de generadores de mercado. Lo que también puede verse como producto de una cultura financiera tradicional, con énfasis en prácticas que privilegian a los grandes inversionistas y a los mercados financieros de sólido prestigio, a los cambios en la comunidad Europea, así como a las ventajas del Euromercado de Londres.

*Operaciones y las Prácticas en los Mercados.* Las transacciones en el LSE se basan en el sistema de generadores de mercado. En 1990 había 26 firmas con membresía completa en el LSE registradas y que estaban facultadas para llevar a cabo operaciones en acciones listadas (y selectas) de la lista oficial.

Estos generadores de mercado (o "hacedores" de mercado, si se prefiere) están obligados a tomar posiciones para su propia cuenta y riesgo en los stocks por los que ellos se registran. Esta política busca crear compromisos específicos que garantizan a sus clientes que todo generador del mercado tiene un "stake" compartido con ellos. Lo anterior, desde luego, involucra a los "market-makers" en un riesgo financiero lo que se compensa con ciertas exenciones fiscales. A partir de fines de los ochenta a los generadores de mercado les es permitido realizar operaciones con cualquier stock accionario si bien solamente reciben concesiones especiales en los stocks en los que se registran.

*Peculiaridades del LSE.* Los generadores de mercado fijan áreas de mercado de doble vía. Esto lo llevan a cabo mediante dos posturas de precios: (a) el precio "bid" (léase compra) es el que se refiere al precio en el que un generador de mercado comprará acciones; y (b) el precio "offer" (léase ofertado o venta) es el que se refiere al precio en el que venderá acciones. La diferencia entre (b) y (a) se denomina "spread".

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

La utilidad de la transacción de doble vía (compra y venta de acciones) es rara vez del tamaño del "spread" siendo por lo general menor.

Un ejemplo rápido permite aclarar el punto anterior. Un operador generador de mercado con una cotización de 100-102 pennies (p) pudiese comprar acciones a 100p, pero al momento de vender puede disminuir su cotización a 99-101 p (entre otras razones posibles, porque todavía tiene en su poder las acciones y mantiene una "posición larga") para motivar a los inversionistas a la compra. El spread, pese a esto, es de 2p por acción. No obstante la utilidad neta (o "turn") es de sólo 1p por acción.

*El "toque" (o touch).* A consecuencia de que en el mercado por acción puede haber diversos generadores de mercado que puede ser posible obtener una mejor cotización explorando las mejores posiciones de compra ("bid") y de venta ("offer"). La diferencia entre la posición disponible más alta a la compra y su equivalente más baja a la venta se llama "el toque" (la jerga financiera sigue siendo peculiar).

Este punto de referencia es relevante porque le indica al inversionista la cantidad en la que el precio por acción tiene que subir para que se arribe a un punto de equilibrio en la inversión al presuponer que no hay costos por transacción (los que obviamente existen)

Las acciones que se cotizan en el LSE se clasifican en 4 grupos dependiendo del:

- (a) Número de generadores de mercado registrados para operar en el stock accionario;
- (b) Volumen de las transacciones en un período de tiempo;
- (c) Tamaño de la compañía según la capacidad de mercado.

Según estos tres criterios se forman cuatro grupos que respetan el grado de liquidez respectivo. A estos cuatro grupos se les designa con las primeras letras griegas.

Las acciones más líquidas son las denominadas *alfas* (aproximadamente 80 en número) que contribuyen con el 80% del intercambio capital no-deuda en la Gran Bretaña. Tiene cada una por lo menos 10 generadores de mercado.

El siguiente nivel, las llamadas acciones *betas*, son alrededor de 600 con al menos 4 generadores de mercado cada una.

Les siguen las acciones *gammas* (cerca de 1400) las que tienen 2-4 generadores de mercado cada una. El resto (aproximadamente 150) se clasifican como *deltas* las que tienen al menos un generador de mercado.

Todos los precios para alfas y betas se consideran *firmes*. Esto es, son precios a los cuales los generadores de mercado están comprometidos a operar, sujetos a que el número de acciones permanezca en un intervalo o rango definido para cada stock. Los precios para las acciones *gammas* pueden considerarse tanto firmes como sólo indicativos, dependiendo de como el

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

generador de mercado desee cotizarlos. Si lo hace para 1000 acciones o más, el precio de las acciones gammas es firme, si es por una cantidad menor es indicativo.

Los precios para las acciones deltas son meramente indicativos principalmente porque se intercambian esporádicamente. No hay, entonces, compromiso u obligación expresa de parte del generador de mercado. Este tipo de acciones, aún en un mercado tan depurado como el londinense, son prueba fehaciente que a pesar de que una acción cuente con registro y esté listada, puede no ser lo suficientemente bursátil y negociable para que una operación se negocie en firme.

*Realización de Operaciones.* Una vez que un trato se ha pactado, una nota contractual se emite confirmando los términos del mismo en la que se especifican los costos y fechas respectivas.

En el LSE las acciones se negocian en "ciclos de cuenta" de 2 semanas. Esto implica que hay una división del año en períodos de 2 semanas (o de 3 si interfiere un día de asueto bancario). Cualquier operación que se conduce dentro de un ciclo de cuenta se acordará formalmente para el sexto día laborable del siguiente ciclo con la posible excepción de las transacciones en los últimos dos días de cada ciclo que se consideran en la práctica como parte del ciclo inmediato.

### Los Mercados Alemanes

En Alemania existen seis mercados Accionarios. La Bolsa de Valores de Frankfurt es la más grande cubriendo dos tercios del volumen de operaciones en el país. Le sigue la Bolsa de Düsseldorf. Se distinguen 3 tipos de mercados de "securities". Estos son el Mercado Oficial (Amtlicher Handel), el Mercado Semioficial (Geregelter Markt) y el Mercado Desregulado (Freiverkehr).

*El Mercado Oficial* cubre las operaciones de las empresas más grandes, reconocidas y prestigiadas, así como de los bonos gubernamentales. Las operaciones se conducen en los pisos de remate de las ocho Bolsas de Valores del país y los requisitos para listar a las empresas son altamente exigentes. El Mercado Oficial es el Mercado estrella de Alemania. Sería equivalente a que las emisoras AAA constituyesen en México un Mercado Separado.

*El Mercado Semioficial.* Este mercado abrió sus puertas en 1987 con el propósito de ampliar el número de emisoras en Alemania particularmente si eran más pequeñas. El Mercado Semioficial opera bajo el control del estado con regulaciones menos rigurosas y más fáciles de cumplir que el Mercado Oficial.

*El Mercado Desregulado.* El intercambio de títulos en este mercado comprende valores tanto listados como no listados públicamente. Las operaciones correspondientes se llevan a cabo tanto dentro del piso de remates como fuera del él. Es el mercado más idóneo por las compañías de menor tamaño que no consiguen acceder a los otros dos mercados.

Los mercados están dominados por los Bancos alemanes y extranjeros. Por ley todas las transacciones de títulos se deben efectuar directamente o indirectamente vía los Bancos. En

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

consecuencia, los Bancos actúan como Banqueros, Brokers, Agentes y Consultores de Inversión.

Los brokers oficiales son funcionarios públicos designados por los gobiernos provinciales. Su rol es recibir, comprar y vender de acuerdo con las instituciones de crédito así como fijar precios estándar para cada security en *el mercado oficial*.

El sistema de fijación de precios en Alemania, por lo tanto, es más del tipo subasta que del generado con base en market-makers como en el LSE y en menor medida en NASDAQ.

Los brokers libres son agentes o agencias no designadas por los gobiernos provinciales pero autorizadas por ellos que desempeñan las mismas funciones de los brokers oficiales en el Mercado Semioficial y en el Mercado Libre.

*Los Mercados OTC en Alemania.* Al parejo de una estructura jerárquica-piramidal como la que tienen los 3 mercados mencionados, existen mecanismos muy flexibles para los mercados Over-the-Counter. Las transacciones de títulos registradas no se confinan a las Bolsas de Valores. Los mismos Bancos bajo instrucción expresa de sus clientes pueden ejecutar transacciones específicas sin pasar por las Bolsas. Esto ocurre en el Telephon Handel. El Telephon Handel es como su nombre lo indica, un mercado telefónico OTC en securities que se cotizan en el Mercado Oficial. En el Telephon Handel sólo los Bancos Alemanes pueden aceptar órdenes de clientes y actuar como intermediarios del mercado. Este mercado es no regulado y no oficial. Está gobernado por las provisiones de los Códigos Civil y Mercantil y no por la regulación de las Bolsas de Valores.

A raíz de los cambios recientemente implementados después del Big Bang inglés de 1986, el crack del NYSE de 1986, los problemas de los mercados financieros en 1997 y 1998 las crisis de los mercados japoneses debido a las prácticas violatorias de la regulación (los problemas de Nomura) y el afán por establecer en Alemania el centro rector de la Unión Europea en materia financiera (estrategia que causó la caída de la libra esterlina en 1993-94) el mercado alemán ha buscado:

- Conservar a los inversionistas institucionales domésticos en las Bolsas de Valores Alemanas;
- Proveer de incentivos la inversión en capital de no-deuda privilegiando estos mercados sobre los de títulos de renta fija; y
- Modernizar con cambios estructurales a los mismos mercados así como introducir innovaciones tecnológicas para llevar a cabo un control de transacciones en tiempo real. Así se implantaron los sistemas electrónicos de información de precios IBIS (para los Bancos), MATIS (para los brokers libres), así como un sistema análogo a Super Dot 250 llamado BOSS. Parte de este proceso fue la apertura en Frankfurt en Enero de 1990 del Noveno Mercado de Valores, el Mercado de Futuros de Alemania. Este último mercado no echa mano de piso de remates alguno al ser totalmente electrónico usando el sistema de información IBIS.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

### Los Mercados Japoneses

Un signo distintivo de las empresas japonesas es su alto grado de apalancamiento comparado con sus similares occidentales. Este hecho se refleja en que a lo más el 20% de su captación se representa por no deuda. Es un indicador, por lo tanto, del volumen bursátil por empresa o holding.

La base de capital se representa por créditos bancarios, primordialmente de corto plazo, provistos por la banca comercial. Este signo distintivo y significativo de la economía japonesa comenzó recientemente a variar buscando un equilibrio diferente empleando instrumentos híbridos (una combinación de acciones y de capital no deuda ligado a emisiones de bonos).

Otra característica propia del Japón es la escasa apertura a intermediarios financieros foráneos. Fue apenas hasta 1985 cuando firmas extranjeras fueron admitidas al Tokio Stock Exchange (TSE), la Bolsa de Tokio, la más importante de Japón y en términos agregados la segunda más relevante en el mundo.

Aún así, los operadores extranjeros apenas recientemente -a fines de 1988- fueron autorizados a retener todas las comisiones correspondientes. Anteriormente estaban obligadas a trasladar el 27% del total a la contraparte japonesa.

Al igual que en Alemania hasta 1990 en Japón se dispone de ocho Mercados de Valores localizados en las ciudades principales. Los más importantes son los ubicados en Tokio (con el 83% de participación), Osaka (con 13%) y Nagoya (con el 3%).

En el TSE hay dos distintas secciones. La primera sección comprende las acciones listadas que contribuyen con el 96% de la capitalización total del mercado. La segunda sección opera con títulos de cotización reciente o que no han sido listados, los que de otra manera se intercambiarían solamente en mercados OTC. La relación entre las dos secciones es de 2.5:1 indicando que por cada empresa emisora que está operando en la segunda sección (generalmente de nuevo acceso, pequeña o mediana) hay 2.5 emisoras que se cotizan en la primera sección (empresas grandes o muy grandes, de alta valuación crediticia).

La regulación vigente. Toda transacción está sujeta a la Ley de Intercambio de Valores administrada por el Ministerio de Finanzas y que comprende las emisiones de valores y la operación de intermediarios financieros. La membresía de todos los mercados de valores se limita a entidades corporativas. Todos los miembros deben ser compañías especializadas en securities autorizadas por el ministerio de Finanzas y deben mantener un nivel de capitalización predeterminado.

En 1976 se creó el primer mercado OTC Japonés. Este es el Nippon Tento Shoken al que en inglés se llama Japan Over-The-Counter Securities Co. El Nippon Tento Shoken es un *broker de brokers* por lo que sólo admite y ejecuta órdenes de los demás brokers que deben ser miembros de la Asociación de Intermediarios de Valores. No hay, por lo tanto, colocación directa. Los principales intermediarios Japoneses son Nomura, Daiwa, Nikko y Yamaichi.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

El intercambio de acciones se desarrolla de acuerdo con el método Zaraba. Este es de llamado de viva voz, "a grito abierto". Los precios se fijan al principio de la sesión basados en órdenes que arribaron al piso de remates antes de la apertura. Otros inversionistas entran al mercado con órdenes de compra o venta que se concilian en subasta abierta.

Toman precedencia sobre las demás las órdenes de venta al precio menor posible y las órdenes de compra al precio más alto. Estas órdenes se buscan realizar en primera instancia.

El mercado da preferencia a ciertas acciones, las que emiten las principales empresas japonesas. A estas se les determinan precios de apertura y venta en subasta de grupo como método operativo. En éste los precios se fijan en forma separada entre vendedores y entre compradores. Los contratos se adecuan al precio que es más cercano al "bid" más alto y al "offer" más bajo.

Los brokers japoneses tienen a su cargo la responsabilidad de generar mercado. Como en los EE.UU. los Bancos no están autorizados a participar en las operaciones directamente debiendo acudir a un broker. Los inversionistas extranjeros no están autorizados a comprar al margen.

Al igual que en otros países, en Japón opera CORES (Computerised Order Routing and Execution System) que sirve como un servicio de cotización electrónica.

### 1.4 Los Índices de los Mercados Accionarios

En toda actividad es importante contar con indicadores que concentren información acerca de los procesos y actividades que representan. En los Mercados Accionarios se emplean abundantemente índices que representan el movimiento agregado de distintas acciones.

Por lo general un índice de mercado se construye mediante una selección de stocks relevantes a los que se asocia su precio a un punto base o de inicio. La expresión matemática correspondiente puede obtenerse de muchas maneras; sin embargo dos tipos de índices son los más socorridos

(a) *Índices Geométricos*. Estos se obtienen al multiplicar los precios de las acciones seleccionadas y tomar la  $n$ -ésima raíz (donde  $n$  es igual al número de stocks en el índice).

Estos índices son los más válidos para comparar diferentes momentos del porcentaje de precios. En forma ordinaria no incluyen pesos o ponderaciones por lo que muchos autores descartan su uso para comparar distintos tipos de portafolios accionarios.

(b) *Índices Aritméticos*. Este tipo de índices se compila en forma de media o promedio. Se seleccionan los stocks "representativos", se identifican sus precios y se agregan dividiéndolos por el número de stocks empleados.

Este tipo de índices se pueden emplear con o sin pesos o ponderaciones. Un índice ponderado toma en cuenta el tamaño relativo de cada stock en el índice, mientras que un índice no ponderado refleja solamente los movimientos de precio.

## Capítulo I. El ambiente de las finanzas.

(b.1) *Índices No Ponderados.* El índice Dow Jones Industrial Average (DJIA) es un caso típico y muy conocido de los índices no ponderados. El DJIA es propiedad de la Cía. Dow Jones, la editora del Wall Street Journal, quien lo emite y monitorea. Se compone de 30 acciones de emisoras de primer nivel ("*blue chips*") que, obviamente, se listan en el NYSE. Toma en consideración los *splits* y cambios de emisión en el tiempo por lo que es un índice ajustado. Cuando el DJIA fue creado el divisor era  $n=30$ , lo que ha ido variando en el tiempo.

Debido a su tipo no ponderado las acciones de alto precio tienen más efecto en el índice que los precios bajos o menores. Un cambio del 10% en acciones de precio \$100 (US. Cy) afectarán mucho más el promedio que un cambio del 10% en acciones de precio \$30 (US. Cy) lo que es obvio al comparar 10 contra 3.

Esta última razón genera una crítica. Parece improbable que 30 stocks de "*blue chips*" elegidos a juicio sean "representativos" de las más de 2000 acciones distintas que se cotizan en el NYSE. Pese a este argumento técnico de carácter estadístico la comparación empírica entre el DJIA y otros índices del NYSE muestra una similitud de fluctuaciones y cambios lo que sostiene hasta ahora su uso.

(b.2) Otros índices que produce el Dow Jones son los siguientes: un índice aritmético de 20 acciones en la industria del transporte, otro industrial de 15 acciones y un índice compuesto. En cualquier día de reporte, en los periódicos especializados mexicanos, los resultados de los índices Dow-Jones se pueden leer.

(c) *Los índices de Standard & Poor's.* Estos son ponderados. Se emplea una base del período 1935-37 y se computan los valores de índice para 425 stocks industriales. Este es el índice básico y el más conocido. Posteriormente se cambió de base primeramente al período 1941-43 y después al ajuste de 1976. En la actualidad se consideran 400 stocks industrializados, 40 de servicios, 20 de transporte y 40 financieros. Adicionalmente se añade un limitado de acciones en el mercado OTC. Los índices de S&P se publican extensivamente.

(d) *Los índices del NYSE.* Estos índices no dependen de una muestra ya que incluyen a todas las acciones listadas en el NYSE. Es ponderado y se actualiza diariamente. Su publicación es semanal en Barron's y diaria en el Wall Street Journal. Por todas esas razones son índices exhaustivos y son base de referencia de todos los demás índices o indicadores.

(e) *Otros índices en los Mercados de Valores de EE.UU.* (a) El índice NASDAQ. Este se publica desde 1971. Todas las acciones comunes del mercado doméstico OTC listadas en NASDAQ se incluyen en el cómputo actualizándose cada vez que ingresa una nueva acción al mercado. Se divide en 7 categorías: compuesto, industria, bancos, seguros, otras compañías financieras, transporte y otros servicios. (b) El índice Wilshire o Wilshire 5000 Equity Index. Deriva del valor dólar de 5000 acciones comunes, incluyendo todas las emisiones que cotizan en el NYSE más los stocks más activos en el mercado OTC.

(f) *Índices Regionales y Mundiales.* Los Índices de Capital Internacional del Morgan Stanley, buscan cubrir el desempeño de los mercados Canadienses, de EE.UU., Mexicano, Europeos, Australiano y los del Pacífico Asiático, así como de diversos grupos industriales.

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

El Índice Mundial comprende una combinación de índices: 7 internacionales, 20 nacionales y 38 industriales. Está basado en el precio accionario y fluctuaciones de 1477 emisoras. Es de tipo aritmético y ponderado según los niveles de capitalización. Representa en forma agregada el 60% de la capitalización de 20 países.

Los índices Internacionales de Morgan Stanley son: (a) El Índice de Norteamérica; y (b) El índice EAFE (Europa, Australia, Nueva Zelanda y del Lejano Este):

El Índice Mundial FT-Actuarios. Este es un índice aritmético ponderado en forma grupal que parte de una fecha base (31-12-1986) con  $n=100$ . Se compila por un esfuerzo conjunto del Financial Times, Goldman Sachs, Wood Mackenzie, el Instituto de Actuarios (Inglaterra) y la Facultad de Actuarios (Escocia).

El índice es claramente compuesto (un índice de índices) y emplea índices separados de 23 países, 9 regiones agrupadas en forma geográfica, 36 grupos clasificados por industria y 7 grandes sectores económicos. Cubre 2400 títulos globalmente negociados.

### 1.5 La valuación de acciones

En contraste con los bonos o con instrumentos de renta fija, los instrumentos de no deuda, en general, y las acciones, en particular, no tienen flujos de efectivo ciertos o garantizados.

Esto último implica que la única manera por la que un inversionista cualquiera puede juzgar si una acción es "buena" o "mala" (como inversión) es explorando los niveles probables de pago de dividendos o el precio de los movimientos del stock.

En la Valuación de Acciones se parte de los siguientes supuestos:

- aún en el mercado más completo (aproximadamente perfecto y eficiente) se trabaja con información incompleta;
- se opera en contextos inciertos. Esto es, no hay razón suficiente para asegurar o garantizar un rendimiento específico; y
- existen variaciones o fluctuaciones que pueden considerarse o no como susceptibles de ser explicadas o modeladas.

Por lo general, hay -y coexisten- dos diferentes enfoques para "juzgar" los niveles de precio más probables de las acciones. El primero es el enfoque de arriba-abajo (top-down) que considera la situación y desempeño de las economías nacionales, a los sectores y ramas de la economía en las que se ubican las empresas listadas públicamente. Este procedimiento no focaliza a las acciones del mercado, revisa al desempeño económico o al mercado real.

El segundo enfoque parte de observar en forma histórica a las acciones tanto individualmente como con relación al mercado. En la práctica, el enfoque top-down a menudo precede el análisis accionario individual.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

En resumen, un enfoque ("arriba-abajo") parte de las condiciones de sectores, ramas e industrias. El otro enfoque parte de la observación singular, agrupada y en general del comportamiento del mercado.

Los dos enfoques son complementarios y son pertinentes. Requieren, a su vez, de distintas habilidades y conocimientos. El primero necesita de un dominio solvente de los procesos económicos, así como de la capacidad de evaluar si la economía real está "retratada" o "representada" en los mercados de valores (y en qué grado lo está).

El otro enfoque, que combina la base tanto del análisis fundamental como análisis técnico, necesita de conocimientos específicos en uno o más campos de estos: series de tiempo, procesos estocásticos, sistemas dinámicos; modelos heurísticos; teoría del caos y fractales; programación estocástica, etc.

En cualquiera de los dos enfoques un factor importante corresponde a la observación y análisis de indicadores o de múltiplos. Uno de ellos es el cociente  $P/u$  (Precio/utilidades). En el caso de stocks individuales se echa mano del último precio y del registro o reporte del último período de las utilidades. Para obtener un indicador somero de la economía en general, de un sector industrial o de una rama un múltiplo similar puede aplicarse. En esta situación los analistas se interesan por el futuro o al menos por una anticipación de éste. Cuando se buscan las causas económicas o de otro tipo que sustentan el comportamiento de las acciones el análisis pertinente recae en el *análisis fundamental*. Cuando, en contraste, se buscan predecir los movimientos futuros de las acciones o stocks con base en los movimientos pasados, el ámbito de prospección se inserta en el *análisis técnico*. Precisando términos en forma somera se tiene que:

*El Análisis Técnico* corresponde a la predicción o pronóstico de los movimientos accionarios con base en el pasado. En este tipo de análisis el mercado de valores es el principal objeto de estudio (si no el único para varios autores). En otros términos, el mercado se explica y proyecta a sí mismo. Como es natural las técnicas idóneas -o al menos- las más susceptibles de ser aplicadas son aquellas que proyectan o extienden al futuro, de manera racional, las gráficas, figuras o modelos del pasado-presente. Estas son técnicas estadísticas, probabilísticas (riesgo), matemáticas (buscando la casi-certeza), de cómputo (heurísticas; inteligencia artificial) o simplemente ad hoc (útiles por sus resultados más que por la validez y consistencia de sus planteamientos o supuestos). En el análisis técnico se hace uso de los siguientes supuestos:

- La aceptación de un supuesto básico: "Las acciones de una emisora valen lo que los inversionistas desean pagar por ellas."
- En todo mercado -y particularmente en los mercados financieros- la concurrencia de compradores y vendedores define un área de precio de mercado en el que se sincronizan señales específicas.
- En todo mercado participan distintos agentes y agencias que tienen diferentes esquemas de racionalidad y diversas estrategias de inversión.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

- En términos de racionalidad, en la práctica, los inversionistas no optan siempre y en todo momento por la misma estrategia y operan con la misma eficiencia.
- La valuación de una acción, como la de una emisora, se relaciona en mayor o menor medida con la aparición y encadenamiento de eventos futuros y, por lo tanto, la exactitud de la valuación es meramente probabilística o se da en un marco de incertidumbre parcial.
- Coexisten con estrategias racionales (“maximizar el rendimiento esperado sujeto a un nivel de riesgo”) otras que son meramente razonables y satisfactorias (“tengo rendimientos más altos ahora que los que tenía el mes pasado: valió la pena esperar”).
- En gran medida los juicios de anticipación del mercado o del precio futuro de una acción o de un portafolios o cartera de inversión dependen de (1) la aceptación de ciclos financieros o económicos, (2) la identificación de los participantes según su conocimiento, experiencias, interés y capacidad o el descarte de este componente informativo.
- La importancia de la proximidad a las hipótesis de mercados perfectos y de mercados eficientes. No es posible disponer de una estrategia eficiente si el mercado no lo es.

“Si un mercado es eficiente los precios accionarios se determinan aleatoriamente”. Esta conjetura del mercado eficiente se presenta en tres versiones de distinto peso: (i) *la versión débil* (“los precios actuales ya reflejan la información pasada”); (ii) *la versión semifuerte* (“toda la información pública se refleja en los precios de mercado”); y (iii) *la versión fuerte* (todos los precios de títulos de valor, y las acciones, desde luego, reflejan toda la información conocible”). Si alguna de esta hipótesis se acepta, las implicaciones de análisis son importantes. Afectarán el uso de técnicas de carteras de inversión como son los modelos de Fama y Markowitz o de técnicas ad hoc.

Es posible también aplicar los criterios de elección en incertidumbre (tipo Laplace, Wald, Hurwicz y Savage).

Los modelos de Sharpe, Titner y las versiones modificadas del Capital Asset Pricing Method (CAPM) reflejan un punto intermedio de racionalidad y de nivel de abstracción entre las técnicas ad hoc (básicas en el Análisis Técnico Práctico) y los modelos de Fama y Markowitz.

*El Análisis Fundamental* corresponde al análisis de la empresa, del sector, de la economía, en el ámbito económico (en la economía real) en el entendido en que se presupone una relación directa y válida entre lo que ocurre (1) en el mercado de valores y lo que pasa en la economía y (2) entre el presente económico y el futuro accionario o bursátil.

**Cuadro 1.6**  
**ANÁLISIS FUNDAMENTAL**

**Análisis Económico**

- Los factores de producción
- La tasa de interés
- El tipo de cambio
- La deuda pública
- La política monetaria
- La política fiscal

**Análisis de la Industria o Sector Económico**

- Análisis por Sectores
- Análisis por Ramas

**Análisis de la Empresa**

- Estados de "Situación" Financiera (Derechos y Obligaciones)
- Estados de Resultados
- Cuentas de Orden
- Análisis transversal
- Análisis diacrónico
- Análisis de Mercado
- Análisis de Organización
- Análisis de Personas (Gerencia, Principales Socios)

*El Enfoque de "Arriba-Abajo"* presupone que existe una relación fuerte entre la economía como un todo y el mercado accionario. Esto ocurre, desde luego, si (i) las empresas presentes en el mercado accionario "cubren" todos o la mayoría de los sectores, ramas y actividades económicas; (ii) si la participación social en el mercado -los llamados accionistas públicos- es suficiente en número y en distribución geográfica; (iii) si las acciones que se cotizan en su mayoría gozan de bursatilidad y no son pseudo -o cuasi- bursátiles ("pasan de mano a mano entre un grupo reducido de personas muy vinculadas entre sí"); (iv) si las principales corporaciones, grupos financieros y empresas productivas líderes participan en el mercado con porcentajes públicos suficientes para que los precios -y la propiedad respectiva- pudieren reflejar la situación económica diaria y de mediano plazo.

En condiciones estándar -en EE.UU., Inglaterra, Alemania, Holanda, Francia, por ejemplo -el precio de un stock accionario dado refleja las expectativas de los inversionistas. Estos, de ser racionales, conforman su expectativa de valor de mercado según anticipaciones de cómo la empresa se desempeñará, y, en su caso, de los factores que afectarán la economía.

Dado que los eventos y factores que influyen en la economía tienen un efecto en todas las industrias, estos factores macro-económicos necesitan ser ponderados antes de que una industria en particular pase a revisión. Si se presentan señales que indican una recesión, todos los precios accionarios se afectarán (si bien en distinto grado y en distintos "lags" o tiempos).

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

El especialista, ante esta situación, es muy probable que titubee al momento de recomendar un determinado portafolio accionario. Tal vez, opte por la liquidez más alta sobre un rendimiento esperado que se refleja a la baja e incierto.

Sí, en contraste, tanto la economía como el panorama accionario es favorable (“*bullish*”) un analista concienzudo puede optar por emisoras que presentan posibilidades de crecimiento a largo plazo.

Una Clasificación Operativa que es -y así ha resultado- útil en los mercados de no-deuda de acuerdo a la “naturaleza” de la empresa. Esta clasificación, es útil para prever tanto puntos de entrada como de salida, así como posiciones de *hedging* (especulación).

Las compañías emisoras pueden clasificarse en los siguientes términos:

*Empresas de Crecimiento*: Compañías que tienen oportunidades para invertir el capital a tasas de rendimiento que sobrepasan el costo de capital.

Como resultados de estas oportunidades (anticipadas y anticipables) dichas firmas retendrán una gran cantidad de utilidades, destinándolas a reinversión de tal manera que el crecimiento podrá ser sostenible.

*Empresas Cíclicas*: compañías cuyos ingresos se encuentran altamente relacionados con fluctuaciones económicas cíclicas. Por esa razón los cambios que experimentan periodo a periodo son mayores o más amplios que los de la economía en su totalidad

*Empresas “Defensivas”*: compañías cuyas ventas e ingresos se espera que se muevan en forma inversa o contra-cíclica a la economía, especialmente durante una recesión.

Técnicas Disponibles

El uso de *razones financieras*. En varias ocasiones es recomendable continuar el análisis “arriba-abajo” mediante la comparación de dividendos por ingreso por acción.

El método más trivial y sencillo es el que representa el cociente siguiente:

$$\frac{\text{al Dividendo por Acción} \times 100}{\text{Precio de Mercado (actual) por acción}}$$

Este indicador muestra el rendimiento porcentual que se esperaría si se compra una acción al precio cotizado del día de hoy, sobre la base del dividendo que dicha empresa en particular pagó en el año financiero (o fiscal) inmediato anterior.

*La valuación por dividendo* es solamente un método posible para identificar el valor de los títulos accionarios. Es claramente imperfecto porque no indica información acerca de como la compañía puede pagar los dividendos si tiene o quiere hacerlo. Sin embargo, es medianamente

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

útil como punto básico y sin exagerar ya que toda empresa puede tener una visión distinta de cómo distribuir los porcentajes de dividendos.

*La Valuación Por Ingresos.* Este método emplea la relación entre el precio de mercado de las acciones y el flujo de los "ingresos" reales por acción. (Es evidente que este aspecto puede deducirse de la información de pérdidas y ganancias de la empresa en cuestión). En la presentación se especificará en detalle la forma de análisis, el cálculo y las conclusiones de varios casos distintos.

*Valores de Activos.* Aquí se emplea comúnmente el valor neto de los activos por acción con relación al precio de mercado por acción.

En forma somera se puede indicar que este múltiplo es idóneo para confrontar el valor de dos compañías emisoras. Aunque una compañía X puede contar con activos sustanciales con relación al valor de mercado de su stock accionario este elemento puede ser irrelevante para sus accionistas en tanto que la compañía X crezca y se desarrolle (frente a compañías pequeñas). Sin embargo, si este múltiplo es de valor "bajo" una estrategia de fusión pudiera ser atractiva. Y posible, de ser vulnerable en el mercado accionario.

### 1.6 Perfiles y Estrategias de Inversión

Las diferencias entre mercados (aproximadamente) perfectos y los que distan de ellos se pueden revisar a la luz de distintos ángulos.

Uno importante es el caso de la graduación o evaluación que del mercado se lleva a cabo siguiendo estándares internacionales. Aquí pueden usarse una variedad de ellos que son consistentes (entre éstas Standard & Poor's, los de Moody's, los de Corporate Finance, del mismo FMI dispone de una escala propia; o de corredurías internacionales). Para éstas mientras más imperfecto sea un mercado específico más baja será su calificación (aparte de los elementos que generan riesgo, la manipulación y la información privilegiada son factores negativos muy relevantes).

Otro ángulo pertinente radica en que en un mercado (casi) perfecto un inversionista depende (1) de la incorporación y organización de información; (2) de la existencia de una estrategia de inversión propia y apropiada y (3) de la inserción de un sistema propio (o de un asesor) que vincule tanto los avances informáticos como las telecomunicaciones.

En contraste, en un mercado más imperfecto se añaden (4) los nexos o vínculos de relación con entidades políticas y financieras; (5) el capital disponible y (6) el crédito real o artificial del que goza diferenciadamente un agente o agencia económica.

En resumen, mientras más imperfecto sea un mercado más diferenciado e inequitativo es. La etiqueta de "experto" que en un mercado (casi) perfecto se concede, *ceteris paribus*, a la eficiencia de la estrategia de inversión, en mercados más imperfectos se le da al capital, acompañado del poder y pertenencia a un grupo selecto o a una red de peso económico o político.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.

Con la globalización financiera los mercados financieros que optaron por la apertura ganaron en liquidez, en eficiencia interna y externa, mejorando sus imperfecciones en lo que a los inversionistas locales se refiere; no obstante al abrirse internacionalmente quedaron expuestos a las acciones de grandes inversionistas cuyos capitales disponibles son de tal magnitud que pueden desequilibrar las tendencias accionarias y sus estrategias pueden ser desconcertantes para los participantes en el mercado secundario. Este es un rasgo evidente en una variedad de mercados de valores los últimos 5 años.

Las estrategias de inversión en un mercado bursátil

Ya se ha apuntado que en un mercado financiero perfecto la diferencia entre los rendimientos y ganancias entre inversionistas dependen de la *estrategia de inversión* (en términos generales, de la forma como distribuye sus recursos y de las decisiones que toma para vender y compra instrumentos financieros o títulos valor). Aceptando los modelos del análisis técnico (Minsky y Dow) a la estrategia de inversión deberían añadirse dos condiciones más: los momentos de ingreso y salida del mercado financiero.

Esto, por sí mismo, servirá para caracterizar con precisión una inversión y su posible resultado (de acuerdo al tipo de instrumento, si es de tasa de interés fija o variable, su vencimiento o su duración, su convertibilidad o bursatilidad, etc.). En los mercados imperfectos la estrategia de inversión y los momentos de acceso y salida del mercado no son los únicos condicionantes del rendimiento o beneficio. A estos se les deben agregar (i) el capital disponible; (ii) la capacidad de captación de fondos o financiamiento; (iii) las tecnologías de computación y comunicación que el inversionista o sus asesores o representantes tengan; (iv) la información selectiva o privilegiada (muy probablemente derivada de las redes sociales o de poder en los que se encuentre); y (v) la posición que guarden con los *dealers* o *brokers* autorizados a operar.

La diferencia señalada es importante en la medida en que los mercados financieros no son perfectos (este es un ideal) y que la práctica tiene una variedad de formas con las que se busca obtener ventajas especiales.

Aún en ese caso muchos especialistas aventuran que el Análisis Técnico es perfectamente capaz de producir una estrategia de inversión exitosa "puesto que las diversas imperfecciones de mercado se insertan en su comportamiento ("y son, por lo tanto parte de las tendencias, oscilaciones, fluctuaciones o "zig-zag" del comportamiento previo o futuro"). No será directamente este el caso del Análisis Fundamental. Baste decir aquí que las imperfecciones del mercado generan oportunidades de especulación que tienen poca relación con la economía real.

Haciendo entonces salvedad de dichas imperfecciones del mercado, se puede indicar que, por lo general, existen distintas orientaciones para los inversionistas en los mercados bursátiles particularmente importantes en los Mercados de Capital Accionarios (no deuda).

Para estructurar inversiones coexisten los siguientes enfoques (algunos ya mencionados como el análisis técnico y el fundamental; el modelo de Markowitz esperará hasta el capítulo 3 y lo que se refiere a las nuevas orientaciones no se tocará en este trabajo):

## **Capítulo 1. El ambiente de las finanzas.**

### **Análisis Técnico**

Técnicas Ad Hoc

Técnicas Dow y variantes

Técnicas Formales derivadas de la Probabilidad y la Estadística

### **Análisis Fundamental**

Básico (Financiero-Contable)

Ampliado

### **Modelos de Portafolios o Carteras de Inversión**

Fama

Markowitz

Otros

### **Nuevas orientaciones**

Sistemas Expertos

Aplicaciones de la Teoría del Caos

Aplicaciones de Fractales

Procesos Estocásticos

Lógica No Estándar

## 2 LA TEORÍA DE DECISIONES

### 2.1 La función de la teoría de decisiones

En este capítulo se muestra la función de la teoría de decisiones así como los axiomas y teoremas básicos en los que se fundamenta ésta.

El contexto de una decisión involucra varios aspectos: 1) *el decisor* que puede ser un individuo o grupo de individuos y toma la decisión final; en ocasiones se asesora con un analista que propone soluciones y posibles consecuencias; 2) *las alternativas* que son el conjunto de posibilidades que se ofrecen como solución a un problema dado; este conjunto puede ser finito o infinito; durante el proceso de la toma de decisiones es común que cambie el conjunto de las alternativas; 3) *los atributos* que son las características o puntos de interés de un problema dado y 4) *los criterios* que son atributos sobre los que existe una relación de preferencia independiente respecto de los demás atributos; de esto se sigue que existe un criterio por cada atributo considerado.

Los tres contextos de la toma de decisiones son:

- *decisión individual*, donde un solo individuo elige u ordena las alternativas disponibles según sus preferencias;
- *elección social*, donde existen  $n$  individuos y un solo conjunto de alternativas y cada individuo ordena estas alternativas según sus preferencias para finalmente agregarlas mediante un sistema de votación.
- *juegos*, hay al menos dos jugadores y las decisiones de cada jugador afectan a los demás jugadores. Es una situación de interacción.

Asimismo se habla de toma de decisiones monocriterio cuando se trata con un solo criterio, y de decisiones multicriterio cuando se trata con más de un criterio en el proceso de análisis de la toma de decisiones. También se habla de toma de decisiones bajo certeza cuando se conocen con toda seguridad las consecuencias de una acción; se habla de decisiones bajo riesgo cuando se conoce la distribución de probabilidad de las consecuencias de una acción, y por último se habla de decisiones bajo incertidumbre estricta cuando no se sabe nada acerca de las consecuencias de una acción. (French, 1988).

Los ambientes de la toma de decisiones (monocriterio, multicriterio, bajo certeza, bajo riesgo y bajo incertidumbre estricta) pueden presentarse en la decisión individual, en la elección social o en los juegos.

La teoría de decisiones ofrece una estructura basada en las relaciones binarias que permite trabajar con relaciones de orden (que representan los criterios) y dependiendo del ambiente de la decisión se eligen métodos de ayuda a la decisión (ordinales, cardinales, teoría de utilidad, 2.1

# PAGINACIÓN DISCONTINUA

Capítulo 2. La teoría de decisiones.

etc.); éstos métodos proveen una metodología racional para tomar una decisión en la mayoría de las veces satisfactoria.

Las problemáticas que se tratan y aceptan en la teoría de decisiones son según B. Roy las siguientes:  $P_{1..}$ , que se refiere al problema de selección de un conjunto de alternativas óptimas o eficientes;  $P_{11}$ , que se refiere a clasificar las alternativas en grupos o clases preestablecidas, y la problemática  $P_7$ , que se refiere a la ordenación de las alternativas según las preferencias del decisor.

2.2 Conceptos básicos

En el presente trabajo se considera que el conjunto de las alternativas es un conjunto finito y este conjunto se denotará con la letra  $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .

Relaciones binarias

Las relaciones binarias son subconjuntos del producto cartesiano. Si se define a  $\mathfrak{R}$  como una relación binaria sobre un conjunto  $A$  entonces ésta puede expresarse como  $\mathfrak{R} = \{R: R \subseteq A \times A\}$ . Cuando  $(a, b) \in \mathfrak{R}$  se acostumbra escribir  $aRb$  para decir que  $a$  está relacionado con  $b$  según  $\mathfrak{R}$ .

Las relaciones  $\mathfrak{R}_1$  y  $\mathfrak{R}_2$  se dice que son disjuntas o ajenas si  $\mathfrak{R}_1 \cap \mathfrak{R}_2 = \emptyset$ ; que  $\mathfrak{R}_1$  es más fina o más rica que  $\mathfrak{R}_2$  si  $\mathfrak{R}_2 \subseteq \mathfrak{R}_1$ .

Álgebra de relaciones binarias

Sobre el conjunto  $\mathfrak{R} = \{R: R \subseteq A \times A\}$  de las relaciones binarias sobre un conjunto  $A$  no vacío se define la operación binaria *producto (relativo) o composición*,

$$RS = \{(a, b): \exists c \in A \text{ tal que } (aRc, cRb)\}, \quad \forall R \in \mathfrak{R}, S \in \mathfrak{R}$$

la *relación potencia* sobre  $\mathfrak{R}$ ,  $R^k = RR^{k-1}$ ,  $k=2,3,\dots$ , así como las operaciones unitarias *complemento*, *dual (conversa inversa transpuesta)*, *parte asimétrica*, *parte simétrica*, *cerradura transitiva*.

$$\begin{aligned} R^c &= \{(a,b): (a,b) \in A \times A, (a,b) \notin R\} = A \times A - R & \forall R \in \mathfrak{R} \\ R^d &= \{(a,b): bRa\} & \forall R \in \mathfrak{R} \\ R^s &= \{(a,b): aRb, bRa\} = R \cap R^d & \forall R \in \mathfrak{R} \\ R^a &= \{(a,b): aRb, bRa\} = R \cap R^d & \forall R \in \mathfrak{R} \\ R^t &= \{(a,b): \exists m \geq 2 \text{ y } a_1, \dots, a_m \in A \text{ con } a=a_1, b=a_m \text{ y } (a_i, a_{i+1}) \in R \text{ para } i=1, \dots, m-1\} = \\ &= R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots & \forall R \in \mathfrak{R} \end{aligned}$$

para evitar paréntesis se conviene en que  $R^{e^s} = (R^e)^t$ , etc.

El conjunto  $\mathfrak{R}$  contiene la relación *diagonal* o *de igualdad*,  $\Delta = \{(a,a): a \in A\}$ , y la *relación vacía*,  $\emptyset \subseteq A \times A$ , que corresponden con la identidad y el cero respecto del producto de relaciones:  $\Delta R = RA = R$  y  $\emptyset R = R\emptyset = \emptyset$  para todo  $R \in \mathfrak{R}$ .

## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

En la tabla 2.1 se definen propiedades de las relaciones binarias sobre un conjunto y algunas de sus interrelaciones. En dicha tabla se muestra bajo qué operaciones de conjunto la propiedad en cuestión se mantiene (o es cerrada). En particular es de interés el primer renglón de la tabla, que indica que la propiedad de transitividad es cerrada bajo intersecciones, es decir, que la intersección de relaciones transitivas es transitiva, pues esto permite una definición alternativa de  $R'$ , como la intersección de todas las relaciones binarias transitivas que contienen a  $R$ , cumpliéndose  $R \subseteq R'$ ,  $(R')' = R'$ , lo cual justifica la expresión "cerradura transitiva". Para  $R$  finito el siguiente algoritmo determina la cerradura transitiva  $R'$  de  $R$ :

1.  $S=R$ . 2. Calcular  $S^2$ . 3. ¿ $S^2 \subseteq S$ ? En caso afirmativo  $S=R'$  y el algoritmo termina, en caso contrario hacer  $S=S^2$  e ir al paso 2.

La relación de *no (R-) comparabilidad* de  $R \subseteq A \times A$ ,  $N \subseteq A \times A$ , es la parte simétrica del complemento de  $R$ , y se denota por  $R''$ .

$$R'' = R^{cs} = \{(a,b); aR^c b, bR^c a\} = (R \cup R^d)^c = R^c \cap R^{cd}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

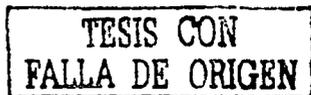
Tabla 2.1. Clases de relaciones binarias sobre un conjunto  $A$

Nombre; propiedad	Definiciones	$\forall a, b, c, d \in A, k \in \mathbb{N}^+$	Implicada por	Cerrada bajo; incompatible con
1 <i>Transitiva; transitividad</i>	$R^2 \subseteq R$	$(aRb, bRc) \Rightarrow aRc$	(2,6), (2,4), (5,11), (5,12), 14	$\cap$
2 <i>Negativa transitiva; transitividad negativa</i>	$R^c$ transitiva	$(aR^c b, bR^c c) \Rightarrow aR^c c$	(1,4), (1,3,5)	$\cup$
3 <i>Débilmente completa; comparabilidad débil</i>	$\Delta^c \subseteq R \cup R^d$	$a \neq b \Rightarrow (aRb \text{ o } bRa)$	4	$\cup$
4 <i>Completa; comparabilidad</i>	$A \times A \subseteq R \cup R^d$ $\Leftrightarrow R^c \subseteq R^d$	$(aRb \text{ o } bRa)$		$\cup$ ; 5
5 <i>Irreflexiva; irreflexividad</i>	$R \subseteq \Delta^c$	$aR^c a$	6, 7	$\cup, \cap$ ; 4, 8
6 <i>Asimétrica; asimetría</i>	$R^2 \subseteq \Delta^c \Leftrightarrow R^c \subseteq R^c$	$aRb \Rightarrow bR^c a$	(1,5), 7	$\cap$ ; 8, 9
7 <i>Acíclica;</i>	$R^k \subseteq \Delta^c \Leftrightarrow R^k$ irreflexiva	$aR^k b \Rightarrow bR^c a$	(1,5), (1,6)	$\cap$ ; 8, 9
8 <i>Reflexiva; reflexividad</i>	$\Delta \subseteq R$	$aRa$	4	$\cup, \cap$ ; 5, 6, 7
9 <i>Simétrica; simetría</i>	$R^d \subseteq R \Leftrightarrow R^c = R$	$aRb \Rightarrow bRa$		$\cup, \cap$ ; 6, 7
10 <i>Antisimétrica; antisimetría</i>	$R \cap R^d \subseteq \Delta$	$(aRb, bRa) \Rightarrow a=b$	6	$\cap$
11 <i>Relación de Ferrers</i>	-	$(aRb, cRd) \Rightarrow aRd \text{ o } cRb$		-
12 <i>Semi transitiva semitransitividad</i>	-	$(aRb, bRc) \Rightarrow aRd \text{ o } dRc$		-
13 <i>Densa; densidad</i>	$R \subseteq R^2$	$aRb \Rightarrow \exists u (aRu, uRb)$	8, 14	$\cup, \cap$
14 <i>Idempotencia</i>	$R^2 = R \Leftrightarrow (R$ transitiva y densa)	$aRb \Leftrightarrow \exists u (aRu, uRb)$	(1,8), (1,13)	$\cap$

Relación de equivalencia

Una *partición* de un conjunto  $A$  es una colección  $\pi(A)$  de subconjuntos de  $A$  que cumple cualquiera de las siguientes condiciones, las cuales son equivalentes, entre sí:

- a) los elementos de  $\pi(A)$  son ajenos por parejas y su unión contiene al conjunto  $A$ : 1) para todo  $B, C \in \pi(A)$  una de dos,  $B \cap C = \emptyset$  o  $B=C$ ; 2)  $A \subseteq \bigcup_{B \in \pi(A)} B$ ;
- b) cada  $a \in A$  pertenece a exactamente un elemento de  $\pi(A)$ .



## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

*Demostración de la equivalencia.* a)  $\Rightarrow$  b): si  $a \in A$  entonces  $A \subseteq \bigcup_{B \in \pi(A)} B$  implica que  $a \in B$  para algún  $B \in \pi(A)$ , y si además  $a \in C$  para algún  $C \in \pi(A)$  entonces  $B \cap C \neq \emptyset$  y por tanto  $B=C$ ;  
b)  $\Rightarrow$  a):  $A \subseteq \bigcup_{B \in \pi(A)} B$  es inmediato: si para algún par  $B, C \in \pi(A)$  se cumple  $B \cap C \neq \emptyset$  y  $B \neq C$  entonces se llega a la contradicción de que existe un  $a \in A$  que pertenece a dos elementos distintos de  $\pi(A)$ ,  $B, C \in \pi(A)$

Una relación binaria  $R \subseteq A \times A$  es una relación de *equivalencia* si se cumplen cualquiera de las siguientes condiciones, las cuales son equivalentes entre sí.

- $R$  es reflexiva, simétrica y transitiva
- la colección de los subconjuntos de  $A$  de la forma  $[a] = \{b \in A: aRb\}$  con  $a \in A$  es una partición de  $A$ .

Dos elementos de  $A$  relacionados por la relación de equivalencia  $R$  se llaman ( $R$ -) *equivalentes*, lo que se denota por  $a \equiv b \pmod{R}$ , o más sencillamente,  $aRb$ . Una *clase* de ( $R$ -) *equivalencia* es el subconjunto  $[a] \subseteq A$  de los elementos de  $A$  que son ( $R$ -) equivalentes a un elemento dado  $a \in A$ , llamado *representante de la clase*. Todos los elementos de una clase de equivalencia son equivalentes entre sí y cualquier elemento de la clase puede servir igualmente de su representante. La representación geométrica de clases de indiferencia se llaman curvas de indiferencia.

### Relaciones de orden

Las preferencias del decisor se definen y denotan del siguiente modo:

- se dice que el decisor prefiere estrictamente  $a$  sobre  $b$  cuando su elección se efectúa sin ninguna duda sobre  $a$ , lo que se denota por:  $a > b, a \succ b$
- se dice que el decisor es indiferente entre  $a$  y  $b$  cuando acepta indistintamente una alternativa frente a otra. lo que se denota por:  $a \sim b, a \sim b$
- se dice que el decisor prefiere débilmente  $a$  sobre  $b$  cuando la alternativa  $a$  es indiferente con la alternativa  $b$  o cuando  $a$  es preferida estrictamente a  $b$ , lo que se denota por:  $a \succeq b, a \succeq b; a \succeq b \Leftrightarrow a > b$  o  $a \sim b$ . Cuando ocurre esto se acostumbra decir que  $a$  es al menos tan preferida como  $b$ .
- se dice que las alternativas  $a$  y  $b$  son no comparables si el decisor es incapaz o rechaza elegir entre  $a$  y  $b$ , lo que se denota por:  $a \not\succeq b$  y  $b \not\succeq a, a \text{NC} b$

Las relaciones  $>$ ,  $\sim$ ,  $\succeq$  y NC mencionadas son relaciones binarias en el sentido de que relacionan dos alternativas del conjunto de elección  $\mathcal{A}$ .

Las principales relaciones de orden son las siguientes (conviene remitirse a la tabla 2.1):



## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

se dice que una relación binaria es un *orden* si es transitiva;  
se dice que una relación binaria es un *estricto orden* si es transitiva y asimétrica;  
se dice que una relación binaria es un *preorden* si es transitiva y reflexiva;  
se dice que una relación binaria es un *orden débil* si es comparable y transitiva;  
se dice que una relación binaria comparable es un *cuasiorden o semiorden* si es semitransitiva y verifica la relación de Ferrers.

Tanto el orden como el estricto orden y el orden débil se basan en las llamadas *hipótesis fuertes de racionalidad*, no así el cuasiorden que se basa en las *hipótesis débiles de racionalidad*; ambas hipótesis de racionalidad cumplen con que:

la indiferencia ( $\sim$ ) y la preferencia estricta ( $>$ ) son disjuntas;  
la indiferencia ( $\sim$ ) es reflexiva y simétrica;  
la preferencia estricta ( $>$ ) es asimétrica y transitiva.

pero difieren en la transitividad de la indiferencia ( $\sim$ ), ya que esta propiedad se elimina de las hipótesis débiles de racionalidad.

Las relaciones de orden se agrupan en dos clases según que la relación sea reflexiva o asimétrica. El símbolo  $\succeq$  denota una relación transitiva y  $\succ$  una relación asimétrica. Bajo las hipótesis de racionalidad la relación  $\succ$  es un orden y  $\sim$  es una relación de equivalencia.

### Funciones de valor ordinal

Con el objetivo de modelar las preferencias de un individuo se establece el concepto de función de valor ordinal, esta función es una aplicación de un conjunto  $A$  en  $\mathbb{R}$ .

#### Definición 2.1

Sea  $\succeq$  un orden débil sobre  $A$ . Se dice que una función  $v: A \rightarrow \mathbb{R}$  es una función de valor ordinal representando el orden débil  $\succeq$  si ocurre que:

$$a \succeq b \Leftrightarrow v(a) \geq v(b) \quad \forall a, b \in A$$

#### Teorema 2.1

Sea  $v$  una función de valor sobre  $A$  representando el orden débil  $\succeq$ . Entonces se cumplen las siguientes equivalencias:

$$a > b \Leftrightarrow v(a) > v(b) \quad \forall a, b \in A$$

$$a \sim b \Leftrightarrow v(a) = v(b) \quad \forall a, b \in A$$

#### Demostración.

En términos de la función de valor se tiene que  $a \sim b$  se escribe como  $v(a) \geq v(b)$  y  $v(b) \geq v(a) \Leftrightarrow v(a) = v(b)$ . La otra proposición se demuestra de igual manera.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Teorema 2.2**

$v$  y  $w$  son funciones de valor representando el mismo orden débil  $\succeq$  si y solo si  $w=f \circ v$  donde  $f$  es una aplicación creciente de  $v$  en  $\mathbb{R}$ .

*Demostración.*

Sean  $a, b \in A$ , como un orden débil es comparable se tiene en términos de  $v$  que ocurre una de las siguientes:  $v(a) \geq v(b)$ ,  $v(b) \geq v(a)$ ,  $v(a) \geq v(b)$  y  $v(b) \geq v(a)$ ,  $v(a) \geq v(b)$  y  $v(b) \not\geq v(a)$ ,  $v(b) \geq v(a)$  y  $v(a) \not\geq v(b)$ ; lo mismo ocurre en términos de  $w$ , así se construye una aplicación  $f: v \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $w=f \circ v$ . Supongamos que  $a \succeq b$  entonces  $v(a) \geq v(b)$  pero también  $w(a) \geq w(b)$  por lo tanto la aplicación  $f$  es creciente. Se procede de igual modo en los otros casos !

Asimismo se dice que una función es una escala *ordinal* si dicha función es invariante frente a transformaciones crecientes; sólo muestran un orden; una refinación de una función ordinal es una función cardinal o de diferencia de valor ya que expresa el orden y además compara diferencias, en este caso diferencias de preferencias (ver páginas siguientes).

Funciones de diferencia de valor

*Definición 2.2*

Una función de valor  $v$  representando el orden débil  $\succeq$  es de diferencia de valor o cardinal si para dos pares cualquiera  $(a \succeq b)$  y  $(c \succeq d)$  en la relación  $\succeq$ , el cociente  $[v(a)-v(b)]/[v(c)-v(d)]$  es una invariante del decisor para cualquier función de valor que represente al orden débil en tanto que las preferencias cardinales del decisor no cambien. En este caso se dice que el decisor compara diferencias de preferencias.

Por ejemplo si  $(a \succeq b)$  y  $(c \succeq d)$  y el decisor expresa sus preferencias cardinalmente entonces es capaz de decir que la diferencia entre  $a$  y  $b$  es igual, mayor o menor que la diferencia entre  $c$  y  $d$ . Esto sugiere que si la preferencia de  $a$  sobre  $b$  es mayor a la preferencia de  $c$  sobre  $d$ , lo que puede representarse por  $(a \leftarrow b) \succeq_e (c \leftarrow d)$ , y se interpreta como un intercambio en el sentido de que se prefiere cambiar  $b$  por  $a$  que cambiar  $c$  por  $d$ ; para una función cardinal  $v$  que represente esto se tiene:

$$\begin{aligned} a \succeq b &\Leftrightarrow v(a) \geq v(b) \\ &\text{y} \\ (a \leftarrow b) \succeq_e (c \leftarrow d) &\Leftrightarrow v(a)-v(b) \geq v(c)-v(d) \end{aligned}$$

donde  $(a \leftarrow b) \succeq_e (c \leftarrow d)$  tiene significado para el decisor en cuanto a que éste lo interpreta respecto de sus preferencias.

**Teorema 2.3**

Si  $v$  es una función de valor cardinal entonces es invariante frente a transformaciones afines positivas, éstas son de la forma  $k_1 v + k_2$ , donde  $k_1 > 0$  y  $k_2 \in \mathbb{R}$ .



## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

### *Demostración.*

Sea  $w = k_1v + k_2$  con  $k_1 > 0$  y  $k_2 \in \mathbb{R}$  y sean dos pares tales que  $(a \succeq b)$  y  $(c \succeq d)$ . Por ser  $v$  cardinal se tiene que  $[v(a)-v(b)]/[v(c)-v(d)] = k$  es constante. Es cierto que  $w(a)-w(b) = k_1[v(a)-v(b)]$  y también que  $w(c)-w(d) = k_1[v(c)-v(d)]$ ; por consiguiente  $[w(a)-w(b)]/[w(c)-w(d)] = [v(a)-v(b)]/[v(c)-v(d)] = k$ , lo que prueba que  $v$  y  $w$  representan el mismo orden débil. )

Toda función que es invariante frente a transformaciones afines positivas es una escala *cardinal o intervalo*, aquí entran las funciones de diferencia de valor.

### Métodos para construir la función de valor

La construcción de una función de valor ordinal para un conjunto de alternativas finito que cumpla con ser orden débil es sencilla: sea  $v(a_i)$  número de objetos  $a_j$  tales que  $a_i \succeq a_j$ , se hace esto para toda  $i$ . Para el caso de alternativas infinitas se requiere además que el conjunto de alternativas cumpla con la propiedad de densidad. (French, 1988).

La existencia de una función cardinal requiere que se verifiquen algunas propiedades sobre las preferencias del decisor y las alternativas. (French, 1988).

Para la construcción de la función de valor cardinal el decisor debe conocer perfectamente su conjunto  $\mathcal{A}$  de alternativas (lo que no siempre es sencillo); se debe establecer una escala de medida para la función. Es común que se inicie colocando las alternativas extremas lo que aporta los puntos extremos en la escala de valor. Algunos métodos simples y comúnmente utilizados para construir la función de valor cardinal son:

- *Evaluación directa.* Consiste en interrogar directamente al decisor planteando preguntas del tipo ¿es la preferencia de  $a$  sobre  $b$  dos veces más fuerte que la de  $c$  sobre  $b$ ?, esto conduce a que  $v(a)-v(b) = 2[v(c)-v(b)]$ , con un número suficiente de tales preguntas se llega a una aproximación razonable de la curva de valor cardinal. Una variante de este método consiste en trabajar directamente sobre la curva e interrogar al decisor;
- *Método de las razones.* Se refiere a establecer una alternativa de referencia y hacer que el decisor establezca sus preferencias con relación a ella.
- *Método de las categorías.* Consiste en pedir al decisor que divida la escala en intervalos de igual valor, colocando entonces las alternativas en estas categorías.
- *Método de bisección.* Se determinan primeramente los valores extremos. Entonces se pide al decisor que defina cual alternativa le ofrece una satisfacción intermedia entre estas dos; se repite esto hasta tener el refinamiento deseado.

### Funciones de valor multiatributo

Hasta este momento todo ha sido referido para alternativas con un solo atributo de interés, pero es muy común el enfrentar situaciones donde las alternativas tengan varios atributos de interés. De este modo si se tienen dos alternativas  $a$  y  $b$  que involucren  $q$  atributos, lo que se busca es una función  $v$  tal que

$$(a_1, \dots, a_q) \succeq (b_1, \dots, b_q) \Leftrightarrow v(a_1, \dots, a_q) \geq v(b_1, \dots, b_q)$$



## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

la existencia de una función  $v$  de este tipo está garantizada si se cumplen las siguientes condiciones (French, 1988):

*orden débil*:  $\succeq$  es un orden débil;

*dominación estricta*: si  $a_k > b_k$ ,  $k = 1 \dots q$ , entonces  $a > b$ ;

*continuidad*: si  $a > b > c$ , entonces existe un  $\lambda$  tal que  $0 < \lambda < 1$  y  $(\lambda a + (1-\lambda)c) \sim b$ .

la condición de dominación estricta es la condición de no saturación, esto es que la preferencia crece junto con el aumento de cada atributo; la condición de continuidad es una condición de solubilidad para encontrar la curva (clase) de indiferencia que pasa por  $b$  y corta la recta que une  $a$  con  $c$ .

Uno de los conceptos más importantes en el desarrollo de la teoría del valor multiatributo es el de independencia en preferencia.

Se dice que el atributo  $X$  es *independiente en preferencia* del atributo  $Y$  si para todo  $x, x' \in X$  ocurre que

$$(x, \alpha) \succeq (x', \alpha) \text{ para algún } \alpha \in Y$$

$$\Rightarrow (x, \beta) \succeq (x', \beta) \text{ para todo } \beta \in Y$$

si el atributo  $X$  es independiente en preferencia del atributo  $Y$  pero además el atributo  $Y$  es independiente en preferencia del atributo  $X$  entonces se dice que  $X$  e  $Y$  son independientes en preferencia mutuamente.

Cuando hay independencia en preferencia entre atributos se pueden definir ordenes de preferencia marginales o por atributo: si  $X$  es independiente en preferencia de  $Y$  se define el orden de preferencia marginal del decisor  $\succeq_X$  sobre  $X$  como:

$$x \succeq_X x' \Leftrightarrow (x, \alpha) \succeq (x', \alpha) \text{ para algún } \alpha \in Y$$

Por tanto ocurre que si  $X$  e  $Y$  son independientes en preferencia mutuamente y  $\succeq$  es un orden débil, entonces los ordenes marginales  $\succeq_X$  y  $\succeq_Y$  también son ordenes débiles según la definición anterior (French, 1988).

### Funciones aditivas

Las funciones de valor multiatributo más usadas son las funciones aditivas; si se trata de dos atributos,  $X$  e  $Y$ , una función valor aditiva que represente esto es de la forma:

$$v(x, y) = v_X(x) + v_Y(y)$$

Donde  $v_X(x)$  es una función de valor que depende exclusivamente del atributo  $X$  y  $v_Y(y)$  depende exclusivamente de  $Y$ , a estas funciones se les llama funciones marginales porque representan los ordenes marginales  $\succeq_X$  y  $\succeq_Y$ . La existencia de una función de este tipo requiere la verificación de algunas condiciones (French, 1988). Un resultado interesante que se obtiene de las funciones aditivas es que las funciones marginales asociadas son de diferencia de valor.

Capítulo 2. La teoría de decisiones.

Sean  $x_3 \succeq_X x_4 \succeq_X x_1 \succeq_X x_2$  valores dados del atributo  $X$ . Arbitrariamente tómesese un valor  $y'$  del atributo  $Y$  para encontrar  $y''$  y  $y'''$  de  $Y$  tal que

$$(x_2, y') \sim (x_1, y'') \text{ y } (x_4, y') \sim (x_3, y''')$$

supóngase además que

$$(x_3, y''') \succeq (x_3, y'')$$

por transitividad se tiene que

$$(x_4, y') \succeq (x_3, y'')$$

de donde

$$(x_2, y') \sim (x_1, y'') \text{ y } (x_4, y') \succeq (x_3, y'')$$

y al comparar estas parejas su interpretación es que: estando en  $(x_2, y')$  un incremento en el nivel de  $X$  de  $x_2$  a  $x_1$  es justo suficiente para compensar el decremento en el nivel de  $Y$  de  $y'$  a  $y''$ ; estando en  $(x_4, y')$  un incremento en el nivel de  $X$  de  $x_4$  a  $x_3$  es menor o justo suficiente para compensar el decremento en el nivel de  $Y$  de  $y'$  a  $y''$ . Lo anterior sugiere que un incremento en el nivel de  $X$  de  $x_2$  a  $x_1$  es al menos tan preferido como un incremento en  $X$  de  $x_4$  a  $x_3$ . De este modo se definen los intercambios en  $X$  y  $\succeq_{e_X}$ :

$$(x_1 \leftarrow x_2) \succeq_{e_X} (x_3 \leftarrow x_4) \Leftrightarrow (x_2, y') \sim (x_1, y'') \text{ y } (x_4, y') \succeq (x_3, y''')$$

A continuación se muestra que la función marginal  $v_X(x)$  es de diferencia de valor; hay que recordar que la función de valor se supone aditiva,  $v(x, y) = v_X(x) + v_Y(y)$ .

$$(x_1 \leftarrow x_2) \succeq_{e_X} (x_3 \leftarrow x_4)$$

$$\Leftrightarrow (x_2, y') \sim (x_1, y'') \text{ y } (x_4, y') \succeq (x_3, y''')$$

$$\Leftrightarrow v_X(x_2) + v_Y(y') = v_X(x_1) + v_Y(y'') \text{ y } v_X(x_4) + v_Y(y') \geq v_X(x_3) + v_Y(y''')$$

$$\Leftrightarrow v_X(x_1) - v_X(x_2) = v_Y(y') - v_Y(y'') \text{ y } v_Y(y') - v_Y(y''') \geq v_X(x_3) - v_X(x_4)$$

$$\text{por transitividad } v_X(x_1) - v_X(x_2) \geq v_X(x_3) - v_X(x_4)$$

$$(x_1 \leftarrow x_2) \succeq_{e_X} (x_3 \leftarrow x_4) \Leftrightarrow v_X(x_1) - v_X(x_2) \geq v_X(x_3) - v_X(x_4)$$

y la conclusión es que la función marginal  $v_X(x)$  es de diferencia de valor; análogamente se demuestra esto para  $v_Y(y)$  y para cualquier número de funciones marginales que sean parte de una función de valor aditiva.

Las funciones aditivas, como las diferencia de valor son invariantes frente a transformaciones afines positivas por lo que también son una escala *cardinal* o *intervalo*.

### Funciones lineales

Una función aditiva es lineal si es de la forma

$$v(a_1, \dots, a_q) = w_1 a_1 + \dots + w_q a_q$$

donde a los coeficientes  $w_1, \dots, w_q$  se les llama factores de peso o pesos.

Se dice que hay una *tasa de sustitución constante* de  $\tau_n$ :1 entre los atributos  $a_n$  y  $a_i$  si y solo si para cualquier  $a \in \mathbb{R}^q$  ocurre que



## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

$$(a_1, \dots, a_i, \dots, a_j, \dots, a_k, \dots, a_l) \sim (a_1, \dots, a_i + \tau_j k, \dots, a_j - k, \dots, a_l) \quad \forall k \in \mathbb{R}$$

La tasa de sustitución constante entre el atributo  $i$  y el atributo  $j$  ( $\tau_{ij}$ ) para una función lineal  $v$  está dada por:

$$\tau_{ij} = \frac{\partial v}{\partial a_i} = \frac{w_i}{w_j} : 1$$

por lo que la tasa de sustitución entre cada par de atributos depende de los pesos que se asignen a cada uno de los atributos. Para todo  $i, j$ ,  $\tau_{ij} = 1/\tau_{ji}$ ; para todo  $i, j, k$ ,  $\tau_{ik} = \tau_{ij} \tau_{jk}$ .

La existencia de una función de valor lineal  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  congruente con el sistema empírico  $(\mathcal{A}, \succeq)$  está asegurada si y sólo si se cumplen las siguientes condiciones (French, 1988):

- $\succeq$  es un orden débil;
- hay tasas de sustitución constantes para cada par de atributos;
- la preferencia es monótona, esto es que para cualquier  $b \in \mathbb{R}^n$  y cualquier  $k > 0$ , se tiene que  $b + ka \succ b$ .

tal que  $a > 0$ ,  $a \in \mathbb{R}^n$  y donde  $0 = (0, 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^n$

### Teorema 2.4

Si  $v$  y  $w$  son dos funciones lineales representando el mismo orden débil entonces  $w = kv$ , donde  $k > 0$ ; esto significa que las funciones lineales son invariantes frente a transformaciones similares.

### Demostración.

Por ser funciones aditivas se tiene que  $w = k_1 v + k_2$ , pero al ser funciones lineales se tiene que  $v(0) = w(0) = 0$  de donde  $k_2 = 0$  □

### Teorema 2.5

Si un decisor expresa sus preferencias mediante una función lineal  $v$  entonces esta función lineal  $v$  que representa sus preferencias verifica:

el cociente  $[v(a) - v(b)] / [v(c) - v(d)]$  es una invariante del decisor;

el cociente  $v(a)/v(b)$  es una invariante del decisor.

La demostración de este teorema es muy semejante a la del teorema 2.3.

Toda función que es invariante frente a transformaciones similares es una escala *ratio*; este es el caso de las funciones lineales; esta escala es un caso particular de la escala intervalo o cardinal.

## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

### Óptimos de Pareto

#### Definición 2.3

Considerando  $q$  atributos por alternativa se dice que la alternativa  $a$  domina  $b$  si  $a_i \geq b_i$ ,  $i=1, \dots, q$  donde ocurre  $a_i > b_i$ , en al menos un caso. Debido a la existencia de los ordenes marginales  $\succeq$ , se supone implícitamente que hay independencia en preferencia entre cada atributo y los  $q-1$  restantes.

#### Definición 2.4

Se dice que una alternativa  $a \in \mathcal{A}$  es eficiente, no dominada u óptimo de Pareto para  $\succeq$ , si no existe otra alternativa  $b \in \mathcal{A}$  tal que  $b$  domina a.

Al conjunto de los eficientes se le conoce también como conjunto de Pareto. De este modo es posible reducir el conjunto  $\mathcal{A}$  de las alternativas por un subconjunto de  $\mathcal{A}$  llamado conjunto de Pareto; la idea es seleccionar una alternativa de este conjunto, esto significa que la alternativa seleccionada es no dominada. Si  $a$  es un óptimo de Pareto significa que, en el conjunto de elección, no se puede mejorar estrictamente un criterio, a menos que se acepte que disminuya al menos otro. En general los elementos dominados no son interesantes porque una alternativa dominada nunca es óptima pero hay que tener cuidado con los casos en que una alternativa dominada sea más satisfactoria para el decisor que algunas alternativas no dominadas.

#### Definición 2.5

Un subconjunto  $C$  de  $\mathcal{A}$  es Pareto-completo para  $\succeq$  si, para todo  $x \in \mathcal{A} - C$ , existe un  $y \in C$  tal que  $y$  domina  $x$ . Se dice que el conjunto Pareto-completo  $C$  es minimal si no existe un conjunto  $K \subset C$  que sea Pareto-completo. Un conjunto Pareto-completo minimal es el conjunto más pequeño en el que el decisor puede efectuar su selección sin excluir alternativas no dominadas; un conjunto Pareto-completo minimal no contiene los elementos indiferentes entre sí.

#### Teorema 2.6

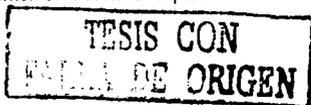
- i) todo conjunto Pareto-completo  $C$  contiene al conjunto de los eficientes.
- ii) si el conjunto  $C$  de los eficientes es Pareto-completo, también es minimal.

#### Demostración.

- i) si  $C$  es Pareto-completo, para todo  $x \notin C$  se tiene que existe un  $y \in C$  tal que  $y$  domina  $x$  por lo que si  $x \notin C$  tampoco pertenece al conjunto de eficientes o de Pareto.
- ii) sea  $C$  Pareto-completo y contenido estrictamente en el conjunto de los eficientes. Por i) esta proposición es absurda, ya que  $C$  contiene a todos los eficientes por lo tanto el conjunto  $C$  es minimal  $\square$

#### Teorema 2.7.

Si  $\mathcal{A}$  es finito, entonces el conjunto de los eficientes es Pareto-completo.



## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

### *Demostración.*

Sea  $E$  el conjunto de los eficientes. Si  $\mathcal{A}=E$  es claro que el conjunto  $E$  es Pareto-completo. Si no, sea  $x \in \mathcal{A}-E$ , pero existe un  $y_1 \in \mathcal{A}$  tal que  $y_1$  domina a  $x$ , si  $y_1 \notin E$ , existe un  $y_2 \in \mathcal{A}$  tal que  $y_2$  domina a  $y_1$ , si  $y_2 \notin E$  se prosigue de igual modo hasta que se agoten los elementos de  $\mathcal{A}$  (por ser finito) o hasta encontrar un  $y_k \in E$  que domine a  $y_{k-1}$  y por transitividad se tiene que  $y_k$  domina a  $x$ .

Finalmente se puede decir que el conjunto de Pareto contiene los elementos sobre los que debe aplicarse un modelo de selección para llegar a la alternativa que defina la decisión a tomar; los elementos óptimos de Pareto tienen una relación entre sí de preferencia débil o que son indiferentes entre sí (este último caso queda excluido si hay minimalidad). Sin información adicional o sin un modelo de selección para aplicar, todos los eficientes constituyen una elección racional para el decisor y sólo consideraciones ajenas a los atributos considerados le llevarán a escoger de entre ellos, por esto debe usarse algún método de selección que involucre estos atributos (función de valor, relación de sobreclasificación, etc.) para aplicarlo a los elementos del conjunto de Pareto.

Los siguientes teoremas proporcionan una manera de encontrar el conjunto de Pareto sin importar si el conjunto de alternativas sea o no convexo (Vineke, 1989). En los siguientes teoremas  $g_j(a)$  representa la evaluación de la alternativa  $a$  respecto del criterio  $j$ ;  $z_j^*$  es la mejor alternativa para el criterio  $j$  y  $z_j^{**}$  es una alternativa mejor que  $z_j^*$ .

### *Teorema 2.8*

Si  $\bar{a} \in \mathcal{A}$  es una alternativa que maximiza

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j g_j(a),$$

donde  $\lambda_j > 0$ , para todo  $j$ , entonces  $\bar{a}$  es eficiente.

### *Teorema 2.9*

Si  $\bar{a} \in \mathcal{A}$  es la única alternativa que minimiza la cantidad (llamada distancia ponderada de Tchebychev)

$$\max_j \lambda_j (z_j^{**} - g_j(\bar{a})),$$

donde  $\lambda_j > 0$  y  $z_j^{**} > z_j^*$  para todo  $j$ , entonces  $\bar{a}$  es eficiente y recíprocamente. En el caso de que  $\bar{a}$  no sea única, al menos una de las acciones que minimiza la cantidad anterior es eficiente.

### *Teorema 2.10*

Si  $\bar{a} \in \mathcal{A}$  minimiza la cantidad (llamada distancia ponderada aumentada de Tchebychev)

$$\max_j \lambda_j (z_j^{**} - g_j(\bar{a})) - \sum_{j=1}^n \rho_j g_j(\bar{a})$$

donde  $\lambda_j > 0$ ,  $z_j^{**} > z_j^*$  y  $\rho_j > 0$  es arbitrariamente pequeño, entonces  $\bar{a}$  es eficiente y recíprocamente.

Capítulo 2. La teoría de decisiones.

El teorema 2.8 dice que la combinación lineal positiva de los criterios ofrece siempre una alternativa eficiente; los teoremas 2.9 y 2.10 permiten definir las alternativas eficientes como aquellas que minimizan una distancia (la de Tchebychev) respecto de una alternativa  $(z_1^*, \dots, z_n^*)$  que domina ligeramente a la mejor  $(z_1^*, \dots, z_n^*)$ .

Teoría de utilidad

En la primera parte del siglo XVIII (1738) Daniel Bernouilli propuso el siguiente problema que se lo conoce como la paradoja de San Petersburgo. Supóngase que se tiene la oportunidad de participar en el siguiente juego. Una moneda cualquiera se lanza repetidamente hasta que aparece cara. Si esto ocurre en el lanzamiento  $n$  entonces se reciben  $\$2^n$ . ¿Cuánto dinero estarías dispuesto a pagar para entrar una sola vez al juego? La probabilidad de que en una moneda cualquiera caiga cara en el  $n$ -ésimo lanzamiento es  $(1/2)^n$ . Por lo que el valor esperado del juego es:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n 2^n = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$$

lo que quiere decir que se estaría dispuesto a pagar toda su fortuna para entrar al juego, ya que espera recibir mucho más. Es más, esto sugiere que se pague lo más posible con tal de asegurar entrar al juego. Este ejemplo muestra que el valor esperado no siempre es una variable adecuada para tratar problemas que involucran riesgo. Así por ejemplo, es muy probable que una persona de pocos recursos monetarios esté dispuesta a arriesgar un porcentaje de su dinero menor al que estaría dispuesto a arriesgar una persona de muchos recursos, ya que si sale cara en los primeros lanzamientos, el monto pagado (perdido) afecta más a la persona de pocos recursos que a la persona de más recursos; ésta situación se conoce como el comportamiento frente al riesgo. Para explicar situaciones como estas inició la teoría de utilidad.

La *función de utilidad* es una relación que asocia a las consecuencias de una acción un valor real, siendo este valor real una medida del beneficio o satisfacción que ofrece esa consecuencia al decisor en un ambiente de riesgo; se considera que las preferencias del decisor crecen estrictamente junto con el crecimiento estricto de la función de utilidad (la función de utilidad es creciente).

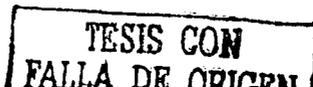
Utilidad esperada

Primeramente Bernoulli, Von Neumann y Morgenstern, y posteriormente Fishburn entre otros muchos investigadores han trabajado en esta teoría para que tenga el fundamento matemático tan sólido que tiene en la actualidad; uno de los sistemas axiomáticos de la teoría de utilidad propone que si se cumplen una serie de axiomas (French, 1988) existe una función de utilidad  $u(\cdot)$  sobre el conjunto de alternativas  $\mathcal{A}$  tal que las preferencias del decisor cumplen las siguientes condiciones:

$$1) a_i \succ a_j \Leftrightarrow u(a_i) \geq u(a_j) \quad \forall a_i, a_j \in \mathcal{A},$$

y

$$2) \cdot p_1, a_1; \dots; p_m, a_m \succ \cdot p'_1, a_1; \dots; p'_m, a_m \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m p_i u(a_i) \geq \sum_{i=1}^m p'_i u(a_i)$$



## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

La condición 1) indica que la función de utilidad forma un orden débil y la condición 2) es la regla de decisión de la utilidad esperada, teniendo en cuenta que ocurre el caso finito en el problema del portafolio de inversión.

Como se mencionó, la *función de utilidad* es una relación que asocia a cada consecuencia un valor real, siendo este valor real una medida del beneficio o satisfacción que le brinda esa consecuencia al decisor; se considera que las preferencias del decisor crecen estrictamente junto con el crecimiento estricto de la función de utilidad (la función de utilidad es estrictamente creciente), esto significa que el decisor es insaciable en cuanto a utilidad se refiere. La regla de decisión de la utilidad esperada esta dada por:

$$E(u) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n p(x_i)u(x_i) \text{ para } X \text{ finito,} \\ \int_x p(x)u(x)dx, \text{ en otro caso} \end{array} \right\} \text{ donde } u(\cdot) \text{ es la función de utilidad y } p \text{ es la}$$

distribución de probabilidad asociada a la lotería.

Una característica importante de las funciones de utilidad es su invarianza frente a transformaciones afines positivas.

### Teorema<sup>3</sup> 2.11

Si  $u(\cdot)$  es una función de utilidad sobre  $X$ , entonces  $w(\cdot) = \alpha u(\cdot) + \beta$ , ( $\alpha > 0$ ) es también una función de utilidad representando las mismas preferencias sobre  $X$ . De igual modo si  $u(\cdot)$  y  $w(\cdot)$  son dos funciones de utilidad representando las mismas preferencias, entonces existen  $\alpha > 0$  y  $\beta$  tal que  $w(\cdot) = \alpha u(\cdot) + \beta$ .

Para la construcción de la función de utilidad el decisor debe conocer perfectamente el conjunto  $A$  de alternativas; se debe establecer una escala de medida para la función, generalmente la escala se establece en  $[0,1]$ . Es común que se inicie con las alternativas extremas lo que aporta los puntos extremos en la escala de utilidad. Algunos métodos simples y comúnmente utilizados para construir la función de utilidad son:

- *Evaluación directa.* Consiste en interrogar directamente al decisor planteando preguntas del tipo ¿es la utilidad de  $a$  sobre  $b$  dos veces más fuerte que la de  $c$  sobre  $b$ ?, esto conduce a que  $u(a) - u(b) = 2[u(c) - u(b)]$ , con un número suficiente de tales preguntas se llega a una aproximación razonable de la curva de valor utilidad. Una variante de este método consiste en trabajar directamente sobre la curva e interrogar al decisor;
- *Método de las razones.* Se refiere a establecer una alternativa de referencia y hacer que el decisor establezca sus utilidades con relación a ella.
- *Método de las categorías.* Consiste en pedir al decisor que divida la escala en intervalos de igual utilidad, colocando entonces las alternativas en estas categorías.
- *Método de bisección.* Se determinan primeramente las utilidades extremas. Entonces se pide al decisor que defina cuál alternativa le ofrece una satisfacción intermedia entre estas dos; se repite esto hasta tener el refinamiento deseado. Es decir se plantean loterías  $\frac{1}{2}$ .

<sup>3</sup> Para la demostración de este teorema ver (French, 1988)

## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

El método más usual para encontrar la función de utilidad es el de bisección.

Asociado a cualquier distribución de probabilidad que representa una lotería monetaria (situación que involucra riesgo y donde las consecuencias son monetarias) se tienen los siguientes valores esperados: el valor monetario esperado

$$E(X) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n p(x_i)x_i, \text{ para } X \text{ finito,} \\ \int_x p(x)x dx, \text{ en otro caso} \end{array} \right\}$$

y la utilidad esperada

$$E(u) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n p(x_i)u(x_i) \text{ para } X \text{ finito,} \\ \int_x p(x)u(x) dx, \text{ en otro caso} \end{array} \right\}$$

donde  $u(\cdot)$  es la función de utilidad del decisor y  $p$  es la distribución de probabilidad de la lotería.

Relativo a la utilidad esperada de una distribución de probabilidad se tiene el *equivalente en certeza*  $x_c$  que es el valor monetario que el decisor pone en juego. De este modo el decisor es indiferente entre aceptar esta suma segura  $x_c$  y en participar en la lotería monetaria, así,

$$u(x_c) = E(u)$$

o equivalentemente,

$$x_c = u^{-1}(E(u)).$$

El *premio por riesgo* de una distribución de probabilidad se define como

$$\pi = E(X) - x_c.$$

y es la máxima parte del valor monetario esperado que el decisor está dispuesto a ceder con tal de evitar el riesgo asociado a la lotería monetaria.

Un decisor es *averso al riesgo* si su premio por riesgo es no negativo para toda lotería monetaria; equivalentemente, es averso al riesgo si siempre prefiere recibir una suma igual al valor monetario esperado de una lotería que entrar a la lotería.

Un decisor es *propenso al riesgo* si su premio por riesgo es no positivo para toda lotería monetaria; equivalentemente, es propenso al riesgo si siempre prefiere entrar a la lotería que recibir una suma igual al valor monetario esperado de la lotería.

Un decisor es *neutral al riesgo* si su premio por riesgo es cero; equivalentemente, es neutral al riesgo si es indiferente entre entrar en cualquier lotería y en recibir una suma igual al valor monetario esperado de esa lotería.

*Concavidad y convexidad.* Sea  $f$  una función real de  $n$  dimensiones tal que si para todo  $x_1, x_2$  en el dominio de  $f$  y para toda  $\lambda, 0 < \lambda < 1$  se tiene que

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

se dice que  $f$  es cóncava, si se tiene que

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

se dice que  $f$  es convexa.

Si las desigualdades se cumplen estrictamente se dice que la función es estrictamente cóncava y estrictamente convexa respectivamente.

*Desigualdad de Jensen.* Para cualquier distribución de probabilidad: si  $u(\cdot)$  es cóncava,  $E(u) \leq u(E(X))$ ; si  $u(\cdot)$  es convexa,  $E(u) \geq u(E(X))$ . Estas desigualdades son estrictas si  $u(\cdot)$  es estrictamente cóncava o estrictamente convexa respectivamente.

Para cualquier lotería donde  $u(\cdot)$  es cóncava se tiene:

$$u(x_C) = E(u), \text{ por definición de } x_C.$$

$$E(u) = u(x_C) \leq u(E(X)), \text{ por la desigualdad de Jensen.}$$

como  $u(\cdot)$  es creciente,

$$x_C \leq E(X)$$

$\Rightarrow \pi = E(X) - x_C \geq 0$ , de donde se sigue que existe aversión al riesgo. Se procede del mismo modo para mostrar que si  $u(\cdot)$  es convexa existe propensión al riesgo; si  $u(\cdot)$  es simultáneamente cóncava y convexa (sólo si  $u(\cdot)$  es una recta) entonces el premio por riesgo es cero y se es neutro frente al riesgo. En la figura 1 se resume esta situación.

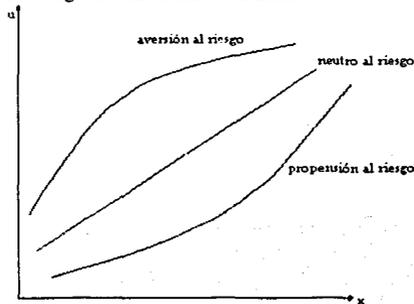


Figura 1

### Decisiones en grupo o elección social

#### El teorema de Arrow

El teorema de Arrow está ligado a la toma de decisiones en grupo que se conoce como elección social, donde  $n$  decisores eligen un orden de un mismo conjunto de alternativas y la intención es formar un orden débil de la sociedad o grupo. Una de los procedimientos más populares para intentar esto es la *regla de la mayoría simple*. Esta regla sugiere que un grupo

## Capítulo 2. La teoría de decisiones.

prefiere  $a$  sobre  $b$  si la mayoría de sus miembros prefieren  $a$  sobre  $b$ . El grupo es indiferente entre  $a$  y  $b$  si el número de personas que prefieren  $a$  sobre  $b$  es igual al número de personas que prefieren  $b$  sobre  $a$ . Los miembros del grupo que son indiferentes entre  $a$  y  $b$  no se cuentan y por tanto no afectan la preferencia del grupo. En general la regla de la mayoría simple se utiliza para definir las preferencias del grupo entre pares de alternativas, donde la ganadora pasa a otra votación donde se enfrenta a otra alternativa en un orden arbitrario<sup>1</sup> y así sucesivamente hasta que queda solo una alternativa.

Teorema de imposibilidad de Arrow: (French, 1988).

No existe constitución (es la forma de agrupar los ordenes individuales  $(\succeq_1, \dots, \succeq_n)$  para obtener el orden del grupo  $(\succeq_g)$ ) que cumpla simultáneamente con:

*Ordenes débiles:* cada uno de los  $(\succeq_1, \dots, \succeq_n)$  y  $(\succeq_g)$  son ordenes débiles.

*Dominio universal:* la constitución define  $\succeq_g$  para cualesquiera ordenes débiles  $(\succeq_1, \dots, \succeq_n)$ .

*Independencia de alternativas irrelevantes:* si algunas alternativas se eliminan del conjunto de elección y nadie cambia sus preferencias sobre las alternativas restantes, entonces tampoco cambia la preferencia del grupo sobre éstas.

*Principio de Pareto para preferencias estrictas:* si ocurre que  $a \succ_i b$ ,  $i=1 \dots n$ , entonces para el grupo  $a \succ_g b$ .

*No hay dictador:* no hay individuo cuyas preferencias se conviertan automáticamente en las preferencias del grupo.

*No trivialidad:* hay al menos 2 individuos en el grupo y 3 alternativas.

Los axiomas del teorema de Arrow representan que la construcción de las preferencias del grupo sea justa y limpia, en una palabra democrática.

La interpretación del teorema de Arrow es que para cada constitución existe al menos un conjunto  $(\succeq_1, \dots, \succeq_n)$  de preferencias individuales tal que al construir el orden del grupo  $(\succeq_g)$  se viola alguna de los axiomas del teorema de Arrow.

Para tratar de resolver este problema se propuso revisar los axiomas del teorema de Arrow considerando la posibilidad de que algunos de estos axiomas sean inapropiados o que no estén relacionados con la justicia y limpieza que supuestamente representan y que al modificarlos o descartarlos la imposibilidad desaparece. Se han propuesto dos caminos para aportar en este sentido que son: restringir el *dominio universal* y obtener *más información preferencial*.

### Dominio universal

En el caso del dominio universal se utiliza la condición de *unimodularidad*; un orden débil satisface la condición anterior si pueden ordenarse las alternativas de modo que la preferencia sea creciente al pasar de alternativa en alternativa hasta llegar al máximo (la mejor alternativa) y a partir de ahí la preferencia sea decreciente; esto debe cumplirse para cada orden individual.

<sup>1</sup> Lo que ocurre es que el resultado de la votación depende del orden arbitrario en que se confrontan las alternativas, lo que lleva a manipular la elección

Capítulo 2. La teoría de decisiones.

Además el número de miembros del grupo debe ser impar. Si lo anterior se cumple entonces la regla de la mayoría simple es una constitución que satisface los axiomas del teorema de Arrow. (French, 1988).

Más información preferencial y el teorema de Keeney

*Teorema de Keeney:* (French, 1988).

Sean  $v_1(\cdot), v_2(\cdot), \dots, v_n(\cdot)$  las funciones de diferencia de valor de cada uno de los  $n$  miembros del grupo. Sea  $v_g(\cdot)$  una función  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , tal que al menos dos derivadas parciales son positivas en todo su dominio y ninguna es negativa en todo su dominio. Luego, si se define  $\succeq_g$  por:

$$a \succeq_g b \Leftrightarrow v_g(v_1(a), v_2(a), \dots, v_n(a)) \geq v_g(v_1(b), v_2(b), \dots, v_n(b))$$

se obtiene un procedimiento de agregación del grupo que satisface los axiomas del teorema de Arrow.

Es importante señalar que las  $v_1(\cdot), v_2(\cdot), \dots, v_n(\cdot)$  deben estar en la misma escala o si no es así, la función  $v_g(\cdot)$  debe incluir una constante para ajustar cada una de estas funciones a una misma escala. Claramente la función  $v_g(\cdot)$  es ordinal. Asimismo en un contexto multiatributo las funciones de diferencia de valor  $v_1(\cdot), v_2(\cdot), \dots, v_n(\cdot)$  representan  $n$  criterios de evaluación en vez de  $n$  miembros del grupo, y la función  $v_g(\cdot)$  representa el orden al agregar esos criterios.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3 EL MODELO DE MARKOWITZ O ANÁLISIS MEDIA-VARIANZA

#### 3.1 El problema del portafolio de inversión

Antes de 1959 prácticamente no se prestaba atención a la formación de portafolios. El análisis se limitaba a describir cuáles eran los valores que estaban sobrevaluados y aconsejar comprar un grupo de ellos.

En la década de 1950 aparece un trabajo de James Tobin que estudiando la demanda keynesiana del dinero introduce dos parámetros para las decisiones de portafolio, el retorno esperado y el riesgo; en la misma década del 50 aparece Harry Markowitz que también introduce los mismos parámetros mediante el estudio de los activos financieros en los mercados de capitales. El trabajo de Markowitz es el más conocido en el estudio del tema y es la base de la teoría moderna del portafolio. Los trabajos de Von Neumann y Morgenstern en el siglo XX y de Bernoulli en el XVIII son los antecedentes importantes de aquellos.

En el año de 1959 Harry Markowitz un especialista estadounidense de la investigación de operaciones publica su mayor obra (*Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*, Wiley, New York, 1959) que ha sido un aporte fundamental para la teoría financiera moderna. El concepto fundamental es que propone Markowitz es el de formar un conjunto de portafolios (frontera eficiente) que posean el máximo retorno dado un riesgo o que tengan el menor riesgo dado un retorno y se selecciona según el comportamiento frente al riesgo del decisor, como se verá más adelante.

*Se entiende por portafolio o cartera a una combinación de activos financieros. El problema del portafolio queda resuelto cuando se determina la combinación de activos donde se va a invertir y se definen las cantidades a invertir en cada uno de esos activos financieros.*

Las preguntas fundamentales que deben contestarse son entre otras: ¿cuáles son los objetivos principales que motivan a formar portafolios o carteras?, ¿cuáles son las características que determinan el comportamiento de los individuos en la formación de carteras?, ¿qué características deben tener los activos que se seleccionan para formar el portafolio?, ¿cuál es el monto a invertir en cada activo?

La primera pregunta fue contestada en el capítulo 1, la respuesta resumida es que el deseo de incrementar el capital motiva a formar portafolios; las otras preguntas se contestarán a través de este capítulo.

Antes de entrar en las hipótesis del modelo de Markowitz es necesario definir como se miden el retorno y el riesgo, ya que las decisiones financieras no se desarrollan en un ambiente bajo certeza.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

Al hablar de inversión se pueden distinguir en general dos situaciones, la inversión en activos financieros que es el caso cuando se habla de acciones, certificados o bonos del gobierno, futuros, opciones, swaps, etcétera, y los proyectos de inversión; en cualquier caso lo que busca el inversionista es el crecimiento de su capital inicial después de un período de tiempo de haber realizado una inversión en un proyecto o en activos financieros; en este momento es oportuno mencionar que el modelo de Markowitz se utiliza para modelar las decisiones de financiamiento (específicamente de inversión en activos financieros).

#### 3.2 Retorno y volatilidad

Para el caso de activos financieros la medida de la ganancia o incremento del capital inicial se le conoce como *retorno de la inversión* y se define del siguiente modo:

$$r_t = (P_t - P_{t-1}) + C_t$$

donde  $r_t$  = retorno del activo financiero para el período  $t$ ;

$P_t$  = precio de mercado del activo financiero en el tiempo  $t$ ;

$C_t$  = ingreso renta líquida debida a la posesión del activo financiero durante el período  $t$ .

obviamente existe incremento del capital inicial si el retorno de la inversión es mayor a cero ( $r_t > 0$ ). En el caso de las acciones no se conocen de antemano  $P_t$  y  $C_t$ ; en el caso de los instrumentos de deuda se tiene generalmente que  $r_t = C_t$ .

Con el fin de realizar más fácilmente las comparaciones se utiliza una medida expresada en términos relativos: la *tasa de rentabilidad o tasa de retorno* ( $R_t$ ) definida como:

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1}) + C_t}{P_{t-1}} = \frac{r_t}{P_{t-1}}$$

#### Volatilidad de precios

El estudio de la volatilidad se refiere a la variabilidad de precios de activos que tienen un componente especulativo (entre ellos las acciones corporativas, las obligaciones, los bienes raíces y otras *commodities*). Dicho componente se debe a que el rendimiento (o el "valor" de la reclamación) es incierto.

El *quid* de la investigación financiera radica en identificar "lo que está detrás" de los movimientos diarios (o en períodos más cortos) de precios. Es decir, ¿es posible trazar lógicamente la cadena de señales que anuncian cambios en los precios a la economía?; a las innovaciones tecnológicas; a modificaciones en las preferencias de consumo; a la demografía; a los recursos naturales; a la política monetaria o a otros instrumentos de política económica? O en contraste, ¿los cambios en los precios se deben a cambios en la opinión o en la psicología de los inversionistas directos o indirectos y, por lo tanto, a cambios en "la confianza", en la credibilidad o en el "entusiasmo" de las personas?

No hay respuesta definida a esta pregunta y, para un número amplio de analistas, no importa el camino elegido, "lo que importa es el resultado". Tampoco hay respuesta definida - puesto que



### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

depende del enfoque empleado - para la pregunta inversa: ¿cómo dependen de los cambios de precios en el mercado financiero (a) la economía, la política monetaria o la política económica, o (b) las opiniones de los inversionistas o del público en general?

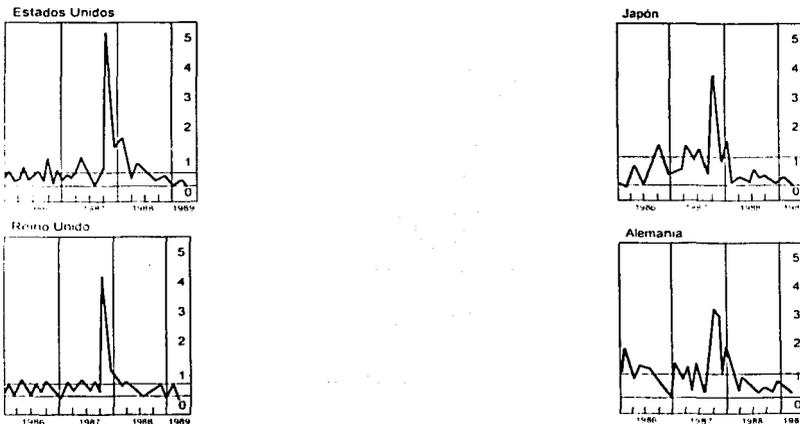
Hay tres caminos de investigación diferentes. El primero ligar la volatilidad con condiciones objetivas: el segundo vincular la subjetividad con la volatilidad. El tercero, que es el que se apunta brevemente aquí, busca describir a la volatilidad.

La volatilidad es medida de la variabilidad. Esta a su vez tiene un referente estadístico conciso: *la varianza*.

Una alta variabilidad indica volatilidad mayor. Esto indica rápidamente que existe un componente mayor de especulación que si se compara con un mercado o activo financiero de menor volatilidad.

Como ejemplo de esto la figura anexa (de los años 1986-1989) refleja que sin considerar el crack de Octubre 1987, la volatilidad más baja la tuvo el mercado accionario del Reino Unido (el LSE). Si se toma en consideración el crack de 1987 se observa que en ese periodo "el salto" mayor correspondió a EE.UU. (NYSE) y el menor a los mercados alemanes.

**Figura 2**  
**Variabilidad de los Índices Accionarios**  
**de Cuatro Principales Mercados**  
**1986 - 1989**



Fuente: Reuters

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

De este modo se supone que el retorno de un activo financiero para todo período futuro es una variable aleatoria; así pues se tiene que:

$\mu_i \equiv E(R_i)$  es la esperanza matemática del retorno (tasa de retorno) de un activo financiero  $i$ .  
 $\sigma_i \equiv \sigma(R_i)$  es la desviación estándar de la distribución de probabilidad del retorno del activo financiero  $i$ .

Para todos los activos financieros tanto  $E(R_i)$  como  $\sigma^2(R_i)$  se determinan a partir de datos históricos y de otras herramientas propias del análisis técnico; en el caso de los instrumentos de deuda del gobierno o de algunas otras instituciones se considera en términos prácticos que  $\sigma^2(R_i) = 0$ . Todo esto está sujeto a la interpretación que haga cada inversionista y cada analista de esta información objetiva.

La propuesta de que los activos siguen una distribución normal ha sido "verificada" en la práctica con muchos activos financieros y con ayuda de la estadística a lo largo de muchos años (desde los 60's) aunque debe decirse que este comportamiento normal no es perfecto. Otros autores dicen que el comportamiento de los activos financieros es fractal (Peters, 1994) porque al observar los precios de los activos para distintos horizontes de inversión aparece autosimilaridad (que es algo que caracteriza a los fractales) en el comportamiento de los precios o índices bursátiles con lo que utilizan para el análisis técnicas desarrolladas bajo este supuesto. Por otro lado hay quienes dicen que debe utilizarse una distribución de probabilidad subjetiva obtenida a partir de ciertos axiomas y con la cual se hace la toma de decisiones con ayuda de la teoría de utilidad (French, 1988).

#### 3.3 Las hipótesis del modelo de Markowitz

##### 1) Hipótesis relativas a los atributos de decisión y a la formación de la frontera eficiente.

- a) Todo inversionista utiliza dos atributos de decisión para evaluar los portafolios: el retorno esperado del portafolio  $E(R_p)$  y la varianza de ese retorno  $\sigma^2(R_p)$ .

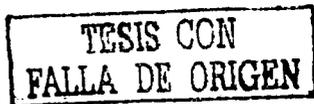
$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i E(R_i)$$

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \rho_{ij} \sigma(R_i) \sigma(R_j) = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma^2(R_i) + 2 \sum_{i < j} X_i X_j \rho_{ij} \sigma(R_i) \sigma(R_j)$$

donde las  $X_i$  son las *variables de decisión* y representan la proporción del presupuesto de inversión destinado al activo  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ); cada línea de acción puede caracterizarse por un vector  $X_i$ .

- b) Se supone independencia en preferencia<sup>5</sup> entre  $E(R_p)$  y  $\sigma^2(R_p)$ .

<sup>5</sup> Ver teoría de valor multiatributo en el capítulo 2.



### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

Se determinan todos los portafolios no dominados<sup>6</sup> con los que se forma la frontera eficiente.

2) La selección del portafolio se realiza a partir de un modelo lineal que considera el retorno esperado y la varianza del portafolio.

Se elige el portafolio que resuelve  $\min -\lambda E(R_p) + \sigma^2(R_p) \forall \lambda \geq 0$  donde el parámetro  $\lambda$  representa la tasa de sustitución del decisor entre el retorno esperado del portafolio ( $E(R_p)$ ) y la varianza del portafolio ( $\sigma^2(R_p)$ ).

Recuérdese del capítulo 2 que la existencia de una función de valor lineal  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  congruente con el sistema empírico  $(\mathcal{A}, \succeq)$  está asegurada si y sólo si se cumplen las siguientes condiciones:

- $\succeq$  es un orden débil;
- hay tasas de sustitución constantes para cada par de atributos;
- la preferencia es monótona, esto es que para cualquier  $b \in \mathbb{R}^n$  y cualquier  $k > 0$ , se tiene que  $b + ka \succ b$ ,

tal que  $a \succ 0$ ,  $a \in \mathbb{R}^n$  y donde  $0 = (0, 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^n$

En el caso del modelo de Markowitz  $\mathcal{A} = \mathbb{R}^2$  dado que se consideran solamente el retorno esperado y la varianza del portafolio. Como se muestra a continuación el modelo de Markowitz verifica a), b) y c).

a)  $\succeq$  es un orden débil.

Una relación es un orden débil si es comparable y transitiva<sup>7</sup>. Para ver que  $\succeq$  es comparable sean  $a = (E(R_a), \sigma^2(R_a))$  y  $b = (E(R_b), \sigma^2(R_b))$  dos portafolios cualquiera que pertenecen a  $\mathcal{A}$ , por lo que se presentan los siguientes nueve casos:

1. si  $E(R_a) > E(R_b)$ :

$$\sigma^2(R_a) = \sigma^2(R_b) \Rightarrow a \succeq b$$

$$\sigma^2(R_a) < \sigma^2(R_b) \Rightarrow a \succeq b$$

$$\sigma^2(R_a) > \sigma^2(R_b) \Rightarrow a \succeq b \text{ o } b \succeq a \text{ o ambas dependiendo de la actitud del decisor frente al riesgo.}$$

2. si  $E(R_a) = E(R_b)$ :

$$\sigma^2(R_a) = \sigma^2(R_b) \Rightarrow a \succeq b \text{ y } b \succeq a$$

$$\sigma^2(R_a) < \sigma^2(R_b) \Rightarrow a \succeq b$$

$$\sigma^2(R_a) > \sigma^2(R_b) \Rightarrow b \succeq a$$

3. si  $E(R_a) < E(R_b)$ :

$$\sigma^2(R_a) = \sigma^2(R_b) \Rightarrow b \succeq a$$

<sup>6</sup> Ver optimos de Pareto en el capítulo 2.

<sup>7</sup> Ver relaciones de orden en el capítulo 2.



Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

$\sigma^2(R_a) < \sigma^2(R_b) \Rightarrow a \succeq b$  o  $b \succeq a$  o ambas dependiendo de la actitud del decisor frente al riesgo.

$\sigma^2(R_a) > \sigma^2(R_b) \Rightarrow b \succeq a$ .

De 1, 2 y 3 se concluye que  $\succeq$  es comparable.

Pero también  $\succeq$  es transitiva ya que para todo  $a, b, c \in \mathcal{A}$  tales que

$$a \succeq b \text{ y } b \succeq c \Rightarrow \begin{aligned} -\lambda(E(R_a)) + \sigma^2(R_a) &\leq -\lambda(E(R_b)) + \sigma^2(R_b) \\ \text{y } -\lambda(E(R_b)) + \sigma^2(R_b) &\leq -\lambda(E(R_c)) + \sigma^2(R_c) \end{aligned}$$

de donde  $-\lambda(E(R_a)) + \sigma^2(R_a) \leq -\lambda(E(R_c)) + \sigma^2(R_c) \Rightarrow a \succeq c \therefore \succeq$  es transitiva.

Como  $\succeq$  es comparable y transitiva se sigue que  $\succeq$  es un orden débil.

**b) hay tasas de sustitución constantes para cada par de atributos.**

Recordar que la tasa de sustitución entre el atributo  $i$  y el atributo  $j$  ( $\tau_{ji}$ ) para una función lineal  $v$  está dada por:

$$\tau_{ji} = \frac{\frac{\partial v}{\partial a_i}}{\frac{\partial v}{\partial a_j}}$$

En el modelo de Markowitz solo hay dos atributos (retorno y varianza) y la función que determina las preferencias es  $v(E(R_p), \sigma^2(R_p)) = -\lambda(E(R_p)) + \sigma^2(R_p)$ , entonces:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial E(R_p)} &= -\lambda \\ \frac{\partial v}{\partial \sigma^2(R_p)} &= 1 \end{aligned}$$

por tanto  $\tau_{\sigma^2(R_p), E(R_p)} = \frac{\frac{\partial v}{\partial E(R_p)}}{\frac{\partial v}{\partial \sigma^2(R_p)}} = -\lambda$ , donde  $\lambda$  es un valor constante positivo, definido para cada individuo y determina las preferencias de éste individuo entre los distintos portafolios: en este caso se tiene que dado un  $\lambda$ ,  $(E(R_p), \sigma^2(R_p)) \sim (E(R_p) - k, \sigma^2(R_p) - \lambda k) \forall k \in \mathbb{R}$ .

cada individuo y determina las preferencias de éste individuo entre los distintos portafolios: en este caso se tiene que dado un  $\lambda$ ,  $(E(R_p), \sigma^2(R_p)) \sim (E(R_p) - k, \sigma^2(R_p) - \lambda k) \forall k \in \mathbb{R}$ .

**c) la preferencia es monótona, esto es que para cualquier  $b \in \mathbb{R}^n$  y cualquier  $k > 0$ , se tiene que  $b + ka > b$ ,**

tal que  $a > 0$ ,  $a \in \mathbb{R}^n$  y donde  $0 = (0, 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^n$

Para el modelo de Markowitz sean  $a = (E(R_a), \sigma^2(R_a))$  y  $b = (E(R_b), \sigma^2(R_b))$ ,  $0 = (0, 0)$  y  $k > 0$ .

Como  $a > 0 \Rightarrow -\lambda(E(R_a)) + \sigma^2(R_a) < -\lambda(0) + 0$

$$\Rightarrow -\lambda(kE(R_a)) + k\sigma^2(R_a) < 0$$

$$\Rightarrow -\lambda(kE(R_a)) + k\sigma^2(R_a) - \lambda(E(R_b)) + \sigma^2(R_b) < -\lambda(E(R_b)) + \sigma^2(R_b)$$

$$\Rightarrow -\lambda(E(R_b)) + kE(R_a) + \sigma^2(R_b) + k\sigma^2(R_a) < -\lambda(E(R_b)) + \sigma^2(R_b)$$

$$\therefore b + ka > b$$



### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

de donde se concluye que la preferencia es monótona.

El modelo de Markowitz es de diferencia de valor

En el caso del modelo de Markowitz si para los portafolios  $a, b, c$  y  $d$  ocurre que

$$v(a) - v(b) \leq v(c) - v(d)$$

no puede decirse que se prefiere el portafolio  $a$  sobre el  $b$  más de lo que se prefiere el  $c$  sobre el  $d$ , aún cuando se trate de una escala intervalo porque  $(a \leftarrow b) \succeq_e (c \leftarrow d)$  no tiene significado para el decisor ya que el modelo de Markowitz simplemente *ordena* los portafolios según las preferencias de éste, y por tanto no se trata de una función de diferencia de valor<sup>8</sup>. Sin embargo, la estructura lineal del modelo hace que las funciones marginales respecto del retorno y la varianza sean de diferencia de valor, esto es:

$$\begin{aligned} v_{E(R_p)}(E(R_p)) &= -\lambda E(R_p) \\ &\text{y} \\ v_{\sigma^2(R_p)}(\sigma^2(R_p)) &= \sigma^2(R_p) \end{aligned}$$

son funciones de diferencia de valor.

Como acaba de verse, las funciones marginales respecto del retorno,  $v_{E(R_p)}(E(R_p)) = -\lambda E(R_p)$  y respecto de la varianza,  $v_{\sigma^2(R_p)}(\sigma^2(R_p)) = \sigma^2(R_p)$  son funciones de diferencia de valor. Si

$$v_R(v_1, \dots, v_n) = \sum_{k=1}^n v_k \Rightarrow \frac{\partial v_R}{\partial v_i} = 1 > 0 \forall i \text{ por lo que cumple la condición del teorema de Keeney}^9,$$

más aún, la función  $v_g(\cdot)$  es de diferencia de valor.

En el modelo de Markowitz se tiene:

$$v_R(v_{E(R_p)}, v_{\sigma^2(R_p)}) = v_{E(R_p)} + v_{\sigma^2(R_p)} = -\lambda E(R_p) + \sigma^2(R_p)$$

de este modo para cualquier conjunto de portafolios  $a, b, c$  y  $d$  en el conjunto de alternativas (caracterizados por su retorno esperado y su varianza) se tiene que

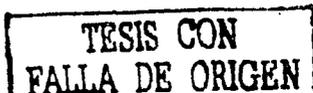
$$a \succeq b \Leftrightarrow v_R(a) \leq v_R(b)$$

$$(a \leftarrow b) \succeq_e (c \leftarrow d) \Leftrightarrow v_R(a) - v_R(b) \leq v_R(c) - v_R(d)$$

donde  $(a \leftarrow b) \succeq_e (c \leftarrow d)$  representa para el decisor que el intercambio del portafolio  $b$  por el  $a$  es al menos tan preferido como el intercambio del portafolio  $d$  por el  $c$ ; claramente el portafolio a seleccionar es aquel que haga mínima a  $v_g(\cdot)$ ; como se observa es el mismo modelo de Markowitz simplemente se da significado a la fuerza de preferencia entre portafolios, por lo que se concluye que simplemente dando significado al intercambio entre portafolios se determina una función de diferencia de valor.

<sup>8</sup> En las siguientes páginas se verá que el modelo de Markowitz es una función cardinal (de diferencia de valor), simplemente falta darle significado al intercambio entre portafolios.

<sup>9</sup> Ver decisiones en grupo en el capítulo 2



Para concluir este punto, el modelo de Markowitz se propuso como una simple función ordinal y así se ha utilizado, pero debido a su estructura lineal donde incluye funciones de diferencia de valor para el retorno esperado y la varianza se tiene, como acaba de verse que va más allá de una función ordinal ya que es una función cardinal o de diferencia de valor. Este resultado junto con el teorema de Keeney sirve para extender el modelo de Markowitz cuando se trata de un grupo de inversionistas como se muestra en la sección 3.5.

### 3.4 La convexidad del conjunto de alternativas y su relación con el modelo de Markowitz.

Ver figuras (I)-(IV) en la página 3-9 para la lectura de los siguientes párrafos.

Cuando solamente se manejan activos riesgosos puede ocurrir que el conjunto de alternativas sea convexo o que el conjunto de alternativas sea no convexo.

En caso de convexidad en el conjunto de alternativas la frontera eficiente tiene la forma que se muestra en la figura (I); la solución del problema es la elección del portafolio A que se obtiene a partir de la intersección de la frontera eficiente con la función lineal de Markowitz  $\min -\lambda E(R_p) + \sigma^2(R_p) \forall \lambda \geq 0$  (en las figuras (I) a (IV) la función lineal de Markowitz está representada por el segmento de recta II); la única excepción ocurre cuando la frontera eficiente es un segmento de recta cuya pendiente coincide con la pendiente de la función lineal de Markowitz ( $\lambda$ ), porque se tiene toda la frontera eficiente como solución.

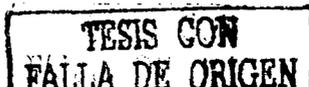
Cuando no hay convexidad en el conjunto de alternativas ocurre una de dos situaciones: El primer caso es el de la figura (II) muestra el conjunto eficiente proveniente de un conjunto no convexo; en este caso la solución es elegir el portafolio B, obtenido de la misma manera que en el caso de la figura(I). El segundo caso es el de la figura (III) donde la recta II toca más de un punto del conjunto eficiente (en este caso los puntos C y D); aquí el modelo de Markowitz ofrece más de una solución; esta situación puede resolverse de tres formas:

- 1) Con la solución múltiple ofrecida por el modelo de Markowitz incorporar otros atributos de evaluación cuantitativos o cualitativos (liquidez, bursatilidad, etc.) y hacer uso de un método de sobreclasificación como alguno de los ELECTRE<sup>10</sup>.
- 2) Cambiar a otro método para solucionar el problema del portafolio de inversión (utilidad esperada, safety- first, etc).
- 3) Si existe la posibilidad de negociar instrumentos a una tasa libre de riesgo ( $r_f$ ) se presenta el caso de la figura (IV) (idéntica a la figura (III) excepto por la inclusión de  $r_f$ ) en que la nueva frontera eficiente es la recta que pasa por M (el portafolio de mercado)<sup>11</sup> y por  $(0, r_f)$ , a esta recta se le conoce como recta de mercado de capital (CML en inglés). Dado que todo portafolio eficiente P pertenece a la CML la relación entre retorno esperado y riesgo (varianza) es lineal para ese portafolio P:

$$E(R_p) = r_f + \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma^2(R_M)} \sigma^2(R_p)$$

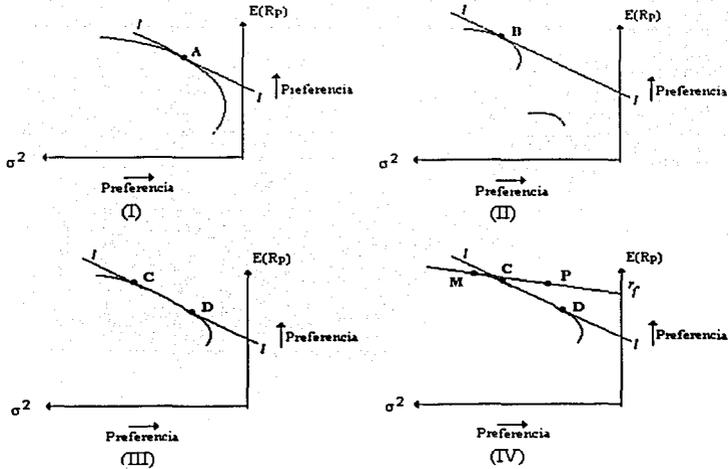
<sup>10</sup> Ver métodos de sobreclasificación en el capítulo 4 de este trabajo.

<sup>11</sup> Ver el teorema de separación en la sección 3.6 de este capítulo.



### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

De este modo la solución se obtiene mediante la intersección de las rectas CML y  $II_i$ .



#### 3.5 El modelo de Markowitz en el caso de un grupo de inversionistas

Supóngase que hay un grupo de individuos que van a reunir una cantidad de dinero con aportación de todos para invertirlo en valores; asimismo todos aceptan los axiomas del teorema de Arrow en la agregación de sus preferencias y usan el modelo de Markowitz para definir sus preferencias individuales. Lo siguiente es una aplicación del modelo de Markowitz y del teorema de Keeney para decisiones en grupo.

Considérese que hay  $n$  individuos aportando fondos para realizar la inversión; como cada uno sigue el modelo de Markowitz, se tiene la siguiente función de diferencia de valor para el individuo  $i$ :

$$v_i(E(R_p), \sigma^2(R_p)) = -\lambda_i E(R_p) + \sigma^2(R_p)$$

al sumar para toda  $i$  se tiene entonces que el modelo de Markowitz para grupo es

$$V_g(v_1, \dots, v_n) = \sum_{i=1}^n \mu_i (-\lambda_i E(R_p) + \sigma^2(R_p))$$

donde  $\mu_i$ <sup>12</sup> es un factor para referir cada una de las funciones de valor individuales a una misma escala y  $\lambda_i$  es la tasa de sustitución para cada individuo entre varianza y retorno

<sup>12</sup> En general la diferencia de valor entre la mejor y la peor alternativa es distinta para cada individuo por lo que debe usarse un factor de escala que refiera esta diferencia máxima de cada función a una sola escala.

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

esperado. Así la función  $V_g(\cdot)$  representa las preferencias del grupo para cada portafolio con retorno esperado y varianza definidos y debe seleccionarse aquel que haga mínima a  $V_g(\cdot)$ . Es importante remarcar que aquí no interviene la forma de repartir las ganancias si las hubiere entre cada uno de los miembros del grupo, y puede seguirse cualquier regla de repartición de ganancias que convenga a los intereses del grupo.

#### 3.6 Algunas consideraciones de tipo estadístico y operativo del modelo de Markowitz

##### Diversificación

Diversificación es un concepto muy importante en finanzas y tiene que ver con reducir el riesgo involucrado en el portafolio y por tanto reducir la varianza del mismo y consiste en aumentar el número de valores o activos que entran en la formación del portafolio. Es importante recordar que para llegar a esta conclusión se supone que cualquier pareja de activos financieros están correlacionados. Esto es que los retornos de diferentes activos financieros no fluctúan independientemente los unos de los otros: es decir, tienen covarianzas no nulas.

$COV(R_i, R_j) = \rho_{ij} \sigma(R_i) \sigma(R_j) \neq 0$  para todo  $i, j$ ;  $-1 \leq \rho_{ij} \leq 1$

$\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre los activos  $j$  e  $i$ .

a) si  $\rho_{ij} = 1 \forall i, j$  se tiene:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma^2(R_i) + 2 \sum_{i < j} X_i X_j \sigma(R_i) \sigma(R_j)$$

de donde se observa que la varianza del portafolio aumenta de manera proporcional con el aumento de  $X_i$ .

b) si se consideran dos activos tales que  $\rho_{12} = -1$  se tiene:

$$\sigma^2(R_p) = X_1^2 \sigma^2(R_1) + X_2^2 \sigma^2(R_2) - 2X_1 X_2 \sigma(R_1) \sigma(R_2)$$

como  $X_2 = 1 - X_1$  se tiene

$$\sigma^2(R_p) = X_1^2 (\sigma^2(R_1) + \sigma^2(R_2) + 2\sigma(R_1)\sigma(R_2)) - 2X_1(\sigma^2(R_2) + \sigma(R_1)\sigma(R_2)) + \sigma^2(R_2)$$

las solución de la ecuación anterior es una raíz múltiple dada por:

$$X_1 = \frac{\sigma^2(R_2) + \sigma(R_1)\sigma(R_2)}{\sigma^2(R_1) + \sigma^2(R_2) + 2\sigma(R_1)\sigma(R_2)}$$

De esto se deduce que si existe correlación negativa perfecta es posible reducir el riesgo a cero para el portafolio aún sin diversificación. Desafortunadamente en los mercados financieros reales no existen activos financieros tales que sus retornos presenten una correlación negativa perfecta; por el contrario los estudios estadísticos muestran que los retornos de los activos financieros considerados muestran una correlación débil (negativa o positiva) e incluso nula (Solnik, 2000); de todas maneras la gran mayoría de activos financieros presentan una correlación débil positiva.

Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

c) si  $-1 < \rho_n < 1$  se tiene:

Esta situación corresponde a correlaciones débiles. Se verá a continuación que en esta situación la diversificación permite reducir el riesgo del portafolio.

**1) Propiedades de la varianza de una suma de variables aleatorias no correlacionadas**

Sean  $n$  variables aleatorias no correlacionadas y tales que sus retornos y varianzas son idénticas<sup>13</sup>. (Markowitz, 1991). De este modo:

$$E(R_1) = E(R_2) = \dots E(R_n) = R$$

$$\sigma^2(R_1) = \sigma^2(R_2) = \dots \sigma^2(R_n) = V$$

$$\text{cov}(R_1, R_2) = \text{cov}(R_1, R_3) = \dots \text{cov}(R_i, R_j) = \dots \text{cov}(R_{n-1}, R_n) = 0$$

Sean  $\tilde{R} = \sum_{i=1}^n R_i$  y  $\tilde{r} = \frac{\tilde{R}}{n}$ ;

por lo que:

$$\sigma^2(\tilde{R}) = nV + 2 \sum_{i < j} \text{cov}(R_i, R_j); \text{ como } \text{cov}(R_i, R_j) = 0 \forall i, j, i < j \text{ por lo que}$$

$$\sigma^2(\tilde{R}) = nV$$

$$\text{y } \sigma^2(\tilde{r}) = \frac{1}{n^2} \sigma^2(\tilde{R}) = \frac{V}{n}$$

esta última ecuación muestra la relación inversamente proporcional entre el riesgo del portafolio y el número de activos involucrados en el mismo. De esto modo se concluye que para un número infinito de activos no correlacionados, el riesgo es nulo como se muestra en la siguiente expresión:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2(\tilde{r}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{V}{n} = 0$$

**2) Propiedades de la varianza para una suma de variables aleatorias débilmente correlacionadas**

Se llama covarianza media ( $C'$ ) de una serie de variables aleatorias al cociente de la suma de todas las covarianzas distintas entre el número de covarianzas distintas.

$$C' = \frac{\text{suma de todas las covarianzas distintas}}{\text{número de covarianzas distintas}} = \frac{\sum \text{cov}}{N}$$

Si se tienen  $n$  variables aleatorias, el número de covarianzas distintas se obtiene fácilmente al observar que hay  $n-1$  covarianzas distintas por cada variable aleatoria como se ve al contarlas en la siguiente ordenación que corresponde a la variable aleatoria 1:

$$\text{cov}(R_1, R_2), \text{cov}(R_1, R_3), \dots, \text{cov}(R_1, R_i), \dots, \text{cov}(R_1, R_n)$$

como hay  $n$  variables aleatorias y teniendo en cuenta que  $\text{cov}(R_i, R_j) = \text{cov}(R_j, R_i)$ , se tiene que el número de covarianzas distintas es  $N = \frac{n(n-1)}{2}$ .

<sup>13</sup> Este argumento facilita la formulación y los resultados a los que se llega son iguales.



### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

de modo que  $C = \frac{2 \sum \text{cov}}{n(n-1)}$ .

Sean  $\bar{R} = \sum_{i=1}^n R_i$  y  $\bar{r} = \frac{\bar{R}}{n}$ ;

por lo que:

$\sigma^2(\bar{R}) = S + 2 \sum \text{cov}$ . donde S es la suma de las  $n$  varianzas

$$\sigma^2(\bar{r}) = \frac{1}{n^2} \sigma^2(\bar{R}) = \frac{S + 2 \sum \text{cov}}{n^2}$$

pero como  $2 \sum \text{cov} = n(n-1)C$  entonces:

$$\sigma^2(\bar{r}) = \frac{S + n(n-1)C}{n^2}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2(\bar{r}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)C}{n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2(\bar{r}) = 0 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)C}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2(\bar{r}) = C$$

esta última ecuación dice que el riesgo del portafolio tiene una cota mínima que es la covarianza media, considerando diversificación y que los activos tengan correlación débil, que es lo usual como se mencionó pocas páginas atrás.

A manera de resumen se puede decir que si los activos financieros tienen correlación perfecta negativa o nula (situaciones en extremo inusuales), entonces puede reducirse a cero el riesgo del portafolio sin diversificación y con diversificación respectivamente; si los activos financieros considerados tienen correlación perfecta positiva (también poco usual), el riesgo se reduce (no hasta cero) al invertir en un portafolio de un solo activo (el activo de mínima varianza); si los activos tienen correlaciones débiles tanto positivas como negativas (que es lo que ocurre en general), entonces puede reducirse el riesgo hasta su cota mínima que es la covarianza media.

La pregunta que surge naturalmente es ¿con cuántos activos financieros bastan en el portafolio para reducir el riesgo hasta la covarianza media?. Según estudios de Jacquillat y Solnik el riesgo llega a reducirse hasta un valor muy cercano a la covarianza media a partir de la inclusión de 20 activos en el portafolio, la inclusión de más activos no reduce mucho más el riesgo y si aumenta la cantidad de información requerida y el tiempo de análisis de la misma (Cobbaut, 1992). De cualquier forma se requieren muchos datos de covarianzas y de coeficientes de correlación para cada par de activos en el mercado lo que hace muy molesto y lento este análisis.

Anteriormente se recurría con mayor interés a la *diversificación internacional* que es la inversión en diferentes mercados financieros del mundo, puesto que es más factible encontrar correlaciones perfectas negativas o nulas en distintos y lejanos mercados financieros, pero

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

actualmente esta situación ha disminuido con la globalización de los mercados, ya que muchos mercados en el mundo reaccionan como extensiones de los grandes mercados financieros mundiales.

El algoritmo de la línea crítica y la frontera eficiente

Este punto trata de la forma que propone Markowitz para obtener la frontera eficiente, el algoritmo de la línea crítica. Conviene revisar algunas definiciones que propone Markowitz para llegar a la frontera eficiente.

Un portafolio se llama *legítimo* si y sólo si pertenece a la región limitada por las restricciones del problema; para el modelo básico ésta restricción es que  $X_1 + X_2 + \dots + X_n = 1$ . En el modelo estándar se aceptan restricciones de los siguientes tipos:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n a_i X_i &= k; \\ \sum_{i=1}^n b_i X_i &\geq l; \\ \sum_{i=1}^n c_i X_i &\leq m\end{aligned}$$

donde las  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $k$ ,  $l$  y  $m$  representan números reales.

Para los próximos desarrollos considérese la notación,  
 $\sigma_{ij}$ , representa la covarianza entre los retornos de los activos  $j$  e  $i$ ;  
 $\mu_i$ , representa el retorno esperado del activo  $i$ ;  
 $X_i$ , representa la fracción del portafolio invertida en el activo  $i$ ;  
 $E$ , representa el retorno esperado del portafolio;  
 $V$ , representa la varianza del portafolio.

A continuación se definen conceptos previos al de frontera eficiente para tres activos, luego para cuatro, donde se define la frontera eficiente y finalmente se generaliza para cualquier número de activos.

#### Análisis para tres activos

##### *Líneas de isoretorno*

En un análisis donde se consideran tres activos, el retorno esperado del portafolio es

$$E = X_1\mu_1 + X_2\mu_2 + X_3\mu_3.$$

Al sustituir  $X_3 = 1 - X_1 - X_2$  en la ecuación anterior se tiene,

$$E = X_1\mu_1 + X_2\mu_2 + (1 - X_1 - X_2)\mu_3$$

$$E = X_1(\mu_1 - \mu_2) + X_2(\mu_2 - \mu_3) + \mu_3$$

al fijar un valor de  $E$  y dado que las  $\mu_i$  son conocidas, se concluye que las líneas de isoretorno son líneas rectas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

Por ejemplo si  $\mu_1 = .1, \mu_2 = .05, \mu_3 = .07$  se tiene  $E = .03X_1 - .02X_2 + .07$ ; si se hace por ejemplo  $E=0.8$ , se tiene entonces:  $0.8 = .03X_1 - .02X_2 + .07$ , o equivalentemente  $0.1 = .03X_1 - .02X_2 + .07$  que es la ecuación de una recta. En la figura 2 se pueden ver también las líneas de isotorno para retornos de .05, .07, .09 y .1.

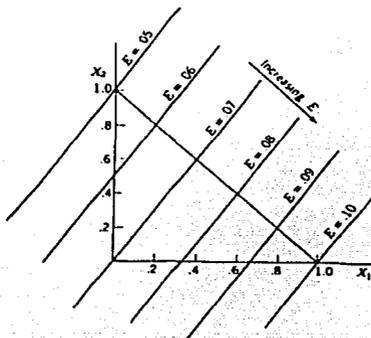


Figura 2. Líneas de isotorno.

*Líneas de isovarianza*

En un análisis donde aparecen tres activos, la varianza del portafolio es

$$V = X_1^2\sigma_{11} + X_2^2\sigma_{22} + X_3^2\sigma_{33} + 2X_1X_2\sigma_{12} + 2X_1X_3\sigma_{13} + 2X_2X_3\sigma_{23}.$$

Al sustituir  $X_3=1-X_1-X_2$  en la ecuación anterior se tiene,

$V = X_1^2\sigma_{11} + X_2^2\sigma_{22} + (1 - X_1 - X_2)^2\sigma_{33} + 2X_1X_2\sigma_{12} + 2X_1\sigma_{11}(1 - X_1 - X_2) + 2X_2\sigma_{21}(1 - X_1 - X_2)$   
y al desarrollar los cuadrados y acomodar términos se llega a que

$$V = X_1^2(\sigma_{11} - 2\sigma_{13} + \sigma_{33}) + X_2^2(\sigma_{22} - 2\sigma_{23} + \sigma_{33}) + 2X_1X_2(\sigma_{12} - \sigma_{13} - \sigma_{23} + \sigma_{33}) + 2X_1(\sigma_{11} + \sigma_{33}) + 2X_2(\sigma_{23} - \sigma_{33}) + \sigma_{33}$$

al fijar un valor de V y dado que todas las covarianzas son conocidas, se concluye que las líneas de isovarianza son familias de elipses, excepto cuando una o más de las siguientes condiciones se cumplen:

- 1)  $\sigma_{11} - 2\sigma_{13} + \sigma_{33} = 0$ ; esto sucede cuando la variable aleatoria  $(R_1 - R_3)$  tiene varianza cero; esta condición se cumple también cuando  $\sigma_{11}$  y  $\sigma_{33}$  son las dos iguales a cero o cuando  $R_1$  y  $R_3$  están perfectamente correlacionadas.



Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

- 2)  $\sigma_{22} - 2\sigma_{23} + \sigma_{33} = 0$ : esto sucede cuando la variable aleatoria  $(R_2-R_3)$  tiene varianza cero: esta condición se cumple también cuando  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{33}$  son las dos iguales a cero o cuando  $R_2$  y  $R_3$  están perfectamente correlacionadas.
- 3) que las variables aleatorias  $(R_1-R_3)$  y  $(R_2-R_3)$  tengan un coeficiente de correlación igual a 1 o -1.

Por ejemplo, si se tienen las siguientes covarianzas:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = .01.$$

$$\sigma_{33} = .04,$$

$$\sigma_{12} = .005,$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

y se considera que  $V=.01$ , se tiene,

$$0.1 = .05X_1^2 + .05X_2^2 + .09X_1X_2 - .08X_1 - .08X_2 + .04, \quad \text{que es equivalente a } .05X_1^2 + .05X_2^2 + .09X_1X_2 - .08X_1 - .08X_2 + .03 = 0.$$

La curva marcada con  $V=.01$  en la figura 3 satisface la ecuación anterior; En esta misma figura se muestran también las curvas donde la varianza del portafolio es .02, .03, y 04. La curva de isovarianza  $V=.01$  está contenida en la curva  $V=.02$ , y está contenida a su vez en la curva  $V=.03$ . A medida que  $V$  crece, las curvas de isovarianza se expanden sin ningún otro cambio en su forma general. El punto  $c$  de la misma figura es el centro del sistema de elipses

(en  $c$ ,  $X_1 = X_2 = \frac{8}{19}$ , y  $V=.006$ ). La varianza del portafolio  $V=.006$  es la mínima varianza de todos los portafolios legítimos o no legítimos para este ejemplo, esto significa que no existen curvas de isovarianza para  $V$  menor a .006, y por otro lado significa que existen curvas de isovarianza centradas en  $c$  para valores de  $V$  mayores a .006.

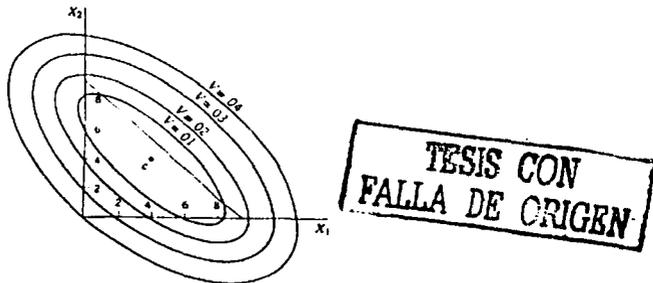


Figura 3. Líneas de isovarianza.

La línea crítica

La figura 4 tiene las gráficas de algunas líneas de isoretorno y de isovarianza para tres activos con las características mencionadas páginas atrás. Iniciando en el punto  $a$  y moviéndose sobre

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

la recta  $E=E_1$ , sucede que se tocan sucesivamente las curvas de isovarianza  $V_4, V_3, V_2, V_3, V_4$ . El retorno esperado es el mismo para todos estos portafolios dado que  $E=E_1$ , mientras que la varianza primero disminuye de  $V_4$  hasta  $V_2$  y luego crece de  $V_2$  hasta  $V_4$ ; se observa que de todos los puntos de la recta  $E=E_1$ , el de menor varianza es el punto  $b$ , donde la recta  $E=E_1$  es tangente con la curva  $V_2$ . Sobre cualquier otra recta de isoretorno ocurre también que la menor varianza aparece en el punto de tangencia entre dicha recta y una curva de isovarianza.

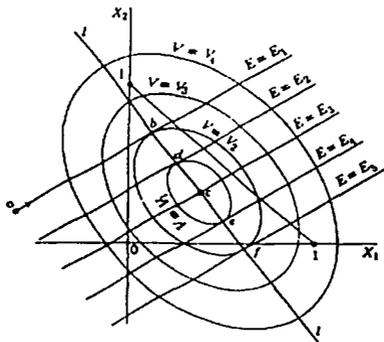


Figura 4. Línea crítica.

La recta  $ll$  se define como el conjunto de todos los puntos que minimizan la varianza para un mismo nivel de retorno; además éstos puntos, son los puntos de tangencia entre las curvas de isoretorno y las de isovarianza. A la recta  $ll$  se le conoce como línea crítica.

#### Análisis para cuatro activos

Como en el caso de tres activos aquí se considera que las curvas de isovarianza son elipsoides (las de isoretorno son planos) y esto obliga a suponer que la matriz de covarianzas de  $(R_1-R_4)$ ,  $(R_2-R_4)$  y  $(R_3-R_4)$  tienen inversa.

#### *Subespacios*

Para cuatro activos se definen 15 subespacios en los siguientes grupos:

$S_{1,2,3,4}$ : geométricamente corresponde a  $\mathbb{R}^3$ .

$S_{1,2,3}, S_{1,2,4}, S_{1,3,4}, S_{2,3,4}$ : corresponden a planos.

$S_{1,2}, S_{1,3}, S_{1,4}, S_{2,3}, S_{2,4}, S_{3,4}$ : corresponden a rectas.

$S_1, S_2, S_3, S_4$ : corresponden a puntos.

estos subespacios se definen muy fácilmente, por ejemplo  $S_{1,2,3,4}$  se define como el lugar de todos que satisfacen  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$ ;

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

$S_{1,2,3}$  se define como el lugar de todos los puntos que satisfacen  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$  y  $X_4=0$ ;

$S_{2,3}$  se define como el lugar de todos los puntos que satisfacen  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$  y  $X_1=0$ ,  $X_4=0$ ;

$S_1$  se define como el lugar de todos los puntos que satisfacen  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$  y  $X_1=0$ ,  $X_2=0$ ,  $X_3=0$ . Los demás subespacios se definen similarmente.

#### *Conjuntos críticos*

En este caso se llaman conjuntos críticos y no líneas críticas (como cuando se analizan tres activos) porque hay ocasiones en que el conjunto crítico consta de un solo punto.

$h_{1,2,3,4}$  es el conjunto crítico asociado al subespacio  $S_{1,2,3,4}$ ;

$h_{1,2,3}$  es el conjunto crítico asociado al subespacio  $S_{1,2,3}$ ;

$h_{1,2}$  es el conjunto crítico asociado al subespacio  $S_{1,2}$ ;

$h_1$  es el conjunto crítico asociado al subespacio  $S_1$ .

los conjuntos críticos asociados a los demás subespacios se denotan similarmente.

Se define  $h_{1,2,3,4}$  como el lugar de todos los puntos (portafolios)  $P$  que satisface:

- 1)  $P$  está en  $S_{1,2,3,4}$  (es decir,  $P$  satisface  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$ );
- 2) de todos los portafolios en  $S_{1,2,3,4}$  con el mismo retorno esperado que  $P$ ,  $P$  es el de menor varianza.

cuando  $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4$ , solamente un valor de  $P$  cumple las dos condiciones y el conjunto crítico consta entonces de un solo punto; cuando al menos dos  $\mu_i$  ( $i=1,\dots,4$ ) son distintas entre sí, el conjunto crítico es una línea recta (Markowitz, 1991).

Se define  $h_{1,2,3}$  como el lugar de todos los puntos  $P$  que satisface:

- 1)  $P$  está en  $S_{1,2,3}$ ;
- 2) de todos los portafolios en  $S_{1,2,3}$  con el mismo retorno esperado que  $P$ ,  $P$  es el de menor varianza.

cuando  $\mu_1=\mu_2=\mu_3$ , el conjunto crítico consta entonces de un solo punto; cuando todas las  $\mu_i$  ( $i=1,2,3$ ) son distintas entre sí, el conjunto crítico es una línea recta.

Se define  $h_{1,2}$  como el lugar de todos los puntos  $P$  que satisface:

- 1)  $P$  está en  $S_{1,2}$ ;
- 2) de todos los portafolios en  $S_{1,2}$  con el mismo retorno esperado que  $P$ ,  $P$  es el de menor varianza.

cuando  $\mu_1=\mu_2$ , y el conjunto crítico consta entonces de un solo punto; si  $\mu_1 \neq \mu_2$  son distintas entre sí, el conjunto crítico es el mismo subespacio  $S_{1,2}$  por lo que es una recta.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

El conjunto crítico  $I_1$  es el mismo subespacio  $S_1$  por lo que es un punto<sup>14</sup>.

#### Portafolios eficientes

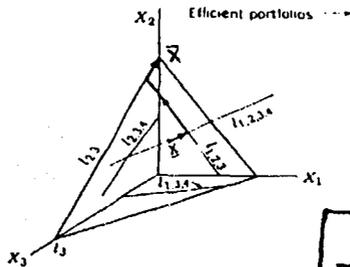
Un portafolio  $P$  es *eficiente* si cumple las tres siguientes condiciones<sup>15</sup>:

- $P$  es un portafolio legítimo;
- si cualquier otro portafolio tiene un mayor retorno que  $P$ , tiene también una mayor varianza que  $P$ .
- si cualquier otro portafolio tiene una menor varianza que  $P$ , tiene también un menor retorno que  $P$ .

Al conjunto de todos los portafolios eficientes de un problema de inversión se le llama *frontera eficiente*.

El algoritmo propuesto por Markowitz para encontrar todos los portafolios eficientes es el siguiente:

- 1) Para portafolios legítimos se establece el punto de mínima varianza; sea  $X$  este punto. Con las curvas de isovarianza se determina este punto.
- 2) Se determina la dirección de crecimiento del retorno esperado y se determina el portafolio legítimo de máximo retorno; sea  $X'$  este punto. Con las curvas de isoretorno se logra esto.
- 3) Se determinan los conjuntos críticos de cada subespacio.
- 4) Se parte desde  $X$  en la dirección de crecimiento del retorno hasta tener intersección con un conjunto crítico; se avanza sobre éste conjunto crítico en la dirección de crecimiento del retorno hasta tener intersección con otro conjunto crítico; se repite este procedimiento hasta llegar al punto  $X'$ .
- 5) Los segmentos de recta recorridos (el camino seguido) forman la frontera eficiente del problema. Ver figura 5.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

<sup>14</sup> Los otros conjuntos críticos se definen de manera similar.

<sup>15</sup> Ver en este mismo trabajo lo concerniente al conjunto de Pareto en el capítulo 2.

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

#### Análisis que involucra cualquier número de activos

El caso general se fundamenta en el análisis de cuatro activos. Las características básicas son:

- 1) Definición y notaciones de los subespacios.
- 2) Definición y notaciones de los conjuntos críticos.
- 3) Se encuentra la frontera eficiente "viajando" desde  $X$  hasta  $X$  según el algoritmo definido para cuatro activos.
- 4) Finalmente el portafolio eficiente seleccionado es el que se obtiene de la intersección entre la curva de la frontera eficiente y la curva de indiferencia más preferida para el decisor.

Si se consideran activos sin riesgo, es decir activos que tengan la tasa de interés pura (como los bonos del gobierno entre otros instrumentos) se utiliza el mismo algoritmo para la construcción de la frontera eficiente. Es claro que este activo sin riesgo pertenece a la frontera eficiente.

Para aplicar decentemente este algoritmo se requiere de las herramientas computacionales. Para poner en práctica este algoritmo y solucionar el problema del portafolio de inversión se utilizan entre otras técnicas:

- Programación dinámica
- Técnicas de Monte Carlo
- Programación cuadrática

Los problemas básico y estándar

Se llama *el problema básico del portafolio* al siguiente programa:

$$\min -\lambda E(R_p) + \sigma^2(R_p) \quad \forall \lambda \geq 0$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n X_i = 1$$

ya se sabe que  $\lambda$  es la tasa constante de sustitución del decisor entre el retorno y la varianza. Pueden incluirse en el problema básico las restricciones que se requieran mientras sean igualdades<sup>10</sup>, teniendo en cuenta también que se complica el procesamiento de datos mientras más restricciones aparecen.

Para solucionar el programa anterior puede asignarse un valor numérico al parámetro  $\lambda$  y luego resolver el problema obteniendo los valores de las  $X_i$ . Un problema de proceder de este modo es que proporciona solamente un portafolio eficiente y debe repetirse el procedimiento una y otra vez hasta tener un número apropiado de portafolios eficientes para poder decidir. Para evitar esto el parámetro lambda puede incluirse explícitamente en los cálculos.

#### Solución al problema básico

El problema básico tiene la forma:

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

<sup>10</sup> Para otro tipo de restricciones ver las condiciones de Kuhn-Tucker.

Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

$$\min -\lambda E(R_p) + \sigma^2(R_p)$$

$$\text{donde } E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i E(R_i)$$

$$\text{y } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma^2(R_i) + 2 \sum_{i < j} X_i X_j \rho_{ij} \sigma(R_i) \sigma(R_j)$$

$$\text{s.a. } \sum_{i=1}^n X_i = 1$$

para resolverlo se minimizará la expresión lagrangiana siguiente donde  $\lambda_L$  es un multiplicador de Lagrange<sup>17</sup>.

$$\min Z = -\lambda E(R_p) + \sigma^2(R_p) + \lambda_L (1 - \sum_{i=1}^n X_i)$$

tomando derivadas parciales e igualándolas a cero se tiene:

$$\frac{\partial Z}{\partial X_1} = -\lambda E(R_1) + 2X_1\sigma_{11} + 2X_2\sigma_{12} + \dots + 2X_n\sigma_{1n} - \lambda_L = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial X_2} = -\lambda E(R_2) + 2X_2\sigma_{22} + 2X_1\sigma_{21} + \dots + 2X_n\sigma_{2n} - \lambda_L = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial X_n} = -\lambda E(R_n) + 2X_n\sigma_{nn} + 2X_1\sigma_{n1} + \dots + 2X_{n-1}\sigma_{nn-1} - \lambda_L = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda_L} = 1 - \sum_{i=1}^n X_i = 0$$

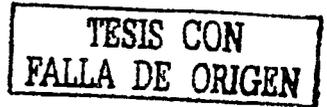
representando esto en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} 2\sigma_{11} & 2\sigma_{12} & \dots & 2\sigma_{1n} & -1 \\ 2\sigma_{21} & 2\sigma_{22} & \dots & 2\sigma_{2n} & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2\sigma_{n1} & 2\sigma_{n2} & \dots & 2\sigma_{nn} & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \\ \lambda_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda E(R_1) \\ \lambda E(R_2) \\ \dots \\ \lambda E(R_n) \\ 1 \end{bmatrix}$$

en forma compacta  $CX = k$  de donde  $X = C^{-1}k$  siempre y cuando la matriz de covarianzas  $C$  sea no singular: de lo anterior se sigue que

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \\ \lambda_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1\lambda \\ a_2 + b_2\lambda \\ \dots \\ a_n + b_n\lambda \\ a_{n+1} + b_{n+1}\lambda \end{bmatrix}$$

donde las  $a_i$  y las  $b_i$  son constantes que dependen de la inversa de la matriz de covarianzas y de los retornos esperados de los activos considerados en el portafolio y  $\lambda$  es el parámetro descrito



<sup>17</sup> Si se incluyen más restricciones que sean igualdades lineales se resuelve por medio del método de los multiplicadores de Lagrange. Se procede de igual modo tomando derivadas parciales de la función objetivo para cada variable de interés y para cada multiplicador y resolviendo para las  $X_i$  y para cada multiplicador.

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

anteriormente. Para cualquier valor dado de  $\lambda$  los valores de las variables de interés (las  $X_i$ ) se obtienen directamente de la igualdad anterior.

La unicidad de la solución depende de dos cosas: 1) que existan tantas ecuaciones lineales como variables y 2) que la matriz  $C$  de covarianzas sea no singular.

Si la matriz  $C$  es singular entonces la fila  $i$  es múltiplo de la fila  $j$ . Si  $k$  representa cualquier columna esto queda expresado por  $\sigma_{ik} = m\sigma_{jk} \forall k$ , donde  $m$  es un número cualquiera. Como  $\sigma_{ik} = \rho_{ik}\sigma_i\sigma_k \forall i, k \Rightarrow \rho_{ik}\sigma_i\sigma_k = m\rho_{jk}\sigma_j\sigma_k \forall k$ ; si  $k=j$  y acomodando términos se tiene:

$$\rho_{ij} = \frac{m\sigma_j}{\sigma_i}; \text{ pero } \rho_{jj}=1 \forall j, \text{ por lo que}$$

$$\rho_{ij} = \frac{m\sigma_j}{\sigma_i} \dots\dots(1);$$

si  $k=i$  se tiene:

$$\rho_{ji} = \frac{m\sigma_j}{\sigma_i}; \text{ pero } \rho_{ii}=1 \forall i \text{ y } \rho_{ji}=\rho_{ij} \forall i, j \text{ por lo que}$$

$$1 = \frac{m\sigma_j}{\sigma_i} \dots\dots(2)$$

comparando las ecuaciones (1) y (2) se tiene que  $\rho_{ij} = \frac{1}{\rho_{ji}} \Leftrightarrow \rho_{ij} = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \right\}$ , es decir, que si la

matriz  $C$  es singular entonces existen al menos un par de activos donde sus retornos esperados están perfectamente correlacionados (positiva o negativamente) y por lo tanto bajo esta situación la solución está indeterminada. Afortunadamente es casi imposible que un par de activos financieros tengan correlación perfecta como se mencionó en la sección anterior.

#### El teorema de separación

El procedimiento descrito sirve también cuando se incluyen en el análisis activos sin riesgo. Este análisis se simplifica bastante y lleva a un resultado que se conoce como teorema de separación cuando se cumplen las siguientes condiciones: 1) se pueden negociar instrumentos ("borrow" o "lend") a una tasa libre de riesgo (bono del gobierno u otro instrumento similar) y 2) que la única restricción sea que el presupuesto a invertir se invierta en su totalidad

$$\left( \sum_{i=1}^n X_i = 1 \right).$$

Considérese el problema básico sin ninguna restricción adicional que la ya mencionada. Sea 1 el activo o instrumento libre de riesgo, esto implica que

$$\sigma_{1i} = \sigma_{i1} = 0 \forall i$$

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

y que  $E(R_i) = p$  donde  $p$  es la tasa de interés pura o libre de riesgo.

Con esta información se sustituyen los valores correspondientes en la ecuación matricial  $CX=k$  quedando de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 2\sigma_{22} & \dots & 2\sigma_{2n} & -1 \\ 0 & 2\sigma_{n2} & \dots & 2\sigma_{nn} & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_n \\ \lambda_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda p \\ \lambda E(R_2) \\ \lambda E(R_n) \\ 1 \end{bmatrix}$$

la primera ecuación requiere que  $(-1)\lambda_i = \lambda p \Rightarrow \lambda_i = -\lambda p$ .

la  $i$ -ésima ecuación requiere que  $2\sigma_{i2}X_2 + \dots + 2\sigma_{in}X_n - \lambda_i = \lambda E(R_i) \forall i, 2 \leq i \leq n$

como  $\lambda_i = -\lambda p \Rightarrow 2\sigma_{i2}X_2 + \dots + 2\sigma_{in}X_n = \lambda(E(R_i) - p) \forall i, 2 \leq i \leq n$ .

De esta última expresión se forma el siguiente sistema de  $n-1$  ecuaciones y  $n-1$  variables como se muestra

$$\begin{bmatrix} 2\sigma_{22} & \dots & 2\sigma_{2n} \\ 2\sigma_{n2} & \dots & 2\sigma_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda(E(R_2) - p) \\ \lambda(E(R_n) - p) \end{bmatrix}$$

La solución (los valores de  $X_2$  a  $X_n$ ) requiere la inversión de la matriz de covarianzas. Para obtener el valor de  $X_1$  se usan los valores de  $X_2$  a  $X_n$  y la restricción  $\sum_{i=1}^n X_i = 1$ . Este valor de  $X_1$  indica la forma de negociar con el activo libre de riesgo. Si  $X_1 < 0$  indica que debe "venderse" (borrowing) el activo sin riesgo; si  $X_1 > 0$  indica que debe invertirse o "comprarse" (lending) un activo sin riesgo; si  $X_1 = 0$  indica que no se requiere de la participación del activo sin riesgo.

Los valores solución de  $X_2$  a  $X_n$  tienen la forma siguiente:

$\begin{bmatrix} X_2 \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_2 \lambda \\ h_n \lambda \end{bmatrix}$  donde las  $h_i$  son constantes y  $\lambda$  es el parámetro que representa las actitudes del inversionista al confrontar retorno y riesgo.

De este modo la parte del portafolio invertida a riesgo es

$$\sum_{i=2}^n X_i = \sum_{i=2}^n h_i \lambda = \lambda \sum_{i=2}^n h_i$$

y la proporción de estos fondos invertida en el activo riesgoso  $i$  es

$$X_i = h_i \lambda = \frac{h_i}{\sum_{i=2}^n h_i} \sum_{i=2}^n X_i$$

que es independiente de  $\lambda$ .

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

Así se ha demostrado el teorema de separación que en palabras dice que todas las proporciones en activos riesgosos son las mismas para todos los portafolios eficientes, o dicho de otro modo, que el portafolio óptimo de activos riesgosos es independiente de las actitudes del inversionista frente al riesgo. Esto es cierto siempre y cuando existan activos sin riesgo para negociar y que la única restricción sea que el presupuesto de inversión se invierta en su totalidad. A este portafolio óptimo de activos riesgosos se le conoce como el *portafolio del mercado* y la proporción invertida en un activo en este portafolio es igual a la proporción que ese activo tiene en el valor total del mercado<sup>18</sup>.

Las condiciones de Kuhn-Tucker

Si al problema básico se le añaden restricciones que incluyen igualdades y desigualdades, entonces se le conoce por el nombre de *problema estándar*; por ejemplo si no se permiten ventas en corto se añade la restricción  $X_i \geq 0 \forall i$ , o si se planea poner límites inferiores ( $L_i$ ) y superiores ( $U_i$ ) en la inversión de cada activo se incluye  $L_i \leq X_i \leq U_i \forall i$ , además de la ya conocida de invertir todo el presupuesto.

Para cualquier valor de  $\lambda$  la solución involucra tres tipos de variables:

Variables *down* para las que su valor solución se encuentran en el límite inferior:  $X_i = L_i$

Variables *in* para las que su valor solución se encuentran entre ambos límites:  $L_i \leq X_i \leq U_i$

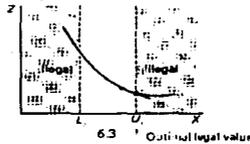
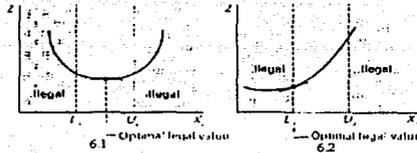
Variables *up* para las que su valor solución se encuentran en el límite superior:  $X_i = U_i$

Este análisis de portafolio requiere la selección de un conjunto de valores que hagan mínima alguna función objetivo sujeta a algunas restricciones. Las restricciones que son igualdades pueden incluirse en la función objetivo ampliada ( $Z$ ) con sus respectivos multiplicadores de Lagrange. El problema estándar contiene desigualdades como restricciones, por este motivo un valor de  $X_i$  que haga cero a  $\frac{\partial Z}{\partial X_i}$  es posible que no satisfaga esas desigualdades (ver figuras 6.1-6.3).

<sup>18</sup> La sección 3.4 de este capítulo está totalmente relacionada con el teorema de separación.



Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.



Como se muestra en la figura anterior es posible que un valor de  $X_i$  que haga cero a  $\frac{\partial Z}{\partial X_i}$  quede fuera de los límites inferior y superior por lo que la variable toma el valor  $L_i$  o el  $U_i$  (figura 6.2 y 6.3); también es posible que ese valor de  $X_i$  quede dentro de esos límites (figura 6.1). Las condiciones para una solución óptima con límites inferiores y superiores son casos especiales de un conjunto de relaciones llamadas las condiciones de Kuhn-Tucker que se muestran a continuación:

- 1) Si la acción  $i$  es *down*: 1.  $X_i = L_i$ , 2.  $\frac{\partial Z}{\partial X_i} > 0$
- 2) Si la acción  $i$  es *in*: 1.  $L_i \leq X_i \leq U_i$ , 2.  $\frac{\partial Z}{\partial X_i} = 0$
- 3) Si la acción  $i$  es *up*: 1.  $X_i = U_i$ , 2.  $\frac{\partial Z}{\partial X_i} < 0$

Las condiciones de Kuhn-Tucker se utilizan para resolver el problema estandar del siguiente modo: 1) deben *proporcionarse* las categorías de cada instrumento involucrado en el análisis (*up*, *in*, *down*), de esta propuesta de categorías y de las condiciones de Kuhn-Tucker 1.1, 2.2 y 3.1 se determinan los valores de todas las variables propuestas como *down* y *up*; la condición 2.2 se utiliza para formar la matriz de covarianzas al igual que en el problema básico; se sustituyen estos valores en las filas correspondientes de la matriz C de covarianzas, como se muestra a continuación.

Si la variable  $X_i$  se propuso *down* se sustituye la  $i$ -ésima fila de la matriz C de covarianzas por el valor correspondiente a la condición Kuhn-Tucker 1.1; si la  $X_j$  se propuso *up* entonces se sustituye la  $j$ -ésima fila de la matriz C y por el valor correspondiente a la condición Kuhn-Tucker 3.1; en las variables que se propusieron *in* no se hace ningún cambio. De este modo

### Capítulo 3. El modelo de Markowitz o análisis media-varianza.

queda un sistema de ecuaciones a resolver, al igual que en el problema básico, la solución de es la siguiente:

para toda acción *down*:  $X_i=L_i$ ;

para toda acción *in*:  $X_i=a_i+b_i\lambda$ , donde  $a_i$  y  $b_i$  son constantes que dependen de  $C$  y  $k$  y de las variables que se elijan como *down* y *up*.

para toda acción *up*:  $X_i=U_i$ .

Teniendo todas las  $X_i$  bien definidas, éstas deben verificar las condiciones de Kuhn-Tucker 1.2, 2.1 y 3.2 para que el problema esté solucionado; si al menos una de las condiciones mencionadas no se verifica, significa que se asignaron mal las categorías y debe iniciarse el proceso hasta que se cumplan todas las condiciones de Kuhn-Tucker.

Sucede también que las categorías de los activos varían al variar  $\lambda$  y esto conduce a que para cada valor de  $\lambda$  que cambie las categorías de los activos se tengan que encontrar distintos portafolios que cumplan con las condiciones de Kuhn-Tucker. A éstos portafolios se les llama "portafolios vértice" (*corner portfolio*).

Las solución al problema estandar requiere de una computadora y de un algoritmo muy bien depurado para agilizar el proceso y se obtiene la información de los *corner portfolio*; usualmente la información se limita a la composición de cada portafolio vértice, su retorno esperado y la varianza del retorno y su desviación estandar además del valor de  $\lambda$  asociado. Esta información es suficiente porque para cada par de portafolios vértice adyacentes su relación es lineal. Todo portafolio eficiente es combinación de dos portafolios vértice adyacentes (Markowitz, 1991), (Sharpe, 1970).

TESIS CON  
VALIA DE ORIGEN

## 4 OTROS ENFOQUES PARA SELECCIONAR UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN

### 4.1 Introducción

En este capítulo se presentan otras formas para resolver el problema del portafolio de inversión. Los modelos que se presentan van desde los muy simples hasta la teoría de utilidad que involucra un fundamento matemático bastante extenso y sólido. De cualquier forma lo único que intenta en este capítulo es mostrar la existencia de otros enfoques para seleccionar un portafolio sin profundizar demasiado en los conceptos.

Los modelos que se mencionarán son:

- La media geométrica del retorno
- Utilidad esperada
- Dominación estocástica
- Análisis safety-first
- Métodos de sobreclasificación (ELECTRE II)

Los modelos de dominación estocástica y el análisis safety-first están muy relacionados y pueden considerarse como variantes de la regla de la utilidad esperada.

### 4.2 La media geométrica del retorno

Una opción distinta es seleccionar el portafolio que tenga la máxima media geométrica del retorno. Por tanto la media geométrica se utiliza como una escala ordinal y tiene las características que se mencionan en el capítulo 2 de esta tesis.

Este método requiere que se asigne una distribución de probabilidad para el retorno de cada portafolio  $j$ .

La media geométrica del retorno del portafolio  $j$  ( $R_{Gj}$ ) se define mediante la siguiente expresión:

$$R_{Gj} = -1 + \prod_{i=1}^n (1 + R_{ij})^{P_i}$$

donde  $R_{ij}$  es el  $i$ -ésimo posible retorno del portafolio  $j$ ;  
y  $P_i$  es la probabilidad de que el portafolio  $j$  tenga el retorno  $i$ .

Generalmente los portafolios eficientes tienen una media geométrica del retorno muy baja. Existen dos situaciones particulares para las cuales se relaciona la media geométrica con el

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 4. Otros enfoques para seleccionar un portafolio de inversión.  
 modelo de Markowitz por un lado, y por otro con las funciones de utilidad<sup>19</sup> logarítmicas, dichas situaciones se mencionan a continuación.

Si la distribución de probabilidad del retorno es normal o log-normal, entonces el portafolio que maximiza la media geométrica es un portafolio eficiente (Elton, 1995).

Si la función de utilidad del inversionista es logarítmica, entonces el portafolio con la mayor media geométrica es el que maximiza la utilidad esperada, como se muestra a continuación.

Sea  $W_t$  la riqueza que se tiene en el tiempo  $t$ ; lo que se desea es maximizar la utilidad esperada en el tiempo  $t$ ; como las funciones de utilidad son invariantes frente a transformaciones afines positivas se tiene entonces:

$$\begin{aligned} \max E(\ln(W_t)) &\Leftrightarrow \max E(\ln(W_t) - \ln(W_{t-1})) = \max E(\ln(\frac{W_t}{W_{t-1}})) \\ \max E(\ln(\frac{W_t}{W_{t-1}})) &= \max E(\ln(1 + R_t)) \\ &= \max \sum_{\forall t} P_t \ln(1 + R_t) \\ &= \max \sum_{\forall t} \ln(1 + R_t)^{P_t} \\ &= \max \ln \prod_{\forall t} (1 + R_t)^{P_t} \Leftrightarrow \max \prod_{\forall t} (1 + R_t)^{P_t} \end{aligned}$$

Una de las características de las funciones de valor ordinal es que son invariantes frente a transformaciones crecientes; por otra parte, para que exista una función ordinal es suficiente con que el sistema empírico asociado sea un orden débil siempre y cuando el conjunto de alternativas sea finito o infinito numerable<sup>20</sup>; en el caso del problema del portafolio de inversión el conjunto de alternativas (portafolios disponibles para seleccionar) es finito.

#### 4.3 Utilidad esperada

Ver teoría de utilidad en el capítulo 2 de esta tesis.

#### 4.4 Dominación estocástica

Estos modelos tratan con funciones de utilidad que pertenecen a alguno de los siguientes dos conjuntos:

El conjunto  $H_1$  de los decisores que son insaciables respecto a la utilidad: el conjunto  $H_1$  es el conjunto de funciones de utilidad no decrecientes y no constantes para toda alternativa  $a_t$ , de utilidad esperada  $E(u)$  finita. Todas las funciones de utilidad pertenecen al conjunto  $H_1$ .

<sup>19</sup> Ver teoría de utilidad en el capítulo 2.

<sup>20</sup> Ver nota al pie 21.



#### Capítulo 4. Otros enfoques para seleccionar un portafolio de inversión.

El conjunto  $H_2$  de los decisores insaciables respecto a la utilidad pero aversos<sup>21</sup> al riesgo: el conjunto  $H_2$  es el conjunto de funciones de utilidad cóncavas que pertenecen a  $H_1$ .

Supóngase que hay dos activos (o portafolios) con riesgo y un inversionista que quiere invertir. La pregunta por contestar es ¿en qué situaciones se puede decir sin ambigüedad que el inversionista prefiere un activo riesgoso sobre otro, si lo único que se conoce del decisor es que su función de utilidad pertenece al conjunto  $H_1$  o al conjunto  $H_2$ ? Para contestar esta pregunta se introduce el concepto de *dominación estocástica*. La alternativa  $x$  domina bajo la primera regla de dominación estocástica (*First degree Stochastic Dominance*) a la alternativa  $y$ , lo que se denota por  $x$  FSD  $y$ , si todos los decisores que tienen funciones de utilidad en  $H_1$  prefieren  $x$  sobre  $y$ . Esto queda plasmado en el siguiente teorema.

*Teorema. Primera regla de dominación estocástica (FSD).* (Ortobelli, 2001).

Las siguientes relaciones son equivalentes.

En todas las relaciones  $x$  FSD  $y$

- para toda  $u(\cdot) \in H_1$ , se tiene que  $E(u(x)) \geq E(u(y))$  donde la desigualdad es estricta para alguna  $u$ .
- para todo número real  $t$ , se cumple que  $F_x(t) = P(x \leq t) \leq P(y \leq t) = F_y(t)$  donde la desigualdad es estricta para algún  $t$ .  $F_x(t)$  y  $F_y(t)$  son las funciones de distribución de  $x$  e  $y$ .
- $x \preceq y + \alpha$  donde la variable aleatoria  $\alpha \geq 0$  y  $P(\alpha > 0) > 0$ .

De igual modo se dice la alternativa  $x$  domina bajo la segunda regla de dominación estocástica (*Second degree Stochastic Dominance*) a la alternativa  $y$ , lo que se denota por  $x$  SSD  $y$ , si todos los decisores que tienen funciones de utilidad en  $H_2$  prefieren  $x$  sobre  $y$ . Esto queda plasmado en el siguiente teorema.

*Teorema. Segunda regla de dominación estocástica (SSD).* (Ortobelli, 2001).

Las siguientes relaciones son equivalentes.

En todas las relaciones  $x$  SSD  $y$

- para toda  $u(\cdot) \in H_2$ , se tiene que  $E(u(x)) \geq E(u(y))$  donde la desigualdad es estricta para alguna  $u$ .
- $E(u(x)) \geq E(u(y))$  y además para todo número real  $t$ , se cumple que  $\int_0^t F_x(p) dp \leq \int_0^t F_y(p) dp$ , donde la desigualdad es estricta para algún  $t$ .  $F_x(t)$  y  $F_y(t)$  son las funciones de distribución de  $x$  e  $y$ .
- $y \preceq x - \alpha + \epsilon$  donde la variable aleatoria  $\alpha \geq 0$ ;  $P(\epsilon \neq 0) > 0$  y  $E(\epsilon/x - \alpha) = 0$ .

En (Ortobelli, 2001) puede encontrarse más información y muchas referencias bibliográficas.

#### 4.5 Análisis safety-first

Existen varias modalidades de este análisis pero la esencia es limitar el riesgo de obtener consecuencias no satisfactorias. El análisis safety-first es menos general que el de dominación

<sup>21</sup> Ver nota al pie 21.

#### Capítulo 4. Otros enfoques para seleccionar un portafolio de inversión.

estocástica pero es más práctico y manejable. La primera regla de decisión es propuesta por Roy (Roy, 1952) y es representada por la siguiente expresión.

$$\min P(R_P < t)$$

y en palabras indica minimizar la probabilidad de que el retorno del portafolio ( $R_P$ ) sea menor que un valor real ( $t$ ) dado por el inversionista. El portafolio  $x$  será elegido si cumple la condición anterior y si además no existe otro portafolio  $z$  que lo domine según la segunda regla de dominación estocástica ( $\bar{z}$  tal que  $z$  SSD  $x$ ) para el mismo valor  $t$  y se dice que se está decidiendo según la primera regla safety-first respecto a  $t$ .

Originalmente la regla de Roy no contiene la SSD incluida aquí pero el incluirla provoca que la elección se haga sobre portafolios no dominados. La primera regla safety-first produce portafolios que pueden ser obtenidos según FSD.

Existen otras variantes (Bawa, 1978).

#### 4.6 Métodos de sobreclasificación

Los conceptos de relaciones de superación fueron propuestos por Bernard Roy y otros investigadores franceses en la década de 1960 en el método ELECTRE. Después vinieron variantes y métodos semejantes propuestos y usados por europeos (principalmente franceses y belgas) como los ELECTRE II, TRI y el PROMETHEE, entre otros. Este tipo de métodos ha sido criticado por los partidarios de la teoría de utilidad constantemente por su sobre sustento teórico.

A modo de muestra se presenta el algoritmo básico del método ELECTRE II (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) II (Barba, 1997). (Vincke, 1989). Este método lleva a una ordenación total de las alternativas.

- 1) Se definen los *critérios* de análisis según las necesidades. Supóngase que son  $q$  criterios. Estos criterios pueden ser tanto cualitativos como cuantitativos (para el caso del portafolio pueden utilizarse el retorno y la varianza como se ha visto). Algo importante para destacar es que estos métodos permiten la inclusión de criterios cualitativos lo que en los métodos anteriores no es posible, aunque después se convierten en cuantitativos.
- 2) Se asignan *pesos* ( $w_i, i=1, \dots, q$ ) a cada criterio según la importancia que tenga cada criterio para el decisor.
- 3) En este punto ya se tienen las  $n$  alternativas. Cada alternativa se evalúa para cada uno de los criterios, y se presenta esta información en la llamada *matriz de evaluación*, donde las columnas pueden ser los criterios y las filas las alternativas o viceversa, por lo que se tiene una matriz de  $q \times n$  o de  $n \times q$ . Aquí es donde los criterios cualitativos se transforman en cuantitativos, esto es que se debe asignar un número para la evaluación de cada alternativa respecto de cada criterio cualitativo.
- 4) Con la matriz de evaluación se calculan los *índices de concordancia* entre todas las alternativas distintas  $l$  y  $m$  del siguiente modo:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 4. Otros enfoques para seleccionar un portafolio de inversión.

$$C(l, m) = \frac{w^l + w^m}{w^l + w^m + w^*}$$

donde:  $w^*$  es la suma de los pesos de los criterios en los que la evaluación de la alternativa  $l$  es preferida a la evaluación de la alternativa  $m$ ;

$w^m$  es la suma de los pesos de los criterios en los que la evaluación de la alternativa  $l$  es igual a la evaluación de la alternativa  $m$ .

$w^l$  es la suma de los pesos de los criterios en los que la evaluación de la alternativa  $m$  es preferida a la evaluación de la alternativa  $l$ .

Al calcular los índices de concordancia para todo par de alternativas distintas se obtiene la matriz de concordancia de  $n \times n$ .

5) Con la matriz de evaluación de calculan los índices de discordancia entre todas las alternativas distintas  $l$  y  $m$  y se calculan del siguiente modo:

$$D(l, m) = \max \left\{ \begin{array}{l} V_i(m) - V_i(l) \quad V_i(l) - V_i(m) \\ \max\{V_i(l), S(k)\} \quad \min\{V_i(l), S(k)\} \end{array} \right\} \forall i$$

donde:  $V_i(m)$  es la evaluación de la alternativa  $m$  en el criterio  $i$ ;

$V_i(l)$  es la evaluación de la alternativa  $l$  en el criterio  $i$ ;

$S(k)$  es un parámetro que fija el analista para controlar los índices de discordancia.

si las evaluaciones de las alternativas para el criterio  $i$  son positivas se utiliza:

$$\begin{array}{l} V_i(m) - V_i(l) \\ \max\{V_i(l), S(k)\} \end{array}$$

si las evaluaciones de las alternativas para el criterio  $i$  son negativas se utiliza:

$$\begin{array}{l} V_i(l) - V_i(m) \\ \min\{V_i(l), S(k)\} \end{array}$$

6) Calculando los índices de discordancia para todo par de alternativas distintas se tiene la matriz de discordancia de  $n \times n$ . Para cada criterio el analista asigna un valor real a  $S(k)$ .

El método ELECTRE II define dos relaciones de sobreclasificación, una fuerte y una débil. En cualquier caso el analista debe definir los números siguientes:

$p^+$ ,  $p^0$  y  $p^-$  tales que  $0 < p^+ < p^0 < p^- < 1$  y

$q^+$  y  $q^0$  tales que  $0 < q^0 < q^+ < 1$

*Relación fuerte u ordenamiento fuerte ( $R_f$ ):*

Se dice que la alternativa  $l$  domina a la alternativa  $m$  si:

$$1) C(l, m) \geq p^+ \text{ y } D(l, m) \leq q^+; w^+ \geq w^- \text{ o si}$$

$$2) C(l, m) \geq p^0 \text{ y } D(l, m) \leq q^0; w^+ \geq w^-.$$

*Relación débil u ordenamiento débil ( $R_d$ ):*

Se dice que la alternativa  $l$  domina a la alternativa  $m$  si:

$$C(l, m) \geq p^- \text{ y } D(l, m) \geq q^-; w^+ \geq w^-.$$

con la información anterior se forma el grafo o red de la relación fuerte  $G_f$  y el grafo o red de la relación débil  $G_d$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 4. Otros enfoques para seleccionar un portafolio de inversión.

El procedimiento iterativo para obtener el **ordenamiento fuerte** es:

- 1) Fije  $k=0$
- 2) Seleccione las alternativas de  $y^k$  (subconjunto del grafo fuerte, donde  $y^k$  es todo el grafo fuerte) que no tengan un precedente. Sea  $D$  este conjunto.
- 3) Identifique los nodos en  $D$  que tengan arcos en el grafo débil ( $G_D$ ). Sea  $U$  este conjunto.
- 4) Seleccione aquellos nodos de  $U$  que no tengan nodos precedentes. Sea  $B$  este conjunto.
- 5) Defina  $A^k=(D-U)\cup B=(D\cap U^c)\cup B$
- 6) Defina el ordenamiento fuerte  $V^k$  de los elementos  $x$  de  $A^k$  como  $V^k(x)=k+1$
- 7) Fije  $y^{k+1}=y^k-A^k$
- 8) Si  $y^{k+1}$  es el conjunto vacío pare; si no aumente  $k$  en una unidad, esto es  $k=k+1$  y regrese a 2).

El procedimiento iterativo para obtener el **ordenamiento débil** es:

- 1) Invierta la dirección de los arcos de  $G_F$  y  $G_D$ .
- 2) Obtenga el ordenamiento  $a(x)$  para cada alternativa como el algoritmo anterior (pasos 1 a 8) (sustituya  $V^k(x)$  por  $a(x)$  en el paso 6).
- 3) El ordenamiento débil es  $V''(x)=1+\max\{a(y)-a(x)$  para toda  $x$ .

Las características para mencionar de este método son que bajo ciertas situaciones puede ser que dos alternativas sean incomparables, que la relación no sea transitiva además de que puede conducir a muchos empates en el ordenamiento final.

Los métodos aquí mencionados se presentan con la intención de mostrar que el panorama es bastante amplio en la teoría financiera, además de que existen muchos otros modelos y métodos no mencionados aquí (como el modelo de Black-Scholes para activos financieros complejos además de su aplicación en el análisis de proyectos de inversión, el modelo fractal de mercado, el teorema de negociación de Nash, etc.) para tratar diversos problemas financieros. Aunque el objetivo de esta tesis se centra en el modelo de Markowitz es importante mencionar otros enfoques y modelos que se manejan en finanzas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 5 CONCLUSIONES

- 1) El análisis media-varianza es un modelo para seleccionar un portafolio de inversión que considera dos atributos que se suponen independientes en preferencia: 1) el retorno esperado del portafolio y 2) la varianza del retorno esperado.

Acerea de inconvenientes prácticos se tiene que en el cálculo de los atributos anteriores se requiere gran cantidad de información, especialmente para la varianza (para un portafolio con 20 activos se requieren 190 coeficientes de correlación, además de las varianzas de cada activo); la información debe interpretarse dependiendo de la proximidad del mercado financiero de interés con respecto de las hipótesis de mercado eficiente, mercado perfecto y de otras consideraciones particulares.

- 2) Debido a la linealidad de la función objetivo, el modelo de preferencias de Markowitz es de diferencia de valor, pero comúnmente se ha limitado su aplicación a un simple modelo ordinal. La función objetivo del modelo de Markowitz es  $\min -\lambda E(R_p) + \sigma^2(R_p) \forall \lambda \geq 0$  donde el parámetro  $\lambda$  representa la tasa de sustitución del decisor entre el retorno esperado del portafolio ( $E(R_p)$ ) y la varianza del portafolio ( $\sigma^2(R_p)$ ).

El valor de  $\lambda$  se determina mediante un cuestionario que diseña un analista junto con el decisor (ver métodos para la construcción de una función de diferencia de valor en el capítulo 2), el proceso se detiene hasta que el decisor está convencido del valor de  $\lambda$ .

- 3) El modelo de Markowitz al ser de diferencia de valor, permite la aplicación del teorema de Keeney de decisiones en grupo con lo que se obtiene una expresión que representa las preferencias de un grupo de inversionistas con respecto a un conjunto dado de portafolios, a partir de las preferencias individuales dadas por el modelo de Markowitz sobre ese mismo conjunto de portafolios. Esta expresión está dada por:

$$V_g(v_1, \dots, v_n) = \sum_{i=1}^n \mu_i (-\lambda_i E(R_{p_i}) + \sigma^2(R_{p_i}))$$

donde  $\mu_i$  es un factor para referir cada una de las funciones de valor individuales a una misma escala y  $\lambda_i$  es la tasa de sustitución para cada individuo entre varianza y retorno esperado. Así la función  $V_g(\cdot)$  representa las preferencias del grupo para cada portafolio con retorno esperado y varianza definidos y debe seleccionarse aquel portafolio que haga mínima a  $V_g(\cdot)$ .

- 4) Los problemas que pueden presentarse en el modelo de Markowitz por la no convexidad del conjunto de alternativas quedan superados cuando existe la posibilidad de negociar instrumentos a una tasa libre de riesgo.



### Conclusiones.

Nota acerca de la BMV y su impacto en las empresas asentadas en México.

En México en el año 2003 existen aproximadamente 2.5 millones de empresas, y en la BMV cotizan aproximadamente 160 empresas en el mismo año, por lo tanto el impacto que tienen las operaciones en la BMV es mínimo para la gran mayoría de empresas que existen en México y solo pueden beneficiarse las empresas que participan en la BMV.

La BMV es un primer mercado, es decir, un mercado selectivo, generalmente definido para empresas grandes y consolidadas; ahora bien, las empresas mexicanas son en su gran mayoría micro, pequeñas y medianas empresas que no tienen acceso a la BMV por no cumplir los requisitos de éste organismo y por tanto se reducen sus opciones de financiamiento. Una idea para ampliar las opciones de financiamiento de las empresas en general, y de las micro, pequeñas y medianas empresas en particular es la organización de un tercer o cuarto mercado, un mercado OTC o un euromercado con la participación del gobierno y de la iniciativa privada. Un tercer mercado, cuarto mercado, los mercados OTC y los euromercados son mercados con requisitos menos exigentes y sin intermediación o con intermediación mínima entre otras características, de modo tal que existan más alternativas para el financiamiento de las empresas.

En Alemania, EE.UU., Japón y el Reino Unido existen ejemplos de terceros y cuartos mercados así como de mercados OTC; en cuanto a los euromercados hay ejemplos en Londres, Zurich, París, Hong Kong, Singapur, Bahrein, Bahamas, Islas Caimán, entre otros.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 6 GLOSARIO

**Acción:** Título representativo de la parte proporcional en que el titular participa en la Sociedad de Capital (Anónimas o en Comandita por acciones). Título representativo de la parte alícuota en que ha sido dividido, para facilitar la suscripción, el capital social de una compañía. Constituye a su poseedor, en proporción con el monto de acciones suscritas, en propietario y socio capitalista de la empresa. En la misma medida le confiere el derecho de voto en las asambleas generales de accionistas y pueden por lo mismo influir en la redacción, aprobación, modificación y reforma de los estatutos de la sociedad en la designación de los altos directivos y en otras decisiones importantes.

**ADR's (American Depositary Receipts):** Títulos de compañías foráneas (no americanas) cotizados en las principales plazas de los Estados Unidos y emitidos por un Banco Americano (Depositary Bank).

**Alternativa:** Posible solución para un problema de toma de decisiones.

**Análisis Fundamental:** corresponde al análisis de la empresa, del sector, de la economía, en el ámbito económico (en la economía real) en el entendido en que se presupone una relación directa y válida entre lo que ocurre (1) en el mercado de valores y lo que pasa en la economía y (2) entre el presente económico y el futuro accionario o bursátil.

**Análisis técnico:** Corresponde a la predicción o pronóstico de los movimientos accionarios con base en el pasado. En este tipo de análisis el mercado de valores es el principal objeto de estudio. En otros términos, el mercado se explica y proyecta a sí mismo. Como es natural las técnicas idóneas -o al menos- las más susceptibles de ser aplicadas son aquellas que proyectan o extienden al futuro, de manera racional, las gráficas, figuras o modelos del pasado-presente. Estas son técnicas estadísticas, probabilísticas (riesgo), matemáticas (buscando la casi-certeza), de cómputo (heurísticas; inteligencia artificial) o simplemente ad hoc (útiles por sus resultados más que por la validez y consistencia de sus planteamientos o supuestos).

**Arbitrajes:** Es el proceso de comprar y vender simultáneamente el mismo título o un título equivalente en mercados distintos, generándose ganancias por los diferenciales de precio. Cabe destacar que mientras más entes participen en el proceso de arbitraje, los diferenciales tienden a desaparecer.

**Atributo:** Característica de interés para la evaluación de una alternativa. **Criterio:** Atributo sobre el que existe una relación de preferencia independiente de la evaluación que tengan los demás atributos. **Objetivo:** 1) algo que se desea; 2) un criterio cuya preferencia aumenta en una dirección.

**Banca:** Comercio consistente en operaciones de giro, cambio, descuento, llevar cuentas corrientes, de ahorro, abrir y otorgar créditos, hacer préstamos de valores o dinero, vender y comprar efectos públicos y practicar cobros, pagos y otras operaciones de crédito por cuenta ajena.

**Banca de Inversiones:** Instituto de Crédito que tiene como objeto principal intervenir en la colocación de capitales, financiar la producción, la construcción y proyectos de inversión; participa en financiamiento de operaciones en el Mercado de Capitales.

**Banco Comercial:** Desde el punto de vista Legal: son sociedades anónimas dedicadas a

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### Glosario.

realizar las múltiples operaciones comerciales originadas por el dinero y los títulos que lo representan, considerados como mercancías, configuran, por lo tanto, entidades mercantiles que comercian con el dinero. Entre las principales operaciones que realizan los bancos son: depósitos, cuentas corrientes, cambio de monedas, transferencias, giros, descuentos préstamos y emisión de cheques. Establecimiento de origen privado o público que, debidamente autorizado por la ley, admite dinero en forma de depósito para, en unión de sus recursos propios, poder conceder préstamos, descuentos, y en general, todo tipo de operaciones bancarias.

**Bear Market:** Nombre que se le da al mercado de dinero cuando se anticipa un descenso (pesimista).

**BID:** Banco interamericano de Desarrollo. Institución de crédito intergubernamental creada para acelerar el proceso de desarrollo económico, individual y colectivo de sus países miembros; entró en vigor el 30 de diciembre de 1959.

**BIRF:** Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento. Forma el Banco Mundial junto con la Asociación Internacional de Desarrollo y su finalidad es conceder financiamiento a los gobiernos de los países prestatarios para apoyar proyectos y programas que al contribuir al incremento de la producción promueven el progreso económico y social de sus habitantes.

**Bolsa de Valores:** Mercado de capitales abierto al público de acuerdo con reglas preestablecidas donde se realizan operaciones con títulos valores a libre cotización, con el objeto de proporcionarles liquidez en el mercado secundario.

**Bono:** Es un título cuyo emisor tiene la obligación de cancelar al poseedor el monto del principal y los intereses en los casos que estos existan. Título de la deuda emitido por la Tesorería del Estado o de otra corporación pública. Documento escrito que comprueba el derecho de una persona de hacerse pagar una suma cierta de dinero, o a exigir una prestación determinada.

**Bono a descuento:** Obligación cuyo valor de emisión, o precio de cotización, es inferior al valor facial del título.

**Bono Basura o Junk Bonds:** Bonos de alto riesgo que tienen baja calificación crediticia.

**Bono Convertible:** Es un bono cuyas cláusulas permiten que este sea convertido en acción de la empresa que lo emitió a un ratio fijo de intercambio.

**Broker:** Constituye el nexo entre el comprador y el vendedor, al cobrar comisiones sobre la transacción, como remuneración de su servicio.

**Bull Market:** Se trata de un período de optimismo cuando se esperan incrementos en los precios del mercado.

**Bund:** Bono del tesoro de Alemania.

**Bursátil:** Lo relativo a las bolsas de comercio, a los valores y títulos allí negociables y a las operaciones llevadas a efecto en ellas.

**Bursatilidad:** Facilidad en la negociación de un título (Liquidez).

**Casa de Bolsa:** Sociedad o Casa de Corretaje autorizada para realizar todas aquellas operaciones de intermediación con títulos valores y actividades conexas.

**Cash Market o Mercado en Efectivo:** Término utilizado para referirse al mercado de dinero en el que los instrumentos son transados para envío inmediato contra el pago en efectivo. Se utiliza este término para diferenciarlo del mercado de futuros.

**Centro Financiero:** Es una ciudad donde debido a la regulación gubernamental favorable existente, se producen una gran cantidad de transacciones financieras.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### Glosario.

**Certificado:** Instrumento público o privado en el que se asegura la verdad de un hecho. Los emitidos para satisfacer necesidades o conveniencias de carácter oficial son expedidos y firmados por funcionarios públicos en ejercicio de sus cargos.

**Certificado de Depósito:** Colocación de fondos por un plazo de tiempo en una institución financiera. Estos títulos son negociables en el mercado secundario y por lo tanto pueden ser comprados y vendidos antes de su vencimiento.

**Commodity:** Es cualquier bien tangible. Productos como granos, metales y alimentos son "commodities" transados en los diferentes mercados internacionales.

**Contrato:** El contrato es una convención entre dos o más personas, para constituir, reglar, transmitir, modificar o extinguir entre ellas un vínculo jurídico.

**Contrato de Futuros:** Obligación de entregar y recibir productos o servicios en una fecha futura.

**Crack:** Describe un acelerado movimiento descendente de los precios Y los títulos valores operados en el mercado, debido a situaciones excepcionales.

**Cupón:** Tasa de interés asociada a un bono cuyo emisor tiene el compromiso de cancelar en las fechas previstas. La frecuencia de pago de los cupones se encuentra preestablecida al momento de la emisión del papel.

**Decisiones bajo certeza:** Decisión en que las que las consecuencias de una acción se conocen con certeza.

**Decisiones bajo incertidumbre estricta:** No se sabe nada acerca de las distribuciones de probabilidad de las consecuencias de una acción. Algunos autores (como Laplace) proponen que en estos casos se considere que las consecuencias siguen una distribución uniforme, pero con esto se cae en el ámbito de las decisiones bajo riesgo, y por ello existen posiciones que solo consideran la existencia de decisiones bajo certeza o decisiones bajo riesgo.

**Decisiones bajo riesgo:** Se conocen las distribuciones de probabilidad de las consecuencias de una acción.

**Decisor:** Individuo o grupo de individuos que tomará la decisión final; generalmente se auxilia de un analista que propone soluciones y posibles consecuencias.

**Depósitos a Plazo:** Son colocaciones realizadas en una institución financiera, a una tasa acordada, durante un tiempo determinado, generalmente superior a un mes.

**Depósitos a la vista:** Son fondos depositados en una institución financiera que pueden ser retirados en cualquier momento.

**Dinero:** Medio de pago admitido por un sistema económico. Puede ser monedas, billetes bancarios y otras formas diversas cuya característica principal es la de ser un instrumento de cambio y un depósito de valor que sirve para cancelar deuda e intercambiar bienes y servicios.

**Dividendo:** Es la cuota proporcional que corresponde a cada acción, al distribuir sus ganancias una compañía mercantil.

**Divisas:** Es la moneda extranjera, referida a la unidad del país de que se trate.

**Elección social:** Donde existen  $n$  individuos y un solo conjunto de alternativas y cada individuo ordena estas alternativas según sus preferencias para finalmente agregarlas mediante un sistema de votación.

**ELECTRE:** ELimination Et Choix Traduisant la REAlité. Uno de los métodos de sobreclasificación para toma de decisiones.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### Glosario.

**Emisión de Acciones u obligaciones:** Operación por la cual una Compañía Anónima coloca en el mercado sus acciones u obligaciones. En sentido restringido, es la elaboración material de los títulos.

**Empresa:** Asociación científica, industrial, comercial o de otra índole creada para realizar obras materiales, negocios o proyectos de importancia, concurriendo de manera común a los gastos que origina y participando también todos los miembros de las ventajas que reporte.

**Especulación:** Acto consistente en aprovechar las alzas y las bajas de cotización de los bienes sujetos a contratación en el mercado con vistas a obtener lucro. Conjunto de operaciones bursátiles que realizan los especuladores, con la esperanza de obtener un mayor beneficio en un plazo de tiempo.

**Eurobono:** Bonos emitido en el mercado europeo, fuera de las fronteras del mercado de capitales de la nación emisora. Su denominación en términos de divisa, no debe ser necesariamente la misma a la del país de origen.

**Eurodólar:** Depósitos denominados en dólares en plazas distintas a EE.UU. Son de particular importancia las plazas europeas (Londres, Luxemburgo, Zurich, París, etc.) Hong Kong, Singapur o los "paraísos fiscales" del Caribe.

**Euromonedas:** Es un depósito denominado en una moneda distinta a la moneda del centro financiero en el que se realiza el depósito. Por ejemplo, los depósitos en dólares en Bancos londinenses definen un Eurodólar; depósitos en marcos alemanes en Luxemburgo caracterizan a un Euromarco o depósitos en yenes en París corresponden a un Euroyen.

**Euromercado:** Un euromercado está mínimamente compuesto por a) un mercado de Euromonedas; b) un mercado de Eurodepósitos o Eurobonos integrado por depósitos que varían en su vencimiento de los "nocturnos" (overnight) a los que alcanzan un periodo de 3 años; y c) un mercado de Eurocréditos, de vencimiento a plazos menores de 6 meses (por lo general). En este sentido es que la mayor parte de un Euromercado se encuentra comprendido en los llamados mercados de dinero.

**Federal Reserve:** Máxima institución monetaria de los EE.UU., equivalente al Banco Central en otros países.

**Fluctuación:** Alza y baja de los cambios en los valores, divisas, etc., como consecuencia de los efectos de la oferta y la demanda. Acción de variar, modificar, alterar el valor de la moneda cuando se refiere al cambio monetario, fenómeno económico que trae consigo el alza o baja de los precios representativos en los valores contables.

**Función de diferencia de valor o función cardinal:** Es una refinación de la función de valor ordinal, además de ser una función de valor ordinal sobre las alternativas es también una función de valor ordinal sobre los intercambios de alternativas. Mide la fuerza de preferencia.

**Función de utilidad:** La función de utilidad es una relación que asocia a cada consecuencia un valor real, siendo este valor real una medida del beneficio o satisfacción que ofrece esa consecuencia al decisor en un ambiente de riesgo o incertidumbre; se considera que las preferencias del decisor crecen estrictamente junto con el crecimiento estricto de la función de utilidad (la función de utilidad es creciente).

**Función de valor ordinal:** Es una aplicación que permite modelar la preferencia sobre un sistema empírico con un sistema numérico;  $a \succeq b \Leftrightarrow v(a) \geq v(b)$

$\forall a, b \in A$ , donde  $v$  es una función de valor ordinal representando el orden débil  $\succeq$  sobre  $A$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### Glosario.

**Ganancia:** En el área del comercio, la utilidad, provecho o beneficio de orden económico que obtiene una entidad económica en sus operaciones comerciales.

**Independencia en preferencia:** Se dice que el atributo  $X$  es independiente en preferencia del atributo  $Y$  si para todo  $x, x' \in X$  ocurre que

$(x, \alpha) \succeq (x', \alpha)$  para algún  $\alpha \in Y$

$\Rightarrow (x, \beta) \succeq (x', \beta)$  para todo  $\beta \in Y$

**Interés:** Costo de oportunidad por el uso del dinero a través del tiempo. En términos aritméticos se refiere a la tasa que hace equivalente un flujo de efectivo futuro a un flujo de efectivo presente.

**Instrumentos financieros:** Una reclamación financiera se presenta de muchas formas distintas todas las cuales están especificadas. A dicha especificación se le llama instrumento.

**Instrumentos derivados:** Puede haber una obligación o el derecho de comprar o vender un activo financiero en algún tiempo futuro. Esta obligación o facultad se señala en un "contrato". El precio de estos contratos se deriva del valor del activo financiero subyacente. Por esa razón son llamados *instrumentos derivados*.

**Inversión:** Gasto monetario en la adquisición de capital fijo o capital circulante. Flujo de producción encaminado a aumentar el capital fijo de la sociedad o el volumen de existencias.

**Inversionista:** Persona natural o jurídica que hace una inversión.

**Juego:** Hay al menos dos jugadores y las decisiones de cada jugador afectan a los demás jugadores. Es una situación de interacción.

**LIBOR (London Interbank Offered Rate):** Tasa de interés interbancaria en Londres.

**Liquidez:** Disponibilidad de una institución para honrar sus obligaciones financieras sin demora.

**Líquido:** Valor real inmediatamente disponible. Dinero en efectivo, lingotes de oro o plata, monedas aceptadas como medio de pago: dólar americano, libra esterlina, etc.

**Márgen (Spread):** Diferencia entre el precio de demanda y el de oferta en la cotización de un instrumento, divisa o título. Adicionalmente, este término se usa para indicar la diferencia en el rendimiento entre dos títulos.

**Mercado:** Centro físico o virtual donde se realizan transacciones de bienes y servicios entre compradores y vendedores.

**Mercado Crediticio:** Aquel en que se fija la contratación de crédito en sus distintas variantes de a corto, medio largo plazo, tanto a escala oficial como particular.

**Mercado de Acciones:** Conjunto de transacciones de una plaza efectuada sobre títulos valores que representan partes alicuotas de capital que atribuye la condición de socio.

**Mercado de Capitales:** Aquel donde se negocian los títulos-valores que se emiten a mediano y a largo plazo (en general en plazos mayores a 1 año) incluye los títulos de la Deuda Pública, los instrumentos de mediano y largo plazo emitidos por los Institutos Financieros sometidos al régimen la Ley General de Bancos y Otros Institutos de Crédito, las obligaciones (bonos) y acciones emitidos por las Compañías Anónimas sobre régimen de la Ley del Mercado de Capitales.

**Mercado de Dinero:** Aquel donde se negocian los títulos-valores que se emiten a corto plazo (en general en plazos menores de 1 año).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### Glosario.

**Mercado de Divisas:** Es aquel que permite que la banca pueda comprar y vender billetes y monedas extranjeras (divisas), tanto para cubrir las operaciones comerciales como para fines especulativos de financiación, inversiones internacionales y de garantía.

**Mercado de Valores:** Conjunto de transacciones sobre instrumentos representativos de valores disponibles, negociables, que pueden ser objeto de comercialización y cuya regulación es propia a cada título.

**Mercado Primario:** Es aquel mercado en el cual los demandantes y los oferentes de recursos se encuentran. Cuando hay transacciones en el mercado primario se genera nuevo financiamiento.

**Mercado Secundario:** Es aquel donde muchos activos financieros de primer orden se intercambian de viejos a nuevos propietarios; estos mercados proveen liquidez para los activos financieros, haciéndolos más atractivos a los ahorradores.

**Mercado de Futuros:** Es el mercado en donde se compran y venden contratos para el envío de commodities o instrumentos en fecha futura. Término que significa la forma más perfecta de negociación de productos dentro de los mercados organizados. Consiste en Bolsas de Artículos de Consumo que se forman por las especializaciones que alcanzan los productores. Por intermedio de dichas Bolsas los hombres de negocios, profesionales, productores, trabajadores, etc., compran y venden Contratos a Futuro sobre numerosos artículos de consumo. El café, por ejemplo, posee una Bolsa especial en Nueva York. Es un mercado en el que hay una promesa de comprar o vender valores o productos en alguna fecha futura a precios que fueron fijados en la venta y la compra de la negociación. Los contratos a futuro son fijos o estandarizados en lo relativo a unidades de cantidad, requisitos de calidad

**Moneda:** Es la representación material, con valor económico, que se utiliza como instrumento de cambio comercial. Tiene poder adquisitivo y fuerza cancelatoria, representándose por ella el precio de las cosas.

**Opción:** Uno de los instrumentos derivados.

**CALL:** Es un contrato vendido a un precio, que le otorga el derecho a quien lo posee de comprar al emisor de la opción un bien subyacente a un precio indicado, durante un período establecido. Si el valor del bien subyacente es superior al precio indicado durante el período de contrato, el poseedor ejecutará la opción.

**PUT:** Es un contrato vendido a un precio, que le otorga el derecho a quien lo posee de vender al emisor de la opción un bien subyacente a un precio indicado, durante un período establecido. Si el valor del instrumento es inferior al precio indicado durante el período de contrato, el poseedor ejecutará la opción.

**Orden débil:** Relación binaria que es comparable y transitiva, representada por  $\succeq$ .

**Overnight:** Término que se refiere a las colocaciones o captaciones efectuadas en un mercado financiero por un plazo máximo de 24 horas.

**Papeles Comerciales:** Títulos valores emitidos a corto plazo (entre 15 y 270 días) por sociedades anónimas que han obtenido previamente la autorización correspondiente de la Comisión Nacional de Valores, para ofrecerlos al público.

**Portafolio:** Se entiende por portafolio o cartera a una combinación de activos financieros; el problema del portafolio queda solucionado al definir los instrumentos de inversión y el monto a invertir en cada instrumento.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### Glosario.

**Posición Corta (Irse en Corto):** Situación que se produce cuando un corredor debe entregar mayores cantidades de un título o moneda (venta), de las que posee o recibe (compra). Esto se hace, cuando se piensa que el mercado va hacia la baja.

**Posición Larga (Irse en Largo):** Situación que se produce cuando un corredor posee mayores cantidades de un título o moneda (compra), de las que debe entregar (venta). Esto se hace, cuando se piensa que el mercado va hacia la alza.

**Precio de Ejercicio (Strike Price):** Es el precio en que el poseedor de una opción puede ejercer el derecho de comprar o vender el instrumento.

**Producto financiero:** Por producto financiero se entiende simplemente un activo o una obligación o una reclamación financiera (financial claim).

**Reinversión:** Inversión de los intereses, dividendos y plusvalías producidas por una inversión previa. Representa una inversión de los beneficios.

**Relación binaria:** Es un subconjunto del producto cartesiano. Si se define a  $\mathfrak{R}$  como una relación binaria sobre un conjunto  $A$  entonces ésta puede expresarse como  $\mathfrak{R} = \{R: R \subseteq A \times A\}$ .

**Retorno (tasa de retorno, de rentabilidad o de rendimiento):** Se define mediante la siguiente expresión:

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1}) + C_t}{P_{t-1}} = \frac{r_t}{P_{t-1}}$$

$$r_t = (P_t - P_{t-1}) + C_t$$

donde  $r_t$  = retornodelactivo financiero para el periodo;

$P_t$  = preciodelmercado del activo financiero en el tiempo;

$C_t$  = ingreso o renta líquida debida a la posesión del activo financiero durante el periodo.

**Riesgo financiero:** En líneas generales, contingencia o proximidad de un daño. Conceder crédito supone otorgar confianza a un individuo o sociedad, es decir, creer en ella, una vez considerada en toda su amplitud la posición y características propias. En la actividad bancaria los riesgos son objeto de amplio estudio, dado que todo banco tiene por misión el administrar prudentemente los fondos que le son confiados por su clientela. Todo cuanto represente préstamo por parte de un banco recibe el nombre genérico de riesgo. Se trata, pues, de operaciones de activo que están sujetas a la eventualidad de que, llegado el vencimiento, el cliente no pueda asumir toda o parcialmente la obligación contraída.

**Securities:** A los instrumentos financieros de los mercados de capitales a menudo se les denomina "securities". Este término se refiere a la "seguridad" que recibe el inversionista en la forma de un certificado suscrito y signado por el emisor que describe las condiciones de un contrato con el comprador. Otra definición de security es la de una acción o un bono listado (o registrado) en un mercado financiero reconocido.

**Sistema empírico:** Se refiere al conjunto de alternativas ( $A$ ) y a las preferencias de un decisor sobre éstas; normalmente se representa con  $(\Sigma, A)$ .

**Sistema numérico:** Modela el sistema empírico por medio de una función de valor; normalmente se representa con  $(\mathbb{R}, \geq)$ .

**Spot:** Precio corriente de mercado de un instrumento o commodity.

**Swap:** Es un contrato entre dos partes que deciden intercambiar flujos monetarios durante un periodo de tiempo bajo reglas previamente establecidas. Su objetivo es mitigar las oscilaciones

#### Glosario.

de las monedas y de los tipos de interés. Se utilizan normalmente para evitar el riesgo asociado a la concesión de un crédito, a la suscripción de títulos de renta fija, (siendo el interés fijo o variable), o al cambio de divisas. El Swap, como elemento de gestión del pasivo de una empresa, permite pasar de un tipo de deuda a otra.

**Tasa de sustitución constante:** Se dice que hay una tasa de sustitución constante de  $\tau_{ij}$  :1 entre los atributos  $a_i$  y  $a_j$  si y solo si para cualquier  $a \in \mathbb{R}^q$  ocurre que

$$(a_1, \dots, a_i, \dots, a_j, \dots, a_q) \sim (a_1, \dots, a_i + \tau_{ij}k, \dots, a_j - k, \dots, a_q) \quad \forall k \in \mathbb{R}$$

**Tasas de Interés Negativa:** Ocurre cuando las tasas de interés activas del mercado bancario de un país, es inferior a la tasa de inflación presente en un mismo período.

**Teoría de decisiones:** La teoría de decisiones ofrece una estructura basada en las relaciones binarias que permite trabajar con relaciones de orden (que representan los criterios) y dependiendo del contexto de la decisión se eligen métodos de ayuda a la decisión (ordinales, cardinales, teoría de utilidad, etc.); éstos métodos proveen una metodología racional (la teoría de decisiones es normativa) para tomar una decisión varias veces satisfactoria.

Las problemáticas que se tratan y aceptan en la teoría de decisiones son:  $P_\alpha$ , que se refiere al problema de selección de un conjunto de alternativas óptimas o eficientes;  $P_\beta$ , que se refiere a clasificar las alternativas en grupos o clases preestablecidas, y la problemática  $P_\gamma$ , que se refiere a la ordenación de las alternativas según las preferencias del decisor.

**Tibor:** Es el equivalente al LIBOR en Tokio.

**Valor en Libros (Mercado de Dinero):** Es el valor a que se encuentra un instrumento en los libros contables, basado en el precio de compra y los intereses acumulados a la fecha. Este valor difiere generalmente del precio de mercado.

**Volatilidad de precios:** El estudio de la volatilidad se refiere a la variabilidad de precios de activos que tienen un componente especulativo (entre ellos las acciones corporativas, las obligaciones, los bienes raíces y otras commodities). Dicho componente se debe a que el rendimiento (o el "valor" de la reclamación) es incierto. La volatilidad es medida de la variabilidad. Esta a su vez tiene un referente estadístico conciso: la varianza.

Una alta variabilidad indica volatilidad mayor. Esto indica rápidamente que existe un componente mayor de especulación que si se compara con un mercado o activo financiero de menor volatilidad.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 7 REFERENCIAS

- Antón, J. P., 1994. *Toma de decisiones multicriterio: El enfoque ELECTRE*. Series del Instituto de Ingeniería, UNAM, N° D-38.
- Astudillo, M., Girón, A., 1994. *Conceptos Básicos de Economía*. Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Barba-Romero S., Pomerol, J. C., 1997. *Decisiones Multicriterio. Fundamentos Teóricos y Utilización Práctica*. Universidad de Alcalá.
- Bawa, V.S., 1978. *Safety-first stochastic dominance and optimal portfolio choice*. Journal Financial and Quantitive Analysis 255-271.
- Cobbaut, R., 1992. *Théorie Financière*. Economica, Paris.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., 1995. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 5<sup>ta</sup> edición, J. Wiley, New York.
- Fabozzi, F. J., Modigliani F., Michel G. F., 1996. *Mercados e Instituciones Financieras*. Trad. Margarita Gómez Escudero, Prentice Hall Hispanoamericana, México.
- French, S., 1988. *DECISION THEORY: An Introduction to the Mathematics of Rationality*. Ellis Horwood Limited, JohnWiley&Sons, New York.
- Guillén, S. T., 2002. *Relaciones Binarias*. Comunicación personal.
- Markowitz, H. M., 1990. *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*. Basil Blackwell, Oxford.
- Markowitz, H. M., 1991. *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments*. 2<sup>da</sup> edición, B. Blackwell, Cambridge.
- Mood, A. M., Graybill, F., A., Boes, D. C., 1974. *Introduction to the Theory of Statistics*. 3<sup>ra</sup> edición, McGraw-Hill: Kogakusha, Tokio.
- Ortobelli, S., Rachev, S. T., 2001. *Safety-first analysis and stable Paretian approach to portfolio choice theory*. Mathematical and Computer Modelling 34 1037-1072.
- Pascale, R., 1992. *Decisiones Financieras*. Ediciones Macchi, Buenos Aires.
- Peters, E. E., 1994. *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. J. Wiley, New York.
- Román, M. F., 1998. *Seminario De Matemáticas Aplicadas: Ingeniería Financiera*. Comunicación personal.
- Roy, A. D., 1952. *Safety-first and the holding of assets*. Econometrica 20, 431-449.
- Sharpe, W. F., 1970. *Portfolio Theory and Capital Markets*. McGraw-Hill, México.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Referencias.

Solnik, B., 2000. *International Investments*. 4<sup>ta</sup> edición. Addison Wesley, México.

Villegas, F. A., 1997. *Modelos Cuantitativos para la Selección de Portafolios de Inversión*. Tesis Maestría Facultad de Ingeniería, UNAM.

Vineke, P., 1989. *L'aide Multicritère a la Decision*. Bruxelles, Belgique: Université de Bruxelles; Paris: Ellipses.

Internet:

<http://www.elsevier.com/loetae/orms>

<http://www.bmv.com.mx>

TESIS CO.  
FALLA DE ORIGEN