



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE CIENCIAS

SIMPLIFICACIÓN DE UN MODELO DE DEPOSICIÓN DE ENERGÍA POR ELECTRONES SECUNDARIOS PARA MATERIALES CENTELLADORES

TESIS

OUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE FÍSICO.

PRESENTA:

OSCAR ESQUIVEL SOLÍS

DIRECTOR DE TESIS: DR. ARTURO ALEJANDRO MENCHACA ROCHA





Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Zazanar Nagosti Azistati it Mizir

Autorizh a la Orrección General de Bibliotecos - a la UNAM a difunder on formato, electrosico e moreso al contenido mi trabaic Second. d o NOMBRE bear Esource . م ۸ 56115 RUP

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA Jefa de la División de Estudios Profesionales de la Facultad de Ciencias Presente

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito: "Simplificación de un Módelo de Deposición de Energía por Electrones Secundarios para Materiales Centelleadores"

realizado por Esquivel Solís Oscar

con número de cuenta 9329684-7

, quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario Dr. Arturo Menchaca Roch Propietario Dr. Dany Pierre Page Rollinet Propietario Dr. Neil Charles Bruce Davidson Neil Such Suplente Dr. Ernesto Belmont Moreno Suplente M. en C. Ignacio Campos Flores

Consejo Departamental de Fisic DRA. PATRICTA COLDSTRIN MENACHE Coordinadora de Licenciatura; LENCLIS IN WE FISICA

A mi Patria,

A mi Madre,

Y a mi familia.

	وريابا والمراجع والمتعادية والمراجع
Índice	
Capítulo 1 Introducción	1
Capítulo2 Deposición de energia 2.1. El cálculo de Bohr-El caso clásico 2.2. La fórmula de Bethe-Bloch	3
Capítulo 3 Birks 3.1. Inicios 3.2. Eficiencia de centelleo 3.3. La fluorescencia total	7 8 10
Capítulo 4 Resumen experimental 4.1. Medición del poder de frenado 4.2. Otros cálculos.	12 14
Capitulo 5 Modelo de Murray y Meyer 5.1. Eficiencia de centelleo 5.2. Valores estimados de F	21 24
Capítulo 6 <i>EDSE</i> 6.1. Aproximaciones justificables 6.2. Deposición de energía 6.3. Respuesta luminosa	27 29 31
Capítulo 7 Un modelo simplificado 7.1. El escenario 7.2. El radio de saturación 7.3. Respuesta total 7.4. El modelo de M. Parlog <i>et al.</i> 7.5. Comparación con los datos experimentales 7.6. Ajustes con el modelo simplificado	37 38 41 45 48 51
Capítulo8 Conclusiones	53
Referencias	

Capítulo 1.

Introducción.

Los materiales centelladores conforman dispositivos ampliament₂ usados en la detección de partículas cargadas en la mayoría de los laboratorios del mundo. Ha habido innumerables intentos por describir la respuesta luminosa de dichos materiales, ya sean estos orgánicos o inorgánicos, sin embargo, la complejidad de los modelos al parecer ha venido en aumento conforme se ha querido entender mejor la naturaleza física de la producción de luz inducida por iones energéticos.

En realidad, la mayoría de los modelos existentes necesitan de parámetros que dependen de la identidad del ión incidente para describir los datos sobre un amplio intervalo de cargas y energías. El estudio de la interacción de la partícula incidente con el material centellador hace que se considere la deposición de energía hecha por la partícula a lo largo del material. El cálculo de la deposición de energía se describe en el capítulo 2.

Los primeros intentos para explicar el centelleo debido a materiales orgánicos se le debe a J. B. Birks, el cual observó la eficiencia de centelleo de la antraceno para distintas partículas incidentes y pudo dar la primera explicación a fondo del fenómeno.

En el capítulo 3 se dan los rasgos más importantes del modelo propuesto por Birks. En el capítulo 4 se puede ver que siguieron muchos intentos por establecer un modelo que explicara tanto el comportamiento de materiales orgánicos como el de materiales inorgánicos, fracasando la mayoría de las veces, no sólo se necesitaba un modelo distinto para cada tipo de material sino que su rango de aplicación no comprendía a partículas con Z grandes.

Un error común en estas formulaciones durante mucho tiempo fue el no entender físicamente lo que pasaba en la región de saturación en donde la relación entre la energía de la partícula cargada y la luz de salida no es lineal. A Birks le siguió años mas tarde un intento más serio por elaborar un modelo

que ajustara mejor los datos y que representara la física del fenómeno, se le debe a A. Murray y a R. Meyer el considerar un radio de saturación el cual nos permite estructurar a la deposición de energía en dos partes, dicho modelo se

describe en detalle en el capítulo 5. Cabe hacerse notar que este modelo es de gran importancia en el presente trabajo de tesis y sirvió de base para otras formulaciones, empero, de nueva cuenta este modelo requiere de cálculos muy complicados para ajustar los datos.

Los principales rasgos de EDSE, el modelo "*energy deposition by secondary electrons*" el cual se desarrolla en el capítulo 6, son preservados en el modelo simplificado el cual nosotros proponemos en este trabajo. EDSE ha probado ser muy confiable tanto para materiales orgánicos como para inorgánicos así como para un amplio intervalo de energías y partículas incidentes.

El presente trabajo que aquí se propone, en el capítulo 7, hace uso de consideraciones de altas energías con las cuales se obtiene de una manera fácil y directa el principal parámetro del modelo, el radio de saturación. El radio de saturación manejado en la perspectiva del modelo EDSE nos da de manera natural un método para calcular la respuesta luminosa de una manera fácil y analítica, librándonos así de cálculos anteriores muy complicados que además no ajustaban bien los datos. La comparación constante entre los datos experimentales y las predicciones hechas por el modelo en cuestión son de vital importancia en el estudio de los fenómenos de centelleo. En el capítulo 7 se comparan datos publicados tomados de la literatura con las predicciones hechas por el modelo simplificado; a su vez se comparan estas predicciones con las hechas por el recién publicado modelo de M. Parlog *et al.* el cual también toma como base a Murray y Meyer y a su radio de saturación. Las comparaciones se hacen tanto con la formulación general de M. Parlog como con su simplificación propuesta.

En el capítulo 8 se exploran los alcances y mejoras de la simplificación desarrollada con respecto al modelo original, así como de los problemas que resultan de considerar ciertas aproximaciones en el proceso.

Capítulo 2.

Deposición de energía.

2.1. El cálculo de Bohr- El caso clásico.

Considérese una partícula pesada con una carga Ze, masa M y velocidad v que atraviesa algún medio material y supóngase que hay un electrón atómico a una cierta distancia b de la trayectoria de la partícula, véase la figura 1. Es apropiado asumir que el electrón está libre y en reposo inicialmente, y que se mueve ligeramente durante la interacción con la partícula pesada de manera que el campo eléctrico sobre el electrón es el mismo que tenía inicialmente. Además es práctico suponer que la partícula incidente no es desviada de su trayectoria original ya que la masa de esta es mucho mayor a la del electrón.



Figura 1. Colisión de una partícula cargada pesada con un electrón atómico.

De manera que se puede calcular la energía ganada por el electrón a través de considerar el impulso *I* que recibe de la colisión con la partícula cargada. Entonces

$$I = \int F \, \mathrm{dt} = e \int E_{\perp} \, \mathrm{dt} = e \int E_{\perp} (\mathrm{d}t/\mathrm{dx}) \, \mathrm{dx} = e \int E_{\perp} \mathrm{dx}/\nu \tag{1}$$

donde por simetría solamente la componente perpendicular del campo eléctrico E_{\perp} a la trayectoria de la partícula es considerada. Para calcular la integral $\int E_{\perp} dx$ usamos la ley de Gauss sobre un cilindro de longitud infinita con centro en la trayectoria de la partícula y que pasa a través de la posición del electrón. De modo que

 $\int E_{\perp} 2\pi b \, d\mathbf{x} = 4\pi Z e$ es decir $\int E_{\perp} d\mathbf{x} = 2Z e / b$

luego entonces

$$I = 2Ze^2 / bv$$

(2)

(2a)

(3)

y la energía ganada por electrón es

$$\Delta E(b) = \frac{l^2}{2m_e} = \frac{2Z^2 e^4}{m_e v^2 b^2} \tag{4}$$

Si N_e es la densidad de electrones, entonces la energía depositada para todos los electrones ubicados a una distancia entre b y b + db en un grosor dx es

$$-dE(b) = \Delta E(b) N_e dV = \frac{4\pi Z^2 e^4 N_e db}{m_e v^2} dx$$
(5)

donde el elemento de volumen es d $V = 2\pi b db dx$. Si uno quisiera integrar (5) desde b = 0 hasta $b = \infty$ para hallar la deposición de energía total se estaría en contra de las consideraciones iniciales. Por ejemplo, colisiones a una b grande no tomarían lugar en un periodo de tiempo corto, por lo que la aproximación de impulso considerada no sería válida. De igual manera, para b = 0, se obtiene de (4) una transferencia de energía infinita, de modo que (4) no es válida para valores pequeños de *b*. Es así que nuestra integración debe ser realizada sobre ciertos límites de integración b_{min} y b_{max} tal que (4) sea aplicable. Entonces

$$\frac{-\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{4\pi Z^2 e^4 N_c \ln \frac{b_{max}}{b_{min}}}{m_e v^2} \qquad (6)$$

Para estimar los valores de b_{max} y b_{min} , se deben considerar algunos argumentos físicos. Clásicamente, la energía máxima que puede ser transferida a un electrón se da en una colisión frontal, donde dicho electrón

puede obtener una energía $\frac{1}{2} m_e (2\nu)^2$. Usando relatividad esto se vuelve $2\gamma^2 m_e v^2$, donde $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} y \beta = \nu/c$. Entonces usando (4) encontramos que

$$\frac{2}{m_e v^2} \frac{2}{b_{min}^2} = 2\gamma^2 m_e v^2$$
(7)

es decir,

$$b_{\min} = \frac{Ze^2}{\gamma m_e v^2}$$
(7a)

Se debe recordar que los electrones no están libres sino que están amarrados a átomos con cierta frecuencia orbital v. Para que el electrón absorba energía, entonces la perturbación causada por la partícula incidente debe ocurrir en un intervalo de tiempo corto comparado con el periodo del electrón amarrado, $\tau = 1/v$, de lo contrario la perturbación será adiabática y no habrá energía transferida. Para nuestras colisiones el tiempo de interacción típico es t $\equiv b/v$, el cual usando relatividad se transforma en $t/\gamma = b/(\gamma v)$, de modo que

$$\frac{b}{\gamma v} \leq \tau = \frac{1}{\mu}$$
(8)

Se usa una frecuencia media, μ , promediada para todos los estados de amarre ya que cada estado puede tener una frecuencia diferente a la de los otros estados. De modo que un límite superior a *b* es

$$b_{max} = \underline{\gamma} \underline{v} \underline{v}$$

y substituyendo esto en (6) se encuentra que

$$-\underline{dE} = \frac{4\pi Z^2 e^4 N_e \ln \gamma^2 m v^3}{m_e v^2} Z e^2 \mu$$

Esta ecuación es esencialmente la fórmula clásica de Bohr. Cabe señalar que regularmente se le llama poder de frenado en lugar de deposición de energía

(10)

Especificando así que los electrones del material van frenando a la partícula incidente.

2.2. La fórmula de Bethe-Bloch.

El cálculo correcto a través de la mecánica cuántica fue llevado por Bethe, Bloch, y otros autores [1]. En este cálculo la transferencia de energía esta parametrizada en términos del momento de transferencia en lugar de usar el parámetro de impacto. Es un caso más real ya que el momento de transferencia es una cantidad medible, caso contrario al parámetro de impacto que no es así. Si consideramos la energía específica depositada por un ion de carga Ze, que atraviesa un material centellador de densidad de material ρ_{sc} , número atómico medio $\langle Z_{sc} \rangle$, número másico medio $\langle A_{sc} \rangle$, y energía de excitación media $\langle I_{sc} \rangle$, donde Z* es la carga efectiva del ion, entonces obtenemos la bien conocida ecuación de Bethe-Bloch:

$$-dE/dx = 0.307 Z^{*2} \frac{\langle Z_{sc} > \rho_{sc}}{\langle A_{sc} > \beta^2} \frac{[1 \ln 2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 T_{emax}}{2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2}$$
(11)

donde

$$T_{emax} = \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{1 + 2m_e \gamma' M + (m_e \gamma' M)^2}$$
(12)

es la energía máxima que se le puede ceder a un electrón, y M es la masa en reposo de la partícula.

Capitulo 3.

Birks.

3.1. Inicios.

El estudio de los procesos de centelleo tiene sus orígenes a mediados del siglo XX, cuando surgía la importancia de poseer los conocimientos que nos permitieran entender como era producida la respuesta lumínica de un material centellador para poder llevar a cabo con diligencia las tareas de calibración necesarias en la mayoría de los laboratorios que utilizan este tipo de materiales. Los intentos para demostrar que factores eran de vital importancia en el fenómeno del centelleo fueron muy variados. Sin embargo, se le debe a J. B. Birks [2] el haber llevado a cabo la primera formulación seria del fenómeno. Aunque se trata de un trabajo semi-empírico, puso las bases para la teoría del excitón y además establece la dependencia directa entre la respuesta lumínica de un material orgánico y la energía inicial de una partícula incidente sobre éste. La excitación de la fluorescencia en un cristal orgánico por medio de particulas ionizantes es mucho menos eficiente que el proceso de fotoexcitación. Se observa que la eficiencia del antraceno para electrones rápidos es solamente de 4%, comparada con una eficiencia cuántica de 90% para excitación ultravioleta. Tan sólo una pequeña fracción de la energía de una partícula incidente es remitida como fluorescencia, el resto es disipada termalmente en el material. Birks se percató que bajo una irradiación intensa y continua de partículas alfa, la eficiencia de centelleo del antraceno decrecía notablemente.

3.2. Eficiencia de centelleo.

Este problema para la radiación había sido investigado con verdadero afán por Birks y Black [3] con una fuente de ²¹⁰Po.

Lo que se encontró eurísticamente es que la irradiación no causa decremento alguno en el número de pulsos de dentelleo, sino que sus amplitudes relativas S/So decrecen conforme a

$$\frac{S}{So} = \frac{1}{1 + DN(\alpha)}$$
(1)

donde N(α) es el número total de partículas alfa/cm² que golpean el cristal, y $D = 10^{-11}$. En la figura 1 se muestra la curva a partir de la ec. (1). En cada una de sus observaciones Birks se percató que no hubo recuperación alguna observada y la decoloración café de la capa superficial irradiada que se observa indica que el efecto es debido al daño molecular permanente. Después de la irradiación el cristal fue invertido y los centelleos de la superficie sin daño fueron observados a través de la capa decolorada, y se encontraron reducidos a una amplitud de 0.7*So*.



Fig. 1. Decremento en la eficiencia de centelleo del antraceno bajo irradiación de particulas alfa.



La eficiencia de centelleo disminuye debido a la transmisión óptica de un cristal dañado. El efecto es explicado por medio de la teoría del excitón. Se considera el número inicial de moléculas de antraceno/cm² q_o en el volumen de cristal irradiado, cada partícula daña z moléculas y la concentración de moléculas dañadas después de que $N(\alpha)$ α -partículas/cm² han golpeado el cristal es

 $x = \exp\left(\frac{zN(\alpha)}{q_o}\right) - 1$

(2)

Si la probabilidad de que una molécula dañada capture un excitón evitando que produzca fluorescencia es k veces la probabilidad de que una molécula de antracina lo capture y si haga fluorescencia, entonces,

<u>S</u> _	-	1	제2 전화 위						y in	(3)
So		1+	kx 👘							
=		1	<u>-</u>	para	<u>kz1</u>	<u>ν(α)</u>	peque	eña		
	1.+	kzN(c	<u>x)</u>			90				. (4)
	in the second	<i>n</i>	والحرارية وع	lgi eta winga	a di se			in the		

Las mediciones de Krenz, reportadas a Birks [4], con una irradiación intensa de antraceno utilizando electrones de 4keV también han mostrado un decremento significativo en la eficiencia de centelleo. *S/So* decrece con el número total de electrones/ cm² incidentes N(e), de acuerdo con (1), pero $D = 10^{-14}$, una diferencia notable con respecto al caso de las partículas α . Krenz también busco sin éxito encontrar daño molecular utilizando protones. El sugería que el efecto de obscurecimiento era debido a la producción de diantraceno por la ionización.

3.3. La fluorescencia total.

En la teoría de Birks, el número de excitones producidos por una partícula ionizante por unidad de longitud es proporcional a al poder de frenado del medio, AdE/dr. También la concentración local de moléculas dañadas o excitadas a lo largo de la trayectoria de la partícula es proporcional a dE/dr, sea BdE/dr. Por lo que si la probabilidad de que una molécula dañada o ionizada capture y haga que un excitón no produzca luz es k veces la probabilidad de que una molécula de fluorescencia, la fluorescencia es

$$\frac{dS}{dr} = \frac{AdE/dr}{1 + kBdE/dr}$$
(5)

para electrones rápidos, es decir, para valores bajos de dE/dr, (5) se vuelve

 $\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}r} = A \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}r} \tag{6}$

y para valores altos de dE/dr (partículas α),

 $\frac{dS}{dr} = \frac{A}{kB} = \text{constante}$

Cabe mencionar que lo anterior está de acuerdo con el comportamiento observado en el caso de centelladores orgánicos. Los valores de *A* y *kB* para antraceno han sido calculados a partir de las observaciones de la respuesta relativa para electrones y partículas alfa con una d*E*/dr conocida. Sin embargo, fue Taylor *et al.* [5] quien observó que la fluorescencia especifica dS/dr caía debajo de la curva dS/dr vs d*E*/dr para electrones con E < 20 keV, que tienen un alcance r < 7 mm. Un decremento similar en dS/dr para partículas alfa de r < 8 mm había sido notado por el mismo Birks [6]. Fueron Birks y King [7] los que efectuaron un estudio del efecto para partículas alfa de corto alcance.

(7)

Se encontró que la razón ϕ , entre el valor observado de dS/dr y el valor teórico de dS/dr a partir de (5), decrecía desde uno hasta 0.5 conforme r tendía a cero. También Taylor encontró resultados similares para electrones de corto alcance. Aunque Birks formuló una extensión de la teoría original agregando un factor multiplicativo ϕ , el cual es función del rango residual r de la partícula y que se introduce cuando la excitación ocurre cerca de la superficie del cristal, los resultados no mejoraron las predicciones teóricas.

Capítulo 4.

Resumen experimental.

4.1. Medición del poder de frenado.

La mayoría de los modelos que tratán de describir la naturaleza de la producción de luz en un centellador debida al paso de una partícula cargada a través de éste han optado por el uso de la pérdida específica de energía, dE/dx, como un parámetro en un intento por reducir a un común denominador las distintas respuestas lumínicas para diferentes partículas.

La relación entre la eficiencia de centelleo y el poder de frenado de una partícula en un determinado centellador es de gran importancia en gran parte del desarrollo de este trabajo. La eficiencia de centelleo es definida como dL/dE, la pendiente de la curva de altura de un pulso contra su energía; el poder de frenado es definido como el negativo de la pérdida específica de energía, -dE/dx. Debe hacerse notar que tanto dL/dE cómo dE/dx están definidos para una partícula dada de energía E en un material dado.

En el afán de colocar los resultados experimentales en un escenario coherente, nos restringiremos únicamente a los resultados obtenidos para los materiales Nal(Tl), KI(Tl), y CsI(Tl), que son los más comúnmente utilizados. En lo referente a la obtención de la eficiencia de centelleo, ésta puede ser obtenida de tablas o de las gráficas en los distintos artículos, para el caso del poder de frenado por el contrario, se debe hacer el cálculo como función de la energía de cada partícula.

Dentro de los primeros cálculos serios del poder de frenado, están los que fueron realizados por R. B. Murray y Meyer [8], en base al resumen hecho por Whaling [9] de las secciones transversales de frenado para varios elementos para partículas elementales. Mediante el uso de una interpolación lineal en un número atómico para valores de elementos vecinos a los cuatro elementos: Na, K, Cs, y I, se calcularon las secciones transversales de frenado para protones y partículas alfa a 20 MeV. Las secciones transversales de frenado obtenidas para cada elemento se sumaban para obtener la correspondiente al compuesto, y se dividía por la masa de la molécula del material para obtener el poder de frenado en keV-cm²/mg. Los resultados obtenidos para los tres cristales se muestran en la figura 1.



Fig. 1. Pérdida de energía especifica como función de la energía para protones y alfas en KI, Nal, y Csl [8].



4.2 Otros cálculos.

Cálculos similares realizados por Eby y Jentschke [10] para el NaI, mostraron estar en acuerdo con los datos obtenidos tanto para protones como para alfas con energías arriba de 4 o 5 MeV. Para energías menores hay una discrepancia debida a que en ambos casos se_jutilizaron distintos valores para dE/dx.

El cálculo de dE/dx para núcleos más pesados siguió del trabajo propuesto por A. Papineau [11], en el cual se permitía una determinación del promedio sobre una partícula; de su velocidad durante el proceso de desaceleración. Al tomar en cuenta esto, se asume que la carga efectiva Z* como función de la velocidad es independiente del material, conociendo Z*, podemos hallar el poder de fenado de por ejemplo el C¹² en el Nal

$$(dE/dx)_{C12} = (Z^* / Z)^2 (dE/dx)_p$$
(1)

donde $(dE/dx)_p$ se refiere al poder de frenado del NaI para un protón con la misma velocidad del ion de C¹², y Z representa la carga efectiva del protón a esa velocidad. Nótese la consideración de la carga efectiva Z*, la cual se introduce para explicar el comportamiento a altas energías. A pesar de esto, señalar que la ecuación (1) es demasiado sencilla comparándola con la ecuación (11) del capítulo 2, la ec. de Bethe-Bloch. El experimento realizado por E. Newman y F. E. Steigert [14], llevado a cabo para iones de He⁴, B¹⁰, B¹¹, C¹², N¹⁴, O¹⁶, F¹⁹, y Ne²⁰ a una energía nominal de 10 MeV/amu, fue uno de los primeros experimentos llevados a cabo con muy buena precisión para un amplio intervalo de iones incidentes.

Todas las mediciones para la respuesta luminosa habían demostrado una no linearidad a bajas y medianas energías, la cual había sido atribuida a fenómenos de saturación en el material para pérdidas de energías grandes.

Es entonces que para obtener información sobre el fenómeno de saturación uno debe conocer la pérdida especifica de energía del centellador. Las curvas de Roll y Steigert [13] y de Northcliffe [14] para los intervalos de energía de varios iones pesados en aluminio, nickel, y oxígeno fueron estimadas y usadas para predecir la pérdida específica de energía en Nal. La curva promedio obtenida es mostrada en la Fig 2.





La figura 2 es de vital importancia para hacer ver que la ecuación (5) de la sección 3.3, la ecuación de Birks, carece de poder predictivo, ya que no puede decirnos que para dos iones a una misma dE/dx, corresponderán dos valores distintos en la eficiencia. Si tomamos ahora en cuenta la luminiscencia específica dL/dx, podemos verla como función de la pérdida específica en la figura 3.





Fig. 3. La fluorescencia específica como una función de la pérdida específica de energía para distintos tones pesados en Nal [12].

La región donde se respeta la linealidad (pendiente constante) puede ser descrita de una manera simple mediante la relación

$$dL/dx = kdE/dx$$

(2)

donde la constante de proporcionalidad varia conforme a las características de la especies de los iones envueltos.

En la figura 4 se muestra este coeficiente contra la carga nuclear del ion incidente . Los valores absolutos para k tienen un error máximo de asta un 10%.





Fig. 4. La pendiente de la fluorescencia específica contra pérdida de energía específica para la parte lineal de lata energía como función de la carga del ion incidente [12].

Sin embargo, como se había dicho antes, no sólo se realizaron estudios sobre el NaI, sino que hay datos para otros materiales como el CsI. El cristal de CsI es activado normalmente con Tl por lo que lo denotaremos CsI(Tl). S. Bashkin *et al.* [15] midieron la luz obtenida a partir de este cristal como función de la energía de bombardeo de protones (240 keV $\leq E_p \leq 2550$ keV), partículas alfa (980 $\leq E_q \leq 4920$ keV), y iones de C¹² (320 $\leq E_c \leq 1850$ keV). Se deduce que la relación entre la respuesta luminosa y la energía de la partícula sigue un comportamiento aproximadamente lineal para estos intervalos de energía. Cabe remarcar que los centelladores líquidos , plásticos, y cristales orgánicos muestran fenómenos de saturación ampliamente conocidos [16,] [18], [19],



[20] y que los cristales de CsI(Tl) han demostrado ser satisfactorios para la detección de protones rápidos [21]. A pesar de que éste tipo de materiales proporciona menos luz [9] y de que tienen un tiempo de decaimiento mayor que aquel para los cristales de NaI(Tl). La figura 5 muestra la altura del pulso como función de la energía del ion para los tres elementos antes mencionados.



Fig. 5. Altura de pulso contra energia de la particula para protones, particulas alfa, y iones de carbón. Los puntos son experimentales. Las curvas son calculadas [20].





Las curvas de ajuste fueron calculadas utilizando la fórmula de Birks. Podemos ver que la máxima curvatura se da en la región de la más alta pérdida de energía. Para los valores de los parámetros a ajustar, tenemos que en un caso del parámetro A, se tomó un valor 2.2 veces la pérdida de energía específica máxima de un protón. Para el valor de B, el segundo parámetro a ajustar, se consideró un factor que ps el mismo para las tres curvas. Hay que considerar que el hecho de que las curvas calculadas estén en acuerdo con los datos no implica que estas curvas estén necesariamente correctas, ya que las líneas rectas pueden ajustar los datos con la misma eficiencia. Por lo que con la intención de encontrar curvas de respuesta para otros cristales se debe hacer un ajuste propio de A.

Otros experimentos relevantes incluyen el llevado a cabo por M. L. Halbert [22] en el cual se mide la respuesta lumínica para iones de nitrógeno, partículas alfa y rayos gama. Halbert determinó que la fluorescencia específica es una función creciente de la pérdida de energía específica. La relación de alcance energía de Reynolds, Scott, y Zucker [23] se utilizó para calcular la energía perdida por los iones de nitrógeno en el nickel. Los resultados se muestran en la figura 6. En el caso de las partículas alfa, los ajustes para la energía perdida se encontraron con base en la función de energía-pérdida



Fig.6. Fluorescencia específica para iones de nitrógeno como función de la pérdida de energía específica en e nickel [22].

usada en los experimentos de Rosenblum [24] sobre el frenado de alfas en aluminio.



Por cierto, es de notar que las relaciones semiempíricas comúnmente usadas para la energía y su pérdida [25], [26] no están en acuerdo con los datos de Rosenblum para el alumninio. Para el caso de los rayos gama, se usó una extrapolación del origen y de la transición de la línea del Hg²⁰³ (rayo gama) para mostrar que la curva del rayo gama y la porción de alta energía de la curva de la partícula alfa son paralelas. Con un afán similar al de Halbert, A. R. Quinton *et al.*[27] registró datos para partículas incidentes de C¹², N¹⁴, O¹⁶, con energías de hasta 10 MeV por nucleón. Como al comienzo los experimentadores no contaban con relaciones de energía-pérdida para el CsI(TI) o de hecho para algún otro material a excepción del aluminio a utilizadas en el aluminio, lo cual derivaba de la suposición de que la dependencia respecto a la velocidad del poder de frenado es la misma para alfas que para iones pesados.

Capítulo 5.

Modelo de Murray y Meyer.

5.1. Eficiencia de centelleo.

Como ya vimos, los resultados experimentales han mostrado ampliamente que la eficiencia de centelleo de los cristales halogenuros alkalinos en respuesta al paso de partículas pesadas no es una función únicamente de dE/dx, sino que es una función compuesta de funciones discretas, una para cada partícula incidente.

A. Meyer y R. B. Murray analizaron [28] estos resultados experimentales con especial atención al efecto de los electrones secundarios energéticos (rayos delta) producidos por la partícula primaria.

Este comportamiento ha sido frecuentemente adjudicado a procesos de saturación de los centros luminosos en la cercanía de la partícula entrante. Distintos intentos se han llevado a cabo para dar una explicación satisfactoria a éste fenómeno, inclusive los mismos Murray y Meyer trataron estos resultados teóricamente [8]. En éste modelo, los portadores de energía se consideran excitones producidos de la recombinación de pares electron-agujero en la región cercana a la partícula entrante. Se considera una ecuación de velocidad de difusión para describir la migración de los portadores de energía, en donde la densidad de sitios luminosos desocupados es una función del espacio y tiempo. Cuando se considera un gran dE/dx, la solución a la ecuación indica que la disminución de sitios luminosos disponibles puede explicar los efectos de saturación observados.

En un buen intento por incluir intrínsecamente las propiedades físicas del cristal, Murray y Meyer (MM) colocaron como parámetro en su modelo la concentración de sitios luminosos. La eficiencia por ende es una función tanto de dE/dx como de la concentración. Sin embargo, el interés de estudio por estos fenómeno de saturación por MM, no se debió solamente a resultados experimentales con fragmentos de fisión, sino principalmente a resultados experimentales los cuales indican que la eficiencia de centelleo para electrones es menor que aquella para protones. Lo cual es opuesto al hecho observado para partículas pesadas donde se observa que la eficiencia de centelleo disminuye conforme la masa de la partícula es mayor.

El modelo de MM predice la eficiencia baja de centelleo para electrones como consecuencia de una menor probabilidad de recombinación para partículas de muy pequeña dE/dx.

Los resultados obtenidos con el acelerador de iones pesados en Yale [12] y [29] que indican que la eficiencia de centelleo del Nal(Tl) y del CsI(Tl) para partículas pesadas es una función compuesta de funciones discretas, se muestran en la Fig. 3 de la sección 4.2 para el caso del Nal(Tl). La ordenada ha sido normalizada a la unidad para protones de 8 a 10 MeV. El factor importante en todo esto es que los resultados de la figura 1 indican que para una dE/dx dada, la eficiencia de centelleo depende considerablemente de la identidad de la partícula.

La eficiencia máxima decrece conforme el número atómico se ve incrementado. Esta "finura" en la distinción de dos identidades distintas en la eficiencia de centelleo movió a MM a buscar algún mecanismo o propiedad del proceso de pérdida de energía que difiera para dos partículas con exactamente el mismo dE/dx pero diferente número atómico.

Se consideró entonces la distribución de energía de electrones secundarios. Si los rayos delta son suficientemente energéticos como para moverse más allá de la región cercana a la partícula incidente, podrán llegar a una región del cristal donde producirán luz con su característica alta eficiencia.

Para calcular la energia máxima que un electrón (delta) puede ganar se considera que la masa del electrón m es despreciable en comparación con la masa de la partícula primaria M, de este modo se supone que el electrón está inicialmente en reposo, se utiliza la ecuación de dispersión de Rutherford:

 $\varepsilon^{\max} = 4m(E/M)$

donde *E* es la energía de la partícula incidente.

Por lo que la energía máxima es proporcional a la energía por nucleón E/A del ion incidente. El estudio revela que para dos partículas con la misma dE/dx, la partícula con mayor carga nuclear posee un valor mayor de E/A.

Estos argumentos son expresados por la ecuación de Bethe-Bloch para el poder de frenado, en donde dE/dx depende proporcionalmente de la Z de la partícula al cuadrado sobre E/A, también se incluyen en ésta ecuación constantes relacionadas con el medio de frenado. Es decir, para dos partículas de la misma dE/dx pero con distintas cargas, $Z_2 > Z_1$, se sigue que $(E/A)_2 > (E/A)_1$. Es sano entonces pensar que para dos partículas con la misma z, pero con diferente masa a la misma dE/dx, se observa que $(E/A)_1 = (E/A)_2$. Este

es el caso para algunos isótopos. Debe remarcarse que diferencias en el espectro de rayos delta para dos partículas distintas a la misma dE/dx se dan por la diferencia en Z. Por lo que la característica del modelo de MM es la dependencia de Z. En análisis de la situación descrita, MM hicieron la suposición de que la deposición de energía se podía descomponer en dos partes. La primera parte es debida a la "columna primaria" alrededor de la trayectoria de la partícula incidente, figura 1, la segunda, localizada en la región donde aquellos electrones que escapan de la columna primaria pueden producir luz.



Fig. 1. Diagrama esquemático mostrando la columna primaria y los rayos delta que escapan.

En la columna primaria la eficiencia de centelleo es únicamente función de dE/dx. Además es muy importante resaltar que la columna primaria posee un radio bien definido que también es función de dE/dx.

La luz de salida diferencial por unidad de longitud de trayectoria del ion incidente se da por:

 $(dL/dx) = (dL/dx)_{p} + (dL/dx)_{\delta} = (dL/dE)_{p}(dE/dx)_{p} + (dL/dE)_{\delta} (dE/dx)_{\delta}$

de donde se define la fracción F de energía depositada fuera de la columna primaria.

$$F \equiv (dE/dx)_{\delta} / (dE/dx)$$



La energía mínima de los rayos delta está determinada por el radio de la columna primaria. Como $(dL/dE)_{\delta}$ es frecuentemente cercano a una constante, que se puede normalizar, la eficiencia de centelleo total se puede escribir como

$$(dL/dE) = (1 - F)(dL/dx)_p + F.$$
 (1)

Debido a que para el cálculo de F se debe tener información acerca del valor del radio de la columna primaria, el radio de la columna pasa a ser un parámetro que debe ser determinado en el modelo.

4.2. Valores estimados de F

Con base en la distribución de Rutherford, se deduce el número de rayos delta emitidos en un intervalo dado, el cual es proporcional a la carga efectiva e inversamente proporcional a velocidad de la partícula entrante. Para valores chicos de E/A, este número de rayos delta está sujeto a una gran incertidumbre, por lo que únicamente para valores elevados de E/A se mantiene una buena predicción.

Sin embargo MM se preguntaron si podían estimar el valor de F independientemente de la interpretación experimental arriba expuesta.

El problema de calcular la energía depositada fuera de la columna primaria a través de éste número de rayos delta se lleva a cabo a partir de tres puntos de aproximación diferentes. La primera de tales aproximaciones esta basada en emisión isotrópica, en donde se maneia el concepto de alcance práctico, que tiene una relación con la energía por una función en potencia $R = a\omega_0^n$. Si se considera una distribución de electrones frenados, se le puede asociar una función de densidad, la cual no es conocida y para electrones de baja energía donde efectos de difusión pueden ser considerados es de la forma e^{t^2} . A partir de esta función de densidad se calcula la probabilidad de que un electrón sea frenado a una cierta distancia r que depende de la energía inicial de la partícula incidente. Tanto la probabilidad como la relación de alcance son integradas sobre todos los valores apropiados de la energía inicial y sobre todos los valores posibles de r, a partir del radio de saturación hasta el alcance máximo, calculándose así la energía depositada fuera de la columna primaria. Las integrales se evaluaron numéricamente con ayuda de una computadora digital para distintas partículas cargadas y para muchos valores del radio de

saturación. El resultado para el 16 O con un radio de saturación de 400 Å se muestra en la curva (a) de la Fig. 2. Se observa que esta aproximación ni siguiera reproduce alguno de los datos tomados en el experimento.

La segunda aproximación resulta ser extremadamente opuesta a lo dicho arriba, ya que se considera una emisión anisotrópica extrema. En este caso los rayos delta están sujetos a_jmúltiples dispersiones. La $(dE/dx)_{\delta}$ calculada bajo estas circunstancias representa un límite inferior en el caso que se consideren rayos delta con mucha energía ya que se espera que depositen mucha de su energía en la columna primaria. Los cálculos son muy similares a los llevados a cabo en la primera aproximación, pero con consideraciones geométricas más complicadas. Por comparación con el caso isotrópico se considera la misma función de densidad, sin embargo, ahora los electrones son emitidos dentro de una sección cónica. Desgraciadamente la energía depositada en este caso depende de integraciones numéricas complejas. El resultado para el ¹⁶O con un radio de saturación de 400 Å se muestra en , (b), en la figura 2. Nótese que bajo esta aproximación sigue existiendo una profunda diferencia entre los datos y las predicciones.



Fig. 3. (a) Calculo de una fuente isotrópica puntual. (b) Una fuente anisotrópica puntual. (c) Cálculo basado en la deposición de energía de Spencer. (d) Derivada a partir del experimento mediante la ec.(1). Todas las curvas aplican al ¹⁶O en Na(ITI [28]).

El tercer método de aproximación consiste en tomar como base una función de disipación de energía. Es muy distinto a las dos primeras aproximaciones mencionadas arriba. Aquí se toman en cuenta las función de disipación de



energia de Spencer [30] para una fuente isotrópica puntual en Cobre. En este caso no se toma en cuenta el alcance práctico sino el alcance máximo que el electrón puede tomar, es decir, la distancia total que el electrón ha viajado a lo largo de su trayectoria. El uso de la función de disipación de energía incluye muchas aproximaciones, como lo es la extrapolación de ésta función para electrones de 25 Kev de energía a el intervalo de energía considerado por MM que va desde 22KeV hacia abajo. Por lo que se considera que la función de disipación funciona al menos para los rayos delta mas energéticos considerados aquí. Otra aproximación es el hecho de aplicar la función que fue deducida para Cobre a el material en consideración aquí, el NaI. Esta aproximación conduce a una sobre estimación de (dE/dx)_{δ}.

De nueva cuenta se obtiene que la energía total depositada fuera de la columna primaria por los rayos delta depende directamente de cálculos numéricos. En este caso la curva calculada para el ¹⁶O con una radio de saturación de 400 Å corresponde a (c) en la figura 2. Cabe resaltar que ésta última aproximación ajusta sólo un pequeño intervalo de los datos experimentales, aunque resulta ser la única aproximación que se acerca al valor real de los datos, por lo que el modelo de MM tiene problemas serios de predicción. Además de que los tres cálculos están basados en suposiciones que no pueden ser demostradas rigurosamente. Por lo que estos cálculos son insensibles a los detalles de cómo la deposición de energía del electrón es tratada. Si se cambia la función de distribución, el exponente en la relación energía-intervalo, y el radio dela columna se afectara el valor de la fracción F, la fracción de energía depositada fuera de la columna primaria, por una constante para todos los valores de E/A. Aunque las incertidumbres a ciertos valores de E/A pueden ser menores, la comparación entre la F calculada y la F obtenida experimentalmente es muy complicada.. La interpretación aquí descrita no está restringida solamente al Nal(Tl), puede ser aplicada a otros centelladores inorgánicos.

Cabe resumir que el modelo se torna muy complicado entre mas se quiere generalizar mediante el calculo de la fracción F. Sin embargo el análisis por separado de tanto la región donde se lleva a cabo una saturación como la región donde el proceso de luminiscencia es lineal es un punto clave para formulaciones posteriores.

Capítulo 6.

EDSE.

6.1. Aproximaciones justificables.

Como hemos hecho notar en capítulos anteriores, distintos modelos han sido propuestos para dar una explicación satisfactoria al complejo fenómeno de la luminiscencia. A partir del modelo semi-empírico de Birks, se han desarrollado modelos que incluyeron el hecho experimental de que la respuesta luminosa depende también de la densidad de ionización, en donde la distribución espacial de energía juega un papel muy importante.

El modelo propuesto por K. Michaelian y A. Menchaca [31], energy deposition by secondary electrons (EDSE), base fundamental de este trabajo de tesis, posee una formulación analítica que toma en cuenta los conceptos de transporte de energía y densidad de ionización. En la parte referente a la deposición de energía, la energía inicial del electrón golpeado por una partícula entrante se determina mediante una aproximación de impulso para la transferencia del momento justo como se desarrolló en el capítulo 2. Al considerar esta aproximación se consigue restringir el movimiento del electrón a la dirección radial únicamente. El impulso perpendicular a la trayectoria de la partícula entrante es entonces:

$$\Delta p_{\perp} = eE_{\perp} dx/V$$

$$V$$
 es la velocidad de la partícula entrante, *e* es la carga, y *E* es la magnitud del campo eléctrico inherente al electrón. Por medio del teorema de Gauss la ec. (1) se transforma en

$\Delta p_{\perp} = 2Z^* e^2 / b V \tag{2}$

donde *b* es el parámetro de impacto entre el electrón y el ion incidente y Z^* es la carga del ion efectiva, dada por Montenegro *et al* [32]. Además se sabe que una expresión para la energía transferida al electrón es:

 $\omega_{\rm o} = (\Delta p_{\perp})^2 / 2m_e$

(3)

La misma consideración que en casos anteriores se lleva a cabo de que el alcance práctico del electrón puede ser escrito como una ley de potencia de la energía inicial

$$R = a\omega_0$$
"

en cm, donde a es la constante calculada por K. Kanaya [33] basado en la teoría de potencial de Lindhard [34] y cuyo valor es

$$a = \frac{5.025 \times 10^{-12} A_{\text{eff}}}{0.182 \rho Z_{\text{eff}}^{N_{9}}}$$
(5)

donde A_{eff} y Z_{eff} son la masa atómica y carga atómica respectivamente del material centellador compuesto. El número de electrones por unidad de volumen del material donde ρ es la densidad del material en g/cm³ y N_A es el número de Abogadro es

$$N = N_A Z_{eff} / A_{eff} \rho \tag{6}$$

(4)

Este número varía conforme al intervalo R y R + dR,

$$dN(R) = \frac{dN(b) db}{db} dR$$
(7)

A esta distribución de dispersión electrónica se le debe adherir la contribución de los electrones dispersados hacia atrás, ya que colisiones a ángulos muy grandes se dan cuando los electrones colisionan con algún núcleo atómico. Se da el número de electrones de rango R que llegan a una profundidad r (r $\leq R$) en el material según Everhart [35]:

 $N(\mathbf{r},R) = No(R)(1 - \mathbf{r}/R)^{d}$ (8)

donde *No* es el número de electrones incidentes con rango *R*. Es entonces que la probabilidad para un electrón de rango *R* de llegar a una distancia r a partir

de la trayectoria del ion es

$$P(\mathbf{r},R) = (1-\mathbf{r}/R)^{d}$$

(9)

6.2. Deposición de energía.

En el intervalo comprendido entre el rango r y el rango máximo posible R_{max} se define la densidad de deposición de energía total,

$$\rho(R) = -d/dA \int_{\Gamma} R^{\text{max}} P(r,R)\omega(r,R)dN(R)$$
(10)

donde $\omega(\mathbf{r}, R)$ es la energía de un electrón de rango R a una distancia r a partir de la trayectoria del ion, la derivación se lleva a cabo con respecto al área transversal de la trayectoria. En la cc. (10) se incluye implícitamente la contribución debida a los electrones dispersados hacia atrás, ya que se considera la energía de estos electrones como residual, de manera que no haya alguna componente hacia atrás considerada en el flujo descrito por (10).

Para la obtención de la expresión de la energía residual $\omega(\mathbf{r},R)$, se hace uso como ya es costumbre en los demás modelos de una relación de energía en términos de la pérdida específica de energía,

$$R = \int_{\omega_0}^{0} d\omega dr / d\omega = a \omega_0^n$$
 (11)

De manera que al integrar (11) desde la energía inicial ω o hasta alguna energía $\omega(r, R)$ se llega a la expresión requerida

$$\omega(\mathbf{r},R) = (R/a)^{1/n} (1 - \mathbf{r}/R)^{1/n}$$
(12)

los datos experimentales [36][37] para electrones de menor energía que 100keV están en pleno acuerdo con el valor de n propuesto por K. Kanaya, n = 5/3. La densidad de deposición de energía en su forma explícita se escribe:

$$\rho(\mathbf{r}) = -\pi \frac{N2e^4 Z^{*2}}{nm_r V^2 2\pi \mathbf{r}} \propto \frac{d}{d\mathbf{r}} \int_{\mathbf{r}}^{Rmax} \frac{(1 - \mathbf{r}/R)^{\mathbf{q} + 1/n}}{R} dR$$
(13)

Al evaluar la expresión (13) se obtiene la expresión fundamental para la parte de deposición de energía de esta formulación, la densidad de deposición energía del electrón por unidad de longitud trayectoria de la partícula incidente como función de la distancia radial para el intervalo $b_{min} < r < R_{max}$, donde b_{min} corresponde al parámetro de impacto mínimo,

 $\rho(\mathbf{r}) = \frac{Ne^4 Z^{*2}}{nm_e V^2} \frac{1}{\mathbf{r}^2} \left[1 - \mathbf{r}/R_{max}\right]^{d+1/n}$ (14)

donde d = 0.045 Z_{eff} .

En la Fig. 1 se grafíca la ecuación (14) para los iones 16 O y 40 Ca a 100 MeV de incidencia en materiales CH, NaI y CsI.

En ausencia de fenómenos de saturación, se sabe que para materiales inorgánicos la producción de pares electrón-agujero es proporcional a la densidad de deposición de energía local, asimismo en materiales orgánicos la producción moléculas excitadas también es proporcional a la densidad de deposición de energía local, en ambos casos, existe una relación lineal en ausencia de fenómenos de saturación. En cuanto a fenómenos de saturación se refiere, hoy en día se acepta [38] que dentro de las principales causas de los fenómenos de saturación observados están la aniquilación de pares electrón aguiero que no producen luz. así como las estructuras cristalinas o moleculares dañadas que actúan como trampas de electrones y/o agujeros y que tampoco producen luz. En este caso se establece un valor para la densidad de deposición de energía máximo pa más allá del cual predomina la saturación y la densidad de energía toma un valor constante. Uno de los rasgos de esta formulación es el hecho de proponer que la densidad de saturación es una constante inherente de cada material centellador. La distancia radial asociada a esta densidad de saturación r_a , se obtiene la mayoría de las veces a través del método iterativo de Newton.

6.3. Respuesta luminosa.

Es entonces que se define la densidad de energía de saturación de portadores de carga específica,

$$\frac{dN_c}{dx} = K[\pi r_q^2 \rho_q + \int \rho(\mathbf{r}) 2\pi r d\mathbf{r}]$$
(15)

La respuesta luminosa específica depende directamente de la densidad de energía de portadores específica,

$$dL/dx = C dN_e / dx$$
(16)

donde C es una constante de proporcionalidad y es un parametro relacionado a la ganancia del fotomultiplicador. En la Tabla 1 se sumarizan algunos valores de dN_e / dx obtenidos mediante el uso de la ec. (15) para distintos materiales centelladores



Fig. 1. Densidad de deposición de energía electrónica como función del grosor radial $t= r\rho$ desde la trayectoria del ion para ¹⁰O y ¹⁰Ca a 100 MeV en materiales CH, Nal y Csl [31].



Tabla 1. dN_e/dx calculada a través de la ec. (15) para diversos materiales centelladores. La densidad material de centelleo p y una aproximación racional a la potencia d + 1/n también se dan.

Material	ρ	d + 1/n(n = 5/3)) d <i>N</i> _/dx(Ec.(15))		
Polystyrene(CH) ^k	1.032	0.757~3/4	$D[-ln((1-f^{1/4})/(1+f^{1/4})) -2tan^{-1}f^{1/4}$ 5/6 $f^{3/4}]$		
Nal(Tl)	3.67	2.04~2	D[-ln(l-f) - f]		
CsI(tl)	4.51	3.01~3	$D[-\ln(1-f) - f] + \frac{1}{2}f^{2} + \frac{1}{6}f^{3}]$		
BaF ₂	4.88	1.71~5/3	$\begin{array}{c} D[-\ln((1-f^{1/3})/(1+f^{1/3}+f^{2/3})) - \\ \sqrt{3}\tan^{-1}\sqrt{3}f^{1/3}/2 + f^{1/3} - 3/2 f^{2/3} - 1/10 \\ f^{5/3} \end{array}$		
BGo	7.13	1.84~11/6	$\begin{array}{c} & J \\ D[-\ln((1-f^{1/6})/(1+f^{1/6}))-1/2 \ln((1-f^{1/6}+f^{1/3}))-1/2 \ln((1-f^{1/6}+f^{1/3}))-\sqrt{3}\tan^{1}\sqrt{3}f^{1/6}/1-f^{1/3}-6/5 f^{5/6}-1/22 f^{11/6}] \end{array}$		

con

$$D = 2.44 \times 10^{-2} \frac{\langle Z_{eff} \rangle}{\langle A_{eff} \rangle} \rho_{sc} \frac{1}{N} \frac{Z^{*2}}{V^{2}}$$
(a)

El modelo EDSE considera que tanto la transferencia como la deposición de energía están desacoplados en el tiempo. Se trata entonces al transporte de energía por separado. La producción de luz para materiales inorgánicos activados con impureza (NaI(Tl),CsI(TI)) está intimamente relacionada con el transporte de energía a través de la difusión termal de los portadores de energía hacia los sitios Tl⁺. La saturación deja un número dN_c/dx de electrones y agujeros no saturados, los cuales pueden ser atrapados por trampas; los electrones pueden ser termalmente soltados de sus trampas con un tiempo descrito por una exponencial con una constante de alrededor de 0.35µs a

temperatura ambiente [39]. Sin embargo el tiempo de difusión de los centros V_k , (conocidos como una unión molecular entre dos átomos en un material puramente inorgánico [9]), a temperatura ambiente ha resultado ser ligeramente menor a 0.35µs. Por lo que aparece un fenómeno de competencia entre dos formas de recombinación electrón-agujero: aquellas que ocurren en los sitios del Tl, (electrón + Tl⁺⁺ \rightarrow (Tl⁺) y agujero + Tl⁰ \rightarrow (Tl⁺)*) y que dan origen a fotones que se observan en la parte visible del espectro y por otro lado la recombinación de centros V_k la cual no produce luz en la parte visible sino en la ultravioleta. Se supone que el número de recombinaciones en los sitios Tl es proporcional a la densidad de sitios activadores p_a . También se asume que la recombinación en los centros V_k es proporcional a la densidad de agujeros remanentes después de la saturación (es decir, proporcional a unidad de longitud de trayectoria del ion incidente,

$$\frac{dL}{dx} = C \frac{dN_c}{dx} (1 - \Gamma \frac{dN_c}{dx})$$
(17)
$$\frac{dL}{dx} = C \frac{dN_c}{dx} (1 - \Gamma \frac{dN_c}{dx})$$
(17)

E es una constante que incluye la razón entre las secciones transversales para la captura de un electrón o agujero en un sitio y la sección transversal para la captura electrónica en un centro V_k. Además Γ es la fracción de las recombinaciones electrón-V_k que no produce luz. Por lo que ρ_a , *E*, y Γ resultan ser constantes reales del tipo particular del material. La anterior descripción del transporte de energía es válida para Nal(Tl), sin embargo se extiende para Csl(Tl) aunque para diferentes valores de las constantes temporales. En el caso de los centelladores orgánicos tal como en el caso de los inorgánicos activados con impurezas, se cree [40] que la ionización de saturación puede ser descrita en una buena aproximación términos de dos componentes. Una componente de saturación que ocurre en un tiempo muy corto en comparación al proceso de transferencia de energía entre el solvente y el soluto, y que puede ser descrito mediante el uso de la ecuación (15).

La segunda componente, la saturación "lenta", ha sido atribuida a una saturación mutua de moléculas excitadas en un estado temporal largo de triplete [41]. Dos estados de triplete puede interactuar para arrojar una molécula en el estado base (que implica saturación) y otra en un estado excitado de singulete que rápidamente fluoresce para después alcanzar el estado base. Cuanto mayor sea la deposición energética específica, habrá una porción mayor de luz que será producida por este proceso "lento", tal como lo confirman los datos experimentales, [42]. Si se define el número de entidades en el material que favorecen que un estado de triplete se transforme en un estado de singulete y que produzca luz sin saturación, A, y si se asume que el número de estados de triplete creado es proporcional al número de portadores de energía sobrevivientes dN_e/dx , se llega entonces a la luminiscencia específica:

$$\frac{dL}{dx} = C \frac{dN_e}{dx} (1 - \Gamma^* \frac{dN_e/dx}{A + dN_e/dx})$$
(18)

donde Γ^* es un factor que describe la ineficiencia en la producción de luz a través del proceso bimolecular comparado con la desexcitación natural directa de un estado de singulete. Se observa que la ec. (18) es idéntica en forma a la ec.(17). La respuesta luminosa total en un centellador grueso se obtiene al sumar dL/dx sobre segmentos finitos Δx del rango del ión. En la figura 2 se observa resultados aplicando tanto la ecuación (17) como la regla de Bragg junto con la expresión para (1/K) dN_e/dx de la Tabla 1 para los datos de Colonna et al. [43] para Csl(Tl). Se encuentran los valores que mejor ajustan los datos; $\rho_{\alpha} = 8.9 \times 10^6$, $E\rho_{\alpha} = 9.0 \times 10^{-4}$, y $\Gamma = 0.4$.



Fig. 2. Respuesta luminosa total del Cs1 (TI) para iones de diversas energias comparadas con las curvas calculadas por el modelo EDSE. El recuadro muestra la diferencia de las constantes de normalización de cada ion individual a partir del valor promedio para todos los iones en el conjunto de datos necesario para obtener el mejor ajuste [31].

En la figura 3 se hace uso de la ccuación (18) junto con la expresión para $(1/K) dN_e/dx$ a partir de los datos de la Tabla 1 para un plástico de Buenerd et al. [44]. Los valores en el mejor caso son $\rho_q = 8.9 \times 10^6$, $A = 9.0 \times 10^{-4}$, y F * = 0.5. Cabe señalar que la aplicabilidad de esta formulación se extiende hasta energías donde no prevalezcan efectos relativistas. La simpleza analítica de esta formulación basada en primeros principios representa una aproximación real al fenómeno de luminiscencia en materiales centelladores. Además, datos experimentales [45] parecen sugerir que tanto en la ec. (17) como en la ec.(18) las constantes involucradas no son parámetros libres, por lo que son características inherentes al material.





Fig. 3. Respuesta luminosa total para el plástico CH para diferentes iones de varias energias comparadas con las curvas calculadas con la formulación. El recuadro también muestra la diferencia de las constantes de normalización individuales para cada ion a partir del valor promedio para todos los iones en el conjunto de datos necesario para obtener el mejor ajuste [31].



Capítulo 7.

Un modelo Simplificado.

7.1 El escenario.

El modelo EDSE determina la densidad de deposición de energía $\rho(\mathbf{r})$ a partir de un número de aproximaciones. Tanto el EDSE como MM dividen en dos partes la contribución a la luminiscencia total debida a la deposición de energía: una parte primaria donde la saturación toma lugar y una parte secundaria donde los procesos de saturación ocurren. El tamaño de la región de saturación en EDSE queda determinada por una densidad de saturación ρ_q dada, la cual define un radio de saturación r_q que es distinto para cada tipo de partícula. Por otra parte, Murray y Meyer usan un radio de saturación fijo, digamos r_q , que describe el cilindro imaginario donde la saturación se lleva a cabo. Ambas cantidades, ρ_q y r_q , pueden ser obtenidas directamente de los datos. Si nos referimos a la figura l de la sección 6.3 donde se observa la deposición de energía, vemos que no es lo mismo considerar una ρ_q fija que una r_q fija para describir la región de saturación, ya que al tomar un radio de saturación dado, éste tendrá el mismo valor para todo ion.

En EDSE, la relación entre ρ_q y r_q en general no es analítica, como ya habíamos mencionado en el capítulo 6. Se emplea la mayoría de las veces el método iterativo de Newton para hallar el r q correspondiente a una ρ_q .

Principalmente, el que no exista una relación analítica entrep_q y r_q se debe al factor 1^{d+1/n} en la ecuación (14) de la sección 6.2. Sin embargo, el término dominante en dicha ecuación es $1/r^2$. El exponente del factor f, d+1/n, dependiente del material, es el que nos lleva a obtener resultados poco manejables como aquellos que se aprecian en la Tabla 1 de la sección 6.3.

Expuesto este escenario resulta apremiante el preguntarnos si habría algún modo de simplificar el coeficiente d+1/n y a su vez de minimizar el efecto del factor $t^{d+1/n}$ de tal manera que la forma de los resultados que se obtengan resulten en un método realmente fácil de usar, evitando complicados cálculos. Recordemos la expresión para la densidad de deposición de energía p(r) en MeV/cm³,

$$\rho(\mathbf{r}) = 2.44 \times 10^{-2} \frac{2Z_{\rm s}}{\sqrt{2}} \frac{2Z^{*2}}{n} \frac{\rho_{\rm sc}}{r^2} \int_{-\pi}^{\pi/2} f^{d+1/n}$$
(1)

con

$$I - \underline{r}$$

 R_{max}

Donde d = $0.054 < Z_{st} >$, y Z* es la carga efectiva de la partícula incidente, que en esta formulación se ha utilizado la parametrización hecha por Montenegro *et al.* [32]. En la ec.(1) n = 5/3 corresponde al mismo valor en la expresión para el rango práctico, ecuación (4) de la sección 6.1.

(2)

7.2. El radio de saturación.

Una de las expresiones importantes en la que estamos interesados, es aquella dada por la fracción f^d , en la ec.(1), la cual toma mucha importancia conforme la $\langle Z_{sc} \rangle$ del medio incrementa y puede ser atribuida al efecto de retrodispersión.

Si consideramos $f^{d+1/n}$ tal como esta escrita en la ec.(1), se observa un hecho muy importante de la ec. (2): si asumimos que R_{max} sea mucho mayor que r_q , hecho que siempre ocurre para altas energías, dicho factor toma valores muy cercanos a 1, por lo cual se vuelve poco significativo en la región de saturación. Una vez asumiendo esto, podemos pensar en aproximar el exponente d + 1/n al entero más cercano. En efecto, realizando un análisis para los casos d + 1/n = 0, 1, y 2 se encuentra el radio de saturación, de modo que en esta manera podremos llevar a cabo un cálculo más fácil del radio de saturación, r_q , un cálculo que sea analítico y que no dependa del material centellador a través del exponente d. El radio r_q , correspondiente a una densidad de energía de saturación, ρ_q . Por lo que se encuentra que el radio de saturación, a través del uso de la ecuación (1) para el caso donde la saturación toma lugar es

$$r_q = (D / \rho_q)^{1/2}$$

para d + 1/n = 0,

У

$$r_q = \frac{-1 + (1 + 4 R_{max}^2 \rho_q / D)^{1/2}}{2 R_{max} \rho_q / D}$$

para d + 1/n = 1. De las dos soluciones obtenidas para d + 1/n = 1, tomamos en cuenta únicamente la expresión (4) ya que la otra ecuación resultante nos remite a una situación donde la densidad de energía es negativa, lo cual corresponde a una situación física improbable. Para d + 1/n = 2,

$$r_q = 1 / [(\rho_q / D)^{1/2} + 1 / R_{max}]$$

(5)

(3)

(4)

donde D toma el mismo valor que la ecuación (a) de la sec. 6.3.

Ahondando en el escenario en donde la densidad de energía está dividida en dos regiones, la inclusión del efecto de los rayos delta es un rasgo importante de esta simplificación.

El cálculo de la integral de la ecuación (15) de la sec. 6.3, la cual se evalúa sobre el intervalo que va de r_q a R_{max} , es generalmente complicado y se obtienen soluciones difíciles de manejar.

Sin embargo, al considerar el efecto de los rayos delta podemos pensar en escribir de otra manera la cantidad de energía depositada fuera de la columna primaria.

Si consideramos la energía específica depositada de un ion de carga Ze, que atraviesa un material centellador de densidad de material ρ_{sc} , número atómico medio $\langle Z_{sc} \rangle$, número másico medio $\langle A_{sc} \rangle$, y energía de excitación media $\langle I_{sc} \rangle$, excluyendo transferencias de energía al electrón mayor que T_q , la energía correspondiente al radio de saturación a través de la ecuación (4), sec. 6.1, está dada por:

$$(-dE/dx)_{r \le rq} = 0.307 Z^{*2} \frac{\langle Z_{xc} \ge \rho_{sc}}{\langle A_{sc} \ge \beta^2} [\frac{1}{2} \ln \frac{2m_c c^2 \gamma^2 \beta^2 T_q}{\langle I_{sc} \ge^2} - \frac{\beta^2 (1 + T_{q-1}) - \delta}{2}]$$
(6)
donde

$$T_{emax} = \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{1 + 2m_e \gamma / M + (m_e \gamma / M)^2}$$

donde M es la masa en reposo de la partícula y con el hecho de que $T_{emax} \ge T_q$.

(7)

Si ahora nos preocupamos por encontrar la energía depositada fuera de la región de saturación, en donde los rayos δ juegan un papel importante, tendremos que sustraer la ecuación (6) de la ecuación de Bethe-Bloch, ecuación (11), capítulo 2, para el poder de frenado específico total:

$$-dE/dx = 0.307 Z^{*2} \frac{\langle Z_{sc} \rangle \rho_{sc}}{\langle A_{s} \rangle \beta^{2}} \frac{[\ln 2m_{e}c^{2}\gamma^{2}\beta^{2}T_{emax} - \beta^{2} - \delta]}{\langle I_{sc} \rangle^{2}}$$
(8)

de manera que llegamos a la ecuación

$$(-dE/dx)_{rerq} = 0.307 Z^{*2} \frac{\langle Z_{xc} \rangle}{\langle A_{sc} \rangle \beta^2} \frac{\rho_{sc}}{2} \frac{1}{T_q} \left[\ln \left(\frac{T_{emax}}{T_q} \right) - \beta^2 (1 - T_q) \right]$$
(9)

Introduciendo esta ecuación dentro de la ecuación (15) de la sección 6.3 arrivamos a una expresión simple para la densidad de energía de saturación en términos del radio de saturación,

$$dN_e/dx = k\pi D \left[f^2 + 10/3\beta^2 (1 - T_q / T_{emax}) + \ln \left(T_{emax} / T_q \right) \right]$$
(10)

7.3 Respuesta total.

Se ha mejorado notablemente el cálculo del número de excitones dN_c/dx donde se puede utilizar un exponente con valores n = 0, 1, 2. Tanto la

utilización de consideraciones de altas energías ha mejorado el panorama como el haber usado la formulación de Bethe-Bloch para el cálculo de la energía depositada en la zona de dependencia lineal. Se ha llegado a un método enteramente analítico para calcular la respuesta total luminosa en términos del radio de saturación. Pero r_q no es el único parámetro de nuestra simplificación; si optamos por aprovechar aún más el esquema del modelo EDSE, la parte referente al transporte de energía nos lleva a considerar de nueva cuenta la constante E, y la fracción de la recombinación de centros luminosos con electrones que no produce luz Γ ; en el afán de reproducir con mayor fidelidad el evento. La respuesta luminosa total en base a la ecuación (10) es:

$$\frac{dL}{dx} = C \frac{dN_e}{dx} (1 - \Gamma \frac{dN_e}{dx})$$
(11)
$$\frac{dL}{dx} = \frac{dN_e}{dx} \frac{dN_e}{E\rho_a} + \frac{dN_e}{dx}$$

De nueva cuenta C es el parámetro asociado a la ganancia del fotomultiplicador. El valor de Γ varía entre 0 y l. Las constantes r_q , E y Γ son entonces constantes verdaderas del tipo de material en particular, independientes de la cantidad del activador, ya sea éste Tl o algún otro.

Los ajustes hechos por el modelo EDSE se pueden observar en las figuras 2 y 3 del capítulo 6, los cuales prueban ser muy buenos tanto para materiales orgánicos como para inorgánicos.

Con la intención de conocer la capacidad predictiva de la simplificación aquí desarrollada se han realizado ajustes para varios iones utilizando los datos de Becchetti *et al.* [46] para un centellador plástico (NE102) similar al utilizado en las pruebas del AMS-I. Al variar $E\rho_a$, r_q y Γ para obtener el mejor ajuste se encuentra que estos parámetros se optimizaron al requerir en primera instancia una variación mínima de C en Z, y después minimizando χ_1^2 /n. Es decir, el χ_1^2 /n corresponde a una optimización individual de C; un valor para cada Z. Además, el uso de una C común para todas las Z's da χ^2 /n. La minimización de χ^2 /n es importante ya que si este valor es grande reflejaría las desviaciones

importantes de las C's individuales a partir de un valor medio (global). Los resultados del mejor ajuste se muestran en la tabla 1, para los casos en que d+1/n = 0, 1, 2. Las figuras 1, 2, y 3 muestran dichos ajustes en cada caso.

Tabla 1. Parametros de la ec. (11) para los casos $a + 1/n = 0, 1, y 2.$								
d + 1/n =	r_q	Eρa	Γ	χ_1^2/n	χ^2/n			
0	2x10 ⁹	20.0	0.99	0.67	0.59			
1	2x10 ⁹	19.0	0.99	0.65	0.56			
2	2x10 ⁷	15.0	0.98	0.36	0.68			



Fig.1. Respuesta luminosa total como función de la energía para un amplio rango de iones y energías de un material centellador NE 102. Los ajustes fueron llevados a cabo con el uso de la ec.(11) en el caso d + 1/n = 0.





Fig. 2. Respuesta luminosa total para el mismo material NE102. Los ajustes fueron realizados mediante la ec.(11) para el caso d + 1/n = 1.





Fig.3. Ajustes logrados con el uso de la ec.(11) para el caso d + 1/n = 2.

7.4. El modelo de M. Parlog et al.

La simplificación al modelo EDSE representa fielmente los datos en las figuras 1, 2, y 3. Con el afán de comparar su poder predictivo con otras formulaciones hoy en día desarrolladas es necesario compararlo con el modelo propuesto por M. Parlog *et al.* [47], el cual ha sido recientemente publicado y en cuyo trabajo se propone también una simplificación. Dicho modelo se



discute de manera general en esta sección y se basa principalmente en el modelo MM.

El trabajo presentado por estos autores se basa en datos a partir del CsI(Tl), operado a temperatura ambiente y con una concentración molar C \equiv 0.02-0.2%. Su correspondiente concentración volumétrica de talio es N_{AO} \cong 2.11x10¹⁸ - 2.10x10¹⁹ iones cm⁻³.

A temperatura ambiente, el espectro de emisión de un CsI(Tl) excitado por proyectiles cargados es dominado por una banda ancha amarilla con centro en los 550nm. Esta banda esta asociada con la emisión de los centros luminosos de Tl y se llama banda del Tl. Aún existe cierta discusión controvertida en cuanto al origen de esta banda. Por lo que de acuerdo a diferentes interpretaciones, la emisión de luminiscencia puede implicar, por ejemplo, un único centro luminoso del Tl. un par de centros $Tl^+ - V_1$ o aún configuraciones más complejas cercanas a una impureza del Tl. La mayoría de las consideraciones hechas convergen a dos ideas principales: ambos portadores. tanto los electrones como los agujeros juegan un papel muy importante en la luminiscencia inducida por partículas altamente ionizantes; la emisión radiativa alrededor de los 550 nm toma lugar en los jones excitados (Tl^{+*}) . Una partícula incidente que va frenando en un cristal CsI(Tl) pierde la mayor parte de su energía por ionización, y en una mucho menor proporción, al interaccionar con los núcleos de la latiz. La pérdida de energía específica es en este caso la suma de los poderes de frenado, tanto el electrónico como el nuclear, expresados en $eVx10^{-15}$ átomos⁻¹ cm², $-(dE/dx) = S_e + S_p = S_e(1 + S_p)$ S_{μ}/S_{ν}). Para hallar la respuesta luminosa diferencial se han usado los poderes de frenado de Ziegler [48]. $-(dE/dx)_{T \in T \subset UT}$ nos da el poder de frenado específico depositado dentro de la columna primaria. La fracción F de energía depositada fuera de la columna primaria esta dada por MM.

 $F \equiv (dE/dx)_{\delta}/(dE/dx)$

$$= \frac{1}{2} \frac{\ln(T_{max}/T_{CUT}) - \beta^2 + \beta^2 T_{CUT}/T_{max}}{\frac{1}{2} \ln((2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 / l^2)) - \beta^2 - \Delta/2}$$
(12)

donde la Δ es el efecto de densidad en la formula de Bethe-Bloch, y en el caso no relativístico, $\beta^2 << 1$, esta ecuación se reduce a

$$F \cong \frac{1}{2} \frac{\ln(\beta^2 / \beta_{\delta}^2)}{\ln(2m_e c^2 / I) + \ln(\beta^2 / \beta_{\delta}^2)}$$

la ecuación (13) es válida solo para el caso $\beta \ge \beta_{\delta}$, por debajo de este límite *F* es cero. La única cantidad desconocida en la expresión para *F* es e_5 , el cual será uno de los parámetros libres del modelo. Para la relación alcance-energía, $R = bT^n$, se toman valores de b = 0.016, y n = 1.35 [49] y [50]. Se calcula a partir de estos valores y sin tomar en cuenta la distribución angular de los rayos delta dispersados fuera de la columna primaria.

También se considera que las concentraciones de los portadores de energía están relacionadas. Se toma en cuenta una dependencia temporal; a cada instante t y posición x, la concentración de agujeros $n_h(x,t)$ puede ser considerada como función de la concentración electrónica $n_e(x,t)$.

De modo que la respuesta luminosa diferencial (dL/(x)/dx) es la suma de la luz producida dentro de la columna primaria y de la producida fuera de ella. La integración sobre la energía E_0 da como respuesta luminosa total la expresión:

 $L = a_G [\int_0^{E\delta} 1/a_R S_e(E) \ln(1 - a_R S_e(E)/(1 + a_n S_n(E) + a_R S_e(E)))^{-1} (dE/1 + S_n(E)/S_e(E)) + \int_{E\delta}^{E\delta} 1 - F(E)/y(E) a_R S_e(E) \ln(1 - y(E) a_R S_e(E)/(1 + a_n S_n(E) + a_R S_e(E)))^{-1} (dE/1 + S_n(E)/S_e(E)) + \int_{E\delta}^{E\delta} F(E) dE/1 + S_n(E)/S_e(E)]$ (14)

donde $y(E) = 1 - F(E) a_R S_e(E)/1 + a_n S_n(E) + a_R S_e(E)$.

Esta respuesta luminosa contiene cuatro parámetros del modelo: a_G el cual es la ganancia relacionada a la conversión de energía a luz, a_R y a_n son los parámetros de la "saturación por recombinación" y la "saturación nuclear", respectivamente, y e_{δ} es la energía por nucleón sobre la cual los rayos delta juegan un papel importante en el mecanismo de centelleo.

El primer término de la ec.(14) se refiere a la última parte del alcance de la partícula, donde la energía ha crecido por debajo del límite de reproducción de rayos delta y entonces F(E) = 0. Los dos últimos términos se refieren a la primera parte de la trayectoria del ion incidente; el segundo término concierne

47

(13)

a la respuesta luminosa originada en la columna primaria, el tercer término esta conectado con la luz producida por los rayos delta fuera de la columna primaria. Para energías incidentes bajas, F(E) = 0 a lo largo de todo el alcance de la partícula y solamente el primer término estará presente.

7.5. Comparación con los datos experimentales.

Los cuatro coeficientes tienen que conocerse para poder confrontar la respuesta luminosa con los datos experimentales. De hecho, son determinados a partir de datos de iones con $Z \le 45$, los cuatro se consideran parámetros de ajuste en un proceso de minimización de la χ^2 usando la paquetería MINUIT de la librería del CERN. Como es de suponerse la integral en la expresión (14) es llevada a cabo numéricamente. Cabe resaltar la complejidad de los cálculos realizados y de la forma misma de la expresión (14). En la figura 4 se aprecian los ajustes mediante (14). Aunque los autores promueven obtener una



Fig. 4. Respuesta luminosa total Qo contra la energía inicial Eo para diferentes iones ($\Delta Z = 5$); los puntos son datos experimentales del sistema Xe + Sn a 32 y a 50 AmeV [51], los líneas sólidas son el cálculo exacto de (14). Recuadro: acercamiento a bajas energías, comparación con el caso donde el término de saturación nuclear sería despreciado para Z = 30.

48

tesis con

la de origen

concordancia perfecta, del 3%, con los datos, esta señalación se realizó únicamente para seis de las nueve partículas predichas. Se puede ver como es que la expresión (14) predice en este caso nueve curvas de ajuste a pesar que tan sólo hay ocho curvas experimentales. Tal discrepancia resulta abrumadoramente absurda, a pesar de ajustar bien las primeras cinco curvas experimentales.

En un intento por reducir la ecuación (14) a una forma más manejable y que ajuste mejor los datos, M. Parlog *et al.* Se resuelven a encontrar una "fórmula analítica amistosa para la respuesta luminosa total".

Si se mantienen los términos de orden cero y de primer orden en una expansión de Taylor alrededor de β_{δ}^2 en el término logarítmico de la fracción F en la ecuación (13), se puede obtener una expresión aproximada de $F(\beta_{\delta}^2)$:

$$F = \frac{1}{2} \frac{(\beta^2 / \beta_{\delta}^2)}{\ln(2m_{\rm e}c^2 / \Gamma \beta_{\delta}^2) + \beta^2 / \beta_{\delta}^2) - 1}$$
(15)

Por medio de esta consideración y de otras más sencillas se llega a una aproximación a la fórmula (14) donde sólo existe una dependencia con respecto a tres parámetros, de modo que la integral se puede llevar a cabo analíticamente. Además, si se considera una alternativa a la que nos llevo a la expresión (15), referente a la fracción de energía depositada fuera de la columna primaria por los rayos delta se puede lograr una simplificación aún mayor. Dicha alternativa es considerar a la fracción F como una función escalón de la energía

$$F(E) = \begin{array}{c} 0 \quad E/A \le a_3 \\ a_4 \quad E/A > a_3 \end{array}$$

donde a_3 es el límite de la energía por nucleón para que exista producción de rayos delta y a_4 también será un parámetro de ajuste. La ventaja es que la aproximación a primer orden que se había mencionado de la respuesta luminosa total se vuelve más simple

49

ESTA YESIS NO SALE DE LA BIBLIOTECA

$$L = a_{I} \left[E_{0} \left(1 - a_{2}AZ^{2} / E_{0} \ln(1 + 1/a_{2}AZ^{2} / E_{0}) \right) + a_{4}a_{2}AZ^{2} \ln(E_{0} + a_{2}AZ^{2} / E_{\delta} + a_{3}AZ^{2}) \right]$$
(16)

La calidad de los ajustes son mostrados en la figura 5. Aquí se puede apreciar como la calidad mediante el uso de la ec. (16) es bastante mala para Z's grandes, las curvas predichas son mas bien rectas que no corresponden a los datos en la región de bajas energías; la penúltima curva predicha parece ajustar los datos de la última curva experimental, por lo que existe un desfasamiento entre lo predicho y lo medido de $\Delta Z = 5!$



Fig. 5. Respuesta luminosa total contra energia para diferentes iones $\Delta Z = 5$: los simbolos son datos experimentales del sistema Xe + Sn a 32 y a 50 AmeV; las curvas sólidas son predichas con la fórmula (16).



7.6. Ajustes con el modelo simplificado.

En el afán de poder medir la capacidad de reproducción de los datos con el modelo simplificado que aquí hemos derivado, nos propusimos a realizar los ajustes de los mismo datos que utilizaron M. Parlog *et al.* Se encuentra que a diferencia del ajuste realizado tanto con el modelo general como con la fórmuja amistosa se logran reproducir a la perfección las curvas desde su inicio con su característica curvatura para Z's grandes, además de que en nuestro ajuste cada una de las curvas experimentales tiene su correspondiente respuesta teórica con nuestro modelo simplificado el cual presenta una fórma fácil de manejar para la calibración. Los ajustes son mostrados en la figura 6.



Fig. 6. respuesta luminosa total contra energía para diferentes iones $\Delta Z = 5$: los ajustes realizados utilizando la simplificación al modelo EDSE, los puntos son datos experimentales del sistema Xe + Sn a 32 y a 50 Amel'.

En este caso los ajustes fueron realizados con una variante a la fórmula (11). La dependencia en Z que representa el factor $(1 - \Gamma dN_e/dx / Ep_a + dN_e/dx)$ se ha reemplazado por una función general, f(Z), que también depende de Z; la forma general que cobra ahora la ec.(11) es

$$\frac{dL}{dx} = C \frac{dN_o}{dx} dX$$
(17)

donde

$$f(Z) = a_0(Z^{a_1} + a_2 Z^{a_3})$$

la constante a_0 queda absorbida por la constante C de la ec. (17) y ahora en lugar de llevar a cabo una minimización que corresponda a una optimización individual de C; un valor para cada Z, se hace una optimización general de C ya que previamente se encontró un valor único para todas las Z's después de variar las tres constantes a_1 , a_2 , y a_3 .

Los valores que corresponden al mejor ajuste utilizando ésta función dependiente de Z, f(Z), son: $a_1 = -2.80146$, $a_2 = 0.029046$, $a_3 = -0.152784$, el valor que corresponde en este caso para ρ_q es $\rho_q = 4.82 \times 10^4$.

Capítulo 8.

CONCLUSIONES.

Se ha presentado un modelo para explicar la naturaleza física de la producción de la luminiscencia en materiales centelladores basado en el modelo "energy deposition by secondary electrons". La formulación aquí presentada preserva los rasgos más importantes del modelo EDSE. Usando una aproximación para altas energías se simplifica la dependencia radial de la densidad de deposición de energía $\rho(r)$, de manera que se llega así a una expresión para el radio de saturación r_q . Se consideran tres soluciones posibles a este radio, correspondientes a los casos de igualar el exponente d + 1/n a los valores, 0, 1, y 2. Mediante el uso de una relación alcance-energía se logra introducir en una ecuación de pérdida específica la contribución energética de la región donde la saturación toma lugar.

Se calcula entonces la densidad de deposición de energía en la región donde los rayos delta escapan de la región de saturación. Se tiene así una expresión para la densidad de deposición de energía total completamente analítica. Los ajustes hechos con esta formulación prueban ser igual de buenos respecto de aquellos hechos con el modelo EDSE. Estos ajustes se llevan a cabo para un material inorgánico (NE102) para un amplio rango de iones y energías, probándose así su mejor capacidad predictiva respecto a anteriores formulaciones vistas tanto en el capítulo 4 como en el cap. 5. también se ha comparado la calidad de los ajustes con aquellos dados por el modelo de M. Parlog et al., el cual a pesar de ser un modelo reciente y elaborado, prueba ser bastante ineficiente al representar los datos experimentales, ya sea el ajuste hecho mediante la fórmula más general o sea hecho mediante la fórmula simplificada analítica que ellos proponen. La principal diferencia es entonces que nuestra simplificación reproduce fielmente los datos experimentales y la de ellos no. Aplicadas ambas a un amplio intervalo de iones y energías de incidencia.

El hecho de utilizar la aproximación de altas energías corresponde a una situación viable ya que experimentalmente se encuentra en general que R_{max} $R_{max} >> r_a$. Además el hecho de utilizar los valores 0, 1, y 2 para el exponente d + 1/n resulta de escoge los valores más simples que correspondan a un significado físico.

A pesar de encontrar una expresión mucho más simple de calcular para la deposición de energía en la región fuera de la saturación, el hecho de considerar dos veces la deposición de energía dada por los electrones secundarios en la región de saturación (tanto en el cálculo directo de la

columna primaria como en la región fuera de ésta columna) representa un falso concepto físico. Sin embargo, la universalidad de EDSE aunada a la expresión simple que se sugiere para la luminiscencia en este trabajo puede ser una herramienta útil para la calibración de detectores basados en el proceso de centelleo.

Referencias.

[1] C. Caso, et al., Eur. Phys. J. C3 (1998) 1.

[2] J. B. Birks, *Scintillation Counters* (McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1953)

[3] J. B. Birks y F. A. Black, Proc. Phys. Soc. A 64, 511 (1951)

[4] F. H. Krenz, Comunicación privada con J. Birks, Enero 17 (1952)

[5] C. J. Taylor et al., Phys. Rev. 84, 1034 (1951)

[6] J. B. Birks, Proc. Phys. Soc. A 63, 1294 (1950)

[7] J. W. King y J. B. Birks, Phys. Rev. 86, 568 (1952)

[8] R. B. Murray y A. Meyer, Phys. Rev. 122, 815 (1961).

[9] W. Whaling, *Encyclopedia of Physics*, editada por S. Flugge (Springer-Verlag, Berlin, 1958), Vol. 34, pág. 193.

[10] F. S. Eby y W. K. Jentschke, Phys. Rev. 96, 911 (1954).

[11] A. Papineau, Compt. Rend. 242, 2933 (1956); también H. H. Heckman,

B. L. Perkins, W. G. Simon, F. M. Smith, y W. H. Barkas, *Phys. Rev.* 117, 544 (1960).

[12] E. Newman y F. E. Steigert, Phys. Rev. 118, 1575 (1960).

[13] P. G. Roll y F. Steigert, Nuclear Phys. 17, 54 (1960)

[14] L. C. Nortcliffe, Bull. Am. Phys. Soc. 4, 51 (1959)

[15] S. Bashkin, R. R. Carlson, R. A. Douglas y J. A. Jacobs, *Phys. Rev.* **109**, 434 (1958).

55

[16] C. N. Chou, Phys. Rev. 87, 903, 904 (1952).

[17] J. B. Birks. Phys. Rev. 84, 364 (1951).

[18] C. J. Taylor et al., Phys. Rev. 83, 170 (1951).

[19] D. Frey et al., Phys. Rev. 82, 372 (1951).

[20] W. K. Jentschke et al., Phys. Rev. 83, 170 (1951).

[21] F. Galonsky et al., Rev. Sci. Instr. 27, 58 (1956).

[22] M. L. Halbert, Phys. Rev. 107, 647 (1957).

[23] W. Reynolds et al., Phys. Rev. 95, 671 (1954).

[24] S. Rosenblum, Ann. Phys. 10, 408 (1928).

[25] M. S. Livingston y H. A. Bethe, Revs. Modern Phys. 9, 271-276 (1937).

[26] Aron et al. University of California Radiation Laboratory Report AAECU-663, 1951.

[27] A. R. Quinton et al., Phys. Rev. 115, 886 (1959).

[28] A. Meyer, R. Murray, Phys. Rev. 128, 98 (1962).

[29] E. Newman et al., Phys. Rev. 122, 1520 (1961).

[30] L.V. Spencer, *National Bureau of Standards Monograph I*, September (1959).

[31] K. Michealian, A. Menchaca-Rocha, Phys. Rev. B 49, 15550 (1994).

[32] E. C. Montenegro et al. Phys Lett. 92 A, 195 (1982).

[33] K. Kanaya, S. Okayama, J. Phys. D5, 43 (1972).

[34] J. Lindard et al., Math.-Fys. Meddr. 33, 1 (1963).

[35] T. E. Everhart, J. Appl. Phys. 31, 1483 (1960).

[36] R. O. Lane et al., Phys. Rev. 94, 960 (1954).

[37] L. Katz y A. S. Penfold, Rev. Mod. Phys. 24, 28 (1952).

[38] M. H. Salomon, Phys. Rev. B 24, 5026 (1981).

[39] H. B. Dietrich y R. B. Murray, J. Lumin. 5, 155 (1972).

[40] M. D. Galanin y Z. A. Chizhikova, Opt. And Specroscopy 9, 143 (1961).

[41] J. Jortner et al., J. Chem. Phys. 42, 309 (1965).

[42] L. M. Bollinger y G. E. Thomas, Rev. Sci. Instr. 32, 1044 (1961).

[43] N. Colonna et al., Nucl Intr.. And Meth. A 327, 363 (1993).

[44] M. Buernerd et al., Nucl. Instr. And Meth. A 320, 273 (1992).

[45] D. Horn et al., Nucl. Instr. And Meth. A 320, 273 (1992).

[46] F. D. Becchetti, et al., Nucl. Instr. And Meth. 136, 173 (1976).

[47] M. Parlog et al., Nucl. Instr. And Meth. A 482, 674 (2002)

[48] J. F. Ziegler, *Helium Stopping Powers and Ranges in All Elements*, Pergamon, New York, 1977.

56

[49] H. Kanter et al., Phys. Rev. 126 620 (1962)

[50] H. Kanter, *Phys. Rev.* **121** 461 (1961).