

872715
3



UNIVERSIDAD DON VASCO A.C.

Incorporación Número 8727-15

a la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

**CÁLCULO DE ARMADURAS, RETÍCULAS Y MARCOS
POR COMPUTADORA**

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

PRESENTAN:

Alejandro
García Rojas
Corza

Vicente Javier
Varas
Bucio

URUAPAN, MICHOACÁN, ABRIL DEL 2003.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS
CON
FALLA DE
ORIGEN**

AGRADECIMIENTOS

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas
UNAM a difundir en formato electrónico el
contenido de mi trabajo
NOMBRE: García Rojas Correa
Alejandro
FECHA: 14-05-03
FIRMA: P.A.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad.

Albert Einstein (1879-1955)

Vicente

De la manera más profunda y sincera quiero dedicar este trabajo:

➔ *A LA BONDAD DE DIOS*, que todos los días de mi vida ha puesto en mi camino algo para hacerme mejor persona.

➔ *AL CARIÑO Y EJEMPLO DE MIS PADRES*, a quienes jamás podré pagar los sacrificios y dificultades con que me formaron. A ellos les debo no sólo mi carrera, sino el haber sido un niño, un joven y un adulto feliz.

➔ *A LA LEALTAD DE MI HERMANO RICARDO*, por haberme brindado siempre el apoyo más incondicional y noble que he conocido.

➔ *A LA CERCANÍA QUE TODA MI FAMILIA* me ha mostrado, en este proyecto y en todos los que he emprendido, por tal motivo quiero expresar mi especial gratitud para mis abuelos, tíos y primos.

➔ *A LA DISPOSICIÓN DEL M. EN I. GUILLERMO MARTÍNEZ RUIZ*, por su atinada dirección, el soporte, discusión crítica e interminable paciencia mediante los cuales permitió que el presente trabajo llegara a buen término.

➔ *A LA VOCACIÓN DE LOS MAESTROS* que supieron transmitirme, además de su conocimiento, el amor por mi profesión.

➔ *A LA AMISTAD DE MIS COMPAÑEROS*, que me dejaron recuerdos invaluable.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Alejandro

*Si he conseguido ver más
lejos, es porque me he
parado sobre los hombros
de gigantes.*

Isaac Newton (1642-1727)

Agradeceré por siempre con profundo respeto y admiración:

- *A MIS PADRES*, que con sus atenciones, sacrificios y amor apoyan mis más grandes anhelos.
- *AL M. EN I. GUILLERMO MARTÍNEZ RUÍZ*, por compartirnos sus conocimientos y tiempo incondicionalmente, así como reconocer su disponibilidad, paciencia y vocación al hacer multitud de revisiones y comentarios al presente trabajo.
- *A MI FAMILIA* que me comprende y apoya.
- *A MIS MAESTROS*, que indudablemente hicieron posible mi formación.
- *A MIS AMIGOS*, con quienes compartí momentos inolvidables, buenos y malos, y por permitirme ser parte de sus vidas.
- *A DIOS*, por haberme dado la vida, cuidarme y protegerme.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



UNIVERSIDAD
DON VASCO

UNIVERSIDAD DON VASCO, A. C.

ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL

ENTRONQUE CARRETERA A PATZCUARO 1100

APARTADO POSTAL 66 TEL. 4-25-26

URUAPAN, MICHOACAN

CLAVE UNAM 872715

RECONOCIMIENTO

- La presente tesis, que lleva por título "Cálculo de armaduras, retículas y marcos por computadora", desarrollada en forma esmerada por los alumnos Alejandro García Rojas Corza y Vicente Javier Varas Bucio, contó con el eficiente apoyo y asesoría del señor maestro en Ingeniería Guillermo Martínez Ruiz.

- El ingeniero Martínez Ruiz, actualmente profesor e investigador en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, fué titular en el área de estructuras de nuestra Escuela de Ingeniería Civil durante ocho años, y ha seguido manteniendo un estrecho y desinteresado contacto con nuestro alumnado, transmitiendo sus experiencias y conocimientos.

- Por estos motivos expresamos al señor Ingeniero Martínez Ruiz nuestro agradecimiento, haciendo votos por seguir contando con su atinada colaboración para los fines educativos que perseguimos.

Uruapan, Mich., Marzo del 2003.

ING. RAUL JAMIT ABUD
UNIVERSIDAD DON VASCO, A.C.
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
DIRECTOR TÉCNICO

TECNOLOGIA CON
FALLA DE ORIGEN

*Todos los senderos conducen
a la misma meta: transmitir a
los demás lo que somos.
Pablo Neruda.*

INDICE

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ÍNDICE

<i>Introducción.</i>	1
<i>Capítulo 1 - Deflexiones debidas al cortante.</i>	3
Deflexiones debidas al cortante.	4
<i>Capítulo 2 - Método de rigideces.</i>	6
Método de rigideces.	7
Obtención de las rigideces de las barras.	9
Ensamble de la matriz de rigideces totales.	31
Algoritmo de ensamble.	32
Determinación del vector de fuerzas.	34
Fuerzas de empotramiento.	36
Ejemplo de aplicación del método de rigideces.	53
<i>Capítulo 3 - Solución del sistema de ecuaciones.</i>	65
Factorización de matrices en matrices triangulares (Triangulación L-U)	66
Método de Cholesky.	68
<i>Capítulo 4 - Método de la diagonal equivalente.</i>	71
Método de la diagonal equivalente.	72
<i>Capítulo 5 - Relaciones de esbeltez.</i>	74
Relaciones de esbeltez.	75
<i>Capítulo 6 - Desplazamientos impuestos.</i>	78
Desplazamientos impuestos.	79
<i>Capítulo 7 - Apoyos elásticos.</i>	80
Apoyos elásticos.	81
<i>Capítulo 8 - Reticulas.</i>	82
Reticulas.	83
Constante de torsión.	86
<i>Capítulo 9 - Ecuaciones generalizadas.</i>	90
Ecuaciones generalizadas.	91

<i>Capítulo 10 – Manual del usuario.</i>	95
<i>Editor.</i>	96
Cómo editar una estructura.	97
Cómo mover nudos.	100
Cómo agregar nudos.	103
Cómo eliminar nudos.	106
Cómo agregar barras.	109
Cómo eliminar barras.	112
Menú contextual.	114
Cómo guardar una estructura.	115
Cómo abrir una estructura.	117
Opción confirmar.	118
Botón continuar.	120
Cómo inclinar un nivel de la estructura.	121
Cómo desplazar la estructura.	123
Cómo enviar al disco duro los datos de la estructura.	124
Zoom y barras de desplazamiento.	125
<i>Propiedades.</i>	128
Objetos del formulario propiedades.	129
Cómo abrir una estructura.	130
Cómo seleccionar barras.	131
Cómo seleccionar nudos.	139
Cómo asignar sección.	140
Cómo asignar apoyos a una estructura.	149
Cómo eliminar apoyos de una estructura.	151
Cómo asignar cargas a las barras.	152
Cómo borrar cargas de las barras.	161
Cómo asignar cargas a los nudos.	168

Cómo borrar cargas de los nudos.	171
Cómo asignar propiedades especiales a las barras.	173
Cómo diseñar apoyos en una estructura.	176
Cómo eliminar un apoyo personalizado.	179
Cómo incluir desplazamientos impuestos en una estructura.	180
Cómo calcular una estructura.	182
Informe de los desplazamientos.	185
Cómo guardar una condición de carga.	186
Menú contextual.	187
<i>Diagrama.</i>	190
Cómo abrir una estructura.	192
Cómo abrir una condición de carga.	193
Cómo seleccionar una barra.	194
Cómo generar combinaciones.	195
Cómo ver diagramas o envolventes.	199
<i>Capítulo 11 – Ejemplos de aplicación de CARMA.</i>	208
Ejemplo 1.	209
Ejemplo 2.	220
Ejemplo 3.	228
<i>Conclusiones.</i>	238
<i>Bibliografía.</i>	241

INTRODUCCIÓN

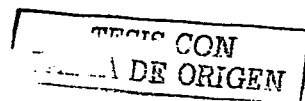
En el pasado las estructuras se diseñaban por intuición apoyada en la experiencia. Lo adecuado de un diseño se medía por la manera en que se comportaba la estructura, y si había insuficiencias, se hacían cambios después de que se había construido la estructura. La experiencia ganada a través de este procedimiento sumamente empírico afectó los diseños posteriores, y esto puede considerarse como el principio del análisis estructural.

Conforme creció la necesidad de enfoques más sofisticados para el análisis estructural, los mecánicos y los matemáticos llegaron a interesarse y empezaron a aplicar sus habilidades para el problema. Se siguió una larga secuencia de desarrollos conforme cada investigador confió en el progreso de sus contemporáneos o de sus predecesores.

Las demandas para un análisis sofisticado, junto con algunas serias limitaciones sobre capacidad de cómputo condujeron a un sinnúmero de técnicas especiales para resolver un conjunto correspondiente de problemas específicos. Estos así llamados *métodos clásicos* incorporaron algunas innovaciones ingeniosas y satisficieron las necesidades del ingeniero estructurista muy bien durante muchos años. Sin embargo, la aparición y el sucesivo desarrollo de la computadora digital incrementó las capacidades de cómputo en varios órdenes de magnitud y así se evitó la necesidad de técnicas especiales. Las especializaciones ingeniosas de los métodos clásicos fueron sustituidas por las arrolladoras generalidades de los *métodos matriciales modernos*.

La transición de los métodos clásicos a los métodos modernos ha provocado algunos cambios revolucionarios en ingeniería estructural, y en la educación de los ingenieros estructuristas. Aunque los métodos matriciales han llegado a ser el cimiento del análisis estructural, los métodos clásicos son elementales en el proceso educativo.

En la actualidad, con la existencia de las computadoras es posible realizar análisis exactos en tiempos mucho menores que el requerido para los análisis aproximados (sin el uso de computadoras).



Existe una enorme cantidad de aplicaciones de cómputo que le brindan al ingeniero estructurista múltiples ventajas, tales como:

- > La posibilidad de probar rápidamente varias estructuraciones.
- > Optimizar las dimensiones y orientaciones de los miembros de la estructura.
- > Revisar los elementos mecánicos de los miembros ante diversas combinaciones de carga.
- > etc.

Una de estas aplicaciones de cómputo es el programa *CARMA* (Cálculo de Armaduras, Reticulas y MARcos), el cual fue desarrollado como trabajo de tesis por los autores de este volumen.

El código fuente de *CARMA* fue escrito en Visual Basic 6, lenguaje de programación ideado para crear programas de interfaz gráfica para el sistema operativo Windows.

Tomando en cuenta las virtudes del análisis matricial de estructuras, el método de análisis que se programó en *CARMA* fue el *Método de Rigideces*.

CARMA está dividido en dos módulos principales, uno para armaduras y marcos planos, y otro para el análisis de retículas.

En el presente trabajo se exponen tres aspectos principales de *CARMA*: la sustentación teórica de los algoritmos empleados en su programación, el manual del usuario y varios ejemplos de aplicación resueltos detalladamente.

Atendiendo a las limitaciones de espacio y a la gran similitud que existe entre los dos módulos de *CARMA*, únicamente se incluye el manual del usuario correspondiente al módulo de armaduras y marcos, del cual se infieren fácilmente los aspectos de operación del módulo de retículas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1

DEFLEXIONES DEBIDAS AL CORTANTE

En este capítulo se trata el tema de las deflexiones ocasionadas por la fuerza cortante en los elementos de un sistema estructural, así como los parámetros empleados para incluirlas en las etapas posteriores del análisis.

TOMO CON
- LA DE ORIGEN

DEFLEXIONES DEBIDAS AL CORTANTE

La magnitud de estas deflexiones suele despreciarse en la mayoría de los casos por ser demasiado pequeñas en comparación con las debidas a la flexión (menos del 1% de éstas). Sin embargo, para elementos muy cortos y fuertemente cargados, estas deflexiones pueden ser significativas y un método aproximado puede utilizarse para evaluarlas.

La deflexión en la superficie neutra, debida a esfuerzos cortantes en el intervalo dx a lo largo de la barra es

$$dy = \gamma dx = \frac{\tau}{G} dx = \frac{VQ}{G I b} dx$$

Donde:

γ = Deformación cortante unitaria.

τ = Esfuerzo cortante unitario.

G = Módulo de Elasticidad al Cortante, también conocido como Módulo de Rigidez y que de Mecánica de Materiales se sabe es igual a

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

En el concreto la relación de Poisson, ν , oscila entre 0.15 y 0.20, pero se han encontrado valores de 0.10 y 0.30, por lo que suele tomarse un valor de 0.25 para esta relación, es decir $G = 0.4E$.

Para el acero estructural ν regularmente tiene un valor de 0.30.

V = Cortante actuando sobre la sección transversal.

Q = Momento estático de una porción de la sección transversal.

El valor de Q a una distancia y_1 del eje neutro es simplemente igual al área por arriba (o por debajo si está en una posición inferior al eje neutro) de la línea y_1 , multiplicada por la distancia desde el centroide de esta área al eje neutro.

b = Ancho de la sección transversal.

I = Momento de inercia de la sección transversal alrededor del eje que es normal al eje del elemento y a V .

Debido al sentido negativo de la deflexión

$$\frac{dy}{dx} = - \left(\frac{VQ}{G I b} \right)$$

Dado que el esfuerzo cortante vertical varía en todo el peralte de la sección, la deflexión debida al cortante tampoco es uniforme. Esta variación se refleja en una ligera distorsión en la sección del elemento. Para resolver este problema se emplea una relación empírica en donde un *factor de forma*, K , se usa para tomar en cuenta la distribución no uniforme del esfuerzo cortante a lo largo de la sección transversal del elemento, de la siguiente manera:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{KV}{AG} \quad A = \text{Área de la sección transversal.}$$

El *factor de forma* está dado por la siguiente expresión:

$$K = \int^A \frac{Q^2}{r^2 I b^3} dA \quad r = \text{Radio de giro de la sección transversal.}$$

Algunos valores ya determinados para este factor son los siguientes:



$$K = 1.2$$



$$K = 1.2$$



$$K = \frac{10}{9}$$



$$K \approx \frac{A_{SECCION}}{A_{ALMA}}$$

Otro parámetro utilizado en el cálculo de deflexiones por cortante está también definido en términos del *factor de forma*, K , y se conoce como *factor de cortante*, ϕ_v , establecido como

$$\phi_v = K \frac{12EI}{GAL^2}$$

Haciendo uso del *factor de forma*, K , y de las condiciones de frontera y compatibilidad, es posible determinar la deflexión debida al cortante a través de métodos normales de integración, obteniendo así una ecuación que proporciona esta deflexión como función de la distancia x a lo largo de la longitud del elemento.

2

MÉTODO DE RIGIDECES

Conocidas las ventajas del análisis matricial de estructuras, en la codificación de CARMA se implementó el método de rigideces (también conocido bajo el nombre de método de los desplazamientos).

Al igual que en el resto de los métodos de análisis, las ecuaciones del método de rigideces se deducen de:

- 1. El equilibrio de las fuerzas.*
- 2. La compatibilidad de los desplazamientos.*
- 3. La relación fuerza-desplazamiento.*

La determinación de: las rigideces de barra, las rigideces totales del sistema, las fuerzas de empotramiento perfecto y el vector de fuerzas actuantes, así como la formulación matricial de estos aspectos son materia de este capítulo, adicionalmente, al final del mismo se incluye un ejemplo donde se ilustran numéricamente los distintos pasos del método de rigideces.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MÉTODO DE RIGIDECES

Para definir la relación entre las fuerzas y desplazamientos de cualquier sistema estructural es necesario utilizar las relaciones constitutivas de los materiales, así como los conceptos de equilibrio y compatibilidad de deformaciones.

Una relación fuerza-desplazamiento puede escribirse de la siguiente forma:

$$P = K D$$

donde **P** es la fuerza, **D** los desplazamientos y **K** la rigidez de los elementos, es decir, podemos definir la rigidez como la fuerza necesaria para producir un desplazamiento unitario. Esta relación es la base del *Método de Rigideces*.

La condición de compatibilidad se satisface mediante la concordancia entre los desplazamientos nodales y las deformaciones en los extremos de los elementos barra, lo que permite aplicar las ecuaciones de equilibrio en los nodos para encontrar los desplazamientos nodales y con ellos las fuerzas en los elementos de la estructura.

La realización del procedimiento anterior a través de un ordenamiento matricial, permite la manipulación de grandes sistemas estructurales y hace a este método ideal para el desarrollo de programas de cómputo que automaticen los cálculos, tal es el caso de CARMA en cuya programación se empleó este método.

Para efectuar el planteamiento del método, será necesario obtener en primera instancia las rigideces de los elementos barra, considerando sus características especiales, es decir, si la barra cuenta con rigidez a la flexión en:

- Ambos extremos (barra normal).
- Sólo en el extremo inicial (barra empotrada-articulada).
- Sólo en el extremo final (barra articulada-empotrada).
- En ninguno de sus extremos (barra armadura).

Se considerará un elemento empotrado al cual se le inducirán desplazamientos unitarios en los sentidos definidos como positivos (a la derecha, hacia arriba y anti-horario).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Las rigideces se determinarán a partir de la relación que existe entre los desplazamientos y las fuerzas generalizadas, esta relación de acuerdo a la resistencia de materiales está dada por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dU}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

$$\frac{dV}{dx} = W$$

$$\frac{dM}{dx} = V$$

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{M}{EI}$$

$$\frac{dY_b}{dx} = 0$$

$$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{k \cdot V}{AG} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot V}{12 \cdot EI}$$

donde:

U = Ecuación de deformación axial.

N_x = Ecuación de fuerza axial.

V = Ecuación de fuerza cortante.

W = Ecuación de carga.

M = Ecuación de momento.

θ = Ecuación de la pendiente de la elástica.

Y_b = Ecuación de flecha debida únicamente a la flexión.

Y_s = Ecuación de flecha debida únicamente a la fuerza cortante.

k = Factor de forma. (Ver capítulo de deflexiones debidas al cortante)

ϕ_y = Factor de cortante. (Ver capítulo de deflexiones debidas al cortante)

A = Área de la sección transversal del elemento.

I = Momento de inercia de la sección alrededor del eje donde ocurre la flexión.

l = Longitud de la barra.

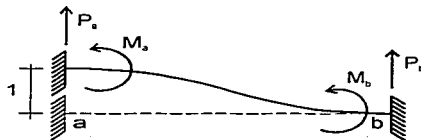
E = Módulo de elasticidad del elemento.

G = Módulo de elasticidad al cortante del elemento.

A continuación se presenta la determinación completa de las diferentes rigideces de los elementos barra, y a su vez para cada uno de los tipos de barras especiales.

OBTENCIÓN DE LAS RIGIDECES DE LAS BARRAS

Rigidez al corte de una barra normal.



El cortante al inicio de la barra es igual a la fuerza necesaria para producir un desplazamiento vertical unitario, por lo tanto la ecuación de cortante es

$$V = P_a$$

La ecuación de momento es

$$M = \int V dx + c = P_a \cdot x + c$$

Dado que en $x = 0$ se sabe que $M = -M_a$, la ecuación de momento tiene la siguiente forma

$$M = P_a \cdot x - M_a$$

La ecuación de pendiente se determina a partir de la siguiente relación

$$\theta = \frac{1}{EI} \int M dx + c$$

Puesto que en $x = 0$ la pendiente es igual a cero tenemos que

$$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x$$

Para la ecuación de flecha debida a la flexión

$$Y_b = \int \theta dx + c$$

Aplicando la condición de frontera $Y_b = 1$ en $x = 0$

$$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2} + EI$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para considerar las deflexiones por cortante, sabemos que

$$\frac{dY_s}{dx} = \theta_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot V}{12 \cdot EI}$$

Sustituyendo el cortante V en la ecuación se obtiene

$$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$$

Integrando ambos lados de la ecuación y aplicando la condición de frontera $Y_s = 0$ en $x = 0$ obtenemos que la flecha por cortante está dada por

$$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$$

La ecuación de flecha total Y_t queda expresada como

$$Y_t = Y_b + Y_s$$

Aplicando las condiciones de frontera $Y_t = 0$ en $x = l$ y $\theta = 0$ en $x = l$, y posteriormente resolviendo, obtenemos que

$$P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^3 (\phi_y + 1)} \quad (\text{hacia arriba})$$

$$M_a = \frac{6 \cdot EI}{l^2 (\phi_y + 1)} \quad (\text{anti-horario})$$

y por equilibrio

$$P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^3 (\phi_y + 1)} \quad (\text{hacia abajo})$$

$$M_b = \frac{6 \cdot EI}{l^2 (\phi_y + 1)} \quad (\text{anti-horario})$$

RIGIDEZ AL CORTE DE UNA BARRA NORMAL.

(Desplazamiento unitario en el extremo a)

Condiciones de frontera			Condiciones de frontera	
Extremo a ($x = 0$)			Extremo b ($x = l$)	
1	$V = P_a$	5	$V = -P_b$	
2	$M = -M_a$	6	$M = M_b$	
3	$\theta = 0$	7	$\theta = 0$	
4	$Y_1 = 1$	8	$Y_1 = 0$	
Ecuaciones:		Observaciones:		
9	$V = P_a$	De la condición de frontera 1.		
10	$M = P_a \cdot x - M_a$	De integrar la 9 y aplicar la 2.		
11	$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x$	De integrar la 10 y aplicar la 3.		
12	$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2} + EI$	De integrar la 11 y aplicar la 4.		
13	$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$	De mec. de materiales y sustituir la 9.		
14	$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$	De integrar la 13 y aplicar la 4.		
Soluciones:		De aplicar las condiciones de frontera 7 y 8.		
15	$P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^3(\phi_y + 1)}$ (hacia arriba)	De aplicar las condiciones de frontera 5 y 6. (O por equilibrio)		
16	$M_a = \frac{6 \cdot EI}{l^2(\phi_y + 1)}$ (anti-horario)			
17	$P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^3(\phi_y + 1)}$ (hacia abajo)			
18	$M_b = \frac{6 \cdot EI}{l^2(\phi_y + 1)}$ (anti-horario)			

TECIS CON
FALLA DE ORIGEN

RIGIDEZ AL CORTE DE UNA BARRA NORMAL.

(Desplazamiento unitario en el extremo b)

Condiciones de frontera			Condiciones de frontera	
Extremo a ($x = 0$)			Extremo b ($x = l$)	
1	$V = -P_b$	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>9 $V = -P_b$</p> <p>10 $M = -P_b \cdot x - M_a$</p> <p>11 $EI \cdot \theta = \frac{-P_b \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x$</p> <p>12 $EI \cdot Y_b = \frac{-P_b \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2}$</p> <p>13 $\frac{dY_s}{dx} = \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_b}{12 \cdot EI}$</p> <p>14 $Y_s = \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_b \cdot x}{12 \cdot EI}$</p> <p style="text-align: center;">Soluciones:</p> <p>15 $P_b = \frac{12 \cdot EI}{l^3 (\phi_y + 1)}$ (hacia arriba)</p> <p>16 $M_a = -\frac{6 \cdot EI}{l^2 (\phi_y + 1)}$ (horario)</p> <p>17 $P_a = -\frac{12 \cdot EI}{l^3 (\phi_y + 1)}$ (hacia abajo)</p> <p>18 $M_b = -\frac{6 \cdot EI}{l^2 (\phi_y + 1)}$ (horario)</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>5 $V = P_a$</p> <p>6 $M = M_b$</p> <p>7 $\theta = 0$</p> <p>8 $Y_t = 1$</p> <p>Observaciones:</p> <p>De la condición de frontera 1.</p> <p>De integrar la 9 y aplicar la 2.</p> <p>De integrar la 10 y aplicar la 3.</p> <p>De integrar la 11 y aplicar la 4.</p> <p>De mec. de materiales y sustituir la 9.</p> <p>De integrar la 13 y aplicar la 4.</p> <p>De aplicar las condiciones de frontera 7 y 8.</p> <p>De aplicar las condiciones de frontera 5 y 6. (O por equilibrio)</p> </div> </div>	5	$V = P_a$
2	$M = -M_a$		6	$M = M_b$
3	$\theta = 0$		7	$\theta = 0$
4	$Y_t = 0$		8	$Y_t = 1$

TRAZOS CON
 FALLA DE ORIGEN

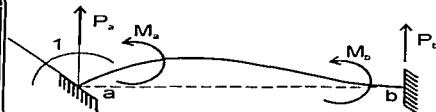
RIGIDEZ AL GIRO DE UNA BARRA NORMAL.

(Giro unitario en el extremo a)

Condiciones de frontera

Extremo a ($x = 0$)

- | | |
|---|--------------|
| 1 | $V = P_a$ |
| 2 | $M = -M_a$ |
| 3 | $\theta = 1$ |
| 4 | $Y_t = 0$ |



Condiciones de frontera

Extremo b ($x = l$)

- | | |
|---|--------------|
| 5 | $V = -P_b$ |
| 6 | $M = M_b$ |
| 7 | $\theta = 0$ |
| 8 | $Y_t = 0$ |

Ecuaciones:

$$9 \quad V = P_a$$

$$10 \quad M = P_a \cdot x - M_a$$

$$11 \quad EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x + EI$$

$$12 \quad EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2} + EI \cdot x$$

$$13 \quad \frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$$

$$14 \quad Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$$

Soluciones:

$$15 \quad P_a = \frac{6 \cdot EI}{l^2 (\phi_y + 1)} \quad (\text{hacia arriba})$$

$$16 \quad M_a = \frac{EI \cdot (4 + \phi_y)}{l(1 + \phi_y)} \quad (\text{anti-horario})$$

$$17 \quad P_b = -\frac{6 \cdot EI}{l^2 (\phi_y + 1)} \quad (\text{hacia abajo})$$

$$18 \quad M_b = \frac{EI \cdot (2 - \phi_y)}{l(1 + \phi_y)} \quad (\text{anti-horario})$$

Observaciones:

De la condición de frontera 1.

De integrar la 9 y aplicar la 2.

De integrar la 10 y aplicar la 3.

De integrar la 11 y aplicar la 4.

De mec. de materiales y sustituir la 9.

De integrar la 13 y aplicar la 4.

De aplicar las condiciones de frontera 7 y 8.

De aplicar las condiciones de frontera 5 y 6. (O por equilibrio)

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

RIGIDEZ AL GIRO DE UNA BARRA NORMAL.

(Giro unitario en el extremo b)

Condiciones de frontera			Condiciones de frontera	
Extremo a ($x = 0$)			Extremo b ($x = l$)	
1	$V = P_a$	5	$V = -P_b$	
2	$M = -M_a$	6	$M = M_b$	
3	$\theta = 0$	7	$\theta = 1$	
4	$Y_t = 0$	8	$Y_t = 0$	
Ecuaciones:		Observaciones:		
9	$V = P_a$	De la condición de frontera 1.		
10	$M = P_a \cdot x - M_a$	De integrar la 9 y aplicar la 2.		
11	$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x$	De integrar la 10 y aplicar la 3.		
12	$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2}$	De integrar la 11 y aplicar la 4.		
13	$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$	De mec. de materiales y sustituir la 9.		
14	$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$	De integrar la 13 y aplicar la 4.		
Soluciones:		De aplicar las condiciones de frontera 7 y 8.		
15	$P_a = \frac{6 \cdot EI}{l^2(\phi_y + 1)}$ (hacia arriba)	De aplicar las condiciones de frontera 5 y 6. (O por equilibrio)		
16	$M_a = \frac{EI \cdot (2 - \phi_y)}{l(1 + \phi_y)}$ (anti-horario)			
17	$P_b = -\frac{6 \cdot EI}{l^2(\phi_y + 1)}$ (hacia abajo)			
18	$M_b = \frac{EI \cdot (4 + \phi_y)}{l(1 + \phi_y)}$ (anti-horario)			

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

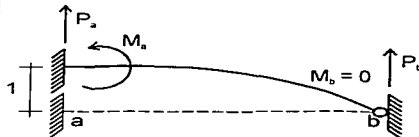
RIGIDEZ AL CORTE DE UNA BARRA EMPOTRADA-ARTICULADA.

(Desplazamiento unitario en el extremo a)

Condiciones de frontera

Extremo a ($x = 0$)

- | | |
|---|--------------|
| 1 | $V = P_a$ |
| 2 | $M = -M_a$ |
| 3 | $\theta = 0$ |
| 4 | $Y_t = 1$ |



Condiciones de frontera

Extremo b ($x = l$)

- | | |
|---|--------------|
| 5 | $V = -P_b$ |
| 6 | $M = 0$ |
| 7 | $\theta = ?$ |
| 8 | $Y_t = 0$ |

Ecuaciones:

9	$V = P_a$
---	-----------

10	$M = P_a \cdot x - M_a$
----	-------------------------

11	$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x$
----	---

12	$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2} + EI$
----	---

13	$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$
----	---

14	$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$
----	---

Soluciones:

15	$P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$ (hacia arriba)
----	--

16	$M_a = \frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)}$ (anti-horario)
----	--

17	$P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$ (hacia abajo)
----	--

18	$M_b = 0$
----	-----------

Observaciones:

De la condición de frontera 1.

De integrar la 9 y aplicar la 2.

De integrar la 10 y aplicar la 3.

De integrar la 11 y aplicar la 4.

De mec. de materiales y sustituir la 9.

De integrar la 13 y aplicar la 4.

De aplicar las condiciones de frontera 7 y 8.

De aplicar las condiciones de frontera 5 y 6. (0 por equilibrio)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

RIGIDEZ AL CORTE DE UNA BARRA EMPOTRADA-ARTICULADA.

(Desplazamiento unitario en el extremo b)

Condiciones de frontera			Condiciones de frontera	
Extremo a ($x = 0$)			Extremo b ($x = l$)	
1	$V = -P_b$	5	$V = P_a$	
2	$M = -M_a$	6	$M = 0$	
3	$\theta = 0$	7	$\theta = ?$	
4	$Y_t = 0$	8	$Y_t = 1$	
Ecuaciones:		Observaciones:		
9	$V = -P_b$	De la condición de frontera 1.		
10	$M = -P_b \cdot x - M_a$	De integrar la 9 y aplicar la 2.		
11	$EI \cdot \theta = \frac{-P_b \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x$	De integrar la 10 y aplicar la 3.		
12	$EI \cdot Y_b = \frac{-P_b \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2}$	De integrar la 11 y aplicar la 4.		
13	$\frac{dY_s}{dx} = \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_b}{12 \cdot EI}$	De mec. de materiales y sustituir la 9.		
14	$Y_s = \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_b \cdot x}{12 \cdot EI}$	De integrar la 13 y aplicar la 4.		
Soluciones:				
15	$P_b = \frac{12 \cdot EI}{l^3 (4 + \phi_y)}$ (hacia arriba)	} De aplicar las condiciones de frontera 7 y 8.		
16	$M_a = -\frac{12 \cdot EI}{l^2 (4 + \phi_y)}$ (horario)			
17	$P_a = -\frac{12 \cdot EI}{l^3 (4 + \phi_y)}$ (hacia abajo)	} De aplicar las condiciones de frontera 5 y 6. (0 por equilibrio)		
18	$M_b = 0$			

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

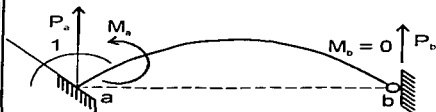
RIGIDEZ AL GIRO DE UNA BARRA EMPOTRADA-ARTICULADA.

(Giro unitario en el extremo a)

Condiciones de frontera

Extremo a ($x = 0$)

- | | |
|---|--------------|
| 1 | $V = P_a$ |
| 2 | $M = -M_a$ |
| 3 | $\theta = 1$ |
| 4 | $Y_t = 0$ |



Condiciones de frontera

Extremo b ($x = l$)

- | | |
|---|--------------|
| 5 | $V = -P_b$ |
| 6 | $M = 0$ |
| 7 | $\theta = ?$ |
| 8 | $Y_t = 0$ |

Ecuaciones:

9	$V = P_a$
---	-----------

10	$M = P_a \cdot x - M_a$
----	-------------------------

11	$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - M_a \cdot x + EI$
----	--

12	$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{M_a \cdot x^2}{2} + EI \cdot x$
----	---

13	$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$
----	---

14	$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$
----	---

Soluciones:

15	$P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)}$ (hacia arriba)
----	--

16	$M_a = \frac{12 \cdot EI}{l(4 + \phi_y)}$ (anti-horario)
----	--

17	$P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)}$ (hacia abajo)
----	--

18	$M_b = 0$
----	-----------

Observaciones:

De la condición de frontera 1.

De integrar la 9 y aplicar la 2.

De integrar la 10 y aplicar la 3.

De integrar la 11 y aplicar la 4.

De mec. de materiales y sustituir la 9.

De integrar la 13 y aplicar la 4.

De aplicar las condiciones de frontera 7 y 8.

De aplicar las condiciones de frontera 5 y 6. (O por equilibrio)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

RIGIDEZ AL CORTE DE UNA BARRA ARTICULADA-EMPOTRADA. (Desplazamiento unitario en el extremo a)																	
Condiciones de frontera Extremo a ($x = 0$)		Condiciones de frontera Extremo b ($x = l$)															
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>1</td><td>$V = P_a$</td></tr> <tr><td>2</td><td>$M = 0$</td></tr> <tr><td>3</td><td>$\theta = ?$</td></tr> <tr><td>4</td><td>$Y_t = 1$</td></tr> </table>		1	$V = P_a$	2	$M = 0$	3	$\theta = ?$	4	$Y_t = 1$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>5</td><td>$V = -P_b$</td></tr> <tr><td>6</td><td>$M = M_b$</td></tr> <tr><td>7</td><td>$\theta = 0$</td></tr> <tr><td>8</td><td>$Y_t = 0$</td></tr> </table>	5	$V = -P_b$	6	$M = M_b$	7	$\theta = 0$	8
1	$V = P_a$																
2	$M = 0$																
3	$\theta = ?$																
4	$Y_t = 1$																
5	$V = -P_b$																
6	$M = M_b$																
7	$\theta = 0$																
8	$Y_t = 0$																
Ecuaciones:	Observaciones:																
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>9</td><td>$V = P_a$</td></tr> <tr><td>10</td><td>$M = P_a \cdot x$</td></tr> <tr><td>11</td><td>$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - \frac{P_a \cdot l^2}{2}$</td></tr> <tr><td>12</td><td>$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{P_a \cdot l^2 \cdot x}{2} + EI$</td></tr> <tr><td>13</td><td>$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$</td></tr> <tr><td>14</td><td>$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$</td></tr> </table>	9	$V = P_a$	10	$M = P_a \cdot x$	11	$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - \frac{P_a \cdot l^2}{2}$	12	$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{P_a \cdot l^2 \cdot x}{2} + EI$	13	$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$	14	$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$	<p>De la condición de frontera 1.</p> <p>De integrar la 9 y aplicar la 2.</p> <p>De integrar la 10 y aplicar la 7.</p> <p>De integrar la 11 y aplicar la 4.</p> <p>De mec. de materiales y sustituir la 9.</p> <p>De integrar la 13 y aplicar la 4.</p>				
9	$V = P_a$																
10	$M = P_a \cdot x$																
11	$EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - \frac{P_a \cdot l^2}{2}$																
12	$EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{P_a \cdot l^2 \cdot x}{2} + EI$																
13	$\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$																
14	$Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$																
Soluciones:																	
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>15</td><td>$P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$</td><td>(hacia arriba)</td></tr> <tr><td>16</td><td>$M_b = \frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)}$</td><td>(anti-horario)</td></tr> <tr><td>17</td><td>$P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$</td><td>(hacia abajo)</td></tr> <tr><td>18</td><td>$M_a = 0$</td><td></td></tr> </table>	15	$P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$	(hacia arriba)	16	$M_b = \frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)}$	(anti-horario)	17	$P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$	(hacia abajo)	18	$M_a = 0$		<p>} De aplicar las condiciones de frontera 6 y 8.</p> <p>} De aplicar las condiciones de frontera 2 y 5. (O por equilibrio)</p>				
15	$P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$	(hacia arriba)															
16	$M_b = \frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)}$	(anti-horario)															
17	$P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$	(hacia abajo)															
18	$M_a = 0$																

TESTS CON
FALLA DE ORIGEN

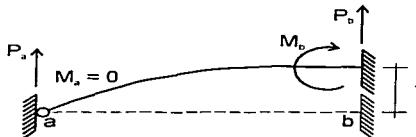
RIGIDEZ AL CORTE DE UNA BARRA ARTICULADA-EMPOTRADA.

(Desplazamiento unitario en el extremo b)

Condiciones de frontera

Extremo a ($x = 0$)

- | | |
|---|--------------|
| 1 | $V = -P_b$ |
| 2 | $M = 0$ |
| 3 | $\theta = ?$ |
| 4 | $Y_t = 0$ |



Condiciones de frontera

Extremo b ($x = l$)

- | | |
|---|--------------|
| 5 | $V = P_b$ |
| 6 | $M = M_b$ |
| 7 | $\theta = 0$ |
| 8 | $Y_t = 1$ |

Ecuaciones:

$$9 \quad V = -P_b$$

$$10 \quad M = -P_b \cdot x$$

$$11 \quad EI \cdot \theta = \frac{-P_b \cdot x^2}{2} + \frac{P_b \cdot l^2}{2}$$

$$12 \quad EI \cdot Y_b = \frac{-P_b \cdot x^3}{6} + \frac{P_b \cdot l^2 \cdot x}{2}$$

$$13 \quad \frac{dY_s}{dx} = \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_b}{12 \cdot EI}$$

$$14 \quad Y_s = \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_b \cdot x}{12 \cdot EI}$$

Soluciones:

$$15 \quad P_b = \frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)} \quad (\text{hacia arriba})$$

$$16 \quad M_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)} \quad (\text{horario})$$

$$17 \quad P_a = -\frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)} \quad (\text{hacia abajo})$$

$$18 \quad M_a = 0$$

Observaciones:

De la condición de frontera 1.

De integrar la 9 y aplicar la 2.

De integrar la 10 y aplicar la 7.

De integrar la 11 y aplicar la 4.

De mec. de materiales y sustituir la 9.

De integrar la 13 y aplicar la 4.

De aplicar las condiciones de frontera 6 y 8.

De aplicar las condiciones de frontera 2 y 5. (O por equilibrio)

CON
A DE ORIGEN

RIGIDEZ AL GIRO DE UNA BARRA ARTICULADA-EMPOTRADA.

(Giro unitario en el extremo b)

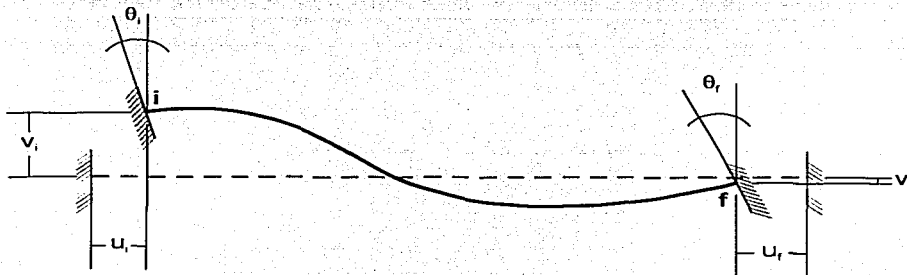
Condiciones de frontera			Condiciones de frontera	
Extremo a ($x = 0$)			Extremo b ($x = l$)	
1	$V = P_a$	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>9 $V = P_a$</p> <p>10 $M = P_a \cdot x$</p> <p>11 $EI \cdot \theta = \frac{P_a \cdot x^2}{2} - \frac{P_a \cdot l^2}{2} + EI$</p> <p>12 $EI \cdot Y_b = \frac{P_a \cdot x^3}{6} - \frac{P_a \cdot l^2 \cdot x}{2} + EI \cdot x$</p> <p>13 $\frac{dY_s}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a}{12 \cdot EI}$</p> <p>14 $Y_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot P_a \cdot x}{12 \cdot EI}$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>Observaciones:</p> <p>De la condición de frontera 1.</p> <p>De integrar la 9 y aplicar la 2.</p> <p>De integrar la 10 y aplicar la 7.</p> <p>De integrar la 11 y aplicar la 4.</p> <p>De mec. de materiales y sustituir la 9.</p> <p>De integrar la 13 y aplicar la 4.</p> </div> </div>	5	$V = -P_b$
2	$M = 0$		6	$M = M_b$
3	$\theta = ?$		7	$\theta = 1$
4	$Y_t = 0$		8	$Y_t = 0$
Ecuaciones:		Observaciones:		
<p>15 $P_a = \frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$ (hacia arriba)</p> <p>16 $M_b = \frac{12 \cdot EI}{l^2(4 + \phi_y)}$ (anti-horario)</p> <p>17 $P_b = -\frac{12 \cdot EI}{l^3(4 + \phi_y)}$ (hacia abajo)</p> <p>18 $M_a = 0$</p>		<p>De aplicar las condiciones de frontera 6 y 8.</p> <p>De aplicar las condiciones de frontera 2 y 5. (O por equilibrio)</p>		
Soluciones:				

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

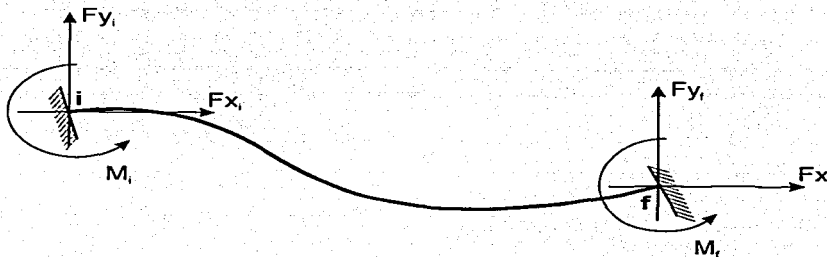
RIGIDEZ AXIAL.(TODAS LAS BARRAS)	
(Desplazamiento unitario en el extremo a)	
Condiciones de frontera Extremo a ($x' = 0$)	Condiciones de frontera Extremo b ($x' = l$)
1 $N_x = -P_a$ 2 $U = 1$	3 $N_x = P_b$ 4 $U = 0$
Ecuaciones:	Observaciones:
5 $N_x = -P_a$ 6 $U = \frac{1}{EA} \int N_x dx + c$ 7 $U = -\frac{P_a}{EA} \cdot x + 1$	De la condición de frontera 1. De la mecánica de materiales. De aplicar la 2 en la 6.
Soluciones:	
8 $P_a = \frac{EA}{l}$ (hacia la derecha) 9 $P_b = -\frac{EA}{l}$ (hacia la izquierda)	} De aplicar las condiciones de frontera 3 y 4.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A partir de las rigideces obtenidas en la sección anterior, podemos ahora realizar un planteamiento más organizado que nos permita aplicar el método en forma más simple, para ello consideremos la siguiente figura que muestra una barra con desplazamientos en ambos nudos y en todas las direcciones principales (x, y, giro):



Debido a los desplazamientos ilustrados en la figura anterior, como resultado de la relación fuerza-desplazamiento la barra experimenta acciones en sus extremos como se muestra:



Si hacemos equilibrio en los nudos de la barra y expresamos las ecuaciones matricialmente tenemos que, por ejemplo para la barra normal:

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ V \\ \theta \\ u \\ V \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ M \\ F_x \\ F_y \\ M \end{pmatrix}$$

Esto puede expresarse como:

$$K D = P$$

donde **P** es el vector de fuerzas, **D** el vector de los desplazamientos y **K** la matriz de rigideces del elemento barra expresada como sigue:

□ Para el elemento barra normal (posee rigidez a la flexión en ambos nudos):

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} & \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \end{bmatrix}$$

□ Para el elemento barra empotrada-articulada (posee rigidez a la flexión solamente en el nudo inicial):

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} & 0 & -\frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} & \frac{12EI}{L(4+\phi_v)} & 0 & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

□ Para el elemento barra articulada-empotrada (posee rigidez a la flexión solamente en el nudo final):

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3(4+\phi_v)} & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} \\ 0 & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_v)} & \frac{12EI}{L(4+\phi_v)} \end{bmatrix}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

□ Para el elemento barra armadura (no posee rigidez a la flexión en ninguno de sus nudos):

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix}$$

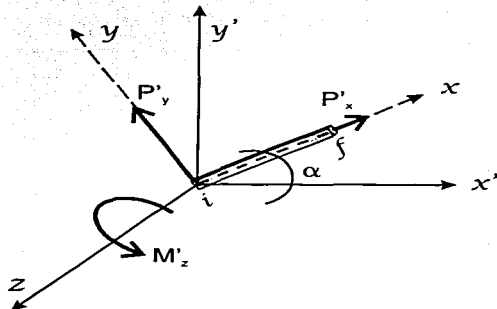
Es importante hacer notar que hasta ahora hemos obtenido las matrices de rigideces de los elementos únicamente referidas a un sistema de coordenadas local, es decir, el de la propia barra, sin embargo, es necesario transformar estas matrices para que puedan utilizarse en un sistema global de coordenadas al cual pertenezca la totalidad del sistema estructural. Para lograr lo anterior debemos expresar la matriz de rigideces K en términos de otras cuatro submatrices, K_{ij} , de 3×3 de la siguiente manera:

$$K = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} \\ k_{2,1} & k_{2,2} \end{bmatrix}$$

Si llamamos P al vector de fuerzas en el sistema local de coordenadas de la barra y P' al referido al sistema global, podemos escribir:

$$P' = T P$$

Donde T es una matriz de transformación que se determina mediante la siguiente figura:



$$P'_x = P_x \cos \alpha - P_y \sin \alpha$$

$$P'_y = P_x \sin \alpha + P_y \cos \alpha$$

$$M'_z = M_z$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Igualmente, siendo δ y δ' los desplazamientos referidos a los sistemas de coordenadas local y global, respectivamente, puede expresarse la siguiente igualdad:

$$\delta' = T \delta$$

Partiendo del conocimiento de que el trabajo efectuado por P es igual, independientemente del sistema de coordenadas empleado:

$$(\delta')^t P' = \delta^t P$$

$$(T \delta)^t (T P) = \delta^t P$$

De álgebra lineal sabemos que

$$(T \delta)^t = \delta^t T^t$$

Por lo tanto

$$\delta^t T^t T P = \delta^t P$$

$$\delta^t T^t T = \delta^t = \delta^t I$$

$$T^t T = I \quad , \text{donde } I \text{ es una matriz identidad.}$$

De esta última expresión se concluye que la matriz de transformación, T , es ortogonal, y por lo tanto su inversa, T^{-1} , es igual a su traspuesta, T^t , es decir:

$$T^{-1} = T^t$$

Aplicando esta condición en el par de ecuaciones:

$$P' = T P$$

$$\delta' = T \delta$$

Se obtienen las relaciones inversas:

$$P = T^{-1} P' = T^t P'$$

$$\delta = T^{-1} \delta' = T^t \delta'$$

Llamando $K'_{i,j}$ a las submatrices de rigideces en el sistema global de coordenadas, la relación fuerza-desplazamiento queda expresada como:

$$K'_{i,j} \delta' = P'$$

$$K'_{i,j} \delta' = P' = T P = T (K_{i,j} \delta) = T K_{i,j} (T^t \delta') = (T K_{i,j} T^t) \delta'$$

De donde claramente se deduce que las submatrices de rigideces en el sistema global están dadas por:

$$K'_{i,j} = T K_{i,j} T^t$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Aplicando $K'_{ij} = T K_{ij} T^T$ obtenemos:

> Para el elemento barra normal (posee rigidez a la flexión en ambos nudos):

$$K'_{11} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen}^2 \alpha & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \right) \operatorname{Sen} \alpha \cos \alpha & -\frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen} \alpha \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \right) \operatorname{Sen} \alpha \cos \alpha & \frac{EA}{L} \operatorname{Sen}^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \cos^2 \alpha & \frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \cos \alpha \\ -\frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen} \alpha & -\frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \cos \alpha & \frac{(4+\phi_y)EI}{L (1+\phi_y)} \end{bmatrix}$$

$$K'_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} -\left(\frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen}^2 \alpha \right) & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \right) \operatorname{Sen} \alpha \cos \alpha & -\frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen} \alpha \\ -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \right) \operatorname{Sen} \alpha \cos \alpha & -\left(\frac{EA}{L} \operatorname{Sen}^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \cos^2 \alpha \right) & \frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \cos \alpha \\ \frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen} \alpha & -\frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \cos \alpha & \frac{(2-\phi_y)EI}{L (1+\phi_y)} \end{bmatrix}$$

$$K'_{21} = K'_{12}^T$$

$$K'_{22} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen}^2 \alpha & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \right) \operatorname{Sen} \alpha \cos \alpha & \frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen} \alpha \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \right) \operatorname{Sen} \alpha \cos \alpha & \frac{EA}{L} \operatorname{Sen}^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3 (1+\phi_y)} \cos^2 \alpha & -\frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \cos \alpha \\ \frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \operatorname{Sen} \alpha & -\frac{6EI}{L^2 (1+\phi_y)} \cos \alpha & \frac{(4+\phi_y)EI}{L (1+\phi_y)} \end{bmatrix}$$

> Para el elemento barra empotrada-articulada (posee rigidez a la flexión solamente en el nudo inicial):

$$K'_{11} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \sin^2 \alpha & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \sin \alpha \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & \frac{EA}{L} \sin^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \cos^2 \alpha & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \cos \alpha \\ -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \sin \alpha & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \cos \alpha & \frac{12EI}{L(4+\phi_y)} \end{bmatrix}$$

$$K'_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} -\left(\frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \sin^2 \alpha \right) & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & 0 \\ -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & -\left(\frac{EA}{L} \sin^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \cos^2 \alpha \right) & 0 \\ \frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \sin \alpha & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \cos \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

$$K'_{21} = K'_{12}^T$$

$$K'_{22} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \sin^2 \alpha & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & 0 \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & \frac{EA}{L} \sin^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \cos^2 \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

TECNO CON
FALLA DE ORIGEN

> Para el elemento barra articulada-empotrada (posee rigidez a la flexión solamente en el nudo final):

$$K'_{11} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \sin^2 \alpha & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & 0 \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & \frac{EA}{L} \sin^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \cos^2 \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K'_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} -\left(\frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \sin^2 \alpha \right) & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \sin \alpha \\ -\left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & -\left(\frac{EA}{L} \sin^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \cos^2 \alpha \right) & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K'_{21} = K'_{12}^T$$

$$K'_{22} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \sin^2 \alpha & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & \frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \sin \alpha \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & \frac{EA}{L} \sin^2 \alpha + \frac{12EI}{L^3(4+\phi_y)} \cos^2 \alpha & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \cos \alpha \\ \frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \sin \alpha & -\frac{12EI}{L^2(4+\phi_y)} \cos \alpha & \frac{12EI}{L(4+\phi_y)} \end{bmatrix}$$

> Para el elemento barra armadura (no posee rigidez a la flexión en ninguno de sus nudos):

$$K'_{11} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \text{Sen} \alpha \text{ Cos} \alpha \\ \text{Sen} \alpha \text{ Cos} \alpha & \text{Sen}^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$K'_{12} = K'_{21} = -K'_{11}$$

$$K'_{22} = K'_{11}$$

> Para el elemento barra resorte (elemento barra armadura con $\frac{EA}{L} = k_x$):

$$K'_{11} = k_x \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \text{Sen} \alpha \text{ Cos} \alpha \\ \text{Sen} \alpha \text{ Cos} \alpha & \text{Sen}^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$K'_{12} = K'_{21} = -K'_{11}$$

$$K'_{22} = K'_{11}$$

ENSAMBLE DE LA MATRIZ DE RIGIDECES TOTAL.

La matriz de rigideces de un sistema estructural puede ensamblarse observando los extremos de los elementos que concurren a un nudo, y las barras que interconectan los diferentes nudos de la siguiente manera:

- Los términos de la diagonal principal de la matriz de rigideces se obtienen sumando las submatrices de los extremos de las barras que concurren a un mismo nudo ($K'_{1,1}$ ó $K'_{2,2}$), es decir, las de aquellas barras cuyo nudo inicial o final sea el nudo en cuestión.
- Los términos que se encuentran fuera de la diagonal principal de la matriz de rigideces son las submatrices cruzadas ($K'_{1,2}$ ó $K'_{2,1}$) de las barras que unen dos nudos. En CARMA y por lo general en este método, únicamente hay una barra que une dos nudos en un sistema estructural (no hay barras redundantes), así que las submatrices cruzadas de ésta se ensamblan directamente sin necesidad de adicionar las de otras barras.

La forma en que se numeran los nudos tiene particular importancia, ya que si es adecuada se puede reducir el ancho de banda de la matriz de rigideces y por consecuencia, el tiempo de máquina que resulta muy costoso.

Si cualquiera de los nudos que intervienen en la formación de la matriz de rigideces tiene un desplazamiento conocido igual a cero, es necesario anular el renglón y la columna que corresponda, según lo observado en el acoplamiento anterior, ya que dicho grado de libertad no participa. También es importante que la estructura que se analiza sea estable pues si no, la matriz de rigideces no tiene inversa única.

TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

ALGORITMO DE ENSAMBLE.

El algoritmo empleado por CARMA para ensamblar la matriz de rigideces total de un sistema estructural consta básicamente de dos subrutinas:

- **Obtención del orden global de los grados de libertad.**

Este procedimiento es necesario para poder ubicar correctamente los elementos de las submatrices de cada barra, dentro de la matriz total.

Dado que la restricción de un grado de libertad la denotamos con un 1, obtenemos las sumatorias correspondientes al número de restricciones previas a cada nudo:

```

sumatoria = 0 : sumalocal = 0
For i = 0 to nnud-1
  If i <> 0 then sumalocal = rx(i) + ry(i) + rz(i)
  sumatoria = sumatoria + sumalocal
  restriccanteriores(i+1) = sumatoria
Next i

```

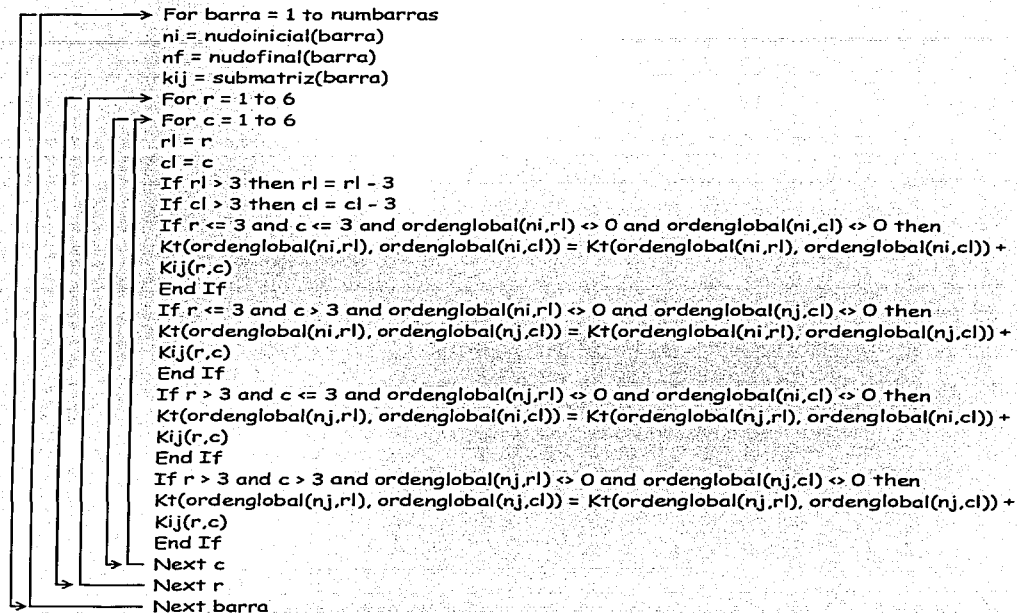
Para distinguir los grados de libertad restringidos, les daremos un orden global igual a cero, mientras que a los demás les asignaremos su correspondiente orden global:

```

For i = 1 to nnud
  If rx(i) = 1 then
    ordenglobal(i,1) = 0
  Else
    ordenglobal(i,1) = 3*(i-1) + 1 - restriccanteriores(i)
  End If
  If ry(i) = 1 then
    ordenglobal(i,2) = 0
  Else
    ordenglobal(i,2) = 3*(i-1) + 2 - restriccanteriores(i) - rx(i)
  End If
  If rz(i) = 1 then
    ordenglobal(i,3) = 0
  Else
    ordenglobal(i,3) = 3*(i-1) + 3 - restriccanteriores(i) - rx(i) - ry(i)
  End If
Next i

```

• **Ensamble de la matriz de rigideces total.**



Donde:

numbarras = Número de barras de la estructura.

ni y nj = Nudos inicial y final de la barra respectivamente.

Kij = Submatriz de rigideces de la barra.

r y c = Contadores locales para la submatriz de 6 x 6.

rl y cl = Contadores locales para las submatrices de 3 x 3.

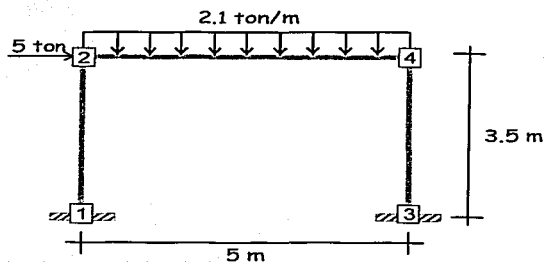
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

DETERMINACIÓN DEL VECTOR DE FUERZAS.

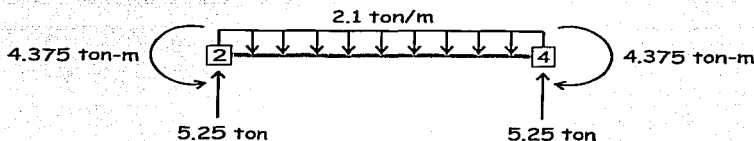
Para la resolución de la ecuación fuerza-desplazamiento ($P = K \cdot D$), es necesario determinar las fuerzas que actúan sobre el sistema en cada uno de los grados de libertad de los nudos (vector P).

Dado que son muy pocas las estructuras que están sometidas solamente a cargas de nudo, para poder aplicar correctamente el *Método de Rigideces* es preciso transformar las fuerzas de empotramiento de los elementos barra y aplicarlas luego sobre los nudos correspondientes con signo contrario (acciones en lugar de reacciones).

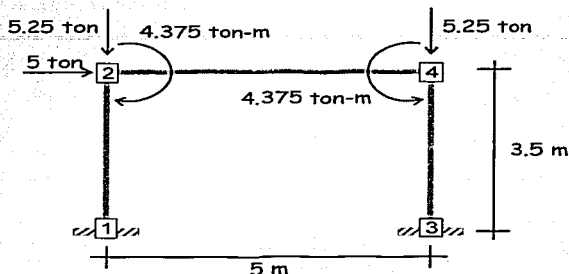
Ejemplo.- Obtener el vector de cargas para el siguiente marco:



Obteniendo las reacciones de empotramiento:



Podemos ahora idealizar el siguiente sistema (nótese que se han utilizado las acciones de empotramiento, no las reacciones):



Finalmente, tomando en cuenta que los nudos 1 y 3 se encuentran restringidos, el vector de cargas es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} F_{x_2} \\ F_{y_2} \\ M_2 \\ F_{x_4} \\ F_{y_4} \\ M_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5.25 \\ -4.375 \\ 0 \\ -5.25 \\ 4.375 \end{pmatrix}$$

Una vez que se han obtenido la matriz de rigideces, K , y el vector de fuerzas, P , ambos en el sistema global de coordenadas, es posible la resolución del sistema $P = K D$ para el vector de desplazamientos nodales D .

A partir de los desplazamientos nodales de la estructura, es posible la determinación de los elementos mecánicos en cada uno de los miembros mediante la aplicación de su propia ecuación fuerza-desplazamiento.

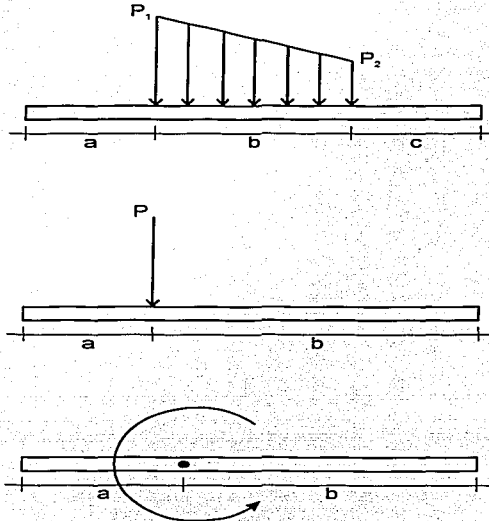
Como se comentó previamente, las fuerzas de empotramiento perfecto de cada uno de los elementos del sistema estructural dan lugar a acciones desequilibradas en los nudos (las que se agrupan en el vector P), por lo que para obtener la magnitud real de los elementos mecánicos en cada miembro, deberán sumarse las fuerzas de empotramiento perfecto a las fuerzas redistribuidas por el *Método de Rigideces*.

Para calcular las fuerzas de empotramiento de los elementos barra, CARMA emplea algunas expresiones cuya deducción se presenta en la siguiente sección.

Fuerzas de empotramiento.

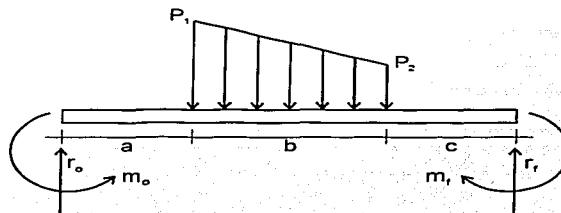
Para la deducción de las ecuaciones que definen las acciones de empotramiento, se utilizó el procedimiento de doble integración como se desarrolla a continuación.

1. Se divide la barra en los intervalos que tienen condiciones de carga y de frontera diferentes.



2. Se plantea la ecuación de carga para cada intervalo y se integra sucesivamente, empleando relaciones conocidas de mecánica de materiales.
3. Se aplican las diferentes condiciones de frontera para obtener las constantes de integración de las ecuaciones en cada uno de los rangos de la barra.

➤ Barra tipo marco con carga distribuida.



- Para el rango $0 \leq x \leq a$ (Intervalo 1)

La ecuación de carga es

$$W_1 = 0$$

la ecuación de cortante corresponde a

$$V_1 = \int W_1 dx + c$$

dado que en $x = 0$ el cortante es igual a r_o

$$V_1 = r_o$$

La ecuación de momento es

$$M_1 = \int V_1 dx + c$$

$$\therefore M_1 = r_o \cdot x + c$$

Puesto que en $x = 0$ se sabe que $M = -m_o$

$$c = -M_o$$

$$\therefore M_1 = r_o \cdot x - M_o$$

La ecuación de pendiente se determina a partir de la ecuación

$$\theta = \frac{1}{EI} \int M dx + c$$

Aplicando la condición de frontera $\theta = 0$ en $x = 0$ tenemos que

$$c = 0$$

$$\theta_1 = \frac{x(r_0 \cdot x - 2 \cdot m_0)}{2 \cdot EI}$$

Para la ecuación de flecha debida a la flexión consideremos

$$Y_b = \int \theta dx + c$$

Sabiendo que $Y_b = 0$ en $x = 0$

$$c = 0$$

$$Y_{b1} = \frac{x^2 \cdot (r_0 \cdot x - 3 \cdot m_0)}{6 \cdot EI}$$

Para involucrar la deflexión por cortante (Y_s), debemos considerar la siguiente expresión

$$\frac{dY_s}{dx} = \theta_s = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot V}{12 \cdot EI}$$

Sustituyendo el valor del cortante V en la ecuación se obtiene

$$\frac{dY_{s1}}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_0}{12 \cdot EI}$$

Integrando ambos lados de la ecuación

$$Y_{s1} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_0 \cdot x}{12 \cdot EI} + c$$

si aplicamos la condición de frontera $Y_s = 0$ en $x = 0$ se llega a que

$$c = 0$$

por lo tanto, la ecuación de flecha por cortante en el primer intervalo es la siguiente

$$Y_{s1} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_0 \cdot x}{12 \cdot EI}$$

- Para el rango $a \leq x \leq a + b$ (Intervalo 2)

La ecuación de carga para este intervalo

$$W_2 = \frac{(P_1 - P_2)}{b} \cdot (x - a) - P_1$$

de igual forma al intervalo anterior la expresión de cortante se determina por

$$V_2 = \int W_2 dx + c$$

ahora es necesario considerar la continuidad entre las ecuaciones V_1 y V_2 , es decir, al evaluar ambas ecuaciones en $x = a$ los valores deben coincidir, lo que podemos expresar

como

$$(V_1)_a = (V_2)_a = \left(\int W_2 dx \right)_a + c$$

por lo tanto el valor de la constante de integración es el siguiente:

$$c = (V_1)_a - \left(\int W_2 dx \right)_a$$

la ecuación V_2 queda entonces expresada como

$$V_2 = \int W_2 dx + (V_1)_a - \left(\int W_2 dx \right)_a$$

que sustituyendo, resolviendo y simplificando tiene la forma

$$V_2 = \frac{(P_1 - P_2) \cdot x^2 - 2 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + b \cdot P_1) \cdot x + a^2 \cdot (P_1 - P_2) + 2 \cdot a \cdot b \cdot P_1 + 2 \cdot b \cdot r_o}{2 \cdot b}$$

de igual manera para M_2 y las demás ecuaciones

$$M_2 = \int V_2 dx + (M_1)_a - \left(\int V_2 dx \right)_a$$

$$M_2 = \frac{\left((P_1 - P_2) \cdot x^3 - 3 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + b \cdot P_1) \cdot x^2 + 3 \cdot (a^2 \cdot (P_1 - P_2) + 2 \cdot a \cdot b \cdot P_1 + 2 \cdot b \cdot r_o) \cdot x - a^3 \cdot (P_1 - P_2) - 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot P_1 - 6 \cdot b \cdot m_o \right)}{6 \cdot b}$$

$$\theta_2 = \frac{\left((P_1 - P_2) \cdot x^4 - 4 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + b \cdot P_1) \cdot x^3 + 6 \cdot (a^2 \cdot (P_1 - P_2) + 2 \cdot a \cdot b \cdot P_1 + 2 \cdot b \cdot r_0) \cdot x^2 - 4 \cdot (a^3 \cdot (P_1 - P_2) + 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot P_1 + 6 \cdot b \cdot m_0) \cdot x + a^3 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + 4 \cdot b \cdot P_1) \right)}{24 \cdot b \cdot EI}$$

$$Y_{b2} = \frac{\left((P_1 - P_2) \cdot x^5 - 5 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + b \cdot P_1) \cdot x^4 + 10 \cdot (a^2 \cdot (P_1 - P_2) + 2 \cdot a \cdot b \cdot P_1 + 2 \cdot b \cdot r_0) \cdot x^3 - 10 \cdot (a^3 \cdot (P_1 - P_2) + 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot P_1 + 6 \cdot b \cdot m_0) \cdot x^2 + 5 \cdot a^3 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + 4 \cdot b \cdot P_1) \cdot x - a^4 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + 5 \cdot b \cdot P_1) \right)}{120 \cdot b \cdot EI}$$

para la flecha debida al cortante

$$\frac{dY_{s2}}{dx} = -\frac{\phi_v \cdot l^2 \cdot \left((P_1 - P_2) \cdot x^2 - 2 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + b \cdot P_1) \cdot x + a^2 \cdot (P_1 - P_2) + 2 \cdot a \cdot b \cdot P_1 + 2 \cdot b \cdot r_0 \right)}{24 \cdot b \cdot EI}$$

igualmente

$$Y_{s2} = \int \frac{dY_{s2}}{dx} dx + (Y_{s1})_a - \left(\int \frac{dY_{s2}}{dx} dx \right)_a$$

$$Y_{s2} = -\frac{\phi_v \cdot l^2 \cdot \left((P_1 - P_2) \cdot x^3 - 3 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + b \cdot P_1) \cdot x^2 + 3 \cdot (a^2 \cdot (P_1 - P_2) + 2 \cdot a \cdot b \cdot P_1 + 2 \cdot b \cdot r_0) \cdot x - a^2 \cdot (a \cdot (P_1 - P_2) + 3 \cdot b \cdot P_1) \right)}{72 \cdot b \cdot EI}$$

• Para el rango $a + b \leq x \leq l$ (Intervalo 3)

Siguiendo el mismo procedimiento de los intervalos anteriores, las ecuaciones obtenidas para este rango son las siguientes:

$$W_3 = 0$$

$$V_3 = \frac{-(b \cdot (P_1 + P_2) - 2 \cdot r_0)}{2}$$

$$M_3 = \frac{-(b \cdot (P_1 + P_2) - 2 \cdot r_0) \cdot x}{2} + \frac{a \cdot b \cdot (P_1 + P_2)}{2} + b^2 \cdot \left(\frac{P_1}{6} + \frac{P_2}{3} \right) - m_0$$

$$\theta_3 = \frac{- \left(6 \cdot (b \cdot (P_1 + P_2) - 2 \cdot r_o) \cdot x^2 - 4 \cdot (3 \cdot a \cdot b \cdot (P_1 + P_2) + b^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - 6 \cdot m_o) \cdot x \right) + (6 \cdot a^2 \cdot (P_1 + P_2) + 4 \cdot a \cdot b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) + b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2)) \cdot b}{24 \cdot EI}$$

$$Y_{b3} = \frac{- \left(10 \cdot (b \cdot (P_1 + P_2) - 2 \cdot r_o) \cdot x^3 - 10 \cdot (3 \cdot a \cdot b \cdot (P_1 + P_2) + b^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - 6 \cdot m_o) \cdot x^2 + 5 \cdot (6 \cdot a^2 \cdot (P_1 + P_2) + 4 \cdot a \cdot b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) + b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2)) \cdot b \cdot x - (10 \cdot a^3 \cdot (P_1 + P_2) + 10 \cdot a^2 \cdot b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) + 5 \cdot a \cdot b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) + b^3 \cdot (P_1 + 4 \cdot P_2)) \cdot b \right)}{120 \cdot EI}$$

$$Y_{s3} = \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot (3 \cdot b \cdot x \cdot (P_1 + P_2) - 3 \cdot a \cdot b \cdot (P_1 + P_2) - b^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - 6 \cdot x \cdot r_o)}{72 \cdot EI}$$

La ecuación de flecha total Y_1 queda expresada como

$$Y_1 = Y_{b3} + Y_{s3}$$

Si se aplican las condiciones de frontera $Y_1 = 0$ en $x = l$ y $\theta = 0$ en $x = l$, es posible

llegar a las siguientes expresiones que definen las reacciones del elemento barra:

$$m_o = b \cdot \frac{\left(60 \cdot a^3 \cdot (P_1 + P_2) + 30 \cdot a^2 \cdot (2 \cdot b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - l \cdot (P_1 + P_2)(\phi_y + 4)) + 10 \cdot a \cdot (3 \cdot b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) - 2 \cdot b \cdot l \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2)(\phi_y + 4) + 3 \cdot l^2 \cdot (P_1 + P_2)(\phi_y + 2)) + b \cdot (6 \cdot b^2 \cdot (P_1 + 4 \cdot P_2) - 5 \cdot b \cdot l \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2)(\phi_y + 4) + 10 \cdot l^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2)(\phi_y + 2)) \right)}{120 \cdot l^2 \cdot (\phi_y + 1)}$$

$$r_o = b \cdot \frac{\left(60 \cdot a^3 \cdot (P_1 + P_2) + 30 \cdot a^2 \cdot (2 \cdot b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - 3 \cdot l \cdot (P_1 + P_2)) + 30 \cdot a \cdot (b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) - 2 \cdot b \cdot l \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - l^2 \cdot (P_1 + P_2) \cdot \phi_y) + 6 \cdot b^3 \cdot (P_1 + 4 \cdot P_2) - 15 \cdot b^2 \cdot l \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) - 10 \cdot b \cdot l^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) \cdot \phi_y + 30 \cdot l^3 \cdot (P_1 + P_2)(\phi_y + 1) \right)}{60 \cdot l^3 \cdot (\phi_y + 1)}$$

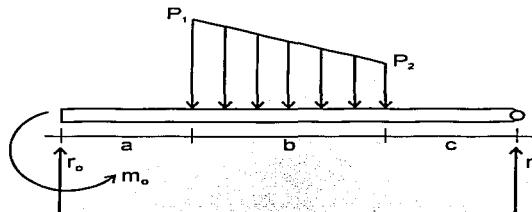
y por equilibrio

$$m_r = - \frac{a \cdot b \cdot (P_1 + P_2)}{2} - \frac{b^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2)}{6} + \frac{b \cdot l \cdot (P_1 + P_2)}{2} - l \cdot r_o + m_o$$

$$r_r = \frac{b \cdot (P_1 + P_2) - 2 \cdot r_o}{2}$$

Empleando un procedimiento completamente análogo, para los demás tipos de barras las expresiones son las siguientes:

➤ **Barra tipo empotrada-articulada con carga distribuida.**



$$m_0 = b \cdot \frac{\left(\begin{aligned} &30 \cdot a^3 \cdot (P_1 + P_2) + 30 \cdot a^2 \cdot (b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - 3 \cdot l \cdot (P_1 + P_2)) \\ &+ 15 \cdot a \cdot (b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) - 4 \cdot b \cdot l \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) + 4 \cdot l^2 \cdot (P_1 + P_2)) \\ &+ b \cdot (3 \cdot b^2 \cdot (P_1 + 4 \cdot P_2) - 15 \cdot b \cdot l \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) + 20 \cdot l^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2)) \end{aligned} \right)}{30 \cdot l^2 \cdot (\phi_y + 4)}$$

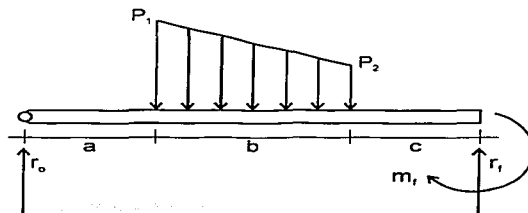
$$r_0 = b \cdot \frac{\left(\begin{aligned} &30 \cdot a^3 \cdot (P_1 + P_2) + 30 \cdot a^2 \cdot (b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - 3 \cdot l \cdot (P_1 + P_2)) \\ &+ 15 \cdot a \cdot (b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) - 4 \cdot b \cdot l \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - l^2 \cdot (P_1 + P_2) \cdot \phi_y) + 3 \cdot b^3 \cdot (P_1 + 4 \cdot P_2) \\ &- 15 \cdot b^2 \cdot l \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) - 5 \cdot b \cdot l^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) \cdot \phi_y + 15 \cdot l^3 \cdot (P_1 + P_2) \cdot (\phi_y + 4) \end{aligned} \right)}{30 \cdot l^3 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$r_1 = \frac{b \cdot (P_1 + P_2) - 2 \cdot r_0}{2}$$

Por condición de frontera:

$$m_1 = 0$$

γ Barra tipo articulada-empotrada con carga distribuida.



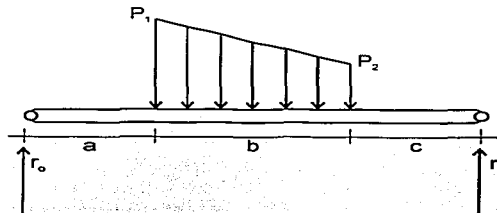
$$m_o = 0$$

$$r_o = b \cdot \frac{\left(30 \cdot a^3 \cdot (P_1 + P_2) + 30 \cdot a^2 \cdot b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) + 15 \cdot a \cdot (b^2 \cdot (P_1 + 3 \cdot P_2) - l^2 \cdot (P_1 + P_2) \cdot (\phi_y + 6)) + 3 \cdot b^3 \cdot (P_1 + 4 \cdot P_2) - 5 \cdot b \cdot l^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) \cdot (\phi_y + 6) + 15 \cdot l^3 \cdot (P_1 + P_2) (\phi_y + 4) \right)}{30 \cdot l^3 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$m_r = -\frac{a \cdot b \cdot (P_1 + P_2)}{2} - \frac{b^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2)}{6} + \frac{b \cdot l \cdot (P_1 + P_2)}{2} - l \cdot r_o$$

$$r_r = \frac{b \cdot (P_1 + P_2) - 2 \cdot r_o}{2}$$

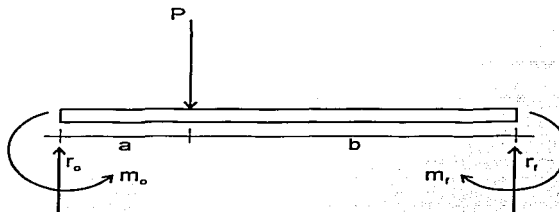
γ Barra tipo armadura con carga distribuida.



$$r_o = \frac{b \cdot (b \cdot (2 \cdot P_1 + P_2) + 3 \cdot c \cdot (P_1 + P_2))}{6 \cdot l}$$

$$r_r = \frac{-b \cdot (b \cdot (2 \cdot P_1 + P_2) + 3 \cdot (c - l) (P_1 + P_2))}{6 \cdot l}$$

➤ Barra tipo marco con carga puntual.



• Condiciones frontera

□ En $x = 0$

$$V = r_o$$

$$M = -m_o$$

$$Y_t = 0$$

$$\theta = 0$$

□ En $x = l$

$$V = -r_r$$

$$M = m_r$$

$$Y_t = 0$$

$$\theta = 0$$

• Para el rango $0 \leq x \leq a$ (Intervalo 1)

$$W_1 = 0$$

$$V_1 = r_o$$

$$M_1 = r_o \cdot x - m_o$$

$$\theta_1 = \frac{x(r_o \cdot x - 2 \cdot m_o)}{2 \cdot EI}$$

$$Y_{b1} = \frac{x^2 \cdot (r_o \cdot x - 3 \cdot m_o)}{6 \cdot EI}$$

$$\frac{dY_{s1}}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_o}{12 \cdot EI}$$

$$Y_{s1} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_o \cdot x}{12 \cdot EI}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

- Para el rango $a \leq x \leq l$ (Intervalo 2)

$$W_2 = 0$$

$$V_2 = r_o - P$$

$$M_2 = (r_o - P) \cdot x + a \cdot P - m_o$$

$$\theta_2 = \frac{(r_o - P) \cdot x^2 + 2 \cdot (a \cdot P - m_o) \cdot x - a^2 \cdot P}{2 \cdot EI}$$

$$Y_{b2} = \frac{(r_o - P) \cdot x^3 + 3 \cdot (a \cdot P - m_o) \cdot x^2 - a^2 \cdot P \cdot (3 \cdot x - a)}{6 \cdot EI}$$

$$\frac{dY_{s2}}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot (r_o - P)}{12 \cdot EI}$$

$$Y_{s2} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot ((r_o - P) \cdot x + a \cdot P)}{12 \cdot EI}$$

Aplicando las condiciones de frontera y verificando el equilibrio se obtiene:

$$m_o = \frac{a \cdot P \cdot (2 \cdot a^2 - a \cdot l \cdot (\phi_y + 4) + l^2 \cdot (\phi_y + 2))}{2 \cdot l^2 \cdot (\phi_y + 1)}$$

$$r_o = \frac{P \cdot (2 \cdot a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot l - a \cdot l^2 \cdot \phi_y + l^3 \cdot (\phi_y + 1))}{l^3 \cdot (\phi_y + 1)}$$

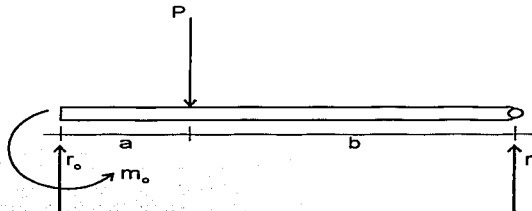
$$m_l = -a \cdot P - l \cdot (r_o - P) + m_o$$

$$r_l = P - r_o$$

TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

De igual forma para los otros tipos de barra:

➤ **Barra tipo empotrada-articulada con carga puntual.**

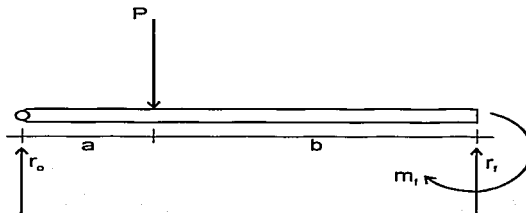


$$m_o = \frac{2 \cdot a \cdot P \cdot (a^2 - 3 \cdot a \cdot l + 2 \cdot l^2)}{l^2 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$r_o = \frac{P \cdot (2 \cdot a^3 - 6 \cdot a^2 \cdot l - a \cdot l^2 \cdot \phi_y + l^3 \cdot (\phi_y + 4))}{l^3 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$r_r = P - r_o$$

➤ **Barra tipo articulada-empotrada con carga puntual.**



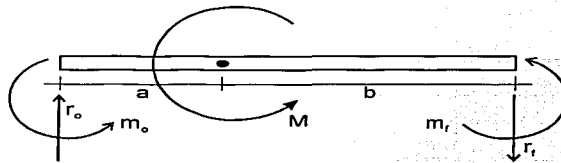
$$r_o = \frac{P \cdot (2 \cdot a^3 - a \cdot l^2 \cdot (\phi_y + 6) + l^3 \cdot (\phi_y + 4))}{l^3 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$m_r = b \cdot P - l \cdot r_o$$

$$r_r = P - r_o$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

➤ Barra tipo marco con momento.



• Condiciones frontera

□ En $x = 0$

$$V = r_o$$

$$M = -m_o$$

$$Y_i = 0$$

$$\theta = 0$$

□ En $x = l$

$$V = -r_l$$

$$M = m_l$$

$$Y_i = 0$$

$$\theta = 0$$

• Para el rango $0 \leq x \leq a$ (Intervalo 1)

$$W_1 = 0$$

$$V_1 = r_o$$

$$M_1 = r_o \cdot x - m_o$$

$$\theta_1 = \frac{x(r_o \cdot x - 2 \cdot m_o)}{2 \cdot EI}$$

$$Y_{b1} = \frac{x^2 \cdot (r_o \cdot x - 3 \cdot m_o)}{6 \cdot EI}$$

$$\frac{dY_{s1}}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_o}{12 \cdot EI}$$

$$Y_{s1} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_o \cdot x}{12 \cdot EI}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

- Para el rango $a \leq x \leq l$ (Intervalo 2)

$$W_2 = 0$$

$$V_2 = r_o$$

$$M_2 = r_o \cdot x - M - m_o$$

$$\theta_2 = \frac{r_o \cdot x^2 - 2 \cdot (M + m_o) \cdot x + 2 \cdot a \cdot M}{2 \cdot EI}$$

$$Y_{b2} = \frac{r_o \cdot x^3 - 3 \cdot (M + m_o) \cdot x^2 + 6 \cdot a \cdot M \cdot x - 3 \cdot a^2 \cdot M}{6 \cdot EI}$$

$$\frac{dY_{s2}}{dx} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_o}{12 \cdot EI}$$

$$Y_{s2} = -\frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r_o \cdot x}{12 \cdot EI}$$

Sustituyendo las condiciones de frontera:

$$m_o = -\frac{M \cdot (3 \cdot a^2 - a \cdot l \cdot (\phi_y + 4) + l^2 \cdot (\phi_y + 1))}{l^2 \cdot (\phi_y + 1)}$$

$$r_o = \frac{6 \cdot a \cdot b \cdot M}{l^3 \cdot (\phi_y + 1)}$$

Por equilibrio:

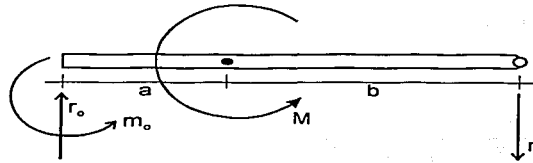
$$m_r = -l \cdot r_o + M + m_o$$

$$r_r = r_o$$

TFEIS CON
FALLA DE ORIGEN

Efectuando un proceso similar:

➤ **Barra tipo empotrada-articulada con momento.**

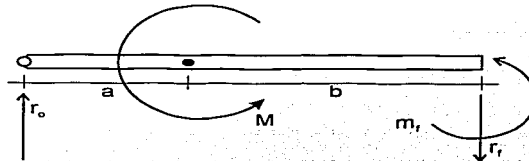


$$m_o = -\frac{M \cdot (6 \cdot a^2 - 12 \cdot a \cdot L + L^2 \cdot (\phi_y + 4))}{L^2 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$r_o = \frac{6 \cdot a \cdot (L + b) \cdot M}{L^3 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$r_r = r_o$$

➤ **Barra tipo articulada-empotrada con momento.**

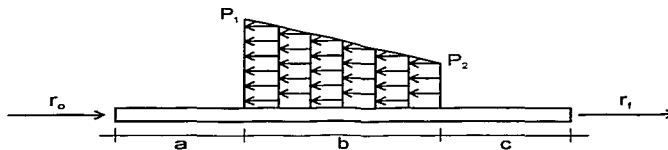


$$r_o = \frac{6 \cdot b \cdot (L + a) \cdot M}{L^3 \cdot (\phi_y + 4)}$$

$$m_r = -L \cdot r_o + M$$

$$r_r = r_o$$

- Barra con carga axial distribuida (igual para todos los tipos de barra).



- Condiciones frontera

□ En $x = 0$

$$N_x = r_o$$

$$U = 0$$

□ En $x = l$

$$N_x = -r_f$$

$$U = 0$$

- Para el rango $0 \leq x \leq a$ (Intervalo 1)

$$W_{x1} = 0$$

$$N_{x1} = r_o$$

$$U_1 = \frac{r_o \cdot x}{EA}$$

- Para el rango $a \leq x \leq a+b$ (Intervalo 2)

$$W_{x2} = \frac{(P_1 - P_2)}{b} \cdot (x - a) - P_1$$

$$N_{x2} = \frac{(P_1 - P_2)}{b} \cdot \left(\frac{x^2}{2} - a \cdot x \right) - P_1 \cdot x + r_o + \frac{1}{2} \cdot \frac{(P_1 - P_2)}{b} \cdot a^2 + P_1 \cdot a$$

$$U_2 = \frac{\left(\frac{(P_1 - P_2)}{b} \cdot \left(\frac{x^3}{6} - \frac{a \cdot x^2}{2} \right) - \frac{P_1 \cdot x^2}{2} + r_o \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \frac{(P_1 - P_2)}{b} \cdot a^2 \cdot x \right) + P_1 \cdot a \cdot x - \frac{1}{6} \cdot \frac{(P_1 - P_2)}{b} \cdot a^3 - \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot a^2}{EA}$$

- Para el rango $a+b \leq x \leq l$ (Intervalo 3)

$$W_{x3} = 0$$

$$N_{x3} = -\frac{b}{2} \cdot (P_1 + P_2) + r_0$$

$$U_3 = -\frac{(3 \cdot b \cdot x \cdot (P_1 + P_2)) - b^2 \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2) - 3 \cdot a \cdot b \cdot (P_1 + P_2) - 6 \cdot r_0 \cdot x}{6 \cdot EA}$$

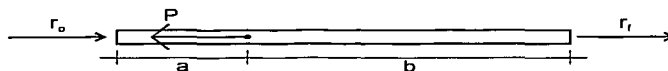
Resolviendo para las condiciones de frontera se obtiene:

$$r_0 = -\frac{b \cdot (3 \cdot (P_1 + P_2) \cdot (a - l) + b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2))}{6 \cdot l}$$

$$r_1 = \frac{b \cdot (3 \cdot a \cdot (P_1 + P_2) + b \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2))}{6 \cdot l}$$

IMPRESO CON
FALLA DE ORIGEN

- Barra con carga axial puntual (igual para todos los tipos de barra).



- Condiciones frontera

$$\square \text{ En } x = 0$$

$$N_x = r_o$$

$$U = 0$$

$$\square \text{ En } x = l$$

$$N_x = -r_f$$

$$U = 0$$

- Para el rango $0 \leq x \leq a$ (Intervalo 1)

$$W_{x1} = 0$$

$$N_{x1} = r_o$$

$$U_1 = \frac{r_o \cdot x}{EA}$$

- Para el rango $a \leq x \leq l$ (Intervalo 2)

$$W_{x2} = 0$$

$$N_{x2} = r_o - P$$

$$U_2 = \frac{(r_o - P) \cdot x + P \cdot a}{EA}$$

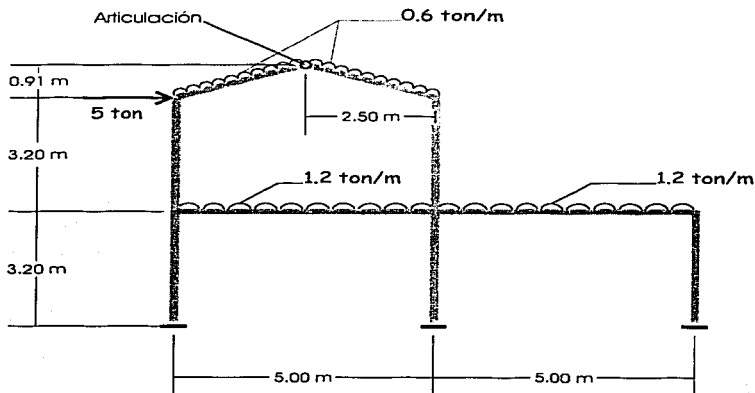
Solucionando de acuerdo a las condiciones de frontera se tiene que:

$$r_o = \frac{P \cdot b}{l}$$

$$r_f = \frac{P \cdot a}{l}$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RIGIDECES.

- Realizar el análisis por el *Método de Rigideces*, considerando las deflexiones por cortante ($\phi_v \neq 0$), del marco mostrado en la siguiente figura:



Columnas de 40x40 cm

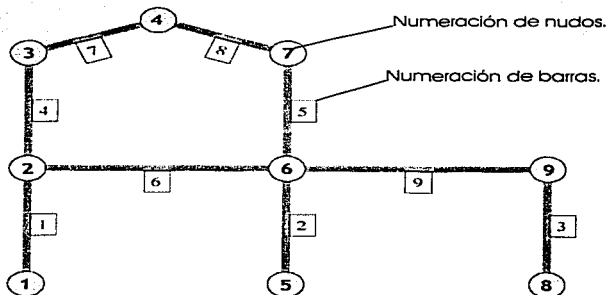
Trabes de 25x45 cm

$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

Módulo de Elasticidad (E) = $10,000 \sqrt{f_c} \text{ kg/cm}^2$

Unidades: Toneladas y centímetros.

- La numeración de nudos y barras es la siguiente:



▪ Tabulando la información:

Barra	Área(cm ²)	E (ton/cm ²)	G (ton/cm ²)	Inercia(cm ⁴)	Longitud(cm)
1	1600	141.421	56.569	213333.3333	320.000
2	1600	141.421	56.569	213333.3333	320.000
3	1600	141.421	56.569	213333.3333	320.000
4	1600	141.421	56.569	213333.3333	320.000
5	1600	141.421	56.569	213333.3333	320.000
6	1125	141.421	56.569	189843.75	500.000
7	1125	141.421	56.569	189843.75	266.047
8	1125	141.421	56.569	189843.75	266.047
9	1125	141.421	56.569	189843.75	500.000

Barra	Factor de Forma(k)	Factor de Cortante(ϕ_y)	Ángulo(grados)	Tipo
1	1.2	0,04688	90	Normal
2	1.2	0,04688	90	Normal
3	1.2	0,04688	90	Normal
4	1.2	0,04688	90	Normal
5	1.2	0,04688	90	Normal
6	1.2	0,02430	0	Normal
7	1.2	0,08583	20	Empotrada-Articulada
8	1.2	0,08583	340	Articulada-Empotrada
9	1.2	0,02430	0	Normal

▪ Obteniendo las submatrices de rigidez:

◊ Para la barra 1 (idéntica a la 2,3,4 y 5):

$$\begin{bmatrix} 10.5538 & 0 & -1688.6132 & -10.5538 & 0 & -1688.6132 \\ 0 & 707.1068 & 0 & 0 & -707.1068 & 0 \\ -1688.6132 & 0 & 364459.0176 & 1688.6132 & 0 & 175897.2093 \\ -10.5538 & 0 & 1688.6132 & 10.5538 & 0 & 1688.6132 \\ 0 & -707.1068 & 0 & 0 & 707.1068 & 0 \\ -1688.6132 & 0 & 175897.2093 & 1688.6132 & 0 & 364459.0176 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ M_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

Para la barra 6 (idéntica a la 9):

$$\begin{bmatrix} 318.1981 & 0 & 0 & -318.1981 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5163 & 629.0648 & 0 & -2.5163 & 629.0648 \\ 0 & 629.0648 & 210962.1162 & 0 & -629.0648 & 103570.2739 \\ -318.1981 & 0 & 0 & 318.1981 & 0 & 0 \\ 0 & -2.5163 & -629.0648 & 0 & 2.5163 & -629.0648 \\ 0 & 629.0648 & 103570.2739 & 0 & -629.0648 & 210962.1162 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_6 \\ v_6 \\ \theta_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ M_2 \\ x_6 \\ y_6 \\ M_6 \end{Bmatrix}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

✧ Para la barra 7 (empotrada-articulada):

$$\begin{bmatrix} 528.5468 & 190.8512 & -381.0197 & -528.5468 & -190.8512 & 0. \\ 190.8512 & 73.6515 & 1046.8431 & -190.8512 & -73.6515 & 0. \\ -381.0197 & 1046.8431 & 296383.5584 & 381.0197 & -1046.8431 & 0. \\ -528.5468 & -190.8512 & 381.0197 & 528.5468 & 190.8512 & 0. \\ -190.8512 & -73.6515 & -1046.8431 & 190.8512 & 73.6515 & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ M_3 \\ x_4 \\ y_4 \\ M_4 \end{Bmatrix}$$

✧ Para la barra 8 (articulada-empotrada):

$$\begin{bmatrix} 528.5468 & -190.8512 & 0. & -528.5468 & 190.8512 & 381.0197 \\ -190.8512 & 73.6515 & 0. & 190.8512 & -73.6515 & 1046.8431 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ -528.5468 & 190.8512 & 0. & 528.5468 & -190.8512 & -381.0197 \\ 190.8512 & -73.6515 & 0. & -190.8512 & 73.6515 & -1046.8431 \\ 381.0197 & 1046.8431 & 0. & -381.0197 & -1046.8431 & 296383.5584 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \\ u_7 \\ v_7 \\ \theta_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_4 \\ y_4 \\ M_4 \\ x_7 \\ y_7 \\ M_7 \end{Bmatrix}$$

▪ Ensamble de las submatrices.

Primeramente debemos determinar los grados de libertad que tiene el marco de acuerdo con lo siguiente:

Los grados de libertad están relacionados con los desplazamientos desconocidos de la estructura, dado que es un análisis en el plano, como máximo un nudo puede tener 3 desplazamientos desconocidos.

El número de grados de libertad se puede determinar a partir de la siguiente expresión:

$$GL = NN - DN - NDR$$

donde:

GL = Número de grados de libertad.

NN = Número de nudos de la estructura con la misma cantidad de desplazamientos por nudo.

DN = Número de desplazamientos por nudo (3 para marcos planos, 2 para armaduras).

NDR = Número de desplazamientos restringidos totalmente.

Así para nuestro caso:

$$GL = \underbrace{8 \text{ nudos} \times 3 \text{ desplazamientos}}_{\text{Nudos 1,2,3,5,6,7,8 y 9}} + \underbrace{1 \text{ nudo} \times 2 \text{ desplazamientos}}_{\text{Nudo 4}} - 9 \text{ restringidos} = 17$$

Por lo tanto la matriz de rigideces total es de 17 x 17 y se muestra en la siguiente página.

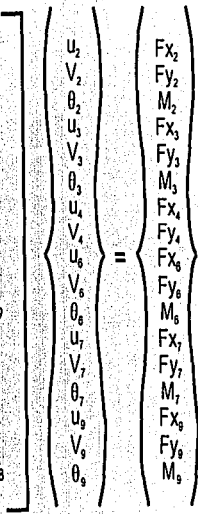
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

339.3057	0.	0.	-10.5538	0.	-1688.6132	0.	0.	-318.1981
0.	1416.7298	629.0648	0.	-707.1068	0.	0.	0.	0.
0.	629.0648	939880.1514	1688.6132	0.	175897.2093	0.	0.	0.
-10.5538	0.	1688.6132	539.1007	190.8512	1307.5935	-528.5468	-190.8512	0.
0.	-707.1068	0.	190.8512	780.7583	1046.8431	-190.8512	-73.6515	0.
-1688.6132	0.	175897.2093	1307.5935	1046.8431	660842.576	381.0197	-1046.8431	0.
0.	0.	0.	-528.5468	-190.8512	381.0197	1057.0937	0.	0.
0.	0.	0.	-190.8512	-73.6515	-1046.8431	0.	147.303	0.
-318.1981	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	657.5038
0.	-2.5163	-629.0648	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	629.0648	103570.2739	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-528.5468	190.8512	-10.5538
0.	0.	0.	0.	0.	0.	190.8512	-73.6515	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	381.0197	1046.8431	-1688.6132
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-318.1981
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

← (B)

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-2.5163	629.0648	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-629.0648	103570.2739	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	-528.5468	190.8512	381.0197	0.	0.	0.	0.
0.	0.	190.8512	-73.6515	1046.8431	0.	0.	0.	0.
0.	0.	-10.5538	0.	-1688.6132	-318.1981	0.	0.	0.
1419.2461	0.	0.	-707.1068	0.	0.	-2.5163	629.0648	0.
0.	1150842.2676	1688.6132	0.	175897.2093	0.	-629.0648	103570.2739	0.
0.	1688.6132	539.1007	-190.8512	1307.5935	0.	0.	0.	0.
-707.1068	0.	-190.8512	780.7583	-1046.8431	0.	0.	0.	0.
0.	175897.2093	1307.5935	-1046.8431	660842.576	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	328.7519	0.	1688.6132	0.
-2.5163	-629.0648	0.	0.	0.	0.	709.623	-629.0648	0.
629.0648	103570.2739	0.	0.	0.	1688.6132	-629.0648	575421.1338	0.

(B) →

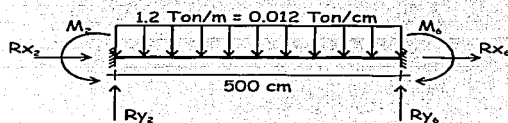


SISTEMA CON FALLA DE ORIGEN

- Obtención del vector de cargas.

➤ Barra 6 (idéntica a la 9).

Dada la simplicidad de la carga de estas barras, en lugar de emplear las expresiones que se dedujeron anteriormente para el cálculo de reacciones, se utilizarán otras mucho más sencillas:



$$R_{x_2} = R_{x_6} = 0 \text{ Ton}$$

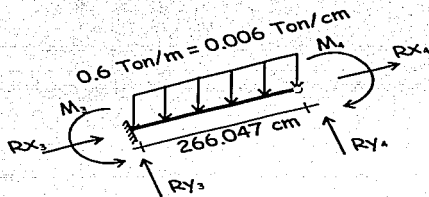
$$R_{y_2} = R_{y_6} = \frac{wL}{2} = \frac{(0.012)(500)}{2} = 3 \text{ Ton}$$

$$M_2 = M_6 = \frac{wL^2}{2} = \frac{(0.012)(500)^2}{2} = 250 \text{ Ton-cm}$$

Puesto que tanto para la barra 6 como para la barra 9, el sistema de coordenadas local coincide con el global, podremos utilizar directamente estas acciones sin necesidad de transformarlas a otro sistema de coordenadas.

➤ Barra 7.

Utilizando las expresiones para el cálculo de acciones de empotramiento, para esta barra las reacciones calculadas son:



$$R_{x_3} = 0.27298 \text{ Ton}$$

$$R_{x_4} = 0.27298 \text{ Ton}$$

$$R_{y_3} = 0.93356 \text{ Ton}$$

$$R_{y_4} = 0.56644 \text{ Ton}$$

$$M_3 = 48.83545 \text{ Ton-cm}$$

$$M_4 = 0 \text{ Ton-cm}$$

Transformando estos valores al sistema global de coordenadas:

$$R'_{x_3} = -0.06278 \text{ Ton}$$

$$R'_{x_4} = -0.06278 \text{ Ton}$$

$$R'_{y_3} = 0.97062 \text{ Ton}$$

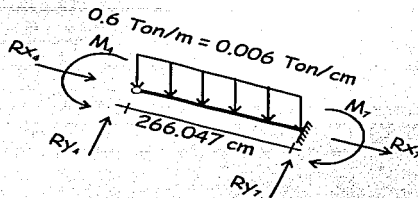
$$R'_{y_4} = 0.62564 \text{ Ton}$$

$$M'_3 = 48.83545 \text{ Ton-cm}$$

$$M'_4 = 0 \text{ Ton-cm}$$

➤ Barra 8.

Utilizando las expresiones para el cálculo de acciones de empotramiento, para esta barra las reacciones calculadas son:



$$\begin{aligned} R_{x_1} &= -0.27298 \text{ Ton} \\ R_{x_2} &= -0.27298 \text{ Ton} \\ R_{y_1} &= 0.56644 \text{ Ton} \\ R_{y_2} &= 0.93356 \text{ Ton} \\ M_1 &= 0 \text{ Ton-cm} \\ M_2 &= 48.83545 \text{ Ton-cm} \end{aligned}$$

Transformando estos valores al sistema global de coordenadas:

$$\begin{aligned} R'_{x_1} &= 0.06278 \text{ Ton} \\ R'_{x_2} &= 0.06278 \text{ Ton} \\ R'_{y_1} &= 0.62564 \text{ Ton} \\ R'_{y_2} &= 0.97062 \text{ Ton} \\ M'_1 &= 0 \text{ Ton-cm} \\ M'_2 &= -48.83545 \text{ Ton-cm} \end{aligned}$$

Nota: Recuerde que es necesario invertir el signo de las acciones de empotramiento para la obtención del vector de cargas.

- Ensamblando el vector:

$$\begin{pmatrix} F_{x_2} \\ F_{y_2} \\ M_2 \\ F_{x_3} \\ F_{y_3} \\ M_3 \\ F_{x_4} \\ F_{y_4} \\ F_{x_6} \\ F_{y_6} \\ M_6 \\ F_{x_7} \\ F_{y_7} \\ M_7 \\ F_{x_9} \\ F_{y_9} \\ M_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -250 \\ 5 + 0.06278 \\ -0.97062 \\ -48.83545 \\ 0 \\ -0.62564 + -0.62564 \\ 0 \\ -3 + -3 \\ 250 + -250 \\ -0.06278 \\ -0.97062 \\ 48.83545 \\ 0 \\ -3 \\ 250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -250 \\ 5.06278 \\ -0.97062 \\ -48.83545 \\ 0 \\ -1.25128 \\ 0 \\ -6 \\ 0 \\ -0.06278 \\ -0.97062 \\ 48.83545 \\ 0 \\ -3 \\ 250 \end{pmatrix}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

▪ Resolviendo la ecuación fuerza-desplazamiento $P = K \cdot D$, para el vector de desplazamientos D , obtenemos:

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \\ U_3 \\ V_3 \\ \theta_3 \\ U_4 \\ V_4 \\ U_6 \\ V_6 \\ \theta_6 \\ U_7 \\ V_7 \\ \theta_7 \\ U_9 \\ V_9 \\ \theta_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.332386278304916 \\ -0.0017495366143524 \\ -0.0018230956662794 \\ 1.05659925829584 \\ -0.0017316510681943 \\ -0.0012737296133586 \\ 1.01964795989825 \\ 0.0892654486796185 \\ 0.326149795268478 \\ -0.0142923463178748 \\ -0.0010093705923485 \\ 0.97451666825736 \\ -0.0188251369461803 \\ -0.0015114185629185 \\ 0.317246973669736 \\ -0.0054435848983973 \\ -0.000305168140423 \end{pmatrix}$$

Desplazamientos u, v en cm.

Desplazamientos θ en radianes.

▪ Fuerzas en las barras.

Sustituyendo los valores de los desplazamientos en las ecuaciones fuerza-desplazamiento de cada barra, es posible la determinación de sus elementos mecánicos.

Por ejemplo, para la barra 7:

$$\begin{bmatrix} 528.5468 & 190.8512 & -381.0197 & -528.5468 & -190.8512 & 0. \\ 190.8512 & 73.6515 & 1046.8431 & -190.8512 & -73.6515 & 0. \\ -381.0197 & 1046.8431 & 296383.5584 & 381.0197 & -1046.8431 & 0. \\ -528.5468 & -190.8512 & 381.0197 & 528.5468 & 190.8512 & 0. \\ -190.8512 & -73.6515 & -1046.8431 & 190.8512 & 73.6515 & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1.056599 \\ -0.001732 \\ -0.001274 \\ 1.019648 \\ 0.089265 \\ 0. \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.648898 \\ -0.983267 \\ -486.851371 \\ -2.648898 \\ 0.983267 \\ 0. \end{pmatrix}$$

Transformando al sistema local de la barra:

$$P^L T^T = P$$

$$\begin{pmatrix} 2.648898 \\ -0.983267 \\ -486.851371 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \cos 20^\circ & -\operatorname{Sen} 20^\circ & 0 \\ \operatorname{Sen} 20^\circ & \cos 20^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2.152852 \\ -1.829945 \\ -486.851371 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2.648898 \\ 0.983267 \\ 0. \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \cos 20^\circ & -\operatorname{Sen} 20^\circ & 0 \\ \operatorname{Sen} 20^\circ & \cos 20^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{pmatrix} -2.152852 \\ 1.829945 \\ 0. \end{pmatrix}$$

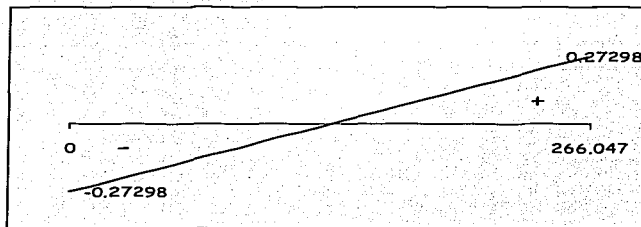
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Estos elementos mecánicos son los que corresponden a la distribución de las acciones desequilibradas, por lo que aún es necesario adicionar las fuerzas de empotramiento perfecto:

$\left. \begin{array}{c} 2.152852 \\ -1.829945 \\ -486.851371 \\ -2.152852 \\ 1.829945 \\ 0. \end{array} \right\}$	+	$\left. \begin{array}{c} 0.27298 \\ 0.93356 \\ 48.83545 \\ 0.27298 \\ 0.56644 \\ 0. \end{array} \right\}$	=	$\left. \begin{array}{c} 2.425832 \\ -0.896385 \\ -438.015921 \\ -1.879872 \\ 2.396385 \\ 0. \end{array} \right\}$
<p style="font-size: small;">Acciones de empotramiento:</p>		<p style="font-size: small;">Elementos Mecánicos Finales:</p>		

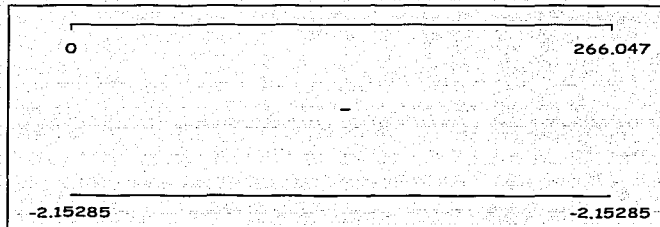
Gráficamente:

F. Axial de Empotramiento



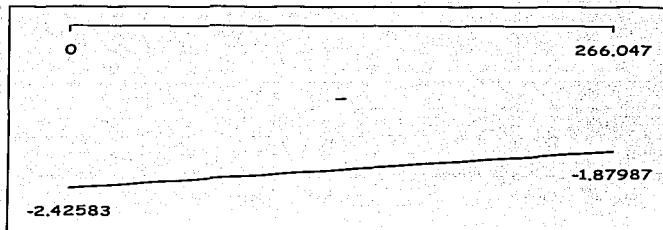
+

F. Axial Distribuida



||

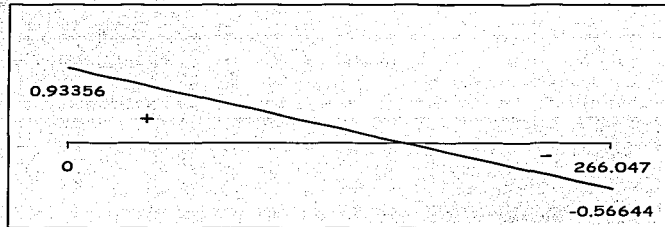
F. Axial Total



TESIS CON
 SELLA DE ORIGEN

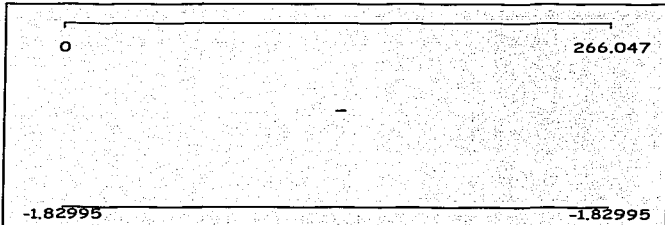
De igual manera para la fuerza cortante:

F. Cortante de
Empotramiento



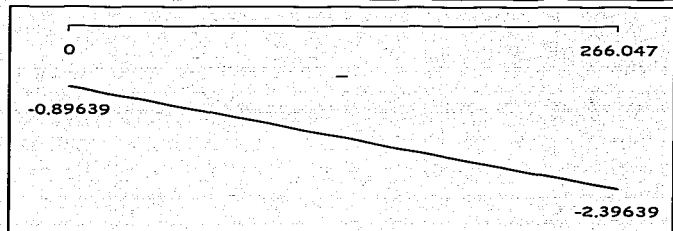
+

F. Cortante
Distribuida



||

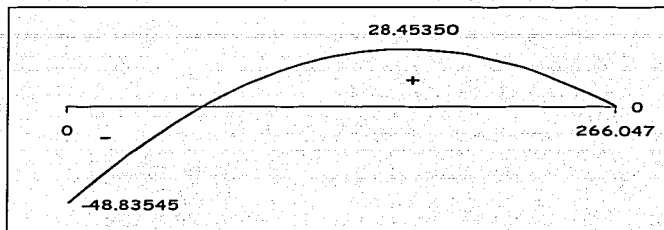
F. Cortante
Total



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

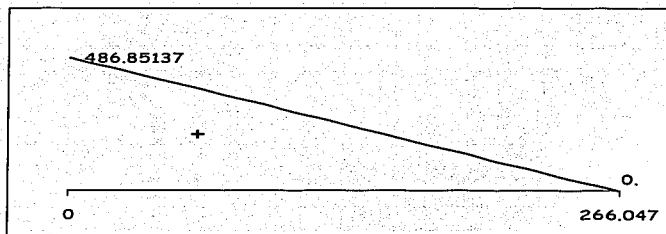
Para el momento:

Momento de Empotramiento



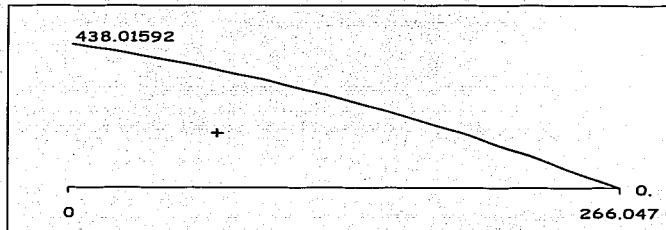
+

Momento Distribuido



||

Momento Total



TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

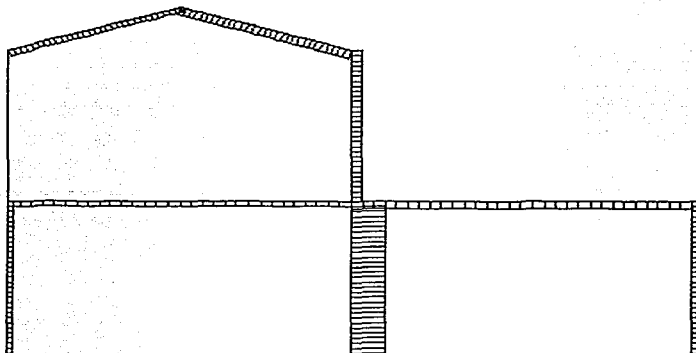
De igual manera se obtienen los elementos mecánicos del resto de las barras:

Barra	Fx inicial	Fy inicial	Momento inicial	Fx final	Fy final	Momento final
1(1 - 2)	1.2371	0.42945	240.59459	-1.2371	-0.42945	-103.17105
2(5 - 6)	10.10624	1.73769	373.19508	-10.10624	-1.73769	182.86634
3(8 - 9)	3.8492	2.83286	482.029	-3.8492	-2.83286	424.48605
4(2 - 3)	-0.01266	2.41388	334.42507	0.01266	-2.41388	438.01592
5(6 - 7)	3.20519	2.58612	461.11226	-3.20519	-2.58612	366.44681
6(2 - 6)	1.98443	1.24976	-231.25401	-1.98443	4.75024	-643.86689
7(3 - 4)	2.42583	-0.89639	-438.01592	-1.87987	2.39639	0.
8(4 - 7)	2.98044	-0.62739	0.	-3.5264	2.12739	-366.44681
9(6 - 9)	2.83286	2.1508	-0.1117	-2.83286	3.8492	-424.48605

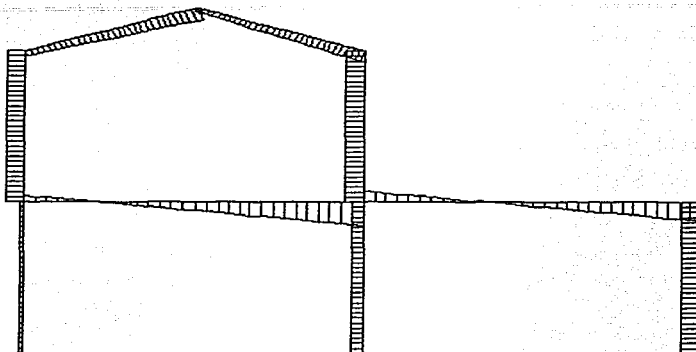
Donde las fuerzas están en toneladas y los momentos en toneladas-centímetro.

Así como los respectivos diagramas:

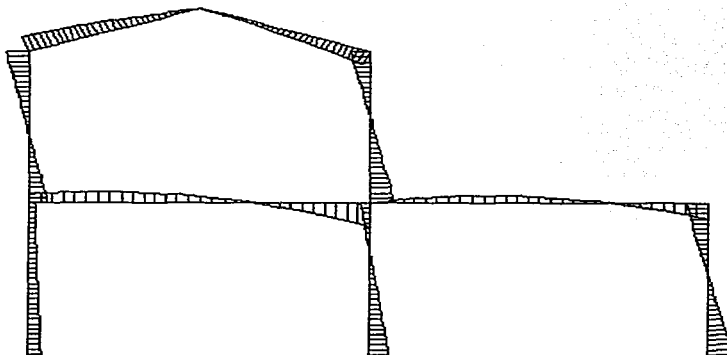
> Fuerza Axial:



> Fuerza Cortante:



> Momento:



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3

SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES

Para desarrollar una aplicación eficiente de análisis matricial de estructuras, además de elegir correctamente el método de análisis, es necesario utilizar un procedimiento numérico de solución de sistemas de ecuaciones (comúnmente conocido como "solver") que optimice los consumos de tiempo y recursos del sistema de cómputo.

En el presente capítulo se exponen los conceptos fundamentales del método de Cholesky, mismo que se empleó en la programación de CARMA, pasando primero por una descripción del planteamiento generalizado de la factorización de matrices en matrices triangulares.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Factorización de matrices en matrices triangulares

(Triangulación L-U).

Es factible realizar una factorización de una matriz **A** en las matrices **L** (del inglés "Low": inferior) y **U** (del inglés "Upper": superior), tal que

$$\begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & \dots & . \\ \vdots & \vdots & & 0 \\ l_{n,1} & l_{n,2} & \dots & l_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \dots & u_{1,n} \\ 0 & u_{2,2} & \dots & u_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & u_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{bmatrix}$$

Si analizamos esta factorización:

a) Primer renglón de **L** por las n columnas de **U**.

$$(l_{1,1})(u_{1,1}) = a_{1,1}$$

$$(l_{1,1})(u_{1,2}) = a_{1,2}$$

⋮

$$(l_{1,1})(u_{1,n}) = a_{1,n}$$

b) Segundo renglón de **L** por las n columnas de **U**.

$$(l_{2,1})(u_{1,1}) = a_{2,1}$$

$$(l_{2,1})(u_{1,2}) + (l_{2,2})(u_{2,2}) = a_{2,2}$$

⋮

$$(l_{2,1})(u_{1,n}) + (l_{2,2})(u_{2,n}) = a_{2,n}$$

⋮

c) n renglón de **L** por las n columnas de **U**.

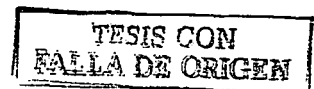
$$(l_{n,1})(u_{1,1}) = a_{n,1}$$

$$(l_{n,1})(u_{1,2}) + (l_{n,2})(u_{2,2}) = a_{n,2}$$

$$(l_{n,1})(u_{1,3}) + (l_{n,2})(u_{2,3}) + (l_{n,3})(u_{3,3}) = a_{n,3}$$

⋮

$$(l_{n,1})(u_{1,n}) + (l_{n,2})(u_{2,n}) + \dots + (l_{n,n})(u_{n,n}) = a_{n,n}$$



De lo anterior se deduce que se obtendrá un sistema de n^2 ecuaciones con $(n^2 + n)$ incógnitas, por lo que será necesario establecer n condiciones arbitrarias sobre las incógnitas para resolver dicho sistema. La forma en que se seleccionan las condiciones ha dado lugar a diferentes métodos; por ejemplo, si se toman de manera que $l_{1,1} = l_{2,2} = \dots = l_{n,n} = 1$, se obtiene el *método de Doolittle*; si en cambio se selecciona $u_{1,1} = u_{2,2} = \dots = u_{n,n} = 1$, el algoritmo resultante es llamado *método de Crout*.

Si continuamos el desarrollo de la factorización tomando $l_{1,1} = l_{2,2} = \dots = l_{n,n} = 1$, podemos desarrollar ecuaciones generalizadas para determinar los valores de todos los elementos de las matrices **L** y **U**:

$$u_{i,j} = a_{i,j} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{i,k} u_{k,j} ; j = i, i+1, \dots, n$$

$$l_{i,j} = \frac{1}{u_{j,j}} \left(a_{i,j} - \sum_{k=1}^{j-1} u_{k,j} l_{i,k} \right) ; j = j+1, \dots, n$$

$$l_{i,i} = 1 ; i = 1, 2, \dots, n$$

Es importante resaltar que el tipo de matrices que se generan en el cálculo de estructuras con el método de rigideces, posee algunas características que permiten crear algoritmos más "inteligentes" que el método de triangulación generalizado que hasta ahora hemos descrito, es decir, éstos son capaces de hacer más eficientes los procedimientos para así obtener un mayor rendimiento de los recursos de memoria y procesamiento de datos de un equipo de cómputo. En el programa CARMA se codificó un algoritmo mejorado de los métodos de triangulación conocido como *Método de Cholesky*.

El *Método de Cholesky* aprovecha la simetría de la matriz de rigideces de una estructura, así como su calidad de definida positiva, lo que, como se comenta posteriormente, significa prácticamente un ahorro del 50% de los cálculos de factorización.

Método de Cholesky

Una matriz simétrica A cuyas componentes son números reales, es positiva definida si y sólo si los determinantes de las submatrices de A son positivos

$$|a_{1,1}| > 0, \quad \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix} > 0, \dots, \quad \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix} > 0$$

En el caso de tener un sistema $Ax = b$, con A definida positiva, la factorización de A en la forma LU es posible y muy sencilla ya que toma la forma LL^T donde L es triangular inferior:

$$L = \begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ l_{n,1} & l_{n,2} & \dots & l_{n,n} \end{bmatrix}$$

Los cálculos se reducen ya que ahora basta estimar $n(n+1)/2$ elementos (los $l_{i,j} \neq 0$) en lugar de los n^2 elementos de una factorización nominal (los $l_{i,j}$ tales que $i < j$ y los $u_{i,j}$ tales que $i \geq j$). El número de cálculos es prácticamente la mitad.

Las fórmulas de este algoritmo para un sistema de n ecuaciones son:

$$l_{1,1} = \sqrt{a_{1,1}}$$

$$l_{i,1} = \frac{a_{i,1}}{l_{1,1}}; \quad i=2, 3, \dots, n$$

$$l_{i,i} = \sqrt{a_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{i,k}^2}; \quad i=2, 3, \dots, n$$

$$l_{i,j} = \frac{1}{l_{i,i}} \left(a_{i,j} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{i,k} l_{j,k} \right); \quad \begin{cases} j=2, 3, \dots, n \\ i=j+1, j+2, \dots, n-1 \end{cases}$$

$$l_{i,j} = 0; \quad i < j$$

Nótese que hasta ahora los algoritmos desarrollados nos proporcionan sólo los valores de los elementos de las matrices **L** y **U** ($\mathbf{U} = \mathbf{L}^T$ en el *Método de Cholesky*), tal que $\mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{A}$, sin embargo para resolver el sistema de ecuaciones será necesario considerar lo siguiente:

Tenemos el sistema $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$, donde **A** es la matriz coeficiente del sistema, **x** el vector incógnita del sistema y **b** el vector de términos independientes:

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix}$$

Sabiendo que $\mathbf{A} = \mathbf{L} \mathbf{U}$ podemos transformar el sistema en dos equivalentes :

- $\mathbf{L} \mathbf{Y} = \mathbf{b}$, donde **Y** es un vector auxiliar

$$\begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ l_{n,1} & l_{n,2} & \dots & l_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix}$$

- $\mathbf{U} \mathbf{x} = \mathbf{Y}$

$$\begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \dots & u_{1,n} \\ 0 & u_{2,2} & \dots & u_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & u_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix}$$

En el primer sistema es evidente la sencillez con que puede lograrse la determinación del vector auxiliar **Y**, y a partir de la sustitución de éste en el segundo sistema, el cálculo del vector incógnita **x** no es más complicado.

Para el *Método de Cholesky* ($U = L^T$), se han desarrollado los siguientes algoritmos para encontrar la solución de un sistema de n ecuaciones a partir de la factorización $A = L L^T$:

- Determinación del vector auxiliar Y

$$y_1 = \frac{b_1}{l_{1,1}}$$

$$y_i = \frac{1}{l_{i,i}} \left(b_i - \sum_{k=1}^{i-1} l_{i,k} y_k \right); i=2, 3, \dots, n$$

- Determinación del vector incógnita x

$$x_n = y_n$$

$$x_i = \frac{1}{l_{i,i}} \left(y_i - \sum_{k=i+1}^n l_{k,i} x_k \right); i=n-1, n-2, \dots, 1$$

4

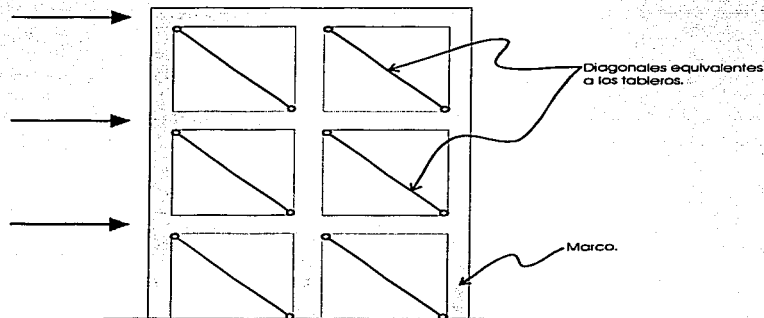
MÉTODO DE LA DIAGONAL EQUIVALENTE

El caso de tableros de muros de mampostería confinados por marcos y sujetos a cargas laterales ha sido objeto de numerosas investigaciones experimentales y analíticas. Con base en estas investigaciones se han desarrollado diversos métodos para el tratamiento de sistemas muro-marco, tal es el caso del método de la diagonal equivalente, el cual ha sido incluido en CARMA.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MÉTODO DE LA DIAGONAL EQUIVALENTE

Este método se emplea para el cálculo de la rigidez lateral y de los elementos mecánicos en tableros de muros de mampostería confinados por marcos (muros diafragma) y sujetos a cargas laterales, en él se simula cada tablero como una diagonal equivalente doblemente articulada en compresión, como se ilustra en la siguiente figura:



A través de estudios analíticos con elementos finitos, realizados por Enrique Bazán Zurita, se ha llegado a resultados que permiten proponer que la diagonal equivalente tenga las siguientes características:

- Mismo espesor, t , que el tablero.
- Igual módulo de elasticidad, E , que el tablero.
- Ancho igual a W_o , donde

$$W_o = (0.35 + 0.022 \lambda) / h$$

h = Altura del tablero entre ejes.

l = Ancho del tablero entre ejes.

ζ = Relación de aspecto, calculada como sigue:

$$\zeta = \frac{l}{h}$$

λ = Parámetro adimensional basado en las rigideces de tablero y marco, obtenido con la siguiente expresión:

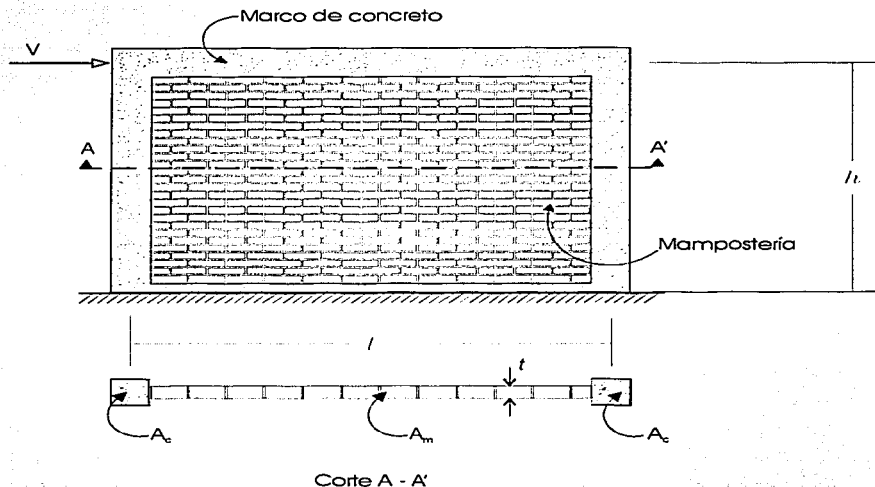
$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m}$$

E_c = Módulo de elasticidad del marco.

A_c = Área de la sección de cada columna del marco, sin transformar a pesar de ser de diferente material.

G_m = Módulo de elasticidad al cortante del muro.

A_m = Área de la sección transversal del muro.



Nota: La expresión para calcular W_o se dedujo suponiendo $G_m = 0.4 E_m$ y es aplicable para valores de λ comprendidos entre 0.9 y 11, y valores de relación de aspecto ζ que estén entre 0.75 y 2.5. Estos intervalos cubren la mayoría de los casos prácticos.

➤ Para determinar la matriz de rigideces de la diagonal se emplea la de barra armadura con $A = W_o t$ y $L =$ longitud de la diagonal.

5

RELACIONES DE ESBELTEZ

La relación de esbeltez de las barras que forman parte de un sistema estructural, es un parámetro esencial para el correcto proceder del calculista, sin embargo, su cálculo manual se convierte en una tarea considerable aún para estructuras relativamente pequeñas, por tal motivo, hemos creído pertinente incluir en CARMA rutinas para efectuar dicho cálculo.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

RELACIONES DE ESBELTEZ

El factor de longitud efectiva de pandeo, k , utilizado en el diseño de miembros a flexocompresión debe tomar en cuenta el grado de restricción lateral y rotacional en los extremos de éstos.

En los marcos restringidos lateralmente las columnas tienen valores de k entre 0.5 y 1.

El valor de k siempre es mayor que la unidad en las columnas de los marcos no restringidos lateralmente.

Debido a que el comportamiento entre marcos restringidos y no restringidos lateralmente es tan distinto, generalmente se proporcionan los valores de k para ambos casos, de manera que el diseñador debe decidir si su marco está o no restringido lateralmente.

El valor de k para marcos restringidos y no restringidos lateralmente depende de la restricción rotacional en las juntas expresadas por el parámetro ψ , expresado como sigue:

$$\psi = \frac{\sum (EI_{col}/l_{ii})}{\sum (EI_b/l_{ii})}$$

Donde:

EI_{col} = Rigidez a flexión de la sección de la columna.

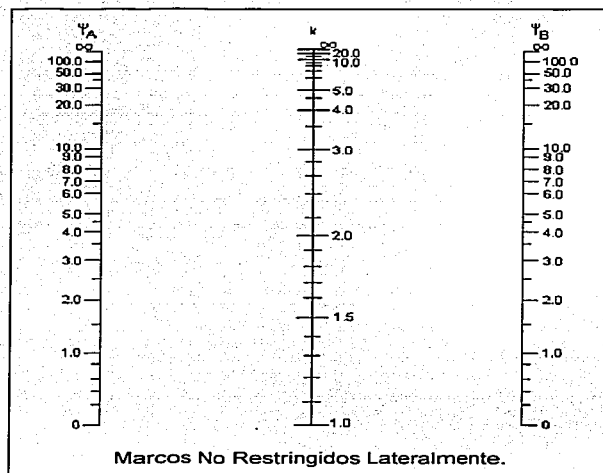
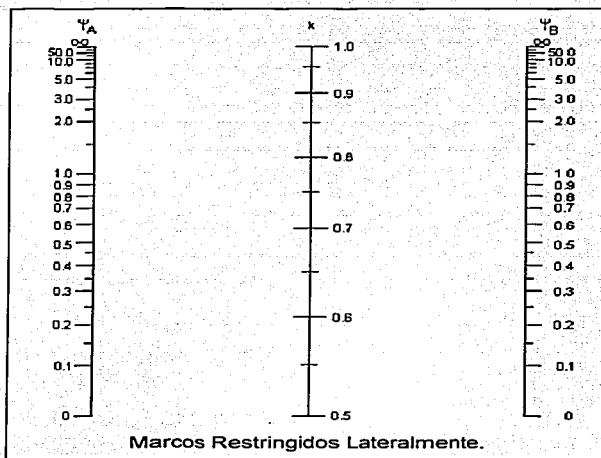
EI_b = Rigidez a flexión de la sección de la trabe.

l_{ii} = Longitud no apoyada de la columna.

l_{ii} = Claro libre de la trabe.

\sum Indica la suma para todos los miembros conectados rígidamente en el nudo, y que están en el plano en que se considera el pandeo de la columna.

Se pueden calcular los valores de k si se conocen los de ψ en los extremos de la columna (ψ_A y ψ_B), y se pueden obtener gráficamente usando los nomogramas de Jackson y Moreland:



Para realizar el cálculo de k , en el caso de los marcos restringidos CARMA emplea una alternativa a los nomogramas de Jackson y Moreland encontrada en la "Propuesta de Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto" emitida en abril del 2001, y que consta de las siguientes expresiones:

$$k_A = \frac{0.4 + \psi_A}{0.8 + \psi_A}$$

$$k_B = \frac{0.4 + \psi_B}{0.8 + \psi_B}$$

$$k = 1.35 - \sqrt{1.35 (1.35 - k_A - k_B) + 0.5 (k_A^2 + k_B^2)}$$

Para marcos no restringidos lateralmente existen expresiones similares, sin embargo, a diferencia de las anteriores, los resultados suelen diferir mucho de los determinados gráficamente, por lo que fue necesario realizar algunos análisis de regresión a partir de las propias escalas de los nomogramas, lo que nos condujo a las siguientes expresiones:

$$\text{Si } 0 \leq \psi_{A \text{ ó } B} \leq 3$$

$$l_{A \text{ ó } B} = 2.2776 (\psi_{A \text{ ó } B})^{0.7309}$$

$$\text{Si } 3 < \psi_{A \text{ ó } B} \leq 6$$

$$l_{A \text{ ó } B} = 3.3818 (\psi_{A \text{ ó } B})^{0.4447}$$

$$\text{Si } 6 < \psi_{A \text{ ó } B} \leq 83.5$$

$$l_{A \text{ ó } B} = 1.5392 \ln(\psi_{A \text{ ó } B}) + 5.3895$$

$$\text{Si } \psi_{A \text{ ó } B} > 83.5$$

$$l_{A \text{ ó } B} = 12.2$$

$$\text{Obteniendo el promedio } l_{\text{Prom}} = 0.5 (l_A + l_B)$$

$$\text{Si } 0 \leq l_{\text{Prom}} \leq 9.35$$

$$k = 0.9902 e^{(0.119 l_{\text{Prom}})}$$

$$\text{Si } 9.35 < l_{\text{Prom}} \leq 11.97$$

$$k = 0.0313 e^{(0.4731 l_{\text{Prom}})}$$

$$\text{Si } l_{\text{Prom}} > 11.97$$

$$k = 55.556 l_{\text{Prom}} - 653.33$$

Las expresiones anteriores quizá no son prácticas para un cálculo manual del factor k , pero tienen la ventaja de ser sencillas de programar, lo que en el caso de CARMA nos permitió adicionar la posibilidad de realizar dicho cálculo, además cabe mencionar que su precisión parece ser satisfactoria.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

6

DESPLAZAMIENTOS IMPUESTOS

En este capítulo se presenta una breve exposición del método codificado en CARMA para incluir desplazamientos de magnitud conocida en el análisis estructural.

TECIS CON
FALLA DE ORIGEN

DESPLAZAMIENTOS IMPUESTOS

Cuando se realiza un análisis estructural, en ocasiones es necesario involucrar algunos desplazamientos que tienen un valor ya determinado por algún otro tipo de análisis, tal es el caso de descensos de apoyo, desplazamientos laterales o angulares de la estructura, etc.

Dado que el cálculo de estructuras con desplazamientos impuestos es un problema de condiciones de frontera, podemos considerar lo siguiente:

$$Q_p = a_p$$

donde Q_p es una condición de frontera y a_p es un desplazamiento específico a lo largo del grado de libertad p del apoyo.

Para modelar el apoyo se utiliza un resorte con una gran rigidez C .

En la mayoría de los casos dar a la magnitud de C un valor de 10^4 veces el valor más grande de la diagonal de la matriz de rigideces ha resultado satisfactorio, sin embargo CARMA utiliza un valor de 10^7 veces el mayor elemento de la diagonal.

En este caso el resorte se desplaza en un extremo la cantidad a_p . El desplazamiento Q_p a lo largo del grado de libertad p será aproximadamente igual a a_p , debido a la relativamente pequeña resistencia ofrecida por la estructura.

Podemos concluir entonces que para considerar las condiciones de frontera

$$Q_{p1} = a_1, Q_{p2} = a_2, \dots, Q_{pr} = a_r$$

Será necesario seguir los siguientes pasos:

1.- Modificar la matriz de rigideces K agregando una constante grande C a cada uno de los elementos diagonales p_1 -ésimo, p_2 -ésimo, ..., y p_r -ésimo de K .

2.- Modificar el vector de carga global F agregando $C \cdot a_1$ a F_{p1} , $C \cdot a_2$ a F_{p2} , ..., y $C \cdot a_r$ a F_{pr} . Por ejemplo para $Q_1 = a_1$:

$$\begin{bmatrix} (K_{1,1} + C) & K_{1,2} & \dots & K_{1,n} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & \dots & K_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n,1} & K_{n,2} & \dots & K_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 + C \cdot a_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix}$$

3.- Resolver $KQ = F$ para los desplazamientos Q , donde K y F son las matrices modificadas de rigidez y carga.

4.- Realizar el resto de los pasos del método de rigideces normalmente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

7

APOYOS ELÁSTICOS

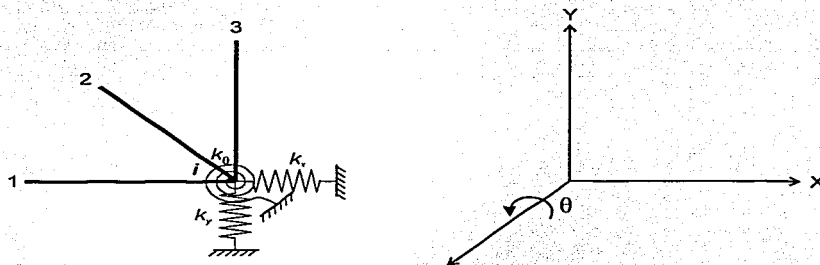
Otra de las opciones particularmente útiles contenidas en CARMA, es la posibilidad de colocar apoyos elásticos en los nudos, el procedimiento para modelar matemáticamente este tipo de apoyos es materia de este capítulo.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

APOYOS ELÁSTICOS.

Para involucrar una condición de apoyo de este tipo en el análisis, en casos tales como: vigas sobre resortes (vigas Winkler), modelos de interacción suelo-estructura, pilotes sometidos a cargas laterales, o cualquier otro en que se involucren apoyos de esta índole, será necesario considerar lo siguiente:

Supongamos que el nudo i -ésimo de una estructura está apoyado sobre un resorte cuyas componentes en el sistema global de coordenadas son k_x , k_y y k_θ , como se muestra en la siguiente figura:



por lo tanto la relación fuerza-desplazamiento del apoyo elástico puede escribirse como sigue:

$$\begin{Bmatrix} P_{iX} \\ P_{iY} \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & & \\ & k_y & \\ & & k_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{iX} \\ \Delta_{iY} \\ \theta_i \end{Bmatrix}$$

$$\text{ó}$$

$$P_i = K_{ii}^s \Delta_i$$

donde K_{ii}^s representa la matriz de rigideces del apoyo elástico en el nudo i .

Si la estructura no estuviera sostenida por estos resortes, el nudo i podría considerarse como nudo libre, y su rigidez sería la suma de las rigideces de los elementos que concurren a i , es decir:

$$K_{ii} = K_{ii}^1 + K_{ii}^2 + K_{ii}^3$$

Sin embargo, cuando el nudo i está sostenido por los resortes, su rigidez aumentará en la magnitud de las rigideces de los resortes:

$$K_{ii} = K_{ii}^1 + K_{ii}^2 + K_{ii}^3 + K_{ii}^s$$

TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

8

RETÍCULAS

Además del análisis de armaduras y marcos en el plano, CARMA también ofrece la posibilidad de analizar las estructuras conocidas como retículas, en esta sección se describen brevemente los principales aspectos para aplicar el método de rigideces a este tipo de estructuras.

También se trata en este capítulo la determinación de la constante de torsión, parámetro esencial en el análisis de las retículas.

TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

RETÍCULAS

La diferencia entre este tipo de estructuras, también conocidas con el nombre de *parrillas* o *emparrillados*, y los marcos y armaduras en el plano radica en la dirección en la cual se aplican las cargas, ya que en una *retícula* las cargas son perpendiculares al plano que la contiene. Estructuras tales como retículas de cimentación, cubiertas y sistemas de piso están dentro de esta categoría.

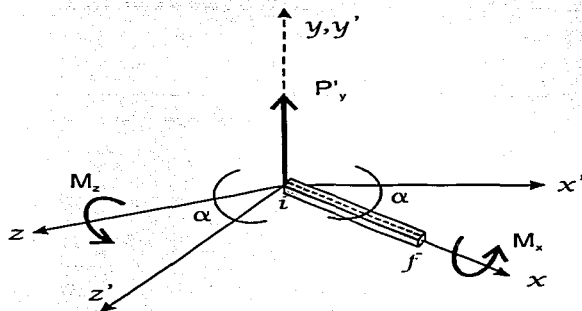
Los elementos de una retícula están sometidos en general a torsión así como a fuerza cortante y flexión. Como las cargas externas son perpendiculares al plano de la estructura, las deformaciones axiales son despreciables. En consecuencia, una retícula está sujeta a tres grados de libertad por nodo, un desplazamiento lineal perpendicular al plano de la estructura y dos angulares (Δy , θ_x , θ_z).

De igual manera que para armaduras y marcos planos, primeramente será necesario obtener las submatrices de rigidez en el sistema global de coordenadas (K'_{ij}).

Anteriormente se demostró que:

$$K'_{ij} = T K_{ij} T^t$$

En el caso de las retículas el transformador T se obtiene a partir de la siguiente figura:



$$M'_x = M_x \cos \alpha - M_z \sin \alpha$$

$$P'_y = P_y$$

$$M'_z = M_x \sin \alpha + M_z \cos \alpha$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

TECIS CON
FALLA DE ORIGEN

La submatriz de rigideces para un elemento retícula en el sistema local de coordenadas se obtuvo efectuando un procedimiento análogo al realizado para determinar las submatrices de los otros tipos de barra tratados en otros capítulos de la presente tesis, y se presenta a continuación:

□ Elemento Retícula.

$$K = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_v)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} & 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_v)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} & \frac{(4+\phi_v)EI}{L(1+\phi_v)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} & \frac{(2-\phi_v)EI}{L(1+\phi_v)} \\ -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_v)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_v)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} & \frac{(2-\phi_v)EI}{L(1+\phi_v)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_v)} & \frac{(4+\phi_v)EI}{L(1+\phi_v)} \end{bmatrix}$$

Donde:

J = Constante de torsión (ver sección dedicada a este parámetro).

Nota: El resto de los términos ha sido definido en las secciones anteriores.

Haciendo la rotación del sistema local al global ($K'_{ij} = T K_{ij} T^T$) obtenemos:

$$K'_{11} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} \cos^2 \alpha + \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \sin^2 \alpha & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \sin \alpha & \left(\frac{GJ}{L} - \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \right) \sin \alpha \cos \alpha \\ -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \sin \alpha & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \cos \alpha \\ \left(\frac{GJ}{L} - \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \cos \alpha & \frac{GJ}{L} \sin^2 \alpha + \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \cos^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$K'_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{GJ}{L} \cos^2 \alpha + \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \sin^2 \alpha & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \sin \alpha & -\left(\frac{GJ}{L} + \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \right) \sin \alpha \cos \alpha \\ -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \sin \alpha & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \cos \alpha \\ -\left(\frac{GJ}{L} + \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \cos \alpha & -\frac{GJ}{L} \sin^2 \alpha + \frac{(2-\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \cos^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$K'_{21} = K'_{12}^T$$

$$K'_{22} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} \cos^2 \alpha + \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \sin^2 \alpha & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \sin \alpha & \left(\frac{GJ}{L} - \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \right) \sin \alpha \cos \alpha \\ \frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \sin \alpha & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_x)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \cos \alpha \\ \left(\frac{GJ}{L} - \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \right) \sin \alpha \cos \alpha & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_x)} \cos \alpha & \frac{GJ}{L} \sin^2 \alpha + \frac{(4+\phi_x)EI}{L(1+\phi_x)} \cos^2 \alpha \end{bmatrix}$$

CONSTANTE DE TORSIÓN

Tradicionalmente, en la literatura técnica existe algo de confusión causada por el símbolo utilizado para representar la constante de torsión (J), ya que en muchos textos es el mismo que se usa para el momento polar de inercia, esto puede llevarnos a cometer errores en el análisis de estructuras donde se involucren estos parámetros. En el método de rigideces aplicado a retículas y marcos espaciales, es particularmente importante evitar una confusión entre el momento polar de inercia y la constante de torsión.

Si una barra de sección circular constante y de longitud L es sometida a un momento torsionante M de magnitud constante a largo de la barra, la deformación angular en los extremos será:

$$\theta = \frac{M \cdot L}{G \cdot I_p}$$

donde G es el módulo de elasticidad al cortante e I_p el momento polar de inercia.

Cuando la sección de la barra no es circular, las secciones que se encuentran planas antes de la torsión no permanecen planas después de ésta, y se presenta alabeo. Sin embargo, la ecuación puede seguir utilizándose con una buena precisión, siempre y cuando se emplee una constante de torsión (J) adecuada en lugar del momento polar de inercia (I_p).

Saint Venant representó la constante de torsión (J) de una sección sólida mediante una función de las características conocidas de la sección:

$$J = f(A, I_p) = \frac{1}{K} \cdot \frac{A^4}{I_p}$$

Para rectángulos delgados (b x t):

$$J = \frac{1}{36} \cdot \frac{A^4}{I_p}$$

lo que puede reducirse a

$$J = \frac{1}{3} \cdot b \cdot t^3 \quad t \leq b$$

Para secciones circulares:

$$J = \frac{1}{40} \cdot \frac{A^4}{I_p}$$

lo que nos lleva a

$$J = \frac{\pi r^4}{2}$$

que es el momento polar de inercia.

Puede demostrarse que para las secciones compuestas de rectángulos delgados, la constante de torsión es igual a la suma de los valores de J de los rectángulos que la componen.

□ Secciones Rectangulares.

Para secciones rectangulares la constante de torsión (J) está dada por:

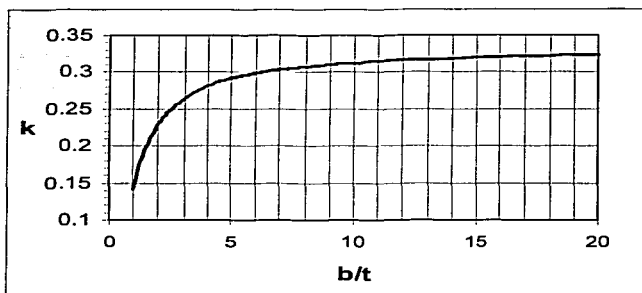
$$J = k \cdot b \cdot t^3 \quad t \leq b$$

donde k es una constante que depende de la relación b/t, y que puede leerse de la siguiente tabla. Puede interpolarse linealmente para valores intermedios.

b/t	k	b/t	k	b/t	k	b/t	k
1.0	0.141	1.5	0.196	2.8	0.258	10.0	0.312
1.1	0.154	1.8	0.216	3.0	0.263	∞	0.333
1.2	0.166	2.0	0.229	4.0	0.281		
1.3	0.175	2.3	0.242	5.0	0.291		
1.4	0.186	2.5	0.249	7.5	0.305		

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

También pueden leerse los valores de k de la siguiente gráfica:

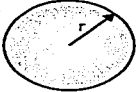
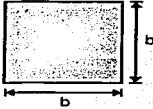
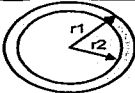


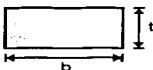
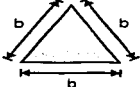
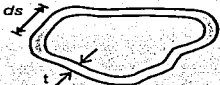
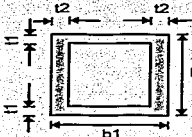
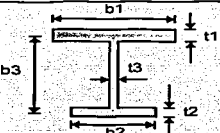
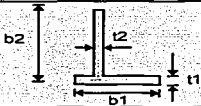
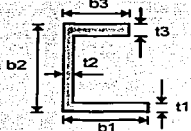
Nótese que los valores de k convergen en $1/3$ para rectángulos esbeltos.

Alternativamente el programa CARMA utiliza la siguiente fórmula para las secciones rectangulares:

$$k = \frac{1}{3} \left[1 - 0.63 \cdot \frac{t}{b} \cdot \left(1 - \frac{t^4}{12 \cdot b^4} \right) \right] \quad t \leq b$$

En la siguiente tabla de Ghali y Neville (1978) se muestran los valores de la constante de torsión (J) para varios tipos de sección transversal.

SECCIÓN	CONSTANTE DE TORSIÓN
	$J = \frac{\pi r^4}{2}$
	$J = 0.1406 \cdot b^4$
	$J = \frac{\pi(r_1^4 - r_2^4)}{2}$

SECCIÓN	CONSTANTE DE TORSIÓN
	$k = \frac{1}{3} \left[1 - 0.63 \cdot \frac{t}{b} \cdot \left(1 - \frac{t^4}{12 \cdot b^4} \right) \right] ; t \leq b$
	$J = \frac{\sqrt{3}}{80} \cdot b^4$
	$J = \frac{4a^2}{\oint \frac{ds}{t}} ; \text{ donde a es el área limitada por una línea definida por el centro del espesor y la integral se evalúa a lo largo del perímetro.}$
	$J = \frac{2 \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (b_1 - t_2)^2 \cdot (b_2 - t_1)^2}{b_1 \cdot t_2 + b_2 \cdot t_1 - t_2^2 - t_1^2}$
	$J = \frac{b_1 \cdot t_1^3 + b_2 \cdot t_2^3 + b_3 \cdot t_3^3}{3}$
	$J = \frac{b_1 \cdot t_1^3 + b_2 \cdot t_2^3}{3}$
	$J = \frac{1}{3} \sum b_i \cdot t_i^3$

Estos valores de la constante de torsión (J) se han calculado bajo la hipótesis de que el material es completamente elástico, en el caso del concreto reforzado se estima que la magnitud real varía entre 0.15 y 0.5 veces el valor elástico teórico. En las NTC-96 para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (sección 2.1.6-a) se señala utilizar la mitad de la rigidez torsional elástica en el análisis.

9

ECUACIONES GENERALIZADAS

Una buena aplicación de análisis estructural debe proveer al usuario de medios que faciliten la interpretación de resultados.

En el caso de CARMA, para trazar diagramas y envolventes de los resultados del análisis es necesario disponer de las ecuaciones que proporcionan los valores de los elementos mecánicos y deformaciones a lo largo de la longitud de cada elemento barra. Dichas ecuaciones deben determinarse a partir de los valores nodales proporcionados por el análisis.

La obtención generalizada (en función de los resultados nodales del análisis) de las ecuaciones arriba mencionadas se ilustra en el presente capítulo.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

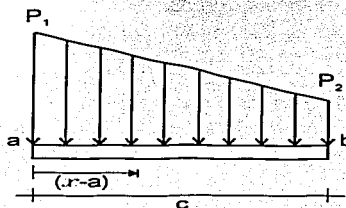
Ecuaciones generalizadas

Aunque a través del método de rigideces es posible determinar los elementos mecánicos y desplazamientos existentes en los extremos de las barras, a lo largo de la longitud de éstas los valores deben ser calculados, con el propósito principal de trazar diagramas y envolventes que permitan el correcto diseño estructural de los miembros. Para este efecto, en la programación de CARMA se empleó un conjunto de ecuaciones generalizadas para cualquiera de los tipos de carga permitidos en esta aplicación.

La determinación de las ecuaciones arriba mencionadas se realizó a través del método de doble integración, y se reproduce a continuación.

A. Cargas perpendiculares al eje de la barra.

Consideremos un segmento de barra cargado como se muestra en la figura:



El segmento se ubica en el rango $a \leq x \leq b$ de la longitud barra, por lo que tiene una extensión de $c = b - a$.

La ecuación general de carga W es

$$W = \frac{1}{c} \cdot (P_1 \cdot (x - a - c) - P_2 \cdot (x - a))$$

Para obtener la de cortante V

$$V = \int W dx + c$$

Sabiendo que en $x = a$ el cortante es igual a V_a la ecuación del cortante resulta

$$V = \frac{(x-a)}{2 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (x - a - 2 \cdot c) - P_2 \cdot (x - a)) + V_a$$

De igual forma para el resto de las ecuaciones:

- *Momento flexionante.* (En $x = a$, $M = M_a$)

$$M = \int V dx + c$$

$$M = (x - a) \cdot \left(\frac{(x - a)}{6 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (x - a - 3 \cdot c) - P_2 \cdot (x - a)) + V_a \right) + M_a$$

- *Pendiente.* (En $x = a$, $\theta = \theta_a$)

$$\theta = \frac{1}{EI} \int M dx + c$$

$$\theta = \frac{(x - a)}{EI} \cdot \left(\frac{(x - a)}{2} \cdot \left(\frac{(x - a)}{12 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (x - a - 4 \cdot c) - P_2 \cdot (x - a)) + V_a \right) + M_a \right) + \theta_a$$

- *Flecha por flexión.* (En $x = a$, $Y_b = Y_{ba}$)

$$Y_b = \int \theta dx + c$$

$$Y_b = (x - a) \left(\frac{(x - a)}{2 \cdot EI} \left(\frac{(x - a)}{3} \cdot \left(\frac{(x - a)}{20 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (x - a - 5c) - P_2 \cdot (x - a)) + V_a \right) + M_a \right) + \theta_a \right) + Y_{ba}$$

- *Flecha por cortante.* (En $x = a$, $Y_s = Y_{sa}$)

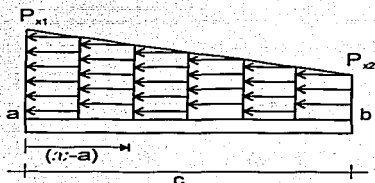
$$\frac{dY_s}{dx} = \theta_s = - \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot V}{12 \cdot EI}$$

$$Y_s = \int \theta_s dx + c$$

$$Y_s = - \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot (x - a) \cdot \left(\frac{(x - a)}{6 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (x - a - 3 \cdot c) - P_2 \cdot (x - a)) + V_a \right)}{12 \cdot EI}$$

B. Cargas axiales.

Examinemos el mismo segmento de barra, pero ahora con una carga distribuida axialmente:



La ecuación general de carga axial W_x es

$$W_x = \frac{1}{c} \cdot (P_{x1} \cdot (x - a - c) - P_{x2} \cdot (x - a))$$

Las ecuaciones de fuerza axial (N_x) y deformación axial (U) se obtienen a partir de las siguientes expresiones

$$N_x = \int W_x dx + c$$

$$U = \frac{1}{EA} \int N_x dx + c$$

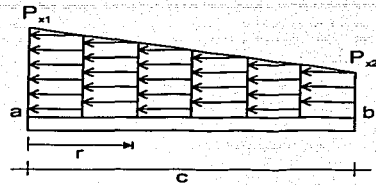
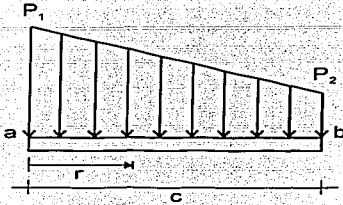
En $x = a$ la fuerza axial es igual a N_{xa} y la deformación axial es igual a U_a , de donde se deduce que

$$N_x = \frac{(x-a)}{2 \cdot c} \cdot (P_{x1} \cdot (x-a-2 \cdot c) - P_{x2} \cdot (x-a)) + N_{xa}$$

y

$$U = \frac{(x-a) \cdot \left(\frac{(x-a)}{6 \cdot c} \cdot (P_{x1} \cdot (x-a-3 \cdot c) - P_{x2} \cdot (x-a)) + N_{xa} \right)}{EA} + U_a$$

Si en las ecuaciones anteriormente obtenidas hacemos $r = x - a$, a manera de resumen podemos escribir las siguientes expresiones:



$$W = \frac{1}{c} \cdot (P_1 \cdot (r - c) - P_2 \cdot r)$$

$$V = \frac{r}{2 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (r - 2 \cdot c) - P_2 \cdot r) + V_a$$

$$M = r \cdot \left(\frac{r}{6 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (r - 3 \cdot c) - P_2 \cdot r) + V_a \right) + M_a$$

$$\theta = \frac{r}{EI} \cdot \left(\frac{r}{2} \cdot \left(\frac{r}{12 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (r - 4 \cdot c) - P_2 \cdot r) + V_a \right) + M_a \right) + \theta_a$$

$$Y_b = r \cdot \left(\frac{r}{2 \cdot EI} \cdot \left(\frac{r}{3} \cdot \left(\frac{r}{20 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (r - 5 \cdot c) - P_2 \cdot r) + V_a \right) + M_a \right) + \theta_a \right) + Y_{ba}$$

$$Y_s = - \frac{\phi_y \cdot l^2 \cdot r \cdot \left(\frac{r}{6 \cdot c} \cdot (P_1 \cdot (r - 3 \cdot c) - P_2 \cdot r) + V_a \right)}{12 \cdot EI}$$

$$W_x = \frac{1}{c} \cdot (P_{x1} \cdot (r - c) - P_{x2} \cdot r)$$

$$N_x = \frac{r}{2 \cdot c} \cdot (P_{x1} \cdot (r - 2 \cdot c) - P_{x2} \cdot r) + N_{xa}$$

$$U = \frac{r \cdot \left(\frac{r}{6 \cdot c} \cdot (P_{x1} \cdot (r - 3 \cdot c) - P_{x2} \cdot r) + N_{xa} \right)}{EA} + U_a$$

10

MANUAL DEL USUARIO

En esta sección se transcribe el manual del usuario de CARMA, donde se describen las características de la interfaz, las diferentes funciones incluidas y los procedimientos que deben seguirse en la resolución de una estructura utilizando este programa de cómputo.

TRIS CON
FALLA DE ORIGEN

EDITOR

Este módulo sirve para realizar la composición de la forma de la estructura, la cual se utilizará en las posteriores etapas del proceso.

Los resultados de este bloque del programa pueden ser reeditados, o bien servir como base en las etapas de Asignación de Propiedades Mecánicas, Condiciones de Carga, Condiciones de Frontera, Cálculo y Post-proceso.

Las principales ventajas del EDITOR son:

- Evitar exceso de captura de datos como son la numeración y coordenadas de los nudos, las conectividades y numeración de las barras, problema que además de acrecentarse con la dimensión de la estructura, provoca frecuentes errores de concentración dada la monotonía del proceso.
- Disponibilidad de herramientas de edición que permiten modificar la estructura fácilmente.
- Visualización de un gráfico representativo de la edición de la estructura.
- Posibilidad de guardar la estructura en un archivo para su posterior recuperación, con la finalidad de modificarlo, o continuar con el proceso de resolución.
- Procedimiento automático de revisión de la consistencia de los datos al final de la edición (conectividades de los nudos y elementos).
- Opción de direccionar al disco duro las coordenadas de los nudos y/o las conectividades de los elementos.

TRABAJE CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO EDITAR UNA ESTRUCTURA.

- 1.- Indicar en el formulario principal, haciendo click sobre las abreviaturas correspondientes, las unidades de longitud y fuerza que serán empleadas en el resto del proceso.



- 2.- Seleccionar en el formulario principal la opción *Editar Estructura*.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.- Especificar en las cajas de texto correspondientes la cantidad de crujías y niveles, así como el claro y la distancia de entrepiso que más se repiten en la geometría de la estructura, generándose automáticamente los campos editables de todas las distancias así como el gráfico representativo.

NOTA: Debido a la actualización automática del esquema de la estructura en cada cambio en las cajas de texto, es conveniente ingresar primero las distancias entre las crujías y de entrepiso, y posteriormente el número de éstos, con la finalidad de que las regeneraciones utilicen la mínima cantidad de datos optimizándose así los recursos y tiempos de espera.

Editor.

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Forma

No. de crujías: 8 a cada 650 cm

Crujía1	650
Crujía2	650
Crujía3	650
Crujía4	---

No. de niveles: 12 a cada 320 cm

Nivel1	320
Nivel2	320
Nivel3	320
Nivel4	---

3

X= 2165.057 Y= 352.856

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.- Completar la información modificando los valores de las distancias entre las crujeas y los niveles que así lo requieran.

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Forma

No. de crujeas: 8 a cada 650 cm

Crujea3	650	▲
Crujea4	950	□
Crujea5	350	□
Crujea6	650	▼

No. de niveles: 12 a cada 320 cm

Nivel1	520	▲
Nivel2	320	□
Nivel3	320	□
Nivel4	320	▼

4

X= 242.635 Y= 204.285

Hasta aquí hemos generado la estructura en la forma más general, sin embargo en ocasiones es necesario realizar algunos otros cambios tales como: mover nudos, insertar y eliminar barras, insertar y eliminar nudos, inclinar niveles, etc. Por lo anterior, enseguida se describirán los pasos para efectuar dichas operaciones.

TRABAJA CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO MOVER NUDOS.

- 1.- Hacer click en el botón Nudos (o presionar Alt+N y Enter) para desplegar el recuadro que contiene las coordenadas de todos los nudos de la estructura (es conveniente activar la opción *Ver numeración de nudos* del menú *Opciones* para visualizar la posición de éstos).

1

E editor

Opciones **Nudos** *Agregar Nudos* *Quitar Nudo* *Agregar Barras* *Quitar Barras* *Siguiente*

Forma

No. de crujeas:

Crujea1	nudo 13	760	1264.75
Crujea2	nudo 14	1020	1205
Crujea3	nudo 15	1150	0
Crujea4			

nudos 13 - 15 **Aplicar**

No. de niveles: 5 a cada 290 cm

Nivel1	290
Nivel2	290
Nivel3	290
Nivel4	---

X= 346.725 Y= 772.142

- 2.- Empleando la barra de desplazamiento vertical (nótese que al movimiento de la barra, la etiqueta ubicada en la esquina inferior izquierda indica el intervalo de los nudos de los cuales se mostrarán las coordenadas), ubíquense las cajas de texto correspondientes al nudo a desplazar.
- 3.- Editar las coordenadas en las cajas de texto correspondientes al nudo que se desee desplazar. Repítanse los pasos 2 y 3 hasta modificar las coordenadas de todos los nudos que necesite mover.

Nota: Puede ayudarse de las etiquetas auxiliares (color ámbar) que se despliegan tras colocar el puntero unos instantes sobre un nudo (independientemente de si la opción *Ver numeración de nudos* del menú *Opciones* se encuentre activada o desactivada) las cuales indican su número y sus coordenadas actuales.

Cabe mencionar que en caso de ingresar valores negativos en las coordenadas del nudo a mover, la estructura será automáticamente desplazada de tal manera que todas las coordenadas tengan valores positivos, es decir, las coordenadas nodales serán aumentadas en el sentido y magnitud absoluta correspondientes al valor negativo.

4.- Hacer click en el botón *Aplicar* para llevar a cabo los cambios y la regeneración automática del dibujo. El recuadro que contiene las coordenadas de los nudos continuará desplegado, disponible para realizar otros desplazamientos o corregir los anteriores.

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Forma

No. de crujeas: 4

	coord. X	coord. Y
nudo 17	11150	580
nudo 18	11150	870
nudo 19	1280	1305

nudos 17 - 19

Aplicar

No. de niveles: 5 a cada 290 cm

Nivel1	290
Nivel2	290
Nivel3	290

X= 1188.771 Y= 1306.071

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Es conveniente hacer notar que al realizar una operación de movimiento de nudos, se pueden presentar solapamientos nudo sobre nudo o nudo sobre barra lo que puede conllevar a ambigüedades no deseadas, por lo que se hacen las siguientes aclaraciones:

✓ En el caso de solapamientos nudo sobre nudo existen dos aspectos principales: la duplicación de nudos y la generación de barras de longitud cero (aquellas que tienen como límites los nudos solapados).

Cuando se suscita la duplicación de nudos (nudos que tienen las mismas coordenadas) el programa lleva a cabo automáticamente la combinación de éstos, es decir, los "fusiona" en uno solo, y además actualiza las conectividades de las barras involucradas ajustándolas al nudo "fusionado", evitándose desacoplamiento entre los miembros de la estructura.

✓ Los solapamientos nudo sobre barra igualmente pueden causar confusiones en las conectividades y acoplamiento de las barras (barras duplicadas, conectividades confusas, etc.), por esta razón el programa detecta tales solapamientos y realiza automáticamente la(s) división(es) del elemento barra e informa de tales cambios, es decir, "parte" la barra en elementos más pequeños que tienen como límites los nudos que intersecan a la barra original, donde cada elemento generado es el único que conecta a los nudos que lo limitan, así pues se elimina la posibilidad de duplicación de barras.

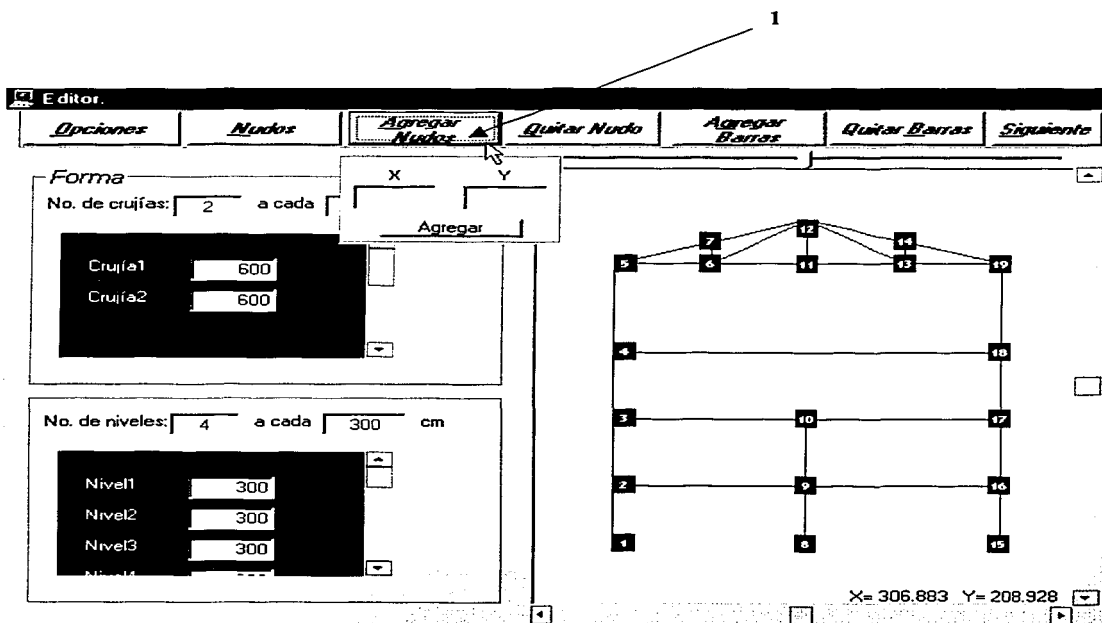
En conclusión el programa evita la posibilidad de:

- o Solapamiento de nudo sobre nudo (es decir, nudos con las mismas coordenadas).
- o Duplicidad de barras(es decir, barras con las mismas conectividades).
- o Barras de longitud cero.
- o Coordenadas negativas.

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO AGREGAR NUDOS.

- 1.- Hacer click en el botón *Agregar Nudos* (o presionar Alt+A y Enter) para desplegar el recuadro que contiene las cajas de texto para ingresar las coordenadas del nuevo nudo de la estructura.



- 2.- Proporcionar en las cajas de texto los valores de las coordenadas del nudo que habrá de agregarse, tal operación puede realizarse directamente tecleando las magnitudes de éstas ó haciendo click en el área del gráfico de la estructura (los valores X,Y aparecen automáticamente en las cajas de texto correspondientes, tomando en cuenta la imprecisión ocasionada por el incremento mínimo del puntero, pueden ajustarse a través del teclado).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Nota: Es importante considerar que en caso de proporcionar valores negativos a las coordenadas del nudo a insertar, la estructura será automáticamente desplazada de tal manera que todas las coordenadas sean positivas, es decir, las coordenadas nodales serán compensadas en el sentido y con la magnitud absoluta correspondientes al valor negativo.

3.- Hacer click en el botón *Agregar* situado en la parte inferior del recuadro, o bien hacer click derecho en el área del dibujo.

Nota: Recuerde activar la opción *Ver numeración de nudos* del menú *Opciones* para ver el(los) nudo(s) agregado(s).

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Forma

No. de crujeas: 2 a cada

Crujea1 600

Crujea2 600

Agregar

3

2

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

CARMA

LA BARRA 4-19 SE DIVIDIÓ EN 2 BARRAS.

Aceptar

X= 91.526 Y= 1478.571

TRABAJA CON FALLA DE ORIGEN

Al agregar un nudo, se pueden presentar solapamientos nudo sobre nudo (error en el que se incurre al ingresar las coordenadas de un nudo ya existente) o nudo sobre barra lo que puede conllevar a interpretaciones equivocadas del sistema de la estructura, por lo que se debe tomar en cuenta lo siguiente:

- ✓ El programa impide agregar un nudo que tenga el mismo par de coordenadas que uno que ya esté presente en la estructura, al intentar efectuar tal operación la estructura permanece con el mismo número de nudos y barras.

- ✓ Los solapamientos nudo sobre barra igualmente pueden causar confusiones en las conectividades y acoplamiento de las barras (barras duplicadas, conectividades confusas, etc.), por esta razón el programa detecta tales solapamientos y realiza automáticamente la(s) división(es) del elemento barra e informa de tales cambios, es decir, "parte" la barra en elementos más pequeños que tienen como límites los nudos que intersecan a la barra original, donde cada elemento generado es el único que conecta a los nudos que lo limitan, así pues se elimina la posibilidad de duplicación de barras.

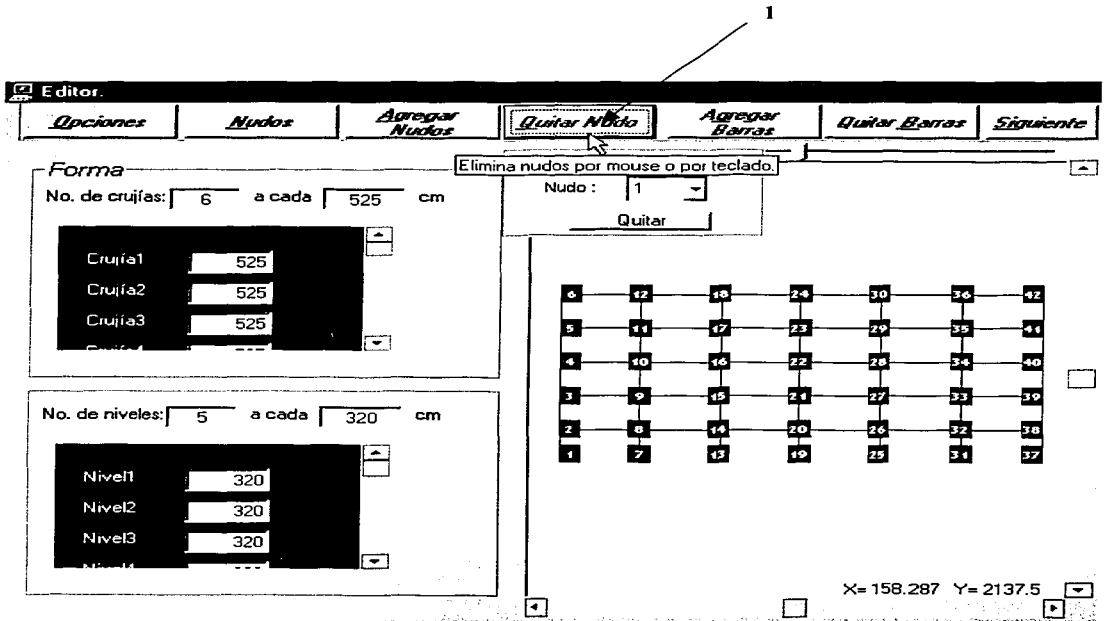
En resumen el programa no permite la existencia de:

- o Solapamiento de nudo sobre nudo (es decir, nudos con las mismas coordenadas).
- o Coordenadas negativas.

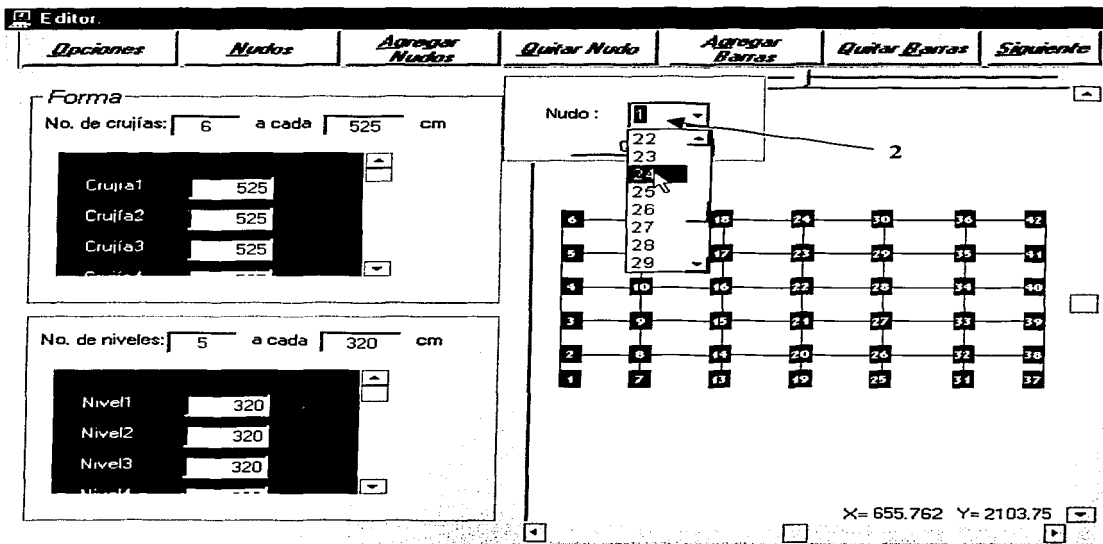
TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO ELIMINAR NUDOS.

- 1.- Hacer click en el botón Quitar Nudos (o presionar Alt+Q y Enter) para que aparezca el recuadro correspondiente, el cual contiene una lista desplegable.



- 2.- Proporcionar en la caja de texto el número del nudo a eliminar, ya sea escribiéndolo directamente, o bien desplegando la lista, y con ayuda de la barra de desplazamiento vertical, ubicar el número de nudo para posteriormente seleccionarlo (quedando así el número indicado en la caja de texto).



3.- Hacer click en el botón *Quitar* situado en la parte inferior del recuadro.

Procedimiento Alternativo:

- Realizar el paso número 1 del procedimiento normal.
- Dar click sobre el nudo que se desee eliminar.

Repítase cualquiera de los procedimientos anteriores hasta completar la eliminación de los nudos que sea necesario suprimir de la estructura.

TRABAJA CON
FALLA DE ORIGEN

Editor

Opciones *Nudos* *Agregar Nudos* *Quitar Nudo* *Agregar Barras* *Quitar Barras* *Siguiente*

Forma

No. de crujeas: a cada cm

Crujea1	<input type="text" value="525"/>
Crujea2	<input type="text" value="525"/>
Crujea3	<input type="text" value="525"/>
Crujea4	<input type="text" value="525"/>
Crujea5	<input type="text" value="525"/>
Crujea6	<input type="text" value="525"/>

No. de niveles: a cada cm

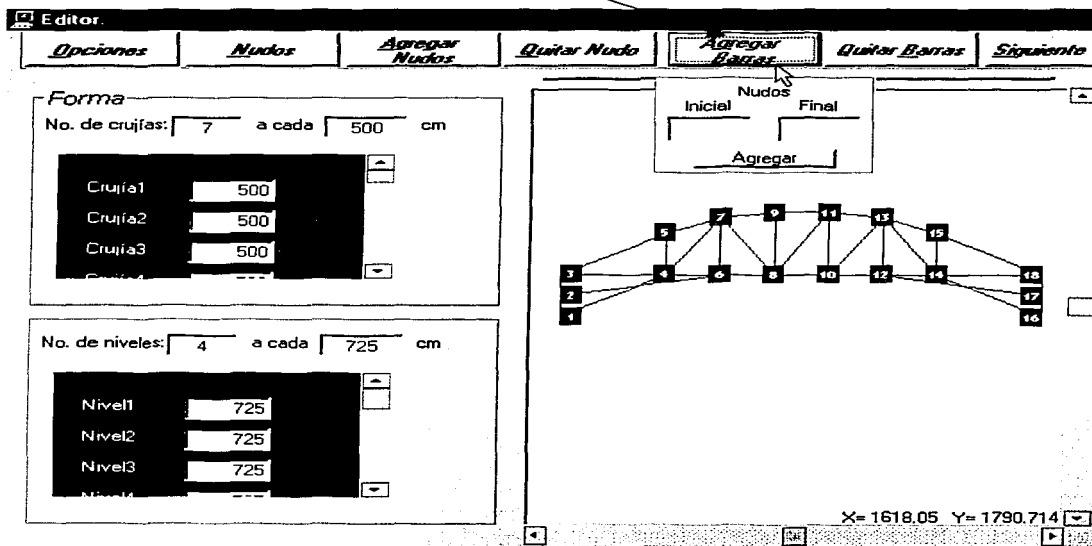
Nivel1	<input type="text" value="320"/>
Nivel2	<input type="text" value="320"/>
Nivel3	<input type="text" value="320"/>
Nivel4	<input type="text" value="320"/>
Nivel5	<input type="text" value="320"/>

Nudo:

X= 486.168 Y= 2137.5

CÓMO AGREGAR BARRAS.

- 1.- Hacer click en el botón *Agregar Barras* (o presionar Alt+G y Enter) para mostrar un recuadro provisto de dos cajas de texto, para ingresar las conectividades del nuevo elemento en la estructura.



- 2.- Proporcionar en las cajas de texto los números correspondientes a los nudos extremos (sin importar el orden de ingreso de éstos, ya que el programa se encarga de tomar como nudo inicial de la barra el nudo de menor numeración y como nudo final el de mayor numeración).

IMPRESO CON
FALLA DE ORIGEN

Editor.

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Forma

No. de crujeas: 7 a cada 500 cm

Crujea1: 500
Crujea2: 500
Crujea3: 500

No. de niveles: 4 a cada 725 cm

Nivel1: 725
Nivel2: 725
Nivel3: 725

Nodos

Inicial: 10 Final: 9

Agregar

2

X= 1073.196 Y= 1527.857

3.- Hacer click en el botón *Agregar* situado en la parte inferior del recuadro para llevar a cabo la operación.

Procedimiento Alternativo:

- Realizar el paso número 1 del procedimiento normal.
- Hacer click directamente sobre ambos nudos de la barra que se desea agregar.

Sucesivamente, de ser necesario, se repite alguno de estos procedimientos hasta agregar el resto de las barras que requiera la geometría de la estructura.

TRABAJE CON
TALLA DE ORIGEN

Editor

Opciones *Nudos* *Agregar Nudos* *Quitar Nudo* *Agregar Barras* *Quitar Barras* *Siguiente*

Forma

No. de crujeas: a cada cm

Crujea1	<input type="text" value="500"/>
Crujea2	<input type="text" value="500"/>
Crujea3	<input type="text" value="500"/>
Crujea4	<input type="text" value="500"/>

No. de niveles: a cada cm

Nivel1	<input type="text" value="725"/>
Nivel2	<input type="text" value="725"/>
Nivel3	<input type="text" value="725"/>
Nivel4	<input type="text" value="725"/>

Nodos: Inicial Final

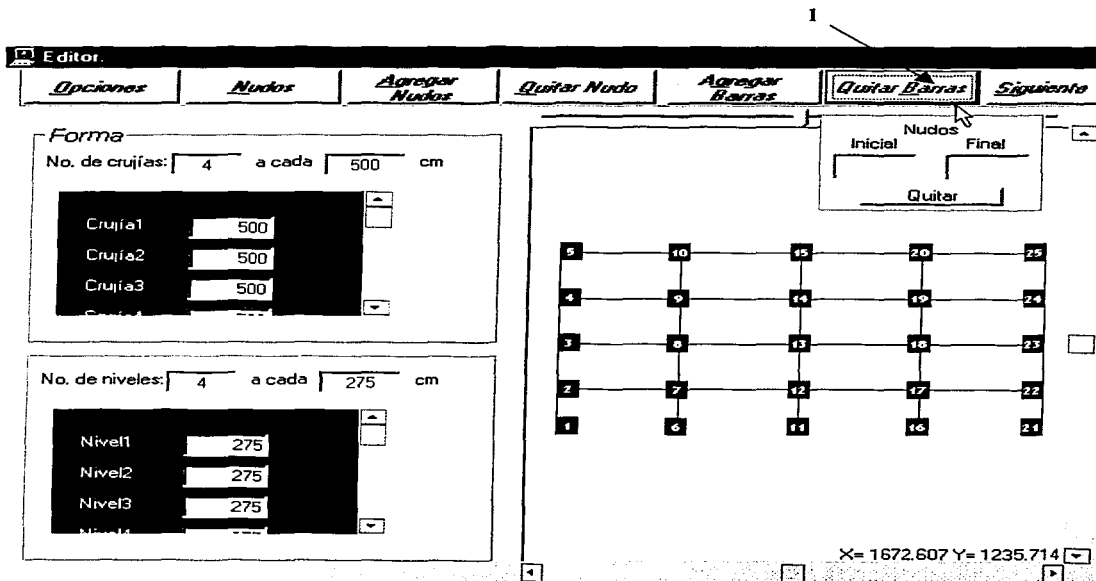
X= 1031.919 Y= 1544.285

Nota: En caso de que alguno de los números de nudo ingresados no exista, el programa informa al usuario y limpia la caja de texto.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO ELIMINAR BARRAS.

- 1.- Hacer click en el botón *Quitar Barras* (o presionar Alt+B y Enter) para que se despliegue el recuadro correspondiente, para ingresar las conectividades del elemento a remover.



- 2.- En las cajas de texto escribir los números correspondientes al nudo inicial y al nudo final de la barra.
 Nota: Es importante recordar que no importa el orden de ingreso de los nudos, el programa toma como nudo inicial de la barra al de menor numeración, y como nudo final al de mayor magnitud.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

3.- Hacer click en el botón *Quitar* ubicado en la parte inferior del recuadro para llevar a cabo la operación.

Procedimiento Alternativo:

- Efectuar el paso número 1 del procedimiento normal.
- Dar click sobre los nudos de la barra que se quiera remover.

Si es necesario eliminar más barras, reptase cualquiera de los dos procedimientos anteriores.

Nota: Si al editar las cajas de texto el número de nudo ingresado no existe, se informa al usuario y se limpia la caja de texto.

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiete

Forma

No. de crujeas: 4 a cada 500 cm

Crujea1	500
Crujea2	500
Crujea3	500
Crujea4	500

No. de niveles: 4 a cada 275 cm

Nivel1	275
Nivel2	275
Nivel3	275
Nivel4	275

Nudos

Inicial: 19 Final: 20

Quitar

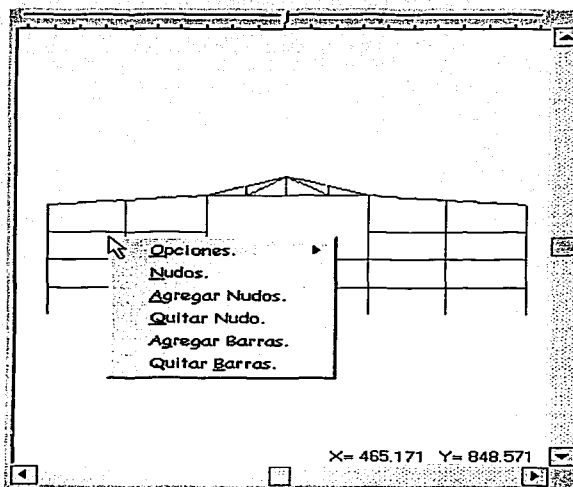
X= 1428.535 Y= 1342.857

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MENÚ CONTEXTUAL.

Se despliega al hacer click derecho sobre el área del gráfico, con la finalidad de facilitar la interacción entre los comandos que regularmente se activan desde los menús ubicados en la parte superior del formulario, y cuenta con las siguientes opciones:

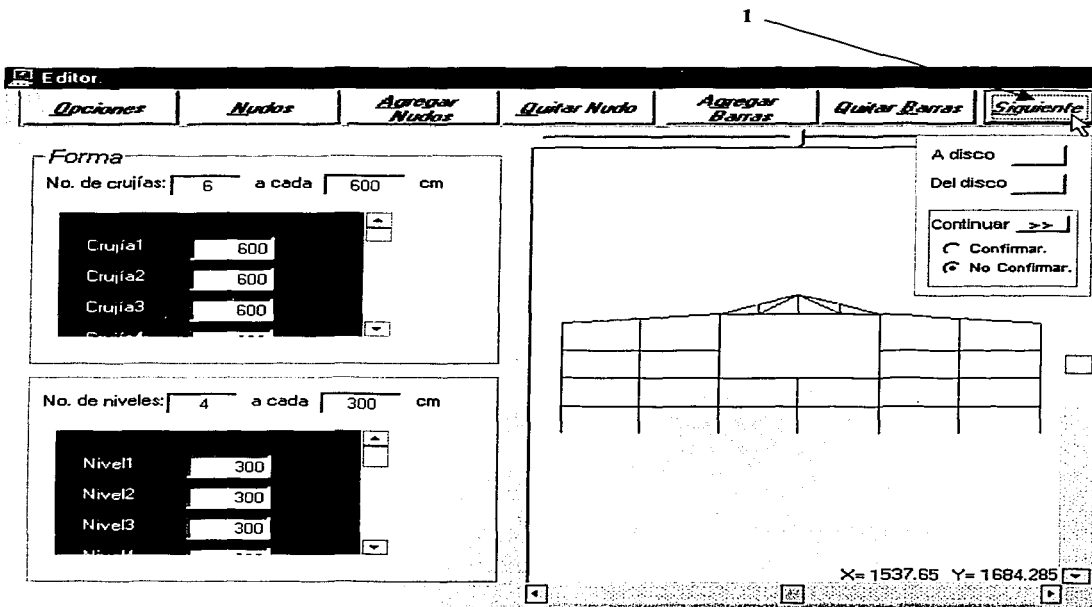
- Opciones: Activa o desactiva la visualización de la numeración de los nudos.
- Nudos: Equivalente del botón Nudos.
- Agregar Nudos: Idéntico al botón Agregar Nudos.
- Quitar Nudo: Análogo al botón Quitar Nudo.
- Agregar Barras: Igual al botón Agregar Barras.
- Quitar Barras: Equivalente del botón Quitar Barras.



TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

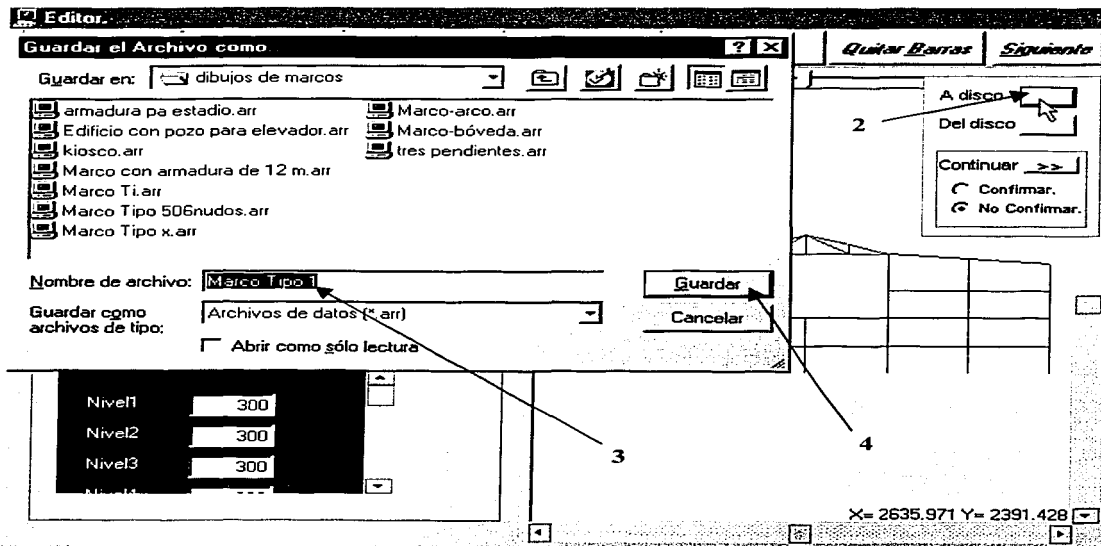
CÓMO GUARDAR UNA ESTRUCTURA.

- 1.- Hacer click en el botón *Siguiente* (o presionar Alt+S y Enter) para desplegar el menú que contiene esta opción.



- 2.- Hacer click en el botón situado delante de la etiqueta "Al disco" que se encuentra en el menú.
- 3.- Ingresar un nombre en el campo correspondiente del cuadro de diálogo "Guardar el Archivo como...", que permite explorar las diferentes unidades de memoria y efectuar operaciones como manipular y crear archivos y carpetas, entre otras.
- 4.- Hacer click en *Guardar*.

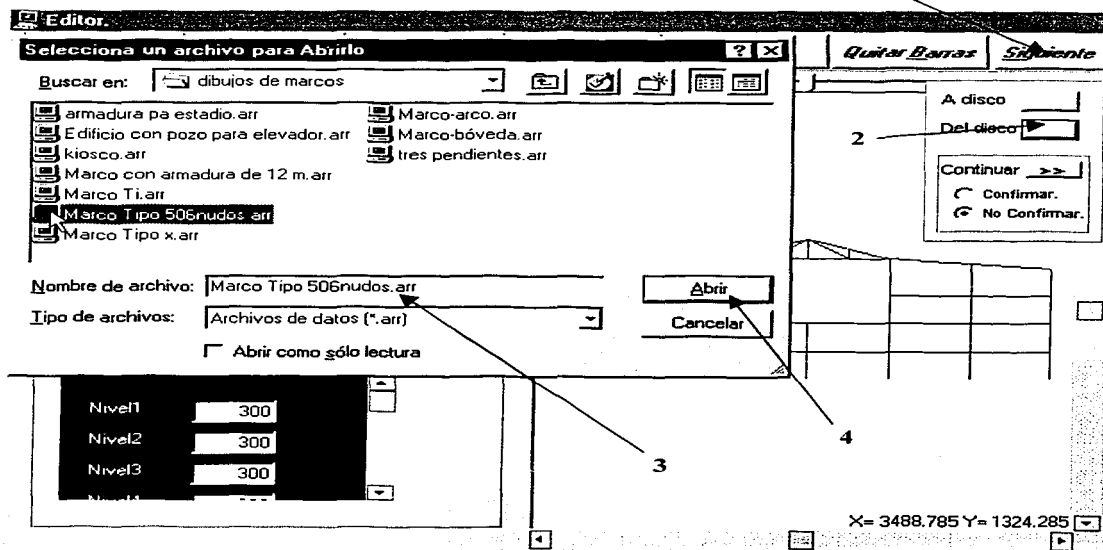
TRABAJE CON
FALLA DE ORIGEN



TECIS CON
FALLA DE ORIGEN

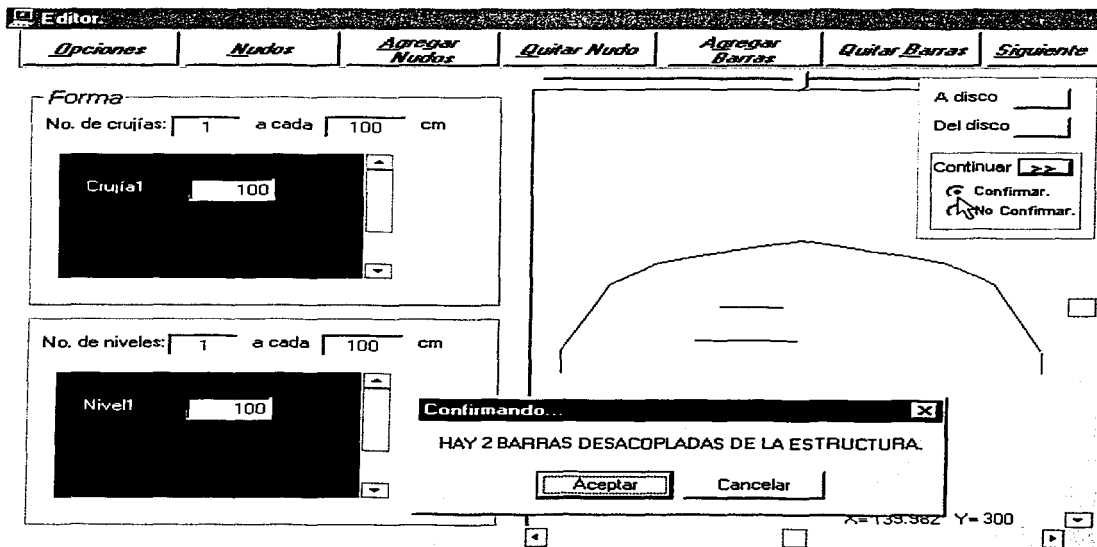
CÓMO ABRIR UNA ESTRUCTURA.

- 1.- Hacer click en el botón *Siguiente* (o presionar Alt+S y Enter) para desplegar el menú que contiene esta opción.
- 2.- Hacer click en el botón situado frente a la etiqueta "Del disco" que se encuentra en el menú.
- 3.- Ingresar un nombre en el campo correspondiente (o seleccionar de la lista de archivos válidos) del cuadro de diálogo "Abrir Archivo", que también permite explorar las diferentes unidades de memoria y realizar operaciones con archivos.
- 4.- Hacer click en *Abrir*.



OPCIÓN CONFIRMAR.

La opción *Confirmar* del menú *Siguiente* contiene dos alternativas para el diagnóstico de la consistencia de datos (el programa revisa la existencia de nudos sin conectividad, barras desacopladas de la estructura, etc.): la primera consiste en un dictamen explícito, es decir, revisando e informando a usuario, la segunda trata de uno implícito, donde se revisa la consistencia y solamente en el caso de encontrar alguna incongruencia se lo informa al usuario. Este procedimiento se desencadena cuando finalizamos este módulo, ya sea cerrando la ventana, o bien haciendo click en el botón *Continuar* del menú *Siguiente*, independientemente de la alternativa elegida, en caso de existir alguna incongruencia, el programa impedirá salir de este módulo hasta que los datos sean concisos.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguientes

Forma

No. de crujeas: 1 a cada 100 cm

Crujea1 100

No. de niveles: 1 a cada 100 cm

Nivel1 100

A disco
Del disco

Continuar

Confirmar.
 No Confirmar.

Confirmando... X

NO HAY NUDOS SIN CONECTIVIDADES.

Aceptar Cancelar

X= 1022.946 Y= 883.928

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguientes

Forma

No. de crujeas: 1 a cada 100 cm

Crujea1 100

No. de niveles: 1 a cada 100 cm

Nivel1 100

A disco
Del disco

Continuar

Confirmar.
 No Confirmar.

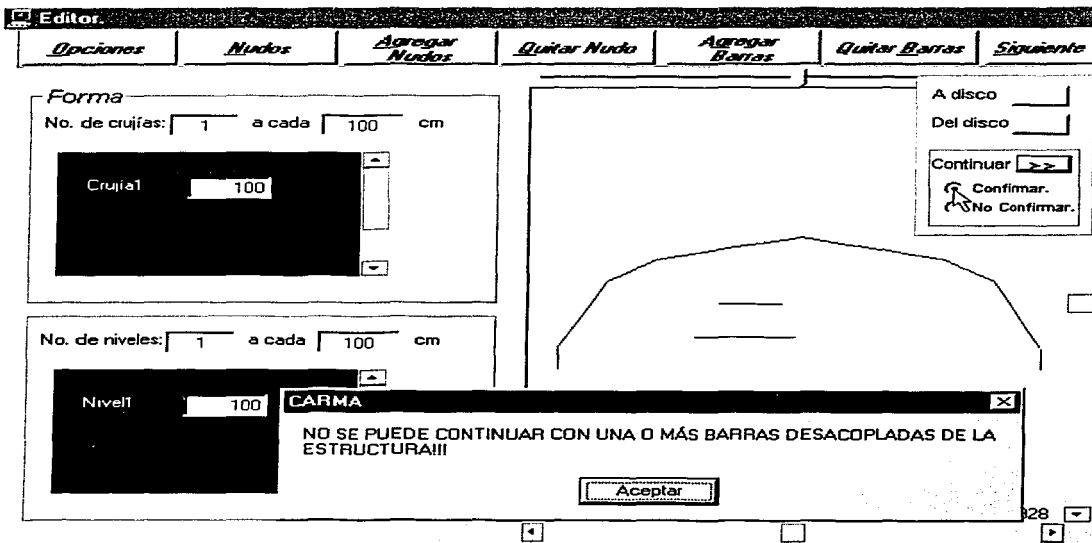
Confirmando... X

HAY 2 NUDOS CON UNA SOLA CONECTIVIDAD.

Aceptar Cancelar

X= 139.982 Y= 300

TECIS CON FALLA DE ORIGEN



BOTÓN CONTINUAR.

El botón *Continuar* del menú *Siguiente* desencadena el diagnóstico de los datos de la estructura editada, además se encarga de exportar dichos datos al módulo *Propiedades* del programa, el cual se muestra al presionar este botón.

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO INCLINAR UN NIVEL DE LA ESTRUCTURA.

Esta opción es útil cuando se quiere conseguir una estructura que tenga uno o más de sus niveles inclinados respecto a la horizontal, por ejemplo: marcos a dos aguas, terreno con desnivel, cubiertas inclinadas, rampas, armaduras, etc.

- 1.- Hacer click en el botón *Opciones* (o presionar Alt+O y Enter) para desplegar el menú que contiene esta opción.
- 2.- Dar click en el botón situado junto a la etiqueta "Inclinar Nivel" que se encuentra en el menú.
- 3.- Proporcionar el número de nudo que servirá como vértice de la inclinación (Nudo rótula), el número de nudo que será objeto del desplazamiento (Nudo final).
- 4.- Ingresar la coordenada Y que se desea tenga el nudo final, o bien el ángulo de inclinación con la horizontal en grados que se requiere tenga el nivel.
- 5.- Hacer click en *Realizar*.

The screenshot shows a software interface with a menu bar and a main window. The menu bar includes options like *Opciones*, *Nudos*, *Agregar Nudos*, *Quitar Nudo*, *Agregar Barras*, *Quitar Barras*, and *Siguiente*. The main window has a sidebar with a checked option *Ver numeración de nudos.* and a section for *Inclinar Nivel* with a *Ocultar* button. Below this are fields for *Desplazar Estruct.* (with a *Desplaza* button), *Número de Nudos: 24*, and *Número de Barras: 31*. The *Inclinar Nivel* section is expanded, showing:

- Nudo rótula*: 19
- Nudo final*: 24
- Coord. Y final*: 310
- Áng. (grados)*: (empty)
- Realizar* button

 At the bottom left, there's a section for *No. de niveles: 1 a cada 100 cm* and a table with *Nivel1* and a value of *100*. The main area shows a grid of 24 nodes (numbered 1-24) connected by horizontal and vertical lines. Node 19 is at the top left, and node 24 is at the top right. A coordinate indicator at the bottom right shows *X= 2951.29 Y= 1207.142*.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Ver numeración de nudos. 100 cm

Inclinar Nivel Ocultar Nudo rótula : 6

Desplazar Estruct. Desplaza Nudo final : 12

Número de Nudos: 24 Coord. Y final : 1550

Número de Barras: 31 Áng. (grados): -13.412

No. de niveles: 1 a cada 100 cm

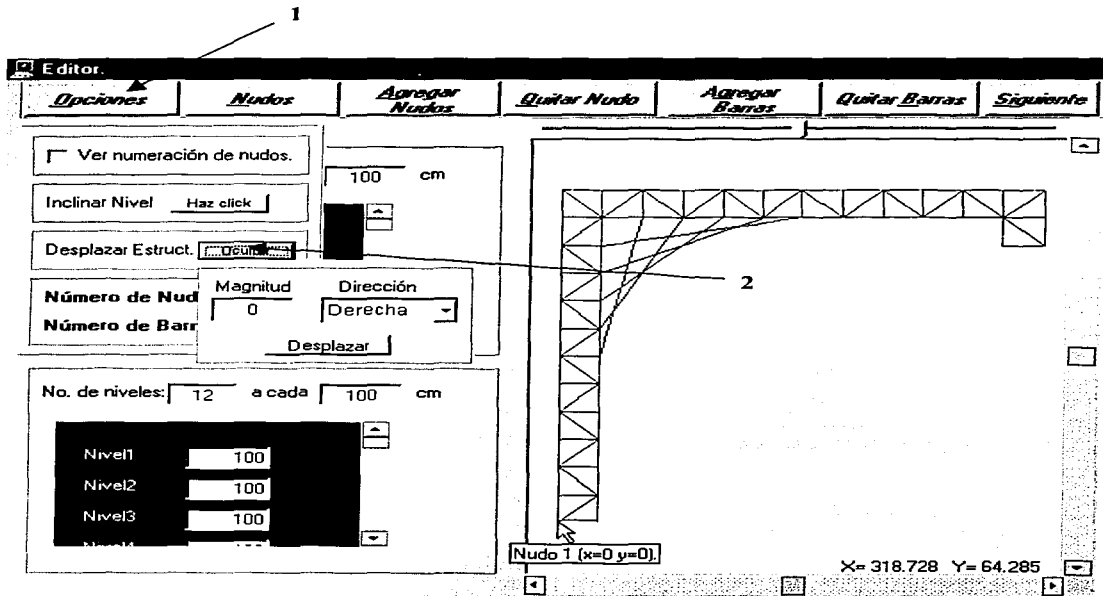
Nivel 1 100

X= 116.651 Y= 1566.964

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

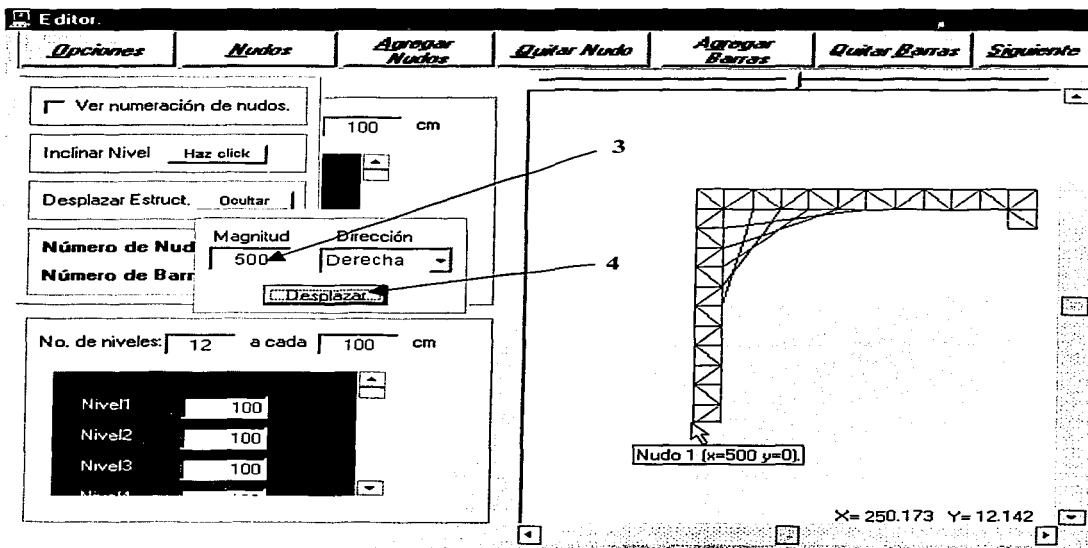
CÓMO DESPLAZAR LA ESTRUCTURA.

- 1.- Hacer click en el botón *Opciones* (o presionar Alt+O y Enter) para desplegar el menú que contiene esta opción:
- 2.- Hacer click en el botón situado delante de la etiqueta "Desplazar Estructura" que se encuentra en el menú.



- 3.- Proporcionar la magnitud y dirección del movimiento deseado, ayudándose de la lista desplegable que contiene las cuatro posibles direcciones de desplazamiento (Izquierda, Derecha, Arriba, Abajo).
- 4.- Hacer click en *Desplazar*.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



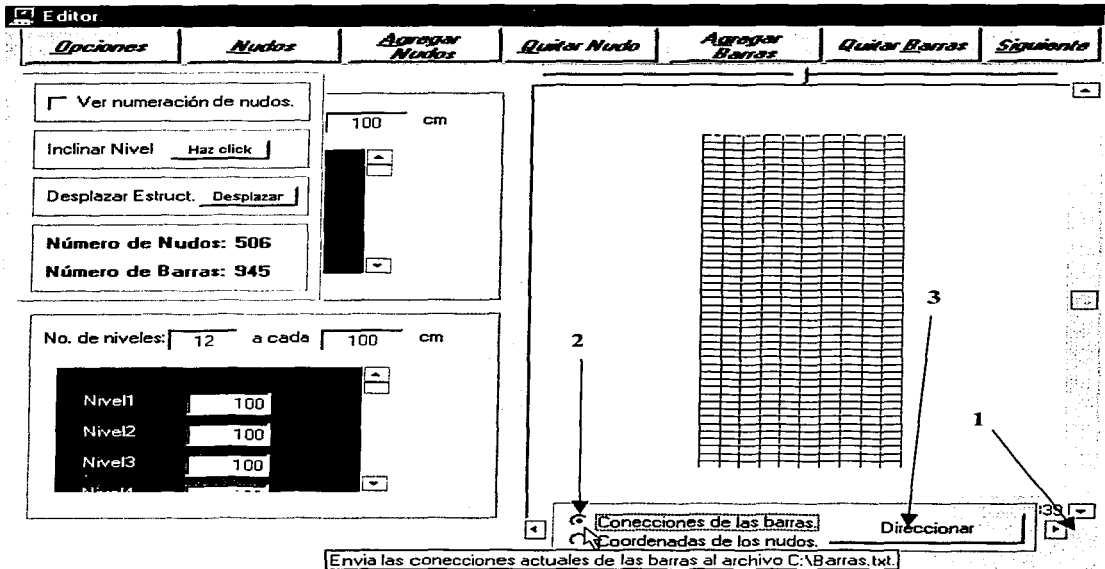
CÓMO ENVIAR AL DISCO DURO LOS DATOS DE LA ESTRUCTURA.

El programa permite enviar las coordenadas y conectividades de la estructura a archivos, que pueden utilizarse para impresión, revisión, etc.

Las coordenadas nodales se envían al archivo "C:\Nudos.txt" (Nótese que se asume la unidad C: como el disco duro, aunque en realidad es cualquier tipo de unidad que se identifique como tal), mientras que las conectividades de los elementos de la estructura se envían al "C:\Barras.txt".

- 1.- Hacer click derecho sobre la esquina inferior derecha del área del gráfico (inmediatamente debajo de la barra de desplazamiento vertical), la cual "parpadea" al pasar el puntero del ratón sobre esta zona, lo cual hará que aparezca el menú *Direccionar*.
- 2.- Seleccionar cual será la información que habrá de direccionarse al archivo correspondiente (las conexiones de las barras o las coordenadas de los nudos).
- 3.- Hacer click en el botón *Direccionar* que se encuentra en el menú.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



ZOOM Y BARRAS DE DESPLAZAMIENTO.

Aunque la representación gráfica de la estructura a editar se realiza con una optimización automática de escala (máxima posible que permite presentar toda la estructura en el área disponible), en ocasiones es necesario realizar ajustes manuales para revisar cierta zona en particular, o simplemente tener un mayor control sobre el esquema mostrado, por ello el programa CARMA cuenta con los siguientes recursos:

- El zoom con el que cuenta el área del gráfico se controla deslizando la marca central sobre la barra graduada que se encuentra sobre el borde superior de dicha área, posee veinte diferentes niveles de representación, de los cuales diez corresponden a la magnificación de la imagen y los diez restantes para una reducción de la misma.
- Las barras de desplazamiento (ubicadas en los contornos derecho e inferior del área del gráfico) facilitan la correcta ubicación de la zona que se desea visualizar.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Nota: Al hacer click sobre la esquina inferior derecha del área del gráfico (inmediatamente debajo de la barra de desplazamiento vertical - la cual "parpadea" al pasar el puntero del ratón sobre esta zona-), tanto el zoom como las barras de desplazamiento regresan a sus posiciones iniciales.

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Forma
 No. de crujeas: 1 a cada 100 cm
 Crujea1 100

No. de niveles: 1 a cada 100 cm
 Nivel1 100

Zoom

X= 103.371 Y= 1434.875

TRABAJOS CON
 FALLA DE ORIGEN

Editor

Opciones Nudos Agregar Nudos Quitar Nudo Agregar Barras Quitar Barras Siguiente

Forma

No. de crujeas: 1 a cada 100 cm

Crujea1 100

No. de niveles: 1 a cada 100 cm

Nivel1 100

Zoom

Barras de desplazamiento

X= 2212.197 Y= 1789.323

TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

PROPIEDADES

Este Módulo sirve para asignar las propiedades mecánicas (área, inercia, módulo de elasticidad, factor de forma, etc.), cargas (fuerzas externas), condiciones de frontera (condiciones de apoyo, restricciones nodales, desplazamientos impuestos, barras especiales, etc.) a la estructura, y para efectuar el análisis y generación de los datos propios correspondientes al post-proceso.

Se puede ingresar a esta parte del programa de dos diferentes maneras: desde el menú principal o automáticamente al terminar una estructura en el módulo *Editor*, si se efectuó este último procedimiento es importante mencionar que recibe todos los datos de la estructura editada en el módulo anterior, si, en cambio, fue llamado desde el menú principal abre la última estructura que se haya editado.

Propiedades puede abrir, a través de la opción *Abrir archivo*, cualquier estructura previamente guardada en el *Editor*.

Los resultados de este bloque en lo que respecta al análisis (elementos mecánicos y desplazamientos nodales) pueden ser impresos y/o enviados al portapapeles del sistema operativo (*Windows*), en lo que concierne a la generación de los datos correspondientes al post-proceso éstos son direccionados a un archivo cuyo nombre fue previamente proporcionado por el usuario con el propósito de que sean leídos por el módulo de post-proceso (*Diagrama*), evitando tener que generarlos nuevamente cada vez que se requiera ver los diagramas de los elementos.

Las principales ventajas de *Propiedades* son:

- Y Visualización de un gráfico representativo de la estructura.
- Y Disponibilidad de herramientas gráficas que facilitan los procesos.
- Y Convención de colores de acuerdo a la situación actual de cada barra.
- Y Etiquetas informativas de las propiedades mecánicas de la barra seleccionada.
- Y Diversidad de opciones para llevar a cabo una misma acción.
- Y Interfaz gráfica.
- Y Posibilidad de rescatar resultados evitando la necesidad de crearlos nuevamente.

OBJETOS DEL FORMULARIO PROPIEDADES.

Herramientas de zoom y desplazamiento.

El formulario *Propiedades* cuenta con las mismas herramientas de zoom y desplazamiento que el formulario *Editor*, incluyéndose también la posibilidad de reiniciar los valores de éstas haciendo click sobre la esquina superior izquierda del área del gráfico, entre las dos barras de desplazamiento.

Etiquetas informativas.

Se cuenta con rótulos que informan sobre las propiedades geométricas y mecánicas de la última barra seleccionada por medio del procedimiento "nudo inicial-nudo final", es decir muestra sus propiedades de longitud, área, elasticidad, inercia, inclinación, constante de resorte (sólo en caso de ser "barra-resorte"); además de proporcionar su identificación, constituida por el número de elemento, así como sus nudos inicial y final.

Convención de apariencias de los elementos barra del gráfico.

Haciendo clic sobre el botón *Mostrar convención de colores* de la barra de herramientas de cálculo, aparece un recuadro informativo que ilustra las diferentes formas de representación de los elementos de la estructura, el cual cuenta con etiquetas auxiliares que describen las características de cada apariencia de la simbología, al colocar el puntero sobre alguna de éstas.

Reiniciar zoom y desplazamientos

Propiedades Mecánicas.

Barra de Herramientas.

- Seleccionar Nudos.
- Seleccionar Barras.
- Seleccionar Apoyos.
- Asignar Secciones.
- Barras Especiales.
- Seleccionar Columnas.
- Seleccionar Trabes.
- Asignar Cargas.

Barras Especiales

Etiquetas informativas

Barra 20 (19 - 23)
 Long. : 400
 Área : 700
 E : 12
 I : 71458.3359
 Ángulo : 0°

Convención De Apariencia

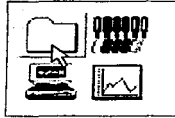
Herramientas De Cálculo

Def. por Cortante

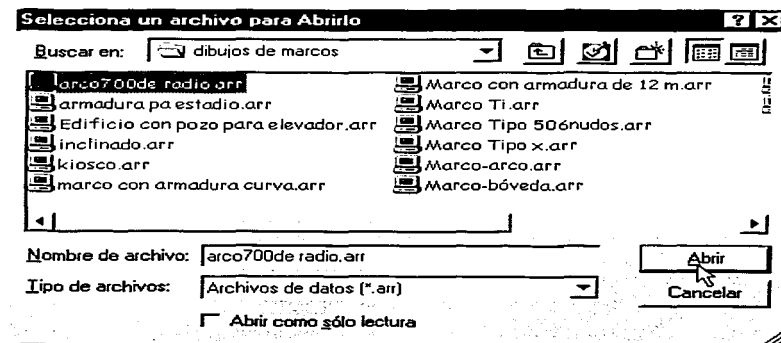
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO ABRIR UNA ESTRUCTURA.

- 1.- Hacer click en el botón *Abrir archivo del disco* que se encuentra en la barra de herramientas de cálculo.



- 2.- Utilizando el cuadro de diálogo "*Abrir Archivo*", indicar un archivo para abrirlo.

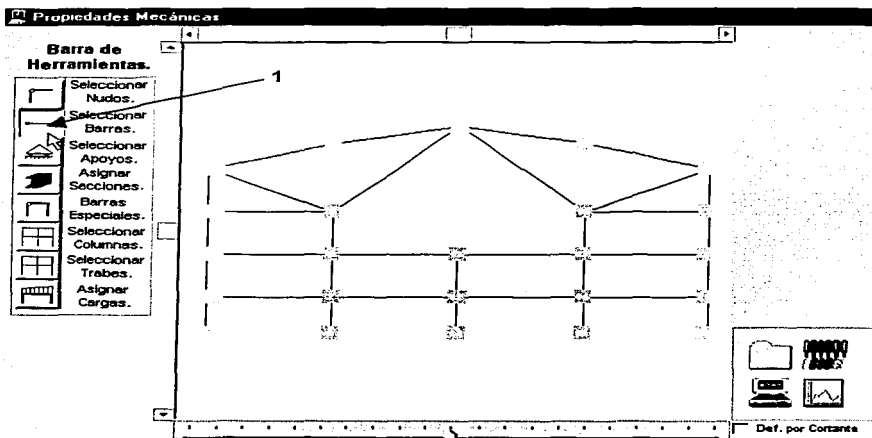


- 3.- Hacer click en *Abrir*.

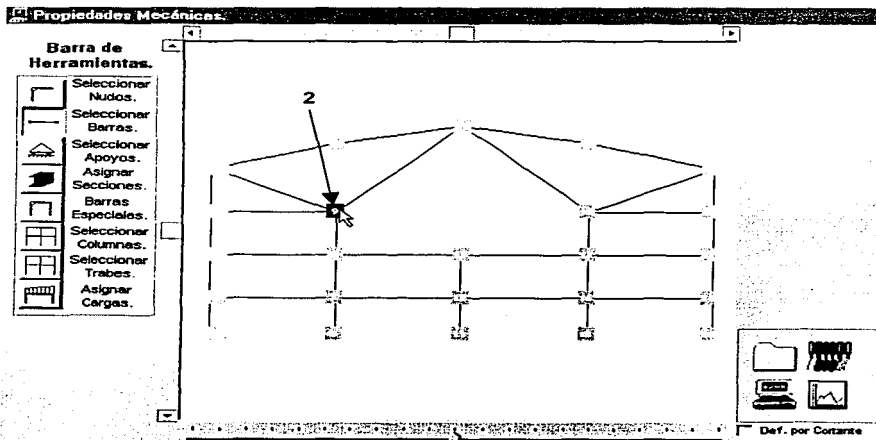
CÓMO SELECCIONAR BARRAS.

o Procedimiento 1. "Haciendo click en los nudos de la barra".

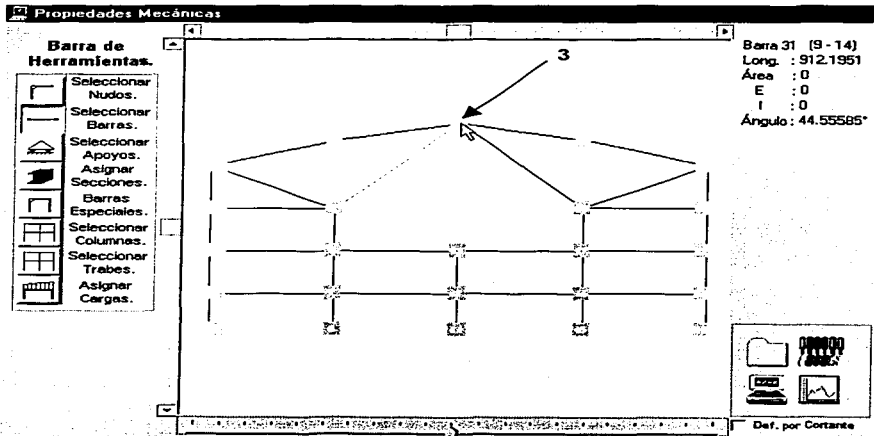
1.- Hacer click en el botón *Seleccionar Barras* de la barra de herramientas.



2.- Hacer click en un nudo de la barra (sin importar que sea el inicial o el final).



3.- Hacer click en el otro nudo de la barra.



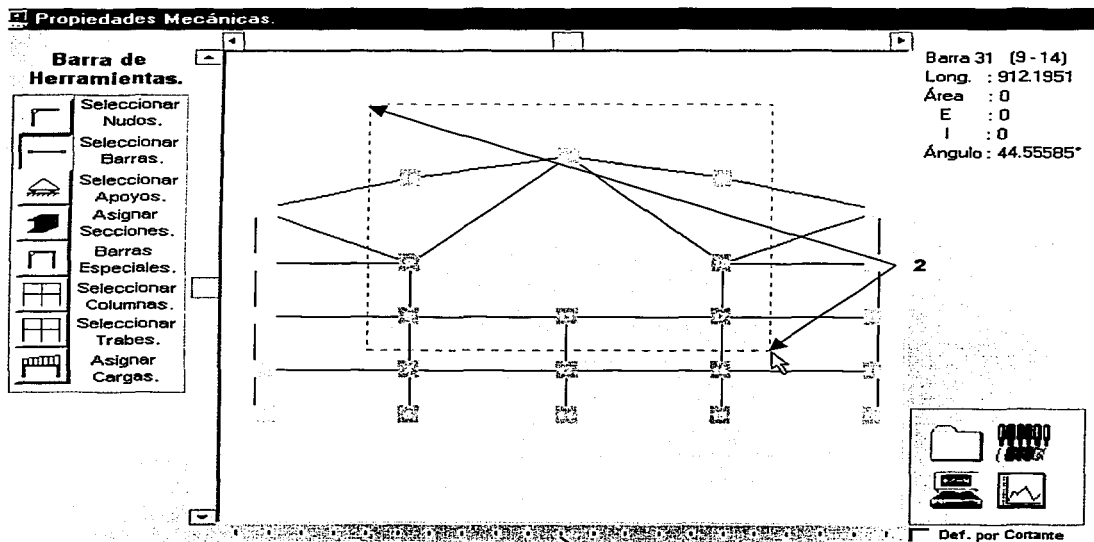
Nota: Con este procedimiento se actualizan las etiquetas informativas, presentado así las propiedades mecánicas de la barra (área, inercia, módulo de elasticidad), así como el número de la barra, el nudo inicial, el nudo final, su longitud y el ángulo en grados.

TRABAJE CON
FALLA DE ORIGEN

o Procedimiento 2. "Por medio de una caja".

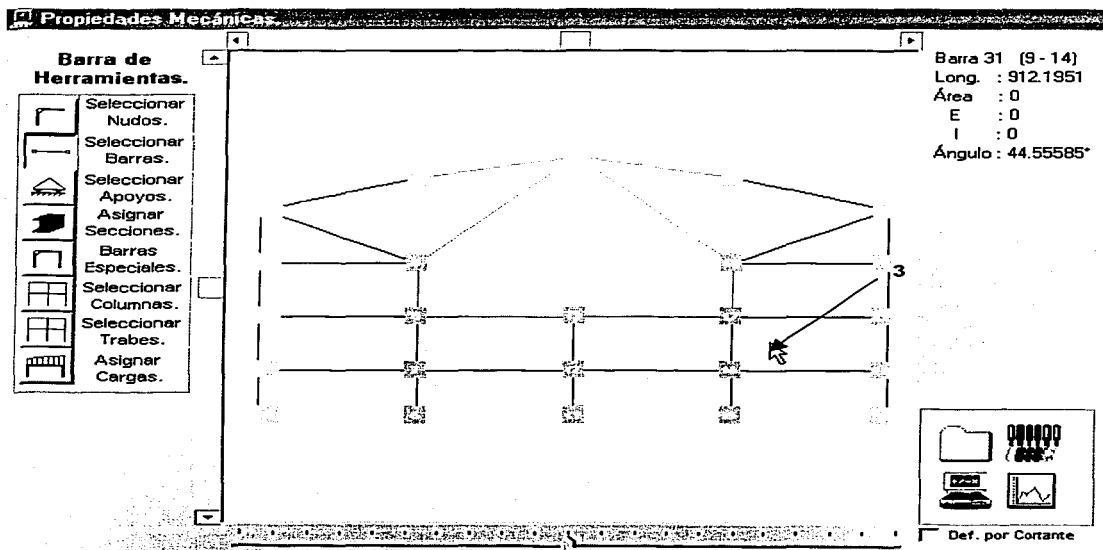
1.- Hacer click en el botón *Seleccionar Barras* de la barra de herramientas.

2.- Hacer click en el área del gráfico y arrastrar (moverse manteniendo oprimido el botón izquierdo del ratón) el cursor, aparecerá un rectángulo punteado que cambiará sus dimensiones al movimiento (una "caja") cuyos vértices opuestos serán el origen del click y la posición actual del puntero respectivamente.



TFESIS CON
FALLA DE ORIGEN

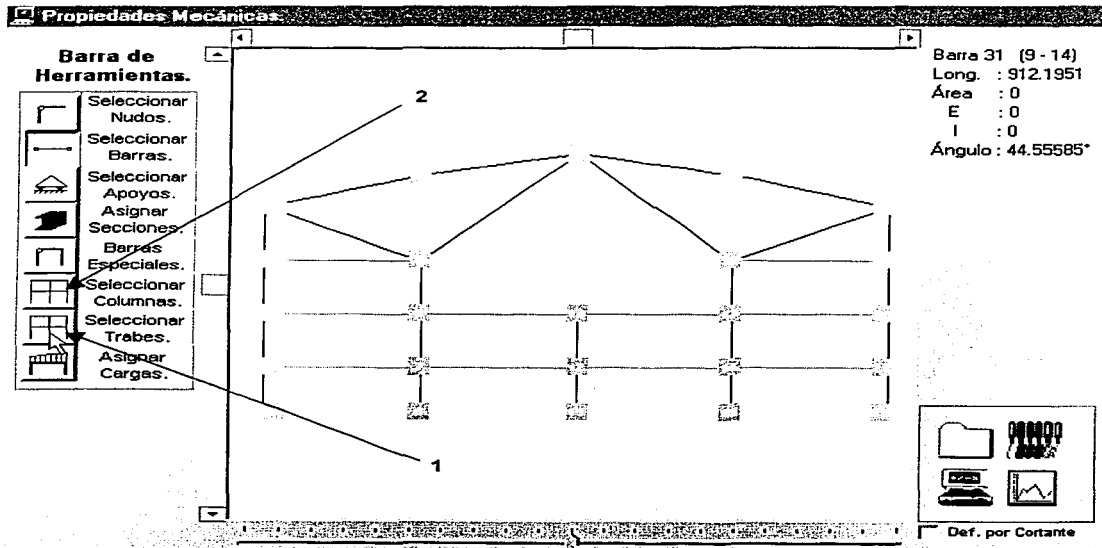
3.- Soltar el botón del ratón (finalizar la operación de "arrastre") cuando se encuentre en la posición tal que el rectángulo punteado ("caja") encierre todas las barras que se desee seleccionar.



TRUSS CON
FALLA DE ORIGEN

o Procedimiento 3. "Todas las traveses y/o todas las columnas".

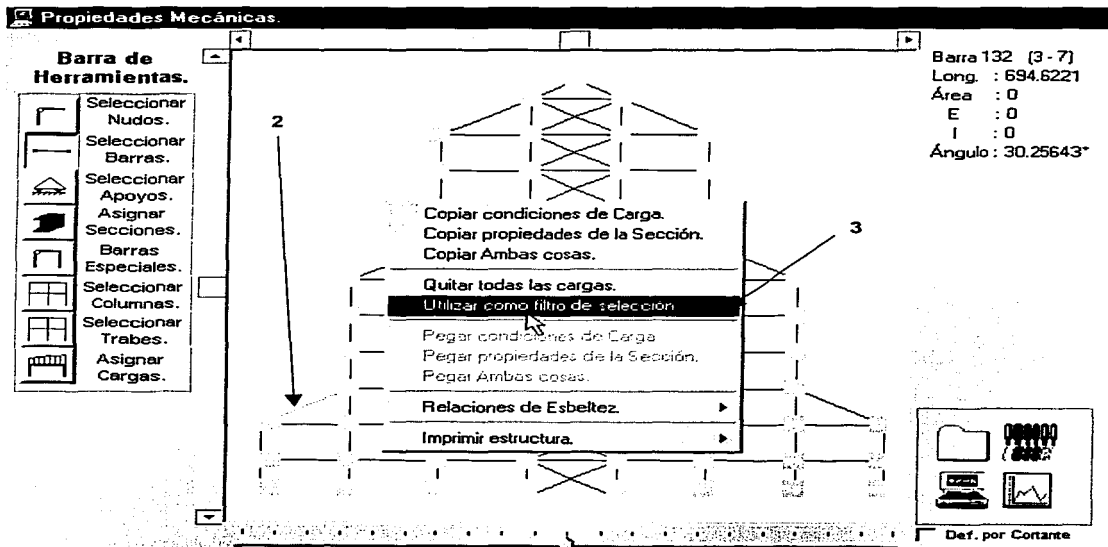
- 1.- Hacer click en el botón *Seleccionar Traveses* (Barras completamente horizontales), o bien
- 2.- Hacer click en el botón *Seleccionar Columnas* (Barras completamente verticales).



TRUSS CON
FALLA DE ORIGEN

o Procedimiento 4. "Utilizando un filtro".

- 1.-** Hacer click en el botón *Seleccionar Barras* de la barra de herramientas.
- 2.-** Elegir el filtro (una barra con las características -longitud y ángulo- de las barras que se desee seleccionar) con cualquiera de los procedimientos anteriores.
- 3.-** Hacer click derecho sobre el área del gráfico para desplegar el menú contextual y seleccionar la opción *Utilizar como filtro de selección*.











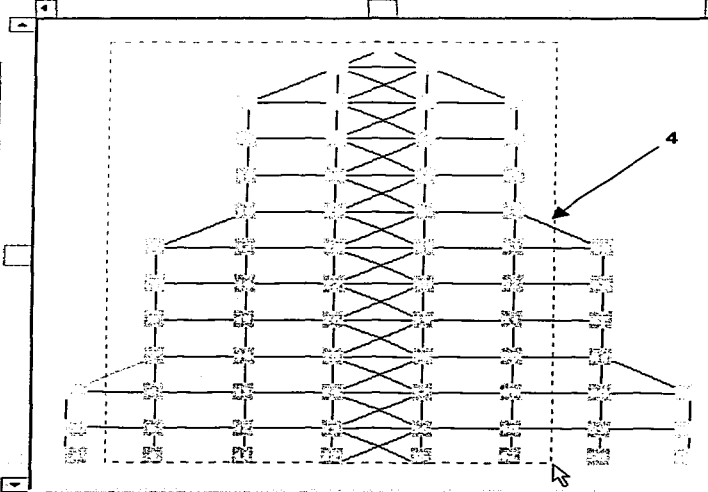
ESTE CON
FALLA DE ORIGEN

4.- Seleccionar con el rectángulo punteado como se describe en el procedimiento 2 de esta misma sección toda la estructura, o bien una porción de la misma que contenga las barras a seleccionar, con esto se seleccionarán únicamente los elementos que cumplen con las características (longitud y ángulo) de la barra designada como filtro.

Propiedades Mecánicas

Barra de Herramientas.

-  Seleccionar Nudos.
-  Seleccionar Barras.
-  Seleccionar Apoyos.
-  Asignar Secciones.
-  Barras Especiales.
-  Seleccionar Columnas.
-  Seleccionar Trabes.
-  Asignar Cargas.











Barra 132 (3 - 7)
 Long. : 694.6221
 Área : 0
 E : 0
 I : 0
 Ángulo : 30.25643°

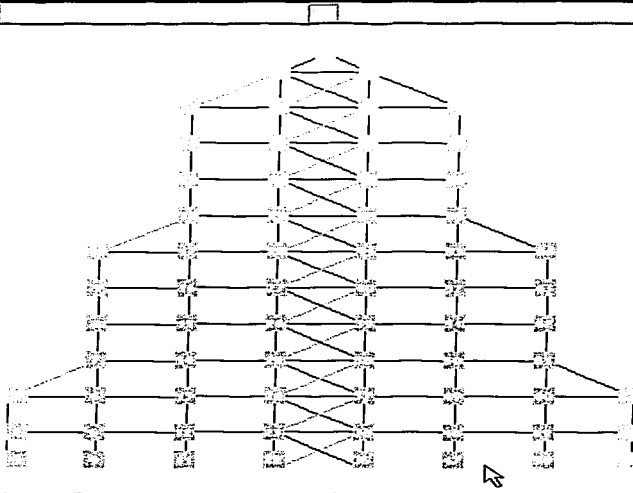
Def. por Cortante

TRABES CON
FALLA DE ORIGEN

Propiedades Mecánicas

Barra de Herramientas.

-  Seleccionar Nudos.
-  Seleccionar Barras.
-  Seleccionar Apoyos.
-  Asignar Secciones.
-  Barras Especiales.
-  Seleccionar Columnas.
-  Seleccionar Trabes.
-  Asignar Cargas.



Barra 132 (3 - 7)
 Long. : 694.6221
 Área : 0
 E : 0
 I : 0
 Ángulo : 30.25643°

Def. por Cortante

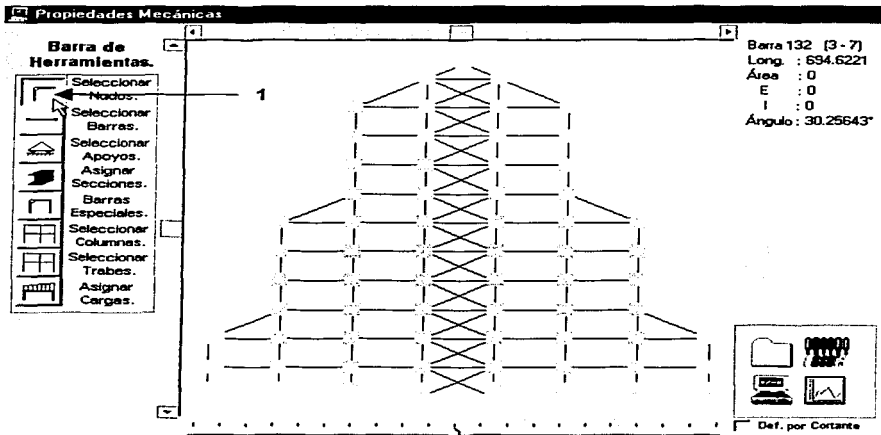
Nota: Esta opción estará habilitada solamente cuando haya una barra seleccionada, es decir si existieran dos o más barras seleccionadas esta opción no se encontrará disponible.

Es importante considerar que si se aplica cualquiera de los procedimientos anteriores en una barra que se encuentra ya seleccionada (lo que se representa con el color verde), ésta se deselecciona.

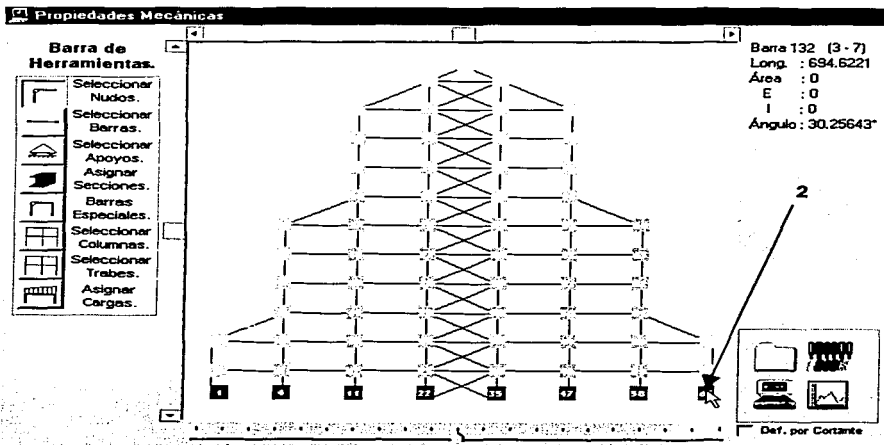
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO SELECCIONAR NUDOS.

1.- Hacer click en el botón *Seleccionar Nudos* de la barra de herramientas.



2.- Hacer click en el(los) nudo(s) a seleccionar.

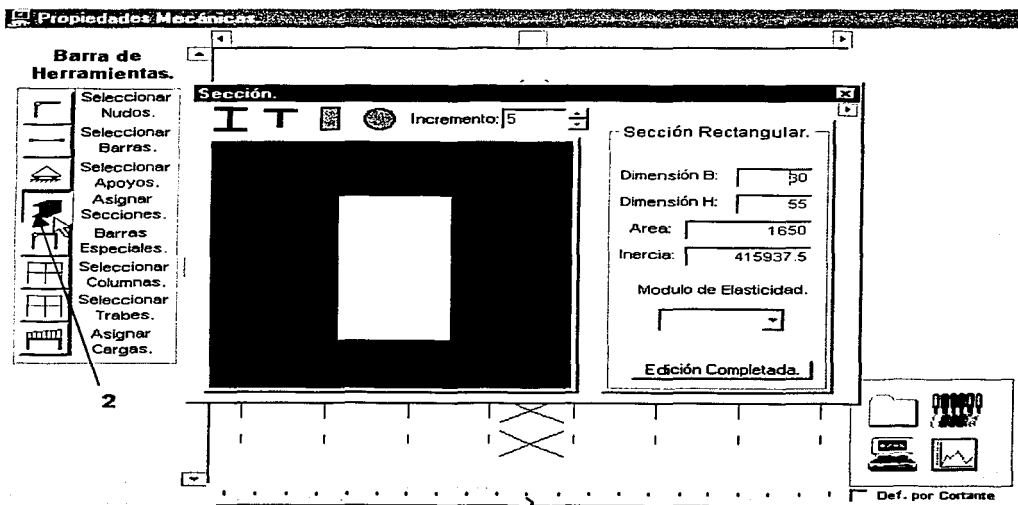


Nota: Los nudos seleccionados cambian de color de manera intermitente ("parpadean").

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO ASIGNAR SECCIÓN.

- 1.- Seleccionar la(s) barra(s) a procesar (véase **Cómo seleccionar barras** de este capítulo).
- 2.- Hacer click en el botón *Asignar Secciones* de la barra de herramientas para que aparezca el formulario *Sección*.



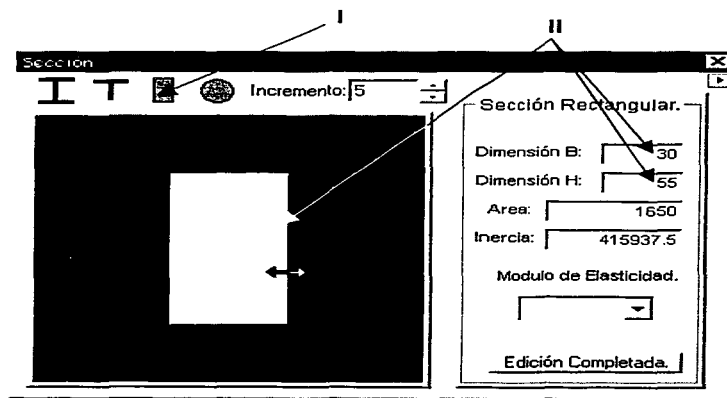
- 3.- Para ingresar el área y la inercia de la sección, se cuenta con las siguientes opciones:

□ Si la sección es rectangular:

I. Hacer click en el botón que tiene la figura rectangular de la barra de secciones (estos botones "resaltan" al pasarles por encima el puntero del ratón).

Este paso se realiza sólo en caso de ser necesario, puesto que la sección rectangular es la opción por defecto.

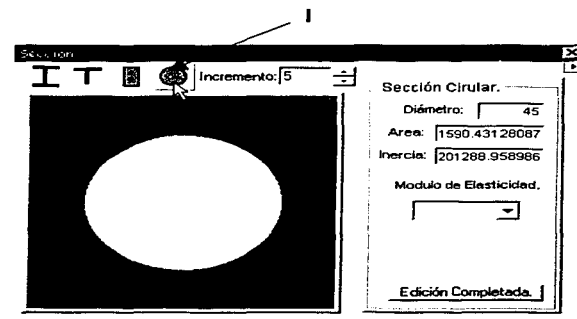
II. Proporcionar el peralte y el ancho en las cajas de texto correspondientes (En cada cambio en cualquiera de éstas se realizará el cálculo del área y la inercia, así como la actualización de la figura), o bien, "arrastrar" los bordes de la figura hasta obtener las dimensiones buscadas.



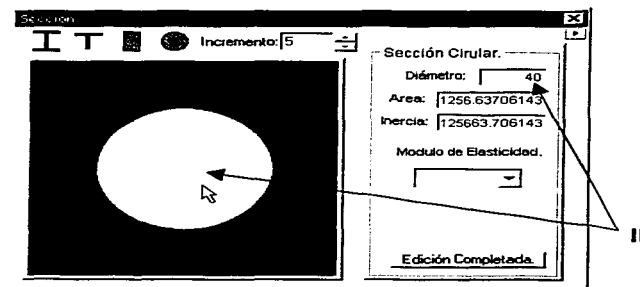
El incremento entre los puntos de la malla se puede ajustar escribiendo un valor directamente en la caja de texto, así como también utilizando los botones aumentar y disminuir de la misma, para incrementar o decrementar el espaciado del mallado en múltiplos de cinco multiplicado por una potencia de diez de acuerdo a las unidades manejadas.

□ Si la sección es Circular:

I. Hacer click en el botón que tiene la figura circular de la barra de secciones, para ver la plantilla respectiva.



II. Proporcionar el diámetro de la sección (en cada cambio, se actualizan el área y la inercia, y se regenera la figura), o bien, hacer click izquierdo sobre la figura para aumentar el diámetro en una magnitud igual al incremento actual de la malla, o click derecho para disminuirlo en la misma cantidad.

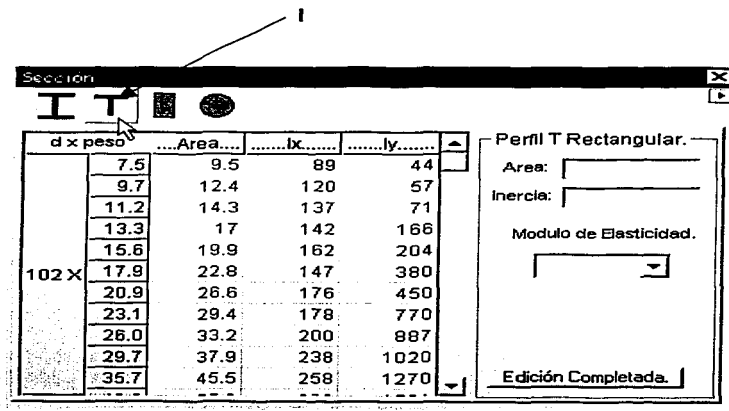


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

□ Si la sección es un perfil "T":

I. Hacer click en el botón que tiene la figura "T" de la barra de secciones, para ver la plantilla correspondiente.

La base de datos contiene todos los perfiles de sección "T" que se listan en el "Manual de Construcción en Acero" del IMCA (Instituto Mexicano de la Construcción en Acero)

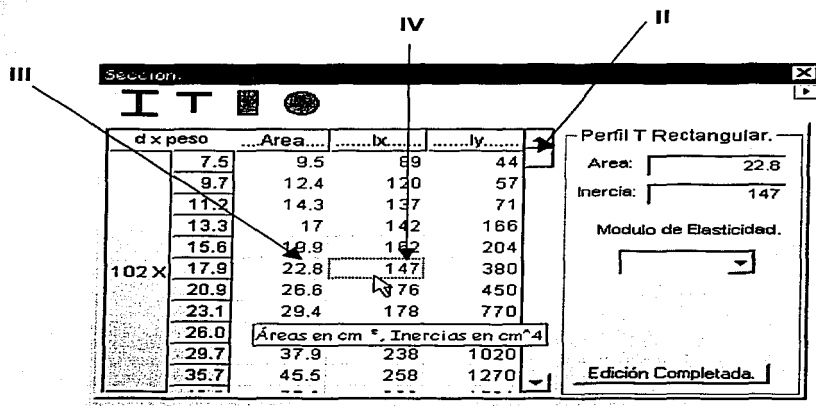


II. Ubicar por medio de la barra de desplazamiento vertical la denominación del perfil que se desee utilizar.

III. Hacer click en la celda correspondiente al área (en ese momento la caja de texto respectiva tomará el valor de dicha celda).

TRIS CON
FALLA DE ORIGEN

IV. Al igual que para asignar el área, hacer click en la celda correspondiente al momento de inercia alrededor del eje respecto al cual se produce la flexión del elemento (I_x ó I_y), para que la caja de texto tome el valor listado en la base de datos.



Los valores originales del manual anteriormente citado se encuentran en diversas unidades (mm, cm, etc.), sin embargo el programa automáticamente realiza la conversión del área y los momentos de inercia, a las unidades con las que se está trabajando en la estructura.

Nota: La denominación de los perfiles contenidos en el formulario *Sección* (d x peso) se encuentra indicada en mm y en kg/m respectivamente, invariablemente, es decir, no se convierte a las unidades de trabajo.

TRABAJE CON
FALLA DE ORIGEN

□ Si la sección es un perfil "I":

I. Hacer click en el botón que tiene la figura "I" de la barra de secciones.

La base de datos contiene todos los perfiles de sección "I" del "Manual de Construcción en Acero" del IMCA (Instituto Mexicano de la Construcción en Acero)

The screenshot shows a software window titled "Sección" with a toolbar containing icons for different cross-sections: I-beam, T-beam, square, and circle. The I-beam icon is selected. Below the toolbar is a table with the following data:

d x peso	Area	bc	ly	
305 X	60.7	77.4	11321	566
	74.4	94.8	12695	653
381 X	63.8	81.3	18606	599
	74.4	94.8	20229	653
457 X	81.4	104	33465	866
	104.2	133	38543	1003
508 X	98.2	125	49532	1153
	112	142	53278	1240
610 X	128	163	65765	1948
	119	152	87409	1756
	134.0	171	93652	1869

To the right of the table is a configuration panel titled "Perfil I Rectangular." with the following fields:

- Area:
- Inercia:
- Modulo de Elasticidad:
- Edición Completada.

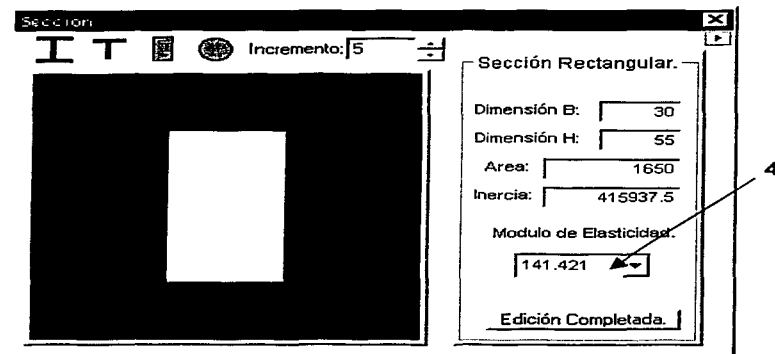
II. El resto del procedimiento es idéntico al que se indicó para la sección "T".

□ Otro tipo de sección:

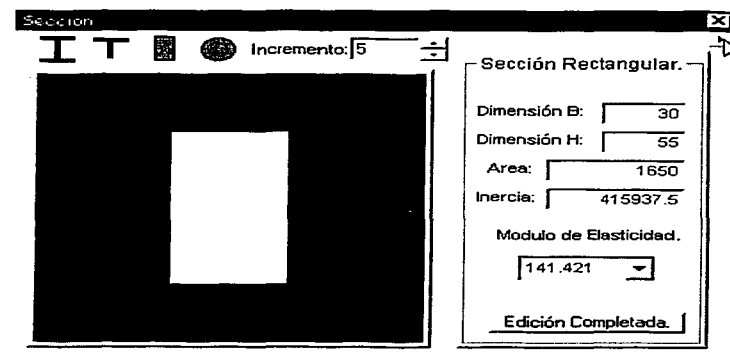
I. Escribir directamente el área y la inercia en las cajas de texto correspondientes, en cualquiera de las plantillas anteriores.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.- Proporcionar el módulo de elasticidad en la caja de la lista desplegable, la cual retiene el último valor ingresado.

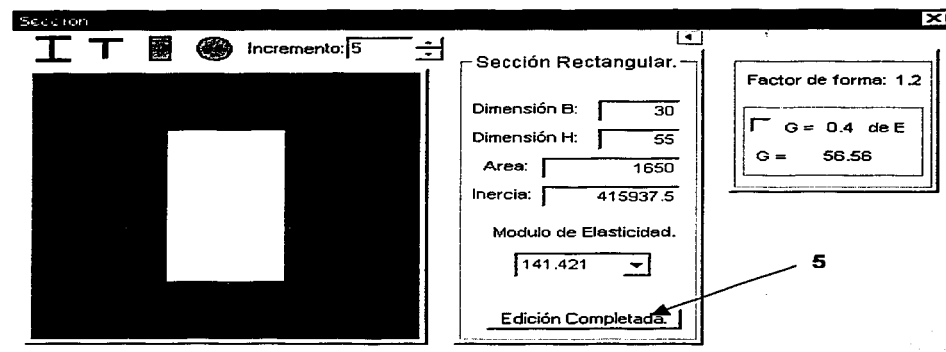


Es importante aclarar que en caso de que se requiera un análisis que considere las deformaciones por cortante, es necesario revisar el factor de forma y el módulo de elasticidad al cortante cada vez que se asigne una sección con este formulario, como se explica a continuación.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Presionando el botón izquierdo del ratón cuando el puntero se encuentre por encima de la flecha del botón ubicado en la esquina superior derecha, obtendremos el despliegue del área correspondiente donde podremos editar el factor de forma y establecer el módulo de elasticidad al cortante, ya sea ingresando su valor en la caja de texto respectiva o bien especificarlo como una fracción del módulo de elasticidad, proporcionando el factor en el campo correspondiente.



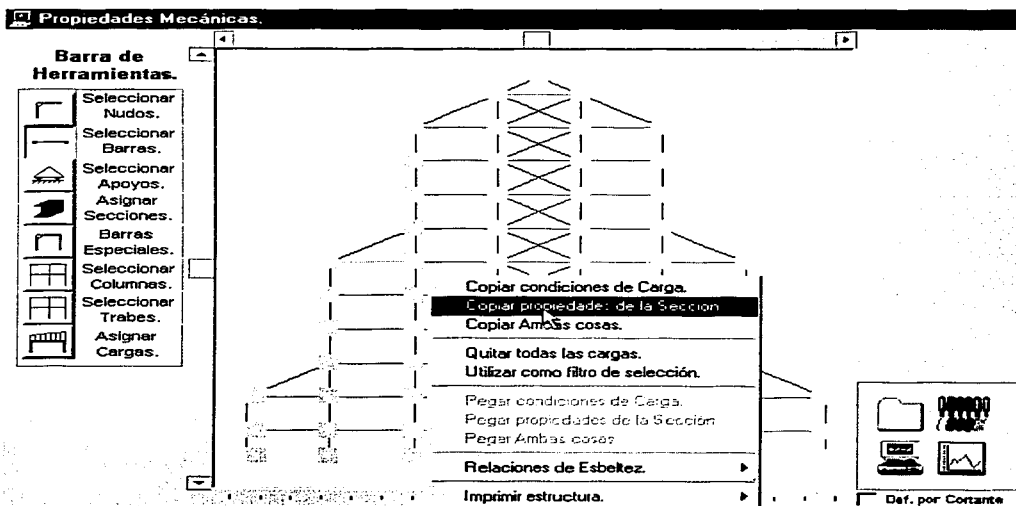
5.- Hacer click en el botón *Edición Completada.*

Por último es importante hacer notar que tras colocar el puntero unos instantes sobre cualquier caja de texto, se despliegan etiquetas informativas de las unidades de trabajo actuales.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

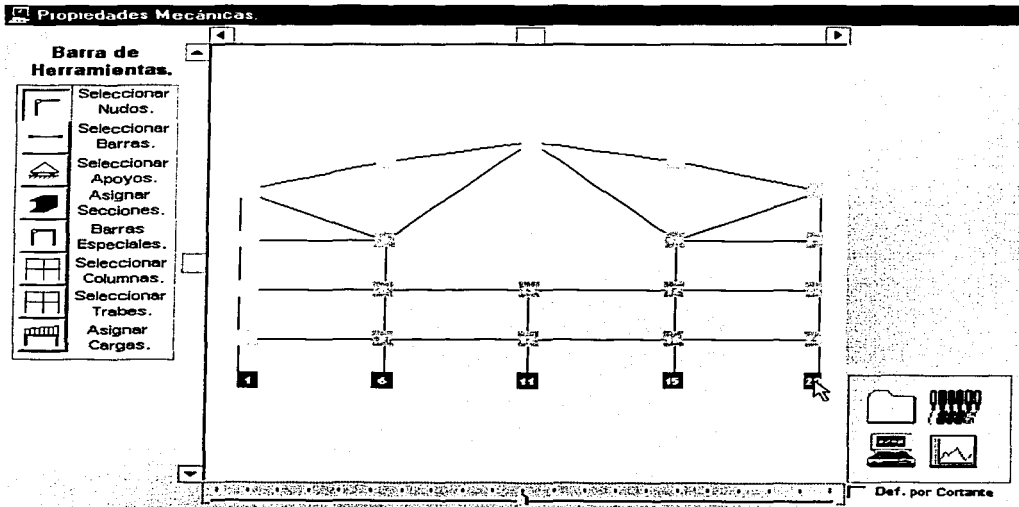
Nota: Las propiedades de sección de un elemento (área, momento de inercia, módulo de elasticidad, factor de forma y módulo de elasticidad al cortante) pueden asignarse a otras barras a través del siguiente procedimiento:

- 1.- Seleccionar una o más barras que posean la misma sección (ésta debe haber sido asignada previamente).
- 2.- Oprimir el botón derecho del ratón sobre el área del gráfico para desplegar el menú contextual y hacer click en la opción *Copiar sección*.
- 3.- Seleccionar la(s) barra(s) a la(s) que se desee asignar la sección copiada.
- 4.- Desplegar el menú contextual y hacer click en la opción *Pegar sección*.

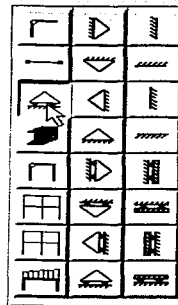


CÓMO ASIGNAR APOYOS A UNA ESTRUCTURA.

1.- Seleccionar los nudos a los cuales se les asignará un apoyo determinado, véase **Cómo seleccionar nudos** de este capítulo.

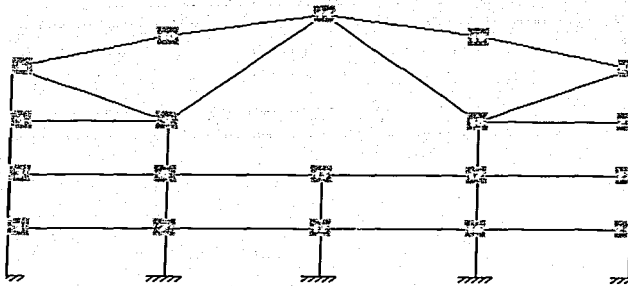
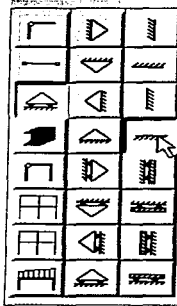


2.- Hacer click sobre el botón *Asignar Apoyos* de la barra de herramientas, para deslizar las barras que contienen los diferentes tipos de apoyo.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

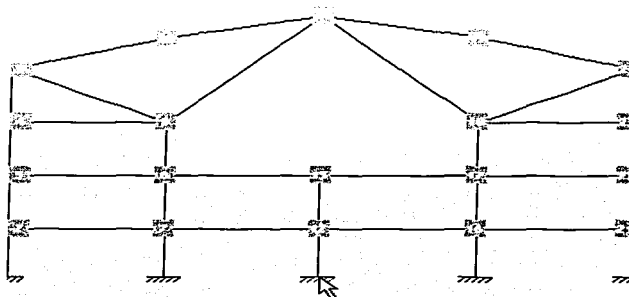
3.- Hacer click sobre la figura que representa al tipo de apoyo que se requiera asignar a el(los) nudo(s).



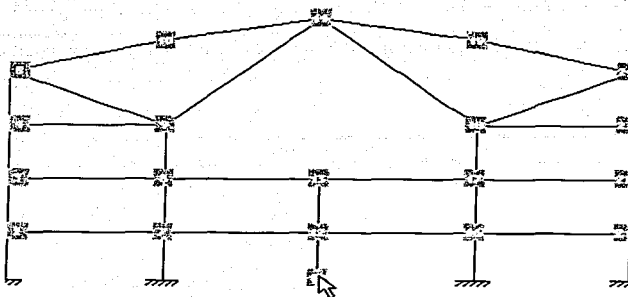
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO ELIMINAR APOYOS DE UNA ESTRUCTURA.

1.- Hacer click sobre la figura de un apoyo en la estructura, para seleccionarlo (éste cambiará a color rojo).



2.- Hacer click derecho sobre el apoyo seleccionado para eliminarlo, dejando el nudo sin ninguna restricción.



Nota: Si se hace click izquierdo sobre un apoyo seleccionado éste perderá la selección.

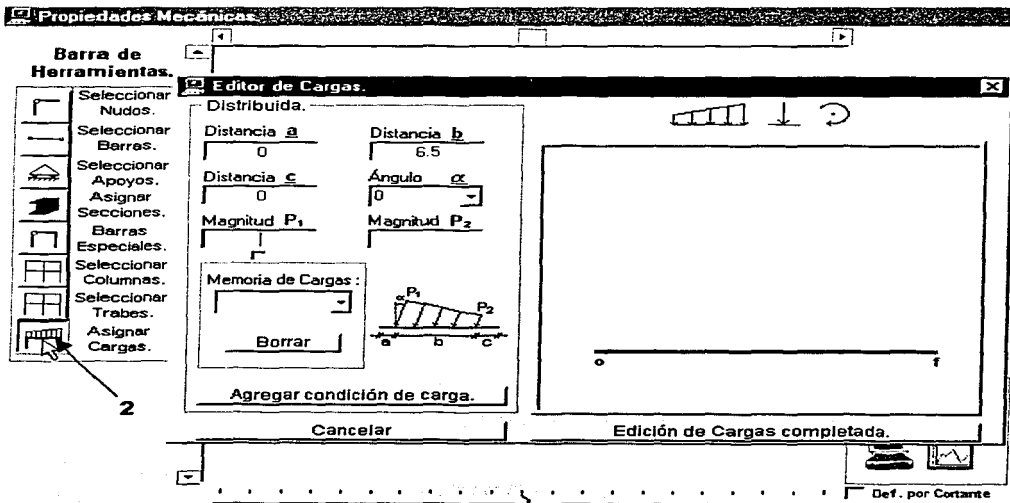
CÓMO ASIGNAR CARGAS A LAS BARRAS.

1.- Seleccionar la(s) barra(s) a procesar (véase **Cómo seleccionar barras** de este capítulo).

En el caso de ser más de un elemento, es necesario que todos tengan la misma longitud e inclinación.

Si las barras tienen un ángulo superior a 45° respecto a la horizontal, el esquema representativo del elemento y sus cargas se mostrará completamente vertical, en caso contrario (ángulo menor o igual a 45°), éste se presentará totalmente horizontal.

2.- Hacer click en el botón *Asignar Cargas* de la barra de herramientas para que aparezca el formulario *Cargas*.



□ **Cargas de Variación Lineal (Distribuidas).**

I. Hacer click en el botón con la figura trapezoidal de la barra de herramientas *tipos de carga* (estos botones "resaltan" al pasarles por encima el puntero del ratón).

Este paso se efectúa sólo en caso de ser necesario, puesto que las cargas de variación lineal son la opción por defecto.

II. Proporcionar en las cajas de texto la magnitud de P_1 y P_2 (el signo indica la dirección de éstas $+ \downarrow$ $- \uparrow$, lo cual se representa en el dibujo), no necesariamente ambas deben ser iguales, dando la posibilidad de ingresar cargas uniformes (rectangulares), triangulares o trapezoidales.

En caso de que las magnitudes tengan igual valor, se tiene la posibilidad de ingresar la primera de éstas (P_1) en la caja que le corresponde, y "sujetándola" de la marca ubicada en su borde inferior, se "arrastra" con el puntero del ratón hasta el campo de la otra magnitud (P_2).

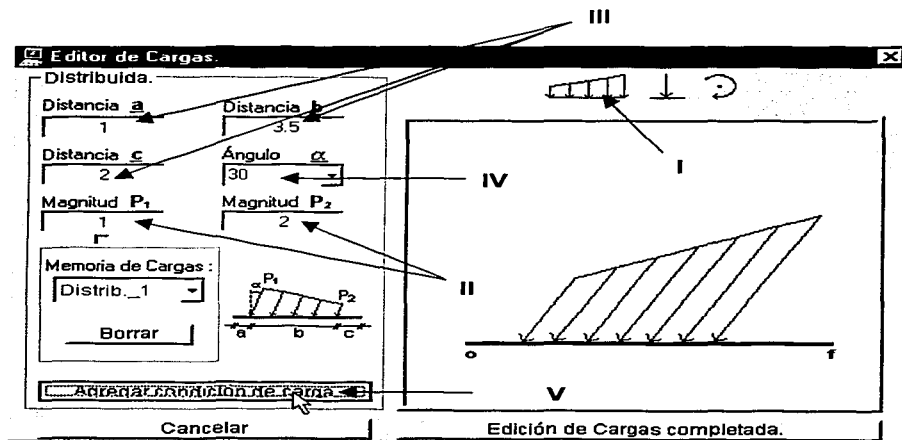
III. Establecer el inicio, la longitud o el término de la carga (a, b, c) con relación a los extremos de la barra mediante las cajas de texto correspondientes, las cuales interactúan entre sí en cada cambio efectuado en ellas, debido a que la suma de éstas no puede rebasar la longitud del elemento.



Notación empleada en la planilla de *Cargas de Variación Lineal*.

IV. Ingresar en la caja con lista desplegable el valor del ángulo, respecto a un eje perpendicular a la barra. Dicha caja por defecto tiene asignado el valor con el cual la carga es gravitacional, este último permanece en la lista aún cuando se ingresen otros valores [opcional].

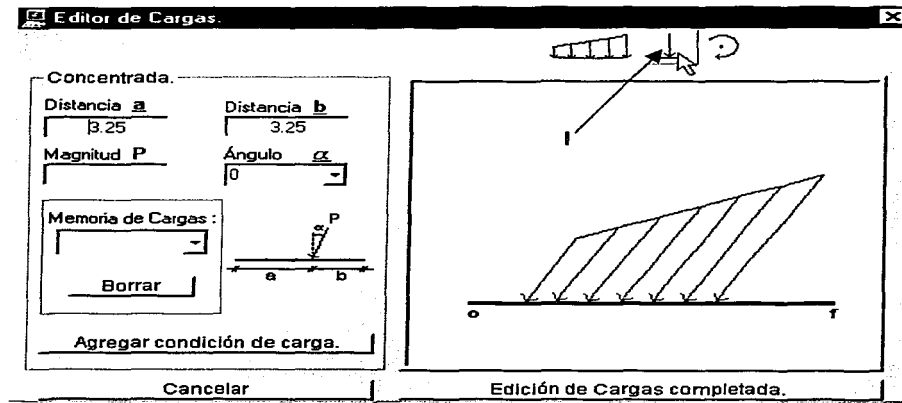
V. Hacer click en el botón *Agregar condición de carga*.



Los valores se agregan a la "memoria de cargas" del elemento, regenerándose el dibujo representativo de la situación actual del sistema de cargas en la barra, a una escala automáticamente optimizada y variando el color de cada una de las cargas con la finalidad de evitar confusiones entre éstas.

□ **Cargas Puntuales.**

I. Hacer click en el botón con la figura de una carga concentrada (flecha) de la barra de herramientas *tipos de carga*.



II. Escribir en la caja de texto la magnitud de la carga (el signo indica la dirección de ésta +↓ -↑), lo cual se representa en el dibujo).

III. Al igual que para las cargas de variación lineal, es necesario ingresar el valor de la distancia con relación a uno de los extremos de la barra (a ó b respectivamente), para ubicar el punto de aplicación de la carga. Como se comentó previamente, al proporcionar una de las magnitudes a ó b, la otra se calcula automáticamente.



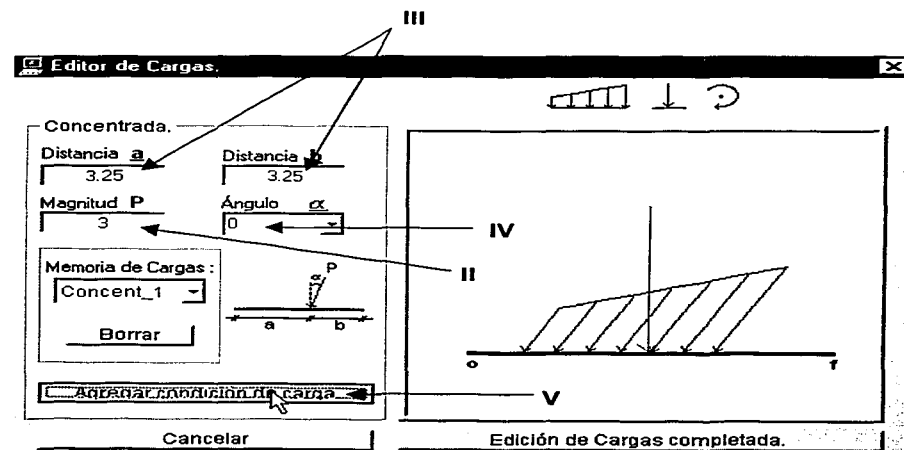
Notación empleada en la planilla de *Cargas Puntuales*.

TEMA CON
FALLA DE ORIGEN

IV. Proporcionar el valor del ángulo de inclinación de la carga, medido respecto a un eje perpendicular a la barra.

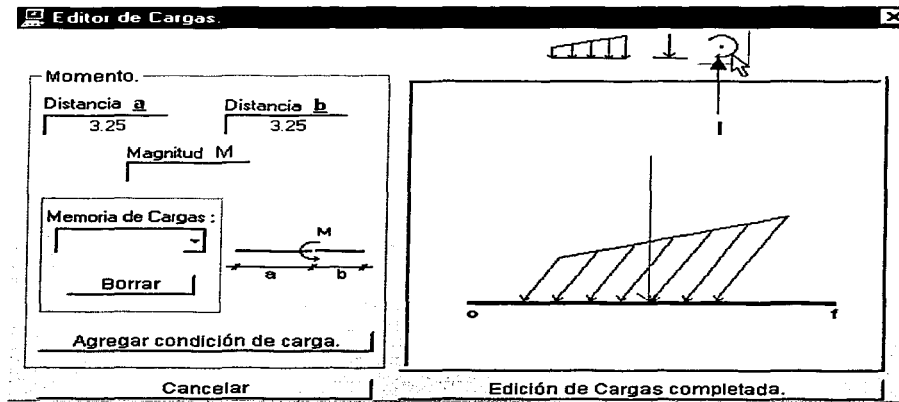
Nota: Puesto que el ángulo de inclinación tiene asignado por defecto el valor con el cual la carga actúa como gravitacional, el paso número IV es opcional.

V. Presionar el botón *Agregar condición de carga* para regenerar el dibujo y enviar los parámetros de la carga a la memoria.



□ Carga de Momento.

I. Hacer click en el botón con el dibujo de un momento (flecha curva) de la barra de herramientas *tipos de carga*.



II. Ingresar la magnitud del momento -el signo indica la dirección de ésta (anti-horario positivo y horario negativo), lo cual se representa en el dibujo-.

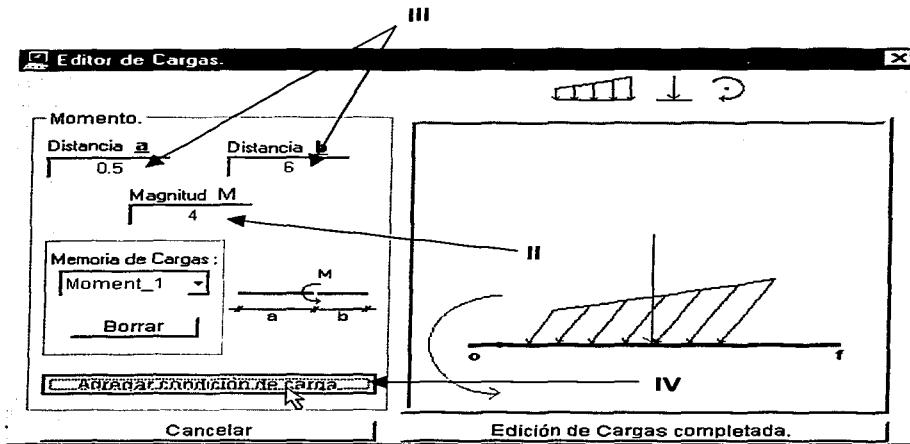
III. Ubicar el punto de aplicación del momento, escribiendo la distancia medida desde uno de los extremos de la barra (distancia a ó distancia b respectivamente). Como en el caso de los otros tipos de carga, la distancia complementaria (a ó b) se calcula automáticamente.



Notación empleada en la planilla de *Cargas de Momento*.

TRABAJE CON
FALLA DE ORIGEN

IV. Adicionar los parámetros de la carga a la "memoria de cargas" del elemento y regenerar el dibujo representativo del sistema, haciendo click sobre el botón *Agregar condición de carga*.



Nota: Una de las funciones de la "memoria de cargas" del elemento es dar la posibilidad de revisar los datos incluidos en ella, mediante la lista desplegable de la caja de texto correspondiente a dicha "memoria" ubicada en cada una de las plantillas de los diferentes tipos de carga, así se pueden recuperar todos los parámetros de una carga distribuida, una puntual o un momento, ubicándose en la plantilla adecuada y seleccionando el "nombre" de la carga buscada en la lista.

Es importante hacer notar que en cualquier momento de la edición del sistema de cargas de un elemento, se pueden consultar las fuerzas de empotramiento perfecto correspondientes a la condición de carga actual con sólo hacer click derecho en el área del gráfico, desplegándose así la planilla respectiva (al hacer click sobre dicha planilla ésta se desliza para mostrar el área faltante de la misma), la cual se oculta repitiendo el click derecho en el área del gráfico.

Editor de Cargas

Informe de Reacciones.

Cargas Distribuidas.	
R _{x0} = 1 301,28205128205	R _{x1} = 1 32
R _{y0} = 2 55573084084738	R _{y1} = 1 98
M ₀ = 3 54090372010355	M ₁ = -3 08

Cargas Concentradas.	
R _{x0} = 0	R _{x1} = 0
R _{y0} = 1 5	R _{y1} = 1 5
M ₀ = 2 4375	M ₁ = -2 43

Momentos.	
R _{x0} = 0	R _{x1} = 0
R _{y0} = 0 262175894128357	R _{y1} = -0 3
M ₀ = -2 84023668639053	M ₁ = 0 544

Totales.	
R _{x0} = 1 301,28205128205	R _{x1} = 1 32
R _{y0} = 4 31790653497574	R _{y1} = 3 2
M ₀ = 3 13816703371302	M ₁ = -4 98

Edición de Cargas completada.

Las fuerzas en la planilla de fuerzas de empotramiento perfecto tienen las siguientes convenciones:

- En el eje X : las fuerzas hacia la derecha son positivas y hacia la izquierda son negativas.
- En el eje Y : las fuerzas hacia arriba son positivas y hacia abajo negativas.
- Al giro alrededor del eje Z : los momentos anti-horarios son positivos y los horarios son negativos.

TECIS CON
FALLA DE ORIGEN

Editor de Cargas.

Reacciones.

5128205	R _x = 1.32371794871795
30084738	R _y = 1.99090252902092
3010355	M _t = 3.09446079190511

Entradas.

	R _x = 0
	R _y = 1.5
	M _t = -2.4375

Haz click para ver la información completa.

34128357	R _x = 0.262175694128357
8639053	M _t = 0.544378698224852

5128205	R _x = 1.32371794871795
3497574	R _y = 0.22872683489257
371302	M _t = -4.98758209368026

Edición de Cargas completada.

Editor de Cargas.

Momento.

Distancia **a** = 0.5 Distancia **b** = 6

Magnitud **M**

Informe de Reacciones.

Cargas Distribuidas.

R _{x0} = 1.30128205128205	R _x = 1.32
R _{y0} = 0.55573084084738	R _y = 1.95
M ₀ = 3.54090372010355	M _t = -3.09

Cargas Concentradas.

R _{x0} = 0	R _x = 0
R _{y0} = 1.5	R _y = 1.5
M ₀ = 2.4375	M _t = -2.43

Momentos.

R _{x0} = 0	R _x = 0
---------------------	--------------------

Edición de Cargas completada.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

CÓMO BORRAR CARGAS DE LAS BARRAS.

1.- Seleccionar la(s) barra(s) a procesar (véase **Cómo seleccionar barras** de este capítulo).

En el caso de ser más de un elemento, es necesario que todos tengan la misma longitud e inclinación, además, en caso de tener diferente sistema de cargas el programa lo indicará a través de un mensaje, advirtiéndole que:

o Si se opta por desplegar el formulario *Cargas* (respondiendo *Sí* a la pregunta "¿Desea continuar?" en el mensaje anterior), todas las barras quedarán con un sistema de cargas idéntico al mostrado en el formulario, excepto si se cancela la edición de cargas (haciendo click en el botón *Cancelar* o cerrando el formulario mediante la marca "X" de la esquina superior derecha).

o Si se responde que *No* se desea continuar, se interrumpe el proceso conservando la selección de los elementos.

Como se comentó al presentar el procedimiento para asignar cargas, si las barras tienen un ángulo superior a 45° respecto a la horizontal, el esquema representativo del elemento y sus cargas se mostrará completamente vertical, en caso contrario (ángulo menor o igual a 45°), éste se presentará totalmente horizontal.

2.- Hacer click en el botón *Asignar Cargas* de la barra de herramientas para que aparezca el formulario *Cargas*.

Nota: Los pasos anteriores sólo son necesarios si no se encuentra abierto el formulario *Cargas*.

TRABAJE CON
FALLA DE ORIGEN

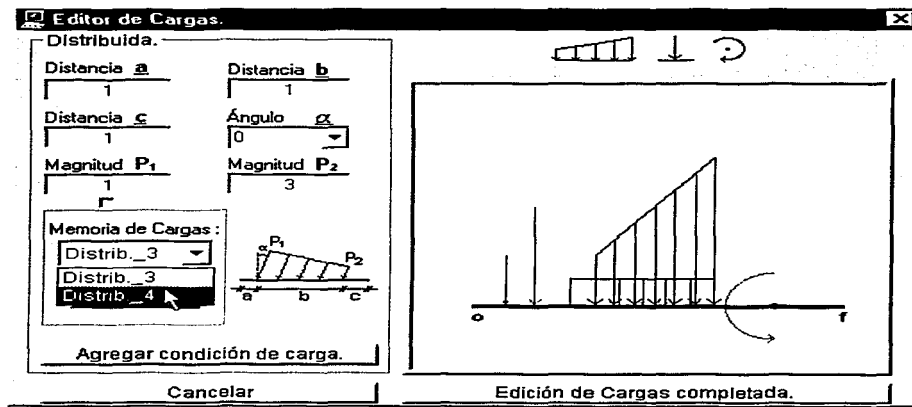
3.- Borrar las cargas con el procedimiento propio según su tipo, como se muestra a continuación:

□ Cargas de Variación Lineal (Distribuidas).

I. Hacer click en el botón con la figura trapezoidal de la barra de herramientas *tipos de carga*.



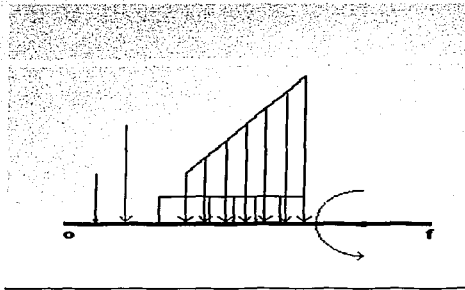
II. Seleccionar de la lista de la *Memoria de Cargas* el identificador de la carga que se desee eliminar, lo que nos muestra los parámetros que la definen en los campos correspondientes.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

III. Hacer click en el botón *Borrar*.

Nota: Los parámetros que definen la carga eliminada quedan disponibles en los campos correspondientes, con la finalidad de identificarla claramente y/o volverla a asignar.



Editor de Cargas.

Distribuida.

Distancia a	Distancia b
0.8	1.2
Distancia c	Ángulo α
1	0
Magnitud P₁	Magnitud P₂
0.5	0.5

Memoria de Cargas:

Agregar condición de carga.

Cancelar

Edición de Cargas completada.

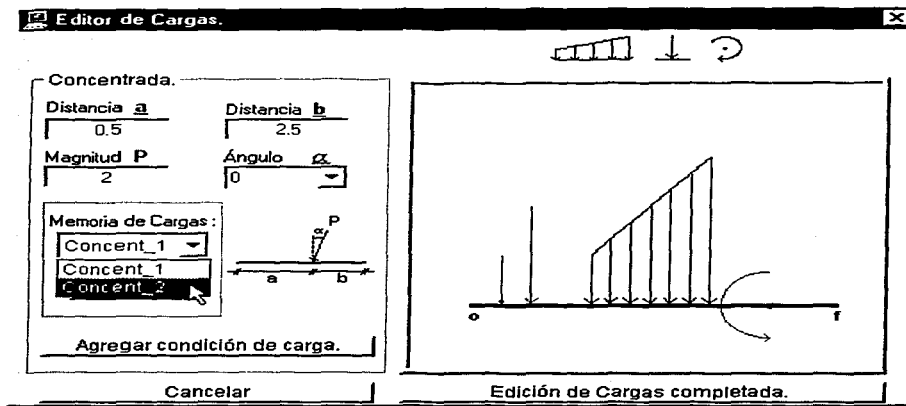
TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

□ **Cargas Puntuales.**

I. Hacer click en el botón con la figura de una carga concentrada (flecha) de la barra de herramientas *tipos de carga*.



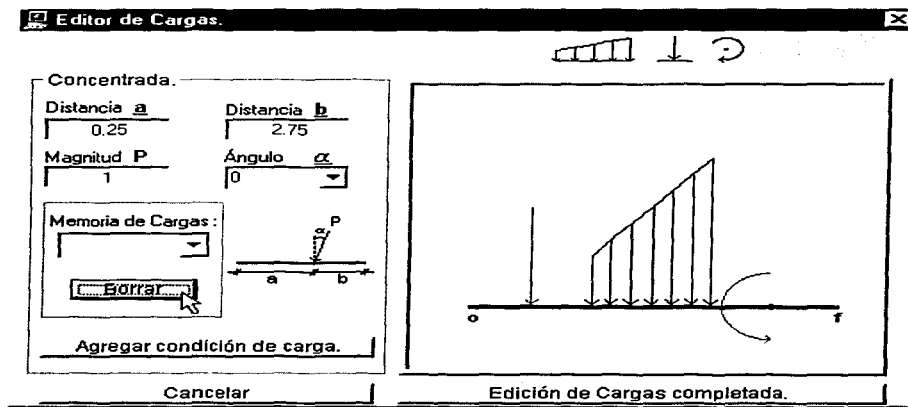
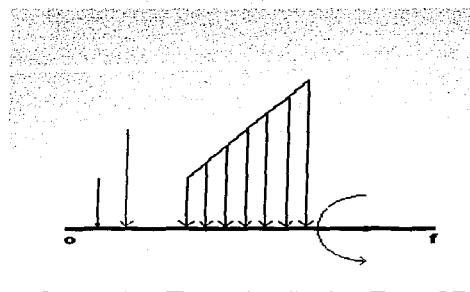
II. Al igual que para las cargas distribuidas, deberá seleccionarse de la lista de la *Memoria de Cargas* el identificador de la carga que se desee eliminar, mostrándose así los parámetros que la definen.



TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

III. Presionar el botón *Borrar*.

Nota: Los parámetros que definen la carga eliminada quedan disponibles en los campos correspondientes, con la finalidad de identificarla claramente y/o volverla a asignar.



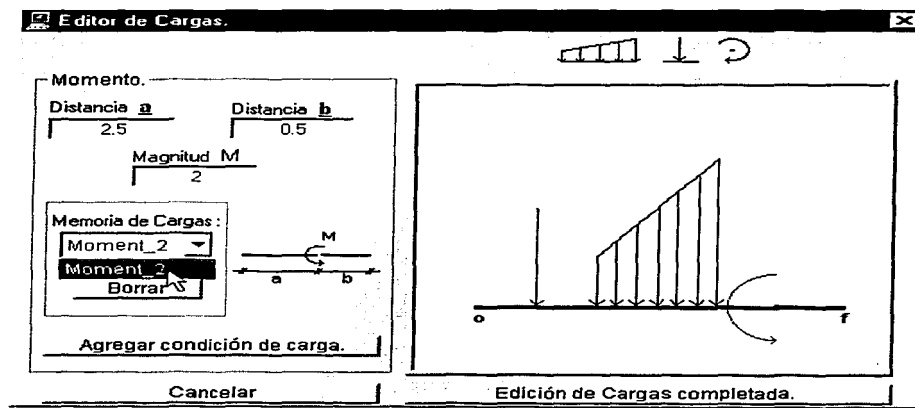
TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

□ **Carga de Momento.**

I. Hacer click en el botón con el dibujo de un momento (flecha curva) de la barra de herramientas *tipos de carga*.

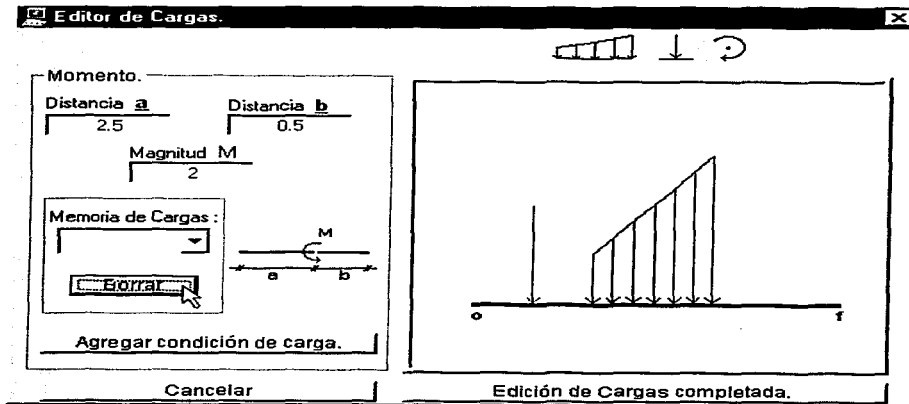
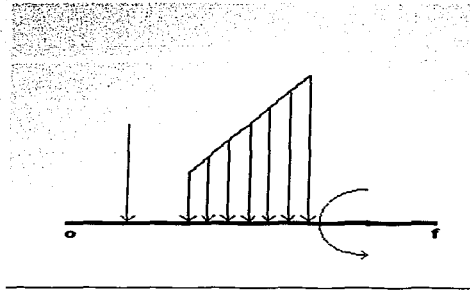


II. Análogamente a los otros tipos de carga, seleccionar de la lista de la *Memoria de Cargas* el identificador del momento se desee eliminar.



III. Dar click en el botón *Borrar*.

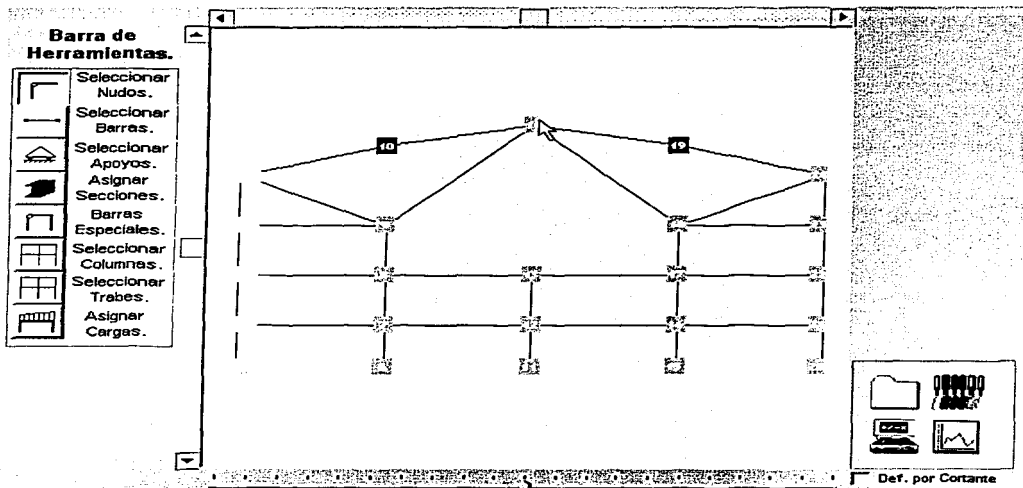
Nota: Los parámetros que definen la carga eliminada quedan disponibles en los campos correspondientes, con la finalidad de identificarla claramente y/o volverla a asignar.



CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO ASIGNAR CARGAS A LOS NUDOS.

1.- Seleccionar los nudos a los cuales se les impondrá un sistema de cargas determinado, a través del proceso descrito anteriormente (véase **Cómo seleccionar nudos** de este capítulo).



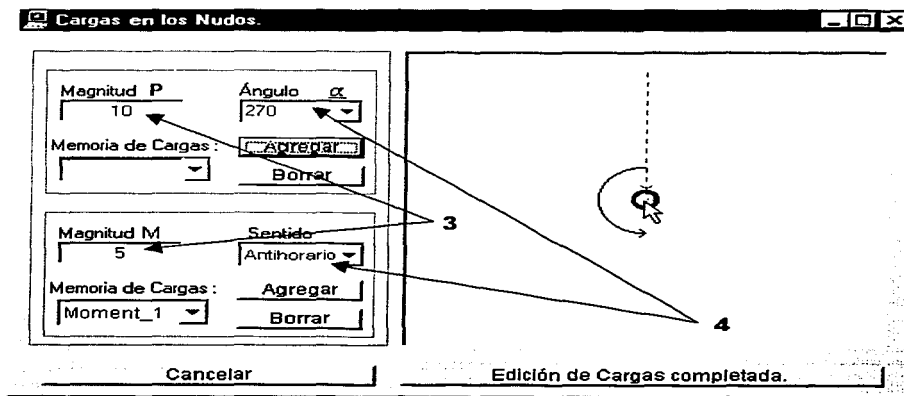
2.- Hacer click sobre el botón *Asignar Cargas* de la barra de herramientas, para desplegar el formulario *Cargas en los Nudos* (el sistema distingue el tipo de elemento seleccionado, es decir si es un nudo o una barra).



3.- Proporcionar en la caja de texto correspondiente al tipo de carga (puntual o momento) que desee asignar, la magnitud de la misma, tomando en cuenta que el signo determina el sentido de la carga.

4.- Ingresar el ángulo, en caso de ser una carga puntual, o el sentido en caso de ser un momento, en los campos que corresponden.

Nota: Para las cargas puntuales, una vez dada la magnitud, se puede ingresar el ángulo a través de click's sobre el nudo que se encuentra en el área del gráfico representativo del sistema de cargas actual, con lo cual el ángulo se incrementa (click izquierdo) o decrementa (click derecho) en 90°, esquematizando en el área del gráfico estos cambios mediante una flecha punteada, la cual sirve como preliminar de la carga buscada.

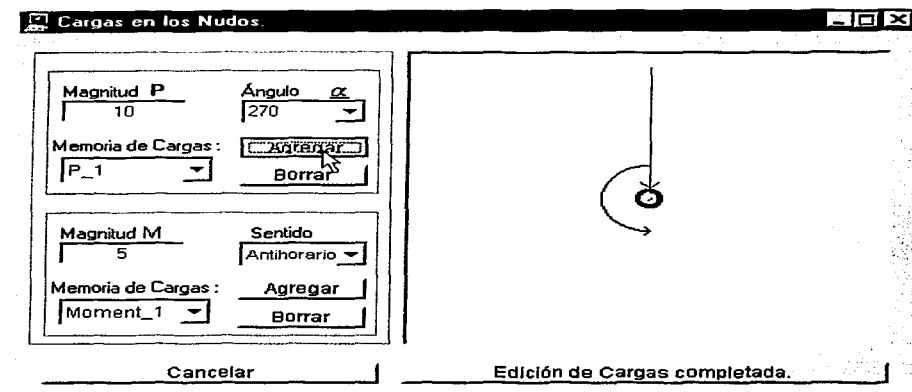


TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

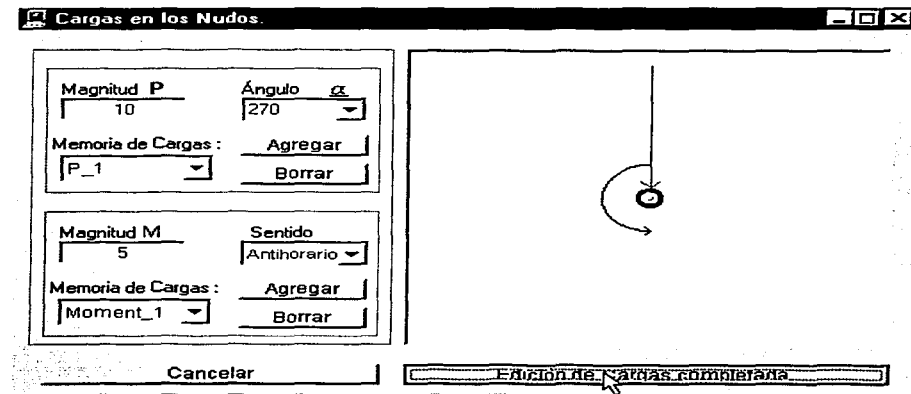
5.- Hacer click en el botón *Agregar* que corresponde al tipo de carga a ingresar.

Reptítanse los pasos del 3 al 5 hasta completar el sistema de cargas deseado.

Los valores se agregan a la "memoria de cargas" del nudo, regenerándose el dibujo representativo del sistema de cargas, a una escala automáticamente optimizada y variando el color de cada una de las cargas.



6.- Hacer click en *Edición de Cargas completada.*



CÓMO BORRAR CARGAS DE LOS NUDOS.

1.- Seleccionar los nudos a los cuales se les editará el sistema de cargas, véase **Cómo seleccionar nudos** de este capítulo.

2.- Hacer click sobre el botón **Asignar Cargas** de la barra de herramientas, para que aparezca el formulario **Cargas en los Nudos**.



3.- Seleccionar de la lista desplegable de la Memoria de Cargas respectiva el identificador de la carga que se desee eliminar, lo que nos muestra los parámetros que la definen en los campos correspondientes.

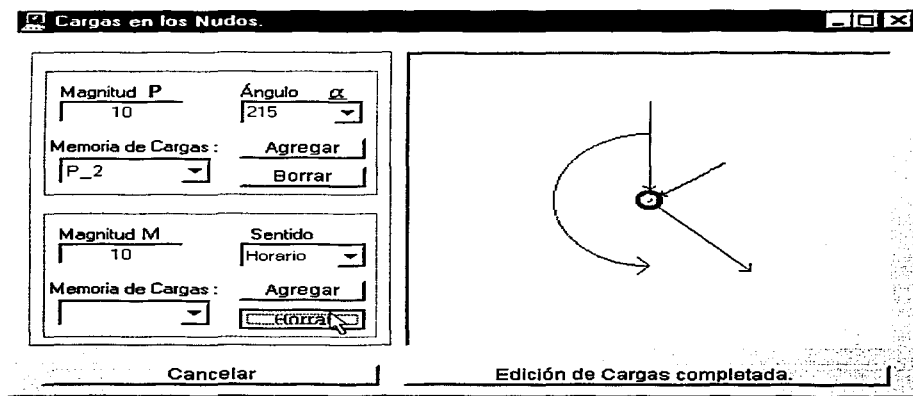
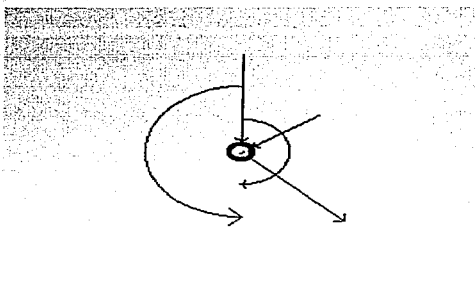
Cargas en los Nudos.
☐ ☐ ✕

Magnitud P	Ángulo α
10	215
Memoria de Cargas:	
P_2	Agregar
	Borrar

Magnitud M	Sentido
10	Horario
Memoria de Cargas:	
Moment_2	Agregar
Moment_1	Borrar
Moment_2	

Cancelar
Edición de Cargas completada.

4.- Hacer click en el botón *Borrar*.



Nota: Los parámetros que definen la carga eliminada quedan disponibles en los campos correspondientes, con la finalidad de identificarla claramente y/o volverla a asignar.

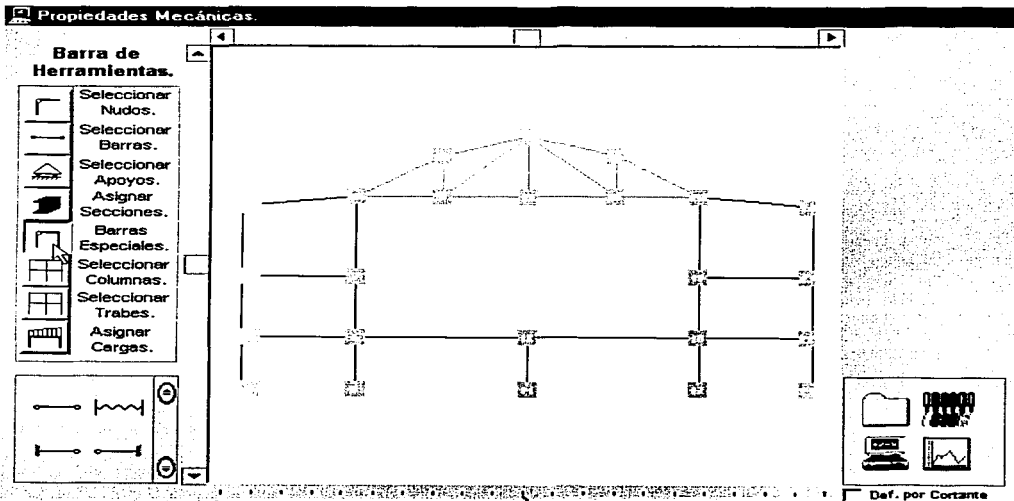
CÓMO ASIGNAR PROPIEDADES ESPECIALES A LAS BARRAS.

Esta función del programa permite darles a las barras ciertas propiedades diferentes a las de un elemento marco tradicional, tales como anular la rigidez a corte y a flexión en uno o ambos extremos, barras diagonal equivalente de muros, barras resorte, etc.

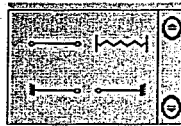
Las opciones anteriores dan la posibilidad de hacer idealizaciones específicas en elementos estructurales, para involucrarlas en el análisis (elementos armadura, articulaciones intermedias en los elementos, etc.).

1.- Seleccionar la(s) barra(s) a modificar (véase **Cómo seleccionar barras** de este capítulo).

2.- Hacer click en el botón *Barras Especiales* de la barra de herramientas para que aparezca en la parte inferior izquierda del formulario, el recuadro con los diferentes tipos de barras especiales.



3.- Elegir el tipo de barra especial a establecer a la selecci3n de barras entre las siguientes opciones:



Elemento Armadura. Este tipo de barra 3nicamente tiene rigidez axial y es especialmente 3til para el an3lisis de armaduras, o de marcos interactuando con 3stas.



Elemento Resorte. Este tipo de barra 3nicamente tiene rigidez axial, la cual es una constante ingresada por el usuario y no depende de sus propiedades geom3tricas, lo que lo hace diferente del elemento armadura, por lo que dichas propiedades geom3tricas no se solicitan.

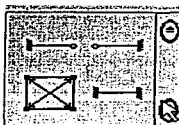


Elemento sin Rigidez Angular en su Extremo Final. Este tipo de barra carece de rigidez angular en su extremo final (nudo final), por lo que esta barra se utiliza para modelar articulaciones intermedias en las barras.



Elemento sin Rigidez Angular en su Extremo Inicial. Este tipo de barra carece de rigidez angular en su extremo inicial (nudo inicial), por lo que, al igual que el tipo anterior, esta barra se utiliza para modelar articulaciones intermedias en las barras.

Nota: Para visualizar el resto de los tipos especiales de barra es necesario posicionar el ratón sobre el botón que indica el desplazamiento hacia abajo.



Elemento Diagonal Equivalente de Muros. Este tipo de barra ofrece la posibilidad de aplicar el Método de la Diagonal Equivalente.

Propiedades del Muro.	
Espesor (t):	Módulo E:
15	6
Longitud (L):	Módulo G:
555	2.4
Altura (H):	
290	

Propiedades de las Columnas.	
Área (Ac):	Módulo E (Ec):
2025	141



Elemento Marco. Este tipo de barra restaura las propiedades de rigidez de una barra especial, convirtiéndola en un elemento marco tradicional.

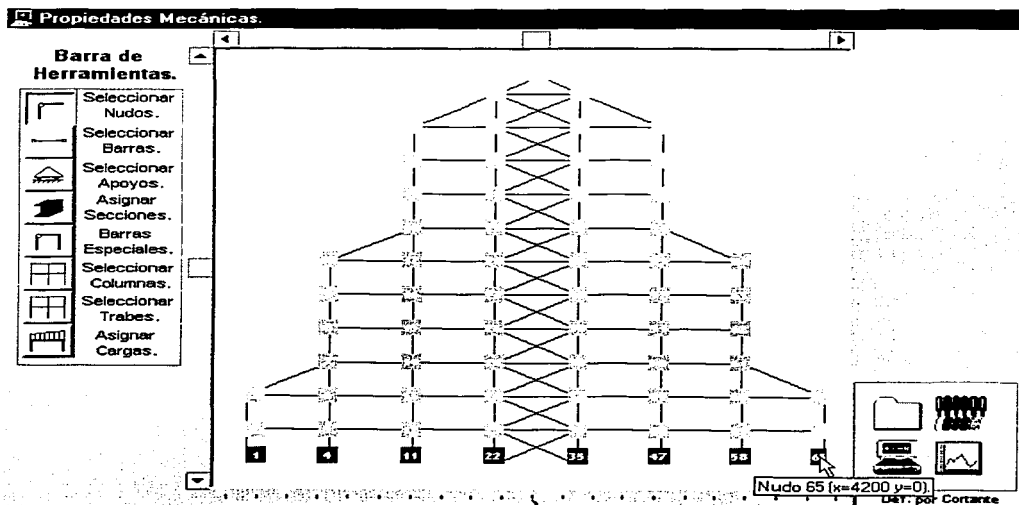
Nota: Al asignar una propiedad especial a un elemento, sus propiedades geométricas, mecánicas y cargas existentes serán eliminadas, por lo que es conveniente efectuar el cambio de propiedades de rigidez antes de dar sección y cargas a la barra.

CÓMO DISEÑAR APOYOS EN UNA ESTRUCTURA.

Esta opción permite la inclusión de restricciones especiales o no incluidas dentro de los casos generales expuestos en el apartado **Cómo Asignar Apoyos a una Estructura**, tales como apoyos elásticos, nudos con rotación impedida y traslaciones libres, etc.

Los pasos para realizar este proceso se presentan a continuación:

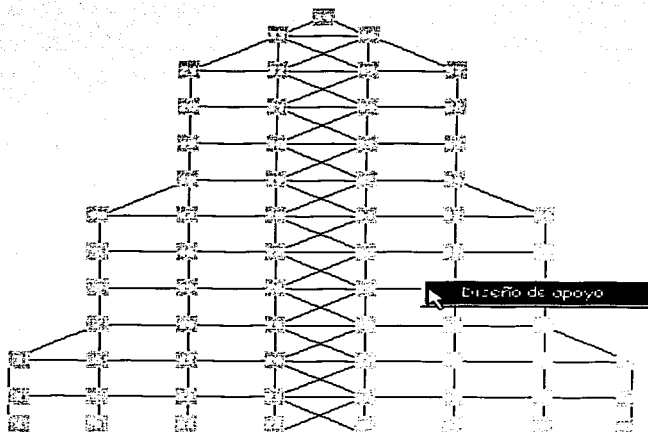
- 1.- Seleccionar los nudos a los cuales se les asignará un apoyo determinado, véase **Cómo seleccionar nudos** de este capítulo.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2.- Hacer click derecho sobre el área del gráfico representativo de la estructura para desplegar el menú contextual *Diseño de apoyo*.

3.- Hacer click sobre el menú contextual *Diseño de apoyo*, para desplegar la ficha que contiene el formato con la posibilidad de asignar apoyos personalizados por el usuario.



La ficha también incluye la opción *Desplazamientos Impuestos* que se describe en la sección **Cómo Incluir Desplazamientos Impuestos en una Estructura** de este capítulo.

4.- Se tienen las siguientes opciones:

❖ Proporcionar Restricciones Totales.

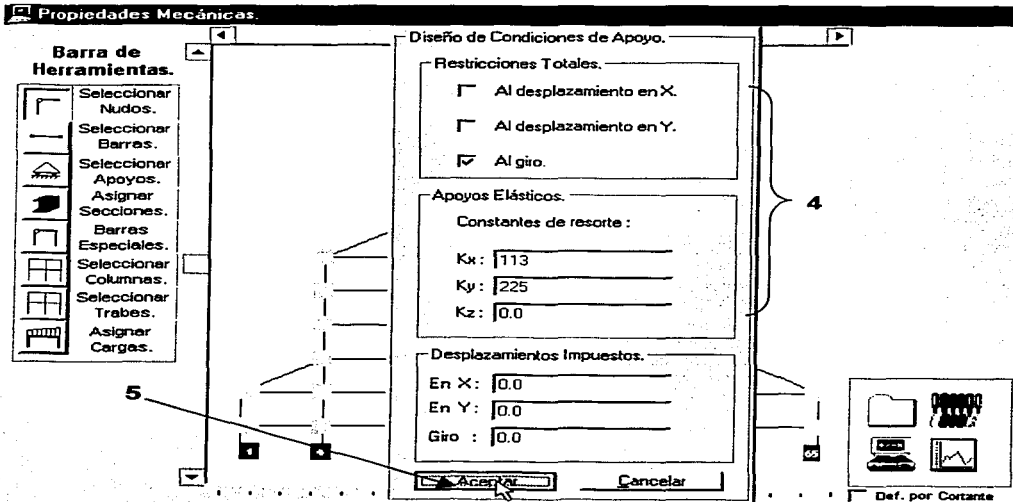
Seleccionar las casillas de verificación que corresponden a las restricciones totales que se desee asignar.

❖ Proporcionar Apoyos Elásticos.

Ingresar en los campos correspondientes, los valores de las constantes de resorte (K_x , K_y y K_z –constante angular–) que se requiera asignar al diseño del apoyo.

Nota: Si se requiere obtener un apoyo que combine tanto restricciones totales, como constantes de resorte basta con realizar los dos procedimientos descritos en este paso, hasta completar el diseño deseado.

5.- Hacer click en *Aceptar* (los nudos con diseño de apoyo personalizado se muestran de color negro).



CÓMO ELIMINAR UN APOYO PERSONALIZADO.

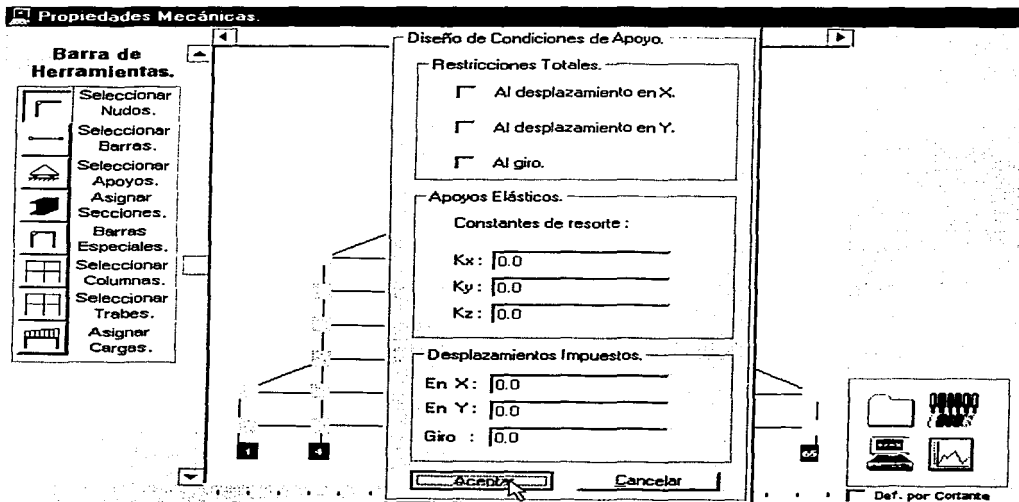
➤ Procedimiento 1:

1.- Hacer click derecho sobre el apoyo personalizado (de color negro).

➤ Procedimiento 2:

1.- Desplegar la ficha *Diseño de Apoyo* como se describe en el apartado **Cómo Diseñar Apoyos en una Estructura**.

2.- Hacer click en *Aceptar* sin editar ningún campo ni seleccionar ninguna casilla de verificación.

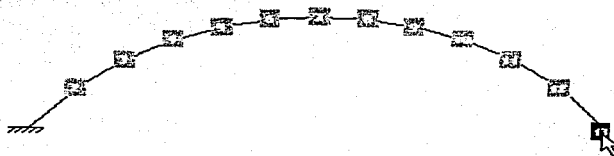


CÓMO INCLUIR DESPLAZAMIENTOS IMPUESTOS EN UNA ESTRUCTURA.

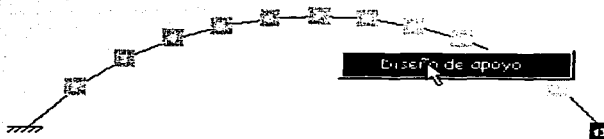
A través de este procedimiento es posible imponer desplazamientos a la estructura, es decir, dar valores conocidos a algunos desplazamientos (grados de libertad: x , y , θ), tales valores pueden haberse determinado por medio de un análisis de Mecánica de Suelos o algún otro tipo de análisis realizado previamente.

Los pasos de este proceso son expuestos a continuación:

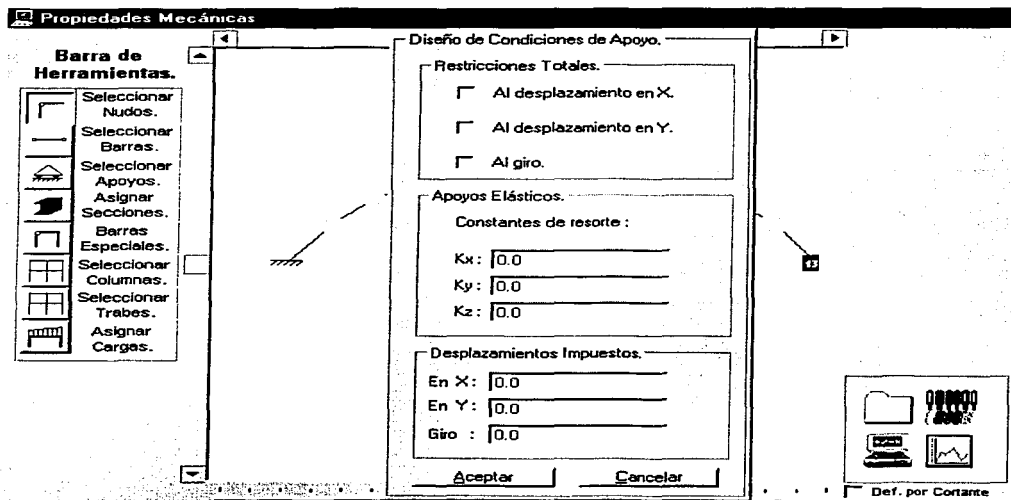
1.- Seleccionar los nudos a los cuales se les impondrá un desplazamiento determinado, véase **Cómo seleccionar nudos** de este capítulo.



2.- Hacer click derecho sobre el área del gráfico representativo de la estructura para desplegar el menú contextual *Diseño de apoyo*.



3.- Hacer click sobre *Diseño de apoyo*, para desplegar la ficha correspondiente.



La ficha también incluye las opciones *Restricciones Totales* y *Apoyos Elásticos*, que se describieron en la sección **Cómo Diseñar Apoyos en una Estructura** de este capítulo.

4.- Ingresar en las cajas de texto correspondientes los valores de los desplazamientos impuestos (x positiva hacia la derecha, y positiva hacia arriba, giro positivo anti-horario).

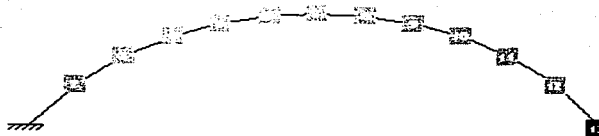
Desplazamientos Impuestos.

En X : 0.25

En Y : -2.2

Giro : 0.0023

5.- Hacer click en *Aceptar* (los nudos con diseño de apoyo personalizado se muestran de color negro).

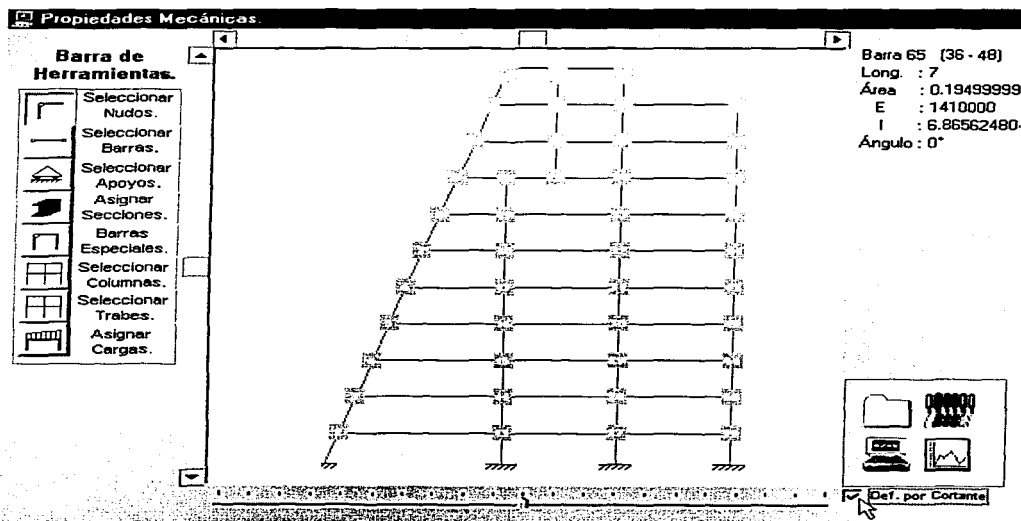


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO CALCULAR UNA ESTRUCTURA.

Antes de realizar esta etapa es necesario haber ingresado las propiedades geométricas y mecánicas de todas las barras de la estructura, las condiciones de apoyo y las fuerzas a las que está sometida, así como también haber proporcionado cualquier otra cualidad que se requiera modelar en el análisis.

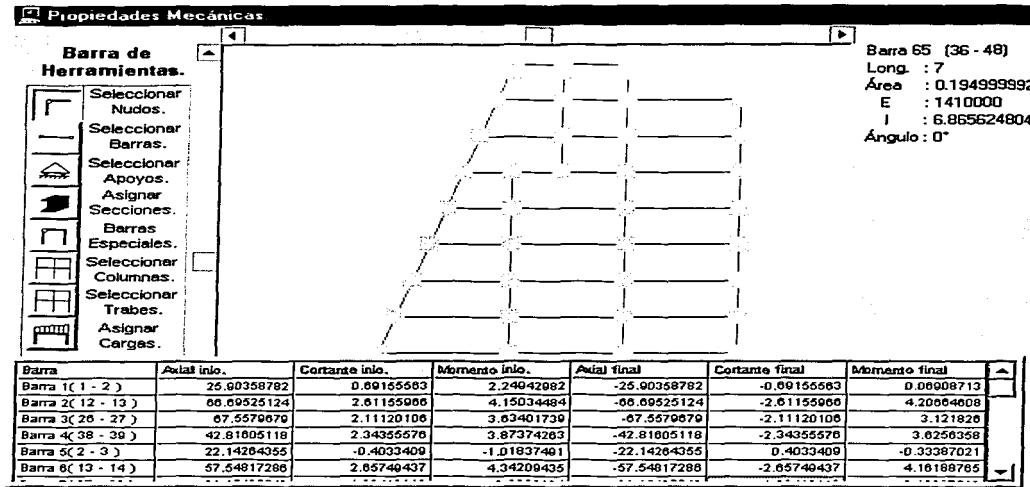
1.- Marcar la casilla de verificación *Deformaciones por Cortante*, ubicada debajo de la barra de herramientas de cálculo, para considerarlas en el análisis, en caso contrario se omitirán sus efectos.



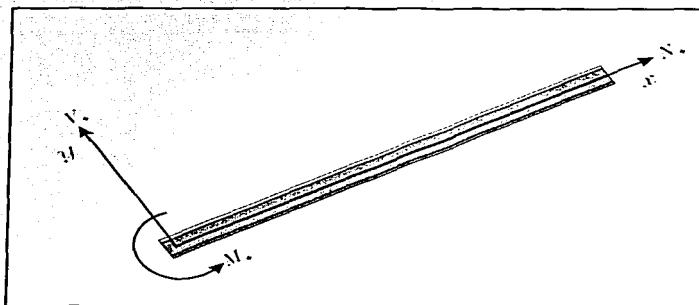
2.- Hacer click sobre el botón *Iniciar el análisis de la estructura* de la barra de herramientas de cálculo.



TRABAJA CON
FALLA DE ORIGEN



Nótese que el análisis aparece en la parte inferior de la pantalla, mostrando los elementos mecánicos resultantes de cada barra respecto a su sistema local de coordenadas, es decir, tomando el eje longitudinal de la barra como eje X (correspondiente a la dirección de la fuerza axial), el eje Y (correspondiente a la dirección de la fuerza cortante) tomado como perpendicular al eje longitudinal del elemento, y el eje Z (alrededor del cual gira el momento) perpendicular al plano que contiene a la estructura, como se aprecia en la siguiente figura.



TRABAJE CON
FALLA DE ORIGEN

El objeto contenedor de los resultados del análisis de la estructura, está provisto de las siguientes características:

- Bordes redimensionables, los cuales permiten ajustar su tamaño, así como su ubicación dentro de la pantalla.
- Barras de desplazamiento en ambos sentidos que aparecen en caso de requerirse.
- Permite la selección por celda o por renglón, permutando entre estas dos opciones por medio de doble click sobre el mismo.
- Muestra las unidades del cálculo realizado, al posar unos instantes el puntero del ratón sobre él.
- Menú contextual con las siguientes opciones:
 - ❖ *Desplazamientos Nodales*: Muestra un informe de los desplazamientos obtenidos del análisis.
 - ❖ *Imprimir*: Imprime el análisis de la estructura.
 - ❖ *Mandar a archivo*: Envía el contenido del análisis a un archivo de texto y al "portapapeles" del sistema operativo.

Barra	Axial inio.	Cortante inio.	Momento inio.	Axial final	Cortante final	Momento final
Barra 1(1 - 2)	21.0757471	-0.95085288	0.	-21.0757471	0.95085288	-304.20891464
Barra 2(5 - 0)	-45.35128819	0.0488898	0.	-45.35128819	-0.0488898	15.63833832
Barra 3(9 - 10)	44.14692941	0.	0.	-44.14692941	0.	0.
Barra 4(13 - 14)	-45.35128819	-0.0488898	0.	-45.35128819	0.0488898	-15.63833832
Barra 5(17 - 18)	21.0757471	0.95085288	0.	-21.0757471	-0.95085288	304.20891464
Barra 6(2 - 3)	14.03860053	-2.88189987	488.04187015	14.03860053	2.88189987	-390.10202407
Barra 7(6 - 7)	30.2332794	0.1027118	-481.53761828	30.2332794	-0.1027118	4.53130105
Barra 8(10 - 11)	29.46824014	0.	33.99986014	29.46824014	0.	0.
Barra 9(14 - 15)	30.2332794	-0.1027118	0.	30.2332794	0.1027118	-4.53130105
Barra 10(18 - 19)	14.03860053	2.88189987	-488.04187015	-14.03860053	-2.88189987	390.10202407
Barra 11(3 - 4)	6.83424187	-3.54069424	-481.53761828	6.83424187	3.54069424	-671.48453898
Barra 12(7 - 8)	15.33785321	0.31644692	33.99986014	-15.33785321	-0.31644692	87.26303442
Barra 13(11 - 12)	14.65580983	0.	0.	-14.65580983	0.	0.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

INFORME DE LOS DESPLAZAMIENTOS.

Este informe muestra el número de nudo, sus coordenadas y los desplazamientos correspondientes a cada grado de libertad resultantes del análisis de la estructura.

El contenedor de este informe, posee las siguientes características:

- Bordes redimensionables, para ajustar su tamaño y ubicación dentro de la pantalla.
- Barras de desplazamiento en ambos sentidos, para visualizar la totalidad de su contenido.
- Selección por celda o por renglón, permutando entre estas dos opciones por medio de doble click sobre las celdas.
- Muestra las unidades del cálculo realizado, al posar unos instantes el puntero del ratón sobre el informe.
- Marca el valor máximo absoluto de desplazamiento en cada sentido, escribiéndolos de color azul.
- Menú contextual con las siguientes opciones:
 - ❖ *Imprimir*: Imprime el informe.
 - ❖ *Mandar a archivo*: Envía el contenido del informe a un archivo de texto y al "portapapeles" del sistema operativo.
 - ❖ *Ocultar*: Cierra el informe.

Nudo	Coordenada X	Coordenada Y	Desplazamiento X	Desplazamiento Y	Rotación (Z)
Nudo no. 1	0.	0.	0.	0.	0.
Nudo no. 2	0.	320.	-0.002648937956	-0.017066151112	-0.000277247064
Nudo no. 3	0.	640.	-0.002394740644	-0.028410782104	-0.000182787712
Nudo no. 4			0.009613805793	-0.033967611783	-0.000525424038
Nudo no. 5				0.	0.
Nudo no. 6			-0.001342465181	-0.036067479599	0.000020006846
Nudo no. 7			-0.001008481365	-0.060128501435	-0.000015023914
Nudo no. 8			0.004689959673	-0.072310907221	0.000034716699

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO GUARDAR UNA CONDICIÓN DE CARGA.

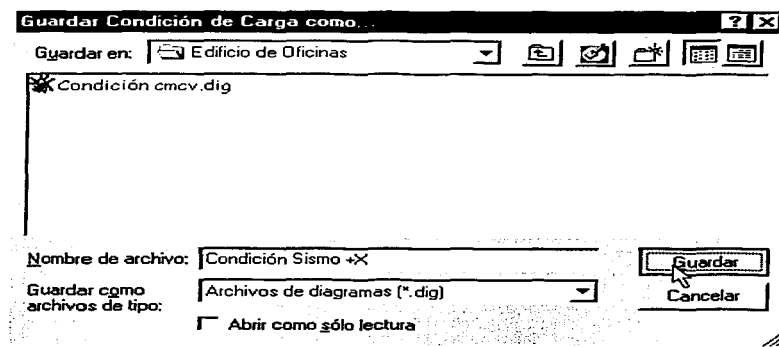
El proceso descrito a continuación, permite el trazado de los diagramas de los diferentes elementos mecánicos y deformaciones de las barras de la estructura (fuerza axial, fuerza cortante, momento flexionante, pendiente, flecha y deformación axial).

También es posible mediante el mismo proceso almacenar los diagramas de múltiples condiciones de carga, para posteriormente realizar todas las combinaciones que a criterio del usuario sean necesarias.

1.- Hacer click en el botón *Trazar diagramas* que se encuentra en la barra de herramientas de cálculo.



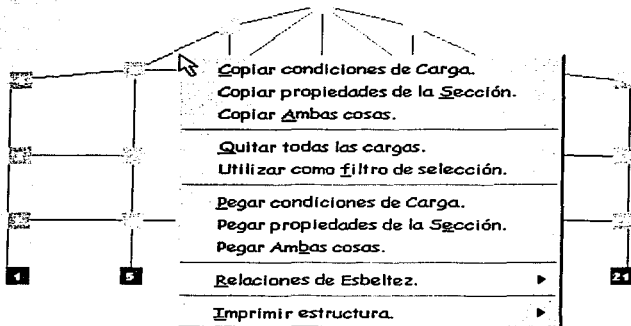
2.- Ingresar un nombre de identificación de la condición de carga en el campo correspondiente del cuadro de diálogo "*Guardar condición de carga como...*", este recuadro permite explorar las diferentes unidades de memoria y efectuar operaciones como manipular y crear archivos y carpetas, entre otras.



3.- Hacer click en *Guardar*.

MENÚ CONTEXTUAL.

Este menú aparece al hacer click derecho sobre el área del gráfico cuando no existe ningún nudo seleccionado.



Este menú contiene las siguientes opciones:

Copiar condiciones de Carga.

Esta opción se encuentra habilitada cuando existen una o más barras con la misma condición de carga, y su función consiste en copiar esta condición a un "portapapeles".

Copiar propiedades de la Sección.

Se encuentra habilitada solamente cuando existen una o más barras con las mismas propiedades de sección (área, inercia y elasticidad), y su finalidad es copiar estas propiedades a un "portapapeles".

Copiar Ambas cosas.

Se encuentra habilitada cuando las dos opciones anteriores también lo estén y trabaja como combinación de ambas, es decir, realiza las dos operaciones en conjunto.

Quitar todas las cargas.

Esta función consiste en eliminar todas las cargas existentes en la estructura, es especialmente útil cuando se realizan análisis ante múltiples condiciones de carga, requiriéndose excluir todas las acciones del análisis anterior.

Utilizar como filtro de selección.

Esta opción permite elegir un filtro de selección, es decir, una barra con las características (longitud y ángulo) de los elementos que posteriormente se desee seleccionar mediante un rectángulo punteado, como se describe en el procedimiento 2 de la sección **Cómo seleccionar barras** de este capítulo, con lo cual se seleccionarán únicamente los elementos que cumplen con las características (longitud y ángulo) de la barra designada como filtro.

Pegar condiciones de Carga.

Se encuentra habilitada cuando existe una condición de carga en el "portapapeles" y una selección de barras compatible, es decir, se ha realizado una operación de Copiar condiciones de Carga o de Copiar Ambas cosas, asignando la condición de carga a la selección de barras.

Pegar propiedades de la Sección.

Se encuentra habilitada cuando existen propiedades de sección (área, inercia y elasticidad) en el "portapapeles", es decir, se ha realizado una operación de Copiar propiedades de la Sección o de Copiar Ambas cosas, asignando las propiedades de sección a la selección de barras.

Pegar Ambas cosas.

Se encuentra habilitada cuando las dos opciones anteriores también lo estén y trabaja como combinación de ambas, es decir, realiza las dos operaciones en conjunto.

TRABAJA CON
FALLA DE ORIGEN

Relaciones de Esbeltez.

Esta opción nos permite conocer el factor de longitud efectiva de pandeo (k), así como la relación de esbeltez (k/l) de cualquier elemento de la estructura, ya sea considerada como restringida a desplazamientos laterales o como no restringida a los mismos desplazamientos. Además es posible enviar las relaciones de esbeltez (Restringido lateralmente o No Restringido lateralmente) de todos los elementos que conforman la estructura, así como cada uno de los parámetros involucrados, al portapapeles del sistema operativo haciendo click en la opción *Todas al portapapeles*.

Copiar condiciones de Carga. Copiar propiedades de la Sección. Copiar Ambas cosas.		
Quitar todas las cargas. Utilizar como filtro de selección.		
Pegar condiciones de Carga. Pegar propiedades de la Sección. Pegar Ambas cosas.		
Relaciones de Esbeltez ▶	Restringido lateralmente ▶	$k = 0.9324$
Imprimir estructura. ▶	No restringido lateralmente ▶	$k/l = 49.0953$
		Todas al portapapeles.

Imprimir estructura.

A través de esta selección es posible imprimir el esquema de la estructura o bien mandarlo al "portapapeles" del sistema operativo, con lo cual puede insertarse en otras aplicaciones.

Copiar condiciones de Carga. Copiar propiedades de la Sección. Copiar Ambas cosas.	
Quitar todas las cargas. Utilizar como filtro de selección.	
Pegar condiciones de Carga. Pegar propiedades de la Sección. Pegar Ambas cosas.	
Relaciones de Esbeltez. ▶	
Imprimir estructura. ▶	Imprimir ▶ Mandar al portapapeles

TEMA CON
FALLA DE ORIGEN

DIAGRAMA

En este bloque del programa se realiza el post-proceso de los datos obtenidos del análisis de una estructura, con la posibilidad de generar diagramas de una condición de carga, o envolventes, producto de la combinación y/o factorización de diversas condiciones.

Las principales ventajas del DIAGRAMA son:

- Posibilidad de abrir una estructura analizada previamente.
- Permite cargar cualquier condición anteriormente generada para la estructura respectiva, para la obtención de los diagramas de fuerza cortante, momento flexionante, pendiente, flecha, fuerza axial y deformación axial de cada elemento, o bien, los diagramas de fuerza cortante, momento flexionante, fuerza axial y la deformada de la estructura en forma global.
- Flexibilidad para realizar combinaciones de cualquier tipo utilizando las condiciones pertenecientes a una estructura, tales como: múltiplos de una condición, adición y/o factorización entre condiciones, etc.
- Generación de envolventes representando simultáneamente los diferentes efectos producto de condiciones y/o combinaciones a los que estará sometida la estructura, facilitando la obtención de elementos mecánicos de diseño.
- Visualización de las envolventes de fuerza cortante, momento flexionante, fuerza axial elemento por elemento y de la estructura en forma global.
- Variación de color entre las diversas combinaciones trazadas en una envolvente, lo que permite una fácil identificación entre las mismas.

- Y Cuenta con combinaciones predeterminadas (las más comunes), las cuales evitan la generación de éstas como personalizadas por el usuario.
- Y Permite la creación de un sinnúmero de combinaciones personalizadas (la única limitante son los recursos del sistema de cómputo en particular).
- Y Se puede conocer el valor exacto en cualquier punto de los diagramas y envolventes generados.
- Y Está provisto de una tabla de valores, a través de la cual es posible consultar, archivar e imprimir valores discretos de los diagramas y envolventes producidos.
- Y Posibilidad de enviar a la impresora diagramas y envolventes, barra por barra y de la estructura completa.
- Y Escala gráfica en pantalla e impresiones.
- Y La revisión de los diagramas y envolventes puede realizarse en cualquier momento, sin necesidad de realizar nuevamente los análisis para generarlos.
- Y Se dispone de un sistema de optimización de memoria RAM, que consiste en leer y procesar únicamente los datos requeridos para cada punto del diagrama o envoltente, eliminando la posibilidad de saturaciones de memoria.

Nota: Si su equipo cuenta con monitoreo en tiempo real de un antivirus, es recomendable desactivarlo, ya que el sistema de optimización de memoria RAM realiza constantes aperturas y cierres de archivos, por lo que el escaneo de archivos retarda la velocidad del proceso.

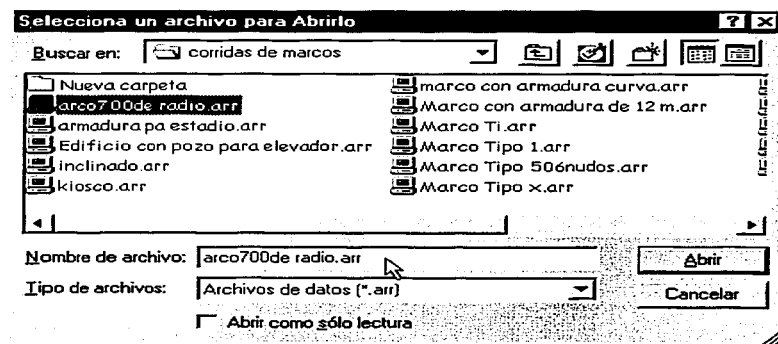
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO ABRIR UNA ESTRUCTURA.

1.- Hacer click en el botón *Abrir estructura* de la barra de herramientas.



2.- Ingresar un nombre en el campo correspondiente (o seleccionar de la lista de archivos válidos) del cuadro de diálogo "*Abrir estructura*", que permite explorar las diferentes unidades de memoria y manipular archivos.



3.- Hacer click en Abrir.

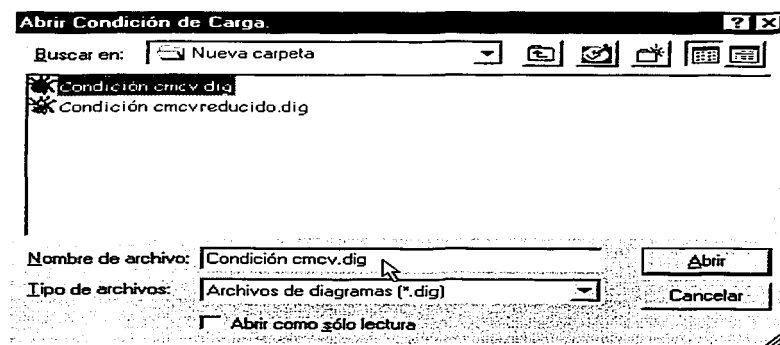


CÓMO ABRIR UNA CONDICIÓN DE CARGA.

1.- Hacer click en el botón *Abrir condición* de la barra de herramientas.



2.- Escribir el nombre del archivo, o seleccionarlo de la lista de archivos válidos, en el cuadro de diálogo "*Abrir condición de carga*".



3.- Hacer click en Abrir.



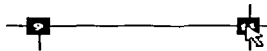
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CÓMO SELECCIONAR UNA BARRA.

o **Procedimiento 1. "Haciendo click en los nudos de la barra".**

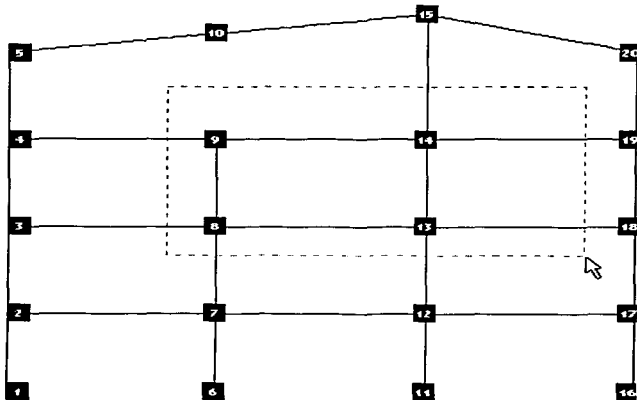
1.- Hacer click en un nudo de la barra (sin importar que sea el inicial o el final).

2.- Hacer click en el otro nudo de la barra.



o **Procedimiento 2. "Por medio de una caja".**

1.- Hacer click en el área del gráfico y arrastrar (moverse manteniendo oprimido el botón izquierdo del ratón) el cursor, aparecerá un rectángulo punteado que cambiará sus dimensiones al movimiento ("una caja") cuyos vértices opuestos serán el origen del click y la posición actual del puntero respectivamente.



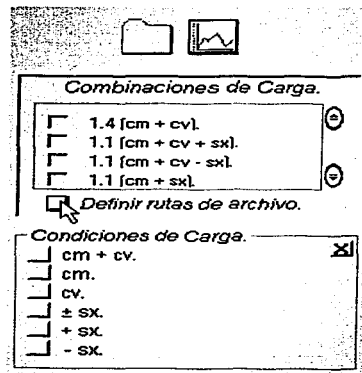
2.- Soltar el botón del ratón (finalizar la operación de "arrastre") cuando se encuentre en la posición tal que el rectángulo punteado ("caja") encierre la barra que se desee seleccionar, en caso de encerrar más de una barra se seleccionará la de menor numeración.

CÓMO GENERAR COMBINACIONES.

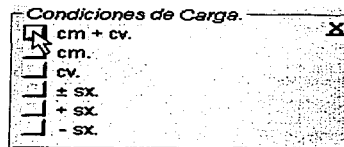
• Predeterminadas.

Consisten en combinaciones que se consideran "estándar" para la mayoría de los casos, y que se han generado previamente con la finalidad evitar esta labor al usuario, y el procedimiento para activarlas es el siguiente:

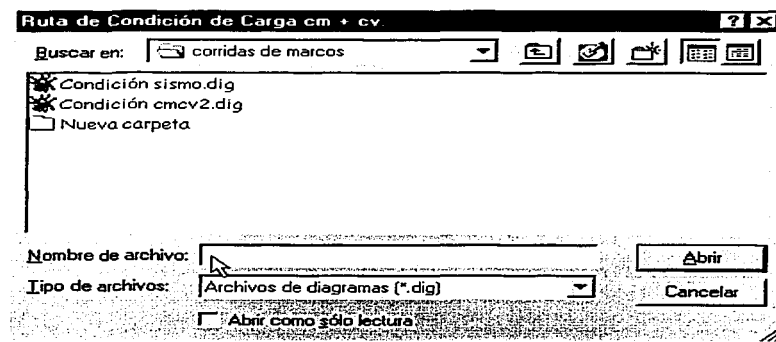
1.- Hacer click en el botón *Definir rutas de archivo*, para mostrar el panel en el que se indicarán las rutas de cada condición solicitada, las cuales deberán carecer de cualquier factor de carga.



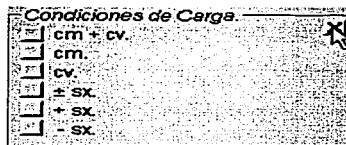
2.- Hacer click en el botón correspondiente a cada una de las condiciones de las que se disponga de análisis.



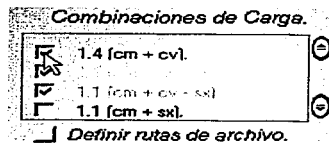
3.- Proporcionar las rutas correspondientes a través de los cuadros de diálogo mostrados.



4.- Cerrar el panel haciendo click sobre la marca ubicada en su esquina superior derecha. Con esta acción el programa habilita automáticamente las casillas de verificación de las combinaciones predeterminadas que pueden ser realizadas a partir de la información proporcionada.



5.- Marcar las casillas de verificación correspondientes a las combinaciones que se desee visualizar, lo que provoca la asignación automática de un color a cada combinación activada, mismo que se muestra en la etiqueta de la combinación de carga.

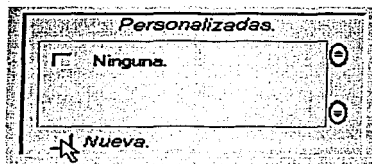


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

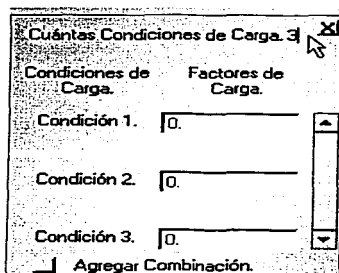
- Personalizadas.

Esta opción da la posibilidad de generar el número de combinaciones que el usuario desee definir, sin importar el número de condiciones y factores que contenga cada una de éstas, mediante el procedimiento que se describe en los siguientes pasos:

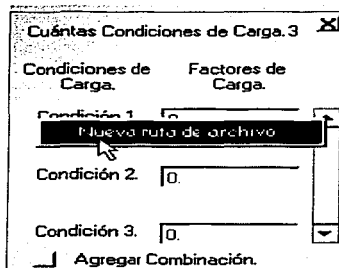
1.- Hacer click en el botón *Nueva* del panel de combinaciones *Personalizadas* para mostrar el área en la que se indicarán las rutas y factores de cada una de las condiciones necesarias para generar la combinación deseada.



2.- Indicar delante de la etiqueta *Cuántas Condiciones de Carga* el número de éstas.



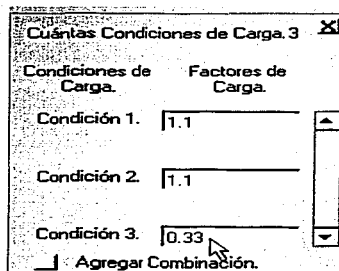
3.- Hacer click derecho sobre la etiqueta que muestra el número de condición correspondiente, lo cual despliega el menú contextual con la opción *Nueva ruta de archivo*, que permite ingresar el nombre del archivo que contiene la condición mediante un cuadro de diálogo.



Nota: Al posicionar el puntero del ratón unos instantes sobre las etiquetas de las condiciones, se muestran las rutas de archivo relacionadas con cada una de éstas.

4.- Proporcionar en la caja de texto correspondiente el valor del factor de carga respectivo.

5.- Repetir los pasos 3 y 4 hasta completar la totalidad de los datos.



6.- Hacer click en el botón *Agregar Combinación*.

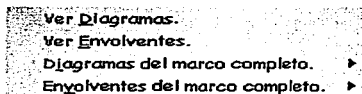
7.- Ingresar el nombre de la combinación generada (identificador) en el cuadro de diálogo.

8.- Marcar las casillas de verificación correspondientes a las combinaciones que se desee visualizar, lo que provoca la asignación automática de un color a cada combinación activada, mismo que se muestra en la etiqueta de la combinación de carga.

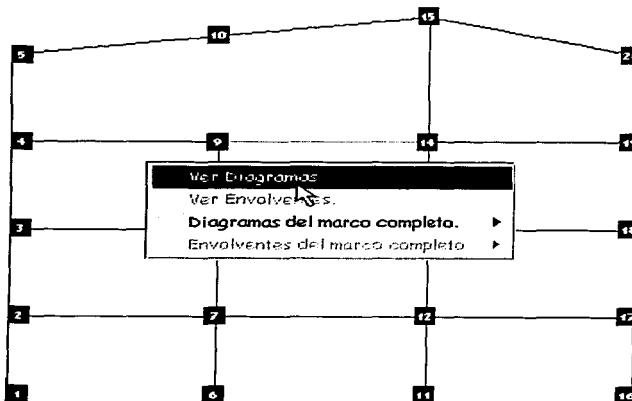
CÓMO VER DIAGRAMAS O ENVOLVENTES.

□ ELEMENTO POR ELEMENTO.

- 1.- Abrir una estructura, una condición de carga y/o generar una o más combinaciones de la misma, para el caso de las combinaciones será necesario activar las casillas de verificación de las que se deseen visualizar (véanse los apartados correspondientes a estos procedimientos).
- 2.- Seleccionar la barra cuyos diagramas o envolventes se quieren observar (véase la sección *Seleccionar una barra* de este capítulo).
- 3.- Hacer click derecho sobre el área del gráfico para desplegar el menú contextual.



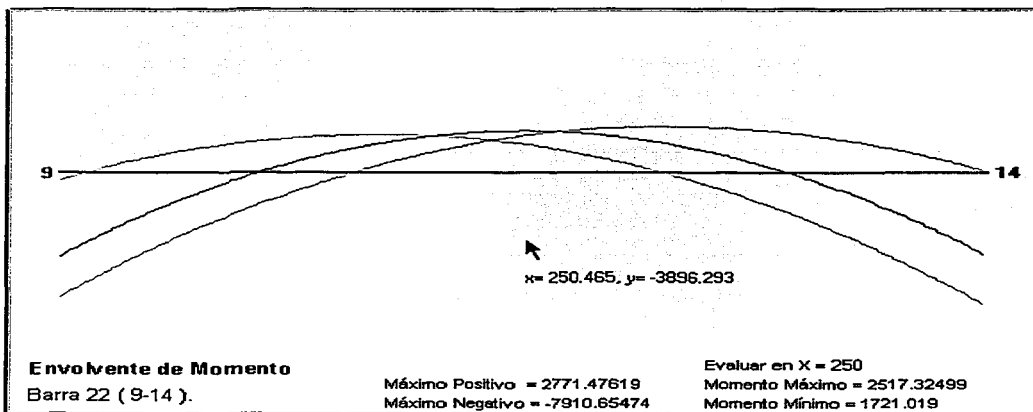
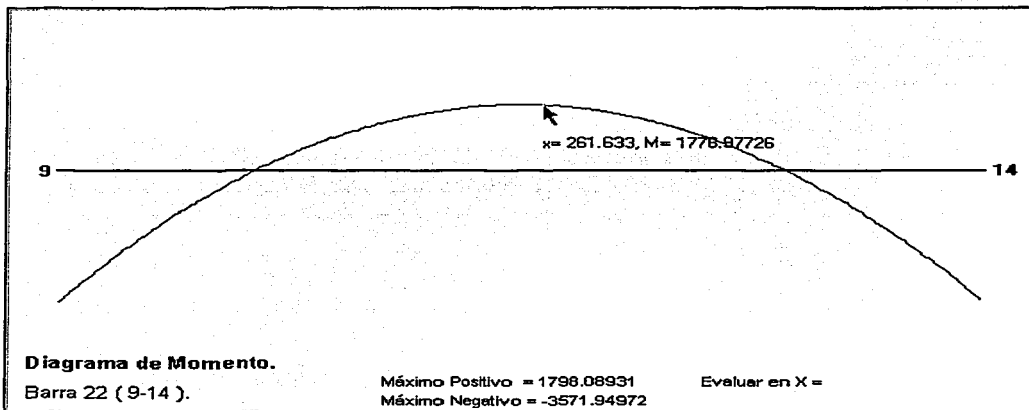
- 4.- Hacer click sobre la opción *Ver Diagramas* o *Ver Envolventes* del menú contextual.



- 5.- Los detalles acerca de la ventana de diagramas barra por barra se describen en la siguiente sección.

Utilizar la ventana de diagramas barra por barra.

La ventana de diagramas barra por barra se utiliza para observar tanto diagramas como envolventes de un solo elemento, y tiene las siguientes características:



- Identificador del Diagrama o Envolvente que se visualiza.
- Identificadores del elemento en análisis (número de barra, nudos inicial y final respectivamente).
- Etiquetas informativas de los máximos positivo y negativo, las cuales están provistas de textos auxiliares que indican la posición de los máximos dentro de la barra relativa al nudo inicial.
- Posibilidad de cambiar el diagrama o envolvente que se visualiza por medio de los siguientes procedimientos equivalentes:
 - Haciendo doble click sobre la etiqueta móvil que muestra los valores del diagrama.
 - Haciendo click sobre el identificador del diagrama actual.
 - A través de la opción correspondiente del menú contextual.
- Evaluador que permite conocer el valor del diagrama (o bien los valores máximo y mínimo para el caso de una envolvente) en cualquier punto de éste, ingresando la distancia x en el campo ubicado delante de la etiqueta *Evaluar en X =*, y posteriormente presionar la tecla "ENTER".
- Rastreo de los valores del diagrama siguiendo el puntero del ratón, es decir, se ilustra el valor del diagrama, así como su correspondiente posición (x), en el caso de las envolventes la etiqueta móvil ilustra únicamente las coordenadas del puntero.
- Menú contextual con las siguientes opciones:
 - *Ver Diagrama de...* : Al posicionarse en esta opción se despliega un submenú que permite elegir entre los diferentes diagramas del elemento (cortante, momento, pendiente, flecha, fuerza axial y deformación axial).
 - *Ver Envolvente de...* : Al situarse en esta opción se despliega un submenú que permite dirigirse a la envolvente que se desee visualizar (fuerza axial, cortante y momento).
 - *Mostrar valores.* : Al hacer click en esta opción se interactúa entre mostrar u ocultar la etiqueta móvil que ilustra los valores del diagrama o envolvente.

- o *Tabla de valores.* : Esta opción genera una tabla con los valores del diagrama o envolvente actual a ciertos incrementos sobre la longitud del elemento. Las características de la tabla se describen a detalle posteriormente.
- o *Colores...* : Muestra un panel de consulta organizado de manera análoga al listado principal de combinaciones.
- o *Imprimir.* : Envía a la impresora la ventana de diagramas barra por barra.
- o *Salir.* : Oculta la ventana de diagramas barra por barra, acción que se puede realizar también haciendo doble click sobre el área de la ventana.

➤ **Tabla de valores:** Al cargarse muestra los valores del diagrama o envolvente actual a un incremento predeterminado (la longitud entre veinte) sobre la longitud del elemento. El control contiene una barra de herramientas con las siguientes opciones:



Oculta la tabla de valores.



Imprime el contenido actual de la tabla de valores.



Carga un archivo de texto al área de trabajo de la tabla.



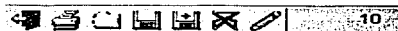
Guarda el contenido actual de la tabla de valores en un archivo de texto.



Anexa el contenido actual de la tabla de valores al final de un archivo existente.



Envía el contenido actual de la tabla de valores al portapapeles del sistema operativo.



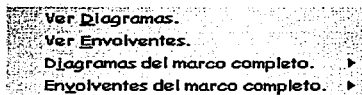
Permite editar el incremento de la tabla de valores, regenerándola al oprimir ENTER sobre el campo correspondiente.

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

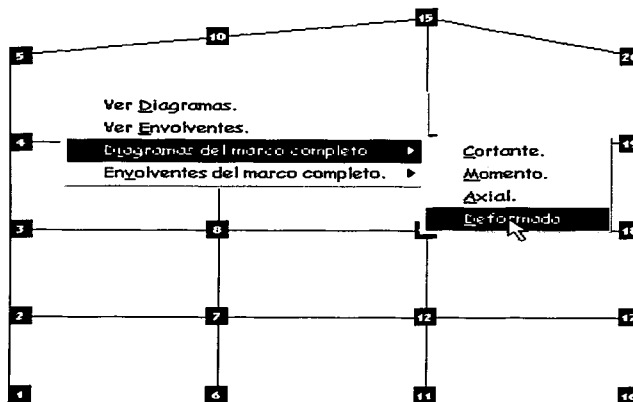
□ DE TODA LA ESTRUCTURA.

1.- Abrir una estructura, una condición de carga y/o generar una o más combinaciones de la misma, para el caso de las combinaciones será necesario activar las casillas de verificación de las que se deseen visualizar (véanse los apartados correspondientes a estos procedimientos).

2.- Hacer click derecho sobre el área del gráfico para desplegar el menú contextual.



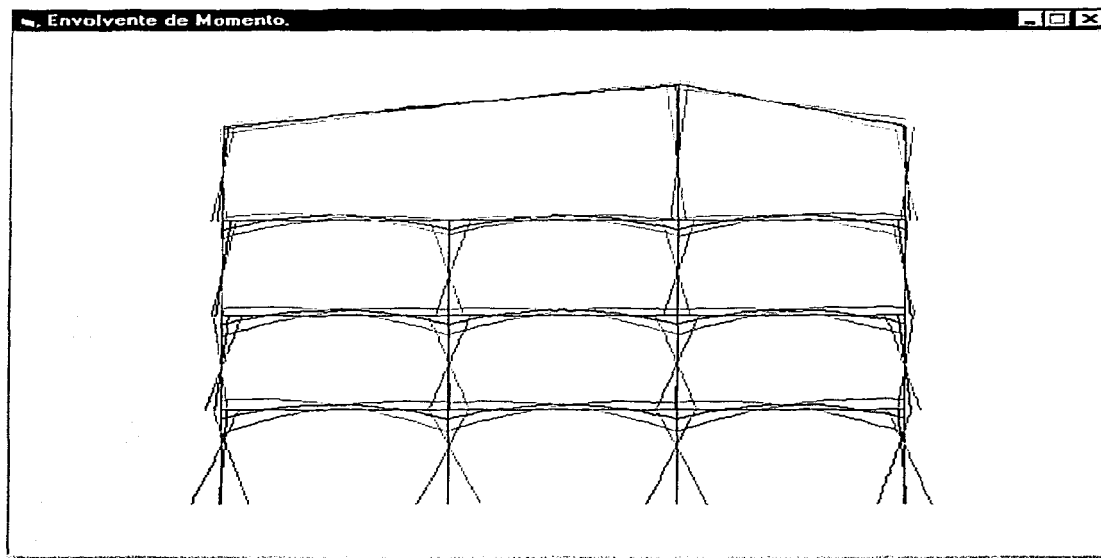
3.- Hacer click sobre la opción *Diagramas del marco completo* o *Envolventes del marco completo* del menú contextual, y elegir el diagrama o envoltente que se desea consultar.



Los detalles acerca de la ventana de diagramas de la estructura completa se describen en la siguiente sección.

Utilizar la ventana de diagramas de la estructura completa.

La ventana de diagramas de la estructura completa se utiliza para observar tanto diagramas como envolventes de toda la estructura en su conjunto, y tiene las siguientes características:

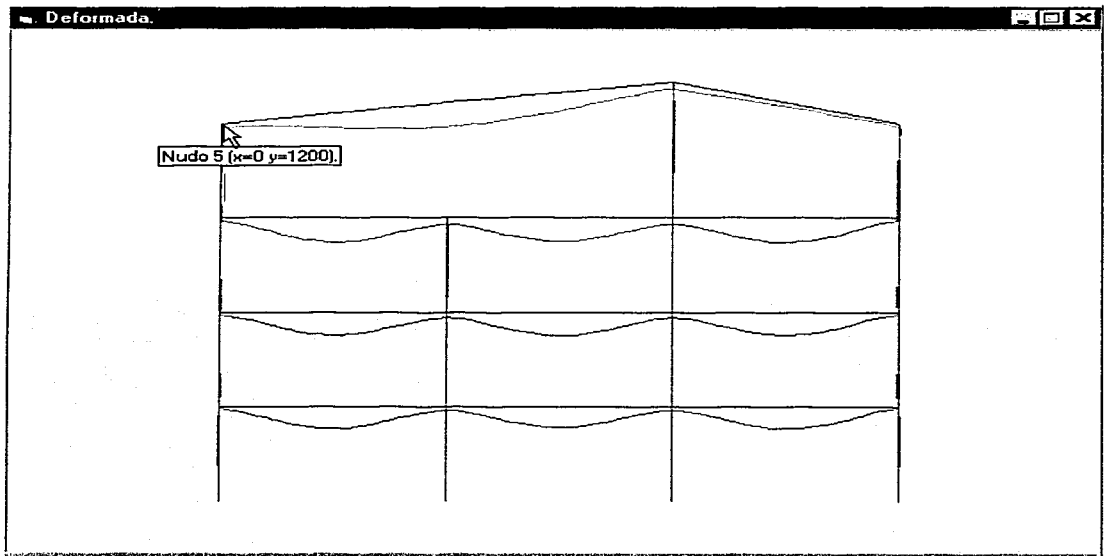


Combinaciones.

Predeterminadas		Personalizadas.	
<input checked="" type="checkbox"/>	1.4 (cm + cvl.)	<input type="checkbox"/>	Ninguna.
<input checked="" type="checkbox"/>	1.1 (cm + cv + sxl.)		
<input checked="" type="checkbox"/>	1.1 (cm + cv - sxl.)		
<input checked="" type="checkbox"/>	1.1 (cm + sxl.)		

Ocultar

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



- Identificador del Diagrama o Envolvente que se visualiza.
- Etiquetas auxiliares que ilustran el número de nudo y sus coordenadas al posicionarse sobre éstos.
- Menú contextual con las siguientes opciones:
 - Escala gráfica: Despliega un submenú con dos opciones las cuales activan o desactivan la visualización de las escalas horizontal y vertical, que se utilizan para estimar las magnitudes en pantalla gráficamente.
 - Colores... : Muestra un panel de consulta organizado de manera análoga al listado principal de combinaciones.
 - Imprimir : Envía a la impresora la ventana de diagramas de la estructura completa.

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

o **Valores** : Contiene las opciones *Máximo* y *Mínimo* , las cuales despliegan un submenú con la siguiente información:

- Valor del elemento mecánico correspondiente.
- Número de barra, así como sus nudos inicial y final, al hacer click sobre esta etiqueta se acciona un vínculo con la ventana de diagramas barra por barra del elemento en particular.
- Posición del valor máximo o mínimo respecto al origen del elemento (sistema local de coordenadas).

o **Tabla de valores** . : Esta opción genera una tabla con los valores del diagrama o envolvente actual a ciertos incrementos sobre la longitud de cada elemento de la estructura. Las características de la tabla se describen a detalle posteriormente.

o **Salir** . : Oculta la ventana de diagramas de la estructura completa.

▼ **Tabla de valores**: Al cargarse muestra los valores del diagrama o envolvente actual a un incremento predeterminado sobre la longitud de cada elemento de la estructura. El control contiene una barra de herramientas con las siguientes opciones:



Oculta la tabla de valores.



Imprime el contenido actual de la tabla de valores.



Carga un archivo de texto al área de trabajo de la tabla.



Guarda el contenido actual de la tabla de valores en un archivo de texto.



Anexa el contenido actual de la tabla de valores al final de un archivo existente.



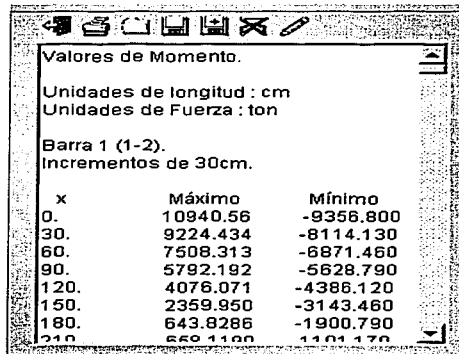
Envía el contenido actual de la tabla de valores al portapapeles del sistema operativo.



10

Permite editar el incremento de la tabla de valores, regenerándola al oprimir ENTER sobre el campo correspondiente.

Nota: En el caso de las envolventes, la tabla de valores muestra tanto el máximo como el mínimo en cada punto tabulado.



Valores de Momento.

Unidades de longitud : cm
Unidades de Fuerza : ton

Barra 1 (1-2).
Incrementos de 30cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	10940.56	-9356.800
30.	9224.434	-8114.130
60.	7508.313	-6871.460
90.	5792.192	-5628.790
120.	4076.071	-4386.120
150.	2359.950	-3143.460
180.	643.8286	-1900.790
210.	659.1160	-1101.170

➤ El trazado de diagramas y envolventes se realiza con una optimización automática de escala, utilizando la máxima que permite el área disponible.

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

11

EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE CARMA

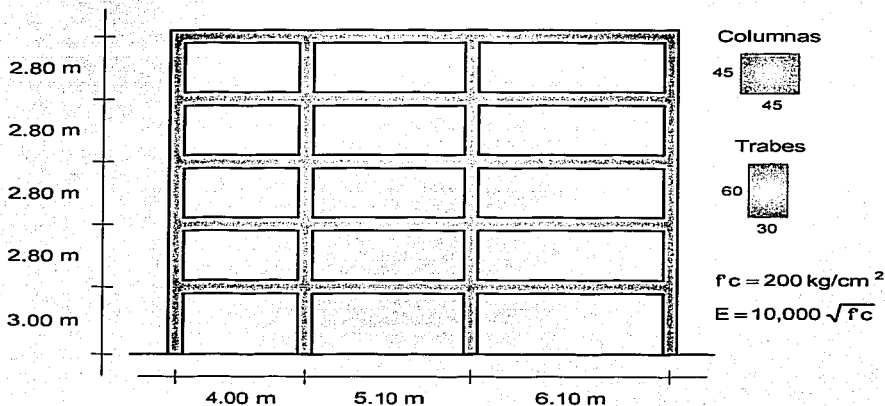
Con la finalidad de facilitar el empleo de CARMA, en el presente capítulo se presentan algunos ejemplos en los que se explica detalladamente el procedimiento para resolver algunos casos típicos.

TEMA CON
FALLA DE ORIGEN

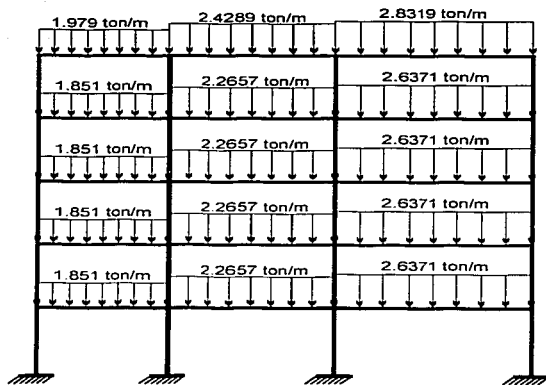
EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE CARMA

Ejemplo 1.- Obtener las envolventes de momento, fuerza cortante y fuerza axial del marco mostrado en la figura.

Considerar la estructura como tipo "B" e incluir las deflexiones por cortante.



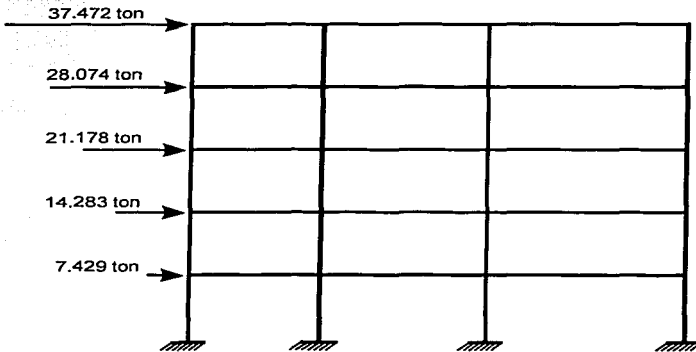
□ Condición de carga muerta más carga viva (cm+cv):



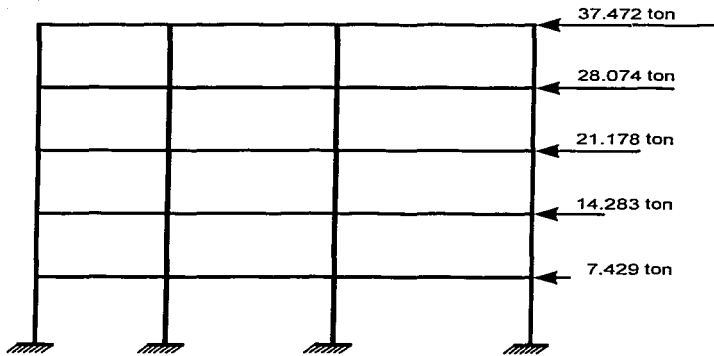
Peso propio de las columnas (se incluirá también): 0.486 ton/m

TESES CON
FALLA DE ORIGEN

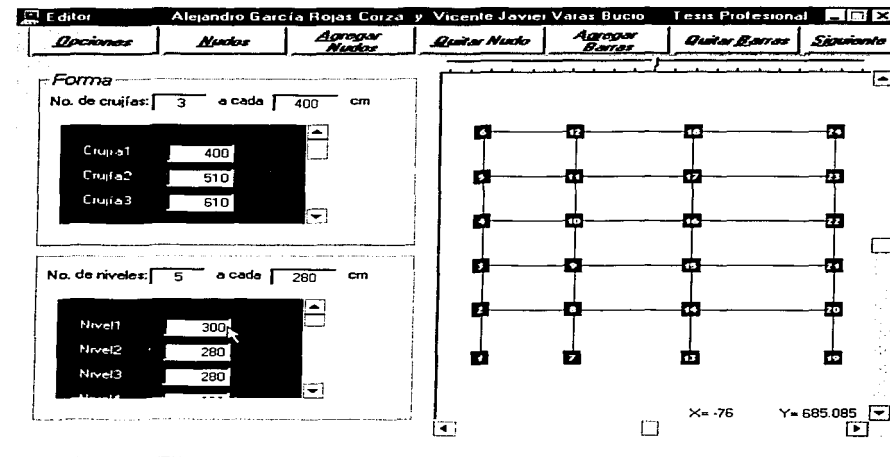
- Condición de sismo en sentido positivo de x (+sx):



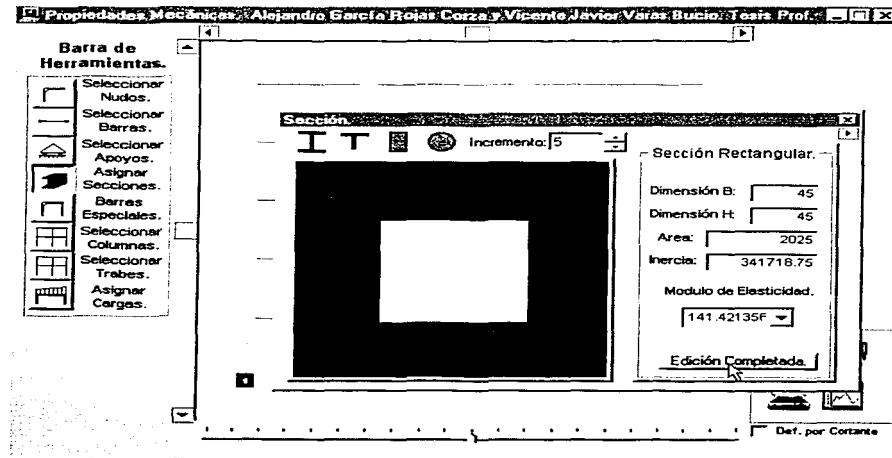
- Condición de sismo en sentido negativo de x (-sx):



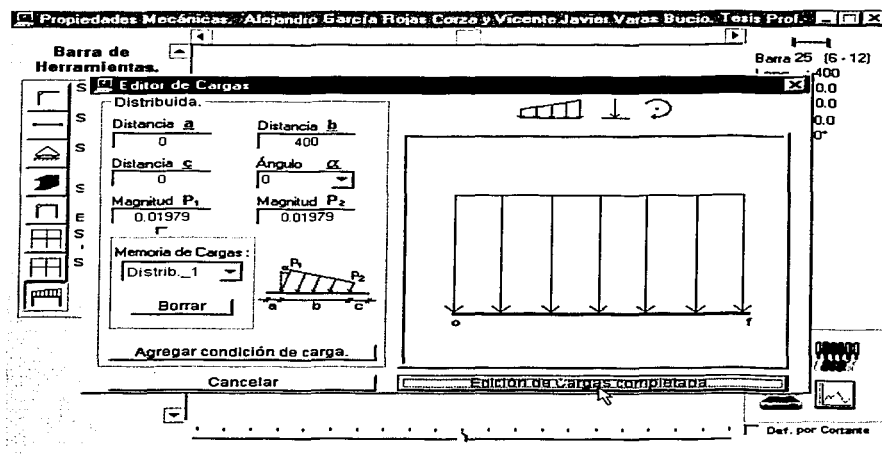
1.- Definición de la geometría del marco a través del editor:



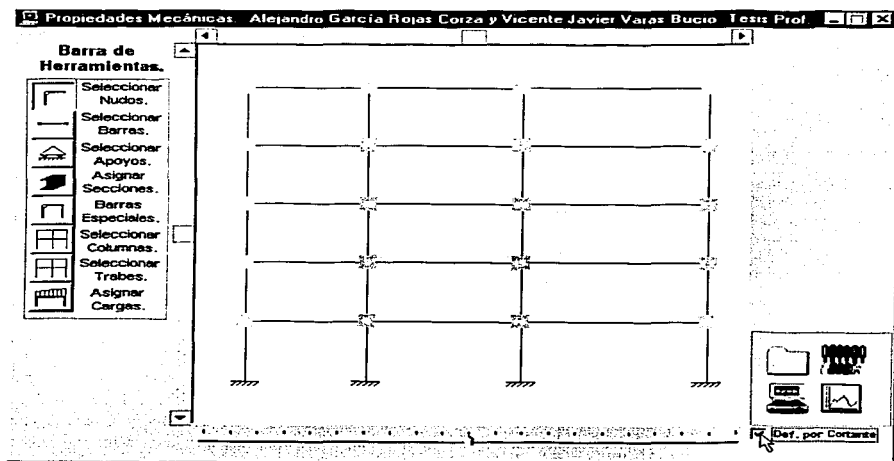
2.- Entrada de las condiciones de apoyo y propiedades de sección de las barras:



3.- Ingreso de la condición de carga muerta más carga viva:

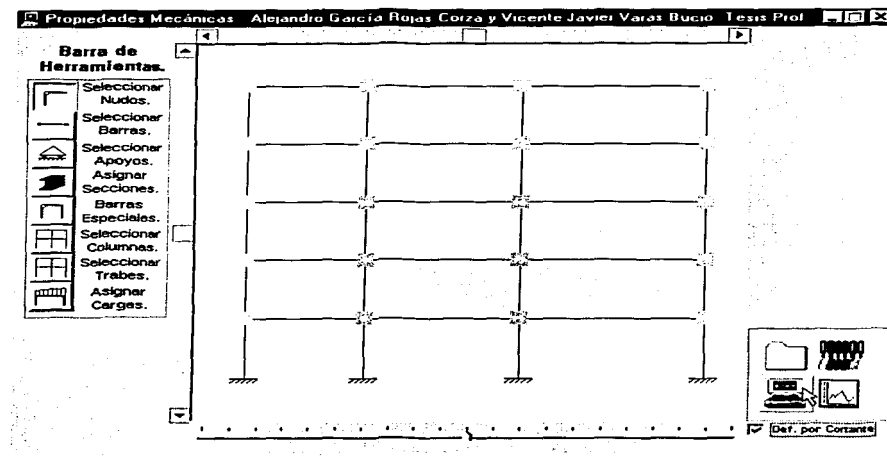


4.- Activar la casilla de inclusión de las deflexiones por cortante:



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

5.- Presionar el botón que inicia el análisis del marco:



The screenshot shows the same software window as above, but with a data table displayed at the bottom. The table lists the axial and moment values for each bar in the grid. The table has 7 columns: Barra, Axial inicio, Cortante inicio, Momento inicio, Axial final, Cortante final, and Momento final.

Barra	Axial inicio	Cortante inicio	Momento inicio	Axial final	Cortante final	Momento final
Barra 1(1 - 2)	25.73257248	-0.47146377	-51.93655261	-24.27467241	0.47146377	-89.50557933
Barra 2(7 - 8)	54.13848125	-0.3682568	-41.2587055	-52.68048118	0.3682568	-86.22033687
Barra 3(13 - 14)	78.35357535	-0.57902548	-55.13689217	-76.89557526	0.57902548	-103.84075052
Barra 4(10 - 20)	47.13967216	1.36983605	131.79057217	-45.8816721	-1.36983605	276.10024182
Barra 5(2 - 3)	20.71915526	-0.68771415	-122.28220744	-19.3583552	0.68771415	-126.27775586

At the bottom right of the table area, there is a checkbox labeled 'Def. por Cortante' which is checked.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

A continuación se reproducen los resultados completos:

Fuerzas en toneladas y momentos en ton-cm.

Barra	Axial inio.	Cortante inio.	Momento inio.	Axial final	Cortante final	Momento final
Barra 1(1 - 2)	25.73257248	-0.47145377	-51.93055281	-24.27457241	0.47145377	-89.5055793
Barra 2(7 - 8)	54.13848125	-0.3682568	-41.2567055	-52.68049118	0.3682568	-69.2203338
Barra 3(13 - 14)	78.35357535	-0.52992548	-55.13889217	-76.89557529	0.52992548	-103.8407505
Barra 4(19 - 20)	47.13967216	1.36983805	131.79057217	-46.6818721	-1.36983805	279.1002418
Barra 5(2 - 3)	20.71915526	-0.88771415	-122.28220744	-18.3582552	0.88771415	-126.2777558
Barra 6(8 - 9)	43.28860789	-0.7611987	-101.35846668	-41.92780783	0.7611987	-111.7791094
Barra 7(14 - 15)	62.00267819	-1.0350479	-146.82815007	-61.24187813	1.0350479	-139.9852571
Barra 8(20 - 21)	37.8747964	2.68386078	389.87366521	-38.51507858	-2.68386078	361.6350474
Barra 9(3 - 4)	15.61889964	-0.93085189	-125.8524845	-14.25819958	0.93085189	-134.7860446
Barra 10(9 - 10)	32.50745679	-0.84666497	-114.45557721	-31.23685673	0.84666497	-122.6106141
Barra 11(15 - 16)	47.23002385	-0.87636228	-110.12121547	-46.88022379	0.87636228	-126.2002240
Barra 12(21 - 22)	28.55188046	2.65387914	369.53179043	-27.19108039	-2.65387914	373.5543865
Barra 13(4 - 5)	10.42898328	-0.96011113	-134.88575218	-9.06818322	0.96011113	-133.9453645
Barra 14(10 - 11)	21.9762108	-0.92770813	-126.67481196	-20.61541073	0.92770813	-133.0834642
Barra 15(16 - 17)	31.05078072	-0.73487275	-109.17885365	-30.59898005	0.73487275	-98.5857154
Barra 16(22 - 23)	19.1447857	2.62269201	378.71333678	-17.78988564	-2.62269201	355.8404252
Barra 17(5 - 6)	5.13002582	-1.32725099	-161.57934712	-3.78922558	1.32725099	-210.0509292
Barra 18(11 - 12)	11.3888560	-1.13062126	-146.92035284	-10.00805684	1.13062126	-166.8538005
Barra 19(17 - 18)	10.87007785	-1.34070791	-158.19397113	-15.50027779	1.34070791	-217.2294439
Barra 20(23 - 24)	9.65221987	3.79887018	435.83733482	-8.20141981	-3.79887018	627.9903101
Barra 21(2 - 8)	-0.41828038	3.55541715	211.78778677	0.41828038	3.46582885	-270.4209226
Barra 22(3 - 9)	-0.04313774	3.73935556	252.13024039	0.04313774	3.66404444	-237.1886162
Barra 23(4 - 10)	-0.02925924	3.8292163	269.87170885	0.02825924	3.5748737	-218.7852785
Barra 24(5 - 11)	-0.36713988	3.9381576	295.52471168	0.36713988	3.4658424	-201.0818721
Barra 25(6 - 12)	-1.32725099	3.76922558	210.05092924	-1.32725099	4.1487444	-285.6807043
Barra 26(8 - 14)	-0.80920228	5.54329046	440.99772883	0.80920228	6.01177655	-560.4824402
Barra 27(9 - 15)	-0.128604	5.66570859	463.42276265	0.128604	5.88938341	-520.4652486
Barra 28(10 - 16)	-0.1103024	5.88500223	468.07070465	0.1103024	5.86040777	-514.9258156
Barra 29(11 - 17)	-0.57005299	5.78071144	484.09548921	0.57005299	5.77435858	-482.446506
Barra 30(12 - 18)	2.46787225	5.88118284	452.21430494	-2.46787225	6.5201076	-621.7447322
Barra 31(14 - 20)	-1.31432471	8.28111754	814.13135587	1.31432471	7.80519246	-668.9742070
Barra 32(15 - 21)	0.0308182	8.12348098	776.68172252	-0.0308182	7.96381912	-731.1669370
Barra 33(18 - 22)	0.03118714	8.0403531	750.36489332	-0.03118714	8.04627469	-752.2977083
Barra 34(17 - 23)	-1.17597815	7.95454424	737.22519346	1.17597815	8.13176576	-791.2777588
Barra 35(18 - 24)	3.79887018	8.98317010	838.97417821	-3.79887018	8.20141981	-627.9903101

6.- Guardar la condición de carga muerta más carga viva:

Guardar Condición de Carga como

Guardar en: Proyecto

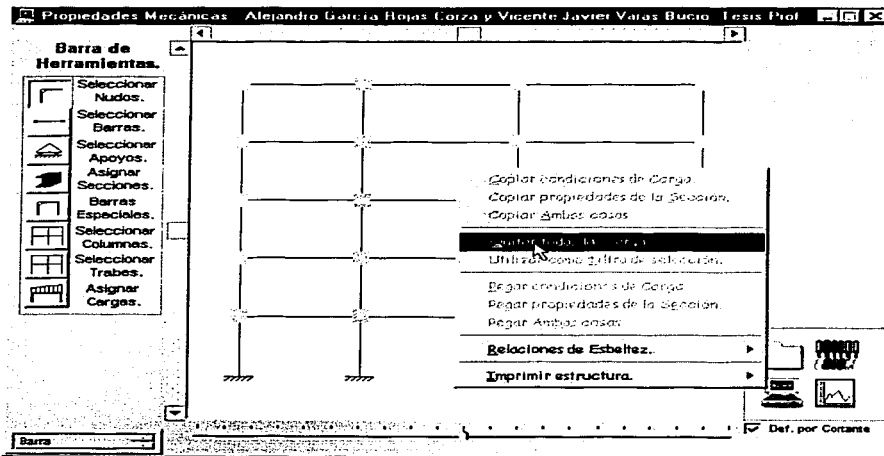
Nombre de archivo: Condición cmv

Guardar como tipo: Archivos de diagramas (*.dgn)

Guardar Cancelar

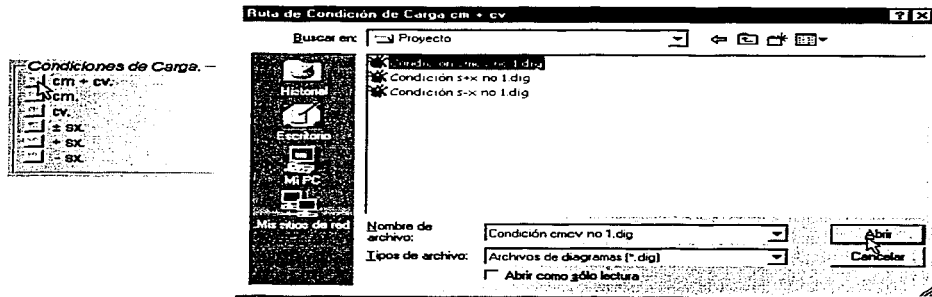
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

7.- Quitar del marco las acciones de la condición de carga muerta más carga viva:



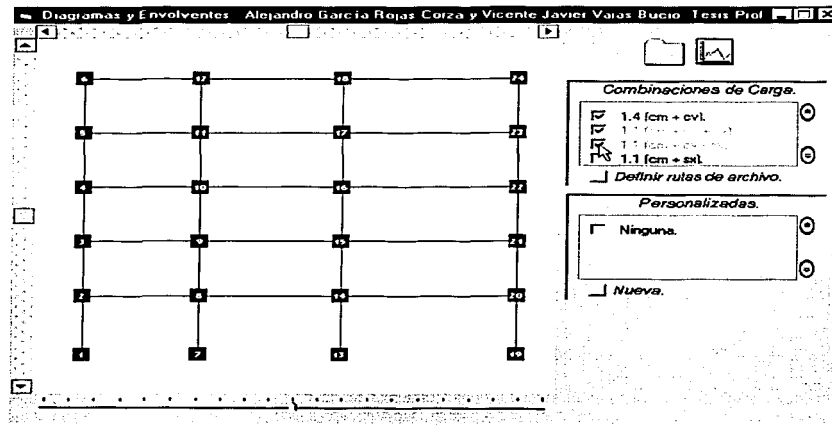
8.- Repetir los pasos del 3 al 7 hasta guardar las otras dos condiciones de carga.

9.- En el módulo de diagramas y envolventes de CARMA, proporcionar las rutas de archivo correspondientes a las diferentes condiciones de carga:

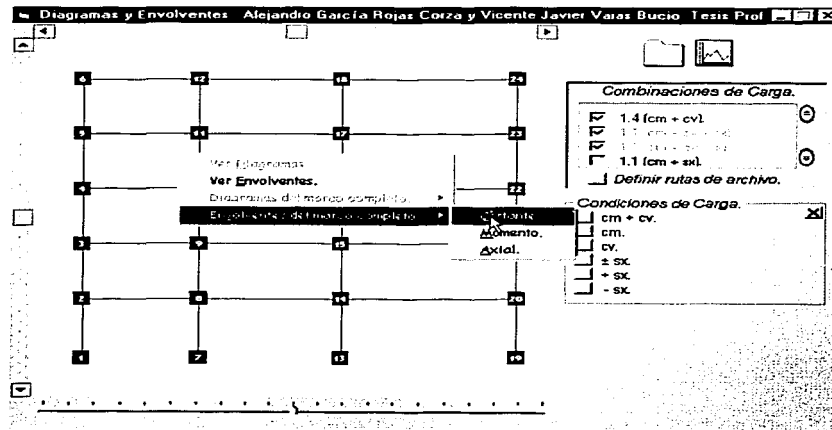


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

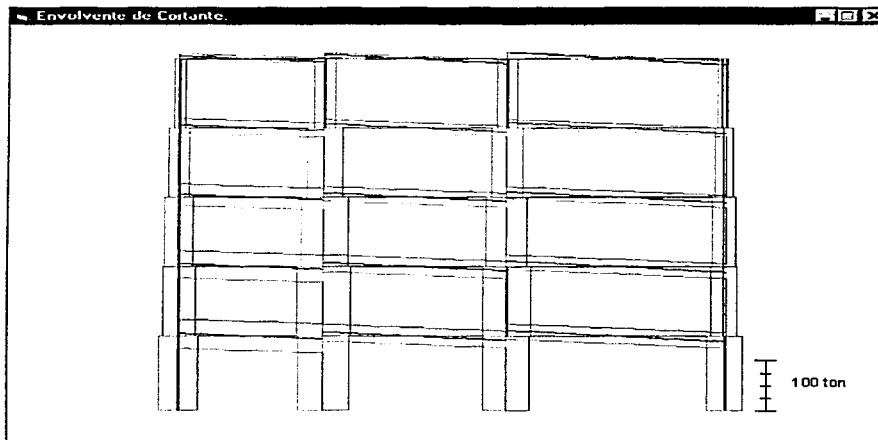
10.- Activar las casillas correspondientes a las combinaciones que se desea incluir en las envolventes:



11.- Una vez realizado el procedimiento anterior es posible consultar las envolventes del marco completo, o bien, de un elemento barra en particular:

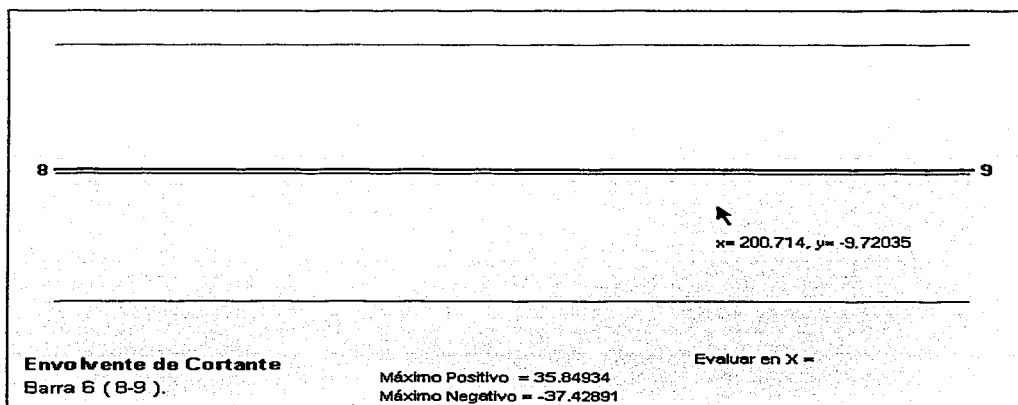


Aquí se presentan algunas de las envolventes que pueden consultarse y/o mandarse imprimir:

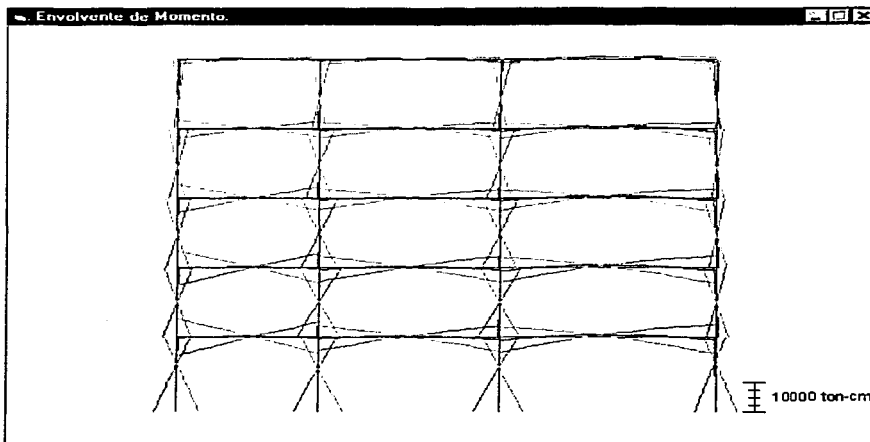


Fuerza cortante máxima: 35.85 ton, Barra 6 (8-9), $x = 0$ cm.

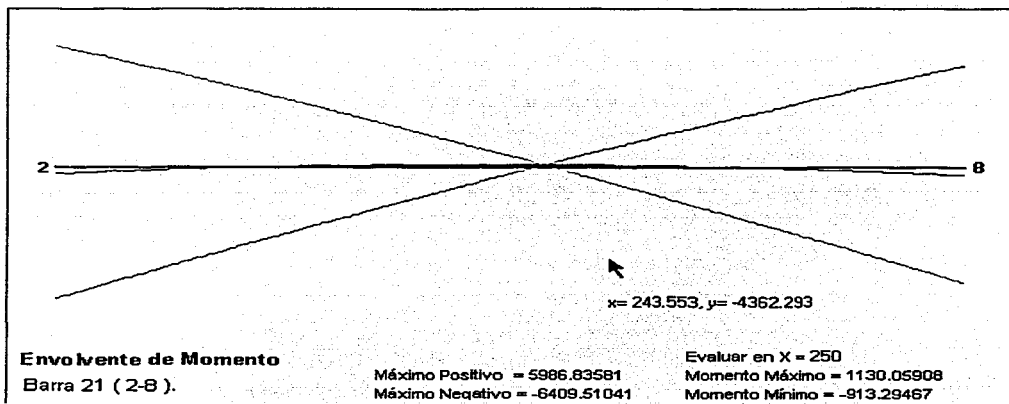
Fuerza cortante mínima: -37.43 ton, Barra 6 (8-9), $x = 0$ cm.



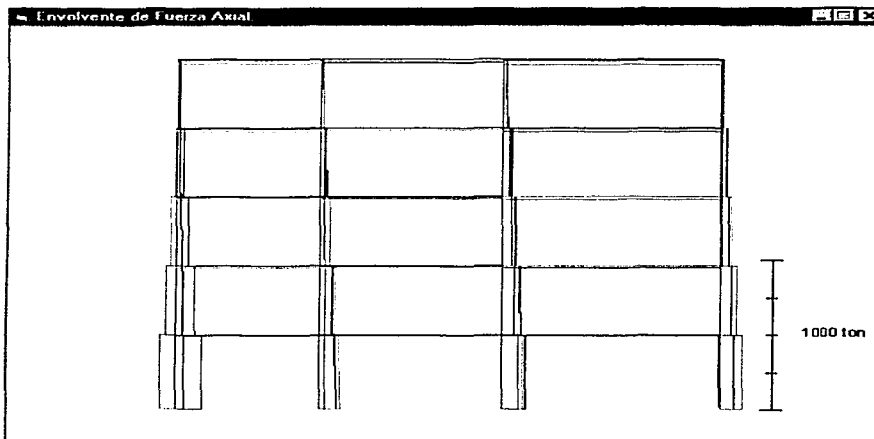
TEMA CON
FALLA DE ORIGEN



Momento máximo: 5,986.84 ton-cm, Barra 21 (2-8), $x = 0$ cm.
 Momento mínimo: -6,409.51 ton-cm, Barra 21 (2-8), $x = 0$ cm.

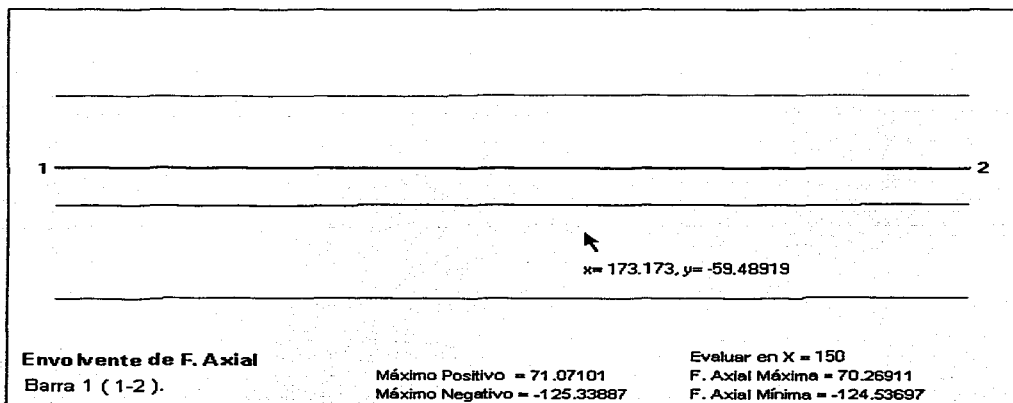


TRABAJO CON
 FALLA DE ORIGEN



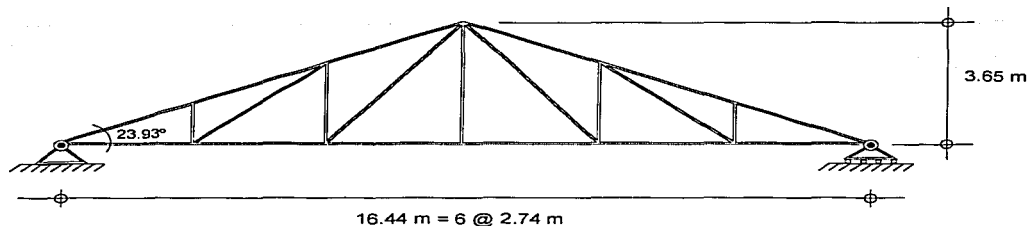
Fuerza axial máxima: 71.07 ton, Barra 1 (1-2), $x = 300$ cm.

Fuerza axial mínima: -125.34 ton, Barra 1 (1-2), $x = 0$ cm.



TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

Ejemplo 2.- Determine la tensi3n y compresi3n m3ximas para cada uno de los miembros de la armadura mostrada a continuaci3n:



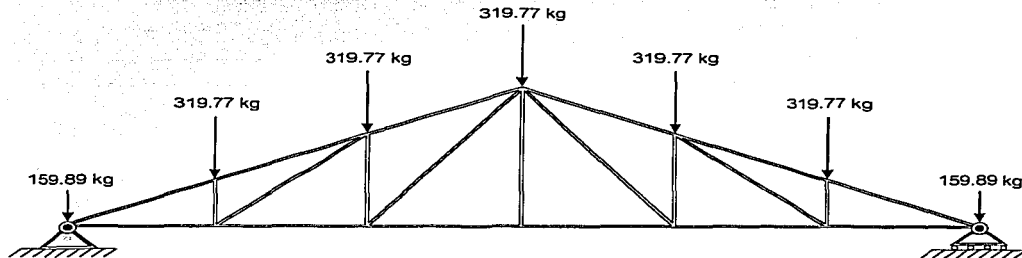
La armadura forma parte de un sistema de cubierta de una nave industrial.

Considere las siguientes combinaciones de carga:

- Cargas Permanentes.
- Cargas Permanentes + Viento Normal a las generatrices de la nave industrial.
- Cargas Permanentes + Viento Paralelo a las generatrices de la nave industrial.

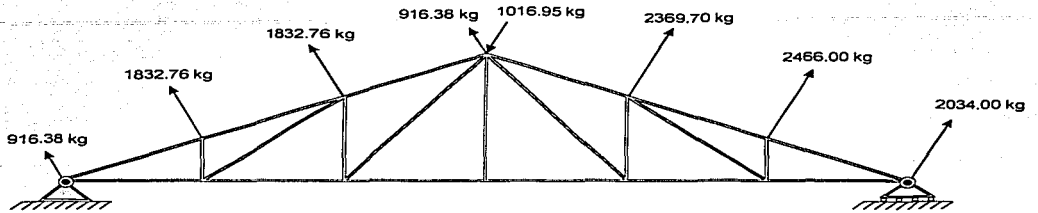
Las condiciones de carga necesarias para efectuar las combinaciones anteriores, se han determinado previamente y se ilustran en las siguientes figuras:

□ Condici3n de Cargas Permanentes(CP):

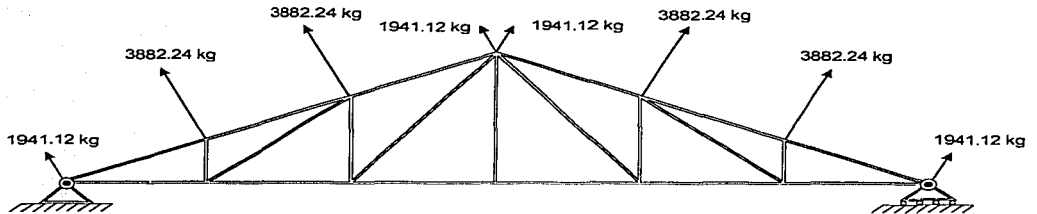


TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN

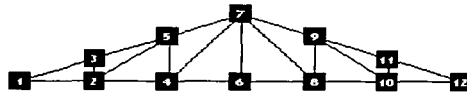
□ Condición de Viento Normal a las generatrices(VN):



□ Condición de Viento Paralelo a las generatrices(VP):

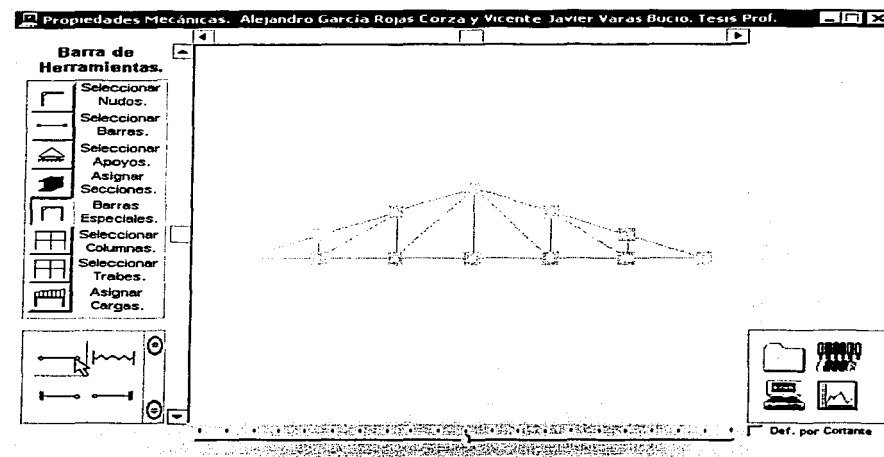


1.- Primeramente será necesario emplear el editor para definir la geometría de la armadura:



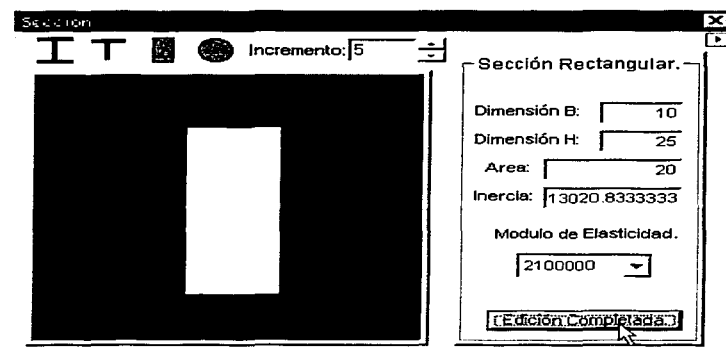
CON
FALLA DE ORIGEN

2.- Dado que se trata de una armadura y no de un marco, antes de realizar otra operación, deberemos seleccionar todas las barras y asignarles la propiedad de barra especial "Barra Armadura".



3.- Entrada de propiedades de sección. Como la armadura es isostática es posible determinar las fuerzas en las barras (no así los desplazamientos) independientemente de sus propiedades de sección, es decir, podríamos utilizar, por ejemplo, un área y módulo de elasticidad unitarios, sin embargo se utilizará un área supuesta de 20 cm^2 y un módulo de elasticidad de $2'100,000 \text{ kg/cm}^2$ con la finalidad de que los desplazamientos resultantes se aproximen más a los que se obtendrán con las secciones definitivas de la armadura.

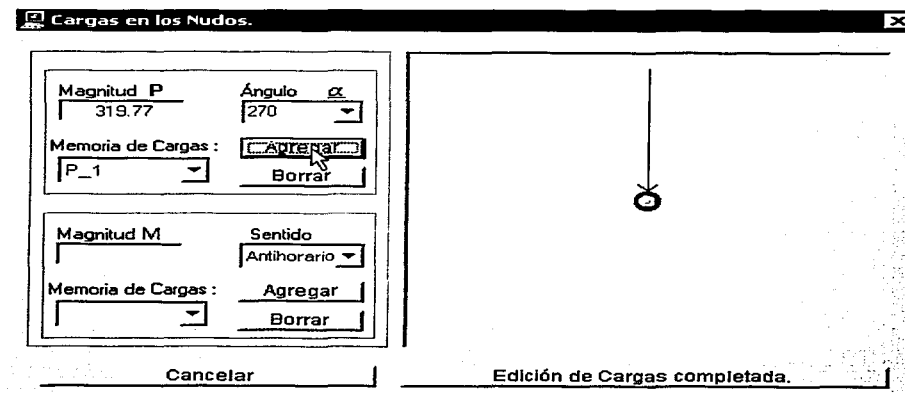
En el caso de barras armadura el valor del momento de inercia es irrelevante aún para la determinación de los desplazamientos nodales, y su valor exacto únicamente será requerido cuando se pretenda determinar los desplazamientos intermedios ocasionados por cargas ubicadas entre los nodos de este tipo de barras.



4.- A continuación deberán ingresarse las condiciones de apoyo:



5.- Entrada de la condición de Cargas Permanentes:



TECNOLOGIA
FALLA DE ORIGEN

6.- Analizar la armadura:

Propiedades Mecánicas. Alejandro García Rojas Corza y Vicente Javier Varas Bucio. Tesis Prof.

Barra de Herramientas.

- Seleccionar Nudos.
- Seleccionar Barras.
- Seleccionar Apoyos.
- Asignar Secciones.
- Barras Especiales.
- Seleccionar Columnas.
- Seleccionar Trabes.
- Asignar Cargas.

Barra	Axial Inic.	Cortante Inic.	Momento Inic.	Axial final	Cortante final	Momento final
Barra 1(1 - 3)	1000.85240088	0.	0.	-1000.85240088	0.	0.
Barra 2(3 - 5)	1000.84073434	0.	0.	-1000.84073434	0.	0.
Barra 3(5 - 7)	1575.88830602	0.	0.	-1575.88830602	0.	0.
Barra 4(7 - 9)	1575.88830602	0.	0.	-1575.88830602	0.	0.
Barra 5(9 - 11)	1000.84073434	0.	0.	-1000.84073434	0.	0.

Def. por Cortante

7.- Guardar la condición de carga:

Guardar Condición de Carga como...

Guardar en: Armadura

Nombre de archivo: Condición CP

Guardar como tipo: Archivos de diagramas (*.dig)

Guardar

Cancelar

IMPRESION
FALLA DE ORIGEN

- 8.- Quitar de la armadura la condición de cargas permanentes (opción Quitar todas las cargas del menú contextual):
- 9.- Realizar nuevamente los pasos del 5 al 8 hasta guardar todas las condiciones de carga.
- 10.- Definir las rutas, factores y el nombre de cada combinación de carga en el módulo de diagramas y envoltentes de CARMA:

Condiciones de Carga.	Factores de Carga.
Condición 1.	1
Condición 2.	1

Agregar Combinación.

Nombre de la Combinación :

CP+VN

Aceptar

Cancelar

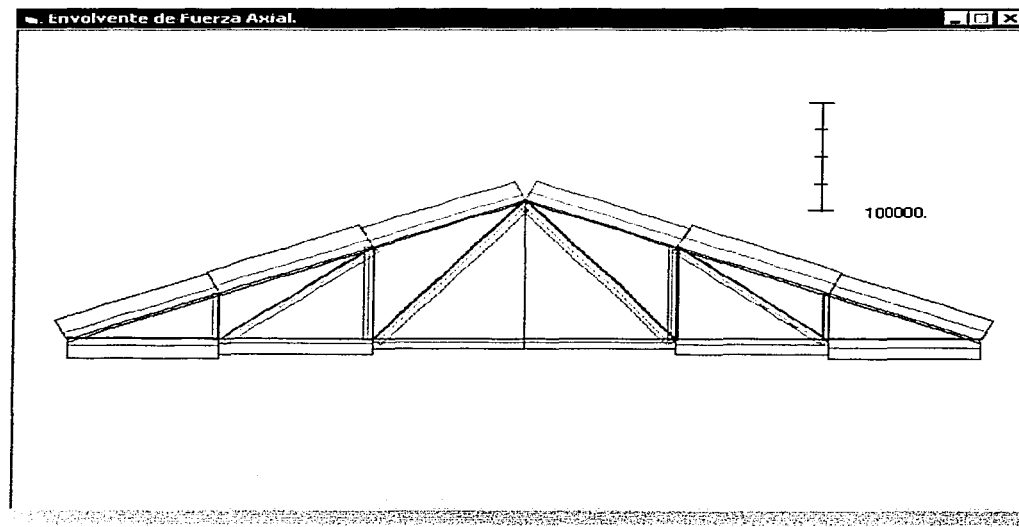
- 11.- Seleccionar las combinaciones que incluiremos en las envoltentes:

Personalizadas.

- CP
- CP+VN
- CP+VP

Nueva

12.-Finalmente, para obtener los valores de tensión(+) y compresión(-) máximos para cada barra, podemos consultar la envolvente de fuerza axial de la armadura y la tabla de valores correspondiente, ambos se reproducen a continuación:



Valores de F. Axial.

Unidades de longitud : cm
Unidades de Fuerza : kg

Barra 1 (1-3).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	19887.94	-1969.860
299.8	19887.94	-1969.860

Barra 2 (3-5).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	21610.90	-1969.860
299.8	21610.90	-1969.860

Barra 3 (5-7).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	18494.90	-1575.900
299.8	18494.90	-1575.900

Barra 4 (7-9).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	18494.90	-1575.900
299.8	18494.90	-1575.900

TEMA CON
FALLA DE ORIGEN

Barra 5 (9-11).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	21610.90	-1969.860
299.8	21610.90	-1969.860

Barra 6 (11-12).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	19887.94	-1969.860
299.8	19887.94	-1969.860

Barra 7 (1-2).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	1800.353	-17389.20
274.	1800.353	-17389.20

Barra 8 (2-4).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	1440.288	-12966.60
274.	1440.288	-12966.60

Barra 9 (4-6).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	1080.215	-8543.880
274.	1080.215	-8543.880

Barra 10 (6-8).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	1080.215	-8543.880
274.	1080.215	-8543.880

Barra 11 (8-10).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	1440.288	-12966.60
274.	1440.288	-12966.60

Barra 12 (10-12).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	1800.353	-17389.20
274.	1800.353	-17389.20

Barra 13 (2-5).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	481.5560	-5914.860
366.45	481.5560	-5914.860

Barra 14 (4-7).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	599.7721	-7366.870
456.4	599.7721	-7366.870

Barra 15 (7-8).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	599.7721	-7366.870
456.4	599.7721	-7366.870

Barra 16 (9-10).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	481.5560	-5914.860
366.45	481.5560	-5914.860

Barra 17 (2-3).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	3927.615	-319.7650
121.67	3927.615	-319.7650

Barra 18 (4-5).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	5891.559	-479.6600
243.33	5891.559	-479.6600

Barra 19 (6-7).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	0.000000	0.000000
365.	0.000000	0.000000

Barra 20 (8-9).
Incrementos de 500 cm.

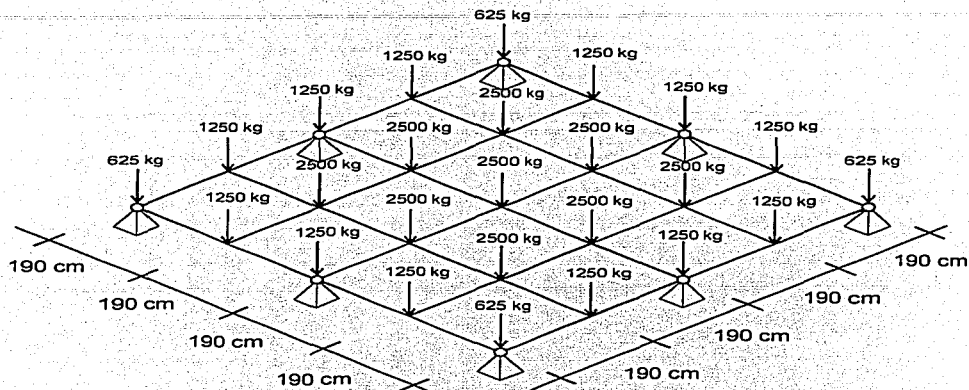
x	Máximo	Mínimo
0.	5891.559	-479.6600
243.33	5891.559	-479.6600

Barra 21 (10-11).
Incrementos de 500 cm.

x	Máximo	Mínimo
0.	3927.615	-319.7650
121.67	3927.615	-319.7650

IMPRESION
FALLA DE ORIGEN

Ejemplo 3.- Analizar la retícula de la siguiente figura.



- Todos los miembros de la retícula son IR 406 mm x 99.8 kg/m.
- Considerar un valor de $2'039,000 \text{ kg/cm}^2$ para el módulo de elasticidad del acero.
- Incluir las deflexiones por cortante.

1.- Al igual que en el módulo de marcos y armaduras, primeramente será necesario generar la geometría de la retícula a través del editor:

Forma

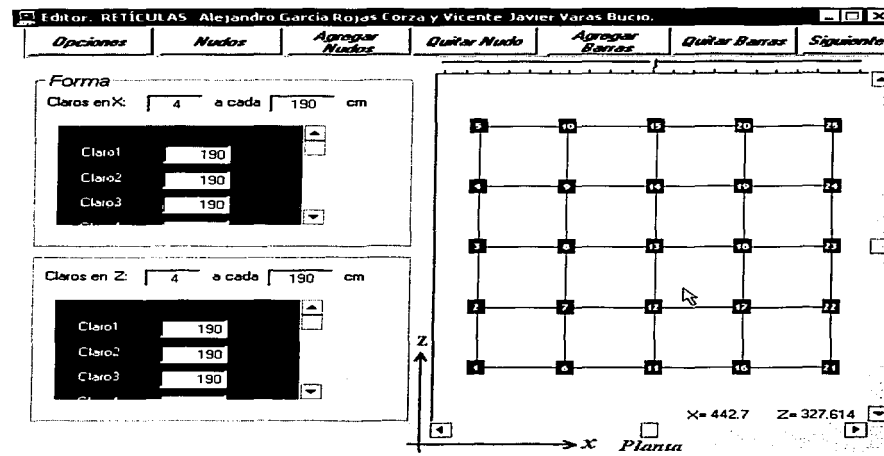
Claros en X: a cada cm

Claro1	<input type="text" value="190"/>
Claro2	<input type="text" value="190"/>
Claro3	<input type="text" value="190"/>

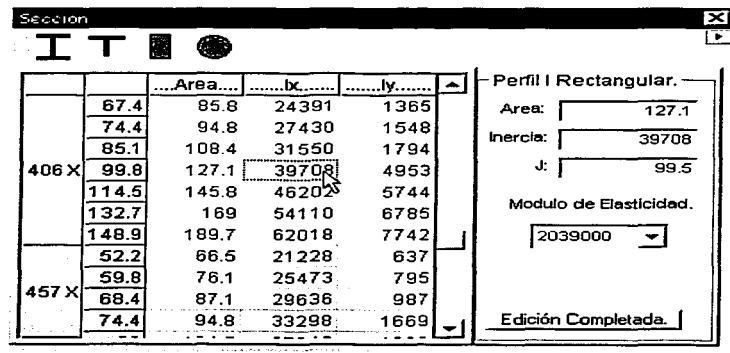
Claros en Z: a cada cm

Claro1	<input type="text" value="190"/>
Claro2	<input type="text" value="190"/>
Claro3	<input type="text" value="190"/>

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

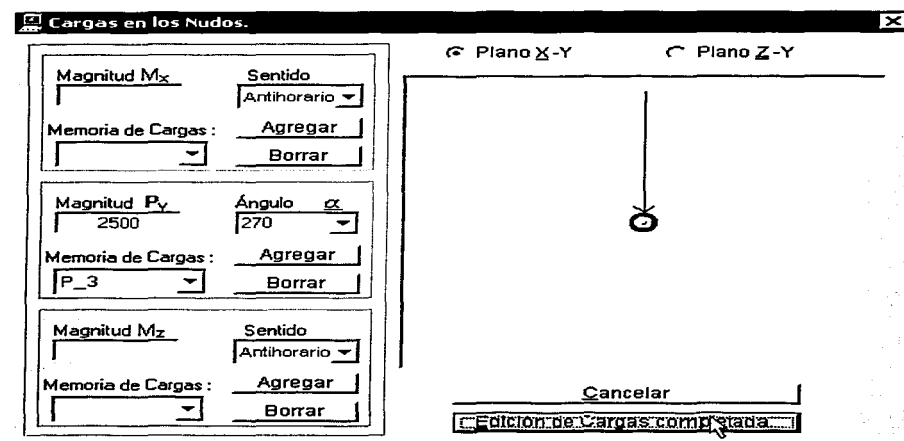


2.- Proporcionar las propiedades de sección de las barras (modificando también el factor de forma, que en este caso es igual a 3.33):

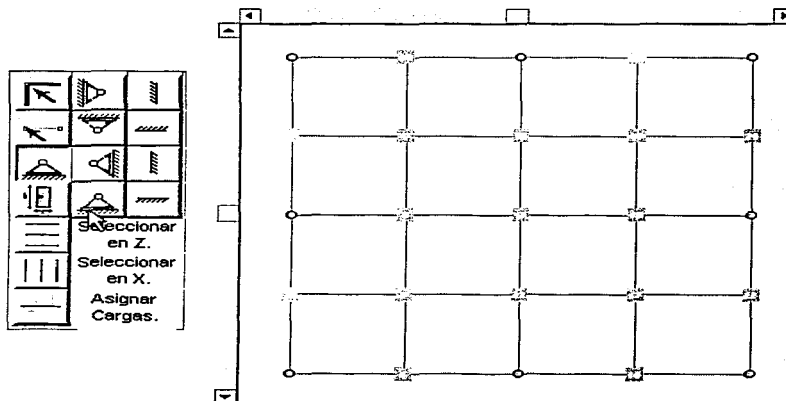


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.- Entrada de la condición de carga:



4.- Ingresar las condiciones de apoyo de los nudos soportados:

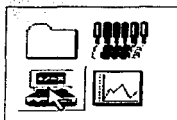


TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

5.- Incluir las deflexiones por cortante:



6.- Efectuar el análisis de la retícula:



Propiedades Mecánicas, RETÍCULAS Alejandro García Rojas Corza y Vicente Javier Varas Bucio.

Barra de Herramientas:

- Seleccionar Nudos.
- Seleccionar Barras.
- Seleccionar Apoyos.
- Asignar Secciones.
- Seleccionar en Z.
- Seleccionar en X.
- Asignar Cargas.

Barra 24 (4 - 9)
 Long. : 190
 Área : 0
 E. : 0
 I. : 0
 Ángulo : 0°

Barra	Torsión inio.	Cortante inio.	Momento inio.	Torsión final	Cortante final	Momento final
Barra 1(1 - 2)	-413.10085784	917.04074725	-413.10085784	413.10085784	-917.04074725	174051.00183005
Barra 2(6 - 7)	-348.10124284	1004.81048270	156.74814080	348.10124284	-1004.81048270	304759.95356237
Barra 3(11 - 12)	0	2415.36103443	-512.72342100	0	-2415.36103443	-658405.87311958
Barra 4(10 - 17)	348.10124284	1004.81048270	156.74814080	-348.10124284	-1004.81048270	304759.95356237
Barra 5(21 - 22)	-413.10085784	917.04074725	-413.10085784	-413.10085784	-917.04074725	174051.00183005
Barra 6(2 - 3)	-250.30171098	-1037.77273553	-175000.18307880	250.30171098	1037.77273553	-193170.63667213

Planta

Def. por Cortante

TRANSICION
 FALLA DE ORIGEN

A continuación se tabulan los resultados completos:

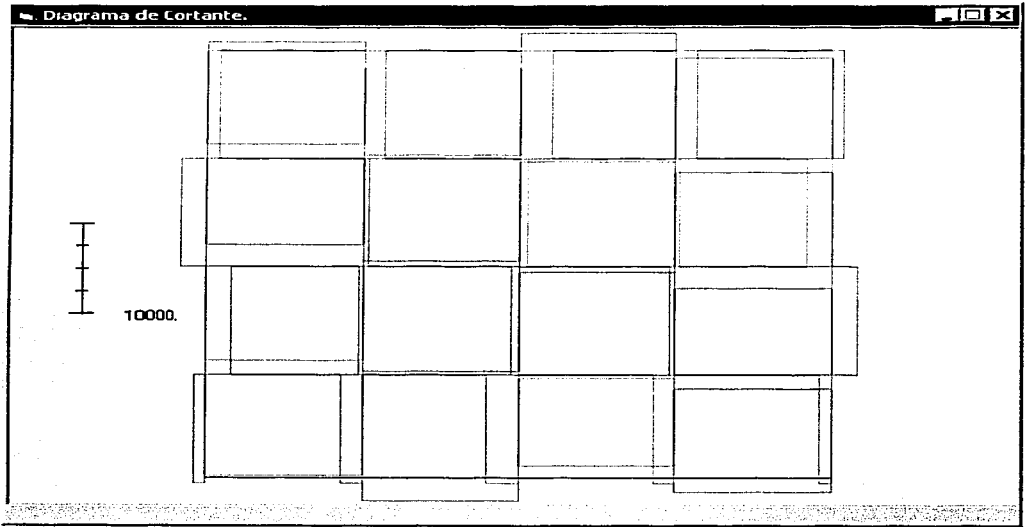
Fuerzas en kilogramos y momentos en kg-cm.

Berra	Torsión Inicial	Cortante Inicial	Momento Inicial	Torsión final	Cortante final	Momento final
Berra 1(1 - 2)	-413.1098578	917.0467473	-413.1098578	413.1098578	-917.0467473	174651.9918
Berra 2(6 - 7)	-348.1912428	1604.819483	156.7481469	348.1912428	-1604.819483	304758.9536
Berra 3(11 - 12)	0	2415.361034	512.723422	0	-2415.361034	458405.8731
Berra 4(16 - 17)	348.1912428	1604.819483	156.7481469	-348.1912428	1604.819483	304758.9536
Berra 5(21 - 22)	413.1098578	917.0467473	-413.1098578	-413.1098578	-917.0467473	174651.9918
Berra 6(2 - 3)	-256.361711	-1937.727236	-175000.1831	256.361711	1937.727236	-193176.6367
Berra 7(7 - 8)	-179.5386579	354.8194828	-304590.301	179.5386579	-354.8194828	372006.0027
Berra 8(12 - 13)	0	625	-458046.7958	0	-625	576796.7958
Berra 9(17 - 18)	179.5386579	354.8194828	-304590.301	-179.5386579	354.8194828	372006.0027
Berra 10(22 - 23)	256.361711	-1937.727236	-175000.1831	-256.361711	1937.727236	-193176.6367
Berra 11(3 - 4)	256.361711	1937.727236	193176.6367	-256.361711	-1937.727236	175000.1831
Berra 12(8 - 9)	179.5386579	-354.8194828	-372006.0027	-179.5386579	354.8194828	304590.301
Berra 13(13 - 14)	0	-625	-576796.7958	0	625	458046.7958
Berra 14(18 - 19)	-179.5386579	-354.8194828	-372006.0027	179.5386579	354.8194828	304590.301
Berra 15(23 - 24)	-256.361711	1937.727236	193176.6367	256.361711	-1937.727236	175000.1831
Berra 16(4 - 5)	413.1098578	-917.0467473	-174651.9918	-413.1098578	917.0467473	413.1098578
Berra 17(9 - 10)	348.1912428	-1604.819483	-304758.9536	-348.1912428	1604.819483	-156.7481469
Berra 18(14 - 15)	0	-2415.361034	-458405.8731	0	2415.361034	-512.723422
Berra 19(19 - 20)	-348.1912428	-1604.819483	-304758.9536	348.1912428	1604.819483	-156.7481469
Berra 20(24 - 25)	-413.1098578	917.0467473	-174651.9918	413.1098578	-917.0467473	413.1098578
Berra 21(1 - 6)	413.1098578	917.0467473	-413.1098578	-413.1098578	-917.0467473	174651.9918
Berra 22(2 - 7)	348.1912428	1604.819483	156.7481469	-348.1912428	-1604.819483	304758.9536
Berra 23(3 - 8)	0	2415.361034	512.723422	0	-2415.361034	458405.8731
Berra 24(4 - 9)	-348.1912428	1604.819483	156.7481469	348.1912428	-1604.819483	304758.9536
Berra 25(5 - 10)	-413.1098578	917.0467473	-413.1098578	413.1098578	-917.0467473	174651.9918
Berra 26(6 - 11)	256.361711	-1937.727236	-175000.1831	-256.361711	1937.727236	-193176.6367
Berra 27(7 - 12)	179.5386579	354.8194828	-304590.301	-179.5386579	-354.8194828	372006.0027
Berra 28(8 - 13)	0	625	-458046.7958	0	-625	576796.7958
Berra 29(9 - 14)	-179.5386579	354.8194828	-304590.301	179.5386579	-354.8194828	372006.0027
Berra 30(10 - 15)	-256.361711	-1937.727236	-175000.1831	256.361711	1937.727236	-193176.6367
Berra 31(11 - 16)	256.361711	1937.727236	193176.6367	-256.361711	-1937.727236	175000.1831
Berra 32(12 - 17)	-179.5386579	-354.8194828	-372006.0027	179.5386579	354.8194828	304590.301
Berra 33(13 - 18)	0	-625	-576796.7958	0	625	458046.7958
Berra 34(14 - 19)	179.5386579	-354.8194828	-372006.0027	-179.5386579	354.8194828	304590.301
Berra 35(15 - 20)	256.361711	1937.727236	193176.6367	-256.361711	-1937.727236	175000.1831
Berra 36(16 - 21)	-413.1098578	-917.0467473	-174651.9918	413.1098578	917.0467473	413.1098578
Berra 37(17 - 22)	-348.1912428	-1604.819483	-304758.9536	348.1912428	1604.819483	-156.7481469
Berra 38(18 - 23)	0	-2415.361034	-458405.8731	0	2415.361034	-512.723422
Berra 39(19 - 24)	348.1912428	1604.819483	-304758.9536	-348.1912428	1604.819483	-156.7481469
Berra 40(20 - 25)	413.1098578	-917.0467473	-174651.9918	-413.1098578	917.0467473	413.1098578

7.- Además de haber realizado el análisis de la retícula, al igual que en el caso de marcos y armaduras, es posible acceder al módulo de diagramas y envolventes.

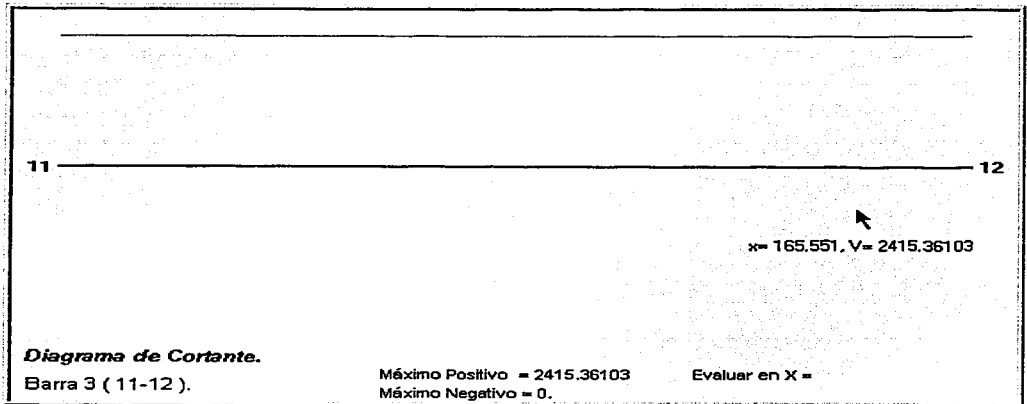
Para el caso de la retícula que ha sido analizada, algunos de los diagramas que pueden consultarse y/o mandarse imprimir se presentan a continuación.

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

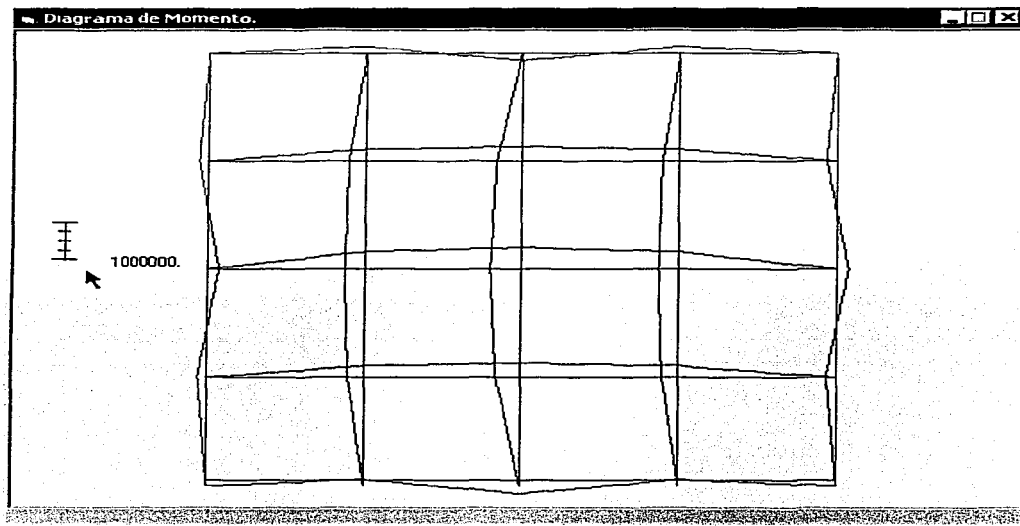


Fuerza cortante máxima: 2415.36 kg, Barra 3 (11-12), $x = 0$ cm.

Fuerza cortante mínima: -2415.36 kg, Barra 18 (14-15), $x = 0$ cm.

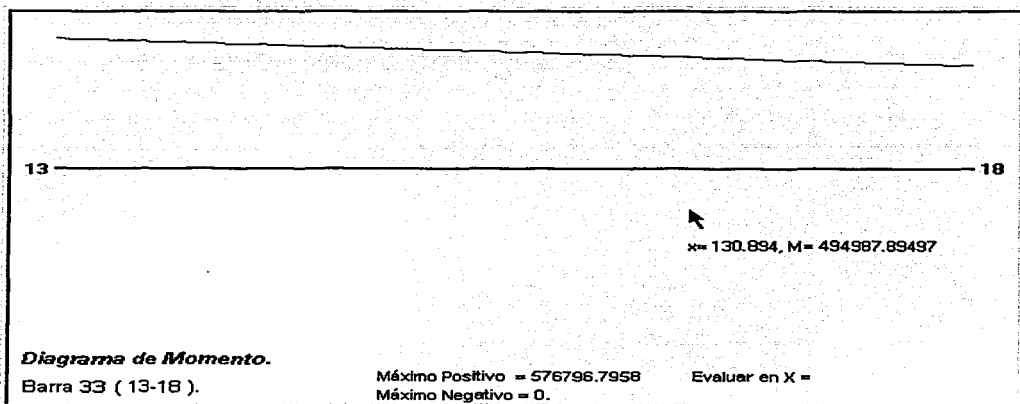


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

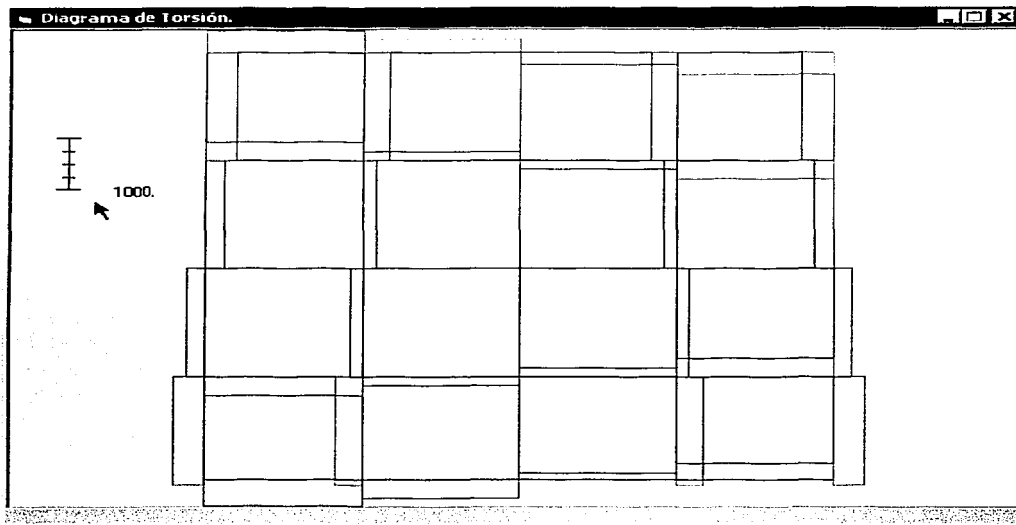


Momento máximo: 576,796.80 kg-cm, Barra 33 (13-18), $x = 0$ cm.

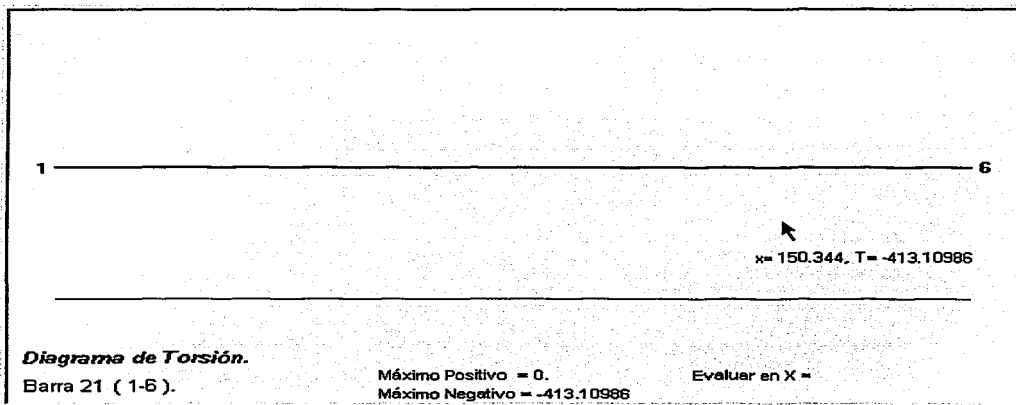
Momento mínimo: -193,176.64 kg-cm, Barra 10 (22-23), $x = 190$ cm.



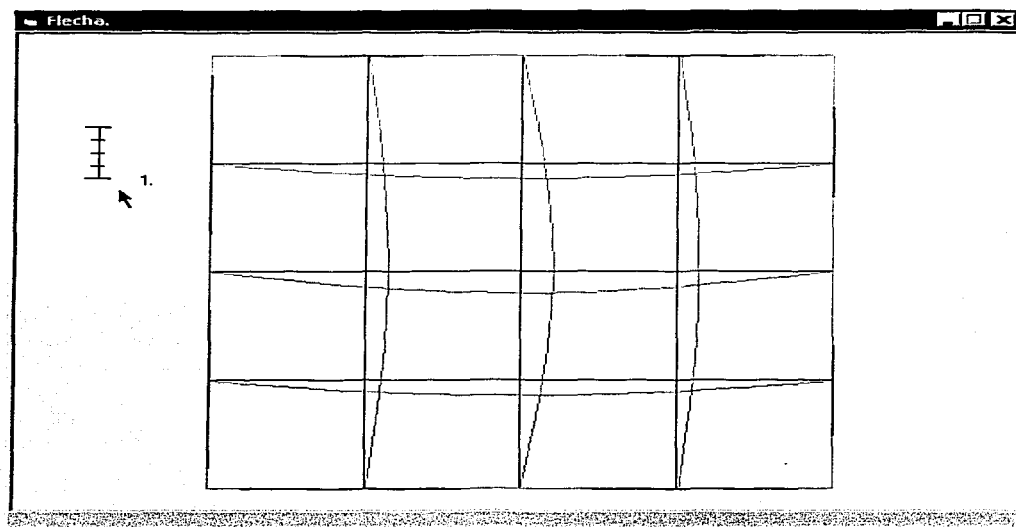
TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN



Torsión máxima: 413.11 kg-cm, Barra 1 (1-2), $x = 0$ cm.
 Torsión mínima: -413.11 kg-cm, Barra 21 (1-6), $x = 0$ cm.

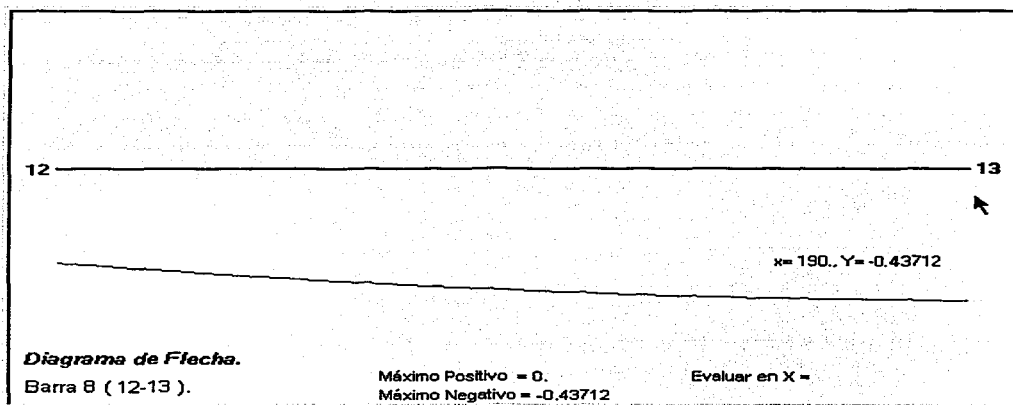


TIPO DE FALLA
 FALLA DE ORIGEN

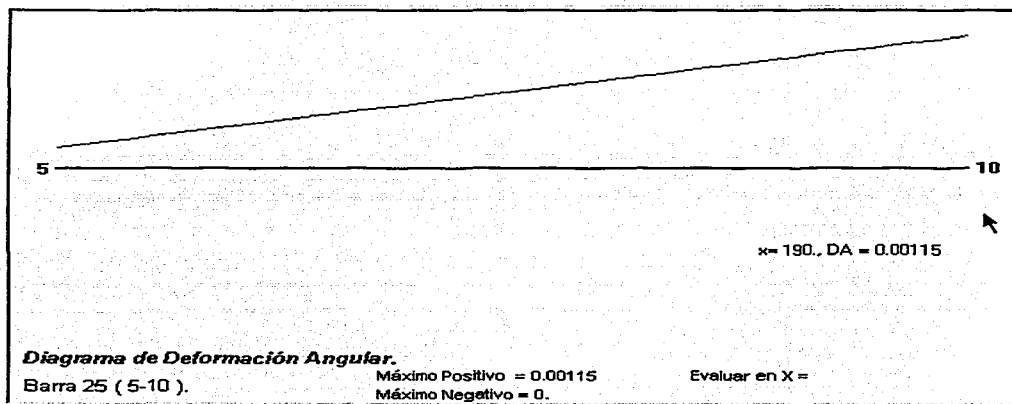
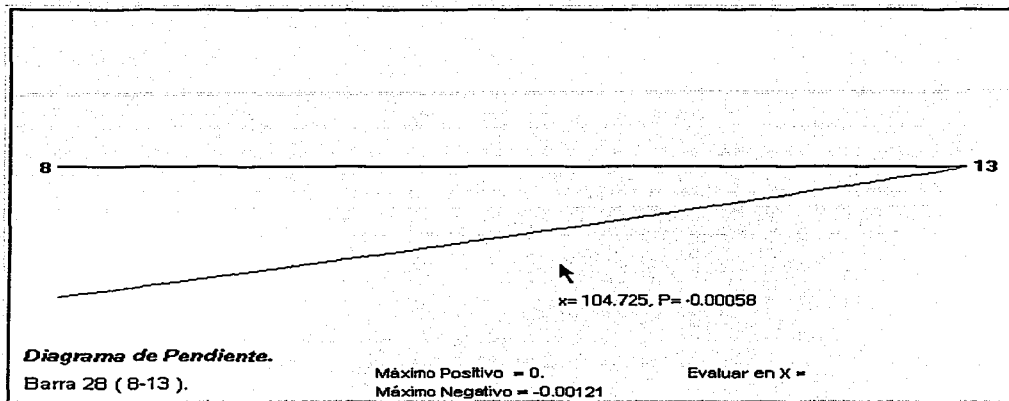


Flecha máxima: 0 cm, Barra 38 (18-23), $x = 190$ cm.

Flecha mínima: -0.44 cm, Barra 8 (12-13), $x = 190$ cm.



FALLA DE ORIGEN



CONCLUSIONES

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo se ha pretendido sustentar el desempeño del programa CARMA, presentando la base teórica sobre la cual se fundan los algoritmos empleados en su desarrollo, así como exponer el nivel de accesibilidad que ofrece al ingeniero estructurista. Sin embargo, para medir los alcances de cualquier programa de análisis estructural, es necesario comprobar la validez de los resultados arrojados. Para este efecto, los ejemplos resueltos con CARMA en el capítulo anterior fueron analizados con el prestigiado programa STAAD/Pro versión 3.1, obteniéndose las siguientes conclusiones:

> Ejemplo 1.

Para las mismas combinaciones de carga los resultados se tabulan a continuación:

Aplicación	Fuerza Cortante Máxima (ton)	Fuerza Cortante Mínima (ton)	Momento Máximo (ton-m)	Momento Mínimo (ton-m)	Fuerza Axial Máxima (ton)	Fuerza Axial Mínima (ton)
STAAD/Pro	35.91	-37.49	59.99	-64.22	71.22	-125.51
CARMA	35.85	-37.43	59.87	-64.10	71.07	-125.34

Máximo error encontrado: 0.21%.

> Ejemplo 2.

Tomando como muestra representativa a las barras 1, 8 y 14, para las mismas combinaciones de carga:

Aplicación	Barra 1		Barra 8		Barra 14	
	Fuerza Axial Máxima (ton)	Fuerza Axial Mínima (ton)	Fuerza Axial Máxima (ton)	Fuerza Axial Mínima (ton)	Fuerza Axial Máxima (ton)	Fuerza Axial Mínima (ton)
STAAD/Pro	19.89	-1.97	1.44	-12.97	0.60	-7.37
CARMA	19.89	-1.97	1.44	-12.97	0.60	-7.37

En este ejemplo la concordancia es absoluta.

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

> Ejemplo 3.

Para los valores máximos del análisis:

Aplicación	Fuerza Cortante Máxima (ton)	Fuerza Cortante Mínima (ton)	Flexión Máxima (ton-cm)	Flexión Mínima (ton-cm)	Torsión Máxima (kg-cm)	Torsión Mínima (kg-cm)
STAAD/Pro	2.41	-2.41	576.14	-194.02	417.94	-417.94
CARMA	2.42	-2.42	576.80	-193.18	413.11	-413.11

Máximo error encontrado: 1.16%.

Aunque el error encontrado es mayor que en los ejemplos anteriores, éste sigue siendo pequeño, más aún si tomamos en cuenta que la retícula está compuesta de perfiles de acero y es posible que existan pequeñas variaciones entre las bases de datos del IMCA (utilizada por CARMA) y la que emplea STAAD/Pro. Vale la pena mencionar que, sin embargo, la concordancia entre los valores de flecha máxima, pendiente y deformación angular arrojados por ambos programas es casi perfecta.

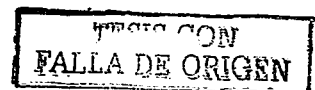
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

BIBLIOGRAFÍA

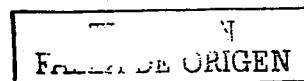
TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

BIBLIOGRAFÍA

- Bazán, Enrique y Meli, Roberto
Diseño Sísmico de Edificios
México D.F., 1998
Limusa, Primera edición
- Ceballos, Francisco Javier
Curso de Programación de Visual Basic 6
México D.F., 2000
Alfaomega, Primera edición
- Chandrupatla, T. R. y Belegundu, A. D.
Introducción al Estudio del Elemento Finito en Ingeniería
México D.F., 1999
Prentice Hall, Segunda edición
- Fitzgerald, Robert W.
Mecánica de Materiales
México D.F., 1997
Alfaomega, Segunda edición
- González Pérez, Alfonso
Programación de Base de Datos con Visual Basic
México D.F., 1997
Computec, Primera edición
- Hsieh, Yuan-Yu
Teoría Elemental de Estructuras
España, 1973
Prentice Hall Internacional, Primera edición



- Instituto Mexicano de la Construcción en Acero
Manual de Construcción en Acero - Volumen 1
México D.F., 1997
Limusa, Tercera edición
- Kardestuncer, Hayrettin
Introducción al Análisis Estructural con Matrices
Colombia, 1975
Mc Graw-Hill, Primera edición
- Marcus, Marvin y Minc, Henryk
Elementos de Álgebra Lineal
México D.F., 1973
Limusa-Wiley, Primera edición
- Marshall, W. T. y Nelson, H. M.
Estructuras
México D.F., 1995
Alfaomega, Primera edición en español.
- Merriman, Mansfield
Mechanics of Materials
New York, E.U.A., 1916
John Wiley & Sons Inc., Decimoprimer edición
- Merrit, Frederick S., Loftin, M. Kent y Ricketts, Jonathan T.
Manual del Ingeniero Civil - Tomo 1
México D.F., 1999
Mc Graw-Hill, Tercera edición
- Neville, A. M.
Tecnología del Concreto - Tomo 2
México D.F., 1980
Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, Primera edición



- Nieves, Antonio y Domínguez, Federico C.
Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería
México D.F., 1999
C.E.C.S.A., Primera edición
- *Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto*
Gaceta Oficial del D.F. 25 de Marzo de 1996
- Park, R. y Paulay, T.
Estructuras de Concreto Reforzado
México D.F., 1997
Limusa, Primera edición
- *Propuesta de Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto*
México D.F., 2001
- Rojas Rojas, Rafael
Curso de Actualización "Método de las Rigideces" (Apuntes)
Morelia, Michoacán, México, 1992
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
- Shanley, F. R.
Mecánica de Materiales
Colombia, 1971
Mc Graw-Hill, Primera edición
- Timoshenko, S. y Young, D.H.
Elementos de Resistencia de Materiales
México D.F., 2001
Limusa, Segunda edición

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

- West, H. H.

Análisis de Estructuras

México D.F., 1984

C.E.C.S.A., Primera edición

RECIBIDO CON
FALLA DE ORIGEN

Direcciones Electrónicas:

- Department of Mechanical Engineering At the University of Washington
Mechanics of Materials Laboratory Notes
<http://swhite.me.washington.edu/~jenkinsm/me354/>
Seattle, Washington, E.U.A.
- Oasys - The Software House of Arup
GSA 7.6 Manual
http://www.oasys-software.com/product/downloads/struct/gsa/gsa7.6/manual/B_TechnicalNotes.pdf
Londres, Inglaterra
- Université Libre de Bruxelles
Faculté des Sciences Appliquées
Service des Milieux Continus
<http://www.ulb.ac.be/smc/cours/isab/9-torsion.PDF>
Bruselas, Bélgica
- Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ingeniería
<http://www.ing.unlp.edu.ar/estruc3b/apuntes.htm>
Buenos Aires, Argentina
- Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural A.C.
Propuesta de Normas Técnicas Complementarias
<http://www.smie.org.mx/articulos.htm>
México D.F., México

