



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

00321

87

V

FACULTAD DE CIENCIAS

DINÁMICA DEL ÍNDICE CAC 40  
EN HORIZONTES CORTOS DE TIEMPO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

OBED FERNANDO RUBI LEÓN

DIRECTOR: RICARDO MANSILLA CORONA



MÉXICO D.F.

DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES



2003

FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION ESCOLAR

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# **PAGINACION DISCONTINUA**



INSTITUTO NACIONAL  
DE ESTADÍSTICA  
VALDIVIA

VII

**DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA**  
**Jefa de la División de Estudios Profesionales de la**  
**Facultad de Ciencias**  
**Presente**

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Dinámica del índice CAC 40 en horizontes cortos de tiempo"

realizado por Obed Fernando Rubí León

con número de cuenta 9321671-9, quien cubrió los créditos de la carrera de:

Actuaría.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis	Dr. Ricardo Mansilla Corona.	<i>R. Mansilla</i>
Propietario	Dr. Pedro Miramontes Vidal.	<i>P. Miramontes</i>
Propietario	Dr. Christopher Rhodes Stephens Stevens.	<i>C. Stephens</i>
Suplente	Dr. Germinal Cocho Gil.	<i>G. Cocho</i>
Suplente	M. en C. José Antonio Flores Díaz	<i>J. Flores</i>

Consejo Departamental de Matemáticas



*J. Flores*  
M. en C. José Antonio Flores Díaz  
Coordinador de la Carrera de Actuaría.  
FACULTAD DE CIENCIAS  
CONSEJO DEPARTAMENTAL  
DE MATEMÁTICAS

Quiero agradecer a toda mi familia por el apoyo, cariño y comprensión que siempre me han brindado; a mis amigas y amigos, a los que me apoyaron y creyeron en mí en todo momento; a tí por tú paciencia ;a Ricardo, Pablo y Clara por la confianza, paciencia y aliento que me han dado y sobre todo por su exigencia para poder concretar este proyecto.

*You may say I'm a dreamer  
But I'm not the only one ...*  
- John Lennon -

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional

NOMBRE: Rubén Iván Obed

Fernando

FECHA: 7/4/2005

FIRMA: [Firma manuscrita]

*Con cariño, amor y agradecimiento a mi Familia (Mamá, Ruth y Padre).*

**Gracias al español que me mostró  
que es tan versátil como el inglés,  
tan elegante como el francés,  
tan alegre como el italiano,  
y tan riguroso como el alemán**

# Índice General

Introducción	xiv
<b>1 Antecedentes</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación	1
1.2 Modelos de Terremotos	7
1.2.1 La Escala de Gutenberg-Richter	9
1.3 Fenómenos Críticamente Auto Organizados	11
1.4 Modelo de la Escala de Caídas del Mercado	14
1.5 Modelo Johansen-Sornette	16
1.6 Matemáticas y Física: Escala de Caídas del Mercado	17
1.7 Matemáticas y Física: Modelo Johansen-Sornette	18
<b>2 Escala de Caídas del Mercado</b>	<b>19</b>
2.1 Centros Bursátiles	19
2.1.1 Introducción	19
2.1.2 Función y clasificación de los mercados financieros	21
2.2 Mercados Emergentes	24
2.2.1 Antecedentes	24
2.2.2 Localización de los mercados emergentes	25
2.3 Teoría del Mercado Eficiente	27
2.3.1 El mercado es eficiente	27
2.3.2 El mercado no es eficiente	28
2.3.3 Pruebas empíricas	29
2.4 Series de Tiempo de Alta Frecuencia	30
2.5 Series de Tiempo con Distintos Horizontes	32
2.6 Escala de Caídas del Mercado	35
2.6.1 La idea principal	35
2.6.2 Notación	40

<b>ÍNDICE GENERAL</b>	xi
2.6.3 Modelación . . . . .	40
2.6.4 La distribución de la volatilidad . . . . .	41
2.7 Ley de Richter . . . . .	44
<b>3 Resultados del Modelo</b>	<b>46</b>
3.1 Un Primer estudio empírico . . . . .	46
<b>4 Conclusiones</b>	<b>55</b>
<b>A Código de la modelación</b>	<b>60</b>

# Índice de Tablas

1.1	Valores de la escala. . . . .	10
3.1	Datos originales. . . . .	47
3.2	Ajuste de la volatilidad en un escenario con turbulencia atípica. . . . .	49
3.3	Ajuste de la volatilidad en un escenario con turbulencia típica. . . . .	49

# Índice de Figuras

2.1	Serie del índice CAC 40 en Sept. del 2001 . . . . .	32
2.2	Gráfica del índice Dow Jones durante toda su historia . . . . .	35
2.3	Ley de potencias . . . . .	37
2.4	Ley de potencias . . . . .	38
3.1	Fluctuación del índice. . . . .	48
3.2	Resultados de la modelación en caso de volatilidades estáticas. . . . .	50
3.3	Dinámicas. . . . .	52
3.4	Histogramas de las volatilidades cada 15 en un período de fluctuación ordinaria. . . . .	53
3.5	Histograma del Dow Jones. . . . .	53
3.6	Distribución de la varianza en un intervalo de tiempo $\tau$ igual a 1 minuto. . . . .	54
3.7	Histograma de frecuencias de la volatilidad en un período de fluctuación excesiva con $\tau$ igual a 15 minutos. . . . .	54

## Introducción

En la economía se ha usado cada día con mayor frecuencia un lenguaje que no le es propio estrictamente hablando. El puente que se construye con el uso de términos como: desplazamiento, calentamiento, burbuja, . . . , ha servido para que especialistas y profesionales en otras áreas aparentemente distantes (física, matemáticas, sistemas complejos, ecología, biomatemáticas, etc .) Se hayan interesado en los fenómenos que presenta la economía. Con este peculiar interés, un enfoque más amplio se agrega al estudio de las dinámicas económicas y a la aplicación de ciertas herramientas de las ciencias exactas en las ciencias sociales.

El objetivo de este trabajo es construir una herramienta que establezca claramente la diferencia entre los efectos financieros globales y locales en una economía determinada, que pueda utilizarse cotidianamente para el análisis y diagnóstico de los mercados y sus respectivas economías.

Los especialistas en asuntos financieros y económicos día a día encuentran nuevas maneras de medir los efectos de tal o cual evento ya sea internacional o local, sin tener la certeza de sus verdaderas magnitudes o sin la idea clara del sector de la economía en que tendrán mayor impacto; en consecuencia, llevan a cabo varias referencias para tratar de ubicar el escenario particular que ha provocado este suceso. Tal vez esto sea lo adecuado para ciertos episodios, más no para todos.

La falta de precisión en el lenguaje, genera ambigüedad en los reportes de los especialistas que analizan el sector financiero y económico, lo que causa confusión no sólo entre ellos, ya que aseveran tener la razón y dan resultados basados en métodos científicos que en realidad únicamente son técnicas estadísticas, lo que no es incorrecto, pero no proporcionan claridad.

Los eventos financieros son muy diversos y las relaciones que existen entre ellos no son del todo conocidas. Esto le da un grado de complejidad tal

que sería casi imposible establecer en corto plazo las conexiones entre los participantes en el mercado, sus estrategias y formas de interrelacionarse de manera detallada.

Un elemento vital para crear una herramienta que establezca el estado del mercado y logre aportar elementos para posibles ejercicios de pronóstico es la *información*. La manera de usar este elemento da ventajas, pero no es fácil de conseguir, además de que no todos los involucrados cuentan con los recursos necesarios para obtenerla. Por tanto, no es posible que se realice un análisis completo de las condiciones del mercado y de sus respectivos componentes. Por ello, habría que acotar las características de los indicadores básicos usados para medir la actividad del mercado.

El aporte de los físicos y matemáticos interesados principalmente en los fenómenos económicos ha resultado más que enriquecedor, las contribuciones de ambas áreas para el entendimiento de algunos procesos ha servido para proporcionar a los analistas nuevas herramientas; también se debe mencionar que al no encontrar las herramientas necesarias en su área, han dado saltos hacia otras ramas en busca de instrumentos más eficaces para proveer la interpretación más aproximada a la realidad.

Los mercados financieros con frecuencia experimentan movimientos grandes en los precios y es bien conocido que la gran mayoría de los analistas elaboran sus reportes bajo la estructura de un comportamiento gaussiano. Cuando se menciona que se presenta un movimiento de este tipo en los precios se piensa en que ha ocurrido una caída.

Uno de los intereses particulares de este trabajo es el de tratar de medir la magnitud de los *shocks* que se presentan tanto en los mercados locales como en los globales. Dentro de este marco de estudio se han creado alrededor del mundo diversos sistemas de simulación computacional para modelar las características de los participantes en el mercado financiero. Para tal propósito la modelación incluye técnicas de inteligencia artificial, algoritmos genéticos, redes neuronales, física estadística, análisis estocástico, etc; incluso muchos de estos trabajos son utilizados para el estudio de estas técnicas y su eficacia para modelar el funcionamiento de la mente usando el mercado financiero como un laboratorio de observación.

El mercado virtual de Santa Fe, *SFVM* por sus siglas en inglés, el cual se desarrolla en el Instituto de Santa Fe, es uno de los ejemplos más representativos de éste tipo de investigaciones. El *SFVM* es un sistema de simulación

con agentes artificiales; éstos toman decisiones basados en un conjunto de reglas, mediante las cuales se intenta predecir el precio de un título financiero dada una condición del mercado. Otros trabajos relevantes son: el Proyecto de los Mercados Artificiales en el Laboratorio de Ingeniería Financiera del MIT, proyecto que tiene como objetivo principal la interacción entre agentes artificiales inteligentes y humanos en un mercado estocástico y el análisis de modelos financieros; Proyecto de Mercados Virtuales del Centro para el Aprendizaje Biológico y Computacional, también del MIT y por último el ACE (Agent-based Computational Economics) de la Universidad Estatal de Iowa, cuyo interés principal es el estudio de las regularidades presentadas en las economías de mercado descentralizadas.

En este estudio se hace uso principalmente de la física estadística y de los conceptos determinísticos que durante mucho tiempo la han acompañado, con el ánimo de regresar sobre los pasos que han colocado a las ciencias exactas en el lugar en el que se encuentran. El primer paso consistió en observar por medio de gráficas el comportamiento del índice y la dinámica descrita por el proceso de *compra-venta* que se reflejaba en éstas.

El comportamiento es regular, aunque escalable, es decir, mediante un factor de corrección se logra controlar su tamaño, en la gran mayoría de los casos. Un hecho sobresaliente es que el comportamiento del cambio de precios es parecido al proceso de liberación de energía de la tierra.

El procedimiento se basó en observar el comportamiento de la volatilidad en intervalos determinados de tiempo  $\tau$ , a lo largo de la serie de precios, encontrar un patrón en los distintos intervalos del comportamiento de la volatilidad. Uno de los desafíos de este trabajo es establecer el comportamiento de las volatilidades estáticas y aleatorias a lo largo de la serie de precios en distintos escenarios y para diferentes intervalos de tiempo  $\tau$ .

Últimamente se ha hecho la distinción entre el comportamiento de la volatilidad en intervalos cortos y grandes, encontrando que no para todas las escalas de tiempo la volatilidad se distribuye de la misma manera. Asimismo, han surgido alternativas para modelar estos comportamientos inspirados en analogías con la turbulencia que crea el cambio en los precios.

Estos conceptos han sido guiados naturalmente por la idea de que los mercados financieros son fenómenos críticamente auto organizados (*self-organized criticality*).

Los modelos empleados tienden a exhibir un conducta escalable, es decir, un comportamiento de *ley de potencias*. El escalamiento se presenta en un amplio rango de sistemas. En este trabajo se explora uno de los fenómenos de los sistemas económicos, especialmente aquellos que ocurren cuando se está sujeto a reglas precisas, como es el caso de los mercados financieros.

Este tipo de comportamiento dinámico debe proporcionar una estructura interna para desarrollar nuevos modelos económicos más aproximados.

Ya *Voltaire* consideraba al conocimiento científico como instrumento de transformación social y de manera particular a la física.

# Capítulo 1

## Antecedentes

*Valor significa resistencia y dominio del miedo, no ausencia de éste...*

*Mark Twain*

El objetivo del presente análisis es la construcción de una medida que utilice elementos de las escalas existentes para modelar el comportamiento de los índices financieros. Para ello, se basa en algunos principios de la mecánica newtoniana, teoría de portafolios y en los trabajos realizados bajo la visión de los fenómenos críticamente auto-organizados desarrollados por Per Bak y puestos en su libro *How nature works* [1].

### 1.1 Motivación

§

El propósito de este estudio es construir una escala que indique el estado de un mercado financiero y logre medir de manera aceptable las condiciones del mismo, para poder establecer un patrón que sirva de señal preventiva en caso de ocurrir una situación de crisis, es decir, analizar los fenómenos que ocurren antes, durante y después de una caída del mercado.

Durante mucho tiempo el hombre se ha interesado en conocer cuál es la rapidez con la que cambian las cosas a su alrededor. Es por eso que creó proporciones, razones e índices para ayudarlo a entender de manera cualitativa y cuantitativa los cambios. En las matemáticas surgieron diferentes herramientas para poder entenderlos. Una de ellas es el cálculo diferencial e integral. En las ciencias físico-matemáticas se unen los conceptos y el lenguaje de estas dos ramas del conocimiento humano para tratar de explicar la realidad del entorno. Aquí se trata de profundizar nuevamente en ellas para

poder encontrar otra arista de los fenómenos que producen las dinámicas económicas. Tal es el caso del movimiento continuo de los índices financieros que hoy día afectan de manera directa a la sociedad.

Como se sabe, en el Universo se presenta una diversidad de objetos en movimiento. Desde las estrellas más alejadas, los planetas, los satélites, ... hasta un balón se encuentran en movimiento. Heráclito ya lo vislumbraba al afirmar que nadie se baña dos veces en el mismo río. Todo a nuestro alrededor se está moviendo de diferente manera como resultado de influencias externas.

Para describir el movimiento, uno de los modelos más simples e importantes es el utilizado por la mecánica newtoniana (modelo mecanicista), que describe el movimiento de un sistema (abierto o cerrado) de objetos representado por puntos que interactúan en un espacio euclidiano ( $\mathbb{R}^3$ ). En un sistema mecánico se usa una variedad de modelos matemáticos los cuales están basados en distintos "principios"-*leyes del movimiento*-.

Las leyes de Newton tienen limitantes para describir cualquier tipo de movimiento que resulta de la interacción de dos o más objetos. Sin embargo, describen un amplio rango de ellos.

El tiempo y espacio son los factores que determinan el comportamiento de estos puntos. Cada movimiento está representado en el espacio por un cambio de posición en el tiempo. La posición de los puntos está determinada por un único radio - vector.

Cada trayectoria está determinada por una curva en el espacio  $\Delta \rightarrow \mathbb{R}^3$ , donde  $\Delta$  es un intervalo de tiempo. A un movimiento le corresponde una única función vectorial  $r: \Delta \rightarrow \mathbb{R}^3$ .

La velocidad  $v$  de la partícula  $s$  al tiempo  $t \in \Delta$  es la derivada  $du/dt = \dot{r} \in \mathbb{R}^3$ . La aceleración de la partícula  $s$  es el vector  $a = \dot{v} = \ddot{r} \in \mathbb{R}^3$ . De esta manera si se toma el par ordenado  $(r, v)$  se tiene el estado de  $s$ .

Si se conoce el estado  $(r_0, v_0)$  de un sistema al tiempo  $t_0$  y las fuerzas que actúan sobre él, entonces se puede conocer el movimiento de  $r(t)$ , con  $r(t_0) = r_0$  y  $\dot{r}(t_0) = \dot{r}_0 = v_0$  para toda  $t \in \Delta$ .

El cambio de posición de un objeto con respecto al tiempo describe trayectorias. Es decir, permite visualizar el movimiento que sigue el objeto durante un intervalo de tiempo determinado y calcular el tiempo que necesitó para

cambiar de una posición inicial a una final. La segunda ley de Newton indica que la tasa de cambio de la posición de un objeto es igual a las fuerzas que actúan sobre él:

$$F = ma, \quad (1.1)$$

donde  $m$  es una propiedad del objeto mismo, su masa y  $a$  es la aceleración. Newton con esta ley señala que la fuerza que mueve un objeto es proporcional a la aceleración que éste logre. Se puede escribir (1.1) como:

$$F = m \frac{dv(t)}{dt}. \quad (1.2)$$

Una vez elegido el marco de referencia, la posición de un punto  $P$  está determinado por la medida de sus tres componentes  $x_1, x_2, x_3$ . El movimiento está en la dirección de la fuerza y se incrementa con la magnitud de la misma. Es decir, se tienen fuerzas en distintas direcciones  $F_1, F_2, F_3$ .

Al igual que en un sistema mecánico, en un sistema económico y sobre todo en un mercado financiero, el punto que representa la trayectoria del precio de un activo financiero varía con respecto al tiempo. Su movimiento está influido por una fuerza que actúa sobre él. Si se descompone la fuerza:

$$F_1 = m \frac{dv_1(t)}{dt}, F_2 = m \frac{dv_2(t)}{dt}, \dots, F_n = m \frac{dv_n(t)}{dt}. \quad (1.3)$$

Los componentes de las fuerzas pueden ser:

1. Fuerzas del Mercado

- Oferta.
- Demanda.

2. Fuerzas Internas

- Inversión.
- Gastos.
- Deuda.
- Infraestructura.
- Utilidad.

En el contexto de la física, la descripción del movimiento es el objeto de análisis de la cinemática. La relación de este con las fuerzas asociadas a él y con las propiedades de los objetos que se mueven corresponde a la dinámica.

Un cuerpo tiene energía que se divide en dos tipos: cinética (movimiento) y potencial (debido a su ubicación). La primera representa la cantidad de energía necesaria para que un cuerpo experimente un desplazamiento con respecto al tiempo y la segunda es la capacidad de una fuerza para que un cuerpo en reposo en un punto  $x$  cambie su ubicación a un  $x_0$  arbitrario.

La suma de energía cinética y potencial siempre es constante en un sistema cerrado.

$$E = K + U. \quad (1.4)$$

Sobre una partícula actúan varias fuerzas, así que la fuerza resultante  $\mathbf{F}$  será la suma de todas ellas:  $\mathbf{F} = F_1 + F_2 + \dots + F_n$ . Los efectos de la fuerza que actúan sobre la partícula generalmente se expresan en términos de *tiempo* o *distancia*. Si la fuerza que actúa es constante de un tiempo  $t_1$  a un tiempo  $t_2$  se dice que el *impulso* ( $I$ ) debido a ella es:

$$I_{12} = F \cdot (t_2 - t_1), \quad (1.5)$$

$$I_{12} = F \cdot \Delta t, \quad (1.6)$$

el producto de la fuerza y el tiempo.

Si la partícula se mueve de una posición  $x_1$  a una posición  $x_2$  mientras actúa la fuerza, el *trabajo* ( $W$ ) que resulta es:

$$W_{12} = F \cdot (x_2 - x_1), \quad (1.7)$$

$$W_{12} = F \cdot \Delta x, \quad (1.8)$$

el producto de la fuerza y la distancia sobre la cual la partícula se mueve.

El trabajo ( $W$ ) producido por la fuerza es la ganancia de *energía cinética*.

Si se sustituye el trabajo ( $W$ ) en (1.2) se tiene que:

$$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} F(x) dx, \quad (1.9)$$

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} mv \frac{dv}{dx} dx = \int_{v_1}^{v_2} mv dv, \quad (1.10)$$

$$W_{12} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2, \quad (1.11)$$

esto es,

$$K_2 - K_1 = W_{12} = F(x_2 - x_1). \quad (1.12)$$

donde la energía cinética está definida como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2. \quad (1.13)$$

En el caso de la *energía potencial* se supone que un cuerpo de masa  $m$  el cual será trasladado verticalmente de una posición inicial a una final, entonces por (1.2) el trabajo ( $W$ ) resultante será:

$$W_{12} = \int_{y_1}^{y_2} F(y) dy, \quad (1.14)$$

Durante cualquier desplazamiento vertical infinitesimal  $ds$  sobre una superficie, existen tres tipos de fuerzas que actúan sobre el cuerpo: el peso  $mg$  dirigido hacia abajo, la reacción normal  $N$ , perpendicular a la curva y la fuerza  $F$  ejercida por un agente exterior que forma un ángulo  $\theta$  arbitrario con la tangente a la curva. Si se supone que el movimiento del cuerpo sobre la superficie en todo momento se puede considerar prácticamente en equilibrio, entonces la suma de las fuerzas en dirección de la tangente de la curva debe ser nula, es decir,

$$\sum F(\text{tangente}) = F \cos \theta - mg \sin \omega = 0, \quad (1.15)$$

El trabajo realizado por el agente exterior al mover el cuerpo es:

$$W_{12} = \int_{y_1}^{y_2} F \cos \theta ds, \quad (1.16)$$

Por (1.14) se tiene que  $F \cos \theta = mg \sin \omega$ , entonces,

$$W_{12} = \int_{y_1}^{y_2} mg \sin \omega ds, \quad (1.17)$$

de la relación entre el desplazamiento  $ds$  a lo largo de la curva y sus componentes vertical  $dy$  y horizontal  $dx$  se obtiene:

$$\sin \omega ds = dy, \quad (1.18)$$

$$W_{12} = \int_{y_1}^{y_2} mg dy, \quad (1.19)$$

$$W_{12} = mgy_2 - mgy_1, \quad (1.20)$$

esto es,

$$U_2 - U_1 = W'_{12} = F(y_2 - y_1). \quad (1.21)$$

Obsérvese que el trabajo ( $W$ ) realizado es independiente de la trayectoria que une los dos puntos.

Cuando la fuerza que actúa sobre un objeto depende sólo de su posición, el trabajo resultante de la fuerza es (1.9). Si la energía cinética es conocida en un instante dado puede ser encontrada para cualquier otro momento sin conocer el tiempo correspondiente.

Como se hace mención, la energía es constante en los sistemas cerrados; esto sólo sucede en casos como la ley de Boyle o en un sistema adiabático. En la naturaleza se presentan en la mayoría de los casos pérdida de energía transformada en calor, luz, fricción, estos son los llamados sistemas abiertos donde tenemos variaciones de energía:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U. \quad (1.22)$$

Si se es más meticuloso, el principio de conservación de energía escrito de forma explícita tiene que ver con la velocidad de un cuerpo y con las fuerzas que estén actuando sobre éste, es decir,

$$E = \frac{1}{2}mv^2(t) + mgy. \quad (1.23)$$

En este caso se utiliza la energía potencial gravitacional para hacer más claras las analogías existentes entre la física y el objeto de análisis, la dinámica de los mercados financieros.

Los sistemas cerrados son escasos en la naturaleza y no todos los sistemas físicos conservan energía. Sin embargo, lo anterior es útil para analizar los fenómenos en general.

En algunos casos el uso de las analogías, no es recomendable como cuando nos referimos a situaciones similares en contextos distintos y viceversa. Esto sucede particularmente en textos económicos y políticos, pero en esta ocasión vale la pena el riesgo. Sea la *conservación de energía* la conservación de la cantidad de dinero guardado en una caja, que a su vez está dentro de otra. Si el dinero permanece dentro de la misma se asegura que el capital conserva su valor nominal y por lo tanto lo se puede medir.

En una caja grande puede haber varias pequeñas y dentro de éstas, una cierta cantidad de billetes o monedas de distintas denominaciones, entonces para encontrar la cantidad total se realiza una suma:

$$N = \sum_{i=1}^n v_i n_i, \quad (1.24)$$

donde  $n_i$  es el número de monedas y billetes del tipo  $i$  y  $v_i$  los valores.

Esto es lo que ocurre en la física, en donde existen varios tipos de energía. Y para poder usar el *principio de conservación* es necesario expresar todas las magnitudes en la misma unidad. La idea de que a pesar de la interacción entre cuerpos no se modifique de manera considerable su estado nos lleva al balance. El equilibrio es una condición continua bajo distintas atenuantes en el universo y en la naturaleza más próxima, una variación de este estado, es decir, un salto en su continuidad, hace pensar en las circunstancias que rodean al hecho de su modificación.

Cualquier día se levanta uno y se encuentra con que aquello que estaba en el sitio de siempre simplemente ya no está, su estado común se modificó. Así, sucede en la naturaleza. Su estado continuo de movimiento se modifica bruscamente y son las causas de este tipo de eventos las que han llevado a la humanidad a iniciar diversas acciones para entender el contexto en el que ocurren este tipo de movimientos, tales como los tectónicos.

## 1.2 Modelos de Terremotos

### §

Los científicos a través del tiempo han tratado de medir la intensidad relacionada con la liberación de energía producida por el movimiento de las placas tectónicas para conocer su efecto catastrófico. De esta manera se desarrollaron varios modelos con el fin de interpretar y cuantificar estos desplazamientos. El primer paso fue la clasificación de estos movimientos, el conocer el punto de origen, su alcance y por último su intensidad.

A principios del siglo XX surgió esta inquietud debido a las catástrofes ocurridas en algunas ciudades de los Estados Unidos e Italia donde el impacto fue mayor e hizo que los gobiernos y la comunidad científica se alertara e iniciara los estudios acerca de los terremotos.

Se encontró que el desplazamiento de las placas produce distintos movimientos y éstos a su vez diversos efectos. A partir de esto se consideró la posibilidad de que este tipo de movimientos se transmitieran por medio de ondas desde su punto de origen. El siguiente paso fue determinar el punto donde se originan estos movimientos. Muchos de los que tomaron este tema en sus manos llevaron a cabo diversos experimentos con cargas explosivas de TNT. Con estos datos realizaron proyecciones y compararon los resultados experimentales con los que producían los terremotos para saber que tan similares eran. Se utilizaron instrumentos sensibles al movimiento de la tierra tras las explosión para tener registros de éstos.

Cabe mencionar que no todos los científicos tomaron el mismo criterio para realizar estos experimentos. Por ende, los resultados no coincidían del todo, pero aportaban nuevos elementos. Dos son los modelos más conocidos para determinar el origen de un terremoto, estos a su vez derivaron en procedimientos de medición, es decir, escalas con un objetivo distinto de parametrización. Las escalas más conocidas son:

**Mercalli (intensidad).**- Es un índice de los efectos causados por un temblor y depende de las condiciones del terreno, la vulnerabilidad de las edificaciones y la distancia epicentral. Además permite describir de manera sucinta los efectos de un sismo.

**Gutenberg-Richter (magnitud).**- Es un valor único y es una medida cuantitativa del sismo relacionada con la energía liberada. Teóricamente la magnitud no tiene límite superior, pero está limitada por la resistencia de las rocas en la corteza terrestre y la longitud de rotura probable en la falla.

La escala de Mercalli fue desarrollada por el físico italiano Guisepppe Mercalli en el siglo XIX. Es una escala asociada con la percepción humana de los daños ocasionados por el sismo, útil en sitios donde no existen aparatos que detecten el movimiento o instrumentos de medición. Cuando se utiliza esta escala se expresa en grados de intensidad que abarcan del I al XII.

La escala de Gutenberg-Richter fue creada en 1935 por Charles F. Richter y Beno Gutenberg quienes desarrollaron una manera cuantitativa de comparar los terremotos, independientemente de la localización del observador. De la astrofísica [14] tomaron prestada la idea de la magnitud usada para clasificar la brillantez<sup>1</sup> de las estrellas y aplicarla a los fenómenos terrestres. A

<sup>1</sup> Este hecho se le debe a Karl Schwarzschild el fundador de la astrofísica quien comenzó

diferencia de la escala de Mercalli, la de Richter mide la fuerza o tamaño de los terremotos de acuerdo con su magnitud, esto es, la energía liberada durante el sismo.

Las escalas de *magnitud* y de *intensidad* se desarrollaron para cuantificar el efecto de los terremotos. Ambas escalas son necesarias puesto que miden aspectos diferentes de la ocurrencia de un sismo. Así, la escala de magnitud está relacionada con el proceso físico mismo, mientras que la intensidad lo está con el impacto del evento en la población, las construcciones y la naturaleza.

La manera más conocida y más ampliamente utilizada para cuantificar el efecto de los terremotos es: *La escala de Richter*.

### 1.2.1 La Escala de Gutenberg-Richter

La escala de Gutenberg-Richter asocia la magnitud del terremoto con la amplitud de la onda sísmica y mide la energía liberada por el sismo. La onda permite la propagación del movimiento en un área determinada. Es una escala semilogarítmica. Cada punto de aumento significa un incremento en la energía mayor o igual a diez veces. Teóricamente esta escala puede asociar magnitudes negativas a sismos lo que corresponde a ligeros movimientos con baja liberación de energía.

La escala de Gutenberg-Richter es una magnitud local. Es debido a las condiciones del terreno que los efectos de los terremotos no son siempre iguales o similares en distintas regiones del mundo a pesar de que su magnitud indique un determinado resultado. Por ejemplo, un terremoto en Asia Menor en el año 2000 fue de 5.6 grados y generó muchos muertos, el terremoto de 1985 en la Cd. de México fue de 8.1 y a pesar de todo no tuvo efectos tan desastrosos, cabe señalar que las magnitudes de la escala están relacionadas con el efecto producido por cargas de explosivo TNT. Para su determinación se utiliza la siguiente expresión de carácter local:

$$M_L = \lg A - \lg A_0. \quad (1.25)$$

Donde **A** es el desplazamiento máximo del terremoto registrado en el sísmógrafo Wood Anderson con constantes específicas (período = 0.8 segundos) haciendo un catálogo acerca de la brillantez de las estrellas con ayuda de la fotografía. Uno de sus más altos logros fue el haber resuelto la ecuación de la relatividad de Einstein y de esta manera revelar la existencia de los *hoyos negros*.

Escala de Gutenberg - Richter	
Magnitud	Efectos del Terremoto
Menos de 3.5	No se siente, pero se registra.
3.5 - 5.4	A veces se siente, pero sólo causa daños menores.
5.5 - 6.0	Ocasiona daños ligeros a edificios.
6.1 - 6.9	Puede ocasionar daños severos en áreas habitadas.
7.0 - 7.9	Terremoto mayor. Causa daños graves.
8.0 o más	Gran terremoto. Destrucción total a comunidades cercanas.

Tabla 1.1: Valores de la escala.

dos, amplificación estática = 2800 y factor de amortiguamiento = 0.8) ubicado a 100 kilómetros de la fuente sísmica y  $A_0$  es la máxima amplitud producida por un terremoto patrón, siendo éste aquel que produciría una deflexión de 0.001 mm en un sismógrafo ubicado a 100 kilómetros del epicentro. La gran mayoría de las escalas que miden la magnitud de un sismo están basadas en el logaritmo (base 10).

En distintos lugares del mundo se utilizan diferentes definiciones de estas magnitudes apropiadas a las condiciones del terreno. Para medir sismos lejanos se utilizan escalas basadas en la amplitud producida por las ondas de superficie horizontal (Rayleigh)  $M_s$ , con período en el rango de 18 a 22 segundos. La expresión para determinar su valor es:

$$M_s = \lg(A/T) - \lg B + C + D. \quad (1.26)$$

En esta ecuación  $A$  es la máxima amplitud horizontal del terreno medida en micrómetros,  $T$  es el período de la onda en segundos,  $B$  es el valor de la máxima amplitud horizontal calculada para un evento de magnitud cero a la misma distancia focal. Finalmente,  $C$  y  $D$  son constantes dependientes de cada estación y del tipo de terreno en que se encuentra una estación, el instrumento, la profundidad focal, la atenuación, etc.

La determinación de la magnitud  $M_s$  para los sismos con profundidad focal mayor a 50 kilómetros resulta complicado, debido a que no se generan ondas de superficie con suficiente amplitud, para compensar ésto se utilizó

un factor de corrección de tal forma que se pudiera usar la amplitud de las ondas internas o de cuerpo  $m_b$ . La magnitud  $m_b$  se basa en la amplitud de ondas de cuerpo con períodos cercanos a 1.0 segundos, esta escala está dada por la formula siguiente:

$$m_b = \lg(A/T) + B + C. \quad (1.27)$$

Donde **A** es la amplitud de la onda de cuerpo elegida para la determinación, **T** el período de la onda y **B** y **C** constantes dependientes de las características del sismo y de la estación sismológica.

Las mediciones se realizan usando los datos obtenidos de los registros del sismógrafo, por lo que no tiene un límite de grados. Debido a que esta escala se basa en datos científicos y no en la percepción de los seres humanos es posible determinar algunos efectos de acuerdo con la magnitud.

Esta escala es abierta, teóricamente no tiene un límite, salvo el dado por la energía total acumulada en cada placa. Esto es una limitante de las condiciones de la Tierra y no de la escala.

Independientemente de la escala utilizada, lo que es importante es que ahora se cuenta con una fórmula que proporciona un valor relacionado con el 'tamaño del sismo' determinado a partir de observaciones instrumentales.

### 1.3 Fenómenos Críticamente Auto Organizados

§

En los años ochenta y noventa se empezaron a realizar experimentos que simulaban la formación de avalanchas. Los primeros modelos fueron realizados con granos de arena o de algún otro material que representaban formas y pesos distintos.

El concepto de Criticalidad Auto-Organizada (*Self-Organized Criticality-SOC*) se evidenció por primera vez en experimentos con "pilas de arena". Se asegura que según los datos encontrados, cuando se deja caer cierta cantidad de granos de arena sobre una superficie, estos forman una montaña con una pendiente determinada. La pendiente de la montaña crecerá hasta un punto

crítico en donde el peso de los granos superiores superará al peso de los granos inferiores y se formará una avalancha. Los puntos críticos<sup>2</sup> son aquellos donde los fenómenos encuentran situaciones o condiciones para repetirse dentro del sistema. Si el suministro de granos es constante en el tiempo este fenómeno se repetirá y la pendiente crítica será aproximadamente la misma para las siguientes ocasiones. La regularidad presente se considera como un *estado crítico*, es decir, las avalanchas provocadas por el aumento de granos de arena serán invariantes, el resultado de estas iteraciones ha dirigido la atención hacia estos fenómenos ya que dan la apariencia de tener una autoregulación apropiada (equilibrio). Un ejemplo de estas regularidades son los fractales y los movimientos tectónicos los cuales se presentan bajo condiciones conocidas en el caso de los movimientos tectónicos y definidas para el caso de los fractales. Este no es el único experimento en donde se ha presentado este comportamiento. Según estas observaciones se piensa que hay modelos que se auto organizan y que están presentes en la naturaleza [1].

El ejemplo canónico de SOC son las *pilas de arena o avalanchas* las cuales exhiben en un punto un comportamiento de equilibrio, interrumpido por periodos de avalanchas causadas por un efecto dominó. Un grano empuja a otro y éste a su vez a otro produciendo una reacción en cadena. Considerando lo anterior podemos decir que los grandes eventos son producidos por la misma dinámica que produce a los pequeños, sólo que en diferentes escalas.

El fenómeno de SOC presenta un comportamiento regular de *ley de potencias*. Este comportamiento puede extenderse a los más amplios campos de la ciencias exactas y de las humanidades. Puede parecer obvio que si un fenómeno tiene un comportamiento similar a los terremotos presente un proceso subyacente del tipo de la ley de potencias. La *ley de Gutenberg-Richter* se construyó observando el comportamiento estadístico de los terremotos en una área geográfica determinada, todo esto ayudado con sensores como se ha dicho anteriormente. Los fenómenos SOC se presentan en áreas como geofísica, biología, sismología y economía. En las primeras este fenómeno va acompañado de una formación de naturaleza fractal lo cual conduce a pensar en un estado de equilibrio críticamente auto-organizado.

En este estudio se hace mención de dos fenómenos en particular: los fractales y los movimientos tectónicos, con el objetivo de comparar su comportamiento y análisis con las dinámicas existentes en los mercados financieros en particular y con las dinámicas económicas en general, ya que al expresarlas

<sup>2</sup>En varios textos al punto crítico se le conoce como el punto de equilibrio del sistema.

en una gráfica doble logaritmo son muy similares. Los sistemas críticamente auto organizados están envueltos de complejidad, es decir, los estados críticos son aquellos que se presentan sin la interferencia de un agente externo por ende el equilibrio que se presenta en el sistema es consecuencia de la dinámica propia del sistema en un período largo de eventos ordinarios [1]. Lo anterior se entiende mejor haciendo uso de la siguiente frase "un pueblo que no conoce su historia está condenado a repetir los mismos errores" ya que la historia es un proceso de evolución que hace comprender los eventos anteriores ordinarios y distinguir los significativos como consecuencia de una posible acumulación de eventos ordinarios presentes a lo largo de la historia, ésto es lo que puede considerarse como un *equilibrio crítico auto organizado*.

A este tipo de comportamientos se les considera como complejos, dentro de las ciencias su estudio y análisis le concierne a el área de los sistemas complejos. El concepto de complejidad (*complexity*) dentro del contexto o ambito de las ciencias es tan amplio y fundamental como fuera de ellas. No son pocos los que han tratado de clasificarla y definirla llegando a la conclusión que *la complejidad es un concepto de la ciencia de los sistemas tan integral como el de la energía en las ciencias naturales* otros más la vislumbran como *la cualidad o estado de ser complejo . . . de tener muchas partes, patrones o elementos variados e interrelaciones difíciles de entender o incluso de captar* [13].

En el área de la economía es posible pensar en este tipo de modelos sobre todo al tratar de analizar el comportamiento de las fluctuaciones de los precios de títulos financieros que son negociados en las bolsas de valores. Para nadie es extraño que a diario ocurran fluctuaciones en el precio del petróleo, el acero, las divisas, etc.

Sin embargo, se presentan grandes fluctuaciones que provocan crisis y colapsos financieros. En este momento es cuando puede pensarse en los modelos SOC para explicar la dinámica que siguen este tipo de fenómenos financieros. Debido a diversos experimentos realizados puede decirse que la dinámica que siguen este tipo de variaciones es más similar a la dinámica de las pilas de arena que a otro modelo.

## 1.4 Modelo de la Escala de Caídas del Mercado

§

Con el tiempo, se ha expandido la preocupación de los economistas por conocer la dinámica que siguen los colapsos financieros tratándolos de medir tanto en escala macro como micro. Las dinámicas presentadas han ocupado en los últimos años principalmente a los físicos y matemáticos. Estos científicos han tratado de medir y encontrar una manera de explicar la interacción entre los participantes del mercado, siguiendo los supuestos de las teorías económicas más reconocidas y haciendo simulaciones numéricas en diversas direcciones. Algunos tomaron el camino de los sistemas dinámicos tratando de buscar modelos relacionados con el de *depredador-presa*. Otros se dirigieron a los datos existentes, es decir, el registro de los precios diarios, semanales, mensuales, anuales o de alta frecuencia (intra-day), para tratar de encontrar las distribuciones de los datos. A partir de esta historia estadística es plausible construir una escala que se encargue de medir el comportamiento del mercado, tener una referencia que sirva de alerta a los gobiernos o a las empresas sobre posibles colapsos financieros futuros, agregar al análisis de los mercados un factor de predictibilidad con la única fuente de información abierta para todos, esto es, los cambios en los precios de los títulos financieros.

Una clara diferencia entre estos eventos es que en un terremoto, el principio y el fin están claramente separados e identificados y la energía total liberada puede calcularse, es decir, el movimiento regular de la tierra permanece entre ciertos parámetros, sin embargo es fácil distinguir el inicio y el fin de un movimiento importante o grande cuando éste rebasa los parámetros comunes. Un proceso financiero está dominado por el factor aleatorio. El mercado siempre está en movimiento y los precios permanecen flotantes según la *Teoría del Mercado Eficiente*. Esto dificulta el poder identificar con la misma claridad el principio y el fin de los eventos. En este aspecto la escala de Gutenberg-Richter es limitada.

De los hechos anteriores surgió la idea de construir la Escala de Caídas del Mercado (*Scale of Market Shocks SMS*). En el mundo cotidiano se usan escalas para medir cantidades diversas y ésta ha sido una necesidad milenaria. En el ámbito científico se utilizan de manera más importante por la simple necesidad de cuantificar diversos fenómenos para su posterior repetición, presentación y análisis. Así han surgido la gran mayoría de las escalas que hoy se conocen. Los propósitos de medir son diversos: cuantificar causas

y efectos o simplemente determinar cantidades y de esta forma tener una referencia numérica.

Para los eventos financieros se busca un indicador continuo, que esté relacionado con el flujo total de capital (*liquidez*) y con el desequilibrio entre vendedores y compradores. Lo anterior se puede obtener tomando la rapidez de cambio de la energía  $dE/dt$ .

Después de analizar y graficar los datos originales, un grupo de físicos dirigidos por Dacorogna utilizaron el principio de construcción de la escala de Gutenberg-Richter. Las observaciones presentan un comportamiento similar al de los terremotos. Se sabe que se registra una cantidad considerable de terremotos durante todo el día, de magnitudes tan bajas que no son percibidos por el ser humano. En contraste el número de los terremotos de magnitudes perceptibles son menores y la cifra de terremotos de orden catastrófico, ínfima. Este comportamiento está presente en las variaciones de los precios de los títulos financieros. Existen variaciones pequeñas en su mayoría, de orden considerable en menor cantidad y de orden crítico muy pocas. Como se ha mencionado la escala de Gutenberg-Richter es de tipo logarítmico y abierta, por lo que es un elemento para utilizarse como modelo para crear una escala que mida la magnitud de las caídas del mercado financiero. Sobre todo por que ha sido bien aceptada para medir este tipo de fenómenos como los terremotos. La principal diferencia es que Tierra sólo se tiene una y títulos financieros más de uno.

La magnitud que describe las variaciones en los precios es conocida comúnmente como *volatilidad*. Al estudiar los datos se tiene un análisis discreto. Al encontrar la distribución de la volatilidad se convierte en un indicador ( $S$ ) continuo que puede ser integrado sobre distintos horizontes de tiempo  $\tau$ .

Los mercados financieros experimentan grandes movimientos en sus precios principalmente en los *mercados emergentes*. Las consecuencias son de mayor consideración para este tipo de mercados. Un resultado de estos repentinos cambios de precios es la distribución de los rendimientos como "colas gruesas" (*fat-tails*) que caen tan lento como una "ley de potencias" ( $1/x^n$ ). Cuando en el mercado se presentan turbulencias o tendencias a la baja inmediatamente se empieza a hablar de crisis. Hasta ahora sólo ha habido intentos de cuantificar este tipo de eventos. Más allá de analogías heurísticas es importante desarrollar un método para medir el estado del mercado y proporcionar evaluaciones cuantitativas del mismo. Esto podría ayudar a entender los efectos de una correlación excesiva entre los participantes del mercado

y entre los distintos mercados. A fin de cuentas en las últimas décadas se ha tratado de llevar la actividad comercial a una apertura casi total. Un ejemplo obvio de lo anterior son las crisis en Asia y Rusia.

Por ello, se busca construir un indicador ( $S$ ) que sea sensible a los movimientos de los todos participantes del mercado, desde operaciones *intra-day* hasta operaciones a largo plazo (pensiones, deuda, bonos, . . .). La gran mayoría de los participantes llevan a cabo un análisis del mercado basados en los criterios parecidos, sólo que de diferentes formas por lo que podemos suponer que observan la misma curva de riesgo o de precio proyectada a distintos plazos (horizontes de tiempo). Una de las razones de las caídas del mercado se produce cuando todos los participantes están involucrados. El hecho de integrar sobre  $\tau$  es debido a que se suma sobre todos los componentes del mercado cuando las volatilidades son grandes en todas las escalas de tiempo. Además, se sabe que existe una asimetría entre los flujos de información y las volatilidades medidas con diferentes frecuencias (Müller et al., 1997). Esto pone al descubierto la relativa independencia que hay en la diversa información contenida en las volatilidades definidas a diferentes horizontes de tiempo. Es decir, no existe una única volatilidad implícita o subyacente.

Hasta ahora no había una forma aceptada para medir cuan grande es una caída (*shock*). Como se ha mencionado antes, en otras áreas existen escalas para medir fenómenos similares que son bien aceptadas y ampliamente utilizadas. El modelo puede ser calculado para cualquier activo financiero. La *Scale of Markets Shocks (SMS)* debe proporcionar una medida útil para detectar los eventos extremos (convulsiones causadas por las noticias). También se ajusta al comportamiento promedio del mercado en este tipo de circunstancias.

## 1.5 Modelo Johansen-Sornette

§

Una de las inquietudes de los participantes del mercado como cualquier tipo de comerciante es encontrar un mecanismo con un mínimo grado de error que asegure dos cosas a la vez: minimizar riesgos y aumentar ganancias. La anterior es una de las premisas de los participantes del mercado debido a que no sólo se maneja dinero de particulares sino de sindicatos y gobiernos. Así que tratar de minimizar el riesgo y aumentar la utilidad es una operación que adquiere importancia y una dinámica muy interesante.

Este tipo de problemática ha sido estudiada por autores como Markovitz en su *Teoría de Portafolios* o en la *Teoría del Riesgo*. Las dinámicas endógenas del mercado y sobre todo sus elementos permiten mandar señales falsas. Esto permite utilizar el promedio de los dividendos y la varianza mínima de riesgo para integrar a los grandes riesgos en una distribución No-Gaussiana con "fat tails". Lo anterior da como resultado una disminución del riesgo con un incremento de las utilidades. Uno de los conceptos importantes incluidos para lograr esto es trabajar con la matriz de correlación de los activos y con las condiciones de frontera de la curva de riesgo. Con ello se busca encontrar una frontera eficiente en la cual se logren establecer las condiciones para que esto resulte.

## 1.6 Matemáticas y Física: Escala de Caídas del Mercado

§

Aquí se intenta presentar las principales herramientas tanto físicas como matemáticas usadas en el desarrollo de este modelo, así como definir las ideas más importantes.

Una de las herramientas más representativas de este tipo de estudios es la inclusión de una rama de la física conocida como *física estadística*. Es muy importante hacer mención de esto ya que es a partir de que se inició con pruebas empíricas, utilizando las series de tiempo de las fluctuaciones de los precios, que se pudo encontrar diversos patrones de comportamiento en distintos escenarios. Es posible encontrar los factores que hacen que se presente un grado de correlación entre los movimientos de títulos del mismo sector o de sectores diferentes.

Las pruebas empíricas realizadas con las series de tiempo y otras expresiones del mercado han facilitado el estudio del comportamiento del mismo. Con base en lo anterior nace la inquietud de construir una escala que mida el estado del mercado. Para traducir este comportamiento se usa la bien estimada matemática y su lenguaje, para poner en consideración este estudio y darle la formalidad que se necesita.

En particular se hace uso de herramientas como: probabilidad, cálculo diferencial e integral, estadística, ecuaciones diferenciales, etcétera.

¿Es necesario poner en una mesa de disección los fenómenos financieros y económicos si se ha sostenido que están dominados por elementos predominantemente aleatorios?. En el primer caso tal vez como un homenaje a la visión determinista de Laplace, pero no sólo por un romanticismo vacuo. Los elementos antes descritos y el hecho de que hasta en la Teoría del Caos existe un factor invariante que lleva a la conclusión que este tipo de estudios pone al descubierto la presencia de la pseudo-aleatoriedad implícita en las fluctuaciones de los precios. Se puede decir tal vez que no es más que un problema de diferencia de información entre los participantes.

## 1.7 Matemáticas y Física: Modelo Johansen-Sornette

§

De igual manera se hace uso del enfoque de la física estadística y de las pruebas empíricas correspondientes al comportamiento de las utilidades y de la varianza mínima del riesgo. En cambio se utilizan con mayor extensión las distribuciones de colas pesadas (fat tails), probabilidad, estadística, álgebra lineal, análisis multivariado y ecuaciones diferenciales parciales, todo esto como resultado de la correlación existente en el mercado.

## Capítulo 2

# Escala de Caídas del Mercado

*Le marché, à son insu, obéit à une loi qui le domine : la loi de la probabilité.<sup>1</sup>*  
(Bachelier, Théorie de la spéculation.)

En este capítulo se describe de manera amplia la relación encontrada entre el mecanismo de la ley de Richter y su aplicación a la escala (SMS), así como algunos aspectos para llegar a ella.

### 2.1 Centros Bursátiles

§

Aunque no es el propósito de este estudio analizar la estructura de los *mercados financieros* es necesario entender su mecanismo interno. Un mercado puede clasificarse según sus principales características. Generalmente cuando nos referimos a él siempre se piensa en el mercado accionario sin saber que está compuesto por diversos mercados como el de deuda o el del petróleo que llegan a tener mucha más importancia para el bienestar de una economía.

#### 2.1.1 Introducción

La historia inicial de los mercados accionarios tiene dos vertientes. La primera es la historia de las Bolsas, las cuales en su origen no tenían el fin de compraventa de acciones sino de mercancías. La segunda fue el desarrollo legal de los sistemas de organización empresarial y mediante la conjunción de estos

<sup>1</sup>El mercado, obedece una ley la cual lo abruma: la ley de la probabilidad.

dos procesos surgieron los mercados bursátiles.

Con certeza no se sabe cuáles fueron las primeras bolsas. Se cree según algunos registros, que el inicio se remonta a las ferias medievales en donde se comercializaban mercancías. Este tipo de ferias tuvieron auge en el siglo XIV cuando la actividad mercantil cambió su centro potencial de las ciudades Italianas hacia Amberes y Brujas en los Países Bajos.

Se cree que estos centros adquirieron el nombre de *bolsas* en la ciudad de Brujas. En esta ciudad el lugar donde se llevaba a cabo la feria se ubicaba enfrente de la casa de un señor llamado *Chevalier van der Burse* (Caballero de las Bolsas). En la fachada de su casa había un escudo formado por tres bolsas por lo que los habitantes popularizaron el término *bolsa* como indicativo de asistir a las ferias. Esto sucedió alrededor del año 1360.<sup>2</sup> Esta actividad alcanzó notoriedad entre los Flamencos principalmente y luego posteriormente se extendió a otros países.

La primera bolsa fue fundada en Holanda, en la ciudad de Amsterdam en el año de 1613, principalmente para formalizar las operaciones de la *Vereenigde Oostindische Compagnie* (VOC - Compañía Unida de las Indias Orientales). Los flamencos heredaron a los holandeses su visión acerca de las actividades financieras. Estos últimos iniciaron la estructura legal y el desarrollo financiero de las bolsas lo que hizo que la Bolsa de Amsterdam fuera el primer mercado accionario organizado del mundo.<sup>3</sup>

Por cierto fue en Holanda donde se presentó el primer fenómeno especulativo conocido como la *manía de los tulipanes* en el año de 1637. La manía de los tulipanes ha sido uno de los eventos especulativos más gráficos de la historia de los mercados. El inicio de estos movimientos tuvo origen en 1593 cuando un renombrado botánico vienés compró una colección de plantas poco común cuya procedencia era Turquía. Su intención era vender las plantas y obtener una jugosa ganancia. Una noche ladrones irrumpieron en su domicilio robándole las plantas de su jardín. Las plantas fueron vendidas a bajo precio pero con una ganancia considerable.

En la siguiente década los tulipanes consiguieron gran popularidad en los jardines alemanes a pesar de su alto costo. Muchas de estas flores su-

<sup>2</sup>Heyman, Timothy *La inversión en México* (UVM) pp 84-5.

<sup>3</sup>Keay, John *The Honorable Company, A History of the East India Company* (Harper Collins 1993).

cumbieron al efecto de un virus benigno llamado *mosaico*. Este fue el hecho que disparó la especulación de los precios de los tulipanes. El virus causaba un efecto en el color de los pétalos de los tulipanes que los hacía ver más atractivos; estos tulipanes se conocieron como "excéntricos"<sup>4</sup>. La consecuencia de esto en el mercado fue dictada por el efecto visual que los tulipanes proporcionaban a la gente, entre más excéntrico su aspecto era más alto era su precio. Al principio los mercaderes sólo intentaban adivinar el precio del siguiente año del estilo más abigarrado de los tulipanes. Entonces ellos compraban una cantidad extra para anticipar una alza en los precios. Este tipo de eventos conjuntados fueron el real inicio de un incremento tempestivo en los precios de los tulipanes.

Esta pasión desmedida produjo que mucha gente no resistiera la tentación de involucrarse después de pensar que cualquiera que quisiera los tulipanes viajaría a Holanda y pagaría cualquier precio por obtenerlos. Otra consecuencia inmediata fue el desinterés por las demás actividades productivas. La gente llegó a vender sus pertencias para obtener las enormes ganancias de los demás y de esta forma considerarse adinerada.

Una parte del genio financiero es aquella que se dedica a aumentar las oportunidades especulativas cuando existe una verdadera demanda y un método de venta. El mercado seguramente proporcionará esto. Uno de los instrumentos que los especuladores habilitaron para incrementar su dinero fueron las llamadas *call options* similares a las actuales. Las "call options" son herramientas que ayudan a influir en los inversionistas, ésta es una técnica que proporciona un alto rendimiento con un riesgo subyacente lo cual fue utilizado en aquel entonces como se hace hoy día, para asegurar la participación en el mercado.

Al final de este episodio con tintes tragicómicos, después del auge de los precios y de la especulación se presentó una caída estrepitosa con la rapidez de un terremoto seguida de una prolongada depresión en Holanda.

### 2.1.2 Función y clasificación de los mercados financieros

Los mercados financieros tienen dos funciones económicas fundamentales:

1. Transferencias de excedentes de fondos.
2. Distribución del riesgo subyacente al flujo de efectivo.

---

<sup>4</sup>En la mayoría de los textos se usa el galicismo bizarro.

Para ilustrar las dos funciones, imaginemos que tenemos tres personas A, B y C. La persona A ha obtenido la licencia para fabricar el producto  $x$  y necesitará \$1 millón para su fabricación. Sólo cuenta con \$200,000 para su inversión, sin embargo, estos son los ahorros de toda su vida los cuales teme arriesgar, aunque tiene confianza en la existencia de un mercado receptivo para el producto.

La persona B recientemente ha recibido una cantidad de \$730,000. Planea gastar \$30,000 e invertir lo que resta.

La persona C realizó una venta y recibió por ello un bono de \$250,000 libres de impuestos. Gasta \$50,000 e invierte \$200,000.

Cada una de estas tres personas tiene algo que la otra necesita. Supongamos que estas tres personas se reúnen por accidente. En algún momento comentan sus planes y surge el siguiente trato: la persona A acepta invertir \$100,000 de sus ahorros en el negocio; vende a la persona B una participación del 50% y acepta un préstamo de la persona C por \$200,000 a 4 años con un cierto interés anual. Ahora la persona A cuenta con el millón para su negocio.

Al vender la persona A a la persona B una participación equivalente al 50% emitió un instrumento accionario. El segundo fue un instrumento de deuda comprado por la persona C. Los dos activos financieros permitieron una transferencia de excedente de fondos que es la primera función económica de los mercados.

El hecho de que la persona A temiera invertir sus ahorros, significa que quería distribuir parte el riesgo. Al emitir los dos instrumentos financieros anteriores logró un desplazamiento del riesgo y de esta manera se distribuyó el riesgo alcanzando así la segunda función económica del mercado.

Además de las anteriores, el mercado cuenta con tres propiedades económicas adicionales:

- La interacción entre compradores y vendedores que permite determinar tanto el precio como el rendimiento de un activo financiero (*proceso de fijación de precio o valuación*).
- La instauración de un mecanismo para la venta de activos financieros.
- La reducción de costos.

Los mercados financieros pueden ser clasificados de diversas maneras de acuerdo al tipo de valores u obligación que se comercialicen en ellos. Por ejemplo, dependiendo del plazo de vencimiento, rendimiento, etc. La forma más común de clasificar a los mercados es la siguiente:

#### 1. Naturaleza de la Obligación

**Mercado de deuda.** Mercado financiero para títulos de deuda emitidos por el gobierno o por particulares.

**Mercado de acciones.** Mercado financiero para los instrumentos financieros accionarios de particulares.

#### 2. Plazo de la Obligación

**Mercado de dinero.** Mercado financiero para los instrumentos de deuda a corto plazo.

**Mercado de capitales.** Mercado financiero para instrumentos de acciones y para los instrumentos de deuda con vencimiento mayor de un año.

#### 3. Madurez de la Obligación

**Mercado primario.** Mercado financiero para obligaciones financieras de reciente emisión.

**Mercado secundario.** Mercado financiero para obligaciones financieras de previa emisión (también llamado *mercado de instrumentos maduros*).

#### 4. Naturaleza de la Entrega

**Mercado en efectivo (*spot*).** Mercado financiero en donde se comercian los activos financieros para su entrega inmediata.

**Mercado derivado.** Mercado financiero para el conjunto de instrumentos financieros, cuya principal característica es que están asociados con un valor subyacente o de referencia.

#### 5. Estructura

**Mercado de subasta.** Mercado financiero donde se venden y compran valores a precios determinados por la oferta y demanda de los inversionistas (*Bolsas de Valores*), los que son representados por especialistas (*Casas de Bolsa o intermediarios*).

**Mercado intermedio.** Mercado financiero destinado a la negociación de acciones emitidas por empresas medianas, que no cumplen con las características (tamaño de la empresa, operatividad, liquidez y pulverización<sup>6</sup>) requeridas por el mercado principal.

**Mercado fuera de mostrador (OTC).** Mercado grande no reglamentado donde los negociadores geográficamente dispersos e interrelacionados a través de sistemas de cómputo y telecomunicaciones, negocian valores.<sup>6</sup>

Cabe mencionar que en el caso del *mercado intermedio* y *fuera de mostrador* los entes que realizan la función de agentes no son miembros de casas de bolsa por lo que no cargan ninguna comisión mínima establecida; por esto, muchos inversionistas institucionales los utilizan fomentando de esta manera su crecimiento.

## 2.2 Mercados Emergentes

§

Como un proceso implícito en la globalización comercial y del capital aparecen los *mercados emergentes* en los años ochenta y noventa.

### 2.2.1 Antecedentes

El concepto de "emergentes" es pasivo e indica principalmente las ideas de la economía que tenían Margaret Thatcher y Ronald Reagan en contraste con la idea de desarrollo que se manejaba en los años anteriores. Técnicamente, un *mercado emergente*<sup>7</sup> representa un mercado de capitales de un país en vías de desarrollo en el cual pueden efectuarse **inversiones financieras**. El uso

<sup>5</sup>Entiéndanse estos términos bajo la perspectiva de que el mercado debe tener un alto grado de organización tal que asegure la existencia de:

**Liquidez** un espectro amplio de compradores.

**Operatividad** una red o ente enlazado, no necesariamente físico, que permita el intercambio de información para los procesos de compra-venta. Reglas claramente establecidas para la fijación de los precios ya sea por un agente externo (gobierno) o por los miembros (autoregulación).

**Pulverización** una diversidad de participantes con distintas funciones y objetivos.

<sup>6</sup>Es importante hacer la distinción entre el *over-the-counter-market*, es decir, el mercado extrabursátil o no inscrito con otros mercados llenos de prácticas irregulares.

<sup>7</sup>El término se le atribuye a Antoine van Agtmael, ejecutivo de International Financial Corporation (IFIC) en 1986.

del término se popularizó incluso para señalar a los países que no cuentan con un mercado de capitales.

Su origen se basó en la creación de un fondo de inversión a cargo de la FIC subsidiaria del Banco Mundial y de Capital Group que buscaba el crecimiento a largo plazo de capitales invertidos en países en vías de desarrollo. En la primera ocasión el fondo consiguió juntar US\$50 millones y tardó en colocarlos un año.

Después de la primera salida de los mercados emergentes estos recibieron un gran apoyo y empuje de las fuerzas globalizadoras. En particular recibieron ideas, entidades especializadas e información, lo que produjo un flujo de capitales, bienes y servicios mayor en estos países.

Al ocurrir este incremento en el flujo de capitales los intermediarios e inversionistas financieros iniciaron un análisis cuidadoso de los mercados emergentes su definición, potencial y desarrollo político, económico y financiero.

## 2.2.2 Localización de los mercados emergentes

No existe un criterio único para diferenciar a un "mercado emergente" de un "mercado en vías de desarrollo". Se usan a menudo dos criterios cualitativos: la no pertenencia a la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) y la falta de instrumentos financieros sin calificación o certificación, es decir, el *investment grade* (grado de inversión) otorgado por las calificadoras mundiales (*Standard & Poor's* y *Moody's* las más conocidas). Un dato curioso, México es miembro de la OCDE y se considera aún un mercado emergente porque no cuenta con el grado<sup>8</sup> tan ansiado por las autoridades económicas del país.

Un criterio más concreto es aquel que utiliza la FIC basado en el PIB per cápita. La FIC clasifica a un mercado emergente como aquel que tiene un PIB por debajo de US\$8,625 millones. El PIB per cápita se relaciona con las etapas de crecimiento económico según la clasificación dada por el economista Walt Rostow [2]:

### 1. Antes del arranque (abajo de US\$400 per cápita).

<sup>8</sup>Actualmente se le otorgó el grado de BBB+ por *Standard & Poor's* y Baa2 por *Moody's*.

- ✓ Economía cuya estructura se desarrolla dentro de una serie limitada de funciones de producción, basadas en la ciencia, la técnica y una actitud newtoniana con el mundo físico. El hecho fundamental relacionado con esta etapa es la existencia de un tope del nivel de producción per cápita, el cual, proviene del hecho de que no son asequibles las posibilidades científicas y técnicas modernas o que no se pueden aplicar en forma sistemática.
2. Arranque (US\$400-2,000 per cápita).
    - ✓ Economía en proceso de transición, es decir, el periodo en que se desarrollan las condiciones previas para el inicio de la industrialización, ya que requiere tiempo la transformación de la economía de tal manera que se puedan explotar los recursos de la ciencia y la tecnología. Se centran los esfuerzos en defenderse de los rendimientos decrecientes, aprovechar los beneficios y opciones debidos al progreso a ritmo de interés compuesto.
  3. Industrialización (US\$2,000-8,000 per cápita).
    - ✓ Economía en el intervalo de superar los obstáculos y resistencias a un crecimiento permanente. Las fuerzas tienden al progreso económico, los brotes e inclusiones aisladas se expanden hasta dominar. El crecimiento se convierte en una condición normal.
  4. Consumo Masivo (US\$12,000-20,000 per cápita).
    - ✓ Economía que sigue un largo progreso sostenido aunque fluctuante, crecimiento normal, pugna por extender la tecnología al frente de las actividades productivas. En el aspecto formal esta etapa se define como aquella en la cual la economía demuestra su capacidad para desplazar las primeras industrias que propiciaron su crecimiento, absorber y aplicar efectivamente, sobre un amplio conjunto de sus recursos, los resultados más adelantados de la tecnología de punta. La economía del país encuentra su sitio dentro de la economía mundial.
  5. Busca de la calidad (arriba de US\$20,000 per cápita),
    - ✓ Economía en la etapa donde el ingreso per cápita crece a un nivel superior de consumo de tal manera que sobrepasa los productos básicos (habitación, vestido y sustento), se opta por la asignación de recursos para el bienestar y la seguridad social. Es en esta

etapa cuando los recursos son dirigidos a la producción de bienes duraderos de consumo y a la difusión de servicios en gran escala, siempre y cuando predomine la soberanía del consumidor.

De acuerdo con lo anterior se considera a las economías emergentes como las que tienen un PIB per cápita entre US\$400 y US\$8,000, es decir, entre la etapa de arranque y la de industrialización.

A pesar de la crisis del 94 y del efecto colateral de la crisis de los mercados asiáticos en 1998, se considera a México uno de los mercados emergentes más globalizados. Esto se debe al tamaño y nivel de desarrollo de sus mercados nacionales de capital y dinero y a la amplia disponibilidad de instrumentos de inversión y financiamiento ligados a él en los mercados internacionales, así como por el establecimiento en el país de instituciones financieras extranjeras. Esto es producto de la ventaja de ser uno de los socios comerciales más cercanos geográficamente a EEUU. Sin embargo, no es el socio más importante y por ende es vulnerable ante los acontecimientos económicos ocurridos en dicho país. Cabe señalar también el pobre crecimiento y la falta de consolidación de su economía interna.

## 2.3 Teoría del Mercado Eficiente

### §

#### 2.3.1 El mercado es eficiente

El análisis histórico de las inversiones indica que el rendimiento que se obtiene de éstas tiende a reflejar el riesgo correspondiente. La *hipótesis del mercado eficiente* postula que en un mercado eficiente<sup>9</sup>, el rendimiento esperado refleja el nivel del riesgo asumido. Los rendimientos poco comunes o excesivos son los que más compensan el nivel de riesgo y duran muy poco debido al fenómeno de "arbitraje", proceso por el cual los inversionistas compran o venden por arriba o abajo de la línea del mercado eficiente.

Si lo anterior lo representamos por medio del valor presente neto, una definición formal de mercado eficiente podría ser "un mercado donde no se puede generar un valor presente neto mayor a cero, consistentemente, com-

<sup>9</sup>A menudo se usa el término "mercado perfecto" en lugar de mercado eficiente.

prando y vendiendo". En términos de la fórmula sería:

$$VPN = \frac{F_1}{(1+R)^1} + \frac{F_2}{(1+R)^2} + \dots + \frac{F_n}{(1+R)^n} - A, \quad (2.1)$$

donde R indica la prima de riesgo adecuada.

Debido a su frecuente uso, los conceptos más importantes para el mercado eficiente son: riesgo, incertidumbre e información. El riesgo se correlaciona con incertidumbre. Según sea la disponibilidad de información, la incertidumbre (y, por lo tanto, el riesgo) crecerá o decrecerá. En un mercado eficiente, no habría barreras para la difusión y uso posterior de la información. En otras palabras, toda la información pública disponible está ya incluida o descontada en el precio de la inversión. En un mercado eficiente, únicamente la nueva información (noticias o *news*) debe afectar al precio.

Aparentemente bajo estos términos es razonable considerar que los mercados sean eficientes, dado el grado de especialización de las instituciones del sector y las herramientas para actuar sobre los resultados de sus análisis.

Por lo general, un mercado eficiente resulta cuando un número de compradores y vendedores es lo suficientemente grande con respecto al tamaño del mercado, es decir, todos los participantes son pequeños para que ningún intermediario pueda influir en la negociación del precio. Esto implica que todos los compradores y vendedores son tomadores de precios, y el precio de mercado es determinado por un equilibrio entre la oferta y la demanda. Es más probable que se satisfaga esta condición si los productos comercializados son homogéneos. Pero se aproxima más a un mercado eficiente cuando los agentes del mercado son tomadores de precios. Se requiere que no existan costos de transacción o impedimentos que interfieran con la oferta y la demanda. Los economistas se refieren a este tipo de costos diversos e impedimentos como *fricciones*.

### 2.3.2 El mercado no es eficiente

A pesar de lo aproximado de la hipótesis, existen argumentos que la rechazan. Suponga que el mercado fuese eficiente, nadie se tomaría el tiempo para analizarlo y en consecuencia se convertiría en ineficiente. Los mercados serían eficientes sólo si la información no tuviera costo. Al no presentarse esto los mercados son ineficientes en un cierto grado.

prando y vendiendo". En términos de la fórmula sería:

$$VPN = \frac{F_1}{(1+R)^1} + \frac{F_2}{(1+R)^2} + \dots + \frac{F_n}{(1+R)^n} - A, \quad (2.1)$$

donde R indica la prima de riesgo adecuada.

Debido a su frecuente uso, los conceptos más importantes para el mercado eficiente son: riesgo, incertidumbre e información. El riesgo se correlaciona con incertidumbre. Según sea la disponibilidad de información, la incertidumbre (y, por lo tanto, el riesgo) crecerá o decrecerá. En un mercado eficiente, no habría barreras para la difusión y uso posterior de la información. En otras palabras, toda la información pública disponible está ya incluida o descontada en el precio de la inversión. En un mercado eficiente, únicamente la nueva información (noticias o *news*) debe afectar al precio.

Aparentemente bajo estos términos es razonable considerar que los mercados sean eficientes, dado el grado de especialización de las instituciones del sector y las herramientas para actuar sobre los resultados de sus análisis.

Por lo general, un mercado eficiente resulta cuando un número de compradores y vendedores es lo suficientemente grande con respecto al tamaño del mercado, es decir, todos los participantes son pequeños para que ningún intermediario pueda influir en la negociación del precio. Esto implica que todos los compradores y vendedores son tomadores de precios, y el precio de mercado es determinado por un equilibrio entre la oferta y la demanda. Es más probable que se satisfaga esta condición si los productos comerciados son homogéneos. Pero se aproxima más a un mercado eficiente cuando los agentes del mercado son tomadores de precios. Se requiere que no existan costos de transacción o impedimentos que interfieran con la oferta y la demanda. Los economistas se refieren a este tipo de costos diversos e impedimentos como *fricciones*.

### 2.3.2 El mercado no es eficiente

A pesar de lo aproximado de la hipótesis, existen argumentos que la rechazan. Suponga que el mercado fuese eficiente, nadie se tomaría el tiempo para analizarlo y en consecuencia se convertiría en ineficiente. Los mercados serían eficientes sólo si la información no tuviera costo. Al no presentarse esto los mercados son ineficientes en un cierto grado.

Un argumento lógico es que todos los participantes frecuentes del mercado se consideran buenos inversionistas. Como en la naturaleza existen filtros y la realidad no es diferente entonces unos inversionistas se convierten en presas de otros aplicando un el filtro del más fuerte. Por lo tanto, el supuesto de un mercado eficiente de un grupo finito de expertos, todos con la misma información, las mismas técnicas, etc, se encuentra alejado de la realidad.

Un argumento empírico es que, en la práctica, el arbitraje tiene entre sus funciones regular la relación entre el rendimiento y el riesgo. Hay barreras institucionales y prácticas, cómo los costos de transacción, tales barreras producen que la realidad no siempre coincida con la teoría.

### 2.3.3 Pruebas empíricas

Se han realizado exhaustivos estudios acerca de la eficiencia de los mercados, principalmente los accionarios, en todo el mundo. La directriz de los estudios es probar que la información (concretamente las noticias) afectan el precio de las acciones.

Los resultados no han sido concluyentes. Una posibilidad es que los mercados a nivel local sean eficientes. Es decir, los precios de las inversiones sí responden a la nueva información, la jerarquía de los rendimientos esperados refleja que los riesgos y los precios son equitativos. La única forma de ganar en el mercado es con información realmente *privilegiada* o *especializada*. Esto es, existen diferenciales de información entre los participantes del mercado.

Sin embargo, se hace énfasis en que los mercados locales sean relativamente eficientes a nivel doméstico. Lo que parece menos probable es que los mercados sean eficientes a nivel internacional, o sea, que los rendimientos esperados de inversiones semejantes pero de distintos países, reflejen adecuadamente los riesgos asumidos. Las razones de esto son tres: menos información comparativa, las técnicas de análisis y las facilidades de arbitraje están menos desarrolladas u homologadas, lo cual hace que los costos se incrementen.

Lo anterior explica, en forma teórica, las oportunidades y los riesgos de los mercados emergentes. Por ser menos eficientes que los mercados desarrollados, ofrecen mayores rendimientos, pero debido a la menor disponibilidad de información, así como de los servicios especializados, implican mayores riesgos.

Es en este instante dond e los modelos factibles son una opción para obtener y generar información considerando las limitaciones existentes relacionadas con el desarrollo de la ciencia y tecnología propias.

## 2.4 Series de Tiempo de Alta Frecuencia

§

Una serie de tiempo es una secuencia de datos n umericos u observaciones, a cada una de las cuales se le asocia con un instante específico en el tiempo.

Una serie de tiempo usualmente representa el movimiento de algún evento tal como el cierre del precio de un activo financiero, datos meteorológicos, datos sismológicos, . . . .

La representación matemática est  definida por los valores de  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  en los momentos  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . La variable  $Y$  representa a la serie y  $Y(t_i)$  es el valor de la serie al momento  $t_i$ .

Gráficamente una serie de tiempo da la impresión de ser un punto que cambia su posición con respecto al tiempo en forma similar a como lo hace un cuerpo o una partícula bajo la influencia de alguna fuerza física.

En muchas ocasiones el movimiento es producto de la acción de otro tipo de fuerzas tales como las económicas, sociales, psicológicas, biológicas, etc.

El movimieto de las series se clasifica en:

- ◆ Movimiento secular.
- ◆ Movimiento cíclico.
- ◆ Movimiento estable.
- ◆ Movimiento irregular.

En términos generales, el análisis de las series de tiempo sigue dos tipos de métodos:

1. Dominio de frecuencias.
2. Dominio de tiempo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Teóricamente una serie de tiempo es una variable aleatoria  $X_t$ . Un conjunto ordenado con respecto al tiempo se conoce como un *proceso estocástico*.

Si la variable  $X$  es continua y  $t$  es un tiempo discreto se denota como  $X(t)$ . Un ejemplo de esto son los registros de distintos instrumentos como el encefalograma, electrocardiograma, sismógrafo, etc.

Algunos consideran que la varianza de cada fluctuación  $u_i$  en un intervalo de tiempo dado  $\tau$  es un número constante  $\sigma^2$  (homocedasticidad): en caso contrario se presenta heterocedasticidad.

Sólo algunos índices cuentan con registros de sus datos en *alta frecuencia*, así que los resultados presentados se basan en el comportamiento del índice francés CAC 40, que fue analizado con distintos horizontes y en distintos escenarios.

En Francia, una asociación nacional de corredores de acciones y la *Paris Bourse* producen el CAC 40 (*Cotation Assistée-Continu*) basado en las participaciones de las 40 empresas más grandes y prominentes que comercian en la casa de bolsa.

Los datos de alta frecuencia permiten analizar el comportamiento de los precios en horizontes casi inmediatos de tiempo, esto es, se encuentra la distribución de la diferencia o variación de los precios en unidades menores a frecuencias diarias permitiéndonos establecer el patrón correspondiente.

Se considera que en el mercado se concreta una operación cada 15 segundos (*tick by tick*). Esto proporciona información más que suficiente para establecer una tendencia cada hora o incluso cada 15 minutos y tener un monitoreo constante de los acontecimientos que puedan presentarse.

Hoy en día las comunicaciones electrónicas a través de las altas tecnologías (internet, satélites, ...) permiten en algunos casos el fácil acceso a las bases de datos financieras. Estas contienen las series de tiempo de los precios de los activos correspondientes. Las frecuencias son diversas desde anuales hasta por minuto o segundos permitiendo investigar con detalle su estructura estadística y la evolución en el tiempo del precio de los activos. La descripción de los datos sin importar su origen (físico, biológico o financiero) requiere de una interpretación de las observaciones. Uno de los fines de llevar a cabo experimentos es el de aproximarse progresivamente a la realidad.

En este trabajo se propone un modelo matemático plausible según las propiedades estadísticas observadas de la serie de tiempo. En ocasiones los datos son insuficientes para decidir cuál es la más fiel distribución de la serie, y por tanto escoger el modelo menos inexacto. En este punto es cuando el comportamiento matemático es la guía del estudio. Es conveniente hacer notar que la palabra "modelo" tiene dos connotaciones dentro del medio científico. La primera más común en las matemáticas aplicadas, ingenierías y matemáticas financieras es: representar la realidad utilizando las fórmulas matemáticas más apropiadas para este fin. La segunda, más común en la física y posiblemente más ambiciosa es: encontrar un conjunto de causas suficientemente factibles para explicar el fenómeno observado y por ende elegir la expresión matemática adecuada[3].

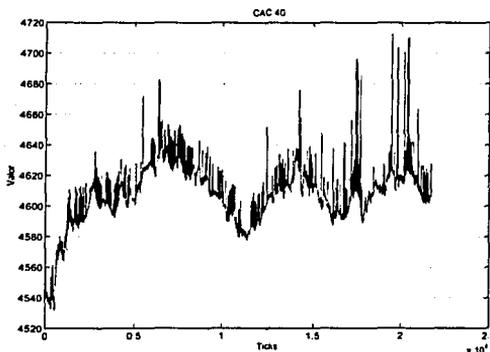


Figura 2.1: Serie del índice CAC 40 en Sept. del 2001

## 2.5 Series de Tiempo con Distintos Horizontes

§

Los mercados financieros como su definición lo ejemplifica es un lugar físico en el cual se llevan a cabo operaciones con los más diversos instrumentos. Las operaciones producen posiciones de venta y de compra de los

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

participantes que a su vez se registran como el precio final del título o instrumento dado. Hasta aquí se puede decir que las leyes de la oferta y la demanda dominan al mercado.

El manejo de las series de tiempo puede ser la delicada diferencia entre encontrar un patrón de comportamiento estable o inestable. Es decir, según el horizonte con el cual se manejen las series de tiempo se encontrarán distintas conductas. Con esta información podemos observar que los participantes en el mercado se dividen en tres grandes bloques:

1. Corto Plazo. Generalmente los participantes que eligen este horizonte son especuladores y necesitan información acerca de los incrementos en los valores de los títulos; debido a que su horizonte es de corto plazo tienen más probabilidad de comprar que de vender y aprovechan los movimientos del mercado para obtener ganancias rápidas.
2. Mediano Plazo. Los participantes que eligen este horizonte son aquellos que permanecen pasivos a pesar de tener toda la información acerca de los posibles incrementos en los títulos por lo que prefieren mantener su portafolio durante un tiempo de mediano plazo.
3. Largo Plazo. Son aquellos que tienen toda la información posible sobre el incremento de los títulos y deciden comprar una cantidad proporcional a éste y mantener este portafolio.

En su mayoría los participantes del mercado se encuentran en alguno de los bloques descritos. Sin embargo, no se debe omitir la presencia de los *market makers* que influyen en el proceder de los tres anteriores.

Es importante conocer los elementos del mercado y su mecanismo de funcionamiento. Este estudio se basa en el hecho de que todos al menos tienen el registro de los precios de las acciones. Es inevitable suponer que existe una diferencia de información entre los participantes y eso se demuestra en las operaciones que se realizan.

El funcionamiento general del mercado transcurre durante un número determinado de *ticks* o períodos discretos de tiempo. Esto es, existen distintas frecuencias de tiempo en las que se emite una postura de compra o de venta (*bid* y *ask*) y después de cada *tick* se actualiza el precio.

La evaluación del mercado es expresada en los siguientes términos:

- ◆ Liquidez del mercado, volumen de operaciones.
- ◆ Rendimientos (*returns*) del precio de la acción.
- ◆ Ganancias obtenidas por los participantes.

La organización del mercado no determina *per se* el precio de las acciones. En gran medida es determinado por el número de interacciones entre las entidades participantes del mercado, sus estrategias, registros, experiencia, etc.

En realidad los factores para determinar el precio de la acción son diversos uno de los más concretos es el horizonte de tiempo de cada participante ya que implica el nivel de información en su poder y el plazo de su interés.

Algunos opinan que el hecho de realizar un estudio estadístico con series de tiempo para poder determinar cual es su comportamiento y debatir cual es la distribución que tipifica dicha serie, es sólo escoger entre las distribuciones: Gaussiana, ley de potencias, Lévy estable o Lévy inestable. La manera de realizar este tipo de estudios experimentales se divide en los métodos:

- ★ Mercados Experimentales (o de Laboratorio).
- ★ Simulación Computacional.
- ★ Datos Reales.

Aunque los métodos tienen sus ventajas y desventajas pueden llegar a ser complementarios, en este estudio se realizan experimentos con la serie de precios y verificamos con distintos horizontes cuál es la distribución que se aproxima a ese comportamiento.

Tomando en cuenta la diversidad de los agentes que convergen en el mercado junto con sus filosofías y métodos, emerge la inquietud ¿Cómo será el precio de una acción? y ¿Cuál será su comportamiento a futuro?, siguiendo los principios de la Teoría del Mercado Eficiente, la cual establece que el precio de una acción refleja toda la información presente en el mercado y resulta que la obtención de ganancias es inconsistente.

Esto se debe a que los precios de la acción ajustan su valor de acuerdo con la información existente. De lo anterior se infiere que los mercados financieros no son ajenos a las fuerzas de la Ley de Oferta y la Demanda. Estas permiten que el mercado se equilibre y hace suponer que el comportamiento de los

precios y la obtención de ganancias sea gaussiano. Si, es ésta la razón de ser de las caídas de los mercados, no debería tomar tan desprevenidos a los involucrados. Lo anterior es muy simple, sin embargo la serie de precios indica cuándo se presentó una burbuja o un retro de utilidades por parte de los participantes. En el primer caso no es tan perceptible, pero en el segundo son en fechas determinadas que ocurren estas situaciones.

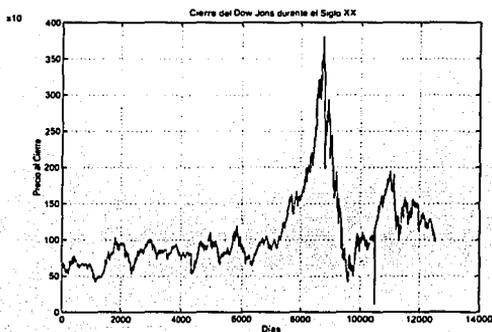


Figura 2.2: Gráfica del índice Dow Jones durante toda su historia

## 2.6 Escala de Caídas del Mercado

§

### 2.6.1 La idea principal

Por analogía con la escala de Richter, se define una medida del logaritmo de la energía total liberada en un terremoto. Como los sismos se distribuyen de acuerdo a "ley de potencias", la escala de Richter también mide la probabilidad de que no ocurra un evento. Por tanto, se busca construir una escala de tipo logarítmico, sobre la cual más de un punto corresponda a un evento de doble intensidad o a un evento que sea dos veces menos probable, es decir, sea multiplicado por un factor constante.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Las razones por las cuales se insiste en relacionar a las *leyes de potencias* con el fenómeno estudiado por medio de los movimientos tectónicos es porque desde ellas se puede mostrar que alguna cantidad  $N$  puede ser expresada como potencia de otra cantidad  $s$ :

$$N(s) = s^{-\tau}. \quad (2.2)$$

Aquí,  $s$  puede ser la energía liberada por un terremoto y  $N(s)$  puede ser el número de terremotos con esa energía. La cantidad  $s$  puede ser igual al tamaño de un fiordo y  $N(s)$  el número de fiordos con ese tamaño. Los fractales están caracterizados por este tipo de distribuciones. Tomando el logaritmo sobre ambos lados de (2.2) tiene:

$$\ln N(s) = -\tau \ln s. \quad (2.3)$$

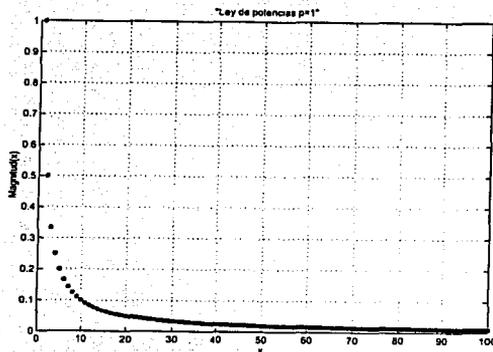
Esto muestra que la gráfica de  $\ln N(s)$  vs  $\ln s$  es una recta donde el exponente es la pendiente de la recta. Una de las expresiones más simples de la ley de potencias es expresada como  $N(s) = 1/s = s^{-1}$  en donde el exponente es -1.

Debido a la similitud deseada con la escala de Richter, es necesario definir el equivalente para los mercados financieros de los conceptos de *energía* y *energía total*.

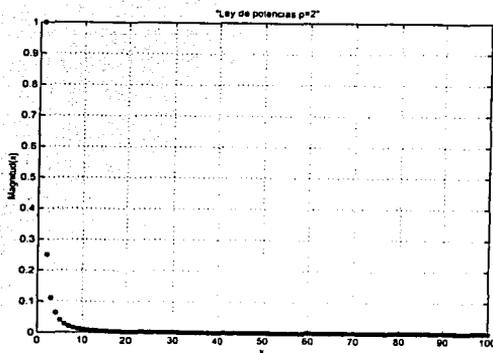
**Energía:** En mecánica, para una unidad de masa, la energía está dada por  $E = \bar{v}^2$  donde  $\bar{v} = d\bar{x}/dt$  es la velocidad, o el cambio de posición por intervalo de tiempo. El cambio de precios es creado por un desequilibrio entre vendedores y compradores y corresponde a las redes de flujo de capital. El cambio de precio es similar a la velocidad, i.e. a  $Dx(t) = (x(t) - x(t - \tau)) \sim \bar{v}$ , donde  $x$  es la mitad del logaritmo del precio. En un proceso estocástico, se tiene más de un parámetro. Uno de ellos, el intervalo de tiempo  $\tau$  de la derivada de  $D[\tau]x$ . Entonces la energía mecánica  $E$ , en un rango de tiempo  $\tau$ , está dada por  $E[\tau] \sim (D[\tau]x)^2$ , i.e. la energía está relacionada con medir la volatilidad. Por tanto, se construye una escala para una volatilidad instantánea, medida como un promedio sobre algún intervalo de tiempo.

Si más información está disponible, ésta podría ser incorporada a la definición de energía.

**Energía Total:** En un terremoto, los eventos pueden claramente identificarse: el principio y el fin pueden ser reconocidos, e integrarse la energía total liberada por un evento. La escala de Richter corresponde



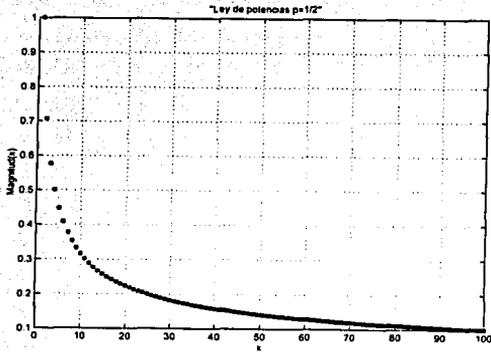
(a) Ley de potencias con  $p = 1$



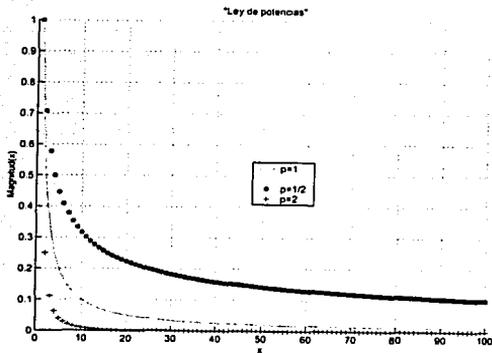
(b) Ley de potencias con  $p = 2$

Figura 2.3: Ley de potencias

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



(a) Ley de potencias con  $p = 1/2$



(b) Ley de potencias

Figura 2.4: Ley de potencias

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

entonces al logaritmo de la energía total. Un proceso financiero tiene una diferencia fundamental, desde que este es dominado por un factor aleatorio. Además el mercado está siempre fluctuando y en movimiento en todas sus frecuencias, por lo que es laborioso identificar los eventos con claridad, es decir, el inicio y el fin de los mismos. Aquí la escala de Richter está limitada.

Para un proceso financiero, se busca un indicador continuo, el cual esté intuitivamente relacionado con el flujo total de capitales, o el desequilibrio entre vendedores y compradores. En este sentido, el trabajo mecánico es una buena analogía física, la tasa de cambio de energía  $dE/dt$ .

Se busca un indicador sensible a todo el mercado, desde las operaciones intra-day hasta las operaciones de largo plazo (fondos de pensión, bancos centrales, bonos, etc), que es la razón por la cual se necesita integrar sobre  $\tau$ . Claramente, los distintos participantes del mercado miran la misma curva de precio sólo que con diferentes horizontes de tiempo. Se sostiene que una caída del mercado sucede cuando todos los participantes del mercado están involucrados. La integración sobre  $\tau$  en realidad es la suma de los componentes del mercado y el indicador  $S$  crece cuando la volatilidad aumenta en todas las frecuencias. Cada uno con niveles de información distinta y medidas de volatilidad a diferentes frecuencias, es decir, se produce una asimetría en el mercado debido al flujo de información. Este hecho muestra una relativa independencia y diversa información contenida en las volatilidades definidas con diferentes horizontes de tiempo, por lo que no existe una única volatilidad subyacente.

Como se señaló antes, se define la escala de las caídas del mercado como el logaritmo de la volatilidad en intervalos de tiempo  $\tau$ , integrados sobre distintos rangos de tiempo.

$$S[\mu, f; x] = \int \mu(\ln \tau) \, d \ln \tau \, f(v[\tau; x]), \quad (2.4)$$

donde la función  $f(\cdot)$  necesita ser elegida apropiadamente. La medida  $\mu(\ln \tau)$  fija el peso por las contribuciones de los distintos horizontes de tiempo  $\tau$ . Una parte de esta medida es incluida en el término  $d \ln \tau$ , el cual refleja que la integral del rango de tiempo será evaluado sobre una escala logarítmica.

### 2.6.2 Notación

Las características antes descritas sugieren un indicador logarítmico ( $S$ ) sobre la volatilidad del precio en un rango de tiempo determinado.

Las series de tiempo se denotan por un letra  $x$ . El valor de la serie  $x$  al tiempo  $t$  se expresa como  $x(t)$ . Si depende de otro parámetro  $m$ , se denotará con corchetes  $x[m]$ . Si el indicador  $S$  se calcula para otra serie de tiempo  $x$  se usará  $S[m;x]$ .

Los datos de alta frecuencia son como una radiografía del mercado al tiempo  $t$  de las posturas de compra (*bid*) y de venta (*ask*). Se considera la mitad del logaritmo del precio  $x$  como nuestra serie de tiempo primaria.

$$x = \frac{1}{2} \{ \ln(p_{bid}) + \ln(p_{ask}) \}. \quad (2.5)$$

$$e^x = ((p_{bid})(p_{ask}))^{(1/2)}. \quad (2.6)$$

### 2.6.3 Modelación

El primer paso es obtener la serie de precios en alta frecuencia (intra-day) y elegir el intervalo de tiempo que se quiere analizar a lo largo de la misma.

Se escoge una serie  $x$  que corresponda a un período de fluctuación promedio del mercado y  $x'$  que corresponda a un período de fluctuación excesiva. Se supone que en promedio se cierra una operación cada 15 segundos<sup>10</sup>, por lo que en nuestra serie de tiempo de precios se tendrá que cada 4 datos representan las operaciones realizadas en un minuto.

Se calcula el promedio, la varianza y la desviación estándar para cada  $\tau$  en un primer lugar de forma estática.

Para las varianzas estáticas se tiene:

$$v_j = \sum_{i=4j}^{4(j+1)-1} p(t_i) \quad \text{para } j, i = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.7)$$

En segundo lugar se calculan las varianzas aleatorias de la misma serie de tiempo para el mismo intervalo de tiempo  $\tau$ .

<sup>10</sup>Ricardo Mansilla, comunicación personal.

Se identifica el mínimo y el máximo de la serie resultante. Se busca la frecuencia de las varianzas (*volatilidades*) y se normalizan. A los datos obtenidos se les ajusta una curva. El procedimiento anterior se realizó para cualquier  $\tau$  desde un minuto hasta días de operación. Una vez obtenida la curva de distribución de las volatilidades experimentalmente se realiza la comprobación formal.

### 2.6.4 La distribución de la volatilidad

Cada vez que se tiene un fenómeno (*evento*) que se repite un número  $N$  de veces con una posibilidad de más de dos resultados, existe la inquietud de saber si se puede determinar cual será la probabilidad de que el siguiente resultado sea  $x_i$ , es decir, estimar o conocer de manera cuantitativa cuál es la probabilidad de un evento determinado. Para ilustrar lo anterior se conocen cientos de historias acerca de los juegos de azar que dieron inicio al estudio formal e informal de las probabilidades.

Hoy en día en las actividades más importantes y lucrativas del mundo existen estudios acerca de cómo se distribuyen los eventos que los justifican. Esto es, el sector asegurador y financiero son los principales usuarios de este tipo de análisis ya que trabajan con eventos los cuales pueden o no suceder. Lo anterior está directamente ligado con el nivel de información en poder de las compañías.

Un enfoque reciente a este tipo de actividades ha sido dado por los físicos y muy en particular por aquellos que se desenvuelven en el área de la física estadística. Es de ella de donde surge el siguiente método para el cálculo de la distribución de la volatilidad correspondiente a los datos obtenidos.

Las propiedades estadísticas de los datos son cuantificadas por las siguientes medidas: central y dispersión. Estas tienen que ver con el nivel de concentración de los datos que son los valores típicos. Sin embargo, hay una noción intuitiva del *valor más probable*  $x^*$ , es decir, el máximo de la función  $P(x)$ . Según los estudios realizados por diversos investigadores de distintas áreas, la volatilidad o el cambio de precios tiene una distribución "log-

gaussiano" o distribución asimétrica pero no es un caso general y no es siempre una buena aproximación.

$$p(v) = \frac{v^\beta}{\sqrt{2\pi}\sigma v} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right)^2 \right]. \quad (2.8)$$

La ecuación anterior es la estimada por las pruebas empíricas que difiere de una distribución *log-gaussiano*. La curva resultante del ajuste de los datos es la anterior se calcula el máximo.

$$p(v) = \frac{v^{\beta-1}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right)^2 \right], \quad (2.9)$$

$$p(v)' = \frac{(\beta-1)v^{\beta-2}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right)^2 \right] + \frac{v^{\beta-2}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right)^2 \right] \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right) \right], \quad (2.10)$$

$$p(v)' = \frac{v^{\beta-2}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right)^2 \right] \left( (\beta-1) - \frac{1}{\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right) \right) = 0, \quad (2.11)$$

entonces:

$$\left( (\beta-1) - \frac{1}{\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right) \right) = 0, \quad (2.12)$$

$$\beta - 1 = \frac{1}{\sigma^2} \left( \ln \frac{v}{v_0} \right), \quad (2.13)$$

$$(\beta - 1)\sigma^2 = \ln \frac{v}{v_0}, \quad (2.14)$$

el máximo de la función es :

$$\Rightarrow v_{\max} = v_0 e^{(\beta-1)\sigma^2}, \quad (2.15)$$

Entonces

$$\ln v_{\max} = \ln v_0 + (\beta - 1)\sigma^2, \quad (2.16)$$

$$\Rightarrow \ln v_0 = \ln v_{\max} - (\beta - 1)\sigma^2. \quad (2.17)$$

Se sustituye en (2.8)

$$p(v) = \frac{v^{\beta-1}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln v - \ln v_0)^2\right], \quad (2.18)$$

$$= \frac{v^{\beta-1}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln v - \ln v_{\max} + (\beta - 1)\sigma^2)^2\right], \quad (2.19)$$

$$= \frac{v^{\beta-1}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{\ln v}{\ln v_{\max}}\right)^2\right] + \frac{(\beta - 1)\sigma^4}{2\sigma^2}, \quad (2.20)$$

$$= \frac{e^{\frac{(\beta-1)\sigma^4}{2\sigma^2}} v^{\beta-1}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{\ln v}{\ln v_{\max}}\right)^2\right], \quad (2.21)$$

$$= p_{\max} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{\ln v}{\ln v_{\max}}\right)^2\right]. \quad (2.22)$$

Se calcula la media:

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v p_{\max} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{\ln v}{\ln v_{\max}}\right)^2\right] dv, \quad (2.23)$$

$$= p_{\max} \int_0^{\infty} v \exp\left[-\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma \ln v_{\max}}\right)^2 \ln v\right] dv, \quad (2.24)$$

$$y = \frac{\ln v}{\ln v_{\max}}, \Rightarrow \begin{cases} v = v_{\max} e^y, \\ dv = v_{\max} e^y dy. \end{cases}$$

Entonces,

$$\bar{v} = p_{\max} v_{\max}^2 e^{2y} \int_{-\infty}^{\infty} \exp -\frac{y}{2\sigma^2} dy, \quad (2.25)$$

$$= p_{\max} v_{\max}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \exp -\left(\frac{y}{2\sigma^2} - 2y\right) dy, \quad (2.26)$$

$$= p_{\max} v_{\max}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -\left(\frac{y - 2\sigma^2}{2\sigma^2}\right)^2 \right] dy \frac{\sqrt{2\pi}\sigma}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{2\sigma^2}, \quad (2.27)$$

$$= p_{\max} v_{\max}^2 e^{2\sigma^2} \sqrt{2\pi}\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\left(\frac{y - 2\sigma^2}{2\sigma^2}\right)^2 \right] dy, \quad (2.28)$$

$$= v_{\max}^2 \frac{v_{\max}^{\beta-1}}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{2\sigma^2} \sqrt{2\pi}\sigma, \quad (2.29)$$

Por lo tanto, se tiene que:

$$\bar{v} = v_{\max}^{\beta+1} \exp \left[ \frac{\sigma^2}{2} ((\beta - 1)^2 + 4) \right]. \quad (2.30)$$

■

## 2.7 Ley de Richter

Empíricamente se ha observado que un terremoto de energía  $E$  se distribuye como ley de potencias. Una manera más adecuada de transformar la función de distribución es la forma usual de la escala de Richter.

$$P(E) \simeq \left(\frac{E_0}{E}\right)^k. \quad (2.31)$$

Reescribiendo la escala de Richter  $R$ , usando la función de probabilidad.

$$\frac{1}{P(E)} \simeq \left(\frac{E}{E_0}\right)^k, \quad (2.32)$$

$$\left(\frac{1}{P(E)}\right)^{1/k} \simeq \left(\frac{E}{E_0}\right), \quad (2.33)$$

entonces,

$$R \simeq \frac{1}{k} \ln \left(\frac{1}{P(E)}\right) = \ln \left(\frac{E}{E_0}\right). \quad (2.34)$$

De esta forma la escala de Richter se expresa como el logaritmo de un posible terremoto con energía  $E$ . Debido a que los datos financieros están dominados por *ruido blanco* se busca un indicador que permita diferenciar entre eventos excepcionales y niveles comunes de volatilidad. Esta es otra diferencia entre los mercados financieros y la geofísica, ya que los registros sismográficos muestran claramente el paso de distintas ondas sísmicas.

Comparando los datos empíricos, la función de distribución log-gaussiano subestima las probabilidades de las colas lo que otorga demasiado peso a grandes eventos comparado con  $f(v) \sim \ln p_{\max}/p(v)$ .

A pesar de que los agentes financieros tienen estrategias diversas, se agrupan principalmente en aquellos con posiciones a corto y largo plazo, estas dos posiciones las podemos ir anidando definiendo lo que se entiende por corto y largo plazos. Bajo la diversidad actual de los agentes financieros el equilibrio es difícil de alcanzar y si se llega a él cuestionaríamos su estabilidad como el caso de Pareto. En una versión modificada de SFVM [15], los agentes con horizontes cortos introducen inestabilidad en la dinámica del mercado.

Por lo anterior, el estudio de los resultados de la distribución de los cambios de precio con datos de alta frecuencia nos puede aproximar hacia un patrón de comportamiento de estos agentes con horizontes cortos de tiempo ( $\tau$ ).

## Capítulo 3

### Resultados del Modelo

*Willst du dich am Ganzen erquicken,  
So musst du das Ganze im Kleinsten erblicken.*<sup>1</sup>  
J. W. Goethe

Este capítulo presenta los resultados obtenidos de las modelaciones realizadas con el índice *CAC 40* en distintos horizontes de tiempo.

#### 3.1 Un Primer estudio empírico

§  
Bajo este concepto continuaremos con el desarrollo de un indicador que reúna las características expuestas en el capítulo anterior. Comparando los datos empíricos, la función de distribución de probabilidad de la volatilidad más adecuada es aquella que se comporte de manera similar a la log-gaussiana. Esta función de probabilidad subestima la presencia de eventos pequeños extraños y da mayor peso a grandes eventos, que es precisamente lo que se busca.

Es intuitivamente claro que existen índices que experimentan más fluctuaciones que otros por ende están sujetos a un riesgo mayor de sufrir una caída. De lo anterior surge la posibilidad de crear dos tipos de indicadores:

- Para comparar los valores de la *escala de caídas del mercado* con varios activos, es necesario un indicador universal  $S_{uni}$ .
- Para comparar el comportamiento individual de cada activo, es necesario un indicador particular  $S_{ind}$ .

---

<sup>1</sup>Si quieres alcanzar el infinito,  
Mira por todas partes lo finito.

Dependiendo del mercado de referencia, los indicadores pueden ser usados en distintas escalas, es decir, a nivel global o doméstico. Los indicadores se calculan para un intervalo determinado de tiempo  $\tau$ .

En este orden y para completar la definición de la SMS por la fórmula (2.2), se tiene que escoger cuidadosamente según las características de los mercados a analizar la medida  $\mu(\ln \tau)$  y la función  $f(\cdot)$ .

Para la medida  $\mu(\ln \tau)$  se toma una función suave que decaiga de una forma similar tanto en intervalos de tiempo ( $\tau$ ) cortos como en intervalos de tiempo largos. Para efectos de este estudio se toma como función la siguiente:

$$x = \ln \left( \frac{\tau}{\tau_{\text{centro}}} \right) \quad \text{para } \tau \in [0, \infty), \quad (3.1)$$

$$\mu(\ln \tau) = ce^{-x}(1 + x + x^2/2) \quad \forall x, \quad (3.2)$$

donde la constante  $c$  debe ser ajustada para que  $\mu$  sea una medida unitaria  $\int \mu(\ln \tau) d \ln \tau = 1$ . Continuando con la construcción del indicador de la escala y siguiendo la analogía con la escala de Richter se toma la serie de volatilidades estáticas(2.6) para un determinado intervalo de tiempo  $\tau$ .

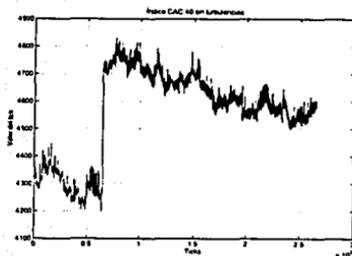
Los datos obtenidos se encuentran organizados de la siguiente manera:

FECHA	HORA	EMISION	PRECIO	VOLUMEN	CIERRE
19990730	1705001	199908	4360.0000	20	19990802
19990730	1705002	199908	4360.0000	10	19990802
19990730	1705003	199908	4360.0000	4	19990802
19990730	1705010	199908	4360.0000	2	19990802
19990730	1705011	199908	4360.0000	1	19990802
19990730	1705012	199908	4360.0000	1	19990802
19990730	1705013	199908	4360.0000	1	19990802
19990730	1705014	199908	4360.0000	1	19990802
19990730	1705015	199908	4360.0000	1	19990802
19990730	1705040	199908	4360.0000	8	19990802
19990730	1705070	199908	4362.0000	1	19990802
19990730	1705120	199908	4365.0000	1	19990802
19990730	1705121	199908	4365.0000	1	19990802

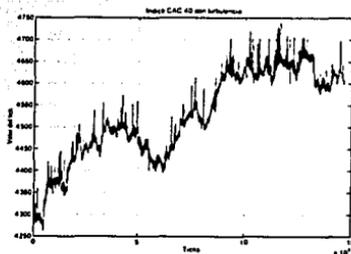
Tabla 3.1: Datos originales.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Como puede observarse los datos indican diversas fechas, precio, volumen y el minuto en el que se concretó la operación. Debido a que en un principio sólo fue de interés el cambio de precio de un movimiento con respecto al inmediato anterior en un intervalo corto de tiempo se utilizó únicamente la columna de los precios.



(a) Serie del índice CAC 40 sin turbulencia común.



(b) Serie del índice CAC 40 con turbulencia común.

Figura 3.1: Fluctuación del índice.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Sin embargo, si se es lo suficientemente cuidadoso se podrá dar cuenta que en la tabla de los datos mostrados existen 12 operaciones realizadas en un mismo minuto, puesto que la columna del *trading time* muestra la hora, los minutos, los segundos y las décimas de segundo. Estos datos intuitivamente muestra que la distribución de la operaciones realizadas siguen un patrones distinto dependiendo la hora y el minuto, también ayuda a ampliar el panorama acerca de las operaciones efectuadas en una hora particular del día, su densidad y su correlación con los eventos ocurridos.

De este proceso se obtuvieron los siguientes resultados:

$\tau$	$\mu$	$\sigma^2$	$\beta_{es}$
1	0.7920	1.6333	3.2930
15	0.9816	1.1212	2.2399
30	0.8279	5.0249	1.2177
45	1.1127	1.0000	1.8734
60	1.1385	1.9420	1.3145

Tabla 3.2: Ajuste de la volatilidad en un escenario con turbulencia atípica.

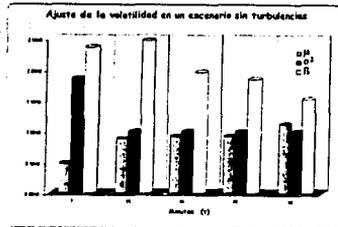
$\tau$	$\mu$	$\sigma^2$	$\beta$
1	0.4805	1.8603	2.6381
15	0.8874	1.0000	2.4747
30	0.9254	1.0001	1.9675
45	0.9250	1.0001	1.8531
60	1.1233	1.0000	1.5269

Tabla 3.3: Ajuste de la volatilidad en un escenario con turbulencia típica.

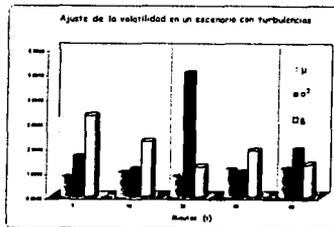
Como puede observarse los datos 3.3 y 3.2 siguen una tendencia lineal decreciente o creciente para la mayoría de los intervalos, en el caso del período analizado con presencia de turbulencia atípica y en particular en el intervalo ( $\tau$ ) de 30 minutos se puede suponer un desequilibrio en el volumen operado o un aumento de participantes, además de inferir un cambio en el estado de ánimo de los participantes, es decir, este desbalance denota ansiedad o celeridad por concretar una operación de compra o venta. Sin embargo, en el caso de las volatilidades calculadas para un período de turbulencia promedio la tendencia es mixta aunque más regular, se visualiza una expectativa grande por parte de los participantes al inicio de la hora que decae al acercarse el

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

termino de la misma, es decir, la expectativa creada (anzuelo) por algunos participantes del mercado no tuvo eco por la mayoría provocando niveles comunes de fluctuación.



(a) Parámetros en un escenario sin turbulencia.



(b) Parámetros en un escenario con turbulencia.

Figura 3.2: Resultados de la modelación en caso de volatilidades estáticas.

Por el capítulo anterior conocemos la manera de interpretar a la escala de Richter como una función de probabilidad (2.33). Ahora, la escala de Richter

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

determina la *magnitud local* de un movimiento sísmico, esto es,

$$M_L = \lg A - \lg A_0, \quad (3.3)$$

$$M_L = \lg \frac{A}{A_0}, \quad (3.4)$$

donde  $A$  es la amplitud del terremoto y  $A_0$  es la amplitud de un terremoto de grado 0 (factor constante), entonces:

$$f_L = \lg \frac{A}{C}, \quad (3.5)$$

considerando el ruido,

$$f_L = \delta \lg \frac{A}{C}, \quad (3.6)$$

por último,

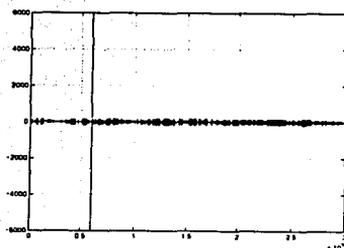
$$e^{f_L} = \exp \left[ \lg \left( \frac{A}{C} \right)^\delta \right]. \quad (3.7)$$

Uno de los resultados más interesantes es la sensibilidad de este proceso para registrar eventos extraños incluso en intervalos cortos de tiempo. La manera de determinar tanto a  $\delta$  como a  $C$  son parte de un análisis posterior.

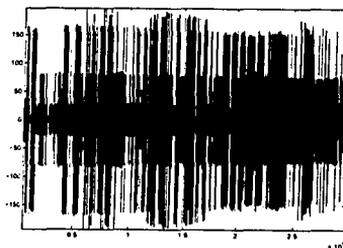
Debe de encontrarse una característica común, ya sea al mercado global o a un mercado local, con el propósito de tener una referencia aproximadamente invariante, es decir, común a todos los participantes del mercado.

Con esta escala se puede iniciar un catálogo de los niveles de variación del mercado o de un activo financiero dando la posibilidad de un manejo distinto de este parámetro (*volatilidad*) para relacionarlo con el riesgo de que se mantenga dentro o fuera de los niveles de fluctuación comunes. Se llama "niveles de fluctuación comunes" a aquellos cambios que no rebasan las expectativas basadas en el análisis técnico.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



(a) Diferencias dinámicas con  $\tau$  igual a 1 minuto.



(b) Acercamiento

Figura 3.3: Dinámicas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

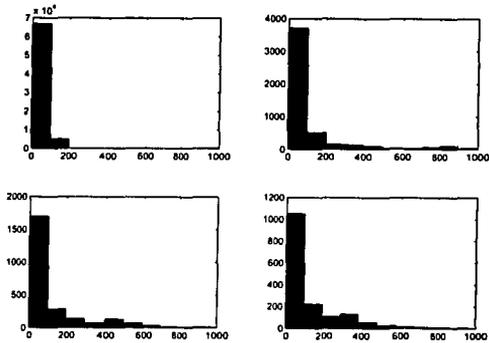


Figura 3.4: Histogramas de las volatilidades cada 15 en un período de fluctuación ordinaria.

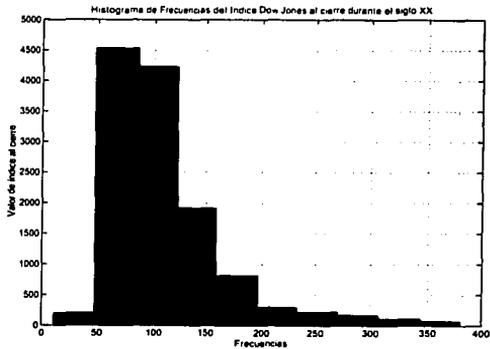


Figura 3.5: Histograma del Dow Jones.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

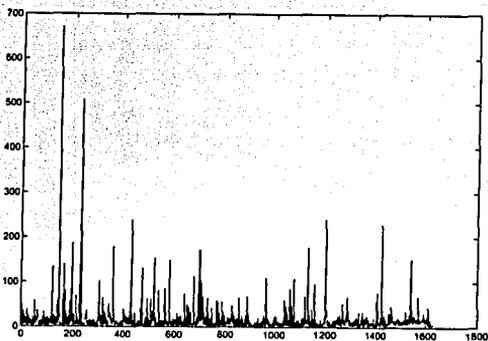


Figura 3.6: Distribución de la varianza en un intervalo de tiempo  $\tau$  igual a 1 minuto.

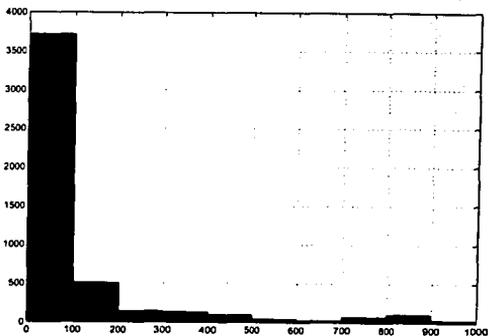


Figura 3.7: Histograma de frecuencias de la volatilidad en un período de fluctuación excesiva con  $\tau$  igual a 15 minutos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# Capítulo 4

## Conclusiones

Las dinámicas producidas por las actividades comerciales que se llevan a cabo a todas escalas, han llegado a influenciar de manera significativa el entorno del ser humano.

Es tal el impulso que provoca la "fuerza del comercio" que ha sido fundamental en la transformación y desarrollo de todas las civilizaciones.

Supongamos, que tenemos un péndulo al cual en la base se le colocan dos imanes, es claro, que el movimiento del péndulo sufrirá una modificación. Pero, si éste fuera su movimiento tradicional no se cuestionaría la presencia de estos imanes. De esta forma se puede intuir la magnitud que provoca el avance en las actividades comerciales y el aprovechamiento de las tecnologías por éstas.

Al comercio se le asocia, sobre todo hoy en día, el flujo de capitales, tecnología, servicios, el desarrollo industrial y en concreto el crecimiento de todos los sectores que componen la economía de un país, es por esto que cuando la actividad comercial en un espacio y tiempo determinados se satura o se desequilibra a causa de un evento fortuito o inducido sufre una alteración en su comportamiento cotidiano y provoca fenómenos que son similares a los fenómenos que se producen en la tierra como los terremotos, los cuales son un mecanismo interno del planeta para liberar o regular la energía.

Una de las analogías más usadas para estudiar el comportamiento de las dinámicas producidas en la economía es aquella que está relacionada con la termodinámica. Esto es, sabemos que los sistemas caloríficos son cerrados (adiabáticos) o abiertos, es decir, permiten el intercambio de calor o no, siempre y cuando éste se mantenga o se transforme y pueda ser cuantificado.

El modelo económico de libre mercado es parecido a este tipo de sistemas que permiten o no que el intercambio comercial se lleve a cabo y la fuerzas asociadas con la pérdida de este intercambio son aquellas que provocan fricción como las medidas proteccionistas implementadas por los gobiernos de las naciones.

El origen de que en los mercados financieros se produzcan las caídas (*crash o shocks*) es la conjunción de varios factores que convergen o se desencadenan en un momento determinado, sin embargo, lo anterior es consecuencia de un evidente desequilibrio entre compradores y vendedores o la acción de la ley de la oferta y la demanda. Esto no es desconocido y ha sido la razón de diversas investigaciones, mas como se señaló en la motivación inicial de este estudio no tiene el mismo peso un inversionista institucional como JP Morgan&Flemming, Standard&Poor's, Lloyd, Moody's, Capital Group, Merlyll Lynch, . . . que un simple inversionista doméstico y no lo comparemos con aquel independiente. También en los mercados financieros se dan los pesos. La diferencia de recursos y procesos de aprovechamiento de la información entre los participantes del mercado es fundamental para que este tipo de fenómenos económicos se presenten en distintas versiones (ópticas). Es la composición natural del mercado - sus participantes - la que provoca que sea estable y que sólo se mantenga entre períodos de estabilidad ya que su movimiento es continuo en el tiempo.

Esta misma inquietud ha colaborado para que en este estudio se lleven a cabo procedimientos que son propios de otras disciplinas para explicar el comportamientos de la volatilidad.

Desde que Eugene Fama en 1963 publicó su artículo *Institutional Investor* donde proponía una analogía de los mercados financieros con las ondas provocadas por los Tsunami, este tipo de estudios han venido a enriquecer y complementar a otro tipo de investigaciones como las realizadas por Harry Markowitz (*Teoría de Portafolios*). Además, Fama es el creador de la *Teoría del Mercado Eficiente* la cual ha ocupado a muchos investigadores últimamente.

La analogía usada en este estudio es semejante. El movimiento de los índices financieros o el registro del cambio de precios con respecto al tiempo al momento de ser graficados muestran una similitud con los producidos por aparatos como los sismógrafos. Si, se toman muestras de estas gráficas se notará que cada vez que se tome una muestra más pequeña la gráfica será

más parecida al registro sismográfico. La medición de la magnitud sísmica se basa en un cálculo realizado con la ayuda de la gráfica y de la escala de Richter.

La escala de Richter es básicamente una escala del tipo logarítmico que toma en cuenta la distribución de los sismos en un territorio determinado.

La conclusión más valiosa de este trabajo es la demostración por métodos experimentales o empíricos de que la distribución de la volatilidad para intervalos cortos de tiempo no es *log-gaussiana*, hecho en el que están basados la gran mayoría de los análisis técnicos y fundamentales que se realizan hoy en día. Se establece que la volatilidad no sólo se restringe a un solo cálculo sino a varios procesos detrás que hacen que emerjan otro tipo de variaciones asociadas con cada una de las particularidades financieras.

Debido al factor tiempo y como posibles trabajos posteriores se establece una línea de investigación ocupada en comparar las fluctuaciones de los índices financieros en sus distintas frecuencias para determinar y encontrar un patrón que sirva de base para la construcción de la escala de magnitud de las caídas de los mercados y en la construcción de otra escala más basada en la intensidad de los efectos causados por éstas.

Se muestra también que el mercado no es totalmente eficiente ya que se debe considerar el tamaño de los participantes y su diversidad, que sólo puede ser eficiente para cierto tipo de inversionistas mas no así para todos.

Muchos han sido los métodos de análisis del mercado utilizados, la gran mayoría de estos están basados en procesos y pruebas estadísticas, las cuales presentan muchas fluctuaciones, como señala Mandelbrot: 'quien prueba a las pruebas estadísticas', él mismo mantiene "vale más ser aproximadamente correcto que ciertamente incorrecto" [9].

El estudio de las series de tiempo es similar al trabajo realizado por geólogos, ya que en las capas de la Tierra está toda la información acerca de los cambios climáticos que ha experimentado, al igual que en las capas de nuestro planeta en las series de precios o en cualquier expresión particular de ella se encuentra contenida la información general de las posibles razones de su movimiento o cambio.

Desde una óptica cien por ciento actuarial, las caídas de los mercados financieros están sujetos a por lo menos dos tipos de riesgos:

**Intínsecos**, los propios del riesgo bajo análisis (p.e. la estructura de los mercados financieros).

**Extrínsecos**, los relacionados con el entorno en el cual se mueven los riesgos (p.e. situaciones político-económicas del país en cuestión).

Contando con una medida de las caídas de las bolsas el siguiente paso es clasificar los diversos riesgos financieros de una manera adecuada para seguir con el proceso de cálculo de primas de acuerdo con la medida establecida tal y como se hace en el caso de los **Cat-Bond** emitidos por el CBOT (*Chicago Board of Trade*) y negociados en el CME (*Chicago Mercantile Exchange*), los cuales están asociados a instrumentos derivados o subyacentes.

Con estos elementos puede establecerse una frecuencia de las fluctuaciones de diversos instrumentos financieros (indicadores, índices, acciones, etc.) lo cual permitiría realizar una clara identificación de los fenómenos financieros para su análisis detallado.

Además de abrir un mercado que aunque no nuevo ya que este tipo de operaciones se llevan a cabo hoy día, si con un enfoque distinto y posiblemente con mayor claridad lo cual es atractivo para los participantes del mercado. Permitiéndoles tener una reducción en sus pérdidas programadas a un costo mínimo.

Dentro del prefacio de la cuatrigésima edición de *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale* publicada en Lausanne en 1900, Léon Walras ya esgrimía: *Todo esto es una teoría matemática, es decir, si la exposición se puede hacer en lenguaje ordinario, la demostración se haría en lenguaje matemático.* El mismo adjuntaba: *Es cierto que la economía política es como la astronomía, la mecánica una ciencia experimental y racional... El siglo XX, que no es largo, sentirá el principio de insertar a las ciencias sociales dentro de la cultura general de los hombres, habituados al manejo de la inducción y la deducción, el razonamiento y la experiencia. También la economía matemática se pondrá el nivel de la astronomía y de la mecánica matemática [12].*

Como se sabe, la evaluación tradicional de los modelos económicos se fundamenta en la eficiencia de los modelos econométricos. Estos modelos servían de base para obtener conclusiones relativas al comportamiento de una variable definida en distintos escenarios, bajo el supuesto de que, en cada uno de éstos, la relación econométrica permanecía estable. En el momento de construir la escala se podrá estimar que tipo de variables son las que controlan el

modelo del mercado en distintos escenarios, sin dar por hecho, la estabilidad del modelo frente a modificaciones en el sentir de los participantes o de la política económica.

A fin de cuentas, el mundo mágico del comercio es una de las causas de muchas de las realidades de los países y es fuente inagotable de fenómenos de diversa índole con distintos grados de conexión entre sí, sobre todo la importancia trascendente que han obtenido los fenómenos económicos debido a que el número de posibles muertos por una crisis financiera es mayor al promedio ocasionado por conflictos bélicos. Sin embargo, en lo estrictamente financiero *la volatilidad es tu amiga* y es un elemento fundamental del mercado.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

# Apéndice A

## Código de la modelación

En este apéndice se lista el código definitivo que se usó para calcular el indicador de la escala. Está básicamente programado en lenguaje C y en Matlab debido a la versatilidad y compatibilidad tanto del lenguaje como del paquete de cómputo científico.

```
%Programa distri.m
%
%ajusta a los datos proporcionados una curva
%
function y=distri1(c,xd)

a=xd
b=sqrt(2*pi)*c(1).*xd
c=a./b
d=exp((-1/(2*c(1)^2))*(log(xd./c(2)).^2))
y=c.*d
```

```
%
%Programa ajuste.m
%

close all
pru
xd=dat(:,1);
yd=dat(:,2);
h=lsqcurvefit('distri',[1 1 1],xd,yd);
a=(xd.^h(3)./(sqrt(2*pi)*h(1)*xd));
b=exp((-1/(2*h(1)^2))*(log(xd./h(2)).^2));
yy=a.*b;
error=max(abs(yd-yy));
plot(xd(1:23),yd(1:23),'o',xd(1:23),yy(1:23),'*')
%plot(xd,yy,'*r')
title('Distribución cada 60 min')
ylabel('Probabilidad')
xlabel('Volatilidad')
zoom
grid
```

```

%
%Programa pru.m
%

fid=fopen('diferencias.txt');
y=fscanf(fid,'%f',inf)
[s,q]=size(y);
mx=max(y);
mn=min(y);
l=((mx-mn)/100);
% hasta N+1
it=0;
for i=1:101
    frec(i)=0;
end
for i=1:s
    it=fix(((y(i)-mn)/l)+1);
    frec(it)=frec(it)+1;
end
for i=1:101
    vol(i)=mn+((2*i-1)/2)*l;
end
v=vol'; %volatilidades
fr=frec'/s; %frecuencias
suma=sum(fr);
plot(vol(1:23),frec(1:23),'.')
xlabel('Volatilidades')
ylabel('Frecuencias')
figure
plot(v(1:23),fr(1:23),'o')
xlabel('Volatilidades')
ylabel('Frecuencias')
figure
dat=[v fr]; %datos v ordenadas, fr abscisas
%fid=fopen('vofrel.txt','wb');
%fwrite(fid,dat,'float');

```

```
/*Programa var.c*/
/*Calcula las varianzas estaticas de la serie de precios en un
intervalo determinado */

#include <stdio.h>
#include <math.h>

main () {

    FILE *fp;

    float x[300000],s,pm[300000],ds[300000],vari[200000],v;
    int i,sd,ii,j,iff,ff,k;

    /* leer el archivo */
    if ((fp=fopen("precios.txt","rt"))==NULL) {
        printf("No se puede abrir el archivo");
    }
    rewind(fp);
    i=1;
    while (!feof(fp)){
        fscanf(fp,"%f",&x[i]);
        i=i+1;
    }
    i=i-2;
    printf("Cantidad de renglones %i\n",i);
    fclose(fp);

    printf("Termine de leer");
    printf("\n Promedio de la serie: ");
    scanf("%i",&ff);
    printf("ff= %i\n",ff);

    /*abre el archivo y escribe*/
    fp=fopen("volatilidad.txt","w+t");
    rewind(fp);
    k=i;
    s=0;
    sd=1;
    ii=1;
    iff=ff;
```

```
j=0;
v=0;

/*guarda en un arreglo el promedio y lo calcula*/
while (j<k){
    for(i=ii;i<=iff;i++){
        s=s+x[i];
        j=j+1;
    }
    pm[sd]=s/ff;

/*guarda y calcula la varianza*/
    for(i=ii;i<=iff;i++){
        v=v+pow((x[i]-pm[sd]),2);
    }
    ds[sd]=sqrt(v/ff);
    vari[sd]=v/(ff-1);

    sd=sd+1;
    ii=ii+ff;
    iff=iff+ff;
    s=0;
    v=0;
}

/*escribe los resultados en otro archivo */
for (i=1;i<=sd-1;i++){
    fprintf(fp," %f\n",vari[i]);
    printf("i %i vari %f\n",i,vari[i]);
}

fclose(fp);

return 0;
}
```

```
/*Programa dvar.c*/
/*Calcula la varianzas de la serie de precios en un intervalo
determinado de manera dinamica*/

#include <stdio.h>
#include <math.h>

main () {

    FILE *fp;

    float x[300000],s,pm[300000],ds[300000],vari[200000],v;
    int i,sd,ii,j,iff,ff,k;

    /* leer el archivo */
    if ((fp=fopen("precios.txt","rt"))==NULL) {
        printf("No se puede abrir el archivo");
    }
    rewind(fp);
    i=1;
    while (!feof(fp)){
        fscanf(fp,"%f",&x[i]);
        i=i+1;
    }
    i=i-2;
    printf("Cantidad de renglones %i\n",i);
    fclose(fp);

    printf("Termine de leer");
    printf("\n Promedio de la serie: ");
    scanf("%i",&ff);
    printf("ff= %i\n",ff);

    /*abre el archivo y escribe*/
    fp=fopen("volatilidad.txt","w+t");
    rewind(fp);
    k=i;
    s=0;
    sd=1;
    ii=1;
    iff=ff;
```

```
j=0;
v=0;

/*guarda en un arreglo el promedio y lo calcula*/
while (j<k){
  for(i=ii;i<=iff;i++){
    s=s+x[i];
    j=j+1;
  }
  pm[sd]=s/ff;

/*guarda y calcula la varianza*/
  for(i=ii;i<=iff;i++){
    v=v+pow((x[i]-pm[sd]),2);
  }
  ds[sd]=sqrt(v/ff);
  vari[sd]=v/(ff-1);

  sd=sd+1;
  ii=ii+1;
  iff=iff+1;
  s=0;
  v=0;
}

/*escribe los resultados en otro archivo */
for (i=1;i<=sd-1;i++){
  fprintf(fp," %f\n",vari[i]);
  printf("i %i vari %f\n",i,vari[i]);
}

fclose(fp);

return 0;
}
```

```
/*Programa varalea.c*/
/*Calcula la varianza en forma aleatoria de la serie de precios
segun la funcion rand*/
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include <math.h>

int cuenta(void);
void carga(void);
void media_var(void);

FILE *fp1,*fp2,*fp3;
int tam,bloque,rep;
float *arr;

int main(int arg, char* argv[])
{
    int i;

    printf("Promedio y Repeticiones:\n");
    scanf("%i %i",&bloque,&rep);

    fp1 = fopen(argv[1],"rt");
    tam = cuenta();
    printf("%d\n",tam);
    fclose(fp1);

    fp2 = fopen(argv[1],"r");
    arr = (float*)calloc(tam,sizeof(float));
    carga();
    fclose(fp2);

    fp3 = fopen(argv[2],"w");
    media_var();
    fclose(fp3);
}
```

```
    free(arr);
    return 0;

}

int cuenta()
{
    int temp,n=0;
    while(fscanf(fp1,"%f",&temp) != EOF)
        n++;
    return n;
}

void carga()
{
    int i;

    for(i=0;i<tam;i++){
        fscanf(fp2,"%f",&arr[i]);
        // printf("%f \n",arr[i]);
    }
}

void media_var(void)
{
    int i,j,k;
    long int t;
    float med=00000.00,var=00000.00,temp=00000.00 ;
    float bloqtemp[bloque];

    srand(time(0));

    for(i=0; i < rep; i++){
        med=0;
        var=0;
```

```
printf("rep= %i\n",i);
for(j=0; j < bloque;j++){
    t=rand()%tam;
    printf("t= %li \n",t);
    temp = arr[t];
    printf("temp= %f arr[%i]= %f\n",temp,t,arr[t]);
    bloqtemp[j]= temp;
    med += temp;
}
med = med/bloque;

for(k=0; k < bloque; k++){
    var += pow(med-bloqtemp[k],2);
    printf("%5.3f ",bloqtemp[k]);
}
var = var/bloque;

printf("\n\n");
fprintf(fp3,"%5.3f \t %5.3f \t %5.3f \n",med,var,sqrt(var));
// fprintf(fp3,"%5.3f\n",var);
}

}
```

## Bibliografía

- [1] Bak, Per, *How nature works: the science of self-organized criticality*. Copernicus (Springer-Verlag Press), 1996.
- [2] Rostow, Walt Whitman, *The process of economic growth*. Oxford Press, 15-50, 1960.
- [3] Bouchaud, Jean-Philippe, *Theory of Financial Risks. From Statistical Physics to Risk Management*. Cambridge University Press, 2001.
- [4] Zumbach, Gilles O., Dacorogna, Michel M., Olsen, Richard B., Olsen Jorgen L., *Introducing a scale of market shocks*. Research Institute for Applied Economics, 1999.
- [5] Stanley, H. Eugene, Mantegna, Rosario N., *Scaling behavior in the dynamics of an economic index*. Nature, **376**, 46-49, 1995.
- [6] Arnold, V. I., *Mathematical methods of classical mechanics*. Springer, 3-51, 1989.
- [7] Barford, N. C., *Mechanics*. John Wiley & Sons, 1-50, 1973.
- [8] Malkiel, Burton G., *A random walk down Wall-Street*.
- [9] Mandelbrot, Benoit B., *Fractals and scaling in finance (Discontinuity, concentration, risk)*. Springer, 1997.
- [10] Nava, Alenjandro, *Terremotos*. Fondo de Cultura Económica, 101-104, 1995.
- [11] Wallace, Terry, *Modern global seismology*. Academic Press, 15,16,379-381, 1995.
- [12] Walras, León, *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*. LGDJ, 1952.

- [13] UAM - Iztapalapa. Departamento de Economía. *Modelós e interpretaciones económico - financieras*. 1995.
- [14] Schoroeder, Manfred Robert, *Fractals, chaos, Power Laws. Minutes from an Infinite Paradise*. W. H. Freeman and Company, 1991.
- [15] Lebaron, B., *Evolution and time horizons in an agent based stock market*. Working Paper. Brandeis University 1999.
- [16] Monferrer, A., *Los mercados financieros*. <http://megabolsa.com/biblioteca/financiero.htm>.
- [17] Ellig, J., *Sea change at the stock exchange*. <http://www.cse.org/informed/20.html>, 1999.
- [18] Achelis, S., *Tecnical analisis from a to z*. <http://www.equis.com/free/taaz>.
- [19] Agent Based Computational Economics. Department of Economics, Iowa State University, <http://www.econ.iastate.edu/tesfasti>.
- [20] Laboratory for Financial Engineering. Artificial Markets Project, MIT, <http://lfe.mit.edu/research/artificial-nkts.html>.
- [21] Virtual Financial Markets. Center for Biological and Computational Learning, MIT, <http://www.ai.mit.edu/projects/cbcl/finance/finance.htm>.