

00321

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO



33

FACULTAD DE CIENCIAS

"METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DEL VALOR
EN RIESGO: LA TEORÍA DEL VALOR EXTREMO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIO

P R E S E N T A N:

JORGE ARMANDO GUERRERO ESPINOSA

KARINA SARTILLO LARA

DIRECTOR DE TESIS

ACT. LAURA MIRIAM QUÉROL GONZALEZ.



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PAGINACIÓN DISCONTINUA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

... a la Dirección General de Bibliotecas
... NAM a difundir en formato electrónico e imp-
... onterido de mi trabajo recept
NOMBRE: Jorge Armando
Guerrero Espinosa,
FECHA: 29-Abril-2003
FIRMA: Jorge

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Metodología para el cálculo del Valor en Riesgo. La Teoría del
Valor Extremo"

SARTILLO LARA KARINA Y
realizado por GUERRERO ESPINOSA JORGE ARMANDO

09415636-0
con número de cuenta 09756854-6 quién cubrió los créditos de la carrera de ACTUARIA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

ACT. LAURA MIRIAM QUEROL GONZÁLEZ

L. Q. 10:9

Propietario

ACT. MARÍA AURORA VALDÉS MICHELL

[Signature]

Propietario

ACT. MARINA CASTILLO GARDUÑO

[Signature]

Suplente

ACT. FELIPE ZAMORA RAMOS

[Signature]

Suplente

ACT. NOEMI VELÁZQUEZ SÁNCHEZ

[Signature]

Consejo Departamental de Matemáticas

[Signature]

M. en C. JOSÉ ANTONIO FLORES DÍAZ.
Coordinador de la Carrera de Actuaría.

B

DEDICATORIA

A DIOS,

Por bendecirme para llegar hasta donde he llegado, que es capaz de tomar control de todos los obstáculos que se me presentan y aunque los vea como una pared infranqueable, se que me abrirá paso en medio de ella y saldré adelante.

A MIS PADRES ESTELA Y ENRIQUE,

Por su amor, comprensión y su día a día incondicional y sin medida, a quienes les debo todo lo que soy.

A MIS HERMANOS J. ENRIQUE Y MA. ESTELA,

Por estar conmigo en todo momento, por su respaldo y preocupación.

A MI ABUELITA LUPITA,

Por encomendarme siempre con Dios para que saliera adelante.

A MI SOBRINA MONTSERRAT,

Quien con su ternura y alegría me alienta a seguir esforzándome.

c

A KARINA SARTILLO LARA,

Mi gran amiga, por todo en general y en particular por compartir este sueño conmigo, por saber hacer las cosas más fáciles, por su amistad y por todos estos años de trabajo en equipo.

A MIS AMIGOS DE LA MAESTRÍA,

por sus palabras de aliento y apoyo al final de este trabajo:

VALENTINA, SILVIA, RUTH, IRVING, MARCO ANTONIO, ROBERTO Y GUSTAVO.

JORGE ARMANDO GUERRERO ESPINOSA.

*En mi mundo cuando se corre, se cambia de lugar-
explica Alicia, a lo cual la reina exclama:*

-¡Vuestro país es muy lento!

*Aquí como ves,
hay que correr lo más rápido posible
para permanecer en el mismo lugar.*

(Alicia en el País de la Maravillas)

Lewis Carroll.

D

DEDICATORIA

A DIOS

Por haberme dado la vida y la certeza de su presencia en cada instante y circunstancia de ella. Por ser mi fortaleza y la luz que ilumina mi camino.

A MIS PADRES

Como un testimonio de cariño y eterno agradecimiento por mi existencia, valores y formación profesional. Quiero que sientan que el objetivo logrado también es de ustedes y que la fuerza que me ayudo a conseguirlo fue su apoyo. Gracias por su ejemplo de vida que es y será mi mejor herencia.

A MIS HERMANOS

Por la dicha de tenerlos a mi lado y contar siempre con su amor incondicional. Por compartir conmigo este y tantos otros momentos felices de mi vida. Por permanecer siempre unidos.

A JORGE GUERRERO

Cuya amistad y apoyo hicieron muy agradable el camino que decidimos recorrer juntos.

A MIS AMIGAS

Claudia y Araceli, por su amistad incondicional, por su apoyo y confianza. Por todos los momentos que pasamos juntas. A Mirell por su alegría de vivir.

Finalmente desea agradecer a todas las personas que a lo largo de mi vida han contribuido directa o indirectamente a la realización de esta meta.

KARINA SARTILLO LARA. 

AGRADECIMIENTOS.

Aunque es posible que los agradecimientos de una Tesis sean lo primero que se lean, también es cierto que son lo último que se escribe. Ha llegado el momento de mirar hacia atrás y comenzar a recordar todos los buenos momentos de estos años y a la gente que han logrado que fuesen así. A todos nos gustaría darles las gracias y entre ellos, que son muchos, nos gustaría nombrar algunos.

A LA ACT. LAURA MIRIAM QUEROL GONZÁLEZ, ya que sin su confianza, apoyo y prestancia inmediata no hubiera sido posible la realización de este trabajo

A NUESTROS SINODALES, por sus comentarios y sugerencias para este trabajo:

ACT. MA. AURORA VALDÉS MICHELL.

ACT. MARINA CASTILLO GARDUÑO.

ACT. FELIPE ZAMORA RAMOS.

ACT. NOEMI VELÁZQUEZ SÁNCHEZ.

A nuestra Alma Mater, La **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO**, por habernos brindado la oportunidad de formar parte de su comunidad, por abrirnos sus puertas y brindarnos una formación de excelente calidad.

A la **FACULTAD DE CIENCIAS**; en particular a todos los profesores que nos transmitieron sus valiosos conocimientos de manera abierta y generosa y nos dieron su apoyo durante nuestra formación

A NUESTROS AMIGOS DE GENERACIÓN, que siempre están, estuvieron y seguirán estando, brindándonos cariño y soporte:

ALEJANDRA GALLARDO BOLAÑOS.

ARACELI PAIS GRAJALES.

LUCÍA MIRELL MORENO ALVA.

J. ALFREDO CARMONA OLGUÍN.

JOSÉ MANUEL SILVA CABRERA.

JUAN MANUEL LIMÓN TORRES.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	i
CAPÍTULO 1. RIESGOS FINANCIEROS.....	1
1.1 ANTECEDENTES.....	1
1.2 RIESGOS.....	2
1.3 TIPOS DE RIESGOS FINANCIEROS.....	4
1.3.1 RIESGO DE MERCADO.....	4
1.3.2 RIESGO DE CRÉDITO.....	5
1.3.3 RIESGO DE LIQUIDEZ.....	6
1.3.4 RIESGO DE LIQUIDACIÓN.....	6
1.3.5 RIESGO SISTÉMICO.....	6
1.4 CASOS DE ESTUDIO.....	7
1.4.1 LA CAIDA DE BARINGS.....	7
1.4.2 METALGESELLSCHAFT.....	10
1.4.3 CONDADO DE ORANGE.....	12
1.5 ENFOQUES PARA MEDIR EL RIESGO DE MERCADO.....	15
1.5.1 DURACIÓN Y CONVEXIDAD.....	15
1.5.2 LA BETA DEL CAMP.....	18
1.5.3 DERIVADOS.....	19
◆ FORWARDS Y FUTUROS.....	20
◆ SWAPS.....	22
◆ OPCIONES.....	25

tt

CAPÍTULO 2. VALOR EN RIESGO.....	36
2.1 DEFINICIÓN.....	37
2.2 FACTORES CUANTITATIVOS.....	37
2.3 VAR PARA DISTRIBUCIONES GENERALES.....	39
2.4 VAR PARA DISTRIBUCIONES PARAMÉTRICAS.....	41
2.5 CONVERSIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL VAR.....	43
2.6 VERIFICACIÓN DEL VAR.....	45
2.6.1 TIEMPO HASTA LA PRIMERA FALLA.....	46
2.6.2 EL COCIENTE DE FALLAS.....	48
2.7 EL VAR DEL PORTAFOLIO.....	50
2.7.1 DEFINICIONES.....	51
2.7.2 EL VAR INCREMENTAL.....	55
2.7.3 BARINGS: UN EJEMPLO SOBRE RIESGOS.....	57
2.8 SIMPLIFICACIÓN DE LA MATRIZ DE COVARIANZAS.....	60
2.8.1 MEDIDAS DE VAR IGUAL A CERO.....	60
2.8.2 MODELO DIAGONAL.....	61
2.8.3 MODELOS DE FACTORES.....	64

I

CAPÍTULO 3. ENFOQUES PARA MEDIR EL VAR	65
3.1 MÉTODO DELTA NORMAL.....	66
3.2 VALUACIÓN DELTA VS VALUACIÓN COMPLETA.....	69
3.2.1 DEFINICIONES.....	69
3.2.2 APROXIMACIONES DELTA-GAMMA (LAS GRIEGAS).....	72
3.2.3 COMPARACIÓN DE MÉTODOS.....	75
3.3 MÉTODO DE SIMULACIÓN HISTÓRICA.....	76
3.4 PRUEBA DE ESTRÉS.....	79
3.5 MONTECARLO ESTRUCTURADO.....	83
3.6 COMPARACIÓN DE MÉTODOS.....	86
CAPÍTULO 4. TEORÍA DEL VALOR EXTREMO	92
4.1 ANTECEDENTES.....	92
4.2 LA TEORÍA DEL VALOR EXTREMO.....	94
4.2.1 LA DISTRIBUCIÓN UNIVARIADA DE RENDIMIENTOS EXTREMOS.....	95
4.2.2 LA DISTRIBUCIÓN MULTIVARIADA DE RENDIMIENTOS EXTREMOS.....	99
4.3. EL MÉTODO DEL VALOR EXTREMO PARA CALCULAR EL VAR DE UNA POSICIÓN DE MERCADO.....	101
4.3.1 EL MÉTODO DEL VALOR EXTREMO PARA UNA POSICIÓN TOTALMENTE AGREGADA.....	101



4.4	EL MÉTODO DEL VALOR EXTREMO PARA UNA POSICIÓN DESCOMPUESTA EN FACTORES DE RIESGO.....	110
4.5	POSICIONES CON DERIVADOS.....	112

CAPÍTULO 5 IMPLEMENTACIÓN.

5.1	LA IMPLEMENTACIÓN DEL VAR DELTA-NORMAL.....	114
5.1.1	APLICACIÓN A DIVISAS.....	117
5.1.2	APLICACIÓN A PORTAFOLIOS DE BONOS.....	120
5.2	MONTE CARLO ESTRUCTURADO.....	125
5.2.1	SIMULACIONES CON UNA VARIABLE ALEATORIA.....	126
5.2.2	GENERACIÓN DE NUMEROS ALEATORIOS.....	130
5.2.3	SECCIONAMIENTO.....	131
5.2.4	EL CALCULO DEL VAR.....	132
5.2.5	SIMULACIONES CON VARIANZAS MÚLTIPLES.....	136
5.2.6	EL CALCULO DEL VAR.....	137
5.3	SIMULACIÓN HISTÓRICA.....	138
5.4	PRUEBA DE ESTRÉS.....	141
5.4.1	ESCENARIOS HISTÓRICOS.....	143
5.4.2	ESCENARIOS SIMPLES.....	144
5.4.3	ESCENARIOS PRONOSTICADOS.....	146

K

CONCLUSIONES.....	151
GLOSARIO.....	153
APÉNDICE.....	162
BIBLIOGRAFÍA.....	169

CAPÍTULO 1.

RIESGOS FINANCIEROS.

"Todo en la vida es la administración del riesgo, no su eliminación".

Walter Wriston.

Expresidente de Citicorp.

1.1 ANTECEDENTES

Las empresas participan en el negocio de la administración de riesgos. Las más competentes lo consiguen, otras fallan. Mientras que algunas empresas asumen pasivamente los riesgos financieros, otras intentan crear una ventaja competitiva a través de una exposición juiciosa a estos tipos de riesgos. En ambos casos, sin embargo, los riesgos financieros deberían ser vigilados cuidadosamente ya que significan un alto potencial de pérdidas financieras importantes.

El control de riesgos es primeramente una herramienta de administración para la alta dirección de instituciones financieras y productivas. Opera tanto como un instrumento de medición como de control y auditoría. Su control en estas esferas es tan significativo que se utiliza crecientemente con relación a actividades de la banca central, los fondos y sociedades de inversión y las personas físicas. En segundo término, los indicadores para el control de riesgos constituyen una guía para la adecuada comunicación de las empresas con sus acreedores e inversionistas minoritarios con referencia a su solvencia, operaciones y el valor potencial.

Este capítulo trata de dejar en claro la necesidad de realizar una administración cuidadosa de los riesgos financieros.

Aquí, se describen los tipos de riesgos que enfrentan las empresas y aunque el propósito principal del VAR es enfocarse en los riesgos de mercado, las empresas están expuestas también a otros tipos de riesgos financieros, los cuales se consideran en la segunda parte.

1.2 RIESGOS.

El riesgo puede ser definido como la volatilidad de los flujos financieros no esperados, generalmente derivada del valor de los activos o los pasivos. Las empresas están expuestas a tres tipos de riesgos: de negocios, estratégicos y financieros.

Los riesgos de negocios son aquellos que la empresa está dispuesta a asumir para crear ventajas competitivas y agregar valor para los accionistas. Los riesgos de negocios, o riesgos operativos, tienen que ver con el mercado del producto en el cual opera la empresa y comprenden innovaciones tecnológicas, diseño del producto y mercadotecnia.

El apalancamiento operativo, relacionado con el nivel de costos fijos y el nivel de costos variable, es también, en gran parte una variable opcional. En cualquier actividad de negocios, la exposición racional a este tipo de riesgo es considerada como una "habilidad interna o ventaja competitiva" de la propia empresa.

En contraste, *los riesgos estratégicos* son los resultantes de cambios fundamentales en la economía o en el entorno político. Un ejemplo relativamente nuevo es la desaparición de la Unión Soviética a finales de los ochenta, que condujo al gobierno estadounidense a una reducción gradual de los gastos de defensa, afectando con ello directamente a las industrias de este ramo. Otro ejemplo fue la percepción negativa que empezó a manifestarse contra los derivados

en 1992 y que condujo a una reducción en la actividad relacionado con estos productos, afectando a los intermediarios de los mismos.

La expropiación y nacionalización también son consideradas riesgos estratégicos. Estos riesgos difícilmente se pueden cubrir, a no ser por la diversificación a través de distintas líneas de negocios y distintos países.

Los riesgos financieros están relacionados con las posibles pérdidas en los mercados financieros. Los movimientos en las variables financieras, tales como las tasas de interés y los tipos de cambio, constituyen una fuente importante de riesgos para la mayoría de las empresas.

La exposición a riesgos financieros puede ser optimizada de tal manera que las empresas puedan concentrarse en lo que es su especialidad: administrar su exposición a los riesgos de negocio. En contraste con las empresas industriales, la función principal de las instituciones financieras es administrar activamente los riesgos financieros; los bancos ahora se han percatado que deben identificar y medir con precisión los riesgos para posteriormente controlarlos y evaluarlos de forma apropiada.

Un entendimiento cabal del riesgo permite que los administradores financieros puedan estar en condiciones de planear adecuadamente la forma de anticiparse a posibles resultados adversos y sus consecuencias y de este modo, estar mejor preparados para enfrentar la incertidumbre futura sobre las variables que puedan afectar sus resultados; esto, a su vez, les permite ofrecer mejores precios por administrar el riesgo que su competencia.

1.3 TIPOS DE RIESGOS FINANCIEROS.

Como ya habíamos mencionado los riesgos financieros están relacionados con las posibles pérdidas por participar en operaciones de crédito, compra y venta de títulos, transferencias de fondos, etc. El cambio en las tasas de interés, los tipos de cambio o los índices en los mercados de valores son una fuente potencial de riesgo para la mayoría de las empresas.

La implementación de políticas de administración de riesgos financieros es de gran importancia para que los individuos, empresas y gobiernos puedan afrontar adecuadamente la ocurrencia de eventos aleatorios desfavorables que repercutan en su patrimonio.

Toda institución financiera está expuesta a una gran variedad de riesgo, entre los que se destacan los siguientes:

1.3.1 RIESGO DE MERCADO

Surge debido a los cambios en el precio de los activos y pasivos financieros. Se mide por los cambios en el valor de posiciones de mercado abiertas o por el cambio en las ganancias que genera una inversión.

El riesgo de mercado puede tomar dos formas:

- **Riesgo Absoluto:** medido por la pérdida potencial de unidades monetarias. Se basa en la volatilidad de las ganancias totales.
- **Riesgo Relativo:** se mide con respecto a un índice de referencia y se basa en la desviación con respecto a este índice.

El riesgo de mercado incluye el *riesgo base*, el cual se presenta cuando se rompe o cambia la relación entre los productos utilizados para cubrirse mutuamente, y el *riesgo gamma*, ocasionado por relaciones no lineales entre los subyacentes y el precio o valor del derivado. Los operadores en el mercado de derivados han sido

afectados por estos dos tipos de riesgo, a pesar de que pensaban que estaban completamente cubiertos.

1.3.2 RIESGO DE CRÉDITO.

Se produce cuando, en un contrato de crédito, una de las partes no está dispuesta o no puede liquidar el valor total de sus obligaciones contractuales, ya sea al vencimiento o en cualquier fecha posterior. Este riesgo se mide por el costo de reemplazar los flujos de efectivos no pagados. En los sistemas de intercambio de valores, el riesgo de crédito generalmente incluye el riesgo de costo de reemplazo y el riesgo de principales.

- **Riego de costo de reemplazo:** es el riesgo de que la contraparte en una transacción que se concluirá en una fecha futura, no cumpla el día del pago. Esta falla puede dejar a la parte solvente con una posición abierta de mercado o no cubierta y puede ocasionar que la parte solvente no pueda realizar las ganancias no tomadas en la posición.

La exposición resultante es el costo de reemplazar la transacción original a precios de mercado. Puede considerarse como una combinación de riesgo de crédito y riesgo de mercado.

- **Riesgo de principal:** es el riesgo de crédito asociado con la pérdida del valor total involucrado en una transacción. En el proceso de liquidación de un pago, el término es típicamente asociado con las transacciones de intercambio de valores cuando no existe el esquema de entrega contra pago, es decir, cuando existe un retraso entre la liquidación final de una transacción y el cumplimiento de las contrapartes.

El riesgo de principal que surge de la liquidación de transacciones en el mercado cambiario a veces es llamado Riesgo Herstatt.¹

¹ Cuando el Banco Herstatt cayó en bancarota en 1974, había recibido pagos de varios participantes en el mercado cambiario, pero quebró antes de que el dinero fuera transferido a las contrapartes, poniendo así en grave peligro la estabilidad del sistema bancario global. La quiebra de este banco impulsó la creación del Comité de Basilea.

1.3.3 RIESGO DE LIQUIDEZ.

Es el riesgo de que la contraparte (o un participante en un sistema de pagos) no liquide el valor total de una obligación al vencimiento. La diferencia con el riesgo de crédito es que el riesgo de liquidez no implica que la contraparte sea insolvente, ya que puede liquidar sus obligaciones en alguna fecha futura. Para efectos de nuestro análisis, este riesgo se refiere a la imposibilidad de afrontar las obligaciones de flujos de efectivo, tales como requerimientos de márgenes mínimo. Esto puede forzar al inversionista a liquidar sus posiciones antes de lo planeado. Muchas veces las pérdidas no se ven reflejadas hasta que se liquidan las obligaciones, por lo que si las condiciones del mercado son desfavorables un inversionista puede tratar de esperar a que las condiciones mejoren y no realizar la pérdida.

1.3.4 RIESGO DE LIQUIDACIÓN.

Término general para designar el riesgo de que los pagos en un sistema de transferencia no se lleven a cabo de acuerdo a lo esperado. Incluye el riesgo de crédito y de liquidez. También se refiere a la posibilidad de que una contraparte quiebre después de que una de las partes haya hecho el pago. Este riesgo es muy latente en los mercados cambiarios.

1.3.5 RIESGO SISTÉMICO.

El riesgo de que el incumplimiento de un participante con respecto a sus obligaciones en los mercados financieros, ocasiona que otros participantes o instituciones financieras no cumplan con sus obligaciones. Tal falla puede causar graves problemas de liquidez o de crédito y, como resultado, podría amenazar la estabilidad de los mercados financieros. En otras palabras, se refiere a que la quiebra de una empresa puede causar un efecto de cascada en otras firmas, amenazando la estabilidad del sistema financiero. Este tipo de riesgo es difícil de evaluar pues sucede en situaciones de extrema inestabilidad y se presenta con poca frecuencia.

1.4 CASOS DE ESTUDIO EN RIESGO

"La experiencia es una escuela muy cara".

Benjamin Franklin.

El principal objetivo del valor en riesgo es cuantificar el riesgo de mercado. La motivación para analizar y medir este tipo de riesgo surge porque los mercados financieros se han expandido de manera vertiginosa, la valuación de los instrumentos es cada vez más compleja y el dinamismo de los portafolios de inversión requiere que las técnicas para medir las pérdidas por fluctuaciones en el valor de los factores de mercado sean mejoradas.

La falta de monitoreo del riesgo de mercado ha provocado pérdidas millonarias y ocasionado la quiebra de varias empresas. Veamos algunos casos:

1.4.1 LA CAÍDA DE BARINGS.

El 26 de febrero de 1995, la Reina de Inglaterra se despertó con la noticia de que Barings PLC, un venerable banco con 233 años de antigüedad, había caído en Bancarrota. Aparentemente, el desplome del banco se debió a un solo operador, Nicholas Leeson, de 28 años de edad, quien perdió \$1.3 mil millones de dólares en la operación con derivados. Esta pérdida aniquiló todo el capital social de la empresa.

La pérdida fue causada por una enorme exposición al riesgo en el mercado accionario japonés, a través del mercado de futuros. Leeson, el operador jefe de futuros de Barings, en Singapur, había estado acumulando posiciones en futuros sobre índices accionarios, en particular el índice Nikkei 225. La posición de Barings en las bolsas de Singapur (Singapore Monetary Exchange, SIMEX) y de Osaka (Osaka Securities Exchange, OSE) sumaba \$7 mil millones.

Como el mercado cayó más del 15% en los primeros dos meses de 1995, Barings sufrió una gran pérdida, la cual se empeoró al tomar posiciones cortas sobre opciones, lo que implica una apuesta a un mercado estable. Como las pérdidas se acumularon, Leeson incrementó el tamaño de la posición, con la obstinada creencia de que estaba en lo correcto. Entonces, incapaz de realizar los pagos en efectivo requeridos por las bolsas, Leeson simplemente huyó el 23 de febrero. Más tarde envió un fax a sus superiores ofreciendo sus "más sinceras disculpas por el predicamento en que los dejé".

Como Barings era visto como un banco conservador, la quiebra sirvió como una llamada de atención para las instituciones financieras en todo el mundo. El desastre puso en evidencia una sorprendente carencia de controles en Barings: Leeson tuvo control tanto de la mesa de operaciones como de la administración de operaciones ("Back office"). La función del back office es confirmar las operaciones y verificar que todas las actividades operativas se realicen conforme a las directrices. En cualquier banco serio, los operadores tienen un monto limitado de capital a su cargo y están sujetos a límites en sus posiciones, los cuales son estrechamente supervisados. Para evitar conflictos de interés, las funciones de la mesa de operaciones y del back office están claramente delimitadas.

Además, la mayoría de los bancos tienen una unidad de administración de riesgo independiente, que realiza una verificación más sobre los operadores.

Las bolsas de Singapur y de Osaka también atrajeron la atención por su falla para notificar el tamaño de las posiciones. En la bolsa de Osaka, Barings había acumulado una posición abierta de 20,000 contratos, cada uno con un valor nominal de \$200,000 dólares. Esto equivalía a ocho veces la siguiente posición más grande, de 2,500 contratos.

Los funcionarios de las bolsas de futuros de Estados Unidos han afirmado que posiciones como esas habrían atraído su atención con mayor oportunidad, si se hubiesen presentado en su país.

Una de las razones por las que Leeson estaba tan poco supervisado fue su gran historial. En 1994, se consideró que Leeson había ganado 20 millones para Barings, es decir, alrededor de una quinta parte de los ingresos totales de la empresa. Esto se tradujo en jugosas bonificaciones para Leeson y sus superiores. En 1994, Leeson obtuvo un sueldo de 150,000 dólares con un bono de \$1 millón. En algún momento, el director de Barings Securities, Christopher Heath, era el ejecutivo mejor pagado en Gran Bretaña.

El problema también se achacó a la estructura matricial implementada por Barings. Dado que la unidad de Leeson estaba sujeta a dos líneas de autoridad, geográfica y funcional, la descentralización inherente en dicha estructura condujo a una escasa supervisión.

Así mismo se alegó que los principales ejecutivos del banco estaban conscientes de los riesgos implícitos y habían aprobado transferencias en efectivo por \$1000 millones, para auxiliar a Leeson para cubrir llamadas de margen.

Además, la alta gerencia de Barings había ignorado, aparentemente, una auditoría interna preparada en 1994. El auditor alertó sobre una "concentración excesiva de poder en las manos de Leeson".

La moraleja de este acontecimiento está resumida en un artículo del Wall Street Journal del 27 de febrero de 1995:

"Los funcionarios del Banco de Inglaterra señalaron que no consideran el problema como un caso peculiar de los derivados. En una circunstancia donde un operador está tomando posiciones no autorizadas, según dijeron, la verdadera cuestión es la fortaleza de los controles internos de una empresa de inversiones y el seguimiento externo hecho por las bolsas y por los reguladores".

Los accionistas de Barings asumieron el costo total de las pérdidas. El precio de las acciones del banco se fue a cero, aniquilando cerca de \$1000 millones de capitalización del mercado.

Los tenedores de bonos recibieron cinco centavos por dólar. Algunas de las pérdidas adicionales fueron asumidas por el grupo holandés de servicios financieros Internationale Nederlanden Group (ING), el cual se ofreció para adquirir Barings por el gran total de una libra esterlina (alrededor de 1.50 dólares). Leeson fue extraditado más tarde a Singapur, donde fue sentenciado a seis años y medio de prisión.

1.4.2 METALLGESELLSCHAFT.

La historia de METALLGESELLSCHAFT (MG) es la mala cobertura con un monto cercano a los 1,300 millones de dólares. El conglomerado, el 14° grupo industrial alemán más grande, con 58,000 empleados, estuvo cerca de la bancarrota a raíz de las pérdidas en que incurriera su subsidiaria americana, MG Refining & Marketing (MGRM), en el mercado de futuros.

Los problemas de MGRM se derivaron de la idea de ofrecer contratos de largo plazo para productos petrolíferos. La mercadotecnia de estos contratos fue exitosa porque los clientes pudieron cerrar en precios fijos durante periodos largos.

Para 1993, MGRM había firmado contratos para proveer a sus clientes 180 millones de barriles de productos petrolíferos durante un periodo de 10 años.

Estos compromisos eran demasiado grandes, equivalentes a 85 días de la producción de petróleo de Kuwait, y excedían muchas veces la capacidad de refinación de MGRM. Para cubrirse contra la posibilidad de incrementos en precios, la empresa idealmente debió recurrir a forwards de largo plazo sobre el petróleo, ajustando el vencimiento de estos y sus contratos.

Sin embargo, a falta de un mercado viable de contratos de largo plazo, MGRM acudió al mercado de futuros de corto plazo e implementó una cobertura convertible, en la cual la exposición de largo plazo se cubre a través de una serie de contratos a corto plazo, con vencimientos aproximados de tres meses, los cuales son traspasados al próximo contrato al vencimiento de los primeros (rolling hedge).

Como el contrato de los tres meses se convertirá finalmente en un contrato que expirará dentro de diez años (realizando roll over), los ingresos generados por la cobertura renovable deberían converger (dentro de diez años) en los ingresos generados por la adquisición y tenencia de un contrato forward de diez años.

Sin embargo, la empresa fue expuesta al riesgo base, que es el riesgo de que los precios del petróleo de corto plazo se desvíen temporalmente de los precios de largo plazo. En 1993, los precios spot (al contado) cayeron de \$20 a \$15 generando llamadas de margen por un monto aproximado de \$1,000 millones de dólares, que tuvieron que ser liquidados en efectivo.

Algunas de estas pérdidas pudieron haber sido compensadas por las ganancias en los contratos de largo plazo con sus clientes, ya que la empresa podía ahora vender petróleo en precios más altos. Pero, aparentemente, la empresa matriz en Alemania, no esperaba tener que colocar tan grandes sumas de efectivo.

Los principales ejecutivos en la subsidiaria estadounidense fueron despedidos y sustituidos por un nuevo equipo administrativo europeo. El nuevo equipo procedió inmediatamente a liquidar los contratos restantes, lo cual condujo a una pérdida reportada de \$1,300 millones de dólares. Desde entonces la liquidación ha sido severamente criticada, argumentado que la liquidación realizó efectivamente pérdidas que habrían disminuido con el tiempo.

El dictamen de los auditores, en contraste, señalaba que las pérdidas fueron causadas por el tamaño de la exposición operativa.

De cualquier modo, la pérdida, el más grande desastre corporativo alemán en la posguerra, estuvo cerca de poner al conglomerado de rodillas. Los acreedores, liderados por el Deutsche Bank, intervinieron con un paquete de rescate de \$2.4 millones de dólares. Se les pidió que suscribieran algunos de sus préstamos a cambio de warrants sobre acciones.

Eventualmente el precio por acción cayó en picada, de 64 a 24 marcos, aniquilando más de la mitad de la capitalización de mercado de MG.

1.4.3 CONDADO DE ORANGE

El caso del condado de Orange representa quizás la forma más extrema de riesgo de mercado no controlado, en un fondo gubernamental local. A Bob Citron, tesorero del condado, le fue confiado un portafolio de \$7,500 millones de dólares, perteneciente a escuelas y ciudades del condado, distritos especiales y al propio condado. Para adquirir una ganancia mayor para estos miles de millones, Citron efectivamente obtuvo préstamos por cerca de \$12,500 millones, a través de acuerdos de recompra inversa, por un total de \$120,000 millones que fueron invertidos en bonos privados con un vencimiento promedio de alrededor de cuatro años. En un entorno donde los costos de financiamiento de corto plazo eran más bajos que los rendimientos de mediano plazo, la estrategia altamente apalancada se desempeñó excesivamente bien, especialmente mientras caían las tasas de interés.²

Desgraciadamente, el incremento en las tasas de interés que inició en febrero de 1994, descubrió la estrategia. Durante todo el año, las pérdidas de papel en el fondo condujeron a llamadas de margen de los intermediarios de Wall Street que habían proporcionado el financiamiento de corto plazo.

En diciembre, al difundirse las noticias sobre la pérdida, los inversionistas trataron de retirar su dinero. Finalmente, dado que el fondo no cumplió en los pagos colaterales, los intermediarios empezaron a liquidar su colateral y el Condado de Orange se declaró en bancarota. Durante el siguiente mes, también fueron liquidados los valores restantes del portafolio, conduciendo a una pérdida de \$1,640 millones de dólares.

Los funcionarios del condado culparon a Citron por emprender inversiones riesgosas y por no vigilar de cerca sus estrategias. Pero muy pronto olvidaron como

² Philippe Jorion, El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados.

habían aplaudido el largo historial de Citron. Durante los años que tuvo el cargo, ingresó cerca de \$750 millones en dinero libre para el Condado. Estos ingresos más altos simplemente reflejaban riesgos mayores.

Las circunstancias que condujeron a la pérdida sufrida por el Condado tienen un paralelismo impresionante con el desastre de Barings. Barings también se fue a la bancarrota a causa de grandes posiciones en las que perdieron. Pero la causa principal fue la ausencia de supervisión sobre los operadores. En ambos casos, los operadores tenían un gran historial que hacía fácil la vida de sus superiores.

Unos pocos meses antes de que el desastre los golpeará, los ejecutivos de Barings enviaron a Leeson \$850 millones para asegurar una posición supuestamente cubierta, en el verano de 1994, los supervisores del condado aprobaron una colocación de bonos por \$600 millones para proporcionarle liquidez a Citron. En ambos casos, a medida que su estrategia empezaba a tornarse amarga, los operadores desplazaron las pérdidas para separar las cuentas. Aunque una diferencia es que Leeson reporto riesgo cero al banco, mientras que los riesgos del fondo eran perfectamente obvios.

El error de Citron fue reportar su portafolio al costo, argumentando que no había riesgo en el portafolio, porque mantendría la tenencia hasta el vencimiento. Debido a que las normas contables gubernamentales no requieren que los fondos comunes de inversión municipales registren las pérdidas o ganancias del papel, Citron no reportó el valor de mercado del portafolio.

Esto explica por qué las pérdidas pudieron crecer hasta \$1,700 millones y por qué los inversionistas reclamaban haber sido engañados acerca de las condiciones del fondo común.

Pero una revelación regular y detallada del verdadero valor del portafolio, es decir el valor del mercado pudo haber salvado a Citron , si sus tenencias hubieran sido

publicadas cada mes, por ejemplo, y medidas en valor presente del mercado, el tesorero hubiera podido reconocer cuán riesgosas eran de hecho sus inversiones.

Los inversionistas, enterados de las fluctuaciones mensuales de los valores, habrían podido abstenerse de abalanzarse sobre el banco para tratar de recuperar su inversión, como ocurrió en diciembre de 1994. Es justo decir que de haberse publicado el VAR del portafolio, los inversionistas probablemente habrían sido más cuidadosos con sus decisiones de mantenerse en el fondo.

Todos los desastres antes mencionados implicaron pérdidas que excedieron los mil millones de dólares. Como se muestra en la siguiente tabla (1-1), estas pérdidas fueron atribuidas a varias causas. El único hilo común a través de estos casos es la ausencia de estrictas políticas de administración de riesgos.

Tabla 1-1 Factores de riesgo en las pérdidas.

	Mercado	Operacional	Fondeo	Ausencia de Controles
Barings	Sí, acciones japonesas	Sí, operador tramposo		Sí
MGRC	Sí, petróleo		Sí, recapitalización	Sí
O.C.	Sí, tasas de interés		Sí, incumplimiento	Sí

Efectivamente, no hay remedio infalible contra el fraude directo. Pero los controles y verificaciones proporcionados por un sistema adicional de administración del riesgo, así como el tratamiento uniforme de la información del front office y el back office (operaciones), sí debería constituir una protección contra operadores tramposos. Con un buen sistema de administración de riesgos, serían detectados en cuestión

de días, si no es que de horas. Por eso es que los sistemas de administración de riesgos son tan invaluable en los mercados financieros

1.5 ENFOQUES PARA MEDIR EL RIESGO DE MERCADO

Existen varias formas de medir el riesgo de mercado de una inversión. Sin embargo, a la fecha, no existe una metodología globalmente aceptada y la mayoría de las técnicas utilizadas carecen de un fuerte soporte estadístico.

Recientemente se ha tratado de modificar esta práctica con la introducción de las metodologías VAR. El propósito principal del VAR es cuantificar el riesgo de mercado mediante técnicas estadísticas que proporcionen estimaciones del riesgo en cierto período de tiempo y con un nivel de confianza determinado. A continuación se exponen algunos enfoques que se han utilizado para medir el riesgo de mercado.

1.5.1 DURACIÓN Y CONVEXIDAD.

Valuación de un bono.

Un valor de renta fija (conocido también como título de deuda) es un bono gubernamental, corporativo o municipal que genera un flujo de pagos predeterminado. Debido a que los pagos son fijos, el valor de los bonos fluctúa con los cambios en las tasas de interés, creando con ello una pérdida potencial.

El precio de un bono está dado por el valor presente de los flujos de efectivo:

$$P = \sum_{i=1}^T \frac{C_i}{(1+y)^i}$$

- Donde:
- C_t = el cupón y/o principal en el período t
 - y = tasa de mercado con la que se evalúa el bono
 - T = número de períodos para el vencimiento

Se ha observado que los bonos con plazo de vencimiento muy largo muestran mayor fluctuación en su precio. Sin embargo, el vencimiento es una medida deficiente del riesgo, ya que sólo toma en cuenta el pago del principal e ignora los flujos generados por los cupones.

En contraste, la duración proporciona una mejor medición del riesgo de mercado, porque contabiliza a todos los pagos y no sólo al principal. La duración también mide la sensibilidad del precio de un activo a movimientos en la tasa de rendimiento. Por esta razón, la duración es una herramienta muy valiosa para la administración de riesgos.

La duración es una característica de un activo; fue definida por primera vez por Macaulay en 1938 como *el plazo ponderado de cada pago del bono, donde las ponderaciones son proporcionales al valor presente de los flujos de efectivo*:

$$D = \sum_{t=1}^T t w_t = \sum_t t \frac{C_t}{\sum C_t} \frac{(1+y)^t}{(1+y)^t} \dots\dots(1.1)$$

Redington (1952) fue el primero que propuso que la duración podía ser utilizada para una estrategia óptima de inversión en bonos, dado un horizonte de tiempo definido. Señaló que un portafolio de inversión en seguros de vida sería inmune a fluctuaciones en las tasas de interés, si la duración del portafolio se establece igual a la de los pasivos.

De hecho, Fisher y Weil (1971) probaron que la inmunización se logra a través de la cobertura de la duración.

Para observar el vínculo entre la duración y los cambios en el precio del bono recordemos que el precio de mercado P de un bono puede ser escrito en términos del valor presente de los flujos de efectivo futuros como:

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+y)^t} \dots\dots(1.2)$$

La sensibilidad del precio del bono a cambios en la tasa de rendimiento (Y), puede encontrarse tomando la derivada de P con respecto a y :

$$\frac{dP}{dy} = \sum_{t=1}^T \frac{-t \cdot C_t}{(1+y)^{t+1}} = - \frac{1}{(1+y)} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot C_t}{(1+y)^t}$$

La duración de Maculay es definida formalmente en (1.1) como el vencimiento promedio ponderado de una inversión:

$$D = \frac{1}{P} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot C_t}{(1+y)^t}$$

Consecuentemente, la sensibilidad del precio del bono a cambios en la tasa de rendimiento es:

$$\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dy} = - \frac{D}{(1+y)}$$

Esto fue probado originalmente por Fisher desde 1966. Si los rendimientos son pequeños, el denominador $(1+y)$ puede ser aproximado por la unidad, y la duración mide la relación lineal entre el rendimiento del bono y cambios en la tasa del rendimiento. De otra forma, para una mejor aproximación, la duración modificada es:

$$D^* = - \frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dy} = \frac{D}{(1+y)}$$

Mientras que la duración es útil para predecir el efecto de cambios en la tasa de interés sobre el valor de los portafolios de renta fija, debería ser reconocida sólo como una aproximación de primer orden, válida para cambios pequeños en el rendimiento. Puede obtenerse una mejor precisión considerando la convexidad.

La **convexidad** es un efecto de segundo orden que describe la forma en que la duración cambia a medida que cambia el rendimiento. La medida de convexidad puede obtenerse a través de la segunda derivada de la ecuación (1.2) con respecto al rendimiento y dividiendo el resultado entre el precio:

$$C = \frac{-dD^*}{dy^2} = \frac{1}{P} \cdot \frac{d^2P}{dy^2} = \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{(1+y)^2} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot (t+1) \cdot C_t}{(1+y)^t}$$

La convexidad es medida en unidades de períodos al cuadrado. Para observar por qué es importante la convexidad, podemos aproximar la tasa de rendimiento de un bono, o el cambio relativo en el precio del bono, a través de una expansión de Taylor de segundo orden.

$$\left(\frac{1}{P}\right) \cdot dP \approx \frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dy} \cdot dy + \frac{1}{2P} \cdot \frac{d^2P}{dy^2} \cdot (dy)^2 = -D^* \cdot dy + \frac{1}{2} C (dy)^2$$

Sin embargo, utilizar la duración y la convexidad para medir los cambios en el precio nos reduce a un efecto determinista y sólo es preciso cuando las variaciones en la tasa de interés son pequeñas. Además, únicamente proporciona información de una fuente de riesgo (la tasa de interés) y no es aplicable a otro tipo de instrumentos.

1.5.2 LA BETA DEL CAPM

Aunque el sentido común sugiere que las inversiones muy riesgosas generan rendimientos mayores que las no riesgosas, no fue sino hasta el desarrollo del Capital Asset Pricing Model (CAPM), que los economistas fueron capaces de cuantificar el riesgo y la recompensa por tomarlo.

En el modelo CAPM se trata de encontrar la combinación óptima de instrumentos para que los individuos adversos al riesgo maximicen su función de utilidad en condiciones de incertidumbre utilizando un criterio de media-varianza, es decir, se escoge un portafolio con el máximo valor esperado y la mínima varianza de los rendimientos.

Una de las formas de definir el CAPM en términos del rendimiento esperado $E(R_i)$ del instrumento i es:

$$E(R_i) = R_f + \beta_{im} (E(R_m) - R_f)$$

$$\beta_{im} = \frac{\text{cov}\{R_i, R_m\}}{\text{var}\{R_m\}}$$

donde: R_f es la tasa libre de riesgo

R_i es la tasa de rendimiento del instrumento i

R_m es la tasa de rendimiento del portafolio de mercado

Algunos autores mencionan que la mejor medida del riesgo de un título que pertenece a un portafolio es la beta del título, ya que la beta mide la sensibilidad de un cambio de la rentabilidad de un título individual al cambio de la rentabilidad del portafolio de mercado.

La desventaja del CAPM, es que es un modelo lineal y no proporciona una medida global del riesgo.

1.5.3 INSTRUMENTOS DERIVADOS.

Los instrumentos derivados permiten que los usuarios desagreguen los riesgos, para asumir los que puedan administrar y transferir los que no desean asumir. Al permitir una exposición controlada a los riesgos financieros, los derivados han dado impetu a los métodos modernos de administración del riesgo. En esta sección se centra la atención en las características de los derivados que son relevantes para cuantificar el valor en riesgo.

◆ FORWARDS Y FUTUROS.

La clase más simple de derivados consiste en contratos forward y futuros. Se trata de acuerdos privados de intercambio de un activo dado en una fecha predeterminada en el futuro. Los términos del contrato son la cantidad, la fecha y el precio al cual se realizará el intercambio.

Generalmente, el precio forward se fija de manera tal que el valor del contrato por sí mismo sea cero al inicio de éste.

Para analizar la valuación de estos contratos, se definen las siguientes variables:

S_t = precio spot de un activo

F_t = precio forward de un activo

y = tasa libre de riesgo

q = rendimiento del activo

τ = plazo para el vencimiento

Valuación de los Forwards

Para la mayoría de los propósitos, el precio del futuro de un contrato con cierta fecha de entrega puede considerarse que es el mismo que el precio de un forward de un contrato con la misma fecha de entrega. Se puede demostrar que en teoría los dos deben ser exactamente iguales cuando los tipos de interés son perfectamente predecibles, y deberían ser muy similares, cuando los tipos de interés varían impredeciblemente. Para entender el precio de los futuros y forwards, se dividen a estos en dos categorías: aquellos en los que el activo subyacente es objeto de inversión financiera para un número significativo de inversionistas y aquellos para los que la inversión se realiza principalmente para su consumo. En el caso de inversión financiera, se consideran tres situaciones diferentes:

1. El activo no proporciona renta.
2. El activo proporciona una renta en metálico conocida.
3. El activo proporciona un rendimiento por dividendos conocido.

La siguiente tabla (1-2) sintetiza la forma de calcular los precios de un contrato con vencimiento T sobre un activo con precio S cuando el tipo de interés libre de riesgo para un período de T años es r:

Tabla 1-2.

ACTIVO	VALOR DE UN FORWARD CON PRECIO DE ENTREGA K.	PRECIO DE UN FUTURO
No proporciona rentas	$S - Ke^{-rT}$	Se^{rT}
Proporciona una renta conocida con valor actual, I	$S - I - ke^{-rT}$	$(S - I)e^{rT}$
Proporciona un rendimiento por dividendo conocido, y	$(*) Se^{-yT} - ke^{-rT}$	$Se^{(r-y)T}$

(*) Esta fórmula es central para medir el riesgo de los contratos Forward. Demuestra que, aun cuando la inversión inicial sea cero, el tenedor del contrato puede estar sujeto a fluctuaciones sustanciales en el valor del mismo. De aquí la necesidad de controlar el riesgo.

En el caso de bienes de consumo, no es posible obtener el precio del futuro como una función del precio de contado y otras variables observables. Aquí surge un importante parámetro conocido como el rendimiento de conveniencia, el cual mide el punto hasta el que los usuarios del producto creen que hay beneficios derivados de la posesión física del activo que no obtienen con el contrato de futuros. Estos beneficios pueden incluir la capacidad de aprovecharse de situaciones de desabastecimiento o la capacidad de mantener un funcionamiento un proceso de producción. Sólo utilizando argumentos de arbitraje (operaciones casadas que pueden hacerse instantáneamente sin ningún riesgo) es posible obtener un límite superior para el precio del futuro sobre bienes de consumo.

Riesgo de los contratos Forward

El riesgo que se tiene al mantener posiciones sobre contratos forward puede determinarse diferenciando la ecuación (*) con respecto a las distintas variables que representan las diversas fuentes de riesgos a los cuales está expuesto el contrato. Estas fuentes de riesgo incluyen el precio spot del subyacente, la tasa de interés local y el rendimiento del activo.

$$df = \frac{\partial f}{\partial S} \cdot dS + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot dy = e^{-rt} dS + Ke^{-rt} r dr - Se^{-rt} dy.$$

Esta diferencial muestra cómo puede descomponerse un contrato Forward en los componentes que lo constituyen para cuantificar el VAR. El riesgo se deriva de la exposición a cada una de las fuentes de riesgo (tal como e^{-rt}) y de movimientos conjuntos en las fuentes de riesgo (tal como dS).

◆ SWAPS.

Los swaps (o permutas financieras) son acuerdos privados entre dos empresas para el intercambio de flujos de tesorería futuros conforme a una fórmula preestablecida. Pueden considerarse como carteras de contratos a plazo. Los primeros contratos Swap se negociaron en 1981. Desde entonces, el mercado ha crecido de forma muy rápida. Actualmente se negocian cientos de miles de millones de dólares de contratos cada año.

Los dos tipos de swaps más comunes son los swaps de tipos de interés y los swaps de divisas. En un swap de tipos de interés, una de las partes se compromete a liquidar a la otra intereses a un tipo fijo sobre un principal especulativo durante un número de años. A su vez, recibe intereses a un tipo flotante sobre el mismo principal especulativo durante el mismo período de tiempo.

En un swap de divisas, una parte se comprometa a liquidar intereses sobre cierta cantidad de principal de una divisa. Por otro lado, recibe intereses sobre cierta cantidad de principal en otra divisa.

Las cantidades de principal no se intercambian en un swap de tipos de interés. En un swap de divisas, las cantidades de principal se intercambian al principio y al final de la vida del swap. La parte que paga intereses en la divisa extranjera recibe el principal extranjero y paga el principal nacional al principio de la vida del swap. Al final de esta, se paga el principal extranjero y recibe el principal nacional.

El swap de tipos de interés puede utilizarse para transformar un préstamo de tipo flotante a un préstamo de tipo fijo o viceversa. Un swap de divisas puede utilizarse para transformar un préstamo en una divisa en un préstamo en otra divisa. En esencia, un swap es una posición larga (compra) en una obligación combinada con una posición corta (venta) en otra obligación.

Los swaps normalmente son organizados por las instituciones financieras. Sería ideal que en orden a eliminar el riesgo de tipo de interés o de tipo de cambio, la institución financiera pudiera firmar los acuerdos de swap compensatorios con las dos partes en el mismo momento. En la práctica, las instituciones financieras frecuentemente "reciben en depósito" swaps. Esto significa que firma un acuerdo swap con una parte y cubren su riesgo de día a día hasta que encuentran a alguien que quiera tomar la posición opuesta. Cuando una institución financiera firma un par de swaps que se compensan con diferentes contrapartidas, está expuesta al riesgo de impago. Si una de las partes deja de pagar cuando la institución financiera tiene un valor positivo en el swap con esta parte, la institución financiera perderá dinero si aún tiene que cumplir su acuerdo de swap con la otra parte.

Valuación de los Swaps

Los swaps pueden valuarse generalmente de dos formas: como la diferencia en el valor presente de los dos flujos de efectivo o como un portafolio de contratos forward correspondiente a cada intercambio de fondos.

Por ejemplo, para valuar los swaps sobre tasas de interés supongamos que la empresa A realiza pagos a tasa flotante a cambio de recibir pagos a tasa fija. Si B_F es el valor del bono a tasa fija y B_r es el valor del bono a tasa flotante, el valor del swap es $V=B_F-B_r$.

En su inicio el valor del swap es cero, y $B_F=B_r$. Si las tasas de interés descienden, el swap de A tendrá un valor mayor dado que recibe cupones mayores que los rendimientos prevalecientes en el mercado. B_F se incrementará al valor presente de los flujos de efectivo, utilizando las tasas de descuento apropiadas, mientras que B_r variará muy poco, porque los pagos de interés son restablecidos a intervalos regulares. De hecho, justo antes de un reposicionamiento, B_r se comportará exactamente como una inversión en efectivo, con un valor similar al principal.

Riesgos de los Swaps.

Los riesgos de los swaps se asemejan a los de los contratos forward. En el caso de un swap sobre divisas, los movimientos en el valor pueden deberse a movimientos en el tipo de cambio spot y en las tasas de intereses locales y extranjeras $V=V(S, r, r^*)$, donde r es el rendimiento al vencimiento del bono local y r^* es el rendimiento al vencimiento en el bono referido a una divisa extranjera. Utilizando la aproximación de la duración y tasas continuas,

$$dV = \frac{\partial V}{\partial S} \cdot dS + \frac{\partial V}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial V}{\partial r^*} \cdot dr^* = P^* dS + S(-D^* P^*) dr^* + DP dr.$$

El riesgo de un swap de tasa de interés depende del momento de reposicionamiento en el lado de la tasa flotante. Con un reposicionamiento continuo, este lado no tiene riesgo. En la práctica el cupón debe ser restablecido cada 6 meses, por ejemplo. Justo antes de un periodo de reposicionamiento, el movimiento en el valor de un swap de tasa de interés se debe únicamente al componente fijo de la posición:

$$dV = \frac{\partial P}{\partial r} \cdot dr = -DPdr.$$

Justo después del reposicionamiento, el bono a tasa flotante se transforma en un bono de corto plazo a tasa fija.

Como antes, la aproximación de la duración puede mejorar aún más al considerar los movimientos no paralelos en la estructura intemporal de tasas.

◆ OPCIONES.

Los contratos de opciones llevan menos tiempo negociándose en bolsa que los contratos de futuros, no obstante han tenido gran éxito entre los inversionistas. Existen básicamente dos tipos de opciones: de compra y de venta (call y put). Una *opción de compra* da a su titular el derecho a comprar un activo a un precio determinado en una fecha establecida. Una *opción de venta* proporciona a su tenedor el derecho a vender un activo en una fecha determinada a un precio establecido. El precio contractual se llama precio de ejercicio (strike price) y la fecha de finalización del contrato, fecha de ejercicio o vencimiento (expiration date, exercise date o maturity). Una opción europea sólo puede ser ejercitada en la fecha de vencimiento, mientras que una opción americana, puede ser ejercitada en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento.

Existen cuatro posiciones posibles en un mercado de opciones: una posición larga en una opción de compra (call larga), una posición corta en una opción de compra (call corta), una posición larga en una opción de venta (put larga) y una posición corta en una opción de venta (put corta). Tomar una posición corta en una opción equivale a emitirla. Las opciones actualmente se negocian sobre acciones, índices de acciones, divisas, contratos de futuros y obligaciones.

Cabe recalcar el hecho de que una opción otorga a su titular el derecho a hacer algo, sin estar obligado a ejercer ese derecho. Es en este punto donde se diferencian las opciones de los contratos de futuros. El titular de un contrato de

futuros a largo plazo, se compromete a comprar un activo, a un cierto precio y en una fecha dada. En cambio, el titular de una opción de compra, tiene la opción a decidir sobre la compra de un activo, a un cierto precio, en una fecha dada, en el futuro.

Suscribir un contrato de futuros no cuesta nada (salvo el precio de los valores que deben pagarse al contado); sin embargo, para suscribir un contrato de opciones el inversionista deberá pagar un precio de adquisición. El mayor mercado de opciones sobre acciones, es el Chicago Board Options Exchange (CBOE).

Un mercado debe especificar las condiciones de los contratos de opciones que se negocian en él. En particular, debe especificar el tamaño del contrato, el momento preciso del vencimiento, y el precio de ejercicio.

Las condiciones de una opción sobre acciones no están ajustadas a los dividendos líquidos. Sin embargo sí están ajustados a los dividendos en acciones, a la división de acciones, y a las emisiones de derechos. El fin del ajuste es el de mantener invariables las posiciones del emisor y del comprador del contrato.

No todas las opciones se negocian en mercados de cambio. Las opciones de tipos de interés, opciones sobre divisas, y otros tipos de opciones se negocian activamente de forma extrabursátil entre dos instituciones financieras o entre una institución financiera y una de sus empresas clientes. Las opciones extrabursátiles (over de counter) tienen la ventaja de que sus fechas de vencimiento y sus precios de ejercicio no tiene porqué corresponderse con los estándares de un mercado.

Valuación de las opciones

Hay seis factores que afectan al valor de una opción sobre acciones: el precio actual de las acciones, el precio de ejercicio, la fecha de expiración, la volatilidad del precio de las acciones, el tipo de interés libre de riesgo, y los dividendos esperados durante la vida de la opción. El valor de una opción de compra generalmente aumenta cuando lo hacen el precio actual de las acciones, el

vencimiento, la volatilidad y el tipo de interés libre de riesgo. El valor de una opción de compra disminuye cuando aumentan el precio de ejercicio y los dividendos esperados. El valor de una opción de venta generalmente aumenta cuando el precio de ejercicio, el tiempo de expiración, la volatilidad, y los dividendos esperados aumentan. El valor de una opción de venta disminuye cuando el precio actual de las acciones y el tipo de interés libre de riesgo aumentan.

El precio de una opción de compra sobre acciones siempre debe tener menos valor que el precio de las acciones mismas. De manera similar, el precio de una opción de venta sobre acciones siempre debe tener menos valor que el precio de ejercicio de la opción.

Una opción de compra sobre acciones que no distribuye dividendos debe tener un valor superior a: $\max(s - xe^{-rt}, 0)$, donde S es el precio de las acciones, X es el precio de ejercicio, r es el tipo de interés libre de riesgo, y T es el tiempo que falta para el vencimiento. Una opción de venta sobre acciones que no distribuye dividendos debe tener un valor superior a: $\max(Xe^{-rT} - S, 0)$.

Cuando vayan a distribuirse dividendos con valor actual D , el límite inferior para una opción de compra será: $\max(s - D - xe^{-rt}, 0)$ y el límite inferior para una opción de venta es: $\max(Xe^{-rT} + D - S, 0)$.

La ecuación fundamental de las opciones europeas (paridad put -call) es una relación entre el precio, c , de una opción de compra europea sobre acciones y el precio, p , de una opción de venta europea sobre acciones.

Para acciones que no distribuyen dividendos es:

$$c + Xe^{-rT} = p + S$$

Para acciones que distribuyen dividendos, la relación de la paridad put -call, es:

$$c + D + Xe^{-rT} = p + S$$

La paridad put-call no se mantiene para las opciones americanas. Sin embargo, es posible utilizar argumentos de arbitraje para obtener los límites superior e inferior

para la diferencia entre el precio de una opción de compra americana y el precio de una opción de venta americana.

Riesgos en Opciones

El modelo de valuación Black & Scholes relaciona el valor de una opción a varios factores de riesgo: $c = f(S, r, y)$. Los valores de la opción también dependen del plazo al vencimiento, pero en un sentido determinístico. Los movimientos en el valor de la opción pueden escribirse como:

$$dc = \frac{\partial f}{\partial S} dS + \left(\frac{1}{2}\right) \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial r} dr + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial t} dt.$$

El principal factor de riesgo es el precio del activo subyacente. La derivación del BS demostró que la tenencia de un call es equivalente a la tenencia de una fracción del activo subyacente, donde dicha fracción cambia dinámicamente en el tiempo. Esta observación justifica la aproximación lineal para la cuantificación del VAR de un portafolio que incluye derivados tales como las opciones. Para un mejor ajuste, la segunda derivada parcial también puede ser tomada en cuenta, de manera similar al uso de la convexidad para los bonos.

Esta equivalencia se ilustra en la figura 1-3, la cual presenta el valor actual de un call como una función del precio del activo subyacente. La posición larga en una call es replicada por una posición parcial en el activo subyacente. El tamaño de la opción se incrementa a medida que crece el precio de la acción, como en un orden de pérdida limitada graduada. La fracción del activo subyacente que se debe mantener en posición larga (para el caso del call) es denominada también tasa de cobertura (hedge ratio) o delta de la opción (Δ). Esta equivalencia dinámica, no obstante, es válida solo si el modelo y los supuestos utilizados para obtener la tasa de cobertura son correctos.

Dado que la fórmula del BS es de forma cerrada, la derivada parcial de una call con respecto a al precio el activo subyacente puede escribirse explícitamente como:

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S} = e^{-rt} N(d_1)$$

La cual es siempre positiva y menor que la unidad.

El panel inferior de la figura 1-3 muestra cómo varía la delta con respecto al precio del activo subyacente. La característica esencial que se observa en esta gráfica es que delta varía sustancialmente con respecto al precio del activo subyacente (y también con el tiempo). A medida que se incrementa el precio del subyacente, la opción se vuelve dentro del dinero y se comporta de manera similar a una posición larga en la acción, avanzando casi uno a uno con la acción. A medida que disminuye el precio del activo subyacente, la opción se vuelve fuera del dinero, con una delta cercana a cero.

La delta de un put es:

$$\Delta = \frac{\partial p}{\partial S} = e^{-rt} [N(d_1) - 1]$$

La cual es siempre negativa. Como se muestra en la figura 1-4, la tenencia de un put es equivalente a una posición corta en la acción por un monto Δ .

La gran ventaja de las deltas es que son aditivas. Los operadores mantienen muchas opciones distintas en su posición. Sería poco práctico tratar de cubrir cada una de ellas individualmente. En lugar de eso se resumen en "libros" de opciones mediante su delta total del portafolio obtenida como:

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n x_i \Delta_i$$

Donde x_i es el número de opciones tipo i en el portafolio. Los operadores pueden entonces cubrir la delta neta de su portafolio.

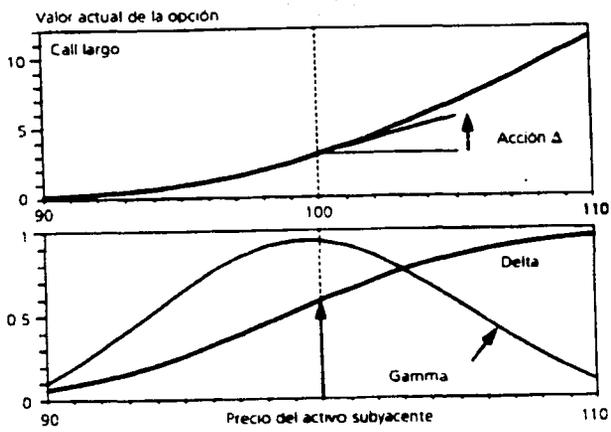


Fig.1-3 Réplica dinámica de una opción call

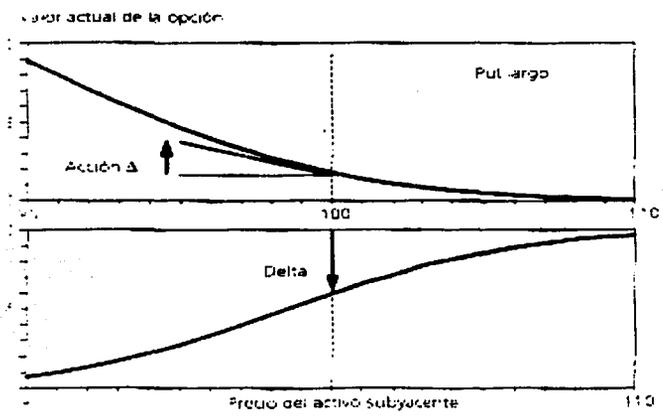


Fig. 1-4 Réplica dinámica de una opción put.

Las opciones son funciones no lineales de los precios del activo subyacente. Por lo tanto, la cobertura lineal o delta puede fallar para grandes movimientos, por lo cual es útil examinar el componente cuadrático de las opciones. Como en el caso de la valuación de bonos, el cambio en el valor de la opción puede escribirse como una serie de Taylor:

$$dc = \Delta dS + \frac{1}{2} \Gamma dS^2 + \dots$$

Para un call o un put europeo, gamma (Γ) puede ser analíticamente derivada como:

$$\Gamma = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{e^{-\tau t} \phi(d_1)}{S \sigma \tau}$$

En la figura 1-3 se observa la gamma para una opción call. Las opciones en el dinero tienen gamas más altas, lo cual significa que la delta cambia muy rápido a medida que cambia S. Las opciones dentro del dinero tienen gamas bajas, dado que la opción equivale esencialmente a una posición en la acción. Similarmente, las opciones fuera del dinero tienen gamas bajas porque su delta es cercana a cero.

¿Qué tan bueno es el desempeño de la cobertura delta-gama? La respuesta está en la figura 1-5. Compara las aproximaciones obtenidas con la cobertura delta y con la cobertura delta-gama al precio real del call. La cobertura delta es útil sólo para movimientos pequeños a partir del valor inicial de \$100. Con un precio e \$94, el cual es casi una desviación estándar abajo, la aproximación lineal genera un valor negativo (el cual es imposible para una opción), subvaluando la opción por 94 centavos. A un precio spot de \$106, la aproximación delta es de \$6.54, la cual está 104 centavos por debajo del valor real.

La cobertura delta-gama, como se esperaba, proporciona una aproximación mucho mejor para un amplio rango de precios del subyacente. El único inconveniente de este método es que tiende a sobrestimar el valor real de la opción ante movimientos extremos. A un precio del subyacente de S = \$94, sobrestima la prima verdadera de la opción sólo 5 centavos. Cuando S = \$106, el error es de 15 centavos.

Por lo tanto, la gamma extiende a las opciones el concepto de convexidad desarrollado por los bonos. Mientras que los bonos convencionales ofrecen una convexidad positiva, las opciones pueden crear una convexidad negativa que puede ser peligrosa porque implica caídas más rápidas e incrementos más suaves en los precios que en cualquier otra alternativa.

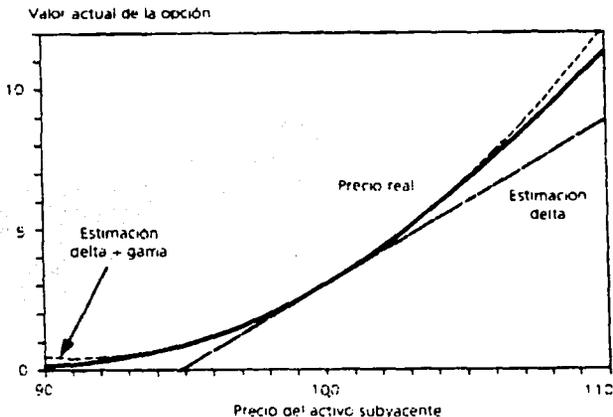


Figura 1-5 Aproximación delta-gamma para un call largo

En la figura 1-6 se asocia la convexidad con las posiciones en opciones. La compra de opciones, tanto calls como puts, conduce a una convexidad positiva. La venta de opciones implica la toma de una convexidad negativa. Debido a que la convexidad negativa es perjudicial, puede ser asumida sólo sobre el pago de una prima. Por lo tanto, la prima de la opción puede ser vista como el precio de la convexidad. Sin embargo, a estas alturas debe estar claro que las gamas altas invalidan los modelos lineales de VAR.

Las opciones son instrumentos extraños. El análisis BS ha demostrado que su valor de mercado no depende de la variación esperada en el precio del activo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

subyacente. No obstante, son extremadamente sensibles a la volatilidad. Por lo tanto, las opciones pueden considerarse como apuestas sobre la volatilidad, en contraste con las posiciones en los mercados al contado Forward, las cuales son apuestas con dirección.

La sensibilidad de una opción a la volatilidad se conoce como la vega de la opción (algunas veces también llamada lambda) Vega es la derivada parcial del precio de la opción con respecto a la volatilidad. Para calls y puts europeas, tenemos:

$$\Lambda = \frac{\partial c}{\partial \sigma} = Se^{-rt} \cdot \tau \phi(d_1)$$

Dado que Λ debe ser positiva, las posiciones largas en opciones responden positivamente a incrementos en la volatilidad y disminuyen en el precio a medida que disminuye la volatilidad. Además, dado que Λ sigue la forma usual de campana de $\Phi(x)$, las opciones en el dinero son las más sensibles a la volatilidad.

Las opciones también son sensibles a movimientos en las tasas de interés y en los rendimientos, aunque típicamente la exposición a estos factores de riesgo es menor que para los precios del subyacente o para la volatilidad. La exposición de una call europea a la tasa de interés, también conocida como rho, es:

$$\rho = \frac{\partial c}{\partial r} = Ke^{-rt} \tau N(d_2)$$

Para una put:

$$\rho = \frac{\partial p}{\partial r} = -Ke^{-rt} \tau N(-d_2)$$

La exposición al rendimiento sobre el activo, para calls y puts, respectivamente, es:

$$\rho^* = \frac{\partial c}{\partial v} = -Se^{-rt} \tau N(d_1)$$

$$\rho^* = \frac{\partial p}{\partial v} = Se^{-rt} \tau N(-d_1)$$

Finalmente, para completar, es necesario mencionar el efecto del deterioro en el tiempo. Para una call europea, la variación en el valor de la opción debido al paso del tiempo, *theta*, es:

$$\Theta = \frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial c}{\partial \tau} = -\frac{Se^{-r\tau}\sigma\Phi(d_1)}{2\tau} + ySe^{-r\tau}N(d_1) - rKe^{-r\tau}N(d_2)$$

Para la mayoría de las opciones, Θ generalmente es negativa, lo cual significa que la opción pierde valor a medida que pasa el tiempo. La derivada siempre es negativa para las opciones americanas, lo cual brinda a sus tenedores la elección de un ejercicio temprano.

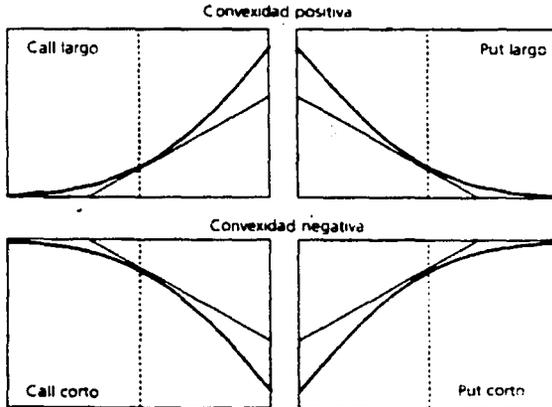


Fig. 1-6 Convexidad

La desventaja común de los métodos enunciados anteriormente es que son modelos determinísticos y aproximaciones lineales a funciones que generalmente no se comportan linealmente. Ante este panorama surge la necesidad de poseer una medida que englobe todo el riesgo del portafolio y que sea robusta estadísticamente hablando. El VAR resume el riesgo en un solo número que expresa la máxima pérdida esperada dentro de un intervalo de confianza.

Este enfoque permite profundizar en el comportamiento de las colas de la distribución, es de fácil comunicación y debe ser incluido como parte esencial en el análisis de riesgos de mercado.

CAPÍTULO 2. VALOR EN RIESGO.

La necesidad de mejorar el control sobre los riesgos financieros ha desembocado en el desarrollo de una medida uniforme de riesgo llamada Valor en Riesgo. Mientras el sector privado está utilizando esta técnica como primera línea de protección contra los riesgos financieros, los reguladores y bancos centrales apoyan la utilización de esta medida. El Comité de Basilea sobre Supervisión Bancaria anunció en abril de 1995, que los requerimientos de capital para la banca comercial iban a estar basados en el cálculo del VAR.¹ En diciembre del mismo año, la SEC (Securities and Exchange Commission)², emitió una propuesta que requería a las empresas públicas reportar información acerca de sus operaciones con derivados, siendo la medida del VAR una de las tres medidas posibles a utilizar en la generación de los reportes. Así, la tendencia general es hacia un informe de riesgos financieros más transparente basado en el VAR.

Así, después de haber presentado algunos enfoques que se han utilizado para analizar el riesgo de mercado, podemos definir el valor en riesgo de un portafolio. Como ya se ha mencionado, este concepto ha sido ampliamente aceptado en el medio financiero y ha sido reconocido como uno de los métodos más objetivos y eficaces para medir el riesgo de mercado.

En este capítulo se desarrolla una definición formal del valor en riesgo. Primero mostraremos cómo obtener el VAR a partir de las distribuciones de probabilidad lo cual puede hacerse de dos maneras: considerando la distribución observada o aproximando la distribución a través de una curva normal, en cuyo caso el VAR se obtiene considerando la desviación estándar de dicha distribución normal.

¹ El comité de Basilea está constituido por gobernadores de bancos centrales. Este comité establece estándares mínimos de requerimientos de capital en los países miembros.

² La SEC es una agencia Federal de los Estados Unidos con amplia autoridad para supervisar los mercados de valores, entre otras cosas, regula las prácticas de reportes financieros de corporaciones públicas.

2.1 DEFINICIÓN

El VAR se define como:

La máxima pérdida esperada (expresada en unidades monetarias) en el valor de un activo (o de un conjunto de activos, un portafolio) durante un periodo de tiempo determinado y para un nivel de confianza (o con un nivel de probabilidad) determinado bajo condiciones normales de mercado.

En otras palabras, el VAR es la peor pérdida que puede sufrir un inversionista con un nivel de confianza especificado. Por ejemplo, si el nivel de confianza requerido es del 95% y el horizonte de planeación es de un día, entonces se esperaría que en sólo cinco de cada cien días las pérdidas excedieran al VAR.

Dicho de otra forma, el VAR nos dice la pérdida que espera excederse en sólo $\alpha\%$ de los τ días del horizonte de planeación, es decir, que una pérdida mayor que el VAR ocurrirá en promedio alrededor de α veces en el tiempo.

2.2 FACTORES CUANTITATIVOS

El primer paso para la medición del VAR es la elección de dos factores cuantitativos: el horizonte de tiempo y el nivel de confianza. Ambos son un tanto arbitrarios. Como ejemplo, el enfoque de modelo interno del Comité de Basilea define un intervalo de confianza del 99% sobre 10 días. El VAR resultante se multiplica por un factor de seguridad de 3 para proporcionar el requerimiento de capital mínimo para propósitos regulatorios.

Probablemente, el Comité de Basilea eligió un periodo de 10 días porque refleja la interrelación entre los costos de un seguimiento frecuente y los beneficios de la detección temprana de problemas potenciales. Desde el punto de vista de los usuarios, el horizonte puede ser determinado por la naturaleza del portafolio. Los

bancos comerciales actualmente reportan su VAR operativo sobre un horizonte diario a causa del gran volumen de transacciones en sus portafolios. En contraste, los portafolios de inversión, tales como los fondos de pensión generalmente ajustan sus exposiciones al riesgo de manera más lenta razón por la cual generalmente se elige un horizonte de un mes para propósitos de inversión. Como el horizonte de tiempo debe corresponder al período más largo requerido para una liquidación ordenada del portafolio, el horizonte deberá estar relacionado con la liquidez de los valores, definida en términos del tiempo requerido para volúmenes normales de transacción.

Para la elección del nivel de confianza se dispone de menos pautas. Probablemente también, el Comité de Basilea eligió un nivel del 99% que refleja la interrelación entre el deseo de los reguladores de asegurar un sistema financiero sano y seguro y el efecto adverso de los requerimientos de capital sobre los rendimientos de los bancos. Los usuarios fijan niveles de confianza que varían ampliamente, pero generalmente se utilizan niveles de confianza estadística del 95% o 99%. Por ejemplo, Citibank utiliza un nivel de 95.4%, Bank America y J.P. Morgan utilizan un nivel de 95%, Bankers Trust utiliza un nivel del 99%, Chemical y Case utilizan un nivel de 97.5%.

El que dichas diferencias sean significativas depende de su utilización. Si los VAR resultantes son utilizados para la selección de un requerimiento de capital, entonces será crucial la elección del nivel de confianza. Dicha selección deberá reflejar el grado de aversión al riesgo de la empresa y el costo de una pérdida por exceder el VAR. Una mayor aversión al riesgo, o un costo más grande implica que las posibles pérdidas deberán ser cubiertas con un monto mayor de capital, conduciendo por lo tanto a un mayor nivel de confianza.

En contraste, si el VAR se utiliza sólo para proporcionar un criterio interno aplicable a toda la empresa para comparar los riesgos entre diferentes mercados, entonces la elección del nivel de confianza no es tan importante.

Cabe mencionar que el elegir el nivel de confianza debe considerarse también el número de datos disponibles, ya que para calcular un VAR con precisión se necesitan más datos a medida que aumenta el nivel de confianza requerida.

Por otra parte, el horizonte de planeación debe elegirse de acuerdo a la naturaleza del portafolio. Hay que tomar en cuenta las fechas de vencimiento de los instrumentos, el grado de liquidez y la frecuencia del cambio de posiciones del tenedor del portafolio. El tipo de empresa para el que se está calculando el VAR también es importante.

2.3 EL VAR PARA DISTRIBUCIONES GENERALES

Un cuantil de orden p , $0 < p < 1$, de una variable aleatoria X o de su función de distribución, es cualquier número denotado por ξ_p , que satisfaga simultáneamente las condiciones:

- a) $\Pr\{X \leq \xi_p\} \geq p$
- b) $\Pr\{X \geq \xi_p\} \geq 1-p$

Los cuantiles también son conocidos como percentiles y además están determinados por la función de distribución y, en contraste con los momentos, siempre existen. Esta propiedad ha hecho que sean ampliamente utilizados en estadísticas para describir distribuciones de probabilidad.

Los cuantiles de mayor uso en la práctica son $\xi_{0.5}$, $\xi_{0.25}$ y $\xi_{0.75}$, que son conocidos como la mediana, el cuantil inferior y el cuantil superior.

Ahora bien, supongamos que en $t=0$ se posee una riqueza inicial P_0 , la cual se invierte en un portafolio que se compone de n instrumentos:

$$P_0 = \sum_{i=1}^n w_i p_{i,0}$$

Donde $P_{i,0}$ es el precio de mercado del instrumento i y w_i es la proporción de P_0 invertida en el instrumento i , $\sum w_i = 1$.

Sea R_τ la variable aleatoria que mide la tasa de rendimiento de dicha inversión en τ unidades de tiempo. Supongamos que R_τ tiene función de distribución conocida $FR(\cdot)$ y que $E\{R_\tau\} = \mu < \infty$. La distribución de R_τ es arbitraria, y como los portafolios de inversión generalmente están compuestos por diversos instrumentos, podríamos suponer que R_τ es la suma ponderada de las tasas de rendimiento de cada uno de los instrumentos en el portafolio

$$R_\tau = \sum_{i=1}^n w_i r_{i,\tau}$$

Por otra parte, si P_τ es el valor del portafolio al final del periodo $t=\tau$, entonces

$$P_\tau = P_0(1 + R_\tau)$$

$$E\{P_\tau\} = P_0(1 + \mu)$$

Si denotamos al cuantil de orden α de la distribución de R_τ como $R_{\tau,\alpha}$, podemos escribir el cuantil de orden α de P_τ como:

$$P_{\tau,\alpha} = P_0(1 + R_{\tau,\alpha})$$

De acuerdo a lo anterior, podemos definir los siguientes conceptos:

El VAR del portafolio P con respecto a la media con $(1-\alpha)\%$ de confianza estadística, medido en un periodo de τ días, es la pérdida en unidades monetarias relativa al valor esperado y se denota como $VAR_{\tau,(1-\alpha)}^{media}(P)$

$$VAR_{\tau,(1-\alpha)}^{media}(P) = E\{P_w\} - P_{\tau,\alpha} = -P_0(R_{\tau,\alpha} - \mu) \dots \dots \dots (2.1)$$

El VAR del portafolio P con respecto al origen con $(1-\alpha)\%$ de confianza estadística, medido en un periodo de τ días, es la pérdida en unidades monetarias relativa al valor inicial del portafolio y se denota como: $VAR_{\tau,(1-\alpha)}^{origen}(P)$ es decir,

$$VAR_{\tau,(1-\alpha)}^{origen}(P) = P_0 - P_{\tau,\alpha} = -P_0 R_{\tau,\alpha} \dots \dots \dots (2.2)$$

Hemos definido dos medidas de Valor en Riesgo debido a que son dos puntos de comparación de interés. En algunas ocasiones se desea saber cual es la máxima desviación que puede tenerse con respecto al valor esperado del portafolio para el horizonte de planeación seleccionado, pero otras veces querrá saberse la máxima fluctuación con respecto al valor inicial del portafolio. Por otra parte, en muchas de las aplicaciones se hace el supuesto de que $\mu=0$. En este caso, las definiciones (2.1) y (2.2) se convierten en la misma. Debe notarse que para ambos casos tenemos que encontrar el percentil α de la distribución R_t , por lo que el problema de calcular el VAR generalmente se plantea en términos de la estimación de un percentil.

2. 4 EL VAR PARA DISTRIBUCIONES PARAMÉTRICAS.

La cuantificación del VAR puede simplificarse considerablemente si se puede suponer que la distribución es normal. Cuando este es el caso, el VAR puede derivarse directamente de la desviación estándar del portafolio, utilizando un factor multiplicativo que depende del nivel de confianza.

Este enfoque algunas veces es denominado paramétrico debido a que implica la estimación de un parámetro, la desviación estándar, en lugar de la simple lectura del cuantil fuera de la distribución empírica.

Primero, se requiere traducir la distribución general $f(w)$ en una distribución normal estándar $\Phi(t)$, donde t tiene como media cero y como desviación estándar la unidad.

Para identificar algunas de las características de esta metodología y poder interpretar algunos elementos incluidos en la definición general de VAR supondremos que R_t se distribuye como una variable aleatoria normal, $R_t \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Esto significa que $P_{t, \alpha}$, por ser una transformación lineal de R_t , también tiene una distribución normal, pero con media $P_0(1+\mu)$ y varianza igual a $P_0^2\sigma^2$

Para encontrar $R_{t, \alpha}$ vemos que:

$$\begin{aligned} \Pr\{R_t \leq R_{t, \alpha}\} &= \alpha \\ \Leftrightarrow \Pr\left\{\frac{R_t - \mu}{\sigma} \leq \frac{R_{t, \alpha} - \mu}{\sigma}\right\} &= \alpha \quad \dots\dots\dots(2.3) \\ \Leftrightarrow \Pr\left\{Z \leq \frac{R_{t, \alpha} - \mu}{\sigma}\right\} &= \alpha \\ \Leftrightarrow R_{t, \alpha} &= Z_\alpha \sigma + \mu, \end{aligned}$$

Donde $Z \sim N(0, 1)$ y Z_α es el cuantil de orden α de Z .

A partir de 2.1 y 2.3 obtenemos:

$$VAR_{t, (1-\alpha)}^{media}(P) = -P_0 Z_\alpha \sigma \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

De manera análoga, a partir de 2.2. y 2.3 se obtiene que:

$$VAR_{t, (1-\alpha)}^{erm}(P) = -P_0 (Z_\alpha \sigma + \mu) \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

Podemos observar que al suponer normalidad, el VAR de un instrumento se puede interpretar intuitivamente porque está directamente relacionado con la inversión inicial, la volatilidad de la tasa de rendimiento y el nivel de confianza deseado a través del percentil α de la distribución de R_t .

En este caso, el VAR queda expresado como un múltiplo de la desviación estándar, por lo que basta con calcular la varianza de la tasa de rendimiento para obtenerlo.

Por otra parte, si suponemos que no existe correlación entre los rendimientos de diferentes días, el horizonte de planeación queda implícitamente incluido en la volatilidad de la tasa de rendimiento, ya que la desviación estándar crece de manera proporcional a la raíz de la longitud del horizonte planeado. Por ejemplo, si la tasa de rendimiento $R_t \sim N(\tau, \sigma^2)$ tiene una frecuencia diaria y los rendimientos

diarios no están correlacionados, podemos calcular la desviación estándar del portafolio para un horizonte de planeación de $t=30$ días como $\sigma_t = \sqrt{30}\sigma$.

En la práctica se ha utilizado el supuesto de normalidad para modelar los rendimientos de portafolios de inversión. Sin embargo, este supuesto no siempre es válido para las series de tiempo financieras, que por lo común tienen colas más pesadas que una distribución normal. El cálculo del VAR depende en gran medida de la forma de la cola de la distribución y el supuesto de normalidad hace que la mayoría de las veces se subestime el riesgo existente.

Este método se puede generalizar a otras funciones de probabilidad acumulativa, así como la normal, mientras toda la incertidumbre esté contenida en σ . Otras distribuciones implicarán diferentes valores de la desviación estándar. La distribución normal es particularmente fácil de manejar, debido a que representa adecuadamente muchas distribuciones empíricas. Esto se aplica especialmente para portafolios grandes y bien diversificados, pero no es válido para portafolios con pesados componentes de opciones y exposición a un pequeño número de riesgos financieros.

2.5 CONVERSIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL VAR.

Utilizando la distribución normal, las mediciones del VAR dependen de dos parámetros: el horizonte elegido y el nivel de confianza. Ambos pueden ajustarse como se desee. Como ejemplo podemos convertir las mediciones de riesgo del RiskMetrics a las mediciones del modelo interno del Comité de Basilea. El RiskMetrics proporciona un intervalo de confianza del 95% (1.65σ) para un día. LA propuesta de Basilea define un intervalo del 99% (2.33σ) para 10 días. El ajuste asume la siguiente forma:

$$VAR_{BC} = VAR_{RM} \frac{2.33}{1.65} \sqrt{10} = 4.45 VAR_{RM}$$

Por lo tanto, el VAR según la propuesta de Basilea es más de cuatro veces el VAR del sistema RiskMetrics. Este ajuste es válido sólo cuando se asumen posiciones constantes y el portafolio no contiene opciones.

De forma más general la tabla 2-1 muestra la forma en que los parámetros de Basilea se traducen en combinaciones de niveles de confianza y horizontes, tomando de referencia una volatilidad anual el 12.16%, la cual es la volatilidad del tipo de cambio del DM/\$. Estas combinaciones son tales que todas producen el mismo valor para $\alpha \sigma \Delta t$. Por ejemplo, un nivel de confianza del 99% para dos semanas produce el mismo VAR que un nivel del 95% para cuatro semanas. O, lo que es lo mismo, la conversión en un horizonte semanal requiere de un nivel de confianza del 99.95%.

La medición del valor en riesgo es definida sólo en un sentido probabilístico. Proporciona la peor pérdida en un nivel de confianza del 99%. Interpretado de manera distinta, una pérdida peor que el VAR ocurrirá alrededor de 1% del tiempo sobre el promedio, o de uno a tres días en un año calendario. Para brindar un seguro cercano al absoluto contra la bancarrota, los reguladores han adoptado un factor multiplicativo $K=3$ que debe aplicarse al VAR_{BC} resultante, el cual significa más de 13 veces al VAR diario de RiskMetrics. Este factor considera la posibilidad de grandes pérdidas aun en condiciones normales de mercado y, posiblemente para una multitud de riesgos adicionales no modelados por la aplicación usual del VAR. Esto destaca aún más el punto de que la elección del nivel de confianza es un asunto de convención, dado que los VAR resultantes son de cualquier forma multiplicados por un factor arbitrario.

Tabla 2-1 Equivalencia entre el horizonte y el nivel de confianza de la distribución normal, riesgo anual=12.16%. (Parámetros de Basilea: 99% de confianza sobre dos semanas.)

Nivel de confianza C(%)	Numero de DS α	Horizonte Δt	DS Observadas		Valor Crítico	
			σ	Δt	$\alpha\sigma$	Δt
Linea base						
99	-2.326	2 semanas	2.381		-5.54	
57.56	-0.456	1 año	12.160		-5.54	
81.89	-0.911	3 meses	6.079		-5.54	
86.78	-1.116	2 meses	4.964		-5.54	
95	-1.645	4 semanas	3.367		-5.54	
99	-2.326	2 semanas	2.381		-5.54	
99.95	-3.290	1 semana	1.684		-5.54	
99.99997	-7.153	1 día	0.766		-5.54	

2.6 VERIFICACIÓN DEL VAR

En la sección anterior se supone que la distribución de R_t es conocida. En realidad lo único que tenemos son datos que nos sirven para proporcionar estimaciones del VAR mediante métodos empíricos o estadísticos. Sin embargo, dichas estimaciones no deberían ser tomadas con garantía absoluta ya que son afectadas por "el error de estimación", el cual es la variabilidad natural de muestreo ocasionada por el tamaño limitado de la muestra. Este es el caso, por ejemplo cuando los parámetros relevantes son estimados a partir de una serie histórica de observaciones T , como en el método de "simulación histórica" que se describe posteriormente.

Para la validación del modelo, los reguladores bancarios y los usuarios del modelo deben tener cuidado con el efecto del error de estimación. Supongamos, por ejemplo, que un regulador bancario observa las estimaciones diarias del VAR reportadas por un banco, así como los rendimientos subsecuentes. El punto es

¿Cómo puede el regulador detectar una parcialidad sistemática en el reporte del VAR?. El problema es que, dado que el VAR es reportado sólo en un nivel de confianza específico, se espera que la cifra sea excedida en algunos casos, por ejemplo en el 5% de las observaciones en un nivel de confianza del 95%. Pero seguramente no observaremos exactamente el 5% de desviaciones en exceso. Podría ocurrir un porcentaje mayor ocasionado por la mala fortuna, tal vez del 6% al 8%. En algún punto, sin embargo, si la frecuencia de desviaciones llega a ser muy grande, digamos del 10% al 20%, el regulador debe concluir que el problema reside en el modelo, no en la mala suerte e imponer penalizaciones al banco que premeditadamente subestima su VAR.

Los usuarios del VAR enfrentan el mismo problema. Su modelo es útil sólo en la medida en que predice eficientemente el riesgo. Si existen pérdidas mayores que lo esperado, en algún punto el usuario debe regresar al pizarrón y buscar dónde estuvo el error. El asunto es cómo tomar esta decisión.

En esta sección se presentan algunos enfoques para validar el modelo y la precisión de nuestros cálculos

2.6.1 TIEMPO HASTA LA PRIMERA FALLA.

La estadística inicial de interés para monitoreo es el número de observaciones hasta que la primera falla es observada.

Sea T la variable aleatoria que denota el número de días hasta que ocurre la primera falla. Si p es la probabilidad de que ocurra una falla en algún día, entonces T se distribuye Geométrica (p), y la probabilidad de que la primera falla ocurra en el período V está dada por:

$$P_r\{T = V\} = p(1 - p)^{V-1}$$

Dada una observación de T , queremos probar que las estimaciones de pérdidas potenciales subyacentes son consistentes con nuestra hipótesis nula $H_0: p=p^*$, contra la alternativa $H_1: p \neq p^*$. Por ejemplo, $p^* = 0.01$.

Kupiec construye una estadística para esta prueba de hipótesis usando el método de cociente de verosimilitudes que está dada por:

$$LR(V, p^*) = -2 \ln [p^* (1 - p^*)^{V-1}] + 2 \ln [(1 - V)(1 - 1 - V)^{V-1}]$$

Que se distribuye $\chi^2_{(1)}$

En la tabla 2-2 podemos ver las regiones de no rechazo al 5% de significancia estadística que se obtienen para esta prueba.

Sin embargo, existe una alta probabilidad de cometer el error del tipo II (el cual se define como el error de aceptar la hipótesis nula cuando en realidad esta es falsa), lo que nos indica que esta prueba tiene pocas propiedades estadísticas.

Además las regiones de no-rechazo para la hipótesis nula son muy grandes cuando p^* es muy pequeña.

Aunque la prueba del tiempo hasta la primera falla es el paso natural para empezar a monitorear el desempeño de un modelo VAR, su poder está limitado por las desventajas que se señalaron en el párrafo anterior y su implementación no proporciona una medida determinante o definitiva par inferir sobre la precisión del VAR.

Tabla 2-2 Valores Críticos para la Prueba del Tiempo hasta la Primera Falla.

Probabilidad de la hipótesis nula p^*	Probabilidad de no Rechazo para V al 5%
0.01	$6 < V < 439$
0.025	$2 < V < 175$
0.035	$2 < V < 125$
0.05	$V < 87$
0.10	$V < 43$

2.6.2 EL COCIENTE DE FALLAS.

El método más simple para verificar la precisión del modelo es registrar el *cociente de fallas*, que muestra la proporción de ocasiones en que el VAR es excedido en una muestra dada.

Suponga que se calcula un VAR con cierto nivel de confianza $(1-p)\%$ y un horizonte de τ días. Sea N el número de veces que la pérdida es mayor que el VAR estimado en una muestra de tamaño T , es decir:

$$N = \sum_{t=1}^T I_t$$

donde $I_t = \{1, L_t \geq VAR_t(1-p)$
 $I_t = \{0, L_t \leq VAR_t(1-p)$

Y L_t es la pérdida observada en el día t .

Si suponemos que las fallas son ensayos de Bernoulli, entonces la probabilidad de observar n fallas en una muestra de tamaño T , sin importar el orden, es:

$$\Pr\{N = n\} = \binom{T}{n} p^n (1-p)^{T-n}$$

Donde p es la probabilidad de que ocurra una falla.

Nuevamente, con el método de cociente de verosimilitudes, Kupiec (1995) obtiene la estadística para la prueba de hipótesis:

$$H_0: p=p^* \quad \text{Vs} \quad H_1: p \neq p^*$$

Las regiones de rechazo están definidas por los puntos extremos del cociente de log-verosimilitud:

$$LR(N, T, p^*) = -2 \ln \left[(1 - p^*)^Y (p^*)^{N-Y} \right] + 2 \ln \left[(1 - N/T)^Y (N/T)^{N-Y} \right]$$

Que se distribuye $\chi^2_{(1)}$ bajo H_0 , esto es, se distribuye como ji-cuadrada con un grado de libertad bajo la hipótesis de que p es la probabilidad verdadera.

Las regiones de no rechazo que se obtienen de esta prueba de hipótesis al 5% se reproducen en la tabla 2-3. Por ejemplo, con un año de datos ($T=255$), esperaríamos observar $N=pT=5\% \times 255 = 13$ desviaciones (13 veces que la pérdida rebasa el VAR). Pero el regulador no será capaz de rechazar la hipótesis nula mientras N se encuentre en el intervalo de confianza $[6 < N < 21]$. Los valores de N mayores o iguales a 6 indican que el VAR es extremadamente conservador.

La tabla también muestra que este intervalo, expresado como una proporción N/T , retrocede a medida que se incrementa el tamaño de la muestra, por ejemplo, avanzando de $[6/255 = 0.024, 21/255 = 0.082]$ para $T=255$ a $[37/1000 = 0.037, 65/1000 = 0.065]$ para $T=1000$. Con más datos, deberíamos ser capaces de rechazar el modelo más fácilmente si es falso.

No obstante, la tabla señala un aspecto inquietante. Par valores pequeños del parámetro p , cada vez es más difícil confirmar las desviaciones. Por ejemplo, la región de rechazo del 95% bajo $p=0.01$ y $T=255$ es $\{N < 1\}$. Por lo tanto, no hay forma alguna de determinar si N es anormalmente pequeña o si el modelo sobrestima sistemáticamente el riesgo.

Intuitivamente, la detección de una parcialidad sistemática se vuelve crecientemente difícil para valores bajos de p , ya que estos corresponden a eventos muy raros.

Esto explica por qué algunos bancos prefieren elegir un valor más grande para p , digamos 5%, a fin de estar en posibilidades de observar un número suficiente de desviaciones para validar el modelo. Entonces, se aplica un factor multiplicativo para traducir el VAR en un número que establezca el requerimiento de capital seguro. Sin embargo, hasta ahora no se han realizado investigaciones sobre la elección de un nivel de confianza que permita una verificación óptima.

Tabla 2-3. Verificación del Modelo: Regiones de no rechazo. Número de fallas en un nivel de 0.05.

Nivel de Probabilidad	Regiones de no rechazo para un número de fallas, N		
	T=255	T=510	T=1000
0.01	N<7	1<N<11	4<N<17
0.025	2<N<12	6<N<21	15<N<36
0.05	6<N<21	16<N<36	37<N<65
0.075	11<N<28	27<N<51	59<N<92
0.10	16<N<36	38<N<65	81<N<120

2.7 EL VAR DEL PORTAFOLIO

El concepto de valor en riesgo, o riesgo del portafolio, no es nuevo. Lo que sí es nuevo es la aplicación sistemática del VAR a múltiples fuentes de riesgos financieros, incluyendo los derivados y culminando con un número que se aplica a toda la empresa.

Como se verá en el capítulo 3, existen varios enfoques para la medición del VAR. El más corto supone que los rendimientos de los activos tienen una relación lineal.

De hecho, el método " delta-normal " es una aplicación directa del análisis de portafolio tradicional basado en varianzas y covarianzas.

En esta parte se hace un breve repaso del análisis de portafolio. Primero se relacionan las medias de VAR al riesgo total del portafolio y se muestra cómo puede descomponerse el VAR en componentes "incrementales". El VAR incremental permite a los usuarios identificar el activo que contribuye de manera más significativa a su riesgo total. Posteriormente se desarrolla un ejemplo totalmente resuelto de cuantificación del VAR, utilizando las posiciones fatales de Barings, cuyo caso fue expuesto en el capítulo 1.

Una desventaja de los modelos lineales de VAR es que el tamaño de la matriz de covarianza se incrementa geométricamente con el número de activos. En la última parte se realizan simplificaciones a la matriz de covarianza basada en los modelos y el diagonal de factor.

2.7.1 DEFINICIONES

Un portafolio puede caracterizarse por posiciones sobre un cierto número de factores de riesgo. Una vez que se determina la descomposición, el rendimiento del portafolio es una combinación lineal de los rendimientos de los activos subyacentes, donde las ponderaciones se determinan por los montos relativos invertidos al inicio del período. Por lo tanto, el VAR de un portafolio puede reconstruirse a partir de una combinación de los riesgos de los valores subyacentes.

Definamos el rendimiento del portafolio de t a $t+1$ como:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} R_{i,t+1} \dots\dots\dots(2.6)$$

donde las ponderaciones $w_{i,t}$ fueron establecidas al inicio del periodo y suman la unidad. Para abreviar la notación, el rendimiento del portafolio puede escribirse

utilizando la notación matricial, reemplazando cadenas de números por un solo vector:

$$R_p = [w_1 \quad w_2 \quad K \quad w_N] \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ M \\ R_N \end{bmatrix} = w' R \quad \dots(2.7)$$

donde w' representa el vector transpuesto (es decir, horizontal) de las ponderaciones y R es el vector vertical que contiene los rendimientos individuales de los activos, el rendimiento esperado del portafolio es:

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^N w_i \mu_i \quad \dots(2.8)$$

y la varianza es:

$$\begin{aligned} V(R_p) = \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j < i}^N w_i w_j \sigma_{ij} \quad \dots(2.9) \end{aligned}$$

Esta suma no sólo contiene el riesgo de los valores individuales σ_i^2 , sino también todos los distintos productos cruzados, los cuales suman un total de $N(N-1)/2$ covarianzas distintas.

A medida que el número de activos se incrementa, se vuelve difícil seguir la pista de todos los términos de covarianza, por lo cual resulta más fácil utilizar notación matricial. La varianza es:

$$\sigma_p^2 = [w_1 \quad K \quad w_N] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & K & \sigma_{1N} \\ M \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & K & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ M \\ w_N \end{bmatrix}$$

Definiendo Σ como la matriz de covarianzas, la varianza del portafolio puede escribirse de manera más compacta como:

$$\sigma_p^2 = w^r \sum w^r \dots (2.10)$$

Utilizando una distribución normal, la medida de VAR es entonces así multiplicada por la inversión inicial.

Puede lograrse un riesgo de portafolio menor a través de correlaciones bajas o de un gran número de activos. Para observar el efecto del número de activos N, supongamos que todos los activos tienen el mismo riesgo y que todas las correlaciones son la mismas, es decir, que se establece la misma ponderación a todos los activos. En la figura 2-1 se muestra cómo disminuye el riesgo del portafolio con el número de activos.

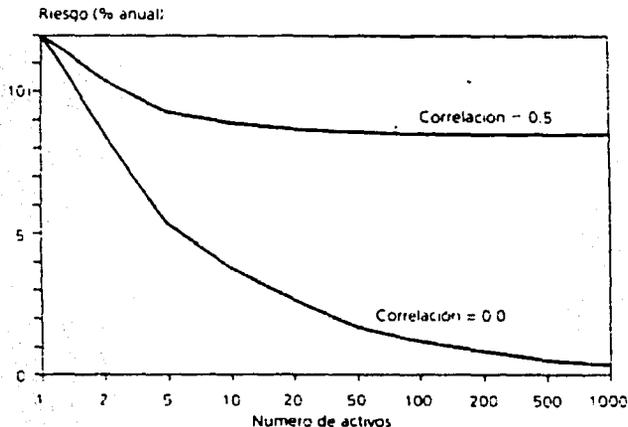


Fig. 2-1 Riesgo y número de activos.

Iniciemos con el riesgo de un activo, el cual se supone que es del 12 por ciento. Cuando ρ es igual a 0, el riesgo de un portafolio de 10 activos desciende a 3.8 por

ciento; al aumentar N a 100 disminuye el riesgo aun más, a 1.2 por ciento. El riesgo tiende asintóticamente a cero. De forma más general, el riesgo de un portafolio es:

$$\sigma_p = \sigma \frac{1}{N} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \rho \quad \dots(2.11)$$

El cual tiende a $\sigma \cdot \rho$ conforme N se incrementa. De tal forma, cuando $\rho=0.5$, el riesgo decrece rápidamente de 12 por ciento a 8.9 por ciento a medida que N se acerca a 10, y converge mucho más suavemente hacia su valor mínimo que es de 8.5 por ciento. Las correlaciones son esenciales para reducir el riesgo en un portafolio.

La covarianza puede estimarse a partir de datos muestrales como:

$$\sigma_{ii} = \frac{1}{(T-1)} \sum_{t=1}^T (x_{i,t} - \bar{\mu}_i)(x_{i,t} - \bar{\mu}_i) \quad \dots(2.12)$$

La covarianza es una medida de la forma en que dos variables juntas se muevan linealmente. Si dos variables son independientes, su covarianza es igual a 0. Una covarianza positiva significa que ambas variables tienden a moverse en la misma dirección; una covarianza negativa significa que tienden a moverse en direcciones opuestas.

No obstante, la magnitud de las covarianzas depende de las varianzas de los componentes individuales y no se interpreta fácilmente. El coeficiente de correlación es una medida de la dependencia lineal libre de escala y más conveniente.

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{(\sigma_1 \sigma_2)} \quad \dots(2.13)$$

El coeficiente de correlación ρ se encuentra entre -1 y $+1$. Cuando es igual a la unidad, se dice que ambas variables están perfectamente correlacionadas. Cuando es igual a 0, las variables no están correlacionadas.

Las correlaciones ayudan a diversificar el riesgo de un portafolio. Con dos activos, la varianza del portafolio "diversificado" es

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad \dots(2.14)$$

Para simplificar, supongamos que ambos activos tienen la misma volatilidad. Cuando la correlación es 0, la ecuación (2.14) se reduce a:

$$\sigma_p^2 = V(R_1 + R_2) = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 = (w_1^2 + w_2^2) V(R) \quad \dots(2.15)$$

El riesgo del portafolio debe ser más bajo que la suma de los riesgos individuales.

Cuando la correlación es exactamente la unidad, la ecuación 2.14 se reduce a:

$$\begin{aligned} V[w_1 R_1 + w_2 R_2] &= w_1^2 V[R] + w_2^2 V[R] + 2w_1 w_2 V[R] \\ &= (w_1 + w_2)^2 V[R] \\ &= V[R] \end{aligned}$$

dado que las ponderaciones del portafolio suman la unidad. Generalmente, el VAR "no diversificado" es la suma de las medidas de VAR individuales. La diversificación en activos perfectamente correlacionados no importa a la reducción del riesgo.

2.7.2 EL VAR INCREMENTAL

Un aspecto importante de calcular el VAR es entender cuál activo, o combinación de los mismos, contribuye más al riesgo. Armados con esta información, los usuarios pueden alterar las posiciones para modificar su VAR más eficientemente. Para este propósito, los VAR individuales no son suficientes. La volatilidad mide la incertidumbre en el rendimiento de un activo, tomado aisladamente. No obstante, cuando dicho activo pertenece a un portafolio, lo que importa es la contribución al riesgo del mismo.

Supongamos ahora que un portafolio consiste de N-1 activos, numerados como $j=1,2,\dots,N-1$. Al agregar un valor, denominado i , se obtiene un nuevo portafolio. La contribución marginal al riesgo se mide diferenciando la ecuación (2.9) con respecto a w_i :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} &= 2w_i\sigma_i^2 + 2 \sum_{j=1, j \neq i}^N w_j \sigma_{ij} \\ &= 2Cov\left(R_i, w_i R_i + \sum_{j=1}^N w_j R_j\right) = 2Cov(R_i, R_p) \quad \dots(2.16) \end{aligned}$$

Observamos que $\partial \sigma_p^2 / \partial w_i = 2\sigma_p \partial \sigma_p / \partial w_i$. Entonces, la sensibilidad del cambio relativo en la volatilidad del portafolio a un cambio en la ponderación es:

$$\frac{\partial \sigma_p}{\sigma_p \partial w_i} = \frac{Cov(R_i, R_p)}{\sigma_p^2} = \beta, \quad \dots\dots(2.17)$$

Por lo tanto, β mide la contribución de un valor al riesgo total del portafolio. Este es llamado también el riesgo sistémico del valor i con respecto al portafolio p . Utilizando notación matricial, β es:

$$\beta = \frac{\sum w_i R_i}{\sum w_i R_i}$$

El riesgo beta es la base del modelo de valuación de activos de capital, desarrollado por Sharpe (1964). De acuerdo a este modelo, los inversionistas bien diversificados desean ser compensados sólo del riesgo sistémico de los valores. En otras palabras, la prima riesgo sobretodos los activos debería depender sólo de la beta. Sea o no ésta una descripción apropiada de los mercados de capitales, ha sido objeto de gran parte de la investigación financiera en los últimos 20 años. Aunque dicha proposición ha sido muy debatida, el riesgo sistémico sigue siendo una medida estadística útil para el riesgo de un portafolio.

La medida de β es particularmente útil para la descomposición del VAR de un portafolio en sus fuentes de riesgo. Podemos expandir la varianza del portafolio como:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= w_1 \left(w_1 \sigma_1^2 + \sum_{j=1, j \neq 1}^N w_j \sigma_{1j} \right) \\ &= w_2 \left(w_2 \sigma_2^2 + \sum_{j=1, j \neq 2}^N w_j \sigma_{2j} \right) + K \quad \dots(2.18) \end{aligned}$$

Que es también

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= w_1 \text{Cov}(R_1, R_p) + w_2 \text{Cov}(R_2, R_p) + K \\ &= w_1 (\beta_1 \sigma_p^2) + w_2 (\beta_2 \sigma_p^2) + K \quad \dots\dots(2.19) \\ &= \sigma_p^2 = \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right)\end{aligned}$$

Lo cual demuestra que la varianza del portafolio puede descomponerse en una suma de componentes, cada uno de los cuales se debe al activo i . Utilizando una descomposición similar, escribimos:

$$VAR = VAR \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right) = VAR_1 + VAR_2 + \dots \quad \dots\dots(2.20)$$

Aquí descompusimos el VAR total en medidas incrementales. Esto proporciona información vital, dado que el riesgo debe ser considerado en relación con el portafolio total y no en forma aislada. A continuación se desarrolla un ejemplo de una descomposición como la mencionada.

2.7.3 BARINGS: UN EJEMPLO SOBRE RIESGOS

El VAR puede utilizarse para medir el riesgo total de un portafolio y las contribuciones incrementales a éste. El colapso de Barings es un ejemplo de esto. Se reportó que Leeson estaba largo por un valor cercano a los \$7.7 mil millones de dólares en futuros sobre el índice accionario japonés (Nikkei) y corto por un valor de \$16 mil millones de futuros sobre bonos del gobierno japonés (BGJ). Desgraciadamente, los reportes oficiales a Barings mostraban riesgo "nulo".

El panel superior de la tabla 2-4 presenta las medidas mensuales de la volatilidad y las correlaciones para las posiciones en los BGJ cupón cero a 10 años y en el índice Nikkei. ³ La correlación entre las acciones japonesas y los bonos es negativa, lo que indica que los incrementos en los precios de las acciones están asociados con las bajas en los precios de los bonos, o con incrementos en las

³ Asumimos que el riesgo de los futuros sobre los BGJ es aproximado al de un bono cupon cero a diez años.

tasas de interés. En la última columna se observa las posiciones, las cuales son equivalentes de millones de dólares.

Tabla 2-4 Los Riesgos de Barings

	Riesgo (%) σ	Matriz de correlaciones		Matriz de covarianzas		Posiciones (millones de dólares) X
10 yr JGB	1.18	1	-0.114	0.000139	-0.000078	(\$16,000)
Nikkei	5.83	-0.114	1	-0.000078	0.003397	\$7,700
Total						\$8,300

Activo	VAR total		VAR incremental		
	$(\Sigma x)_i$	$x'_i(\Sigma x)_i$	β_i $(\Sigma x)_i / (x'_i \Sigma)$	Para \$1 m $\beta_i \text{ VAR}$	Para X_i $\beta_i x_i \text{ VAR}$
10 yr JGB	-2082	45138.8	-0.0000110	(\$0.00920)	\$147.15
Nikkei	27.41	211055.1	0.0001070	\$0.08935	\$688.01
Total		256193.8			\$835.16
Riesgo = σ_p		506.16			
VAR = $\alpha \sigma_p (\$m)$		\$835.16			

Para obtener el VAR, primero construimos la matriz de covarianzas Σ de las correlaciones. Después, obtenemos el vector Σx , el cual está en la primer columna del panel inferior. Por ejemplo, la entrada 22.82 se encuentra a partir de $x_1 \sigma^2_1 + x_2 \sigma_{12} = -\$16,000 \times 0.000139 + \$7,700 \times (20.000078) = 22.82$. La siguiente columna reporta $x_1(\Sigma x)_1$ y $x_2(\Sigma x)_2$, lo cual suma la varianza total del portafolio de 256,193.8, lo que nos arroja una volatilidad del portafolio de $\sqrt{256,194} = \$506m$. En un nivel de confianza del 95 por ciento, el VAR de Barings fue de $1.65 \times \$506 = \835 millones.

Esto representa la peor pérdida mensual en un nivel de confianza del 95 por ciento bajo condiciones normales del mercado. La pérdida total reportada de Leeson fue

En la realidad, el riesgo es un tanto menor porque la duración de este bono es menor a diez años.

de \$1.3 mil millones, la cual es comparable al VAR reportado aquí. La diferencia se debe a que la posición fue cambiada en el curso de dos meses, a que existieron otras posiciones (tales como opciones cortas) y también gracias a la mala fortuna. En particular, el 23 de enero de 1995, una semana después del terremoto de Kobe, el índice Nikkei perdió el 6.4 por ciento. Basado en una volatilidad mensual del 5.83 por ciento, el VAR diario de las acciones japonesas en el nivel de 95 por ciento debía ser del 2.5 por ciento. Por lo tanto, este fue un movimiento muy inusual, aun cuando esperamos exceder el VAR en el 5 por ciento de las situaciones.

El riesgo incremental de cada parte también es revelador. Con una correlación negativa entre los bonos y las acciones, una posición cubierta estaría típicamente larga en los dos activos. En cambio, Lesson estaba corto en el mercado de bonos, lo cual no podía ser explicado por los analistas del mercado. Un operador dijo "Esto no funcionaba como una cobertura. Para ello tendría que estar al revés".⁴ Por lo tanto Lesson estaba incrementando su riesgo a partir de las dos partes de la posición.

Esto se plantea de manera más formal en el panel del extremo derecho de la tabla, el cual despliega el VAR incremental. La columna β se obtiene dividiendo cada elemento de Σx entre $x'\Sigma x$, por ejemplo -2.82 entre 256194 para obtener -0.000011 . Multiplicando por el VAR, obtenemos el cambio marginal en el VAR debido al incremento de \$1 millón en la posición en bonos, lo cual es $-\$0.000920$ millones. Similarmente, el incremento de la posición en acciones en \$1 millón incrementó el VAR en $\$0.08935$.

En conjunto, el VAR incremental debido a la posición total en bonos es de \$147.15 millones y el VAR incremental debido a la posición en acciones es de \$688.01 millones. Por construcción, estos dos números suman el VAR total de \$835.16 millones. Esto demuestra que la mayor parte de la pérdida se debió a la exposición al Nikkei y que la posición en bonos todavía empeoró más las cosas.

⁴ Financial Times (Marzo 1, 1995)

2.8 SIMPLIFICACIÓN DE LA MATRIZ DE COVARIANZAS

Se ha mostrado que las correlaciones son un poderoso objetivo en el estudio del riesgo de portafolios. Sin embargo, cuando el número de activos es grande, la medición de la matriz de covarianzas se torna crecientemente difícil. Con 10 activos, por ejemplo, se requiere estimar $10 \times 11 / 2 = 55$ diferentes varianzas y covarianzas. Con 100 activos, este número se eleva a 5,500. El número de correlaciones se incrementa geoméricamente con el número de activos. Para portafolios grandes, esto ocasiona grandes problemas: 1) El VAR del portafolio podría no ser positivo y 2) las correlaciones pueden estimarse de manera imprecisa.

2.8.1 MEDIDAS DE VAR IGUAL A CERO

La medición del VAR se deriva de la varianza del portafolio, la cual se define como

$$\sigma_p^2 = w^T \Sigma w, \quad \dots(2.21)$$

La pregunta es ¿Está garantizado que este producto será siempre positivo?

Desafortunadamente, no siempre. Para que este sea el caso, se requiere que la matriz Σ sea positiva definida.⁵ Esto se verifica bajo dos condiciones: el número de observaciones históricas T debe ser mayor que el número de activos N , y las series no pueden estar linealmente correlacionadas. La primera condición establece que, si un portafolio consta de 100 activos, debe haber al menos 100 observaciones históricas para asegurar que, independientemente del que sea seleccionado, su varianza será positiva. La segunda condición descarta las situaciones donde un activo es exactamente equivalente a una combinación lineal de otros activos.

Un ejemplo de una matriz no definida positiva se obtiene cuando dos activos son idénticos ($\rho = 1$). En esta situación, un portafolio que consta de \$1 sobre el primer activo y -\$1 sobre el segundo tendrá riesgo cero.

⁵ Abstrayendo el caso obvio donde todos los elementos de w son 0.

En la práctica, este problema ocurrirá más probablemente con un gran número de activos que estén altamente correlacionados (tales como bonos cupón cero o divisas con paridad fija entre ellas). Adicionalmente, las posiciones deben haber sido ajustadas perfectamente con los activos para generar un riesgo cero. Esto ocurrirá con más probabilidad si las ponderaciones han sido optimizadas con base en la matriz covarianza por sí misma. Tal optimización es particularmente peligrosa dado que puede crear posiciones que sean muy grandes, aunque aparentemente compensadas mutuamente con un riesgo total pequeño.

2.8.2 MODELO DIAGONAL

Un problema relacionado con el anterior es que, a medida que se incrementa el número de activos, es más probable que algunas correlaciones se midan con error. Algunos modelos pueden ayudar a simplificar este proceso, proporcionando una estructura más simple para la matriz de covarianzas. Uno de dichos modelos es el modelo diagonal, originalmente propuesto por Sharpe en el contexto de los portafolios accionarios.⁶

El supuesto es que el movimiento común en todos los activos se debe a un solo factor común, el mercado. Formalmente, el modelo es:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + \varepsilon_i, \quad E[\varepsilon_i] = 0$$

$$E[\varepsilon_i R_m] = 0, \quad E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = 0, \quad E[\varepsilon_i^2] = \sigma_{\varepsilon_i}^2, \quad \dots (2.22)$$

El rendimiento del activo i es derivado del rendimiento del mercado R_m y por un término aleatorio ε_i , el cual no está correlacionado con el mercado ni a través de los distintos activos. Como resultado, la varianza puede descomponerse como

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2, \quad \dots (2.23)$$

⁶ Nótese que este modelo es frecuentemente referido como el CAPM, lo cual es incorrecto. El modelo diagonal es sólo una simplificación de la matriz de covarianzas y no dice nada acerca de los rendimientos esperados, cuya descripción es la esencia del CAPM.

La covarianza entre dos activos es

$$\sigma_{i,j}^2 = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \dots (2.24)$$

la cual se debe únicamente al factor común. La matriz de covarianzas completa es:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ M \\ \beta_N \end{bmatrix} [\beta_1 \quad \Lambda \quad \beta_N] \sigma_m^2 + \begin{bmatrix} \sigma_{\epsilon_1}^2 & \Lambda & 0 \\ M & \Lambda & M \\ 0 & \Lambda & \sigma_{\epsilon_N}^2 \end{bmatrix}$$

Escrita en notación matricial, la matriz de covarianzas es

$$\Sigma = \beta \beta' \sigma_m^2 + D_\epsilon \dots (2.25)$$

Como la matriz D_ϵ es diagonal, el número de parámetros se reduce de $N \times (N+1)/2$ a $2N+1$ (N para las betas, N en D y uno para σ_m). Con 100 activos, por ejemplo, el número se reduce de 5,500 a 201, una mejora considerable.

Por si fuera poco, la varianza de portafolios grandes bien diversificados se simplifica aun más reflejando sólo la exposición al factor común. La varianza del portafolio es

$$Var(R_p) = Var(wR) = w' \Sigma w = (w' \beta \beta' w) \sigma_m^2 + w' D_\epsilon w \dots (2.26)$$

El segundo término consiste de $\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{\epsilon_i}^2$. Pero este término se vuelve muy pequeño a medida que se incrementa el número de valores en el portafolio. Por ejemplo, si todas las varianzas residuales son idénticas y tienen ponderaciones iguales, este segundo término es $\left[\sum_{i=1}^N (1/N)^2 \right] \sigma_{\epsilon}^2$, el cual converge a 0 a medida que N se incrementa. Por lo tanto, la varianza del portafolio converge a

$$Var(R_p) \rightarrow (w' \beta \beta' w) \sigma_m^2 \dots (2.27)$$

la cual depende de un solo factor. Esta aproximación es particularmente útil para establecer el VAR de un portafolio que conste de múltiples acciones. Ha sido adoptado por el Comité de Basilea para reflejar el riesgo de mercado de portafolios bien diversificados.

Como ejemplo, considérense tres acciones, General Motor (GM), Ford y Hewlett Packard (HWP). En el panel superior de la tabla 2-5 se muestra la matriz de covarianzas completa para datos mensuales.

Tabla 2-5. El modelo diagonal

	COVARIACIONES			CORRELACIONES		
	GM	FORD	HWP	GM	FORD	HWP
Matriz completa						
GM	72.17			1		
FORD	43.92	66.12		0.636	1	
HWP	26.32	44.31	90.41	0.326	0.573	1
Regresión						
β_i	0.806	1.183	1.864			
$V(R_i)$	72.17	66.12	90.41			
$V(\varepsilon_i)$	64.44	49.46	49.10			
$\beta_i^2 V(R_m)$	7.73	16.65	41.32			
Modelo diagonal						
GM	72.17			1		
FORD	11.35	66.12		0.164	1	
HWP	17.87	26.23	90.41	0.221	0.339	1

Esta matriz puede simplificarse estimando una regresión para cada acción en el mercado accionario estadounidense. Estas regresiones se muestran en el segundo panel de la tabla, el cual muestra betas de 0.806, 1.183 y 1.864, respectivamente. GM tiene la beta más baja; HWP tiene el riesgo sistemático más alto. La varianza de mercado es $V(R_m) = 11.90$. En el panel inferior de la tabla se reconstruye la matriz de covarianzas utilizando la aproximación diagonal. Por ejemplo, la varianza para GM se toma como $\beta_1^2 \times V(R_m) + V(\varepsilon_1)$, es decir, $0.806^2 \times 11.90 + 64.4 = 7.73 + 64.4 = 72.17$. La covarianza entre GM y FORD es $\beta_1\beta_2V(R_m)$, es decir, $0.806 \times 1.183 \times 11.90 = 11.35$.

Las últimas tres columnas en la tabla reportan las correlaciones entre pares de acciones. Todas las correlaciones son positivas, como lo son las que se encuentran bajo el modelo diagonal. Aunque la matriz del modelo diagonal se asemeja a la matriz de covarianzas original, la aproximación no es perfecta. Por ejemplo, la correlación es conducida por la exposición al mercado y es de 0.164, lo cual es menor que la correlación verdadera. Esto es así porque el mercado es la única fuente de variación común. El que este modelo produzca aproximaciones aceptables depende del propósito establecido. No obstante no hay duda de que el modelo diagonal proporciona una simplificación considerable.

2.8.3 MODELOS DE FACTORES.

Si un modelo de un factor no es suficiente, puede obtenerse una mayor precisión con modelos de factores múltiples. La ecuación 2.22 puede generalizarse a K factores:

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i1}R_1 + \beta_{i2}R_2 + \dots + \beta_{iK}R_K + \varepsilon_i, \dots(2.28)$$

Donde R_1, \dots, R_K son factores independientes entre sí. En el ejemplo previo de tres acciones, el modelo de matriz de covarianzas puede ser mejorado con un segundo factor, tal como el de la industria del transporte, que recogerá la correlación mayor entre GM y FORD. Con factores múltiples, la matriz de covarianzas adquiere una estructura más rica

$$\Sigma = \beta_1\beta_1\sigma_1^2 + \Lambda + \beta_K\beta_K\sigma_K^2 + D_\varepsilon \dots(2.29)$$

El número total de parámetros es $(K + N \times K + N)$, el cual puede seguir siendo considerablemente menor que para el modelo completo. Con 100 activos y cinco factores, por ejemplo, el número se reduce de 5,500 a 605, lo cual no constituye un decremento menor.

Los modelos de factores también son importantes porque pueden ayudarnos a decidir sobre el número de componentes constitutivos de VAR para cada mercado.

CAPÍTULO 3.

ENFOQUES PARA MEDIR EL VAR.

En el capítulo previo se establecieron los fundamentos para la medición del valor en riesgo. El VAR sintetiza las pérdidas máximas esperadas sobre un horizonte objetivo, dentro de un intervalo de confianza dado.

Sin embargo, existen varios métodos para obtener medidas de VAR. El propósito de este capítulo es presentar y evaluar de manera crítica distintos enfoques para el VAR.

Podemos dividir los distintos enfoques en aquellos que utilizan una aproximación local del portafolio para calcular el VAR y los que realizan una valuación completa para la estimación.

Los métodos de valuación local miden el cambio en el valor del portafolio mediante una aproximación lineal. Entre los métodos más populares de este tipo se encuentra el llamado Delta-normal, el cual se explica en la sección. 1.

Los pros y los contra de la valuación local versus la valuación completa se discuten en la sección 2. La valuación completa se implementa con los métodos de simulación histórica, el de Stress Testing y con el método Monte Carlo estructurado. Cada uno de estos métodos es presentado en las secciones 3,4,5 y 6 respectivamente.

Generalmente los métodos de valuación completa son más costosos que los de valuación local debido a que el portafolio se tiene que volver a valorar a precios de mercado. El costo reside en la asignación de recursos de hardware, desarrollo de software y tiempo de proceso. Sin embargo, la ventaja de estos métodos es que

nos proporcionan estimaciones más precisas que las que se pueden obtener con los métodos de valuación local.

3.1 MÉTODO DELTA-NORMAL

Si el VAR fuese medido para un solo activo, el asunto sería relativamente simple. El problema es que debe utilizarse para medir portafolios grandes y complejos que evolucionan a través del tiempo. El rendimiento de un portafolio para el siguiente período puede escribirse como:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} R_{i,t+1} \dots (3.1)$$

donde las ponderaciones $w_{i,t}$ están indizadas por el tiempo, para reconocer la naturaleza dinámica de las operaciones dentro de los portafolios.

El principal supuesto que soporta a esta metodología es que el rendimiento de cada uno de los instrumentos que componen el portafolio tiene una distribución normal, como el rendimiento de un portafolio es una combinación lineal de las variables normales, también está distribuido de manera normal. Utilizando notación matricial, la varianza del portafolio está dada por:

$$V(R_{p,t+1}) = w_t' \Sigma_{t+1} w_t \dots (3.2)$$

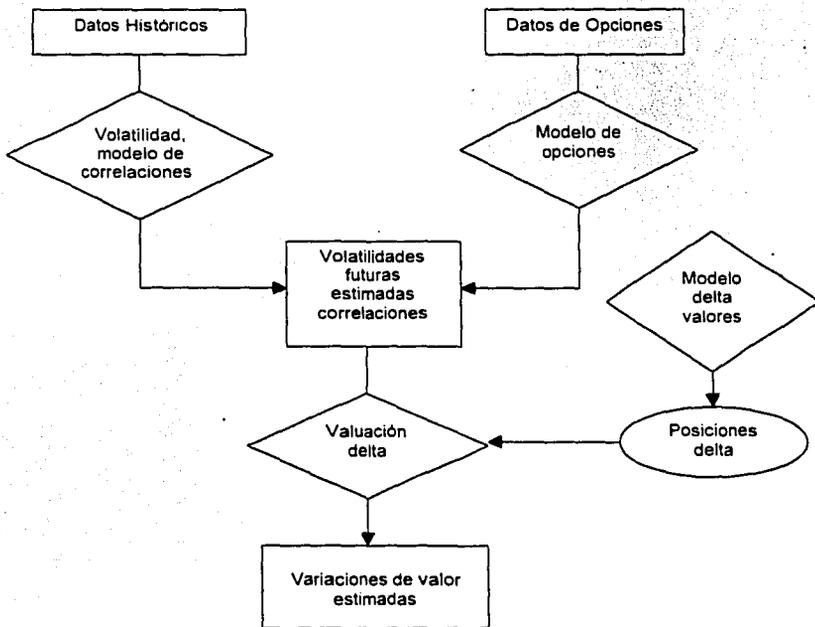
Por lo tanto, el riesgo es generado por una combinación de exposiciones lineales a múltiples factores, que se asumen están distribuidas normalmente y por el pronóstico de la matriz de covarianza Σ_{t+1} . Este método implica una aproximación local a los movimientos del precio. Con esto se puede manejar un gran número de activos y es fácil de implementar.

Dentro de esta clase de modelos, pueden utilizarse dos métodos para medir la matriz de varianza-covarianza Σ . El primero puede basarse únicamente en datos históricos, utilizando, por ejemplo, un modelo que permita la variación del tiempo en

el riesgo, o alternativamente, puede incluir medidas implícitas de riesgo de las opciones (Cap. 1) o puede utilizar una combinación de ambos.

La figura 3-1 detalla los pasos de este enfoque.

Figura 3-1. Método Delta Normal



El método delta-normal puede estar sujeto a una serie de críticas. Primero, cuantifica pobremente el riesgo-evento. El cual se refiere a la posibilidad de que se presenten circunstancias inusuales o extremas, tales como desplomes de los mercados accionarios o colapsos en el tipo de cambio. El problema es que el

riesgo-evento no ocurre con la frecuencia suficiente para ser representado adecuadamente por una distribución de probabilidad basada en datos históricos recientes. Esta es una deficiencia general de todos los métodos que utilizan series históricas.

Un segundo problema relacionado es la existencia de "colas anchas" en la distribución de los rendimientos en la mayoría de los activos financiero. Estas colas anchas son en particular preocupantes, porque el VAR pretende capturar precisamente el comportamiento del rendimiento del portafolio en la cola izquierda. Con colas anchas, un modelo basado en la aproximación normal subestima la proporción de datos aberrantes (atípicos) y por lo tanto, el verdadero valor en riesgo.

Tercero, el método mide inadecuadamente el riesgo de los instrumentos no lineales, tales como las opciones o las hipotecas. Bajo el método delta-normal, las posiciones de opciones se representan por sus "deltas" con relación al activo subyacente. El movimiento del precio de una opción se representa por:

$$C_1 - C_0 = \Delta(\delta_1 - \delta_2).$$

Por ejemplo, con una opción de compra (call) en el dinero, $\Delta=0.5$ y una posición larga en la opción es reemplazada simplemente por una posición del 50% en el activo subyacente.

Desafortunadamente, los cambios en los valores de las posiciones sobre opciones dependen de los cambios en el activo subyacente, pero también en el nivel de las tasas spot.

Las opciones "en el dinero", por ejemplo, presentan una convexidad muy alta, lo cual se traduce en deltas inestables. En otras palabras, la aproximación lineal a los valores de la opción es válida sólo para un rango muy estrecho de precios spot subyacente. Sin embargo, a pesar de todos estos problemas el método delta-normal es computacionalmente fácil de implementar. Sólo requiere los valores de

mercado y la exposición de las posiciones actuales, combinados con los datos de riesgo.

3.2 VALUACIÓN DELTA Vs VALUACIÓN COMPLETA.

3.2.1 DEFINICIONES.

El supuesto de distribución normal es particularmente conveniente debido a la propiedad de la sumatoria de las variables normales: los portafolios de variables normales están distribuidas normalmente. Dado que los portafolios son combinaciones lineales de activos individuales, el método delta-normal es fundamentalmente lineal.

Su virtud consiste en su simplicidad. La pérdida potencial en el valor V se calcula como:

$$\Delta V = \beta_0 + S \dots (3.3)$$

lo cual es el producto de β_0 , la sensibilidad del portafolio a cambios en los precios, valuada en la posición actual V_0 , y de ΔS , que es el cambio potencial en los precios.

El supuesto de normalidad nos permite obtener la β del portafolio simplemente como el promedio de las betas individuales.

Un beneficio esencial de este método es que requiere calcular el valor del portafolio sólo una vez, con el corriente V_0 , lo cual depende de los precios actuales S_0 . Por lo tanto, el método delta-normal es idealmente apropiado para portafolios grandes expuestos a múltiples factores de riesgo.

No obstante, si hay opciones dentro del portafolio, el enfoque delta plantea varios problemas:

- ❖ La delta del portafolio puede cambiar muy rápido (gama alta).
- ❖ La delta del portafolio puede ser distinta para movimientos ascendentes y descendentes en los precios.
- ❖ La peor pérdida podría no ser obtenida por dos realizaciones extremas del subyacente.

Un ejemplo del último problema es el de la compra de un call y un put. El peor pago, que es la suma de las primas, se realizará si el precio subyacente no se mueve. En general, esto no es suficiente para evaluar el portafolio en los dos extremos. Todos los valores intermedios deben ser revisados.

El enfoque de valuación completa, por lo tanto, requiere obtener el valor del portafolio para diferentes niveles de precios:

$$\Delta V = V(S_1) - V(S_0), \dots(3.4)$$

lo cual, en teoría, es más correcto. Computacionalmente, este enfoque puede ser muy demandante, dado que requiere marcar a mercado todo el portafolio para un gran número de realizaciones de variables aleatorias subyacentes.

La valuación completa debe emplearse para evaluar el riesgo de los libros de operación de opciones expuestos a un número limitado de fuentes de riesgo. Por ejemplo, un portafolio complejo de opciones, todas sobre la misma divisa, puede evaluarse a través de la evaluación sistemática de las posiciones para cada valor posible del tipo de cambio. A partir de la distribución completa de los pagos potenciales, el VAR puede calcularse utilizando los percentiles observados en las distribuciones.

Para ilustrar el resultado de las exposiciones no-lineales, en las figuras 3-2 y 3-3 se compara el proceso a través del cual se obtiene la distribución de las ganancias. En ambos casos, se asume que la variable del mercado subyacente sigue una distribución normal. En la figura 4-2, los pagos son una función lineal del precio del subyacente y se muestran en el lado superior izquierdo; el precio en sí mismo está

normalmente distribuido, como se ve en el panel derecho. Como resultado, la ganancia misma está normalmente distribuido, como se muestra en la parte inferior de la figura. El VAR de las ganancias puede encontrarse a partir de la exposición y del VAR del precio subyacente. Hay una relación o correspondencia de uno a uno entre ambas medidas del VAR.

En contraste, la figura 3-3 presenta la función de beneficios para un straddle corto (el ejemplo de Leeson), el cual es altamente no-lineal. La distribución de los beneficios está sesgada a la izquierda. Además, no existe una forma directa para relacionar el VAR del portafolio al VAR del activo subyacente.

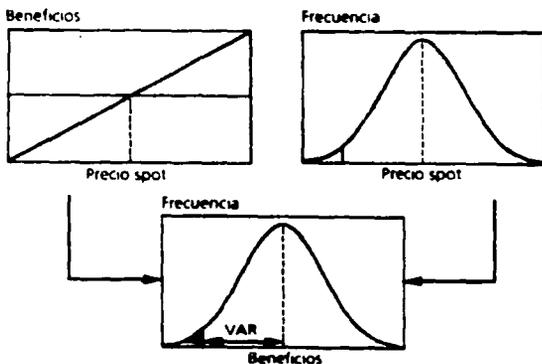


Fig.3-2 Distribución con exposiciones lineales

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

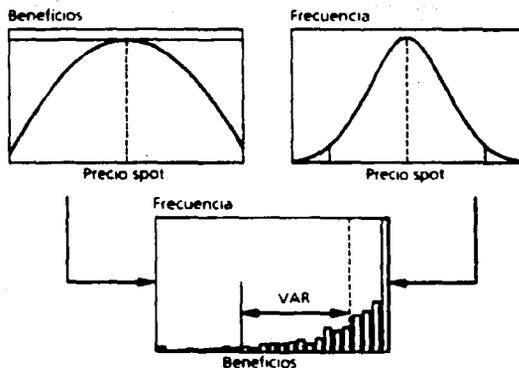


Fig. 3-3 Distribución con exposiciones no lineales

3.2.2 APROXIMACIÓN DELTA-GAMMA (LAS GRIEGAS)

El principal defecto del método delta-normal es que se pierden todos los tipos de riesgo, excepto el riesgo delta. En principio, se podrían agregar términos para incorporar los riesgos gama y vega, los cuales son términos adicionales, en la expansión de Taylor:

$$dc = \Delta dS + \frac{1}{2} \Gamma dS^2 + \Lambda d\sigma + K \dots (3.5)$$

donde Δ , Γ y Λ son valores netos para el portafolio de opciones referidas al mismo activo subyacente. De hecho, la propuesta de Basilea de 1995 recomienda: "como mínimo, los sistemas internos de medición del riesgo deberán incorporar el comportamiento del precio de la opción a través de un enfoque de aproximación no-lineal que implique sensibilidades del factor de riesgo de orden superior (tal como la gama)".

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Vamos a ilustrar el método $\Delta+\Gamma$ para una posición simple, tal como una posición larga o corta en un call o en un put. Con la aproximación delta-normal, el VAR se calcula con la ecuación $\text{VAR}(df) = |\Delta| \times \text{VAR}(dS)$:

$$\text{Var}_1 = |\Delta| (\alpha\sigma S) \dots (3.6)$$

Utilizando términos de orden superior, el VAR puede obtenerse utilizando la ecuación $\text{VAR}(df) = |\Delta| \times \text{VAR}(dS)$, como:

$$\text{VAR}_2 = \Delta(\alpha\sigma S) - \frac{1}{2}\Gamma(\alpha\sigma S)^2 + \Delta S d\sigma \dots (3.7)$$

Si Γ es negativa, lo cual corresponde a una posición neta corta en opciones, el segundo término resulta una adición; de otra forma, el segundo término disminuirá el VAR total. El tercer término representa una adición debida a exposición a los cambios en la volatilidad. Si la posición neta tiene una Λ positiva, $d\sigma$ representa un movimiento adverso (decrecimiento) en la volatilidad en el nivel de confianza c ; por otro lado, las posiciones con Λ negativa, como las posiciones cortas en opciones, serán afectadas por incrementos en la volatilidad.

Desafortunadamente, tan pronto como se pierde la linealidad, la distribución de cambios en el valor V del portafolio llega a ser muy compleja y, en general, no puede relacionarse al VAR del activo subyacente. En el caso del straddle corto de Leeson, por ejemplo, las peores pérdidas se obtienen tanto por movimientos ascendentes como por movimientos descendentes en el subyacente. Esta es la razón por la cual tuvimos que recurrir a simulaciones numéricas para obtener el VAR de Leeson.

Un posible atajo se presenta en la ecuación $\text{VAR}(dc) = \alpha \Delta^2 S^2 \sigma^2 + \frac{1}{2}(\Gamma S^2 \sigma^2)^2$, donde el VAR de la posición de opciones se obtuvo asumiendo que dS y dS^2 están distribuidas normalmente. Sin embargo, la calidad de esta aproximación en situaciones reales es todavía un asunto pendiente.

En teoría, el método $\Delta + \Gamma$ podría ser generalizado a múltiples fuentes de riesgo. En una estructura de múltiples variables, la expansión de Taylor es:

$$dP(S) - \Delta dS + \frac{1}{2} (dS) \Gamma (dS) + K, \dots (3.8)$$

donde dS es ahora un vector de N cambios en los precios de mercado, Δ es un vector de N posiciones y Γ es una matriz de $N \times N$ de gamas con respecto a los diversos factores de riesgo.

Un enfoque para encontrar el VAR del portafolio consiste en realizar simulaciones de movimientos en los precios de mercado dS . Por ejemplo, un número importante de realizaciones puede ser diseñado a partir de la distribución:

$$dS \sim \mathcal{N}(0, \Sigma) \dots (3.9)$$

donde Σ es la matriz de covarianzas de los cambios en los precios. Aún más, en términos generales, la distribución no requiere ser normal. Para cada realización, el valor del portafolio se obtiene de acuerdo con la ecuación (3.8). Observe que sigue siendo un método de evaluación local, dado que el portafolio es evaluado completamente sólo en el punto inicial V_0 . El VAR puede encontrarse entonces a partir de la distribución empírica del valor del portafolio.

Desafortunadamente, el método $\Delta + \Gamma$ no es práctico con múltiples fuentes de riesgo, dado que la cantidad de datos requeridos se incrementa geométricamente. Por ejemplo, con $N=100$, requerimos 100 estimaciones de Δ , 5,050 estimaciones para la matriz de covarianzas Σ y 5,050 adicionales para la matriz Γ , lo cual incluye las segundas derivadas de cada posición con respecto a cada fuente de riesgo. Para tales portafolios, el método Monte Carlo completo proporciona una ruta más directa para la medición del VAR.

3.2.2 COMPARACIÓN DE MÉTODOS.

En resumen, cada uno de estos métodos está mejor adaptado a un ambiente diferente:

- ❖ Para portafolios grandes, donde la opcionalidad no es un factor dominante, el método delta-normal proporciona un método rápido y eficiente para medir el VAR.
- ❖ Para portafolios expuestos a pocas fuentes de riesgo y con componentes opcionales sustanciales, el método de "las griegas" proporciona una mejor precisión a un bajo costo computacional.
- ❖ Para portafolios con componentes opcionales importantes (como hipotecas), se requiere un método de valuación completa, como la simulación Monte Carlo.

Debe resaltarse que la dicotomía lineal/no-lineal también tiene implicaciones para la elección del horizonte de tiempo sobre el cual se calcula el VAR. Con modelos lineales, el VAR diario puede ser ajustado fácilmente a otros períodos, simplemente escalando a través de una raíz cuadrada del factor tiempo. Este ajuste asume que la posición es constante, y que los rendimientos diarios son independientes e idénticamente distribuidos.

No obstante, este ajuste de tiempo no es válido para posiciones en opciones. Dado que las opciones pueden replicarse cambiando dinámicamente las posiciones en los activos subyacentes, el riesgo de las posiciones en opciones puede diferir dramáticamente de la medición ajustada del riesgo diario. Por lo tanto, los ajustes de la volatilidad diaria para horizontes más prolongados, utilizando la raíz cuadrada del factor tiempo, son válidos sólo cuando las posiciones son constantes y cuando la opcionalidad en el portafolio es insignificante. Para portafolios con posiciones en opciones importantes, debe implementarse el método de valuación completa sobre el horizonte deseado, en lugar de ajustar sobre una medida diaria del VAR.

3.3 MÉTODO DE SIMULACIÓN HISTÓRICA

El método de simulación histórica proporciona una implementación directa de valuación completa (ver figura 3-4). Consiste en regresar en el tiempo, por ejemplo a los últimos 90 días, y aplicar ponderaciones actuales a una serie de tiempo de rendimientos históricos del activo.

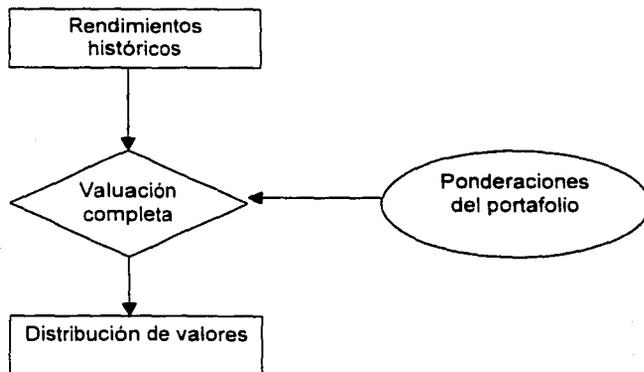
$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,t} \quad t = 1, K, L, \dots (3.10)$$

Observe que las ponderaciones w_i se mantienen en sus valores actuales. Este rendimiento no representa un portafolio real, pero reconstruye la historia de un portafolio hipotético, utilizando la posición corriente.

De forma más general, la valuación completa puede requerir un conjunto completo de precios, tales como curvas de rendimiento, en lugar de sólo los rendimientos. Los precios futuros hipotéticos para el escenario t se obtienen aplicando cambios históricos en los precios, al nivel actual de precios:

$$P_{i,t}^* = P_{i,0} + \Delta P_{i,t}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.11)$$

FIGURA 3-4 Método de Simulación Histórica



Luego, se obtiene un nuevo valor del portafolio $P^*_{p,t}$, con el conjunto completo de precios hipotéticos, quizás incorporando relaciones no lineales. Debemos observar que, para capturar el riesgo vega, el conjunto de precios puede incorporar mediciones de volatilidades implícitas. Esto genera el rendimiento hipotético correspondiente a la observación t .

$$R_{p,t} = (P^*_{p,t} - P_{p,0}) / P_{p,0} \dots (3.12)$$

El valor en riesgo se obtiene entonces a partir de la distribución completa de los rendimientos hipotéticos. Alternativamente, podría asumirse normalidad y confiar en la varianza para obtener el VAR. Al suavizar la distribución utilizando una aproximación normal, se reduce el efecto de la irregularidad en la distribución, debido a variaciones en la muestra. Esto proporciona estimaciones más precisas del VAR, mientras la distribución real no difiera demasiado de la normal.

Este método es relativamente simple de implementar, si los datos históricos han sido registrados internamente a partir de valuaciones diarias a mercado.

Los mismos datos pueden ser entonces archivados para su reutilización posterior en la estimación del VAR. Como siempre, la elección del período muestral refleja un balance entre el uso de tamaños muestrales más largos y más cortos. Los intervalos más grandes incrementan la precisión de la estimación, pero podrían utilizar datos irrelevantes, omitiendo por lo tanto importantes cambios en el proceso subyacente.

El método también tiene que ver directamente con la elección del horizonte de tiempo para la obtención del VAR. Los rendimientos son simplemente medidos sobre intervalos que corresponden a la longitud del horizonte. Por ejemplo, para obtener un VAR mensual, el usuario reconstruirá los rendimientos históricos mensuales del portafolio para, digamos, los últimos cinco años.

Basándose en los precios observados, el método permite no linealidades y distribuciones no normales. La valuación completa se obtiene de la forma más

simple: a partir de datos históricos. El método captura los riesgos gama y vega y las correlaciones. No se fundamenta en supuestos específicos acerca de los modelos de valuación o de la estructura estocástica del mercado subyacente. Cuantifica las "colas anchas" y, dado que no se basa en modelos de valuación, no está propenso al riesgo de modelo. El método es robusto e intuitivo y, como tal, constituye la base para propuestas de Basilea de 1993 sobre riesgos de mercado.

Por otro lado, el método de simulación históricas está sujeto a cierto número de críticas. Sólo se utiliza un patrón muestral. El supuesto es que el pasado representa acertadamente el futuro inmediato. Y el riesgo contiene una significativa y predecible variación en el tiempo. El método de simulación histórica omitirá situaciones con volatilidad temporalmente elevada.

Además, la calidad de los resultados depende críticamente de la longitud del periodo histórico. El VAR es sólo un estimado estadístico y puede estar sujeto a un gran error de estimación, si el tamaño de muestra es muy corto.

Este enfoque también está sujeto a las mismas críticas que la estimación de las varianzas con promedios móviles. El método fija la misma ponderación en todas las observaciones contenidas en la muestra, incluyendo los puntos de datos antiguo. La medida del riesgo puede cambiar significativamente después de que una observación antigua ha sido desechada de la muestra.

Una última desventaja es que el método se vuelve rápidamente incómodo para portafolios grandes con estructuras complicadas. En la práctica, los usuarios adoptan simplificaciones tales como agrupar los saldos de la tasa de interés en bandas, lo cual incrementa considerablemente la velocidad de cómputo. Los reguladores también han adoptado este enfoque de "cubeo". Pero si se hacen demasiadas simplificaciones, como reemplazar los activos por sus equivalentes delta, pueden perderse los beneficios de la valuación completa.

3.4 PRUEBA DE ESTRÉS

Las prueba de estrés adopta un enfoque completamente opuesto al método de simulación históricas. Este método, denominado algunas veces como análisis de escenario, examina el efecto de grandes movimiento simulados en variables financieras clave sobre el portafolio. Consiste en escenarios de interés especificados de manera subjetiva, para determinar los posibles cambios en el valor del portafolio.

Por ejemplo, podría especificarse un escenario donde la curva de rendimiento se desplaza hacia arriba 100 puntos base (pb) en un mes o un escenario de un día ruinoso, donde una divisa se devalúa repentinamente 30 por ciento. Estos son escenarios típicos utilizados por el enfoque de la administración tradicional de activos y pasivos (ALM). Las directrices específicas del Derivatives Policy Group incluyen:

- ❖ La curva de rendimiento intertemporal se desplaza ± 100 pb de forma paralela.
- ❖ La curva de rendimiento intertemporal fluctúa ± 25 pb.
- ❖ El valor del índice accionario cambia ± 10 por ciento.
- ❖ Las divisas se mueven ± 6 por ciento.
- ❖ Las volatilidades cambian ± 20 por ciento respecto a los valores actuales.

La utilidad de estas directrices depende de que representen adecuadamente los movimientos típicos del mercado. Si las tasas de interés se mueven comúnmente más de 100 pb en el período de interés, tales pruebas de estrés no serán efectivas para la identificación de pérdidas potenciales.

Todos los activos del portafolio son revaluados utilizando el nuevo entorno, y el rendimiento del portafolio se deriva del componente hipotético $R_{p,s}$ bajo el nuevo escenarios:

$$R_{p,s} = \sum_{i=1}^n w_{i,s} R_{i,s}$$

Muchos ejercicios como éste generan varios valores de $R_{p,s}$. Al especificar una probabilidad p_s para cada escenario s , se crea una distribución de los rendimientos del portafolio, con los cuales se puede obtener el VAR. La figura 3-5 detalla los pasos que se deben seguir bajo este enfoque.

La ventaja de este método es que puede cubrir situaciones completamente ajenas a los datos históricos. En el verano de 1992, por ejemplo, habría sido útil determinar el efecto de una realineación en el Sistema Monetario Europeo. De hecho, el marco alemán se movió abruptamente de 760 a 880 liras en septiembre de 1992. Dado que la lira había estado fija al marco y estable durante los dos años previos, las volatilidades históricas habrían omitido por completo la posibilidad de una devaluación. Esta es la razón por la cual el método es uno de los recomendados por el dictamen del G-30 para proporcionar un análisis de sensibilidad de los resultados. La prueba de estrés obliga a la administración a considerar eventos que de otra forma podría ignorar.

No obstante, la prueba de estrés está pobremente adaptada para la medición del VAR en el mismo sentido científico que otros métodos. El método es completamente subjetivo. Escenarios malos o poco probables conducirán a medidas equivocadas del VAR. La historia de algunas empresas ha demostrado que la gente puede ser muy ineficiente para predecir situaciones extremas.

Además, la elección de escenarios puede ser afectada por la propia posición del portafolio. En un primer mes, el portafolio puede invertirse en un mercado nacional de renta fija. Para el mes siguiente, el portafolio puede invertirse principalmente en divisas. Si los escenarios cambian en el tiempo, las medidas de riesgo pueden cambiar a su vez sólo a causa de estas variaciones. Asimismo, la prueba de estrés no especifica la probabilidad de situaciones del peor caso posible. El riesgo esperado debería ser una función no sólo de las pérdidas, sino también de la probabilidad de ocurrencia de dichas pérdidas.

La crítica más condenatoria de la prueba de estrés es que maneja pobremente las correlaciones, lo cual, según hemos mostrado, es un componente esencial para cuantificar el riesgo de un portafolio. Típicamente, la prueba de estrés examina el efecto de un movimiento grande en una variable financiera a la vez, o quizás sólo unas pocas. Como el escenario previo se fundamentó en un pronóstico creado, podría conjeturarse que, si el banco central italiano deja flotar la lira, las tasas de corto plazo podrían descender de la misma forma y el mercado accionario subir tras el efecto sobre las tasas de interés italianas y los precios accionarios, no es fácil general escenarios probables para otras variables financieras. Por lo tanto, la prueba de estrés no está bien ajustada para portafolios grandes y complejos.

No obstante, este método puede ser apropiado en situaciones donde el portafolio depende principalmente de una fuente de riesgo. La Office of Thrift Supervisions (OTS), por ejemplo, utiliza el análisis de escenario para determinar el riesgo de mercado de las asociaciones de ahorro.¹ La OTS requiere que las instituciones estimen lo que podría suceder a su valor económico, bajo desplazamientos paralelos en la curva de rendimiento, que varíen de 2400 a 1400 puntos base. La OTS ha impuesto recientemente un requerimiento de capital basado en el riesgo, directamente vinculado a la exposición a la tasa de interés de las asociaciones de ahorro y préstamo (S&L).

Las implementaciones más sofisticadas de la prueba de estrés se realizan en dos pasos. Primero, presionar hacia arriba y hacia abajo todas las variables factor de riesgo individualmente por, digamos, 1.65 desviaciones estándar; cuantificar los cambios al portafolio. Segundo, evaluar un escenario del peor caso, donde todas las variables son presionadas en la dirección que crea la peor pérdida. Por ejemplo, la variable 1 es presionada hacia arriba por $\alpha\sigma_1$, mientras que la variable 2 es presionada hacia abajo por $\alpha\sigma_2$, y así sucesivamente.

¹ La OTS es una agencia estadounidense creada en 1989 para supervisar a las Asociaciones de Ahorro y Préstamo (S&L).

Esto crea el peor caso posible, pero ignora completamente las correlaciones. Si las variables 1 y 2 están altamente correlacionadas, tiene poco sentido considerar los movimientos en direcciones opuestas.

Incluso, considerar los movimientos extremos puede no ser apropiado. Algunas posiciones, tales como las combinaciones de posiciones largas en opciones perderán más dinero si los precios subyacentes no se mueven.

Como un caso interesante, la prueba de estrés es utilizada actualmente por los reguladores para evaluar la salud y seguridad del esquema de supervisión existente.

La Commodities Futures Trading Commission (CFTC) ha conducido recientemente ejercicios de pruebas de estrés en bolsas de futuros para observar cómo se manejaría un incumplimiento de \$100 millones de dólares.

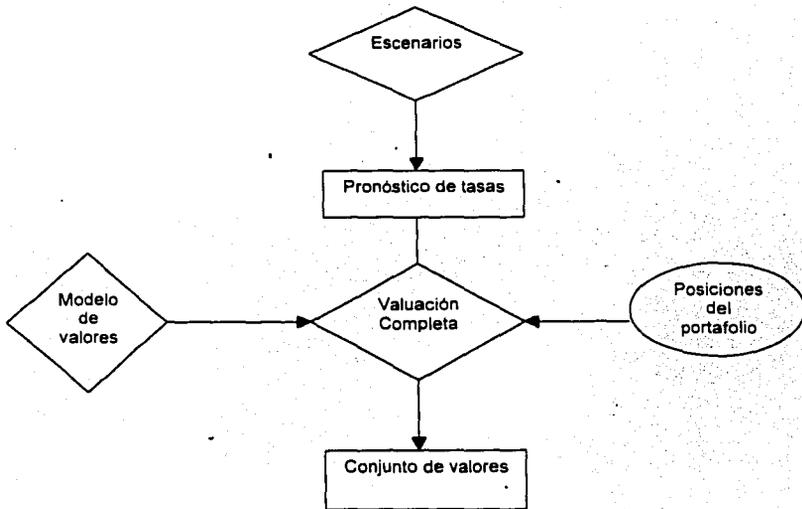
El ejercicio reveló algunos defectos en el sistema existente, y las regulaciones han sido ajustadas en consecuencia.

Después de todo, las pruebas de estrés deberían ser consideradas como un complemento más que como un sustituto de otras formas de medición del VAR.

Las pruebas de estrés son útiles para evaluar el efecto del peor caso de movimientos grandes en las variables clave.

Esto es parecido a trazar unos pocos puntos sobre las colas extremas: información útil, pero sólo después de que el riesgo de la distribución ha sido especificado.

FIGURA 3-5 Método de pruebas de estrés



3.5 MONTE CARLO ESTRUCTURADO

En contraste con el análisis de escenario, las simulaciones Monte Carlo estructuradas (MCE), cubren un extenso rango de valores posibles en las variables financieras y consideran completamente las correlaciones. En breve, el método consta de dos pasos. Primero, el administrador del riesgo especifica un proceso estocástico para variables financieras, así como los parámetros del proceso; los parámetros como el riesgo y las correlaciones pueden derivarse de datos históricos o implícitos en opciones. Segundo, se simulan senderos de precios ficticios para todas las variables de interés. En cada horizonte considerado, que puede ir de un

día a muchos meses, el portafolio es valuado a mercado utilizando una valuación completa. Cada una de estas "pseudo" realizaciones es utilizada para compilar una distribución de rendimientos, con a cual puede obtenerse un VAR. El método se resume, en la figura 3-6.

El método Monte Carlo es similar al método de simulación histórica, la diferencia es que los cambios hipotéticos en los precios ΔP_i para el activo i en la ecuación $P_{i,t}^* = P_{i,0} + \Delta P_{i,t}$, se crean por diseño aleatorio a partir de un proceso estocástico.

El análisis Monte Carlo, es por mucho, el método más poderoso para cuantificar el valor en riesgo. Puede considerar un amplio rango de riesgos, incluyendo el riesgo precio no-lineal, el riesgo de volatilidad e incluso el riesgo de modelo. Puede incorporar variaciones en el tiempo en la volatilidad, cola amplia y escenarios extremos.

El defecto más grande de este método es su costo computacional. Si se generan 1,000 sendero de muestra con un portafolio de 1,000 activos, el número total de valuaciones suma 1 millón. Cuando la valuación completa de los activos es compleja, la implementación de este método se vuelve demasiado pesada para una base frecuente.

Este método es el más caro de implementar en términos de infraestructura de sistemas y desarrollo intelectual. No obstante, cuando la institución ya cuenta con un sistema para modelar estructuras complejas utilizando simulaciones, la implementación del MCM es menos costosa porque ya se tiene la experiencia requerida. Además, estas son situaciones donde es absolutamente necesaria una apropiada administración de riesgo de posiciones complejas.

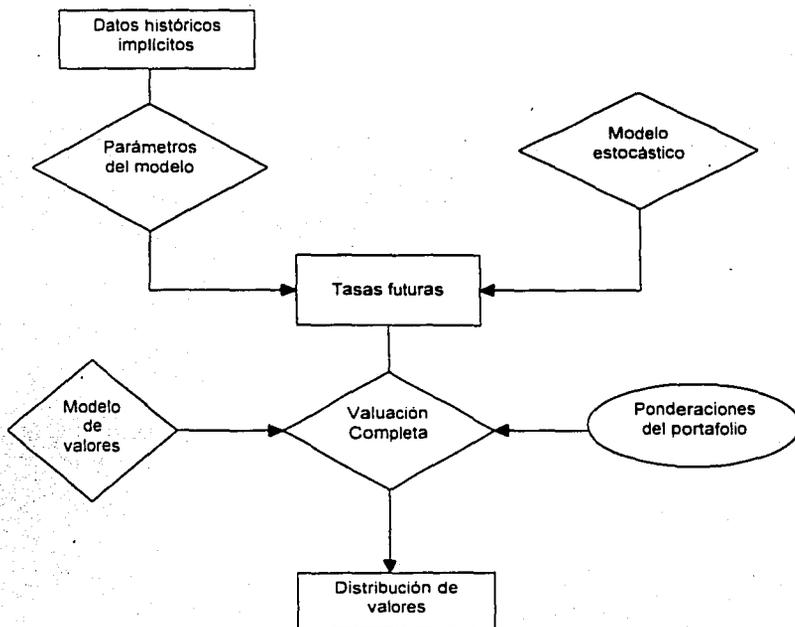
De lo contrario, el desarrollo del método MCE a partir de cero es relativamente oneroso, a pesar de la rápida disminución de los precios del hardware. Entonces, quizás debería ser comprado a vendedores externos.

Otra desventaja potencial del método es que se fundamente en un modelo estocástico específico para los factores de riesgo subyacentes, así como en modelos de valuación para valores, tales como las opciones o las hipotecas.

Por lo tanto está sujeto al riesgo de que los modelos estén equivocados. Para verificar si los resultados son robustos a los cambios en el modelo, los resultados de la simulación deberían ser complementados por algún análisis de sensibilidad.

Después de todo, este método es probablemente el enfoque más completo para la medición del riesgo de mercado, si la modelación se hace correctamente. Hasta cierto punto, el método puede manejar incluso riesgos crédito.

Figura 3-6. Método Monte Carlo



3.6 COMPARACIÓN DE MÉTODOS.

En resumen, podemos distinguir cuatro métodos distintos para la medición del VAR. En el nivel más fundamental, se dividen en valuación delta (o lineal) y valuación completa. Esta separación refleja un balance entre el manejo de correlaciones, las cuales se manejan más fácilmente en una estructura lineal, que en una relación no lineal.

Los modelos delta pueden utilizar parámetros basados en datos históricos, como los implementados por el RiskMetrics, o en datos implícitos, donde las volatilidades se derivan del precio de las opciones. Ambos métodos generan una matriz de covarianzas, a la cual se aplican las "delta" o posiciones lineales para encontrar el VAR del portafolio. Entre los modelos de valuación completa, la simulación histórica es la más fácil de implementar. Se fundamenta simplemente en datos históricos para la valuación de valores, pero aplica la misma ponderación a datos actuales que a los precios históricos. El tercer modelo es el enfoque de escenario o de prueba de estrés, el cual se fundamenta en datos históricos, en pronósticos educados o en ambos. Finalmente, el modelo más completo, pero al mismo tiempo, el más difícil de implementar, es el enfoque del "Monte Carlo estructurado", el cual impone un proceso estocástico particular sobre las variables financieras de interés, a partir de las cuales se simulan varios senderos muestrales. La valuación completa para cada sendero muestral genera una distribución sobre los valores del portafolio.

En la siguiente tabla se describen los pros y los contras de cada método. La elección del método depende ampliamente de la composición del portafolio. Para portafolios sin opciones, el método delta-normal bien puede ser la mejor elección. El VAR es relativamente fácil de cuantificar y no es muy propenso al riesgo de modelo (ocasionado por supuestos o cómputos defectuosos). El VAR resultante es fácil de explicar a la administración y al público. No obstante, el método no es apropiado para portafolios que contengan posiciones sobre opciones. En su lugar,

los usuarios deberán regresar a las simulaciones históricas o a las simulaciones Monte Carlo.

Tabla 3-1. Comparación de métodos para cuantificar el VAR

	Delta normal	Simulación Histórica	Escenarios	
			Prueba de estrés	Monte Carlo
Posición				
Valuación	Lineal	Completa	Completa	Completa
Activos no-lineales	No	Sí	Sí	Sí
Distribución				
Histórica	Normal	Real	Subjetiva	Completa
Variancias en el tiempo				
Implícita	Sí	No	Subjetiva	Sí
Explícita	Posible	No	Posible	Sí
Mercado				
Distribución no-normal	No	Sí	Sí	Sí
Medida de eventos extremos				
Uso de correlaciones	Un poco de	Un poco de	Sí	Posible
	Sí	Sí	No	Sí
Implementación				
Evita el riesgo de modelo	Un poco	Sí	No	No
Fácil de computar	Sí	Un poco	Un poco	No
Comunicación	Fácil	Fácil	Buena	Difícil
Peligros principales	No linealidades, eventos extremos	Variación en tiempo, eventos extremos	Conjetura equivocada, correlaciones	Riesgo de modelo

El segundo método, la simulación histórica, también es relativamente fácil de implementar y utiliza una valuación completa y real de todos los valores. Sin embargo, no puede considerar la variación del tiempo en el riesgo y, como el modelo delta-normal, puede quedarse corto para eventos extremos.

El método de prueba de estrés permite a los usuarios establecer el efecto de escenarios de "día ruinoso". Considera posiciones no lineales y es relativamente fácil implementarlo y comunicarlo. Por otro lado, la prueba de estrés enfoca usualmente sólo en una variable e ignora las correlaciones. También es altamente

subjetivo, dado que el producto depende directamente del insumo: escenario equivocado, valor en riesgo equivocado.

En teoría el enfoque Monte Carlo puede aliviar todas estas dificultades técnicas. Puede incorporar posiciones no lineales, distribuciones no normales, parámetros implícitos e incluso, escenarios definidos por el usuario.

No obstante, el precio a pagar por esta flexibilidad es muy grande. Los requerimientos de cómputo y datos están verdaderamente muy lejos de los otros dos enfoques, el riesgo de modelo cobra mucha importancia y el valor en riesgo pierde su faceta intuitiva.

Todos estos métodos presentan algunas desventajas. También están relacionados. El análisis Monte Carlo de posiciones simples con rendimientos normales, por ejemplo, debe generar el mismo resultado que el método delta-normal.

En suma, tenemos que:

- **El método analítico de la matriz de varianzas-covarianzas** se basa en la hipótesis de la distribución conjunta normal de los rendimientos de la cartera y en la hipótesis de la relación lineal (o como mucho cuadrática) entre los factores de riesgo (o variables independientes) del mercado y el valor de la cartera.

Las ventajas de suponer esas dos hipótesis para el cálculo del VAR se resumen en dos fundamentalmente simplicidad de cálculos para la estimación del VAR, (lo que hace que este método sea fácilmente comprensible por todos los implicados en la gestión del riesgo y su implantación práctica sea sencilla); y rapidez en dichos cálculos, algo muy importante cuando se trabaja en tiempo real.

Los inconvenientes de este método son tres principalmente:

1. La estimación del VAR mediante el método de la matriz de varianzas-covarianzas, proporciona sobreestimaciones del mismo para niveles pequeños de confianza e infraestimaciones del VAR.
2. La hipótesis de linealidad provoca que este método sólo sea aplicable, en teoría, a carteras lineales; algo muy poco útil entonces dado el gran y creciente uso de activos no lineales (fundamentalmente opciones) en las carteras de los bancos.
3. Incluso ampliando la aproximación del valor de la cartera a una cuadrática (métodos delta-gama), no se logra con este método una buena precisión en la estimación del VAR de carteras no lineales. Teniendo en cuenta, además, que dicha ampliación supone reducir la simplicidad de este método (que era precisamente una de sus ventajas) por las hipótesis adicionales que requiere (como consecuencia de la pérdida de normalidad al aplicar un desarrollo del Taylor de segundo orden).

Estos dos últimos inconvenientes son particularmente ciertos en el caso de opciones cerca del dinero y próximas al vencimiento.

- **El método de Simulación Histórica** es un método no paramétrico, que no depende de ninguna hipótesis sobre las distribuciones de probabilidad subyacentes y por tanto permite capturar el fenómeno de las colas gruesas (y otras características no normales) al mismo tiempo que elimina la necesidad de estimar y trabajar con volatilidades y correlaciones y evita en gran parte el riesgo de modelización. Es un método de valoración global y elimina por tanto la necesidad de establecer aproximaciones (como las basadas en desarrollos de Taylor) que introducen imprecisión en los cálculos. Se puede aplicar, pues, a todo tipo de instrumentos, lineales y no lineales.

Todas estas ventajas le otorgan una superioridad teórica frente al método de la matriz de varianzas-covarianzas, sobre todo en el caso de cálculo del VAR de carteras no lineales.

No obstante, el método de simulación histórica tiene también sus inconvenientes, relacionados sobre todo con las características de la base de datos históricos utilizada y que hacen que este método dependa completamente de la base de datos concreta utilizada e ignore cualquier acontecimiento que no esté representado en dicha base.

Es el inconveniente de suponer que el futuro será parecido al pasado; o de estimar el VAR a partir de una única trayectoria o recorrido de precios (el seguido por el sendero de precios históricos concreto elegido). Este inconveniente, como veremos no se plantea en el método de simulación Monte Carlo.

- **El método de Simulación Monte Carlo** tanto paramétrico como no paramétrico, es un método de valoración global y elimina por tanto la necesidad de establecer aproximaciones (como las basadas en desarrollos de Taylor del método de la matriz de varianzas-covarianzas) que introducen imprecisión en los cálculos. Se puede aplicar, pues a todo tipo de posiciones, lineales y no lineales.

Además, en el caso del método de simulación Monte Carlo no paramétrico, al no depender de ninguna hipótesis sobre las distribuciones de probabilidad subyacente, evita en gran parte el riesgo de modelización y permite capturar el fenómeno de las colas gruesas (y otras propiedades no normales) al mismo tiempo que elimina la necesidad de estimar y trabajar con volatilidades y correlaciones. Al mismo tiempo, se evitan los inconvenientes del método de simulación histórica frente al de la matriz de varianzas-covarianzas.

Todas estas ventajas otorgan al método de simulación Monte Carlo no paramétrico una superioridad teórica frente al método de la matriz de varianzas-covarianzas, sobre todo en el caso del cálculo del VAR de carteras no lineales.

También el método de simulación Monte Carlo paramétrico, al ser aplicable a posiciones no lineales y al no exigir la hipótesis de normalidad aunque si requiera la especificación de un proceso estocástico concreto para las variables o factores de riesgo (y presenta por tanto riesgo de modelización), presenta una superioridad teórica frente al método de la matriz de varianzas-covarianzas.

Y no sólo frente al método de la matriz de varianzas-covarianzas, sino también frente al método de simulación histórica. Su ventaja reside en el carácter realmente aleatorio de las trayectorias futuras de precios, mientras que los precios generados por simulación histórica representan tan sólo una de las posibles trayectorias que pueden ocurrir.

La simulación Monte Carlo ofrece una descripción más realista del riesgo ya que la distribución de las variaciones en los precios refleja el abanico completo de todas las realizaciones y sus probabilidades.

A pesar de ser el método más complejo de entender, explicar e implantar de los tres mencionados para la estimación del VAR y a pesar de ser también el más lento de los tres, **el método de simulación Monte Carlo es el método más potente, flexible y de mayor precisión en la estimación del VAR.**

El inconveniente mayor que presenta, su lentitud, no lo es tanto en la realidad gracias al desarrollo informático y cada vez lo será menos gracias a la aparición reciente de nuevas técnicas que permiten solucionarlo.

Él es el método más apropiado en teoría para la estimación del VAR de carteras no lineales.

CAPÍTULO 4. LA TEORÍA DEL VALOR EXTREMO

4.1 ANTECEDENTES

La Teoría del Valor extremo, más utilizada hasta ahora en el campo actuarial, ha experimentado un boom en el campo financiero, sobre todo en lo relativo a la gestión de riesgos. Así, su aplicación más actual viene de la mano del VAR, como medida del riesgo de mercado.

Su aparición como posible aplicación en el ámbito del VAR se explica como consecuencia de dos factores:

- ❖ Por un lado la hipótesis de normalidad de los mercados no se ajusta a la realidad y los métodos de estimación del VAR que se basan en ella, proporcionan malas estimaciones. Como métodos alternativos se plantean los de simulación (histórica o Monte Carlo); pero dadas las dificultades de estos métodos y su "lentitud", se buscan otras soluciones, entre ellas la Teoría del Valor Extremo.
- ❖ Por otro, aun cuando el VAR se calcule con métodos "mejores" (simulación), sigue teniendo limitaciones, por lo que hay que complementar esta medida.

Aquellos métodos que se basan en la Teoría del Valor Extremo parten, no de la distribución de los rendimientos sino de la distribución de probabilidad de los rendimientos extremos. Permiten pues, estimar cuantiles extremos con mayor precisión.

En estadística, los extremos de un proceso aleatorio se refieren a la observación más baja (la mínima) y la observación más alta (la máxima) sobre un periodo de tiempo dado.

En los mercados financieros, los movimientos extremos de los precios corresponden a correcciones de mercado durante períodos ordinarios, y también a la caída de mercados de acciones, colapsos de mercados de bonos o crisis monetarias durante períodos extraordinarios.

Los movimientos extremos de los precios pueden de esta manera ser observados durante períodos usuales, correspondientes al funcionamiento normal de los mercados financieros y durante períodos de alta volatilidad correspondientes a la crisis financieras.

Un enfoque basado en los valores extremos cubre entonces condiciones de mercado (ranging) del ambiente usual considerado por la existencia de métodos VAR de crisis financieras los cuales son el centro de las pruebas de stress (stress testing), sin embargo el vínculo entre el VAR y los extremos tiene que ser establecido por un largo período, ninguno de los métodos existentes puede tratar propiamente con la modelación de la distribución de las colas.

En suma, dado que el VAR se centra en el comportamiento de las colas de los rendimientos financieros, concretamente en la cola izquierda, es evidente que el tema de las colas gruesas o fat tails¹ es fundamental en nuestro estudio (hay que tener en cuenta, además la importancia que el hecho de las colas gruesas tiene la elección de un nivel u otro de confianza para la estimación del VAR).

Si en el mundo teórico de las distribuciones normales un movimiento equivalente a 10 desviaciones típicas es algo que sólo ocurre una vez entre un millón, en los mercados financieros reales, sabes que eso no es así, por lo que hay que investigar con qué frecuencia se pueden producir esos movimientos.

¹ Que las distribuciones de los rendimientos financieros presenten colas gruesas significa que los movimientos extremos de precios ocurren con más frecuencia de la que implica una distribución normal, y si además lleva aparejado el mayor apuntamiento entorno a la media, significa que también los movimientos muy pequeños de precios ocurren con más frecuencia de la que predice la normal.

Esto ha llevado a muchos autores a proponer (para describir el comportamiento de los rendimientos) otras distribuciones que poseen colas más anchas que la distribución normal (como por ejemplo la distribución estable de Pareto, la distribución t-student, la mixtura de normales, o la distribución de error generalizada), permitiendo así modelizar mejor los movimientos más grandes y evitar de este modo malas estimaciones del VAR; e incluso los estudios más actuales proponen distribuciones, no para describir el comportamiento de los rendimientos (de todos), sino para describir solo el comportamiento de los rendimientos extremos, es decir, basarse en la Teoría de los Valores Extremos.

4.2 LA TEORÍA DEL VALOR EXTREMO

El cálculo del capital requerido por las instituciones financieras debe ser considerado como un problema de valor extremo. El centro de esta nueva aproximación está en los eventos extremos de los mercados financieros. Eventos extraordinarios como la crisis del mercado de acciones de Octubre de 1987, la crisis del Sistema Monetario Europeo en Septiembre de 1992, el colapso del mercado de bonos en Febrero de 1994 y la reciente crisis en los mercados emergentes son casos particulares en administración de riesgos y regulación financiera.

Para implementar el método del valor extremo en la práctica, un método paramétrico basado en "La Teoría del Valor Extremo" es desarrollado para calcular el VAR de una posición. Esta considera la distribución de los rendimientos extremos en lugar de la distribución de todos los rendimientos.

Dos casos son considerados para calcular el VAR de una posición de mercado: una posición de mercado completamente agregada (aggregated) y una posición de mercado descompuesta en factores de riesgo.

El primer caso puede ser usado para posiciones con pocos bienes (assets) y una composición estable y el segundo caso para posiciones complejas con muchos bienes y composición variada con el tiempo.

El caso de la posición completamente agregada es tratado con la distribución asintótica univariada de rendimientos extremos mientras el caso de la posición descompuesta en factores de riesgo es tratado con la distribución asintótica multivariada de rendimientos extremos.

En esta sección se discute brevemente el comportamiento estadístico de los extremos univariados y multivariados. Ambos resultados exactos y asintóticos pertenecen a la distribución de extremos que presentamos.

4.2.1 LA DISTRIBUCIÓN UNIVARIADA DE RENDIMIENTOS EXTREMOS.

Los cambios en el valor de la posición son medidos por los rendimientos logarítmicos en una base regular. El rendimiento básico observado en el intervalo de tiempo $[t-1, t]$ de longitud f es denotado por R_t . Llamemos F_R la función de distribución acumulada de R . Puede tomar valores en el intervalo (l, u) . Por ejemplo, para una variable distribuida como la normal, se tiene $l = -\infty$ y $u = +\infty$. Sea R_1, R_2, \dots, R_n los rendimientos observados sobre n intervalos básicos de tiempo $[0, 1], [1, 2], \dots, [T-2, T-1], [T-1, T]$. Para una frecuencia del rendimiento dada f , los 2 parámetros T y n son vinculados por la relación $T = nf$.

Los extremos son definidos como el mínimo y el máximo de n variables aleatorias R_1, R_2, \dots, R_n .

Denotemos Z_n el mínimo observado sobre los n intervalos tratados:

$$Z_n = \text{Min}(R_1, R_2, \dots, R_n).$$

Asumiendo que los rendimientos R_i son independientes y tienen la misma distribución F_R , la distribución exacta del rendimiento mínimo, denotada por F_{Z_n} , está dada por:

$$F_{Z_n}(z) = 1 - (1 - F_R(z))^n \quad \dots (1)$$

La probabilidad de observar un rendimiento mínimo sobre un intervalo dado está denotada por P^{ext} . Esta probabilidad depende implícitamente del número de rendimientos básicos n , de los cuales el rendimiento mínimo es seleccionado (para dar énfasis a la dependencia de P^{ext} en la variable n , usaremos la notación $P^{\text{ext}}(n)$ algunas veces).

La probabilidad de observar un rendimiento sobre el mismo intervalo un período dado está denotada por p . De la ecuación (1) las dos probabilidades, P^{ext} y p , son relacionadas por la ecuación $P^{\text{ext}} = p^n$.

En la práctica, la distribución de los rendimientos no es precisamente conocida y, por consiguiente, si esta distribución no es conocida, ninguno es la distribución exacta del rendimiento mínimo.

De la ecuación (1) también puede concluirse que el límite de la distribución Z_n obtenido por hacer tender a n infinitamente es degenerado: esto es nulo para z menor que la cola mínima l , e igual a 1 para z mayor que l .

Para encontrar el límite de la distribución de interés (es decir, una distribución no degenerada), el mínimo Z_n es reducido con un parámetro X_n (asumiendo que es positivo) y un parámetro β_n tal que la distribución del mínimo estandarizado $(Z_n - \beta_n) / \alpha_n$ es no degenerada. El llamado teorema del valor extremo especifica la forma del límite de la distribución como la longitud del período de tiempo sobre el cual el mínimo es seleccionado (las variables n o T para una frecuencia dada f) tiende al infinito. El límite de la distribución del mínimo rendimiento, denotado por F_z , está dada por:

$$F_z(z) = 1 - \exp(-(1+z)^{1/\tau}) \dots (2)$$

Para $z < -1/\tau$ si $\tau < 0$ y para $z > -1/\tau$ si $\tau > 0$. El parámetro τ llamado índice de cola, modela la distribución de la cola. Feller muestra que valor del índice de cola es independiente de la frecuencia f (en otras palabras, la cola es estable bajo el tiempo-agregación). Según el valor del índice de cola, se distinguen tres tipos de distribución del valor extremo: La distribución Fréchet ($\tau < 0$), la distribución Gumbel ($\tau=0$) y la distribución Weibull ($\tau > 0$).

La distribución Fréchet se obtiene para distribuciones de rendimientos con colas gruesas tales como la Student y las distribuciones de Pareto estables. El grosor de la cola está directamente relacionado con el índice de cola τ . De manera más precisa, el parámetro de forma k (igual a $-1/\tau$) representa el orden máximo de momentos finitos. Por ejemplo, si k es mayor que uno, entonces la media de la distribución existe; si k es mayor que dos, entonces la varianza es finita; si k es mayor que 3, entonces el sesgamiento está bien definido, y en adelante. El parámetro de forma es un parámetro intrínseco de la distribución de los rendimientos y no depende del número del rendimiento n del cual se selecciona el rendimiento mínimo. El parámetro de forma corresponde al número de grados de libertad de una distribución Student y al exponente característico de la distribución de Pareto estable.

La distribución Gumbel se obtiene para distribuciones de colas delgadas tales como las distribuciones normal y log-normal. La distribución Gumbel puede considerarse como una forma de límite de transición entre las distribuciones Fréchet y Weibull como $(1+z)^{1/\tau}$ que se interpreta como e^z . Para valores τ pequeños las distribuciones Fréchet y Weibull son muy cercanas a la distribución Gumbel.

Finalmente la distribución Weibull se obtiene cuando la distribución de los rendimientos no tiene ninguna cola (nosotros no podemos tener observaciones más allá de un intervalo dado definido por el punto extremo de la distribución).

Estos resultados teóricos muestran la generalidad del teorema del valor extremo: todas las distribuciones de los rendimientos mencionadas conducen a la misma forma de distribución para el rendimiento extremo, la distribución del valor extremo obtenida por diferentes distribuciones de rendimientos están diferenciadas solo por el valor de la escala, por los parámetros locales y el índice de cola.

El teorema del valor extremo se ha extendido a los procesos condicionados. Para procesos cuya estructura de dependencia no es muy fuerte, se obtiene la misma distribución límite F_z del valor extremo por la ecuación (2). Considerando la distribución conjunta de las variables del proceso, la siguiente condición mezclada (3) da un significado preciso a los grados de dependencia

$$\lim_{z \rightarrow x} \frac{F_{i_1, i_2, \dots, i_p, i_1, i_2, \dots, i_q}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_p}, x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_q})}{F_{i_1, i_2, \dots, i_p}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_p}) F_{i_1, i_2, \dots, i_q}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_q})} = 0 \dots (3)$$

para cualquier entero $i_1 < i_2 < \dots < i_p$ y $j_1 < j_2 < \dots < j_q$ tal que $j_1 - i_p \geq 1$.

Si se satisface la condición (3), entonces los mismo resultados limite aplican como si las variables del proceso fueran independientes con la misma distribución marginal (la misma escala y parámetro local α_n y β_n pueden elegirse y se obtiene la misma distribución límite F_z del valor extremo).

Con una estructura de dependencia más fuerte, el comportamiento de los extremos está afectado por la dependencia local, en el proceso aparecen como grupos de valores extremos. Sin embargo en este caso puede mostrarse que un valor extremo planeado puede ser aplicado, la distribución límite del valor extremo es igual a :

$$F_z(z) = 1 - \exp\left(-(1 + \pi)z^{\rho}\right)$$

Donde el parámetro θ , llamado índice extremo, modela la relación entre la estructura de dependencia y el comportamiento extremo del proceso. Este parámetro se relaciona con el tamaño de la media del grupo de extremos. El índice extremo θ cumple: $0 \leq \theta \leq 1$. La igualdad $\theta = 1$ se da en los casos de dependencia débil e independencia. En otros casos, la dependencia más fuerte, el índice extremo más bajo.

Berman (1964) muestra que la misma forma para la distribución límite del valor extremo se obtiene para sucesiones normales estacionarias bajo el supuesto débil sobre la estructura de correlación (denotada por ρ_m el coeficiente de correlación entre R_t y R_{t+m} , la suma de los cuadrados de los coeficientes de correlación $\sum_{m=1}^{\infty} \rho_m^2$ tiene que seguir siendo finita). Leadbetter et al. (1983) consideran varios procesos basados en la distribución normal: mezclas discretas de distribuciones normales y procesos mixtos de difusión de salto todos tienen colas delgadas que llevan a una distribución Gumbel para los extremos. Como explica Longin (1997), la volatilidad del proceso de rendimientos (modelado por la clase de proceso ARCH) es influenciado principalmente por los extremos. De'Haan et al. (1989) muestra que si los rendimientos siguen un proceso ARCH, entonces el mínimo tiene una distribución Fréchet.

4.2.2. LA DISTRIBUCIÓN MULTIVARIADA DE RENDIMIENTOS EXTREMOS.

Consideremos un vector de grado q de variables aleatorias denotado por $R=(R_1, R_2, \dots, R_q)$. La ocurrencia del i -ésimo componente observado al tiempo t está denotada por R_t^i . Aunque la definición de extremos es natural y directa en el caso univariado, muchas definiciones pueden tomarse en el caso multivariado. En este trabajo de investigación el mínimo multivariado Z_n observado sobre un período de tiempo formado por n observaciones básicas se define como $Min(R_1^1, R_2^1, \dots, R_n^1), Min(R_1^2, R_2^2, \dots, R_n^2), \dots, Min(R_1^q, R_2^q, \dots, R_n^q)$. El rendimiento mínimo multivariado corresponde al vector de rendimientos mínimos univariados observados en el período de tiempo.

En el caso univariado, para un proceso i.i.d., la distribución multivariada exacta del mínimo puede expresarse simplemente como una función de distribución de una variable básica. Como en la práctica, no sabemos la distribución exacta, consideramos resultados asintóticos. Supongamos que tenemos una serie de un vector de coeficientes estandarizados (α_n, β_n) tal que la distribución del mínimo estandarizado $(Z_n - \beta_n)/\alpha_n$ converge a una distribución no degenerada.

El teorema principal para el caso multivariado caracteriza las posibles distribuciones límite:

Una distribución F_Z de grado q es una distribución límite del valor extremo si y sólo si,

(a) Sus marginales univariadas son distribuciones Fréchet, Gumbel o Weibull.

(b) Existe una función de dependencia, denotada por, la cual satisface la siguiente condición:

$$F_Z(z^1, z^2, \dots, z^q) = 1 - (F_1(z^1)F_2(z^2)\dots F_q(z^q))^{1/(z^1 z^2 \dots z^q)} \dots (4)$$

Al contrario del caso univariado, la distribución asintótica en el caso multivariado no se especifica completamente como la función de dependencia no es conocida pero tiene que ser modelada. Considerando los dos extremos Z_i y Z_j , un modelo simple es la combinación lineal de las funciones de dependencia de los dos casos especiales de la dependencia total e independencia asintótica como propone Tiago de Oliveria (1973):

$$d_{i,j}(z^i - z^j) = \rho_{ij} \frac{\text{Max}(1, e^{z^i - z^j})}{1 + e^{z^i - z^j}} + (1 - \rho_{ij}) \dots (5)$$

El coeficiente ρ_{ij} representa la correlación entre los extremos Z_i y Z_j . En resumen la teoría del valor extremo muestra que el comportamiento estadístico de los extremos observados a lo largo del periodo de tiempo puede ser modelado por las distribuciones marginales Fréchet, Gumbel o Weibull y una función de dependencia. Este resultado asintótico es consistente con muchos modelos

estadísticos de rendimientos usados en finanzas (la distribución normal, la mezcla de distribuciones normales, la distribución student, la familia de distribuciones de Pareto estables, la condición del proceso ARCH...). La generalidad de este resultado es la base del método del valor extremo para calcular el VAR de una posición de mercado.

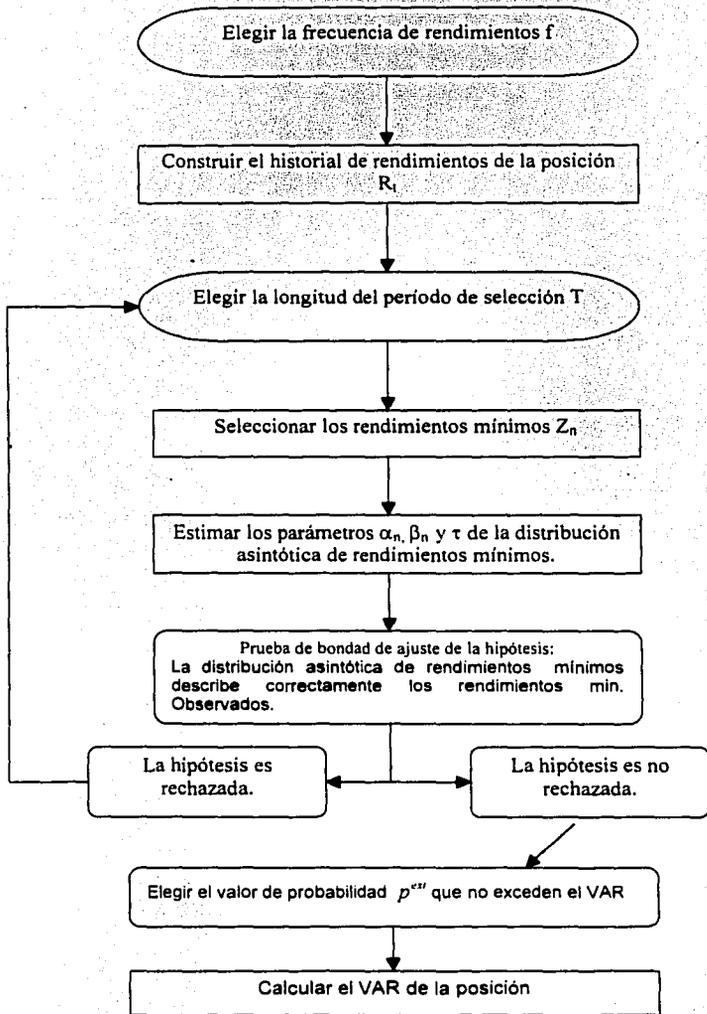
4.3 EL MÉTODO DEL VALOR EXTREMO PARA CALCULAR EL VAR DE UNA POSICIÓN DE MERCADO.

El método para una posición totalmente agregada, como el que presentamos aquí, primero involucra la distribución asintótica univariada del rendimiento mínimo de la posición. El método se extiende entonces al caso de una posición descompuesta en factores de riesgo.

El VAR de la posición se obtiene con la fórmula de agregación de riesgo que incluye las siguientes entradas: El coeficiente de sensibilidad de la posición en los factores de riesgo, el VAR de posiciones largas o cortas en los factores de riesgo, y la correlación entre los factores de riesgo en condiciones extremas de mercado.

4.3.1 EL MÉTODO DEL VALOR EXTREMO PARA UNA POSICIÓN TOTALMENTE AGREGADA.

El método se resume en el siguiente diagrama (Fig. 1.) y posteriormente detallamos cada paso.



Paso 1. Elegir la frecuencia de rendimientos f .

La elección de la frecuencia deberá estar relacionada con el grado de liquidez y de riesgo de la posición. Para una posición líquida, la alta frecuencia de rendimientos tal como los rendimientos diarios puede ser seleccionada como los bienes que pueden ser vendidos rápidamente en buenas condiciones de mercado.

La frecuencia deberá ser muy alta cuando los cambios extremos de los precios en mercados financieros tienden a ocurrir durante muchos períodos cortos de tiempo. Además, la frecuencia baja de rendimientos no puede ser relevante para una posición líquida ya que la descripción del riesgo pudo cambiar rápidamente.

Para una posición poco líquida, la frecuencia baja de rendimientos, como rendimientos mensuales o semanales, podría ser una buena opción dado que el tiempo de liquidez de los bienes en buenas condiciones de mercado puede ser largo. Sin embargo, la elección de una frecuencia baja implica un número limitado de observaciones (extremas), lo cual puede impactar adversamente en el análisis ya que la teoría del Valor Extremo es asintótica por naturaleza.

La elección de la frecuencia también puede ser guiada o impuesta por reguladores. Por ejemplo, el Comité de Basilea recomienda un período de cobertura de 10 días.

Paso 2. Construir la historia de rendimientos de la posición R_t .

Para construir la historia de las series de tiempo de los rendimientos en una posición R_t para una posición completamente agregada, se usan series de tiempo univariadas.

Paso 3. Elegir la longitud del período de selección de rendimientos mínimos T .

El procedimiento de estimación de la distribución asintótica de rendimientos mínimos no solo considera el rendimiento mínimo observado sobre un período de tiempo completo sino varios rendimientos mínimos observados sobre períodos de

tiempo parcialmente no cubiertos de longitud T . Para una frecuencia dada f , uno tiene que determinar la longitud del periodo de selección de rendimientos mínimos, T o equivalentemente el número de rendimientos básicos, n , de los cuales los rendimientos mínimos son seleccionados (como ya se indicó, los 2 parámetros T y n no son vinculados por la relación $T=nf$).

El periodo de selección tiene que satisfacer una limitación estadística: tiene que ser suficientemente grande para satisfacer la condición de aplicación de la teoría del valor extremo. Como esto claramente da un resultado asintótico, los rendimientos extremos tienen que ser seleccionados sobre periodos de tiempo suficientemente largos para que la distribución exacta de rendimientos mínimos pueda ser cuidadosamente reemplazada por la distribución asintótica.

Paso 4. Seleccionar los rendimientos mínimos Z_n .

El periodo cubierto por la base de datos es dividido en subperiodos parcialmente no cubiertos y cada uno contiene n observaciones de rendimientos de frecuencia f . Para cada subperiodo, el rendimiento mínimo es seleccionado.

De las primeras n observaciones de rendimientos básicos R_1, R_2, \dots, R_n , uno toma la observación más baja denotada por $Z_{n,1}$. De las siguientes n observaciones $R_{n+1}, R_{n+2}, \dots, R_{2n}$, otro mínimo llamado $Z_{n,2}$ es tomado. De las nN observaciones de rendimientos, se obtiene una serie de tiempo $(Z_{n,i})_{i=1, N}$ que contiene N observaciones de rendimientos mínimos.²

² Para una base de datos que contiene N observaciones de rendimientos diarios, para una frecuencia de rendimientos básicos f , y para un periodo de selección de rendimientos mínimos que contiene n rendimientos básicos, el número de rendimientos mínimos N es igual a la parte entera de N/n .

Paso 5. Estimar los parámetros de la distribución asintótica de rendimientos mínimos.

Los 3 parámetros α y β de la distribución asintótica de rendimientos mínimos denotada por G son estimados de la N observaciones de rendimientos mínimos previamente seleccionada.³

El método de máxima verosimilitud puede ser usado aquí como proveedor de estimaciones asintóticamente imparciales y de mínima varianza.

Nótese también que el estimador de máxima verosimilitud puede ser usado para los tres tipos de distribución del valor extremo (Fréchet, Gumbel y Weibull) mientras que otros estimadores como el estimador de la cola desarrollado por Hill (1975) son válidos solo para el caso Fréchet. El valor del índice extremo θ puede también ser estimado si los datos presentan fuerte dependencia.

Paso 6. Prueba de bondad de ajuste de la distribución asintótica de rendimientos mínimos.

Este paso consiste en la validación estadística del modelo: La distribución asintótica de rendimientos mínimos estimada en el paso 5 describe bien el comportamiento estadístico de los rendimientos mínimos observados.

La prueba desarrollada por Sherman (1957) y sugerida por Gumbel (1958), está basada en la comparación del estimador y la distribución observada. La prueba usa las series de orden de rendimientos mínimos denotada por :

$$(Z'_{n,i})_{i=1,N} : Z'_{n,1} \leq Z'_{n,2} \leq \dots \leq Z'_{n,N}$$

El estadístico se calcula de la siguiente manera:

$$\Omega_N = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N F_{Z_n}^{(imp)}(Z'_{n,i+1}) - F_{Z_n}^{(imp)}(Z'_{n,i}) - \frac{1}{N+1}$$

³ Mientras los métodos clásicos del VAR consideran la información completa contenida en la distribución, el método basado en los valores extremos toma en cuenta solo la información relevante para el problema del VAR: los extremos negativos contenidos en la cola izquierda. El método del Valor Extremo bajo la posición en lugar del riesgo total.

Donde: $F_{Z_n}^{asimpt} (Z_{n,0}^i) = 0$ y $F_{Z_n}^{asimpt} (Z_{n,N+1}^i) = 1$

La variable Ω_N es asintóticamente distribuida como una normal con media $(N/(N+1))N+1$ y varianza aproximada $(2e-5)/(e2N)$ donde e representa al número neperiano aproximadamente igual a 2.718.

La variable Ω_N puede ser interpretada como una distancia métrica sobre un conjunto de distribuciones. Un valor bajo para Ω_N indica que el estimador y las distribuciones observadas están cercanos unos de otras y que el comportamiento de extremos está bien descrito por la teoría del Valor Extremo.

Recíprocamente, un alto valor de Ω_N indica que el estimador y las distribuciones observadas están alejadas una de otra y que la teoría no se ajusta a los datos. En la práctica, el valor de Ω_N es comparado con un valor del intervalo correspondiente a un nivel de confianza (del 5% por ejemplo). Si el valor de Ω_N es más alto que el valor del intervalo, entonces la hipótesis de suficiencia de la distribución asintótica de rendimientos mínimos es rechazada. El rechazo puede ser explicado por el hecho de que los rendimientos mínimos han sido seleccionados también sobre subperíodos cortos.

En otras palabras el número de rendimientos básicos de los cuales los rendimientos mínimos son seleccionados es muy pequeño. La teoría del Valor Extremo es de hecho una teoría asintótica, y muchas observaciones básicas deberán ser usadas para seleccionar rendimientos mínimos tal que la distribución estimada usada esté cerca del límite. Si la hipótesis de suficiencia es rechazada, se tiene que regresar al paso 3 y elegir un periodo de selección más grande. Si el valor de Ω_N es más pequeño que el intervalo dado, la hipótesis de suficiencia es aceptada y podemos ir al paso 7.

Paso 7. Elegir el valor de la probabilidad p^{} de un rendimiento mínimo que no exceda el VAR.**

En el método del valor extremo, la definición usual para la probabilidad no es usada.⁴ La razón es simple: no conocemos algún modelo con un funcionamiento teórico que siga un vínculo entre el VAR y la probabilidad de que un rendimiento no exceda el VAR (o más preciso -VAR, como VAR es usualmente definido para ser un número positivo).

En el método el Valor Extremo, en lugar de usar la probabilidad relacionada al rendimiento básico se usa la probabilidad relacionada al rendimiento mínimo, por ejemplo, la probabilidad de un rendimiento mínimo diario observada sobre un semestre llega a estar alrededor de un intervalo dado (el valor del intervalo para una probabilidad dada corresponde al número VAR de la posición).

Como explicamos anteriormente, para un proceso independiente o débilmente dependiente, las dos probabilidades están relacionadas por: $p^{ext}=p^n$.⁵

Nótese que cuando la distribución de rendimientos es exactamente conocida, el método del Valor Extremo es equivalente a algún método clásico.

Para enfatizar la dependencia del VAR en la distribución y probabilidad usada, el VAR obtenido con una distribución dada de rendimientos F_R y una probabilidad p es denotada por $VAR(F_R, p)$, y el valor obtenido con la distribución exacta de rendimientos mínimo F_{Zn} y una probabilidad p_{ext} es denotada por $VAR(F_{Zn}, p^{**})$.

⁴ La existencia de métodos VAR de las aproximaciones clásicas usan la probabilidad de un movimiento desfavorable de precios en el mercado bajo condiciones normales durante un día o un periodo de tiempo dado, y entonces deducen el VAR con un modelo estadístico. Por ejemplo, el VAR calculado por RiskMetrics desarrollado por JP Morgan corresponde a la probabilidad de observar un movimiento desfavorable diario igual al 5% (equivalente a la probabilidad p de un rendimiento que no excede al VAR igual al 95%). En RiskMetrics, el vínculo entre la probabilidad y el VAR es realizado con la distribución normal.

⁵ La ecuación $p^{**}=p^n$ es válida aún en el caso de débil dependencia. En el caso de fuerte dependencia, podemos usar la siguiente ecuación $p^{**}=(p^n)^p$ que envuelve el índice extremo.

Bajo la condición $p^{ext}=p^n$, tenemos $VAR(F_{Zn,p^n})=VAR(F_{R,p})$.

La elección de la definición de la probabilidad es guiada por el resultado estadístico concerniente a los extremos, presentado anteriormente. El teorema del Valor Extremo muestra que el vínculo entre la probabilidad relacionada con el rendimiento mínimo y el VAR puede ser desarrollado en terrenos teóricos. La fuerza del método es grande como la distribución asintótica de los extremos es compatible con muchos modelos estadísticos usados en finanzas para describir el comportamiento de rendimientos.

La elección del valor de probabilidad p^{ext} es arbitraria (como en otros métodos). Sin embargo, varias consideraciones pueden guiar esta elección: el grado de estabilidad financiera requerido por reguladores (por ejemplo, el Comité de Basilea impone un valor para la probabilidad p igual a 0.99 implicando un valor para la probabilidad p^{ext} igual a 0.99^n asumiendo débil dependencia o independencia de rendimientos), el grado de riesgo aceptado por los accionistas de instituciones financieras, y la comunicabilidad de los resultados delante del Comité de riesgo de los bancos. Por ejemplo, el VAR calculado con un valor de 95% para la probabilidad p^{ext} de un rendimiento mínimo seleccionado en un semestre base corresponde al valor esperado del shock del decenio considerado por los bancos.

Paso 8. Calcular el VAR de la posición.

El último paso consiste en calcular el VAR de la posición con la distribución asintótica de rendimientos mínimos previamente estimada. El modelo completo contiene los siguientes parámetros: La frecuencia f y el número de rendimientos básicos n de los cuales los rendimientos mínimos son seleccionados, los tres parámetros α_n, β_n y τ de la distribución asintótica de rendimientos mínimos $F_{Z_n}^{asintp}$ y la probabilidad p^{ext} de observar un rendimiento mínimo no excediendo el VAR.

Para el proceso que presenta fuerte dependencia, si el valor de probabilidad p^{ext} es derivado el valor de probabilidad p usando la ecuación $p^{ext} = (p^n)^{\tau}$ entonces el índice extremo para rendimientos mínimos es también necesario.

Considerando el caso de una posición completamente agregada, el VAR expresado como un porcentaje del valor de la posición es obtenido de la distribución asintótica de rendimientos mínimos estimada:

$$p^{ext} = 1 - F_{Z_n^{asint}}(-VAR) = \exp\left[-\left(1 + \tau\left(\frac{-VAR - \beta_n}{\alpha_n}\right)\right)^{\frac{1}{\tau}}\right] \dots\dots(6)$$

Conduciendo a:

$$AR = -\beta_n + \frac{\alpha_n}{\tau} [1 - (-\ln(p^{ext}))^{\tau}] \dots\dots(7)$$

Este método de valuación "completa" usado para calcular el VAR de una posición de mercado requiere la construcción del historial de rendimientos de la posición entera.

Para posiciones complejas que contienen muchos recursos o con una composición de tiempo cambiante, pueden estar consumiendo tiempo para reconstruir la historia de rendimientos de la posición y reestimar la distribución asintótica de rendimientos mínimos cada vez que el VAR de la posición tenga que ser calculado.

Por esta razón, esto puede ser más eficiente que descomponer la posición en un número limitado de factores de riesgo (tales como tasas de interés, divisas, índices de mercado) y calcular el VAR de la posición de una manera simple con la fórmula de agregación del riesgo. Tal como se muestra en el siguiente método.

4.4 EL MÉTODO DEL VALOR EXTREMO PARA UNA POSICIÓN DESCOMPUESTA EN FACTORES DE RIESGO.

La fórmula de agregación del riesgo relaciona el VAR de la posición con los coeficientes de sensibilidad de la posición en factores de riesgo, el VAR de posiciones largas o cortas en factores de riesgo y la correlación entre factores de riesgo.

De esta manera, el trabajo de cálculo es reducido a la estimación de la distribución multivariada de ambos rendimientos (mínimo y máximo) de factores de riesgo (el cual es hecho una vez para todos) y para el cálculo de los coeficientes de sensibilidad de la posición en factores de riesgo (el cual es repetido cada vez que la composición de la posición cambia).

Una fórmula de agregación del riesgo ad hoc la usamos aquí para calcular el VAR de una posición ⁶. Considerando q factores de riesgo, el VAR de una posición caracterizada por la descomposición ponderada $(W_i)_{i=1,q}$, está dada por:

$$AR = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \rho_{ij} w_i w_j VAR_i VAR_j \dots (8)$$

Donde VAR representa el VAR de una posición larga o corta en el factor de riesgo i , W_i el coeficiente de sensibilidad de la posición en el factor de riesgo i y ρ_{ij} la correlación de rendimientos extremos en posiciones largas o cortas en factores de riesgo i y j .

Para cada factor de riesgo, el VAR de una posición larga, denotado por $VAR_i(F_{i,t}^{min}, p^{cu})$, es calculado con la ecuación 7 usando los parámetros de la

⁶ Esta fórmula está inspirada por la fórmula usada en el método de varianza covarianza. En el caso de normalidad, el VAR obtenido con la posición descompuesta en factores de riesgo y basada en la fórmula de agregación del riesgo con los VARs de factores de riesgo y coeficientes de correlación clásicamente calculados corresponde al VAR obtenido con la posición completamente agregada.

distribución marginal de rendimientos mínimos. Similarmente, el VAR de una posición corta, denotada por $VAR_i(F_{1_i}^{u\text{vmp}}, p^{cu})$, es calculado con la misma ecuación usando los parámetros de la distribución marginal de rendimientos máximos $F_{1_i}^{u\text{vmp}}$.

Considerando 2 factores de riesgo i y j, 4 tipos de correlación de rendimientos extremos ρ_{ij} puede ser distinguida de acuerdo al tipo de posición (larga o corta) en los 2 factores de riesgo. Para una posición larga (corta) en ambos factores de riesgo i y j, la correlación ρ_{ij} corresponde a la correlación entre el mínimo (máximo) rendimiento de factores de riesgo i y j.

Para una posición larga (corta) en factor i y corta (larga) en factor j, la correlación ρ_{ij} corresponde a la correlación entre el mínimo (máximo) rendimiento del factor de riesgo i y el máximo (mínimo) rendimiento del factor j.

Para enfatizar la dependencia en el tipo de posición (larga o corta), los 4 coeficientes de correlación son denotados por $\rho_{ij}^l, \rho_{ij}^c, \rho_{ij}^{lc}$ y ρ_{ij}^{cl} .

En el caso de dependencia total ($\rho_{ij}=1$ para todo i y j), el VAR de la posición es igual a la suma del VAR ponderado de cada factor de riesgo $\sum_{i=1}^q w_i VAR_i$. En el caso de independencia ($\rho_{ij}=0$ para todo i y j, $i \neq j$), el VAR de la posición es igual a la raíz cuadrada de la suma ponderada del cuadrado del VAR de cada factor de riesgo, $\sum_{i=1}^q (w_i VAR_i)^2$.

En resumen, para una posición descompuesta en un conjunto dado de q factores de riesgo, el VAR puede ser formalmente escrito como:

$$VAR\left((w_i)_{i=1,q}, (VAR_i(F_{2_i}^{u\text{vmp}}, p^{cu}))_{i=1,q}, (VAR_i(F_{1_i}^{u\text{vmp}}, p^{cu}))_{i=1,q}, (\rho_{ij}^{ab})_{i,j=1,q}\right)$$

El método necesita la estimación de 6q parámetros de la distribución marginal de ambos rendimientos mínimo y máximo, usados para calcular los 2q VARs para posiciones larga y corta en factores de riesgo, y la estimación de 4q coeficientes de correlación de la distribución multivariada de rendimientos extremos usada para agregar los VARs de factores de riesgo.

El método del Valor Extremo toma en cuenta explícitamente la correlación entre los factores de riesgo durante condiciones de mercado extremas. Ha sido argumentado que hay una ruptura de la estructura de correlación en períodos de stress de mercados. Por ejemplo, usando el proceso multivariado GARCH, algunos autores concluyen que la correlación, en rendimientos de equidad internacional tiende a incrementarse durante períodos de volatilidad. Aplicando la Teoría del Valor Extremo multivariada encuentran que la correlación de rendimientos de equidad internacional depende de la tendencia del mercado y de los grados de volatilidad. La correlación entre los rendimientos extremos tiende a incrementarse con el tamaño de rendimientos en el descenso de mercado y a disminuir con el tamaño de rendimientos en la alza de mercado.

4.5 POSICIONES CON DERIVADOS

El VAR de posiciones con opciones clásicas es usualmente calculado por el método delta-gamma para tomar en cuenta la no-linealidad. El VAR de posiciones con opciones más complejas es a veces obtenido con el método de simulación de Monte Carlo dado que ninguna fórmula analítica está disponible. Con la no-linealidad el comportamiento de la cola de la distribución es un problema crítico.

Aunque el método del Valor Extremo puede ser difícil de implementar, la teoría del Valor Extremo puede ser muy útil para determinar un modelo para ingresos generados desde el punto de vista de eventos extremos. Por ejemplo, el no-rechazo de la distribución Fréchet lleva a pensar en las distribuciones de las colas gruesas como una distribución Student o un proceso GARCH. El no-rechazo de la

distribución Gumbel para rendimientos extremos lleva a pensar en las distribuciones de las colas delgadas como la distribución normal o una discreta mixtura de normales. El no-rechazo de la distribución Weibull para rendimientos extremos sugeriría que las distribuciones limitadas con las colas puede ser usada para describir rendimientos.

Los parámetros de estos modelos pueden ser estimados considerando los extremos. Por ejemplo, el número de grados de libertad de una distribución Student y el grado de persistencia en un proceso GARCH están directamente relacionados con el valor del índice de la cola (tail index).

En un análisis de valor extremo usando datos observados, esto es la distribución histórica que es estudiada. Sin embargo, para evaluar una posición con derivados, se puede necesitar una distribución neutral al riesgo. Usando resultados para la distribución normal, en la Black-Scholes el riesgo neutral de la distribución asintótica de rendimientos extremos difiere de la histórica sólo por el valor del parámetro de localización $\beta^* = \beta_n - (\mu - r_0)$, donde el asterisco se refiere a la neutralidad del riesgo, y donde μ y r_0 representan respectivamente el rendimiento esperado y la tasa de interés libre de riesgo sobre un periodo de tiempo de longitud f .

El parámetro escalar y el índice de la cola no son afectados por el cambio de la distribución: $\alpha^* = \alpha_n$ y $\tau^* = \tau = 0$.

Para otros procesos (tal como un proceso GARCH o un proceso de difusión mezclada con saltos), todos los parámetros pueden ser afectados por el cambio de probabilidad.

CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN

Como se ha mencionado anteriormente, no existe un método que supere en todos los aspectos a los demás. Más aún es conveniente que al implementar un sistema de administración de riesgos de mercado se utilicen varios métodos, preferiblemente complementarios. Por ello, en este capítulo se aplican los enfoques presentados para estimar el VAR: El método Delta Normal, el de Simulación Histórica, la prueba de Stress, el Monte Carlo estructurado y el Método del Valor Extremo.

5.1 LA IMPLEMENTACIÓN DEL VAR DELTA-NORMAL

Entre varios enfoques para la medición del VAR, el método Delta-normal parece ser el más fácil de implementar. Dado que el método supone linealidad, lo único que se requiere es la combinación de las posiciones del portafolio y la matriz de varianza y covarianza.

La figura 5-1 describe una implementación típica del método delta-normal. El primer componente lo proporciona un sistema de alimentación de datos. El segundo componente es de origen local y consiste en un sistema de mapeo que transforma las posiciones del portafolio en ponderaciones sobre cada uno de los valores para los cuales se mide el riesgo. El cambio estimado en el VAR resulta de la combinación de estos dos componentes.

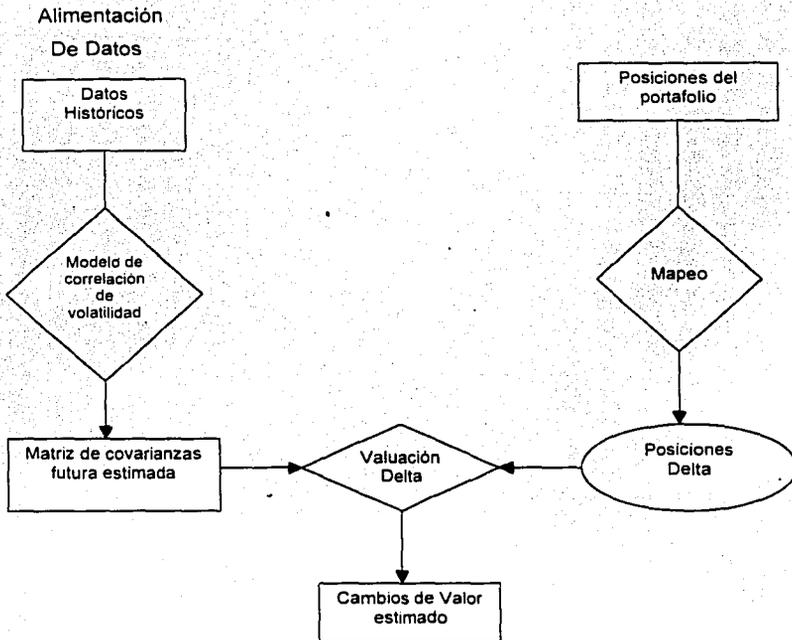


Figura 5-1 Implementación del método delta-normal
Alimentación de datos.

Es necesario suponer que para todos los valores contenidos en el portafolio, se dispone de datos sobre riesgo y correlaciones. Con excepción de los portafolios más simples, este método no es práctico. Con decenas de miles de acciones y bonos en circulación, y una variedad casi infinita de derivados, no existe forma de cubrir el universo existente de valores.

Es igualmente importante resaltar que, ni aun la historia completa de todos los valores sería relevante. Las características de riesgo de los bonos, por ejemplo, cambian a medida que los bonos se van acercando a su vencimiento.

El riesgo de las opciones depende del precio corriente del activo subyacente. Por lo tanto, la historia pasada podría no ser una guía útil para riesgos futuros.

Esta la razón por la cual el riesgo se mide típicamente para un conjunto de factores "primitivos", tales como divisas, bonos cupón cero, mercados accionarios nacionales y mercancía. Para los portafolios invertidos sólo en estos factores primitivos, el VAR puede calcularse directamente a partir de la matriz de covarianza de los factores y del vector de posiciones.

En la mayoría de los casos, los portafolios también contiene activos más complejos, por lo cual, es necesario descomponer los valores en sus componentes constitutivos con posiciones delta x alineadas en relación con cada uno de los factores primitivos de riesgo. Una vez que se obtienen estos, se puede calcular el VAR del portafolio a partir de la matriz de covarianza para el horizonte objetivo Σ y el número de desviaciones estándar correspondientes al nivel de confianza especificado:

$$\text{Valor en riesgo} = \alpha \sum x.$$

Por ejemplo, se establece α en 1.65 para un nivel de una cola al 95 por ciento. Alternativamente, la matriz de covarianza se presenta algunas veces en términos de la matriz de correlaciones R , y volatilidades individuales σ , $\Sigma = S'R'S$, donde S es una matriz con las volatilidades sobre su diagonal y ceros. Si el factor de riesgo es medido directamente como el vector $V = (\alpha\sigma)$, el

$$\text{Valor en riesgo} = x\alpha S'R'S\alpha x = (x \times V)'R(x \times V).$$

Dado que el sistema RiskMetrics proporciona estimaciones de V y de R, el VAR de un portafolio puede obtenerse multiplicando, primero, cada posición x por el riesgo asociado y, segundo, pre y post multiplicando la matriz de correlación R.

5.1.1 APLICACIÓN A DIVISAS

El VAR puede utilizarse para determinar la exposición a los riesgos financieros tales como los riesgos cambiarios. Como ejemplo, consideremos el caso de un fabricante de automóviles estadounidense con ventas anuales de \$52 mil millones.

La empresa tiene plantas de ensamblaje en Canadá, que anualmente exporta vehículos por un valor de \$9.2 mil millones a los Estados Unidos. Las exportaciones directas de los Estados Unidos a Alemania suman \$1.4 millones y a Japón \$1.3 mil millones.

Concentrándonos solamente en los tipos de cambio, la pregunta es ¿Cuál es el VAR de los flujos de efectivo de la empresa para un horizonte mensual? La exposición de la empresa se deriva de la denominación de sus costos y sus ingresos en divisas. Simplificando hasta el extremo, podemos traducir los flujos anuales de efectivo en números mensuales: -\$767 millones en dólares canadiense, \$117 millones en marcos alemanes y \$108 millones en yenes.

En la tabla 5-1 se muestra el riesgo y la correlación de estas tres divisas. La volatilidad del marco (DM) y del yen (YJP) son más de dos veces la del dólar canadiense (C\$). Además, estas dos divisas están altamente correlacionadas entre sí. A modo de contraste, el dólar canadiense presenta una correlación negativa con las otras dos divisas.

TABLA 5-1 Cuantificación del VAR de flujos de efectivo multinacionales (VAR mensual en un nivel de 95%)

	RIESGO (%)	CORRELACIONES (R)			FLUJO DE EFECTIVO
$V = \alpha\sigma$		C\$	DM	YJP	X
C\$	20747	1	-0.208	-0.216	-767
DM	6.220	-0.208	1	.0787	117
YJP	8.046	-0.216	0.787	1	108

	VAR Total		VAR Incremental	
	$(V'RV)x$	$x(V'RV)x$	β	$\beta xVAR$
C\$	-0.6717	514.97	-0.00082	\$18.0
DM	1.1505	134.23	0.00141	\$4.7
YJP	1.5269	165.41	0.00187	\$5.8

El panel inferior de la tabla muestra el cálculo del VAR considerando los flujos totales de efectivo. La primera columna muestra el vector resultante del producto $(V'RV)x$; la segunda columna multiplica cada elemento de la primera columna por el flujo de efectivo correspondiente. La suma de la segunda columna genera el VAR total, el cual es de \$28.5 millones sobre un horizonte mensual bajo un nivel de confianza del 95 por ciento. Por lo tanto, bajo condiciones normales de mercado, la empresa podría perder hasta \$28.5 millones debido a movimientos desfavorables en los tipos de cambio.

Los cálculos del VAR incremental se muestran en las últimas dos columnas. Primero necesitamos obtener la β_i de cada flujo de efectivo, el cual se obtiene dividiendo cada elemento de la primera columna por el VAR total al cuadrado (es decir, $-0.6717/814.61 = -0.00082$). La contribución marginal al riesgo de portafolio

es $\beta_i X_i$, X_i VAR y representa la proporción del VAR total debido a la posición x_i en la divisa i . Por construcción, esto suma el VAR total.

El VAR incremental para la posición en dólares canadienses es de \$18.0 millones, contra \$4.7 y \$5.8 para el marco y para el yen respectivamente. Esto es mucho más alto para la primera divisa porque la posición es mayor, aún cuando el dólar canadiense es menos volátil que los otros. Debemos hacer notar que la correlación negativa indica que los mejores beneficios de la diversificación se obtendrán con posiciones de signos semejantes en dólares canadienses y en la otras divisas. Desafortunadamente, este no es el caso. La subcontratación se realiza en dólares canadienses y los ingresos se obtienen en otras divisas. Los signos de estos flujos incrementan el VAR total del flujo de efectivo.

En general, con relación a las ganancias totales anuales de la empresa de \$5.8 mil millones, el riesgo de pérdidas ocasionadas por los tipos de cambio es pequeño. Otras empresas no son tan afortunadas. Toyota, por ejemplo, vende el 49 por ciento de sus vehículos fuera de Japón, aunque sólo produce el 20 por ciento fuera del país. Como resultado, para cada caída de $Y1$ en la tasa yen/dólar, las ganancias de la empresa disminuyen \$100 millones. La exposición a los tipos de cambio ha tenido un efecto significativo en el renglón de los resultados de Toyota.

Este tipo de información es esencial para decidir si debe o no cubrirse la posición. La cobertura puede lograrse con instrumentos financieros o, en el largo plazo, alterando las estrategias de mercado o intercambiando la producción y la subcontratación entre países. Por lo tanto, el VAR es un primer paso esencial hacia un sistema informado de administración del riesgo.

El siguiente paso lógico en la administración de riesgos es la medición de los riesgos económicos debidos a las variables financieras, no sólo los riesgos de los flujos de efectivo. Esto es mucho más complejo por varias razones. Primero, el análisis previo asume que las cantidades no cambian con los precios. En la

práctica, el cambio de precios en las divisas puede afectar la demanda y por lo tanto, los ingresos totales. Segundo, la divisa de denominación no es necesariamente la misma que la divisa de determinación. Por ejemplo, el precio de las partes utilizadas para la construcción en Canadá podría fluctuar junto con el dólar estadounidense, aun cuando los precios están facturados en dólares canadienses. Tercero, y más común, aun las operaciones domésticas podrían ser afectadas por los tipos de cambio. El resurgimiento de los fabricantes de automóviles norteamericanos puede atribuirse en parte a la sostenida apreciación del yen, la cual ha hecho más caros los automóviles japoneses en América. Determinar si estos riesgos financieros deben o no ser cubiertos es un asunto todavía más complejo. Aun así, las empresas y sus accionistas deberían estar conscientes de su exposición a los riesgos financieros.

5.1.2. APLICACIÓN A PORTAFOLIOS DE BONOS

Las Posiciones en bonos describen la distribución de los flujos de efectivo en el tiempo de acuerdo o en función del monto, el plazo y la calidad crediticia del emisor. El riesgo de las posiciones en tasas de interés puede describirse a través de diversos sistemas de mapeo: el principal, el vencimiento y los flujos de efectivo. Con el mapeo del principal, el riesgo del bono está asociado sólo con el vencimiento del pago del principal. Con el mapeo de duración, el riesgo está asociado con el de un bono cupón cero con vencimiento igual a la duración del bono. Con el mapeo del flujo de efectivo, el riesgo de los instrumentos de renta fija se descompone en el riesgo de cada uno de los flujos de efectivo del bono

Consideremos ahora el portafolio de dos bonos, una colocación de \$100 millones a cinco años al 6 por ciento a la par y una colocación de \$100 millones a unos años al 4 por ciento a la par. Este portafolio tiene una duración de 2.733 años, o un vencimiento promedio de tres años.

Los tres métodos se comparan en la tabla 5-2. El mapeo del principal consiste en un pago en $t=3$, el mapeo de la duración de un pago en $t=2.733$ y el mapeo del flujo de efectivo se describe en la última columna. La tabla presenta el valor presente de todos los flujos de efectivo del portafolio, descontados a la tasa cupón cero apropiada.

Tabla 5-2 Mapeo para un portafolio de bonos.

Plazo (año)	6%		4%		Tasa		Mapeo	
	Año 5	Año 1	spot	Principal	Duración	Flujo de efectivo		
1	6	104	4.000	.00	.00	105.77		
2	6	0	4.618	.00	.00	5.48		
2.733	-	-	-	-	200.00	-		
3	6	0	5.192	200.00	.00	5.15		
4	6	0	5.716	.00	.00	4.8		
5	106	0	6.112	.00	.00	78.79		

Para cuantificar el VAR del portafolio se tienen tres enfoques. El mapeo del principal considera sólo el plazo de redención de los pagos. Dado que el vencimiento promedio de este portafolio es de tres años, puede encontrarse el VAR a partir del riesgo de un bono cupón cero con vencimiento de tres años, el cual es de 1.484 por ciento. Entonces, el VAR es de $\$200 \times 1.484\% = \2.97 . El único aspecto positivo de este método es su simplicidad. Este enfoque sobrestima el riesgo verdadero porque ignora los pagos intermedios.

El siguiente paso en cuanto a precisión es el mapeo de duración. Si la estructura intertemporal siguiera siempre movimientos paralelos, la evaluación del riesgo de los portafolios de bonos sería relativamente simple. La duración corresponde al vencimiento de un bono cupón cero con una vida de 2.733 años. Utilizando una interpolación lineal entre las mediciones de los dos y los tres años, encontramos un riesgo de $0.987 + (1.484 - 0.987) \times (2.733 - 2) = 1.351\%$ para este bono cupón cero

hipotético. Con un portafolio de \$200 millones, el VAR basado en la duración es de \$2.70 millones, ligeramente menor que antes.

El método de mapeo del flujo de efectivo consiste en agrupar todos los flujos de efectivo de los "vértices" de la estructura intertemporal, lo cual corresponde a los vencimientos para los cuales se proporcionan las volatilidades. Cada flujo de efectivo es representado por el valor presente del pago de efectivo, descontado a la tasa cupón cero apropiada.

Bono	cupón	VP del flujo	VP del flujo	VP del principal
Que	=	de efectivo sobre	+ de efectivo sobre	+...+ sobre el último
Paga		el vértice 1	el vértice 2	vértice

En la tabla 5-3 se muestra cómo obtener el VAR del portafolio utilizando un mapeo de flujo de efectivo. La segunda columna reporta los flujos de efectivo x a partir de la tabla 5-2. La tercera columna presenta el producto de estos flujos de efectivo con el riesgo de cada vértice $V=$ as (al nivel del 95 por ciento). Con una correlación perfecta a través de todos los bonos cupón cero, el VAR del portafolio debería ser:

$$\text{Valor en riesgo no diversificado} = \sum_{i=1}^N x_i V_i$$

El cual es 263.35%, o \$2.63 millones. Este número representa el VAR no diversificado. Es cercano al VAR obtenido con el enfoque de la duración, el cual fue de \$2.70 millones. El hecho de que el VAR no diversificado sea simplemente la suma ponderada de los VAR individuales se puede demostrar para un portafolio de dos activos con $\rho=1$, como $V[x_1R_1 + x_2R_2] = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + 2x_1x_2\rho\sigma_1\sigma_2 = (x_1\sigma_1 + x_2\sigma_2)^2$. Por lo tanto,

$$\alpha(x_1R_1 + x_2R_2) = (x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2).$$

Tabla 5-3. Cuantificación del VAR de un portafolio de bonos de \$200 millones de dólares (VAR mensual en un nivel de 95%).

Plazo (año)	Flujos		Matriz de correlaciones					Var (\$m)
	De	x 3 V	R					
	efectivo x(\$m)	(%)	1A	2A	3A	4A	5A	
1	105.77	49.66	1					
2	5.48	5.4	.897	1				
3	5.15	7.65	.886	.991	1			
4	4.8	9.47	.866	.976	.994	1		
5	78.79	191.15	.855	.966	.988	.998	1	
Total	200	263.35						
VAR(\$m)								
No diversificado		\$2.63						
Diversificado								\$2.57

El lado derecho de la tabla presenta la matriz de correlaciones de los bonos cupón cero con vencimientos que van de uno a cinco años. Para obtener el VAR del portafolio, premultiplicamos y postmultiplicamos la matriz por los montos en dólares (xV) en cada vértice. Tomando la raíz cuadrada, encontramos una medida de VAR de \$2.57 millones. Esto es lo más que podría perder el portafolio en un horizonte de un mes con un nivel de confianza del 95 por ciento.

El VAR basado en la duración fue de \$2.7 millones, y el VAR no diversificado fue de \$2.63 millones. Estas diferencias se deben a dos factores. Primero, las medidas de riesgo no son perfectamente lineales en la relación al vencimiento, lo cual debería suceder si los desplazamientos de la estructura intertemporal fueran estrictamente

paralelos. Segundo, la diversificación reduce aún más el riesgo. Por lo tanto, de la diferencia de \$130,000 en los VAR extremos (\$2.70m - \$2.57m), \$70,000 se deben a las diferencias en la volatilidad del rendimiento (\$2.70m - \$2.63m) y \$60,000 se deben a correlaciones imperfectas.

La tabla 5-4 presenta otro enfoque al VAR, el cual se deriva directamente de los movimientos en el valor de los bonos cupón cero, como en la prueba de estrés. Supongamos que todos los bonos cupón cero estuviesen perfectamente correlacionados. Entonces podríamos hacer disminuir todos los valores de los bonos cupón cero a través de su VAR. Por ejemplo, el bono cupón cero a un año se valúa en 0.9615. Dado el VAR en la tabla 5-1 de 0.4696, habrá una probabilidad del 95 por ciento de que el bono cupón cero caiga hasta $0.9615 \times (1 - 0.4696) = 0.9570$. Si todos los bonos cupón cero estuviesen perfectamente correlacionados, deberían caer sus respectivos VARs. Esto genera una nueva distribución de factores de valor presente, la cual puede utilizarse para valuar el portafolio. La tabla 5-4 muestra que el nuevo valor es de \$197.37 millones, el cual está exactamente \$2.63 millones por debajo del valor original. Este número es exactamente el mismo que el que se obtuvo en el párrafo previo, con correlaciones fijas a la unidad.

Ambos enfoques ilustran el vínculo entre cuantificar el VAR a través de la multiplicación matricial y a través de movimientos en los precios subyacentes. Sin embargo, el cálculo del VAR a través de la multiplicación matricial es mucho más directo y, lo que es más importante, también permite las correlaciones no perfectas entre distintos sectores de la curva de rendimiento.

Tabla 5-4. Cuantificación del VAR a partir del cambio de los precios de los bonos cupón cero.

Plazo en Efectivo (año)	Flujos Antiguos (\$m)	Valor antiguo Del bono Cupón Cero	VP de los Flujos del Bono Cupón Cero	Riesgo Del bono Cupón Cero (VAR)	Nuevo Valor del Bono Cupón Cero	VP de Los flujos
1	109	0.9615	105.77	0.4696	0.9570	105.27
2	6	0.9136	5.48	0.9868	0.9046	5.43
3	6	0.8591	5.15	1.4841	0.8463	5.08
4	6	0.8006	4.8	1.9714	0.7848	4.71
5	106	0.7433	78.79	2.4261	0.7252	76.88
Total			200.00			197.37
Pérdida						\$2.63 m

5.2 MONTE CARLO ESTRUCTURADO

Wall Street es comparado frecuentemente con un casino. La analogía es apropiada en un aspecto: las empresas de valores utilizan comúnmente técnicas de simulación, conocidas como *Métodos Monte Carlo*, para valorar derivados complejos. El Método Monte Carlo aproxima el comportamiento de los precios de activos financieros, utilizando simulaciones computarizadas para generar caminatas aleatorias de precios.

Las simulaciones numéricas fueron utilizadas por primera vez por los científicos de la bomba atómica en los Alamos en 1942, para enfrentar problemas que no podían ser resueltos por medios convencionales. El nombre *Monte Carlo* derivó del famoso casino establecido en 1862 en el sur de Francia (actualmente Mónaco).

El Monte Carlo estructurado se utiliza para simular una variedad de escenarios sobre el valor que podría tener el portafolio en una fecha objetivo. El VAR el

portafolio puede leerse entonces directamente a partir de la distribución de los valores del portafolio simulado.

Por su flexibilidad, el análisis de Monte Carlo es por mucho el método más poderoso para cuantificar el Valor en Riesgo. Tiene el potencial para considerar un amplio rango de riesgos, incluyendo el riesgo precio, el riesgo volatilidad y el riesgo crédito. Utilizando distintos métodos, puede incluso considerar la forma más insidiosa de riesgo, el riesgo modelo. Como tal, el Monte Carlo estructurado es el método analítico más completo para medir los riesgos financieros. No obstante, este método implica inversiones costosas en recursos intelectuales y de sistemas.

En esta sección se muestra como puede utilizarse el Monte Carlo estructurado para obtener el VAR. LA primera parte se enfoca en un caso simple con una sola variable aleatoria. El riesgo de mercado con múltiples fuentes de riesgo se discute en la segunda parte.

5.2.1 SIMULACIONES CON UNA VARIABLE ALEATORIA

El concepto básico Monte Carlo estructurado es simular repetidamente un proceso aleatorio para la variable financiera de interés, cubriendo un amplio rango de situaciones posibles. Por lo tanto las simulaciones recrean la distribución completa de los valores del portafolio. Nos concentraremos primero en un caso simple con una sola variable aleatoria.

El primer caso y el más crucial en la simulación, consiste en la elección de un modelo estocástico particular para el comportamiento de los precios. Un modelo comúnmente utilizado es el de *movimiento geométrico browniano* el cual está implícito en gran parte de la teoría de valuación de opciones. El modelo asume que las innovaciones o movimientos en el precio del activo no estén correlacionadas en el tiempo y que los movimientos pequeños en los precios pueden describirse por:

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dz_t \dots (5.1)$$

donde dz es una variable aleatoria distribuida normalmente con media cero y varianza dt . Esta variable conduce los choques aleatorios al precio y no depende de información pasada. Es "browniana" en el sentido de que su varianza decrece continuamente con el intervalo de tiempo, $V(dz) = dt$. Esto descarta los procesos con saltos repentinos, por ejemplo. El proceso es "geométrico" porque todos los parámetros son escalados por el precio actual S_t .

Los parámetros μ , y σ , representan la tendencia instantánea y la volatilidad en el momento t , los cuales pueden evolucionar en el tiempo. Por simplicidad en adelante asumiremos que estos parámetros son constantes en el tiempo. Pero debido a que μ , y σ , pueden ser funciones de variables pasadas, será fácil simular la variación del tiempo en las varianzas como en un proceso GARCH por ejemplo.

En la práctica, el proceso con un incremento infinitesimalmente pequeño dt es aproximado por movimientos de tamaño discretos Δ_t . Definamos t como el momento presente, T como el momento objetivo y $\tau = T - t$ como el horizonte, o tiempo al vencimiento. Para generar una serie de variables aleatorias $S_{t,\tau}$ en el intervalo τ , primero segmentamos τ en n incrementos, con $\Delta_t = \tau/n$.

Integrando dS/S sobre un intervalo infinito, tenemos aproximadamente:

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu \Delta t + \sigma \varepsilon_t \Delta t) \dots (5.2)$$

donde ε_t es ahora una variable aleatoria normal estándar; esto es, con media cero y varianza igual a uno. Podemos verificar que este proceso genera una media $E[\Delta S/S] = \mu \Delta t$, la cual crece con el tiempo, de la misma forma que la varianza $V[\Delta S/S] = \sigma^2 \Delta t$.

Para simular la trayectoria de precios para S , iniciamos con S_t y generamos una secuencia de épsilon (ε) para $i=1,2,\dots,n$. Entonces $S_{t,\tau}$ se establece como $S_{t,\tau} = S_t + S_t(\mu \Delta t + \sigma \varepsilon_1 \Delta t)$, $S_{t,\tau-2}$ se calcula de la misma manera a partir de

$S_{t+1} = S_{t+1} + S_{t+1}(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_t \cdot \Delta t)$, y así sucesivamente para todos los valores futuros futuros hasta el periodo que deseamos, en el cual el precio es $S_{t+n} = S_t$.

En la tabla 5-5 se ilustra una simulación de un proceso con una tendencia (μ) de cero y una volatilidad (σ) de 10% sobre todo el intervalo.

El precio inicial es de \$100 dólares y el intervalo es seccionado en 100 periodos.

Por lo tanto la volatilidad local o equivalente para el periodo es $0.10 \times \sqrt{1/100} = 0.01$.

La segunda columna empieza con el precio inicial. La columna siguiente muestra el valor que se genera con la realización de una variable normal estándar. Sin tendencia, el incremento en la siguiente columna es simplemente ($\varepsilon \times 0.01$). Finalmente la última columna cuantifica el precio actual a partir del precio previo y del incremento. Los valores en cada punto están condicionados a los valores simulados en el punto previo. El proceso se repita hasta que se obtiene el precio final de \$91.06 en el 100-ésimo periodo.

Tabla 5-5 Simulación de una caminata de precios.

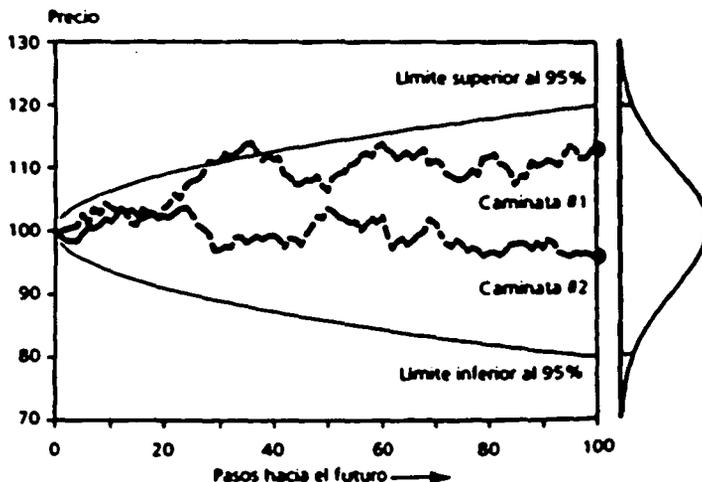
Paso i	Precio Anterior S_{t+i-1}	Variable Aleatoria ε_t	Incremento ΔS	Precio corriente S_{t+i}
1	100.00	0.199	0.00199	100.20
2	100.20	1.665	0.01665	101.87
3	101.87	-0.445	-0.00446	101.41
4	101.41	-0.667	-0.00668	100.74
....				
100	92.47	1.153	-0.01153	91.06

En la figura 5-2 se presenta dos trayectorias de precios, cada una de las cuales conduce a un precio final distinto. Dados estos supuestos, el precio final debe seguir una distribución normal con una media de \$100 y una desviación estándar

de $\$10^1$. Esta distribución se ilustra en el lado derecho de la figura, junto con las bandas de confianza del 95%, correspondientes a un intervalo de dos desviaciones estándar.

La distribución también es identificada en cualquier punto intermedio. La figura muestra una banda de confianza del 95%, la cual se incrementa con la raíz cuadrada del tiempo hasta que alcanza $\pm 2 \times 10\%$. En este modelo simple, el riesgo puede cuantificarse en cualquier punto superior al horizonte objetivo.

Fig. 5-2 Simulación de caminata de precios.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

¹ De hecho, la distribución final es realmente lognormal, dado que el precio nunca puede ser menor a cero.

Sin embargo el Monte Carlo estructurado es propenso al riesgo del modelo. Si el proceso estocástico elegido para el precio no es realista, tampoco lo será la estimación del VAR. Esta es la razón por la cual resulta particularmente importante la elección del proceso subyacente.

El modelo del movimiento browniano geométrico describe adecuadamente el comportamiento de algunas variables financieras, pero ciertamente no el de los valores de renta fija de corto plazo. En el movimiento browniano nunca se revierten los choques sobre el precio. Esto no representa el proceso aleatorio de precios para bonos libres de incumplimiento, el cual debe converger a su valor nominal al vencimiento.

5.2.2 GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

Las simulaciones de Monte Carlo se fundamentan en inferencias aleatorias x para una variable con la distribución de probabilidad deseada. El análisis numérico procede usualmente en dos pasos.

El primer componente para un generador de números aleatorios es una distribución uniforme sobre el intervalo $[0,1]$, la cual procede una variable aleatoria x . En términos más formales, éstos números son "pseudo" aleatorios, dado que se generan a partir de un algoritmo utilizando una regla determinística. Iniciando a partir del mismo número "semilla", la secuencia puede repetirse a voluntad.

El siguiente paso es transformar el número aleatorio uniforme x en la distribución deseada, a través de la función de distribución de probabilidad acumulada inversa (*fdp*). Tomemos la distribución normal. Por definición, la *fdp* acumulativa $N(y)$ está definida entre 0 y 1. Por lo tanto, para generar una variable aleatoria normalmente distribuida calculamos y tal que $x = N(y)$, o $y = N^{-1}(x)$. En términos más generales, cualquier función de distribución puede generarse mientras la función $N(y)$ pueda ser invertida.

En este punto surge una advertencia importante. Parece fácil generar variables que sean puramente aleatorias, pero en la práctica, es muy difícil. Un algoritmo bien diseñado generará observaciones que "parecerán" independientes en el tiempo. El discernir si esta secuencia es realmente aleatoria es un asunto que no discutiremos. Los buenos generadores de números aleatorios deben crear series que aprueben todas las pruebas convencionales de independencia., de lo contrario, las características del proceso de precios simulados no obedecerán al modelo subyacente.

La mayoría de los sistemas en uso, desafortunadamente, proporcionan un generador de número aleatorio que es simple pero inexacto. Todos los algoritmos "se mueven por ciclos" después de algunas iteraciones; esto es, repiten la misma secuencia de números pseudo aleatorios. Los buenos algoritmos se mueven por ciclos después de miles de millones de observaciones; los malos algoritmos pueden moverse por ciclos después de unos solos cuantos miles.

Si el ciclo es demasiado corto, se presentarán dependencias en el proceso debido solo al generador de números aleatorios. Como resultado, el rango de valores posibles del portafolio puede estar incompleto y por consiguiente, conducir a una medida incorrecta del VAR. Esta es la razón por la cual resulta importante investigar las cualidades del algoritmo, el cual, después de todo, conduce a todos los resultados.

5.2.3 SECCIONAMIENTO

Una alternativa para la generación de números aleatorios a partir de una distribución hipotética dada es hacer un muestreo a partir de datos históricos con sustitución. Por ejemplo, supongamos que observamos una serie de M rendimientos $R = \Delta S S. \{R\} = (R_1, \dots, R_M)$, los cuales, puede asumirse, son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (iid) a partir de una distribución desconocida. El método de simulación histórica consiste en la utilización de estas series en una sola ocasión para generar pseudo-rendimientos. Pero esto puede extenderse aún más.

Con el seccionamiento, se estima la distribución mediante la distribución empírica de R , asignando una probabilidad igual a cada realización. El método fue propuesto inicialmente por Efron (1979) como una técnica de aleatorización no paramétrica, que se infiere a partir de la distribución de los datos observados, para modelar la distribución de un estadístico de interés.²

El procedimiento se desarrolla realizando muestras de $\{R\}$ con sustitución, con tantas observaciones como sea necesario. Por ejemplo, supongamos que deseamos generar 100 rendimientos en el futuro, pero no queremos imponer ningún supuesto sobre la distribución de los rendimientos diarios. Podríamos proyectar los rendimientos eligiendo aleatoriamente un rendimiento por período de la muestra sobre los pasados $M=500$ días con sustitución. Definamos el índice de selección como $m(1)$, un número entre 1 y 500. El rendimiento seleccionado es entonces $R_{m(1)}$ y el rendimiento simulado del siguiente día será $S_{t+1} = S_t(1 + R_{m(1)})$. La repetición de la operación para un total de 100 inferencias rinde un total de 100 pseudo-valores S_{t+1}, \dots, S_{t+n} .

Una ventaja esencial de esta técnica es que puede incluir colas amplias, o saltos, o cualquier desviación de la distribución normal. Por ejemplo podríamos incluir el rendimiento durante el crack del 19 de octubre de 1987, el cual nunca (o casi nunca) ocurriría bajo una distribución normal. El método también considera las correlaciones entre las series, dado que una observación simulada consiste en los rendimientos simultáneos para N series, tales como acciones, bonos y precios de divisas.

Hay que subrayar que el enfoque de seccionamiento tiene limitantes. Para tamaños muestrales pequeños M , la distribución simulada puede ser una pobre

² Bickel y Freedman (1981) han estudiado las propiedades asintóticas de la franja para los estadísticos comúnmente utilizados, tales como la media, la mediana, la varianza y los cuantiles de distribución.

aproximación a la distribución real. Por lo tanto es importante tener acceso a suficientes números de datos. La otra desventaja de esta técnica es que se apoya fuertemente en el supuesto de que los rendimientos son independientes. Rehaciendo la muestra aleatoriamente, se rompe cualquier patrón de variación en el tiempo.

No obstante esta técnica también puede tolerar cierta variación del tiempo en los parámetros, siempre que estemos dispuestos a tomar una posición en el modelo. Por ejemplo el seccionamiento puede aplicarse a los residuales normalizados de un proceso GARCH:

$$\varepsilon_t = r_t \quad h_t$$

donde r_t es el rendimiento real y h_t es la varianza condicional para el proceso GARCH estimado. Para recrear los pseudo-rendimientos, entonces podríamos hacer primero, un muestreo a partir de la distribución histórica de ε y reconstruir entonces la varianza condicional y los pseudo-rendimientos.

En resumen, las ventajas del seccionamiento superan con mucho sus desventajas. Dado que el propósito del VAR es capturar el comportamiento en las colas y que los datos históricos muestran colas más amplias que en distribuciones normales, la técnica está idealmente adaptada a los métodos VAR.

5.2.4. EL CÁLCULO DEL VAR

Una vez que ha sido simulada una trayectoria de precios, podemos construir la distribución del portafolio al final del horizonte de tiempo seleccionado. La simulación se lleva a cabo de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Seleccionar un proceso estocástico y sus parámetros.
2. Generar una pseudo-secuencia de variables $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$, con las cuales se obtienen los precios como $S_{t-1}, S_{t-2}, \dots, S_{t-n}$.

3. Calcular el valor del activo $F_{t+n} = F_t$ bajo esta secuencia particular de precios en el horizonte de tiempo objetivo.
4. Repetir los pasos 2 y 3 tantas veces como sea necesario, digamos 10,000, obteniendo una distribución de valores $F_T^1, F_T^2, \dots, F_T^{10,000}$, para los cuales puede ser calculado el VAR. En el nivel de significancia seleccionado c , el VAR es el valor del portafolio excedido en c veces 10,000 replicaciones.

El número de iteraciones debe reflejar la interrelación usual entre la precisión y el costo de cómputo. Siempre existe cierto error en la estimación de una simulación, debido a la variabilidad muestral. A medida que se incrementa el número de repeticiones, la estimación converge al valor verdadero, usualmente a una velocidad proporcional de K , la raíz cuadrada del número de repeticiones.

Más repeticiones conducen más precisas, pero requieren más tiempo. En mercados con movimiento rápido, o con valores complejos, la velocidad puede ser más importante que la precisión.

Si el proceso subyacente es normal, la distribución empírica debe converger a una distribución normal. En esta situación el análisis Monte Carlo debería rendir exactamente el mismo resultado que el método delta-normal: el VAR estimado para el cuantil muestral debe converger en el valor de $\alpha\sigma$. Cualquier desviación tiene que deberse a una variación muestral.

Es interesante hacer notar que el método Monte Carlo fue propuesto originalmente en el contexto de la valuación de opciones. Las simulaciones son particularmente útiles para valorar opciones que no tienen una solución de forma cerrada. Bajo el método de valuación de riesgo neutral, la simulación Monte Carlo consiste en:

- 1) Simulación de precios, utilizando una tendencia igual a la tasa libre de riesgo,
- 2) Evaluar el pago del derivado al vencimiento $T, F(S_T)$ y
- 3) Descontar el pago a la tasa libre de riesgo.

- La operación puede repetirse tan frecuentemente como se requiera, y el valor actual del derivado se obtiene promediando entre todos los experimentos:

$$f_i = E * [e^{-rt} F(S_i, t)]$$

donde la expectativa indica el promedio y el asterisco es un recordatorio de que las trayectorias de precio están bajo neutralidad de riesgo; esto es cambiando tanto el rendimiento esperado como la tasa de descuento a la tasa libre de riesgo.

En la práctica, con 10,000 repeticiones, f_i se estima como:

$$f_i = (1/10,000) \sum_{k=1}^{10,000} e^{-rt} F_i^k$$

Este método es muy general y puede aplicarse a opciones con trayectorias de precios dependientes (tales como las opciones lookback o las de tasa promedio) o para pagos de vencimiento extraños (tales como las funciones no lineales del precio final). Su principal desventaja es que no puede valorar acertadamente las opciones donde el tenedor puede ejercer tempranamente. Además la distribución de los precios debe ser medida finamente para valorar opciones con discontinuidades agudas, tales como las opciones binarias, las cuales pagan un monto fijo si el precio finaliza por arriba o por abajo del precio del ejercicio. Los saldos sobre las combinaciones de opciones binarias podrían simplemente no aparecer en la distribución final del portafolio, si existen "agujeros" grandes en las distribuciones del precio. Por tanto, los saldos altamente complejos pueden manejarse con precisión creciente.

El método Monte Carlo permite a los usuarios medir el riesgo vega, o exposición a los cambios en la volatilidad. Lo único que se requiere es repetir la simulación con la misma secuencia de valores α pero con otro valor para σ . El cambio en el valor del activo debido únicamente al cambio en la volatilidad mide el riesgo vega.

Las simulaciones también son adecuadas para las opciones que dependen de más de una variable. Esto se debe a que el tiempo de cómputo se incrementa

linealmente con N, mientras que con otros métodos como el binomial o el de diferencia finita se incrementa geoméricamente con N.

Para resumir, el cálculo del VAR se fundamenta en el esquema desarrollado para la valuación de opciones complejas, solo que no existe descuento.

Por lo tanto la inversión en recursos intelectuales y de sistemas para la operación de derivados puede utilizarse fácilmente para calcular el Valor en Riesgo. Sin duda esta es la razón por la que los oficiales de la Fed han declarado que los derivados "han tenido favorables efectos de rebote en las habilidades de las instituciones para administrar sus portafolios totales"

5.2.5 SIMULACIONES CON VARIANZAS MÚLTIPLES

En la práctica, los portafolios contienen más de una fuente de riesgo financiero. Aún los valores simples, tales como los bonos corporativos, dependen de una combinación de dos o más variables financieras. Las metodologías de simulación pueden extenderse fácilmente al caso más general de variables múltiples, el cual considera N fuentes de riesgo.

Si las variables no están correlacionadas, la aleatorización puede realizarse de forma independiente para cada variable:

$$\Delta S_{i,t} = S_{i,t-1}(\mu_i \Delta t + \sigma_i \varepsilon_{i,t} \sqrt{\Delta t})$$

donde los valores ε son independientes a lo largo del tiempo y de las series $j=1, \dots, N$.

Pero, generalmente, las variables están correlacionadas. Para probar esta correlación, empezamos por un conjunto de variables independientes η , las cuales se transforman entonces en ε . En un marco de dos variables, construimos:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \eta_1 \\ \varepsilon_2 &= \rho \eta_1 + (1 - \rho^2)^{1/2} \eta_2\end{aligned}$$

donde ρ es el coeficiente de correlación entre las variables ε . Primero, verificamos que la varianza de ε_2 es la unidad:

$$Var(\varepsilon_2) = \rho^2 Var(\eta_1) + [(1 - \rho^2)^2] Var(\eta_2) = \rho^2 + (1 - \rho^2) = 1$$

Después obtenemos la covarianza de ε como:

$$Cov(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = Cov(\eta_1, \rho\eta_1 + (1 - \rho^2)^{1/2}\eta_2) = \rho Cov(\eta_1, \eta_1) = \rho$$

Esto confirma que los valores de ε tiene una correlación de ρ .

5.2.6 CÁLCULO DEL VAR

Para encontrar la distribución del valor del portafolio bajo un conjunto complejo de variables predeterminadas, la simulación se lleva a cabo primero como en la sección previa.

Para cada experimento k , calculamos primero el valor de todos los activos $F_{i,T}^k$ en el portafolio. En general no se requiere que el número de activos sea el mismo que el de variables aleatorias N . El valor del portafolio en el horizonte de tiempo objetivo es entonces:

$$P_T^k = \sum_{i=1}^N w_{i,T} F_{i,T}^k$$

utilizando las ponderaciones del portafolio $w_{i,T}$.

Repetiendo la simulación para $K=10,000$, por ejemplo, obtenemos la distribución completa del valor del portafolio en la fecha objetivo P_T . El VAR del portafolio puede ser medido entonces a partir de la distribución de valores en el horizonte de tiempo objetivo.

5.3 SIMULACIÓN HISTÓRICA.

Una manera de hacer uso de la distribución empírica de rendimientos y obtener el estadístico de riesgo es el uso de simulaciones históricas. La premisa detrás de la simulación histórica es que los cambios potenciales en los factores de riesgo subyacentes son idénticos a los cambios observados en estos factores sobre un periodo histórico definido. Esto significa que presentando una simulación histórica de una muestra de rendimientos pasados, y aplicando entonces un nivel actual de factores de riesgo obtenemos un escenario de precios. Finalmente usando estos escenarios de precios podemos obtener escenarios de pérdidas y ganancias P&L (por sus siglas en inglés). Esta simulación histórica tiene la ventaja de reflejar el histórico de una distribución multivariadas de rendimientos y factores de riesgo. Nótese que este método también incorpora información acerca de los rendimientos extremos tanto como los que están incluidos en un periodo de muestra.

Para formalizar estas ideas, supóngase que tenemos n factores de riesgo, y que estamos usando una base de datos que contiene m rendimientos diarios. Definimos la matriz de rendimientos históricos $m \times n$ como:

$$R = \begin{pmatrix} r_t^{(1)} & r_t^{(2)} & \dots & r_t^{(n)} \\ r_{t-1}^{(1)} & \dots & \dots & r_{t-1}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{t-m}^{(1)} & r_{t-m}^{(2)} & \dots & r_{t-m}^{(n)} \end{pmatrix}$$

Entonces, como cada escenario de rendimiento corresponde a un rendimiento histórico al día, podemos pensar en un escenario específico r como un renglón de R .

Ahora, si tenemos M instrumentos en un portafolio, donde el valor presente de cada instrumento es una función de los n factores de riesgo $V_j(P)$, con $j = 1, \dots, M$ y $P = (P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(n)})$ podemos obtener un escenario P&L para el portafolio como sigue:

1. Tomamos un renglón de R correspondiente al escenario e rendimiento para cada factor de riesgo.
2. Obtenemos el precio de cada factor de riesgo de T días usando ahora la fórmula $P_T = P_0 e^{r \cdot T}$.
3. Cotizamos cada instrumento usando los precios actuales P_0 y también usando el día -T de escenarios de precios P_T .
4. Obtenemos el portafolio P&L como $\sum_i (V_i(P_T) - V_i(P_0))$.

Este proceso es casi idéntico al procedimiento de Simulación de Monte Carlo, excepto que en lugar de una muestra de una distribución normal, aquí la muestra de los rendimientos es de una base de datos histórica.

Nótese que a fin de obtener un T-día escenario de rendimiento en el paso 2, multiplicamos el primer día del escenario de rendimiento r por T . Esto garantiza la volatilidad de los rendimientos escalares con la raíz cuadrada del tiempo. En general este procedimiento escalar no será exactamente resultado en el día -T de la distribución de rendimiento, pero es una regla práctica breve consistente con la simulación histórica de Monte Carlo.

Existe un método alternativo para crear un conjunto de T-días de rendimientos no subyacentes de los rendimientos diarios de un conjunto de datos. Este procedimiento es teóricamente correcto, pero es factible sólo si el horizonte es relativamente corto porque el uso de rendimientos no subyacentes requiere una base de datos histórica grande. Por ejemplo, si tenemos dos años de datos para estimar la distribución de rendimientos de un mes el conjunto de datos deberá ser reducido a 24 observaciones, las cuales no son suficientes para prever una estimación real. Es importante mencionar que en este caso, el uso de rendimientos subyacentes no es una información adicional valuable para el análisis e introduce ambigüedad en la estimación.

Ejemplo 1. Obteniendo escenarios del portafolio P&L de rendimientos históricos. Supóngase que un inversionista en dólares USD tiene un portafolio consistente de una posición en efectivo de un millón de Euros EUR, 13,000 acciones de IBM, y una posición corta consistente de una opción call a un año en el dinero (at-the-money) de 20,000 acciones de IBM. La tasa de intercambio de divisas (current exchange) es de .88 USD por EUR, el precio de IBM es de 120 USD por acción, la tasa a un año es del 6%, y la volatilidad implícita es 45.62%. El valor actual del portafolio es entonces 1,946,123 USD.

La tabla 5-6 muestra el valor actual de cada posición.

Tabla 5-6. Valor actual el portafolio.

Posición	Valor (USD)
Efectivo	880,000
Valor líquido (acciones)	1,560,000
Opción	-493,876
Total	1,946,123

Podemos aplicar el escenario de rendimientos históricos para nuestra posición y obtener un día del portafolio de escenarios P&L.

La tabla 5-7 contiene rendimientos históricos para tres días consecutivos.

Tabla 5-7 Rendimientos históricos

Fecha	EUR	IBM	1YBond
22-Sep-00	3.74%	1.65%	.04%
21-Sep-00	0.56%	-1.35%	-0.05%
20-Sep-00	0.18%	0.60%	0.00%

Por ejemplo, tomando el rendimiento histórico para el 22-Sep-2000, podemos ver que nuestra posición en EUR podría tener ganancias del 3.74% y su P&L podría haber sido USD 88,000 x $[e^{0.0374} - 1] = \text{USD } 33,535$. Similarmente, podemos calcular el P&L para la posición líquida como USD 1,560,000 x $[e^{0.0165} - 1] = \text{USD } 25,953$. Finalmente necesitamos calcular el P&L para la opción. Para hacer esto necesitamos calcular el nuevo precio del valor líquido del subyacente (IBM) y la nueva tasa de interés basada en los rendimientos del 22-Sep-2000. El nuevo precio de IBM es USD 120 x $e^{0.0165} = \text{USD } 121.99$, y la nueva tasa de interés es 6% - 0.04% = 5.96%. Podemos entonces usar la fórmula de Black-Scholes para obtener el nuevo precio de IBM y descontar la tasa para obtener el P&L de la opción como USD 20,000 x $[BS(120, 6\%) - BS(121.99, 5.96\%)] = \text{USD } 25,411$. Para calcular el P&L total para el portafolio, podemos simplemente sumar el P&L individual de cada posición.

Podemos repetir este ejercicio para cada día y obtener un conjunto de días para el portafolio P&L de escenarios históricos. La Tabla 5-8 contiene los escenarios del portafolio P&L correspondiente a cada día de rendimientos históricos.

Tabla 5-8 Escenarios históricos P&L

Fecha	P&L (USD)
22-Sep-2000	34,078
21-Sep-2000	3,947
20-Sep-2000	1,688

5.4. PRUEBA DE ESTRÉS.

La prueba de estrés está destinada para explorar un rango de eventos con baja probabilidad. Estos eventos pueden estar relacionados con crisis producidas por desplazamientos tales como guerras, inestabilidad política, catástrofes naturales, o ataques especulativos; esto también puede estar vinculado a cambios en los

rendimientos esperados. Más aún la estimación del potencial de las pérdidas económicas bajo cambios hipotéticos extremos en factores de riesgo nos permiten obtener una sensibilidad de nuestra exposición en condiciones de mercado normales.

Por ejemplo, cuando investigamos cuanto pudimos perder en el evento de una crisis de liquidez de magnitud comparable a la crisis del mercado en 1987. Similarmente podríamos evaluar el efecto potencial de una crisis en nuestro portafolio, tal como la devaluación en Brasil de 1998.

La prueba de Estrés puede ser hecha en dos pasos:

1. Seleccionar el evento de estrés. Esto es el paso más importante y el más difícil en el proceso de la prueba de estrés. La meta es proponer escenarios creíbles que expongan el potencial de las debilidades de un portafolio bajo condiciones particulares de mercado.
2. Revaluación del portafolio. Esto consiste en hacer el portafolio de mercado basado en los escenarios de estrés para factores de riesgo y su idéntico para llevar a cabo la reevaluación con el método Monte Carlo y simulación histórica para cada escenario en particular. Una vez que el portafolio ha sido revaluado, podemos calcular el P&L como la diferencia entre el valor presente actual y el valor presente calculado bajo el escenario de estrés.

La parte más importante de una prueba de estrés es la selección de escenarios. Desafortunadamente, no existe una aproximación sistemática estándar para generar escenarios y el proceso es aún retardado mas como un arte que como una ciencia.

Dada la importancia y dificultad de la elección de escenarios, presentamos tres opciones que facilitan el proceso: escenarios históricos, escenarios simples y escenarios predictivos.

5.4.1 ESCENARIOS HISTÓRICOS

Una manera simple para desarrollar escenarios de estrés es replicando eventos pasados. Por ejemplo podríamos tomar los cambios en el mercado experimentados durante la crisis Rusa, e investigar el efecto que eso podría tener en nuestro portafolio. En otras palabras, una prueba de estrés histórica podría responder la cuestión: ¿Qué podría pasar en mi portafolio si los eventos que ocasionaron la crisis Rusa vuelven a pasar?

Podemos seleccionar un período histórico como una crisis financiera (por ejemplo, El Lunes Negro (1987), La crisis del Tequila (1995), la crisis asiática (1997), la crisis Rusa (1998)) y usar los rendimientos de los factores de riesgo sobre el período como escenarios de estrés. En general, si seleccionamos el período de tiempo t del tiempo T , entonces podemos calcular el rendimiento histórico como:

$$r = \log\left(\frac{P_t}{P_i}\right)$$

y calcular el P&L del portafolio basado en los rendimientos calculados:

$$P \& L = V'(Pe^r) - V'(P) \dots\dots(*)$$

Ejemplo 1. La Crisis Rusa.

Supóngase que tenemos USD 3,000 invertidos en un portafolio igualmente distribuidos entre las bolsas de Brasil, Indonesia y Polonia. Podemos entonces calcular el impacto que un evento de la magnitud de la crisis Rusa podría tener en nuestro portafolio. En este ejemplo, tomamos los rendimientos históricos en las bolsas entre el 1-Jul-1998 y el 30-Ago-1998 y aplicamos a nuestro portafolio.

La tabla 5-9 muestra los rendimientos logarítmicos entre estos datos.

Tabla 5-9 Rendimientos entre 1-Jul-1998 y 30-Ago-1998.

Liquidez			Divisas	
Brasil	Bovespa	-48.19%	BRL	-1.34%
Indonesia	JSE	-36.47%	IDR	22.60%
Polonia	WIG	-41.24%	PLN	-10.19%

Para calcular el cambio en el valor de cada posición, usamos (*). Si denotamos por V el valor actual de nuestra posición en un índice de divisas, $r^{(1)}$ denota el rendimiento logarítmico del índice de liquidez (en moneda local) y $r^{(2)}$ corresponde al rendimiento logarítmico de la tasa de cambio de divisas, tenemos que el cambio en el valor de cada una de nuestras posiciones está dado por:

$$\Delta I^* = I^* [e^{r^{(1)} + r^{(2)}} - 1]$$

donde $V = \text{USD } 1,000$ por instrumento en nuestro ejemplo.

Siguiendo esta fórmula podemos calcular el cambio en el valor de nuestro portafolio bajo los eventos de estrés históricos correspondientes a la crisis Rusa. La Tabla 5-10 presenta los cambios resultantes en el valor de nuestra posición.

Tabla 5-10. Resultados históricos de la prueba de estrés.

Pais	Cambios en el Valor USD
Brasil	-390.59
Indonesia	-129.58
Polonia	-402.11
Total	-922.29

5.4.2 ESCENARIOS SIMPLES

Hemos visto que los eventos históricos extremos presentan una manera conveniente de producir escenarios. Sin embargo, los eventos históricos necesitan ser complementados con escenarios definidos para un rango entero de periodo de

tiempo de escenarios estrés, y posiblemente incorporados a expertos puntos de vista en información financiera y macroeconómica actual.

En los escenarios simples de las pruebas de estrés, el usuario cambia los valores de algunos factores de riesgo especificando un porcentaje o un cambio absoluto, o por conjuntos de valores de riesgo específicos. Entonces el portafolio es revaluado usando los nuevos factores de riesgo y el P&L es calculado como la diferencia entre el valor presente del portafolio y el portafolio revaluado.

Ejemplo: Prueba de estrés simple: Una crisis monetaria.

Usando los mercados emergentes de liquidez del portafolio en el ejemplo anterior, podemos mostrar como una prueba simple de estrés trabaja dando al usuario un escenario definido. El escenario en este caso es una crisis monetaria donde cada divisa es devaluada en un 10%. Bajo este escenario, todas las pérdidas son debido a los cambios en las tasas de intercambio de divisas (FX) y a que se mantienen los índices de liquidez constantes.

Dado que solo se mueven las tasas de interés (FX), el cambio en el valor del portafolio está dado por:

$$\Delta I' = I' [e^{r^{(2)}} - 1]$$

donde $r^{(2)} = \log(1 - 0.1) = -0.1053$ corresponde a la depreciación del 10% expresada en rendimientos logarítmicos.

La prueba de estrés resultante de un escenario definido por el usuario está dada en I a tabla 5-11. El total P&L resultante del escenario es simplemente la suma de los P&L individuales de cada instrumento.

Tabla 5-11 Resultados de una prueba de estrés simple.

Pais	Cambio en el valor (USD)
Brasil	-100
Indonesia	-100
Polonia	-100
Total	-300

Nótese que los resultados de esta prueba de estrés no reflejan los efectos que una crisis monetaria podría tener en un mercado de liquidez. La siguiente sección explica como incorporar los efectos que los factores de riesgo en estrés tienen sobre los factores de riesgo restantes.

5.4.3 ESCENARIOS PRONOSTICADOS

Dado que las variables en los mercados tienden a movimientos de manera conjunta, necesitamos tomar en cuenta la correlación entre los factores de riesgo para generar escenarios de estrés reales. Por ejemplo, si tenemos que crear un escenario reflejando una devaluación aguda para mercados emergentes de divisas, tendríamos que esperar para ver aumentar rápidamente los efectos causados en otras divisas en la región además de perder el valor.

Dada la importancia de incluir expertos puntos de vista en eventos de estrés y contar para cambios potenciales en cada factor de riesgo, necesitamos proponer escenarios definidos para una sola variable afectando el valor del portafolio. Para facilitar la generación de estos escenarios, tenemos que desarrollar un sistema en el cual podamos expresar los puntos de vista para definir los cambios de un subconjunto de factores de riesgo (factores núcleo), y entonces hacer predicciones para el resto de los factores (factores periféricos) basado en las variables definidas por el usuario. Las predicciones para los cambios en los factores periféricos corresponden al cambio esperado, dado los cambios específicos para los factores núcleo.

Si los factores núcleo toman los valores especificados por el usuario, entonces los valores para los factores de riesgo periféricos seguirían en conformidad. Intuitivamente, si el usuario especifica que a los tres meses la tasa de interés se incrementará por 10 puntos base, entonces la correlación extremada de la tasa de interés a dos años tendrá un incremento equivalente a esos cambios promedio en los días cuando la tasa a tres meses se incrementó 10 puntos.

Por ejemplo, supóngase que tenemos invertido USD 1,000 en el índice de Indonesia JSE, y están interesados en un escenario potencial de una devaluación de 10% IDR. En lugar de especificar explícitamente un escenario de rendimientos para el índice JSE, nos gustaría estimar el cambio potencial en el índice como un resultado de la devaluación de la moneda en un 10%. En el esquema pronosticado, podríamos especificar el cambio en el índice JSE como:

$$\Delta JSE = \mu_{JSE} + \beta(-.10 - \mu_{IDR})$$

donde ΔJSE denota el cambio en el índice de liquidez, β denota la beta del índice con respecto a la tasa FX, y el rendimiento esperado en los dos factores de riesgo μ_{JSE} y μ_{IDR} .³ En este ejemplo $\beta = 0.2$, tal que si el IDR cae 10%, entonces el índice JSE podría decrecer en promedio en un 2%.

La ecuación anterior ilustra el método para predecir factores periféricos cuando tenemos solo un factor núcleo. En este caso las predicciones están simplemente basadas en el factor periférico con respecto al factor núcleo. Esto significa que la magnitud del cambio en el factor periférico corresponde a la correlación entre el núcleo y el factor periférico escalado por el radio de sus volatilidades.⁴

Podemos generalizar este método para incorporar cambios en factores núcleo múltiples. Definimos los rendimientos pronosticados de los factores periféricos

³ Beta es definida como $\beta = \rho \sigma_{JSE} / \sigma_{IDR}$, donde ρ es la correlación entre JSE e IDR.

como su esperanza condicional dado que los rendimientos específicos para los bienes núcleo son realizados. Podemos escribir la distribución no condicional de los rendimientos de factores de riesgo como:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \approx N \left(\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sum_{11} & \sum_{12} \\ \sum_{21} & \sum_{22} \end{bmatrix} \right),$$

donde r_2 es un vector de factores de rendimiento núcleo, r_1 es el vector de factores de rendimiento periférico, y la matriz de covarianzas ha sido particionada. Podemos mostrar que la esperanza condicional de los factores periféricos (r_1) en los factores núcleos (r_2) está dada por:

$$E[r_1 | r_2] = \mu_1 + \sum_{12} \sum_{22}^{-1} (r_2 - \mu_2)$$

Puesto que $\mu_1 = \mu_2 = 0$ la ecuación se reduce a:

$$E[r_1 | r_2] = \sum_{12} \sum_{22}^{-1} r_2 \dots (**)$$

donde \sum_{12} es la matriz covarianza entre los factores núcleo y periféricos, y \sum_{22} es la matriz covarianza de los factores de riesgo núcleo.

Ejemplo. Escenarios de estrés pronosticados: Una crisis monetaria.

Sigamos con el ejemplo de escenarios simples y analicemos los efectos que la devaluación en las monedas pueden tener en una posición líquida. Basados en la ecuación anterior (**), necesitamos la matriz de covarianza de los rendimientos del factor de riesgo. La tabla 5-12 muestra la covarianza entre los factores de riesgo de nuestro portafolio. Las covarianzas entre los factores núcleo y periféricos \sum_{12} corresponde al cuadrante superior derecho de la tabla, las covarianzas entre los factores núcleo \sum_{22} corresponden al cuadrante inferior derecho, el cuadrante superior izquierdo corresponde a la covarianza entre los factores periféricos \sum_{11} .

⁴ Hemos asumido que las correlaciones y volatilidades no cambian como resultado del cambio en el factor núcleo. Finger y Kim (2000) derivan un método para introducir correlaciones en escenarios de estrés.

Tabla 5-12 Matriz de covarianzas de rendimientos de factores de riesgo.

	Bovespa	JSE	WIG	BRL	IDR	PLN
Bovespa	2.9130	-0.0055	0.2767	0.0360	0.0972	0.2759
JSE	-0.0055	0.9308	0.0769	0.0093	0.2766	-0.0971
WIG	0.2767	0.0769	0.8225	-0.0336	0.0064	0.0900
BRL	0.0360	0.0093	-0.0336	0.2035	-0.0650	0.1309
IDR	0.0972	0.2766	0.0064	-0.0650	1.4070	-0.2123
PLN	0.2759	-0.0971	0.0900	0.1309	-0.2123	0.3633

Usando (**) y los números de la tabla 5-12 podemos calcular los rendimientos de los índices condicionando a la devaluación del 10% de cada una de las divisas. La tabla 5-13 muestra los rendimientos pronosticados de los factores periféricos.

Tabla 5-13 Rendimientos logarítmicos para factores periféricos.

Factor	Rendimiento
Bovespa	-8.59%
JSE	-1.83%
WIG	-0.57%

Podemos finalmente encontrar el cambio en el valor de nuestro portafolio usando los rendimientos de la tabla 5-13. La tabla 5-14 contiene los resultados de esta prueba de estrés.

El resultado de nuestra prueba de estrés muestra que el riesgo de nuestro evento de estrés es USD 95.52 , incremento que figura con lo obtenido en la prueba de estrés simple. Esta diferencia se origina del impacto que la devaluación de la divisa tiene en el índice.

Tabla 5-14 Resultados de la prueba de estrés pronosticada.

Pais	Cambios en el Valor (USD)
Brasil	-174.09
Indonesia	-116.31
Polonia	-105.12
Total	-395.52

CONCLUSIONES.

La exposición al riesgo de mercado puede ocasionar cuantiosas pérdidas si no se implementa una adecuada administración de riesgos. El Valor en Riesgo es una medida del riesgo de mercado que nos proporciona la máxima pérdida esperada sobre un horizonte de planeación, dentro de un intervalo de confianza estadística.

En este trabajo de investigación se han presentado los distintos métodos que se han utilizado en la estimación del VAR. Todos tienen sus ventajas y desventajas y no hay uno que pueda designarse como el mejor método. Algunas veces la rapidez del cálculo puede ser más importante que la precisión, haciendo que el administrador de riesgos decida utilizar el método Delta-Normal en lugar de una simulación de Monte Carlo. Así, la elección del mejor método estará en función de los instrumentos que componen el portafolio, la exactitud deseada y los recursos disponibles. Acerca de esto, Leong hace una observación importante: "Es imposible encontrar una metodología de administración de riesgos que no tenga algún tipo de desventaja. Una administración de riesgos efectiva no es tanto una cuestión de encontrar el modelo o método perfecto, sino del conocimiento de las fortalezas y debilidades relativas de cada enfoque alternativo y posiblemente implementar unos cuantos mutuamente complementarios".

La aplicación de la Teoría del Valor Extremo para el cálculo del VAR debe ser utilizada por dos vías:

- Como análisis complementario pero no sustitutivo del VAR y no propiamente como un método de estimación del VAR, ya que, por definición, el VAR no recoge todos los aspectos del riesgo de mercado. Con el VAR no se pueden estimar o predecir los movimientos extremos de los mercados como los que se han producido en los últimos años. Pero esto no significa que el VAR sea una mala medida, sino que debe ser complementada con otras. Es aquí en donde la Teoría del Valor Extremo juega un papel fundamental.

- Como herramienta para mejorar los métodos ya existentes de estimación del VAR. Por ejemplo, el riesgo de modelación en el método Delta-Normal o bien el método de Monte Carlo podría cuantificarse a partir del proceso de estimación del tail index y de los parámetros de la distribución de las colas de los rendimientos.

Cabe recalcar que dos de los temas centrales y más debatidos en la actualidad respecto al cálculo del VAR y que podría constituir futuras líneas de investigación:

- Ninguno de los autores compara el método del Valor Extremo con el método de simulación de Monte Carlo y sólo algunos lo comparan con el método Delta-Normal y con el de simulación histórica.
- Ninguno de los autores lo aplica a carteras no lineales o a opciones.

El mayor inconveniente en la aplicación de la Teoría del Valor Extremo consiste en que se dispone de un número limitado de acontecimientos extremos con los cuales podemos formar la muestra para estimar la forma de la distribución de los rendimientos extremos. Si se dispone tan sólo de una o dos observaciones anuales, el tamaño de la muestra necesaria para llevar a cabo la inferencia estadística con cierto grado de certeza tendría que ser de años.

Por último podemos concluir que a pesar de las desventajas que tiene, el VAR es ampliamente aceptado y aunque no puede considerarse como la "solución más eficaz" a los problemas de estimación de los riesgos de mercado, si puede considerarse como una herramienta indispensable en el monitoreo y administración de riesgos, que debe ser complementada con otros métodos estadísticos que cubran sus deficiencias.

GLOSARIO

Aceptación de Riesgo: Una decisión informada de aceptar las Consecuencias probables de Eventos.

Aceptar el Riesgo : Una técnica de Administración de Riesgos que permite que la administración compare el costo de administrar el riesgo contra el beneficio de reducir el riesgo.

Administración de Riesgos: Una rama de administración que aborda la Consecuencias de riesgo.

Administración Integrada de Riesgos: La consideración de los riesgos a todos los niveles de la organización. Integración de la administración de riesgos a la auditoría interna significa la adopción de Auditoría basada en Riesgos y el uso de las herramientas de administración de riesgos para planificación de auditorías internas.

Análisis de Riesgos: La evaluación, administración y comunicación de riesgos.

Análisis de Sensibilidad: El análisis de cambios en resultados de Modelo cuando las variables o las suposiciones cambian.

Análisis de la vulnerabilidad: Presentado por William Perry, incluye la pérdida esperada o enfoque de valor esperado con la dimensión de horizontes de tiempo.

Clasificación de riesgos: La categorización de riesgos, típicamente en Alto, Medio, Bajo y valores intermedios.

Clasificación de riesgos en prioridades: La relación de niveles aceptables de riesgos entre las alternativas.

Clasificación de riesgos: El orden de priorización ordinal o cardinal de los riesgos en varias alternativas, proyectos o unidades.

Compartiendo riesgos: Una técnica de administración de riesgos usada para distribuir las posibles consecuencias de riesgos dentro de varios grupos. Los seguros y otros contratos son métodos usados para compartir o transferir riesgos.

Compensaciones: En la teoría de decisiones, los beneficios netos recibidos de decisiones alternativas.

Consecuencias: El resultado positivo o negativo de decisiones, eventos o procesos. Eventos de riesgo crean consecuencias.

Corto Plazo: La planificación o el horizonte de tiempo que trata con eventos del ciclo o período de contabilidad actual.

Diagramas de flujo de datos: Una representación gráfica de los flujos mayores de datos y como estos flujos se enlazan. Es muy útil para identificación de riesgos y escenarios de riesgos para determinar los puntos de más exposición.

Diversificación de riesgos: Una técnica de administración de riesgos que intenta extender el riesgo de una sola tarea o activo a múltiples tareas o activos para evitar la pérdida de todo de súbito.

Eliminación de riesgos: Un ideal poco realista parecido al control perfecto.

Enfoque de exposición: El enfoque de evaluación de riesgos desde la perspectiva de las cuatro clases de activos (físicos, financieros, humanos, intangibles) y su tamaño, tipo, portabilidad y ubicación.

Enfoque del sistema: Una vista del mundo desde tres niveles: Eventos, patrones de conducta y estructura.

Enfoque ambiental: El enfoque de evaluación de riesgos desde la perspectiva del entorno externo o de contextos.

Enfoque matriz: En evaluación de riesgos, un enfoque que combina los componentes del sistema con los riesgos, amenazas o controles con el objeto de medir y examinar las combinaciones de los dos ejes.

Enfoque multidimensional. Un enfoque de evaluación de riesgos que aborda el Riesgo y la oportunidad por medio de varios horizontes de tiempo o dimensiones como manifestaciones de la misma incertidumbre.

Escenarios: Descripciones narrativas de conjeturas, riesgos y factores ambientales y cómo pueden afectar las operaciones. Los escenarios tratan de explorar el efecto de cambiar varias variables a la vez con análisis objetivas e interpretaciones subjetivas.

Escenarios de Amenaza: Similar a escenarios de riesgo, pero el enfoque está en las consecuencias negativas de eventos inciertos.

Escenarios de Riesgo: Un método para identificar y clasificar los riesgos a través de la aplicación creativa de eventos probables y sus consecuencias.

Escenarios Dinámicos: Elaboración de escenarios en un ambiente complejo y dinámico. Se piensa que el ambiente dinámico no es lineal y discontinuo.

Estructura de Riesgos: Un modelo de los riesgos en la organización. Típicamente las estructuras de riesgos enumeran las varias clases de riesgo y el nivel esperado de Administración de Riesgos.

Evaluación de Riesgos: La identificación de riesgos, la medida de riesgos, y el proceso de clasificar los riesgos en orden de prioridad.

Evento: Un incidente o una situación que ocurre en un sitio concreto durante un intervalo determinado de tiempo.

Eventos de Consecuencia Alta/Probabilidad Baja: Eventos con consecuencias catastróficas.

Evitando Riesgos: Una técnica de la Administración de Riesgos que trata de rehacer el diseño del plan para cambiar o reducir la colección de riesgos.

Exposición: Vulnerabilidad a pérdidas, la percepción de Riesgo, o una Amenaza a un activo o un proceso que produce activos, generalmente cuantificado en dólares. Una exposición es la suma de dólares en riesgo sin considerar la probabilidad de un evento negativo.

Extrapolación: Una medida de proceso para localizar las incógnitas midiendo datos pasados y extendiendo la línea de tendencia.

Extrapolación de Tendencia: Una técnica de pronóstico que asume que es posible predecir el mañana si se conoce el ayer y hoy en día.

Factores de Riesgo: Manifestaciones o características medibles u observables e un proceso que indican la presencia de riesgo o tienden a aumentar la exposición.

Financiamiento de Riesgo: Métodos aplicados para financiar las consecuencias de administración de riesgos y riesgo residual.

Frecuencia: Una medida de incidencia, expresada en el número de incidentes de un evento en un plazo determinado.

Futuro hacia delante: Una técnica inductiva de elaboración de escenarios donde se imagina el futuro por la examinación de pistas del presente y luego se calculan los caminos lógicos que puedan tomar.

Futuro hacia atrás: Una técnica deductiva de elaboración de escenarios donde se imagina el futuro y el camino lógico a ese futuro. Es trabajado en dirección contraria hacia el presente.

Gráfica de flujo: Una representación gráfica de las principales tareas y actividades de una función y cómo están enlazados. En la identificación de riesgos y escenarios de riesgo es útil para determinar los puntos de máxima exposición.

Identificación de Riesgos: El método de identificar y clasificar el riesgo.

Incertidumbre: Una condición donde el resultado sólo puede ser estimado.

Incertidumbres Críticas: En elaboración de escenarios, lo desconocido imprescindible el argumento.

Incertidumbres Estructurales: La posibilidad de que ocurra un evento único que impida proporcionarnos un indicador de posibilidad. La posibilidad se presenta por medio de razonamiento causa y efecto, pero no tenemos el medio para estimar su probabilidad.

Largo Plazo: La planificación u horizonte de tiempo que trata con eventos más allá del Corto Plazo y Mediano Plazo, típicamente entre dos y veinte años, aunque con más frecuencia entre dos a cinco o siete años.

Matriz de Riesgos: Una combinación de Medición de Riesgos y Priorización de Riesgos que consiste en el uso de riesgos en el eje horizontal y componentes de sistema o pasos de auditoría en el eje izquierdo.

Ambos ejes se ponen en grupos en la esquina izquierda (Alto), creando una matriz con cuadrantes de grupos Alto, Medio y Bajo de componentes y riesgos.

Matriz de Riesgos y Controles: Una herramienta usada para dar orden a los controles que sean probados por su clasificación de riesgo.

Medición de Riesgos: La evaluación de la gravedad de riesgos.

Mediano Plazo: La planificación o el horizonte de tiempo que trata de los eventos entre Corto Plazo y Largo Plazo, típicamente más allá que el año actual por uno o dos años más.

Modelo: Un método para expresar relaciones cuando resulta impráctico medir el mundo actual.

Modelo de Riesgo: Una descripción matemática, gráfica, o descripción verbal de riesgo para un entorno específico y una colección de actividades dentro del entorno.

Modelo de Riesgo de Fallas en el Proceso: Un modelo de riesgo especializado que usa múltiples escenarios de riesgo y evaluaciones de exposición y circuitos de retroalimentación para actualizar continuamente los escenarios y exposiciones a cambios en el proceso.

Modelo Descriptivo: Un modelo de cómo funcionan las cosas, pero no es necesariamente una regla ni un estándar.

Modelo Normativo: Un modelo de cómo deben funcionar las cosas. Una norma de desempeño.

Modelos de Simulación: Una forma de elaboración de escenarios que trata de simular interacciones y estímulo a través de ecuaciones matemáticas como medio para pronosticar cómo será el futuro.

Pérdida esperada o enfoque del valor esperado: La evaluación de riesgos basada en la variación del dólar que resulta como consecuencia de eventos riesgosos.

Planificación para contingencias: Examina las incertidumbres individualmente y crea respuestas para cada incertidumbre.

Posibilidad: La probabilidad o chance que ocurra el evento.

Probabilidad: Una medida (expresada en un porcentaje o una razón) para estimar la posibilidad de que ocurra un incidente.

Probabilidad aleatoria: Relacionado al resultado incierto de un evento en una distribución generalmente previsible.

Pronóstico: Predecir eventos o resultados futuros, frecuentemente usando herramientas matemáticas complejas.

Puntos medios: Se refiere a las alternativas de una decisión y sus costos y beneficios relevantes.

Reducción de Riesgos: La aplicación de los principios de administración de riesgos para reducir la posibilidad o las consecuencias de un evento, o ambas.

Riesgo: Una medida de incertidumbre.

Riesgo Absoluto: El máximo riesgo sin los efectos mitigantes de controles internos.

Riesgo de cartera: En análisis de riesgos, es el riesgo de que una combinación de proyectos activos, unidades o lo que exista en la cartera no alcanzará para lograr los objetivos totales de la cartera debido a una mala balanza de riesgos dentro de la cartera.

Riesgo de Proceso: El riesgo en un proceso comercial.

Riesgo Específico: El tipo de riesgo que se encuentra en actividades específicas.

Riesgo Residual: El riesgo que queda cuando las técnicas de administración de riesgos han sido aplicadas.

Tendencia: La dirección y el camino de una serie de puntos de información, generalmente considerado como una tendencia positiva o una tendencia negativa, aunque las tendencias no tienen que ser lineales.

Teoría de opciones: La valuación de carteras de valores usando los precios de opciones de las inversiones como una medida de riesgo.

Transferencia de Riesgos: Una técnica de Administración de riesgos usada para eliminar el riesgo de un lugar a otro o de un grupo a otro.

Utilidad: Una medida de utilidad. Usada en teoría de decisiones cuando la compensación monetaria es insuficiente para explicar el resultado de la elección.

Valor en Riesgo: Frecuentemente abreviada VAR, es una clase de modelo usada por instituciones financieras para medir los riesgos en posiciones de carteras derivadas y complejas.

VAR: Valor en Riesgo.

Variable: Una cantidad o atributo de un Modelo que puede asumir valores distintos en momentos diferentes.

Variación: La cantidad de cambio o la diferencia de los resultados esperados.

Volatilidad: Cambio rápido e inesperado.

APÉNDICE A

PRONOSTICO DE RIESGOS

Durante el trabajo asumimos que los factores de riesgo son normalmente distribuidos con media fija μ y desviación estándar σ . Sin embargo, el riesgo de las variables básicas financieras tales como la tasa de interés, la tasa de tipo de cambio, cambian en el tiempo.

La observación de que la volatilidad del mercado financiero es predecible, tiene implicaciones importantes para la administración del riesgo. Si la volatilidad se incrementa, también lo hará el Valor en Riesgo.

Los inversionistas pueden desear ajustar sus portafolios para reducir su exposición a aquellos activos cuya volatilidad se pronostica se incrementará. Asimismo, una volatilidad predecible significa que los activos que dependen directamente de la volatilidad —como las opciones— variarán su valor en una forma predecible. Finalmente, en un mercado racional, los precios de equilibrio del activo serán afectados por los cambios en la volatilidad.

Los inversionistas que puedan predecir confiablemente los cambios en la volatilidad estarán en mejor situación para controlar mejor los riesgos en los mercados financieros.

En este apéndice se presentan las técnicas para pronosticar la variación en el riesgo. Las personas que no tienen la injerencia en la entrada de datos o que no desean saber como fueron generados, pueden omitir la revisión de esta sección.

PROMEDIOS MÓVILES

Un método muy burdo, pero ampliamente utilizado, es una *ventana móvil*, de longitud fija, para estimar la volatilidad. Por ejemplo, una longitud típica es de 20 días operados (cerca de un mes calendario) ó 60 días operados (cerca de un trimestre calendario).

Asumiendo que observamos rendimientos r_t en M días, esta estimación de volatilidad se construye a partir de un promedio móvil,

$$\sigma_t^2 = (1/M) \sum_{i=1}^M r_{t-i}^2, \dots \dots \dots (A.1)$$

Aquí nos concentramos en los rendimientos brutos y no en los rendimientos alrededor de la media. Esto es porque con la mayoría de las series financieras, para las estimaciones de volatilidad, el ignorar los rendimientos esperados constituye una diferencia pequeña.

Cada día el pronóstico es actualizado al agregar la información del día anterior y omitiendo la información de $(M+1)$ días previos. Todas las ponderaciones sobre los rendimientos pasados son iguales y fijados a $(1/M)$. Aunque su implementación es simple, este modelo tiene serias desventajas.

La más importante es que ignora la ordenación dinámica de las observaciones. En particular, la información reciente recibe el mismo peso que la información más vieja, aunque los datos recientes deberían ser más relevantes. Además, si existiesen rendimientos muy grandes hace M días, la omisión de éstos a medida que la ventana se desplaza un día hacia delante afectará sustancialmente la estimación de la volatilidad. Como resultado, las mediciones de promedio móvil de la volatilidad tienden a parecer "mesetas" de amplitud M cuando se grafican contra el tiempo.

Cabe mencionar que este enfoque deja sin respuesta la elección de la ventana móvil. Periodos más prolongados incrementan la precisión de la estimación, pero podrían omitir la variación implícita en la volatilidad.

LA ESTIMACIÓN GARCH

Por lo anterior, para la estimación de la volatilidad se ha optado por modelos que confieren una ponderación mayor a la información reciente. El primer modelo de este tipo fue el modelo generalizado autorregresivo heteroscedástico (GARCH) propuesto por Engle y Bollerslev.

El modelo GARCH asume que la varianza de los rendimientos sigue un proceso predecible. La varianza condicional depende de la última innovación, así como también de la varianza condicional previa. Definamos h_t como la varianza condicional, utilizando información hasta el momento $t-1$, y r_{t-1} como el rendimiento del día anterior. El modelo más simple de este tipo de procesos es el GARCH (1,1):

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \dots \dots \dots (A.2)$$

Cálculo del promedio de la desviación estándar.

Dado que el rendimiento r_t es una variable normal con media 0 y varianza h_t , tenemos:

$$r_t = h_t \varepsilon_t \text{ con } \varepsilon_t \sim N(0,1) \dots \dots \dots (A.3)$$

Entonces la media del rendimiento $E[r_t] = E[\sigma_t] \times E[\varepsilon_t] = 0$, y el segundo momento de r_t , $E[r_t^2] = E[\sigma_t^2] \times E[\varepsilon_t^2] = h_t$. Más aún, podemos asumir $h_t = h_{t-1} = h$, donde h es la varianza promedio. Entonces tenemos que $h = \alpha_0 + \alpha_1 h + \beta h$. Despejando h encontramos:

$$h = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta} \dots\dots\dots(A.4)$$

Para que este modelo sea estacionario, la suma de los parámetros $\alpha_1 + \beta$ debe ser menor a la unidad. A esta suma también se le denomina *persistencia*.

Cálculo de la nueva desviación estándar al tiempo t+1.

Supóngase que tenemos el valor para α_0, α_1 y β , y los rendimientos r_1 a r_t . Para calcular la desviación estándar σ_{t+1} aplicamos la fórmula A.2 reemplazando en la ecuación $h_t = \sigma_t^2$ entonces tenemos:

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_t^2 + \beta \sigma_t^2 \dots\dots(A.5)$$

y reemplazando σ_t por su valor en la función de σ_{t-1} y r_{t-1} tenemos:

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_0 \beta + \alpha_1 \beta r_{t-1}^2 + \beta^2 \sigma_{t-1}^2 \dots\dots(A.6)$$

Reemplazando nuevamente el valor de σ_{t-1} y repitiendo esta operación hasta la condición inicial σ_0 tenemos la siguiente expresión:

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 \sum_{k=0}^t \beta^k + \alpha_1 \sum_{k=0}^t \beta^k r_{t-k}^2 + \beta^{t+1} \alpha_0^2 \dots\dots(A.7)$$

Más aún, esta expresión puede ser simplificada si asumimos $\beta < 1$ y $t \ll 1$:

$$\sigma_{t+1}^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \beta} + \alpha_1 \sum_{k=0}^t \beta^k r_{t-k}^2 \dots\dots(A.8)$$

Determinación de parámetros.

La parte más difícil del modelo GARCH es la determinación de los parámetros. Dado que el modelo es no-lineal, debemos hacer una optimización numérica. Aquí el método de máxima verosimilitud puede ser usado para estimar los parámetros.

Nótese que $r_t = \varepsilon_t$, h_t se distribuye aproximadamente como una normal con media cero y desviación estándar σ_t , y es independiente idénticamente distribuida. Si tenemos T observaciones, entonces la función de densidad conjunta es el producto de las densidades de cada período de tiempo t, es decir: $\prod_{i=1}^T f(r_i)$ donde f es la

$$\text{función de densidad normal definida por: } f(r_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}}.$$

Entonces los parámetros pueden ser obtenidos por la maximización de el logaritmo de la función de verosimilitud:

$$\max F(\alpha_0, \alpha_1, \beta, \sigma) = \sum_{i=1}^T \ln f(r_i) = \sum_{i=1}^T \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} - \frac{r_i^2}{2\sigma^2} \right) \dots\dots(A.9)$$

En suma, como se puede observar, la belleza de esta especificación radica en que proporciona un modelo con pocos parámetros, que parece ajustar los datos bastante bien. Los modelos GARCH se han convertido en un apoyo importante para el análisis de series de tiempo en los mercados financieros, los cuales muestran sistemáticamente agrupamientos de volatilidades.

APROXIMACIÓN RISKMETRICS

El sistema RISKMETRICS adopta un enfoque pragmático para modelar el riesgo.¹ Las varianzas son modeladas utilizando un pronóstico exponencial. Formalmente, el pronóstico para el período t es un promedio ponderado del pronóstico previo, utilizando la ponderación 1 y de la última innovación al cuadrado, utilizando la ponderación $(1-\lambda)$

¹ Para mayor detalle sobre la metodología, véase el Technical manual de J.P. Morgan.

$$h_t = \lambda h_{t-1} + (1 - \lambda) r_{t-1}^2, \dots, (A.10)$$

Aquí el parámetro λ es llamado el factor de caída o deterioro y debe ser menor que la unidad.

Este modelo puede ser visto como un caso especial del proceso GARCH, donde α_0 es 0 y α_1 y β suman la unidad. El modelo por lo tanto, considera la persistencia.

El modelo exponencial es particularmente fácil de implementar porque solo tiene un parámetro. Por lo tanto, es más robusto para el error de estimación que otros modelos. Además de la misma forma que para el modelo GARCH, el estimador es recursivo; el pronóstico está basado en el pronóstico previo y en la última innovación. Toda la historia se resume en un número h_{t-1} . Esto contrasta con el modelo de promedios móviles, por ejemplo, donde se necesitan los últimos rendimientos M para construir el pronóstico.

El único parámetro en este modelo es el factor de caída λ . En teoría este podría encontrarse maximizando la función de máxima verosimilitud. Desde el punto de vista operacional, sería mortal realizar esta tarea a diario para más de 450 series en la base de datos del RiskMetrics. La optimización tiene otros defectos. El factor de caída puede variar no sólo entre las series, sino también con el tiempo, perdiendo por lo tanto consistencia en diferentes periodos. Además, valores diferentes de λ crean incompatibilidad para los términos de covarianza y pueden conducir a coeficientes de correlaciones mayores a la unidad, como veremos posteriormente. En la práctica, el RiskMetrics utiliza sólo un factor de caída para todas las series, el cual se fija en .094 para datos diarios.

El RiskMetrics también proporciona pronósticos de volatilidad sobre horizontes mensuales definidos como 25 días operados. En teoría, el modelo exponencial debería utilizarse para extrapolar la volatilidad al día siguiente, después al tercero y así hasta el día 25, como se hizo previamente para el modelo GARCH. Justo aquí radica la dificultad.

El parámetro de persistencia para el modelo es la unidad. Por lo tanto, no existe reversión a la media y la volatilidad mensual debería ser la misma que la volatilidad diaria. En la práctica, la estimación es idéntica a (A.10), sólo que esta define las innovaciones como la varianza para 25 días. Tras experimentar con datos, J.P. Morgan eligió $\lambda=0.97$ como el factor de caída óptimo. Por lo tanto, las especificaciones diarias y mensuales son mutuamente inconsistentes. Sin embargo, ambas son fáciles de utilizar, se aproximan bastante bien al comportamiento de los datos reales y son robustos para la subespecificación.

BIBLIOGRAFÍA

Allen, Michael, 1994, "Building a Role Model Risk", Vol. 7.

Barone-Adesi, G. Et al, 1996. "A simplified Approach to the conditional estimation of VAR". Futures and Options World.

Barone-Adesi G, K Giannopoulos and L. Vosper, 1999, "VAR without correlation for non-linear portfolios", Journal of Futures Markets. University of Alberta, Canada.

Barone-Adesi G, K Giannopoulos and L. Vosper, 2000, "Backtesting the Filtered Historical Simulation".

Basle Committee on Banking Supervision, 1996, "Supervisory Framework for the Use of Backtesting in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements.

Basle Committee on Banking Supervision, 1995, "An Internal Models-Based Approach to Market Risk Capital Requirements".

Beder, T. 1995, "VAR: Seductive but Dangerous". Financial Analysis Journal. September/October.

Beder, T. 1996, "Report Card on Value at Risk: High Potential but Slow Starter. Bank Accounting and Finance. Vol. 10, N° 1.

Breuer, Tomas and Gerald Krenn. "Identifying stress test scenario".

Brooks C. And G. Persaud, 2000, "The Pitfalls of VAR Estimates".

Campbell, Rachel, K G., Kaedijk and P. Kofman. "Covariance and correlation in internaional equity returns".

Coronado, María. 2000. "Extreme Value Theory (EVT) for Risk Manager: Pitfalls and Opportunities in the Use of EVT in Measuring Value-at-Risk (VAR). Proceedings of the VIII Foro de Finanzas, Madrid, October 2000; and Proceedings of the V Congreso Nacional and III Hispano-Italiano de Matemática Financera y Actuarial, Bilbao, Abril 2000.

Coronado, María. 2000. "La Ética de los mercados de derivados financieros: Lecciones a aprender de las pérdidas con derivados. Boletín de Estudios Económicos, Vol. LV, N° 170, Agosto. Universidad Comercial de Deusto, Bilbao (España).

Coronado, María. 1999. "Valor en Riesgo: Aplicación a Carteras de Opciones en Entidades Financieras. Actualidad Financiera, N° 11, Noviembre.

Coronado, María. (1999). "Predicción de Crisis Bancarias: el Value-at-Risk (VAR) como Medida del Riesgo de Mercado. (Bank Failures Prediction: VAR as a Market Risk Measure, PhD Dissertation) Tesis Doctoral, Universidad P. Comillas de Madrid.

Dowd, K. 1998. Beyond Value at Risk the New Science of Risk Managment. Ed. John Wiley and Sons, London.

Estrella, A. Taylor, Black and Scholes. 1996. Series Approximations and Risk Management Pitfalls, in Risk Measurment and Systemic Risk, Proceedings of a Joint Central Bank Research Conference. Board of Governors of the Federal Reserve System. Washington, D.C.

Fallon, W. 1996. "Calculating Value-at-Risk". Working Paper N° 96-99. Wharton Financial Institutions Center's Conference on Risk Management in Banking.

Finger, C. 1997. "When is a Portfolio of Options Normally Distributed?". Quarterly RiskMetrics Monitor, Third Quarter.

Gizycki, M. And Hereford, N. 1998. "Assessing the Dispersion in Bank's Estimates of Market Risk: The Results of a Value-at-Risk Survey. Discussion Paper 1. Australian Prudential Regulation Authority.

Group of Thirty. 1993. "Derivatives: Practices and Principles". Global Derivatives Study Group. Julio.

Hendricks D, 1996, "Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data", Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review, April.

Hull, J.C. and White. 1998. "Value at Risk when Daily Changes in Market Variables are not Normally Distributed. Journal of Derivatives, Vol. 5, N° 3.

Jackson, P. Et al. 1997. "Bank Capital and Value at Risk". The Journal of Derivatives, Vol. 4.

Jamshidian, F. And Zhu, Y. 1997. "Scenario Simulation: Theory and Methodology". Finance and Stochastics, Vol.1.

Jorion, P. 1995. "Predicting Volatility in the Foreign Exchange Markets". Journal of Finance, Vol. 50, N° 2.

Jorion, P. 1997. "Value at Risk. The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk. Ed. Irving. Chicago.

Longerstay, J. Et al. 1996. "Risk Metrics". Technical Document. Morgan Guaranty Trust Company, Foruth Edition, New York.

Marshall, C. And Siege, M. 1997. "Value at Risk: Implementing a Risk Measurement Standard". The Journal of Derivatives. Vol. 4.

Minnich, M. 1998. A Primer on Value at Risk. In Fabozzi, Frank J. : "Perspectives on Interest Rate Risk Management for Money Managers and Traders.

Paskov, S. H. And Traub, J.F. 1995. "Faster Valuation of Financial Derivatives. The Journal of Portfolio Management, Vol. 22, N° 1.

Pritsker M, 2000, "The Hidden Risks of Historical Simulation", Federal Reserve Board, Washington.

Pritsker, M. 1997. "Evaluating Value-at-Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time". Journal of Financial Services Research, October/December.

Van den Goorbergh R. And P. Vlaar, 1999, "Value-at Risk Analysis of Stock Returns. Historical Sijualtio, Variance Techniques or Tail Index Estimation".

Venkataraman, S. 1997. "Value at Risk for a Mixture of Normal Distributions: The use of Quasi-Bayesian Estimation Techniques". Economic Perspectives, Federal Reserve Bank of Chicago, Vol. 21, N° 2.

Vlaar P., 2000, "Value at Risk Models for Dutch Bond Portfolios", Journal of Banking and Finance.

Wilson, Thomas C. 1994. "Plugging the Gap, Risk". Vol. 7, N° 10, October.